

Title	メタステーブル動作にもとづく非同期式アーピタの信頼性評価に関する研究
Author(s)	佐藤, 洋一郎
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1741
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

メタステーブル動作にもとづく
非同期式アービタの
信頼性評価に関する研究

1989年12月

佐藤 洋一郎

内容梗概

独立した複数の装置が一つの資源を共有するような計算機システムにおいて、非同期的に発生する資源専有要求の競合を処理するために利用される回路のことを非同期式アービタという（以下、単にアービタと略記）。アービタについては、これまでに多くの構成が提案されてきたが、これらを専有権の移動方式によって分類すると、インデペンデントリクエストアービタ、ポーリングアービタおよびデジーチェンアービタに大別される。また、制御方式によってアービタを分類すると、一つの場所に制御機能が設置される集中制御形アービタと、各装置に対応してこれが分散的に配置される分散制御形アービタとに分けられる。さらに、これらのアービタのうちいくつかは、次に処理すべき要求を先行的に選択できる機能（以下、要求先取り機能という）をもつが、このような機能をもつか否かによって、要求先取り形アービタとそうでないアービタ（以下、基本形アービタという）とに分けられる。

上述したいずれのアービタにおいても、原理上、メタステーブル動作（フリップフロップの出力が、ある不確定な期間、論理0と論理1との中間的な電圧に停滞するか、あるいは中間的な電圧を中心として小振幅で振動する）を避けることができず、最悪の場合、アービタが誤動作し得る。この種の誤動作の抑制策はいくつか提案されているが、いずれも完全でなく、このため、高信頼性の要求される計算機システムに搭載されるアービタでは、なおかつ残る誤動作に対する信頼性がどの程度であるかを知る必要がある。しかし、このような誤動作に対する信頼性を評価する手段は、これまでに何等提案されていなかった。そこで筆者は、評価基準として、誤動作が発生する実時間間隔の平均値、すなわちMTBF (Mean Time Between Failure) を選び、アービタの動作をマルコフ連鎖で定式化したうえで、MTBFの算出式（以下、MTBF算出式という）を解析的に導出した。

本論文は、基本形リングアービタ（代表的な分散制御形デジーチェンアービタ）および基本形かつ集中制御形のデジーチェンアービタのMTBF算出式の導出結果と、これらを利用して得られた要求先取り機能のMTBFに対する影響の解析結果とをまとめたものである。

緒論では、アービタならびにメタステーブル動作に関する研究の歴史的な経緯と

本研究の目的について述べている。さらに、その目的を達成するために筆者がとった手段と研究の経緯について述べている。

1章では、基本形リングアービタに関するMTBF算出式について述べている。基本形リングアービタは、同一構造のセルをリング状に接続して構成され、そのリングに沿って、常にただ一つの専有権が各セルを巡回している。専有権がセルに到達したとき、そのセルに要求がなければ直ちに次のセルに転送され、要求があればその要求が満たされたのち次のセルに転送される。ここでは、まず、このアービタの構成条件を述べたあと、専有権が到達したときのセルの動作を4つのモード（誤動作を含む）に分け、専有権がリングを1周するときの各セルの動作モードの一次元配列により、このアービタの状態を定義している。次に、その状態推移を離散時間単純マルコフ連鎖として定式化し、このマルコフ連鎖の状態推移確率と状態持続期間を求めている。そして最後に、この状態推移確率と状態持続期間を利用して、起こり得るすべての誤動作のMTBF寄与分を有限個の項の代数和に整理し、MTBF算出式を求めている。

2章では、基本形かつ集中制御形のデジチェーンアービタのMTBF算出式について述べている。このアービタは、一つの制御回路と縦続接続された同一構造のセルとから構成される。いずれのセルにも要求が発生していなければ、専有権は制御回路に停滞し、一つ以上のセルに要求が発生すれば、専有権はセルに向かって移動し、対応する装置の資源の専有を承認する。資源の専有を承認するときのセルの動作は、基本形リングアービタの場合と同じである。そして、その装置が資源の専有を解除すると、専有権は再び制御回路に復帰する。ここでは、まず、アービタの構成を述べたあと、アービタの状態を、一つの装置が資源の専有を完了してから次の装置が資源の専有を完了するまでの期間毎に、直前に資源を専有した装置の番号と、その専有が完了した時点での要求発生状況とにより定義している。次に、この状態の推移を連続時間単純マルコフ連鎖として定式化するとともに、このマルコフ連鎖の状態推移確率密度と連続可変な状態持続期間を求めている。3番目に、この状態推移確率密度と状態持続期間を用いて、各状態推移毎に起こり得る誤動作のMTBF寄与分を求め、これが状態推移確率と等価的に離散化した状態持続期間とで表せ

ることを示している。最後に、この結果と1章の成果とから、MTBF算出式を与えている。

3章では、要求先取り機能のMTBFに対する影響の解析結果を述べている。まず、要求先取り機能をもつ集中制御形デジチェーンアービタ(RDA)および集中制御形インデペンデントリクエストアービタ(RIA)の詳細な動作を解析して、いずれについても二つの異なる発生形態の誤動作が存在し、特に、要求の処理期間中にメタステーブル動作が発生したときのRIAの誤動作確率が、メタステーブル動作の発生時刻と要求処理の完了時刻との時間差によって、連続可変となることを明らかにしている。次に、2章のMTBF算出式の導出手順が適用できるような状態を定義するとともに、上述した誤動作確率の取り扱い方法を示している。最後に、この結果と2章の結果から、要求先取り形アービタのMTBFを算出し、このMTBFと基本形アービタのMTBFと比較することによって、要求先取り機能の効果を明らかにしている。

結論では、本研究の成果とその活用状況を述べるとともに、今後の課題についても言及している。

メタステーブル動作にもとづく 非同期式アービタの 信頼性評価に関する研究

目次

緒論	1
関連発表論文	7
1章 リングアービタのMTBF	8
1.1 序言	8
1.2 MTBFの算出条件	9
1.2.1 アービタの動作	9
1.2.2 アービタの構成条件	11
1.2.3 メタステーブル動作の境界	12
1.2.4 メタステーブル動作と誤動作との関係	14
1.3 アービタの動作の定式化	14
1.3.1 マルコフ連鎖としてのアービタの動作	14
1.3.2 状態推移確率の算出法	16
1.4 動作モードの生起確率	20
1.4.1 過渡状態の生起確率	20
1.4.2 動作モードの生起確率	23
1.5 MTBF	25

1.5.1	MTBFの算出式	25
1.5.2	MTBFの算出例	27
1.6	結言	30
2章	デジチェーンアービタのMTBF	32
2.1	序言	32
2.2	アービタの構成	33
2.3	状態持続期間の取り扱い	36
2.3.1	状態の定義とその推移	36
2.3.2	状態持続期間の離散化	38
2.4	MTBFの算出結果	43
2.4.1	アービタの仕様	43
2.4.2	MTBFの算出式	46
2.4.3	諸パラメータの決定法	46
2.4.4	MTBFの算出例	48
2.5	結言	50
3章	要求先取り形アービタのMTBF	51
3.1	序言	51
3.2	アービタの構成と誤動作	51
3.2.1	デジチェーンアービタ	51
3.2.2	インデペンデントリクエストアービタ	56
3.3	状態の定義	60
3.3.1	要求先取り形デジチェーンアービタの状態定義	61
3.3.2	要求先取り形インデペンデントリクエストアービタの状態定義	62
3.3.3	誤動作確率の取扱い	62
3.4	MTBFの算出結果とその検討	63
3.4.1	算出結果	63
3.4.2	検討	67

3.5 結言	69
結論	71
謝辞	74
参考文献	75
付録	80

緒論

プロセッサや入出力装置などの複数個の装置が、バスや主記憶装置などの資源を共有する計算機システムにおいては、しばしば、二つ以上の装置から同時にこの資源の専有要求（以下、単に要求という）が発せられる。このような要求の競合を処理して、いずれか一つの装置に対してのみ、資源の専有権（以下、専有権という）を与えることのできる回路のことを、アービタという。特に、各装置からの要求が互いに非同期的に発生するような状況下で利用されるアービタのことを、非同期式アービタという。以下、本論文では、誤解の恐れのない限り、これを単にアービタという。

1972年、Plummerがアービタの必要性を提唱して⁽¹⁾以来、その構成は多数提案されてきた⁽²⁻²¹⁾。これらを専有権の移動方式によって分類すると、インデペンデントリクエストアービタ^(1,4,6,8-10,12,18,20,21)、ポーリングアービタ^(7,20,21)およびデジチェーンアービタ^(1-3,5,10,11,13-17,19,20,21)に大別される。インデペンデントリクエストアービタは、先着優先の論理にしたがって、装置に専有権を与えるアービタである。次に、ポーリングアービタは、あらかじめ割り当てられた優先順位にしたがって、各装置における要求の有無を順次問い合わせ、要求があればその装置に専有権を与えるアービタである。また、デジチェーンアービタは、あらかじめ一次的に配列された各装置に専有権を順次転送し、それが到達した時点で要求があれば、その装置に専有権を与えるアービタである。

また、制御方式によってアービタを分類すると、一つの場所に制御機能が設置される集中制御形アービタ^(1,2,6-10,12,18-21)と、各装置に対応してこれが分散的に配置される分散制御形アービタ^(3-5,10,11,13-17,20,21)とに分けられる。さらに、これらのアービタのうちのいくつかは、次に処理すべき要求を先行的に選択できる機能（以下、要求先取り機能という）をもつ^(2,4,12,20,21)が、以下、本論文では、このような機能をもつアービタのことを要求先取り形アービタといい、そうでないアービタを基本形アービタという。

上述したアービタにおいては、いずれの場合にも、要求が非同期的に発生するので、複数個の要求相互の発生時刻、あるいは、一つの要求の発生時刻と問い合わせの発生時刻または専有権の到達時刻とが接近し、いずれの要求を承認するか、ある

いは要求そのものを承認するか否かという意味での競合が発生する。既存の大多数のアービタでは、この競合を処理するために、フリップフロップ(以下、FFと略記)のクリティカルレースが用いられている。しかし、これらの時刻がきわめて接近すると、FFの出力が、ある不確定な期間、論理0と論理1との中間的な(ほぼ一定の)電圧に停滞するか、あるいは中間的な電圧を中心として小振幅で振動する。このようなFFの動作をメタステーブル(以下、MSと略記)動作という。MS動作が発生すると、いずれのアービタにおいても誤動作が生起し得る。以下、このような誤動作のことを、単に誤動作という。

Chaneyらは、1973年、初めてMS動作の存在を実験的に確認し⁽²²⁾、Marinoは、1981年、アービタにおけるMS動作の発生が原理上不可避であることを明らかにした⁽²³⁾。また、その後、多くの研究者がいくつかの誤動作の抑制策(以下、単に抑制策という)を提案した^(2,3,7,15-19,24-34)。これらの抑制策は、FFで生じたMS動作が他の回路に伝搬するのを阻止しようとする立場から得られたもので、このFFとその出力端に接続されるゲートまたは他のFFとの間にしきい値差を設ける方法^(3,7,15,26)や、遅延を設ける方法^(2,16-19,24,25,27-34)がよく知られている。しかし、しきい値差を設ける方法は、ノイズマージンを小さくするので、これをある限度以上大きくすることには無理があり、したがって特に、MS動作が生じたときの出力が振動的となる場合には、その伝搬を完全に阻止することは困難である。また、MS動作は原理上無限に持続し得るから、いかなる有限時間の遅延を設けたとしても、その伝搬を完全に阻止することはできない。結局、これらの抑制策は、誤動作を軽減するための方法として有効ではあるが、完全ではない。したがって、高信頼性の要求される計算機システムに搭載されるアービタでは、なおかつ残る誤動作に対する信頼性がどの程度であるかを知る必要がある。しかし、このような誤動作に対する信頼性を評価する手段は、これまでに何等提案されていなかった。

本研究は、この種の信頼性を評価する手段の一つを提供しようとするものである。上述した誤動作発生頻度を評価しようとする場合、実験的に評価する方法、シミュレーションにより評価する方法および解析的に評価する方法が考えられる。しかし、この種の誤動作の発生頻度は一般に非常に少なく、例えば、数カ月に1回程度とな

る。したがって、これを実験あるいはシミュレーションによる方法で評価しようとしても、そのための所要時間があまりにも長くなりすぎて非現実的となり、結局、解析的に評価する方法のみに可能性が残される。そこで筆者は、評価基準として、誤動作が発生する実時間間隔の平均値、すなわちMTBF (Mean Time Between Failure) を選び、アービタの動作をマルコフ連鎖で定式化したうえで、MTBFの算出式(以下、MTBF算出式という)を解析的に導出した⁽³⁵⁻³⁹⁾。この結果を用いれば、アービタを構成する素子の特性(ゲートとFFの伝搬遅延時間、FFのセットアップ時間とホールド時間など)、各装置の特性(要求発生頻度と1回の要求処理当りの資源の専有期間)およびMS動作が生起したときのアービタ全体の誤動作確率(以下、誤作の恐れのない限り、単に、誤動作確率という)を与えて、具体的な値が算出できる。

本研究では、まず、分散制御形デジチェーンアービタの代表である基本形リングアービタ^(5,10,11,13-17,20,21)の動作を離散時間単純マルコフ連鎖で定式化し、この連鎖において起こり得る各誤動作のMTBFに対する寄与分を状態推移確率と状態持続期間とを用いて書き下し、さらに、すべての寄与分を一つの無限級数として整理し、この無限級数を有限個の項の代数和に変形して、MTBFの算出式を求めた^(35,36)。この算出式を用いれば、既存の大多数の基本形リングアービタのMTBFを算出できる。また、この算出式を適用できないリングアービタ^(20,21)についても、状態数が異なるだけで、それらのMTBFの算出式は、これと同じ手順で導出できる。さらに、この手順は、分散制御形ポーリングアービタ^(7,20,21)や集中制御形ポーリングアービタ(要求の有無にかかわらず常に問い合わせを行うもののみ)^(7,20,21)に対するMTBFの算出式の導出にも適用できる。

他方、集中制御形デジチェーンアービタやインデペンデントリクエストアービタなどの動作は、連続時間マルコフ連鎖(状態持続期間が連続可変)となり、MTBFの算出式の導出には、基本形リングアービタの手順がそのまま利用できない。そこで筆者は、このマルコフ連鎖において生起し得るすべての誤動作の寄与分が、状態推移確率と等価的に離散化した状態持続期間とで表されることを明らかにしたうえで、基本形リングアービタに対するMTBFの算出式の導出手順を適用して、MTBF算出式を得た⁽³⁷⁾。対象としたアービタは、基本形かつ集中制御形のデジチェ

ンアービタ^(3,19-21)である。この算出式を利用すれば、既存の大多数の基本形かつ集中制御形のデジチェーンアービタのMTBFを算出することができる。また、状態持続期間を離散化する手順は、この算出式を適用できない集中制御形デジチェーンアービタ^(2,20,21)やインデペンデントリクエストアービタ^(1,4,6,8-10,12,18,20,21)および集中制御形ポーリングアービタ（要求の存在するときだけ問い合わせを行うもののみ）^(7,20,21)にも適用できる。

以上の結果は、各種のアービタのMTBFの算出に適用され、基本形相互間のMTBFの相違は、既に規格化された形で整理されている⁽⁴⁰⁾。しかし、要求先取り形に関しては、まったく対象とされていなかった。そこで筆者は、さらに、要求先取り形アービタのMTBFを算出し、対応する基本形のMTBFと比較した^(38,39)。既存の要求先取り形アービタは、集中制御形デジチェーンアービタ^(2,20,21)と集中制御形インデペンデントリクエストアービタ^(4,12,20,21)だけである。ここでは、これらの各アービタ毎に、要求先取りの有無を状態変数に加えて、その状態推移を離散時間単純マルコフ連鎖で記述し、上述した手順にしたがって、MTBFの算出式を導出した。そして、両者のアービタのMTBFを、それぞれ対応する基本形アービタのMTBFと比較することによって、要求先取り機能のMTBFへの影響を明らかにした。この結果によれば、集中制御形デジチェーンアービタのMTBFは要求先取り機能の影響をほとんど受けないが、集中制御形インデペンデントリクエストアービタのMTBFは、要求先取り機能を付加することによって、大きく改善される。

本論文は、以上の研究成果をまとめたものであって、以下各章の内容は次のとおりである。

1章では、基本形リングアービタに関するMTBF算出式について述べている。基本形リングアービタは、同一構造のセルをリング状に接続して構成され、そのリングに沿って、常にただ一つの専有権が各セルを巡回している。専有権がセルに到達したとき、そのセルに要求がなければ直ちに次のセルに転送され、要求があればその要求が満たされたのち次のセルに転送される。ここでは、まず、このアービタの構成条件を述べたあと、専有権が到達したときのセルの動作を4つのモード（誤動作を含む）に分け、専有権がリングを1周するときの各セルの動作モードの一次元

配列により、このアービタの状態を定義している。次に、その状態推移を離散時間単純マルコフ連鎖として定式化し、このマルコフ連鎖の状態推移確率と状態持続期間を求めている。そして最後に、この状態推移確率と状態持続期間を利用して、起こり得るすべての誤動作のMTBF寄与分を有限個の項の代数和に整理している。

2章では、基本形かつ集中制御形のデジチェーンアービタのMTBF算出式について述べている。このアービタは、一つの制御回路と縦続接続された同一構造のセルとから構成される。いずれのセルにも要求が発生していなければ、専有権は制御回路に停滞し、一つ以上のセルに要求が発生すれば、専有権はセルに向かって移動し、対応する装置の資源の専有を承認する。資源の専有を承認するときのセルの動作は、基本形リングアービタの場合と同じである。そして、その装置が資源の専有を解除すると、専有権は再び制御回路に復帰する。ここでは、まず、アービタの構成を述べたあと、アービタの状態を、一つの装置が資源の専有を完了してから次の装置が資源の専有を完了するまでの期間毎に、直前に資源を専有した装置の番号と、その専有が完了した時点での要求発生状況とにより状態を定義している。次に、この状態の推移を連続時間単純マルコフ連鎖として定式化するとともに、このマルコフ連鎖の状態推移確率密度と連続可変な状態持続期間を求めている。3番目に、この状態推移確率密度と状態持続期間を用いて、各状態推移毎に起こり得る誤動作のMTBF寄与分を求め、これが状態推移確率と等価的に離散化した状態持続期間とで表せることを示している。最後に、この結果と1章の成果とから、MTBF算出式を与えている。

3章では、要求先取り機能のMTBFに対する影響の解析結果を述べている。要求先取り形アービタは、一つの装置が資源を専有している間に、次に資源を専有すべき装置を先行的に決定することのできるアービタである。まず、集中制御形デジチェーンアービタおよび集中制御形インデペンデントリクエストアービタの代表として、それぞれ、PDP11 model 30のアービタ⁽²⁾および修正を施した古屋のアービタ⁽¹²⁾を選び、詳細な動作を解析して、要求先取り形に特有な誤動作の発生機構を明らかにしている。次に、2章のMTBF算出式の導出手順が適用できるような状態（一つの装置が資源の専有を開始してから次の装置が資源の専有を開始するまでの期間

を一つの状態とみなし、次の装置が資源の専有を開始した時点での要求の発生状況、要求先取りの有無および先取りされた要求を発生した装置の番号を状態変数とする)を定義するとともに、誤動作確率の取り扱い方法を検討している。最後に、この結果と2章の結果から、要求先取り形アービタのMTBFを算出し、このMTBFと基本形アービタのMTBFと比較することによって、要求先取り機能の効果を明らかにしている。

関連発表論文

- [1] 佐藤洋一郎, 岡本卓爾:”リングアービタのメタステーブル動作にもとづくMTBF”, 第10回FTC研究会,3,pp.1-8(昭59-01).
- [2] 岡本卓爾, 佐藤洋一郎:”リングアービタのメタステーブル動作にもとづくMTBF”, 信学論(D),J67-D,8,pp.916-923(昭59-08).
- [3] 岡本卓爾, 佐藤洋一郎, 藤原史朗:”デジチェン・アービタのメタステーブル動作にもとづくMTBF”, 信学論(D),J68-D,6,pp.1203-1209(昭60-06).
- [4] 佐藤洋一郎, 岡本卓爾, 寺阪弘寛:”要求先取り形アービタのMTBF”, 第18回FTC研究会,4,pp.1-10(昭63-01).
- [5] 佐藤洋一郎, 岡本卓爾, 寺阪弘寛:”要求先取り形アービタのMTBF”, 信学論(D),J71-D,10,pp.2148-2154(昭63-10).

