Title	ランダム荷重による疲れ寿命へのパワスペクトルの影響に関する研究
Author(s)	溝口, 孝遠
Citation	大阪大学, 1972, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1766
rights	
Note	

ランダム荷重による疲れ寿命への パワスペクトルの影響に関する研究

昭和４６年１２月

溝 口 孝 遠

論文目録

大阪大学

報告番号 甲第1414号

溝口孝遠

主論文　ランダム荷重による疲れ寿命への
パワスペクトルの影響に関する研究

（主論文のうち印刷公表したもの）

1.「引張圧縮定常ランダム荷重による疲れについて
(第1報, 通常の繰返し速度[40%]における
炭素鋼平滑試験片の場合)」
----- 日本機械学会論文集
35巻, 278号, 昭和44年10月

1.「引張圧縮定常ランダム荷重による疲れについて
(第2報, 累積損傷に及ぼすひずみ時効および
ひずみ速度の影響について)」
----- 日本機械学会論文集
35巻, 278号, 昭和44年10月

1.「ランダム荷重による疲れ寿命へのパワースペクトル
の影響について」
----- 日本機械学会誌
73巻, 621号, 昭和45年10月

ランダム荷重による疲れ寿命へのパワスペクトルの影響に関する研究

昭和４６年１２月

溝 口 孝 遠

目　　次

主なる記号

A ： 振幅の応答倍率

a ： 材料定数

a_k ： 移動平均の重味

B ： 帯域幅

b ： バーガースベクトル

b_k ： フーリエ展開係数

C ： コンデンサ容量

C_y ： コレログラム

c ： 減衰係数

D ： 損傷値

D_c ： 低減率

d ： 実寿命と推定寿命の比

E_i ： 要素の弾性係数

e ： 非対称性の大きさ

F ： 塑性ひずみレンジペア累積ひん度

F_o ： 初期圧縮力

f ： 周波数

f_a ： しゃ断周波数

f_b ： しゃ断周波数

f_c ： しゃ断周波数

f_n ： 共振周波数

$f_F = 1/2\Delta t$

f/f_F ： 無次元周波数

f_{eq} ： 等価周波数

H ： 移動平均項数

$H(\omega)$ ： 複素周波数伝達関数

h ： 単位インパルス応答

k ： バネ定数

L ： 単位面積あたりの転位数

m ： 質量

$\bar{m}$ ： 材料定数

m_o ： 材料定数

m_v ： 材料定数

m_R ： 材料定数

N ： 繰返し数， ピーク数

$\tilde{\tilde{N}}$ ： 相当破断繰返し数

P_i ： ピーク値

$p(x, y)$ ： レンジペアーミーン二元確率密度関数

Q ： 共振尖鋭度

q_r ： 正規化した応力レンジペア累積ひん度

q_1 ： 一般の波形の経過ひん度

q_0 ： 基準波形の経過ひん度

R ： 抵抗値

r ＝ σ_{rms}/σ_B

T ： 一般の波形による破断時間

T_0 ： 基準波形による破断時間

T_{eq}	：	等価周波数を用いた基準波形による破断時間
t	：	時間
Δt	：	時間間隔
v	：	転位移動速度
w	：	周波数比
X	：	x の累積値
x	$=$	$\Delta\sigma_r / 2\sigma_{rms}$
x_{max}	$=$	$\Delta\sigma_{rmax} / 2\sigma_{rms}$
Y	：	y の累積値
y	$=$	σ_m / σ_{rms}
y_m	$=$	$\sigma_{mean} / \sigma_{rms}$
y_i	：	正規乱数列
Y_i	：	所定のスペクトルをもつ乱数列
β	：	修正係数
δ_r	：	一般の波形による単位時間当りの損傷
δ_1	：	レンジペアの単位繰返し数当りの損傷
δ_0	：	基準波形による単位時間当りの損傷
δ_{00}	：	基準波形による単位繰返し数当りの損傷
σ	：	応力値
$\Delta\sigma$	：	応力幅
σ_{rms}	：	二乗平均値
$\Delta\sigma_r$	：	応力レンジペア
$\overline{\Delta\sigma_0}$	：	材料定数
σ_c	：	材料定数

σ_{mean} ： 長期にわたる平均応力

σ_{ov} ： 材料定数

σ_R ： 室温での材料定数

σ_{oi} ： 各要素のまさつ応力

σ_{To} ： 材料定数

σ_o ： 線形系の出力の二乗平均値

σ_1 ： ダッシュポットの応力

σ_2 ： バネ，スライダの応力

σ_a ： 一定振幅応力

σ_m ： 各レンジペアの平均応力

σ_B ： 引張強さ

σ_k ： 収束係数

σ_{rmsin} ： 入力の二乗平均値

$\Delta\sigma_{rmax}$ ： 最大レンジペア

ε ： 非線形度

ε_p ： 塑性ひずみ

ε_{pi} ： 要素の塑性ひずみ

$\Delta\varepsilon_p$ ： 塑性ひずみレンジ

$\Delta\varepsilon_{pr}$ ： 塑性ひずみレンジペア

$\widetilde{\widetilde{\Delta\varepsilon}}_{pr}$ ： 相当塑性ひずみレンジペア

ε_0 ： 材料定数

κ_r ： レンジペアに対する補正係数

κ_m ： 平均応力に対する補正係数

κ_{mm} ： レーレ分布に対する補正係数

κ_{mem} ： 非対称波形に対する補正係数

κ_f ＝ δ_1 / δ_{00}

δ ： 無次元帯域幅

ω ： 角速度

ω_0 ： 固有角振動数

ζ ： 減衰係数

ξ ： 振幅比

ϕ ： 位相差

λ ： 周波数比

θ ： 角度

φ ： レンジペア累積ひん度

ν_1 ： 単位時間あたりのレンジペア数

ν_0 ： 単位時間あたりのゼロクロシング数

ρ ： 転位密度

ρ_c ： 定常状態での転位密度

第１章　緒　　論

航空機，車両，船舶などの輸送機器は近年ますます高速化し，橋梁，鉄骨構造などの構築物は，大型化する傾向にある．これにともない，軽量化への要求も次第に苛酷となっている．しかも，これらの機械，構造物に作用する荷重は，突風，路面の凹凸，波浪，地震などにより発生する不規則荷重である場合が多い．このような条件のもとで疲れを考慮した設計を行うに際しては，部材に発生する最大応力を耐久限以下におさえるといった設計方針ではもはや現実の要求に答えられなくなってきている．したがって，このような実働荷重の統計的性質を明確にするとともに，実働荷重下の疲れの特性を把握することにより，十分な信頼性をもった有限寿命での設計方針，ならびに部品の点検，交換のシステムを確立することが要求される．

このような立場に立って，近年，実働荷重による疲れに関する研究が数多く行なわれるようになった。

本研究においても，この実働荷重による疲れ寿命の推定に関する問題のうち，特に応力波形のパワスペクトルが寿命におよぼす影響についての問題をとり上げる．以下，本章においては，本研究の目的，従来の研究の動向，本研究における問題のとり扱い方法について述べる．

1・1　本研究の目的

一般の機械，構造物の部材に作用する実働応力波形は，外荷重の性質，構造の特性などにより，各構造物ごとにそれぞれ異なり，非常に多様である．したがってこれらすべての実働応力波形を一般的に扱うことは不可能である．そこで本研究では，実働応力のモデルとして主としてガウス性の定常ランダム応力

波形を考え，これに対して考察することにした。その理由は，まず第一に，ガウス性のランダム変動はいかなる線形系を通過してもガウス性を失わず，非ガウス性ランダム変動も共振の鋭い線形系を通過するとガウス性ランダム変動に近づくこと，さらに，互に独立な非ガウス性変動が加え合わされると中心極限定理によってガウス性の変動に近づくなどのことから，実際の現象ではガウス性のランダム変動が多くみられることである。第二に，ガウス性ランダム変動の統計的性質はパワスペクトルのみで完全に決まり，理論的取り扱いが容易であることである。

また，非定常応力波形に対する疲れは，疲れ損傷の進行に対する非線形性が強調され，複雑となるので，本研究では定常の場合に限定した。

さて，一般の定常ランダム応力波形には，含まれている周波数成分が広い帯域にわたって分布している不規則度の大きな広帯域ランダム波形と，ほぼ一定の周波数で，その振幅のみがゆっくりと変動する狭帯域ランダム波形とがある。このうち，広帯域のランダム波形を忠実に再現して試験を行うには，共振が利用できないために周波数特性の良好な，大容量の負荷動力源をもつ高価な試験装置を必要とし試験コストが非常に高くなり，実際上なかなか困難である。

これに対し，狭帯域ランダム波形については，共振が利用できるので比較的容易に試験することができる。

さらに，これを近似したプログラム波形では通常の設備を利用してより低コストの試験が可能である。

したがって，広帯域の場合を含む一般のランダム応力波形による疲れ寿命を推定するための実験としては，広帯域の波形を何らかの形式で狭帯域の波形，あるいはこれを更に近似したプログラム波形におきかえて実験を行ない，この結果から広帯域ランダム応力波形による寿命を推定することが要求される。

そこで，本研究においては，広帯域のランダム波形に対し，狭帯域の基準のランダム波形を考え，この基準波形についての実験結果を補正して，元の波形による寿命を推定することを目的とする．この目的を達成するには次の二つの問題を解決せねばならない．すなわち，一つの問題は，応力振幅が一定でない変動応力による疲れ寿命は，その疲れ損傷がいかなる法則に支配されて累積し，破断にいたるかのいわゆる損傷の累積則の問題であり，従来，いわゆるMiner則をはじめ，多くの損傷則が提唱されてきた．もう一つの問題は，応力振幅のみが変動する実働応力の場合には，これらの累積損傷則を直ちに適用できるが，広帯域の不規則度の大きい一般の応力波形では，疲れ寿命を支配する因子は応力振幅のみと限らないので，これらの損傷則を適用するまえに，その波形のもつ種々の情報のうち，いかなる因子を疲れ寿命を支配するものとして取り上げて累積損傷則を適用すればよいかの，いわゆるカウント法の問題である．そこで以下，累積損傷則とカウント法についての従来の研究について概説する．

1・2　従来の研究の動向

1）累積損傷則に関する研究

損傷がどのように累積するかを論ずる累積損傷則は，これまでに種々のものが提唱されて来た．これらの累積損傷則のうちで最も単純で，変動応力による疲れ寿命の推定に際して最も多く用いられて来たものは，いわゆるPalmgren-Minerの法則[1),2)]である．

この法則については，これまでに数多くの疲れ試験がなされ，その成否が検討された．[3)~9)] しかし，その結果は複雑で，かならずしも適切な損傷則でないことがしばしば指摘されている．このため，この法則に改良を加えようとする試みがなされた．たとえば，耐久限以下の応力が損傷におよぼす効果[10)]を

考慮して，S－N曲線の傾斜部を耐久限の下にまで延長し，これにMiner則を適用する修正Miner則もこのうちの一つである。

また，Freudenthal[11)]らが提唱した応力干渉効果や，Corten-Dolan[12)]の仮説のごとく，変動応力中の高い応力がさらに低い応力による損傷を促進するという概念のもとに提唱された修正法もある．すなわち彼らは実動応力中の最大応力に対する点をS－N曲線上にとり，この点を出発点として，元のS－N曲線の傾きを定数β倍した新たなS－N曲線を引き，この新しいS－N曲線に対してMiner の法則を適用することを考えた．またこの仮説に対する実験的検討も行なわれているが，[13),14)]種々のひん度分布をもつ波形に対していかにしてβを決定すべきか，つねに最大応力の点で一定振幅のS－N曲線と一致するとしてよいかについて問題が残されているように思われる．このほか，損傷の進行に時間的非線形性を入れた山田らによる疲れ度関数を用いるもの．[15)]応力の繰り返しとともに強度が低下していくと考えたGattsの方法[16),17)]などもある．このほかにも，損傷の進行が過去の履歴に影響をうけるという概念のもとに導かれた多種多様な損傷則[18)〜22)]が提案されている．

また，低くり返し数領域においては，損傷は殆んど塑性ひずみに支配されていることが明らかにされたことから，[23),24)]最近，高繰返し数領域においても，特に巨視き裂発生までの段階においては，塑性ひずみが重要な役割を演じているであろうという認識が深まり，塑性ひずみに関する損傷則が提唱されるようになった．[25),26)]

2) カウント法に関する従来の研究

本来ならば，損傷を支配するすべての因子が明確に把握できれば，このカウント法に関する問題もおのずから方針が定まるはずである．しかし，今までのところ，損傷を支配するすべての因子を定量的に把握することはあまりなされ

ておらず，このため，カウント法はある程度直感的に定められることが多く，研究にあたっては，上記の各種累積損傷則と組み合わせて用いられ，実験的に検証されるのが普通であった．

これまでに多くのカウント法が提案され，各カウント法を解説した総説[28]も出されている．主なカウント法の例をあげれば，全ての正負ピークを計数する全ピーク法，平均値の上，下でそれぞれ正，負のピークを計数するピーク法，波形が平均値を正，または負の傾斜で横切り，次に逆方向の傾斜で横切るまでの，正負の最大ピークを計数する零間ピーク法，更に平均値からの距離の等しい正負のピークを一対として計数する対応ピーク値法[29]などが挙げられる．また，振幅を対象とするものとして，となりあったピークの差を計数するレンジ法，および，各レンジの大きさと平均応力の二元分布をカウントするレンジミーン法，さらにそれぞれの大きさの平均値をもつレンジを修正Goodman 法やGerber 法を用いて同じ損傷を与える等価なレンジにおきかえる半波法[30]などがあげられる．このほかにも，河本らによる履歴法[31]などが提案された．

上記各種のカウント法と前述の疲れ損傷則との種々の組合わせにより寿命の評価がおこなわれて実験結果と比較されている．[9],[26],[30],[32],[29] しかし，いずれの方法が良いかについては，いまだ定説は得られていないようである．

1・3　本研究における問題の取り扱い法

1）累積損傷則とカウント法

前述したように，本研究の目的を達成するためには，まず，実用に耐える累積損傷則とカウント法を用いなければならない．しかし，上述の累積損傷則の多くは，かならずしも物理的な裏付けのうえに組み立てられているとはいえず，いわば形式的なものが多いように見うけられる．このため，時には理論的に矛

盾があることもあり，実際の使用にあたってしばしば支障をきたす事もあった．このため，累積損傷則やカウント法の問題の解決には，疲れ機構の直接観察や，転位論などの微視的尺度の研究により得られた成果をとり入れて行くことも要求される．しかしながら，疲れのように，過程が複雑で，これにかかわりあっている因子が非常に多い問題においては，定量的測定の困難なことの多い各因子についての微視的観察のつみ重ねのみでは工学的な実用に耐える法則を導き出すことはなかなか困難で，にわかに多くを期待することはできない。

そこで，微視的な疲れ機構と深くかかわりあっており，しかも巨視的，工学的に定量的測定の可能な物理量を取りあげ，これを足がかりに研究をつみ上げるといった方法をとることが肝要であると思われる．

このような考えのもとに，菊川，大路，城野・および筆者は，二種の炭素鋼の小型平滑試験片に対し引張圧縮疲れ試験を行ない，応力の繰返しにともない生ずる微小繰返し塑性ひずみを測定し，低繰返し数領域におけると[24),39)]同様，高繰返し数領域においても疲れ損傷を支配する主要因子は塑性ひずみであることを明らかにするとともに，応力一塑性ひずみのヒステリシスループと関連させて，カウント法としてレンジペア法を採用して，塑性ひずみレンジペアについての線形累積損傷則を提唱した．[27)]その結果，一定応力振幅試験，ならびに狭帯域から広帯域までのランダム疲れ試験を含む広い範囲の実験結果を説明することができ，さらに塑性ひずみと応力の関係を考察することにより応力レンジペアに関する累積損傷則を導き，（１・２）節で述べたCorten-Dolan の仮説における高応力が低応力による損傷を促進させるという概念の物理的内容を説明した。そしてこの応力レンジペアに関する累積損傷則は，すくなくともこの二種の炭素鋼については寿命の推定に際して用いても充分実用性があることが確認された．

上述のごとく，この二種の炭素鋼に対しては，応力の繰返しにともなう巨視的な塑性ひずみを媒介として応力レンジペアに関する累積損傷則を導くことができたが，これに対して，高強度アルミニウム合金やSNCM8合金鋼などでは，高繰返し数領域において，繰返し塑性ひずみが少くとも標点間にて巨視的には認められないことが報告されている．[33] したがって，これらの材料においては，塑性ひずみに関する累積損傷則は形式的には成立しないことになる．そこで，この種の材料に対して広帯域および狭帯域のランダム疲れ試験，ならびにプログラム疲れ試験を行ない，このような材料についても応力レンジペアに関する累積損傷則がなりたつか否かを調べることにした．その結果第3章で述べるごとく，ZK41－T6，7075－T6の両高強度アルミニウム合金，およびSNCM8合金鋼においても，応力レンジペアに関する累積損傷則がほぼ成立していることが明らかにされた．そこで，寿命の推定に際しては，この応力レンジペアについての累積損傷則を用いることとした．

2） 広帯域応力波形の狭帯域応力波形によるおきかえと寿命推定

上述のごとく，ランダム荷重による疲れ損傷を支配する主要因子は応力レンジペアである事を考慮すれば，（1－1）節に述べたように，広帯域応力波形を基準の狭帯域応力波形におきかえるには，基準波形のレンジペア分布をもとの広帯域波形のレンジペア分布に一致させればよいことになる．しかし，不規則度の大きい広帯域の場合を含む一般的なランダム形波に対してレンジペア分布を測定すること自身かなり面倒である．そこで，本研究では，もとの広帯域応力波形と同じ経過ひん度分布をもつ狭帯域のランダム波形を基準波形に選ぶことにした．ガウス性ランダム波形では，経過ひん度分布は常にガウス分布となり，一般のランダム波形に対しても経過ひん度分布の測定は比較的容易であること，第3章でも述べるように，ある種の材料では，小ひん度の高い応力の有

無が寿命に影響を及ぼすので，基準波形において，もとの広帯域波形の応力ひん度分布と十分高いレベルまで一致させる必要があることなどが，このように基準波形を選んだ理由である．

そして，このようにして選んだ基準波形により疲れ試験を行ない，得られた寿命を，もとの広帯域波形と基準波形のレンジペア分布の相違を考慮して補正することとし，この補正係数 κ_r を種々のパワスペクトルをもつランダム応力波形に対してあらかじめ求めておくことにした．

また，上記のごとく，ランダム応力による疲れ損傷を支配する主要因子は応力レンジペアと考えられるが，これが引張側にあるときは圧縮側にあるときよりも疲れ損傷が大きくなることは一定応力振幅の場合からも容易に予想される．狭帯域の基準波形についてはそれぞれのレンジペアの平均応力成分は0であるが，広帯域のランダム応力波形のレンジペアはその位置に応じて正，負の平均応力成分をもっている．そこで，この広帯域波形と基準の狭帯域波形のそれぞれのレンジペアのもつ平均応力成分の相違に対する補正係数 κ_m を導入し，この補正係数も種々のパワスペクトルをもつランダム応力波形に対してあらかじめ求めておくこととした．

また，広帯域波形は多くの周波数成分を含んでいるが，これに対して狭帯域の基準波形にはほぼ単一の周波数成分しか含まれていない．そこで，波形のおきかえに際しては，もとの波形の疲れ損傷への繰返し速度効果と，基準波形の速度効果とが等価になるように，基準波形の繰返し速度を決定することが必要となり，この点についても考察を加えることにした．

このように本研究では，もとの広帯域波形と等しい経過ひん度分布をもち，かつ繰返し速度を適当に決めた狭帯域応力波形による寿命をさきの二つの補正係数を用いて補正して，広帯域応力波形による寿命を推定することにした．な

お，主としてガウス性ランダム波形について考えたが，もとの波形が非ガウス性である場合や，正負非対称である場合についても考察を加えた．

3）レンジペアミーンの二元分布の推定

上述の方法で，狭帯域ランダム応力波形による疲れ寿命から，広帯域ランダム応力波形による寿命を推定するには，二つの補正係数を種々のパワスペクトルをもつランダム応力波について求めておく必要がある．このためには応力レンジペアと，各レンジペアのもつ平均応力（ミーン）の二元分布が，波形のもつ不規則度とともにいかに変るかを把握する必要がある．本研究で主に扱ったガウス性ランダム波形においては，その統計的性質はパワスペクトルのみで決定される．そこで本研究では，まず，ランダム波形のパワスペクトルとレンジペアーミーンの二元分布の関係を調べ，これより，パワスペクトルと二つの補正係数の関係を求めることにした．

従来より，パワスペクトルと（1・2）節で述べた各種カウント法におけるひん度分布の関係を理論的に求める研究はある程度の数に達しているが，それらの多くはガウス性ランダム波を対象とし，Riceの理論[34)]を用いて論ずるものである．しかしこれまでレベルクロシングひん度，ピークひん度分布とパワスペクトルの関係が求められた[35),36)]ほかは，レンジ分布が近似理論を用いて求められている程度であり，レンジペア分布を理論的に求めるのは第4章でも述べるように困難である．また，非ガウス性ランダム波形に対しては，理論的な取り扱いはほとんど不可能なようである．

そこで，本研究においては，所定のパワスペクトルをもつランダム応力波形をディジタルシミュレーションにより作り，この波形のレンジペアミーンの二元分布を調べることにした．そして，この結果を用いて，各種のパワスペクトルをもつランダム波形に対する前記の補正係数κ_r，κ_mを求めて，寿命推定の際の

資料として用いられるようにした．

4）広帯域ランダム波形に対する等価繰返し速度

2)で述べた広帯域波形を狭帯域波形におきかえる際，両波形において損傷に対する繰返し速度効果が等価になるために，狭帯域の基準波形に与えるべき等価周波数については次のように扱うこととした．すなわち，繰返し速度効果は，主として応力と塑性ひずみとの関係を通じて疲れ寿命に影響を及ぼし，通常の場合は，塑性ひずみと寿命の関係に対しては，殆んど影響を及ぼさないことから，[38] 応力－塑性ひずみ関係に対する繰返し速度効果を表現しうる力学的モデルを構成し，これに対し，所定のパワスペクトルをもったランダム応力が加わった時の塑性ひずみ応答をシミュレーションによって求め，広帯域と狭帯域のランダム応力による塑性ひずみ波形のレンジペアによる損傷が等価になるように等価周波数を求めることとした．

本研究では上記(1)～(4)の方法により問題を取り扱い，（1・1）節で述べた目的を達成することとする．

以下，第2章では本研究に用いた引張圧縮ランダム疲れ試験装置について述べる．

第3章では，塑性ひずみレンジペアについての累積損傷則およびこれから導かれた応力レンジペアに関する累積損傷則について述べる．そして，高繰返し数領域において，繰返し塑性ひずみが標点間にて巨視的には測定できないZK41－T6，7075－T6の両高強度アルミニウム合金，およびSNCM8合金鋼に対してのランダムおよびプログラム疲れ試験結果について述べ，これらの材料に対しても応力レンジペアに関する累積損傷則が成立するかどうかを調べる．さらに，（1・3）節第2)項において述べた寿命推定法を公式化する．

第4章においては，各種のパワスペクトルをもったランダム応力波のレンジ

ペアミーンの二元分布をシミュレーションにより求めるための方法について述べる。

第5章では，第4章の方法により求めた各種のパワスペクトルをもったランダム応力波のレンジペアミーンの二元分布より，（1－3）節で述べた二つの補正係数を求め，パワスペクトルとの関係を論ずる。

第6章では，ランダム応力に対する塑性ひずみ応答に関する繰返し速度効果を表現しうる力学的モデルを構成して，このモデルに対してシミュレーションを行うことにより，広帯域のランダム波形を狭帯域ランダム波形におきかえる際，損傷への繰返し速度の影響が両者で等価になるための，狭帯域波形に与えるべき等価周波数について述べる。

第7章では，本研究において提唱した寿命推定法により，推定した広帯域ランダム応力波による推定寿命と実験によって求めた寿命とを比較する。

第8章は結論で，各章で得られた結果をまとめて述べる。

参考文献

1) A.A.Palmgren, VDI-Z, 68-14(1924)

2) M.A.Miner, Appl.Mech., 12(1945)

3) 西原，山田，機械学会論文集，14巻，47号

4) A.K.Head, F.H.Hook:
Proc.Int.Conf.on Fatigue of Metals (1956)

5) J.Kowalewski,
Proc. Symp. on full scale fatigue testing of aircraft Structure, (1961)

6) 河本，伊吹，石川：材料 17巻 173号 (1966)

7) 関，藤谷，田中，石井： 材料 17巻，173号 (1966)

8) 田中，古城： 材料，20巻，216号(1971)

9) G.W.Brown, R.Ikegami: Experimental Mechanics, August (1970)

10) たとえば，鯉淵： 材料 17巻，173号 (昭43－2)

