The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	固体粒子群の水力輸送に関する研究
Author(s)	鮎川, 恭三
Citation	大阪大学, 1972, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1731
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

固体粒子群の水力輸送に関する研究

鮎　川　恭　三

昭和46年11月

論文目録

大阪大学

報告番号・乙第1100号　氏名　鮎川恭三

主論文　固体粒子群の水力輸送に関する研究

（主論文のうち印刷公表したもの）

1. 固体の水平管水力輸送における圧力損失

愛媛大学紀要Ⅲ（工学）
4巻4号
昭和38年12月

1. 固体粒子の水平管水力輸送における圧力損失

日本機械学会論文集
33巻254号
昭和42年10月

1. Pressure Drop in the Hydraulic Conveyance of Solid Materials through a Horizontal Straight Pipe
(固体粒子の水平管水力輸送における圧力損失)

愛媛大学紀要Ⅲ（工学）
6巻1号
昭和43年1月

1. 固体粒子群の水力輸送における鉛直面内ベンド部の圧力損失

日本機械学会論文集
35巻271号
昭和44年3月

1. 固体粒子の終速度に対する管壁および濃度の影響

日本機械学会論文集

35巻 280号

昭和44年12月

1. Pressure Drop in the Hydraulic Conveyance of Solid Materials through a Bend in a Vertical Plane

(固体粒子群の水力輸送における鉛直面内ベンド部の圧力損失)

Bulletin of JSME

Vol.12 No.54

昭和44年12月

1. Velocity Distribution and Pressure Drop of Heterogeneously Suspended Flow in Hydraulic Transport through a Horizontal Pipe

(水平管水力輸送における不均質浮遊流の速度分布と圧力降下)

Proceedings of HYDROTRANSPORT 1 (First International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes) B.H.R.A., Coventry, England.

昭和45年9月

1. The Effects of Wall and Concentration on the Terminal Velocities of Solid Particles

(固体粒子の終速度に対する管壁および濃度の影響)

Bulletin of JSME

Vol.13 No.62

昭和45年8月

（主論文のうち未公表のもの）

1. 浮遊状態での固体粒子群の水平管水力輸送
   （第1報　速度分布と濃度分布）

日本機械学会論文集
投稿中

酒川 泰三 殿

投稿論文

浮遊状態での固体粒子群の水平管水力輸送（第1報，速度分布と濃度分布）

原稿受付番号
No. 69-173

本 日 落手いたしました（外編）

昭和 46. 5. 月 6 日

本原稿に関するご連絡はこのNo.でお願します。

東京都港区赤坂四丁目1番24号（日本規格協会ビル3階）
社団法人 日本機械学会
電話東京（03）582-6911（代）
郵便番号 107

1970, 12, 1000冊

固体粒子群の水力輸送に関する研究

鮎　川　恭　三

昭和46年11月

目　　次

記　　号 …… 1−7

第1章　緒　　論 …… 1

1.1　まえがき …… 1

1.2　従来の研究と本研究に関連する問題点 …… 2

1.2.1　固体粒子の終速度に対する管壁および濃度の影響に関する研究 …… 2

1.2.2　水平管水力輸送の圧力損失に関する研究 …… 3

1 2.3　水力輸送における流動機構についての研究 …… 6

1.2.4　固体粒子群の水力輸送におけるベンド部の流れの研究 …… 7

1.3　本研究の目的 …… 7

1.4　本研究の方法と概要 …… 8

第2章　固体粒子の終速度に対する管壁および濃度の影響 …… 10

2.1　ま え が き …… 10

2.2　実験に用いる流体の流動特性 …… 12

2.2.1　流動特性の解析 …… 12

2.2.2　流動特性実験装置と実験方法 …… 16

2.2.3　実験結果と検討 …… 18

2.3　単粒子の干渉沈降速度 …… 19

2.3.1　管中心を沈降する単粒子についての解析 …… 19

2.3.2　実験装置と方法 …… 22

2.3.3　管中心の干渉沈降速度に対する実験結果とその検討 …… 23

2.3.4　粒子の後流に発生する渦領域 …… 26

2.3.5　管壁寄りの沈降 …… 27

2.4　粒子群の終速度 …… 30

2.4.1　粒子群の終速度 …… 30

2.4.2　実験装置と方法 …… 31
2.4.3　実験結果 …… 32
2.4.4　実験式の導出 …… 33
2.4.5　実験式とその検討 …… 35
2.5　結　論 …… 37

第3章　固体粒子群の水平管水力輸送における圧力損失（しゅう動流動状態を中心として）…39
3.1　まえがき …… 39
3.2　圧力損失に関する解析 …… 40
3.2.1　圧力損失 …… 40
3.2.2　粒子の運動 …… 42
3.2.3　修正係数ηを決定する諸量 …… 43
3.3　実験装置と方法 …… 45
3.4　実験結果 …… 51
3.4.1　清水の圧力降下 …… 51
3.4.2　流速と圧力こう配の関係 …… 52
3.5　実験式の導出 …… 53
3.5.1　修正係数ηの計算 …… 53
3.5.2　$\eta\left(v_t/U_0\right)^2$と$F_d$の関係 …… 54
3.5.3　d/Dに対する関係 …… 58
3.5.4　圧力降下の実験式 …… 58
3.6　検　討 …… 59
3.6.1　しゅう動流動の限界を示すパラメータ F_{dcr} …… 59
3.6.2　流動状況による圧力降下と流速との関係のちがい …… 61
3.6.3　付加圧力損失に対する諸量の影響 …… 62
3.6.4　管壁と粒子との摩擦 …… 63
3.6.5　U/U_0とq/C …… 64

3.6.6　実験値と計算値の比較 ……66
3.7　結　　論 ……67

第4章　固体粒子群の水平管水力輸送における濃度分布と速度分布 ……68
4.1　まえがき ……68
4.2　管内速度分布の解析 ……69
4.2.1　混相流の剪断応力 ……69
4.2.2　速度分布に対する濃度分布の影響 ……70
4.2.3　平均流速と最大速度の比 ……74
4.2.4　最大速度位置 ……75
4.2.5　平均粒子速度と平均流速の比 ……76
4.3　実験装置と方法 ……78
4.4　実験結果と検討 ……80
4.4.1　清水の速度分布 ……80
4.4.2　混相流の速度分布と濃度分布 ……82
4.4.3　平均流速と最大流速の比 ……85
4.4.4　最大速度位置 ……86
4.4.5　平均粒子速度と平均流速の比 ……87
4.4.6　m の値 ……88
4.5　浮遊状態の混相流の圧力降下に対する濃度分布および速度分布の非対称性の影響 ……89
4.5.1　圧力降下の解析 ……89
4.5.2　実験結果と検討 ……90
4.6　結　　論 ……93

第5章　固体粒子群の水力輸送における鉛直面内ベンド部の圧力損失 ……94
5.1　まえがき ……94

5.2　ベンド部の圧力損失の解析 …… 94
5.2.1　損失係数の定義 …… 94
5.2.2　付加損失係数 ζ_{bs} …… 95
5.2.3　ベンドに沿う粒子の運動 …… 98
5.2.4　I の計算 …… 101
5.3　実験装置と方法 …… 102
5.4　ベンドによる圧力降下 …… 103
5.4.1　ベンドの影響がおよぶ範囲 …… 103
5.4.2　ベンドによる圧力降下（清水の場合） …… 104
5.4.3　ベンドによる圧力降下（混相流の場合） …… 105
5.4.4　ζ_{bsf} …… 107
5.4.5　ベンドの圧力降下算出式 …… 109
5.5　検　討 …… 111
5.5.1　ζ_{bsf} について …… 111
5.5.2　実験値と計算値の比較 …… 111
5.5.3　最適ベンド …… 112
5.6　結　論 …… 115

第6章　総　括 …… 116

謝　辞 …… 118

参考文献 …… 119

記　　号

A ： 定数。

A_1，A_2，A_3，A_4 ： 式（5.40）から（5.43）で定義される定数。

a ： 粒子の半径。

B_n ： 管の幾何学的構造と液体の構造指数nに依存する定数。

B_1 ： $n=1$のときのB_nの値。

b ： 管断面上管軸よりの距離。

C ： 吐出し体積濃度。

C_m ： 吐出し体積濃度に関係した定数。

c_d ： 粒子の抗力係数。

c_{d_0} ： 壁や他の粒子の影響をうけないときの抗力係数。

c_L ： 粒子の揚力係数。

D ： 管内直径。

d ： 粒子の球相当直径。

D ： 粒子が流体からうける抗力。

D_∞ ： 粒子が壁の影響がないときに流体からうける抗力。

E ： 定数。

F ： 摩擦係数ξ_s測定のときの引張り力。

F_D ： 平均流速U_0と管内径Dでつくられる相似パラメータ。 $F_D=\dfrac{U_0}{\sqrt{gD(\gamma_s/\gamma_w-1)}}$

F_{Dcr} ： しゅう動流動の限界を与えるF_Dの値。

F_d ： F_Dで管内径Dを粒子径dでおき直した相似パラメータ。

F_{dcr} ： F_{Dcr}に対応するF_dの値。

F_R ： 平均流速U_0とベンドの曲率半径Rを代表量にしたフルード数。

F_{Rt} ： 終速度v_tとベンドの曲率半径Rを代表量にしたフルード数。

f_0 ： 管断面積。

G ： 粒子1個が液体中でうける重力。

g ： 重力加速度

h ： 液柱の水頭差。

h_0 ： 最初の水頭差。

h_r ： 液柱の全摩擦損失水頭。

h_w ： 2平板の間隔。

I ： 遠心力による摩擦でなされた仕事を無次元表示で表わした量。

i ： 混相流の水力勾配。

i_w ： 流体のみの流れの水力勾配。

K ： 単粒子の終速度に対する管壁の影響に関係する定数。

K_0 ： DとD_∞の比。

K_1，K_2 ： 定数。

k ： 流体のみの流れの場合の平均流速の最大流速に対する比。

k_m ： 混相流で平均流速の最大流速に対する比。

k_c ： 終速度に対する濃度の影響に関係する定数。

k_0 ： 粒子の抗力係数に関係する定数。

L ： 1個の粒子がうける揚力。

L_1，L_2 ： 距　離。

l ： 管路の軸に沿う長さ。

l_0 ： 液柱の長さ。

m ： 粒子の乱流拡散係数 ε_s の乱流動粘性係数 ε に対する比。

m_s ： 粒子1個の質量。

m_v ： 粒子の非定常運動の際生じる粒子のみかけ質量。

N ： 定　数。

n ： 液体の構造指数。

p ： 圧　力。

p_0 ： ある基準点の圧力。

$\triangle p$ ： 圧力差。

$\triangle p_w$ ： 流体のみを流したときの圧力差。

$\triangle p_s$ ： 粒子を混入したことで付加された圧力差。

$\triangle p_b$ ： ベンド部の影響による圧力降下量。

$\triangle p_1$, $\triangle p_2$ ： ベンドの前後でベンドの影響がないとしたときの直管部の圧力降下量。

$\triangle p_{bs}$ ： ベンド部で粒子が混入したことで付加された圧力降下量。

$\triangle p_{bsm}$ ： $\triangle p_{bs}$ のうち粒子がベンドを通過するときに必要なエネルギーを与えるために必要な圧力降下量。

$\triangle p_{bsf}$ ： $\triangle p_{bs}$ のうち粒子の混入により流体の運動が変化したために生じた圧力降下量。

$\triangle p_d$ ： 管軸方向粒子の大きさの間の圧力降下による流体圧力の変化。

$\triangle p'$ ： ベンドに関係する圧力降下。

$\left(\frac{dp}{dx}\right)_w$ ： 流体のみを流したときの圧力こう配。

Q ： 流　量。

q ： 濃　度。

q_m ： 最大流速位置での濃度。

q_0 ： 平均濃度。

q_l ： 最大流速位置より下部での平均濃度。

q_u ： 最大流速位置より上部での平均濃度。

R ： ベンドの曲率半径。

R_e ： レイノルズ数。

R_{eD} ： 平均流速 U_0 と管内径 D でつくられたレイノルズ数。

R_{ep} , R_{et} ： それぞれ代表速度に流体と粒子の相対速度，終速度をとり代表長さを粒子径としたレイノルズ数。

r ： 管内半径。

r' ： 管断面上管軸からの距離。

r_0 ： 後流の半径。

S ： 流れに垂直な面への粒子の投影面積。

S' ： 流れに沿う面への粒子の投影面積。

s ： 流れに沿う距離。

T ： 時定数。

t, t' ： 時　間。

U ： 混相流の管断面上の最大速度。

U_{wu} , U_{wl} ： 混相流の最大流速位置より上部，下部の速度分布をそれぞれ流体のみの速度分布に対応させたときのそれぞれ上部，下部に対する最大流体流速。

U_0 ： 平均流速。

U_f ： 流体のみの部分の平均流速。

u ： 速　度。

u_0' , $\overline{u_0'}$ ： 粒子の後流の速度欠陥とその平均値。

u_1' , $\overline{u_1'}$ ： 後流の外側，管壁との間での増加速度とその平均値。

u_m ： 平均流速。

u_s ： 平均粒子速度。

u_{s_1} , u_{s_2} ： ベンドの入口および出口でのそれぞれ平均粒子速度。

u_{ml} ： 最大流速位置より下部の平均流速。

u_w ： 流体のみの流れの流速。

u_* ： 摩擦速度。

u_{*u} , u_{*l} ： 混相流でそれぞれ上部壁，下部壁の摩擦速度。

u_{*w} ： 流体のみの流れの摩擦速度。

V ： 粒子１個の体積。

V_m ： 光透過法での濃度測定のときの混相流での出力電圧。

V_0 ： 上記で粒子を入れていないときの出力電圧。

$\boldsymbol{V}$ ： 速度（ベクトル量として）。

v_t ： 終速度。

$v_{t\infty}$ ： 壁の影響がないときの終速度。

v_{tc} ： 管軸上を沈降するときの終速度。

v_f ： 浮遊速度。

v_{f_0} ： 粒子群で濃度を０に外挿したときの終速度。

$v_{f\infty}$ ： 壁の影響も他の粒子の存在の影響もないときの終速度。

v_k ： 粒子の体積流量を管断面積で除した量。

W ： 粒子速度を示す無次元量 $W = u_s/U_0$

W_1, W_2 ： ベンド入口および出口でのそれぞれ W の値。

W_h, W_v： それぞれ水平直管部，鉛直直管部での平衡速度を W で示した値。

W_s ： 摩擦係数 ξ_s の測定で加えた荷重。

W_0 ： 上記の測定で初期荷重。

w ： 流　速。

w_1, w_2 ： 液柱両端の液面のそれぞれ移動速度。

x ： 流れの方向の座標。

$\triangle x$ ： 管軸に沿う微小区間。

Y ： 流れと直角な方向（y 方向）の距離を示す無次元量。

Y_u, Y_l ： 最大速度位置とそれぞれ上部の壁，下部の壁との間の距離を基準にした Y の値。

y ： 流れの方向（x 方向）と直角な方向の座標。

y_u, y_l ： それぞれ上部壁，下部壁から測った y の値。

z ： 鉛直方向高さ。

z_1, z_2 ： 液柱両端のそれぞれ z の値。

z_m ： 最大流速位置 $y_l = z_m$

α ： 定　数。

α_0 ： 式（5.30）で定義される量。

α_u, α_l ： 混相流と清水を最大流速位置より上部と下部についてそれぞれ対応ずけるときにでてくる定数。 式（4.13），（4.14）参照。

β ： 式（2.26）で定義される量。

β_0 ： 定　数。

β_1, β_2 ： 式（2.37）に平均値定理を用いたときにでてくる定数。

γ ： 混相流の比重量。

γ_w ： 流体の比重量。

γ_s ： 固体の比重量。

δ ： 定　数。

ε ： 乱流動粘性係数（混相流）。

ε_0 ： 最大速度位置での ε の値。

ε_w ： 乱流動粘性係数（清水）。

ε_{w_0} ： 最大速度位置（管軸）での ε_w の値。

ε_s ： 粒子の乱流拡散係数。

$\overline{\varepsilon_s}$ ： ε_s を一定と仮定したときの値。

ε_0 ： 抗力係数 c_d をレイノルズ数の関数で表わしたときのレイノルズ数の指数。

ε' ： 構造指数 n の1からずれ。　$n=1+\varepsilon'$

η ： 修正係数。

η' ： y を $h_w/2$ で除した無次元変数。

θ ： 鉛直面内ベンドの外向き主法線が重力方向に対してなす角。

θ_1, θ_2 ： それぞれベンド入口および出口の θ の値。

θ_0 ： ベンド曲がり角。

θ_t ： 温　度。

λ_w ： 清水の管摩擦係数。

λ_s ： 粒子を混入したことによる付加管摩擦係数。

λ_1, λ_2 ： ベンドのそれぞれ上流側，下流側の直管部でベンドの影響がないとしたときの管摩擦係数。

λ_c ： 曲がり管の管摩擦係数。

λ_z^* ： 粒子の慣性力による壁面摩擦力を表現する係数。

μ ： 粘性係数。

μ_p ： 一般に流体を Non−Newtonian としたときの粘性係数。　式（2.9）参照。

μ_s ： 混合比。

ν ： 動粘性係数。

ν_p ： μ_p に対応する動粘性係数。　$\nu_p = g\mu_p/\gamma_w$

ξ_s ： 管壁と粒子との摩擦係数。

ρ ： 流体の密度。

ρ_s ： 固体の密度。

σ ： 粒子の比重。 $\sigma = \rho_s / \rho$

τ ： 摩擦応力。

τ_{wu}, τ_{wl} ： 混相流のそれぞれ上壁面，下壁面での摩擦応力。

ϕ'' ： 粒子と流体の速度比。

ψ ： 水中での自由沈降の際の抵抗係数。

Ω ： 無次元角度。 $\Omega = \theta / \theta_0$

Ω_1, Ω_2 ： それぞれθ_1およびθ_2に対応するΩ。

ζ ： 最大速度位置の中心からのずれ量。 $\zeta = \frac{z_m}{h_w} - \frac{1}{2}$

ζ_b ： ベンド部の損失係数。

ζ_{bw} ： 清水のみの流れでのベンド部の損失係数。

ζ_{bs} ： 粒子の混入によるベンド部での付加損失係数。

ζ_{bsm} ： 粒子がベンド部を通過するとき必要とするエネルギーを供給する圧力損失を付加損失係数として表現したもの。

ζ_{bsf} ： 粒子の混入による流れの変化に対応する付加損失係数。

ζ_{bsmg} ： 粒子に位置エネルギーのみを供給することに対応する付加損失係数。

第1章　緒　論

1.1 まえがき

固体粒子を輸送する手段は古来より多く開発されて来ているが，一般に液体の輸送が管路によるため輸送専用の面積も小さく大がかりな設備を必要としないのに比べて，固体の輸送には大がかりな設備を必要とすることが多い。近年液体輸送のこのような利点を考慮して固体粒子群を流体とともに輸送する方式が種々の分野で開発された来た。このうち空気を輸送媒体として用いた空気輸送については，従来より多くの研究がなされ，管路系設計の基礎はかなり整っている。しかしながら，液体を輸送媒体とした水力輸送の場合には，いくつかの実験的・理論的研究はみられるが，未だ十分なものとはいえない。

水力輸送系は古くから行なわれていたしゅんせつを別として，近年石炭産業の合理化計画などに伴って長距離輸送ラインが計画され，一部では実用化されている。[1] また化学工業，食品工業関係においても製造工程での材料輸送にしばしば用いられるようになっている。

このような水力輸送系においては，上述の利点のほかに外気などの外的環境に直接的な接触がないので，品質管理・衛生管理上好ましいこと，工程で固体と流体を分離させない方が有利なときにはとくに有用であるなど多くの利点があるが，一般に所要動力に対する輸送効率が悪く，また粒子が管壁をしゅう動するときの摩耗，ある条件下で生じる閉塞など運転・保守上に多くの問題を有している。

ところで水力輸送系の研究は，その対象が固体粒子群と流体とを含んだ流れであり，固体粒子群と流体は相互の干渉のもとに複雑な運動を行なっているためたとえ粒子と流体との相互作用を簡単な形に仮定したとしても，この運動を流体と粒子についての基礎方程式をたてて理論的に完全に解明することは非常に特殊な問題を除いては困難である。このようなことから混相流についての従来の研究については，一様な濃度分布をもつ混相流を巨視的にみて一相流として取扱うために，みかけ上の応力と平均速度勾配との関係をしらべ，いわゆる混相流のレオロジー的な性質を求める方向，混相流のレオロジー的性質を簡単な形に仮定して，特殊な応力と歪の関係をもつ流体として，または粒子と流体との相互作用を簡単な形に仮定して流体力学的方法で問題を解析する方向，さらに実用的な見地から水力輸送の実験をつみ重ね　関与する複雑な諸因子の間に何らかの相似関係を見出すことを努めるか，あるいは流れを非常に簡単なモデルに帰して未確定要素を実験定数に帰して，これを実験的に定めていく方向と大まかに大別されるような方法で研究がすすめられている。

第1の方向については，古くEinstein[2]が低濃度の懸濁液について粒子が混入したことによる見掛け粘性係数の変化について簡単な関係を与えており，層流状の低濃度の微細粒子の混相

流の解析に大きな寄与を行なっている。その方向の研究はさらに多くの研究者によって続けられ最近ではBatchelor[3]などの研究もみられるが，通常の水力輸送においては，流れは乱流状態であり，この方向の研究が現段階で直接水力輸送の実用的な研究につながることは考えられない。

第2の方向についても混相流を一様なスラリーとみて解析できるような微細粒子の場合にはかなりの成功を収めているが，[4] 粒子が大きくなり濃度分布が不均質な流れでは，一相流的な考え方はできず，また粒子と流体の相互作用を仮定した解析でも特殊な問題でなくては，理論的に解析できないのが現状である。

実用的な見地からの第3の方向については，水力輸送の実用化に伴って，近年多くの研究がみられるが，関与する諸因子が数多いため，ある実験結果より得られた結論がどの程度の一般性をもち得るかについて十分確信を持てないのが現状である。したがってある特定の条件の輸送系を計画する場合に，現段階では従来の結果あるいはパイロットプラントでの実験から計画すべき系の諸元を決定するときには相当の安全率を見込んだ設計が強いられることになる。

本研究では水力輸送系の計画をすすめるにあたっての設計資料を得るために第3の方向にしたがって研究をすすめるが，殊に上述のような困難を除去するために単に相似関係を求めるにとどめず，流れの流動機構との関連を常に意識して，実験定数の意味を明確にし，混相流の流動機構を実験的に明らかにしてゆくことを目指している。

本論に入る前に本研究に関係のある従来の研究について述べ，その問題点を明らかにして，本研究の目的をさらに明確にしてゆきたい。

1.2 従来の研究と本研究に関連する問題点

1.2.1 固体粒子の終速度に対する管壁および濃度の影響に関する研究

固体粒子群の水力輸送の際，流体と粒子との速度差にもとづいて，粒子が流体からうける抗力は粒子の駆動力として作用する。この力と流速との関係は従来抗力係数を用いて整理されて来た。ところで抗力係数の値は周辺での壁の存在や他の粒子の存在によってかなり変化するため，一様流中での単一粒子の抗力係数をそのまま用いることはできない。粒子群の水力輸送の解析では粒子に対する抗力係数の平均的な値が必要になるが，これを管壁や粒子群の存在の下で求めることはかなり困難であるので，一般にこの抗力係数と密接な関係をもつ粒子群の終速度が重要なパラメータとして用いられる。

本研究では，この終速度に対する管壁と濃度の影響をまずとり上げる。流体中を動く単一粒子の運動に対する壁の影響については，粒子の速度がおそい，いわゆる粒子速度と粒子径でつくったレイノルズ数が1よりきわめて小さいStokes近似が成立つ領域では，従来多くの理論的研究がなされている。円管中での単粒子の運動についてのこれらの研究の代表的な例として，Brenner[5)6)]によるものがある。Brenner はStokes 近似を用い，速度$\boldsymbol{V}$，圧力

p を

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}^{(0)} + \boldsymbol{V}^{(1)} + \boldsymbol{V}^{(2)} + \cdots\cdots \qquad (1.1)$$

$$p = p^{(0)} + p^{(1)} + p^{(2)} + \cdots\cdots \qquad (1.2)$$

と展開し，球とともに動く座標系でまず球がないときの管内の速度分布 $\boldsymbol{V}^{(0)}$ から出発し，球の表面での境界条件を満すように $\boldsymbol{V}^{(1)}$ を求め，つぎに $\boldsymbol{V}^{(0)}+\boldsymbol{V}^{(1)}$ について管壁の境界条件を満すように $\boldsymbol{V}^{(2)}$ を求めるという reflection 法をつかって，球にかかる力を管内の任意の位置を軸方向に運動する球について求めている。この結果はのちに式（2.52）で求べる。管軸に沿う場合については同様な Stokes 近似で Faxen[7]，Happel と Byrne[8]，Bahlin[9]，脇屋[10] などによって求められており，式（2.32）には Bohlin の結果が示されている。

レイノルズ数が大きくなるときには，運動方程式中の非線型項である慣性項が効いてくるためもはや理論的な解析はみうけられず，実験結果から，三雲[11] や CMoпoblpeB[12] が式（2.50），（2.51）に示すような簡単な関係を導いている。また Fidleris と Whitmore[13] は広いレイノルズ数の範囲にわたって沈降速度に対する管壁の影響の詳細な実験をしている。

粒子群の存在のもとでの終速度に対する粒子群の濃度の影響については，Worster[14] や CMoпoblpeB[12] などによって実験結果が発表されているが，単粒子の場合にも粒子群の場合にもこれらの結果に多少の差異がある。また，管内での粒子群の終速度については，単粒子のときの管壁の影響と同じ形の管壁の影響を与える式を示しているものもあり，粒子群の場合に粒子の沈降位置が単粒子のように管軸に限られず管断面で一様に分布することを考えると，従来の結果をそのまま採用するには十分なものとはいえず，さらにつっ込んだ検討が必要と考えられる。

終速度と同じような意味をもつものに，鉛直管で粒子群を一様浮遊させるときの流体速度すなわち浮遊速度がある。これについては原田ら[15] によって空気の気流中にポリエチレン球を浮遊させた実験が行なわれている。この実験によれば浮遊速度は粒子濃度の増加とともにこれに直線的に減少すること，管壁の影響は認められないということであるが，この場合には粒子径の管径に対する比が小さく，管壁の影響については未だ十分な結論とはいえないと考えられる。

1.2.2 水平管水力輸送の圧力損失に関する研究

不均質な濃度分布をもった混相流では，水平定速区間の圧力損失は，流速が小さくなるときには，流体のみの場合との差は大きくなり，流体のみの場合は流速の減少とともに損失が減少してゆくのに対して，混相流ではある極小値をもってのち再び増加することが従来の多くの実験結果から知られている。これら水平管の圧力損失に関する研究は，主に石炭や鉱石などの輸送と関連して数多く，いろいろの実験式が提唱されてきている。以下それらの整理方法と問題

点について述べることにする。

次元解析的に実験結果を整理したものとしては全ソ石炭研の式[16]がある。

$$i = i_w \frac{\gamma}{\gamma_w} + \frac{\sqrt{gD(\gamma-\gamma_w)}}{E\,U_0\,\phi\,\gamma_w} \qquad (1.3)$$

ここで，i：混相流の水力勾配，i_w：混相流と同じ流速で水のみを流したときの水力勾配，γ：混相流の平均比重量，γ_w：水の比重量，D：管内径，U_0：混相流の平均流速，ϕ：水中での自由沈降の際の抵抗係数，g：重力加速度　E：経験定数（石炭で $E=1.9$，　砂利で $E=1.4$）。

この式は粗大粒子の輸送に際して良い一致をみせるといわれている。

測定された諸量の間に相似関係を見出し，またはこれをもとに実験式を導いたものに，Worster と Denny の研究[14]や Durand[17]の研究がある。Worster ら[14]は石炭と砂利についての実験結果を $(i-i_w)/C\,(\frac{\gamma_s}{\gamma_w}-1)$ と $i_w/(\frac{\gamma_s}{\gamma_w}-1)$ の関係でグラフに描くとき，多くの異った条件での結果が一本の曲線で整理できることを示した。ここで C は吐出し体積濃度，γ_s は固体粒子の比重量である。このWorster らの結果は，しばしば粗大粒子輸送時の圧力損失の推定に用いられている。また Durand[17] は多くの異った条件での 石炭や砂利などの実験結果から $(i-i_w)/i_w C$ が $U_0/\sqrt{gD\,(\frac{\gamma_s}{\gamma_w}-1)}$ の関数としてまとまることを見出し，

$$\frac{i-i_w}{i_w C} = 121\left(\frac{v_t^2}{gd}\right)^{3/4}\left(\frac{U_0}{\sqrt{gD\,(\frac{\gamma_s}{\gamma_w}-1)}}\right)^{-3/2} \qquad (1.4)$$

なる実験式を得ている。ここで v_t は粒子の沈降速度，d は粒子径である。この式は広い条件での実験より導かれているため実用上しばしば重宝にされている。しかしながら以上の式はその基礎が十分に明確ではなく，適用範囲についてもあまり明らかではない。

これらに対して流れの機構を単純なモデルでおきかえて理論的に圧力損失の式を導き，この理論にとり入れられなかった諸因子の影響を修正係数として式に導入し，この係数を実験的に決定する方法で実験式を導いたものがある。この場合にはモデルから出発して理論的な取扱いがなされているため，その基礎が明確であり，考慮されている因子が何であるかも容易に知れる点が合理的であり，さらにより一層精密な一般性のある結論への展開を期待することができる。この方法に属するものとして流れを管底にしゅう動している粒子層があるときと不均質な浮遊状態にあるときに区別し，エネルギー的な考察から圧力損失の式を導き，この式に入ってくる係数を多くの実験結果に適合するように一定の定数として決定した Newitt の式[18]がある。動くしゅう動層をもつときは，

$$\frac{i-i_w}{C\,i_w}=66\left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w}-1\right)\frac{gD}{U_0^2} \qquad (1.5)$$

浮遊状態にあるときには

$$\frac{i-i_w}{C\,i_w}=1100\frac{gD}{U_0^2}\ \frac{v_t}{U_0}\left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w}-1\right) \qquad (1.6)$$

と与えられている。これらの結果はモデルがきわめて簡単であり，また実験係数を一定の定数としたためとり入れられている因子が少なくまだ不十分なものである。Newitt と同様な考え方のもとに，さらに乱流拡散を考慮に入れて Kriegel と Brauer[19] は高濃度（$C<50\%$）まで使える式として，

$$\frac{i-i_w}{C\,i_w}=0.282\frac{1}{\lambda_w}\left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w}-1\right)\left(\frac{v_t^3}{g\nu}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{U_0^2}{gD}\right)^{-\frac{4}{3}}\left\{1+2.7\left(\frac{C}{C_m}\right)^4\right\} \qquad (1.7)$$

を与えている。ここで $C_m=50\%$ をとり，最後の因子は $C<20\%$ では考慮しなくても良いとしている。

Barth[20] は，粒子についても連続体的な考え方を導入して，重力による粒子と壁面との摩擦力に加えて，粒子の慣性力による壁面摩擦力を管摩擦係数と同じような定義をもつ λ_Z^* で表現して区間 l での圧力降下 $\triangle p$ を

$$\triangle p=\frac{v_K}{u_s}(\gamma_s-\gamma_w)\xi_s l+\lambda_Z^*\frac{v_K}{u_s}\gamma_s\frac{l}{D}\frac{u_s^2}{2g}+\lambda_w\frac{l}{D}\frac{u_s}{u_s-v_K}\frac{(U_0-v_K)^2}{2g}\gamma_w \qquad (1.8)$$

を与えている。ここで v_K は粒子の体積流量を管断面積で除した量，u_s は粒子速度，λ_w は清水の管摩擦係数，ξ_s は管壁と粒子の摩擦係数であり，u_s は粒子の運動方程式より求められる。この結果は多くの因子が考慮されているが，かなり複雑であり，また λ_Z^* を管壁と粒子の摩擦力以外に考慮しているが，これを粒子の運動機構との関連において水力輸送の場合どう捉えるかという点に問題が残る。この流れをくむ圧力損失の研究には葛原[21] による砂の混相流についての実験的研究がある。

さらに空気輸送における植松・狩野[22] の解析の方法をとり入れてこれに浮力を考慮して微細な粒子に対する浮遊流動状態の実験結果から修正係数を決めたものに岩浪らの研究[23] がある。これは本研究の結果と比較検討するために後に式（3.49）で示してある。岩浪らの解析では粒子と管壁とのまさつの結果としての流体と粒子の相対速度や，粒子の抗力係数など多くの因子が考慮されており，その点では精密であるが，浮遊流動状態の粒子群に対して管壁との摩擦による粒子と流体の速度差を主な因子として考慮する点，やや不明確であると考えられる。

以上代表的な研究結果とそれらについての問題点をあげたが，この他に圧力損失に関しては，水路の流れの場合に，流れが微細な粒子との混相流であるとき清水の場合よりも圧力損失が減少することについて，これを固体粒子の混入の結果として乱れの構造が変わり，カルマン定数が変化することで説明した日野の研究[24]がある。この現象については微細粒子を含む気流や，本研究中で後に述べるように，ある条件下では水力輸送でも認められる。日野と同様にこの現象を乱れの構造の変化として説明したものに Barenblatt[25]の理論がある。また Saffman[26]は，固気二相流の場合に乱れへの遷移がおくれることからこの現象を理論的に説明することを試みている。

1.2.3 水力輸送における流動機構についての研究

流動機構のうち粒子運動状況については Worster らの研究[14]にも二，三の写真がみられるが，水平管水力輸送の際のとくに低速の場合についての詳細な報告が葛原[27]によってなされている。

管内での流体の速度分布については従来いくつかの実験結果が報告されており，粒子濃度が大きくなるとともに粒子の混入の影響をうけて，比重が1でない粒子では，最大速度位置が管軸からずれ，分布は流体のみを流した場合とはかなり異ってくることが報告[28] [29] [12]されている。また中立浮遊粒子を混入したときについても Daily と Roberts[30]によって分布は流体のみの場合とはかなりちがった様子を示すことが報告されている。

濃度分布については層流で中立浮遊粒子が管内で一様な分布を示さず，いわゆる Tubular Pinch 効果を示すことが報告[31]されており，また乱流中で水平管では，比重が1でない粒子の濃度分布は一様流中での乱流拡散より導かれる指数関数型の分布を示さないことも知られている。[28] [29]しかしながらこれらの速度分布や濃度分布の特異性についての説明はあまり行なわれておらず，混相流の乱れについても一，二の報告[28] [29]がみられる程度である。

最近，流体中に粒子を混入したときの流動機構の変化について，これが中立浮遊粒子の場合でも流体のみの場合とかなり異った性質を示すことから，Batchlor[3]等によって混相流のレオロジー的性質から出発する解明が行なわれはじめている。

濃度分布については低濃度の場合に，流体の速度分布が流体のみの場合と変わらないとして粒子の揺動による運動量輸送を緩和現象として考慮して稀薄気体の力学の類推から濃度分布を計算した Soo の研究[32]がある。

このように，管内の流動機構についての研究はようやくその出発点に立ったというのが現状

のように思われる。

1.2.4 固体粒子群の水力輸送におけるベンド部の流れの研究

固体粒子群の水力輸送におけるベンド部の圧力損失などの研究はまだ本格的なものはないようにみえる。空気輸送の場合には圧力降下についての植松・狩野の実験的研究[33]や，種々の条件の下でベンドでの粒子の運動を考慮した植松・森川らの研究[34) 35]がみられる。またベンド部での粒子の運動状況についてはWeidner[36]による解析も行なわれている。しかしながら，後述のように水力輸送の場合には空気輸送の場合とはベンド部での粒子の運動が全く異ったものになることが予想され，空気輸送での結果をそのまま水力輸送に適用することはできないと考えられる。さらに輸送時の管の摩耗はベンド部が最も大きく，これらのことから考えて，ベンド部の研究は重要であると思われる。

1.3 本研究の目的

以上みて来たように，固体粒子群の水力輸送には多くの問題点が存在し，さらにつっ込んだ研究を行なうことが必要である。

本研究は水力輸送系の計画にあたって従来ほとんど経験的なデータと推定に依存することが多かったのに対して，多少でも基礎ずけられた一般的な結論を提供し，さらに普遍性のある結論へすすむための手掛りを得ることを目的として行なわれる。

輸送手段としての水力輸送は多くの利点を有しながら未だ技術的にも不十分であり，今後原鉱石等の輸送のみにとどまらず，世界各国でもカプセル輸送[37]や都市計画として水力輸送系による廃品などの集中的輸送の技術[38]の開発などが目指されており，工場内の短距離輸送についてもさらに発展が期待されている時期であるだけにその研究の進展に本研究が寄与することを望んでいる。

水力輸送系の計画に際してまず問題になるのは輸送時の管内圧力損失であるが，前節で述べたように水平直管の場合においては数多くの実験式が得られているにも拘らず，これらを相互に関連ずけ一般的な結論へ導くことができるような形のものは多くない。これは水平管輸送において粒子の運動の状況がしゅう動流れから粒子の跳躍による移動，さらには浮遊状態へと流速の増加とともに変化し，またしゅう動流れではこの過程の間にも低速では段丘状の不連続な群にわかれて移動する状態があるなど複雑であり，このような粒子運動の変化の過程を定性的にも説明することができない状態にあること，粒子の形状や，管壁および粒子間の相互作用，

粒子と流体との相互作用がきわめて複雑であり，またこれに関与する因子が多く，粒子群の管内流れをこれらを考慮して解明することが困難なことなどの反映であると考えられる。またベンドの部分の圧力損失については著者の知る限りまだ全く未知の状態にある。

これらのことから本研究では実用的に重要な，圧力損失が極小値をとる近傍のしゅう動流れの状態とベンド部について考慮された諸因子とその適用限界が明らかにできるような形で圧力損失の計算式を導くこと，および浮遊流動の状態での速度分布と濃度分布の関連を明確につけて，これらの圧力損失への影響を明らかにし，混相流の流動機構との関連において問題をさらに進展させ得るような結論を導くことを主な目的としている。そのために水力輸送での主要なパラメータである終速度についてもそれに対する管壁と濃度の影響を従来の結果と比較しながら十分基礎ずけることを研究の第１段階として行なった。

1.4　本研究の方法と概要

前節で述べたような観点から本研究では第１段階として終速度に対する管壁と濃度の影響をまずとり上げる。ここでは単粒子の沈降の際の終速度に対する管壁の影響についてレイノルズ数の広い範囲にわたって実験を行ない，従来の結果と比較するとともに，粒子に後流ができる領域については，基礎方程式から出発した理論的解明が困難なことから，後流を単純にモデル化して連続の関係と運動量関係を用いて終速度に対する粒子径と管径の比の依存性について簡単な関係を導き，実験結果と比較するとともに，この関係が変化してゆくレイノルズ数の領域と粒子のまわりの流れとの関連ずけを試みる。また粒子群については抗力係数を代表する終速度としては実用上からは浮遊速度が良いことから，この浮遊速度に対して濃度と管径の影響を与える実験式を導き，圧力損失の解析にでてくる終速度にこれらの影響を考慮するための基礎とする。また管径の影響は単粒子の場合と全く異なることを示すことにする。

水平管水力輸送における圧力損失についてはまず実用上重要なしゅう動流動時の圧力損失をとり上げ，しゅう動流動状況の主要な部分をこわさないようにモデル化して解析を行ない，このモデル化に含まれない部分については，流れの状況に関与すると考えられる諸量の間の相似関係を導き，この関係より得られた相似パラメータの関数として上記の解析における修正係数を表現することで圧力損失の計算式を得ることにする。さらにこの結果の適用限界について流動状況の観察からその意味を考察する。

浮遊状態の流れについては，しゅう動流動のように粒子層と流体層が分離し単純にモデル化できるような流れでないことから，まず混相流の速度分布と濃度分布を実験的に測定し，さらに乱

流動粘性係数について流体のみの流れと対応づける第1近似的な仮定を設けて濃度分布と速度分布の関係を簡単な表式で与える。さらにこの対応づけから出発して浮遊状態の混相流の圧力損失に対する濃度分布，速度分布の非対称性の影響を導くとともに粒子の混入による流れの乱れの変化について考察を加えることにする。また，平均粒子速度と平均流速の比についても述べることにする。

ベンド部については重力の影響が最も純粋にでる鉛直面内ベンドについて，ベンド部で粒子が混入したことによる付加圧力損失を，粒子がベンドを通過することによって粒子が当然必要とするエネルギーを与える部分と，粒子の存在によって流れの場が変化することで生じる部分とにわけて，前者についてはベンド部では粒子がベンドの曲がりの外側の壁に沿ってしゅう動して流れていることから解析的に求め，後者については実験結果から前者に関与する損失を引き去ることでその大きさを求めることにする。さらに後者の流れの場の変化で発生する損失についてはこれを無元次パラメータを用いて整理し，ベンド内を通る粒子の流れについての観察結果から検討を加える。

以上が本研究でとられる研究の方法と各部分の概要である。

第2章では終速度に対する管壁と濃度の影響，第3章ではしゅう動流動を中心として水平管水力輸送の圧力損失，第4章では水平管水力輸送での速度分布，濃度分布および浮遊状態での圧力損失へのそれらの影響，第5章では鉛直面内ベンド部の圧力損失についてそれぞれ述べ，第6章で総括を行なうことにする。