1 章 リングアービタのMTBF

1.1 序言

基本形リングアービタ (以下, RA と略記) は同一構造のセルをリング状に接続して構成される. リング上には常にただ一つの専有権 (以下, P と略記) が存在し, 各セルをリングに沿って巡回している. P がセルに到達したとき, そのセルに要求がなければ直ちに次のセルに転送され, 要求があればその要求を満たしたのち次のセルに転送される. RA では, セルへの P の到達時刻と要求の発生時刻とが接近すると MS 動作が発生し, 誤動作が生じ得る. 本章では, この種の誤動作の発生頻度を評価するための MTBF (誤動作が生起する実時間間隔の平均値) 算出式を導出する^(35,36). 1.2 では, このための前提条件として, RA の構成に関する 7 つの仮定を示し, P がセルに到達したときの動作を 4 つのモード (誤動作を含む) で定義する. 1.3 では, RA の動作を離散時間単純マルコフ連鎖として定式化し, この連鎖の状態推移確率と状態持続期間を求める. このときの状態は, P がリングを一周するときの各セルの動作モードの一次元配列で定義する. 1.4 では, 状態推移確率と状態持続期間を用いて定常状態における状態生起確率を算出する. 1.5 では, これらの結果を利用して, MTBF 算出式を導出する. この際, 定常状態を MTBF の算出の開始点としている. この連鎖における誤動作は, 定常状態以降, P がセルに到達するたびに起こり得るが, ここでは, これらの各誤動作の MTBF 寄与分を状態生起確率, 状態推移確率および状態持続期間の関数として表現して, これらすべての寄与分を無限級数として整理し, さらにこの整理した結果を有限個の項 (状態生起確率, 状態推移確率および状態持続期間の積) の代数和に変形する. 最後に, 一例として, この算出法を既存のアービタに適用した場合を示す.

1.2 MTBFの算出条件

1.2.1 アービタの動作

一般に、RAは図1.1のような構成をとる。信号 $r_i(1 \leq i \leq n)$ は装置 i からセル C_i への要求を示し、要求が発生しているときのみ論理1(以下、単に1と略記)、それ以外論理0(以下、単に0と略記)となる。また、信号 A_i は C_i から装置 i への資源専有の承認(以下、単に承認と略記)を示し、承認されているときのみ1、それ以外0となる。

RAのリング上には、常にただ一つの専有権 P が存在し、各セルを矢印の方向に巡回している。 P が C_i に到達したとき、 $r_i = 0$ ならば直ちに P は次のセル C_{i+1} へ転送されるが、 $r_i = 1$ ならば要求が満たされたのち、直ちに P は C_{i+1} へ転送される。しかし、 P の到達時刻と要求の発生時刻とが接近すると、セルの動作は次のようになる。

各セルは、 P の到達時刻と要求の発生時刻とを比較するためのFFを内蔵しており、要求を承認するか否かは、このFFの出力値により決定される。しかし、両者の時刻が接近すると、このFFにMS動作が発生し、最悪の場合には、RAが誤動作する。以上のことから、 P が到達したときの C_i の動作は、次の5種類の動作モードに分けることができる。

[モード I] P の到達後も $r_i = 0$ のまま、 P は直ちに C_{i+1} へ転送される。

[モード II] P の到達より十分前に $r_i = 1$ となっており、要求が満たされてから、 P は直ちに C_{i+1} へ転送される。

[モード III] P の到達と要求の発生とが接近して、FFにMS動作が発生するが、 P は要求を満たさず($r_{i+1} = 1$, $A_i = 0$ のまま)、 C_{i+1} へ転送される。

[モード IV] P の到達と要求の発生とが接近して、FFにMS動作が発生するが、要求が満たされたのち、 P は直ちに C_{i+1} へ転送される。

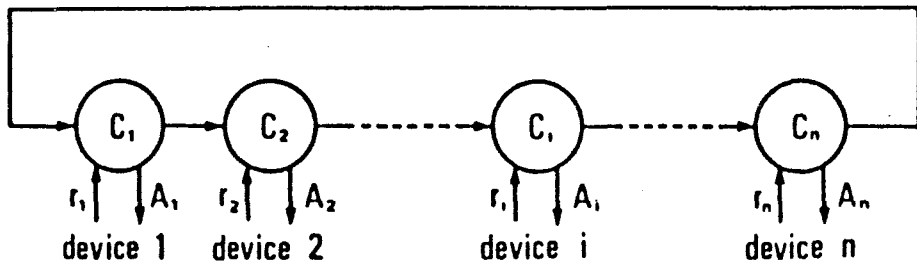


図 1. 1 リングアービタの構造

[モード V] P の到達と要求の発生とが接近して、FFにMS動作が発生し、かつ、RAが誤動作する。

モード V の誤動作としては、例えば、要求が承認されるとともに P が C_{i+1} へ転送される場合などがある。

1.2.2 アービタの構成条件

各動作モードの生起確率を算出するためには、各セルの特性と各装置の特性とが既知でなければならない。そこで本章では、これらの特性に対して以下の仮定を設ける。

[仮定 1-1] 各セルの回路構成と特性はすべて等しく、各装置の要求承認に関する特性もすべて等しい。また、各装置は誤動作しない。

[仮定 1-2] 隣接する二つのセルを接続する布線の伝搬遅延時間は零である。また、装置とそれに対応するセルとを接続する布線の伝搬遅延時間も零である。

[仮定 1-3] 各セルと対応する装置との間の要求承認に関する動作は、ハンドシェイク形式で行われる。そして、各装置からの要求は、一旦発生すると、それが満たされるまで、消滅することはない。

既存の RA においては、これらの仮定が実効的に満たされている。次に、セルの構成条件を述べる。これまで、 P のセルへの到達時刻 t_p と P の FF への到達時刻 t'_p とを厳密に区別しないで論じてきたが、 t_p が t'_p より以前で、しかも、これらの時間差は一般にセルの回路構成により異なる。しかし、セルが上の諸仮定を満たす限り、この時間差は以下の議論に影響しない。そこで、次の仮定を設ける。

[仮定 1-4] P がセルに到達する時刻とそれが FF の入力端子に到達する時刻とは一致する。

既存の RA では、FF として、NAND ゲートあるいは NOR ゲートで構成した RS FF が用いられる。しかし、これらの FF の MS 動作のふるまいは、論理 0 と

1 とが逆になること以外、ほぼ同じである。また、これらの FF の駆動形式は、二つの入力端子に異なるステップ信号をほぼ同時に印加する形式^(5,10,14-17)と、一方の入力端子のみに幅の狭いパルス信号を印加する形式^(12,13)とに分けられる。このうち、後者の場合には一方の入力端子のみに信号が印加されるので、前者の場合に比して MS 動作のふるまいが多少複雑になる。しかし、この差は、MTBF 算出式の導出に関する限り、本質的な差ではない。そこで次の仮定を設ける。

[仮定 1-5] FF は、伝搬遅延時間の等しい二つの NAND ゲートで構成される RS FF で、二つの入力端子には、それぞれ、 P の到達および要求の発生を示すステップ信号が印加される。

1.2.3 メタステーブル動作の境界

FF に MS 動作が生起するか否かは、 P の到達時刻と要求の発生時刻との時間差だけでなく、FF 内部における雑音の大きさにも影響される。このため、モード I および II とモード III, IV および V との境界を陽に定めることは難しい。そこで本章では、この境界に対して次の仮定を設ける。

[仮定 1-6] モード I とモード III, IV および V との境界は、 P の到達時刻より丁度 (FF を構成するゲートの) 伝搬遅延時間 d だけあとに要求が発生した場合とする。同様に、モード II とモード III, IV および V との境界は、 P の到達時刻より丁度 d だけ前に要求が発生した場合とする。

このように仮定すれば、MS 動作を誘発する要求の発生時刻 t_r は、事実上図 1.2 のように $t_p \pm d$ の範囲内に包含されてしまうことになる。ただし、上図の横軸は要求の発生時刻を示す。したがって、この場合、モード III または IV の中には、MS 動作をとまなわない動作も含まれ、見かけ上モード III, IV の生起確率が増加する。しかし、これに見合うだけ誤動作の生起確率も減少するので、この仮定が誤動作評価に関する誤差の要因になることはない。以下、誤解の恐れのない限り、要求が $t_p \pm d$ 内に発生したときの FF の動作を MS 動作という。

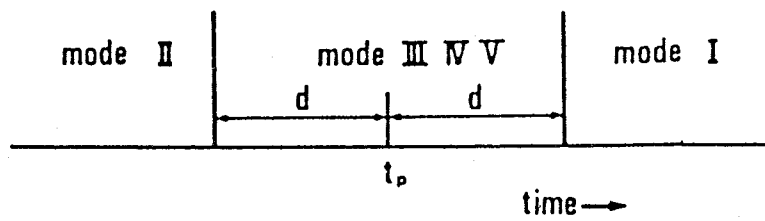


図 1. 2 メタステーブルステープルの境界

1.2.4 メタステーブル動作と誤動作との関係

モード III, IV, V 相互の境界は, MS 動作の境界と同様に, 明確に示すことは難しい. しかし, 本論文の目的は MTBF 算出式の導出にあるから, 各動作モードの生起確率と各動作モードにおいて P がセルを通過する時間 (以下, P の通過時間と略記) とがわかれば十分である. MS 動作の生起する確率, すなわち, 1. 2. 3 で定義した境界内で要求が発生する確率は, あとで述べるように, 容易に算出することができる. いま, MS 動作が生起する確率を R_M とし, さらに, MS 動作が生起したという条件下での誤動作生起確率を W とすれば, モード III および IV の生起確率は, 仮定 1-5 から, いずれも $R_M(1-W)/2$ となる.

W の値は Fleishhammer らの方法⁽⁴¹⁾により算出するものとする. この方法では, MS 動作がある一定期間 τ 以上持続した場合を誤動作と定義している. τ の値をゲートの伝搬遅延時間の 2 倍程度以下にとると, 通常, W の値は実際よりかなり大きな値となる.

次に, P の通過時間について簡単に検討しておく. モード V が生起すると, 以後の正常な動作は期待できないから, 通常, RA は, 初期状態に戻して再起動される. したがって, モード III および IV における P の通過時間のみが問題となる. しかし, これらのモードにおいて, MS 動作の持続する期間は τ 以下で, しかも, この平均時間は τ に比してかなり小さい. 以上から, ここでは, 次のような仮定を設ける.

[仮定 1-7] モード III および IV における MS 動作の持続期間は零とみなす. このような仮定のもとでは, モード III および IV における P の通過時間が, それぞれ, モード I および II における P の通過時間に等しくなる.

1.3 アービタの動作の定式化

1.3.1 マルコフ連鎖としてのアービタの動作

リング上の各セルには要求が発生しておらず, かつ, 専有権 P がリング上のいずれか一つのセルに静止している状態を RA の初期状態にとりとする. また, RA が

起動されると、各装置からの要求発生が許されると同時に、 P はリングに沿ってセルを巡回し始めるものとする。起動後、 P があるセルに到達したとき、そのセルがどのような動作モードをとるかは、最初に P がリングを一周する特殊な期間を除けば、次のように決まる。すなわち、前回に P がこのセルに到達してから次にこのセルに到達するまでの間に、要求発生がなければモード I、要求発生があればモード II となり、また、 P が次に到達する時刻と要求発生の時刻とが接近した場合には、MS 動作が生起してモード III、IV、V のいずれかとなる。特に、前回のセルの動作がモード III の場合には、次に P が到達したときのセルの動作はかならずモード II となる。したがって、 P が到達したときセルがとる各動作モードの生起確率は、各装置からの単位時間当りの要求発生確率を同一とした場合（以下、本論文全体を通じて、この仮定を貫く）、仮定 1-1 および 1-2 から、(1) 前回 P がこのセルに到達したときの動作モードと、(2) それ以降 P がリングを一巡するに要する時間とに支配される。このうち、(2) の時間は、仮定 1-7 から、 P が一巡するときの各セルの動作モードの系列（以下、一巡動作モード系列と略記）で一意に決まるから、この確率過程は、結局、一巡動作モード系列のみによって決まる離散時間単純マルコフ連鎖となる。

一巡動作モード系列の次の動作モード生起確率への影響に着目した場合、モード II と IV モードとは同じとなる。そこで以下本章では、これまで述べてきた動作モード、I、II と IV、III および V を、それぞれ、新たにモード 1、2、3 および 4 と定義し直す。

このように定義したとき、上述したマルコフ連鎖を記述するための状態数は、一般に、セル数 \times 一巡動作モード系列の数だけ必要である。しかし、RA では、すべてのセルの構造およびすべての装置の特性（要求発生確率を含む）がそれぞれ等しいから、 P がセルに到達したときの動作は、すべて同じ状態推移確率行列で表すことができる。したがって、RA の状態遷移を検討するためには、一般性を失うことなく、 P が C_n から C_1 に到達するときの RA の状態のみを考えれば十分である。

P が C_n に到達するときの一巡動作モード系列 $(m_1 m_2 \cdots m_n) (1 \leq m_j \leq 3, 1 \leq m_n \leq 4, 1 \leq j \leq n-1)$ は、上述の議論から、 $4 \times 3^{n-1}$ 通りあるが、このうち C_n で

誤動作が生じる系列 $(m_1 m_2 \cdots m_{n-1} 4)$ は 3^{n-1} 通りある。誤動作が生じると、以後における R A の動作は停止するから、 C_n で生じる誤動作は、一巡動作モード系列に関係なく一つの状態とみなすことができる。そこで、本章では、誤動作を含まない 3^n 個の一巡動作モード系列と誤動作に関する一つの状態によって R A の状態を定義する。このとき、前者の 3^n 個の状態は過渡状態、後者の一つの状態は吸収状態である。

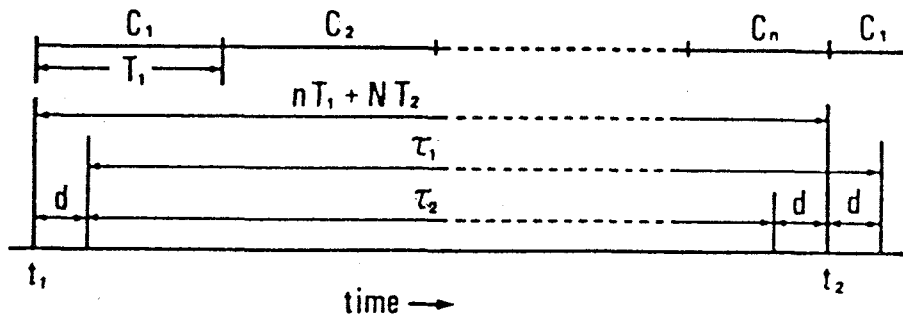
P が次に C_1 に到達したときの R A の状態 $(m'_2 m'_3 \cdots m'_n m'_1)$ も、 P が C_n にあるときの各状態に対応して $3^n + 1$ 通りある。 P が C_n にあるときの一つの状態から P が C_1 に到達したときの一つの状態への推移 (以下、単に状態推移と略記) は、次のような行列 \mathbf{B} で表すことができる。

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

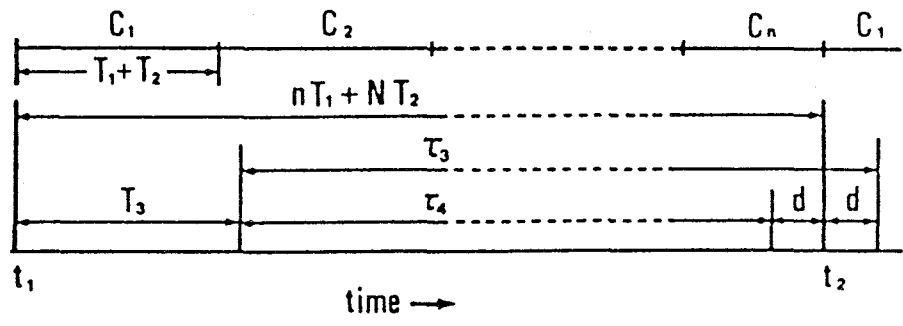
ここに、 \mathbf{B}_1 は、 3^n 行 3^n 列からなる正方行列で、過渡状態から過渡状態への状態推移確率行列を示し、 \mathbf{B}_2 は 3^n 行 1 列の行列で、過渡状態から吸収状態への状態推移確率行列を示す。 $\mathbf{0}$ は 1 行 3^n 列の零行列である。 \mathbf{B} の各行は、この行に対応する一つの状態から次の状態への状態推移確率を示すが、R A の構造から、次のような性質を持つ。 C_n のある一つの状態 $m_1 m_2 \cdots m_n (1 \leq m_n \leq 3)$ から次に推移可能な状態は C_1 の $m'_2 m'_3 \cdots m'_n m'_1 (m_j = m'_j, 2 \leq j \leq n, 1 \leq m'_1 \leq 4)$ の 4 状態のみで、他の状態への推移確率は常に零である。また、吸収状態から推移可能な状態は同じ吸収状態のみである。そこで、以下本節では、常に零とは限らない $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ の要素のみに着目して、 $m_1 m_2 \cdots m_n (1 \leq m_n \leq 3)$ から $m_2 m_3 \cdots m_n m'_1 (1 \leq m'_1 \leq 4)$ への推移確率を $B(m'_1 | m_1 m_2 \cdots m_n)$ と書く。

1.3.2 状態推移確率の算出法

P が動作モード系列 $m_1 m_2 \cdots m_n$ を経て C_1 に到達したときの P のリング一巡時間と次に C_1 がとる動作モード m'_1 との関係を図 1.3 に示す。(a) は $m_1 = 1$ および 3 の場合、(b) は $m_1 = 2$ の場合である。いずれの場合にも、横軸は時間で、 t_1 および t_2



(a) $m_1 = 1.3$



(b) $m_1 = 2$

図 1. 3 専有権がリングを一周する間に要求が発生し得る期間

は、それぞれ、前回および次回に P が C_1 に到達する時刻を表す。いま、 $m_1 = 1, 3$ および $m_1 = 2$ のときの P の通過時間を、それぞれ、 T_1 および $T_1 + T_2$ (T_2 : 要求承認にともなう P の通過時間の増加分) とし (仮定 1-7 参照), $m_1 m_2 \cdots m_n$ の中でモード 2 となるセル数を $N (0 \leq N \leq n)$ で表す。このとき、期間 $t_2 - t_1$ は、 $nT_1 + NT_2$ となる。 $m_1 = 1$ であれば、次の要求は $t_1 + d$ 以降発生し得るが、(仮定 1-6 参照), $m_1 = 3$ であれば、前回発生した要求がそのまま次の要求として残る (m'_1 はかならず 2 となる (仮定 1-3 参照))。また、 $m_1 = 2$ のときには、仮定 1-3 および 1-7 から、 $t_1 + T_3$ 以降、次の要求が発生し得る。ただし、 T_3 は、要求が処理されるとき、 P が到達してから、 $A_i (1 \leq i \leq n)$ が (論理 1 から) 論理 0 に変化するまでに要する時間である。したがって、 $m_1 = 1, 2$ のとき、 m'_1 の値は、仮定 1-6 および 1-7 から、次のように決定される。

