



Title	確率的フロンティアモデルによる最適広告計画
Author(s)	田中, 克明
Citation	大阪大学経済学. 2008, 57(4), p. 196-206
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.18910/17428">https://doi.org/10.18910/17428</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 確率的フロンティアモデルによる最適広告計画

田 中 克 明

## 要 旨

確率的フロンティアモデルに関してはパラメトリックな方法とノンパラメトリックな方法を利用してフロンティアを推定する方法がある。本論文ではノンパラメトリックな方法であるデータ包絡近似モデル（DEAP）を提案する。そのモデルを使って、予算制約を課すことによって最適な広告計画を求めるようとする。パラメトリックな方法ではコブダグラス型などの生産関数を推定する必要があるが、本DEAPでは関数の推定を行うことなく現実のデータからフロンティアを求める、さらに予算制約を付けることによって最適解を求めることが出来る。実際にマス4媒体（新聞、雑誌、テレビ、ラジオ）に投入された現実のデータとそのときの反応として、知名度と理解率の2つの観点から、予算制約下で4媒体に対する最適な広告投入量の組み合わせを求めた。将来データが蓄積されれば、より精度の高い結果を求めることが期待できる。

キーワード：確率的フロンティアモデル、データ包絡分析（DEA）、広告計画

## 1 はじめに

生産効率の理論に関する文献は1950年代に出版された。Koopmans (1951) は、技術効率の概念を「ある入力を用い、他の生産物を生産することなしに、ある生産物をこれ以上生産することが不可能である場合に生産者は、技術的に効率的である。」と定義している。Debreu (1951) と Shephard (1953) は、入力を縮小する方向または出力を拡張する方向でフロンティアからの放射状の距離を導入した。Farrel (1957) は、Koopmans と Debreu の概念に従い、効率性の尺度を提案した。そして生産的効率の概念を分解して、技術的効率と配置的効率とに分けた。技術的効率は、規模に関して収穫が変化する場合、更にスケール効率と純粋な技術効率に分解される (Banker, Charnes and Cooper (1984))。

サンプルデータを使用して、フロンティアはノンパラメトリックな区分的線形アルゴリズム

やパラメトリックなアプローチによって推定される。前者は、Charnes, Cooper and Rhode (1978) によって採用された。その後 DEA (Data Envelopment Analysis) として展開した。後者は、Aigner and Chu (1968) によって採用され、後に確率論的フロンティア分析として発展した。Aigner and Chu は、次に示す Cobb-Douglas 型の生産フロンティアの推定を考案した。

$$y_j = f(x_j; \beta) \exp(-u_j)$$

関数  $f$  のパラメータ  $\beta$  は偏差の和、または、片側偏差という条件の下で、偏差の2乗和を最小にすることによって推定される。Schmidt (1976) は、適切な確率分布が片側偏差について規定されるならば、尤度関数を最大限にする方法と同値であることを示した。

一方、DEA では、同じく生産フロンティアを推定しており、意思決定単位 (DMU) の相対的効率を評価する。パラメトリックアプローチと比較して DEA では入力変数群と出力変数

の間で関数形を想定する必要はないし、多出力に対しても容易に拡張できるという長所を有している。DEA はいかなる統計的基盤もない数理計画法的効率評価技術と見なされてきたが、Banker (1993) は、多入力 1 出力という設定で、生産フロンティアの DEA 推定量は、ある適切な条件の下では ML 推定量であることを示した。DEA に統計的基礎を提供した。同じく Banker は次の 2 点を示した。まず第一点は、DEA のフロンティア推定量は、有限の標本サイズでは理論的フロンティアよりも下に偏るが、漸近的にはこのバイアスの大きさはゼロに減少する。第二点は、非効率偏差の DEA 推定量の漸近的分布は、これらの偏差の真の分布と同一である。

上の諸モデルは、対称的なランダム・ノイズエラーを欠く決定論的なものである。すなわち、モデルにおけるエラーの唯一のソースは、非効率であった。前述の決定論的フロンティアモデルに対する批判は、フロンティアに対する測定エラーと他のノイズの影響を考慮していないことである (Coelli, Rao, Battese (1998))。確率的フロンティア生産関数が Aigner, Lovell and Schmidt (1977) と Meeusen, van den Broeck (1977) によって提案してきた。そのなかでは任意ランダムエラー  $v$  が非負の確率変数  $u$  に加えられている。(Coelli, Rao and Battese (1998))。

確率的フロンティアモデルは、以下のように記述される。

$$y_j = f(x_j; \beta) \exp(v_j - u_j)$$

ランダムなエラー  $v_j$  は、入力変数として組み込まれていない変数の効果とともに、測定エラーと出力変数の値に関係するランダムな要因を考慮している。 $u_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) は、非負の変動であり技術的非効率を反映する。