11) A.M.Freudenthal, R.A.Heller, Journal. of the arero/space science, July (1959)

12) H.T.Corten, T.J.Dolan; Proc. Int. Conf.on Fatigue of Metals (1956)

13 鯉淵： 金属材料の実働荷重に対する疲れ強さに関する研究

14) J.R.Fuller: Noise Control, July/August (1961)

15) 山田，材料試験， 6－45(昭32－6)

16) R.R.Gatts: Trans. ASME, Ser. D (1961)

17) R. R. Gatts: Trans. ASME, Ser. D (1962)

18) S. M. Marco, W.L. Starkey Trans. ASME. 76 (1954) 627

19) D. L. Henny, Trans. ASME. August (1955)

20) R. W. Lardner, Journal. Mech. Phys. Solids. Vol15, (1967)

21) T. H. Erisman, J. of. Strain Analysis, Vol5, No. 3 (1970)

22) A. L. Sweet, F. Kozin, J. of. Materials Vol3, No.4, Dec. (1968)

23) S. S. Manson, NACA. TN. 2933 (1953)

24) 菊川，大路，鎌田，城野：機械学会誌　70巻，585号（昭42－10）

25) Mc Laren. S. W., Best J. H.: S. A. E. Journal Vol 73, No.9 (1965)

26) Feltner, Morrow: J. Basic. Eng., March (1961)

27) 菊川，大路，城野，溝口　機械学会論文集　35巻，278号（昭44－10）

28) J. Schijve, Fatigue of Aircraft Structure. Oxford. Pergamon Press (1966)

29) 山田，北川，　機械学会論文集　32巻　239号（昭41－7）

30) W. L. Starkey, S. M. Marco; Trans. ASME. August (1957)

31) 河本，鯉淵，機械学会論文集　30巻，212号（昭39－4）

32) J. M. Finney, J. Y. Mann; Fatigue of aircraft structure 1966 Proc. of Symp. held in Paris (1961)

33) 菊川　ほか，　日本機械学会関西支部 第46期定時総会講演論文集　No.714－2　（昭46－3）

34) S. O. Rice: "Mathematical Analysis of Random Noise"

The Bell System Technical Journal Vol 23, 24(1945)

35) S. H. Crandall

The Journal of the Acoustical Society of America,

Vol.35, No.11 (1963)

36) D. E. Cartwright, M. S. Longuest-Higgihs Proc. of the

Royal Society of Rondon, No.237 (1956) A

37) J. R. Rice, F. P. Beer, Trans. ASME ser. D, June, (1960)

38) 梶尾：金属材料の疲れの温度，速度

依存性と繰返し塑性ひずみに関する研究，大阪大学（昭45－12）

39) 菊川，第15回材料強度と破壊国内総合

シンポジウム論文集　（昭45－4）

第２章　ランダムおよびプログラム 疲れ試験装置

２・１　緒言

本研究のごとく，不規則度の大きいランダム荷重波形，あるいはプログラム荷重波形による疲れ試験を行うには，これらの波形の信号源と，この信号に充分追従した荷重を発生しうる試験機，ならびに実際に加わった荷重の測定装置，経過ひん度分布などに対するカウンタが必要となる．

とくに，試験機は使用するランダム信号の周波数帯域にわたって平旦な特性をもっていなければならない．また，基礎的な実験を行うには試験片内の応力分布が均一な引張圧縮試験が望ましい．そこで，疲れ試験装置には，速度および電流負帰還をほどこすことにより，２００Hz附近まで周波数特性を平担にした動電型引張圧縮疲れ試験装置を用いた．

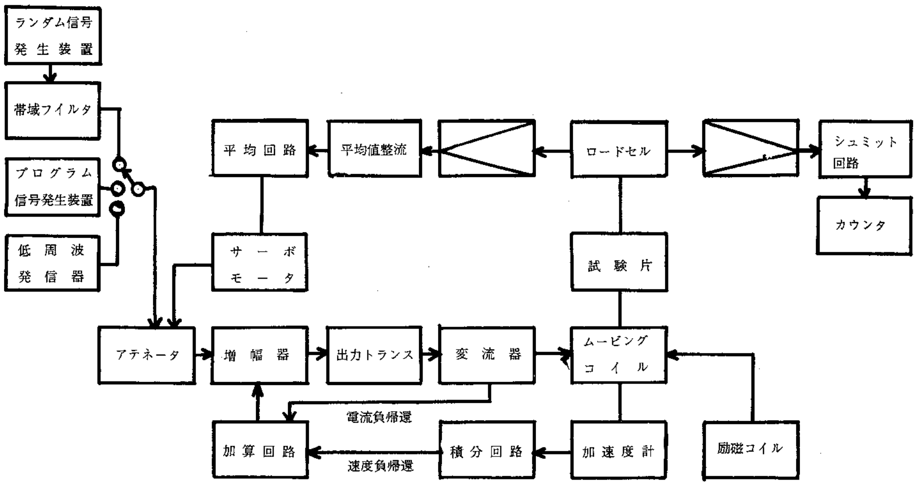
また，ランダム信号源としては，ガウス性白色雑音発生器の出力を適当なバンドパスフィルタに通すことにより得られた信号を用い，プログラム信号は後述の方法により，経過ひんど分布がほぼガラス分布にしたがう信号を発生させ用いた．試験片に加わる引張圧縮荷重はロードセルにより検出し，レベルひん度計により，その経過ひん度分布をオンラインにカウントした．

以下，本章では使用した疲れ試験装置，信号発生装置，測定装置について述べる．

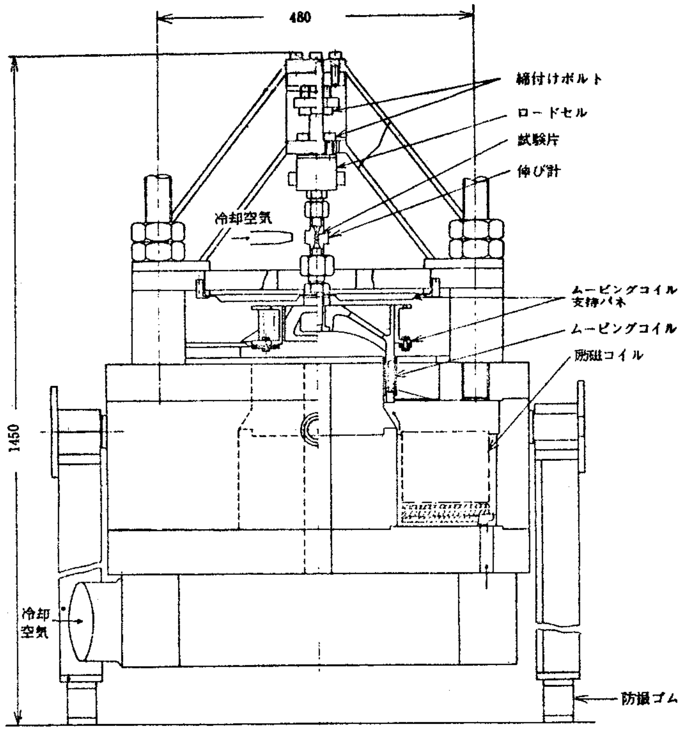
２・２　動電型引張圧縮疲れ試験装置

試験装置全体のブロック図を（図２・１）に示す．

試験機本体は（図２・２）に示すごとく，信号源からの信号を５KVAの容量をもつ主増幅器により電力増幅した電流を一定磁場内に設けられたムービングコ



（図２・１） 試験装置ブロック線図

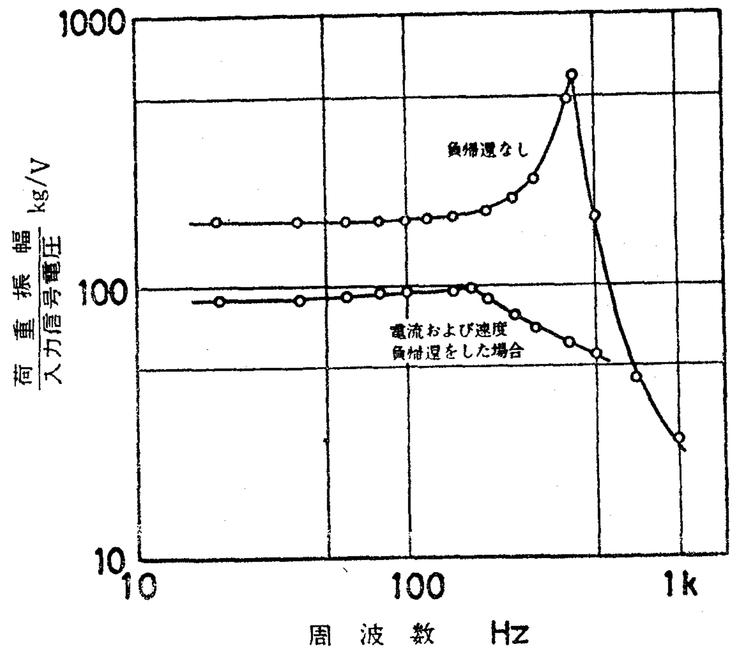


（図２－２） 動電型引張圧縮疲れ試験装置

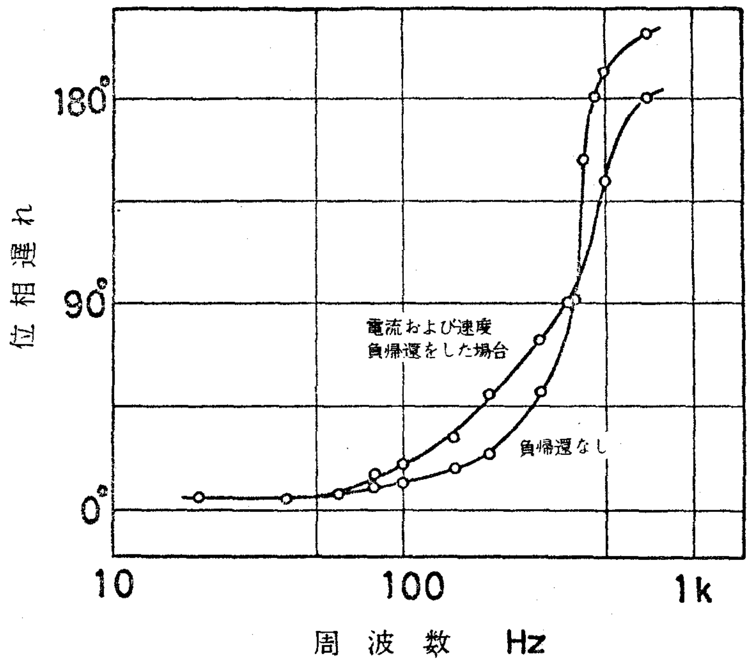
イルに流し，これにより生じた動電力を荷重として試験片に作用させるものである．なお，一定磁場は励場コイルにおよそ６０Ａの直流電流を流すことにより得られ，磁束密度はおよそ１１０００ガウスである．この試験機本体は近似的に一自由度振動系を形成しているが，ブロック図で示した系全体の周波数特性が，できるだけ広い周波数範囲において平坦となるよう，速度および電流負帰還を施している．すなわち，ムービングコイルにとりつけた加速度計の出力を電気的に積分することにより得られる速度波形と，変流器によりとり出した，ムービングコイルへの電流波形とを電気的に加算し，これを主増幅器に負帰還させるもので，このようにすることにより（図２－３）に示すごとく，試験装置の系の周波数特性はおよそ２００Hzまで平坦となり，この範囲の周波数成分をもつ不規則荷重による疲れ試験が可能であることがわかる．

疲れ試験においては，応力レベルの誤差は疲れ寿命に一桁程度増幅されて影響するので，数十時間の長時間にわたって実験中の荷重レベルを充分精度よく保つことが要求される．

そこで，上記負帰還による荷重レベルの制御効果をおぎなって，より精度を上げるため，本実験においては応力の絶対値の時間平均値を一定に制御する方式をとっている．すなわち，ブロック線図にも示したごとく，ロードセルにて検出された荷重信号を交流増幅器にて，増幅したのち，両波平均値整流を行い，帯域幅に応じた時定数により積分した平均値と基準設定電圧とを比較し，その差電圧によりアテネータと連動するサーボモータを駆動させて入力信号を制御することにより，室温，外部電源電圧の長時間変動などの影響をも含めて荷重レベルを一定に保った．



(a) 出力荷重の周波数特性



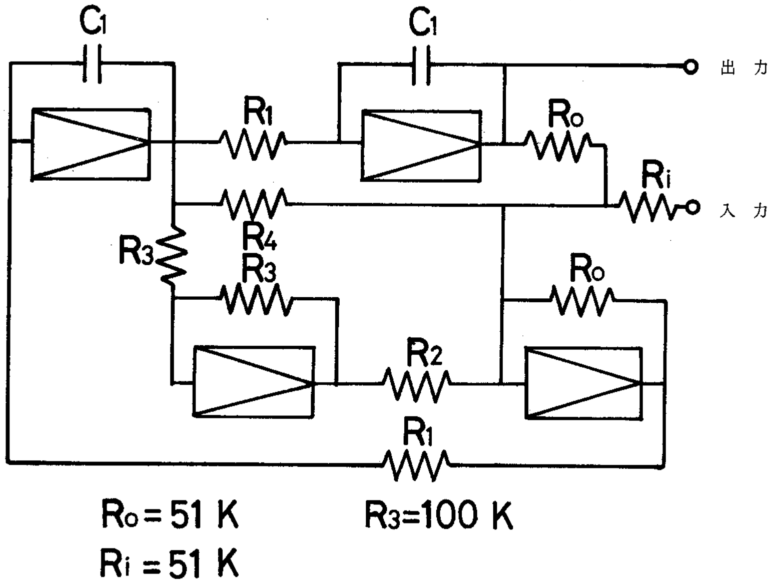
(b) 位相特性

（図２－３　a，b）　周波数特性

2・3　ランダム及びプログラム信号発生装置

2・3・1　ランダム信号発生装置

本研究においては，諸論でも述べたようにランダム荷重として，もっとも基本的なガウス性雑音を用いた．信号源として使用したガウス性白色雑音発生器は５Hz～５KHzで平坦な白色雑音を発生し，さらにしゃ断周波数を段階的に変えられる１６db/octの低域及び高域ろ波器を備えている．実験にあたっては，低域は２００Hz，高域は２０Hzでしゃ断した信号を使用した．この雑音発生器により発生された白色雑音を所定のパワスペクトルを持った不規則信号にするため，一自由度の線形振動系を電気的に模擬したバンドパスフィルタを用いた．一自由度線形振動系をアナログするには，二階の線形微分方程式を解く事に対応するのであるから，二つの積分回路を（図２－４）のごとく結合す



（図２・４）　バンドパスフィルタ

ればよい，このようにすれば，R_1，C_1，により共振周波数f_n

$$f_n = 1/2\pi R_1 C_1 \qquad \cdots\cdots\cdots (2\cdot1)$$

R_0，R_2，R_4，により共振尖鋭度Qを

$$Q = R_2 R_4 / R_0 (R_2 - R_4) \qquad \cdots\cdots\cdots (2\cdot2)$$

のごとく決めることができる．f_nは20，40，80，HZの3段階に，Qは50，10，3，1（Lowpass）の4段階に変えられるものを用いた．（表2－1）に各，f_n，

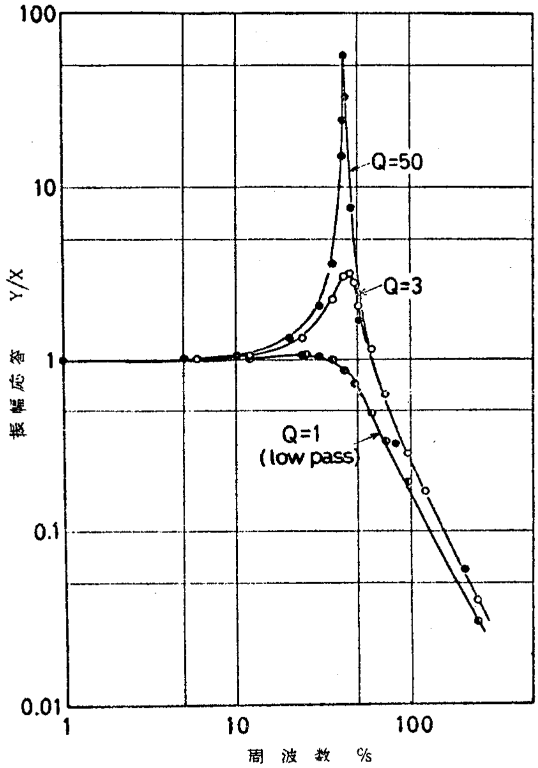
f_n Hz	R_1	C_1
20	100K	0.08 μ
40	100K	0.04 μ
80	100K	0.02 μ
Q	R_2	R_4
50	561K	610K
10	480K	4M
3	130K	4M
1	35K	開　放

（表－2－1）　バンドパスフィルタ定数表

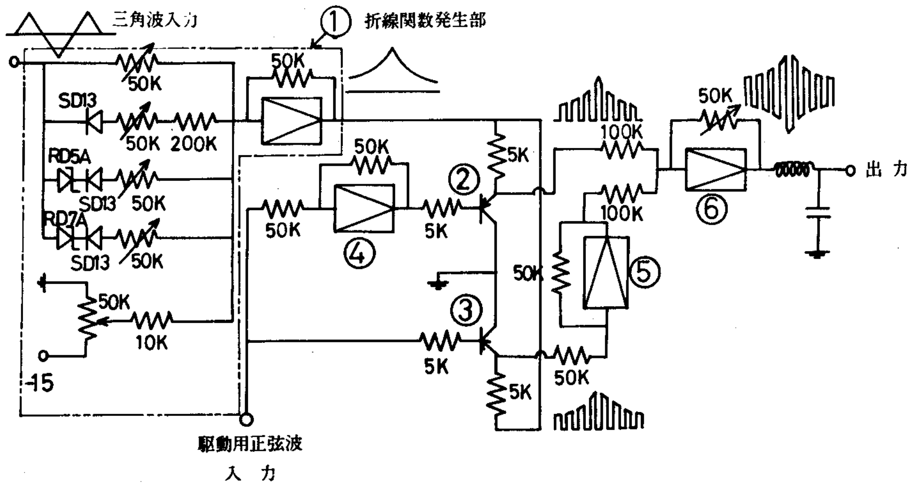
Qに対して用いた抵抗およびコンデンサの数値を記す．また（図2－5）にf_n＝40　Hzの時，Q＝50，3，1の場合のフィルタのしゃ断周波数特性を示す．

2・3・2　プログラム信号発生装置

本研究においては，プログラム波形を以下に述べる方法により発生した．すなわち（図2・6）に示すごとく，ダイオードおよび定電圧ダイオードと加算回路を組み合わせた折線関数発生部（図中①で示す）に低周波発振器からの三角波を入力することにより，プログラム波形の包絡線に相当する関数波を発生する．加算回路中のポテンショメータを調節することにより，包絡線の形を決定できるが，本実験においては折線関数発生器の折れ曲がり点を4点に選び，（図2・7）に示すごとく3σ_{rms}（σ_{rms}：二乗平均値）までほぼガウス分

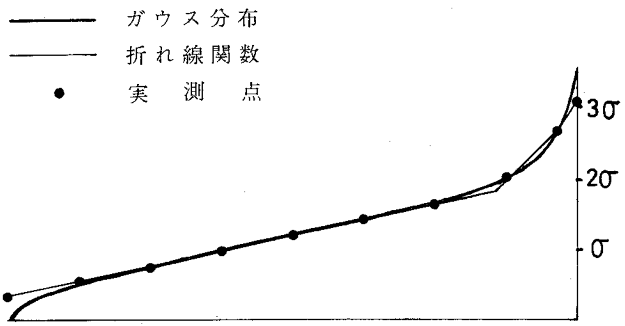


（図２－５）　フィルタ周波数特性



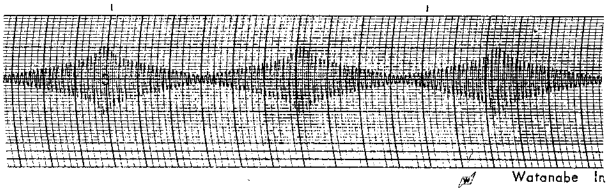
（図２・６）　プログラム信号発生装置

布に一致するようにした．次にこの関数波をトランジスタチョッパ②及び③のエミッタ側に入れ，ベースにチョッパ駆動用の正弦波を発振器にて入力する．ただし②及び③のチョッパへの駆動信号は④の位相反転回路により逆位相となるようにしている．チョッパ③の出力波形を符号変換回路⑤に入力することにより，プログラム波形の正，負の信号を別個に得ることが出来，これを加算回路⑥によりたし合わせて方形波を包絡線の関数波で振幅変調した波形を得る，



（図２・７）　ガウス分布の折れ線近似

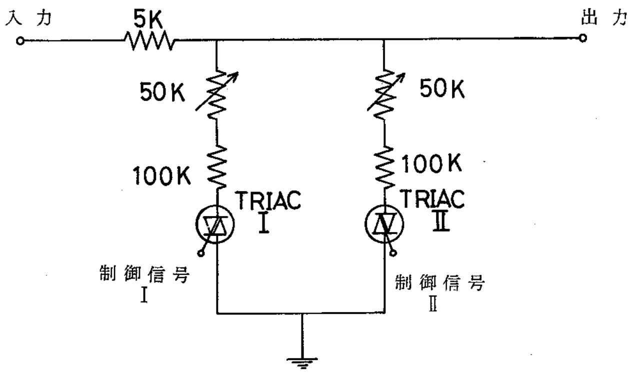
更にこの波形を容量とコイルによるろ波器により，チョッパ駆動入力の基本周波数成分のものだけをとり出すと，（図２・８）に示すようなプログラム波形を得ることが出来る．以上のようにして，３σ_{rms}までほぼガウス分布にしたガラスプログラム波形は作ることができるが，第３章にも述べるようにランダム荷重をプログラム荷重におきかえて試験して，ランダム荷重の場合の寿命を



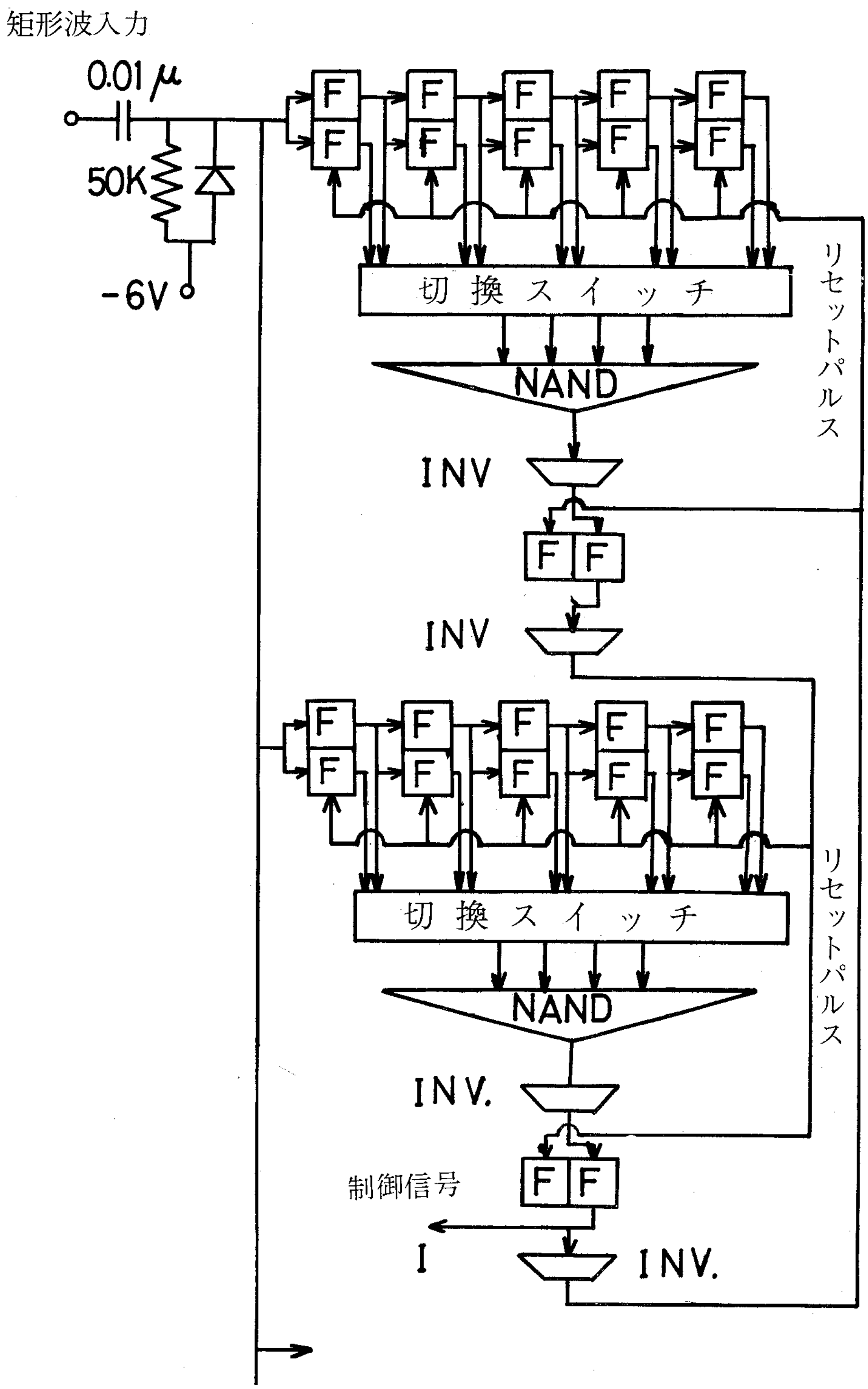
（図２－８）　プログラム信号波形（ａ形）

推定するに際しては，ランダム荷重のもつ非常にひん度の小さい高いピーク荷重のおよぼす効果を無視することができず，プログラム荷重を作る場合はできるだけ高いレベルまで分布を合わせることが必要となる．そこで，$3\sigma_{rms}$ まで分布を合わせたプログラム波形の振幅を適当なひん度で周期的に増大させることにより，$4.2\sigma_{rms}$ まで近似させる方法を採用した．