- (i) 次の要求が時刻 $t_2 + d$ までに発生しなければ、 $m'_1 = 1$ となる。
- (ii) 次の要求が時刻 $t_2 - d$ までに発生すれば、 $m'_1 = 2$ となる。
- (iii) 次の要求が時刻 $t_2 - d$ から $t_2 + d$ までに発生すれば、 $m'_1 = 2$ および $m'_1 = 3$ が確率 $(1 - W)/2$ で生起し、 $m'_1 = 4$ が確率 W で生起する。

以上から、 $m_1 = 1$ かつ $m'_1 = 1$ となる状態推移確率 $B(1|1m_2 \cdots m_n)$ は、上図 (a) の期間 τ_1 内で要求発生しない確率に等しい。したがって、装置からの単位時間当たり要求発生確率を u とすれば、仮定 1-3 および付録 A から、

$$B(1|1m_2 \cdots m_n) = \exp(-u\tau_1) \quad (1.2)$$

$$\tau_1 = nT_1 + NT_2 \quad (1.3)$$

となる。

次に、 $m_1 = 1$ かつ $m'_1 = 2$ となる状態推移確率 $B(2|1m_2 \cdots m_n)$ は、同図 (a) で、期間 τ_2 の間に要求が発生する確率 ((i) の場合) と期間 τ_2 の間で要求が発生せずかつ

期間 $2d$ の間で要求が発生する確率 (R_M) に $(1 - W)/2$ を乗じた値 ((ii) の場合) との和に等しく,

$$B(2|1m_2 \cdots m_n) = 1 - \exp(-u\tau_2) + \exp(-u\tau_2)\{1 - \exp(-2ud)\}(1 - W)/2 \quad (1.4)$$

$$\tau_2 = nT_1 + NT_2 - 2d \quad (1.5)$$

で与えられる. 同様に, $B(3|1m_2 \cdots m_n)$ は,

$$B(3|1m_2 \cdots m_n) = \exp(-u\tau_2)\{1 - \exp(-2ud)\} \cdot (1 - W)/2 \quad (1.6)$$

となる. さらに, $B(4|1m_2 \cdots m_n)$ は, R_M に W を乗じて, 式 (1.7) のように与えられる.

$$B(4|1m_2 \cdots m_n) = \exp(-u\tau_2)\{1 - \exp(-2ud)\}W \quad (1.7)$$

他の状態推移確率についても, 同様に算出すれば, 以下のとおりとなる.

$$B(1|2m_2 \cdots m_n) = \exp(-u\tau_3) \quad (1.8)$$

$$B(2|2m_2 \cdots m_n) = 1 - \exp(-u\tau_4) + \exp(-u\tau_4)\{1 - \exp(-2ud)\}(1 - W)/2 \quad (1.9)$$

$$B(3|2m_2 \cdots m_n) = \exp(-u\tau_4)\{1 - \exp(-2ud)\} \cdot (1 - W)/2 \quad (1.10)$$

$$B(4|2m_2 \cdots m_n) = \exp(-u\tau_4)\{1 - \exp(-2ud)\}W \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} B(1|3m_2 \cdots m_n) &= B(3|3m_2 \cdots m_n) \\ &= B(4|3m_2 \cdots m_n) \end{aligned}$$

$$= 0 \quad (1.12)$$

$$B(2|3m_2 \cdots m_n) = B(2|3m_2 \cdots m_n) = 1 \quad (1.13)$$

$$\tau_3 = nT_1 + NT_2 - T_3 + d \quad (1.14)$$

$$\tau_4 = nT_1 + NT_2 - T_3 - d \quad (1.15)$$

以上から、状態推移確率は、セルのハードウェア構成 (W を含む)、要求処理に要する時間 (A_i が (論理 0 から) 論理 1 になってから r_i が (論理 1 から) 論理 0 になるまでに要する時間) および u の値を与えれば、すべて決定することができる。

1.4 動作モードの生起確率

1.4.1 過渡状態の生起確率

アービタが十分長時間誤動作なく動作したときの状態生起確率を考える。このことは、式 (1.1) の部分行列 \mathbf{B}_1 に対応した確率過程のみを考えることを意味する。この確率過程の推移確率行列を \mathbf{B}'_1 、 \mathbf{B}'_1 の一つの要素を、 \mathbf{B}_1 の要素と同様に、 $B'(m'_1|m_1m_2 \cdots m_n)$ ($1 \leq m_j \leq 3, 1 \leq m'_1 \leq 3, 1 \leq j \leq n$) で表す。このとき、 $B'(m'_1|m_1m_2 \cdots m_n)$ と $B(m'_1|m_1m_2 \cdots m_n)$ との間には、次の関係が成立する。

$$B'(m'_1|m_1m_2 \cdots m_n) = \frac{B(m'_1|m_1m_2 \cdots m_n)}{\sum_{m=1}^3 B(m|m_1m_2 \cdots m_n)} \quad (1.16)$$

次に、この確率過程が既約であることを示す。これには、この過程に含まれる任意の状態 $m_1m_2 \cdots m_n$ から任意の状態 $m'_1m'_2 \cdots m'_n$ に推移可能であることを示せば十分である。1.3.2の結果から、 $m_1 \neq 3$ なら、 P が次のセル (C_1) に到達したときの動作は 1, 2, 3 いずれのモードにもなり得る。また、 $m_1 = 3$ なら、次のセルの

動作は必ずモード 2 となる。したがって、 P が $n+1$ セル分だけリングを巡回すれば、 C_1 の動作は m_1 の値にかかわらず m'_1 となり得る。全く同様に、 C_2, C_3, \dots, C_n の動作は、 P が $n+2, n+3, \dots, 2n$ セル分巡回すれば、それぞれ、 $m'_2 m'_3 \dots m'_n$ となり得る。結局、 P がリングを 2 周すれば、任意の動作モードから任意の動作モードへ推移可能である。

以上から、この確率過程は既約な有限マルコフ連鎖で、この中に含まれる状態はすべて再起的正常である。また、この連鎖が非周期的であることは明らかである。したがって、この連鎖の状態集合は定常状態を持つ⁽⁴²⁾。

この連鎖が定常状態となったときの状態 $m_1 m_2 \dots m_n$ の生起確率（以下、誤解のない限り単に生起確率と略記）を $S(m_1 m_2 \dots m_n)$ で表す。このとき、生起確率と状態推移確率とは $m_1 m_2 \dots m_n$ から次に推移可能な状態を考えて、次のように関連づけられる。

$$\sum_{m_1=1}^3 S(m_1 m_2 \dots m_n) B'(m'_1 | m_1 m_2 \dots m_n) = S(m_2 \dots m_n m'_1) \quad (1.17)$$

また、すべての状態の生起確率の和は 1 となるから、

$$\sum_{K'_n} S(m_1 m_2 \dots m_n) = 1 \quad (1.18)$$

$$(K'_n = \{m_1 m_2 \dots m_n; 1 \leq m_j \leq 3, 1 \leq j \leq n\})$$

が成立する。ただし \sum の下の K'_n は、すべての状態について総和をとることを意味する。

式 (1.17) および式 (1.18) を連立させて解けば、すべての生起確率を求めることができるが、セル数 n が増加すると、変数の数が指数関数的に増加して、一般の計算機解析法を用いることが難しくなる。しかし、 \mathbf{B}'_1 は多数の零を含むから、 n の実用的な範囲では、以下の方法により比較的簡単な手続きで解くことができる。

ここでは、 $n=3$ の場合を例にとって説明する。式 (1.17) の関数関係を表 1.1 に示す。式 (1.17) は 3^3 個の式を表すが、各行はこれらの各式に対応しており、各列に

表 1. 1 状態生起確率の関数関係

	111	112	113	121	122	123	131	132	133	211	212	213	221	222	223	231	232	233	311	312	313	321	322	323	331	332	333
111	1																										
112	1									1									1								
113	1									1									1								
121		1									1									1							
122		1									1									1							
123		1									1									1							
131			1									1									1						
132			1									1									1						
133			1									1									1						
211				1									1									1					
212				1									1									1					
213				1									1									1					
221					1									1									1				
222					1									1									1				
223					1									1									1				
231						1									1									1			
232						1									1									1			
233						1									1									1			
311							1									1									1		
312							1									1									1		
313							1									1									1		
321								1									1									1	
322								1									1									1	
323								1									1									1	
331									1									1									1
332									1									1									1
333									1									1									1

は、その列の状態が左辺に含まれているときのみ 1 を記入してある。例えば、第 3 行左端の 113 は右辺の状態生起確率が $S(113)$ であることを示し、その右の三つの 1 は、左辺に含まれる状態生起確率が $S(111), S(211), S(311)$ であることを示す。1 ~ 3 行によれば、 $S(111), S(112)$ および $S(113)$ はそれぞれ $S(211)$ と $S(311)$ の関数として表現できる。これらの関数を 4 ~ 9 行に代入すれば、いずれも、 $S(111), S(112)$ および $S(113)$ を含まない式となる。この結果、関数関係は表 1.2 のように 2 7 列から 2 4 列に軽減される。次に、同様の操作を 1 0 ~ 1 2 行に対して行なえば、さらに 3 変数が軽減される。以下、この操作を最後まで続ける ($3^2 - 1$ 回の操作) と右端の 3 状態間の比が求まる。この結果を用いれば、他の状態と右端の 3 状態の一つとの比が容易に得られるから、式 (1.18) から、状態の生起確率が順次計算できる。

1.4.2 動作モードの生起確率

B_1 の状態が定常状態となったある時刻 t_0 以降の各セルの動作を考える。 t_0 において、 P が C_1 に達したとする。また、直前において、 P が C_n にあるときの RA の状態は $m_1 m_2 \cdots m_n$ であったとする。 t_0 以降は誤動作も起こり得るとすれば、このときの C_1 の動作モードが $m'_1 (1 \leq m'_1 \leq 4)$ となる確率 $M(m'_1)$ は

$$M(m'_1) = \sum_{K'_n} S(m_1 m_2 \cdots m_n) B(m'_1 | m_1 m_2 \cdots m_n) \quad (1.19)$$

で与えられる。また、明らかに

$$\sum_{m'_1=1}^4 M(m'_1) = 1 \quad (1.20)$$

である。したがって、 t_0 以降、 P が L 個のセルを誤動作なく通過したのち、 $L + 1$ 個目のセルで、モード \bar{m}_{L+1} となる確率 $M(\bar{m}_{L+1})$ は、式 (1.19) から、

$$M(\bar{m}_{L+1}) = (1 - M(4))^L \sum S(m_1 m_2 \cdots m_n) \cdot B(\bar{m}_{L+1} | m_1 m_2 \cdots m_n) \quad (1.21)$$

表 1. 2 一操作後の状態生起確率間の関係

	111 112 113	121 122 123	131 132 133	211 212 213	221
111				1	
112				1	
113				1	
121				1	1
122				1	1
123				1	1
131				1	1
132				1	1
133				1	1
211		1			1
212		1			1
⋮					
⋮					
⋮					
⋮					

となる。上式に前節の方法で得られる $S(m_1 m_2 \cdots m_n)$ の値と式 (1.2)~ (1.15) による計算結果を代入すれば、 $M(\bar{m}_{L+1})$ の値が決定できる。

1.5 MTBF

1.5.1 MTBF の算出式

RA の初期状態は、通常、1.3.1 で述べたように、いずれか一つのセルに専有権 P があり、起動と同時に各セルの要求が許されるように設定される。このため、起動後のある期間、各セルの各動作モードの生起確率は、 P の移動とともに変動し、この間に誤動作が生じなければ、その後定常状態となる。しかも、モード 4 (誤動作) の生起確率は、他の動作モードの生起確率に比してかなり小さいから、この期間内に誤動作が生じる可能性はきわめて少ない。そこで本章では、MTBF 算出の開始点を定常状態にとる。

上述した定常状態のある時刻 t'_0 において、 P が C_n から C_1 に到達したとする。 P が t'_0 以降 $x (1 \leq x \leq \infty)$ 個のセルを順次誤動作なく通過するとき、各セルの動作モードが $\bar{m}_1, \bar{m}_2, \cdots, \bar{m}_x$ であったとする。(添字は P がセルを通過する順番を示す)。これらの動作モードの中で、添字の連なる $k+1$ 個の動作モード $\bar{m}_h, \bar{m}_{h+1}, \cdots, \bar{m}_{h+k}$ の一次元配列を、一巡動作モード系列に対して、単に $k+1$ 次の動作モード系列といい、 $\bar{m}_h \bar{m}_{h+1} \cdots \bar{m}_{h+k} (1 \leq \bar{m}_j \leq 3, l \leq j \leq h+k)$ で表わす。また、動作モード系列 $\bar{m}_h \bar{m}_{h+1} \cdots \bar{m}_{h+k}$ が生起する確率を $Q(\bar{m}_h \bar{m}_{h+1} \cdots \bar{m}_{h+k})$ で表わす。さらに、 $\bar{m}_h \bar{m}_{h+1} \cdots \bar{m}_{h+k}$ に続いて $h+k+l$ 番目のセルでモード 4 が生起する状態推移確率を $D(4|\bar{m}_h \bar{m}_{h+1} \cdots \bar{m}_{h+k})$ で表わす。これらの定義を用いれば、 t'_0 以降 RA が x 次の動作モード系列を経て、 $x+1$ 番目のセルで誤動作するときの確率 $E(\bar{m}_1 \bar{m}_2 \cdots \bar{m}_x)$ は、次のように書ける。

$$E(\bar{m}_1 \bar{m}_2 \cdots \bar{m}_x) = (1 - M(4))^x Q(\bar{m}_1 \bar{m}_2 \cdots \bar{m}_x) \cdot D(4|\bar{m}_1 \bar{m}_2 \cdots \bar{m}_x) \quad (1.22)$$

また、このとき、 P が x 個のセルを通過するに要する時間 $T(\bar{m}_1\bar{m}_2\cdots\bar{m}_x)$ は、各セルの通過時間を順に $T(\bar{m}_1), T(\bar{m}_2), \dots, T(\bar{m}_x)$ とするとき、

$$T(\bar{m}_1\bar{m}_2\cdots\bar{m}_x) = \sum_{j=1}^x T(\bar{m}_j) \quad (1.23)$$

と書ける。したがって、MTBF の値 T_{MF} は、

$$T_{MF} = \sum_{x=1}^{\infty} \sum_{K'_x} T(\bar{m}_1\bar{m}_2\cdots\bar{m}_x) E(\bar{m}_1\bar{m}_2\cdots\bar{m}_x) \quad (1.24)$$

で与えられる。ただし、 \sum の下の K'_x はすべての x 次の動作モード系列について総和をとることを意味する。上式に式 (1.23) を代入したのち、 \sum の順序を変更すると、

$$T_{MF} = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{x=j}^{\infty} \sum_{K'_x} T(\bar{m}_j) E(\bar{m}_1\bar{m}_2\cdots\bar{m}_x) \quad (1.25)$$

となる。この結果は、 $T(\bar{m}_j) (1 \leq j \leq \infty)$ を確率変数とみたとき、 T_{MF} の値が $T(\bar{m}_j)$ の平均値の和に等しいことを示している。 $T(\bar{m}_j)$ の平均値を $\bar{T}(\bar{m}_j)$ とすれば、式 (1.19), (1.21) から、

$$\bar{T}(\bar{m}_j) = (1 - M(4))^{j-1} \{T_1(M(1) + M(3)) + (T_1 + T_2)M(2)\} \quad (1.26)$$

となるので、結局、 T_{MF} は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} T_{MF} &= \sum_{j=1}^{\infty} (1 - M(4))^{j-1} \{T_1(M(1) + M(3)) + (T_1 + T_2)M(2)\} \\ &= \{T_1(M(1) + M(3)) + (T_1 + T_2)M(2)\} / M(4) \end{aligned} \quad (1.27)$$

1.5.2 M T B F の算出例

例として、 $n = 3$ の R A を考える。各セルは図 1.4 の構成⁽¹⁰⁾で、かつ、すべてのゲートは SN7400 で、特性も等しいとする。要求処理に要する時間 T_0 を $200nsec$ 、 $d = 7nsec$ とすれば、 $T_1 = 14nsec$ 、 $T_2 = 221nsec$ 、 $T_3 = 249nsec$ となる。

このような R A に対して、M T B F の値を算出した結果を図 1.5 に示す。横軸は装置からの単位時間当りの要求発生確率 $u[nsec]^{-1}$ 、縦軸は M T B F の値 $T_{MF}[nsec]$ で、パラメータを W にとっている。図から明らかのように、 W を固定したとき、 T_{MF} はある u の値に対して最小値をとる。この理由は、 u の値を極端に小さくしたとき、モード 1 の生起確率が高く、また、 u の値を極端に大きくしたとき、モード 2 の生起確率が高くなるからである。例えば、 $u = 10^{-9}nsec^{-1}$ 、 $W = 10^{-5}$ としたとき、 $T_{MF} = 10^{14}nsec$ で、これは約 1.5 日である。このときの W の値は、文献 (41) の方法で τ の値を $14nsec$ にとり、ある R S フリップフロップに対して筆者らが実測した値である。

最後に、 n 、 d および T_0 の T_{MF} に対する影響について述べる。 n が増加すると、 T_{MF} は図 1.5 上、わずかながら左上方に推移する。これは、 n の増加にともなって、 P がリングを一周する時間 (T_r) の平均値が増加し、さらに、 T_{MF} が最小値をとるときの u の値 (T_r の平均値の逆数にはほぼ一致) が減少するからである。また、 d が増加すると、 T_{MF} は図 1.5 上、下方に推移する。これは、 d の増加が M S 動作の発生確率の増加 (T_r に対する d の割合の増加) を意味し、 W の増加と同じ効果をもたらすからである。さらに、 T_0 を増加すると、 T_{MF} は図 1.5 上、上方に推移する。これは、M S 動作の発生確率の減少 (T_r に対する d の割合の減少) を意味し、 W の増加と逆の効果をもたらすからである。