第２章　固体粒子の終速度に対する管壁および濃度の影響

2.1.　ま　え　が　き

固体粒子が流体の流れからうける抗力は，水力輸送においては，輸送すべき固体粒子をそれらの粒子と流体との相対速度によって，駆動する力として作用する。ところで，粒子が流れからうける抗力は，流速，粒子の大きさ，流体の性質に関係するだけでなく，流れに対しての粒子の幾何学的形状が非常に大きな影響をもっている。一般に，粒子群の流体輸送においては，ほぼ一様な大きさをもつ同質の物体であっても，流れの中では，流れの方向に対するその形状－すなわち，粒子の姿勢はさまざまであることが，空気輸送の場合に実験的に認められており，[39] 後章で示す水力輸送の際の粒子の写真からもこのことを知ることができる。したがって水力輸送における粒子の駆動力としての抗力の性質を特定姿勢をもった粒子について云々することは適当ではなく，むしろ，粒子がうける抗力の平均的な性質を把握することが望ましい。このような観点から，粒子の鉛直方向の自由な運動において，抗力と重力および浮力が平衡状態に達したときに到達する一様な速度，すなわち終速度が，粒子の比重，形状などの粒子の性質に関係し，抗力の性質を表現するパラメータとしてしばしば用いられる。一般に比重量 γ_w，流速 u の流体の流れによって粒子がうける抗力 D は，次式のように表現される抗力係数 C_d で示される。

$$C_d = \frac{D}{\frac{\gamma_w}{2g} u^2 S} \qquad (2.1)$$

ここで，g は重力加速度，S は流れに垂直な面への粒子の投影面積である。C_d は粒子の形状，表面の粗さ，Reynolds 数によって決まる係数である。ここでReynolds 数 R_e は，d を粒子の代表径，ν を流体の動粘性係数として $R_e = ud/\nu$ と定義される。一般に粘性の影響が大きい Stokes 領域（$R_e < 1$）では

$$C_d \propto \frac{1}{R_e} \qquad (2.2)$$

中間の Allen 領域を経て，粘性の影響に比して物体前後の圧力差が大きな効果をもつような R_e 数の領域－Newton 領域では

$$C_d = const. \qquad (2.3)$$

となるように Reynolds 数によって大きな変化を示す。また粒子の近くに壁があるとき，他

の粒子が存在するときには，C_d の値は，広い一様流中にある単一粒子の場合とかなり異ってくる。

終速度 v_t は上に述べた定義から，粒子の体積をV，比重量を γ_s として，

$$v_t = \sqrt{\frac{2g(\gamma_s/\gamma_w - 1)V}{C_d S}} \qquad (2.4)$$

で与えられる。

本章においては，抗力に対する壁および他の粒子の存在の影響を，終速度に対するそれらの影響という観点から把える。すなわち，水力輸送で問題となる Stokes 領域から Newton 領域までの広い Reynolds 数の範囲において，まず球状の単粒子の終速度に対する管壁の影響を，粒子のまわりの流れの状態の変化と結びつけて考察することで，管壁の影響の基礎的な性質を把握する。さらに流体輸送において抗力の平均的性質を示すパラメータとして用いられる粒子群の終速度を，粒子群の浮遊速度として表現し，これについて管壁と濃度の影響を示す実験式を求め，粒子群と単粒子のちがいについても検討する。

液　　体	比重量 kg/m³	動粘性係数（24℃） cm²/s
ひ　ま　し　油	960	7.60
1号ディーゼル機関油	880	3.76
モ　ー　ビ　ル　油	880	3.66
190タービン油	868	1.90
マ　シ　ン　油	921	1.48
140タービン油	876	1.32
90 冷凍機油	933	1.10
オ　リ　ー　ブ　油	918	0.606
スピンドル油	894	0.153
しょ糖液（12％）	1043	0.0112
〃　（23％）	1097	0.0154
水	1000	0.0093

表2－1　測定に使用した液体

本章第2節においては，単粒子の終速度測定に用いた液体が表2－1に示すようにかなり粘性が大きいものもあるので，これらの液体が Newtonian であることを示すための流動特性実

験について述べる。第3節では，球状単粒子の終速度に対する管壁の影響を $1 \lesssim R_e \lesssim 1000$ を中心として $R_e = 15000$ までの実験結果とその検討を，第4節では，球形のガラス玉と一般的な形状の石炭や砕石について，粒子群の浮遊速度に対する管壁と濃度の影響を示す実験式の導出を述べ，第5節で本章の結論を示す。

2.2 実験に用いる流体の流動特性

2.2.1 流動特性の解析

中央に毛細管部をもつ図2－1のような連通管を鉛直に保持し，この管の流動特性を求めるべき，比重量 γ_w の液体を一定の液柱長さ l_0 だけ入れたとき，液柱の水頭差があらかじめ与えられた h_0 から h まで変わる間の時間 t と h の関係は次のようにして与えられる。

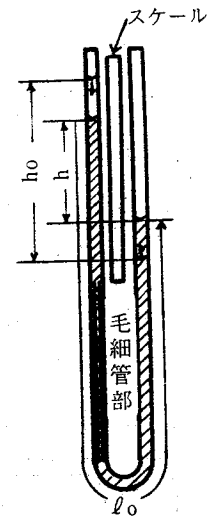


図2－1 流動特性測定装置

ある時刻 t において，一方の液面から液柱に沿って距離 s の点での平均流速を w，圧力を p，この位置のある基準面から鉛直方向の高さを z，摩擦抵抗を水頭で示した量を h_r とすると，

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w\frac{\partial w}{\partial s} = -g\frac{\partial z}{\partial s} - \frac{g}{\gamma_w}\frac{\partial p}{\partial s} - g\frac{\partial h_r}{\partial s} \qquad (2.5)$$

液柱に沿って一方の液面（添字1）から他の液面（添字2）まで積分すると，液表面ではともに圧力が等しく，大気圧であることを考慮し，h_r をこの液柱の部分での全摩擦水頭とするとき，上式から，

$$\int_0^{l_0}\frac{\partial w}{\partial t}ds + \frac{1}{2}(w_2^2 - w_1^2) + g(z_2 - z_1) + gh_r = 0 \qquad (2.6)$$

を得る。液面が移動する範囲で管断面の形状，断面積が一定であり，また，両液面の断面積が等しい場合について以下議論をすすめる。このとき両液面の移動速度は等しく，また，

$$z_1 - z_2 = h \qquad (2.7)$$

とおいて式(2.6)は

$$\int_0^{l_0} \frac{\partial w}{\partial t} ds - g(h - hr) = 0 \qquad (2.8)$$

となる。

流体の流動特性を，剪断応力 τ と速度勾配 $\frac{du}{dr'}$ の関係として

$$\tau = \mu_p \left| \frac{du}{dr'} \right|^n \qquad (2.9)$$

の形で与えられると仮定する。ここで μ_p：粘性係数，　n：構造指数，　円管においては，摩擦損失水頭 h_r と剪断応力 τ との間に管断面上，半径 r' の位置において，

$$\tau = \frac{r'}{2} \gamma_w \frac{dhr}{ds} \qquad (2.10)$$

の関係が成立つ。この式と式(2.9)より，

$$\left| \frac{du}{dr'} \right|^n = \frac{gr'}{2\nu_p} \frac{dhr}{ds} \qquad (2.11)$$

$$\nu_p = \frac{g \mu_p}{\gamma_w} \qquad (2.12)$$

ここで $\frac{du}{dr'} < 0$ を考慮すると，

$$\frac{du}{dr'} = -\left(\frac{g}{2\nu_p} \frac{dhr}{ds} \right)^{\frac{1}{n}} r'^{\frac{1}{n}} \qquad (2.13)$$

ここで境界条件

$$r' = r \quad : \quad u = 0 \qquad (2.14$$

を考慮して積分すると，

$$u=\left(\frac{g}{2\nu_p}\frac{dh_r}{ds}\right)^{\frac{1}{n}}\frac{n}{n+1}\left(r^{(n+1)/n}-r'^{(n+1)/n}\right) \qquad (2.15)$$

したがって，流量Qは，

$$Q=\int_0^r 2\pi r'u\,dr'=\frac{n\pi}{3n+1}\left(\frac{g}{2\nu_p}\frac{dh_r}{ds}\right)^{\frac{1}{n}}r^{(3n+1)/n} \qquad (2.16)$$

ここで流れの方向への管断面の変化がゆるやかでその影響が小さく，式(2.15)の速度分布の形が流れの方向に常に保たれているとすると，各断面でQが一定であることから，h_rとQの関係は，

$$gh_r=\nu_p B_n Q^n \qquad (2.17)$$

となる。ここでB_nは次式で与えられ，液体の構造指数nと，管の幾何学的形状に依存する量である。

$$B_n=2\left(\frac{1+3n}{n\pi}\right)^n\int_0^{l_0}r^{-(1+3n)}\,ds \qquad (2.18)$$

また，液面が移動する範囲での管断面積をf_0とすると，水頭差hの変化は，

$$\frac{dh}{dt}=-\frac{2Q}{f_0} \qquad (2.19)$$

で与えられる。

本実験のように液面の移動速度wが小さいとき，式(2.8)の第1項を無視すると式(2.8)より，

$$h=h_r \qquad (2.20)$$

これと，式(2.17)より

$$Q=\left(\frac{gh}{\nu_p B_n}\right)^{\frac{1}{n}} \qquad (2.21)$$

となるから，これを式（2．19）に代入し，初期条件

$$t = 0 \quad : \quad h = h_0 \tag{2.22}$$

のもとで解くと，

$$h_0^{(n-1)/n} - h^{(n-1)/n} = \frac{2(n-1)}{f_0 n}\left(\frac{g}{\nu_p B_n}\right)^{\frac{1}{n}} t \qquad (n \neq 1) \tag{2.23}$$

$$\frac{h}{h_0} = \exp\left(-\frac{2g}{f_0 B_1}\ \frac{t}{\nu}\right) \qquad (n = 1) \tag{2.24}$$

を得る。式（2．23）で $n = 1 + \varepsilon'$ とおき ε' が1に比して十分小さいとき，$\nu_p = \nu$ として ε' の一次の項までとるとき，式（2．23）は

$$\frac{h}{h_0} = \exp\left\{-\frac{2g}{f_0 B_1}\ \frac{t}{\nu}(1 - \beta\varepsilon')\right\} \tag{2.25}$$

を得る。ここで，

$$\beta = \int_0^{l_0} r^{-4}\left\{\frac{3}{4} + \log\frac{4gh_0}{\pi a^3 \nu B_1}\right\} \Big/ \int_0^{l_0} r^{-4}\, ds \tag{2.26}$$

となる。したがって，n が1に近いときは，h と t の関係は，時定数 T を，

$$T = \frac{f_0 B_1}{2g}\nu \qquad (n = 1) \tag{2.27}$$

$$T = \frac{f_0 B_1}{2g(1 - \beta\varepsilon')}\nu \qquad (n \neq 1) \tag{2.28}$$

として，

$$\frac{h}{h_0} = e^{-t/T} \tag{2.29}$$

で与えられる。

2.2.2　流動特性実験装置と実験方法

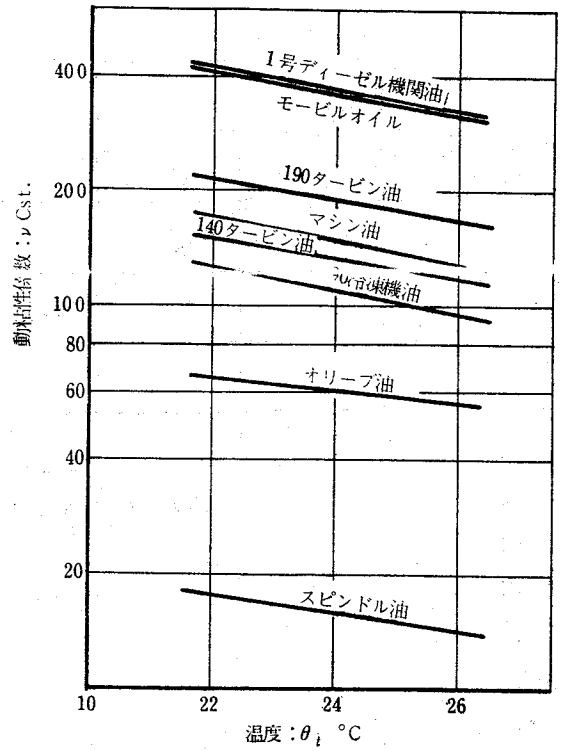
図2－1のように，管内径が等しい2本のガラス管のそれぞれの端を中間に毛細管部をもつ連通管* につなぎ，この2本のガラス管を平行にならべ，水頭差をよみとるためのスケールをこの管の間にとりつけた。この管に測定すべき液体を入れ，恒温槽内で液面が大気圧のもとにあり，つねに液柱が一定の温度に保たれるようにして，2本のガラス管測定部が鉛直面内にあり管が鉛直であるように保持した。

一定の温度の下に約1時間放置してのち，一方の液面を吸い上げることで，一定の水頭差をつくり，これがある水頭差になるまでの時間を測定した。　液柱の長さ l_0 は B_n および β の値に関係するが，毛細管部の内径は他の部分に比してきわめて小さく，また l_0 の関係する積分の被積分関数が，r^{-4} を因子として含むところから，実際上この B_n や β の値は毛細管部の長さのみで決定されると考えられる。したがって l_0 の値をあまり厳密に一定にすることはしなかった。

実験より求められた h と t の値から T を求めたとき，この液体が Newtonian であるかどうかを知るためには，$f_0 B_1/2g$ の値が必要となる。ところがこの値は Newtonian で構造指数 $n=1$ であることから式(2・18)で明らかなように，装置の幾何学的な性質のみに依存する。したがって $f_0 B_1/2g$ の値は Newtonian である水を用いての時定数 T の測定と，その温度での水の動粘性係数 ν の値とから求められた。また結果の検討および以後の終速度の実験での Reynolds 数の算出に必要となる各液体の動粘性係数 ν の値は，実験を行なう範囲の温度について，ウベローデ粘度計を用いて測定した。ν と温度 θ_t の関係は図2－2に示すようなものである。実験時の流体温度に対する ν の値は，この結果から求められた。

---

*　本実験では，粘度計を利用した。



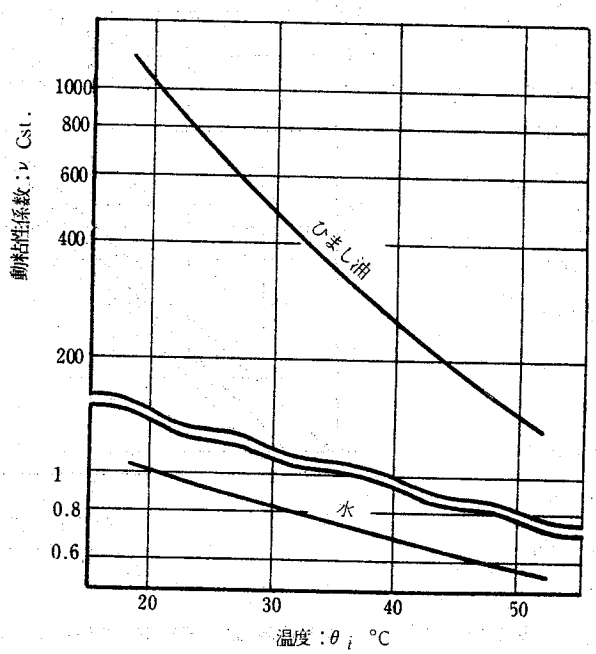


図2－2　実験に用いた液体の動粘性係数と温度の関係

2.2.3　実験結果と検討

水頭差 h の時間 t に対する変化の様子を，水とひまし油の場合に h/h_0 と t/ν の関係として図2－3に示しているが，式（2.29）の関係がよく成立っていることが知られる。この測定では水とひまし油それぞれについて，温度を種々変化させて，動粘性係数 ν が異った状態がとられている。種々の液体について時定数 T と動粘性係数 ν の関係についての測定結果は図2－4に示されている。図には水より求められた $f_0 B\sqrt{2g}$ に対応する $n=1$ のときの実線が描かれているが，他の液体もすべて測定結果はこの線上にある。参考のために装置の毛細管部の太さをおおよそ測定し，$h_0=100\,\mathrm{mm}$ のときに概算した β を用いて，$\varepsilon'=\pm 0.05$ すなわち，$n=1.05$，と $n=0.95$ の場合の T と ν の関係が図に破線で記入してある。

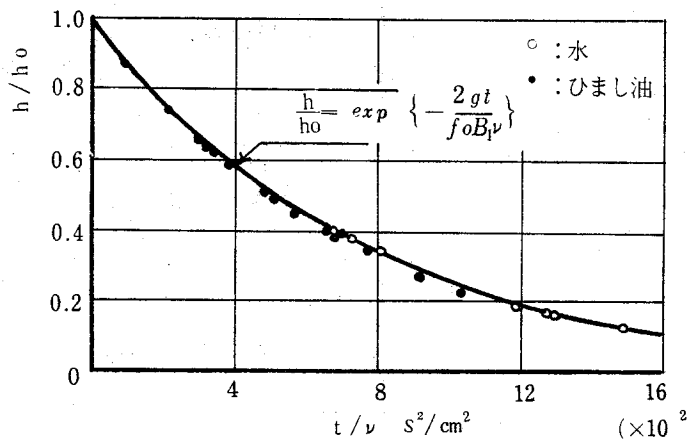


図2－3　水頭差と時間

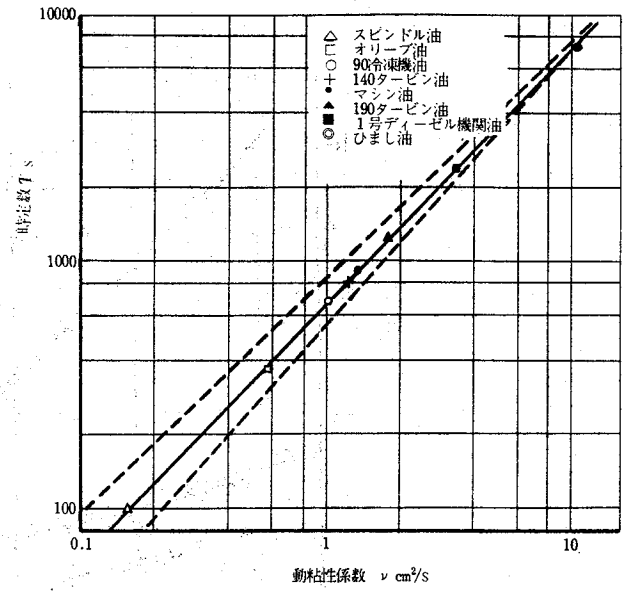


図2－4　流動特性

この図よりみて，終速度の実験に使用すべき液体はすべて Newton 流体であるとして良いことが結論できる。

2.3 単粒子の干渉沈降速度

2.3.1 管中心を沈降する単粒子についての解析

管中心を沈降する1個の粒子の沈降速度に対する管壁の影響についての解析は，球形の粒子について，管中心で一定速度 u で動く粒子が，流体からうける抗力に対する管壁の存在の影響の問題として，粒子の直径 d を代表長さにした Reynolds数 $R_e = u d/\nu$ が1より十分小さいときに Stokes 近似を用いて，Faxen[7]，Bohlin[9]，Brenner[5]，Wakiya[10] 等の多くの人々によって行なわれた。

壁が存在しない十分広い流体中を動く球形粒子が流体からうける抗力 D_∞ は $R_e \ll 1$ では，Stokes によって

$$D_\infty = 3\pi\mu u d \qquad (2.30)$$

と与えられている。Bohlin[9][6] によれば，抗力 D に対する管壁の影響は，

$$D = D_\infty K_0 \qquad (2.31)$$

$$K_0 = 1/\left[1 - 2.10443\frac{a}{r} + 2.08877\left(\frac{a}{r}\right)^3 - 6.94813\left(\frac{a}{r}\right)^5 - \right.$$
$$\left. - 1.372\left(\frac{a}{r}\right)^6 + 3.87\left(\frac{a}{r}\right)^8 - 4.19\left(\frac{a}{r}\right)^{10} + \cdots\cdots\right] \qquad (2.32)$$

と与えられる。ここで r および a はそれぞれ管および粒子の半径である。したがって，比重量 γ_w の球形粒子の沈降速度 v_t は，

$$D = \frac{\pi}{6} d^3 (\gamma_s - \gamma_w) \qquad (2.33)$$

より，式(2.30)，(2.31)，(2.32) を用いて，$u = v_t$ とおくと $R_e \ll 1$ に対して，

$$v_t = \frac{d^2}{18\mu}(\gamma_s - \gamma_w)\frac{1}{K_0}$$

$$= v_{t\infty}\left[1 - 2.10443\frac{a}{r} + 2.08877\left(\frac{a}{r}\right)^3 + 0\left\{\left(\frac{a}{r}\right)^5\right\}\right] \qquad (2.34$$

と与えられる。ここで $v_{t\infty}$ は十分広い流体中での沈降速度で，

$$v_{t\infty} = \frac{d^2}{18\mu}(\gamma_s - \gamma_w) \qquad (2.35)$$

を示している。

Stokes 近似が使える $R_e \ll 1$ の範囲では，流れは上流側と下流側が対称であるが，Reynolds 数の増大とともに粒子には後流が形成されるようになる。Reynolds 数がさらに増大すると，粒子の後方では，流れの剝離でできた渦領域が流されて，かなり乱れた後流の領域をみることができる。このように粒子に後流が形成されるときの管壁の影響はつぎのような簡単な考察からおおよそを知ることができる。

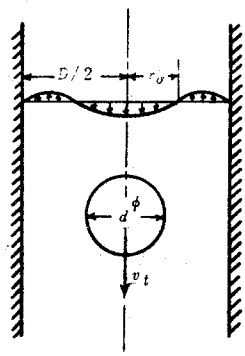


図2－5　沈降する球の後流

粒子を球とし，粒子に固定した座標系をとるとき，この座標系からみて後流を形成している粒子の前後での速度分布はおおよそ図2－5のようになると考えられる。粒子の後方のある位置での後流の半径を r_0，速度欠陥を u'_0 とし，この速度欠陥に伴う後流の外側と管壁との間の速度の増加を u'_1 とすると，粒子の前後での連続の条件により，

$$\int_0^{r_0}(v_t - u'_0)r'dr' + \int_{r_0}^{D/2}(v_t + u'_1)r'dr' = \int_0^{D/2} v_t r'dr' \qquad (2.36)$$

となる。また，管壁における流体摩擦が小さくて無視できると仮定すれば，運動量の関係から，粒子の前後での単位時間当りの運動量の変化は，粒子がうける抗力 D に等しい。　すなわち，

$$2\pi\frac{\gamma_w}{g}\left\{\int_{r_0}^{D/2}(v_t + u'_1)^2 r'dr' + \int_0^{r_0}(v_t - u'_0)^2 r'dr' - \int_0^{D/2} v_t^2 r'dr'\right\} = D \qquad (2.37)$$

が成立つ。ここで後流の半径 r_0 は粒子径 d に，また速度欠陥 u'_0 の平均値 $\overline{u'_0}$ は 粒子の速度 v_t に比例すると仮定すると，　α，δ を定数として，

$$r_0 = \alpha \cdot \frac{d}{2} \qquad (2.38)$$

$$\overline{u'_0} = \delta\ v_t \qquad (2.39)$$

式(2.36)に平均値定理を用い，上式を代入し，u'_1 の平均値を $\overline{u'_1}$ とするとき，

$$\overline{u'_1} = \frac{\alpha^2 \delta^2 d^2}{D^2 - \alpha^2 d^2} \quad v_t \tag{2.40}$$

また同様に，式(2.37)は，

$$\frac{\pi}{4}\frac{\gamma_w}{g}\left\{\beta_1 \overline{u'_1}^2 (D^2 - \alpha^2 d^2) + \beta_2 \overline{u'_0}^2 \alpha^2 d^2\right\} = \mathrm{D} \tag{2.41}$$

となる。ここで β_1，β_2 は式(2.37)に平均値定理を用いたとき満足されるべき，u'_1，u'_0 の値を式(2.36)から導かれた $\overline{u'_1}$，$\overline{u'_0}$ で表現するために導入した定数である。粒子が終速度に達した状態では，粒子にかかる重力，浮力と，粒子がうける抗力が平衡状態にあるので，

$$\mathrm{D} = \frac{\pi}{6}(\gamma_s - \gamma_w) d^3 \tag{2.42}$$

が成立つ。また無限に広い流体中を沈降させたときの粒子の抗力係数を C_{d_0} とすれば，この状態での終速度 $v_{t\infty}$ は式(2.4)より明らかなように，

$$v_{t\infty}^2 = \frac{4g(\gamma_s - \gamma_w) d}{3 C_{d_0} \gamma_w} \tag{2.43}$$

式(2.39)，(2.40)を式(2.41)に代入して整理すると，

$$v_t^2 = \frac{\mathrm{D}}{\frac{\pi}{4}\frac{\gamma_w}{g} d^2 \beta_2 \delta^2 \alpha^2} \quad \frac{1 - \alpha^2 \left(\frac{d}{D}\right)^2}{1 + \alpha^2 \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} - 1\right)\left(\frac{d}{D}\right)^2} \tag{2.44}$$

ここで，式(2.42)を代入し，上式の両辺を式(2.43)で辺々除すると，

$$\left(\frac{v_t}{v_{t\infty}}\right)^2 = \frac{C_{d_0}}{2\beta_2 \delta^2 d^2} \quad \frac{1 - \alpha^2 \left(\frac{d}{D}\right)^2}{1 + \alpha^2 \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} - 1\right)\left(\frac{d}{D}\right)^2} \tag{2.45}$$

一般に $\left(\frac{d}{D}\right) \ll 1$ であるから，$\left(\frac{d}{D}\right)^2$ について上式を展開すると，Kを定数として，

$$\left(\frac{v_t}{v_{t\infty}}\right)^2 = \frac{C_{d_0}}{2\beta_2 \delta^2 \alpha^2}\left[1 - K\left(\frac{d}{D}\right)^2 + 0\left\{\left(\frac{d}{D}\right)^4\right\}\right] \tag{2.46}$$

を得る。ところで，無限に広い流体中での沈降，すなわち，$D \to \infty$ のとき，$v_t \to v_{t\infty}$ となることから，

$$\frac{C_{d_0}}{2\beta_2\delta^2\alpha^2} = 1 \qquad (2.47)$$

と考えられる。

これより，後流が形成されるとき，終速度に対する管壁の影響は，

$$\left(\frac{v_t}{v_{t\infty}}\right)^2 = 1 - K\left(\frac{d}{D}\right)^2 + 0\left\{\left(\frac{d}{D}\right)^4\right\} \qquad (2.48)$$

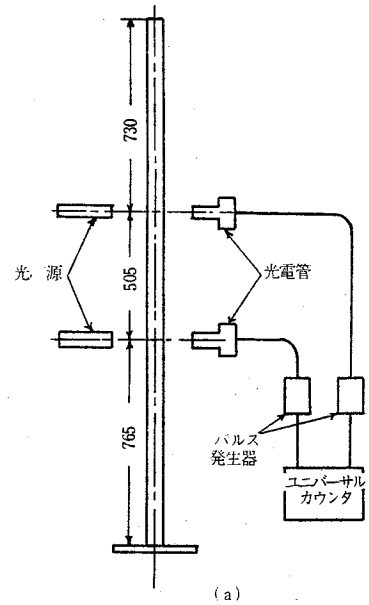
と与えられる。

2.3.2 実験装置と方法

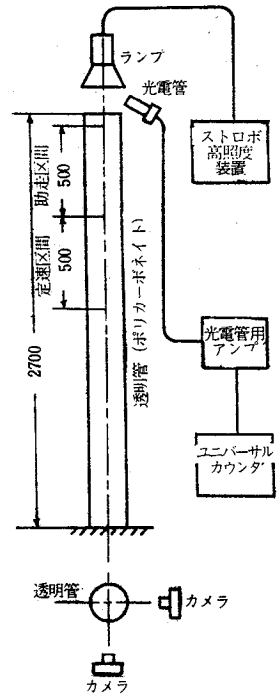
実験装置の概略を図2－6に示す。試料は管上部から静かに落され，助走区間（500～730mm）をすぎて終速度に達したのち約500mmの定速区間において，管壁の影響下にある終速度すなわち干渉沈降速度を測定する。助走区間の距離については，あらかじめ概算した値のほぼ2倍をとり，この区間で後に述べるストロボ高照度装置による写真撮影の方法で粒子速度を測定した結果，この距離で十分であることを確認した。

粘性係数が大きい流体では，Reynolds 数 R_e が小さく，粒子は沈降の際回転や揺動を生じないので，図に示すように，定速区間の両端にある2つの光源からスリットを通り，管を横切って光電管に入っている光を粒子が遮ったときの光電流の変化をパルス発生器でパルスとしてユニバーサルカウンタに信号を送りこの間の沈降時間を測定して，これより干渉沈降速度を求めた。

回転や揺動を生じる可能性があるときは，図2－6(b)のように照明に高照度ストロボ装置を用い，粒子の沈降位置を確認するために，測定部のたがいに直角の方向からスケールとともに写真撮影し，回転，揺動しているものを除いて，発光周期と映像間距離からそれぞれの粒子



(a)



(b)

図2－6 実験装置
（単粒子）

の沈降位置に対して干渉沈降速度を求めた。ストロボ高照度装置の発光周期は光電管を通じてユニバーサルカウンタで読みとった。また粒子の回転の有無は粒子の表面に十字形の印をつけて沈降させ，映像の上でこの印の位置の変化の有無から判定した。測定に用いた粒子はすべて球であって，その諸元と実験に用いた管の内径は表２－２に示すとおりである。粒子の直径は各粒子 30～50 個の無作為に選んだサンプルについて測定された値の平均値で与えられており，ばらつきの範囲はナイロン球で0.03％程度，ガラス球で0.5％程度である。比重量はサンプルの重量と直径と個数から計算された総体積とから求められた。

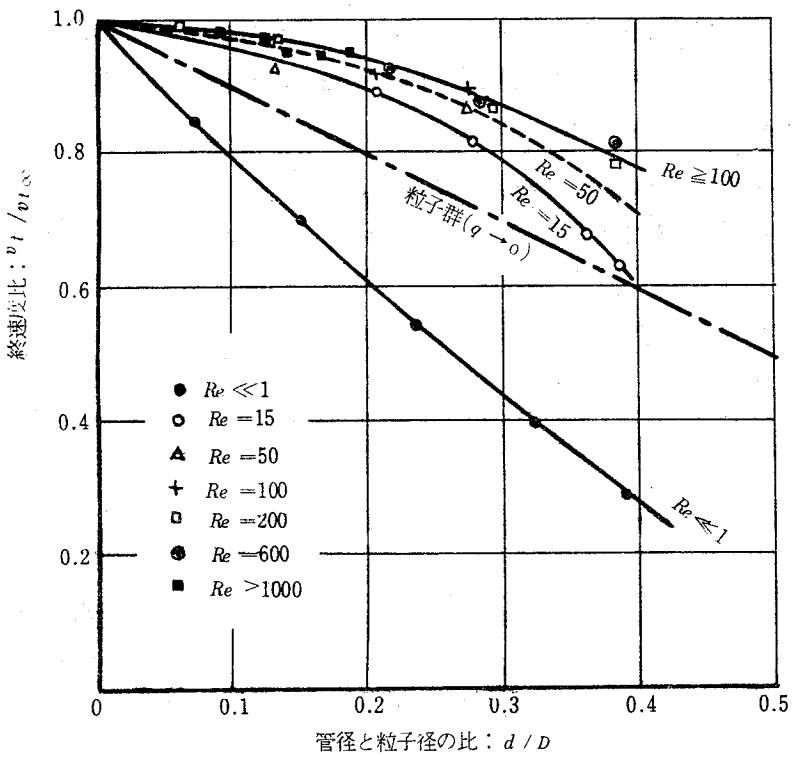
粒子材質	粒子径 (mm)	比重量 (kg/m^3)	管内径
ナイロン	3.112 6.313 9.457 12.728 15.874	1116	ポリカーボネイト透明管 D＝43.75 mm
ガラス	12.30 16.77	2550 2480	

表２－２　使用した球および管の諸元（単粒子）

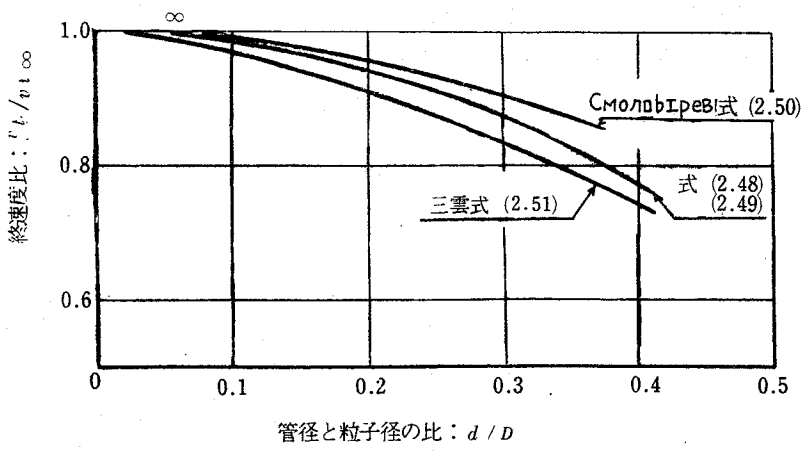
２３３　管中心の干渉沈降速度に対する実験結果とその検討

実験はできるだけ Reynolds 数が同じ状態で d/D の種々の値に対する $v/v_{t\infty}$ の値を測定するために，粒子と液体との適当な組合せがえらばれた。そして例えば，R_e＝13～17 程度のものは R_e＝15 というようにして，測定結果は Reynolds 数をパラメータとしてまとめられた。図２－７にはこれらの実験結果が $v/v_{t\infty}$ と d/D の関係として Reynolds数をパラメータとして示されている。

$R_e \ll 1$ では，d/D＝0.4 では $v/v_{t\infty}$ がほぼ0.3程度の値になるように，管壁の影響はきわめて大きい。$R_e \ll 1$ の実験結果に引かれている実線は Stokes 近似による理論解より導かれた式（２.３４）の計算結果であって，実験と理論の一致はきわめて良いことを知ることができる。



(a)



(b)

図2－7　終速度に対する管壁の影響

$R_e=15$ 程度では $R_e \ll 1$ の結果と d/D に対する変化の傾向においてもかなり異ってきており，後流が形成されたときの関係式(2.48)が成立つようにみえる。さらに Reynolds 数が増すと同じような変化の傾向を示しながら $v_t/v_{t\infty}$ の d/D に対する変化の大きさは小さくなり，$R_e \gtrsim 100$ では Reynolds 数に依らなくなる。以上のことより式(2.48)はほぼ $R_e \gtrsim 10$ で成立ち，定数 K の値は Reynolds 数の関係として変化するが，$R_e \gtrsim 100$ では Reynolds 数に依らない一定の値をとることが知れる。このとき K の値は

$$K = 2.5 \qquad (R_e \gtrsim 100) \tag{2.49}$$

として良い。図の $R_e \gtrsim 100$ の実線はこの K の値に対する式(2.48)の関係を示している。従来単粒子の終速度に対する管壁の影響を示す実験式として，二，三の式が提唱されてきたが，ここにそれらの代表的なものをあげると，

$$\frac{v_t}{v_{t\infty}} = 1-\left(\frac{d}{D}\right)^2 \qquad (\text{CMoπ□bIpeB})^{12)} \tag{2.50}$$

$$\frac{v_t}{v_{t\infty}} = 1-\left(\frac{d}{D}\right)^{1.5} \qquad (\text{三　雲})^{(11)} \tag{2.51}$$

などがある。これらは d/D による $v_t/v_{t\infty}$ の変化に対して Reynolds 数を考慮しておらないが $R_e \gtrsim 100$ の場合について比較すると，図2－7のようになり，多少の差異はあるがいずれも管壁の影響のおおよそを表現し得るものと考えられる。

終速度がうける管壁の影響の Reynolds 数による変化については，Fidleris 等の実験的な研究がある，著者の結果を d/D をパラメータとして $v_t/v_{t\infty}$ と R_e の関係として表わすと図2－8のようになり Fidleris 等[13]の結果と良く一致している。ただ実験式では Fidleris にみられるように一定の d/D に対して $R_e > 1000$ での $v_t/v_{t\infty}$ の増加は認められなかった。以上より $v_t/v_{t\infty}$ に対する管壁の影響の仕方は $1 \lesssim R_e \lesssim 100$ で大きく変化することが結論できる。

実験結果より求められる球の抗力係数 C_d と R_e の関係を図2－9に示している。これより明らかなように，壁がないときの抗力係数 C_{d_0} に比べて壁の存在によって抗力係数 C_d が増大することが知られる。この結果は McNown[40]の結果と良く一致している。

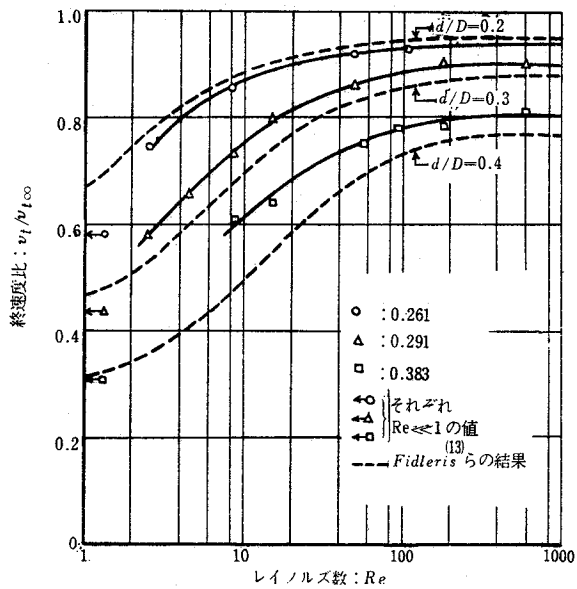


図2－8　終速度比 $v_t/v_{t\infty}$ とレイノルズ数の関係

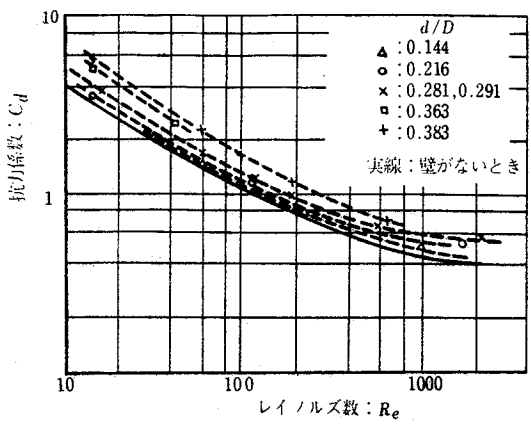


図2－9　抗力係数とレイノルズ数の関係

2.3.4　粒子の後流に発生する渦領域

前節で述べた終速度に対する管壁の影響の Reynolds 数 R_e によるちがい，とくに $1 \lesssim R_e \lesssim 100$ での大きな変化は粒子のまわりの流れの場のちがいによるものと考えられる。このことを検討するために次の方法によって粒子のまわりの流れの場を観察した。方法とし

ては，きわめて微細な粉末よりなる染料を小量の実験に用いる液体中に分散させ，沈降させる粒子をこの分散液中にあらかじめ浸してのち，静かに管内に沈降させる。粒子の後流が定常な状態を示す場所で，十分な照明を与えて粒子と粒子が伴っている染料によって描かれた流脈をきわめて短い露出時間（$\frac{1}{1000}$秒程度）で写真撮影することによって粒子のまわりの流れの場を観察した。Reynolds 数は予想される液温に対して使用する液体と粒子の組合せより推定され，撮影時と同様な状態で予め終速度と液温を測定することで確認した。

それぞれの Reynolds 数に対しての粒子のまわりの流れの様子は図2－10に示すようなものである。$R_e \ll 1$ から $R_e \doteqdot 4$ まででは，球のまわりの流れは，球に沿ってなめらかに流れ去っているが，$R_e \doteqdot 10$ で球の後部に僅かに剝離がみられる。Reynolds 数の増大とともに，この剝離の領域は拡って来て，$R_e = 60$ では球のうしろに渦をふくむ領域がはっきりとした形で形成されている。さらに Reynolds 数が増すと，この領域はさらに拡がり，$R_e = 110$ では明瞭な渦が球の後に伴われていることが認められる。この渦は $R_e = 185$ では不安定な状態を示しはじめ，$R_e = 345$ ではこの不安定がさらに増大して非定常な渦領域になっているものと推定できる。

この球のまわりの流れの様子は，十分広い一様流中の球のまわりの流線を観察した種子田[41]の結果と，剝離の発生や渦の成長について良く一致しており，流れの様子に管壁は大きな影響を与えていないように思われる。

図2－8に示された $v_t/v_{t\infty}$ が大きく変化する $1 \lesssim R_e \lesssim 100$ の領域は，これらの結果からみて，球の後部の剝離と渦領域の形成成長過程に対応しているものと推察できる。さらに渦領域が発達した $R_e > 100$ では，後流の部分はかなり大きく，もはや管壁の影響のうけ方は完全に発達した後流をもつ，$R_e > 1000$ と同じになるものと考えられる。

$R_e \lesssim 10$ で式（2.48）がほぼ成立つことは，球の後部に剝離がみられるようになったときから，この式を導いた考え方がほぼ成立することを示しているものと想像できる。

以上より，$R_e \gtrsim 10$ での $v_t/v_{t\infty}$ に対する管壁の影響の仕方は球の後部の剝離が大きく関係し，渦領域が成長し剝離点が前方に移るにつれて管壁の影響は小さくなることが推論される。

