



Title	エントロピーによるX線撮影系の評価
Author(s)	西沢, 邦秀
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1970, 30(2), p. 213-215
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/17226
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

エントロピーによるX線撮影系の評価

名古屋大学医学部放射線医学教室（主任：高橋信次教授）

西 沢 邦 秀

（昭和44年11月25日受付）

An estimation of roentgenographic system with entropy

by

Kunihide Nishizawa

Department of Radiology, Nagoya University School of Medicine, Nagoya

(Director: Prof. Shinji Takahashi)

1. Ergodic process

As on the roentgenographic system, the time average is consistent with the ensemble average, the roentgenographic system is developed on the Ergodic Markoff process. Therefore, the information theory would be applicable to the roentgenographic system.

2. Entropy

The Shannon's information theory thus becomes applied to roentgenographic system. By means of Fourier analysis contrast curve is obtained to density curve. First the random value is chosen to spatial frequency, and sampling points are obtained with the sampling theorem. The entropy depending on the spatial frequency is calculated by using contrast curve. Then the information transmitting character of system is obtained by the value of entropy. From that result, the ability of systems can be compared with respective value of them.

1. はじめに

情報理論のX線撮影系への適用に於いて系を特徴づけるパラメーターの確率的構造に着目した情報量又はエントロピー¹⁾²⁾³⁾⁶⁾の導入による理論的解析は未だその例を見ない様に思われる。そこで情報理論の基礎概念を成すエントロピーを用いて系の総合的評価を試みた。

2. 原 理

1. X線撮影系のエルゴード性

連続的通信系としてのX線撮影系がエルゴード的マルコフ過程⁶⁾であることを示す方法は幾つか考えられるがパラメーターとしてコントラストを用いてみる。撮影時X線は連続的に被写体に照射されている。光子数のゆらぎには線源に依存する

統計的ゆらぎと被写体物質とX線との相互作用に依存するゆらぎとがある。全照射時間Tは無限小時間間隔 Δt の連続より成る。任意の Δt 照射した結果図1 (1)のレスポンス関数⁴⁾⁵⁾を得、次の Δt には図1 (2)が得られたとする。十分長い適当な時間の後に統計的平均を得ると図1 (3)にはほとんど一致するものの確率が大きく、それより離れたものの確率は0に近くなる。図1 (3)は時間Tだけ照射して得られるレスポンスの時間的平均と一致するはずである。これは集合的平均と時間的平均が一致することを意味する。従つてX線撮影系はエルゴード過程とみなし得る。

2. 連続的通信系としてのX線撮影系のエントロピー

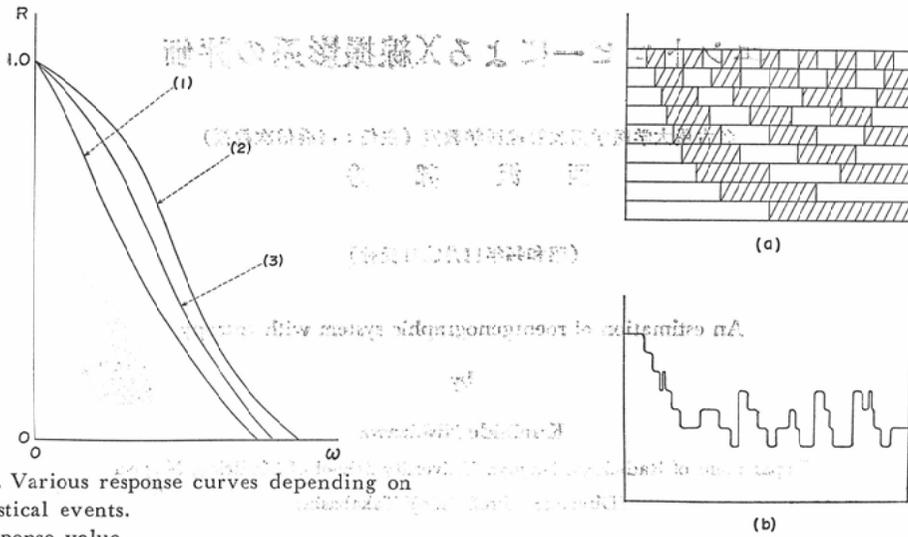


Fig. 1. Various response curves depending on statistical events.

R: response value

ω : spatial frequency

(1) and (2) are the response curve which shows the radiograph at any time, and the difference between (1) and (2) depend on the statistical deviation of the photon source and the deviation of the interaction photon and material. (3) is the response curve which is the statistical result, and the time average consistent with the ensemble average.

Fig. 2.

- (a): the superpose of the chart having any spatial frequency.
- (b): the density curve of roentgenogram (a). The maximum wave length in (a) means the time length T.