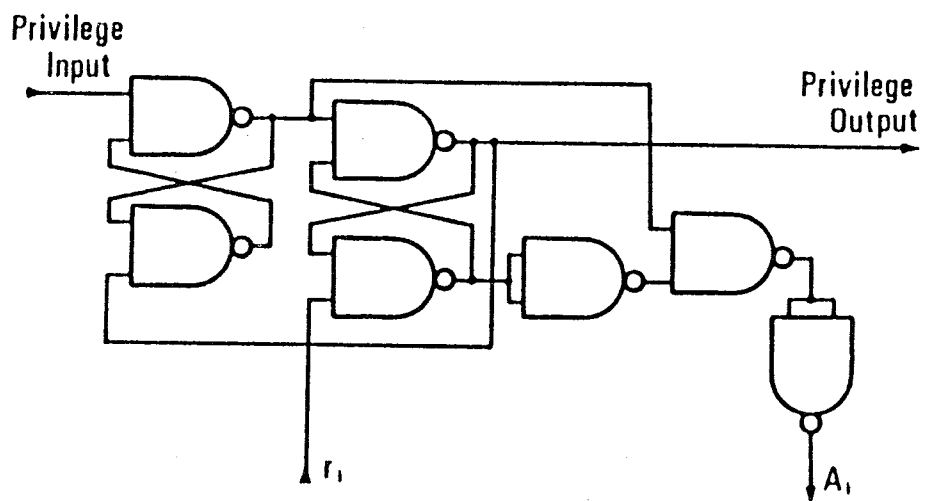


図 1. 4 セルの回路構成

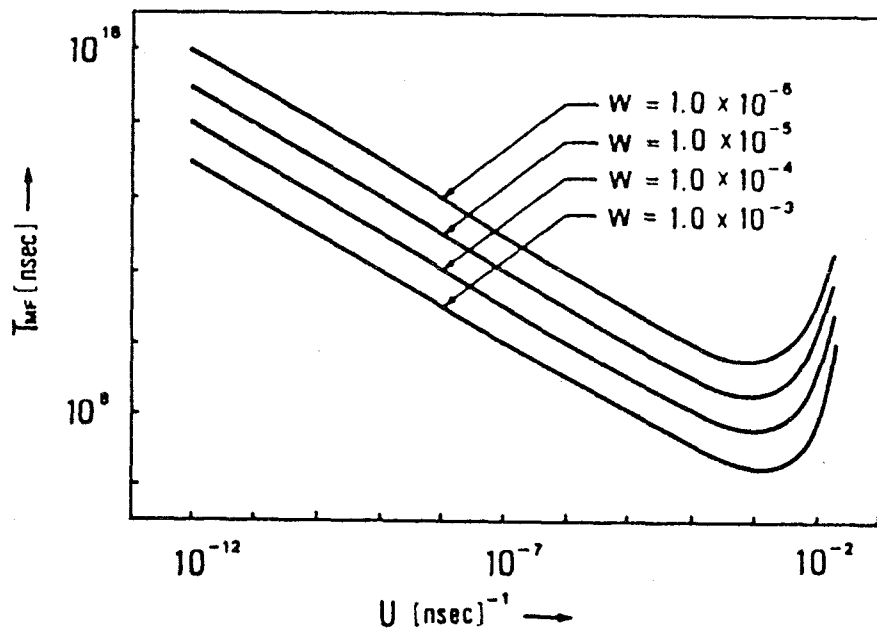


図 1. 5 M T B F の 値

1.6 結言

本章では、以下の手順にしたがって、基本形リングアービタのMTBF算出式を導出した。

- (1) 専有権が到達したときのセルの動作を分類する。
- (2) 専有権がリングを一周するときの各動作モードの一次元配列で基本形リングアービタの状態を定義する。
- (3) 状態の推移を離散時間単純マルコフ連鎖で定式化する。
- (4) この連鎖の状態推移確率から、定常状態における状態生起確率を算出する。
- (5) この連鎖で生起する各誤動作のMTBF寄与分を状態生起確率、状態推移確率および状態持続期間とで書き下す。
- (6) すべてのMTBF寄与分を一つの無限級数として整理する。
- (7) この整理した結果を有限個の項の代数和に変形する。

このMTBF算出式を利用すれば、既存の大多数の基本形リングアービタのMTBFを、アービタのハードウェア構成と特性(MS動作が生起したときの誤動作確率 W を含む)および装置の特性を与えるだけで、容易に算出することができる。また、このMTBF算出式をそのまま適用できないリングアービタ(分散制御形デジチェーンアービタ)^(20,21)と分散制御形ポーリングアービタ^(7,20,21)および集中制御形ポーリングアービタ(要求の有無にかかわらず常に問い合わせを行うもののみ)^(7,20,21)については、上述した(1)~(7)の手順にしたがって、MTBF算出式を導出できる。

これらの成果を利用すれば、離散時間単純マルコフ連鎖で記述できるアービタの信頼性を、設計の時点で見積ることができる。しかし、本章では、MS動作がある一定期間(MS動作が生起するFFの出力端に接続されるゲートあるいはFFの伝搬遅延時間)以上持続した場合を誤動作とみなすという、文献(41)の方法で、上述した誤動作確率 W を算出している。このため、この方法により得られる W の値は実際

の値より大きくなり，結局，MTBFとしては安全側の値を与えることになる．本章の成果をより有効に活用するためには， W のより正確かつ簡便な決定法の開発が望まれる．

2 章 デジーチェーンアービタのMTBF

2.1 序言

基本形かつ集中制御形デジーチェーンアービタ (以下, DCA と略記) は, 一つの制御回路と縦続接続された同一構造のセルとから構成されている. そして, いずれのセルにも要求が発生していなければ, 専有権は制御回路に存在し, 一つ以上の要求が発生していれば, それは要求が発生したセルに向かって移動し, 資源の専有が承認される. そして, 資源の専有が完了すると, 専有権は再び制御回路に復帰する. このアービタでは, 一つの装置の資源専有が完了した時点で, 全く要求が発生していなければ, その後一つ以上の要求が発生する (次の専有権の転送が開始される) までの期間が, 零から無限大までの値をとり得る. このため, どのように状態 (有限個の状態) を定義したとしても, その状態推移を離散時間マルコフ連鎖で定式化することができず, 1 章で述べた導出手順を適用することができない. そこで本章では, このアービタの動作を連続時間マルコフ連鎖で定式化し, その後, 状態持続期間を等価的に離散化するという手続きによって, MTBF 算出式を導出する⁽³⁷⁾. 2.2 では, DCA の構成と動作について述べ, DCA の MTBF 算出式を導出する際の前提条件を示す. 2.3 では, DCA の動作を連続時間マルコフ連鎖で定式化し, その連鎖の状態推移確率密度とそれに対応する状態持続期間を求める. そして, この連鎖において起こり得る各誤動作の MTBF 寄与分が, 状態推移確率 (状態推移確率密度を時間に関して積分することによって得られる) と等価的に離散化した状態持続期間とで表すことができることを示す. このときの状態は, 一つの資源専有が完了してから次の資源専有が完了するまでの期間毎に定義され, その期間内に資源を専有する装置の番号と, この資源専有が完了した直後の要求の発生状況とで表される. そして最後に, 2.4 では, 上述した結果に 1 章で述べた導出手順 (1.6 で述べた手順 (5) ~ (7)) を適用して, MTBF 算出式を導出する. そして, この算出式をセル数 3 の DCA⁽²⁾ に適用して, MTBF を算出した結果の一例を示す.

2.2 アービタの構成

本章で取り扱う D C A は、図 2.1 のように、 n 個のセル $C_i (1 \leq i \leq n)$ と、これらを制御するコントローラ C R とから構成される⁽²⁰⁾。信号 r_i および a_i は、それぞれ、装置 i から C_i への要求および C_i から装置 i への承認を示す。また、信号 $BUSY$ は、専有権がいずれかのセルにあって、対応する装置が資源を専有中であることを示す。

いずれの装置からも要求が発せられていない ($r_i = 0, 1 \leq i \leq n$) 状態では、他の信号もすべて 0 となっている。いま、いずれか一つの要求が発せられ、例えば、 r_i が 1 になったとすると、 BR が 1 となり、ひき続いて BG_1, BG_2, \dots, BG_i が順次 1 となる。これにともなって、 a_i と $BUSY$ とが 1 となると共に BR が 0 となって、装置 i は資源の専有を開始し、続いて $BG_1 \sim BG_i$ が 0 となる。そして、資源の専有が完了すると $r_i = 0$ に続いて a_i と $BUSY$ とが 0 となり、D C A はもとの状態に復帰する。このときの諸信号変化のタイミングを図 2.2 に示す。

上述した D C A の動作は、 r_i が 1 となったのちそれが満たされるまでの間に新たな要求が発生しない場合であるが、一般には、この間に一つ以上の新たな要求が発生し得る。新たな要求が発生した場合、要求の満たされる装置は、以下に述べるように、必ずしも装置 i とは限らない。

要求 r_i が発生すると、これにともなって BG_1, BG_2, \dots, BG_i が順次 1 になろうとする。しかし、 r_i が発生したのち $BG_j (1 \leq j \leq i-1)$ が 1 となるまでに、一つ以上の新たな要求 r_j が発生すれば、 r_i は承認されず、 r_j の一つが承認される。この際、最も C R に近い装置の要求のみが承認される。そして、その要求が満たされると、一つの要求承認の動作が完了する。このような専有権の伝搬途上で、 r_j と BG_j との 0 から 1 への変化 (以下 $0 \rightarrow 1$ 変化と略記) が接近すると、これらを比較するための C_j 内の F F に M S 動作が発生する。そして、最悪の場合には誤動作が生起する。

以上の動作において、一つの要求が満たされてから次の要求が満たされるまでの D C A の動作をサイクルと呼び、この期間を T_C で表す (図 2.2 参照)。D C A の動作は、サイクルの繰返しである。 T_C の値は、直前のサイクルが終了したときの未承認要求の有無によって、次のようになる。もし、未承認要求が存在すれば、D C

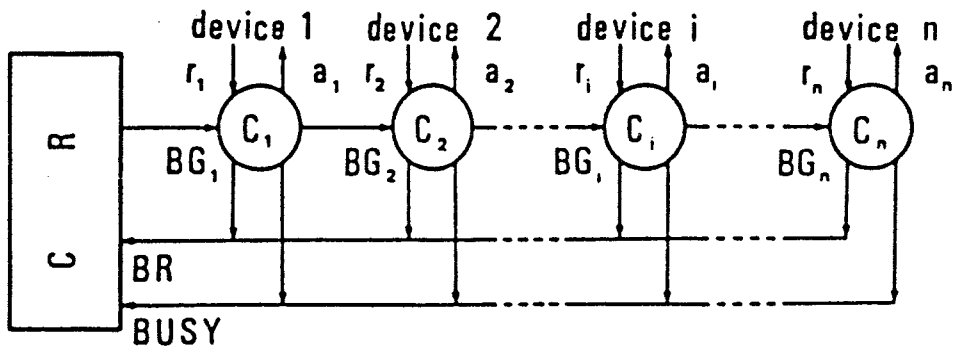


図 2. 1 D C A の構成

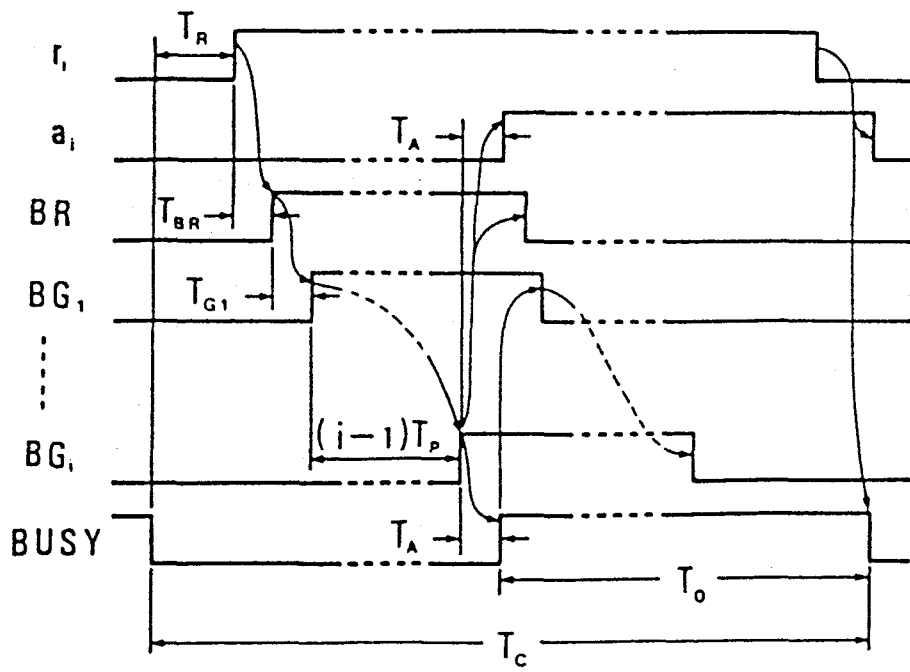


図 2. 2 諸信号のタイムチャート

Aは次のサイクルで直ちに要求承認の動作を開始するから、要求の満たされる装置が決まれば、 T_C の値は一意に(DCAのハードウェア構成により)決まる。しかし、未承認要求が存在しない場合には、新たな要求が発生するまでの期間が、零から無限大までの範囲の値をとり得る。この期間のことを以後休止期間といい、 T_R で表す(図2.2参照)。したがって、このときの T_C の値は、要求の満たされる装置が決まったとしても一意には決まらず、ハードウェアで決まるある固定値から無限大までの連続的な値をとり得る。これは、MTBF算出式の導出に際して、リングアービタの場合と異なる最も重要な性質である。

以下本章では、DCAのMTBF算出式を導出するが、1.2で述べた仮定1-1, 1-3, 1-7以外で、その際に必要な諸仮定を次に列挙しておく。

[仮定2-1] 装置、セルおよびCRの相互間を結ぶ全ての布線の伝搬遅延時間は零である。

[仮定2-2] $BUSY = 0$ のときの r_j の $0 \rightarrow 1$ 変化から BG_1 の $0 \rightarrow 1$ 変化までの伝搬遅延時間は、 $r_j = 1(1 \leq j \leq n)$ となる j が一つ以上存在するときの $BUSY$ の $1 \rightarrow 0$ 変化から BG_1 の $0 \rightarrow 1$ 変化までの伝搬遅延時間と等しい。

仮定2-2は、本章の記述を容易にするためのものであって、状態変数の増加を許せば、本質的には不要である。

[仮定2-3] 信号 r_i と BG_i との $0 \rightarrow 1$ 変化時刻は C_i 内のFFにより直接比較される。

2.3 状態持続期間の取り扱い

2.3.1 状態の定義とその推移

2.2で述べたとおり、DCAでは休止期間が存在する。このため、(有限個の)状態を如何に定義しようと、状態持続期間と一対一に対応させることは不可能である。そこで本章では、(i) 休止期間の存在しないときの状態持続期間は一意に決まり、かつ、(ii) すべての状態推移確率が一意に決まるように状態を選んだ。これは、MTB

F算出式の導出に際して、連続的に変化するパラメータの数を極力軽減しようという配慮からである。

状態は、サイクル毎に割り当て、以下に述べる変数 J, N の順序対 (J, N) で定義される。 J は要求の満たされる装置の番号 (誤動作のときは誤動作を起こすセルに対応する装置の番号) を示す。また、 N は要求の発生状況と誤動作の発生とを表す整数で、次のような値をとる。誤動作がない場合、サイクルが終了した時点での $r_i (1 \leq i \leq n)$ の値の1次元配列 $r_1 r_2 \cdots r_n$ を10進数に変換した値とする。このサイクルで満たされた装置の要求は必ず0となるから、この10進数が $2^n - 1$ となることはない。そこで、誤動作したときを $r_1 r_2 \cdots r_n = 11 \cdots 1$ に対応させ、 $N = 2^n - 1$ とする。

このとき、全状態数は $n2^n$ 個となり、このうち、誤動作を表す状態は $(J, 2^n - 1)$ である。したがって、過渡状態は $n(2^n - 1)$ 個、吸収状態は n 個存在する。状態が $(J, N) (N \neq 2^n - 1)$ にあるとき、 J の値は次の状態推移に影響しないから、 (J, N) から $(J', N') (0 \leq N' \leq 2^n - 1)$ への状態推移確率を $B(J', N'|N)$ で表す。DCAの構成から、 $N \neq 0$ のとき $B(J', N'|N)$ が、装置の要求発生確率とDCAのハードウェア構成に依存する諸定数とにより決まることは明らかである。また、 $N = 0$ のときの $B(J', N'|N)$ も、以下のようにして、状態持続期間に関係なく一意に決まる。 $N = 0$ なら、直前のサイクルが終了した時点においては、全く要求が発生していない。二つ以上の要求が全く同時に起こることはあり得ないから、次に発生する要求はいずれか一つの装置からのみである。この要求を $r_i (= 1) (1 \leq i \leq n)$ とする。仮定1-1 ~ 1-3, 2-2から、 r_i の発生確率が、 $1/n$ となることは明らかである。 r_i が発生すると、その後におけるDCAの動作は、仮定2-2から、状態 $(J, 2^i - 1) (1 \leq J \leq n)$ から状態 (J', N') に推移したときの動作と全く等しくなる。したがって、 $N = 0$ のときの状態推移確率 $B(J', N'|0)$ は、すべての装置からの要求発生を考慮して、次のように示すことができる。

$$B(J', N'|0) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} B(J', N'|2^{i-1}) \quad (2.1)$$

次に、状態持続期間について検討する。直前のサイクルの状態が (J, N) にあるとする。 $N \neq 0$ の場合、次のサイクルでは、休止期間が存在せず、専有権は直ちに移動を開始する。したがって、仮定 1-7, 2-2, 2-3 から、次の状態の持続期間は、 J の値と D C A のハードウェア構成とで一意に決まる。ただし、誤動作が生じたサイクルの状態持続期間は、そのサイクルに突入してから誤動作が生じるまでの期間とする。他方、 $N = 0$ の場合、次のサイクルでは、休止期間が存在し、前節で述べたように、連続的な状態持続期間をとり得る。

上述のように状態を定義したとき、過渡状態の推移には、明らかに定常状態が存在するから、各状態の生起確率は一意に決まる。しかし、状態持続期間は、必ずしも一意には決まらないので、D C A の状態推移は、連続時間マルコフ連鎖となる。このため、M T B F 算出式の導出においても、少なくとも局部的には、アナログ的な手法を導入する必要がある。

2.3.2 状態持続期間の離散化

D C A の状態が定常状態にあり、あるサイクルが完了した時刻を t_0 とする。いま、 t_0 以降、D C A が状態 $(J_1, N_1), (J_2, N_2), \dots, (J_{x-1}, N_{x-1})$ を経て状態 (J_x, N_x) で誤動作したとする。以下、 t_0 から誤動作が発生するまでの時間のことを誤動作発生時間という。また、このような状態の系列を x 次の状態系列という。さらに、状態系列 $(J_1, N_1), (J_2, N_2), \dots, (J_x, N_x)$ の各状態に休止期間を付した系列 $(J_1, N_1, T_{R1}), (J_2, N_2, T_{R2}), \dots, (J_x, N_x, T_{Rx})$ を考え、これを x 次のサイクル系列という。ただし、 $T_{Rj} (1 \leq j \leq x)$ は、状態 (J_j, N_j) の休止期間を表す。

x 次のサイクル系列の任意の一つを x_a で表わす。 x_a に対する誤動作発生時間 T_{x_a} は、上の定義から、次のように示される。

$$\hat{T}_{x_a} = \sum_{k=1}^x T_{ck}(J_k, N_k, T_{Rk}) \quad (2.2)$$

ただし、 $T_{ck}(J_k, N_k, T_{Rk})$ は、 k サイクル目の状態の持続期間で、 $()$ 内の変数は、こ

れが状態 (J_k, N_k) とそのときの休止期間 T_{Rk} (休止期間のないときは $T_{Rk} = 0$ とする) に支配されることを示す。

また、状態 (J_{h-1}, N_{h-1}) から状態 (J_h, N_h) に推移し、かつ、推移後の休止期間が T_{Rh} となる状態推移確率密度を $b(J_h, N_h, T_{Rh}|N_{h-1})$ とすれば、 x_a の各状態の休止期間が $[T_{Rh}, T_{Rh} + dT_{Rh}] (1 \leq h \leq x)$ に入るような確率、すなわち、 x_a の生起確率 \hat{E}_{x_a} は、次式のように与えられる。

$$\hat{E}_{x_a} = \sum_{J_0=1}^n \sum_{N_0=0}^{2^n-2} S(J_0, N_0) \cdot \prod_{h=1}^x b(J_h, N_h, T_{Rh}|N_{h-1}) dT_{Rh} \quad (2.3)$$

ただし、 $S(J_0, N_0)$ は、 t_0 の直前における状態 (J_0, N_0) の生起確率を示す。

式(2.2)、(2.3)から、系列 x_a のMTBF寄与分 T_{MFx_a} は、 \hat{T}_{x_a} と \hat{E}_{x_a} との積として、

$$\begin{aligned} T_{MFx} &= \sum_{k=1}^x T_{ck}(J_k, N_k, T_{Rk}) \\ &\cdot \sum_{J_0}^n \sum_{N_0=0}^{2^n-2} S(J_0, N_0) \\ &\cdot \prod_{h=1}^x b(J_h, N_h, T_{Rh}|N_{h-1}) dT_{Rh} \end{aligned} \quad (2.4)$$