すなわち，ガウス分布においては，$3.5\sigma_{rms}$ のレベルのひん度は $3\sigma_{rms}$ におけるひん度のおよそ $1/5$，また，$4.2\sigma_{rms}$ のレベルのひん度は $3\sigma_{rms}$ のおよそ $1/70$ である．そこで，$3\sigma_{rms}$ まで分布を合わせたプログラム波形のレベルを適当な回数で $3.5/3$ 倍，あるいは $4.2/3$ だけ高めることにより，$4.2\sigma_{rms}$ まで近似的にガウス分布に合わせることとした．このため，（図2・9）に示した回路において，入力端子を抵抗およびSCRを介してアースと接続しておき，SCRをオン．オフする事により，出力端子の信号電圧を変化させることにした．すなわち，SCRへのゲート信号端子Ⅰ，Ⅱに負の電圧を印加してSCRを導通させておき，周期的にⅠ，Ⅱに零電位を与えてSCRをしゃ断する．ⅠあるいはⅡのいずれかのSCRがしゃ断された場合は，両方が

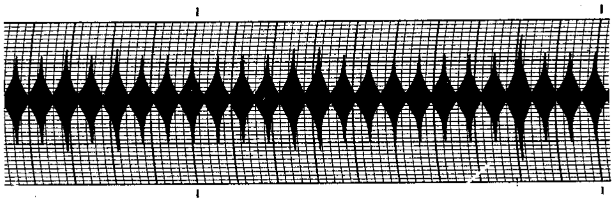


（図2・9） プログラム信号レベル切換装置



（図2・10）　荷重レベル切換ひん度カウンタ 構成図

導通の場合より3.5/3倍だけ出力電圧が増大し，Ⅰ，Ⅱの両方がしゃ断された場合は4.2/3倍だけ出力電圧が増大するように，抵抗R_0～R_2の値を決定しておき，出力信号の最大レベルを3σ_{rms}，3.5σ_{rms}，4.2σ_{rms}の3段階に切り換えられるようにした．ゲートへの信号は，包絡線を作るための三角波と同位相の矩形波を発振し，この矩形波を（図2・10）に示すカウンター回路によりカウントし，ゲートⅠには8回に1回，ゲートⅡには9回に1回矩形波の1周期分だけゲートに零電位を与えるようにした．こうすれば，両SCRは72回に1回だけ同時にしゃ断されることになり，プログラム信号は，3σ_{rms}3.5σ_{rms}4.2σ_{rms}の3点でガウス分布にほぼ合致させることが出来る．このときのプログラム波形の包絡線の様相を（図2・11）に示す．



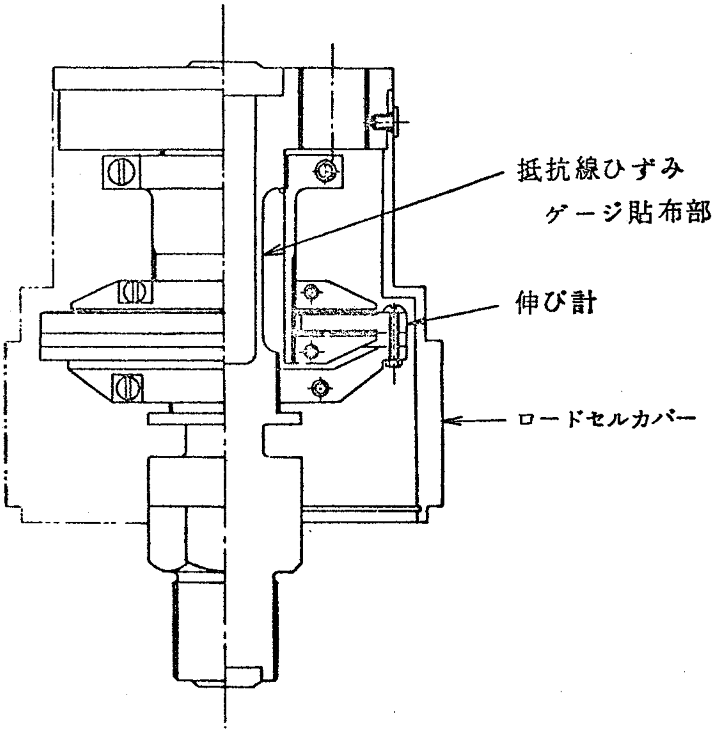
（図2・11）　プログラム信号波形（C形）

（図2・10）のカウンタ回路はフリップフロップ，NAND回路，およびINVERTERより構成されており，各フリップフロップ素子の出力端とNAND回路の入力端とをスイッチを介して接続し，これらのスイッチ群を適当にon，offさせることにより，（図2・9）のSCRへのゲート信号のパルス幅を決定することが出来る．実際には，これらの端子をロータリスイッチにて接続して用いた．

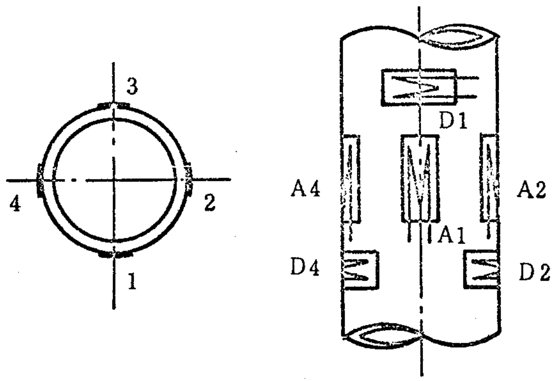
2・4　測定装置

疲れ試験中に試験片に加わる引張圧縮荷重は，（図2－12）に示すようなロードセルを用いて検出した．これは（図2・13）に示すように，簿肉の中空円筒部に，軸方向に90°おきに4枚，これと直角方向に4枚，計8枚の抵抗線ひずみゲージを貼り，（図2・14）に示すようなブリッヂを構成するように結線したものである，ブリッジの二端子に直流電圧を印加し，他の二端から，荷重に比例した出力を取り出すものである．

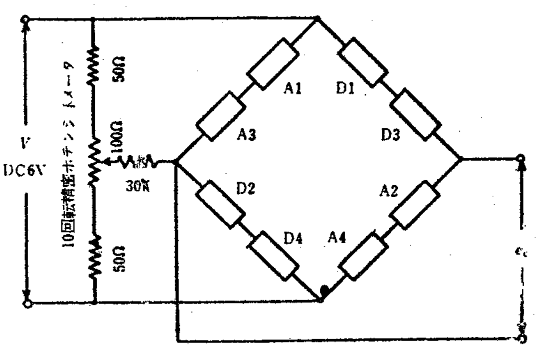
また，ランダム荷重は（図2・15）のブロック線図に示すように，ロードセルからの出力



（図2・12）　ロードセル

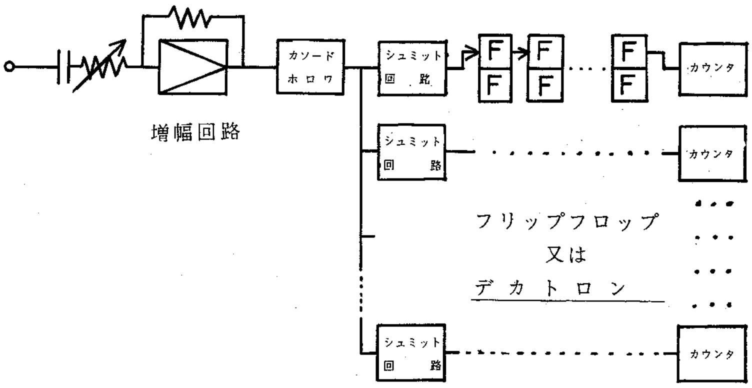


（図2・13）　抵抗線ひずみゲージ貼付位置



（図２・１４） 抵抗線ひずみゲージ結線図

信号を増幅したのち，シュミット回路とフリップフロップ，あるいはデカトロン放電管，および電磁カウンタよりなるレベルひん度計を用いて，全寿命間の経過ひん度をカウントした。カウントレベルは，シュミット回路のトリガレベルをかえて１０レベルとし，レベル間隔は等間隔とした。なお，ブロック図中の増幅器の増幅率を試験するランダム荷重のレベルに応じて変化させ，０～$5\sigma_{rms}$の範囲の荷重をカウントできるようにした。



（図２・１５） 経過ひん度カウンタブロック図

参 考 文 献

1） 菊川，大路，城野，材料，１７－１７３（昭４３），１３５

2）米山正雄，パルス回路，朝倉書店（昭和４５－４）

第3章　ランダムおよびプログラム試験結果と損傷評価法

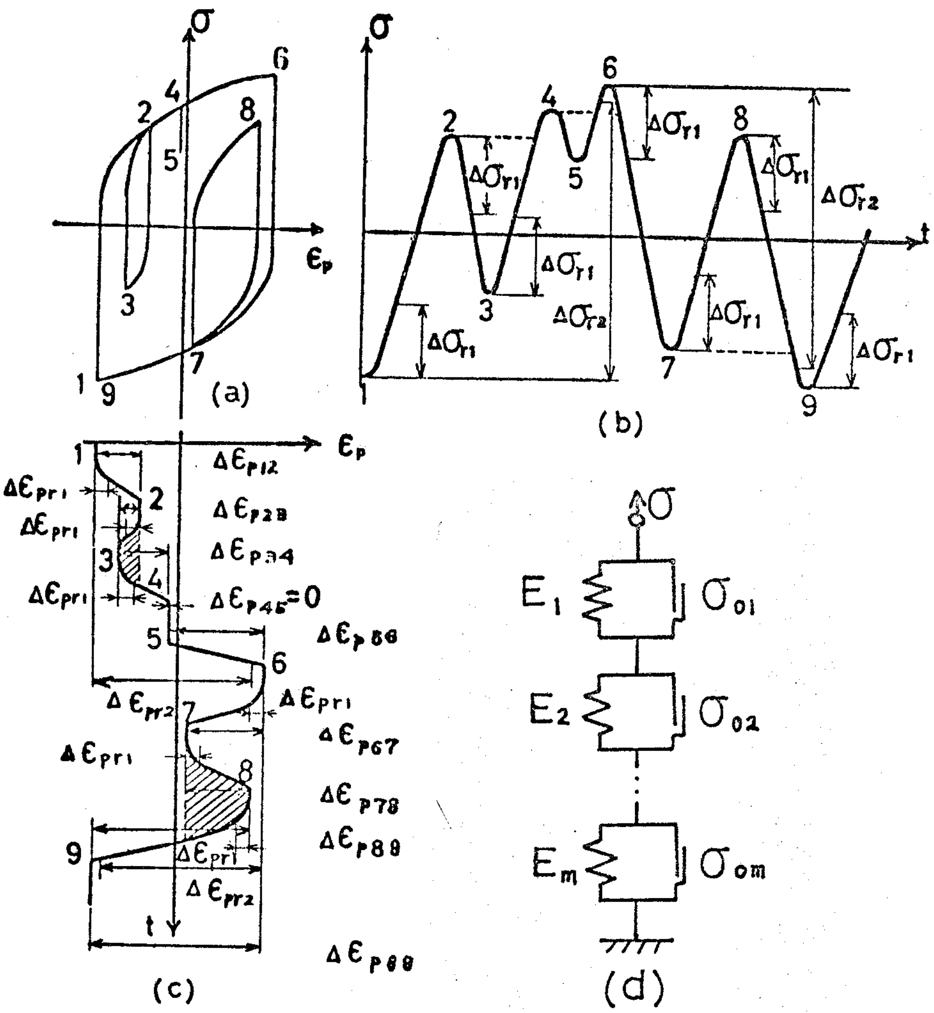
3・1　緒言

諸論でも述べたように，一定振幅荷重，あるいは，狭帯域のランダム荷重，振幅のみを変動させるプログラム荷重などでは，疲れに関係する荷重波形の主要因子は振幅の分布だけであり，このような荷重波形に対しては，累積損傷則のみが問題となるが，広帯域のランダム荷重波形に対しては，このほかに，不規則な荷重波形のもつ種々の情報のうち，どのような因子を疲れ損傷を支配するものとすればよいかのカウント法の問題を解決しなければならない．この問題に関して，筆者は先に菊川，大路，城野らと共に，帯域幅を変えたガウス性ランダム荷重による小形平滑試験片の引張圧縮疲れ試験，これに近い経過ひん度分布をもつ振幅変動プログラム荷重試験，ならびに一定振幅荷重試験を熱間圧延のままの二種の炭素鋼S20C，S40Cについて行ない，以下に示すように，この種の炭素鋼については，疲れ損傷を支配するものは試験片に発生する微小繰返し塑性ひずみであり，ランダム荷重に対しては，カウント法として，塑性ひずみ，あるいは応力に対するレンジペアをとればよい事を明らかにした．すなわち，試験中の微小繰返し塑性ひずみを測定し，応力と疲れ寿命の関係を塑性ひずみと寿命，応力と塑性ひずみの関係に分けて考察し，以下の結論を得ている．(1)

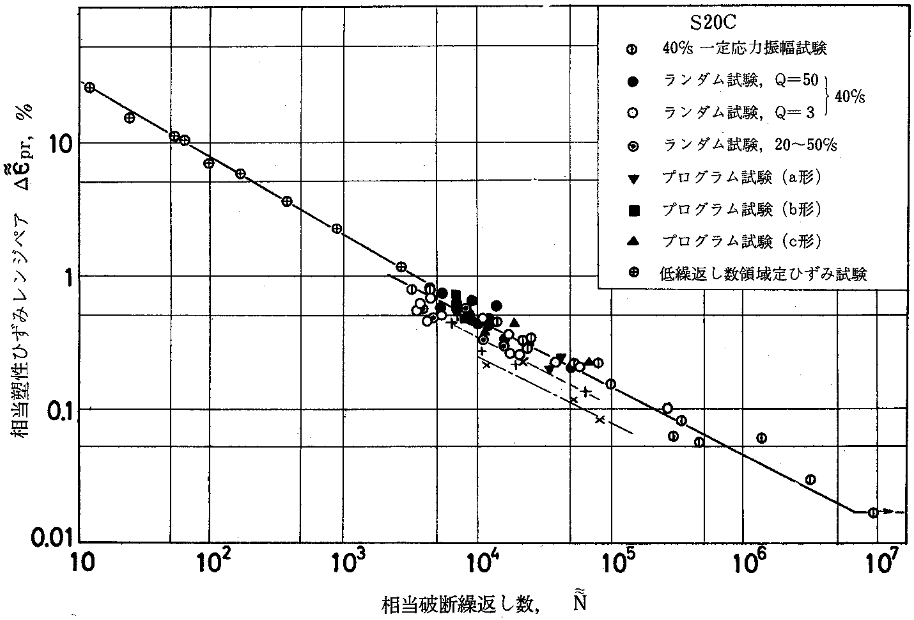
1）S20Cについては，疲れ損傷を支配するおもな因子は，（図3・1）の応力・塑性ひずみ履歴曲線において，各閉ループの幅に対応する塑性ひずみレンジペア $\Delta\varepsilon_{pr}$ のほぼ二乗に比例した疲れ損傷が線形に累積するとの仮定が，一定振幅荷重，プログラム荷重，ランダム荷重のすべての場合に対して成り立つ．すなわち，Dを疲れ損傷値とすると，

$$D=\Sigma\,(\,\Delta\varepsilon_{pr}/\varepsilon_0\,)^a=1\quad(a=1.9,\ \varepsilon_0=0.59)\qquad(3\cdot1)$$

が低繰返し数領域におけると同様になり立ち[2]，次式で定義されるような相当塑性ひずみレンジペア，すなわち，損傷の重みをつけた全寿命間の塑性ひずみレンジペアの平均値　$\Delta\tilde{\tilde{\varepsilon}}_{pr}$と，これに対応する相当破断繰返し数$\tilde{\tilde{N}}$を用いれば



（図３・１）　応力～塑性ひずみ履歴特性とレンジペア
カウント法



（図３・２）　相当塑性ひずみレンジペアで整理した試験結果（S２０C）

（図３・２）に示すように，すべての実験結果が一直線上にのる．

$$\tilde{\tilde{\Delta\varepsilon}}_{pr} = \frac{\int_0^\infty \Delta\varepsilon_{pr}\left(-\frac{dF}{d\Delta\varepsilon_{pr}}\right)\left(\frac{\Delta\varepsilon_{pr}}{\varepsilon_0}\right)^a d\Delta\varepsilon_{pr}}{\int_0^\infty\left(-\frac{dF}{d\Delta\varepsilon_{pr}}\right)\left(\frac{\Delta\varepsilon_{pr}}{\varepsilon_0}\right)^a d\Delta\varepsilon_{pr}} \quad (３・２・a)$$

$$\tilde{\tilde{N}} = \frac{\int_0^\infty\left(-\frac{dF}{d\Delta\varepsilon_{pr}}\right)\left(\frac{\Delta\varepsilon_{pr}}{\varepsilon_0}\right)^a d\Delta\varepsilon_{pr}}{\left(\frac{\tilde{\tilde{\Delta\varepsilon}}_{pr}}{\varepsilon_0}\right)^a} \quad (３・２・b)$$

ただし，Fは塑性ひずみレンジペア$\Delta\varepsilon_{pr}$の累積ひん度分布

さらに，各閉ループの形が，その位置に関係せず，ループの大きさのみによって定まると仮定すると，塑性ひずみレンジペア$\Delta\varepsilon_{pr}$は応力波形の如何にかかわらず，応力レンジペア（各閉ループの高さに相当）$\Delta\sigma_r$と一対一に対応し，$\Delta\sigma_r$のみの関数となる．この仮定は（図3・1・d）のばねースライダモデルで成立することが証明でき[1]，また実際の材料でもほぼ成り立つ．したがって，広帯域ランダム荷重に対しその荷重波形のレンジペアをカウントし，このレンジペアひん度分布の等しい狭帯域ランダム荷重もしくはプログラム荷重で置きかえてよいということになる．

2）$\Delta\varepsilon_{pr}$と$\Delta\sigma_r$の関数関係は，実際の材料では軟化，硬化のために，時々刻々に変化してゆくが，その変化がゆるやかで，かつ荷重が定常であれば，両者の全寿命間にわたる平均的関係を考えてもさしつかえない．すなわち，応力レンジペアと塑性ひずみレンジペアの全寿命間の累積ひん度分布を考え，ひん度の等しい点の値を対応させれば，疲れ損傷に関して等価な応力レンジペアと塑性ひずみレンジペアとの平均的関係が得られる．S20Cについては，ガウス性ランダム荷重の場合，及び，これに十分高いレベルまで分布を近似させたプログラム荷重の場合を含め，

$$\Delta\varepsilon_{pr} = \Delta\bar{\varepsilon}_0 \left(\Delta\sigma_r / \Delta\bar{\sigma}_0 \right)^{\bar{m}} \tag{3・3}$$

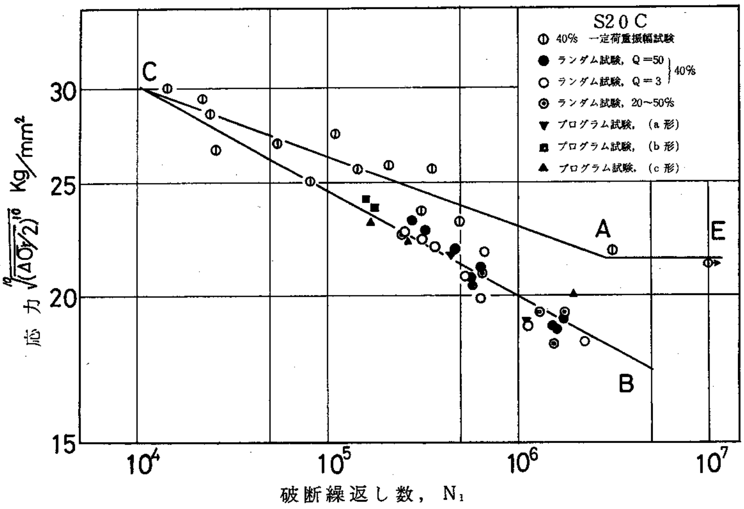
と表わせる．

しかし一定振幅荷重のときの塑性ひずみ幅のa乗平均値$\Delta\bar{\varepsilon}_p/2$と応力振幅$\sigma$の関係は

$$\Delta\bar{\varepsilon}_p = \overline{\Delta\varepsilon_0} \left(2\sigma / \Delta\bar{\sigma}_0 \right)^{\bar{m}_0} \tag{3・4}$$

となるが$\bar{m}_0 = 9$となり，ランダムおよびプログラム荷重の場合と傾斜が異なる．（3・1），（3・3）の両式より，定常ランダム荷重の場合，全寿命間の平均を考えれば，疲れ損傷は応力レンジペアの$\bar{m}a$（≒11，S20C）乗に比

例して線形に累積することになり，応力レンジペアの半分の $\overline{m}$a 乗平均値 $\Delta\overline{\sigma}_r/2$ と，破断までの応力レンジペアの総数 N_1 を両対数線図上にとれば（図3・3）のC－B線に示すように傾斜 $1/\overline{m}$a の応力～寿命曲線が得られる．一方，一定



（図3・3）　応力レンジペアの $\overline{m}$a 乗平均値で整理した試験結果（S20C）

荷重振幅試験のS－N曲線を同図上に描くとCAEで示すごとく，C－B曲線とC点（$\sigma_c = \Delta\overline{\sigma}_0/2 = 30$ kg/mm²）で交わり傾斜はC－B曲線よりゆるやかになっている．両曲線の傾斜の相違は，ランダム荷重の場合と一定振幅荷重の場合の応力～塑性ひずみ関係の相違と対応しており，CB曲線の傾斜がCA曲線の $1/\beta$ 倍であるとすれば

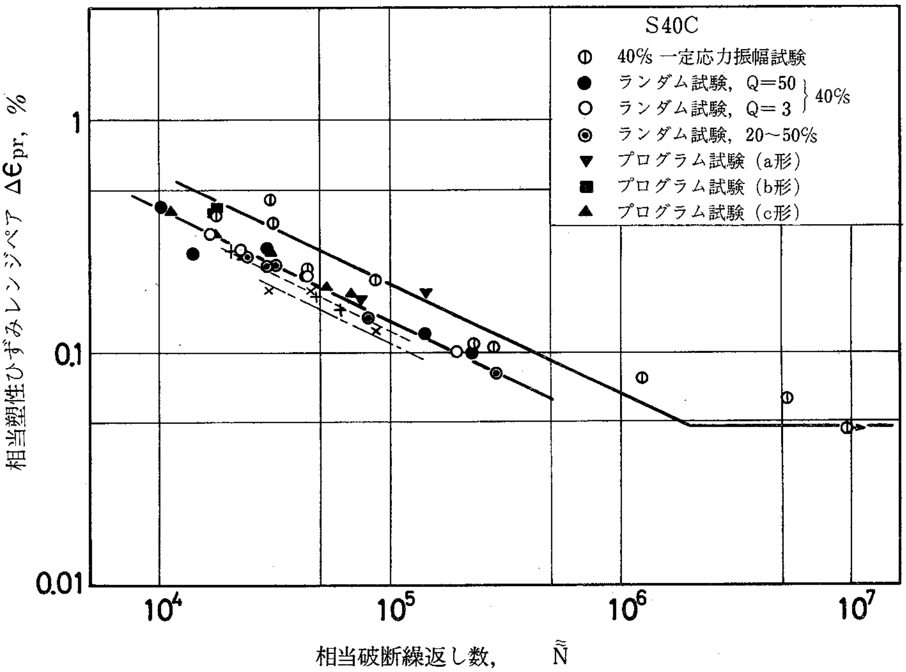
$$1/\beta = m_0/\overline{m} \qquad (3\cdot5)$$

