エツクス線の作用量及びその分布の求め方について(其の三)

東京大學醫學部放射線學教室(主任　中泉教授)
助教授　江　藤　秀　雄

On the method of obtaining the action dose of x-rays and its distribution (Part 3)

Assist. Prof. Hideo Eto
〔Radiological department, faculty of medicine, Tokyo Univ. (Director. Prof. Masanori. Nakaidzumi)〕

(III)容積線量について(A)〔ON THE VOLUME DOSE〕

〔内容梗概〕

(i)研究目標：容積線量は放射線照射を受ける患者の全身的影響に大いに關係するものと考えられている．患者は線量の空間的分布が高度の對稱性を有する場合(こゝではエツクス線の圓形照射野)に就いて容積線量の圖式的算出法ならびに近似計算法を検討し合せて容積線量の諸性質を考察した．

(ii)研究方法：容積線量を純粋に圖式的に算出するため相隣る等量曲面間の容積を圖式的に算出するため相隣る等量曲面の容積を圖式的に求める方法を工夫した．近似計算法に於いては深部率を表わす式に著者のさきに求めた新しい形式を用いた．

(iii)研究結果：深部，近距離，近接照射の各例につき近似計算法により求めた容積線量の値は圖式的算出法により求めた値と大體一致する．容積線量に影響する因子に對し検討せる結果線質については半價層1.0～5.0 mmCuの範圍では半價層の大なる程容積線量は多少增加する，焦點一表面間距離の影響は少くないが距離の大となる程容積線量は減少する．又照射野の大いさと共に容積線

量は著るしく增加する.

(iv)考按：圖式的算出法には等量曲線を必要とするに對し近似計算法では深部率曲線のみで足りるから容積線量の諸性質を考察する上に便利である.

(1)容積線量

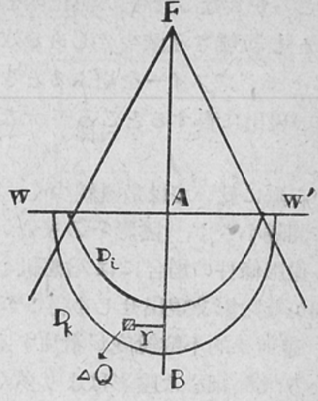
がんらい容積線量の概念は Tungling, Holthusen[1] 氏等により導入考察され放射線照射を受ける患者の全身的影響に密接に關係ありとせられるに到つたが實際に如何にして，これを定量的に表わすかについては長い間明らかにせられなかつた (Rochmont 氏[2]). 容積線量は放射線照射を受ける身體の總容積とこれに吸收された放射線總量に關係するからまづ身體內に於ける放射線の照射を受けた部分の要素容積 dV とそこに於ける線量 D との積を身體の全被照射容積にわたり積分せねばならぬ($E=\int D.dV$).

これがためには身體內に於ける放射線量の空間的分布を詳しく知る必要がある. 然るにこれは實際上困難な仕事であつて多くの場合たかだか等量曲線を求めることを以つて滿足されねばならない. 更にこれを容積要素と組合せてその總和を求めることは放射線の分布が高度の對稱性を有せぬ限りきわめて複雜になるのは當然である. 從つて容積線量を定量的に表わすと云つても一般にきわめて制限された場合に限られるわけである. 1940年 Mayneord[3], Happy[4] 兩氏は獨立に容積線量の算出法を發表しその後主として英國において幾多の學者がこの問題に沒頭し單に數學的計算で線量測定等に關してのみならず，醫學生學的見地より盛に檢討しつゝある模樣で，近着の米國雜誌に揭載された抄錄等に多少その事情が伺われる. 著者は線量測定に關する具體的事實に關して將來にゆづり，新に工夫した近似算出法にもとづき容積線量の特徵につき考察した.

(2)圖式的算出法

放射線の空間的分布が高度の對稱性を有する場合特にエツクス線の圓形照射野について考察する. 第1圖に於いて WW' をフアントーム (密度=1) の表面，FAB を中央エツクス線軸とし二つの相隣る等量曲線 (線量 Di, Dk) 內に圍まれた部分の面積要素 ΔQ を考える. ΔQ に於ける線量を D とすれば ΔQ を AB 軸の圍りに廻轉して生ずる容積線量 ΔE は次式で表わされる. $\Delta E=D\times\Delta V$ ………(I)，たゞし r は ΔQ の AB よりの垂直距離. Di, Dk 曲線により決定される二つの等量曲面にはさまれた部分(Vik と稱する)の容積線量はこれらを積分して求められる.