2.3.5 管壁寄りの沈降

粒子が管壁寄りに沈降したときの終速度に対する管壁の影響の位置による変化をこの節で考察する。

粒子の位置は，回転や揺動が起る可能性がないときは，落下させる位置で，それらの可能性

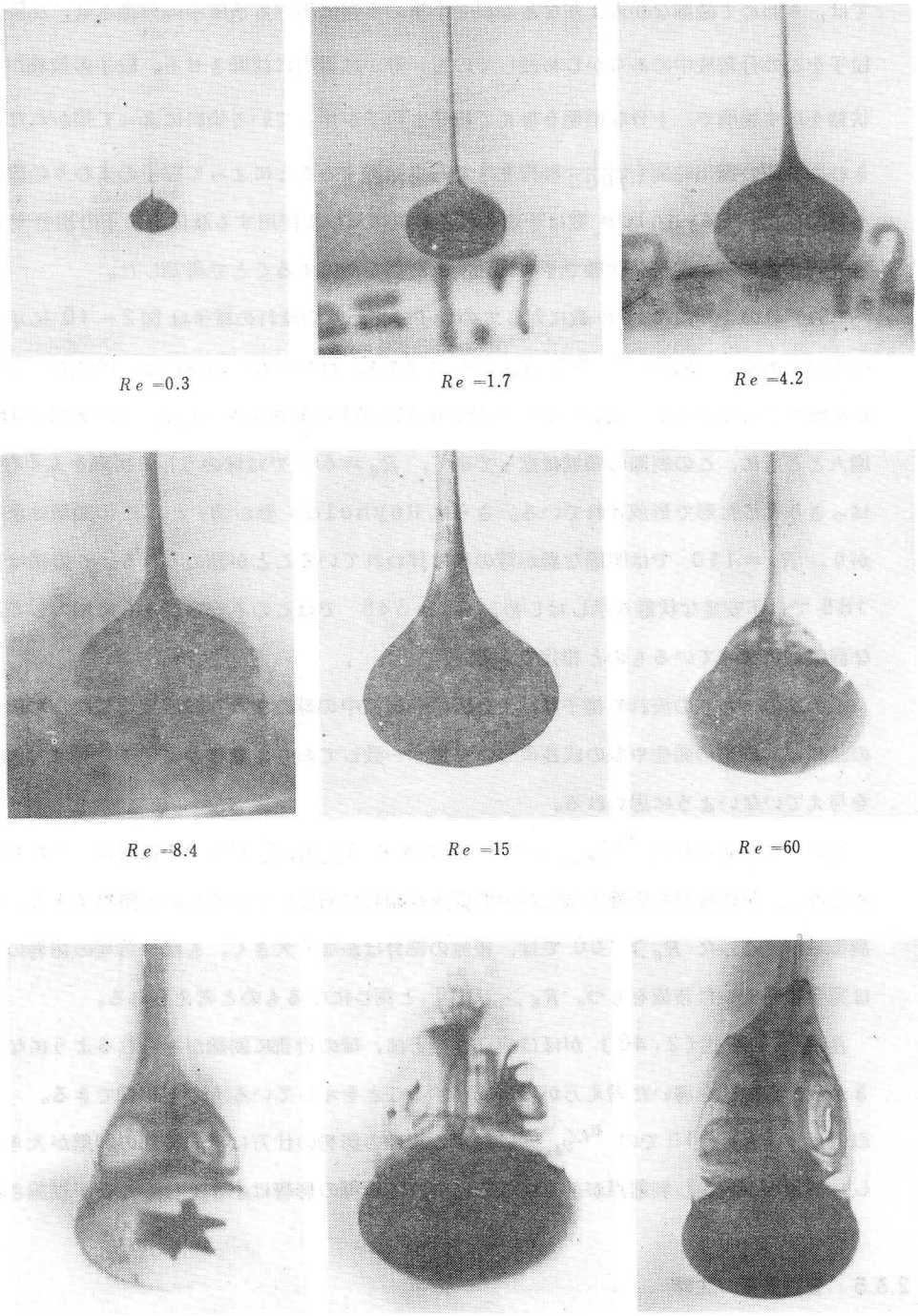


図2－10　粒子のまわりの流れ

があるときは，互いに直角な方向から撮影された写真から計算して求められた。管壁に近いときには揚力が働き鉛直に落下しないことが報告されているが，本実験における測定距離の間ではこのような変位はほとんどみうけられなかった。

$R_e \ll 1$ の Stokes 領域においては，Brenner[5)6)] の Stokes 近似による理論的な計算から，管中心の終速度 v_{tc} と管軸より断面上距離 b の位置を沈降したときの終速度 v_t との比は b/r ($r=D/2$) の関数として，

$$\frac{v_t}{v_{tc}} = 1 - \left\{2.1044 - f\left(\frac{b}{r}\right)\right\}\frac{d}{D} + 0\left\{\left(\frac{d}{D}\right)^3\right\} \qquad (2.52)$$

と与えられている。ここで $f\left(\frac{b}{r}\right)$ は Brenner によって偏心関数と呼ばれている関数で，b/r のそれぞれの値に対して数値計算によって求められている。

本実験の結果として $v_t/v_{t\infty}$ と b/r の関係が Reynolds 数 R_e をパラメータとして図2－11に示されている。図で明らかなように $R_e \ll 1$ では，管壁近くで v_t/v_{tc} はかなり小さくなってゆく。図には上の理論解，式(2.52)も点線で記入されているが，実験結果と比較的良い一致をみせている。$R_e \fallingdotseq 7$ から $R_e \fallingdotseq 200$ まででは v_t/v_{tc} は b/r に無関係に1となり，位置によって終速度は変化しないことを示している。これに対して $R_e \fallingdotseq 1000$ では，$b/r = 0.6$ 近傍で，$v_t/v_{t\infty}$ は数パーセント程度の増加をみせるが，この増加は僅かであり，一般に $R_e \gtrsim 10$ では沈降の位置によって v_t はほとんど変化しないと結論できる。

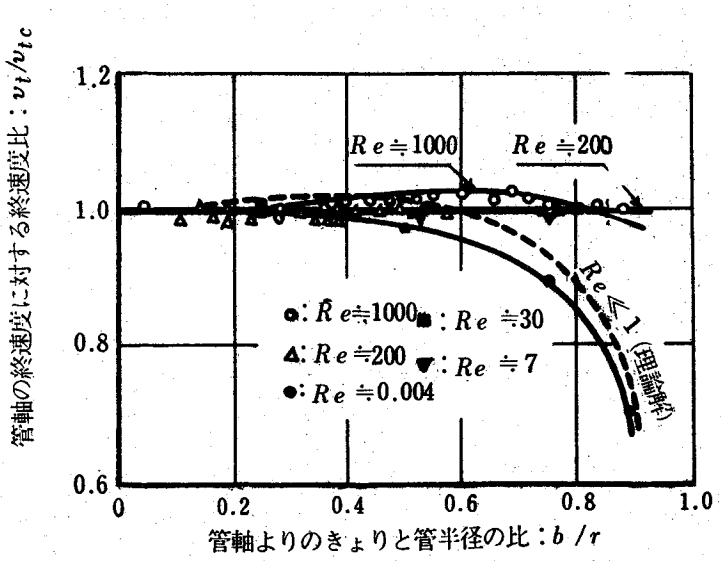


図2－11 管壁寄りの沈降の際の終速度

2.4 粒子群の終速度

2.4.1 粒子群の終送度

粒子群の場合，干渉沈降速度を測定することは，その状態での濃度の確定がむつかしいだけでなく，粒子群の中で無作為に決定された測定されるべき，ある標識粒子と他の粒子との干渉の結果として測定結果のばらつきが大きいので，粒子群の干渉沈降速度を十分信頼度の高い値として求め，管壁や濃度のこれに及ぼす影響を議論することはきわめてむつかしいと考えられる。

ところで，粒子を鉛直管内で中立に浮遊させるために必要な管内流速（浮遊速度と呼ばれる）を v_f とすると，この状態では粒子がうける重力，浮力と流体が粒子におよぼす抗力が平衡しており，したがって浮遊速度 v_f は，

$$v_f = \sqrt{\frac{2g(\gamma_s/\gamma_w - 1)V}{C_d S}} \qquad (2.53)$$

と表わされる。これは終速度に達した状態での沈降速度 v_t の表現，式（2・4）と同じ形をしており，v_f と v_t は重力，浮力と抗力が平衡状態にあるときの，それぞれ，流速，粒子速度として同じ値をとるようにみえるが，管内では，浮遊と沈降で粒子のまわりの流れの場が異なり，この結果として，v_f と v_t の表現の中の C_d の値が異ってくると考えられる。したがって一般に両者の値は等しくなく，管壁の影響の仕方も異ってくると推定できる。このことは単粒子の場合に奥田[42]によって確かめられている。

ところで，粒子群を一様に管内に浮遊させた状態での鉛直管内の流速分布を管断面の直径上に設けられた多管ピトー管で測定した結果を示す図２－１２にみられるように，粒子群の濃度によって管内の流れの様子はかなり異っている。すなわち，清水の場合の流速分布に対して粒子が入ったときには，流速 u は中心より周辺部において高く，まず濃度の増加とともに，中心流速 u_0 に対する最大流速の比が大きくなりながら，最大流速位置は管壁に近ずき，ある濃度を境としてさらに濃度が増すとき，この傾向は逆に弱ってくるように見うけられる。このように粒子群の濃度によって管内の流れの場が変化するために，沈降速度であれ，浮遊速度であれ，終速度に対する管壁の影響に対して単粒子の場合の結果をそのまま粒子群に適用することはできないと推定できる。したがって，粒子がうける抗力の平均的な状況を与えるパラメータとしての粒子群の終速度は，干渉沈降速度の測定の困難さからみて測定の容易な浮遊速度を用いることにして，この浮遊速度に対する管壁や濃度の影響を単粒子の場合とは別に取扱った方

が良いと結論できる。

このような考え方から，粒子群の終速度としての浮遊速度に対する管壁と濃度の影響を表わす実験式と実験結果から導出することを本節では目的とする。

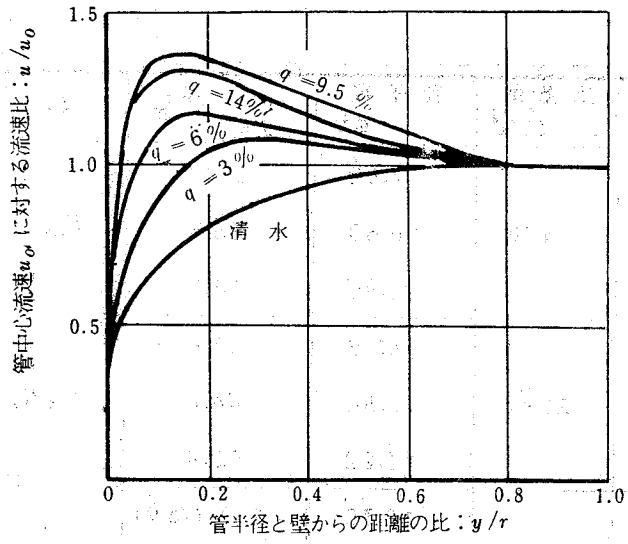


図2－12　粒子群が一様浮遊したときの鉛直管流速分布

242　実験装置と方法

実験装置の概略は図2－13に示される。一定のヘッドに保たれた水槽から送られてきた水は鉛直透明管aを通り，管端の流出方向の切替えによって流速測定時間の間は計量タンクbに，それ以外のときは水源水槽に吐出される。終速度を測定すべき粒子は，鉛直管の部分へeから必要濃度分だけ投入され，濃度を確定するために粒子が浮遊すべき領域は金網c，dで境される。体積濃度qは，このc，d間の全体積と投入された粒子の体積より計算して求められる。流量はc，dの間で粒子が一様な浮遊状態になるように弁fで調節された。この状態での流量をQとするとき，浮遊速度v_fは，粒子のまわりの実際の流体流速と考えられるべきなので，平均的に流体が通る断面積として考えられる$\frac{\pi}{4}D^2(1-q)$で

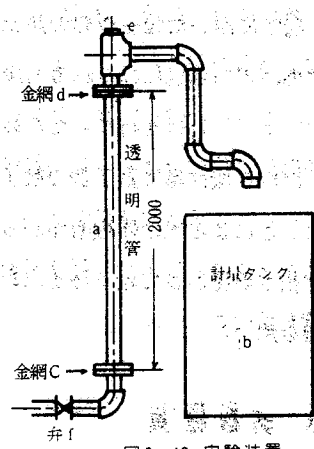


図2－13　実験装置

Qで割ることで求められる。すなわち，

$$v_f = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2(1-q)} \qquad (2.54)$$

と与えられる。

粒　子	比重量 kg/m³	粒子径 mm	$v_{f\infty}$ cm/s	k_c	管径 mm
石　炭	1478	7.62	21.4	0.674	34.2
		10.80	25.5		51.0
		13.60	28.5		64.3
砕　石	2594	6.79	37.6	0.607	76.3
		10.36	46.4		
		13.22	52.4		
ガラス球	2490	12.30	78.9 (78.9)	1.510	
		16.77	92.2 (94.0)		
		24.10	110.5 (113.2)		

表2－3　使用した粒子および管の諸元（粒子群）

測定に用いた粒子や管の諸元は表2－3に示してある。これらの粒子はガラス球を除いて，実際の水力輸送にみられる石炭や砕石などを用いた。粒度をそろえ実験の条件を確定するために，フルイわけを行なった。表に示してある比重量および粒子径はフルイわけられた一つの粒子群から無作為に数千個の粒子をえらび，これを重量をはかってのち水に浸し，粒子群が入ったことによる水の体積増加から粒子群の体積を求め，これらから比重を，また体積と個数から球相当直径として粒子径を求めた。管はガラス，ポリカーボネイト，ビニルのそれぞれ透明な管を用いた。

2.4.3 実験結果

実験結果の例を図2－14に示している。この図より明らかなように浮遊速度 v_f は濃度 q の増加とともに直線的に減少してゆくこと，すなわち，濃度 q の増加―粒子間の干渉の増大

とともに抗力係数がふえていることを知ることができる。

ところで，本実験において濃度が約20％を越えるころから粒子群は管内で一様に浮遊せず，一様な濃度での浮遊速度を求めることができなくなる。このとき粒子群は，いくつかの集団として凝集した部分と，粒子の存在しない部分にわかれた状態で浮遊し，流速を急に変えてこの状態をくずしても一様な流速にするときやがて同様な状態に落着くところから，高い濃度ではこの状態が安定であると思われる。したがって本実験ではほぼ濃度の一様性が保たれる範囲で測定が行なわれたので，いずれの場合も測定結果は濃度が約20％以下に限られる。

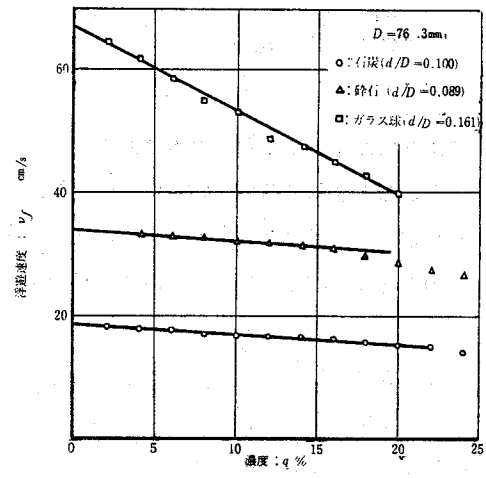


図2－14 粒子群の浮遊速度

浮遊速度 v_f の濃度 q に対する変化は，実験結果からみて，粒子の性質によって，また粒子径 d と管径 D との比 d/D の値によってその変化の仕方が異ってくる。このことは，それぞれの粒子と d/D に対して，v_f と q の関係を直線にあてはめ，$q \to 0$ に外挿して得られる $q=0$ での v_f の値を v_{f_0} として，v_f/v_{f_0} と q の関係を示した図2－15において，より明らかに知ることができる。単粒子の場合は，濃度 q はきわめて小さく，$q=0$ の状態に近いものと思われるので，ここで v_{f_0} は管内での単粒子の浮遊速度に対応するものと考えられる。

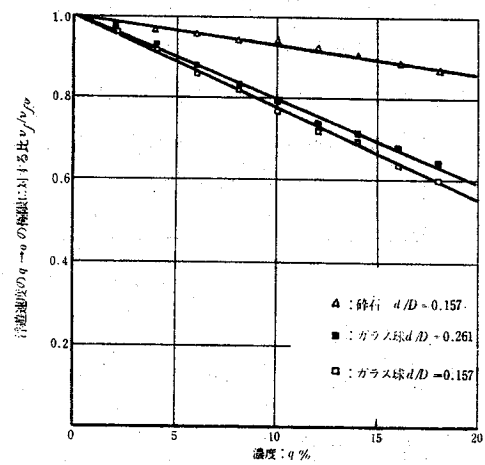


図2－15 浮遊速度に対する濃度の影響

2.4.4 実験式の導出

以上の実験結果を基礎として，浮遊速度に対する管壁と濃度の影響に関して，一様な濃度で浮遊する約20％以下の濃度に対して適用できる，できるだけ一般性をもった実験式を導出することを試みた。まず図2－15より明らかなように v_f/v_{f_0} と q との関係を粒子の性質と d/D によって決まる定数 β を用いて，

$$\frac{v_f}{v_{f_0}} = 1 - \beta_0 q \qquad (2.55)$$

のように仮定することは妥当である。

ところで無限に広い流体中でも粒子間の干渉は存在し，これが終速度に影響を与えると考えられるので，β_0 の d/D に対する関係は $d/D \to 0$ において β がある有限な値をとるようなものでなければならない。このことを考慮し，実験式としてまとめ得る簡単な形として

$$\beta_0 = k_c \cdot N^{d/D} \qquad (2.56)$$

を仮定する。ここで k_c と N はある定数である。この k_c と N を決定するための β_0 と d/D の関係を図2－16に示す。石炭，砕石についてはガラス玉よりかなりばらつきが大きいが，d/D に対する β_0 の値の変化の傾向はいずれも同様であるので，ガラス玉の場合について求められた値

$$N = 7.9 \qquad (2.57)$$

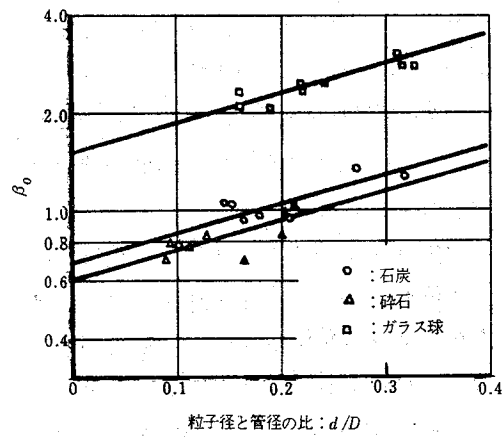


図2－16 β_0 と d/D の関係

すなわち

$$\beta_0 \propto 7.9^{d/D} \qquad (2.58)$$

が一般に成立つとして，N は粒子によらない定数とした。この結果

$$\beta_0 = k_c 7.9^{d/D} \qquad (2.59)$$

と与えられる。k_c の値はこの式をそれぞれのデータに適合させることで粒子の形状，性質で決まる定数として表2－3のように求められた。

v_{f_0} の値は同じ性質，形状の粒子であっても d/D の値によって異ってくるので v_{f_0} に対する d/D の影響をつぎに議論しなければならない。浮遊速度を与える式(2.53)において，

$$V \propto d^3 \quad , \quad S \propto d^2 \tag{2.60}$$

であるから

$$v_{f_0} \propto \sqrt{d} \tag{2.61}$$

と考えられる。したがって，ある d/D の値に対して $v_{f_0}/\sqrt{d}$ は同じ性質，形状で粒子径dのみが異なる粒子については同じ値となるので，$v_{f_0}/\sqrt{d}$ と d/D との関係より，v_{f_0} の d/D に対する関係を導き出すことにする。$v_{f_0}/\sqrt{d}$ と d/D の関係を図2－17に示す。これより A を定数として，

$$v_{f_0}/\sqrt{d} = A\left(1-\frac{d}{D}\right) \tag{2.62}$$

を得るので

$$v_{f_\infty} = A\sqrt{d} \tag{2.63}$$

とおくことで，

$$v_{f_0} = v_{f_\infty}\left(1-\frac{d}{D}\right) \tag{26.4}$$

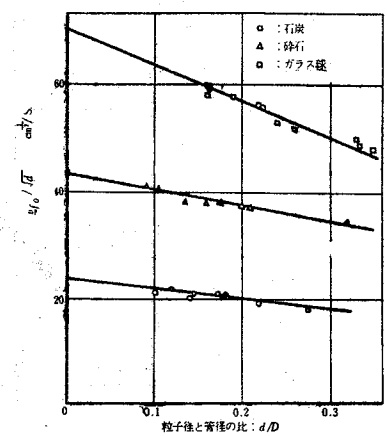


図2－17 $v_{f_0}/\sqrt{d}$ と d/D の関係

と与えられる。ここで求められる定数 v_{f_∞} の値は表2－3に示してある。ところで v_{f_∞} の値は式(2.55)と式(2.64)より $q=0$，$D\to\infty$ での v_f の値を示しているので無限に広い流体中での単粒子の終速度に対応するものと考えられる。実際ガラス球について無限に広い液体中を沈降させたときの終速度を抗力係数 $C_d=0.44$ として計算したときの値を表2－3の v_{f_∞} の欄の括弧の中に示しているが，実験結果より上記のようにして求めた値と良く一致している。

2.4.5 実験式とその検討

以上の結果より，浮遊速度 v_f に対する管壁と濃度の影響として，

$$v_f = v_{f_\infty}\left(1-\frac{d}{D}\right)\left(1-k_c\, 7.9^{d/D}\, q\right) \tag{2.65}$$

を得る。ここで上述のように $v_{f\infty}$ は無限に広い流体中での単粒子の終速度，k_c は粒子の性質，形状で決まる定数でともに表2－3に与えられている。表にある以外の粒子についても異った2つの濃度で，あるいは異った2つの管径で得た浮遊速度の実験値を知れば $v_{f\infty}$，k_c が決定でき，一般に式（2.65）を用いて管壁と濃度の影響を求めることができる。

この実験式の精度を検討するために，実験値と同じ条件での式（2.65）による計算値との比較を図2－18に示している。これよりみて本実験式はほぼ±3％程度の精度で実験結果を整理できることがわかる。

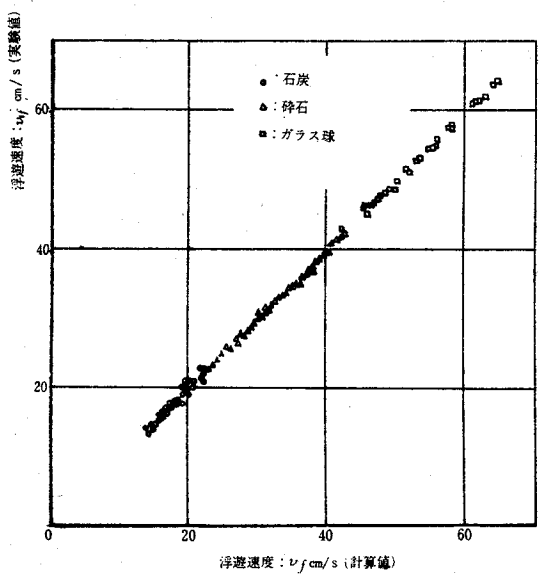


図2－18　浮遊速度の計算値と実験値の比較

粒子群の終速度に対する管壁と濃度の影響はかなり大きく，たとえば12.3mm のガラス球の場合 $v_{f\infty}=78.9\,cm/s$ であるのに対して，図2－14にみられるように $d/D=0.161$，（$D=76.3$ mm）の場合で濃度20％のときは v_f はほぼ $40\,cm/s$ とおよそ $1/2$ の値を示している。したがって粒子群の水力輸送の解析などに終速度を用いるとき，ここで示した終速度に対する管壁と濃度の影響を十分考慮することが必要と考えられる。

また単粒子に対応したものと考えられる $q=0$ の場合，すなわち式（2.64）で与えられる v_{f_0} を単粒子の干渉沈降速度を示す図2－7に記入しているが，単粒子の場合と粒子群の結果から外挿して導かれた場合との管壁の影響の仕方はいちぢるしい相違をみせており，従来しばしば行なわれたように，粒子群の場合の終速度に対して単粒子の場合の管壁の影響についての結果をそのまま適用することは正しい結果を導かない。本節のはじめ2.4.1節で述べたように，

粒子群の終速度に対する取扱いは，単粒子とは別に取扱わなければならないということはこのことからも十分納得できる。

粒子群の終速度に関しては，空気中にポリエチレン球を浮遊させた原田ら[15]の実験がある。原田らによれば，

(1) 鉛直管での濃度の一様性は重量濃度で 130 以下で保たれる。

(2) 上記の範囲内で終速度は濃度に対して直線的に変化する。

(3) 終速度に対して管壁の影響は認められない。

ことが報告されている。以下これらについて検討をすすめる。

(1)の点については，この限界値を体積濃度に換算すると約15 %となり，われわれの実験結果とほぼ一致する。一方われわれの実験の場合の限界値を重量濃度で示すと1以下になる。したがって濃度の一様性が保たれるか否かは，重量濃度ではなく体積濃度でその限界値を規定すべきであると結論できる。

(2)については，本実験の結果と良く一致するが，直線を示す式の係数の値をポリエチレン球についてのみ求め，これらの粒子の性質，形状に対する依存性を十分検討しないまま，同じ値を小麦に用いて圧力損失の式を検討している点に疑問を感じる。

(3)は本実験の結果と一見きわめて大きな差異を示す点であるが，原田らの実験については，d/D の値が最大で0.09 程度なので，ここで導かれた実験式（2．65）からみて，実験誤差の範囲内程度の変化となり，有意と認め得るような管壁の影響が認められなかった点は首肯できる。

以上よりみて，空気中の粒子群終速度に関する原田らの結果は，本実験の結果に十分含み得るものと考える。

2.5 結　　論

固体粒子の終速度について以下の結論を得る。

(1) 単粒子の沈降速度におよぼす管壁の影響は，$R_e \gtrsim 10$ では式（2．48）で与えられ，$R_e \ll 1$ の場合とかなり異った傾向を示す。

(2) $R_e \ll 1$ ではStokes 近似で計算された結果は実験ときわめて良く一致する。

(3) 単粒子の沈降速度におよぼす管壁の影響は $R_e \gtrsim 100$ では R_e によらない。

(4) $R_e \gtrsim 10$ での単粒子の終速度に対する管壁の影響の仕方は，粒子の後部の剝離，うず領域の形成，成長過程で大きく変化していると推論できる。

(5) 単粒子の沈降速度は，管軸に沿って沈降する場合と，管壁近くを沈降する場合では $R_e \ll 1$ ではかなり異なるのに対し，$R_e \gtrsim 10$ ではほとんど異らない。

(6) 粒子群の終速度としては測定の容易な浮遊速度を用いた方が良く，この場合の管壁の影響は単粒子の場合といちじるしく相違する。

(7) 粒子群の浮遊速度に対する管壁および濃度の影響はかなり大きく，この関係は式（2．65）で与えられ，これは±3％の誤差で実験結果を良く整理できる。

以上の結論にもとずき，粒子群の水力輸送の解析にあらわれるパラメータとしての終速度に対しての管壁と濃度の影響については式（2．65）を用いることにする。

第3章　固体粒子群の水平管水力輸送における圧力損失

（しゅう動流動状態を中心にして）

3.1　まえがき

固体粒子群の水力輸送における管内での流体中の粒子の運動は，平均的にみて定常であっても，個々の粒子の運動は非定常であり，流体と粒子の速度差にもとづく抗力，管壁との摩擦による力，重力，粒子間相互および粒子と管壁との衝突によってうける力，粒子表面の圧力分布の不均一によって生じる揚力に，非定常性の影響も考慮せねばならず，きわめて多くの因子に支配され，複雑なものである。

平均的な流れの場においてもこれらの状況が関係し，圧力損失も当然これを反映するものと考えられる。しかしながら現在の段階ではこの複雑な運動を完全に理論的に取り扱うことはできない。このような現象の解析に当っては，まず問題を一次元流として取り扱って現象の最も主要な部分のみをとり入れる簡単化を行ない，この簡単化において考慮されなかった部分の影響を，実験的に決定される係数で表現して式中にとり入れ，流れと粒子の運動の相似条件を与えるパラメータの関数として，この係数を整理する，いわゆる水力学的な方法をとり入れることが，問題の見通しを良くするものと考えられる。

すでに空気輸送の場合については，植松および狩野[22]が，この方法によって水平管の圧力降下をとり扱っている。すなわち，圧力損失を流体のみの部分と，粒子を付加したことによって変化したものとに分離するよく用いられる仮定のもとに，粒子を付加したことによる圧力損失の増加分が，粒子がうける抗力と平衡を保つという関係と，粒子の運動方程式から導かれる抗力と管壁との摩擦力との定常状態でのつり合い条件とから，水平管路の圧力降下を与える式を導き，この式において，一次元問題としての簡単化からのずれを修正係数で表現して，実験結果からこの係数を定め，広い範囲にわたって実験結果と良い一致を示すことが報告されている。

水力輸送においては，前にも述べたように，輸送される物質と，輸送媒質である水との密度比は空気輸送の場合に比して非常に大きく，そのために粒子にはたらく浮力なども考慮しなくてはならず，また，粒子の輸送状況においても，空気輸送の場合とことなって，しゅう動流動状態が輸送速度のかなりの範囲において安定に存在し，さらに流速が大きくなるときは浮遊状態に移行する。Newitt[18]らの報告にもみられるように，しゅう動流動状態と浮遊状態で，輸送状態を規定する諸量―― 平均流速，吐出濃度，管径，流体および粒子の性質など ――の圧力降下への係わり方が非常にことなってくる。従来のたとえばNewittの解析などは一次元的な取り扱いののち，修正係数に相当する量を，定数として実験結果から決めているが，この方法では結果は十分に整理できない。

このことは，修正係数が一次元的な簡単化で無視された諸因子の流れの状態による変化のため一

定ではなく，流れを規定する諸量の関数として決定されることを示唆している。

岩浪ら[23]は空気輸送における植松・狩野の考え方において，浮力をさらに考慮した圧力降下式を導き，砂やフライアッシュなどの微細な粒子の実験から，浮遊状態における修正係数を流れを規定する諸量の関数として導いている。

本章においては，しゅう動流動状態における水平管水力輸送の圧力降下を類似の方法をもって取り扱う。しゅう動流動状態においては，粒子群は管の下底を層状をなしてしゅう動するため，管壁と粒子との摩擦が主要な因子となると考えられる。したがって，この摩擦に起因するエネルギーの損失が，粒子を付加したことによる圧力降下の増大によって補われるというエネルギー平衡式を導き，これより圧力降下を与える実験式を導く。修正係数は，粒子の管内での運動に関する相似パラメータの考察から，これらパラメータの関数として決定される。また，しゅう動流動状況の限界を規定するパラメータについても論及し検討を加える。

このように同様な考え方に基づいて，異なった流動状況の圧力降下を把握することは，これらの比較を可能にし，一次元的な取り扱いから進んで，固液二相流の輸送機構をさらに深く立入り，広い適用性をもった一般的な結論を導くための手がかりをつかむことができるものと考えられる。

3.2 圧力損失に関する解析

3.2.1 圧 力 損 失

まえがきで述べたような考え方にもとずいて，圧力損失を与える式を導くことにする。

水平管路で，流れが transient な領域をすぎて，平均的には流体と粒子の運動が流れの方向に一様となっている部分についてとり上げる。管路の長さ $\triangle x$ における混相流の圧力降下 $\triangle p$ を，流体のみを輸送することによる圧力降下 $\triangle p_w$ と，粒子が混入したことによってこれを輸送するために増加した圧力降下 $\triangle p_s$ との和として表現することができると仮定する。すなわち，

$$\triangle p = \triangle p_w + \triangle p_s \qquad (3.1)$$

しゅう動流動状態においては，固体粒子群はそのほとんどが管底を層状をなして移動し，管の上部の流体のみと考えて良い部分とかなりはっきりと分離して輸送される。その結果として粒子群と管壁との摩擦によるエネルギー損失が，この粒子群を輸送するために増加した付加圧力損失 $\triangle p_s$ によって混相流になされた仕事で補われるとするモデルがこの流れの主要な関係を表わしていると考えられる。粒子群と管壁との摩擦で失われるエネルギーは，摩擦力によって単位時間に粒子群がなした仕事として，区間 $\triangle x$ で，

$$\eta \xi_s (\gamma_s - \gamma_w) \frac{\pi D^2}{4} \triangle x \, q \, u_s \qquad (3.2)$$

で与えられる。ここで ξ_s ：粒子と管壁との摩擦係数， γ_s：粒子の比重量， γ_w：流体の比重量， D：管径， q：粒子群の管内体積濃度， u_s ：粒子の平均速度， η：管底にかかる粒子群の重量を粒子群の管内濃度を用いて表現したことに対するずれを示す修正係数で，粒子群の浮遊の度合を示すものと考えられる。

粒子の定速状態では， $\triangle p_S$ によって混相流になされた仕事は，摩擦で失われる式（3．2）で示されるエネルギーと平衡を保っていると考えられるので，U_0 を混相流の平均流速として，

$$\frac{\triangle p_S}{\triangle x}\triangle x\ \frac{\pi}{4}D^2U_0=\eta\,\xi_s\,(\gamma_s-\gamma_w)\frac{\pi}{4}D^2\triangle x\,q\,u_s \qquad (3.3)$$

が成立つ。この式を整理して，

$$\frac{\triangle p_S}{\triangle x}=\eta\,\xi_s\,(\gamma_s-\gamma_w)\frac{u_s}{U_0}q \qquad (3.4)$$

単位時間当りの吐出し流量中の粒子の体積を示す吐出し体積濃度 C と，管内濃度 q とは次の関係で結ばれる。

$$C=\frac{u_s}{U_0}q \qquad (3.5)$$

これより式（3．4）は，

$$\frac{\triangle p_s}{\triangle x}=\eta\,\xi_s\,(\gamma_s-\gamma_w)\,C \qquad (3.6)$$

となる。

すでに同様な考え方のもとに，修正係数 η を考慮せず，式（3．3）の右辺の U_0 の代りに，流体のみの平均流速 U_f を用いて導出した結果が発表されている。[43] 流れの機構としては，圧力こう配によって流体に与えたエネルギーが，流体と粒子の速度差にもとずく抗力による仕事として粒子群に与えられ，これが摩擦で失われるのであるが，平均的に扱うときは，流体の存在する部分が，模型的に考えて管断面のうち面積が $\frac{\pi}{4}D^2(1-q)$ の部分であることから，$\triangle p_s$ によってなされた仕事は，混相流を連続体とみて，式（3．3）のように混相流の平均流速 U_0 を用いて表わす方が良いと考えられる。

流体の管内流れの圧力損失は管摩擦係数 λ_w を使って，流速 U_0 に対して，

$$\triangle p_w = \lambda_w \frac{\gamma_w U_0^2}{2gD} \triangle x \qquad (3.7)$$

と表現される。付加圧力損失 $\triangle p_s$ も付加管摩擦係数 λ_s で，上式と同様な表現ができるものとすると，式(3.1)より，混相流の圧力損失 $\triangle p$ は，

$$\triangle p = (\lambda_w + \lambda_s) \frac{\gamma_w U_0^2}{2gD} \triangle x \qquad (3.8)$$

と与えられる。式(3.6)より，λ_s は，

$$\lambda_s = \eta \frac{2g\xi_s(\gamma_s - \gamma_w)D}{U_0^2 \gamma_w} C \qquad (3.9)$$

となる。

3.2.2 粒子の運動

管軸方向への粒子の平均的な運動に関与する力は，主として粒子と流体との速度差によって粒子が流体からうける抗力と，管壁と粒子との摩擦力であるが，流体と粒子との比重量が，空気輸送の場合に比して一般に，かなり近いため粒子の運動に対しては，流れの方向への流体の圧力変化に伴う力，非定常な運動の場合の粒子のみかけ質量，定常な流線からの粒子のずれを示す Basset 項などがかなり効果的になってくる。[44)]

このような場合の粒子の運動方程式は，

$$m_s \frac{du_s}{dt} = \frac{\gamma_w}{2g} C_d (U_f - u_s)^2 S - \eta \xi_s (\gamma_s - \gamma_w) V - \triangle p_d S + m_v \frac{d}{dt}(U_f - u_s) + \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi \frac{\gamma_w}{g} \mu} \int_{t_0}^{t} dt' \frac{\frac{dU_f}{dt} - \frac{du_s}{dt}}{\sqrt{t - t'}} \qquad (3.10)$$

ここで，m_s：粒子1個の質量，S：粒子1個の流れ方向に垂直な面への投影断面積，V：粒子1個の体積，C_d：粒子の抗力係数，$\triangle p_d$：管軸方向粒子の大きさの間の圧力降下による流体圧力の変化，また修正係数 η は1個の粒子に着目するとき，粒子が常には管壁と接触していないことによる管壁と粒子との間の摩擦力に対する補正係数と考えてよく，この式の右辺第2項のような形で式に入り得ると考えられる。

さて，右辺第1項において，粒子の抗力係数 C_d の値は，管壁および粒子相互間の干渉により影響をうける。このことはすでに前章で述べたとおりである。粒子の終速度 v_t は，前章で示したとおり，これらの影響を考慮して実験的に与えられるので，抗力係数を終速度で表

わし，終速度に今問題としている管径，濃度などに対応する値を用いることで，抗力係数に対する粒子濃度および管壁による干渉の影響をとり入れることにする。このとき d を粒子の球相当直径として $R_{ep}=(U_f-u_s)\,d/\nu$ および $R_{et}=v_t\,d/\nu$ は粒子が粗大粒子であるために大きく，抗力係数は Newton 領域にあり，抗力係数の R_{ep} に対する値と R_{et} に対する値は等しいものとして取り扱うことにする。この右辺第1項は粒子の運動によって決まる部分をもっているため，右辺第2項と第3項を比較すると，

$$\frac{\triangle p_d\,S}{\eta\,\xi_s\,(\gamma_s-\gamma_w)\,V}\sim\frac{\lambda_w\frac{d}{D}\frac{\gamma_w}{2g}\,U_f^2\cdot S}{\xi_s\,(\gamma_s-\gamma_w)\,V}\sim\frac{\lambda_w}{\xi_s}\,\frac{U_0^2}{2g\left(\gamma_s/\gamma_w-1\right)D}=\frac{\lambda_w}{2\xi_s}\,F_D^2 \tag{3.11}$$

ただし，

$$F_D\equiv\frac{U_0}{\sqrt{g\left(\gamma_s/\gamma_w-1\right)D}} \tag{3.12}$$

となる。ここでは $F_D\sim3$，$\lambda_w\sim0.02$，$\xi_s\sim0.5$ 程度であり，第3項は第2項と同程度の大きさになるが，問題を簡単化するために，修正係数 η にこの影響を含めることとする。右辺第4項，第5項は粒子と流体の定速状態では消える項である。

以上より，粒子と流体の定速状態においては，終速度 v_t に式(2.2)を用いて

$$\frac{\gamma_w}{2g}\,C_d\,(U_f-u_s)^2\,S-\eta\,\xi_s\,(\gamma_s-\gamma_w)\,V=0 \tag{3.13}$$

より，

$$\frac{u_s}{U_f}=1-\sqrt{\eta\,\xi_s}\,\frac{v_t}{U_f} \tag{3.14}$$

を得る。

この関係は植松・狩野[22]および岩浪ら[23]によって得られたものと同様な関係である。

3.2.3 修正係数 η を決定する諸量

修正係数 η は主として粒子群の浮遊の度合に関連して決定される量なので，粒子の鉛直方向の運動，浮遊した粒子の飛しょう距離，系の大きさを決める管径と粒子径の比に関係すると考えられる。管内での粒子の鉛直方向の運動を規定するパラメータは鉛直方向の運動に対する

相似条件の考察から求めれる。いま，たがいに相似な粒子を含み相似な流動状態にある２つの管路を考え，この２つの系を示す記号として，それぞれ添字１，２をつけて区別するものとする。この２つの系での粒子の鉛直方向の運動が相似であるためには，粒子がうける揚力と重力の比が等しくなくてはならない。揚力は揚力係数 C_L を用いて，

$$L = C_L \frac{\gamma_w}{2g} (U_f - u_s)^2 S' \tag{3.15}$$

と与えられる。ここで S' は水平面に対する粒子の投影面積を表わしている。また，粒子が受ける重力は浮力を考慮して，

$$G = (\gamma_s - \gamma_w) V \tag{3.16}$$

と与えられるので，２つの系の間の相似条件として，

$$\frac{C_{L_1} \frac{\gamma_{w_1}}{2g} (U_{f_1} - u_{s_1})^2 S'_1}{(\gamma_{s_1} - \gamma_{w_1}) V_1} = \frac{C_{L_2} \frac{\gamma_{w_2}}{2g} (U_{f_2} - u_{s_2})^2 S'_2}{(\gamma_{s_2} - \gamma_{w_2}) V_2} \tag{3.17}$$

とおくことができる。ここで，

$$\frac{V}{S'} \propto d \tag{3.18}$$

また，粒子および流動状態の相似性から

$$C_{L_1} = C_{L_2} \tag{3.19}$$

$$\frac{u_{s_1}}{U_{01}} = \frac{u_{s_2}}{U_{02}} \tag{3.20}$$

$$\frac{U_{f_0}}{U_{01}} = \frac{U_{f_2}}{U_{02}} \tag{3.21}$$

が成立つので，式(3.17)より，

$$\frac{U_{01}^2}{g d_1 \left(\frac{\gamma_{s_1}}{\gamma_{w_1}} - 1\right)} = \frac{U_{02}^2}{g d_2 \left(\frac{\gamma_{s_2}}{\gamma_{w_2}} - 1\right)} \tag{3.22}$$