関係する多くの要因を考慮した結果、 $v_j$  は

平均 0 で分散が  $\sigma_v^2$  の正規分布している確率変数であると想定される。これは非負の半正規あるいは指数分布する確率変数である  $u_j$  とは独立であると仮定する。推定されるパラメータには、 $\beta$ ,  $\sigma_v^2$ ,  $\sigma_u^2$  が含まれる。最尤推定量が得られれば、サンプルにおける平均技術非効率の推定は、半正規の場合と指数の場合があり、それぞれ次の式で得ることができる。

半正規の場合は次のように書ける。

$$E(-u) = E(v - u) = - (2/\pi)^{1/2} \sigma_u,$$

$$V(u) = [(\pi - 2)/\pi] \sigma_u^2$$

また指数の場合は次のように書ける。

$$E(-u) = E(v - u) = -\sigma_u$$

DEA は、フロンティアからの全ての乖離を非効率性に帰するが、確率論的なフロンティア・アプローチの利点は、それがフロンティア上の確率論的なノイズを扱うことができるということである。

Banker et al (1993) は、修正最小 2 乗法とデータ包絡分析という 2 つの生産フロンティア法の推定精度を比較した。Sharma, Leung and Zaleski (1997) は、ハワイでの養豚産業の技術効率を確率論的なフロンティア生産関数と DEA を使って、それぞれのアプローチのパフォーマンスの比較を行った。Sharma, Leung and Zaleski の研究は技術効率に限定されているが Drake, Weyman and Johnes (1996) では配分の効率性についての 2 アプローチに関する比較研究を行っている。上で論じられた DEA の非確率論的な扱いとは異なり Sengupta (1995) は確率論的な DEA モデルについて論じている。

## 2 確率的フロンティアモデルに対する2つのアプローチ

### 一パラメトリックアプローチと DEA アプローチ

1で示したように単一出力という状況での確率的フロンティアモデルは下記のように表現される。

$$y_i = f(x_i; \beta) \exp\{v_i - u_i\}, x_i \in X.$$

ここでランダムなエラー  $v_i$  は測定誤差と出力変数の値に影響する他のランダムな要素と入力から除外した変数との結合された影響をあらわしている。また  $u_i$  は技術的な非効率性を反映する非負の確率変数である。 $f(x_i; \beta)$  は確率的フロンティア  $f(x_i; \beta) \exp\{v_i\}$  の確定的部分であり  $X \in R^n_+$  は凸集合である。

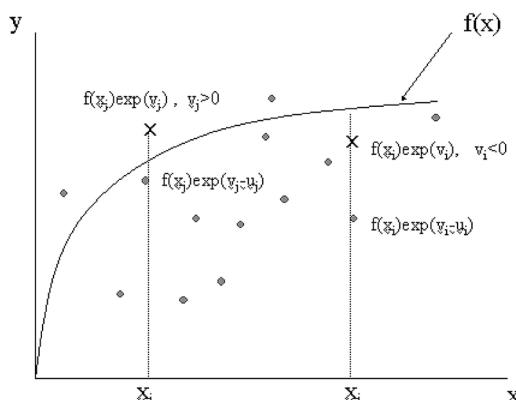


図1 確率的フロンティアモデル

パラメータアプローチでは Cobb-Douglas やトランスロゴといった対数線形の関数形が使用される。 $v_i$  は平均 0, 分散  $\sigma_v^2$  の独立で, 同一の分布をする (i.i.d.) 正規確率変数である。また  $u_i$  は i.i.d. の非負の半正規あるいは指数確率変数である。Cobb-Douglas 関数形を使ってモデルは

$$y_i = \beta_0 \prod_{j=1}^n x_{ji}^{\beta_j} \exp\{v_i - u_i\}$$

または

$$\ln y_i = \ln \beta_0 + \sum_{j=1}^n \beta_j \ln x_{ji} + v_i - u_i$$

のように定義される。

確率的フロンティアのパラメータは MLE 法か修正最小2乗法 (COLS) の変形を使用して推定することができる (Aigner et al. 1977, Meeusen and van den Broeck 1977, Coelli et al. 1998)。

ここでつぎのような最適化問題 (P) を考察する。そこでは  $f(x; \beta)$  の関数形は未知であり, 確率的フロンティアモデルからの現実のデータ  $S = \{(y_i, x_i), i = 1, 2, \dots, N\}$ , with  $y_i = f(x_i; \beta) \exp\{v_i - u_i\}$ ,  $x_i \in X$  は与えられているとする。単純なデータ包絡近似モデル (DEAP) を導入する。そこではスカラーの  $y$  とベクトル  $x$  が, 観察された出力  $y_i$  と入力  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  の凸結合として表現される。