（$\beta = 0.64$，S20C）となる．これは，ランダムあるいはプログラム荷重に含まれている高いレベルの応力により転位が増殖することによる軟化のため，低い応力レベルでの塑性ひずみが増すこと，ならびに，この種の炭素鋼では高繰返し数領域では軟化[1)]を，低繰返し数領域では硬化[2)]を起こし，種々のレベ

ルの応力が含まれているランダム荷重下では，両効果が打ち消し合うレベルがあることなどによるものと思われる．このように，ランダム荷重と一定振幅荷重とのS－N曲線の傾斜の相違は，夫々の荷重条件下での応力～塑性ひずみ関係の相違に帰結できるわけであるが，これは，荷重振幅を変動させたプログラム試験について従来報告されていたCorten-Dolanの仮説[3]あるいは，Freudenthalの応力干渉効果[4]に物理的な説明を附与したことになる．

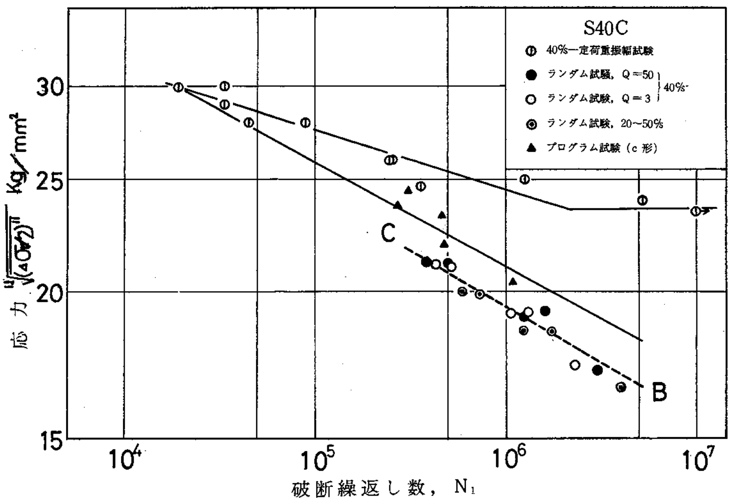
3）S40C材に対しても$\bar{m}=4.7$，$a=2.2$，$\bar{m}_0=9$，$\Delta\sigma_0=60$ kg/mm²となり，定数がS20Cの場合と若干異なることと，以下に述べる点をのぞけば　ほぼ同様の結論が得られた．

（図3・4）に示すごとくS40C材では，$\Delta\tilde{\tilde{\varepsilon}}_{pr}\sim\tilde{\tilde{N}}$線図において，ガウ



（図3・4）　相当塑性ひずみレンジペアで整理した試験結果
（S40C）

ス性ランダム荷重試験の結果がＳ２０Ｃの場合と若干異なり一定振幅試験の結果より短寿命側にずれている．この原因を応力因子の面から検討してみる．まず，このランダム荷重試験では，最大応力は経過ひん度分布の二乗平均値の４～５倍のレベルまでのものが現われる．一方，プログラム荷重試験において，最大応力のレベルを３ σ_{rms}，3.5 σ_{rms} および４ σ_{rms} とした場合のプログラム荷重をそれぞれ，ａ，ｂ，およびｃ型とすると，プログラム荷重下の結果は，ａ，ｂ，ｃの順に，一定振幅荷重の側から次第にランダム荷重の結果の方へ近づいている．また，（図３・５）に示すように，結果を応力レンジペアの１１乗平均値により整理すると，ランダム荷重の場合の応力－寿命曲線ＣＢ



（図３・５） 応力レンジペアの $\overline{m}a$ 乗平均値で整理した試験結果（Ｓ４０Ｃ）

は左にずれ，一定振幅荷重による結果との交点は $\Delta\sigma_0/2 = 30$ kg/mm² より上にずれるが，傾斜は $1/\overline{m}a$ となっている．これはＳ４０Ｃでは材料が少し硬いため，小ひん度の高いレベルの引張応力が，繰返し塑性ひずみ以外に第２の因子として損傷過程に関与しているためと思われる．

以上，1)〜3)の結論によれば．微小塑性ひずみが巨視的に現われる焼鈍，あるいは焼準した炭素鋼においては，第一近似としてこの微小塑性ひずみのレンジペアに関する損傷則がなり立つ．更に，応力〜塑性ひずみの関係から応力レンジペアに関する損傷則が導かれる．ところが，ランダム荷重と一定振幅荷重による応力〜塑性ひずみ関係は相違するので，ランダム荷重と一定振幅荷重による応力〜寿命曲線には結果としてCorten-Dolan，あるいはFreudenthalの仮説と同様くいちがいが生ずる．しかし，このくいちがいには，上述からわかるように繰返し塑性ひずみによる軟化硬化，小ひん度の高いレベルの応力による応力因子の疲れ寿命への直接の関与などに起因するもので，材料，応力のひん度分布などの影響を受けるものと思われ，両曲線の交点Cについても，Corten-Dolan，Freudenthalのごとく，常に最高の応力レベルの点と単純にきめられるものではなく，一般には実験により求めるべきものと思われる．

このような応力の繰返しにともなう巨視的な塑性ひずみを媒介とした損傷則に対し，焼入れ焼戻ししたSNCM8合金鋼，7075−T6，ZK41−T6などの高力アルミニウム合金では，高繰返し数領域において，上記の炭素鋼においては認められた繰返し塑性ひずみが巨視的には認められないことが報告されており[5]，したがってこれらの材料においては，巨視的な塑性ひずみに関する累積損傷則は形式的には成立しないことになる．しかしながら，標点間に巨視的な塑性ひずみが現われずに破断にいたるということは，必ずしも塑性的なすべりを伴なわずに疲れ破壊を起すということを意味するものではなく，次のように解決することができる．すなわち，材料が繰返し塑性変形により軟化のみでなく，何らかの硬化する機構をもつ場合には，塑性ひずみが弾性ひずみにくらべて小さくなる応力レベルの低い高くり返し数領域においても，局部的な塑性変形はその周囲の弾性変形部に次第に伝播して，平均化，安定化して行く

ため測定可能な大きさの塑性ひずみが観察されるが，軟化のみが起こる場合には，最初にすべりを生じた部分は軟化し，ますますその部分にのみ塑性変形が集中し，塑性変形部分の全体に対する割合が非常に少なくなる．このため，標点間にて巨視的に測定した平均の塑性ひずみは測定限界よりも小さくなっているものと考えられる．

このような局部に集中した塑性ひずみの分布は明らかではないが，塑性ひずみが弾性ひずみにくらべて小さくなるにつれて応力分布はある一定の分布，すなわち巨視的には一様に，微視的には結晶粒の弾性の異方性にもとずく統計的には定まった分布に近づくと考えられる．したがって，この局部的に集中した塑性ひずみレンジペアと，外荷重のレンジペアとを対応させて考えることができるものと思われる．そこで，この種の材料では，局部的な塑性ひずみのレンジペアが損傷を支配するものと仮定すれば，ランダム荷重下において，荷重のレンジペアを疲れ寿命を支配する主要な因子として，さきの低中炭素鋼におけるとほぼ平行して考えられるものと思われる．

このような考えのもとに，本章においては，ZK41−T6，および，7075−T6 のアルミニウム合金，およびSNCM8合金鋼についてランダムおよびプログラム荷重疲れ試験，ならびに一定荷重試験を行い，はたして，荷重または応力レンジペアについての損傷則が成立するかどうか，および一定振幅荷重とランダム荷重との応力～寿命曲線の相違などについて検討する．さらに，先の炭素鋼における結果をも含め，これを基準としてランダム荷重がもつパワスペクトル密度が疲れ寿命におよぼす影響を推定する際の損傷評価法を考察する．

3・2　試験方法

3・2・1　試験材料及び試験片

本実験に用いた材料は，焼入れ焼戻しした SNCM 8 合金鋼，７０７５－Ｔ６及びＺＫ４１のアルミニウム合金である．

ＳＮＣＭ８は８５０℃で一時間加熱後焼入れし，６５０℃で２時間加熱し焼戻したものである．また，７０７５－Ｔ６は１８ϕの押し出し丸棒を４７０℃より水冷した後，１２０℃で２４時間時効処理している．ＺＫ４１－Ｔ６は，４５０℃で一時間加熱後焼入れし，３日間常温時効した後，さらに１２０℃で２５時間の時効処理を行なっている．

各材料の化学成分および機械的性質を（表３・１），（表３・２）に示す．

材料	C	Mn	Si	P	S	Cu	Ni	Cr	Mo
SNCM8	0.36	0.67	0.26	0.017	0.014	0.18	1.77	0.71	0.22

材料	Zn	Mg	Cu	Cr	Mn	Si	Fe	Ti	Zr
7075-T6	5.58	2.45	1.71	0.25	0.03	0.13	0.21	0.01	
ZK41-T6	3.91	1.91	0.02	0.01	0.30	0.05	0.15	0.02	0.18

（表３・１）　材料の化学成分

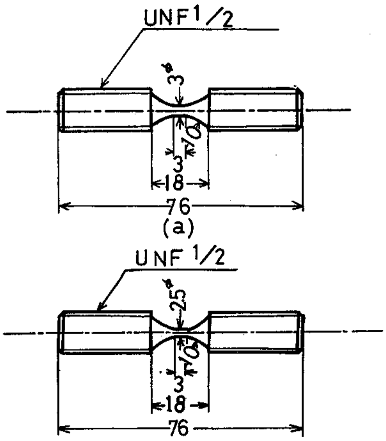
材料	降伏点 kg/mm²	引張強さ kg/mm²	伸び %	絞り ψ %	破断延性** ε_f %
SNCM8	94.1	97.4	15.6	64.7	105.1
7075-T6	61.6 *	67.0	11.4	13.6	14.5
ZK41-T6	50.1 *	53.2	11.0	24.6	28.3

* 0.2% 耐力　　** $\varepsilon_f = \ln\left(\frac{1}{1-\psi}\right)$

（表３・２）　材料の機械的性質

試験片の採取に当っては，できるだけ均質になるように，同一のビレットから圧延された素材から連続して採取した．７０７５－Ｔ６，およびＺＫ４１－Ｔ６に対しては，試験片形状は（図３・６・ａ）に示すごとくし，ＳＮＣＭ８に

に対しては（図3・6・b）の形状とした．試験片はいずれも，機械加工後04番エメリ紙を用いて，切削傷が見えなくなるまで軸方向にみがいて使用した．



（図3・6）　試験片の形状寸法

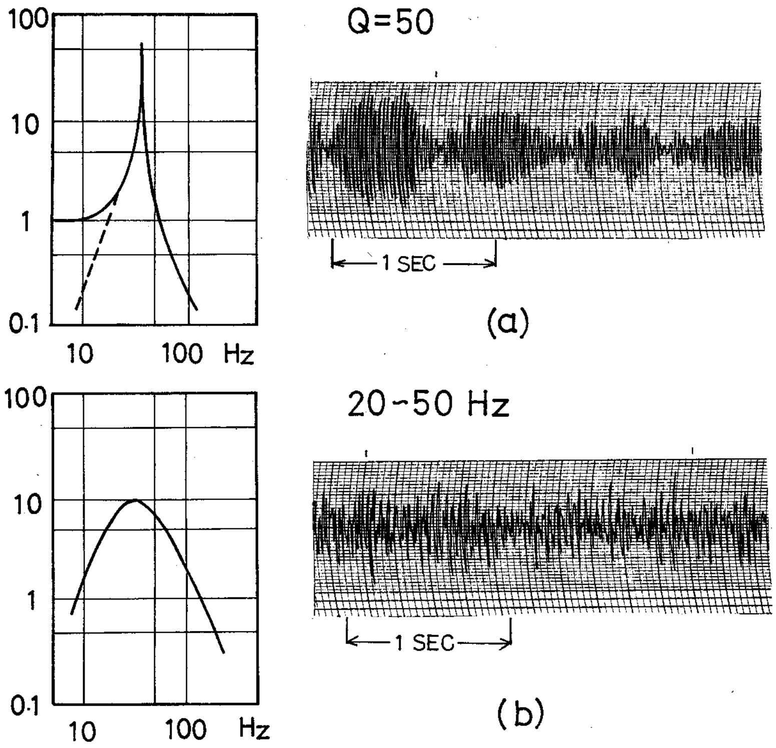
3・2・2　試験荷重

疲れ試験に用いた荷重の種類は，一定振幅荷重，広帯域と狭帯域の二種のガウス性ランダム荷重，およびプログラム荷重である．

本実験は，ランダム荷重の不規則度と寿命の関係を評価するための基礎データを与えるべきものであるから，ランダム荷重としては最も基本的なガウス性のものを用い，パワスペクトルは次に述べる二種類のものを選んだ．

すなわち，不規則度の大きいものとしては，（図3・7・b）に示すごとく，低域を20 Hzで，高域を50 Hzでしゃ断した形のパワスペクトルを有するものを用いた．図の右側にこのときの荷重波形を示す．また，不規則度の小さいものとして，（図3・7・a）に示すごとく，共振尖鋭度Q＝50の一自由度振動系に対応する形のパワスペクトルを有するものを用いた．図の右側にこのときの荷重波形を示す．

さらに本実験では，不規則度の小さなランダム荷重に対応するものとして，振幅変調したプログラム荷重をも用いた．3・1節でも述べたごとく，S40C材などに対してプログラム試験を行なう際には，小ひん度の高い応力の有無により寿命が異なってくることもあるので，本実験においては，最大応力を経過



（図３・７） 試験荷重のパワスペクトルと波形

ひん度分布の二乗平均値（ σ_{rms} ）の３倍のレベルにとるもの（ａ型）と4.2倍までとるもの（ｃ型）の二種のプログラム試験を行なった．また，プログラム波形の振幅変調の周波数は，Ｑ＝５０の狭帯域ランダム波形に相当するように，応力のくりかえし周波数の $1/2Q = 1/100$ 倍とした．本実験では，応力の繰返し周波数は，４０Ｈｚとし，振幅変調の周波数は0.４Ｈｚとした．

３・３ 疲れ試験結果の応力レンジペアによる整理法

本実験の目的は，（３・１）節において述べたごとく，応力レンジペアに関する損傷則の妥当性を検討するものである．仮に，応力レンジペアの $\overline{ma}$ 乗に

比例する損傷が線形に累積するとの損傷則が成立するとすれば，応力レンジペアの$\overline{m}a$乗平均値と破断までの総レンジペア数を両対数線図上にとれば，実験結果はすべて傾斜が$1/\overline{m}a$の直線上にならぶはずである．そこで，実験結果はすべて，応力レンジペアの½の$\overline{m}a$乗平均値と，破断までの総レンジペア数により整理した．ただし，繰返し塑性ひずみを標点間において巨視的に測定できるＳ２０Ｃなどの炭素鋼においては，前述のごとく，$\overline{m}a$の値は物理的な意味をもっており，塑性ひずみレンジペアと寿命，応力レンジペアと塑性ひずみレンジペアの関係から定まる量である．しかし，本実験で扱う材料においては，前述したごとく，高くり返し数領域の一定応力振幅試験ではくり返し塑性ひずみは標点間にて巨視的には現われず，また，後述するように，高いレベルの応力を含む変動応力によっても繰返し塑性ひずみは全く現われないか，あるいは測定が困難なほど小さい．したがって，本実験においては，$\overline{m}$とａの個々の値はわからない，そこで$\overline{m}a$の値は以下のごとく形式的に定めることとした．

すなわち，応力レンジペアの$\overline{m}a$乗に比例して損傷が線形に累積するならば，応力レンジペアの$\overline{m}a$乗平均値と寿命の関係は，両対数線上で直線となり，その傾斜は$1/\overline{m}a$となる．このとき，このデータを応力の繰過ひん度分布の二乗平均値と寿命で整理すると，その関係は両対数線図上で直線となり，その傾斜はやはり$1/\overline{m}a$となる．もちろん，不規則度の異なるランダム試験結果は，二乗平均値と寿命で整理しても同一直線上にはこないが$\overline{m}a$の値は求まる．

そこで，ランダム疲れ試験結果をまず，応力の二乗平均値σ_{rms}と破断までのゼロクロッシング数Noにより両対数線上にプロットし，最小二乗法により回帰直線を求め，この傾斜の逆数をもって$\overline{m}a$の値とした．

さて，本実験においては実験中に計測している統計量は経過ひん度分布である．したがって応力レンジペアの½の$\overline{m}a$乗平均値

$\left(\overline{(\Delta\sigma_r/2)^{\overline{m}a}}\right)^{1/\overline{m}a}$ と破断までの総レンジペア数 N_1 により結果を整理するには，応力の経過ひん度分布の二乗平均値 σ_{rms} と，$\left(\overline{(\Delta\sigma_r/2)^{\overline{m}a}}\right)^{1/\overline{m}a}$ の間の比例定数，ならびに破断までのゼロクロシング数 N_0 と N_1 の関係を知らねばならない．

σ_{rms} と応力レンジペアの½の $\overline{m}a$ 乗平均値との間の比例定数は，後述の第４章の方法にて実験に用いたものと同じパワスペクトルをもつランダム波をディジタルシミュレーションにて作り，そのレンジペア分布を調べることにより求めた．このときの比例定数 κ_σ と $\overline{m}_a$ の関係を実験に用いたものを含む４種のスペクトル（Q＝５０，１０，１，２０～５０）の各場合について（表３・３）に示す．なお実験に用いた２０～５０の場合については，実波形を記録し，これをＡ－Ｄ変換することにより第４章で述べる方法によりレンジペア分布を解

$\overline{m}a$	Q=50	Q=10	Q=3	Q=1	20~50
12	2.447	2.441	2.370	2.272	2.318
11	2.336	2.339	2.285	2.186	2.231
10	2.283	2.255	2.198	2.098	2.141
9	2.195	2.167	2.105	2.003	2.004
8	2.104	2.076	2.008	1.902	1.941
7	2.008	1.979	1.906	1.793	1.830
6	1.907	1.877	1.797	1.674	1.708
5	1.798	1.767	1.677	1.541	1.573
4	1.682	1.648	1.547	1.391	1.419
N_1/N_0	1.000	1.051	1.291	1.759	1.581

（表３・３） 応力レンジペアの $\overline{m}a$ 乗平均値と経過ひん度の二乗平均値の換算表

析して，この結果を用いて κ_σ を求めて．その結果 $\overline{m}a$ ＝１２，６の夫々に対して，2.３２４，1.７３７の結果を得，表中の値とほぼ一致するので表の値は十分実

用にたえるものと考えられる．また，表には，各場合に対すゼロクロシング数 N_0 とレンジペア数 N_1 の比率をも記した．

3・4　試験結果

3・4・1　塑性ひずみの測定

（3・1）節でも述べたように，本実験に用いた三種の材料は，いづれも，高繰返し数領域における一定荷重振幅疲れ試験においては，標点間で測定しうるマクロな塑性ひずみが現われないものである．しかし，ランダム疲れ試験のように，試験中に高いピーク荷重がしばしば現われる荷重波形による試験では，この高いピーク荷重により可動転位密度が増大し，塑性ひずみが巨視的に現われてくることも予想される．そこで，破断くり返し数が１０^{5}程度となる応力レベルにおいて，ａ型のプログラム波形により試験を行い，塑性ひずみの測定を試みた．なお，塑性ひずみの測定に当っては，容量型変位計により，試験片の両肩間の全伸びを検出し，一方，同様な容量型のロードセルにより，弾性変形分を検出して，全伸びから弾性伸びを引算することにより塑性変形に比例する信号を取り出す形式の測定装置[6)]を用いた．

その結果，７０７５－Ｔ６，ＺＫ４１については，弾性率が小さいためおよそ１％のオーダの弾性ひずみが生じ，この弾性変形はＳ２０Ｃ材などの炭素鋼の約３倍以上もある．このため，全伸びから引きさるべき弾性変形が大きく，引き算の精度はＳ２０Ｃ，Ｓ４０Ｃ材ほどにはあげられなかった．しかし，最も高いレベルの応力に対しても0.０１％程度をこえる塑性ひずみは全く観察できず，巨視的な塑性ひずみは現われないと考えてよいことが明らかにされた．

ＳＮＣＭ８についても，弾性係数は炭素鋼と同程度であるが，応力レベルが高いので弾性ひずみはさきのアルミニウム合金と同様に大きくなり，やはり精

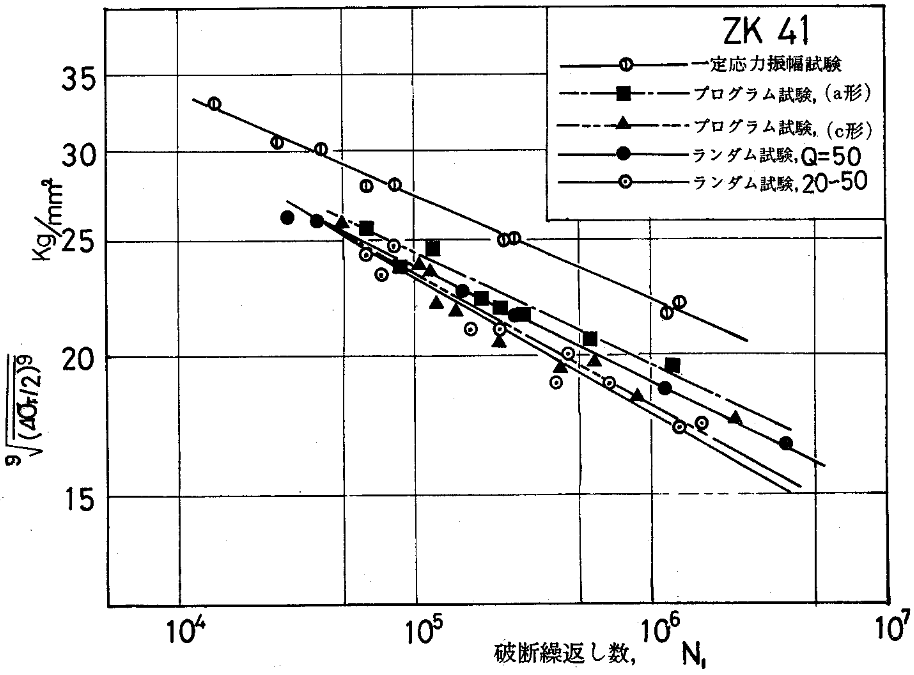
度よく塑性変形を求めることはできなかったが，この場合はひん度のごく少ない高い応力レベルに対して0.02％程度の塑性ひずみが認められる以外には巨視的な塑性ひずみは認められなかった．

また，一定振幅試験において，測定可能な巨視的な塑性変形が生じないことから，塑性ひずみに関する損傷則で結果を整理することは不可能であり，本実験では応力のみによって結果を整理することにした．

3・4・2　応力レンジペアと破断くり返し数の関係

（3・3）節の方法により，実験結果を応力レンジペアの $\overline{m}a$ 乗平均値と，破断までの総レンジペア数により整理した結果について述べる．

ZK41については，帯域が20～50 Hzのランダム応力波形に対して，$\overline{m}a$ の値はほぼ9となった．応力レンジペアの½の9乗平均値と破断までの総レンジペア数 N_1 の関係を（図3・8）に示す．図中の①印は一定応力振巾試験



（図3・8）　応力レンジペアの $\overline{m}a$ 乗平均値で整理した試験結果（ZK41）

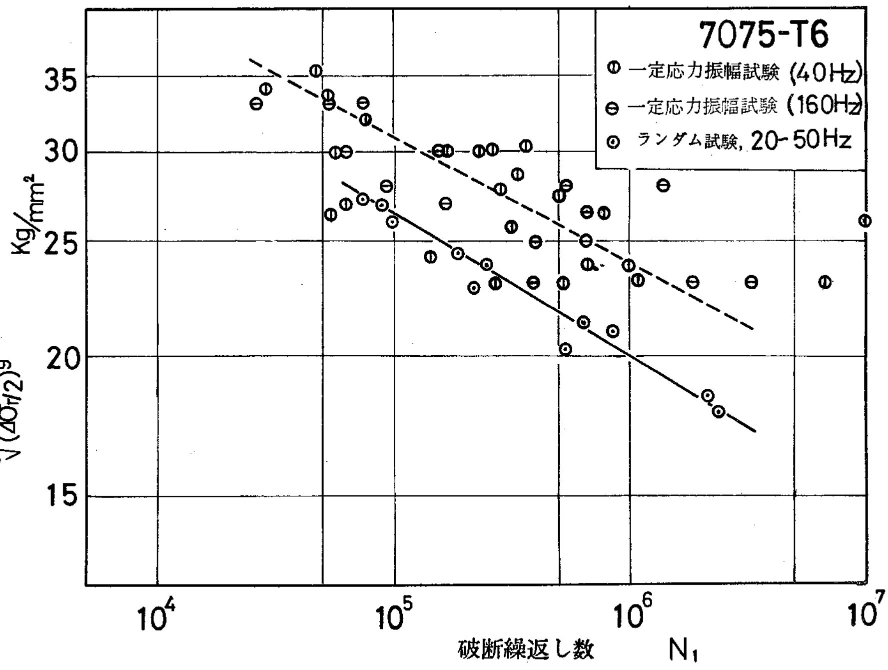
結果を表わし，●と◉は夫々Q＝５０，２０～５０HZのランダム疲れ試験の結果を表わしている．また，■と▲は夫々a型，c型のプログラム試験結果である．図中の３本の実線は一定応力振幅試験，２種のランダム試験結果から，また一点鎖線，二点鎖線は，a，c両型のプログラム試験結果から最小二乗法により求めたものである．