第1圖　等量曲線と容積要素

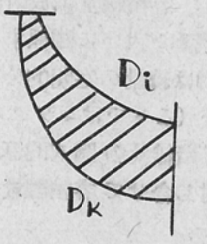


$$Eik=\int_{Dk}^{Di} D.dV\cdots\cdots(2)\qquad Dik=\frac{Di+Dk}{2}$$

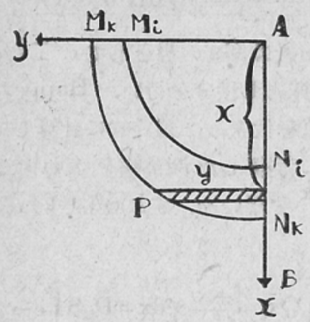
(平均線量)とすれば $Eik=Dik\int_{Di}^{Dk} dV=Dik\,Vik\cdots\cdots(3)$

從つてすべての等量曲線につき同樣な方法で求めたものを加合すれば全容積線量 $E=\Sigma Eik=\Sigma Dik\,Vik$ が得られる. Mayneord 氏は Vik を求める方法として單位面積密度一定なる適當な材料の板に等量曲線を畫き第2圖の如く相隣る等量曲線によ

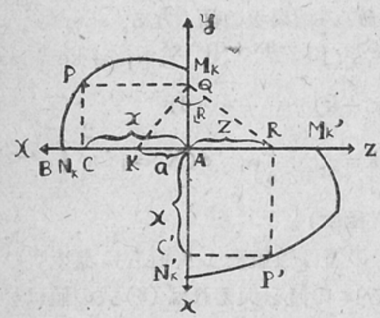
第2圖　等量曲線に圍れた角狀部分



第3圖　圖式的算出法(其の一)



第4圖　圖式的算出法(其の二)



り生する角狀部分(斜線をほどこせる)をきりとり化學天秤を利用してそのモーメントを測定する方法を採用したが著者は便宜上全く圖式的に求める方法を考案した．第3圖の如くAを原點とすればDi, Dk兩曲線がAB軸の周圍に廻轉して生する等量曲面に圍まれた容積はAMkがAB軸の周圍に廻轉して生する曲面體の容積よりAMiNiがAB軸の周圍に廻轉して生する曲面體の容積を差引けば得られる．例えばAMkNkに對する上記曲面體の容積はDk曲線上の一點pの座標をxおよびyとすると

$$\int_{Nk}^{Nk}\pi y^2dx \text{ である．}$$

從つて各xの値に對するyの自乘を求めこの關係をグラフにして圖式的に面積計算を行うことも出來る．こゝでは先づ適當な長さaをとり$y^2=az$とおきx—zの關係を圖式的に求める．

$$\int_{Mk}^{Nk}\pi y^2dx=\pi a\int_{Mk}^{Nk}Zdx$$

すなわち第4圖に於てPよりABに平行線を引きこれとy軸との交點をQとすれば$AQ=y$, x軸上にk點をとりAkを長さaに等しくkQを結びkQは直交する直線とBAの延長（これをZ軸とする)との交點をRとすれば幾何學により$\overline{AQ}^2=Ak\cdot AR$すなわち$y^2=aZ$, $AC=AC^1=x$とすればp′點(x, z)がp點(x, y)に對應することゝなる．AMkPNkがABを軸として廻轉して生する曲面體の積は結局AN′k′P′Mk′の圍む面積を求めることに還元され，プラニメーターによるか叉は方眼紙のマス目を勘定することにより容易に求められる．以上の如く問題は等量曲線に一種の寫像をほどこすことにより新に生じた曲線群に圍まれた面積を求めることに歸する．

(3)計算例

通常等量曲線は5乃至10%おきの間隔を以つて畫かれているから，もしその間隔が10%の場合例えば80%と70%との深部率をあらわす等量曲面にかこまれる部分の容積がVとすればこの部分における容積線量は$D_oV\times\frac{80+70}{2}=75D_oV$である．たゞし$D_o$は表面線量である．斯樣にして相隣る等量曲線について求めた容積線量要素の總和を求めればよい．第1表は以上の如くして算出した容積線量の例を示してある．何れも深部率10%に到る迄の容積線量で表面量100,,r″とした．容積線量の單位は,,r.cm³″である(π圓周率).