(P) 次のような最良の  $x$  を見つけること。

$$\begin{aligned} & \text{Max } f(x; \beta) \\ & \text{s.t.} \\ & x \in X' \end{aligned}$$

ここで  $X' \subseteq X$ 。

(P) の DEAP モデルを具体的に表現すると次のようになる。

目的は  $y$  を最大化する解を得ることである。

$$\begin{aligned} & \text{Max } y \\ & \text{s.t.} \\ & y = \sum \lambda_j y_j \\ & x = \sum \lambda_j x_j \\ & \sum \lambda_i = 1 \\ & \lambda_i \geq 0, j = 1, 2, \dots, N \\ & x \in X' \end{aligned}$$

DEAP モデルで算出された結果が, パラメトリックアプローチで得られた結果に対して優位性を持つということに関しては, Takeda and

Tanaka (2003) で検証が行われている。そこでは、暗黙に Cobb-Douglas を仮定した凹型のフロンティア関数を前提としたデータをモンテカルロ法で発生させた場合と、非 Cobb-Douglas を仮定した凹型のフロンティア関数を前提としたデータをモンテカルロ法で発生させて求めたデータとを、パラメトリックな方法と DEAP との 2 種類の方法で推定したところいずれの場合も DEAP の方が優れていることが明らかになった。

### 3 確率的フロンティアモデルによる最適媒体計画モデル

確率的フロンティアは上記のモデルで求めることができることはすでに示した。

最適媒体計画を求める場合には、求めた確率的フロンティアに対して予算制約が付加される。予算制約は、数量ベースの入力変数にそれぞれの単価( $c_k$ )を乗じた結果の総和が予算( $\delta$ )の範囲内であるという条件を追加することによって反映できる。

(P) 予算制約を加味した DEAP モデルを具体的に表現すると次のようになる。

目的は  $y$  を最大化する解を得ることである。

$$\text{Max } y$$

s.t.

$$y = \sum \lambda_j y_j$$

$$x = \sum \lambda_j x_j$$

$$\sum c_k x_k \leq \delta$$

$$\sum \lambda_i = 1$$

$$\lambda_i \geq 0, j = 1, 2, \dots, N$$

$$x \in X$$

### 4 実証分析

#### 4-1 使用したデータ

本研究では、現実に行われた広告キャンペーンについてのデータを利用する。このデータは広告キャンペーンを行った企業が収集したデータではなく、いくつかの信頼できる調査機関がそれぞれの立場で収集したデータを最適な広告計画モデルのために加工したものである。

このデータは広告キャンペーンを実施するときに使用されたマスコミ 4 媒体（新聞、雑誌、ラジオ、テレビ）に出稿された投入量とその結果として得られた消費者の態度変容についての詳細な調査結果とを関係づけるという作業から得られたものである。

本稿で使用するデータについては2001年に行われた年4回の消費者の態度変容についての詳細な調査結果を中心に、そのときに行われたマスコミ 4 媒体への出稿のデータを収集するという手順をとった。首都圏の20代の女性に限定したデータを収集していることを注意しておく。

消費者の態度変容について一般的にはマスコミ 4 媒体を使うときには、広告主はいわゆる AIDA モデルに従って広告目標を立てているのが普通である。そのためこれらの広告キャンペーンを行った結果、消費者の態度がどのように変化したのかを調査する必要がある。

広告キャンペーンごとに調査したレポートが株式会社東京サーベイリサーチによって提供されている。この新製品・新キャンペーン調査 (New Products & New Campaigns Research 以下 NNR データと呼ぶことにする) レポートは新製品・新キャンペーンの効果を一般消費者に対する面接調査を行った結果を集計したものである。

広告キャンペーンをおこなった商品を知っているか否かを聞くことによって、全消費者のうちの認知度を測定する。これは「知名率」と呼ばれている。質問票では「特徴や内容を良く知っている」、「ある程度特徴や内容を知っている」、「ある程度特徴や内容を知ってい

る」、「名前だけは知っている」という項目に答えた回答者の割合をカウントしたものである。次の段階としてどの程度その商品について理解しているかといった理解度を測定する必要がある。この調査では、知名率を測定したのと同じ質問票の「特徴や内容を良く知っている」、「ある程度特徴や内容を知っている」という項目に答えた人の割合を「理解率」と定義している。さらに進んで同じ質問に「特徴や内容を良く知っている」、「ある程度特徴や内容を知っている」と答えた人に対して、その商品を購入した