図からもわかるように一定応力振幅試験結果とランダム，プログラム試験結果をくらべると，帯域が２０～５０HZのランダム試験による寿命は一定振幅の寿命のほぼ $1/5$ ～ $1/6$ になる．

また，含まれるピーク応力が３σ_{rms}のa型プログラム試験結果は若干長寿命側にずれるが，4.2σ_{rms}の高いピーク応力を含むc型のプログラム試験とQ＝５０および２０～５０HZのランダム試験結果とは，ほぼ同一直線上に来るようである．したがって，ZK４１については，狭帯域のランダム疲れ試験，あるいは十分高い応力レベルまで分布を近似させたプログラム試験を行なって疲れ寿命を求め，広帯域と狭帯域のランダム荷重波形のもつレンジペア分布の相違を考慮して補正すれば，広帯域のランダム荷重による疲れ寿命を推定することが可能であると考えられる．

次に７０７５-T６の結果について述べる．この材料は先のZK４１と異なりやや複雑な挙動を示す．まず，２０～５０HZの帯域のランダム疲れ試験を行なった結果，$\overline{m}a$はおよそ９であることがわかった．そこで結果を応力レンジペアの９乗平均値と破断までの総くり返しレンジペアN_1で整理した．（図３・９）に一定応力振幅試験結果と，２０～５０HZの帯域のランダム試験結果を示す．一定振幅試験結果として，本実験においてくり返し速度４０HZにて行なった①印でしるした試験結果のほかに繰返し速度１６０HZでの実験結果を⊖印でしるした．４０HZ，１６０HZの夫々のくり返し速度における実験結

果に対し，有意差検定を行なった結果，両者の間には有意差は認められなかった．そこで40 HZと160 HZの結果をプールして，これに対して求めた回帰直線を図中破線にて示した．また図中の実線は，20～50 HZの帯域でのランダム疲れ試験結果に対する回帰直線である．(図3・9)より明らかなことは，7075材では，一定応力振幅試験による結果は，寿命にして100倍程度も異なるほどのばらつきがあるが，ランダム試験による結果は，これにくらべてばらつきが非常に少ないということである．また，両者の分散の差について検定を行なったところ有意水準1％で有意差が認められ，一定応力振幅試験にお

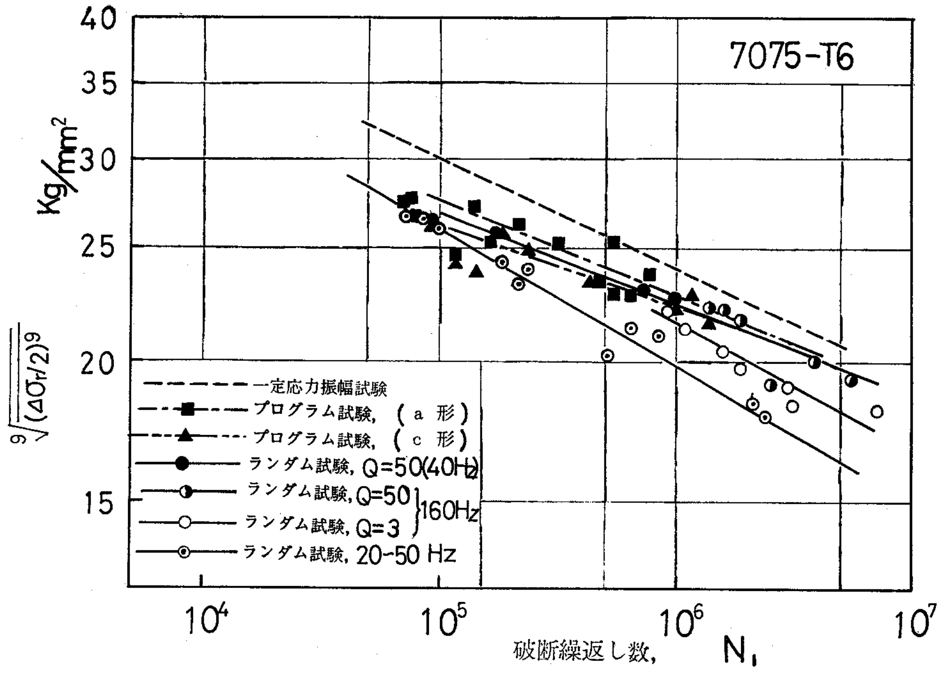


(図3・9) 応力レンジペアの $\overline{ma}$ 乗平均値で整理した試験結果(7075−T6)

けるばらつきが，ランダム試験におけるばらつきよりもはるかに大きいことが確かめられた．如何なる理由により，このような事が起こるかについては，疲

れのメカニズムと密接な関係があると考えられるが，その理由は明らかでない．しかし，おそらく，ランダム応力波形中に含まれる高いピーク応力が何らかの役割を演じていることは，予想される．

（図３・１０）にランダムおよびプログラム試験結果を示す．図中の記号は（図３・８）のZK４１の場合と同じであるが，７０７５材に対しては，このほかに中心周波数１６０HZのQ＝５０，Q＝３のランダム試験結果をそれぞれ◐印，および○印で附記した．



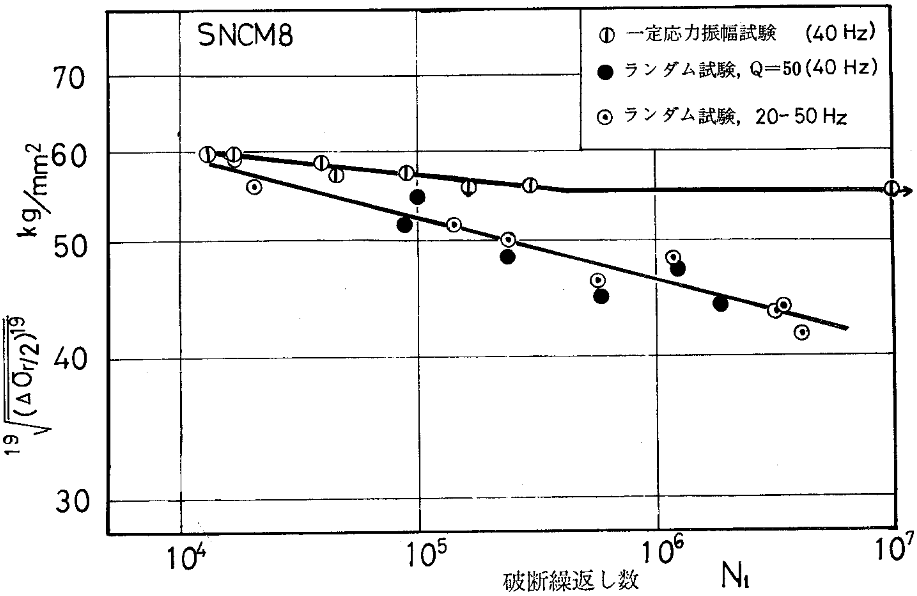
（図３・１０）　応力レンジペアの $\overline{m}$a 乗平均値で整理した試験結果（７０７５－Ｔ６）

また，図中の破線は，一定応力振幅試験結果に対する回帰直線である．ランダム試験における同様プログラム試験の場合も，分散は，一定振幅の場合にくらべて小さいことが確められた．

（図3・10）からわかるように，7075材では，応力レンジペアの9乗平均値と破断までのレンジペア数との関係は不規則度によってやや異なるようである．すなわち，20〜50 HZの帯域の不規則度の大きなランダム応力による結果と，Q＝50の狭帯域ランダム，およびプログラム応力による結果は，応力レベルの高い所ではほぼ一致するが，応力レベルの低いところでは，Q＝3，Q＝50の狭帯域あるいはプログラム試験の結果は不規則度が小になるにつれて，長寿命側にずれるようである．

したがって，この材料については，狭帯域のランダム試験，あるいはプログラム試験の結果をレンジペア分布の相違に応じて補正しても，広帯域の場合の寿命は，ZK41の場合ほど精度よくは求められないと思われる．

（図3・11）にSNCM8合金鋼に対する帯域20〜50 HZの広帯域およ



（図3・11） 応力レンジペアの$\overline{ma}$乗平均値で整理した試験結果（SNCM8）

びＱ＝５０の狭帯域のランダム疲れ試験結果と一定応力振幅試験結果を示す．図中の記号は，ＺＫ４１，７０７５の場合と同じである．

一定応力振幅試験の結果，耐久限はおよそ５５㎏/㎟となり，有限寿命区間でのＳＮ曲線を最小二乗法により求めたところ，その傾斜の逆数，すなわち，一定応力振幅における$\overline{m}_0a$の値はおよそ３３となった．次に，帯域２０～５０HZのランダム応力に対し，$\overline{m}a$を求めると$\overline{m}a$ ≒ １９となった．そこで，ランダム応力による試験結果を応力レンジペアの１９乗平均値と破断までのレンジペア数により整理した．その結果，帯域２０～５０HZのランダム，およびQ=５０の狭帯域ランダム応力による応力～寿命関係には有意差は認められなかった．したがって，ＳＮＣＭ８については，ＺＫ４１の場合と同様，応力レンジペアを考えれば，狭帯域の応力波形による試験結果から，広帯域の応力波形に対する寿命推定が可能であることがわかった．

また，一定応力振幅試験における応力と寿命の関係と，ランダム試験における応力と寿命の関係については，ＺＫ４１，では両者の交点はかなり高いレベルとなり，７０７５では一定応力振幅結果のばらつきが大きくて明確ではないが，ほぼ平行である．またＳＮＣＭ８では，σ_c ≒ ６０㎏/㎟の近くで交わっていて，Ｓ２０Ｃ，Ｓ４０Ｃの炭素鋼と同様な傾向を示す．このように，一定応力振幅試験と，変動応力試験の応力～寿命曲線の交点の応力は材料によって異なり，かならずしもCorten-Dolanの仮説のごとく，変動応力中の最高レベルの応力とはならないようである．

３・５　パワスペクトルが損傷に及ぼす効果の評価法

上述のごとく，７０７５Ｔ６アルミニウム合金がやや特異な挙動を示すほかは，Ｓ２０Ｃ，Ｓ４０Ｃの両炭素鋼におけると同様に，ＺＫ４１－Ｔ６ アル

ミニウム合金，SNCM8合金鋼に対しても，帯域20～50HZの広帯域ガウス性ランダム応力波形，Q＝50の狭帯域ガウス性ランダム応力波形，更には，二乗平均値の4.2倍までほぼガウス分布に合わせたプログラム応力波形に対する実験結果が応力レンジペアの$\overline{m}a$乗平均値と破断までのレンジペア数で整理すれば，両対数線上でほぼ同一の直線で表わされることがわかった．したがって，上述の各種材料に対しては，疲れ損傷は応力レンジペアの$\overline{m}a$乗に比例し，線形に累積するとしてよく，単位時間当たりの応力レンジペアの累積ひん度を$\varphi(\varDelta\sigma_r)$とすれば，破断時間Tは次式で求まると仮定できることになる．

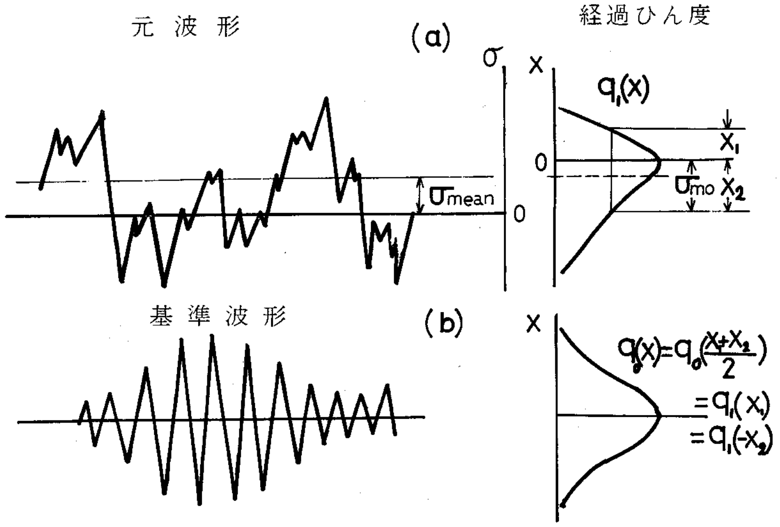
$$D = T\int_0^{\infty}\left(\frac{\overline{\varDelta\varepsilon_0}}{\varepsilon_0}\right)^a\left(\frac{\varDelta\sigma_r}{\varDelta\overline{\sigma}_0}\right)^{\overline{m}a}\left(-\frac{d\varphi(\varDelta\sigma_r)}{d\varDelta\sigma_r}\right)d\varDelta\sigma_r = 1 \qquad (3\cdot6)$$

ただし，$\overline{\varDelta\varepsilon_0}$，$\varepsilon_0$，aなどの定数は，S20C，S40Cなどの微小繰返し塑性ひずみが巨視的に観測できる材料については，繰返し塑性ひずみを測定することによって個々に定めることもできるが，ZK41，7075，SNCM8などの材料については破断寿命試験結果から，$(\overline{\varDelta\varepsilon_0}/\varepsilon_0)^a$と$\overline{m}a$の値のみが形式的に定まることになる．

これらの定数の値は，通常のS－N曲線におけると同様，材料，熱処理，表面仕上げなどの諸条件によって異なるのはもとより，前述のように一定振幅の場合とランダム，プログラム試験の場合とでは異なる．さらにこのことから考えられるように応力のひん度分布などがあまりいちぢるしく異なる場合にはある程度変わることも予想される．したがって，これらの定数の値が異なると思われる各条件毎に破断寿命試験によって定めなければならない．しかし，上述のように定常ランダム荷重における不規則度の影響や，ランダム荷重とプログラム荷重による寿命の差は，小ひん度の高いレベルの荷重や，プログラムの繰返し周期などに注意すれば応力レンジペアで整理することにより除去できる．

したがって，広帯域のランダム試験を，実験が容易で試験コストが低い狭帯域ランダム試験，さらにプログラム試験でおきかえて実験し，これらの定数を求めることができる．

このおきかえに際しては，広帯域の波形と同じ応力レンジペア分布をもった狭帯域波形を考えればよいのであるが，応力レンジペアの分布を実際の波形に対して計測し，あるいは計算するのは，波形がガウス性の場合であっても面倒である．そこで本研究では，たとえば（図3・12・a）に示すような一般的な定常ランダム波形に対し，これに十分近く，計測，計算に便利で，しかも疲れ試験が容易にできる基準の応力波形として（図3・12・b）に示すごとく元波形の経過ひん度分布をずらせて平均値の上下に対称とし，さらにその平均値を0に移した経過ひん度分布をもつ狭帯域のランダム波形を考える．そして，両者の応力レンジペアをディジタルにカウントしてその$\overline{m}a$乗の単位時間あたりの積算値の比κ_r，すなわち疲れ寿命の逆比を計算するプログラムを作り，



（図3・12） 波形のおきかえの説明図

不規則度の影響を評価することにした．すなわち，元波形の平均値をσ_{mean}，そのまわりの二乗平均値をσ_{rms}，正（負）方向の単位時間当りの経過のうち最大のものをν_0とし，経過数がν_0となる応力レベルをσ_{m_0}とする．

また，この波形の正（負）方向の経過ひん度分布関数を$q_1(x)$，〔$x=(\sigma-\sigma_{mo})/\sigma_{rms}$，$q_1(0)=1$, $q_1(\infty)=0$〕とする．更に単位時間当りのレンジペアの数をν_1，〔この値は単位時間当りに現われる極大（小）の数に等しい〕とし，応力レンジペア$\Delta\sigma_r$の正規化した累積ひん度分布関数を$q_r(x)$，〔$x=\Delta\sigma_r/2\sigma_{rms}$，$q_r(0)=1$, $q_r(\infty)=0$〕とする．一方元波形の経過ひん度分布を0の上下に対称にずらせた経過ひん度分布をもつ，基準の狭帯域ランダム波形については，応力レンジペアの正規化した累積ひん度分布関数は，経過ひん度分布の密度関数に等しくなり，$q_0(x)=q_0\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)=q_1(x_1)=q_1(-x_2)$，（3・7）〔（図3・12）参照〕となる．

さて，元波形による寿命をT_rとすると，応力レンジペアによる疲れ損傷の繰返し数あたりの平均値$\delta_r=1/(T_r\nu_1)$は（3・6）式より，次式となる．

$$\delta_r=\frac{1}{T_r\nu_1}=\left(\frac{\overline{\Delta\varepsilon_0}}{\varepsilon_0}\right)^a\left(\frac{2\sigma_{rms}}{\overline{\Delta\sigma_0}}\right)^{\overline{m}a}\times\int_0^\infty\left(-\frac{d\,q_r(x)}{dx}\right)x^{\overline{m}a}\,dx \tag{3・8}$$

これに対し，基準波形による寿命をT_0とすると，単位時間当りのレンジペア数はν_0で，その累積分布関数は$q_0(x)$であるから，疲れ損傷の繰返し数当りの平均値$\delta_0=1/(T_0U_0)$は，次式で与えられる．

$$\delta_0=\frac{1}{T_0\nu_0}=\left(\frac{\overline{\Delta\varepsilon_0}}{\varepsilon_0}\right)^a\left(\frac{2\sigma_{rms}}{\overline{\Delta\sigma_0}}\right)^{\overline{m}a}\times\int_0^\infty\left(-\frac{d\,q_0(x)}{dx}\right)x^{\overline{m}a}\,dx \tag{3・9}$$

したがって，元波形と，基準波形による疲れ寿命の逆比κ_rは次式となる．

$$\kappa_r = \frac{T_0}{T_r} = \frac{\nu_1 \mathfrak{D}_r}{\nu_0 \mathfrak{D}_0} = \frac{\nu_1}{\nu_0} \frac{\int_0^\infty \left(-\frac{d q_r(x)}{dx}\right) x^{\overline{m}a} dx}{\int_0^\infty \left(-\frac{d q_0(x)}{dx}\right) x^{\overline{m}a} dx} \qquad (3 \cdot 10)$$

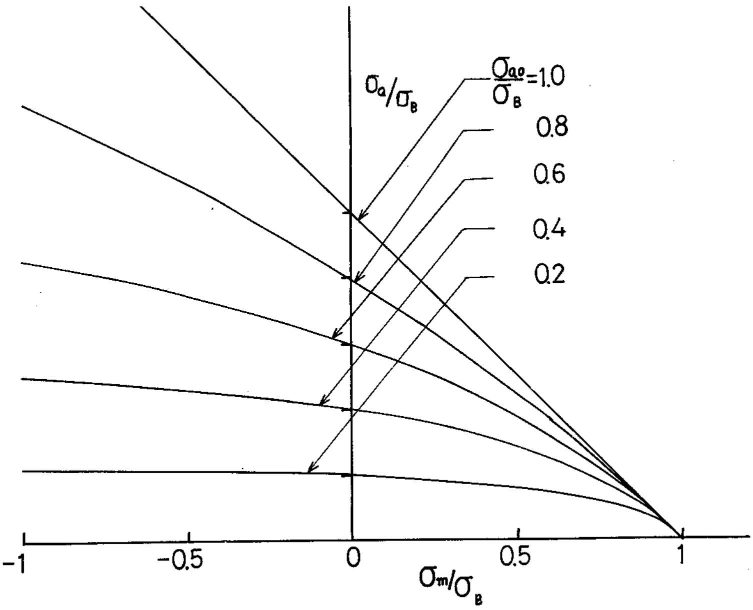
したがって，このような実験の比較的容易な基準の狭帯域ランダム応力波形，もしくは，さらにこれを近似した振幅変調のプログラム応力波形による試験を行なって疲れ寿命T_0を求め，更に応力レベルを変えて，$\overline{m}a$を定めると，元波形による疲れ寿命を，（３・１０）式を用いて，T_0/κ_rで求めることができる．

３・６　平均応力に対する損傷評価法

ランダム荷重による疲れ損傷を支配するおもな因子は応力レンジペアであるが，これが引張側にあるときは明らかに圧縮側にあるときより平均応力の影響による疲れ損傷が大きくなると思われる．前節までは，応力レンジペア$\Delta\sigma_r$の大きさのみについて考えたが，本節では，ある仮定のもとに，各レンジペアがもつ平均応力の効果について考察する．この効果は，荷重が完全に正負対称であれば，一次の項が打消されてあまり大きくならないはずで，前述の実験では，分離して認められなかった．しかし，荷重か正負で非対称のときは問題となりうるので，これによる損傷増加倍数κ_mを以下のようにして求めることにした．

すなわち，毎回の応力レンジペアによる疲れ損傷が平均応力により増加する

と考えるもので，このときの平均応力の影響をもっとも簡単に一定応力振幅の場合と同じと考えて計算する．一定応力振幅の場合，平均応力 0，応力振幅σ_aのときの破断くり返し数をN，S－N曲線の形を$\sigma_a^k N$＝一定とし，平均応力σ_m，応力振幅σ_aのときと，平均応力 0,応力振幅σ_{a_0}のときとが，同じ繰返し数N_mで破断したとすると，平均応力σ_mのため，疲れ損傷が平均して$\kappa_{mo} = N/N_m = (\sigma_{a_0}/\sigma_a)^k$ 倍となったことになる．今，引張強さσ_Bを用いて無次元化した（図３・１３）の時間強度線図を Stüssi[6] に従い，次の実験式で表わす．



（図３・１３）　時間強度線図

$$\frac{\sigma_{a_0}}{\sigma_B} = \frac{\dfrac{\sigma_{ao}}{\sigma_B}\left(1-\dfrac{\sigma_m}{\sigma_B}\right)}{\left(1-\dfrac{\sigma_m}{\sigma_B}\right)+\dfrac{\sigma_{ao}}{\sigma_B}\cdot\dfrac{\sigma_m}{\sigma_B}} \qquad (3\cdot11)$$

すると，κ_{mo} は次式で与えられる．

$$\kappa_{m0}=\left[\frac{1-\frac{\sigma_m}{\sigma_B}}{1-\frac{\sigma_m}{\sigma_B}\left(1+\frac{\sigma_a}{\sigma_B}\right)}\right]^k \tag{3・12}$$

ランダム応力の場合にも，各応力レンジペアによる疲れ損傷がそれぞれの平均応力により同様に増し，繰返し数あたりの平均値が，$\bar{D}_m=\kappa_m\bar{D}_r$ となるとすると，$x=\Delta\sigma_r/2\sigma_{rms}$，$y=\sigma_m/\sigma_{rms}$，の結合確率密度関数を p ($x$, y) とすれば，$\sigma_{rms}/\sigma_B=r$ とおき，κ_m は次式で計算できる．

$$\kappa_m=\frac{\int_0^\infty x^{\bar{m}a}\int_{-\infty}^\infty\left[\frac{1-ry}{1-ry(1+rx)}\right]^k p(x,y)\,dy\,dx}{\int_0^\infty x^{\bar{m}a}\int_{-\infty}^\infty p(x,y)\,dy\,dx} \tag{3・13}$$

k の値は一応 k ＝ $\bar{m}a$ にとる．第5章の計算例において明らかになるように，ひん度分布が正負対称な応力波形に対しては，r ＝ σ_{rms}/σ_B にかなり大きな値 1/5 をとっているにもかかわらず，$\dot{\kappa}_m$ ＝ 1 ～ 1.1 でほとんどが 1.1 以下となる．このことは，p (x, y) が y のある値 y_m の上下に対称で，p(x, $y_m+\Delta y$) = p (x , $y_m-\Delta y$) となるとき，(3−13) 式の分子の被積分関数の Δy を含む部分をr ≪ 1として，そのべき級数に展開すれば

$$\kappa_m=\frac{\int_0^\infty 2x^{\bar{m}a}\int_0^\infty\left[\left\{\frac{1-ry_m}{1-ry_m(1+rx)}\right\}^k+kr^3x\Delta y^2\times(1+3ry_m)\{1+O(r)\}\right]p(x,y_m+\Delta y)\,d\Delta y\,dx}{\int_0^\infty 2x^{\bar{m}a}\int_0^\infty p(x,y_m+\Delta y)\,d\Delta y\,dx} \tag{3・14}$$

となり，y_m が 0 となれば κ_m − 1 は r の三次以上の項のみとなることからもわ

かる．

さて，このκ_mをも考慮して，（図3・12・b）の基準の応力波形の寿命T_0から，（図3・12・a)の元の応力波形による寿命を推定すれば，$T=T_0/(\kappa_r \cdot \kappa_m)$となる．ただし，ここでは，ひずみ速度依存性などの時間に関する問題は省略して考えている．