で与えられる。したがって、 x 次の状態系列 $(J_1, N_1), (J_2, N_2), \dots, (J_x, N_x)$ のMTBF寄与分 T_{MFx} は、上式を $T_{R1}, T_{R2}, \dots, T_{Rx}$ について積分して、以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} T_{MFx} &= F_1 \\ &\cdot \int_0^\infty \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty \sum_{k=1}^x T_{ck}(J_k, N_k, T_{Rk}) \\ &\cdot \prod_{h=1}^x b(J_h, N_h, T_{Rh}|N_{h-1}) dT_{Rh} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$F_1 = \sum_{J_0=1}^n \sum_{N_0=0}^{2^n-2} S(J_0, N_0) \quad (2.6)$$

また、状態推移確率密度と状態推移確率との間には、

$$\int_0^{\infty} b(J_y, N_y, T_{Ry} | N_{y-1}) dT_{Ry} = B(J_y, N_y | N_{y-1}) \quad (2.7)$$

が成り立つから、これを利用して式 (2.5) の重積分を実行すれば、

$$T_{MFx} = F_1 \sum_{k=1}^x F_2 \cdot F_3 \int_0^{\infty} T_{ck}(J_k, N_k, T_{Rk}) \cdot b(J_k, N_k, T_{Rk} | N_{k-1}) dT_{Rk} \quad (2.8)$$

$$F_2 = \prod_{h=1}^{k-1} B(J_h, N_h | N_{h-1}) \quad (2.9)$$

$$F_3 = \prod_{v=k-1}^x B(J_v, N_v | N_{v-1}) \quad (2.10)$$

となる。上式右辺のパラメータのうち、状態推移確率 B は、装置の要求発生確率と DCA のハードウェア構成とから算出できる。また、 F_1 の中に含まれる $S(J_0, N_0)$ の値は、 B の値から文献 (36) の方法により算出できる。したがって、 T_{MFx} の値は、式 (2.8) 右辺の積分値さえわかれば算出できる。そこで、以下この積分値の算出法に焦点を絞る。

休止期間が存在するときの状態持続期間は、2.3.1 の検討結果から、次式のよ
うに記述できる。

$$T_{ck}(J_k, N_k, T_{Rk}) = T_{Rk} + T_{ck}(J_k, N_k, 0) \quad (2.11)$$

また、状態推移確率密度 $b(J_k, N_k, T_{Rk} | N_{k-1})$ の値は、次のようにして算出される。

直前の状態において未処理の要求が存在するとき、すなわち、 $N_{k-1} \neq 0$ のとき、状態推移確率密度は、 $T_{Rk} = 0$ の場合においてのみ、

$$b(J_k, N_k, 0|N_{k-1}) = B(J_k, N_k|N_{k-1})\delta(0) \quad (2.12)$$

で、他の T_{Rk} では零となる。ただし、 $\delta(0)$ は、 $T_{Rk} = 0$ のときのデルタ関数である。他方、 $N_{k-1} = 0$ のとき、 $(k-1)$ サイクル目が終了した時刻では、要求が全く発生していない。その後、時刻 T_{Rk} において、任意の一つの装置 i のみから要求が発生する確率密度 $p(i)$ は、仮定 1-1 ~ 1-3, 2-2, 2-3 および付録 B から、 i の値に無関係に、

$$p(i) = u \cdot \exp(-uT_{Rk})(\exp(-uT_{Rk}))^{n-1} \quad (2.13)$$

で与えられる。ただし、微小時間 Δt 内において一つの装置から要求が発生する確率を $u\Delta t$ で表わす。また、装置 i から要求が発生したのち、装置 J_k の要求が満たされる確率 $q(i)$ は、前節で述べた結果から、

$$q(i) = B(J_k, N_k|2^{i-1}) \quad (2.14)$$

に等しい。したがって、このときの状態推移確率密度 $b(J_k, N_k, T_{Rk}|0)$ は、任意の一つの要求が発生するすべての場合を考慮して、次のように与えられる。

$$b(J_k, N_k, T_{Rk}|0) = \sum_{i=1}^n u \exp(-nuT_{Rk})B(J_k, N_k|2^{i-1}) \quad (2.15)$$

式 (2.11) および (2.12) から、 $N_{k-1} \neq 0$ のときの式 (2.8) 中の積分値は、

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty T_{ck}(J_k, N_k, T_{Rk})b(J_k, N_k, T_{Rk}|N_{k-1})dT_{Rk} \\ & = T_{ck}(J_k, N_k, 0)B(J_k, N_k|N_{k-1}) \end{aligned} \quad (2.16)$$

となる。この値は、休止期間のないときの状態持続期間が一意に決まることから、当然の結果である。次に、 $N_{k-1} = 0$ のときの積分値は、式 (2.11) および (2.15) から、

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\infty} T_{ck}(J_k, N_k, T_{Rk}) b(J_k, N_k, T_{Rk} | N_{k-1}) dT_{Rk} \\
&= \int_0^{\infty} \{T_{Rk} + T_{ck}(J_k, N_k, 0)\} \\
&\quad \cdot \sum_{i=1}^n u \exp(-nuT_{Rk}) B(J_k, N_k | 2^{i-1}) dT_{Rk} \\
&= \left\{ \frac{1}{n^2 u} + \frac{1}{n} T_{ck}(J_k, N_k, 0) \right\} \\
&\quad \cdot \sum_{i=1}^n B(J_k, N_k | 2^{i-1}) \\
&= \left\{ \frac{1}{nu} + T_{ck}(J_k, N_k, 0) \right\} B(J_k, N_k | 0) \tag{2.17}
\end{aligned}$$

となる。最後の式の変形では、式 (2.1) の関係を用いている。また、最後の式の $\{$ 内の値は、状態持続期間の平均値で、このうち特に、 $1/(nu)$ は休止期間の平均値を示す。この結果は、状態系列を単位とした M T B F 寄与分に関する限り、休止期間が存在するときの状態持続期間も、等価的に離散的な値として取り扱えることを示している。

以上から、等価的な状態持続期間 $\bar{T}_{ck}(J_k, N_k)$ は、次式のように表現できる。

$$\bar{T}_{ck}(J_k, N_k) = \begin{cases} T_{ck}(J_k, N_k, 0) & (N_{k-1} \neq 0) \\ \frac{1}{nu} + T_{ck}(J_k, N_k, 0) & (N_{k-1} = 0) \end{cases} \tag{2.18}$$

これを式 (2.16) および (2.17) に代入したのち、さらに、式 (2.8) に代入すれば、

$$\begin{aligned}
T_{MFx} &= F_1 \cdot \sum_{k=1}^x \bar{T}_{ck}(J_k, N_k) \\
&\quad \cdot \prod_{h=1}^x B(J_h, N_h | N_{h-1}) \tag{2.19}
\end{aligned}$$

となる。上式を利用すれば、MTBFの値が不連続時間マルコフ連鎖として算出できる。

2.4 MTBFの算出結果

2.4.1 アービタの仕様

ここで対象とするDCAは、3セル($n=3$)から構成されるものとする。セルおよびCRの回路構成を、それぞれ、図2.3および図2.4に示す。これらの回路は、PDP 11-30のバスコントローラ⁽²⁾を単純化して得られたものである。

図2.3において、D1yは遅延回路で、 BG_i の $0 \rightarrow 1$ 変化にともなうDフリップフロップ(以下DFFと略記)の動作が安定するのを待ったためのものである。 $r_i = 0$ のときの安定状態では、他のすべての入力信号も0となっている。 r_i と BG_i とが十分な時間間隔をおいて $0 \rightarrow 1$ 変化するときのDCAの動作は、きわめて単純である。また、これらの変化が接近したときは、これにともなう入力 CLR_i と BG_i との $0 \rightarrow 1$ 変化が競合してMS動作が生起する。さらに、各ゲートの伝搬遅延時間が同じと仮定すれば、仮定2-2も満たされる。したがって、上図のアービタは、2.2で述べた機能と諸仮定を満たす。

DFFにMS動作が生じたとき、出力 Q_i の電圧が論理0と1との中間的な値となったり、 BG_i の $0 \rightarrow 1$ 変化から Q_i の $0 \rightarrow 1$ 変化までの伝搬遅延時間が異常に増加したりする。この結果、 a_i と BG_{i+1} とが共に1となるような場合には誤動作が生起り得る。以下の計算においては、MS動作が生起したとき、この種の誤動作が生起する確率を W とし、また、誤動作なく要求が承認される確率を W_A とする(誤動作なくかつ要求も満たさない確率は $1 - W - W_A$)。

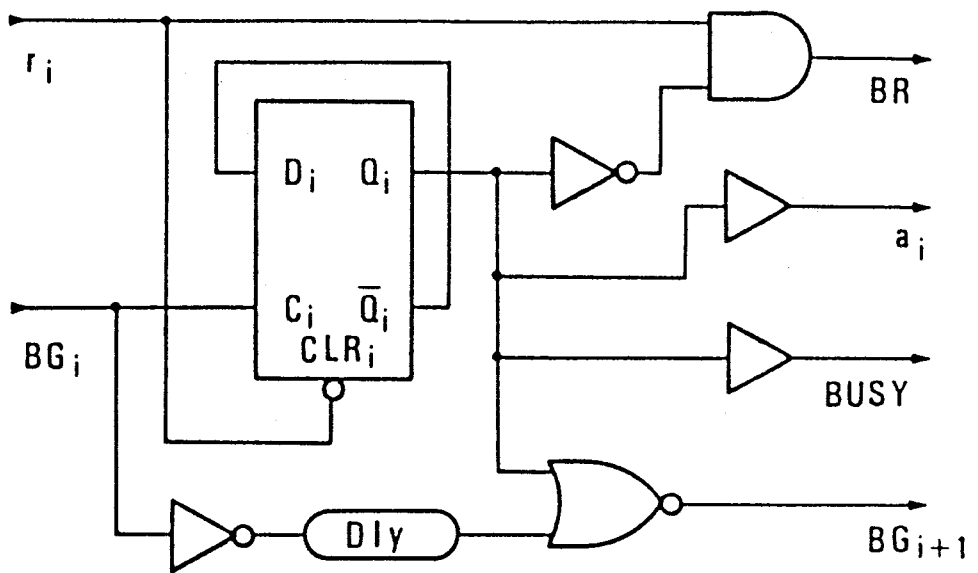


図 2. 3 セルの回路構成

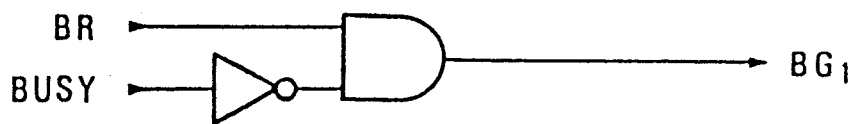


図 2. 4 コントローラの回路構成

2.4.2 M T B F の算出式

前節の結果から，D C A の状態推移は等価的に不連続時間マルコフ連鎖である．したがって，M T B F 算出式の導出に際しては，文献 (35),(36) の方法が適用できる．

M T B F の値 T_{MF} は， $n=3$ として，式 (2.19) から次のように与えられる．

$$T_{MF} = \sum_{x=1}^{\infty} \sum_{K(x)} \sum_{J_0=1}^3 \sum_{N_0=0}^6 S(J_0, N_0) \cdot \sum_{k=1}^x \bar{T}_{ck}(J_k, N_k) \prod_{h=1}^x B(J_h, N_h | N_{h-1}) \quad (2.20)$$

ただし， \sum の下の $K(x)$ はすべての x 次の状態推移系列について総和をとることを意味する．上式を変形すれば，結局， T_{MF} は，

$$T_{MF} = \frac{1}{\sum_{J=1}^3 M(J, 7)} \sum_{J_1=1}^3 \sum_{N_1=0}^7 \sum_{J_0=1}^3 \sum_{N_0=0}^6 S(J_0, N_0) \cdot B(J_1, N_1 | N_0) \cdot \bar{T}_{c1}(J_1, N_1) \quad (2.21)$$

となる．ここに， $M(J, 7)$ は状態系列の最初のサイクルで状態 $(J, 7)$ (誤動作) が生起する確率で，次式のように与えられる．

$$M(J, 7) = \sum_{J_0=1}^3 \sum_{N_0=0}^6 S(J_0, N_0) B(J, 7 | N_0) \quad (2.22)$$

式 (2.21) および (2.22) から， $B(J_1, N_1 | N_0)$, $S(J_0, N_0)$ および $\bar{T}_{c1}(J_1, N_1)$ が決まれば， T_{MF} が算出できる．

2.4.3 諸パラメータの決定法

変数 N を 2 進表現して，状態推移確率を $B(J', r'_1, r'_2, r'_3 | r_1, r_2, r_3)$ と書き，誤解の恐れのないときは単に B と略記する．また， r_1, r_2, r_3 を左からみて最初の 1 が現れる

r_i の添字を $g(1 \leq g \leq 3)$ とする。要求承認の優先順位は、CR に近いほど高いから、 $g < j'$ となるような B は 0 である (例, $B(3, 010|010) = 0$)。また、一旦発生した要求は、満たされるまで消滅しないから、 $r_d = 1, r'_d = 0$ 、かつ、 $J' \neq d$ となるような正数 d は存在せず、したがって、このときの B も 0 である (例, $B(2, 010|110) = 0$)。

次に、これ以外の場合で、 $R_1 R_2 R_3 \neq 000$ のときの例として $B(2, 101|010)$ を求めてみる。まず、装置 1 の要求は満たされないから、 B_{G1} が $0 \rightarrow 1$ 変化したのちに発生するか、それとほぼ同時に発生して (MS 動作が生じて) 満たされないかの 2 通りである。この確率を P_1 とすれば、付録 A と図 2.2 とから、次のように算出される。

$$\begin{aligned}
 P_1 = & \exp(-u(T_{BR} + T_{G1} + T_h)) \{1 - \exp(-u(T_c - T_{BR} - T_{G1} - T_h))\} \\
 & + \exp(-u(T_{BR} + T_{G1} - T_{su})) \{1 - \exp(-u(T_{su} + T_h))\} \\
 & \cdot (1 - W - W_A)
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

ただし、 T_{su} および T_h は、それぞれ、DFF のセットアップ時間およびホールド時間である。同様に、装置 3 の要求は、この状態の持続期間中のどこかで発生するから、この確率 P_2 は、

$$P_2 = 1 - \exp(-uT_c) \tag{2.24}$$

である。したがって、

$$B(2, 101|010) = P_1 \cdot P_2 \tag{2.25}$$

となる。他の B についても、同様にして算出することができる。

また、 $r_1 r_2 r_3 = 000$ の場合にも、式 (2.1) を利用すれば、 $r_1 r_2 r_3 \neq 000$ のときの B を用いて容易に算出できる。

さらに、 $S(J_0, N_0)$ は、上で述べた B から、文献 (36) の方法により、容易に算出することができ、また、 $T_{c1}(J_1, N_1)$ は、図 2.2 ~ 2.4 および式 (2.18) から算出することができる。

2.4.4 M T B F の算出例

D C A は、T T L 7 4 シリーズの I C で構成されるものとする。また、各ゲートの伝搬遅延時間 d は $10nsec$ で、 $T_0 = 300nsec$ 、 $T_{su} = 20nsec$ 、 $T_h = 5nsec$ とする。このとき、図 2.2 の諸定数の値は、 $T_{BR} = 10$ 、 $T_{G1} = 10$ 、 $T_p = 70$ 、 $T_A = 50$ (単位はいずれも $nsec$) となる。

このような諸定数のもとで算出した T_{MF} を図 2.5 に示す。ただし、便宜上、 $W_A = (1 - W)/2$ とした。この結果から明らかなように、 T_{MF} は u の増加と共に減少し、 u の値が無限大のところである値に漸近する。これは、 u の値を無限に大きくしたとき (ここで仮定した諸定数のもとでは)、セル C_1 で常に M S 動作が発生するようになるからである。もし、C R の出力端に遅延を挿入すれば、 u の値を無限大としても M S 動作が発生せず、 T_{MF} はある u の値に対して極小値をとるようになる。

最後に、 n 、 T_{su} 、 T_h 、 d および T_0 の T_{MF} に対する影響について述べる。 n が増加すると、 T_{MF} は、図 2.5 上わずかながら左上方に推移するが、 u の値が高い領域では変化しない。これは、 u の値が高い領域では、原理上 C_1 あるいは C_2 のみでしか M S 動作が生起しなくなるからである。また、 T_{su} あるいは T_h の少なくとも一方が増加すると、 T_{MF} は図 2.5 上、下方に推移する。これは、 $T_{su}(T_h)$ の増加が M S 動作の発生確率の増加 (状態持続期間に対する $T_{su}(T_h)$ の割合の増加) を意味し、 W の増加と同じ効果をもたらすからである。さらに、 d あるいは T_0 を増加すると、 T_{MF} は図 2.5 上、上方に推移する。これは、M S 動作の発生確率の減少 (状態持続期間に対する $d(T_0)$ の割合の減少) を意味し、 W の増加と逆の効果をもたらすからである。

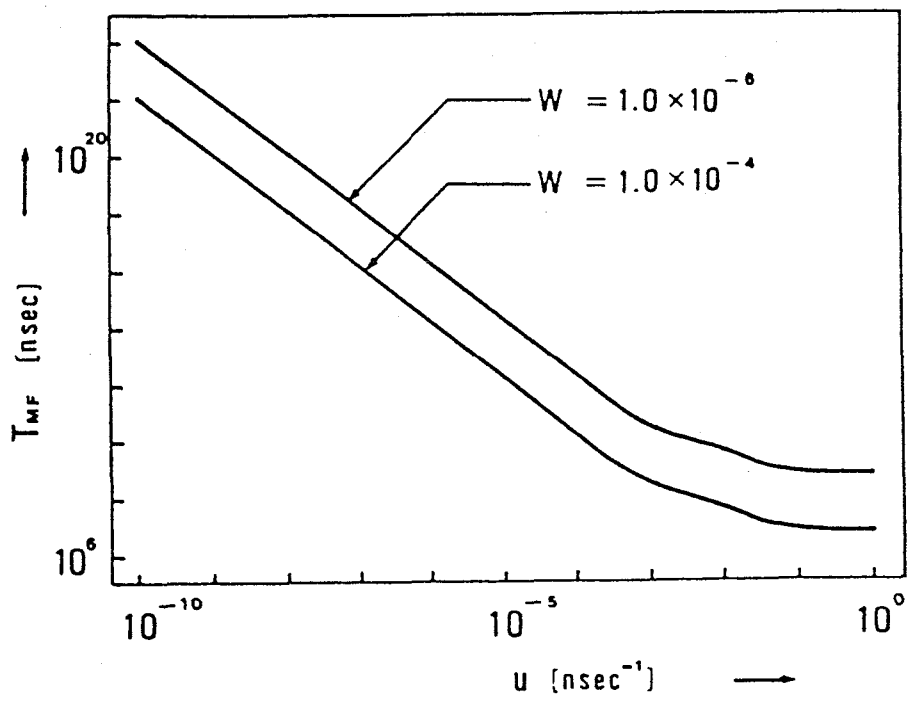


図 2. 5 D C A の M T B F

2.5 結言

本章では、基本形かつ集中制御形のデジーチェンアービタのMTBF算出式を、以下の手順にしたがって導出した。

- (a) 一つの資源専有が完了してから次の資源専有が完了するまでの期間毎に、その期間で資源を専有する装置の番号と状態遷移直後の要求の発生状況とで定義する。
- (b) この状態推移を離散時間単純マルコフ連鎖で定式化する。
- (c) 状態推移確率密度から、定常状態における状態生起確率を算出する。
- (d) この連鎖における状態推移確率密度と連続可変な状態持続期間から、状態推移確率と等価的に離散化した状態持続期間を求める。
- (e) 1. 6で示した(5)～(7)の手順を実行する。