いか否かという別の視点で消費者の態度について質問をしている。質問票の表現では「魅力があるので買ってみたい」と回答した消費者の比率を計算し「購入意向率」としてレポートには掲載されている。

株式会社東京サーベイリサーチによって提供されている広告キャンペーンが実際にどのように消費者に対してマスコミ4媒体を使って露出されたかについて、専門に収集している2調査機関が提供しているデータから収集した。この中には印刷媒体として大きな比重をしめる新聞

表1 分析用データ

キャンペーンID	新聞	雑誌	TV	ラジオ	知名率	理解
RU01	0	4	0	0	2.7	0
RU02	0	5	0	0	2.8	1.4
RU03	0	5	0	0	8.6	3.3
RU04	0	5	14	0	0.7	0
RU05	0	6	0	0	12.6	3.3
RU06	0	0	201	0	9.5	3.4
RU07	0	0	202	5	7.3	4
RU08	0	2	196	0	6.1	0.7
RU09	8.8	2	0	0	6.1	1.4
RU10	0	0	369	0	22.4	7.5
RU11	7	8	0	0	2.7	0.7
RU12	13.5	4	0	0	19.2	9.9
RU13	0	0	464	23	23.7	6.8
RU14	0	0	501	0	2.0	0.7
RU15	0	18	27	0	11.2	6.6
RU16	21	0	0	0	3.3	0.7
RU17	3	20	0	0	12.2	0.7
RU18	0	2	710	34	15.4	6.7
RU19	0	31	68	0	4.7	0.7
RU20	15	20	0	0	0.7	0
RU21	32	4	0	0	30.4	108
RU22	0	0	988	0	20.5	7.9
RU23	0	0	1012	0	38.7	20
RU24	15	25	0	0	29.1	9.9
RU25	0	0	1148	0	43.4	14.7
RU26	0	12	880	0	12.6	4
RU27	26.2	23	6	0	9.3	4
RU28	0	12	982	0	44.0	14.7
RU29	7	43	0	0	7.4	1.4
RU30	30	0	623	0	6.0	0.7
RU31	3.2	7	1406	0	3.4	0

キャンペーンID	新聞	雑誌	TV	ラジオ	知名率	理解
RU32	7	0	1565	0	34.0	13.3
RU33	29	8	808	0	27.3	7.3
RU34	6	0	1615	0	9.3	2
RU35	1.5	34	886	0	5.4	0
RU36	15	0	1485	0	52.0	18.9
RU37	0	26	1215	1	21.9	8.6
RU38	61.8	18	62	0	17.8	3.9
RU39	0	0	2362	0	7.4	0.7
RU40	4	1	2258	0	39.4	14.7
RU41	10	20	1547	176	4.7	0.7
RU42	0	18	2085	0	37.2	8.1
RU43	45	8	1274	0	3.3	0
RU44	0	0	2716	0	31.1	3.4
RU45	19	44	1064	0	10.1	2.7
RU46	15	24	1738	0	6.7	1.4
RU47	4.4	0	2675	2	34.5	10.2
RU48	0	12	2486	0	38.0	8.7
RU49	0	25	2144	0	26.0	5.3
RU50	5	10	2399	24	52.0	15.3
RU51	0	1	2827	0	47.0	22.5
RU52	0	0	2878	0	13.3	3.3
RU53	1	32	2062	1	27.1	4.8
RU54	30	0	2210	0	29.7	10.1
RU55	30	9	2039	0	41.6	10.5
RU56	94	9	853	0	6.6	3.3
RU57	12	3	3151	0	18.0	6
RU58	25	0	2923	0	35.8	8.1
RU59	24	26	2315	0	25.3	12
RU60	30	41	1837	9	10.0	2
RU61	52.3	6	2290	0	60.0	34

と雑誌、メディア媒体であるテレビとラジオがある。印刷媒体である新聞と雑誌についてはエム・アール・エス広告調査株式会社（以下 MRS 社と略記する）によって収集された広告統計の中に掲載されているものを使用した。新聞では段数を、雑誌については一定期間に掲載されたページ数の調査結果である。メディア媒体のテレビに関しては、ビデオリサーチ社が、ピープルメーターというシステムを用いて、世帯視聴率と個人視聴率を同時に調査した結果を使用している。東京サーベイリサーチによって提供さ

れている態度変容データが首都圏から収集されているため関東地区で収集された個人視聴率データを使用している。ビデオリサーチ社が提供しているテレビ広告報告書月報を利用した。業種別・商品種別・広告主別に月間の出稿量を集計したもので銘柄単位でも利用できるレポートである。番組 CM・スポット CM 別に総本数、総秒数、延視聴率（GRP:Gross Rating Point）、広告費を掲載している。最終的には GRP を 15 秒に換算した数値を利用した。ラジオに関しては、ビデオリサーチ社が提供している CM