以上のように，不規則度など各種の統計的性質をもつ，ランダム応力波形に対して，κ_r，κ_mを求めれば，その応力波形に対する疲れ寿命が推定できるわけであるが，これらの統計的性質とκ_r，κ_mの関係があらかじめわかっていると，実際の寿命推定の際に便利である．ところで，定常ランダム波形は，ガウス性であれば，不規則度など，すべての統計的性質は，そのパワスペクトル分布のみによって定まる．そこで本研究においては，第4章，第5章において述べるように，ディジタル計算機によるシミュレーションにより，任意のパワスペクトル分布をもつ定常ガウス性ランダム波形を作るプログラムを作製し，パワスペクトル分布を系統的に変えた典型的な定常ガウス性ランダム波形，さらに非ガウス性，非対称，および実測の荷重波形例をも加えて，これらに対しκ_r，κ_mを計算し，ランダム荷重による疲れ寿命の推算に必要な資料を作ることとした．

3・7　結言

本章では，先に行なった，S20C，S40Cの炭素鋼に対するランダム疲れ試験結果を，塑性ひずみと寿命，応力と塑性ひずみの関係にわけて考察して得られた「疲れ損傷は応力レンジペアの$\overline{m}a$乗に比例して，繰返し数に対して，線形に累積する」との結論が，高繰返し数領域で，微小塑性ひずみがマクロに認められない合金鋼など高強度材料についても成立するか否かを検証するため

に，ZK41−T_6，7075−T_6の両アルミニウム合金と，SNCM8合金鋼の平滑試験片に対して，広帯域と狭帯域のランダム疲れ試験，およびプログラム試験を行ない，次の結論を得た．

1）ZK41，7075の両アルミニウム合金については，高いピーク応力を含むプログラム応力による試験に対しても，マクロな塑性ひずみは検出されなかった．SNCM8に対しては，高い応力部分に対して若干の塑性ひずみが認められたが，弾性ひずみにくらべて極度に小さいため定量的な測定にはいたらなかった．

2）ZK41 については，$\overline{m}a \fallingdotseq 9$となり，試験結果を応力レンジペアの9乗平均値と，破断までのレンジペア数で整理すると，帯域20〜50HZのガウス性ランダム，Q＝50の狭帯域ガウス性ランダム，ひん度分布を二乗平均値（σ_{rms}）の4.2倍の応力レベルまで，ほぼガウス分布に合わせたプログラムの各応力波形に対する実験結果はほぼ同一直線上にのる．

3）SNCM8に対しては，ZK41と同様，20〜50HZのランダムとQ＝50の狭帯域のランダム応力に対する結果は，ほぼ同一直線上にくる．ただし一定応力振幅試験に対しては$\overline{m}a \fallingdotseq 33$，ランダム試験に対しては$\overline{m}a \fallingdotseq 19$となり，両者の傾斜が異なり，S20C，S40Cと同様の傾向を示す．したがってZK41，SNCM8に対しては，応力レンジペアに関する損傷則は成り立っているといえる．

4）7075−T_6 アルミニウム合金においては，ZK41とやや様子が異なり，レンジペアの$\overline{m}a$乗平均値で整理しても，不規則度が異なると，かならずしも同一直線にはならず，応力レンジペアだけでは損傷を完全に評価しきれないといえる．また，この材料では，一定応力振幅試験結果にはいちぢるしいばらつきが認められるが，ランダム試験では，ばらつきが小さくなることがわかった．

5）以上，2）～4）によれば，「疲れ損傷は応力レンジペアの$\overline{m}a$乗に比例して線形に累積する」との仮定はかなり，広い範囲の材料に対してなり立つと考えられる．そこで任意の不規則度をもつ一般の定常ランダム応力波形による疲れ寿命をTとし，この一般のランダム応力波形の経過ひん度分布を正負対称に修正した狭帯域の基準のランダム波形，あるいはこれをさらに近似したプログラム波形に対する寿命をT_0としたとき，このT_0を実験により求め，不規則度の影響，平均応力の影響に対する補正係数κ_r，κ_mを用いて，Tを$T = T_0 / (\kappa_r \kappa_m)$により推定する方法を考えた．そして，以下の第4章，第5章において，典型的なパワスペクトルをもつ主としてガウス性のランダム応力波に対し，κ_r，κ_mを計算しておき，実際の寿命推定のための資料を作製することとした．

参考文献

1) 菊川，大路，城野，溝口　機械学会論文集　３５巻　２７８号(昭44-10)

2) 菊川，大路，鎌田，城野，機械学会誌７０－５８５(昭４２－１０)１４９５

3) H.T.Corten, T.J.Dolan

Proc.Int.Conf.on Fatigue of Metals 1956

4) A.M.Freudenthal, R.A.Heller

Journal of the arero/space Science July 1959

5) 菊川ほか４名

第１４回材料研究連合講演会前刷(昭４５－９)

6) 菊川，大路，城野

材料，１７－１７３(昭４３)１３５

7) F.Stüssi, Mem.Ass.Int.Pont.

Charp., 13(1953)357, 14(1954)253;

W.Weibull, Fatigue Testing and Analysis of Results

154, 181, Pergamon Press

第4章　シミュレーションによるレンジペアミーン二元分布の推定法

4・1　緒言

第3章で述べた方法にしたがって疲れ損傷に及ぼすパワスペクトルの効果を評価するためには，任意のパワスペクトルをもつ不規則波形のレンジペアミーンの二元分布を知ることが必要となる．不規則信号の統計的性質を理論的に調べる手段として，ガウス性不規則信号の場合に対しては，不規則信号をフーリエ級数の形で表現し，これに中心極限定理を適用したRice の理論[1]を用いる方法などがある．この方法を利用して，パワスペクトルとピーク分布の関係が調べられ，[2)3)] また，理論の一部に近似をいれ，数値的にレンジ分布を計算して，パワスペクトルとの関係を論じたものもある．[4)] しかし，任意のパワスペクトルに対して，レンジペアの分布を，上記の Rice の理論を用いて，かつ explicit に求めるのはかなり困難である（注1）．また，非ガウス性不規則信号の場合に対しては問題は更に複雑となり，理論的解析法はその適用範囲が非常に狭ばめられてしまい，ガウス性白色雑音入力に対する非線形系の応答としての非ガウス性不規則信号の統計的性質のうち，解析できるのは経過ひん度分布の確率密度関数，多次モーメント，相関関数などであり，[5), 6)] レンジペア分布を求めるのは現在のところ不可能である．

したがって，任意のパワスペクトルに対するレンジペアミーンの二元分布を求めるという所期の目的を達成するためには，現在の段階ではシミュレーションにたよらざるを得ない．シミュレーションとしては，アナログ方式によるものと，ディジタル方式によるものが考えられるが，アナログ方式で二元分布を求めようとすると多くの素子を必要とする．これに対し，ディジタル方式のものは，自己相関，パワスペクトルや経過ひん度，極値ひん度，レンジ，レンジ

ペアなどの分布を同時に解析することが出来，また，デイジタル処理方式のプログラムを作っておけば，実際の構造物に作用する実働荷重をアナログ式に記録した波形をA－D変換したのちに同じプログラムで処理することも可能である．

そこで，本章では，ディジタル表示したガウス性白色雑音を線形，あるいは非線形変換することにより得られる所定のパワスペクトルをもつ不規則信号のレンジペアミーン二元分布などの統計的性質をディジタルシミュレーションによって調べる目的で，本研究において作製したプログラムについて述べる．

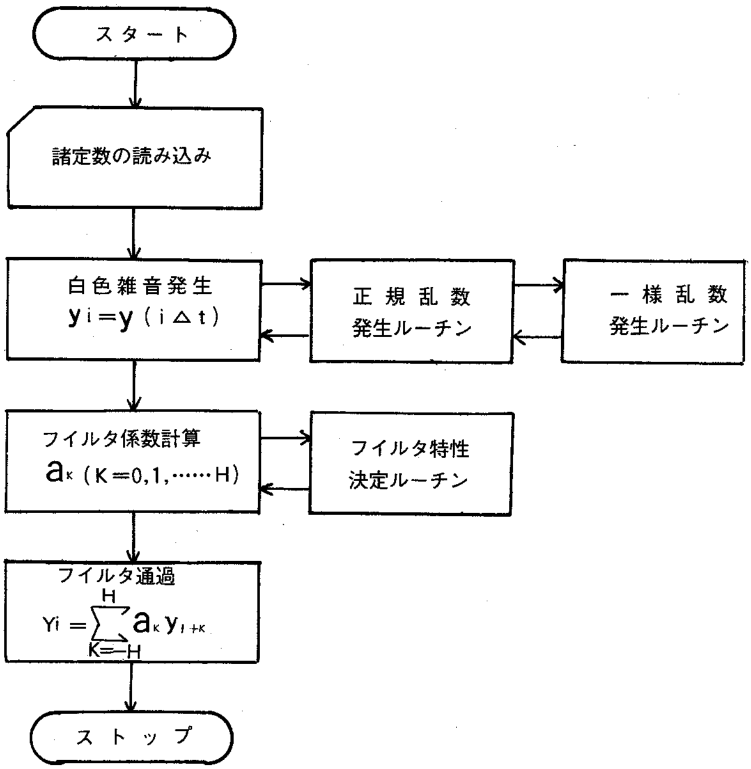
4・2　ガウス性白色雑音の線形変換

（図4・1）に所定のパワスペクトルをもったガウス性不規則信号をディジタルに作るプログラムのフローチャートを示す．まず，計算に必要な諸定数を読み込み，次に正規乱数を発生して，これを一定時間間隔Δtで白色雑音から採取されたサンプル値と考える．ディジタル表示された白色雑音をフィルタに通すことにより，所定のパワスペクトルをもった信号に変換するには，重みづけ移動平均を行なえばよく，この重みa_kはフィルタの特性によって決定される．以下，各段階について順をおって述べる．

4・2・1　ガウス性白色雑音の発生

一般に，信号から時間間隔Δtで採取されたサンプル値の伝達しうる情報の最大周波数は$f_F = 1/(2\Delta t)$サイクルである．[7)]したがって，平均0の正規乱数列y_i（$i = 1, 2, \cdots\cdots$）を時間間隔Δtで信号から採取されたサンプル値と考え，この乱数列に周期性がなければ，y_iは最大周波数f_Fまでパワスペクトルが平担な白色雑音を表示していることになる．

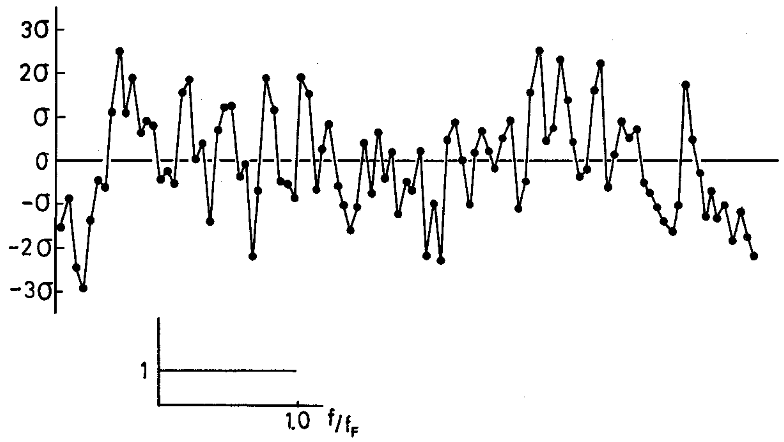
正規乱数の発生方法としては，中心極限定理を用いる方法，逆関数法，棄却



（図４・１）　線形変換のフローチャート

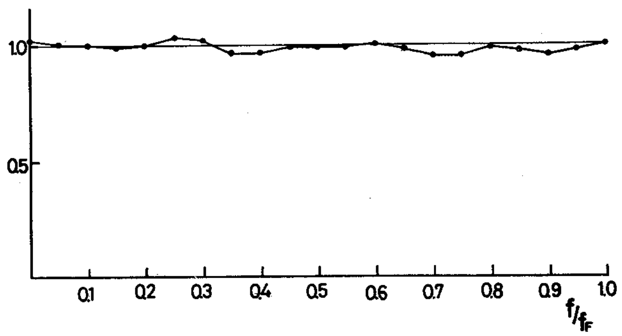
法など，種々のものが考察されているが，[8) 9)] いずれも一様乱数を交換して作るものである．しかし，正規分布する乱数（確率変数）をすべての変域にわたって同一の方法で作ることは乱数を発生するために要する計算時間を長くすることになる．そこで，ここでは確率変数の変域をいくつかに分割し，分割されたそれぞれの変域に対して効率の良い方法を採用することにより，乱数発生時間を短縮する方法を取っている[9)] また，正規乱数を発生するための基本となる一様乱数の発生方法には，乗算型合同法（Lehmer の方法）を採用した．

上述の方法で発生した正規乱数の表示する信号を（図４・２）に示す．たて軸の σ は二乗平均値を表わす．また，この乱数の正規性と，非周期性について



（図４・２）　白色雑音

検定を行なった。正規性の検定に対しては，一万点のデータに対して，χ^2 検定を行ない，危険率５％で正規分布していることが明らかとなった。また，非周期性については，やはり一万点のデータに対してパワスペクトル解析を行なった。そのスペクトル解析結果を（図４・３）に示す。たて軸は，パワスペクトル密度，横軸は周波数 f を f_F で除した無次元周波数 f/f_F をとっている。図



（図４・３）　パワスペクトル解析結果

に示すようにパワスペクトルはほぼ平担で，周期性は殆んどないと思われる。なお，パワスペクトル解析にあたっては，ウインドウ[10]を考慮に入れ，ウイン

ドウの値は赤池の文献[11]を参照した．

4・2・2　ガウス性白色雑音の線形変換

ここでは，前項の方法で得られた，白色雑音 y(t) を表現する標本点の系列 $y_i = y(i\Delta t)$ を所定のパワスペクトルをもつ不規則波 Y(t) を表現する標本点の系列 $Y_i = Y(i\Delta t)$ に線形変換する数値フィルタの方法について述べる．

所定のパワスペクトルをもつガウス性不規則信号を作る方法の一つとして，次の方法が考えられる．すなわち，線形系にガウス性雑音を入力すると，出力もやはりガウス性となり，そのパワスペクトルは，その系の複素周波数伝達関数の絶対値と，入力のパワスペクトルをかけ合わせたものになる事を利用して，白色雑音 y(t) を，所定のパワスペクトルに対応する周波数特性をもつ線形フィルタに入力し，その出力 Y(t) を求めるという方法である．

この方法をとるとすると Y(t) は次式で与えられる．[12]

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t-\tau) h(\tau) d\tau \qquad \cdots\cdots (4\cdot 1)$$

ただし，h(τ) は系に単位インパルスを与えたときの応答であり，H(ω) を系の複素周波数伝達関数とすれば，h(τ) は H(ω) のフーリエ逆変換となり，次式で与えられる．

$$h(\tau) = \begin{cases} 0 & \tau < 0 \\ \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega & \tau > 0 \end{cases} \qquad \cdots\cdots (4\cdot 2)$$

したがって，フィルタの特性から h(τ) の関数形を求め，これを用いれば (4・1) 式より，フィルタ通過後の波形は

$Y_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} y_{i+k}\, h(k\Delta t)$ となり，入力 y_i に対する出力 Y_i が求まることになる．しかし，所定のスペクトルをもつ，不規則信号を作ることが目的の場合は，かならずしも，上述のように，白色雑音に対する系の応答を

求める必要はなく，各周波数成分に対するパワの配分が所定の特性に合致していさえすればよい．ところで，（４・１）式は，$y(t)$に重み$h(\tau)$をつけて平均すれば出力$Y(t)$が 得られることを示している．そこで，ここでは，y_iに対し重みづけ移動平均を施こすことにより，フィルタ通過後の標本値Y_iを作ることとし，通過するフィルタの各周波数に対する応答倍率に応じて，各周波数成分のパワを増減してやればよいという立場から，移動平均の際の重みを決定するという方法[13]をとった．

すなわち $$Y_i = \sum_{k=-H}^{H} a_k \, y_{i+k} \quad \cdots\cdots (4・3)$$

とおいて，フィルタの特性に応じてa_kを決定する．今，フィルタの入力$y(t)$が周波数fの余弦波であるとすると

$$y(t) = \cos 2\pi f t \qquad (4・4)$$

であり，標本点間の時間間隔をΔtとすると

$$y_i = \cos 2\pi f i \Delta t \qquad (4・5)$$

（４・３），（４・５）より出力の標本点の値Y_iは次式となる．

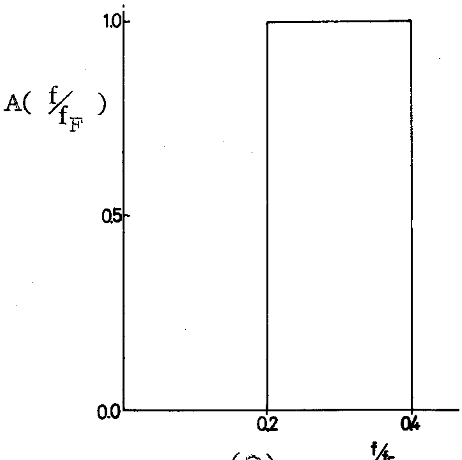
$$\begin{aligned} Y_i = [\, & a_{-H} \cos 2\pi f \Delta t (i-H) + \cdots\cdots\cdots\cdots \\ & \cdots\cdots + a_k \cos 2\pi f \Delta t (i-k) + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ & \cdots + a_0 \cos 2\pi f \Delta t i + \cdots\cdots\cdots\cdots + a_k \cos 2\pi f \Delta t (i+k) + \cdots\cdots\cdots\cdots \\ & \cdots\cdots + a_H \cos 2\pi f \Delta t (i+H) \,] \end{aligned} \qquad (4・6)$$

（４・６）式を書きなおすと次式のようになる．

$$\begin{aligned} Y_i &= \cos 2\pi f i \Delta t \left(a_0 + 2 \sum_{k=1}^{H} a_k \cos 2\pi f k \Delta t \right) \\ &= y_i \left(a_0 + 2 \sum_{k=1}^{H} a_K \cos 2\pi f k \Delta t \right) \end{aligned} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4・7)$$

したがって（４・７）式のうち（　　）の中は周波数fの入力に対する振巾の応答倍率，すなわちフィルタの周波数特性に相当することになる．

そこで，$a_0 \sim a_H$ を求めるためにフィルタの周波数特性，$A(f/f_F)$ を f/f_F についてフーリエ展開しておき，（４・７）式の（ ）の中を比較することにする．ただし f/f_F は周波数 f を，時間間隔 Δt で与えられた標本点が情報として伝達しうる最大周波数 $f_F = 1/2\,\Delta t$ で除した無次元周波数である．ところで，不連続点が含まれている関数をフーリエ展開する際に Gibbs の現象が生ずる．たとえば関数 $A(f/f_F)$ が（図４・４ａ）の形をしている場合，

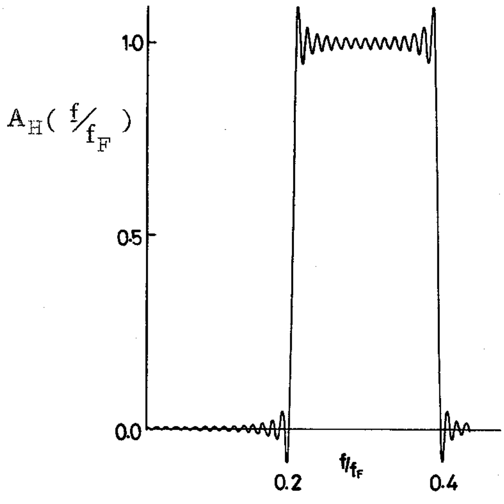


(a)

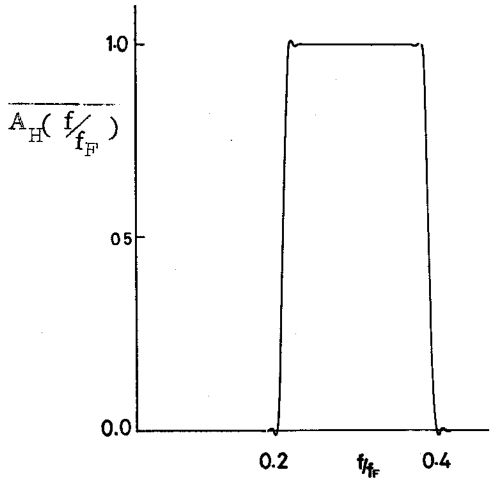
これを，フーリエ展開して第Ｈ項までの総和をとって表現した関数 $A_H(f/f_F)$ は（図４・４ｂ）ようになる．ただし

$$A_H(f/f_F) = \frac{b_0}{2} + \sum_{k=1}^{H} b_k \cos k\pi \frac{f}{f_F} \qquad (4 \cdot 8)$$

$$b_k = 2\int_0^1 A(f/f_F) \cos k\pi \frac{f}{f_F}\, d\left(\frac{f}{f_F}\right) \qquad (4 \cdot 9)$$



(b)



(c)

（図４・４，ａ，ｂ，ｃ） Gibbs の現象と収束係数の効果

このようなGibbsの現象をさけるために，$A_H(f/f_F)$をf/f_Fの各点のまわりに，変動の周期一周期にわたって平均することによって平滑化し，これを$\overline{A_H(f/f_F)}$とする．すなわち，$A_H(f/f_F)$の振動成分の周期は$2\pi/H$であるから

$$\overline{A_H(f/f_F)}=\frac{H}{2\pi}\int_{f/f_F-\pi/H}^{f/f_F+\pi/H}A_H(f/f_F)\,d(f/f_F) \qquad (4\cdot10)$$

$$=\frac{b_0}{2}+\sum_{k=1}^{H}\frac{\sin(k\pi/H)}{k\pi/H}b_k\cos\left(k\pi\frac{f}{f_F}\right)$$

となり，結局，b_kに

$$\sigma_k=\sin(k\pi/H)/(k\pi/H) \qquad (4\cdot11)$$

の係数をかけた$b'_k=b_k\sigma_k$を（4・8）に用いれば$\overline{A_H(f/f_F)}$が求まり，（図4・4 c）に示すようにGibbsの現象がさけられる．[14] σ_kはLanczos'σ−Factorと呼ばれている．

さて，（4・7）式の（　）の中と，$A(f/f_F)$を等置するのであるが，$A(f/f_F)$の代わりに$\overline{A_H(f/f_F)}$を用いると，結局

$$a_0+2\sum_{k=1}^{H}a_k\cos 2\pi fk\Delta t=a_0+2\sum_{k=1}^{H}a_k\cos k\pi\frac{f}{f_F}$$

$$=\overline{A_H(f/f_F)}=\frac{b_0'}{2}+\sum_{K=1}^{H}b'_K\cos k\pi\frac{f}{f_F} \qquad (4\cdot12)$$

となり，$a_k=b'_k/2 \qquad (4\cdot13)$

のように，$a_0 \sim a_H$ を選べばよいことになる．

結局，（４・９）式の積分を実行することにより b_k が求まり，これに（４・11）式の σ_k をかけた b'_k より a_k が求まり，この a_k を利用して（４・３）式により，フィルタ通過後の波形が求まることになる．

次に移動平均の際の項数Ｈをどの程度にとればよいかについて考察する．

ディジタル表示された変動 x_i に対し（４・３）式にしたがって移動平均を施して線形変換された信号ｙのコレログラム $C_y(\ell \Delta t)$ は

$$
\begin{aligned}
C_y(\ell \Delta t) &= \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{M-\ell} y((\ell+n)\Delta t)\, y(n\Delta t) \\
&= \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{M-\ell} \left(\sum_{k=-H}^{H} a_k x_{\ell+n+k} \right) \left(\sum_{k=-H}^{H} a_k x_{n+k} \right) \\
&= \sum_{i,j=-H}^{H} a_i a_j \frac{1}{M} \sum_{n=1}^{M-\ell} x_{\ell+n+i}\, x_{n+j}
\end{aligned}
\qquad (4 \cdot 14)
$$

x_i が白色ノイズであるとすればＭ→∞とすると

$$
\begin{aligned}
C_y(\ell \Delta t) &= \sum_{i=-H}^{H-\ell} a_i a_{i+\ell} \qquad & H \geqq \ell \\
&= 0 & \ell > H
\end{aligned}
\qquad (4 \cdot 15)
$$