を得る。上式の両辺の値を F_d^2 とおくと

$$F_d = \frac{U_0}{\sqrt{gd\left(\gamma_s/\gamma_w - 1\right)}} \tag{3.23}$$

となる。以上より水平管路にそれぞれ相似な粒子群を混入して輸送する2つの系において，F_d の値が等しいときには，鉛直方向の運動は相似であると考えることができる。

つぎに浮遊後の飛しょう距離は重力と粒子が流体からうける抗力との比で規定される。すなわち，上と同様な考え方をするとき，

$$\frac{(\gamma_{s_1} - \gamma_{w_1})V_1}{\frac{1}{2}C_{d_1}\frac{\gamma_{w_1}}{g}(U_{f_1} - u_{s_1})^2 S_1} = \frac{(\gamma_{s_2} - \gamma_{w_2})V_2}{\frac{1}{2}C_{d_2}\frac{\gamma_{w_2}}{g}(U_{f_2} - u_{s_2})^2 S_2} \tag{3.24}$$

ここで終速度の定義を用い，また F_d の導出のときの場合と同様，式(3.20)，(3.21)が成立つと考えられるので，

$$\left(\frac{v_{t_1}}{U_{01}}\right)^2 = \left(\frac{v_{t_2}}{U_{02}}\right)^2 \tag{3.25}$$

すなわち，浮遊後の飛しょうに関しては $\left(v_t/U_0\right)^2$ の値が等しいとき，運動が相似であると結論できる。

以上より η を決定する諸量は F_d，v_t/U_0，d/D となり，すなわち η は，

$$\eta = \eta\left(F_d,\ v_t/U_0,\ d/D\right) \tag{3.26}$$

という形の関数で決定されるものと考えられる。

また，式(3.12)に定義したパラメータ F_D は，

$$F_D = F_d\sqrt{\frac{d}{D}} \tag{3.27}$$

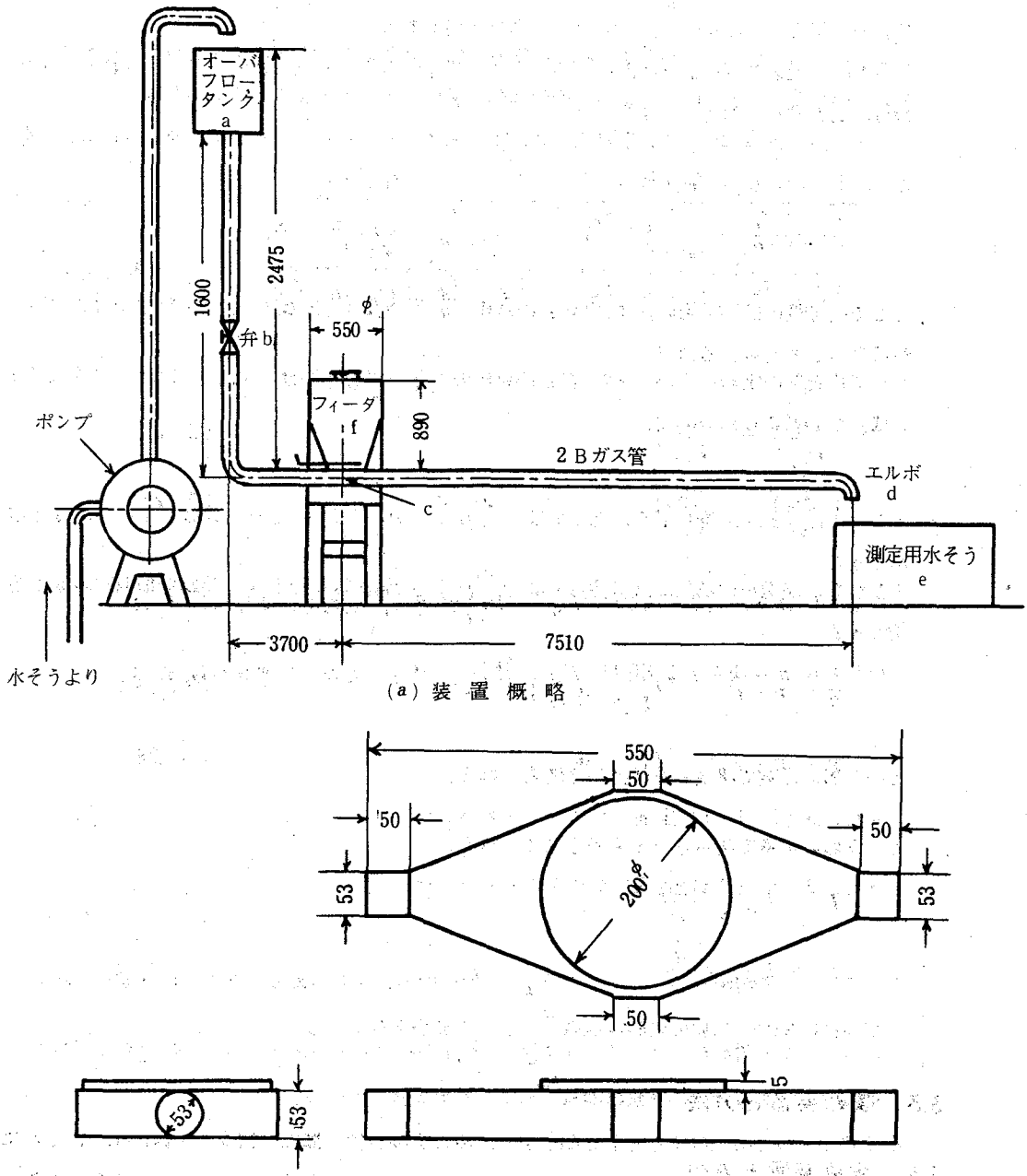
として，ここで導かれたパラメータ F_d と d/D の組合せで与えられることに注意しておく。

相似性に関する類似の考察は池森[45]によって発表されている。

3.3 実験装置と方法

水平管路での混相流の圧力降下を測定するための実験装置の概略を図3－1図に示し，これに従って説明する。ポンプを用いて水をオーバフロータンクaに供給し，一定の水頭を保って管路

に送る。管路のｃ点でフィーダｆより粒子が供給され，混相流は管路の終端ｄのエルボより測定時間内は，測定用水槽ｅに，測定時間外はスクリーンを通して粒子と流体を分離し，水源水槽へ吐出される。水の流量は，仕切弁ｂで，粒子の供給量はフィーダ下部のシャッタで調節される。



(a) 装 置 概 略

(b) 粒子供給部（上図ｃ）

図3－1　実験装置

測定にあたっては，水は，測定時間内の測定用水槽の液面上昇により，粒子は水槽内の網かごで水と分離し，その重量を測定することにより，それぞれ流出量を計算し，これより混相流の平均流速 U_0 および吐出し体積濃度 C を求めた。圧力は粒子の供給孔より，管路に沿って50cmおきに測定し，加速区間をすぎて，圧力勾配が一定となる部分を定速区間として，圧力をよみとった。圧力測定孔は孔径3mmで，これにピーコックをとりつけ，ビニール管で多管マノメータに接続した。

フィーダfはこれに一杯の粒子を入れ上部の蓋を閉じて漏水を防ぎ，下部のシャッタの開度によって濃度の調節した。フィーダより管路への供給部Cは粒子の供給の一様性を保つため，フィーダ下部の供給孔を200mmφとし，図3－1(b)に示すように，供給孔に合せて巾方向に拡大した長方形の拡大縮小流路を用いた。この装置でフィーダ内の粒子の量による吐出し濃度の変化はそのときの濃度の値の数パーセント程度であって測定に当って有意の差を生じるものは認められなかった。したがって測定時間中濃度は変化しないと考えられる。また装置の関係で長い時間にわたって測定できないので，流しはじめて約1分後から測定を行ない，その後数回マノメータを写真撮影し，読みに有意の変化がないことを確認した。また実験の予備的段階で，透明管を管路中央にとりつけ，この程度の時間後には管内濃度は変化せず，ほぼ一様と見なし得ることを観察により確認した。

実験を行なった最大平均流速は $U_0 = 2.97$ m/s，最大吐出し体積濃度は $C = 20.2\%$ であった。実験に用いた粒子などの諸元は表3－1のとおりである。

粒子	粒子径 mm	終速度 $v_{f\infty}$ cm/s	比重量 kg/m³	摩擦係数（対ガス管）	管
石炭	7.62	21.4	1478	0.406	ガス管内径 $D=53.6$ mm
	10.80	25.5			
	13.60	28.5			
砕石	3.42	26.7	2594	0.697	
	7.38	39.2			
	10.01	45.6			

表3－1　　粒子と管の諸元

粒子はフルイによって選別され，粒子径 d は，それぞれ約3000個の無作為に抽出されたサンプルによって全体積の測定と個数から得られる球相当直径である。比重量 γ_s はこれらのサンプ

ルの全重量と体積より求められた。摩擦係数 ξ_s はしゅう動流動状態では流体膜をもたない固体摩擦であると考えて，管と同程度の粗さをもつ同じ材質の板を用いて植松ら[46]の方法で測定した。この装置の概略を図3－2に示す。

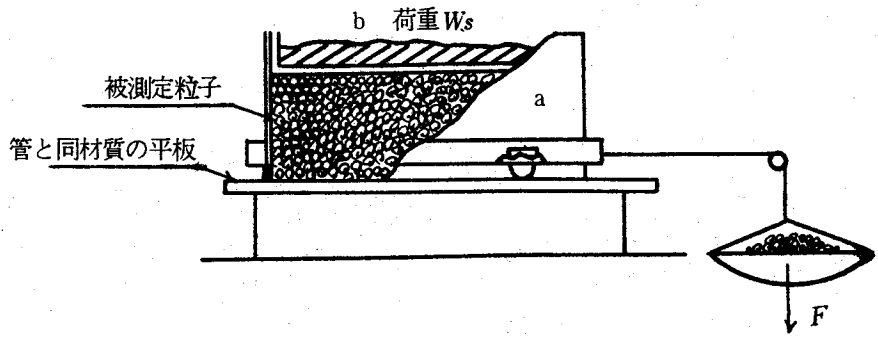


図3－2　摩擦係数測定装置

水平におかれた平板上の枠aに粒子を適当な厚さだけ入れる。粒子層の上にその層の全表面を覆う底面をもった容器bを入れて，その容器に小鉄球か砂を層表面に一様に荷重がかかるように一定重量 W_s だけ入れる。この容器を水平にひっぱって容器が動きはじめる瞬間の引張り力 F を測定する。W_s を変えて F を測定するとき，

$$F = \xi_s\,(W_s + W_0) \qquad (3.28)$$

ここで W_0 は初期荷重を表わしている。

これより，F と W_s はその関係が一つの直線で表わされるので，W_0 を知る必要はなく，この直線の勾配より ξ_s は与えられる。測定にあたっては，枠と平板との隙間に粒子のもれやかみ込みがないよう配慮して，枠に車をとりつけ，枠と平板との摩擦を F に比して十分無視できるようにした。測定結果の一例は図3－3に示すようなものである。なおこの測定で求められる摩擦係数は最大静止摩擦係数であり，動摩擦係数とは一般に異なるが，静止摩擦係数は動摩擦係数に比して粒子群では測定が容易であり，解析にあたっては本質的には粒子と管壁の組合せの性質を特徴ずける量として，粒子と管壁との摩擦の状態を表現する量が必要なので，実用的な点も考えて最大静止摩擦係数をここでは用いることにする。実際の場合とのこの摩擦係数のずれは，修正係数 η のなかに表われるものと考えられる。

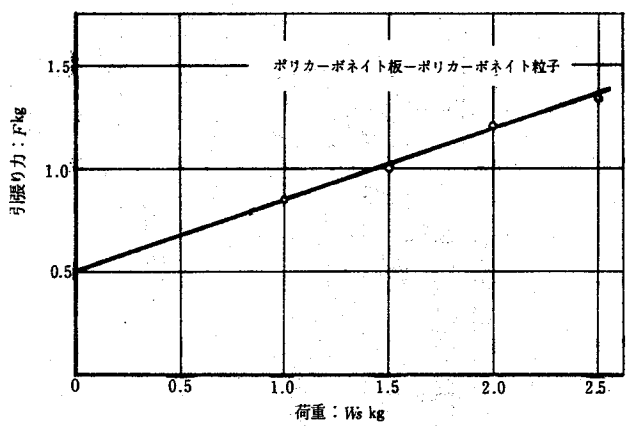


図3－3　荷重と引張り力の関係

以上の方法で得られた実験結果から導かれる圧力降下の実験式を，条件が異なる実験で確認するために図3－4に示す装置を用いて，表に示す石炭を用いて実験を行なった。管路は内径 44 mm のポリカーボネイト管を用い，混相流はかくはん槽よりポンプで送られ一巡して再びかくはん槽へ吐き出される循環流路を流れる。したがって，同一の状態で十分時間をとった測定が可能である。測定は上流側に十分助走区間をとった図中に示されるような位置で行なった。　石炭とポリカーボネイト板の摩擦係数は $\xi_s = 0.308$ であった。　図3－4の装置は，後章で述べる測定においても用いられるので，各部分の説明はそれぞれ関係部分について行なうことにする。

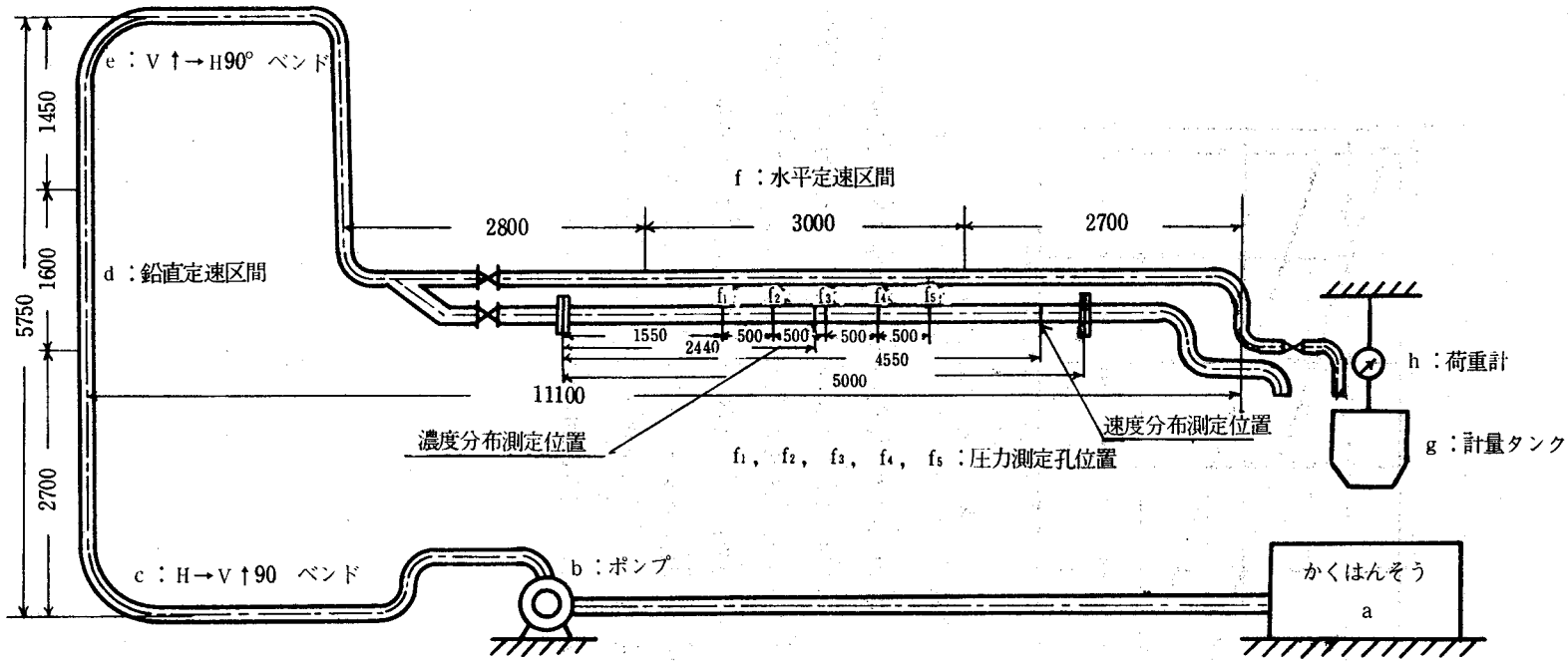


図3－4　実験装置（循環管路）

3.4 実験結果

3.4.1 清水の圧力降下

混相流の圧力降下から，固体粒子が混入したことによる付加圧力損失を求めるためには，実験装置において，水だけを流したときの圧力降下 $\triangle p_w$ を知っておく必要がある。水だけを管路に流したときの圧力降下 $\triangle p_w$ を式（3.7）に従って，管摩擦係数 λ_w で整理することは，管の性質とか他のデータとの比較のために便利である。図3－5に清水のみの管摩擦係数 λ_w と管径 D を代表長さにとったレイノルズ数 $R_{eD}=U_0 D/\nu$ の関係を示している。図には

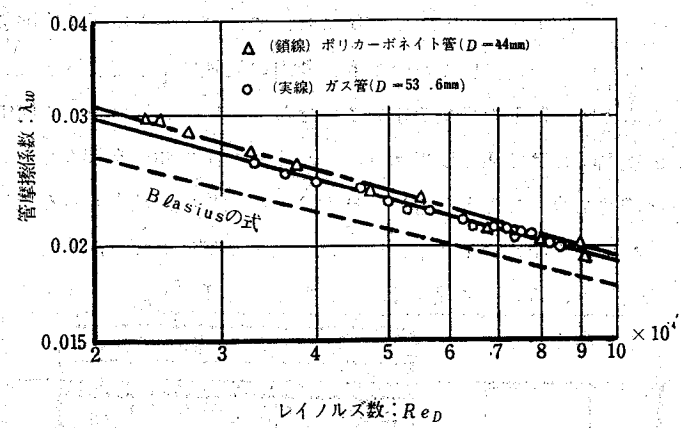


図3－5 水だけを流したときの管摩擦係数

参考のために内面が滑らかな円管に対して求められた Blasius の実験式

$$\lambda_w = 0.3164\ R_{eD}^{-0.25} \qquad (3.29)$$

を示す線も記入している。

これらの管路で測定した範囲では，内径 $D=53.6$ mm のガス管に対して，

$$\lambda_w = 0.478\ R_{eD}^{-0.28} \qquad (3.30)$$

また，内径 $D=44$ mm のポリカーボネイト管に対して，

$$\lambda_w = 0.535\ R_{eD}^{-0.29} \qquad (3.31)$$

を得た。図にもみられるとおり，これらの λ_w は滑らかな管に対する Blasius の実験式よりもやや高い値を示している。このことはガス管では多少粗さが存在し，またポリカーボネイト管では管内壁がゆるやかな波状粗面をなしているためであると考えられる。

3.4.2　流速と圧力こう配の関係

水平定速区間で測定された混相流の $\triangle x$ 区間での圧力降下 $\triangle p$ を，水力こう配 i，すなわち，

$$i = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\triangle p}{\triangle x} \qquad (3.32)$$

を用いて表現し，水力こう配 i と平均流速 U_0 との関係を石炭，砕石の場合についてそれぞれ図3－6と図3－7に示している。本実験において，図3－1に示す実験装置の供給器 f の下部のシャッタの開度を一定にしておいても，管内の流速によって濃度が変わるため，同一濃度での流速に対する圧力降下の変化を求めるのはむつかしい。したがって図中では実験点を濃度のいくつかの範囲にわけて表示してあり，これより大体の傾向を知ることができる。すなわち同一流速では濃度が高くなるとともに，圧力降下は増加し，清水のみを流したときの圧力降下との差，すなわち付加圧力降下 $\triangle p_s$ はほぼ濃度に比例しており，濃度に関して式(3.6)の結果をほぼ満足しているように見える。また粒子の比重 γ_s/γ_w によっても $\triangle p_s$ の値はかなり差があることがみられる。

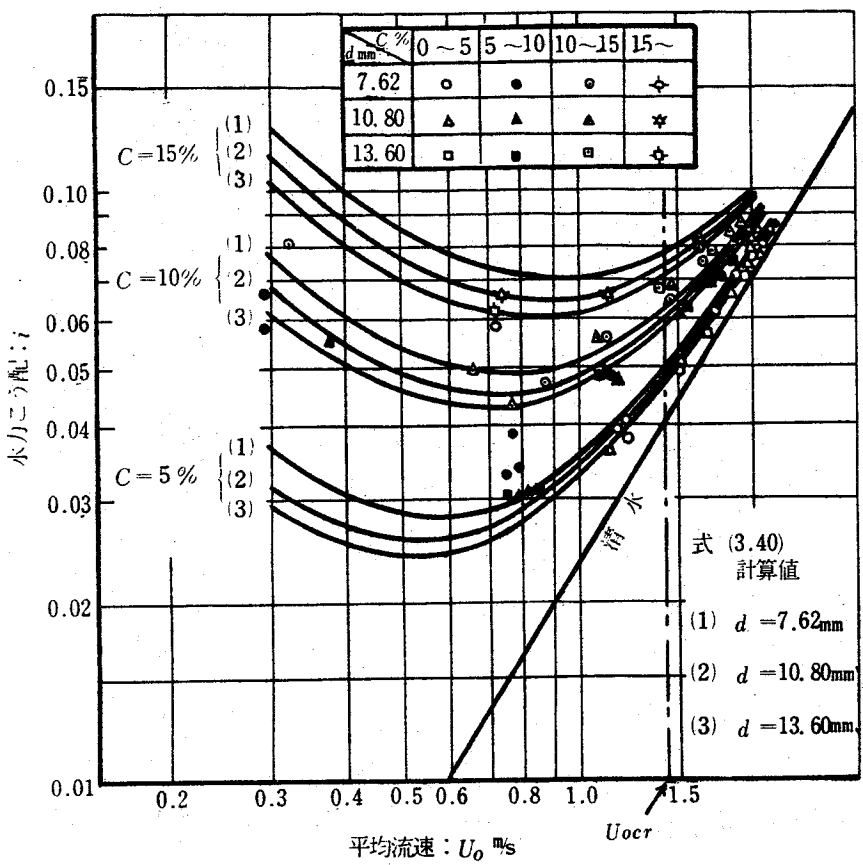


図3－6　水力こう配と平均流速の関係（石炭）

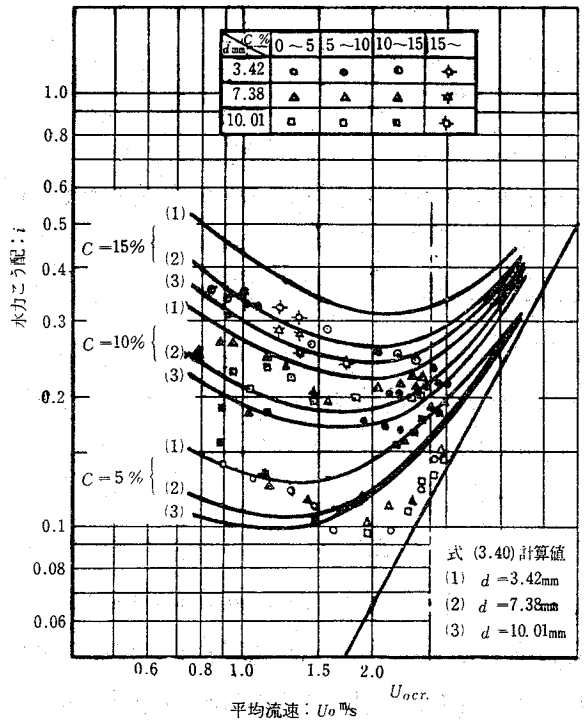


図3－7　水力こう配と平均流速の関係（砕石）

一方，粒子径 d の影響は低流速域においては多少の粒子径による相違がみうけられるが，濃度や比重の影響に比してさほど大きくないように思われる。

つぎに，同一濃度で流速の変化に伴う圧力降下の変化をみるとき，一般に流速が速くなれば，混相流の圧力降下は清水の場合に近付いてくること，流速が低くなるときは，ある流速で最小値をとり，これより低い流速では，逆に圧力降下が増大しはじめる。このことは低流速における付加圧力損失の急激な増大を意味している。石炭の場合でも，砕石の場合でもこれらの事情は全く類似しており，従来多くの研究者が報告[14]などしている結果とも同じである。またこの圧力降下が最小となる点は濃度が高くなるにつれて，流速が高い方へ移ってゆく傾向がみられる。

図には，比較のため，圧力降下を与える実験式（3．40）を用いてこの場合の実験条件の下で計算した結果を実線でそれぞれ記入している。また図中の鎖線は後に示すしゅう動流動の限界を与える流速 U_{ocr} を示している。

3.5　実験式の導出

3 5 1　修正係数 η の計算

圧力測定孔の間隔を l，この間の圧力差を $\triangle p$，清水のみを流したときのこの区間の圧力

降下を $\triangle p_w$ とするとき式(3.1)より，

$$\triangle p_s = \triangle p - \triangle p_w \tag{3.33}$$

となるから付加圧力損失のこう配は $\triangle p_s/l$ となり，したがって式(3.6)より，

$$\eta = \frac{\triangle p - \triangle p_w}{l\,\xi_s\,(\gamma_s - \gamma_w)\,C} \tag{3.34}$$

によって η は与えられる。測定結果より求められた $\triangle p$ と C を用いるとき，各実験条件に対応する η はこの式にしたがって算出される。

3.5.2 $\eta\,(v_t/U_0)^2$ と F_d の関係

まず，ここで η が v_t/U_0 によってどのように変化するかを調べることにする。ところで，v_t の値は第2章でも述べたように，管壁や粒子同志の干渉の影響をうけて変化する。したがって，v_t の値としては考えている粒子の位置の近くの状況に対応した値をとらなくてはならない。しかしながら，一般に粒子群は管内で濃度分布を構成し，管断面上の各位置において，その濃度に対応する v_t の値は異なってくる。ところで，ここでは問題を一次元的に取り扱っているということを考慮して，ここでの v_t の決定に当っては，平均濃度に対する v_t の値を用いることにする。ところで，この平均濃度の値として管内濃度 q を用いることは q 自身の測定がむつかしいこと，そして実用上からは吐出し濃度 C を問題にすることを考えて，結局その状態での吐出し濃度 C に対応する v_t の値をとることにした。前章でとり扱わなかった粒子については，改めて，濃度のちがう2つの場合について，浮遊速度を測定し，これより式(2.65)にしたがって $v_{t\infty}$ と K とを求めて d/D と C に対する v_t の実験式をつくった。ここで述べた v_t の決定に C を用いたことの影響は η を決定する際 v_t に対する依存性の他の部分にはいってくると考えられる。この影響は流速がきわめて低い状態では，粒子速度が小さく，吐出し体積濃度 C と管内濃度 q の相違が大きくなるため，かなり大きくなると考えられるが，このような場合を除けば，後の検討でも述べるように q/C は1にきわめて近い値となり精度上影響はほとんどないと考えられる。

上記のように式(2.65)より d/D と C とを用いて求められた v_t の値より，η と $(v_t/U_0)^2$ の関係が図3－8のように与えられる。η は式(3.26)で示されるように F_d，

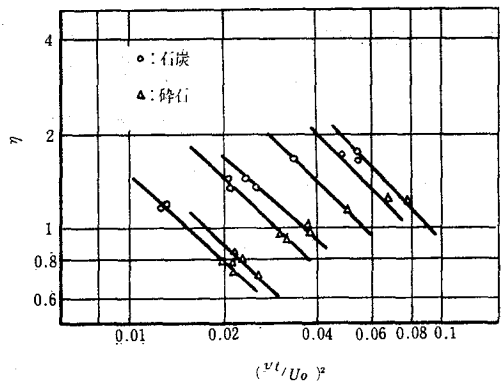


図3－8　Fd ＝一定，d/D ＝一定のとき
η と $(v_t/U_0)^2$ の関係

v_t/U_0，d/D の関数となるから，η の $\left(v_t/U_0\right)^2$ に対する依存性は，d/D と F_d の値をそれぞれ一定にしたときに知ることができる。ところで d/D と F_d の値が等しいような実験値はわれわれの実験において，同質の粒子については，一定の U_0 に対して v_t がことなるような点をとらねばならず，したがってこのような実験点を多くとることは困難なので，η と $\left(v_t/U_0\right)^2$ の関係に対して，この結果から明確な結論を得ることはむつかしい。このことは図にみられるとおりであるが，図の傾向からみて，

$$\eta = K_1 \left(\frac{v_t}{U_0}\right)^2 \qquad (3.35)$$

の関係があることが推測される。ここで K_1 は d/D と F_d の関数として決定される係数であり，したがって，$\eta\left(v_t/U_0\right)^2$ が d/D と F_d の関数になると考えられる。$\eta\left(v_t/U_0\right)^2$ と F_d の関係を d/D をパラメータにして描いた図を図3－9から図3－12に示している。これらの図よりみて，図中鎖線で示している F_d のある限界値 F_{dcr} よりも F_d が小さいところでは，実験結果は，粒子群の濃度や，粒子の種類に関係なく，1本の直線上にまとまっており，しかも d/D の異なる値に対しても，直線のこう配は等しくなっていることを知ることができる。このことは上の式（3.35）の推定が妥当なものであったことを示している。F_d がある限界値 F_{dcr} を越えたときは，砕石では，急激に $\eta\left(v_t/U_0\right)^2$ は減少しはじめるのに対し，石炭では一たんこう配がゆるやかになってのちに同様な急な減少を示す。このように F_{dcr} より大きい F_d の値に対しては $\eta\left(v_t/U_0\right)^2$ の F_d に対する変化の仕方が $F_d < F_{dcr}$ の場合と異なる

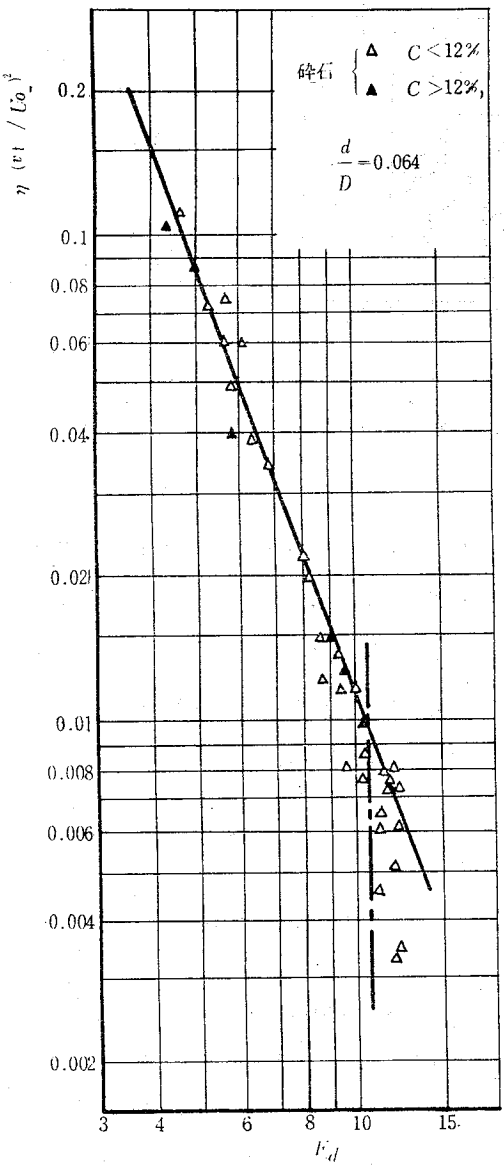


図3－9 $\eta\ (v_t/U_0)^2$ と F_d の関係

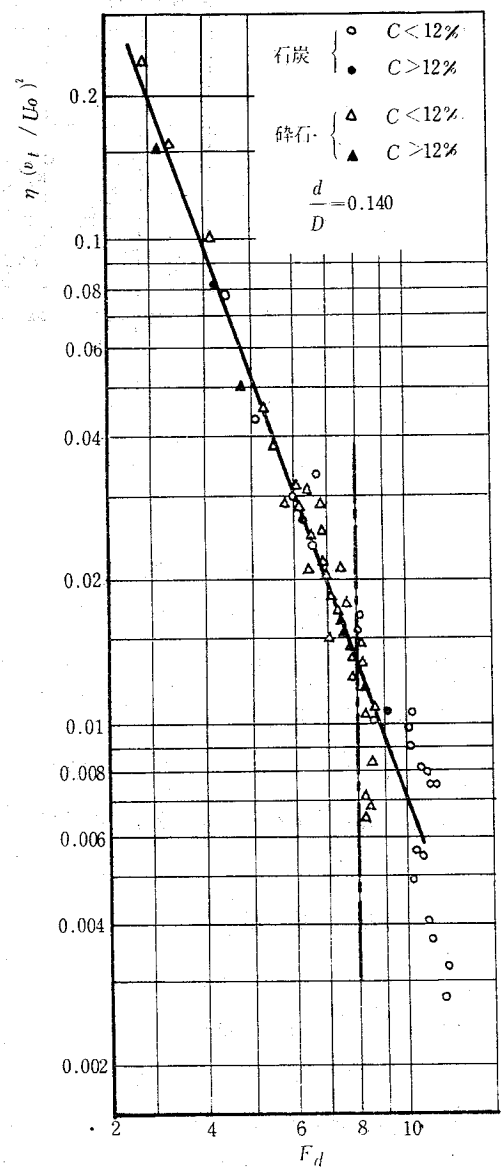


図3－10 $\eta\ (v_t/U_0)^2$ と F_d の関係

のみならず，粒子の種類によってもまた異なった様相を示すようになる。このことは，$F_d = F_{dcr}$ の値に対応する流速を境として混相流の流動状況に変化が生じることを示唆していると考えられる。したがってここでとり上げるしゅう動流動状態の上限として，F_{dcr} をとると，$F_d < F_{dcr}$ に対して $\eta\left(v_t/U_0\right)^2$ と F_d の関係は，

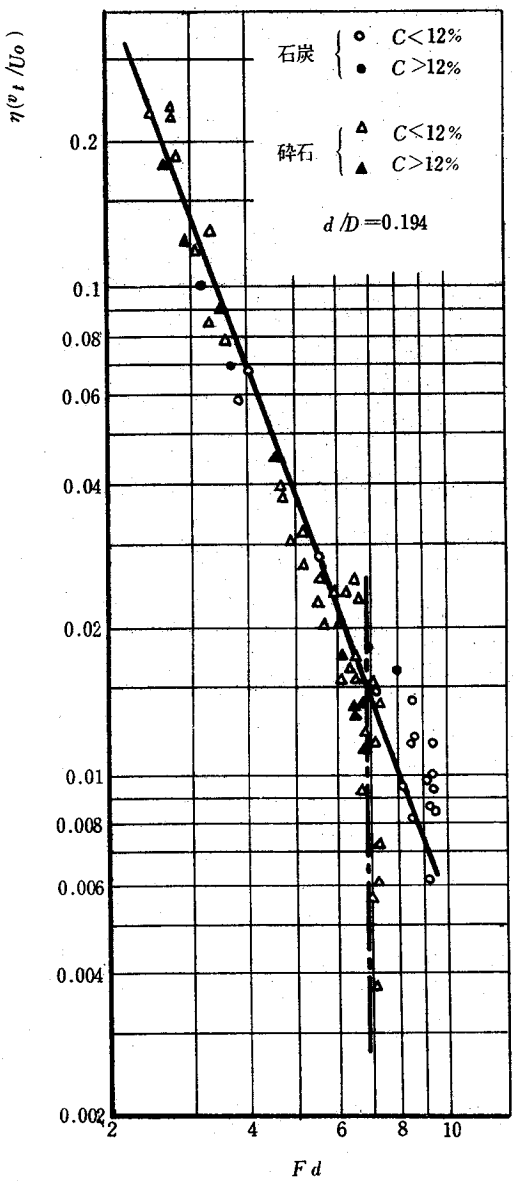


図3－11 $\eta\ (v_t/U_0)^2$ と Fd の関係

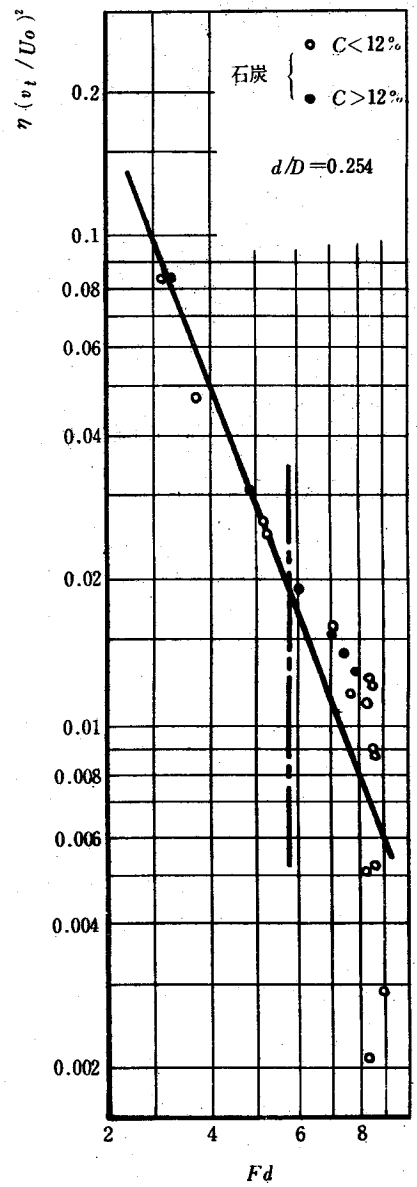


図3－12 $\eta\ (v_t/U_0)$ と Fd の関係

$$\eta\left(\frac{v_t}{U_0}\right)^2 = K_2 F_d^{-2.72} \qquad (3.36)$$

となる。ここで K_2 は粒子の種類や濃度に関係せず，d/D のみの関数として決定されることになる。F_{dcr} については更に後に詳しく検討する。

3.5.3 d/D に対する関係

式(3.36)で K_2 は d/D のみの関数として決定されるが，この関係を図に示すと図3－13のようになり，これより，

$$K_2 = 0.90\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.707} \qquad (3.37)$$

を得る。

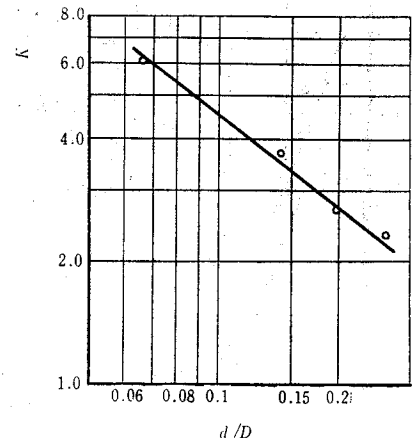


図3－13 K_2 と d/D の関係

3.5.4 圧力降下の実験式

以上をまとめるとき，修正係数 η は $F_d < F_{dcr}$ において，

$$\eta = 0.90\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.707} F_d^{-2.72}\left(\frac{U_0}{v_t}\right)^2 \qquad (3.38)$$

と決定される。したがって式(3.9)より付加管摩擦係数 λ_s は，

$$\lambda_s = 0.90\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.707} F_d^{-2.72}\left(\frac{U_0}{v_t}\right)^2 \cdot \frac{2g\,\xi_s(\gamma_s-\gamma_w)D}{U_0^2\,\gamma_w}C$$

$$= \frac{1.80\,g\,\xi_s(\gamma_s-\gamma_w)D}{v_t^2\,\gamma_w}\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.707} F_d^{-2.72}\,C \qquad (3.39)$$

と与えられる。これより固液二相流の水平管水力輸送の場合，しゅう動流動状態にある定速区間での圧力降下は，

$$\triangle p = \left\{\lambda_w + \frac{1.80\,g\,\xi_s(\gamma_s-\gamma_w)D}{v_t^2\,\gamma_w}\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.707} F_d^{-2.72}C\right\}\frac{\gamma_w U_0^2}{2gD}\triangle x \qquad (3.40)$$

と与えられる。また，これを同じ平均流速 U_0 で清水のみを流したときの圧力降下 $\triangle p_w$ との比で表現するとき，

$$\frac{\triangle p}{\triangle p_w} = 1 + \frac{1.80\,g\,\xi_s(\gamma_s-\gamma_w)D}{v_t^2\,\gamma_w\,\lambda_w}\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.707} F_d^{-2.72}\,C \qquad (3.41)$$

となる。なお，この解析において式(3.6)の導出の際 $\gamma_s > \gamma_w$ を仮定しているが，$\gamma_s < \gamma_w$ の場合については，同様の管壁との摩擦が管上面で行なわれることになるので，この導出の過程で($\gamma_s - \gamma_w$)の因子を($\gamma_w - \gamma_s$)とおき直して議論をすすめなくてはならない。

3.6 検　　討

3.6.1 しゅう動流動の限界を示すパラメータ F_{dcr}

前節の η の導出の過程にあらわれたしゅう動流動の限界を示すパラメータ F_{dcr} の値は，粒子の種類には関係なく d/D の関数として与えられる。この関係を図3－14に示すが，これより，

$$F_{dcr} = 2.9\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.5} \qquad (3.42)$$