表2 予算制約下での最適媒体計画（知名率）

予 算	2,000	4,000	6,000	8,000	10,000	12,000	14,000	16,000	18,000	20,000
新 聞	0.0	0.0	0.0	0.0	5.4	11.3	17.1	22.6	28.1	33.6
雑 誌	2.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.3	1.2	2.1	3.0
テ レ ビ	214.4	563.4	845.1	1126.8	1270.4	1402.7	1529.9	1648.5	1767.2	1885.8
ラ デ オ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
知名率	18.3	27.6	35.2	42.8	46.5	49.9	52.4	53.6	54.8	56.0

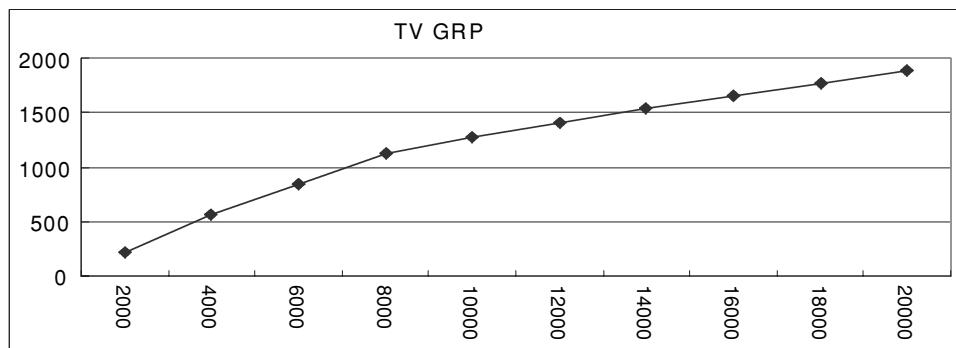


図2-a テレビの最適解

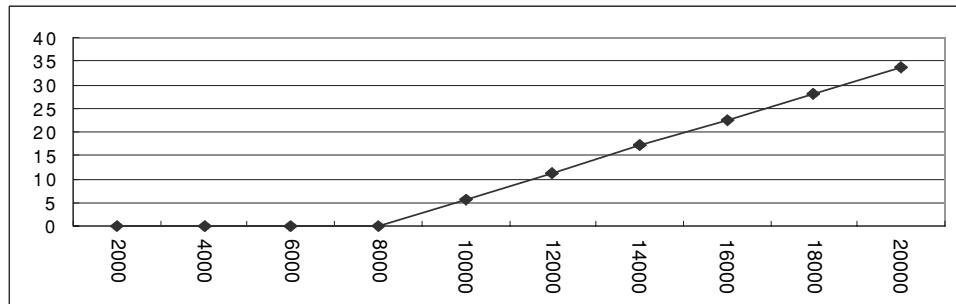


図2-b 新聞の最適解

が放送された回数（本数）を使用した。

表1に今回利用した61件のデータを掲載しておいた。

各媒体の単価に関して、印刷媒体についてはMRS社のデータを、電波媒体についてはビデオリサーチ社のデータを利用した。新聞については、朝日新聞と読売新聞のデータを利用し、各本社単価に発行部数で加重平均した値を採用した。1段当たり180万円として以下計算している。雑誌については代表的な12種類の雑誌の販売部数と4C1P料金を考慮して1ページ当たりの単価を算出した。1ページ当たり190万円として以下計算している。また電波媒体であるテレビは1GRPあたり7.1万円を使用し、ラジオについては1本当たり9万円を印刷媒体同

様、以下の計算で使用している。

表1に示した61件の新製品キャンペーンのデータを使って、予算金額を固定したときの最適な媒体配分を計算した。計算については線形計画法のためのソフト（LINDO）を使用した。目的変数 $y$ として知名率の場合と認知率の場合をそれぞれ計算することにした。