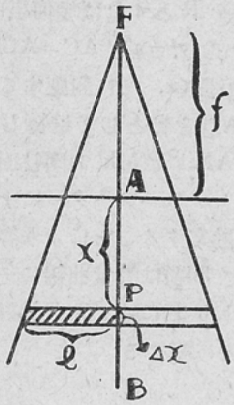
(4)近似計算法

第1表　容積線量の圖式的計算例

照射法	管電壓 (kVp)	濾過板 (mm)	半價層 (mm)	焦點一皮膚間距離(cm)	照射野直徑 (cm)	容積線量
1. 深部照射 [6]	200	1 Cu+1 Al		80	10	27504 r
2. 近距離照射 [5]	140	0.25 Cu	0.32 Cu	20	4	21488 r
3. 近接照射 [7]	67		5.1 Al	5	2.5	540 r

さきの圖式計算出法は等量曲線を基礎とするから例えば焦點一皮膚間距離，照射野，線質等の容積線量を調らべるにも，いちいち等量曲線を求めねばならない．この勞を省くためにも容積線量の近似計算法が要望される．然るにこの計算法には相當大膽な假定が必要であつて著者も Mayneord, Happey 兩氏と同じく假りに等量曲線かフアントーム表面に平行に走行するものとする（平行等量曲線の概念）．

第5圖　近似計算法



表面よりの深さ xcm の p 點に於ける深部量を Dx とすれば第5圖の斜線をほどこした部分がAB軸の周圍に廻轉して生ずる容積要素は $\pi l^2 \varDelta x$, 從つてこの部分の容積線量は $\varDelta E = Dx \times (\pi l^2 \varDelta x)$. しかるに照射野の大いさを S とすれば $\frac{S}{\pi l^2} = \left(\frac{f}{fx,}\right)^2$, 表面量を D_o とすれば

$\varDelta E = D_o S\left(\frac{f+x}{f}\right)^2 Qx\varDelta x$. たゞし $Qx \frac{Dx}{D_o}$, $Qx \times 100$ は深部率である．從つて深さ xcm 迄の容積線量は

$$D_o S\int_0^x \left(\frac{f+x}{f}\right)^2 Qx dx \cdots\cdots(1)$$

Mayneord 氏は Gx の形として $e^{-\mu x}$（μ は平均減弱係數）を採用し積分を行い，Happey 氏は深部率の實測値を代入し，圖式的に計算している，着者はさきに考察した深部率を表わす式 $\left(\frac{f}{f+x}\right)^2 e^{-ax+l\sqrt{x}}$ を用いた．すなわち（1）式は次の如くなる．

$$D_o S\int_0^x Qx\left(\frac{f+x}{f}\right)^2 dx = D_o S\int_0^x e^{-ax+b\sqrt{x}} dx$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

これは計算の結果次の如くなる．

$$\frac{D_o S}{a}\left[(1-e^{-ax+b\sqrt{x}}) + \sqrt{\pi}\, k e^{k^2} \phi(k) + \phi(\sqrt{ax}-k)\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

但し $k = \frac{b}{2\sqrt{a}}$, $\phi(X) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^x e^{-z^2} dz$（ガウス誤差函數）

$\phi(X)$ の値は數値表より直ちに求められる故，a, b 及び x の値を與えれば (3) 式の値は容易に計算される．Mayneord 氏によれば(3)式に相當して次式が得られる．$\frac{SD_o}{\mu}\left(1+\frac{2}{f\mu}+\frac{2}{f^2\mu^2}\right)(1-e^{-\mu x})$

著者の式の方が複雜な形となるのは當然である．實際上吸收が殆んど完全に行われる範圍迄考えるときは $\frac{SD^o}{\mu}\left(1+\frac{2}{f\mu}+\frac{2}{f^2\mu^2}\right)$ となるがこの場合を Mayneord 氏は完全吸收と名付けた．(ce-mplete absorption)．完全吸收に對しては著者の式は

$$\frac{D_o S}{a}\left[1+\sqrt{\pi}\; k e^{k^2}(\phi(k)+1)\right]\cdots\cdots\cdots(4)$$

となる．

（未完）