この算出式は、既存の大多数の基本形かつ集中制御形のデジーチェンアービタに適用できる。(a)～(e)の導出手順は、インデペンデントリクエストアービタ^(1,4,6,8-11,18)や集中制御形ポーリングアービタ(要求の存在するときだけ問い合わせを行うもののみ)^(7,20,21)にも適用できる。

1, 2章の成果を利用すれば、既存のすべてのアービタについてのMTBFが設計時に予測できることになる。また、この予測結果を逆の意味で利用すれば、誤動作に対する抑制策を施す必要があるか否かも判定できる。しかし、MS動作が生起したときの誤動作確率 W の算出法は1章と同じであるから、この正確かつ簡便な決定法の開発については、今後に残された重要な課題である。

3 章 要求先取り形アービタのMTBF

3.1 序言

デジーチェンアービタ、ポーリングアービタおよびインデペンデントリクエストアービタについてのMTBFの相違は、1, 2章の結果を利用して、既に明らかにされている⁽⁴⁰⁾。しかし、既に述べたように、アービタの中には要求先取り機能(一つの要求の処理期間中に、次に処理すべき要求を決めることのできるアービタ)を備えたものもあり、この機能がMTBFにどのように影響するかは、まだ明らかになっていない。そこで、本章では、要求先取り形デジーチェンアービタおよびインデペンデントリクエストアービタの代表として、それぞれ、PDP11 model 30のアービタ⁽²⁾(以下、RDAと略記)および修正を施した古屋のアービタ⁽¹²⁾(以下、RIAと略記)を選び、1, 2章の成果を利用して、要求先取り機能のMTBFに対する影響を明らかにする^(38,39)。3.2では、RDAおよびRIAの動作を詳細に解析する。そして、いずれについても二つの異なる発生形態の誤動作が存在し、特に、要求の処理期間中にMS動作が発生したときのRIAの誤動作確率が、MS動作の発生時刻と要求処理の完了時刻との時間差によって、連続可変となることを明らかにする。3.3では、これらの解析結果を踏まえて、1章および2章におけるMTBFの導出手順が適用できるような状態定義と誤動作確率の扱い方を示す。最後に、3.4では、RDAおよびRIAのMTBFを算出するとともに、基本形アービタのそれらと比較検討する。

3.2 アービタの構成と誤動作

3.2.1 デジーチェンアービタ

RDAは、図3.1のように、装置*i*に対応したセル C_i ($1 \leq i \leq n$; n は装置数)と制御回路とから構成される⁽²⁾。信号 $r_i(1)$ および $a_i(1)$ は、それぞれ、 C_i への要求発

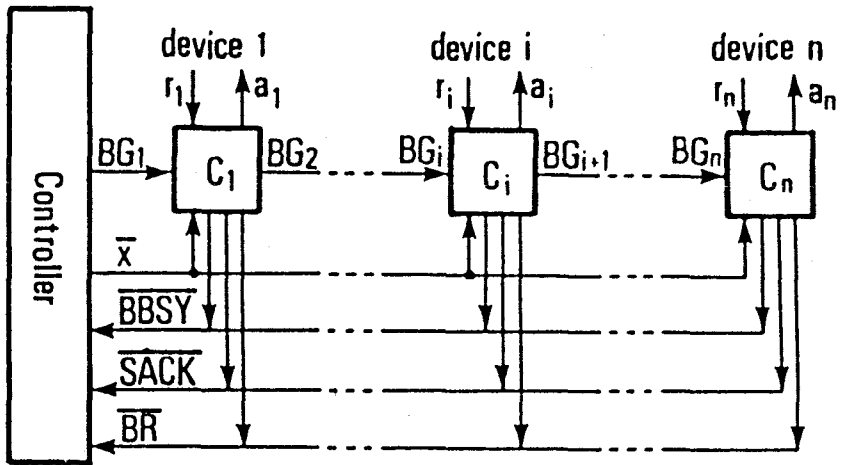


図 3. 1 R D A の 構 成

生および装置 i への要求承認を示す。また、セルから制御回路へ向かう信号または信号変化 $\overline{BR}(0)$ 、 $\overline{SACK}(1 \rightarrow 0)$ および $\overline{BBSY}(1 \rightarrow 0)$ は、それぞれ、制御回路への要求の発生、要求先取りの完了および要求処理の開始を示し、制御回路から各セルへ向かう信号変化 $BG_i(0 \rightarrow 1)$ および信号 $\bar{x}(0)$ は、それぞれ、 C_i への専有権の到達および新たな要求承認の禁止を示す。RDAのセルおよび制御回路の構成は、それぞれ、図 3.2(a) および (b) のとおりである。同図 (a) では既存の回路がそのまま用いられており、(b) では CPU の関与する部分が単純な回路で置き換えられている。

全く要求がなければ ($r_i = 0$)、 $a_i = BG_i = Q_{1i} = Q_{2i} = 0 (1 \leq i \leq n)$ 、 $\overline{BR} = \overline{SACK} = \overline{BBSY} = \bar{x} = 1$ で、専有権は制御回路内にある。いま、このような状態から装置 i の要求が発生し ($r_i = 1$)、かつ、以後他の要求が発生しないとすれば、各部の信号は図 3.3(a) のシーケンスで変化する。破線の矢印は BG_1, BG_2, \dots, BG_i がこの順で $0 \rightarrow 1$ または $1 \rightarrow 0$ 変化することを示す。また、一つの信号変化 (例えば $a_i(1 \rightarrow 0)$) に向けて付された二つの矢印は、それらの始点の信号変化の OR 条件で終点の信号変化が引き起こされることを示す。このシーケンスは $\bar{x}(0 \rightarrow 1)$ で終了し、もとの状態に復帰する。ただし、このシーケンスに直接関係しない矢印は省略されている (同図 (b) についても同様)。次に、 r_i が $0 \rightarrow 1$ 変化してからその要求が満たされるまでの間に、新たな一つの要求が発生 ($r_j(0 \rightarrow 1)$) する (要求先取りのある) 場合を述べる。記述を明確にするために $i < j$ とする。 $r_i(0 \rightarrow 1)$ 後 $Q_{2i}(0 \rightarrow 1)$ までは図 3.3(a) と同じシーケンスとなるが、その後のシーケンスは同図 (b) のように変わる。太い実線で示した二つの矢印は、例えば、 $\overline{SACK}(1 \rightarrow 0)$ と $\overline{BR}(1 \rightarrow 0)$ との AND 条件で $BG_i(0 \rightarrow 1)$ が引き起こされることを示す。鎖線部は装置 j に関する要求先取りのシーケンスで、 $a_i(0 \rightarrow 1)$ 以降のシーケンス (装置 i の要求を満たす) と並列に実行される。この際、 $BG_j(1 \rightarrow 0)$ の時点で $\bar{x}(0 \rightarrow 1)$ が完了しておれば、その後直ちに $Q_{2j}(0 \rightarrow 1)$ となって先取りした要求の処理が開始され、この時点で $\bar{x}(0 \rightarrow 1)$ がまだ生起していなければ、それが完了したのち直ちにその処理が開始される。その後のシーケンスは、新たな要求先取りがなければ、同図 (a) $Q_{2i}(0 \rightarrow 1)$ 以降と同じシーケンス (添字 i を j に変更)、新たな要求発生 ($r_k(0 \rightarrow 1)$) があれば、

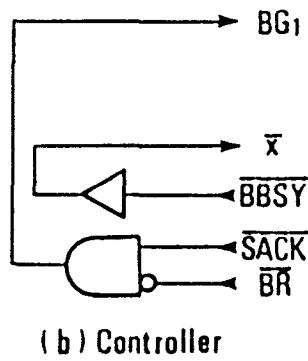
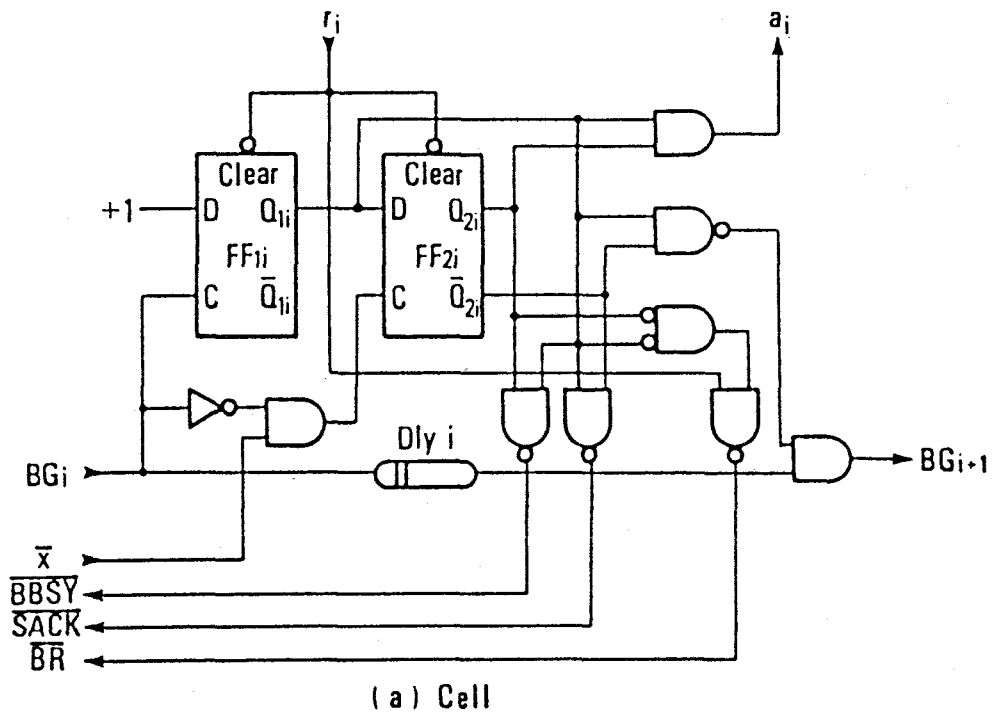
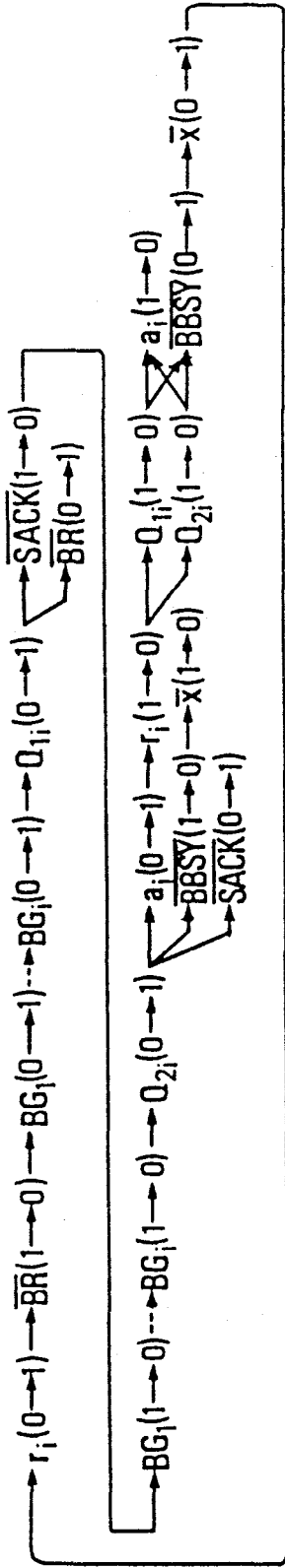
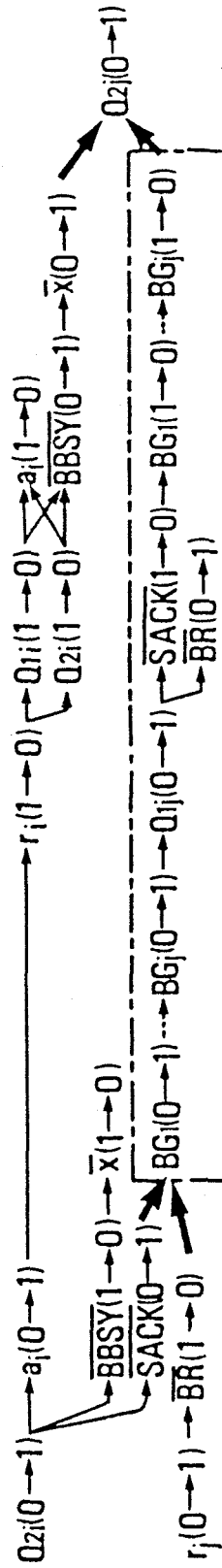


図 3. 2 R D A の回路構成



(a) No request predetermination



(b) A request predetermination

図 3. 3 R D A の シ ー ケ ン ス

同図 (b) $Q_{2i}(0 \rightarrow 1)$ 以降と同じシーケンス (添字 i および j を, それぞれ, j および k に変更) となる. 上述した要求先取りのシーケンスにおいて, $j < i$ かつ $r_j(0 \rightarrow 1)$ が図 3.3(a) の $BG_j(0 \rightarrow 1)$ 以前に生起するとすれば, $r_i(0 \rightarrow 1)$ と $r_j(0 \rightarrow 1)$ を除く同図 (a) および (b) の各記号の添字 i と j が入れ替わる. すなわち, $r_i(0 \rightarrow 1)$ によって専有権の移動が開始されるが, 要求が満たされるのは装置 j となる. しかし, $r_j(0 \rightarrow 1)$ が上述した $BG_j(0 \rightarrow 1)$ と接近すると, C_j 内の FF_{1j} で MS 動作が発生する. 全く同様に, 同図 (b) 鎖線部において, 新たな要求発生 $r_k(0 \rightarrow 1)$ と $BG_k(0 \rightarrow 1)$ ($1 \leq k \leq j$) とが接近すると, FF_{1k} で MS 動作が発生する. 前者と同じ発生機構の MS 動作は基本形デジチェーンアービタ (以下, BDA と略記) でも発生するが, 後者と同じ発生機構の MS 動作は RDA でしか発生しない. しかし, これらに基づく誤動作の発生機構は両者とも同じで, 誤動作確率 W も等しくなる.

3.2.2 インデペンデントリクエストアービタ

古屋らのアービタの構造を図 3.4 に示す⁽¹²⁾. r_i , a_i および n は, 3. 2. 1 の定義と同じである. 1 位判定回路 (Conflict Resolver) は, 最も優先順位の高い要求を判定する回路で, 多入力 FF で構成される. また, 順位記憶回路 (Ranking Memory) は, 1 位判定回路で判定した要求をすべて順位付けして記憶する回路である. ここでは, このアービタをただ一つの要求のみを先取りするように再構成して, MTBF の算出過程を単純化した. 再構成したアービタ (RIA) の一例 ($n = 3$) を図 3.5 に示す. 順位記憶回路は最も優先して処理すべき要求のみを記憶する要求承認回路 AM に置き換えられている.

信号変化のシーケンスを図 3.6 に示す. 同図 (a) は要求先取りのない場合で, 初期状態では $r_i = a_i = M_I = 0$, $\bar{r}_i = 1$ ($1 \leq i \leq 3$) である. また, (b) は要求先取りのある場合で, (a) の $\bar{r}_i(1 \rightarrow 0)$ から $a_i(1 \rightarrow 0)$ までの間に新たな一つの要求発生 ($r_j(0 \rightarrow 1)$) がある場合である. 太い実線の矢印は 3. 2. 1 の定義と同じである. $\bar{r}_j(1 \rightarrow 0)$ は要求先取りの完了を示すが, 先取りした要求の処理は, $M_I(1 \rightarrow 0)$ を待って, 開始される. そして, この処理の期間中に新たな要求発生がなければ, 以後同図 (a) の $a_i(0 \rightarrow 1)$ 以降と同じシーケンス (添字 i を j に変更) となり, さらに

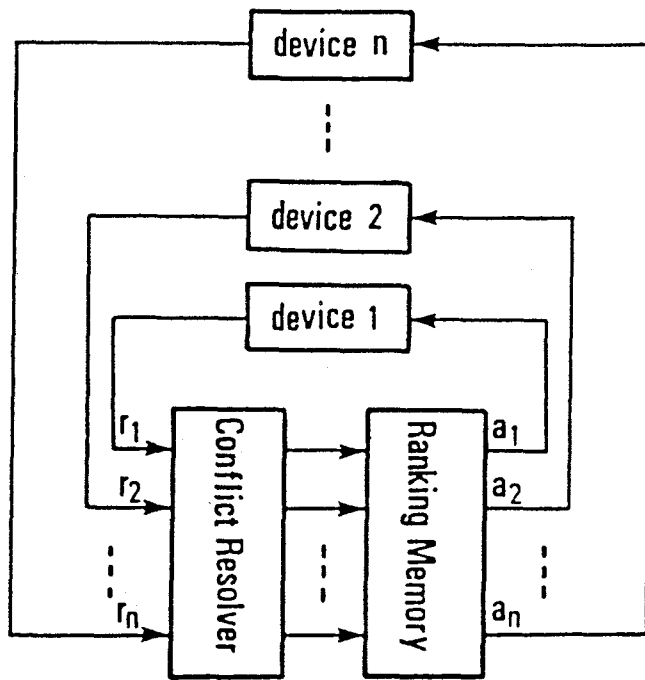


図 3. 4 古屋のアービタの構成

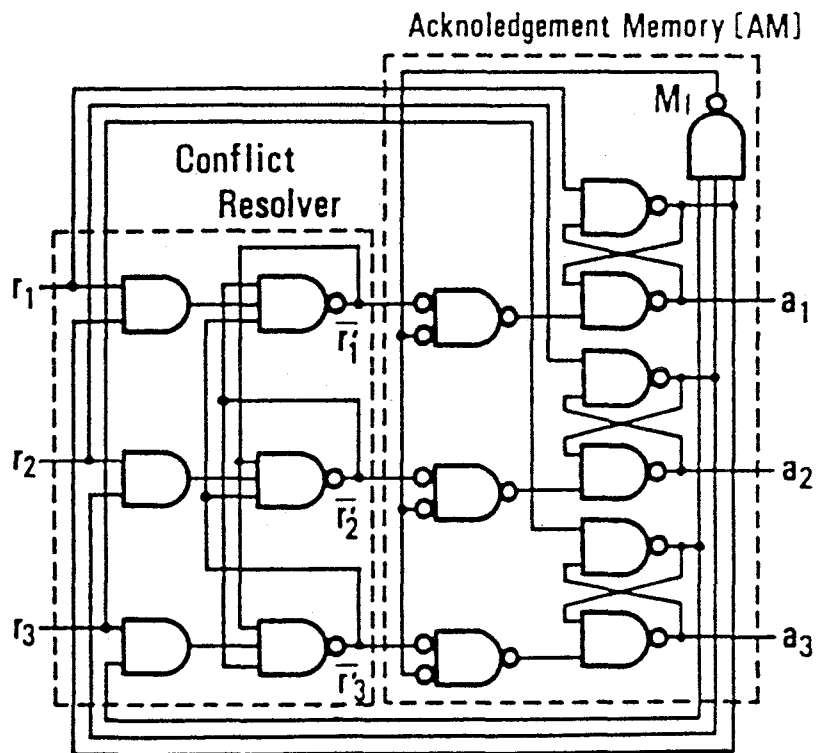
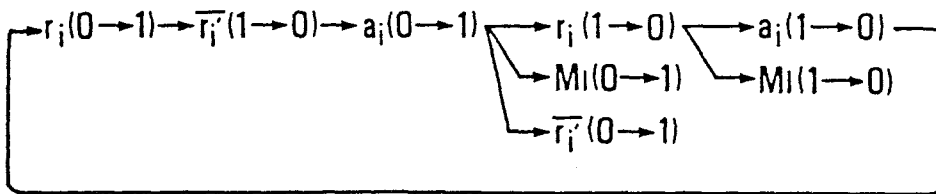
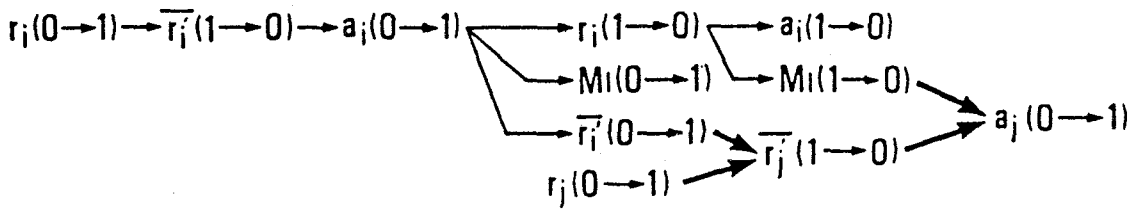