#### 4-2 知名率の場合

制約条件である予算を2000万円から2億円まで2000万円ごとに変化させたときの出稿量の最適計画とそのときの知名率を一覧表にしたもののが表2である。

ラジオを除いた各媒体毎の最適解を、制約条件を変化させた場合をグラフ化したものが図2-

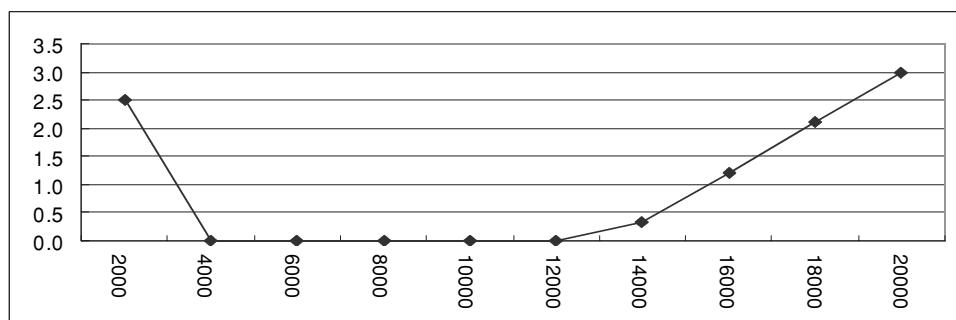


図2-c 雑誌の最適解

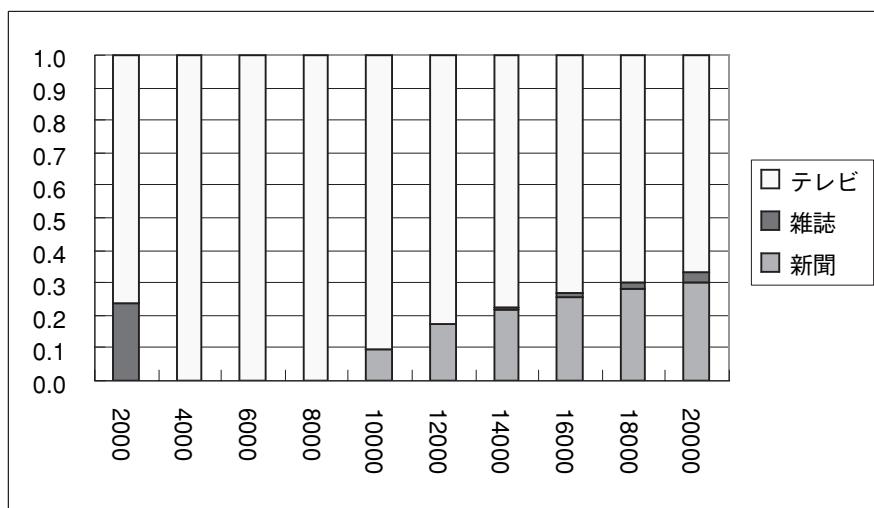


図3 媒体別金額比率 (知名度)

a から図2-c に示したものである。

この結果から興味深い結論が導くことができる。予算が少ない場合には、印刷媒体である雑誌への出稿が多い。これは予算が少ないときはターゲットを絞り込み、効率を考えて雑誌へ出稿する。このことは広告代理店の担当者に対するインタビューから確認できたことであるが、現場で行われている経験則が反映されている。予算が潤沢にあるときには、電波媒体であるテレビに対する出稿量がほぼ線形に増加している。テレビの持つ影響力を重視している事がわかる。

さらに予算がある段階をすぎると雑誌への出

稿量がなくなり、別の印刷媒体である新聞への出稿量がテレビと同様線形に増加している。さらにふんだんに予算があると再度雑誌に対する出稿量も増加している。初期の雑誌への出稿量とは意味合いが違っているものと思われる。

最後に知名率に関する各媒体への出稿比率を金額ベースで表現したものを図3 に示しておいた。

#### 4-3 理解率の場合

制約条件である予算を2000万円から2億円まで2000万円ごとに変化させたときの出稿量の最適計画とそのときの理解率を一覧表にしたもの

表3 予算制約下の最適媒体計画（理解率）

予算	2000	4000	6000	8000	10000	12000	14000	16000	18000	20000
新聞	6.3	10.8	4.0	2.2	7.5	12.8	18.2	23.5	28.8	34.1
雑誌	4.5	3.2	1.2	0.2	0.9	1.5	2.1	2.7	3.3	3.9
TV	0.0	205.2	711.8	1065.1	1195.3	1325.5	1455.7	1585.9	1716.2	1846.4
ラジオ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
理解率	6.39	11.95	17.00	20.58	22.01	23.43	24.86	26.29	27.71	29.14