1. で X線撮影系のエルゴード性が示されたので系を連続的通信系とみなしてエントロピー H を求めることが可能になった。

$$H = - \int_{-\infty}^{\infty} P(x) \log P(x) dx$$

$P(x)$: 規格化されたコントラスト曲線

x : 周波数

確率密度関数としては規格化されたコントラスト曲線を用いる。実験の範囲内で外挿法を用いずコントラスト曲線で議論しようとする場合は矩形波チャートの解像している周波数までを周波数帯域 W とする。空間距離 T は矩形波チャートの最大波長である。

3. 計算

コントラスト曲線よりエントロピーを求める。

W_i を標本点とすると図 2 より各 W_i の全体に対する割合 P_i は

$$P_i(W_i) = \frac{\Delta W R_i}{\sum_{j=1}^n \Delta W R_j} = \frac{R_i}{\sum_{j=1}^n R_j} \text{ 但し } n = 2WT$$

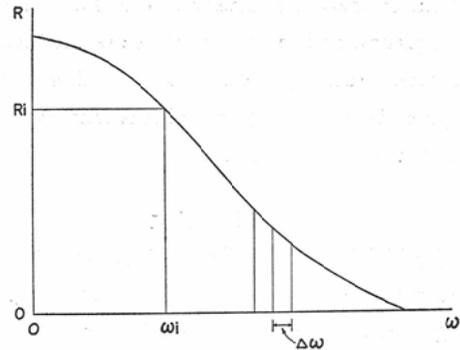


Fig. 3. R_i is the value of the response corresponding to ω_i . ω_i is the sampling point which is obtained with the sampling theorem. $\Delta\omega$ is the length between sampling points.

従つて求めるエントロピーは

$$H = - \sum_{i=1}^n \left(\frac{R_i}{\sum_{j=1}^n R_j} \right) \log_2 \left(\frac{R_i}{\sum_{j=1}^n R_j} \right)$$

$K = - \sum_{j=1}^n R_j$ とおくと

$H = -\frac{1}{K} \left(\sum_{i=1}^n R_i \log_2 R_i + \log_2 K \right)$ ビットである。

4. 損失エントロピー

コントラストが一樣である場合エントロピー H_0 は標本点数が n であるとき $P_i = 1/n$ であるから

$$H_0 = -\sum_{i=1}^n P_i \log_2 P_i = \log_2 n \text{ となる.}$$

実際に得られるエントロピーを H_1 が失われたエントロピーを H_2 とすると $H_2 = H_0 - H_1$ である。

考 按

1. レスポンス函数に残された問題点

2つの異なつた条件の下に取られた写真のレスポンスを比較する場合、図4(1)の様な場合明らかに(A)の方がよく(B)の方が悪いと言える。

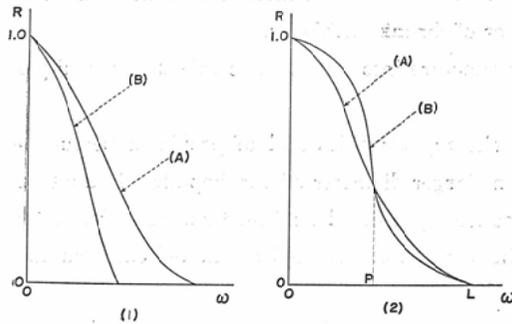


Fig. 4. (1) and (2) shows the response curve which is taken voluntarily.

(1): the response curve(A) is better than (B).
 (2): P is the intersection and L is the maximum point of (A) on the ω axis.

図4(2)の様な2つの曲線が交っている場合にはO P間では、(B)の方が良く、P L間では(A)の方が良いという評価の仕方であり、全体としての評価が行なわれていない。

2. エルゴード性

X線撮影系に情報理論が適用可能であるためには系がエルゴード的マルコフ過程であることを示す必要がある。系のエルゴード性の保障には系の時間的平均と集合的平均が一致することを示せばよい。

3. エントロピー

連続的通信系のエントロピー H は理論より $H = -\int_{-\infty}^{\infty} P(x) \log_2 P(x) dx$ で表わされる。情報理論に於けるエントロピーの概念はエルゴード過程の確率的構造を持つ変数に適用し得る。系が特定の変数に如何に依存するかを知るためにはそのパラメーターについてのエントロピーを求めればよい。エントロピーを用いる総合的観点に立つ系の情報伝達の性能評価方法は従来行なわれて来た個々の周波数の伝達特性を調べるレスポンス函数、ウィーナスpektrルの方法に対し、後者がミクロスコピックな分析方法であるのに対して前者はマクロスコピックな分析方法である。と考えられる。従つて両者は系の伝達特性を表現する手段として相補的關係にある。系の伝達特性を空間周波数のコントラストによつて表現しようとする限りエントロピーはコントラスト曲線を用いて直接計算し得る。

結 論

集合的平均と時間的平均が一致することによりX線撮影系のエルゴード性が示される。

X線撮影系のエルゴード性の確認により系を連続的通信系とみなして変数を空間周波数に取り系の空間周波数に関するエントロピーを求めることが可能になつた。従つて系全体の情報伝達特性を一つの数値として表わすことが出来る。系相互の性能を各々の数値の比較により表わすことが可能である。

文 献

- 1) Johnes, R.C.: Information capacity of photographic films. JOSA 51 (1961), 1159—1171.
- 2) 金森仁志: ラジオグラムの情報容量第8回日本アイソトープ会議報告文集 (1967), 222—224.
- 3) Linfoot, E.H.: Information theory and optical image. JOSA 45 (1955), 808—819.
- 4) Morgan, R.H.: The frequency response function. Amer. J. Roentgenol. 88 (1962), 175—186.
- 5) Morgan, R.H., and Bates, L.M.: The frequency response characteristics of X-ray films and screens. Amer. J. Roentgenol. 92 (1964), 426—438.
- 6) Shannon, L.E. and Weaver, W.: The Mathematical Theory of Communication. (1949) Univ. of Illinois, Urbana.