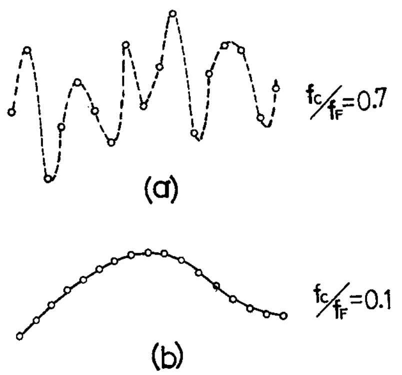
したがって移動平均の際，項数Ｈまでとるということは作られるべき不規則信号の相関関数 $R(\tau)$ を $\tau = H\Delta t$ で打ち切ることに対応している．一方パワスペクトル $P(f)$ は自己相関関数 $R(\tau)$ をフーリエ変換させたものであるから $R(\tau)$ を $\tau = H\Delta t$ で打ち切るならば，$P(f)$ の周波数に対する変動の周期の最小値は $1/H\Delta t$ となる．したがって作製すべき不規則信号のパワスペクトルの帯域巾をＢとすれば $B/2 \geqq 1/H\Delta t$　（４・１６）

としなければならない．

以上の理由により移動平均の項数Ｈは

$H \geqq 2/(B\Delta t)$ にとった．次に通過させるフィルタの最大しゃ断周波数を $f/f_F = 1$ に対してどこに置くかが問題になる．$f/f_F = 1$ に近づけすぎる

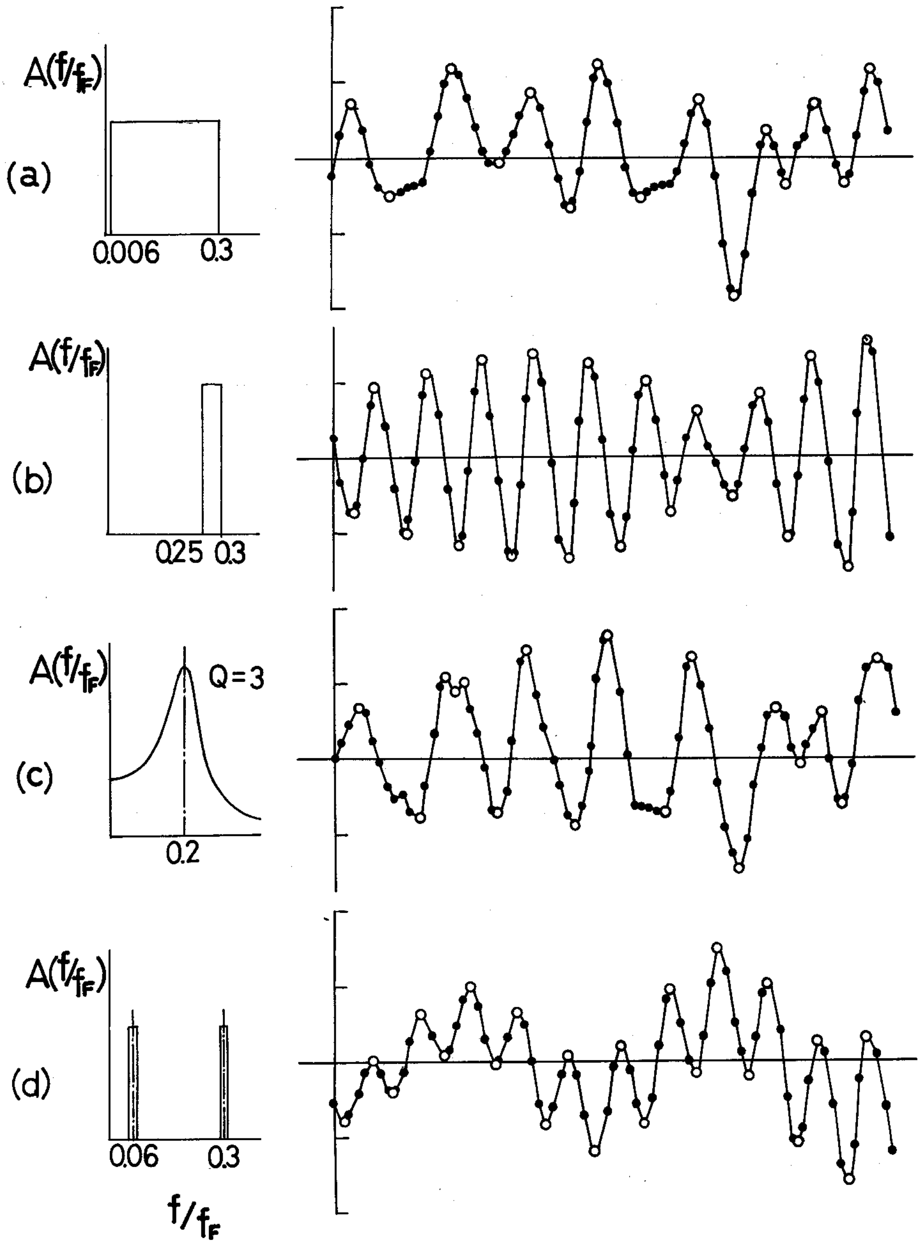
と（図４・５ａ）に示すように一定のΔtに対し変動周期が短かくなるため，後述するような内挿法によって極値を求めるときなどに精度が悪くなる．また逆に最大しゃ断周波数を $f/f_F=1$ に対し，低すぎる所に置くと（図４・５ｂ）に示すように精度が良くなる代りに一定数の標本点に含まれる極値の数が小さくなり，レンジペアの分布を調べる際にばらつきが大きくなり，ばらつきが小さくなるに充分な個数の極値を得ようとすると，大きな記憶容量と長い計算時間を要し不経済である．最大しゃ断周波数をどこに置くかについては（４・３）項において，極値内挿法と関連させて後述するが，極値を最大誤差３％程度で求めるには無次元しゃ断周波数 f_c/f_F をほぼ0.3にとればよい．（図４・６(a)～(d))に図の左に示す特性を有するフィルタを使用して作製した不規則信号のサンプル値 Y_i を例示する．図の(a)は無次元しゃ断周波数 f_c/f_F を0.3にとった低域フィルタを通過させたもの，(b)は上限しゃ断周波数と下限しゃ断周波数の比が1.4の狭帯域フィルタ，(c)は共振尖鋭度Q＝３の一自由度振動系をアナロジしたフィルタ，(d)は２つの狭帯域の成分を有するフィルタを通過させた場合である．なお図中の白丸は後述する内挿法で算出した極値を示している．



（図４・５　ａ，ｂ）しゃ断周波数の上限と波形

４・３　ガウス性白色雑音の非線形変換

実際の機械，構造物には機構部のバックラッシや非線形な復元特性をもつバ



（図４・６）　パワスペクトルと波形の例

ネなどを含んでおり，これらの非線形構造物にガウス性不規則荷重あるいは強制変位が与えられると特に構造の減衰が大きい場合はこれに対する応答としての部材に働く応力は非ガウス性の不規則変動を示すことになる．第３章でも述

べたごとく，「疲れ損傷は，応力レンジペアの$\overline{m}a$乗に比例して，形式的に線形に累積する」という仮定が成り立つ範囲内についてのみ考え，さらに$\overline{m}a$の値を実験によって直接求めることにすれば，非ガウス性ランダム応力を受ける場合についてもκ_r，κ_mを計算しておき，ガウス性ランダム応力の場合と同様に寿命推定に際して用いてさしつかえないと思われる．

そこで，ここでは非線形系に，ガウス性不規則入力が入った場合の出力としての非ガウス性ランダム波について，そのレンジペア，ミーン二元分布を調べκ_r，κ_mを計算する方法について述べる．

ガウス性入力に対する非線形系の応答の統計的性質については系が非記憶型のときと記憶型のときの2通りの場合について種々の方法による研究が行なわれている．

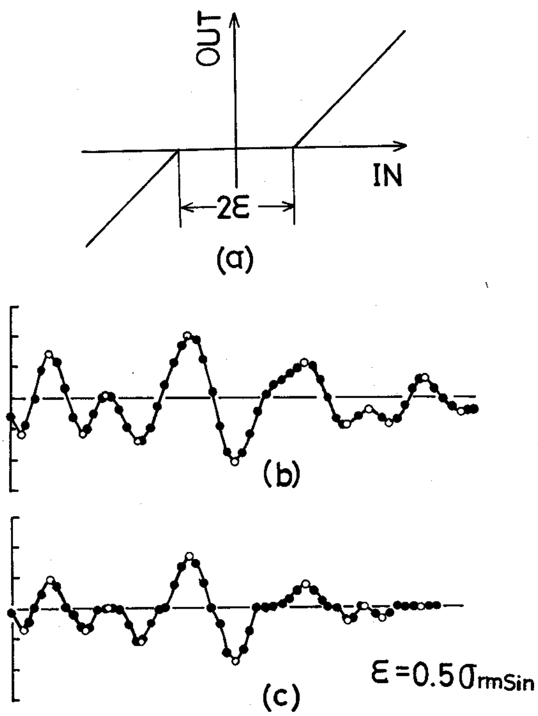
非記憶型のものに対してたとえば出力の多次モーメント関数に関しては級数展開法，特性関数を用いる方法，統計的等価線形化法などを用いて解析が行われ.[5] また記憶型のものに対しては摂動法,[15] 等価線形化法[16]などの他に，マルコフ過程理論におけるFokker-Planck式を用いて，出力の確率密度関数を求める試みがなされている.[17] しかし緒言でもふれたように，これらの方法は主に出力の，確率密度関数や，多次モーメント関数，パワスペクトルなどを解析するためのものであり，ここで必要とするレンジペア分布など解析にあたって不規則変数$x(t)$の時間微分$\dot{x}(t)$，$\ddot{x}(t)$に関する同時確率密度関数，多次モーメント関数を必要とするものに適用するのは困難なようであり[注1)]，線形系の場合と同様にシミュレーションにたよらざるを得ない．そこで，ここでは低域ろ波器を通過したガウス性不規則信号をディジタルシミュレーションにより非線形変換して，非ガウス性の不規則信号をディジタルに作る方法について述べる．

（４・３・１） 非記憶型非線形系の場合

非記憶型非線形系としてはここでは入出力の関係が（図４・７（a））に示すような不感帯εを有する対称な折線非線形系を考え，これに前節で述べた方法にしたがって（図４・７（b））に示す低域ろ波したガウス性不規則信号が入力として入って来る場合についてシミュレーションした．シミュレーションの方法は非記憶型の場合は比較的容易で次々に入ってくる入力信号 x_i を

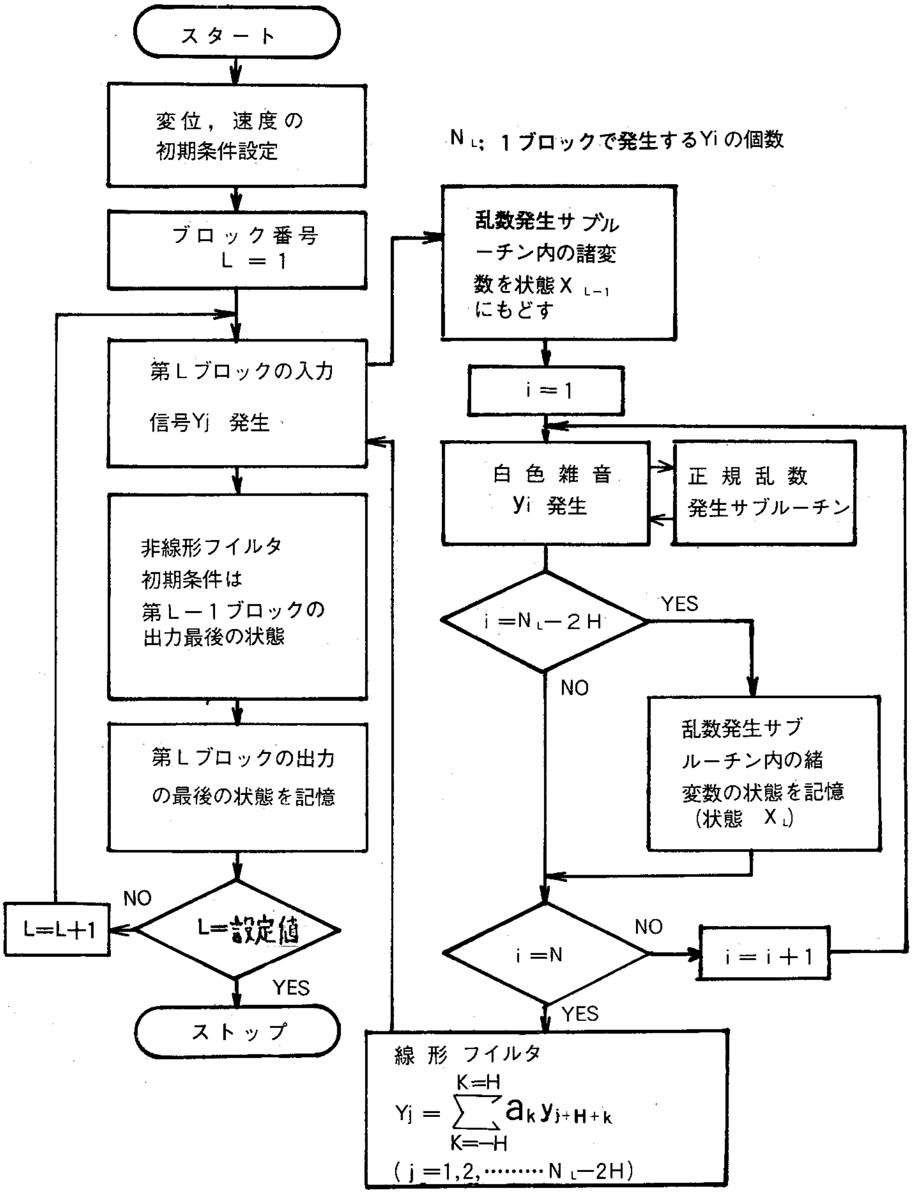
$$y_i = \begin{cases} x_i - \varepsilon\, S_{gn}(x_i) & |x_i| \geqq \varepsilon \\ 0 & |x_i| < \varepsilon \end{cases} \tag{4・17}$$

にしたがって非線形変換して，y_i を出力信号とすればよい．σ_{rmsin} を入力の自乗平均値としたとき $\varepsilon = 0.5\,\sigma_{rmsin}$ のときの出力信号の波形を（図４・７（c））に示す．しかし，（図４・７（c））でもわかるように，このような非線形系を通過させる場合εが大きくなると，一定の長さのデータに対して，ピークの個数が少なくなり，後述する方法で求めるレンジペア分布のばらつきが大となる．一回の計算で一定の個数のピークを得ようとすると計算機のコア内に貯えるべきデータ数が非常に多くなり容量が不足する．そこで，一度に全てのピ



（図４・７　a，b，c） 折線非線形系を通過した波形

ークを算出せずに，（図４・８）のフローチャートに示すごとく，データをブロック化し，入力及び出力信号を１ブロック分作製し，これよりピークのみをとり出してコアにストアした後，次のブロックの入力，出力信号を作るという



（図４・８） 非線形変換フローチャート

手順をとることにした．ただし，各ブロック間で入，出力信号は連続していなければならない．入力信号は前節で述べたごとく，正規乱数列に対し(2H+1)項にわたる重みづけ移動平均を施して作製するので第Lブロックの入力信号の最後のデータと，第L＋1ブロックの入力信号の最初のデータが連続的につながるためには，第Lブロックの入力信号作製に使用するための最後の2H個の正規乱数列と第L＋1ブロックの入力信号作製に使用する最初の2H個の正規乱数列を一致させなければならない，そこで，第Lブロックで使用する最後の乱数を発生した後，乱数発生サブルーチン内の諸変数の状態をあらかじめ記憶させておいた2H項前の状態，フローチャートにおける状態 x_{L-1}，にもどすことにより第L＋1ブロック最初の2H項と第Lブロックの最後の2H項を一致させるようにした．

4・3・2　記憶型非線形系の場合

ここでは，系の特性が微分方程式で記述されるような，特に非線形振動系に，ガウス性不規則信号が入った時の出力をシミュレーションにより求める方法について述べる．このようなダイナミックシステムをシミュレートするディジタルシミュレーターとして，加減算要素，積分要素，非線形要素などのアナログ類似要素を，解析しようとする系のブロック線図にしたがって結合し，この結合に関する情報を利用者が入力することによりシミュレーションを開始するような種々のソフトウェアや，要素結合に関する情報を記述するためのシミュレーション言語が開発されている．[18)]

しかし，ここでの目的はこのような系に対するシミュレーションを行なえるプログラムを開発することではなく，典型的な非線形振動系の応答のレンジペア分布を大まかに把握することである．そこで，ここでは系の特性が一つの微

分方程式で表示される非線形振動系の強制振動の強制項を適当にろ波したガウス性入力とした場合，この微分方程式を数値的に解いて行くことにより出力を求めるという方法をとった．また，系の特性を示す微分方程式の形はサブルーチンにより与えるようにし，種々の特性のものに対してシミュレーションできるようにした．微分方程式の数値解法としては，強制項が不規則信号のような非決定論的性格をもつものに対しては，Runge-Kutta 法，Predictor-cor-recter 法，などが考えられ，上記のディジタルシミュレーターにおいても，積分要素の積分形式について，このような方法が採用されているようである．ここでは方程式の過去の値を多く必要としないことから Runge-Kutta-Gill 法を採用することにした．

シミュレーションは（4・3・1）の非記憶型非線形系の場合と同様に，1ブロック分の入力信号に対して出力を求め，この中より極値を算出して，極値のみをストアしていくようにした．出力を各ブロック間で連続にするためには，前述の非記憶型の場合と同様第（L＋1）ブロックの最初の出力を計算するときに，入力信号の作製に使用する正規乱数を2H項だけ前の状態にもどす事が必要であるほか，第L＋1ブロックの出力の最初の変位，加速度などが第Lブロックの出力の最後のそれらに一致していなければならない．そこでブロックの最後の出力の状態を記憶しておき，これを微分方程式を数値的にといて次のブロックの出力を求める際の初期条件として採用するようにプログラムを組んだ．

4・4　極大，極小値の算出

レンジペアミーンの2元分布を求めるためには不規則信号の極大，極小値の系列を知る必要がある．ここでは前述の方法により求めた数値フィルタ通過後，

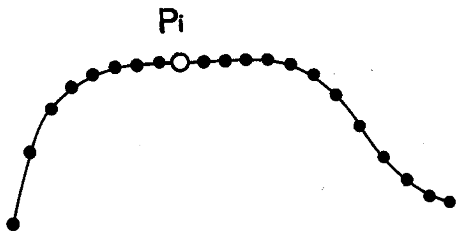
の系列Y_iを内挿することにより極大，極小値P_iを求める方法，ならびに，この内挿法をとった時の極大，極小値の誤差の評価について述べる．

4・4・1　極値内挿法

系列Y_iのとなりあった3点Y_{i-1}, Y_i, Y_{i+1}の状態を調べ，Y_iがY_{i-1}，およびY_{i+1}にくらべて大あるいは小なる時，この3点を放物線で補間して，この放物線の頂点を極値P_jとした．このときP_jは次式で与えられる．

$$P_j = Y_i - \frac{(Y_{i-1} - Y_{i+1})^2}{8(Y_{i-1} - 2Y_i + Y_{i+1})} \qquad (4 \cdot 22)$$

又，実際のプログラムでは，信号が（図4・9）に示すように，飽和状態になった場合は，この飽和値を極値にとるようにしてある．



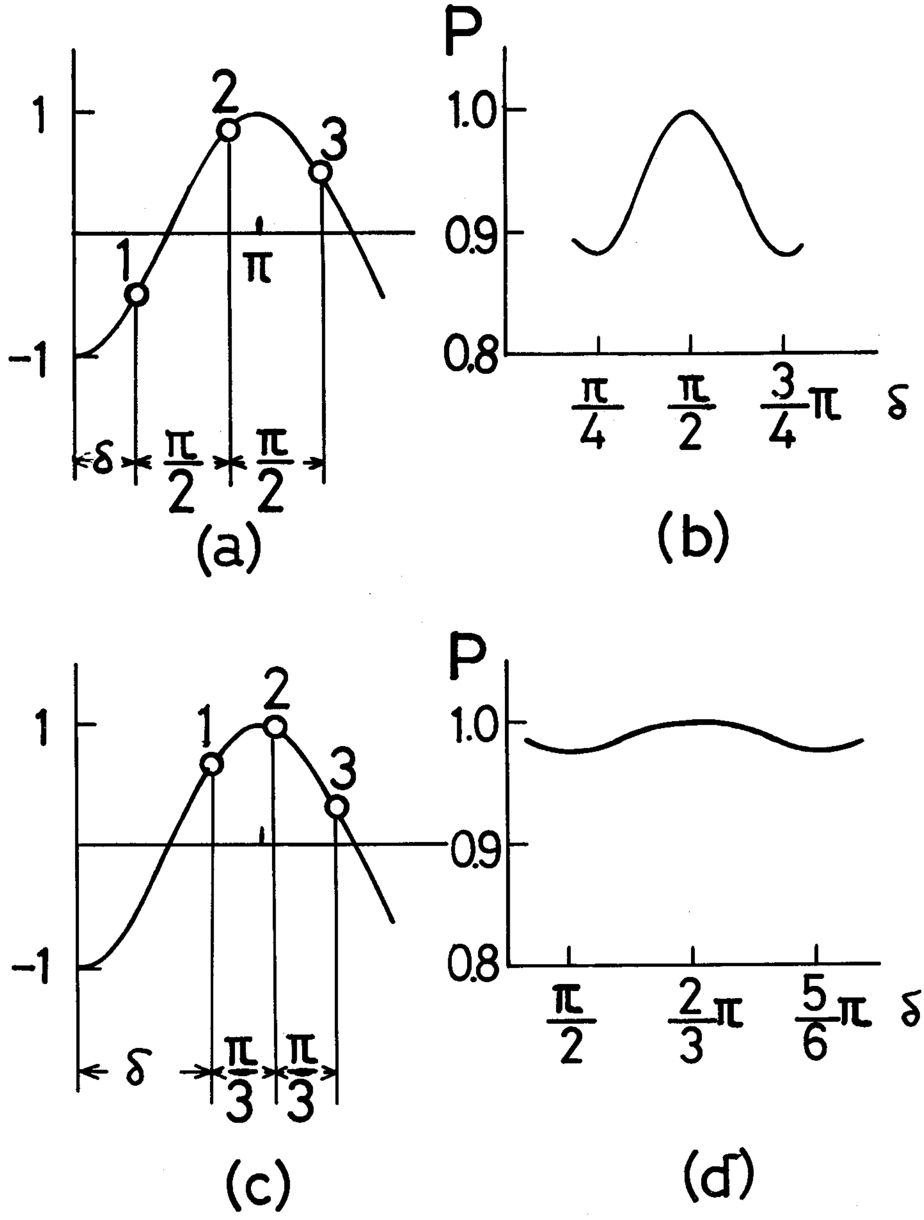
（図4・9）　信号飽和時のピーク

4・4・2　極値内挿法における誤差の評価

次に，このような放物線補間によって極値を内挿する時の誤差について考える．これは変動一周期中に何個のサンプル点が存在するかという事と関連しており，前述したように数値フィルタの最大しゃ断周波数を$f/f_F = 1$に対してどこにおくかに依存している．今，一周期中に平均して4個のサンプル点が存在する場合について考えてみる．真の変動を

$$y = \cos x \qquad (4 \cdot 23)$$

とし（図4・10a）に示すごとく，1，2，3の番号をつけた3点で補間す



（図４・１０）　ピーク内挿法の誤差

るとする．一周期中に４点含まれるのであるから，各点の間隔は $\Delta\omega=\pi/2$ となり点１の相対位置を δ とすれば各点のサンプル値は次式となる．

$$y_1=-\cos\delta,\quad y_2=-\cos\left(\delta+\frac{\pi}{2}\right),\quad y_3=-\cos(\delta+\pi) \qquad (4\cdot24)$$

この値を用いて放物線補間を施こして求めた極値は次式で与えられる.

$$P = y_2 - \frac{(y_1 - y_3)^2}{8(y_1 - 2y_2 + y_3)} = \frac{3}{4}\sin\delta + \frac{1}{4\sin\delta} \quad (4\cdot25)$$

δとPの関係を図示すると（図4・10b）のごとくなり，真の極値は1であるから$\delta=\pi/4$のとき，誤差が最大となり，およそ12%になることが判る.これに対して一周期中に6個のサンプル点が存在する場合，すなわち

$\Delta\omega = \pi/3$ の場合は

$$y_1 = -\cos\delta, \quad y_2 = -\cos(\delta + \pi/3)$$

$$y_3 = -\cos(\delta + 2\pi/3) \quad (4\cdot26)$$

となりこの場合は

$$P = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\delta - \frac{1}{2}\cos\delta + \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\delta + \frac{3}{2}\cos\delta\right)^2}{8\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\delta - \frac{1}{2}\cos\delta\right)} \quad (4\cdot27)$$

となり，Pとδの関係は（図4・10d）のごとくなり，最大誤差は3%程度になることが判る.最大誤差が3%程度で十分であるとすれば，一周期中に6個以上のサンプル点があればよいことになり，このときのフィルタのしゃ断周波数を f_c とすれば

$$\Delta\omega = \omega\Delta t = 2\pi f_c \Delta t \leqq \pi/3 \quad (4\cdot28)$$