図 3. 5 R I A の回路構成



(a) No request predetermination



(b) A request predetermination

図 3. 6 R I A のシーケンス

新たな要求発生 $r_k(0 \rightarrow 1)$ があれば、同図 (b) の $a_i(0 \rightarrow 1)$ 以降と同じシーケンス (添字 i および j を、それぞれ、 j および k に変更) となる。RIAにおいてMS動作が生起するのは、次の二つの場合である。アービタに全く要求の存在しない期間のことを休止期間という。休止期間に続いて、すなわち、 $r_i = 0(1 \leq i \leq n)$ の状態で、 $r_i(0 \rightarrow 1)$ と $r_j(0 \rightarrow 1)$ とが接近して生起すると、多入力FFでMS動作が発生する。この種のMS動作は、基本形インデペンデントリクエストアービタ (以下、BIAと略記) においても発生し得るものであって、以下、MS動作 (I) と略記する。MS動作 (I) が発生すると、これは直ちにAMに伝搬して、誤動作となりうる。この形態の誤動作のことを誤動作 (I) と略記し、このときの誤動作確率を W_{EI} で表す。他方、要求先取りのある場合、ある一つの要求処理期間中に、例えば図 3.6 (b) の $r_j(0 \rightarrow 1)$ に接近して、 $r_k(0 \rightarrow 1)$ が生起すると、多入力FFにMS動作が発生する。以下、この種のMS動作をMS動作 (II) と略記する。MS動作 (II) が発生し始めたとき、RIAはまだ要求処理の途上であって、このMS動作のAMへの伝搬は、 $M_I = 1$ (図 3.5 参照) によって禁止されている。このため、この要求処理が完了したのちもMS動作が持続しない限り、誤動作は起こり得ない。以下、この形態の誤動作を誤動作 (II) と略記し、このときの誤動作確率を W_{EII} で表す。明らかに、 $W_{EI} \geq W_{EII}$ である。

最後に、3.4.2での検討のために、BIAで生起しうるもう一つの誤動作を述べておく。BIAにおいて、一つの要求処理が完了した時点で、二つ以上の要求が発生していれば、直ちにMS動作が発生する。以下、この種のMS動作をMS動作 (III) と略記する。また、この形態の誤動作を誤動作 (III) と略記し、このときの誤動作確率を W_{EIII} で表す。BIAの各装置に要求承認を受け付けるFFが設けられ、このFFがAMのFFと同一特性であるとすれば、 $W_{EI} = W_{EIII}$ となる。

3.3 状態の定義

基本形アービタのMTBFは、状態持続期間の平均値 \bar{T} および状態推移確率密度 b をパラメータとして表現できる。このうち、 \bar{T} の値は、直前の状態には依存せず、

現在の状態，装置の要求発生頻度 u ，要求の処理時間 T_0 およびアービタを構成する素子の伝搬遅延時間 t_d を与えて容易に算出される．しかし，これは状態が合理的に定義されているからであって，一般にはこの算出法をそのまま適用できるとは限らない．他方， b の算出に際して，誤動作確率 W は常に同一値である．これは，基本形アービタにおける誤動作の発生形態が 1 通りに限られるからである．しかし，3.2.2 で述べたように，R I A には B I A とは異なる誤動作の発生形態が存在し， W を画一的に取り扱うことはできない．これらの理由から以下本節では，既存の算出法が適用できる状態定義と R I A の W の取扱いに焦点を絞る．

3.3.1 要求先取り形デジチェーンアービタの状態定義

1 章および 2 章で述べた M T B F 算出式の導出手順では，一つの要求処理に対して一つの状態を割り当てているが，R D A の状態をこれに合わせて定義しようとすると，連続して生起する二つの状態の境界として，次の二つが考えられる．

(A) 要求の処理が完了した時刻 ($\bar{x}(0 \rightarrow 1)$)

(B) 要求の処理が開始される時刻 ($\overline{SACK}(0 \rightarrow 1)$)

要求先取りのある場合，状態の境界を (A) に選べば，図 3.3 から明らかなように，先取りされる要求の発生時刻とその処理の開始時刻とが異なる状態に分離される．そして，特に， $\bar{x}(0 \rightarrow 1)$ より遅れて $BG_j(1 \rightarrow 0)$ が生起する場合には， \bar{T} が直前の状態の生起確率や状態推移確率密度に支配されるようになる．このため上述した導出手続きはそのまま適用できなくなる．これに対して，境界を (B) に選んだ場合には，直前の状態には全く支配されず， \bar{T} は基本形の算出法で導出できる．そこで本章では (B) を採用した．

次に，状態を定義するパラメータについて述べる．まず，(1) 要求先取りの有無に関するパラメータ P_D は不可欠である．次に，要求先取りがなければ，R D A の動作と B D A のそれとは全く同じとなる．したがって，状態の境界は異なるとしても，状態を定義するためのパラメータは，B D A のそれと同じで，(2) 次の状態で要求の処理される装置の番号 J_D と，(3) この状態に突入した時点での各装置の要求発生状

況 N_D とで十分である。他方、要求先取りがあれば、既に述べたように、 $\bar{x}(0 \rightarrow 1)$ と $BG_j(1 \rightarrow 0)$ との生起順序により \bar{T} が異なってくる。したがって、(2)、(3) 以外のパラメータとして、(4) $\bar{x}(0 \rightarrow 1)$ と $BG_j(1 \rightarrow 0)$ との生起順序 D_D が必要である。以上から、ここでは R D A の状態を P_D 、 J_D 、 N_D 、 D_D によって定義した。この定義によれば、R D A の状態数は B D A のそののほぼ 2 倍程度で済み、 \bar{T} 、 b は、B D A と同じ手法で計算できる。

3.3.2 要求先取り形インデペンデントリクエストアービタの状態定義

図 3.5 から明らかなように、R I A では、1 位判定回路を介さない限り、いずれの要求も承認されず、R D A のように、先取りされる要求の発生時刻に依存して、その要求の処理開始時刻が連続可変になることはない。したがって、状態の境界の選定に関して、R D A のような制約はなく、3.3.1 の (A)、(B) のいずれでもよい。ここでは、B I A と同じ境界になるという理由から、(A) を選んだ。次に、状態を定義するパラメータを述べる。R D A と同様に、(1) 要求先取りの有無に関するパラメータ P_I は不可欠である。次に、要求先取りのない場合、B I A と同じ理由から、(2) 要求発生の有無に関するパラメータ N_I が必要である。最後に、要求先取りがある場合、 N_I の他に、(3) 1 位判定回路にどの装置の要求が記憶されているかを示すパラメータ K_I が必要となる。以上から、R I A の状態を P_I 、 N_I 、 K_I によって定義した。このとき、R I A の状態数も B I A のそののほぼ 2 倍程度で、 \bar{T} 、 b は B I A と同様の手法で算出できる。

3.3.3 誤動作確率の取扱い

3.2.2 で述べたように、R I A の誤動作は誤動作 (I) と誤動作 (II) とに分けられ、しかも、誤動作 (I) の誤動作確率 (W_{EI}) は B I A のそれに等しい。そこで以下、誤動作 (II) の誤動作確率 W_{EII} のみを検討する。多入力 F F に M S 動作が生起し始めてから実行中の要求処理が完了するまでの期間を d とする。また、この M S 動作が d 以上持続する確率を y 、この M S 動作が A M に伝搬したとき誤動作が生起する

確率を z とする。 y の値は、

$$y = l_1 \exp(-l_2 d) \quad (3.1)$$

で与えられる⁽⁴¹⁾。ただし、 l_1, l_2 は多入力 F F を構成するゲートの特性で決まる定数である。他方、 z の値は厳密に算出し難いが、ここでは、誤動作 (I) の誤動作確率 W_{EI} に等しいとする。このとき、 W_{EII} は $y \cdot z$ に等しく、

$$W_{EII}(d) = W_{EI} \cdot l_1 \cdot \exp(-l_2 d) \quad (3.2)$$

となる。誤動作の発生形態に応じて W_{EI} , W_{EII} を使い分ければ、 R I A の b も 2. 4. 2 で述べた方法により算出することができる。

3.4 MTBF の算出結果とその検討

3.4.1 算出結果

3. 3 で述べた状態定義のもとで、要求先取り形アービタの MTBF を算出する場合、 R D A , R I A いずれについても、必要なパラメータの種類は、式 (3.2) の l_1 , l_2 を除外する限り、基本形と同じである。そこで本章では、同種のパラメータの値は等しく選び、かつ、 l_1 , l_2 の値は文献 (43) から引用して、 R D A および R I A の MTBF を、それぞれ、 B D A および B I A のそれと比較した。ここで、 MTBF には基準化した値を用い⁽⁴⁰⁾、 F_M で表す。ここで用いた諸パラメータの値の一例を表 3.1 に示す。

D A および I A に関する MTBF の算出例を、それぞれ、図 3.7 および図 3.8 に示す。いずれの図においても、実線は要求先取り形の場合、破線は基本形の場合を示す。ただし、 u 以外のパラメータには表 3.1 の値を用いた。上図から明らかなように、

表 3. 1 諸パラメータの値

パラメータ		RDA	RIA
装置数 (n)		3	3
要求処理期間 (T_0)	(nsec)	1000	200
ゲートの伝搬遅延時間	(nsec)	10	10
FFの伝搬遅延時間	(nsec)	40	10
セットアップ時間 (t_{setup})	(nsec)	10	10
ホールド時間 (t_{hold})	(nsec)	10	10
遅延素子 Dly の遅延時間	(nsec)	70	—
誤動作確率 (W_E, W_{E1}, W_{E11})		$3.6 \cdot 10^{-8}$	$3.6 \cdot 10^{-8}$
l_1		—	5.0
l_2	(nsec ⁻¹)	—	0.31

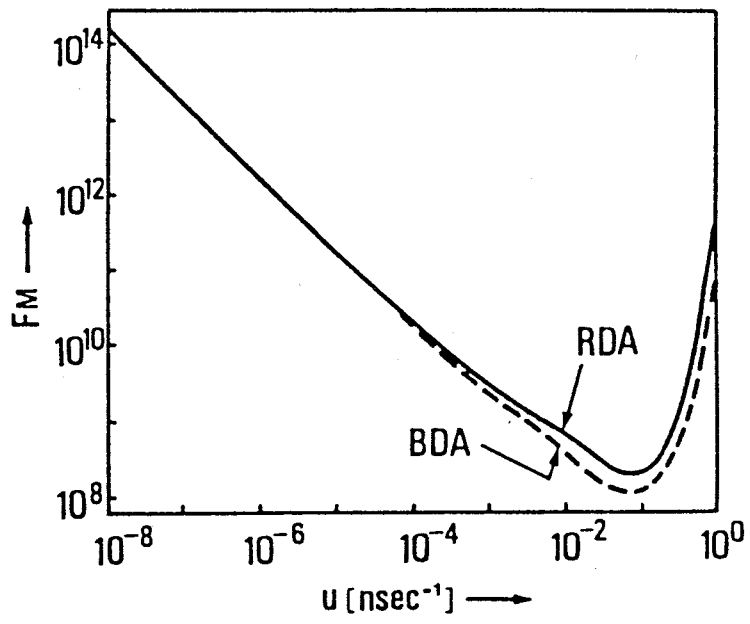


図 3. 7 デジチェーンアービタのMTBF

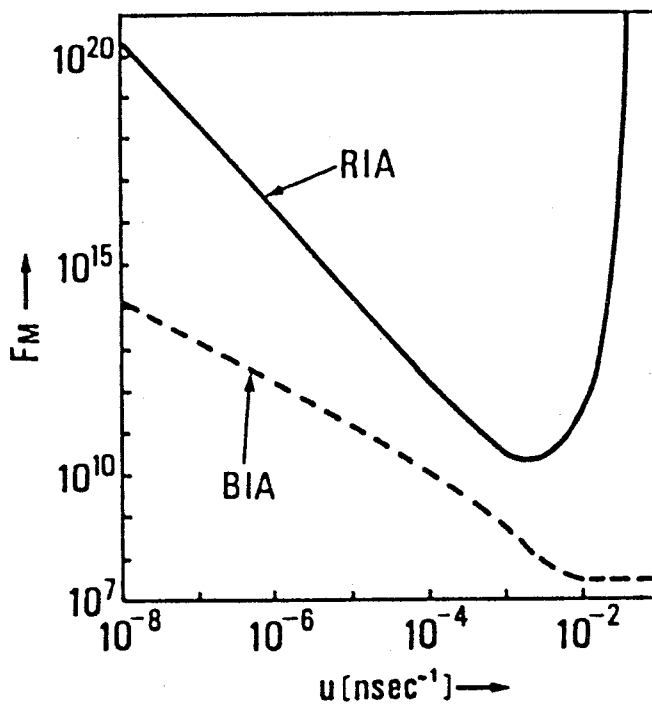


図 3. 8 インデペンデントリクエスタアールビタのMTBF

(i) R D A と B D A との M T B F はほぼ一致している。これに対して、(ii) R I A の M T B F は B I A のそれに対して常に上方に位置し、しかも、この傾向は紙面上左右の両端に行くほど顕著である。次に、 T_0 を可変としたとき、R D A の M T B F はほとんど変化しなかったが、R I A のそれは、図 3.9 のように、(iii) T_0 が増加するほど大きくなる。ただし、 T_0 以外のパラメータの値は表 3.1 と同じとした。

3.4.2 検討

3.4.1 の結果によれば、要求先取り形と基本形との主要な相違は、(i) ~ (iii) にある。ここでこれらの相違の生じる理由を検討する。

要求先取りがない場合、処理すべき要求の選択に関して、R D A の動作と B D A のそれとは等しく、特に要求を発生しうる装置数は常に n 個である。これに対して、要求先取りのある場合、R D A では、現在処理続行中の装置を除外した $n-1$ 個の装置が次に処理すべき要求の選択に関与する。このため、R D A の M S 動作発生頻度は、前者の場合、B D A のそれにはほぼ等しく、後者の場合、装置数の差に対応する分だけ B D A のそれより低下する。しかし、この低下の割合は高々数分の 1、かつ、3.3.3 で述べたように W も等しいので、R D A の M T B F は B D A のそれの高々数倍に過ぎない。このため、図 3.7 上では M T B F にはほとんど差が生じず、(i) が成立する。

次に (ii) を検討する。 u がきわめて小さいとすると、連続する二つの要求処理の間に休止期間が存在する確率が高くなる。このため、I A の M T B F を検討する場合にも、連続する二つの要求処理期間の双方において、新たな要求の発生する可能性はきわめて小さい。そこで以下、M T B F の概算では、常に休止期間から出発する。

B I A における M S 動作 (I) の生起確率は、休止期間に続いてただ一つの要求が発生し、かつ、その後の微小期間 t_M ($t_{setup} + t_{hold}$) 以内に一つ以上の新たな要求の発生する確率 P_I にほぼ等しい。同様に、M S 動作 (III) の発生確率は、休止期間に続いてただ一つの要求が発生し、かつ、その後要求処理期間 (近似的に T_0) 内に ($n-1$ 個のうち) 二つ以上の要求が発生する確率 P_{III} にほぼ等しい。しかし、 $T_0 \gg t_M$ であるから、明らかに $P_{III} > P_I$ である。これに対して、R I A では、M S 動作 (I)

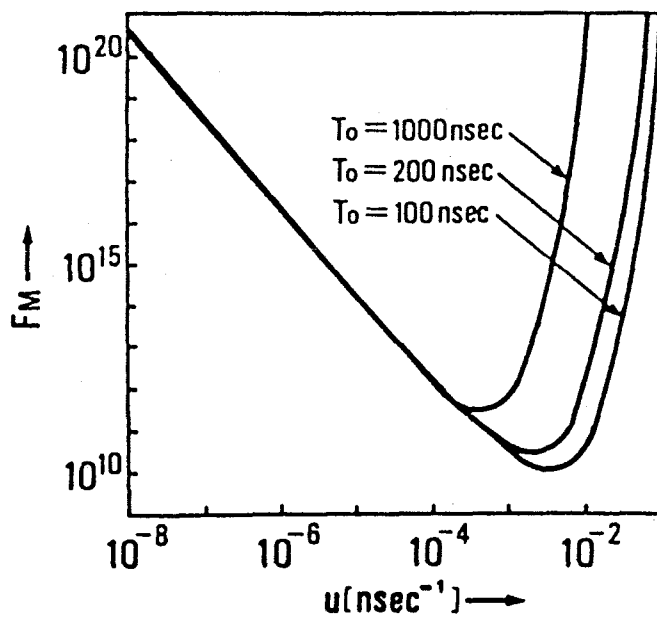


図 3. 9 M T B F に対する T_0 の影響

の生起確率は、B I Aと同様に P_1 にほぼ等しく、また、MS動作(II)の生起確率は、休止期間に続いてただ一つの要求が発生し、かつ、その後期間 T_0 内に接近して (t_M 以内) 二つ以上の要求が発生する確率 P_{II} にほぼ等しい。しかし、 $T_0 \gg t_M$ から $P_{III} \gg P_{II}$ である。以上の結果と $W_{EI}(=W_{EIII}) \geq W_{EII}$ から、 u がきわめて小さいとき、R I AのMTBFはB I Aのそれより大きくなる。

他方、 u がきわめて大きくなると、休止期間の存在する確率が低くなる。すなわち、要求処理期間内に新たな要求の発生する可能性がきわめて高くなる。このため、B I AではMS動作(III)の生起確率がきわめて高く、R I AではMS動作(II)の生起確率がきわめて高くなる。しかし、MS動作(II)による誤動作確率 W_{EII} の平均値は、式(3.2)の d が平均的に T_0 に近づくから、 W_{EIII} に比して大幅に小さくなる。この結果、R I AのMTBFは、B I Aのそれに比して大幅に大きくなる。

また、 u の値が上述した二つの場合の間にあるとき、両者の効果が比較的小さく、したがって、R I AのMTBFとB I Aのそれとの差もさほど大きくない。

最後に、 T_0 を増加させると、式(3.2)の d の平均値が増加し、これにともなってR I Aの W_{EII} が指数関数的に減少する。この結果、(iii)のように、 u の高い範囲でのMTBFが急激に増加することになる。

3.5 結言

本章では、集中制御形デジチェーンアービタと集中制御形インデペンデントリクエストアービタの各々について、1, 2章の結果を利用して、基本形と要求先取り形とのMTBFを算出し、両者の比較結果から、要求先取り機能のMTBFに対する影響を検討した。この結果によれば、要求発生頻度に対するMTBFの変化について、RDAはBDAとはほぼ同じであり、RIAはBIAに比して大幅に改善されることが明らかにされた。特に、後者の場合、改善の度合は要求発生頻度の高い範囲で大きく、MTBFの要求発生頻度に対する増減傾向がRDAにおけるそれと類似している点は注意に値する。また、RDAの誤動作は2種類存在し、いずれも基本形アービタの誤動作と同じ発生機構である。これに対して、RIAの誤動作も2