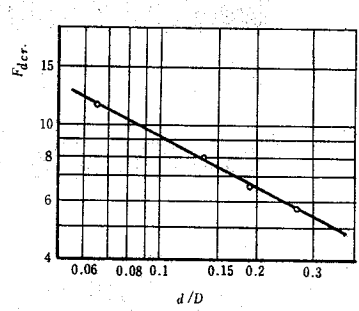


図3－14 F_d の限界値

と与えられる。これを書き替えると，

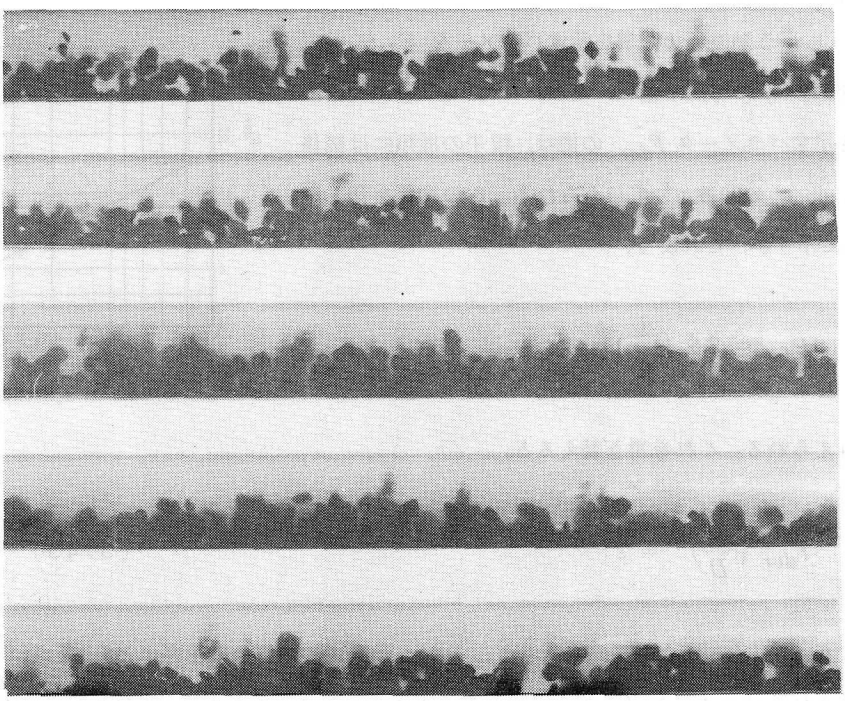
$$F_{dcr}\left(\frac{d}{D}\right)^{0.5} = 2.9 \qquad (3.43)$$

となり，式(3.27)を考慮するとき，しゅう動流動の限界は粒子径によらず，式(3.12)で定義されるパラメータ F_D が一定値をとるときであることがわかる。すなわち，この限界値を F_{Dcr} で表わすとき，

$$F_{Dcr} = 2.9 \qquad (3.44)$$

がしゅう動流動の限界を与える。

このように，しゅう動流動の限界が粒子径に依らず，管径 D を代表長さにしたパラメータで決定されることは，流動状況がしゅう動流動から変化するときには，粒子の運動が影響する範囲が管径程度となり，むしろ管径によって制約をうけるようになっていることを示していると考えられる。$\eta\left(v_t/U_0\right)^2$ と F_d の関係にも明らかなように，F_d が F_{dcr} を越えたとき粒子によって多少のちがいはあるが，$F_d < F_{dcr}$ の場合に比して急激な $\eta\left(v_t/U_0\right)^2$ の減少，すなわち，η の急な減少が起ることは明確に，この限界を越えて，流れがしゅう動状態か



F_D =4.9
(U_o =2.23m/s)

F_D =3.2
(U_o =1.46m/s)

F_D =3.0
(U_o =1.36m/s)

F_D =2.7
(U_o =1.21m/s)

F_D =2.4
(U_o =1.07m/s)

石炭（d =7.62mm）
吐出し濃度　C = 9 %
ポリカーボネイト管（D = 43.75mm）

図3－15　水平管での粒子の運動状況

ら浮遊状態へ移りはじめるということを示唆している。F_{Dcr} 近傍での流れの状況の写真を図3－15に示している。これは図3－4に示した実験装置で粒子径 $d=7.62$ mm の石炭を約9％の吐出し体積濃度で輸送したときの写真である。$F_D=2.4$ の低流速の場合には粒子は層の上面では回転しながら管底部と粒子層上部でかなりの速度差をもって移動している。このような状態は $F_D=3.0$ 程度まで続くが，$F_D=3.0$ を越したあたりから層が全体として一様な移動をみせるようになり，また粒子の浮遊がやや目立ってくる。このことは限界値に対する上記の考察を支持しているように思われる。

3.6.2　流動状況による圧力降下と流速との関係のちがい

すでに3.4.2節で述べたように混相流ではしゅう動流動時に圧力損失を最小にするような流速が存在する。この流速 U_{0min} の値は式(3.40)より求めることができる。今簡単のため清水時の管摩擦係数 λ_w に Blasius 式を用い，式(3.40)を流速が陽に表われるように書き直すと，

$$\triangle p=\left\{0.3164\left(\frac{\nu}{D}\right)^{\frac{1}{4}}U_0^{-\frac{1}{4}}+\frac{1.80\,g\,\xi_s\,(\gamma_s-\gamma_w)\,D}{v_t^2\ \gamma_w}\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.707}\right.$$

$$\left.\left(\sqrt{g\,d\,(\gamma_s/\gamma_w-1)}\right)^{2.72}U_0^{-2.72}C\right\}\times\frac{\gamma_w\,\triangle x}{2\,g\,D}U_0^2 \qquad (3.45)$$

これより，U_{0min} は，

$$\frac{d(\triangle p)}{d\,U_0}=\frac{\gamma_w\triangle x}{2\,g\,D}\left[\frac{7}{4}\times0.3164\left(\frac{\nu}{D}\right)^{\frac{1}{4}}U_0^{\frac{3}{4}}-\frac{0.72\times1.80\,g\xi_s\,(\gamma_s-\gamma_w)D}{v_t^2\ \gamma_w}\left(\frac{d}{D}\right)^{-0.707}\right.$$

$$\left.\times\left\{g\,d\,(\gamma_s/\gamma_w-1)\right\}^{1.36}C\ U_0^{-1.72}\right]=0 \qquad (3.46)$$

の解として，

$$U_{0min}=1.412\left\{\frac{g\,\xi_s\,(\gamma_s/\gamma_w-1)\,D}{v_t^2}\right\}^{0.405}\left(\frac{d}{D}\right)^{0.262}\left(\frac{gD^3}{\nu^2}\right)^{0.55}C^{0.405}\cdot\frac{\nu}{D}$$

$$(3.47)$$

と与えられる。これよりみて U_{0min} に対して粒子径 d はあまり大きく関係しないが，濃度 C が増加するとき U_{0min} の値は大きくなり，3.4.2節で述べた結果ともよく一致する。

しゅう動流動状態での平均流速 U_0 と付加圧力損失 $\triangle p_s$ との関係は，式(3.40)において，おおよその値の見当をつけるために，有効数字1桁だけをとって $F_d^{-2.72}$ を F_d^{-3} と示すとき，

$$\triangle p_s \propto U_0^{-1} \qquad (3.48)$$

となる。一方，フライアッシュや砂などの実験から浮遊状態での圧力損失を取り扱った岩浪ら[23]の研究においては，付加圧力損失は，同じ意味の記号を本論文の記号におき直して，

$$\triangle p_s = 0.069 \frac{U_0^2}{gD} C_d \mu_s^{1.01} \frac{(1-\phi'')^{2-\varepsilon_0}}{\phi''} \left(\frac{D}{d}\right)^{1+\varepsilon_0} \frac{\gamma_w}{\gamma_s} \frac{1}{1-\frac{\gamma_w}{\gamma_s}} \frac{\triangle x}{D} \frac{\gamma_w}{2g} U_0^2 \qquad (3.49)$$

と与えられている。ここで μ_s：重量混合比，$\varepsilon_0 : C_d = k_0 / R_{ed}^{\varepsilon_0}$（$k_0$：定数）としたときのレイノルズ数の指数，また，

$$\phi'' = 1 - \sqrt{\xi_s}\, v_t / U_0 \qquad (3.50)$$

本論文で扱ったような粗大粒子では，抗力係数は Newton 領域にあると考えられるので，C_d＝一定，すなわち $\varepsilon_0 = 0$ ととって良い。このとき式（3.49）と（3.50）とより，おおよそ

$$\triangle p_s \propto U_0^2 \qquad (3.51)$$

と導くことができる。

以上の結果を比較すると，しゅう動流動状態と浮遊状態では，付加圧力損失に対する流速の影響はきわめて大きくことなっており，このことは図3－6，3－7に示したように，低流速で清水の場合と比較して混相流の圧力損失が大きな付加圧力損失をもち，全圧力損失が最小値をとるような状況を生み出すのに対して，流速が大きくなるときは，清水とあまり大きくことならないという 3.4.2 節の結果に対応しているものと考えられる。

3.6.3　付加圧力損失に対する諸量の影響

前節で付加圧力損失 $\triangle p_s$ に対する平均流速 U_0 の影響を考察したが，ここで，粒子径 d，比重量 γ_s，摩擦係数 ξ_s および管径 D が付加圧力損失にどのように影響するか，これらの影響の仕方が流動状況によっていかにことなるかについて考察をすすめる。おおよその各量の影響をみるために，前節と同様指数の有効数字に1桁をとって検討をすすめることとし，式（3.40）で $(d/D)^{-0.707}$ を $(d/D)^{-1}$，$F_d^{-2.72}$ を F_d^{-3} として示す。また終速度 v_t に対する濃度や d/D の影響は考慮しないことにする。しゅう動流動状態では式（3.40）より上のような考慮のもとでは

$$\triangle p_s \propto \frac{g\xi_s(\gamma_s/\gamma_w - 1)D}{v_t^2} \left(\frac{d}{D}\right)^{-1} F_d^{-3} C \cdot \frac{\gamma_w U_0^2}{2gD} \triangle x \qquad (3.52)$$

またここで，

$$v_t^2 = \frac{2g(\gamma_s/\gamma_w - 1)V}{C_d S} \propto \frac{g(\gamma_s/\gamma_w - 1)d}{C_d} \qquad (3.53)$$

これと F_d の定義より $\triangle p_s$ は，

$$\triangle p_s \propto \xi_s \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1\right)^{\frac{3}{2}} d^{-\frac{1}{2}} D \qquad (3.54)$$

と与えられる。これより $\triangle p_s$ は管壁と粒子の摩擦係数 ξ_s や管径 D に比例し，みかけの粒子比重 $(\gamma_s/\gamma_w - 1)$ にはその $\frac{3}{2}$ 乗に比例するなど，大きくこれらの量が影響するが，粒子径 d については $d^{-\frac{1}{2}}$ とあまり大きな影響を及ぼさないことが知れる。

浮遊状態での岩浪ら[23]の式では，混合比 μ_s が γ_s/γ_w に比例するので，これを考慮して同様な考察をすすめるとき，

$$\triangle p_s \propto \xi_s \frac{1}{D} \frac{\gamma_s}{\gamma_w} \qquad (3.55)$$

となり，まず $\triangle p_s$ は管壁との摩擦係数 ξ_s に比例し，粒子径 d に無関係となる。これらはしゅう動流動状態の結果とほぼ一致しているが，しゅう動流動状態ではみかけの比重が関係していたのに対して，浮遊状態では比重そのものが関係している点，管径 D に対する依存性が全く逆になっている点に大きな相違がある。

3.6.4 管壁と粒子との摩擦

管壁と粒子との摩擦については，しゅう動流動状態では流体膜をもたない固体摩擦であるという考え方のもとに摩擦係数を測定し，この結果を用いて，圧力降下の測定結果を処理して式(3.40)を得た。この摩擦係数に対して寺田[47]は図3－16のような装置を用いて動摩擦係数を測定し，ある粒子速度以上では，摩擦係数は粒子によらない一定の値になるという結果を与え，この値として，

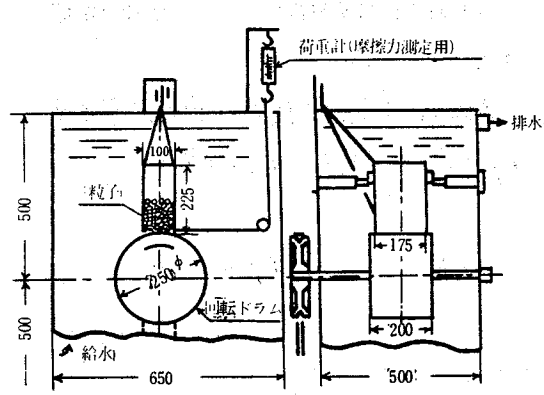


図3－16 水中での粒子と板の摩擦係数測定用の寺田の実験装置

$$\xi_s = 0.26 \qquad (3.56)$$

を与えている。この値を用いて実験結果より計算した η を，$\eta\left(v_t/U_0\right)^2$ と F_d との関係で整理するとき図3－10に対応して，図3－17を得ることができる。この図では F_{dcr} 以下の F_d に対して粒子の種類によってことなったグラフを与えいる。このことからみて式(3.40)を導くのに用いた摩擦に対する仮定は，3.2.3節で述べた考察にもとずくパラメータを用いて結果をよく整理できるという点から正しいものと考えられる。

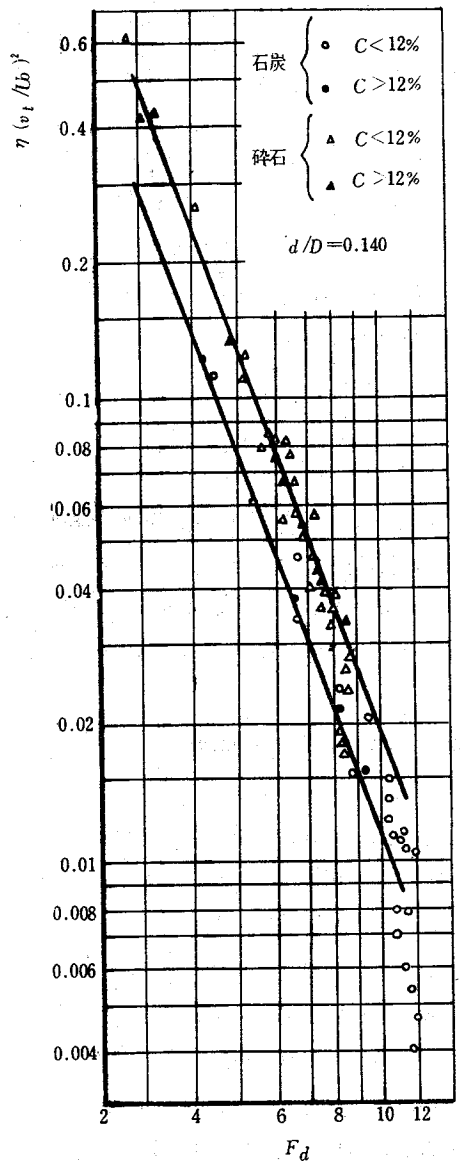


図3－17 摩擦係数 ξ_s =0.26を用いたときの $\eta\,(v_t/U_0)^2$ と F_d の関係

3.6.5 U_f/U_0 と q/C

混相流中での流体の平均流速 U_f および管内濃度 q は一般に測定がむつかしいが，これらの値は管内での混相流の状況を与える量として閉塞などとの関連において重要な意味をもっている。本節では今までに得た結果からこれらの量を推定して，これに検討を加える。

混相流の平均流速 U_0 は，流体の平均流速 U_f と粒子の平均流速 u_s を用いて，

$$U_0 = (1-q)U_f + u_s q \qquad (3.57)$$

で表わされる。式(3.5)，(3.14) を用て u_sを消去して U_f/U_0，q/C について解くと，容易に

$$\frac{U_f}{U_0}=\frac{1}{2}\left\{1+\sqrt{\eta\xi_s}\frac{v_t}{U_0}+\sqrt{\left(1-\sqrt{\eta\xi_s}\frac{v_t}{U_0}\right)^2+4\sqrt{\eta\xi_s}\frac{v_t}{U_0}C}\right\} \qquad (3.58)$$

$$\frac{q}{C}=\frac{1}{U_f/U_0-\sqrt{\eta\xi_s}\,v_t/U_0} \qquad (3.59)$$

を得ることができる。これらの式の中の η の値は厳密に議論すれば，圧力損失の実験結果から得た η とは異なっている。何故ならば，ここでの η は3．2．2節で述べたように，粒子の壁との接触頻度を示す量と考えることができるが，圧力損失から求めた η は 3．2．1 節で述べた浮遊の度合を示す量であるとはいえ，実際には粒子を混入したことによる流体の流れの場の変動に伴う圧力損失の変化の影響なども含んだ値となっており，特に低流速では，流体が通過する断面が管底の固体粒子層の存在のため，円形断面と異っており，この影響は著るしい。しかし流速が速くなるにつれてこの影響は小さくなり，η は 3．2．2 節で述べた意味をもつ量になると考えられるので，ここでは η として一応式（3．38）で得た値を用いて U_f/U_0 と q/C を計算した。図3−18には $d/D=0.140$ で $C=20\%$ の石炭の場合について，U_f/U_0 と F_d との関係を示しているが，これよりみて，U_f と U_0 の差は小さいと考えられる。一般に v_t が U_0 に比して小さいような場合には，$\eta\sim1$，$\xi_s\sim0.5$ 程度なので1に比して $\sqrt{\eta\xi_s}\,v_t/U_0$ が十分小さいとして式（3．58）を展開して第1項までとすると，

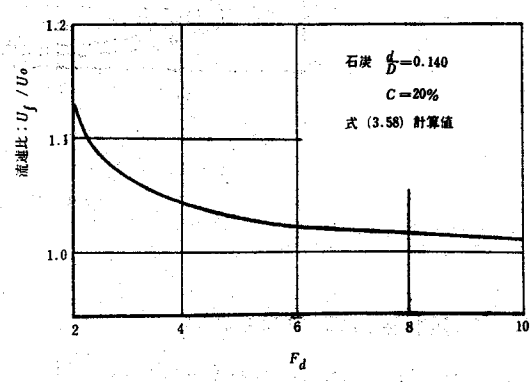


図3−18 流体平均流速U_fと混相流平均流速U_0の比

$$\frac{U_f}{U_0}=1+\sqrt{\eta\xi_s}\frac{v_t}{U_0}C \qquad (3.60)$$

となり，U_f/U_0 の1からずれが一般的にかなり小さく，U_0 に逆比例し，濃度に比例することを知ることができる。

q/C についても同様にして，式（3．59）より，

$$q/C=1+(1-C)\sqrt{\eta\xi_s}\frac{v_t}{U_0} \qquad (3.61)$$

を得ることができ，やはり q/C の1からのずれは U_0 に逆比例するが，さほど大きくないことを知ることができる。

U_f/U_0 と q/C については，実験的にもあまり多くの結果が得られていないが，式(3.59)で計算した結果の一例をWorster等[14]が発表している結果と比較するとき図3－19のようにかなり良い一致を示しており，式(3.38)の η を用いて，U_f/U_0 を推定したことも大きい誤差を生じていないと考えられる。

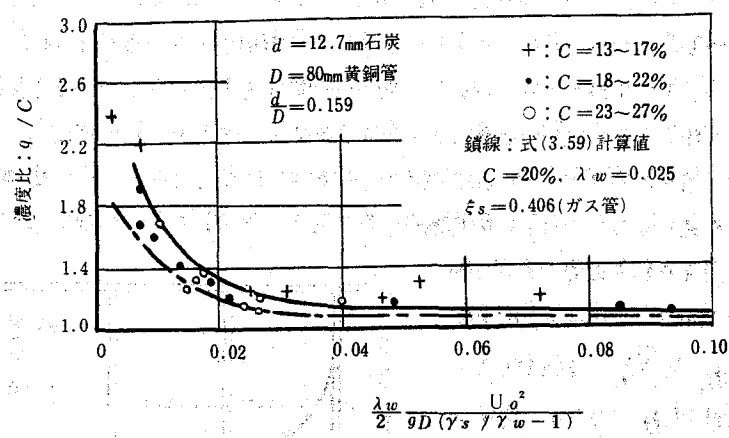
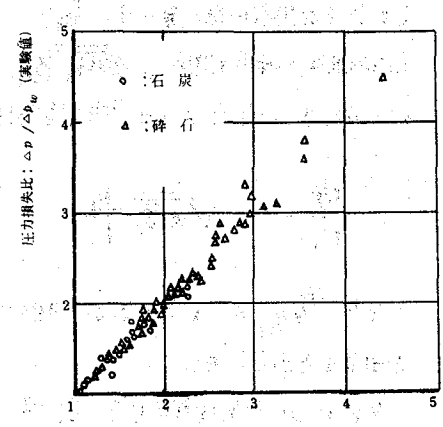


図3－19　管内濃度と吐出し濃度の比

3.6.6　実験値と計算値の比較

$F_d < F_{dcr}$ であるいわゆるしゅう動流動状態についての実験結果をこれと同じ条件で式(3.40)によって計算された計算値と比較するために，縦軸に実験値，横軸に計算値をとって図3－20に示している。すべての点はほぼ勾配45°の直線上にあり，図よりみて式(3.40)は実験結果をほぼ3％程度の誤差で整理し得ることを示している。さらに式(3.40)をこの式を導いたときと異なる実験条件の下で検証するために3.3節の末尾に述べた循環流路を用いた同様な測定を行ない図3－20と同様な整理をしたものを図3－21に示している。この結果は実験値と計算



圧力損失比：$\Delta p / \Delta p_w$ (計算値)

図3－20　計算値と実験値の比較

値が上に述べた誤差の範囲でよく一致していることを示しており，式(3.40)は固体粒子の水平管水力輸送におけるしゅう動流動時の圧力損失を良く表わしていると結論できる。なお図3－6，3－7にも，それぞれの場合について，しゅう動流動の限界値 F_{dcr} に対応する流速 U_{0cr} の値と，粒子径，濃度をパラメータにした式(3.40)の計算結果を記入しているが，これよりみて圧力勾配の最小値の近傍が，式(3.40)で良く表わされていることがわかる。

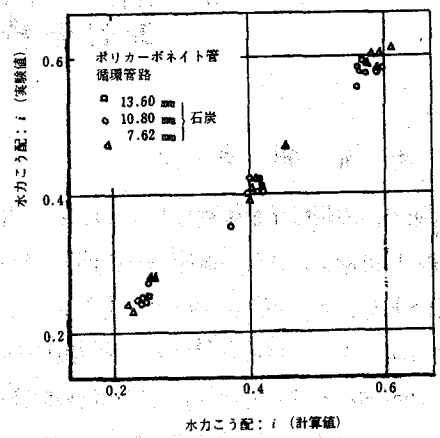


図3－21 計算値と実験値の比較

3.7 結　論

固体粒子群の水平管水力輸送におけるしゅう動流動状態について，以下の結論を得る。

(1) しゅう動流動状態の限界はパラメータ F_D を用いて

$$F_{Dcr} = 2.9$$

と与えられ，粒子径 d には無関係となる。

(2) $F_D < F_{Dcr}$ での定速区間の圧力損失は式(3.40)で与えられ，これは実験結果をよく表わしている。

(3) 流動状態が浮遊状態にあるときと，しゅう動状態にあるときとで流れを規定する諸量に対する付加圧力損失の変化の仕方は著るしく異なる。とくに流速に対する影響と管径に対する影響は著るしい相違をみせる。

(4) 混相流の圧力降下に対して粒子径はあまり大きな影響は与えない。

(5) しゅう動流動時には固体粒子は管壁との間に固体摩擦を行なっているものと推定できる。

(6) 管内の流体の流速と平均流速，管内濃度と吐出し濃度の差はともにあまり大きくない。

第4章　固体粒子群の水平管水力輸送における濃度分布と速度分布

4.1　ま　え　が　き

流体中に固体粒子が懸濁したときには，固体粒子の揺動運動や，固体粒子が流体から受ける力の反作用の結果などで，流体のみの場合とは見掛け上の流体の性質が異ってくることは古くから指摘されている。これについては古くEinstein[2]による懸濁液の見掛け粘性係数の計算にはじまって，多くの研究者[3]によって見掛け上の応力と平均速度勾配との関係について，実験的，理論的解明がなされている。この事情は固体粒子群の水力輸送の場合にも当然生じ，流体のみを流したときとは異った流動状況を惹き起し管内圧力降下においても，単に密度が異った流体として二相流を取扱うことでは正しい結果を得ることができないことが知られている。しかしながら速度勾配がある流れの場で，二相流の平均速度分布，濃度分布，圧力勾配などを上述の二相流の平均的な性質についての結果を用いて理論的に計算することは，流れが乱流であること，結果が複雑であることなどから直ちにこれを行なうことは困難である。したがって，平均速度分布や，濃度分布を実験的に測定し，固体粒子を混入したことによる流動機構への影響を知ることが，二相流の水力輸送の圧力降下などの実験的研究を基礎ずけてゆく上に重要なことになってくる。またこの結果は実用的に重要な限界流速や閉塞との関連においても重要なものと考えられる。

平均速度分布，濃度分布についてはこれまでにもいくつかの実験結果が発表されており[12)28)29)]など水平管路においては，これらは管軸について，中立浮遊粒子以外では一般に非対称になっていること，[12)28)29)48)]また中立浮遊粒子では，平均速度分布は流体のみの場合と異なり，[30)]濃度分布も管内に一様な分布を示さないことが示されており，二相流のレオロジー的性質からの議論がいくつかみられる。また，粒子と流体の平均速度比は，管内濃度と吐出し濃度との関係や限界流速の吟味のために重要であるが，従来はほとんどが一次元的に問題をとり扱い，管壁との摩擦による粒子のおくれとして議論されており，速度分布，濃度分布からの考察はみられない。圧力降下に対しても当然これらの流動状況の相違が関係してくるが，この点については乱れのエネルギーの変化という観点からの考察が二・三[24)25)]みられる。

本章においては，平均速度分布と濃度分布との関係について，まず問題をとり上げ，これが平均速度比や，圧力降下にどのように影響してくるかについて，議論することにする。水力輸送においては，粒子は乱れのために揺動しているが，この結果として流れに垂直な方向への粒子による運動量の輸送が起り，粒子の運動量が新しい環境に落着く緩和現象の反作用として，流体の剪断応力は流体のみの場合と異った値をもつようになる。この結果として流体の速度分布は流体のみの場合と異ってくるものと考えられる。従来，低濃度の場合に平均速度分布が流体のみの場合と変らないということから濃度分布を計算する試みがなされているが，[32)]本章では以上の観点から

濃度分布が与えられたときに，その非対称性が速度分布にどのように影響を与えるかという問題をとり上げる。平均濃度分布と平均流速分布に非対称性が存在し，例えば，比重が1より大きい粒子の場合，水平管では濃度は管底において高く，最大流速の位置は管軸より上方にずれることから，局所的に流体と粒子との速度が等しくても流体と粒子の平均速度は異ってくる。平均速度比について，従来のように一次元的に粒子と管壁との摩擦のみで取扱うとき，かなり摩擦係数を大きくとらないと実験結果と合わない矛盾があったが，このような流れの機構に立脚するときこれは十分説明できる。

また圧力降下についてもこのような速度分布，濃度分布の影響があらわれるが，この点についても実験結果から現象論的に考察することにする。

4.2 管内速度分布の解析

4.2.1 混相流の剪断応力

問題を簡単化するために，ここでは平均的に一方向（x 方向）にのみ流れる流れを考え，すべての量は，これと垂直な一定の方向（y 方向）にのみ変化する二次元問題をとり上げる。粒子はすべて浮遊して流れているとし，流れの中に流体と粒子との速度差が発生してもこれによって生じる抗力の結果として，その差は消滅し，平均的に流体と粒子は等しい速度 u で運動しているものと仮定する。乱流動粘性係数 ε を用いるとき，流体のみの流れでは，x 方向に働く剪断応力 τ は

$$\tau = \rho\varepsilon\frac{du}{dy} \qquad (4.1)$$

と表現される。まえがきにも述べたように，混相流では，粒子の揺動の結果として，流れに垂直な方向への運動量輸送が行なわれ，この結果として流体の剪断応力に変化が生じる。y 方向に垂直な単位面積を通っての粒子の運動量輸送は，単位時間当り

$$-(\rho_s-\rho)\varepsilon_s\frac{dqu}{dy} \qquad (4.2)$$

で与えられる。ここで ρ_s ：粒子の密度，ε_s：粒子の乱流拡散係数，q ：体積濃度。この運動量は，粒子が流体からうける抗力によって失われ，新しい環境に適合する。この抗力の反作用を流体はうける結果，流体にかかる応力 τ は，式（4.1）に，式（4.2）で示される値を加えたものになり，結局，混相流では

$$\tau = \rho\varepsilon\frac{du}{dy} + (\rho_s-\rho)\varepsilon_s\frac{dqu}{dy} \qquad (4.3)$$

なる剪断応力をうけることになる。

混相流中に，中立粒子を浮遊させた場合でも，速度分布が流体のみの場合の分布と異なってくることは，従来の報告にもみられるように，粒子を混入した結果として，流体の乱れの性質が変化し，乱流動粘性係数 ε の値と，その分布が変わってくることに起因するものと考えられる。また粒子間の衝突や粒子と壁面との衝突による揺動は，上式では考慮に入っていないが，これらは，粒子の乱流拡散係数 ε_s に含めて考えることにする。したがって，殊に低流速においては，ε_s にこれらの影響が大きく表われてくるものと考えられる。

4.2.2 速度分布に対する濃度分布の影響

式（4.3）を用いて濃度分布と速度分布との関係を求めるために，$\varepsilon_s/\varepsilon$ は断面にわたって一定であると仮定し，この値を

$$m=\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon} \tag{4.4}$$

とおいて，式（4.3）を

$$\tau=\rho\varepsilon\frac{d}{dy}\{1+(\sigma-1)mq\}u \tag{4.5}$$

と書く。ここで σ は比重で　$\sigma=\rho_s/\rho$ 。

いま，$y=0$ と $y=h_w$ の2つの平行な壁にはさまれた混相流を考え，最大速度の位置を $y=z_m$，$y=0$，$y=h_w$ の壁面上の応力をそれぞれ τ_{wl}，τ_{wu} とおく。一断面上では，圧力勾配が一定であるとすると，$0\leqq y\leqq z_m$ では

$$\tau=\tau_{wl}\left(1-\frac{y}{z_m}\right) \tag{4.6}$$

また，$z_m\leqq y\leqq h_w$ では

$$\tau=\tau_{wu}\left(1-\frac{h_w-y}{h_w-z_m}\right)。 \tag{4.7}$$

無次元変数として

$$Y_l=\frac{y}{z_m}\quad,\quad Y_u=\frac{h_w-y}{h_w-z_m} \tag{4.8}$$

を導入し，摩擦速度 u_{*u}，u_{*l} をそれぞれ

$$u_{*u}=\sqrt{\frac{\tau_{wu}}{\rho}}\ ,\quad u_{*l}=\sqrt{\frac{\tau_{wl}}{\rho}} \tag{4.9}$$

と定義すると，式(4.5)と式(4.6)(4.7)より，次の無次元表示された式を得る。

$$\frac{\varepsilon}{u_{*l}z_m}\ \frac{d}{dY_l}\left[\frac{u}{u_{*l}}\{1+(\sigma-1)mq\}\right]=1-Y_l \tag{4.10}$$

$$\frac{\varepsilon}{u_{*u}(h_w-z_m)}\ \frac{d}{dY_u}\left[\frac{u}{u_{*u}}\{1+(\sigma-1)mq\}\right]=1-Y_u \tag{4.11}$$

これより速度分布を得るためには，乱流動粘性係数 ε の Y_l または Y_u（以下単に Y を書く）についての関数形を知る必要がある。前にも述べたように，$\sigma=1$ の中立粒子を浮遊させた場合の速度分布は実際には，流体のみの流れの速度分布と異っていることから，ε の値および Y についての関数形は粒子の混入によって変化するものと考えられる。しかしながら ε の粒子の混入による変化を理論的に知ることは，一様な濃度分布の場合においてすら，それが乱流の性質に深い関連をもつことから現段階では議論することが困難である。したがって ε については第1近似として流体のみの流れの場合から出発することとし，次の仮定をおくことにする。

(1) ε の Y についての関数の形は，流体のみの流れの場合と同一である。すなわち最大速度位置 $y=z_m$ での ε の値を ε_0，流体のみの場合のそれを ε_{w0} とするとき

$$\frac{\varepsilon(Y)}{\varepsilon_0}=\frac{\varepsilon_w(Y)}{\varepsilon_{w0}} \tag{4.12}$$

ここで ε_w は流体のみの場合の乱流動粘性係数。

(2) 混相流では流れを最大速度位置 $y=z_m$ より上部と下部にわけて考えることとし，それぞれが流体のみの流れの場合の壁面上の同じ剪断応力　すなわち同じ摩擦速度 u_{*w} をもつ流れに，α_l，α_u を定数として次のような関係で対応するものとする。

$$\frac{\varepsilon_0}{u_{*l}z_m}=\alpha_l\frac{\varepsilon_{w0}}{u_{*w}(h_w/2)} \tag{4.13}$$

$$\frac{\varepsilon_0}{u_{*u}(h_w-z_m)}=\alpha_u\frac{\varepsilon_{w0}}{u_{*w}(h_w/2)} \tag{4.14}$$

式(4.13)，(4.14)をそれぞれ式(4.10)，(4.11)に代入すると，

$$\frac{\varepsilon_{wo}}{u_{*w}(h_w/2)}\ \frac{\varepsilon(Y_l)}{\varepsilon_0}\ \frac{d}{dY_l}\left[\alpha_l\frac{u}{u_{*l}}\{1+(\sigma-1)mq\}\right]=1-Y_l \qquad (4.15)$$

$$\frac{\varepsilon_{wo}}{u_{*w}(h_w/2)}\ \frac{\varepsilon(Y_u)}{\varepsilon_0}\ \frac{d}{dY_l}\left[\alpha_u\frac{u}{u_{*u}}\{1+(\sigma-1)mq\}\right]=1-Y_u \qquad (4.16)$$

ところで流体のみの場合の流速を u_w とすると

$$\tau=\rho\varepsilon_w\frac{du_w}{dy} \qquad (4.17)$$

と

$$\tau=\tau_{w0}\left(1-\frac{2y}{h_w}\right) \qquad (4.18)$$

より $Y=y/(\frac{h_w}{2})$ として，

$$\frac{\varepsilon_{wo}}{u_{*w}(\frac{h_w}{2})}\ \frac{\varepsilon_w(Y)}{\varepsilon_{wo}}\ \frac{d}{dy}\left(\frac{u_w}{u_{*w}}\right)=1-Y \qquad (4.19)$$

を得る。したがって仮定(1)，すなわち式(4.12)が成立つとき，式(4.15)，(4.16)と式(4.19)より

$$\alpha_l\frac{u}{u_{*l}}\{1+(\sigma-1)\}=\frac{u_w}{u_{*w}} \qquad (y\leqq z_m) \qquad (4.20)$$

$$\alpha_u\frac{u}{u_{*u}}\{1+(\sigma-1)mq\}=\frac{u_w}{u_{*w}} \qquad (y\geqq z_m) \qquad (4.21)$$

が成立つ。ここで混相流の最大流速をU，これに対応する流体のみの流れの最大流速を上部と下部で，それぞれ，U_{wu}, U_{wl} とすると，式(4.20)，(4.21)より

$$\alpha_l=\frac{1}{\{1+(\sigma-1)mq_m\}}\ \frac{u_{*l}}{U}\ \frac{U_{wl}}{u_{*w}} \qquad (4.22)$$

$$\alpha_u=\frac{1}{\{1+(\sigma-1)mq_m\}}\ \frac{u_{*u}}{U}\ \frac{U_{wl}}{u_{*w}} \qquad (4.23)$$

を得る。ここでq_mは$y=z_m$での濃度を示している。この式を式(4.20)，(4.21)に代入すると，

$$\frac{u}{U}=\frac{1+(\sigma-1)mq_m}{1+(\sigma-1)mq}\quad\frac{u_w}{U_{wl}}\qquad(y\leqq z_m)\tag{4.24}$$

$$\frac{u}{U}=\frac{1+(\sigma-1)mq_m}{1+(\sigma-1)mq}\quad\frac{u_w}{U_{wu}}\qquad(y\geqq z_m)\tag{4.25}$$

流体のみの場合の速度分布が$\frac{1}{n}$乗則のようにu/UがYのみの関係という形で与えられるときには混相流の速度分布は，

$$\frac{u}{U}=\frac{1+(\sigma-1)mq_m}{1+(\sigma-1)mq}\quad\frac{u_w}{U_w}\tag{4.26}$$

と書くことができる。

また一般には，混相流と流体のみの流れとの対応を平均流速u_mが等しい状態でつけることにする。混相流の$y\geqq z_m$，$y\leqq z_m$について，それぞれその部分の平均流速をu_{mu}，u_{ml}とし，また流体のみの場合の平均流速と最大流速の比をkとすると，

$$\frac{h_w}{2}\cdot\ kU_{wu}=u_{mu}(h-z_m)\tag{4.27}$$

$$\frac{h_w}{2}\cdot\ kU_{wl}=u_{ml}z_m\tag{4.28}$$

両式を加えると

$$\frac{2u_m}{k}=U_{wu}+U_{wl}\tag{4.29}$$

を得る。また式(4.13)，(4.14)と式(4.22)，(4.23)より，

$$\frac{u_{*u}^2}{u_{*l}^2}=\frac{U_{wl}}{U_{wu}}\quad\frac{z_m}{h_w-z_m}\tag{4.30}$$

この式と，混相流の圧力勾配$\frac{dp}{dx}$と摩擦速度との関係

$$\frac{dp}{dx}=\frac{u_{*l}^2}{z_m}=\frac{u_{*u}^2}{h_w-z_m}\tag{4.31}$$

とより導かれる

$$U_{wu} = \frac{z_m^2}{(h_w - z_m)^2} U_{wl}$$

を用いて

$$U_{wl} = \frac{2}{k} \frac{(h_w - z_m)^2}{(h_w - z_m)^2 + z_m^2} u_m \qquad (4.32)$$

$$U_{wu} = \frac{2}{k} \frac{z_m^2}{(h_w - z_m)^2 + z_m^2} u_m \qquad (4.33)$$

を得ることができる。これとmを知ることができれば，一般に式(4.24)，(4.25)より濃度分布と速度分布との関係をある平均流速u_mで，これと同じ平均流速をもつ流体のみの流れの速度分布から知ることができる。

4.2.3. 平均流速と最大速度の比

流体のみを流したときの平均流速u_mと最大速度U_wの比は，速度分布に$\frac{1}{7}$乗則を仮定すれば，二次元流の場合

$$\frac{u_m}{U_w} = \frac{7}{8} \qquad (4.34)$$

と与えられるが，混相流の場合は速度分布が変化する結果として，これらの値は変ってくるものと考えられる。式(4.24)，(4.25)で与えられる速度分布より平均流速u_mを計算すると，

$$u_m = \frac{U}{h_w} \left[\int_0^{z_m} \frac{1+(\sigma-1)mq_m}{1+(\sigma-1)mq} \left(\frac{u_w}{U_{wl}}\right) dy_l + \int_0^{h_w - z_m} \frac{1+(\sigma-1)mq_m}{1+(\sigma-1)mq} \left(\frac{u_w}{U_{wu}}\right) dy_u \right] \qquad (4.35)$$

と与えられる。ここで上式の右辺の積分に平均値定理を用い，$0 \leqq y_l \leqq z_m$の適当な点での濃度をq_l，$0 \leqq y_u \leqq h_w - z_m$でのそれを$q_u$とすると，

$$u_m = \frac{U}{h_w} \left[\frac{1+(\sigma-1)mq_m}{1+(\sigma-1)mq_l} z_m \int_0^1 \frac{u_w}{U_{wl}} dY_l + \frac{1+(\sigma-1)mq_m}{1+(\sigma-1)mq_u} (h_w - z_m) \int_0^1 \frac{u_w}{U_{wu}} dY_u \right] \qquad (4.36)$$

ここで，混相流の平均流速と最大速度の比を

$$k_m = \frac{u_m}{U} \tag{4.37}$$

流体のみの場合のそれを前節のように

$$k = \frac{u_m}{U_w} \tag{4.38}$$

とおくと，

$$\frac{k_m}{k} = \{ 1+(\sigma-1)mq_m \} \left\{ \frac{(z_m/h_w)}{1+(\sigma-1)mq_l} + \frac{(h_w - z_m)/h_w}{1+(\sigma-1)mq_u} \right\} \tag{4.39}$$

と書くことができる。

ここで，$(\sigma-1)mq_l$，$(\sigma-1)mq_m$，$(\sigma-1)mq_u$ が1に比べて小さい場合を考えてみる。

$$\frac{z_m}{h_w} = \frac{1}{2} + \zeta \tag{4.40}$$

とおくとき，最大速度位置の中心からのずれを示すζも上記の$(\sigma-1)mq_l$ 等が小さいときは，小さくなることから，この場合に式(4.39)を展開し，1次の項までとると，

$$\begin{aligned} \frac{k_m}{k} &= 1 + (\sigma-1)m\left(q_m - \frac{q_l + q_u}{2} \right) \\ &= 1 + (\sigma-1)mq_0 \left(\frac{q_m}{q_0} - \frac{q_l + q_u}{2q_0} \right) \end{aligned} \tag{4.41}$$

となる。ここでq_0 は平均濃度を示す。これより，最大流速に対する平均流速の比は，混相流の場合，流体のみの場合と異なり，その違いは，見掛け比重$(\sigma-1)$，平均濃度q_0，濃度分布の形 q/q_0 および拡散係数比mで決まることが判る。