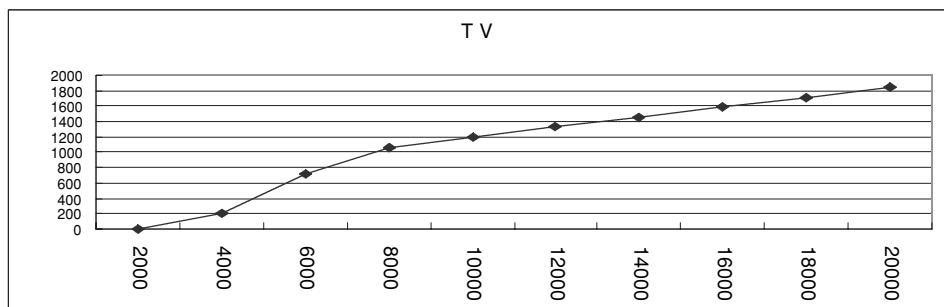


図4-a テレビの最適解

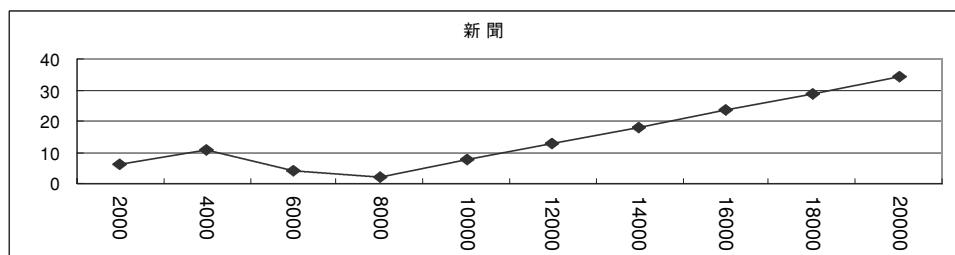


図4-b 新聞の最適解

が表3である。

ラジオを除いた各媒体ごとの最適解を、制約条件を変化させた場合をグラフ化したものが図4-a から図4-c として示している。

前述の知名率と比較して理解率の場合には印刷媒体に対する比重が高くなっているのが顕著に表れている。

予算が少ない場合には、印刷媒体である雑誌への出稿が多いが、予算が増えるにつれて急激に減少するのではなく徐々に減少している。新聞に対しても当初からわずかではあるが配分が行われている。8000万円を契機に線形に増加しているのは興味深い。電波媒体であるテレビに対する出稿量に関しては4000万円からはほぼ線形に増加している。テレビの持つ影響力を重視している事がわかる。

最後に理解率に関する各媒体への出稿比率を金額ベースで表現したものを図5に示しておいた。

## 5 結 語

本論文では、新聞・雑誌・ラジオ・テレビというマス4媒体に対して行われた広告キャンペーンの実際のデータを使って確率的フロンティアを DEA で算出し、それに予算制約を課すことによってマス4媒体の予算制約下の最適な配分モデルを提案した。従来各広告の効果に対する反応関数を回帰分析等で推定し、その反応関数をもとに予算制約を課すことにより最適な配分モデルを作成してきた。従来の方法と比較して反応関数の関数形を想定することな

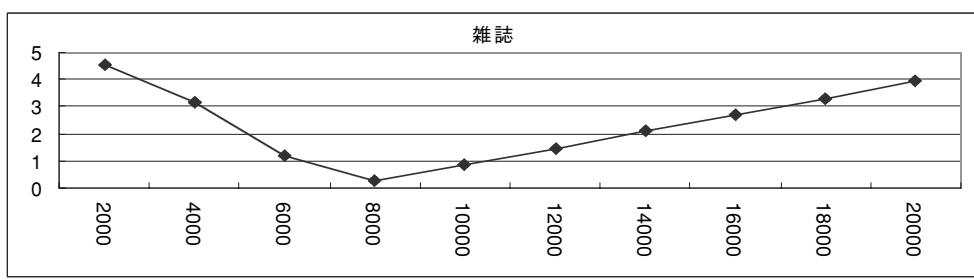


図4-c 雑誌の最適解

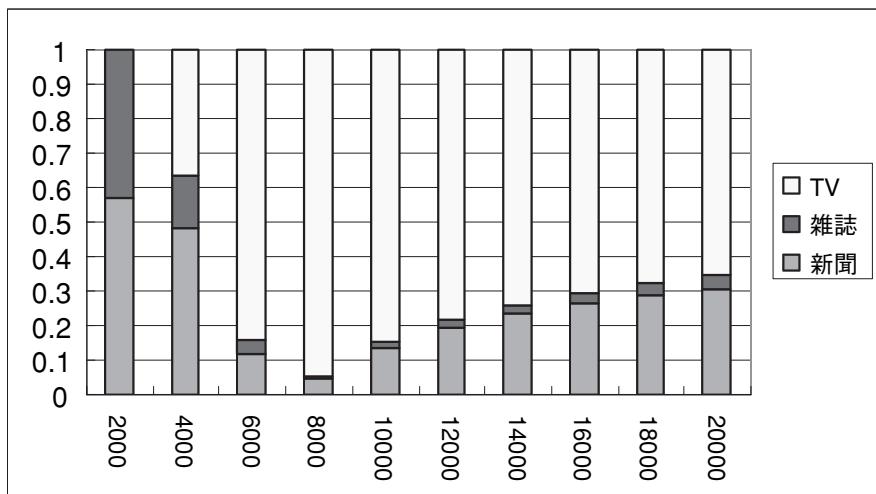


図5 媒体別金額比率 (理解率)