種類存在するが、一方は基本形アービタと同じ発生機構で、他方は、基本形アービタのそれと異なり、誤動作確率がMS動作の発生時刻と要求処理の完了時刻との時間差によって連続可変となる。

本章の成果は、文献(40)の結果とともに、計算機システムの設計時におけるアービタの種類の一つの選定基準として用いることができる。また、1～3章の成果と文献(40)の結果は、アービタが搭載されるマルチプロセッサシステムの性能に対して、MS動作にもとづく誤動作がどのような影響を及ぼすかを解析するときにも利用できると思われる。これは、今後検討すべき重要な課題である。

結 論

1章では、(I) 基本形リングアービタの動作を離散時間単純マルコフ連鎖で定式化したうえで、(II) この連鎖で生起し得る各誤動作のMTBFに対する寄与分を状態推移確率と状態持続期間とを用いて書き下し、(III) (II) で書き下したすべての寄与分を一つの無限級数として整理し、さらに、(IV) (III) で整理した結果を有限個の項の代数和に変形するという手順で、MTBF算出式を導出した。また、2章では、(V) 基本形かつ集中制御形のデジチェーンアービタの動作を連続時間単純マルコフ連鎖で定式化したうえで、(VI) この連鎖における状態推移確率密度と連続可変な状態持続期間から、状態推移確率と等価的に離散化した状態持続期間を求めたのち、上述した(II)～(IV)の手順にしたがって、MTBF算出式を導出した。さらに、3章では、集中制御形デジチェーンアービタと集中制御形インデペンデントリクエストアービタの各々について、1、2章の結果を利用して、基本形と要求先取り形とのMTBFを算出し、両者の比較結果から、要求先取り機能のMTBFに対する影響を明らかにした。この結果によれば、集中制御形デジチェーンアービタのMTBFは要求先取り機能の影響をほとんど受けないが、集中制御形インデペンデントリクエストアービタのMTBFは、要求先取り機能を付加することによって、大きく改善される。

1章および2章で得られたMTBF算出式は、それぞれ、既存の大多数の基本形リングアービタおよび基本形かつ集中制御形のデジチェーンアービタにそのまま適用できる。また、上述したMTBF算出式をそのまま適用できないリングアービタや集中制御形デジチェーンアービタ、あるいは他の形式のアービタ（ポーリングアービタ、インデペンデントリクエストアービタおよび要求先取り形アービタ）についても、状態を適宜定義し、離散時間単純マルコフ連鎖および連続時間単純マルコフ連鎖のいずれとなるかにしたがって、それぞれ、(I)～(IV)および(V)、(VI)、(II)～(IV)の手順を用いれば、MTBF算出式が得られる。

1、2章の結果は、文献(40)において、MTBFからみた基本形アービタ（デジチェーンアービタ、ポーリングアービタおよびインデペンデントリクエストアービタ）の相違の解析に利用されている。この結果によると、MS動作にもとづく誤動作に

着目した場合、基本形ポーリングアービタおよび基本形インデペンデントリクエストアービタの信頼性は、それぞれ、高要求発生頻度および低要求発生頻度の場合に高くなり、基本形デジチェーンアービタの信頼性はこれらの中間に位置している。また、文献(44)では、1章の結果をさらに発展させて、基本形リングアービタにおける誤動作の分散(MS動作にもとづく誤動作が生起する時間間隔(誤動作間隔)の分散)の算出式が導出されている。この算出式を用いれば、既存の大多数のリングアービタの分散を容易に算出することができる。他のアービタの分散についても、この導出手順に準拠すれば、容易に導出できると考えられる。

1～3章の成果と文献(40)および(44)の成果によって、MS動作にもとづく誤動作のMTBFと分散に関する基本的な解析は、ほぼ完了したとみてよい。これらの成果は、計算機システムの設計時におけるアービタの種類を選定基準として用いられている。また、高信頼性の要求されるアービタの設計段階において、誤動作抑制策を施す必要があるか否かを決定するための判断基準としても利用されている。さらに、これらの成果は、以下のようにして、共有メモリを必要とするマルチプロセッサシステムにおける、メモリアクセス競合の性能評価にも適用できる。従来、この種の性能評価においては、共有メモリへのアクセスの動作がデータ転送要求の生起間隔とデータ転送期間とによりモデル化され^(45,46)、スループット、レスポンスタイム、資源の利用効率などを評価の基準としている⁽⁴⁷⁻⁵²⁾。しかし、いずれも、データ転送期間の分布を単純な指数分布と仮定し、その分布に対する本論文のような誤動作の影響は全く考慮されていない。本論文の成果として得られたMTBFと分散を、データ転送期間の分布に組み込めば、誤動作を考慮した性能が得られる。

最後に、残された課題として、MS動作が発生したという条件下での誤動作確率 W の正確かつ簡便な決定法が挙げられる。 W を決定するための方法としては、従来、主としてMS動作がある一定期間(MS動作が生起するFFの出力端に接続されるゲートあるいはFFの伝搬遅延時間)以上持続した場合を誤動作とみなすという、文献(41)の方法が広く用いられてきた。しかし、この方法により得られる W の値は実際の値より大きくなり、結局、MTBFおよび分散としては安全側の値を与えることになる。実際の W の値は、MS動作の持続期間だけでなく、アービタの構

成にも依存するからである。正確な W を決定する方法として、(a) 実際のアービタのうえで、強制的に MS 動作を生起させて、実験的に決定する方法や、(b) この実験をモデルにより模擬する方法などが考えられる。しかし、(a) の場合、測定器の速度性能の上限付近で、しかも、環境の変化にきわめて敏感な動作を、いかにして正確に測定するかという測定技術上の問題があり、(b) の場合、製造上のばらつきまで考慮しなければならない素子の特性をいかにしてモデル化するかという問題がある。このように、いずれの方法においても問題があるが、近年、高信頼性の要求される計算機システムが増加していることを考えると、 W の正確な決定法を開発することは、今後に残されたきわめて重要な課題であると思われる。

謝 辞

本研究について、深いご配慮のもとに、終始ご懇篤なるご教示を賜った大阪大学基礎工学部高忠雄教授に心から感謝申し上げます。また、数々の有益なご助言を賜った大阪大学基礎工学部都倉信樹教授、谷口健一教授、橋本昭洋教授、菊野亨助教授に深く感謝申し上げます。

本研究の全過程を通じて、直接ご指導ご鞭撻を賜った岡山大学工学部岡本卓爾教授に深く感謝申し上げます。

岡山大学工学部、大学院工学研究科修士課程、大学院自然科学研究科博士課程においてお世話になった岡山大学工学部福井廉教授、浜田博教授、古谷洋一郎教授、古賀隆治教授、橋本文雄教授、中田高義教授、和田力教授、ならびに、現福山大学工学部美咲隆吉教授に厚くお礼申し上げます。また、種々の面で直接ご助言頂いた岡山大学工学部杉山裕二教授に厚くお礼申し上げます。

本研究の途上において、種々ご討論頂いた岡山大学工学部横平徳美助手にお礼を申し上げます。また、実験、データ整理にご協力を頂いた岡本研究室の土井満治技官、ならびに、卒業生、在学生諸氏にお礼を申し上げます。

参考文献

- [1] W. W. Plummer: "Asynchronous arbiter", IEEE Trans. Comput., **C-21**, 1, pp. 37-42(Jan. 1972).
- [2] "Logic Handbook", Digital Equipment Corporation(1973, 74).
- [3] P. Corsini: "n-user asynchronous arbiter", Electron. Lett., **11**, 1, pp. 1-2(Jan. 1975).
- [4] 南谷嵩, 小池誠彦: "非同期式アービタの一構成法", 信学論 (D), **57-D**, 4, pp. 242-244(昭 49-04).
- [5] 岡本卓爾, 酒井学, 本藤勉, 細見輝政: "非同期式リングアービタの一方式", 信学論 (D), **59-D**, 8, pp. 582-583(昭 50-08).
- [6] R. C. Pearce, J. A. Field and W. D. Little: "Asynchronous arbiter module", IEEE Trans. Comput., **C-24**, 9, pp. 931-932(Sep. 1975).
- [7] A. S. Cowan and D. G. Whitehead: "Asynchronous polling arbiter", Electron. Lett., **12**, 2, pp. 43-44(Jan. 1976).
- [8] 堀口真寿: "多入力非同期式アービタの一構成法", 信学論 (D), **J61-D**, 9, pp. 597-604(昭 53-09).
- [9] 阿江忠, 菅原淳, 増山博: "多資源非同期式アービタの一形式", 信学論 (D), **J61-D**, 11, pp. 888-890(昭 53-11).
- [10] 安浦寛人, 矢島脩三: "非同期調停回路の非同期理論の立場からの合成法", 信学論 (D), **J61-D**, 12, pp. 917-924(昭 53-12).
- [11] 増山博, 吉田典可: "非同期制御用セルによるリングアービタ", 信学論 (D), **J63-D**, 2, pp. 197-199(昭 55-02).

- [12] 古屋清, 当麻喜弘: "要求発生順位を記憶する多入力アービタの一構成法", 昭 55 信学総全大, 1541. p. 6-191(昭 55-3).
- [13] 増山博, 吉田典可: "NOR ラッチ回路による簡単なリングアービタ", 信学論 (D), **J63-D**, 6, pp. 550-551(昭 55-06).
- [14] 安浦寛人, 岩間一雄, 矢島脩三: "非同期回路の発振を利用したリング調停回路", 信学論 (D), **J64-D**, 1, pp. 80-81(昭 56-01).
- [15] 岡本卓爾, 藤原満: "非同期式リングアービタの一設計法", 信学論 (D), **J64-D**, 9, pp. 846-853(昭 56-9).
- [16] 曾和将容: "進行波を利用した高速リングアービタの一構成法", 信学論 (D), **J66-D**, 5, pp. 519-524(昭 58-05).
- [17] 曾和将容: "ハンドシェイク形リングアービタの一高速化設計法", 信学論 (D), **J66-D**, 5, pp. 621-622(昭 58-05).
- [18] 松原康夫, 野口正一: " $O(\log n)$ の時間複雑さをもつ非同期式アービタの構成法", 信学論 (D), **J66-D**, 9, pp. 1039-1045(昭 58-09).
- [19] J. Calvo, J. I. Acha and M. Valencia: "Asynchronous modular arbiter", IEEE Trans. Comput., **C-35**, 1, pp. 67-70(Jan. 1986).
- [20] K. J. Thurber, E. D. Jensen, L. A. Jack, L. L. Kinney, P. C. Patton and L. C. Anderson: "A systematic approach to the design of digital bussing structures", AFIPS FJCC, pp. 719-740(1972).
- [21] K. Muhlemann: "Arbiters, priority access conflicts and the 'Glitch' problem", Euro. MICRO, pp. 391-401(1979).
- [22] T. J. Chaney and C. E. Molnar: "Anomalous behavior of synchronizer and arbiter circuits", IEEE Trans. Comput., **C-22**, 4, pp. 421-422(April 1973).

- [23] L. R. Marino: "General theory of metastable operation", IEEE Trans. Comput., **C-30**, 2, pp. 107-115(Feb. 1981).
- [24] D. Mayne and R. Moore: "Minimize computer 'crashes'", Electronic Design, 9, pp. 168-172(April 1974).
- [25] M. Pechoucek: "Anomalous response time of input synchronizers", IEEE Trans. Comput., **C-25**, 2, pp. 133-139(Feb. 1976).
- [26] G. Elineau and W. Wiesbeck: "A new J-K flip-flop for synchronizers", IEEE Trans. Comput., **C-26**, 12, pp. 1277-1279(Dec. 1977).
- [27] 青木克彦, 金田重郎, 黒田英常, 佐藤敏彦: "非同同期式優先順位決定回路の高速化手法", 昭和54年度電子通信学会総合全大, 1548, p. 6-168(昭54-3).
- [28] H. J. M. Veetrick: "The behavior of flip-flop used as synchronizers and prediction of their failure rate", IEEE J. Solid-State Circuits, **SC-15**, 2, pp. 169-176(April 1980).
- [29] S. T. Flannagan: "Synchronization reliability in CMOS technology", IEEE J. Solid-State Circuits, **SC-20**, 4, pp. 880-882(Aug. 1985).
- [30] T. Kacprzak and A. Albicki: "Analysis of metastable operation in RS CMOS flip-flops", IEEE J. Solid-State Circuits, **SC-22**, 1, pp. 57-64(Feb. 1987).
- [31] D. M. Chapiro: "Reliable high-speed arbitration and synchronization", IEEE Trans. Comput., **C-36**, 10, pp. 1251-1255(Oct. 1987).
- [32] T. Kacprzak: "Analysis of oscillatory metastable operation of an RS flip-flop", IEEE J. Solid-State Circuits, **SC-23**, 1, pp. 260-266(Feb. 1988).
- [33] T. Sakurai: "Optimization of CMOS arbiter and synchronizer circuits with submicrometer MOSFET's", IEEE J. Solid-State Circuits, **SC-23**, 4, pp. 901-906(Aug. 1988).

- [34] J. U. Horstmann, H. W. Eichel and R. L. Coates: "Metastability behavior of CMOS ASIC flip-flops in theory and test", IEEE J. Solid-State Circuits, **SC-24**, 1, pp. 146-157(Feb. 1989).
- [35] 佐藤洋一郎, 岡本卓爾: "リングアービタのメタステーブル動作にもとづくMTBF", 第10回FTC研究会, 3, pp. 1-8(昭59-01).
- [36] 岡本卓爾, 佐藤洋一郎: "リングアービタのメタステーブル動作にもとづくMTBF", 信学論(D), **J67-D**, 8, pp. 916-923(昭59-08).
- [37] 岡本卓爾, 佐藤洋一郎, 藤原史朗: "デジチェンアービタのメタステーブル動作にもとづくMTBF", 信学論(D), **J68-D**, 6, pp. 1203-1209(昭60-06).
- [38] 佐藤洋一郎, 岡本卓爾, 寺阪弘寛: "要求先取り形アービタのMTBF", 第18回FTC研究会, 4, pp. 1-10(昭63-01).
- [39] 佐藤洋一郎, 岡本卓爾, 寺阪弘寛: "要求先取り形アービタのMTBF", 信学論(D), **J71-D**, 10, pp. 2148-2154(昭63-10).
- [40] 岡本卓爾, 寺阪弘寛: "メタステーブル動作による誤動作から見たアービタの比較", 信学論(D), **J70-D**, 10, pp. 1859-1865(昭62-10).
- [41] W. Fleischhammer and O. Dortok: "The anomalous behavior of flip-flops in synchronizer circuits", IEEE Trans. Comput., **C-28**, 3, pp. 273-276(Mar. 1979).
- [42] 佐藤健一, 佐藤由身子: "数理解析とその周辺3 - 確率過程講義", 産業図書(昭54).
- [43] T. J. Chaney: "Measured flip-flop responses to marginal triggering", IEEE Trans. Comput., **C-32**, 12, pp. 1207-1209(Dec. 1983).
- [44] 岡本卓爾, 佐藤洋一郎, 藤原史朗: "メタステーブル動作にもとづくリングアービタ誤動作の分散", 信学論(D), **J68-D**, 12, pp. 1983-1989(昭60-12).

- [45] C. E. Skinner and J. R. Asher: "Effects of storage contention on system performance", IBM Syst. J., 18, 4, pp. 319-333(April 1969).
- [46] D. P. Bandarkar: "Analysis of memory interference in multiprocessors", IEEE Trans. Comput., C-24, 9, pp. 897-908(Sep. 1975).
- [47] 斎藤将人: "メモリ競合が2プロセッサシステムの性能に与える影響について", 信学論(D), J58-D, 11, pp. 657-664(昭50-11).
- [48] 布谷嘉章, 住田修一, 橋田温: "マルチプロセッサシステムの性能評価", 信学誌, J66, 12, pp. 1261-1266(昭58-12).
- [49] 福田明: "マルチプロセッサシステムにおける共通メモリ競合問題と平衡点解析", 信学論(D), J68-D, 8, pp. 1441-1448(昭60-8).
- [50] 趙永健, 岡田博美, 前川禎男: "マルチプロセッサシステムにおける共用メモリアクセス競合の解析", 信学論(D), J70-D, 5, pp. 870-879(昭61-5).
- [51] 鈴木隆志, 堀口進, 川添良幸, 重井芳治: "バス結合方式マルチプロセッサのスケジューリングの近似解法", 信学論(D), J69-D, 7, pp. 1127-1130(昭61-7).
- [52] 小守伸史, 高田英裕, 田村俊之, 浅井文康, 山崎哲男, 嶋憲司, 西川博昭, 浅田勝彦, 寺田浩詔: "巡回パイプライン方式データ駆動形プロセッサの性能評価方法に関する一提案", 信学論(D), J71-D, 8, pp. 1553-1559(昭63-8).

付 録

A. 期間 τ_0 で装置からの要求が発生する確率の導出

期間 τ_0 を図 A・1 のように H 個の微小区間 $\Delta\tau_0$ に分割する。区間 d で要求が発生する確率は、仮定 1 - 3 から、 $(1 - u\Delta\tau_0)^{\alpha-1}u\Delta\tau_0$ である。したがって、区間 τ_0 で要求が発生する確率 R は次のように与えられる。

$$R = \lim_{\Delta\tau_0 \rightarrow 0} \sum_{\alpha=1}^H (1 - u\Delta\tau_0)^{\alpha-1} u\Delta\tau_0 \quad (\text{A.1})$$

$$= \lim_{\Delta\tau_0 \rightarrow 0} \left\{ 1 - (1 - u\Delta\tau_0)^{\frac{\tau_0}{\Delta\tau_0}} \right\} \quad (\text{A.2})$$

上式において、 $-u\Delta\tau_0 = z$ とおくと、exponential の定義から、

$$R = \lim_{\Delta\tau_0 \rightarrow 0} \left[1 - \{(1 - z)^{\frac{1}{z}}\}^{-u\tau_0} \right] \quad (\text{A.3})$$

$$= 1 - \exp(-u\tau_0) \quad (\text{A.4})$$

となる。

B. 微小区間 $[t', t' + \Delta t]$ の間で特定の装置からの要求が最初に生起する確率の導出

時刻 $t = 0$ でいずれの装置からも要求が発生していないとき、微小区間 $[t', t' + \Delta t]$ の間で特定の装置からの要求が最初に生起する確率 Q を求める。1つの装置からの要求が時刻 $t = t'$ までに生起する確率 $f_1(t')$ およびその確率密度 $f_2(t')$ は、以下のとおりである。

$$f_1(t') = 1 - \exp(-ut') \quad (\text{B.1})$$

$$f_2(t') = u \exp(-ut') \quad (\text{B.2})$$

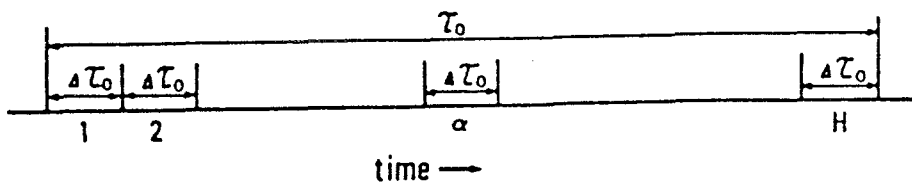


図 A. 1 期間 τ_0 の分割

したがって、式 (B.1) および (B.2) から、 Q は次のように与えられる。

$$Q = (\exp(-ut'))^{n-1} \cdot (u \exp(-ut')) \cdot \Delta t \quad (\text{B.3})$$