4.2.4. 最大速度位置

混相流の最大速度位置は，濃度分布に対称性がないときは，一般に中心からずれることが知られている。このずれを次のようにして求めることができる。

いま，最大速度位置より下部の平均流速 u_{ml} は，

$$u_{ml} = \frac{U}{z_m}\int_0^{z_m} \frac{1+(\sigma-1)mq_m}{1+(\sigma-1)mq}\left(\frac{u_w}{U_{wl}}\right) dy_l = \frac{1+(\sigma-1)mq_m}{1+(\sigma-1)mq_l}kU \tag{4.42}$$

と与えられる。これと式(4.28)，(4.32)より式(4.37)，(4.38)，(4.40)を用いて

$$\frac{k_m}{k}\frac{(\frac{1}{2}-\zeta)^2}{(\frac{1}{2}-\zeta)^2+(\frac{1}{2}+\zeta)^2}=\frac{1+(\sigma-1)mq_m}{1+(\sigma-1)mq_l}(\frac{1}{2}+\zeta) \qquad (4.43)$$

ここでζ，$(\sigma-1)mq_m$，$(\sigma-1)mq_l$，$(\sigma-1)mq_u$ が小さいとして式(4.41)を代入して展開し第1項までとると

$$\begin{aligned}\zeta&=\frac{1}{12}(\sigma-1)m(q_l-q_u)\\&=\frac{1}{12}(\sigma-1)mq_0(\frac{q_l}{q_0}-\frac{q_u}{q_0})\end{aligned} \qquad (4.44)$$

を得る。これよりずれの大きさは，見掛け比重$(\sigma-1)$，平均濃度q_0，と拡散係数比mに比例し，濃度分布の形に依存することを知ることができる。

4.2.5. 平均粒子速度と平均流速の比

平均粒子速度u_sと平均流速u_mとの比はまえがきにも述べたように，一次元的な問題の取り扱いでは，粒子と管壁との摩擦を考慮に入れて取り扱われて来たが，浮遊状態での粒子群の流体輸送の場合には，濃度分布の非対称性と，これにもとづく速度分布の非対称性の結果として，粒子と流体に相対速度がなくても，吐出し粒子重量から算出される平均粒子速度u_sは，混相流の平均流速u_mとは異なった値をとるようになり，この観点から問題をとり上げる方が妥当であると考えられる。

単位時間当りに吐出される粒子の体積の混相流の流量に対する比，すなわち吐出し体積濃度Cと管内の平均濃度q_0との間には前にも述べたように，

$$\frac{C}{q_0}=\frac{u_s}{u_m} \qquad (4.45)$$

の関係がある。Cおよびq_0はそれぞれ

$$C=\int_0^{h_w} qu\,dy/u_m h_w \qquad (4.46)$$

$$q_0=\frac{1}{h_w}\int_0^{h_w} q\,dy \qquad (4.47)$$

で与えられるので

$$\frac{u_s}{u_m}=\frac{C}{q_0}=\frac{\int_0^{h_w} q_u\,dy}{u_m\int_0^{h_w} q\,dy} \qquad (4.48)$$

によって平均粒子速度と平均流速の比は与えられる。

濃度が低い場合は，式（4.44）より最高速度位置のずれは小さく，また k_m/k も式（4.41）より1と考えて良いので，速度分布に $\frac{1}{7}$ 乗則をとり，また濃度分布として粒子の乱流拡散係数を一定とし（一定値を $\overline{\varepsilon}_s$ とする），粒子が一様に，終速度 v_t で沈降するとして求められた (50)

$$q = q_w e^{-\frac{v_t}{\overline{\varepsilon}_s} y} \qquad (q_w：壁面上の濃度) \quad (4.49)$$

を用いると，$\frac{v_t h_w}{\overline{\varepsilon}_s}$ が大きいときには $2y/h_w = \eta'$ とおいて

$$C = \frac{1}{u_m h_w}\left[\frac{h_w}{2}\int_0^1 q_w U e^{-\frac{u_t h_w}{2\overline{\varepsilon}_s}\eta'} \eta'^{\frac{1}{7}} d\eta' + \frac{h_w}{2}\int_0^1 q_w U x \right.$$

$$\left. e^{-\frac{v_t h_w}{\overline{\varepsilon}_s}\left(1-\frac{\eta'}{2}\right)} \eta'^{\frac{1}{7}} d\eta' \right]$$

$$\fallingdotseq \frac{q_w U}{2u_m}\int_0^\infty e^{-\frac{u_t h_w}{2\overline{\varepsilon}_s}\eta'} \eta'^{\frac{1}{7}} d\eta' = \frac{q_w U}{2u_m}\left(\frac{2\overline{\varepsilon}_s}{v_t h_w}\right)^{\frac{8}{7}} \Gamma\left(\frac{8}{7}\right)$$

ここで $u_m/U = \frac{7}{8}$ を用いると

$$C \fallingdotseq 2^{\frac{1}{7}} \Gamma\left(\frac{15}{7}\right) q_w \left(\frac{\overline{\varepsilon}_s}{v_t h_w}\right)^{\frac{8}{7}}$$

$$= 1.08\, q_w \left(\frac{\overline{\varepsilon}_s}{v_t h_w}\right)^{\frac{8}{7}} \qquad (4.50)$$

を得る。また

$$q_0 \fallingdotseq q_w \frac{\overline{\varepsilon}_s}{v_t h_w} \qquad (4.51)$$

だから上の2式よりこの場合には

$$\frac{u_s}{u_m} = \frac{C}{q_0} \fallingdotseq 1.08 \left(\frac{\overline{\varepsilon}_s}{v_t h_w}\right)^{\frac{1}{7}} \qquad (4.52)$$

を得る。すなわち濃度が十分低いとき，$\frac{v_t h_w}{\overline{\varepsilon}_s}$ によって平均粒子速度と平均流速の比が決まることを知ることができる。

4.3. 実験装置と方法

実験装置としては図3−4に示したものを用い，その水平管部を分岐して，水平円管部に沿って正方形断面の透明管を水平に設置し，この部分において速度分布，濃度分布の測定を行なった。正方形管部は内面の一辺が40mm で透明な塩化ビニル板で作られている。測定部は分岐部より十分下流で，速度分布および濃度分布が流れの方向に一様になっている領域で行なわれた。流れの二次元性は十分保たれているとはいえないが，管巾の中心を通る鉛直面上ではかなりの程度に二次元性があると考えられる。二次流れについても，輸送粒子が軽いとき，次章にのべるベンドを通る流れにおいては，粒子の運動にそれがはっきりと認められるが正方形管では認められず，この影響も小さいものと推定される。これらのことを考えて，速度分布の測定は管巾の中心を通る鉛直面内で行なわれ，前節の理論と比較された。

測定の際用いた流体は水，粒子としては濃度分布測定に光透過法を使うことを考慮して，粒子の重なりの際の見分けがつくように，半透明のポリカーボネイト・ペレット（平均球相当直径3.06mm，比重量1160 $^{Kg}/_{m^3}$ ）を用いた。

速度分布の測定にはピトー管を使用し，その動圧を歪計式差圧計で検出し，増巾器を通じて，レコーダで記録した。総圧孔への粒子の衝突の影響を調べるために粒子の衝突の瞬間を観察できる程度の低濃度で，出力をペン書きオシログラフで記録したが，衝突の影響を全くみることができなかった。このことより，粒子の衝突の時間はきわめて短かく，出力として現われないものと推定できる。

濃度分布の測定は，粒子が半透明であることから，光の透過に際しての吸収量を測定することによって行なわれた。装置の概略を図4−1に示している。測定位置において投光器aからスリットbを通して出る光を，管路を通ってのち，前面にスリットcをもつ遮光筒内の光導電素子である硫化カドミニウムdで検出した。

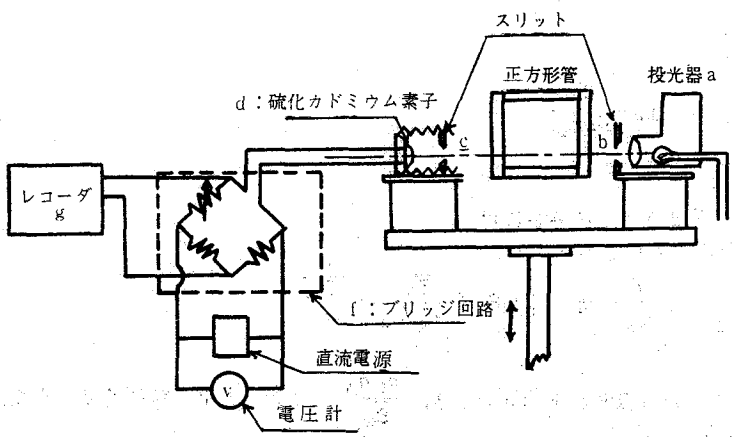


図4−1　濃度測定装置

素子の特性は，表4－1に示している。この素子はブリッジ回路fの一辺に組み込まれ，光量の変化による抵抗の変化の結果生じる平衡電圧からのずれをレコーダgで記録した。

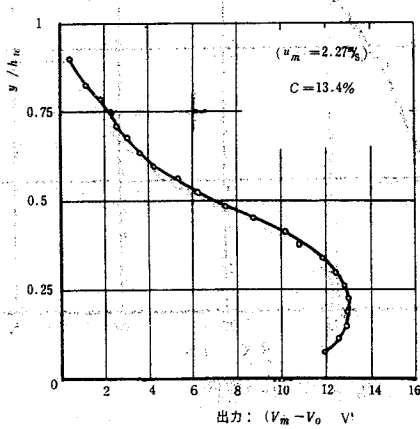
外形寸法	感光波長範囲(Å)	最大感度波長(Å)	電極面積 mm^2	応答時間 ms
26φ × 8.5	4000 ～ 7500	5200	200	50

組成	最大定格		
CaS	許容損失 mW	印加電圧 V	周囲温度
	500	200	——

特性		
0.1 ℓ_x	10 ℓ_x	100 ℓ_x
1 MΩ	11 KΩ	1.7 KΩ

表4－1　硫化カドミニウム素子の特性

較正は，あらかじめ同種の管路を鉛直に立て，これに測定時と同様の状態で装置を設置し，粒子が入らない状態での各点での出力V_oを測定し，次にこの管路の測定部の上下を金網で区切って，その中へ一定量の粒子を入れ，一様浮遊状態にして，同様に各点での出力V_mを測定し，出力（$V_m - V_o$）をもって，その濃度での出力とする方法で行なわれた。図4－2に粒子が入っていない状態の出力V_o，粒子が入ったときの出力V_mおよび（$V_m - V_o$）の断面各点での値の変化の様子の例を示している。



(c) 水平管濃度分布の例

図4－2　濃度分布測定の出力の一例

これらの結果より読みとられた出力（$V_m - V_o$）と濃度qとの関係は，図4－3に示している。図よりみて，濃度が高くなるとき出力は飽和に近ずくようであり，高濃度では測定にあまり高い精度は期待できない。40％程度以下では，（$V_m - V_o$）とqに直線性はないが測定結果からこの較正結果を使用することによってかなりの精度で濃度分布を求めることができた。

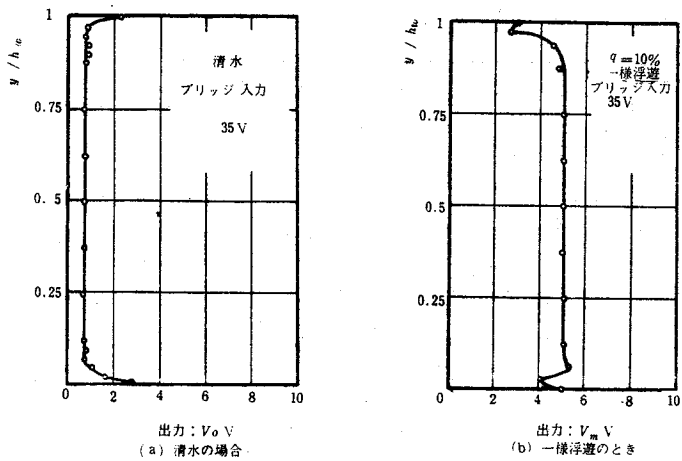


図４－２　濃度分布測定の出力の一例

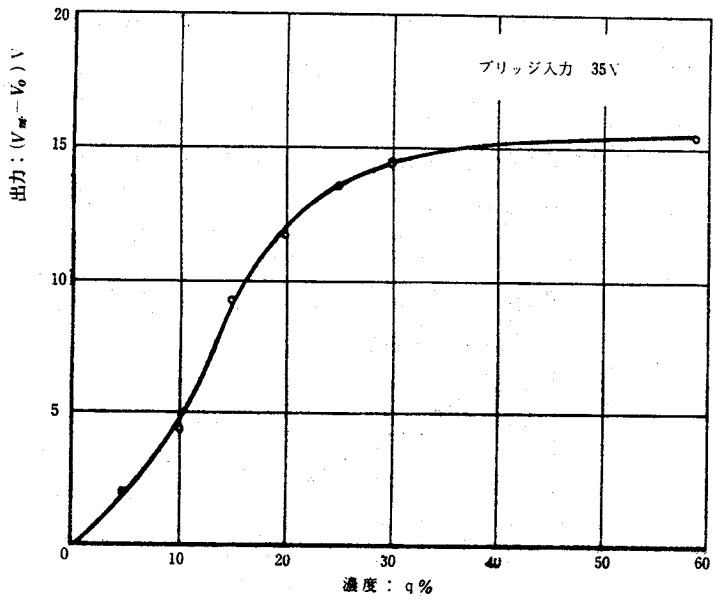


図４－３　濃度と出力の関係

測定した範囲は，吐出し体積濃度にして$C=4\sim17$ %，平均流速$u_m=0.5\sim2.8$ m/s であった。

4.4　実験結果と検討

4.4.1.　清水の速度分布

混相流の速度分布への濃度分布の影響を知るためには，解析結果である式（4.24），

(4.25)，(4.26)にみられるように，まず清水の速度分布を知ることが必要である。すでに多くの研究者によって調べられている円管の速度分布と，正方形管の巾方向の中心位置での速度分布との比較を行なうために，円管の場合の管軸を通る面内での速度分布も併せて測定を行なった。

Laufer は空気の流れでの速度分布の実験から，円管について壁からのきょりをy，管内径をDとして，

$$\frac{U-u}{u_*} = -2.44\,log_e\,\frac{2y}{D} + 0.8 + h\left(\frac{2y}{D}\right) \qquad (4.53)$$

を得ている。[44) 49)] ここで$h\left(\frac{2y}{D}\right)$は対数法則よりのずれを示す修正関数である。

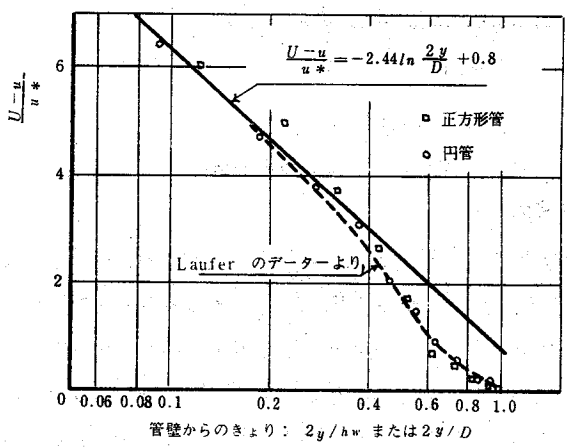


図4－4　清水の速度分布

図4－4に示すように，実験結果は円管についてはLaufer の結果ときわめて良く一致し，また正方形管では，$D=h$とするとき，かなり良く一致している。

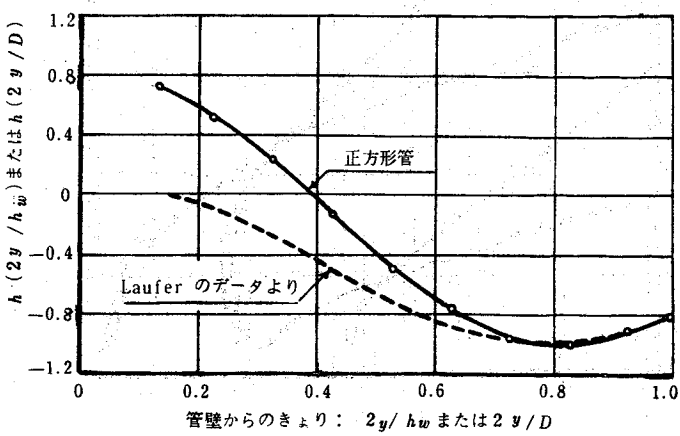


図4－5　修正関数　$h(2y/D)$

修正関数$h\left(\frac{2y}{D}\right)$と$\frac{2y}{D}$の関係は，円管と正方形管について図4－5に示してある。また$\frac{1}{n}$乗則による結果の整理も図4－6に示すようで，大よそは$\frac{1}{7}$乗則を用いて正方形管の場合も表現して良いことを知ることができる。またこれらのことより，正方形管の巾方向の中心部近くでは二次流れによる影響は小さいものと推定できる。

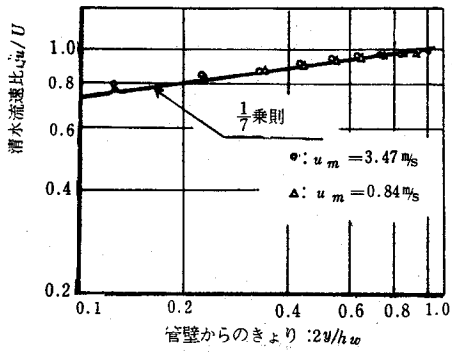


図4－6　清水の流速分布

図4－6　清水の流速分布

4.4.2. 混相流の速度分布と濃度分布

図4－7に濃度分布と速度分布の測定された結果についての例を示している。濃度分布は，管の上部の方では十分広い流れの場で拡散係数と粒子の沈降速度が一定として解析されたのと[50]同様な指数関数形の分布を示していることを例示した図4－8より知ることができる。しかしながら，管の底部においては下壁面の影響が著しく，分布形は指数関数形とはかなり異なってくる。この傾向は濃度が高くなったとき，また流速が大きくなったときに著しくみられる。

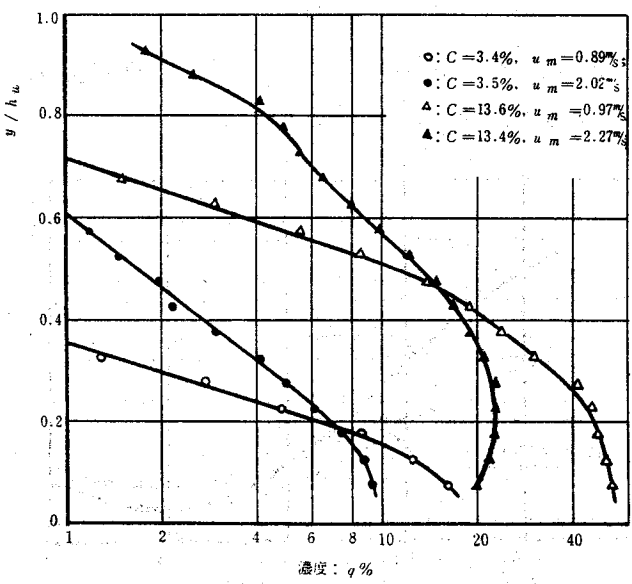


図4－8　濃度分布

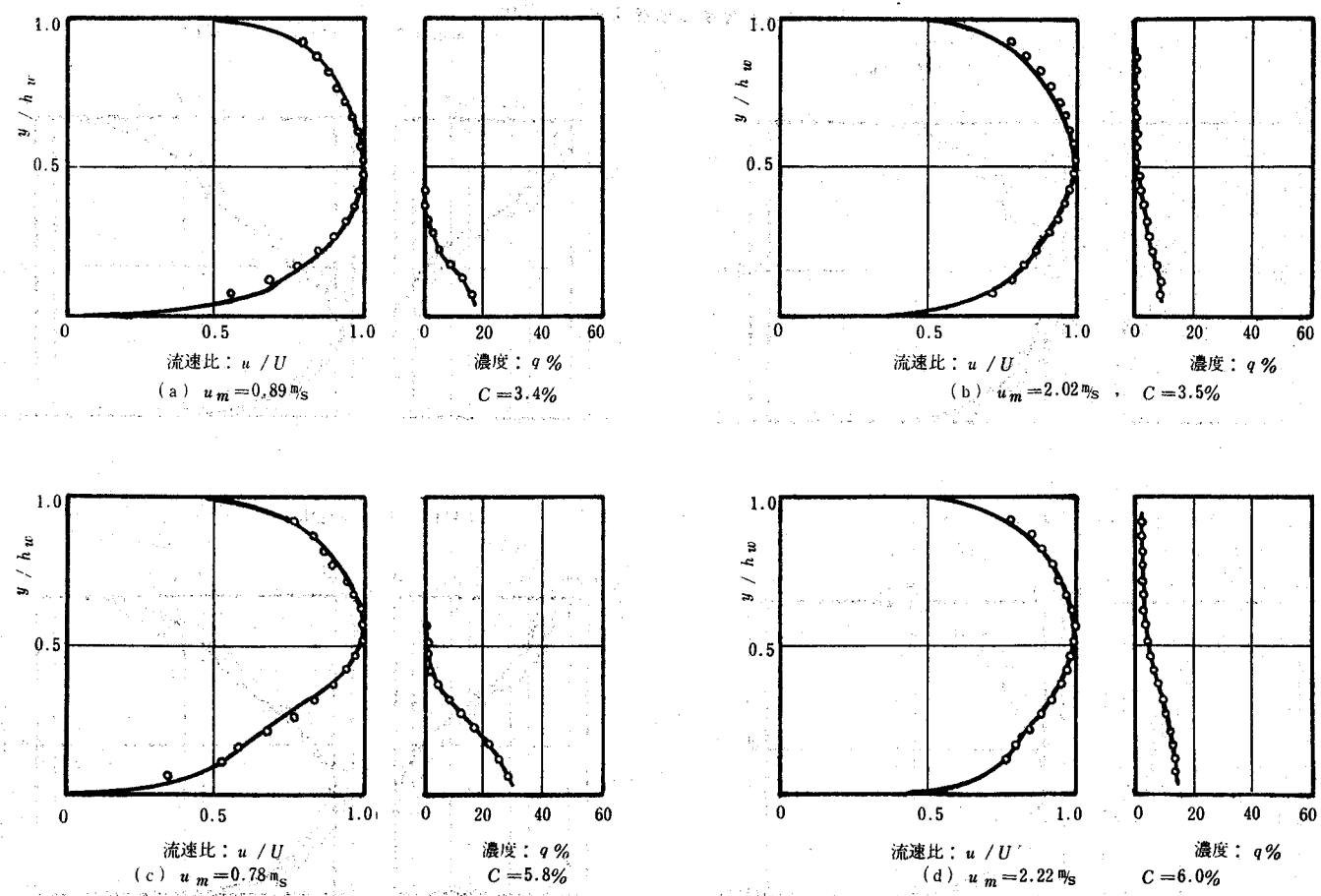


図4－7　速度分布と濃度分布

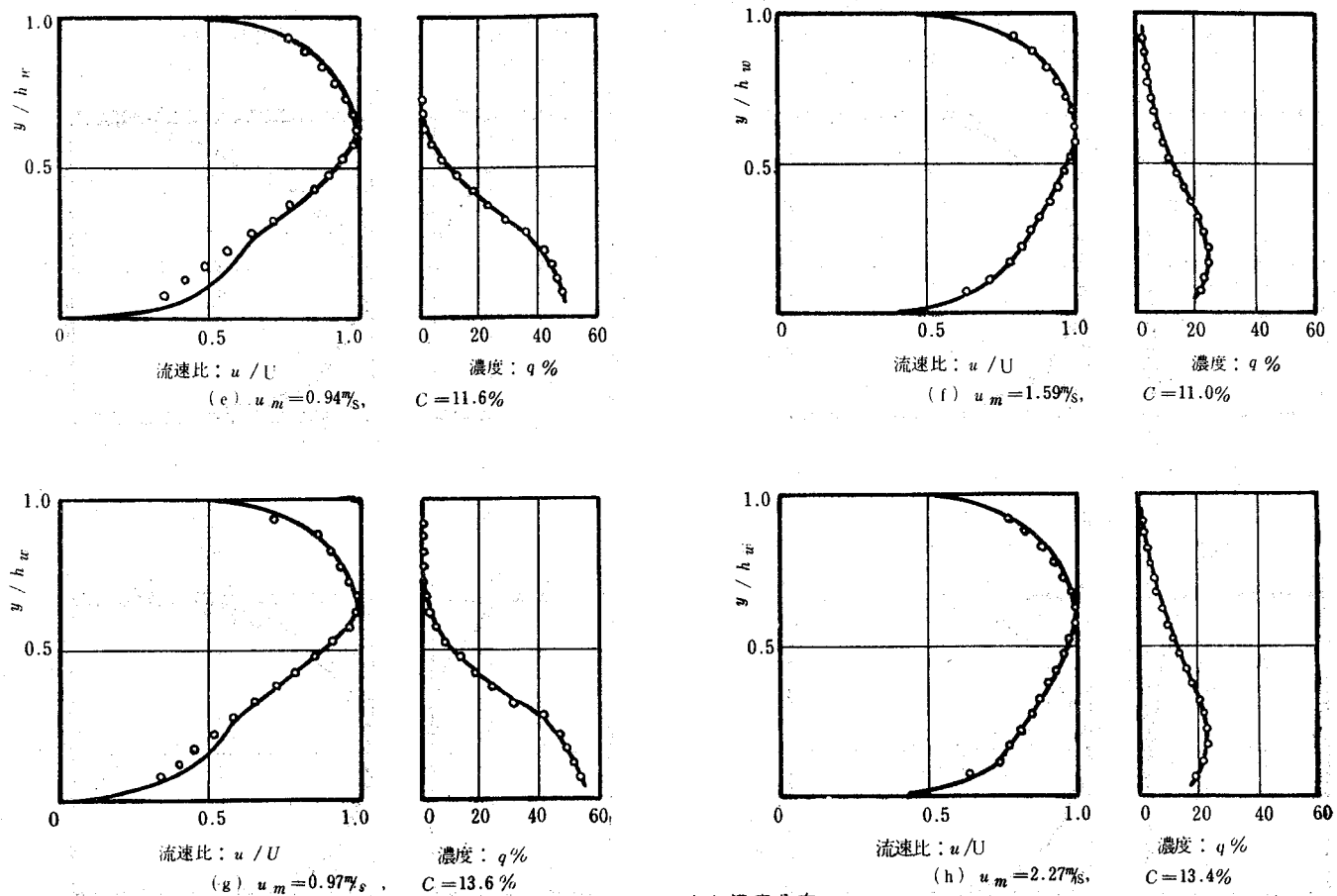


図4—7 速度分布と濃度分布

殊に流速が大きくなるときには，濃度分布は，下壁面に近い部分では一様になり，流速の増大とともにこの一様な部分が増してくる。さらに流速を増すと，濃度の最大値は，下壁面より上の位置で現われる傾向がみうけられる。このような濃度分布の傾向より，管底部では，管底で粒子の沈降が生じないという下壁面の境界条件のために，指数関数形の濃度分布を示さないのに対して，高濃度，高流速を除いては，管上部では濃度がとくに低く，上壁面の影響が小さく，また下壁面の影響も直接うけないこと，流速が早くなるときは，この下壁面の影響が大きくなり一様分布に近ずき，さらに管上部での濃度の増加に伴なって上壁面の影響も現われてくるようになるものと推察される。

速度分布は，このような濃度分布の傾向を反映して，最大流速位置が中心より上方へずれてくる。また，高濃度，低流速であるほど最大速度位置より下の部分の速度分布は清水の場合より離れ，いわゆるやせた形を示している。これは式(4.26)にもみられるように，高濃度では，速度分布に対する濃度の影響が大きく，また低流速では管底の方で濃度がかなり高くなる結果として生じるものと考えられる。速度分布の図に描かれている実線は，清水の速度分布 u_w/U_w に $\frac{1}{7}$ 乗則を仮定し，適当な定数 m をえらんで，濃度分布の測定結果から式(4.16)に従って計算された速度分布を示している。この計算結果と，実験結果を比較するとき，m を適当にえらべば，濃度分布の変化に伴なう速度分布の変化の様子がかなり良く示されていることを知ることができる。

4.4.3. 平均流速と最大流速の比

平均流速と最大流速の比は，4.2.3節で示したように，流体のみの場合と，混相流の場合とでは異なってくる。このことを検討するために，解析が二次元流としてのものであるから，測定された速度分布を積分し巾で割ることで平均流速を求め，これと最大流速との比を求めることにした。すなわち，

$$\frac{u_m}{U} = \frac{1}{Uh_w} \int_0^{h_w} u\,dy \qquad (4.54)$$

積分は測定結果から $Simpson$ 法によって求められた。この結果を吐出し体積濃度 C をパラメータにして図4－9に u_m/U と $Re = u_m h_w/\nu$ の関係として示している。

これよりみて，u_m/U は流体のみの場合より小さく，この傾向は濃度の増加とともに，また Re の減少とともに著しく，Re が増加すれば流体のみの場合に近ずいてゆくことが判る。このことを式(4.39)または式(4.41)との関連において検討するために，図4－10に速度比の流体のみの場合と混相流の場合の比 k_m/k と，吐出し体積濃度 C との関係として，Re をパラメータにして，ある一定の Re について図4－9で内挿された値を用いて示されている。整理に吐出し体積濃度を用いたのは，この方が管内平均濃度より測定が容易であり，また実験条件を定めるのに便利だからである。

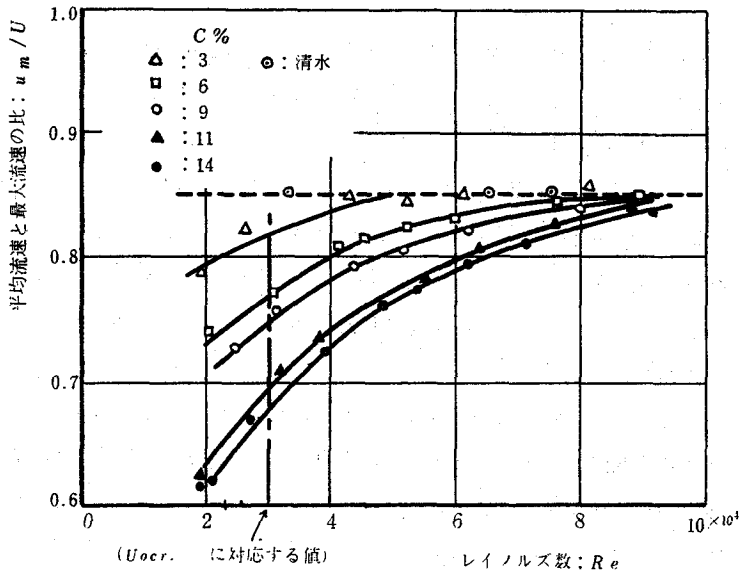


図4－9　平均流速と最大流速の比

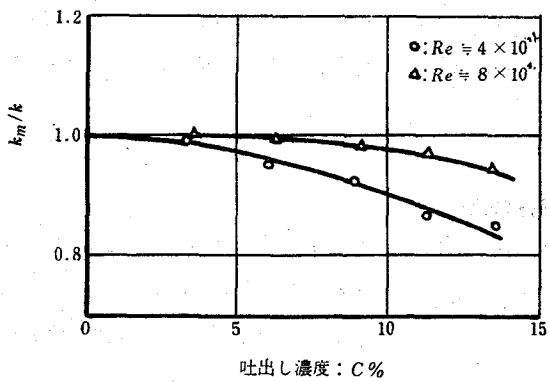


図4－10　平均流速と最大流速の比の濃度による変化

この結果は，式(4.41)で示した結果を定性的に裏付けている。すなわち平均濃度の増加とともにk_m/kの1からずれは大きくなり，式(4.41)でq_mに比してq_lがこの実験では，かなり大きいことからk_m/k ＜ 1であること，またReが大きくなるとき，濃度分布が一様に近ずくことから，Reが小さいときの濃度分布の著しい非対称性による1からの大きなずれはReの増大とともになくなり次第に1に近ずくとして良いことなど，式(4.41)は実験結果を良く説明していると考えられる。

4.4.4. 最大速度位置

つぎに4.2.4節で述べた最大流速位置の検討にうつる。図4－11に平均流速がほぼ等しいときの実験結果をあつめて式(4.40)で与えられる最大流速位置の中心からのずれζと吐

出し体積濃度Cとの関係を平均流速をパラメータとして示している。

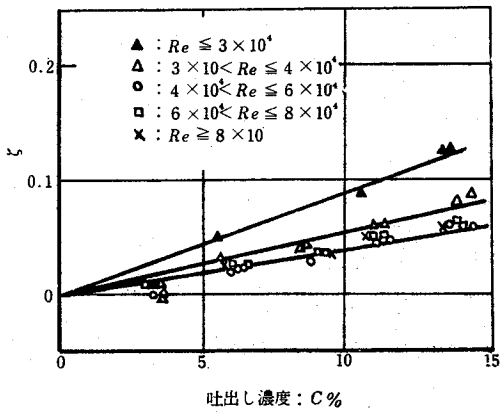


図4－11　最大速度位置と濃度

この結果をみるとき，ζは流速が小さいときに大きく，また濃度が大きくなるとともに増大してゆくことを知ることができる。これも前節と同様に解析結果である式(4.44)で流速が大きくなるときは，濃度分布が一様分布に近ずく結果として濃度分布に関係する項が小さくなり，したがってζが小さくなること，また式が平均濃度に比例する関係を示していることから十分説明できる。

4.4.5. 平均粒子速度と平均流速の比

式(3.44)で与えられる限界流速以上では，流れは浮遊状態にあるとして，平均粒子速度

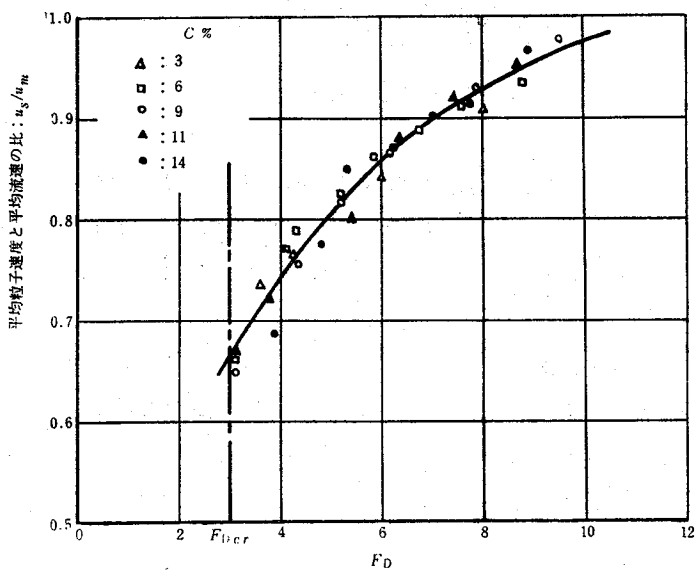


図4－12　平均粒子速度と平均流速の比

u_s と平均流速 u_m の比を，濃度分布，速度分布の実験結果より式（4.48）を用いて計算した結果を図4－12に示している。図よりみて，u_s/u_m したがって，吐出し濃度 C と，管内平均濃度 q_o の比は，濃度 C にはあまり関係せず，平均流速の減少とともに，約0.7程度まで減少することを知ることができる。

4.4.6. mの値

速度分布の実験結果と，濃度分布を用いての速度分布の計算結果とを良く一致させるような拡散係数比 m の値を Re との関係として図4－13に示している。

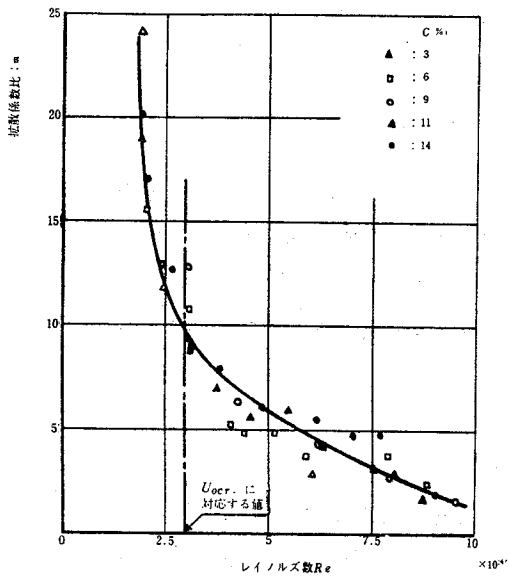


図4－13　拡散係数比の変化

多少のばらつきはあるが一般に濃度には無関係であり，Re の増加とともに m は減少し $O(1)$ の値に落着いてくることが判る。Re が低い領域での大きな m の値は通常知られている乱流拡散係数と乱流動粘性係数の比が $O(1)$ であるという結果[44]とかなりかけ離れており，流れによる固体粒子の拡散が著しいような印象を与えるが，これはむしろ4.2.1節の末尾で述べたように，解析に粒子間の衝突や壁面との衝突の結果としての粒子の揺動の影響も，この乱流拡散係数の中に含めた結果として，低流速で著しい粒子の跳躍運動の影響も m の値に入ってきたためと考えられる。また m の値が濃度によらず Re の関数としてほぼ一つの曲線上にあるということは，速度分布に対する本章の解析の妥当性への一つの傍証的裏付けになるものと考えられる。

4.5 浮遊状態の混相流の圧力降下に対する濃度分布および速度分布の非対称性の影響

4.5.1. 圧力降下の解析

浮遊状態にある混相流の圧力降下に対して，濃度分布および速度分布の非対称性がおよぼす影響を，4.2節での解析での清水の場合への対応ずけが圧力降下においても成立つことを仮定して求めることにする。

混相流の圧力勾配 $\frac{dp}{dx}$ と壁面上の摩擦速度との間には，$\frac{dp}{dx}$が断面上で変化しないとすると，

$$\frac{dp}{dx}=\frac{\rho u_*^2 l}{z_m}=\frac{\rho u_*^2 u}{h_w-z_m} \tag{4.55}$$

の関係がある。同様に流体のみの場合には

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_w=\frac{\rho u_{*w}^2}{(h_w/2)} \tag{4.56}$$

となる。ところで式(4.13)，(4.22)よりα_l を消去すると

$$\frac{u_*^2 l}{u_{*w}^2}=\frac{U}{U_{wl}}\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{wo}}\frac{(h_w/2)}{z_m}\{1+(\sigma-1)mq_m\} \tag{4.57}$$

これと，式(4.55)，(4.56)より

$$\frac{\frac{dp}{dx}}{\left(\frac{dp}{dx}\right)_w}=\frac{U}{U_{wl}}\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{wo}}\left\{\frac{h_w/2}{z_m}\right\}^2\{1+(\sigma-1)mq_m\} \tag{4.58}$$

これを式(4.37)と式(4.32)を用いて整理すると，混相流と流体のみの流れで平均流速u_m が等しい場合について

$$\frac{\frac{dp}{dx}}{\left(\frac{dp}{dx}\right)_w}=\frac{k}{k_m}\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{wo}}\frac{h_w^2\{(h_w-z_m)^2+z_m^2\}}{8z_m^2(h_w-z_m)^2}\{1+(\sigma-1)mq_m\} \tag{4.59}$$

を得る。この関係は式(4.14)と式(4.23)からα_u を消去し，同様な過程で，式(4.33)を用いても得ることができる。ここで式(4.40)のように

$$\frac{z_m}{h_w}=\frac{1}{2}+\zeta$$

として，最大速度位置の中心からのずれの割合ζで式(4.59)を表現すると

$$\frac{\frac{dp}{dx}}{\left(\frac{dp}{dx}\right)_w}=\frac{k}{k_m}\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{wo}}\frac{1+4\zeta^2}{(1-4\zeta^2)^2}\{1+(\sigma-1)mq_m\} \tag{4.60}$$

となって流体のみの場合の圧力勾配に対する混相流の圧力勾配の比，すなわち圧力損失比は，流体のみの場合と，混相流の場合のそれぞれについての平均流速と最大流速の比，乱流動粘性係数，最大流速位置，その点での濃度および拡散係数比，見掛け比重で決定される。これより速度分布，濃度分布の非対称性の影響は k/k_m と ζ によって式（4.60）のように圧力損失比に現われることが判る。この影響は $\varepsilon_o/\varepsilon_{wo}=1$ としたとき $\frac{k}{k_m}>1$，$\zeta^2>0$ であることから圧力損失比を大きくする方へ作用することを知ることができる。

4 5 2　実験結果と検討

圧力降下の測定のために，図3－4の装置で速度分布を測定した正方形断面の管路で，流れの方向に状態が一様になった部分に圧力孔を各断面上各辺の中点に計4カ所流れ方向に50cm間隔に5断面で設け，多管マノメータで圧力降下を測定した。断面の底部のみ，上部のみ，側面のみで測定したとき，流れ方向に圧力勾配は等しく，断面上での圧力勾配一定という仮定は満足されているものと考えられる。式（4.60）での解析は二次元流で行なわれているが，鉛直方向への速度分布，濃度分布が各位置で相似になっていると仮定すれば式（4.60）の結果はそのまま使用できる。