く、フロンティアを算出することから最適な配分モデルを求める点が今回の特徴である。この方法では現実に行われている、予算額が少ないとき試行的に雑誌を使い、予算の額が増えるに従い、試行的に使われていた雑誌の比率が減少し、電波媒体あるいは印刷媒体でも新聞の比率が増加するという減少も説明することが出来る。今回使用できるデータ数が61件と少なかつたがデータの蓄積量が増加するとより実態を反映するモデルが得られるものと期待できる。また商品分類ごとの最適広告計画といったいくつかの拡張性が考えられるが、データの蓄積を前提に今後の課題としたい。

(摂南大学経営情報学部教授)

## 参考文献

- [1] Aigner, D. J. and Chu, S. F (1968) *On estimating the industry production function.* American Econ. Rev., 58, 826–839.
- [2] Aigner, D. J., Lovell. C. A. K. and Schmidt, P. (1977) *Formulation and estimation of stochastic frontier production function models.* Journal of Econometrics, 6, 21–Z7.
- [3] Banker, R. D. (1993) *Maximum likelihood, consistency and data envelopment analysis: A statistical foundation,* Management Science, 39, 1265–1273.
- [4] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. (1984) *Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis,* Management Science, 30 1078–1092
- [5] Banker R. D., Gadh, V. M., and Gorr, W. L. (1993) *A Monte Carlo comparison of two production frontier estimation methods: Corrected ordinary least squares and data envelopment analysis,* European Journal of Operational Research, 67, 332–343.
- [6] Charnes, A., Cooper. W. W. and Rhodes, E. (1978) *Measuring the efficiency of decision making units,* European Journal of Operational Research, 2, 429–444
- [7] Coelli. T., Prasada Rao, D. S. and Battese, G. E. (1998) *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis.* Kluwer Academic Publishers.
- [8] Debreu, G. (1951) *The coefficient of resource utilization,* Econometrica 19 273–292.
- [9] Drake, L. and Weyman-Jones, T. G. (1996) *Productive and allocative inefficiencies in U. K. building societies: A comparison of non-parametric and stochastic frontier techniques.* The Manchester School, 64 , 22–37
- [10] Farrell, M. J. (1957) *The measurement of product efficiency,* Journal of the Royal Statistical Society Series A, General, 120, 253–281.
- [11] Koopmans, T. C. (1951) *An analysis of production as an efficient combination of activities,* in T. C. Koopmans (ed.), *Activity Analysis of Production and Allocation,* Cowles Commission for Research in Economics, Monograph No.13, John Wiley and Sons, Inc.
- [12] Meeusen, W. and van den Broeck, J. (1977) *Efficiency estimation from Cobb–Douglas production functions with composed error.* International Economic. Review., 18, 435–444.
- [13] Schmidt, P. (1976) *On the statistical estimation of parametric frontier production functions,* Review of Economics and Statistics, 58, 238–239.
- [14] Sengupta, J. K: (1995) *Dynamics of Data Envelopment Analysis: Theory of Systems Efficiency,* Kluwer Academic Publishers.
- [15] Shapard, R. W. (1953) *Cost and Production Functions,* Princeton Univ. Press.

- [16] Sharma. K. R., Leung P. and Zaleski, H. M. (1997) Productive efficiency of the swine industry in Hawaii: Stochastic vs. data envelopment analysis. *J. of Productivity Analysis*, 8, 447–459.
- [17] Takeda, E. and Tanaka, K. (2003) *Stochastic frontier Model for Advertising Planning: A DEA Approach*, *Osaka Economic Papers*, 53, 291–306

## Optional Advertising Planning by Stochastic Frontier Model

Katsuaki Tanaka

There are two approach, parametric approach and non-parametric approach to an optimization problem in the stochastic frontier model. This paper presents a non-parametric method named DEAP (data envelopment approximation) model. By considering a budget constraint to that model, we are going to pursue the optimal advertising planning. In parametric approach, we have to estimate the production function like the Cobb–Douglas functional form. But in our DEAP model, we are able to estimate the frontier with unknown functional form and find the optimal combination using a budget constraint. As an illustrative example, we find the optimal combination of mass media (newspaper, magazine, television and radio) from two viewpoint of awareness and knowledge. In DEAP model, the best practice at present will be improved, as the number of observation increase.

JEL Classification: M31, M37

Key words: Stochastic frontier model, Data envelopment analysis, Advertising planning