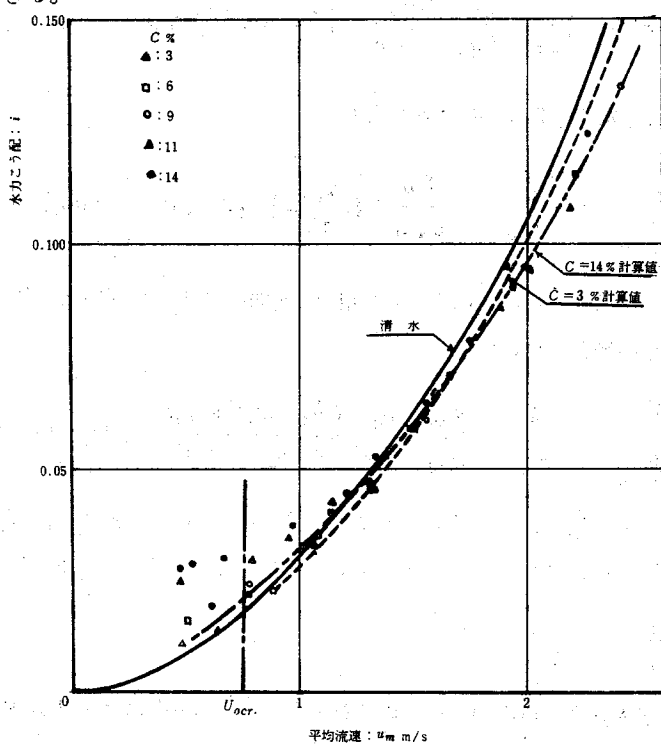


図4－14　水力勾配と平均流速

図4－14にしゅう動流れから浮遊流までの範囲での測定された圧力勾配と流速との関係を，

吐出し体積濃度Cをパラメータとして示している。図中のU_{ocr} は式(3.44)で計算されたしゆう動流れの限界流速を示す。非常に特徴的なことは，清水の場合と比較して，圧力勾配の流速に対する変化がややゆるやかで，低流速では，清水の場合に比べて圧力勾配の値はかなり大きいが，流速が大きくなるときは清水よりも少ない圧力勾配を示していることである。第3章でのべた比重が大きい粒子の場合にも変化がややゆるやかであることは認められたが，清水の場合よりも少ない圧力勾配を示すものは見受けられなかった。このことは粒子の混入では圧力降下を減少させる傾向があり,粒子の比重が小さい現在の実験では粒子を浮遊させるのに必要なエネルギーが小さいため，この影響が明らかに現われたものと推定できる。

$(\frac{dp}{dx})/(\frac{dp}{dx})_w$ と平均流速u_m との関係を示した例を図4－15 に示している。

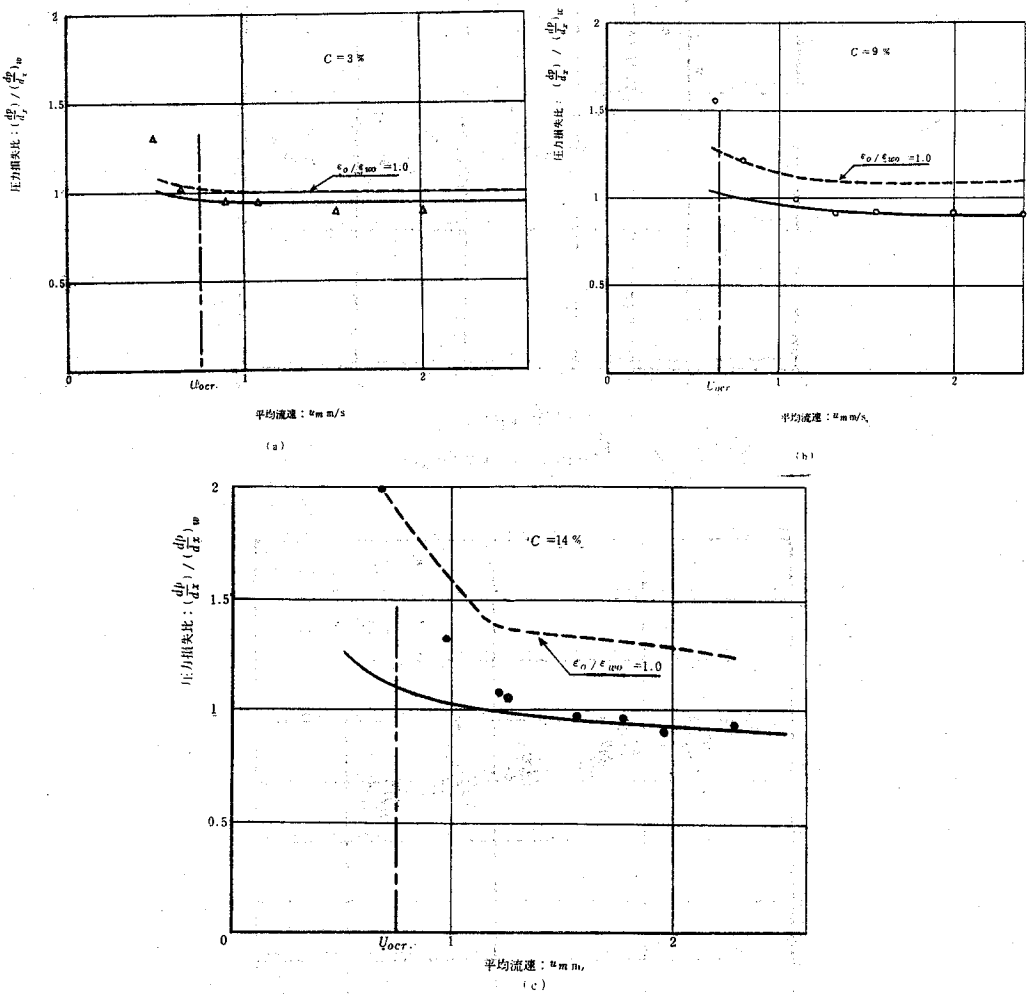


図4－15　圧力損失比と平均流速

図中で点線は式(4.60)に従って，実験結果からk/k_m，ζ，$\{1+(\sigma-1)mq_m\}$ を求め

て $\varepsilon_o/\varepsilon_{wo}$ ＝１の場合に計算した結果であり，実験結果とは浮遊状態の範囲で変化の傾向は良く一致しているが，全体に高い値を示している。$\varepsilon_o/\varepsilon_{wo}$ ＝１とした計算結果と，実験結果とから求められた $\varepsilon_o/\varepsilon_{wo}$ の値と平均流速 u_m との関係を図４－１６に示す。図よりみて $\varepsilon_o/\varepsilon_{wo}$ は平均流速が U_{ocr} より大きいときは１より小さくなり，$u_m > 1\ m/s$ では濃度が一定のときほぼ一定の値となる。

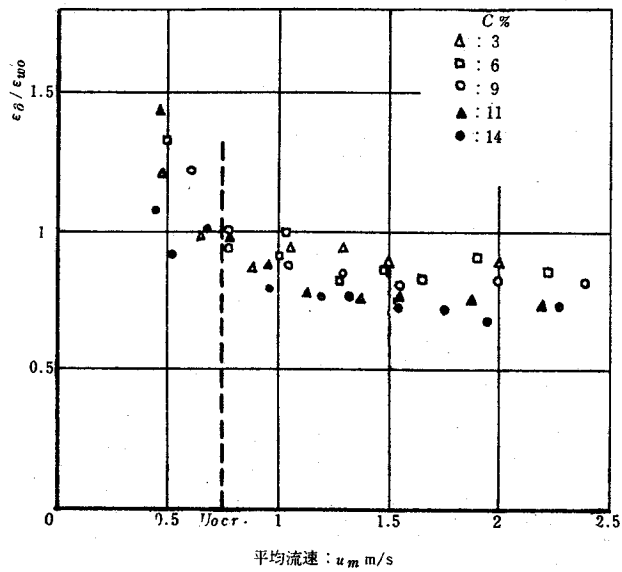


図４－１６　$\varepsilon_o/\varepsilon_{wo}$ と平均流速

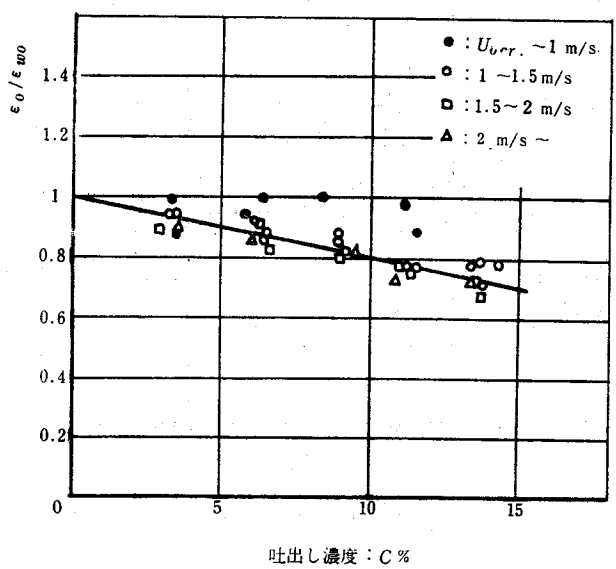


図４－１７　$\varepsilon_o/\varepsilon_{wo}$ と濃度

これよりみて，浮遊流では，$\varepsilon_o/\varepsilon_{wo}$ ＜1となり粒子の混入により流れの乱れが減少すると考えることができる。u_m ＞1 m/s の場合について，$\varepsilon_o/\varepsilon_{wo}$ と吐出し体積濃度Cとの関係を図4－17 に示しているが，これより $\varepsilon_o/\varepsilon_{wo}$ は濃度Cの増加とともに直線的に減少することを知ることができる。本実験の場合

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_{wo}} = 1 - 2.03\,C \qquad (4.61)$$

と与えられる。図4－14，4－15 中の実線は式（4.61）を用いて計算した値を示している。以上より速度分布と濃度分布の非対称性の結果として，圧力勾配 $\frac{dp}{dx}$ の平均流速u_mに対する変化の傾向は濃度の増大とともにゆるやかなること，粒子の混入によって乱流動粘性係数が濃度に対して直線的に減少することを知ることができる。

4.6. 結　　論

固体粒子群の水平管水力輸送における速度分布，濃度分布およびこれらの圧力損失などへの影響について以下の結論を得る。

(1) 濃度分布の非対称性は速度分布の非対称性を惹き起し，これらの結果として速度分布は式（4.24），（4.25）および（4.26）で求められる。

(2) 平均流速u_mと最大流速Uとの比は，混相流と流体のみの流れの場合とで異なり，その相違は見掛け比重，平均濃度，濃度分布の形および拡散係数比で決まる。

(3) 最大流速の位置は中心よりずれ，この位置は見掛け比重，平均濃度，濃度分布の形，および拡散係数比で決まるが，実験では，流速が大きいとき流速にはあまり関係せず濃度のみで決まる。

(4) 平均粒子速度と平均流速の比は濃度分布と速度分布の非対称性の結果として浮遊流においても生じ，この値は流速が小さくなるとともに減少する。低濃度では式（4.52）で与えられる。

(5) 濃度分布は濃度が大きく，流速が高くなるにつれて指数関数形の分布から，特に管底部においてずれて来て一様分布に近ずく。

(6) 浮遊流での圧力降下は，濃度分布，速度分布の非対称性のために，流体のみの場合よりもその平均流速に対する変化の勾配が濃度の増大とともにゆるやかになる。

(7) 粒子の混入によって乱流動粘性係数は減少し，その減少は濃度に対して直線的である。

第5章　固体粒子群の水力輸送における鉛直面内ベンド部の圧力損失

5.1　まえがき

固体粒子群の流体輸送管路系の計画において，ベンドは重要な要素である。ベンド部では流れの方向の変化の際，粒子と流体との慣性力の相違から，一般に粒子は管壁に衝突するかベンド外側の管壁をしゆう動して流れる結果として，ベンド部での圧力損失は，流体のみの場合とはかなり異なったものになることが想像される。またベンド部での粒子の運動を知ることは，実用上大きな問題であるベンド部の摩耗に関しても重要である。ベンド部の粒子の運動の状況と圧力損失については，空気輸送の場合にいくつかの実験的研究が行なわれている。[33)34)35)36)] しかしながら水力輸送では輸送媒体である液体の密度が空気に比してきわめて大きく，流動状況が空気輸送の場合と異なり，したがって圧力損失の様相も相当違ってくることが予想され空気輸送の場合の結果をそのまま適用することはできないものと考えられる。すなわち，空気輸送の場合は粒子はその大きな慣性力の結果として，ベンド部ではその曲がりの外側壁に衝突することで方向を変える流れ方が主な因子であることが報告されているが，[34)] 水力輸送では，粒子と流体との速度差が発生したとき流体から粒子がうける抗力が空気の場合に比して大きく，粒子は後に示すように流体の流れとその様相が大きく異なることなく，管壁に沿ってしゆう動しつつ輸送される状況が主な因子になると考えられる。

一般に固体と流体の混相流のベンド部における圧力損失は，流体のみを流した場合と同様レイノルズ数，曲率半径比，曲り角，流体の性質に依存するほか，固体粒子の物性やベンドが存在する面の重力方向に対する配置にも関連してくる。

本章においては，粒子に対する重力の効果を最も純粋に評価できる鉛直面内のベンドをとり上げ，ベンド部の圧力損失に固体粒子群がおよぼす影響を考察する。ベンド部では先に述べたように管壁に沿うしゆう動流れが主であることから，問題を一次元問題としてとり上げ，エネルギ平衡関係にもとずいて解析を行ない，固体粒子群の存在のために生じるベンド部での流体運動の変化が圧力損失におよぼす影響を実験結果から求め，固液混相流の鉛直面内ベンドにおける圧力損失を与える式を導く。さらに性状が異なった粒子についての実験結果もこの式で良く表わされることを示し，ベンド部の圧力損失を小さくするような流動条件とベンドの曲率についても検討を行なうことにする。

5.2　ベンド部の圧力損失の解析

5.2.1　損失係数の定義

ベンドを通る流れでは，二次流れの発生などのためにベンドが存在することの影響がベンドの上流および下流まで及ぶので，ベンド部に原因する圧力損失$\triangle p_b$は，ベンドの影響がすべてそのなかに含まれるようなベンドの上流側および下流側の直管部の2点間の圧力降下$\triangle p$か

ら，ベンド入口までおよびベンド出口から後の直管部をベンドの影響がない直管としたときの圧力降下$\triangle p_1$，$\triangle p_2$の和を差引いたものと考えなくてはならない。この$\triangle p_b$よりベンドの損失係数ζ_bは，管内の平均流速をU_0，流体の比重量をγ_w，重力加速度をgとして

$$\zeta_b = \triangle p_b \Big/ \frac{\gamma_w}{2g} U_0^2 = \{\triangle p - (\triangle p_1 + \triangle p_2)\} \Big/ \frac{\gamma_w}{2g} U_0^2 \quad (5.1)$$

で定義される。

混相流の場合，ベンドの損失係数ζ_bは，流体のみを流した場合と異なった形をとるものと考えられるが，実用上の観点からも，これを，流体のみを流したときの損失係数ζ_{bw}と，固体粒子を混入したことによる付加損失係数ζ_{bs}の和で表わすことができると仮定し，粒子の混入の影響をζ_{bs}にすべて含めて解析することにする。すなわち

$$\zeta_b = \zeta_{bw} + \zeta_{bs} \quad (5.2)$$

5.2.2 付加損失係数 ζ_{bs}

まえがきでも述べたように水力輸送では，固体粒子群は，鉛直面内ベンドにおいては，低速で，重力が固体粒子をベンド外側の壁から離す方向に働くときを除いては，図5－12にみられるように曲りの外側の壁に沿ってしゆう動しながら輸送される。したがって，鉛直面内ベンドでζ_{bs}に影響をおよぼす因子としては，(i)重力，(ii) しゆう動による粒子と管壁との摩擦，(iii) ベンド前後での粒子速度の変化，(iv) 上記に対応する以外の固体粒子群の存在によるベンド内での流体運動の変化があげられる。このうち前3者にもとずく付加圧力損失を$\triangle p_{bsm}$，(iv) にもとずくものを$\triangle p_{bsf}$とすると付加圧力損失$\triangle p_{bs}$は，

$$\triangle p_{bs} = \triangle p_b - \zeta_{bw} \gamma_w U_0^2 / 2g = \triangle p_{bsm} + \triangle p_{bsf} \quad (5.3)$$

で表わせる。

このうち$\triangle p_{bsm}$は，混相流に対して$\triangle p_{bsm}$がなした仕事が，ベンドを過ぎる間に粒子群が得た位置エネルギ，ベンド内で粒子群がうける重力と遠心力によって生じた粒子群と管壁との摩擦で費やされた仕事およびベンドから出る粒子群と入る粒子群との間の運動エネルギの差と平衡関係にあるということより、求めることができる。内径Dの管を比重量γ_sの固体粒子群が平均流速U_0，輸送濃度Cで比重量γ_wの流体とともに輸送されているとき，ベンドに単位時間に流入する粒子重量は$\pi D^2 U_0 C \gamma_s / 4$であるから，管路に沿って鉛直面内ベンドの外向き

主法線が重力方向に対してなす角をθ，流れの方向をθの増加する方向とするとき，ベンドを過ぎる間に粒子群が得た位置エネルギは

$$\frac{\pi D^2 U_0 C}{4}(\gamma_s-\gamma_w)gR(\cos\theta_1-\cos\theta_2) \qquad (5.\ 4)$$

で与えられる。ここでRはベンドの曲率半径，θ_1，θ_2 はそれぞれベンド入口および出口のθの値である。またベンド部で単位質量の粒子がうける遠心力はベンドの外側内壁上で壁に対して外むき法線方向に働き，遠心力場での浮力を考慮するとき，U_f を管内での流体のみの平均流速，u_s を粒子速度として

$$\frac{u_s^2}{R}-\frac{\gamma_w}{\gamma_s}\frac{U_f^2}{R} \qquad (5.\ 5)$$

となり，さらに重力による同じ方向の力は

$$\frac{\gamma_s-\gamma_w}{\gamma_s}g\cos\theta \qquad (5.\ 6)$$

であるから，単位時間に流入する粒子による壁面での摩擦によって生じるエネルギ損失は，摩擦によってなされた仕事としてξ_sを粒子と管壁との摩擦係数とすると

$$\frac{\pi D^2 U_0 C\gamma_s}{4g}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\xi_s\left\{\frac{\gamma_s-\gamma_w}{\gamma_s}g\cos\theta+\frac{u_s^2}{R}-\frac{\gamma_w}{\gamma_s}\frac{U_f^2}{R}\right\}Rd\theta \qquad (5.\ 7)$$

と与えられる。また，ベンド前後でのこれらの粒子群の運動エネルギの差は，ベンド上流側および下流側の平衡粒子速度をそれぞれu_{s_1}，u_{s_2} とするとき

$$\frac{\pi D^2 U_0 C\gamma_s}{4g}\ \frac{1}{2}(u_{s_2}^2-u_{s_1}^2) \qquad (5.\ 8)$$

となる。これらの式（5.4），（5.7），（5.8）で与えられるエネルギの和は，前述のエネルギの平衡関係より$\triangle p_{bsm}$によって単位時間に混相流に与えられた仕事に等しくなくてはならないから

$$\frac{\pi}{4}D^2U_0\triangle p_{bsm}=\frac{\pi D^2U_0C\gamma_s}{4g}\left[\frac{\gamma_s-\gamma_w}{\gamma_s}gR(\cos\theta_1-\cos\theta_2)\right. \qquad (5.\ 9)$$
$$\left.+\int_{\theta_1}^{\theta_2}\xi_s\left\{\frac{\gamma_s-\gamma_w}{\gamma_s}g\cos\theta+\frac{u_s^2}{R}-\frac{\gamma_w}{\gamma_s}\frac{U_f^2}{R}\right\}Rd\theta+\frac{1}{2}(u_{s_2}^2-u_{s_1}^2)\right]$$

を得る。ここで式（5.9）の右辺第2項の被積分関数中の遠心力場での浮力を与える項

$\gamma_w U_f^2/\gamma_s R$ において，ごく低流速で高濃度の場合を除いて，3.6.5節で示したように混相流の平均流速U_0と流体部分の平均流速U_fとはわずかしか異ならず，結果にほとんど影響しないことを考慮してU_fをU_0でおき直すことにする。

$\triangle p_{bsm}$に対応する損失係数を式（5.1）と同様に定義してζ_{bsm}とすると，

$W_1 = u_{s_1}/U_0$，　$W_2 = u_{s_2}/U_0$，　$W = u_s/U_0$，　$\Omega = \theta/\theta_0$ とおいて式（5.9）を無次元化して次式を得ることができる。

$$\zeta_{bsm} = \left[\frac{2(\gamma_s-\gamma_w)}{\gamma_s F_R^2}\{\cos\theta_1 - \cos\theta_2 + \xi_s(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)\} + 2\xi_s\theta_0\left(I - \frac{\gamma_w}{\gamma_s}\right) + (W_2^2 - W_1^2)\right]\frac{\gamma_s}{\gamma_w}C \qquad (5.10)$$

ここでθ_0はベンドの曲り角で

$$\theta_0 = \theta_2 - \theta_1 \quad (-\pi \leqq \theta_0 \leqq \pi)$$

F_RはU_0を代表速度，Rを代表長さにとったフルード数で

$$F_R = U_0/\sqrt{gR} \qquad (5.12)$$

またIは，式（5.9）の右辺の粒子の遠心力による摩擦を与える項を示し

$$I = \int_{\Omega_1}^{\Omega_2} W^2 d\Omega \qquad (5.13)$$

で与えられる。ただし

$$\Omega_1 = \theta_1/\theta_0, \qquad \Omega_2 = \theta_2/\theta_0 \qquad (5.14)$$

ここで水平から鉛直上方へむかう（以下H→V↑と記す）90°ベンドをもつ管路では，$\theta_1 = 0$，$\theta_2 = \pi/2$，$\theta_0 = \pi/2$であり，またベンド前後の平衡速度比W_1，W_2はそれぞれ水平管平衡粒子速度比W_h，鉛直管平衡粒子速度比W_vであり，それぞれ式（3.14）とWorsterの結果[14]に従って

$$W_1 = W_h = 1 - \sqrt{\eta\xi_s}\, v_t/U_0 \qquad (5.15)$$

$$W_1 = W_v = 1 - v_t/U_0 \qquad (5.16)$$

で与えられる。式（5.15），（5.16）においては前述のように$U_f \fallingdotseq U_0$を考慮して，U_fをU_0でおき直している。

以上よりH→V↑90°ベンドでは，v_t を代表速度，Rを代表長さにとったフルード数 $F_{Rt} = v_t/\sqrt{gR}$を用いて

$$\zeta_{bsm} = \left[\frac{2(\gamma_s - \gamma_w)}{\gamma_s F_R^2}(1+\xi_s)+\xi_s\pi\left(I-\frac{\gamma_w}{\gamma_s}\right)+ \right.$$

$$\left. +\frac{F_{Rt}}{F_R}\left\{(1-\eta\xi_s)\frac{F_{Rt}}{F_R}-2(1-\sqrt{\eta\xi_s})\right\}\right]\frac{\gamma_s}{\gamma_w}C \qquad (5.17)$$

を得る。

同様にして上昇鉛直流から水平に移る（以下H↑→Vと記す）90°ベンドでは，

$$\zeta_{bsm} = \left[\frac{2(\gamma_s - \gamma_w)}{\gamma_s F_R^2}(1-\xi_s)+\xi_s\pi\left(I-\frac{\gamma_w}{\gamma_s}\right)+ \right.$$

$$\left. +\frac{F_{Rt}}{F_R}\left\{2(1-\sqrt{\eta\xi_s})+(1+\eta\xi_s)\frac{F_{Rt}}{F_R}\right\}\right]\frac{\gamma_s}{\gamma_w}C \qquad (5.18)$$

となる。

$\triangle p_{bsf}$ は，固体粒子群がベンド外壁に沿って流れる結果として二次流れに影響を与えることや，前章で述べたような粒子の混入による乱れの変化などに基因して生じるものと考えられるが，これについては$\triangle p_{bsm}$ のように容易に評価することは困難である。ここでは，$\triangle p_{bsf}$は，粒子群の輸送濃度，粒子の比重，ベンドに流入する流れの流動状況に関係するものと考え，$\triangle p_{bsf}$に対応する，式（5.1）と同様に定義された損失係数をζ_{bsf}として，

$$\zeta_{bsf} = f\left(C, \frac{\gamma_s}{\gamma_w}, F_D\right)$$

という形の関数で表現されるものと仮定し，以下では実験的に決定する。ここでF_Dは混相流の流動状況を示すパラメータで，式（3.12）で定義される量である。

以上より付加圧力損失係数ζ_{bs}を

$$\zeta_{bs} = \zeta_{bsm} + \zeta_{bsf}$$

として表現することにする。

5.2.3 ベンドに沿う粒子の運動

式（5.13）で示されるIの値を厳密に計算するためには，混相流中でベンドの外側の壁に沿ってしゆう動している固体粒子の運動を知らなくてはならない。ベンドに沿う粒子の運動については，すでに空気輸送においてWeidnerの解析[36]があるが，Weidner はベンド内

で固体粒子が流体との速度差によって流体からうける抗力の項を無視している。ところで抗力の項と重力の項の比は，粒子の抗力係数をc_d，粒子の体積および流れ方向への投影断面積をそれぞれV，Sとするとき，粒子径をdとして$V/S \sim d$であることから

$$\frac{\frac{\gamma_w}{2g}(U_f-u_s)^2 S c_d}{(\gamma_s-\gamma_w)V} \sim \frac{U_f^2\left(1-\frac{u_s}{U_f}\right)^2 c_d}{g\left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w}-1\right)d} \qquad (5.21)$$

となり$\gamma_s \gg \gamma_w$では抗力の項は無視できるが，水力輸送では，まえがきにも述べたように輸送媒体である液体の密度が空気に比してきわめて大きいため，式（5.21）の値は，O(1)の量となり，粒子が流体からうける抗力は重力に比して同程度の量と考えられる。したがってこの抗力の項に，摩擦力，重力の項を加えて，粒子についての運動方程式

$$\frac{\gamma_s V}{g}\frac{du_s}{dt} = \frac{\gamma_w}{2g} c_d (U_f-u_s)^2 S - \xi_s \left\{(\gamma_s-\gamma_w)V\cos\theta + \frac{\gamma_s V u_s^2}{gR} - \frac{\gamma_w V U_f^2}{gR}\right\}$$
$$-(\gamma_s-\gamma_w)V\sin\theta \qquad (5.22)$$

を得る。ただし上式の右辺第2項で

$$(\gamma_s-\gamma_w)V\cos\theta + \frac{\gamma_s V u_s^2}{gR} - \frac{\gamma_w V U_f^2}{gR} \leqq 0 \qquad (5.23)$$

のときは，管壁と粒子との摩擦が生じないから，式（5.22）の右辺第2項すなわち，管壁との摩擦の項は0ととる。

定常流では$\frac{du_s}{dt} = (u_s/R)\frac{du_s}{d\theta}$。また$c_d$は粒子が終速度$v_t$で運動しているときと値が変らないと仮定して，$c_d$を$v_t$で表わし，$U_f \fallingdotseq U_0$より$U_f$を$U_0$でおき直して，式（5.22）を無次元化すれば，

$$W\frac{dW}{d\theta} = \frac{\gamma_s-\gamma_w}{\gamma_s}\frac{(1-W)^2}{F_{Rt}^2} - \xi_s\left\{\frac{(\gamma_s-\gamma_w)}{\gamma_s}\frac{\cos\theta}{F_R^2} + W^2 - \frac{\gamma_w}{\gamma_s}\right\}$$
$$-\frac{\gamma_s-\gamma_w}{\gamma_s}\frac{\sin\theta}{F_R^2} \qquad (5.24)$$

となる。ここで式（5.23）に対応して

$$\frac{\gamma_s-\gamma_w}{\gamma_s}\frac{\cos\theta}{F_R^2} + W^2 - \frac{\gamma_w}{\gamma_s} \leqq 0$$

のときは式（5.24）の右辺第2項は0とする。

H→V↑90°ベンドおよびV↑→H90°ベンドについて式（5.24）をRunge−Kutta法

で数値的に解いた結果の例を，縦軸に粒子速度比W，横軸に曲り角比（$\theta-\theta_1$）／θ_0 をとっ

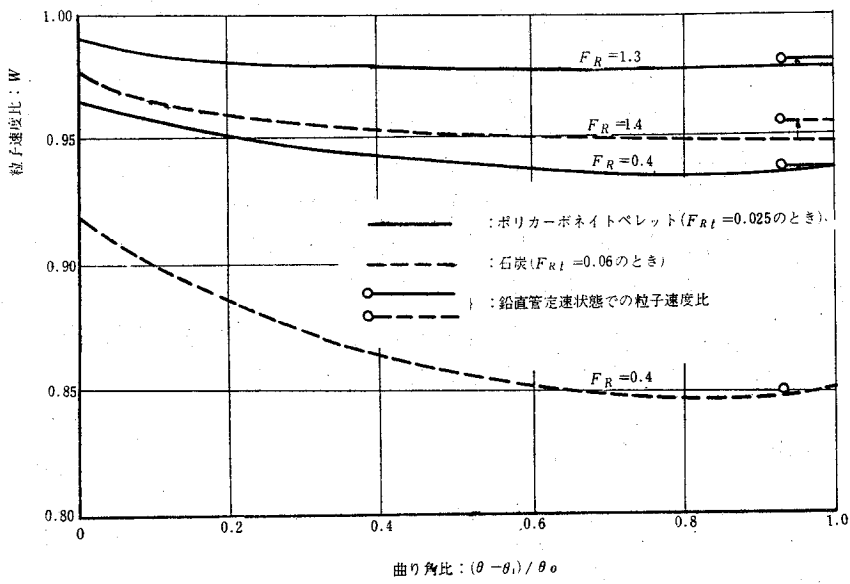


図5－1　H→V↑90°ベンド内の粒子速度

てそれぞれ図5－1，5－2に示している。計算に用いた粒子などに関する諸数値は表5－1

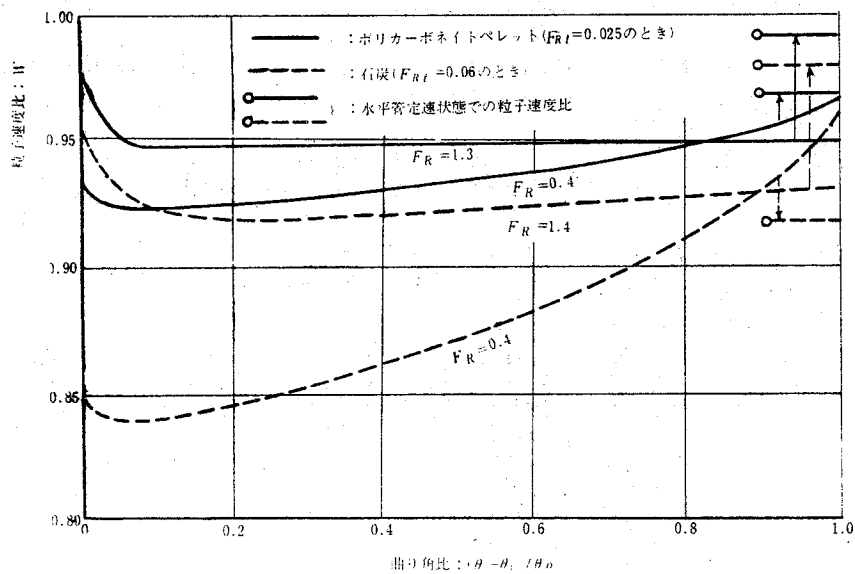


図5－2　V↑→H90°ベンド内の粒子速度

に与えられている。初期条件は，粒子が直管部平衡速度から出発するとしてH→V↑90°ベンドでは，

$$(\theta-\theta_1)/\theta_0=0 \quad で \quad W=W_h=1-\sqrt{\eta\,\xi_s}\,F_{Rt}/F_R \qquad (5.26)$$

V↑→H 90°ベンドでは,

$$(\theta-\theta_1)/\theta_0=0 \quad で \quad W=W_v=1-F_{Rt}/F_R \qquad (5.27)$$

とした。またここでは簡単のため$\eta=1$ととった。

図5－1でみられるように，H→V↑90°ベンドでは，粒子はベンドに入って減速され，ある最低速度に達してのち徐々に加速される。鉛直部の平衡速度比W_vには，ベンドを出て管壁との摩擦が行なわれなくなった状態で加速されて達するものと考えられる。

V↑→H 90°ベンドでは図5－2のようにH→V↑90°ベンドと似た経過がみられるが，重力が粒子を管壁から離す方向に働くため，平均流速が小さいときには，摩擦力は小さく，ベンド中途で粒子はかなり加速され，水平部の平衡速度比W_hには，ベンドを出て水平部下底を粒子群がしゆう動し，減速されることで達する場合があり得ることが示されている。

これらのことより，ベンド入口と出口での粒子速度はH→V↑90°ベンドでは，出口の方が小さいが，V↑→H 90°ベンドでは流速が小さいときには出口の方が早くなる場合があることも知り得る。このことはすでに空気輸送の場合に同様な結果が実験的に報告されている。[35)]

5.2.4 Iの計算

式（5.13）で与えられるIは，上記の結果からSimpson積分を用いて数値的に計算し，

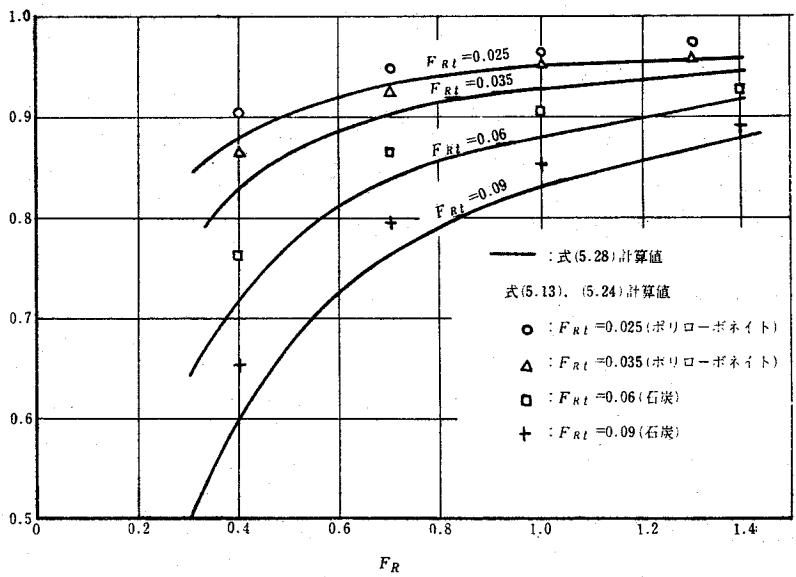


図5－3　H→V↑90°ベンドでのI

H→V↑，V↑→Hの90°ベンドについてそれぞれ図5－3，5－4に示している。実際上は，

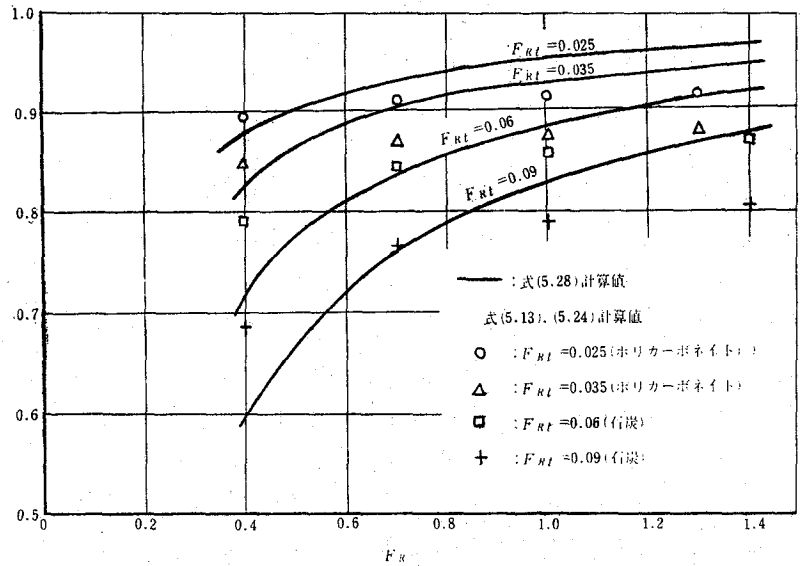


図５－４　Ｖ↑→Ｈ９０°ベンドでの I

I を上に求めたように式（５.２４）から詳しく計算することは，容易ではなく，また後に示す実験結果の精度からみてその必要はないので，I を簡単にベンド前後の平衡速度を用いて近似する。Ｈ→Ｖ↑，Ｖ↑→Ｈ９０°ベンドでは，ともに図５－３，５－４よりみて W は W_h よりも W_v に近いので，これらの場合

$$I = W_v^2 \qquad (5.28)$$

で近似することが最も簡単で適切である。図５－３，５－４にはそれぞれの場合について式（５.２８）での計算結果も記入されている。正確な計算値と多少の相違もあるが，この相違は後に示す結果の精度からみて実際上は考慮する必要はない。

5.3　実験装置と方法

実験装置は図３－４に示されるものを用いた。かくはん槽ａでかくはんされた混相流はポンプｂで内径 D＝４３.７５ｍｍ のポリカーボネート管路に送られ，Ｈ→Ｖ↑９０°ベンドｃを経て，鉛直定速区間ｄを通り，Ｖ↑→Ｈ９０°ベンドｅを経て水平部に移り，さらに水平定速区間ｆを通ってかくはん槽ａへ戻される。

粒　子	粒子径 mm	終速度 $v_{f\infty}$ cm/s	k_c	比重量 Kg/m³	摩擦係数（対ポリカーボネイト管）	管
ポリカーボネイトペレット	3.07	8.41	1.52	1165	0.330	ポリカーボネイト管 D＝43.75mm
石　炭	7.62 10.80	21.4 25.5	0.674	1478	0.308	

表５－１　粒子と管の諸元

配　　置	R/r		
H→V↑	18.7	29.0	38.9
V↑→H	19.6	30.1	35.3

表５－２　用いたベンドの R/r

実験に用いたベンドの種類は，r を管の内半径，すなわち $r=D/2$ として曲率半径比 R/r でもって表５－２に示している。各ベンドおよびベンド上流側，下流側に設けられた圧力測定孔はそれぞれ各測定断面において，曲りの外側，内側および側面２ケ所のたがいに９０°へだたった４点に設けられ，流れに沿って曲りの外側のみ，側面のみ内側のみの圧力，およびこれらの平均圧力が途中の切替えコックの操作で，多管マノメータを用いて測定された。流れに沿うベンド部の圧力孔の配置の一例を図５－５に示している。ベンド接合部より上流側および下流側ではほぼ

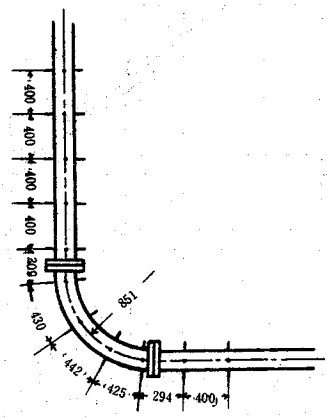


図５－５　　ベンド部の圧力孔配置例

４００ mm 間隔で流れに沿って圧力測定孔が設けられている。ベンドによる圧力降下 Δp_b を求めるために必要な鉛直部と水平部の定速区間での圧力降下は，それぞれ鉛直部 d ，水平部 f で測定した圧力勾配から計算して求められた。流量と濃度は，圧力降下の測定後，計量タンク g に一定時間混相流をとり，この重量を荷重計 h で読みとり，つぎに固体粒子のみを残して吐出し粒子重量を別に測定して計算した。実験に用いた固体粒子の諸元は表５－１に示している。実験を行なった平均流速は約１～４ m／s ，吐出し体積濃度は約５～１４％である。なお固体粒子群の終速度 v_t は式（２.６５）を用いて計算した。式中の濃度については簡単のため吐出し体積濃度 C を用いた。

5.4　ベンドによる圧力降下

5.4.1　ベンドの影響がおよぶ範囲

5.2.1節で述べたように，ベンドの影響は，ベンド部の上流，下流のかなりの範囲までおよ

ぶことが知られている。混相流の場合の影響範囲については空気輸送の場合にその報告があるが[34]，水力輸送についてはまだみられないので，圧力降下が直管部と異なった様相を示す範囲をその影響範囲と考えることにして測定を行なった。

流れに沿う圧力降下を曲りの外側，内側，平均圧力について測定した結果を，ベンド上流側直管部のベンドの影響が及ばない点での圧力p_0を基準にして，流れに沿う圧力降下を$\triangle p = p - p_0$で示し，縦軸に$\triangle p$を動圧で除した圧力係数をとり，横軸には，ベンドの入口出口を0としてそれぞれ上流側，下流側へ管路に沿って測った長さℓを管直径Dで除したℓ/Dを流れの方向を正として示したものを図5－6に示す。

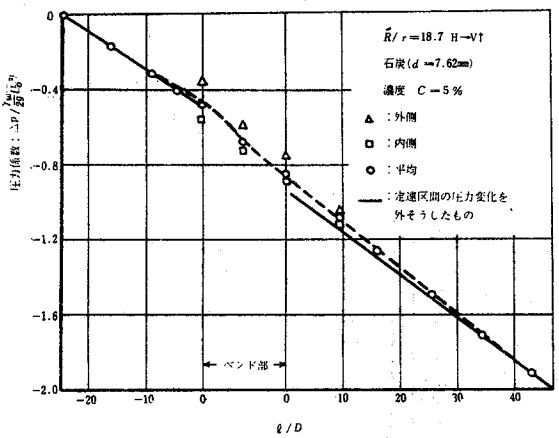


図5－6　ベンドに沿う圧力降下

図中で実線は水平部定速区間および鉛直部定速区間で測った圧力勾配から外挿して描かれた線である。図によれば，ベンド上流側（5～10）Dの位置からベンドの影響が出はじめ，ベンド部では曲りの外側と内側でかなりの圧力差が見受けられる。この差はベンドを出てかなりの下流側まで残り，定速区間の圧力勾配と一致して，ベンドの影響が消えるのは（30～40）D程度のところである。これは流速やベンドの配置にはあまり依らずベンドの影響が及ぶ範囲は清水のみを流した場合と大差ないと結論できる。空気輸送の場合にも同様な結論が得られている。[34]

5.4.2　ベンドによる圧力降下（清水の場合）

ベンド部での混相流の付加損失係数ζ_{bs}を求めるには，清水のみを流したときの損失係数ζ_{bs}を知ることが必要である。本実験で用いたベンドについて測定されたζ_{bw}とレイノルズ数$R_e = V_0 D/\nu$（ν：清水の動粘性係数）との関係を図5－7に示す。

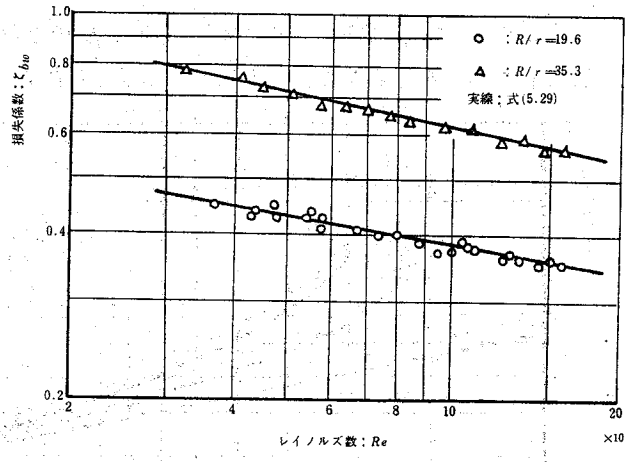


図5－7　清水を流したときのベンドの損失係数

図には伊藤[51]によって与えられた式

$$\left.\begin{aligned} &R_e(r/R)^2 < 91 \text{ のとき} \\ &\quad \zeta_{bw} = 0.00873\alpha_0\lambda_c\theta_0(R/r) \\ &R_e(r/R)^2 > 91 \text{ のとき} \\ &\quad \zeta_{bw} = 0.00241\alpha_0\theta_0 R_e^{-0.17}(R/r)^{0.84} \end{aligned}\right\} \qquad (5.29)$$

が実線で記入されている。ここで$\theta_0 = 90°$のとき係数α_0は

$$\left.\begin{aligned} &R/r < 19.7 \text{ のとき} \\ &\quad \alpha_0 = 0.95 + 17.2(R/r)^{-1.96} \\ &R/r > 19.7 \text{ のとき} \\ &\quad \alpha_0 = 1 \end{aligned}\right\} \qquad (5.30)$$

と与えられ，曲り管の管摩擦係数λ_cは

$$\lambda_c(R/r)^{1/2} = \frac{0.316}{\left[R_e(r/R)^2\right]^{1/5}} \qquad (5.31)$$

から求められる。

図5－7より本実験で用いたベンドはζ_{bw}が式(5.29)と良く一致することが知られるので，以下，付加損失係数ζ_{bs}を求める際はζ_{bw}は式(5.29)を用いて計算する。

5.4.3　ベンドによる圧力降下（混相流の場合）

実験結果から求められた混相流の場合の損失係数ζ_bとレイノルズ数R_eの関係は図5－8のようになり，R_eが小さいときはζ_bとζ_{bw}の差は大きく，R_eが大きくなるにしたがってこ

の差異は小さくなってゆくこと，濃度が大きいほどζ_bとζ_{bw}の差異は大きいことが知れる。図5－8には後に示すζ_{bs}を与える式（5.34）より計算した結果が比較のため実線で記入

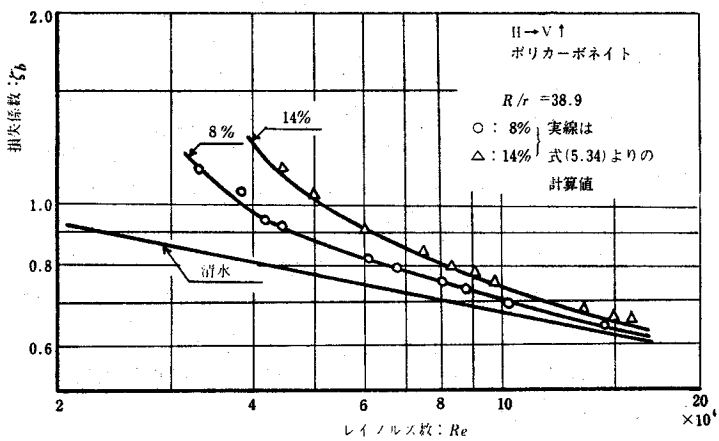


図5－8　混相流のベンド損失係数

されている。図5－8に示した実験結果より，式（5.2）によってζ_{bs}を求め，ζ_{bs}/CとF_Rの関係として整理したのが図5－9，図5－10である。図から判るように，ζ_{bs}/Cは，

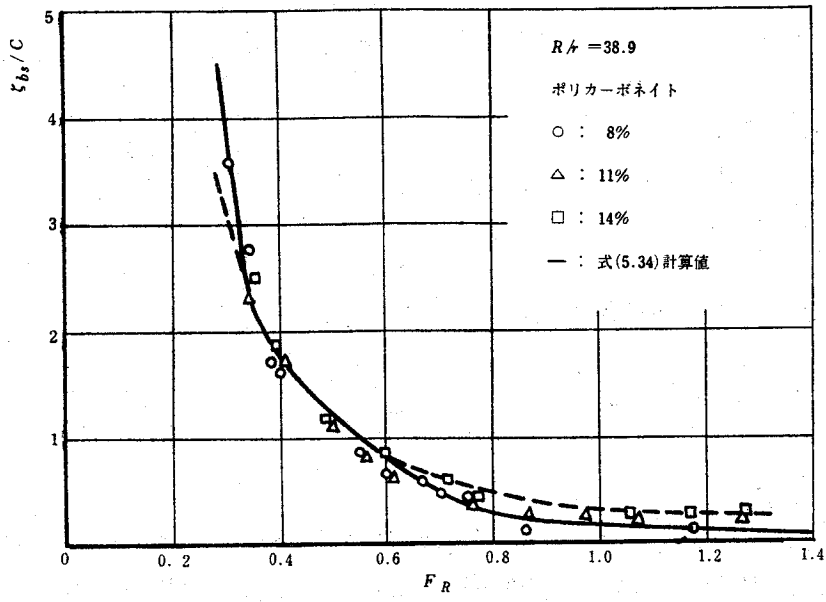


図5－9　H→V↑90°ベンドの付加損失係数

（点線はζ_{bsmg}/Cの変化を示す）

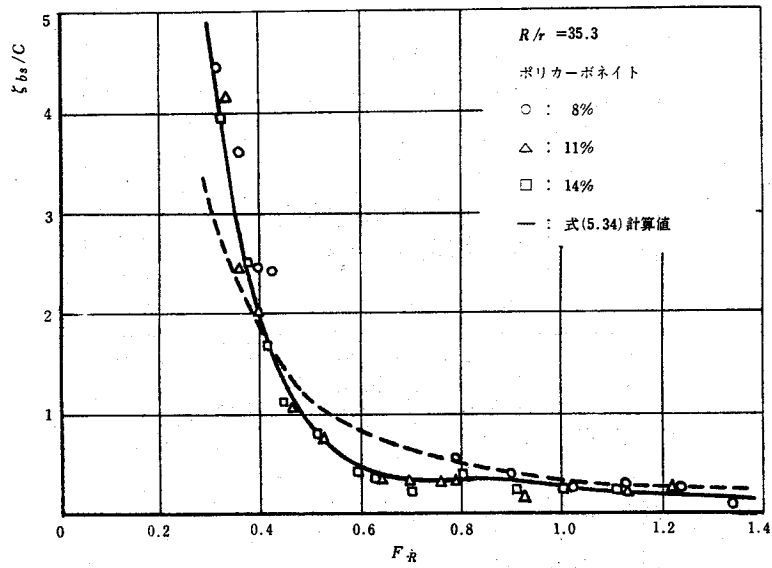


図5－10　V↑→H 90° ベンドの付加損失係数

（点線は ζ_{bsmg}/C の変化を示す。

流速の変化に対して1本の曲線上に整理され，したがって，ζ_{bs} は濃度 C に比例するとして良い。またH→V↑90° ベンドとV↑→H 90° ベンドを比較するとき，流速が低くなるにつれて ζ_{bs}/C は前者では比較的ゆるやかに増加するのに対して，後者では，ある流速を境にして急激に増加している。図5－9，5－10に記入されている点線は，ζ_{bs} のうち粒子群に位置エネルギーの変化を与えるために必要な付加圧力損失係数 ζ_{bsmg}，すなわち式（5.9）の右辺第1項より導かれる付加損失係数の値である。図からみて水力輸送では（$\zeta_{bs}-\zeta_{bsmg}$）は小さく場合によっては負になりまた流速にも依存している。

これに対して空気輸送では（$\zeta_{bs}-\zeta_{bsmg}$）は混合比1～5で1～6程度の正の値をとり，また流速にはあまり依存しないことが知られている。[35] これより水力輸送では，空気輸送に比してベンド損失係数はかなり小さくなることが推定される。

5.4.3　ζ_{bsf}

式（5.17），（5.18），（5.20），（5.28）を用いて実験結果から計算された $\zeta_{bsf}\gamma_w/\gamma_s C$ を縦軸に，F_D を横軸にとるとき，図5－11に示される結果を得る。図図5－11(a)，5－11(b) では比重が異なるポリカーボネイトペレットと石炭が一つの関係としてかなり良く整理されており，式（5.19）より

$$\zeta_{bsf}=k\,(F_D)\,\frac{\gamma_s}{\gamma_w}\,C \qquad (5.32)$$

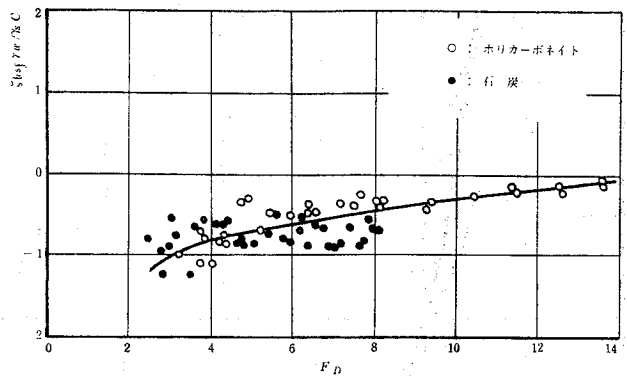


図5－11(a) H→V↑　90°ベンド（R/r =38.9）でのζbsf

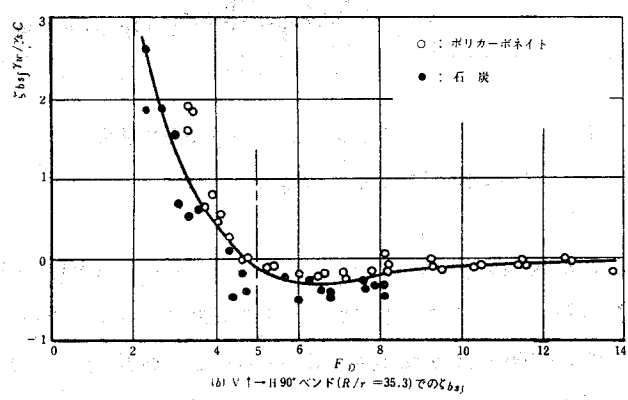


図5－11(b) V↑→H　90°ベンド（R/r =35.3）でのζbsf

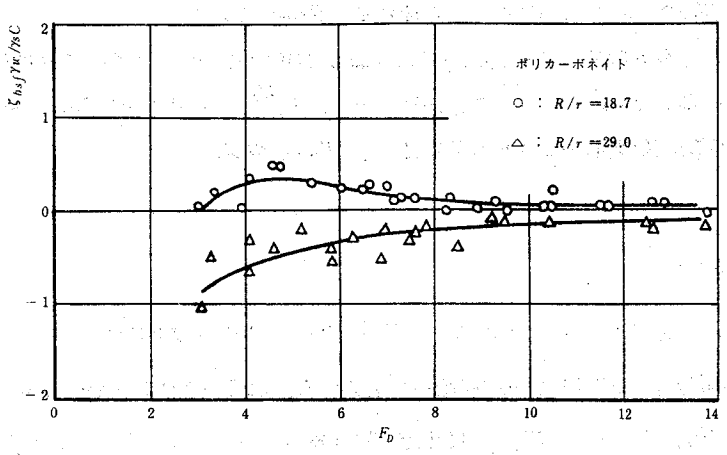
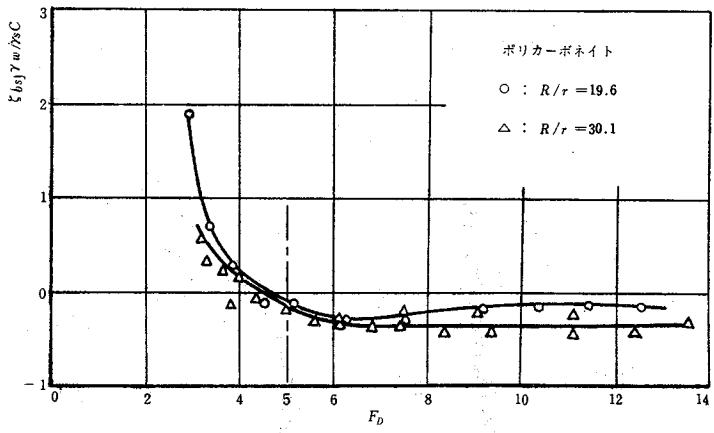


図5－11(c) H→V↑　90°ベンドでのζbsf



(d) V↑→H 90°ベンドでのζ_{bsf}

図5－11　90°ベンドでのζ_{bsf}

で表わして良い。$k(F_D)$はH→V↑90 ベンドでは，F_Dの変化に伴ってあまり大きく変化しないが，V↑→H 90°ベンドではベンド曲率半径の大小にかかわらず，ほぼ$F_D=5$を境として$F_D<5$では急激にF_Dの減少とともに増加し，$F_D>5$では一定値になる。また$F_D>5$ではベンドの配置に関係なく$k(F_D)$はほぼ同じ値をとると考えられる。したがって，$F_D>5$について$k(F_D)$の値を平均して次式を得る。

$$k(F_D)=-0.27 \qquad (F_D>5) \tag{5.33}$$

5.4.4　ベンドの圧力降下算出式

以上をまとめて，鉛直面内にあるベンド部の付加損失係数ζ_{bs}は，

$$\zeta_{bs}=\zeta_{bsm}+\zeta_{bsf}$$

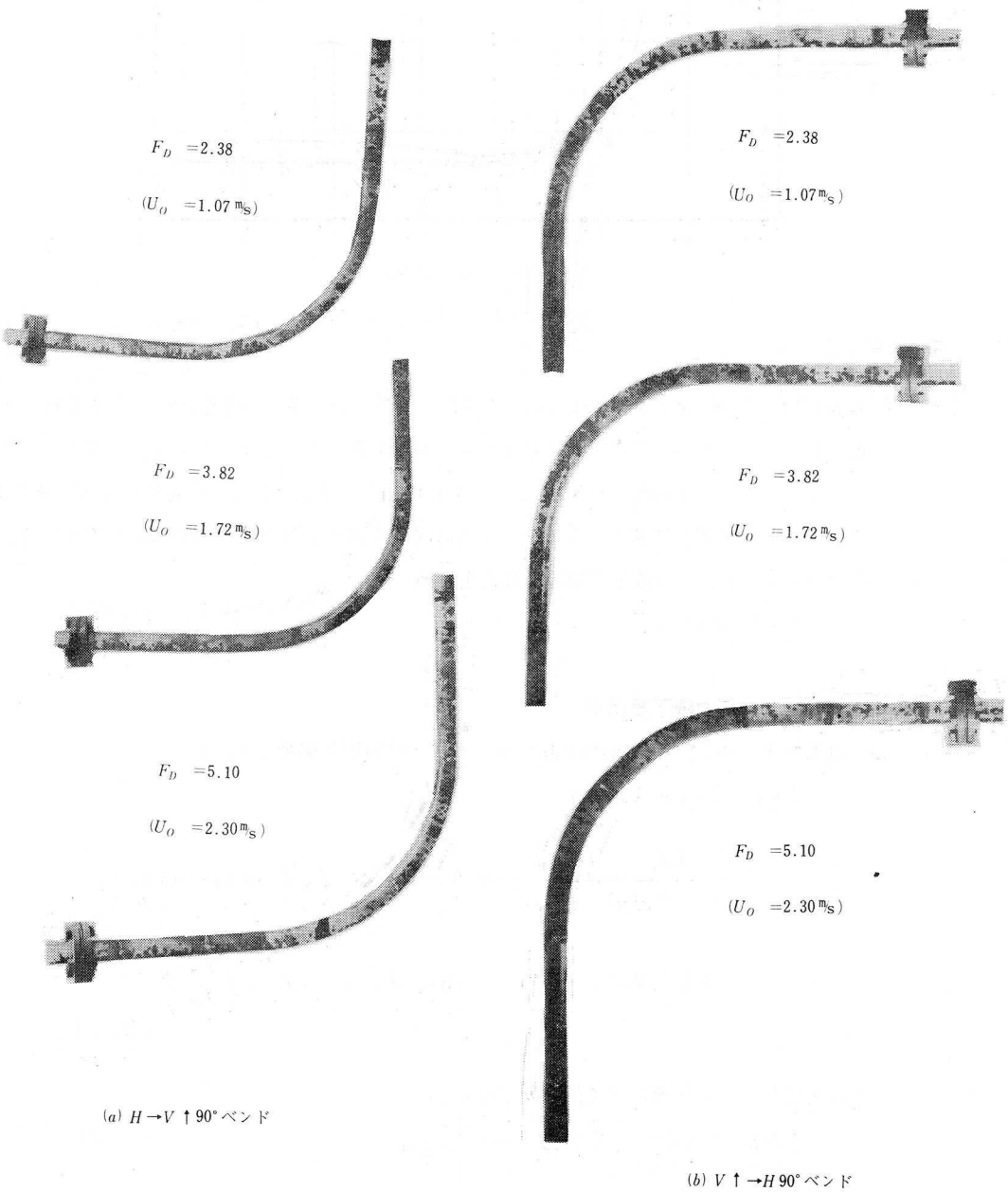
$$=\left[\frac{2(\gamma_s-\gamma_w)}{\gamma_s F_R^2}\{\cos\theta_1-\cos\theta_2+\xi_s(\sin\theta_2-\sin\theta_1)\}+\right.$$

$$\left.+2\xi_s\theta_0\left(1-\frac{\gamma_w}{\gamma_s}\right)+(W_2^2-W_1^2)+k(F_D)\right]\frac{\gamma_s}{\gamma_w}C \tag{5.34}$$

と与えられ，ベンド部による圧力降下$\triangle p_b$は，

$$\triangle p_b=(\zeta_{bw}+\zeta_{bs})\gamma_w U_0^2/2g \tag{5.35}$$

で求めることができる。ここでH→V↑およびV↑→H 90°ベンドでは，$F_D>5$で$k(F_D)$は式(5.33)で与えられる。



(a) $H \rightarrow V \uparrow$ 90° ベンド

(b) $V \uparrow \rightarrow H$ 90° ベンド

図 5 − 12　ベンドでの粒子の運動状況

5.5 検　討

5.5.1 ζ_{bsf}

5.4.3節で示したようにζ_{bsf}はH→V↑90°ベンドおよびF_Dの小さいときを除いたV↑→H90°ベンドで，$R/r=18.7$（H→V↑90°ベンド）の場合を除いて，負の値をとる。このことは混相流のベンド部での圧力損失Δp_bがV↑→H90°ベンドで低速の場合を除いて，ほとんどの場合清水のみの圧力損失Δp_{bw}と，粒子群がベンドを通る際に必要とするエネルギーから導かれた付加圧力損失Δp_{bsm}との和より小さい値を示すようにベンドを流れる流体の運動が変化することを示している。前節で述べた$F_D=5$を境とするζ_{bsf}の変化を検討するために，H→V↑およびV↑→H90°ベンドでの$F_D=5$前後の混相流中の粒子の運動状況を図5－12の写真で示す。H→V↑90°ベンド，$F_D>5$でのV↑→H90°ベンドでは粒子群群は，ベンドの外側の壁に沿って，しゆう動して輸送されているのに対し，$F_D<5$のV↑→H90°ベンドでは粒子群は外側の壁に達することなくベンド出口に達している。図5－11にみられる$\zeta_{bsf}\gamma_w/\gamma_s C$と$F_D$の関係はこのような流れの様相を反映しており，ベンド内で粒子群が，外側の壁から離れて輸送されるとき，ζ_{bsf}は急激に大きくなり，したがって図5—10のように，付加損失係数ζ_{bs}も急激に大きくなるが，粒子群がベンドの外側の壁に沿ってしゆう動して流れるとき，ζ_{bsf}は前述のようにH→V↑，V↑→Hというベンドの配置に関係なく，式（5.32），（5.33）に示すように比重γ_s/γ_wと濃度Cのみに関係すると推定できる。すなわちζ_{bsf}はベンド内の粒子の運動状況で決定され，ベンドの外側の壁をしゆう動する粒子群はベンド部の損失が（$\Delta p_{bw}+\Delta p_{bsm}$）より小さくなるように流体の運動を変化させるものと推定できる。

5.5.2 実験値と計算値の比較

式（5.34）を用いて計算したζ_{bs}/Cの値と実験値との比較をH→V↑90°ベンド（$R/r=29.0$）とV↑→H90°ベンド（$R/r=30.1$）に粒子径$d=7.62$mmの石炭を5%，8%，10%の濃度で流した場合について，それぞれ図5－13，5－14に示している。ここでk（F_D）は式（5.33）を用い，$F_D<5$についてはポリカーボネイトペレットから求めた図5－11(c)，5－11(d)のデータより推定した。また図5－8，5－9，5－10にも式（5.34）よりの計算値が記入してある。これらよりみて，式（5.34）は鉛直面内ベンドにおける付加損失係数を良く表わしていることを知ることができる。

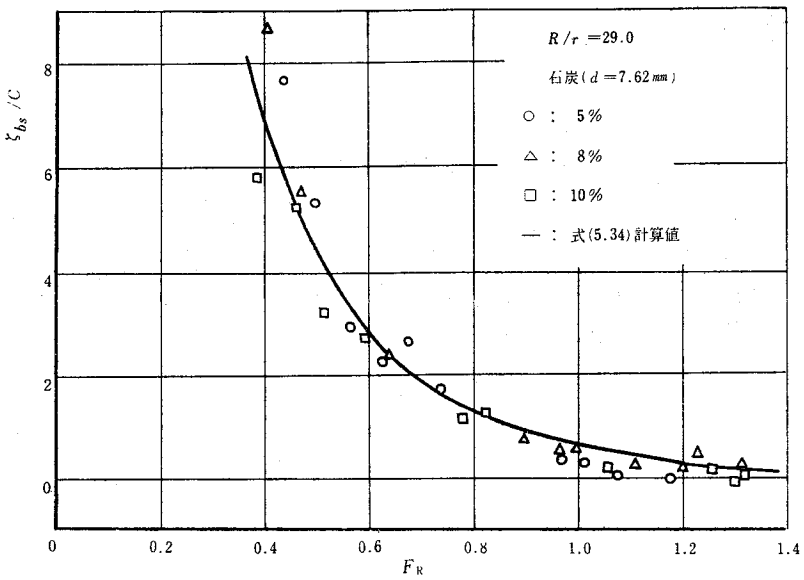


図5－13 H→V↑90°ベンドの付加損失係数と式(5.34)の比較

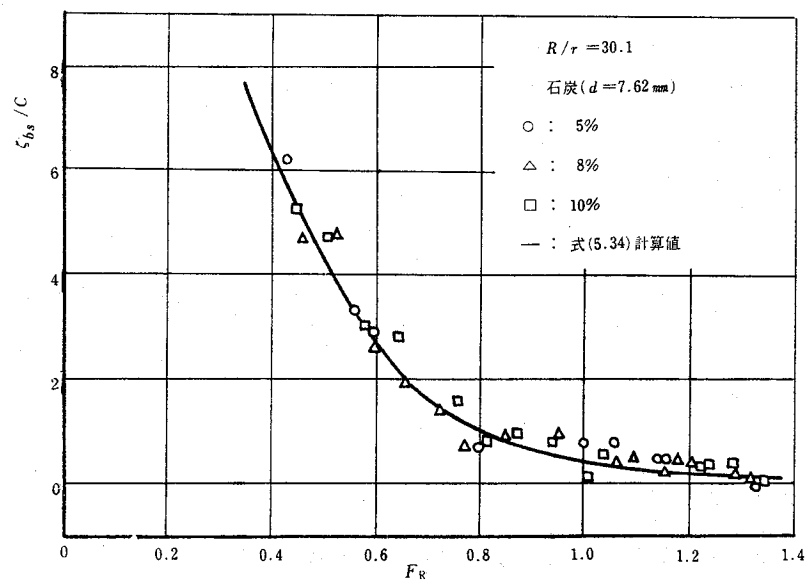


図5－14 V↑→H 90°ベンドの付加損失係数と式(5.34)の比較

5.5.3 最適ベンド

最後に固体粒子群を，水平方向から鉛直上方へ，または，鉛直上昇流を水平方向へ曲げるとき，圧力損失を小さくする条件を上記の結果より考察する。

いま，ある地点から水平方向にL_1，鉛直方向にL_2の地点まで水平管と1個のH→V↑90°ベンドおよび鉛直管の組合せで混相流を輸送するとき，この2地点間での圧力降下$\triangle p$は次式

で与えられる。

$$\triangle p=\left(\lambda_1\frac{L_1-R}{D}+\lambda_2\frac{L_2-R}{D}+\zeta_{bw}+\zeta_{bs}\right)\frac{\gamma_w}{2g}U_0^2 \qquad (5.36)$$

ここで　λ_1：水平管での混相流の管摩擦係数。式（5.36）でベンドに関係のある項を$\triangle p'$とするとき

$$\triangle p=\left(\lambda_1\frac{L_1}{D}+\lambda_2\frac{L_2}{D}\right)\frac{\gamma_w}{2g}U_0^2+\triangle p' \qquad (5.37)$$

$$\triangle p'=\left\{\zeta_{bw}+\zeta_{bs}-(\lambda_1+\lambda_2)\frac{R}{D}\right\}\frac{\gamma_w}{2g}U_0^2 \qquad (5.38)$$

と与えられ，圧力損失を小さくするベンドは$\triangle p'$を小さくする条件で選定すれば良い。$\triangle p'$には式（5.34）にみられるように多くのパラメータが関係するので一般論として最適ベンドを議論することはむずかしい。そこで検討の方法の一例を示す意味で，R/r以外の量はすべて与えられているとして$Re\left(\frac{r}{R}\right)^2>91$の場合について述べてみる。式（5.38）に式（5.29）と式（5.34）を入れ，さらにαのR/rに対する依存性を無視することにすると，

$$\triangle p'=\Big[0.00241\alpha_0\theta_0 Re^{-0.17}\left(\frac{R}{r}\right)+\Big[\frac{2(\gamma_s-\gamma_w)}{\gamma_s(U_0^2/gR)}\{\cos\theta_1-\cos\theta_2$$

$$+\xi_s(\sin\theta_2-\sin\theta_1)\}+2\xi_s\theta_0\left(W_v^2-\frac{\gamma_w}{\gamma_s}\right)+(W_2^2-W_1^2)$$

$$+k(F_D)\Big]\frac{\gamma_s}{\gamma_w}C-(\lambda_1+\lambda_2)\frac{R}{D}\Big]\frac{\gamma_w}{2g}U_0^2 \qquad (5.39)$$

ここで

$$A_1=0.00241\alpha_0\theta_0 R_e^{-0.17}\frac{\gamma_w}{2g}U_0^2 \qquad (5.40)$$

$$A_2=\frac{2(\gamma_s-\gamma_w)}{\gamma_s(U_0^2/gr)}\{\cos\theta_1-\cos\theta_2+\xi_s(\sin\theta_2-\sin\theta_1)\}\frac{\gamma_s}{\gamma_w}C\frac{\gamma_w}{2g}U_0^2 \qquad (5.41)$$

$$A_3 = \{ 2\xi_s \theta_0 (W_v^2 - \frac{\gamma_w}{\gamma_s}) + (W_2^2 - W_1^2) + k (F_D) \} \frac{\gamma_s}{\gamma_w} C \frac{\gamma_w}{2g} U_0^2 \tag{5.42}$$

$$A_4 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \frac{\gamma_w}{2g} U_0^2 \tag{5.43}$$

とおくと

$$\triangle p' = A_1 (\frac{R}{r})^{0.84} + (A_2 - A_4) \frac{R}{r} + A_3 \tag{5.44}$$

を得る。これより

$$\frac{d (\triangle p')}{d (\frac{R}{r})} = 0.84 A_1 (\frac{R}{r})^{-0.16} + A_2 - A_4 \tag{5.45}$$

となり，$A_2 > A_4$ ならば式（5.45）の値はつねに正となり R/r の増加とともに $\triangle p'$ は増すことが判る。また $A_2 < A_4$ のときは $\triangle p'$ は

$$\frac{R}{r} = (\frac{A_4 - A_2}{0.84 A_1})^{-\frac{1}{0.16}} \tag{5.46}$$

で最大値をとり，これより大きい R/r では $\triangle p$ は R/r の増加とともに減少することが判る。$R_e (\frac{r}{R})^2 < 91$ の場合についても同様にして求めることができる。

ここでは一例として内径 $D = 43.75$ mm のポリカーボネイト管を通して，濃度 $C = 10\%$ で粒子径 $d = 10.8$ mm の石炭を流したときの $\triangle p'$ と R/r の計算結果を図5－15に示している。

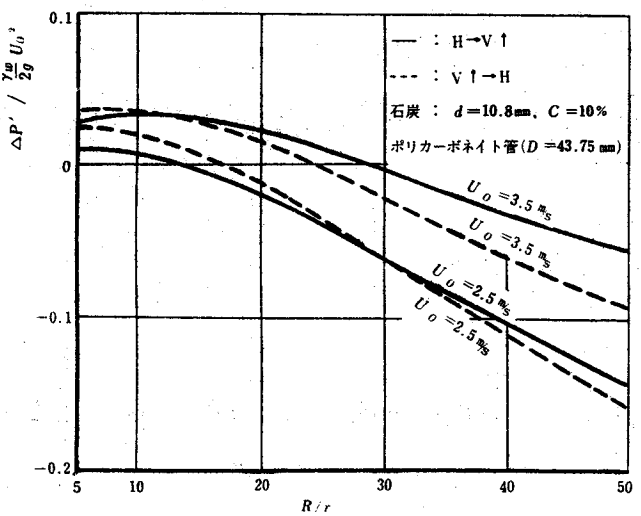


図5－15 ベンド曲率半径と圧力降下の関係

鉛直方向から水平方向に輸送するときは，上記の議論で「水平」と「鉛直」の語句を入れ変えて全く同様にとり扱える。V↑→H 90°ベンドでは$F_D<5$では急激な損失係数の増加があり好ましくないので，$F_D>5$の場合をとり上げて計算した。

図からもみられるようにR/rの小さい辺で圧力損失の最大値を与えるところがあり，式（5.45）で$A_2<A_4$の場合に対応しているものと考えられる。一般にこの関係は，多くの場合に成立つと考えられるので，ベンドの選定に当っては，$\triangle p'$を最大にするR/rを避けて，場所が許す限り，ベンドの曲率半径は大きくとる方が有利である。

5.6 結　論

固体粒子群の水力輸送における鉛直面内ベンド部の圧力損失などについて以下の結論を得る。

(1) 水力輸送における鉛直面内ベンドの圧力損失は式（5.34），（5.35）で与えられ，これらは実験結果と良い一致を示している。

(2) ベンドにおける付加損失係数は空気輸送に比してかなり小さい。

(3) V↑→H 90°ベンドでは，$F_D<5$で付加損失係数は急激に増大する。

(4) ベンド内での粒子群の運動状況が圧力損失に大きく関与していると推定される。

(5) ベンド前後の直管部に対するベンドの影響範囲は清水のみを流したときとあまり異ならない。

(6) 鉛直面内での混相流の輸送では，圧力損失を最大にするベンドのもつ曲率半径よりできるだけ大きい曲率半径をもつベンドが圧力損失を小さくするのに有利である。

第6章　総　括

詳細な結論については各章のおわりにそれぞれ述べたので，ここでは全体を総括しての結論と今後の問題点について述べることにする。

水平管水力輸送については，実用的に最も問題となる圧力損失の極小値近傍のしゅう動流動状態の圧力損失について関与する因子を十分考慮に入れた実験式を導くことができた。この式は種々の粒子の輸送について極小値近傍での圧力損失の様子を良く表わしており，また流れの状況との関連において，しゅう動流動の限界値を与えるパラメータについてもこれを知ることができ，式の適用限界を明確にすることができた。

浮遊状態については，濃度分布の非対称性が速度分布に与える影響について，現象論的解析ではあるが，理論的，実験的にこれを示すことができ，混相流の場合の最大速度位置のずれや，最大流速と平均流速との比についてもこれを定性的に説明することができた。また平均粒子速度と混相流の平均流速との比については，従来の一次元的な管壁との摩擦による説明から離れて，浮遊状態においても，かなり1から離れた値になる場合があることを濃度分布と速度分布より知ることができた。さらにこの場合の圧力降下は濃度分布，速度分布の非対称性の影響によって流速の増大とともに清水の場合よりはその増加がゆるやかになることを示すことができ，実験結果との比較から，ある流速以上では乱流拡散係数が濃度に対して直線的に減少することを知ることができた。これらの結果は粒子の混入によって乱れの機構が変化するとした従来の研究[24,25]と一致するものであり，管内水力輸送においてこのことを明らかに示すことができたのは大きな収穫であった。

ベンド部については，粒子の混入のために付加された圧力損失のうちベンドを粒子が通るときに必要とするエネルギーを与える部分を除いた粒子の混入による流れの変化にもとずく部分はやはりある流速以上では圧力損失を小さくする方向へ働らき，これも濃度に比例することを示すことができた。そしてこれをもとにベンド部の圧力損失についての実験式を導くことができた。また，ある鉛直面内の2点間の輸送の際に圧力損失を小さくするベンドはできる丈曲率半径の大きいものが良いことも示した。

さらに固体粒子の水力輸速の解析に欠かすことのできない重要なパラメーターである終速度については，管壁が存在することによる影響は，単粒子の場合とくに粒子の後部に剝離が起こり渦領域が成長するレイノルズ数の領域で，その影響の仕方が著るしく変化することを知るとともに粒子群

と単粒子でその影響の仕方が異なることを示し，粒子群については実用上の見地から測定しやすい浮遊速度について管壁と濃度の影響を与える実験式を得ることができた。

以上，当初目的としていたように，流動機構をできるだけ考慮した基礎と限界が明確な結論を得ることができたが，流動機構についても，未だ相似関係とか現象論的な仮定のもとでの議論でしかなく，今後さらに混相流のレオロジー的な性質の解明と相俟って，これらの結論がさらに普遍性をもったものになる必要性を痛感する。とくに流動機構についていえば，混相流の乱れの構造の流体のみの場合とのちがい，乱流動粘性係数の管断面上の分布と濃度分布との関係など理論的な解析を行なうことは，未だ剪断流中の乱流の問題が流体のみについても困難な現在不可能に近いが，実験的な研究がさらに種々の手段を使って進められなくてはならない。また濃度分布を理論的に解明することもこれからの発展にとって重要なことと考えられる。

さらに実用的な見地からは，水力輸送の場合実際にはさまざまな粒度のものが混在して送られるのであるから，粒度分布が圧力損失におよぼす影響についての研究がとくに必要と考えられる。その他低流速での粒子の運動状況や最適輸送流速の決定法，管路の摩耗の問題などが今後重要な問題として残されている。

謝　　辞

本研究をまとめるに当り，終始熱心な御指導と御激励をいただき，さらに原稿の御校閲をいただいた大阪大学森川敬信教授に深く感謝いたします。

さらには研究の進行の過程で有益な御討論をいただき，また貴重な資料を恵与いただいた，大阪電気通信大学　植松時雄教授，東京都立大学　岩浪繁蔵教授，日本大学　池森亀鶴教授，元山口大学教授　故上岡豊博士，三重大学　葛原定郎教授，東京工業大学　日野幹雄博士，日本大学　寺田進博士に心からお礼を申し上げます。

実験に際して，試料を供与された帝人化成松山工場，実験と資料の整理に協力をおしまれなかった愛媛大学　越智順治助手，新名静夫技官ら愛媛大学流体工学研究室の各位にも厚く謝意を表します。

なお，本研究の一部には，文部省科学研究費の援助をうけたことを付記して感謝の意を表します。

参　考　文　献

1. 石炭技術研究所, 石炭技術研究所資料　第6号 (1963－5).
2. Einstein,A.,"The Theory of Brownian Movement" (1956) N.Y. Dover.
3. Batchelor, G.K., J.Fluid Mech.41－3(1970)545.
4. Bird, R.B.他2名,"Transport Phenomena"(1960),Wiley International Edition.
5. Brenner, H., J.Fluid Mech. 12－1(1962)35.
6. Happel,J.& Brenner, H.,"Low Reynolds Number Hyrodynamics" (1965) Prentice Hall.
7. Faxen,H., Arkiv. Mat. Astron. Fys. 17－27(1923).
8. Happel, J.& Byrne, B.J., Ind. Eng. Chem. 46(1954)1181.
9. Bohlin, T., Trans. Roy. Inst. Technol. 155(1960).
10. Wakiya, S., J. Phys. Soc. Japan. 8 (1953)254.
11. 三雲, 水曜会誌 8－2(1933)263.
12. Смолдыpев, A.E.,"パイプ輸送"(外尾善次郎等訳)(1963)技術書院.
13. Fidleris,V. & Whitmore,R.L., Brit.J. Appl. Phys. 12(1961)490.
14. Worster,R. & Denney,D., Proc. Inst. Mech. Engr. 169－32 (1955)563.
15. 原田, 他3名, 機械学会論文集 30－210(昭39－2)231.
16. ムーチニク, イグナトフ編"水力採炭と水力輸送"(下)(外尾善次郎訳)(1961)東大出版会.
17. Durand,R., Proc.Minnesota International Hydraulic Convention 1 (1953－9)
18. Newitt,D.M. 他3名 Trans. Instn. Chem. Engnrs. 33－2 (1955)93.
19. Kriegel, F. & Brauer, H., VDI Forschungsheft 515(1966).
20. Barth,W., Chemie. Ing. Techn. 32－3(1960)164.
21. 葛原, 機械学会論文集 29－204 (昭38－8)1263.
22. 植松, 狩野, 機械学会論文集 27－183 (昭36－11)1748.
23. 岩浪, ほか2名, 機械学会論文集 29－207 (昭38－11)1735.
24. 日野, 土木学会論文集 92 (昭38－4)11.
25. Barenblatt, Vasiliev,O.F.による13th Congress IAHR(1969) Kyotoでの講演より。
26. Saffman, P.G., J.Fluid Mech. 13－1(1962)120.
27. 葛原, 機械学会論文集 31－222 (昭40－2)243.
28. Pechenkin,M.V., Proc.13th Congress IAHR, 2(1969－9)157.
29. Sillin,N.A. 他3名, Proc.13th Congress IAHR, 2(1969－9)147.
30. Daily,J.W. & Roberts,C.P.R., Publication R64－21 MIT Civil Eng. Hydro. Lab. Rep. No.69(1964－6).

31. Segré, G. & Silberberg, A., J.Fluid Mech. 14-1(1962)115, 136.
32. Soo, S.L., Proc. HYDROTRANSPORT I B.H.R.A.(1970)A1-1.
33. 植松, 狩野, 機械学会論文集 28-186(昭37-2)164.
34. 植松, 森川, 機械学会論文集 26-171(昭35-11)1528.
35. 植松, ほか5名, 機械学会論文集 30-219(昭39-11)1317.
36. Weidner, G., Forsch. Ing. Wesen. 25-2(1955)145.
37. Round, G.F., South African Mech. Engr. 20-3(1970-3)80.
38. Zandi, I. & Hayden, J.A., Proc.HYDROTRANSPORT I B.H.R.A. (1970)J1-1.
39. 植松, 森川, 機械学会論文集 26-171(昭35-11)1522.
40. McNown, Colliery Engng. 34-399(1957)209.
41. Taneda, S., Rep.Res.Inst.Appl.Mech., Kyushu Univ. 4(1956)99.
42. 奥田, 室蘭工大研究報告 5-1(昭40)217.
43. 池森, 機械学会誌 66-537(昭38-10)1414.
44. Hinze, J.O., "Turbulence"(1959) McGraw-Hill.
45. 池森, 機械学会誌 70-576(昭42-1)112.
46. 植松, 土屋, 機械学会論文集 17-56(昭26)72.
47. 寺田, 機械学会第42期通常総会講演会前刷集 No.136(昭40-4)93.
48. 都田, 他3名, 化学工学 33-1(1969)67.
49. Laufer, J., NACA Tech.Rep. 1174(1954).
50. 池森, エハラ時報 4-2(1955)2.
51. 伊藤, 機械学会誌 62-490(昭34-11)1634.
52. 鮎川, 越智, 機械学会論文集 33 254(昭42-10)1625.
53. 鮎川, 機械学会論文集 35 271(昭44-3)563.
54. 鮎川, 他2名, 機械学会論文集 35 280(昭44-12)2359.
55. Ayukawa, K., Proc.HYDROTRANSPORT I B.H.R.A.(1970)F3-33.