であり，また $f_F = 1/2\Delta t$ であるから

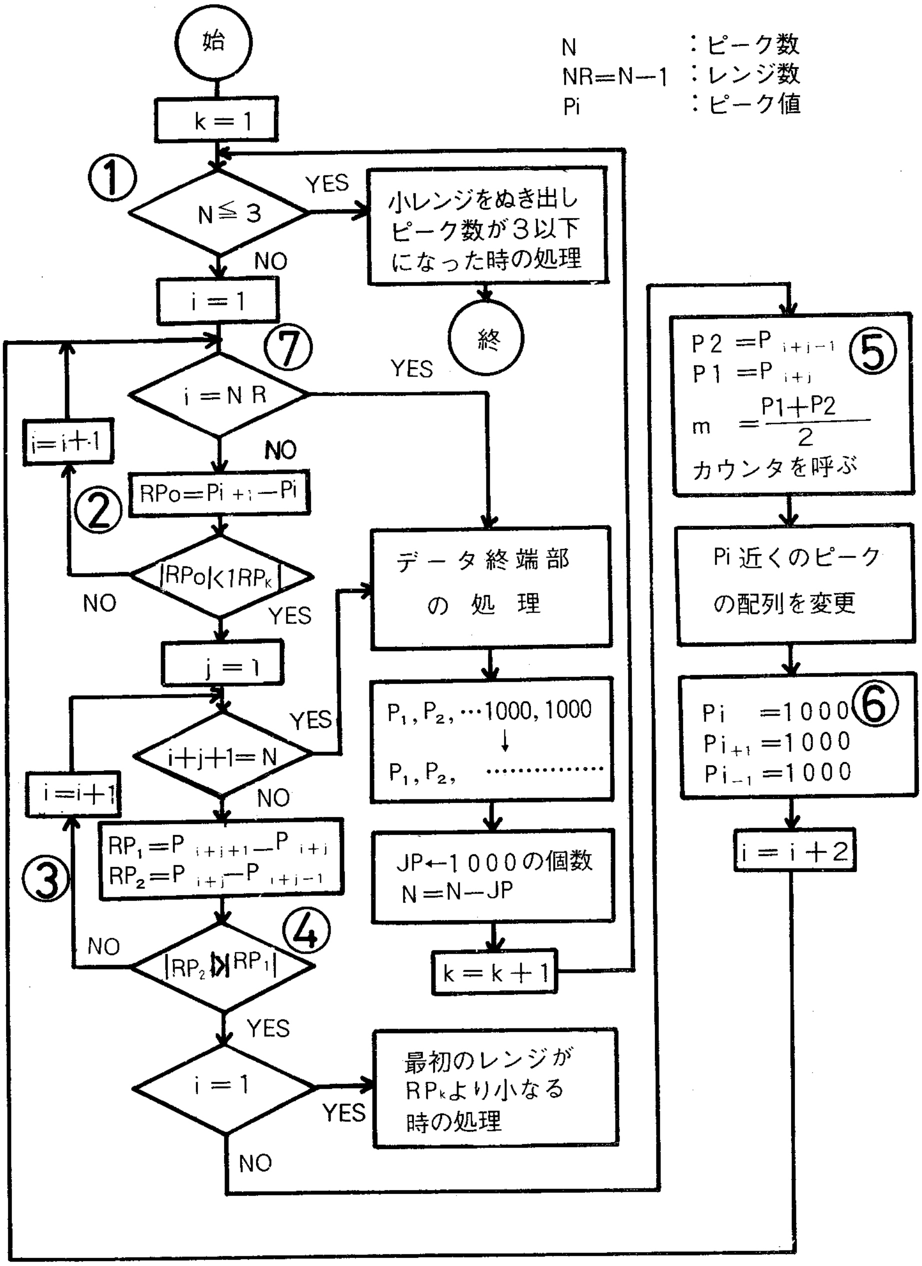
$$f_c / f_F \leqq 1/3 \quad (4\cdot29)$$

とすればよいことになる.前述したように実際の計算にあたっては無次元しゃ断周波数を $f_c/f_F = 0.3$ の付近にとった.

4・5 レンジペアミーン2元分布カウント法

ここでは前述の方法によって得られた極値の系列からレンジペアミーンの二

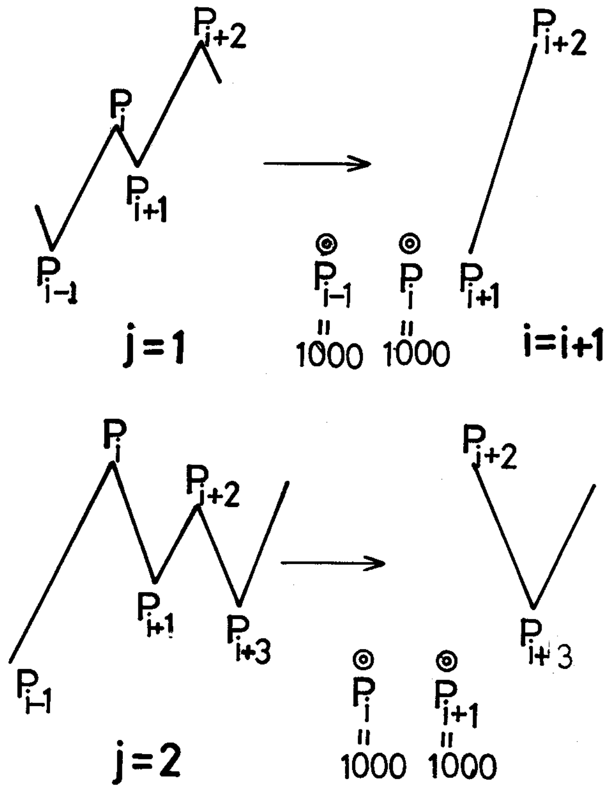
元分布を求める方法を（図４・１１）のフローチャートにしたがって説明する．



（図４・１１） レンジペアミーン カウントフローチャート

図でNは小レンジを抜きだして行って現在残存しているピーク数を,NR=N−1はレンジ数を表わしている．　（図4・11）に示すように，まずレンジペアの第kレベルの大きさRP_k（k=1，2………）を 設定する．次に小レンジをぬき出していった結果，残りのピーク数Nが3以下になっているかどうかを図の①の部分で判断する．Nが3以下の場合は以後の一般的なアルゴリズムにのらないために，特別な処理を行う．次に図中②のループで$RP_o=P_i-P_{i+1}$（i=1，2，………）とRP_kの大きさとを逐次比較し，これがRP_kより大きいときはそのままiを一つ進め，小さいときは図中のループ③により，RP_oより小さいレンジが続いているか否かを判断し，たまたま

$RP_k>\left|P_i-P_{i+1}\right|>\left|P_{i+1}-P_{i+2}\right|>\left|P_{i+2}-P_{i+3}\right|$ などとなったときに常に最小のレンジから先に処理して行くようにしている．図中④の条件が満足された場合は，i=1か否か，すなわち極値列の始端に小レンジがあるか否かを判定し，始端に小レンジのある場合はこれに対する処理を行ない，ない場合はP_{i+j-1}とP_{i+j}とが平均値$(P_{i+j-1}+P_{i+j})/2$ をもつ第kレベルのレンジペア1個を形成することになり，図中⑤において該当するカウンタを1個進める．次にこの小レンジを抜きだすために（図4・12）に示すように，たとえばj=1の場合はP_{i+1}の内容にP_{i-1}の値を入れかえて，P_i，P_{i-1}の内容には後で極値と区別して抜き出すため十分大きな一定値，たとえば1000 を入れてiを2つ進める．またj=2すなわち$RP_k>\left|P_i-P_{i+1}\right|>\left|P_{i+1}-P_{i+2}\right|$となる場合は$P_{i+2}$の内容に$P_i$の値を入れかえて，同時に$P_i$，$P_{i+1}$に 1000 を入れてiを2つ進める．実際のプログラムでは，任意のjに対して処理できるよう（図4・11）の図中の⑥のループを設けている．次にループ②にもどりi=NR，すなわち最後のレンジまで来た場合は，終端部に小レンジがあるか否かを判定し，それぞれの場合に応じて，極値系列の終端



（図４・１２）　レンジペアミーンカウントの原理図

部に対する処理を行なう．更に　１０００　を各所に含んだ極値の列から１０００の内容を持つ数を抜き出し数列を左につめ，ぬき出した　１０００　の内容をもつ数の個数をＪＰとすれば，第ｋレベル以下のレンジをぬき出した，新たな極値列ができその極値の個数Ｎは前のＮからＪＰを差し引いた値となる．更にｋを一つ進めて新しい極値列に対し，第ｋ＋１レベルのレンジペアのカウントを行う．

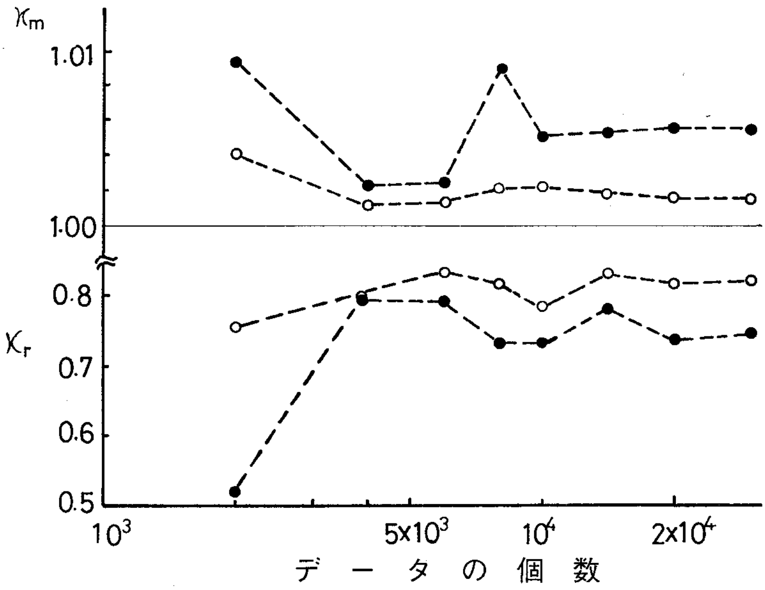
４・６　シミュレーションの長さと計算結果の変動

シミュレーションにより形成されたディジタル表示の信号を用いて，この信

号のもつ統計的性質，たとえば確率密度分布などを求める場合，シミュレーションの長さ．すなわち解析の対象となるデータの数が十分でないと，結果が変動するという問題が残される．パワスペクトル解析などにおいては，有限個のデータにより解析した結果の信頼幅などが論ぜられているが，[10] レンジペア分布密度関数などのように数学的記述の複雑なものに対しては，理論的に測定誤差を評価するのは困難なようである．そこで第3章（3・10），（3・13）式において定義したκ_r，κ_mをできるだけ小さな誤差で求めるために以下のような手段を講じた．

まず（3・10），（3・13）式の分母，分子にある2つの確率密度関数をシミュレーションにて求める場合，両者を同一のシミュレーションにより同時に求めることにより，両者のモーメントの比であるκ_r，κ_mの誤差を小さくするようにした．また，正負対称なはずの信号の場合でも，　長さが有限であるため，完全に対称とならず，存在する信号中の最大レンジペアの半分と最大値が一致しないため，算出した系列に対してそのままκ_r，κ_mを計算すると正負非対称による誤差を生じる．これを防ぐためにシミュレーションにより形成した有限長の信号，$y(t)$　$(t=0\sim T)$の後に，$y'(t+T)=-y(T-t)$　$(t=0\sim T)$を接続させることにより完全に正負対称とした．なおこのような操作を行って作られた新たな信号のパワスペクトルは，Tが十分大であればもとの信号と同じであることが証明できる．

上記のような処置を施こした上で，広帯域のスペクトルをもつ場合について系列Y_iのデータ数を種々に変化させ，どの程度の長さのシミュレーションを行なえば，安定した結果を得られるかの目安をつけた．すなわち（図4・13）は広帯域の場合についてκ_r，κ_mの値とデータ長の関係を示したもので，夫々黒丸は$\overline{ma}=12$，白丸は$\overline{ma}=6$の　場合を示している．図によればデータと



（図４・１３）　シミュレーションの長さと計算結果の変動

して　１５０００点から　２００００　点とれば数％の誤差を許すなら，ほぼ安定した結果が得られパワスペクトルの効果を把握するにはこれで十分であると考えられる．そこで以後の計算は１５０００～２００００点程度の長さの data を用いた．

注1)　レンジペア分布を確率的に定義すると以下のようになる．すなわち，レンジペアの大きさが h と h＋dh の間にある確率 P（h）dh は，変動 x（t）の任意の大きさの極小値を考え，この極小値と大きさ h～h＋dh のへだたりのある極大値が存在し，かつ次の条件を満たす確率に等しい．その条件は，この一対の極小値と極大値の間にはいくつかの極値が含まれていてもよいが，これらの極小値は対を形成する極大値よりも大きくないという条件である．このような確率を理論的に求めるには，問題に，極大，極小の大きさと順序がからんでいるため，変動 x（t）とその一回及び二回微分 $\dot{x}$（t），$\ddot{x}$（t）の変動状況を知る必要がある．

ガウス性不規則波の場合には，この問題を解決するために，Rice の理論を適用することが一つの方法として考えられる．この場合は x（t），$\dot{x}$（t），$\ddot{x}$（t），x（t＋τ）$\dot{x}$（t＋τ），$\ddot{x}$（t＋τ）の６つの関数の各々についての同時確率密度関数について考える必要があり，このためには，各 τ についての６行６列の相関マトリクスの逆マトリクスを求め

る必要が生じ，解は数値解法にたよらざるを得なくなる．更に上記の条件を満たすような一対の極大，極小について論じなければならないため確率過程論における再起，移行時間が関係してくる．この問題を任意の相関関数あるいは，パワスペクトルをもったランダム波に対し，厳密に扱うことは困難でいわゆるinclusion, exclusion法などの近似法にたよらざるを得ない．そこで，筆者は任意の相関関数をもつガウス性ランダム波$x(t)$について，$x(t)$，$\dot{x}(t)$，$\ddot{x}(t)$の3関数によって決まる各tでの3次元の相空間の状態の推移がマルコフ過程となる事を利用してinclusion, exclusion法を適用し，レンジペア分布を数値計算により求めることを試みたが，相関マトリクスの逆マトリクスを得る時の精度の問題とinclusion, exclusion 法による解の収束の問題，更には多くの多重積分に対する数値積分における精度の問題などの障害のため，完成にはいたらず，Riceの理論の適用は相当困難である事が判った．ガウス性ランダム波のレンジペア分布については，このほかにバックラッシをもつ系の出力の応答をFokker-Planck式を利用して解析する事により求めるという方法も考えられるが，Fokker-Planck式は，系への入力が白色雑音の場合についての解析手段に使われるのであって，任意のパワスペクトルをもつ雑音について，レンジペアをこの方法で求めるのはおそらく不可能であろうと思われる．

ガウス性ランダム波の場合についても上記のごとく，理論的解法は困難であるので，まして非ガウス性のものについては，現在のところ理論的な扱いは，全く不可能といってもよいと考えられる．

参考文献

1) S.O.Rice,

Mathematical Analysis of Random Noise,The Bell System Technical Journal Vol23,24 1945

2) S.H.Crandall

"Zero Crossings,Peaks and Qther Statistical Measures of Random ResPonses"

The Journal of the Acoustical Society of America Vol35, No.11 1963

3) D.E.Cartwright, M.S.Longuet-Higgins

"The Statistical Distribution of the Maxima of a Random Function"

Rroc.of the Royal Society of Rondon No.237, 1956, A P212～232

4) J.R.Rice,F.P.Beer

"On the Distribution of Rises and Falls in Continuous Random Process"

ASME.Trans.serE. 87(1965)P398

5) 宮川洋，佐藤拓宋，茅陽一

不規則信号論と動特性推定

コロナ社　昭和44年2月

6) 椹木義一，添田喬，中溝高好

統計的自動制御理論

コロナ社　昭和４１年７月

7）Stanford Goldman 著，関英男訳

情報理論　近代科学社　昭３１年９月

8）宮武修，　中山隆

モンテカルロ法　日刊工業新聞　昭３５年１１月

9）森口繁一，山内二郎，一松信

電子計算機のための数値計算法Ｉ

培風館（１９６６）

10）石井泰

“パワスペクトル測定におけるウインドウの働き”

計測と制御　Vol 5　No.9（昭４１年９月）　P２７～３４

11）赤池弘次

“不規則振動の統計的処理”

機械学会第１８回講習会教材（１９６３）　P１７～３１

12）S．H．Crandall，W．D．Mark

"Random Vibration in Mechanical Systems"

Academic Press（1963）

13）H．A．Leybold，E．C．Nauman

"A Study of Fatigue Life under Random Loading"

ASTM Vol63（１９６３）P７１７

14）R．W．Haning

Numerical Method for S ientists and Engineers

Mc-Graw-Hill

15）S．H．Crandall

Perturbation Techniques for Random Vibration of Nonlinear Systems

J. of Acoust. Soc. of Am. Vol35, No.11, 1963

16) T. T. Gaughey

Equivalent Linearization Techniques

J. of Acoust. Soc. of Am. Vol 35, No.11, 1963

17) M. C. Wang and G. E. Uhlenbeck, "On the Theory of the Brownian Motion II", Reviews of Modern Physics, Vol 17, No.2, 1945

18) 三巻達夫

ダイナミック・システムのディジタルシミュレーション

計測と制御　Vol 7, No.4, 昭43

第5章　波れ損傷に及ぼすパワスペクトル効果の評価

5・1　緒言

本章においては第3章(3・10)式において定義したκ_r，すなわち任意の帯域巾を有するランダム荷重による単位時間当りの損傷と，これと同じ経過ひん度分布をもつ狭帯域ランダム荷重による単位時間当りの損傷との比，ならびに第3章(3・13)式において定義したκ_m，すなわち各レンジペアの有する平均応力による損傷増加係数をいくつかの典型的なパワスペクトルを有する定常ランダム荷重に対して計算した結果について述べる．κ_r，κ_mの計算は，(3・10)式および(3・13)式に，第4章の方法によりカウントした応力レンジペア，平均応力の二元分布を代入することにより求めた．

また$\overline{m}a$の値は第3章で述べたごとく炭素鋼の平滑試験片の場合には10から12程度の値をとり，また高力アルミ合金の平滑試験片では9前後の値をとる．また鋼の切欠材などではそのS－N曲線は両対数線上で$1/5 \sim 1/6$程度の傾きをとることが多く[1]，$\overline{m}a$の値は5～6となる．

そこで計算は$\overline{m}a = 12$および6の各場合についておこなった．

κ_mの値は第3章で述べたごとく応力が正負対称であるかぎり1との差は小さい．特に応力の二乗平均値σ_{rms}と引張強さσ_Bとの比$r = \sigma_{rms}/\sigma_B$が小さい時は$\kappa_m$の値はほぼ1に近い値となる．そこで，パワスペクトルがκ_mに及ぼす効果を明確にするため本章においては特にことわらない限り，$r = 1/5$なる高い応力レベルをもったランダム応力に対して計算を行なった．

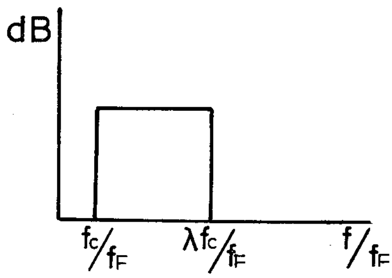
本章ではガウス性ランダム応力のみならず，広帯域のガウス性ランダム応力波形を非線形変換することによって得られた非ガウス性ランダム応力波についてもκ_r，κ_mを計算し，その値が系の非線形度によりどのように変わるかに

ついて評価した．

更に，応力が正負対称でない場合，一定の平均応力を有する場合についての評価法を考察するとともに，自動車のリアスプリングの実測応力波形の例についても触れた．

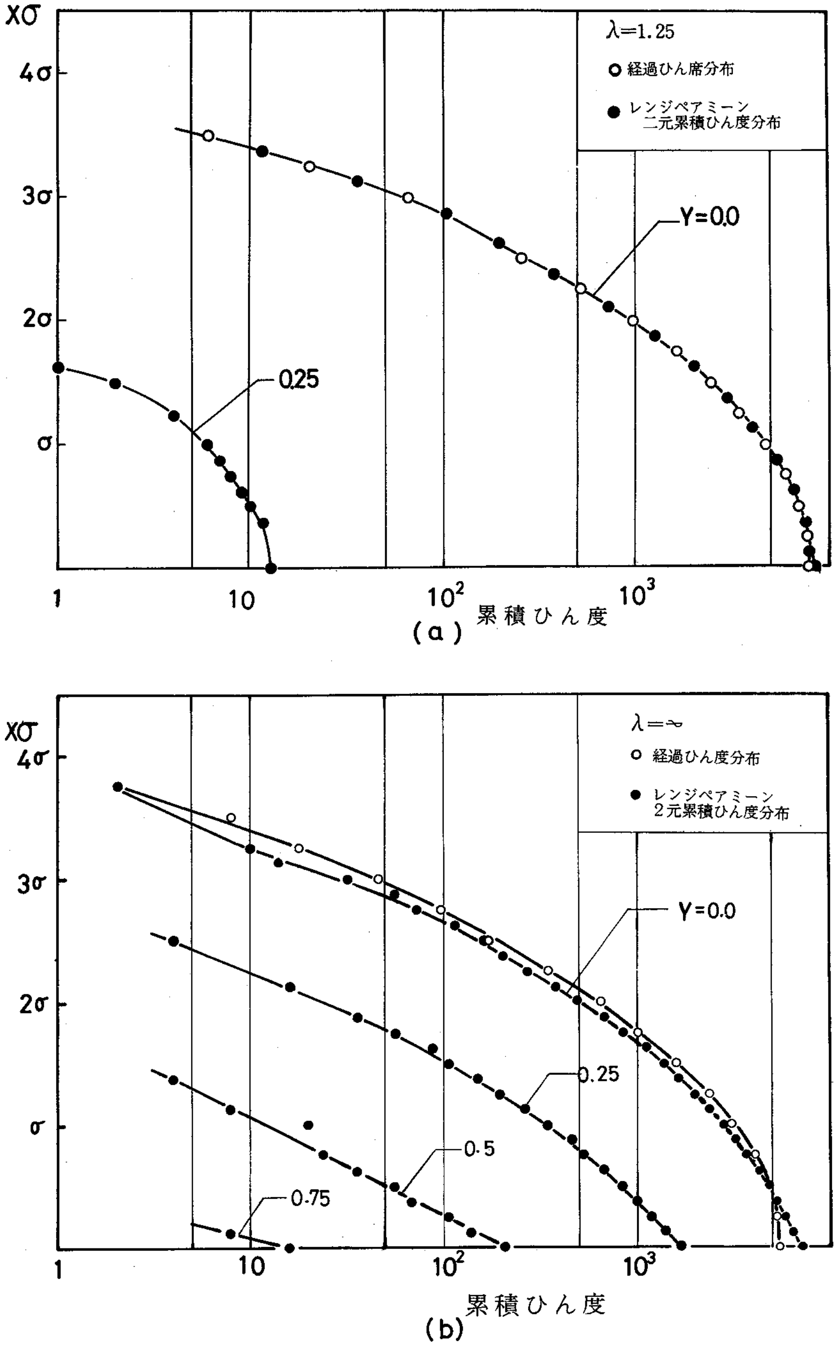
5・2　高域および低域をしゃ断された平坦なスペクトルを有する場合

本節においては，高域及び低域をしゃ断されたパワスペクトルを有するガウス性定常ランダム荷重における応力レンジペア～平均応力二元分布，κ_r，κ_mの計算結果を示す．すなわち（図５－１）に示す型をしたスペクトルにおいて，上下のしゃ断周波数の比λを１から５０まで変えたシャープカットの帯域ろ波の場合に対する計算結果を示す．この時の応力レンジペア～平均応力二元分布の様相を，$\lambda=\infty$の低域ろ波の場合と，$\lambda=1.25$の狭帯域の場合の両者について図示すると（図５－２(a)，(b)）のごとくなる．ただし，図は，応力レンジペアーミーン二元累積ひん度分布 $\int_Y^\infty dy\int_X^\infty P(x,y)dx$ をyの累積値Yをパラメータとして黒丸印で示し，又経過ひん度分布，すなわち，ピークの山と谷の数の差の累積分布を白丸で示してある．なお，x，yはそれぞれ $x=\Delta\sigma_r/2\sigma_{rms}$，$y=\sigma_m/\sigma_{rms}$を表わし，$\Delta\sigma_r$は応力レンジペアの値，$\sigma_m$は各レンジペアのもつ平均応力，$\sigma_{rms}$は二乗平均値である．



（図５・１）　シャープカットのパワスペクトル

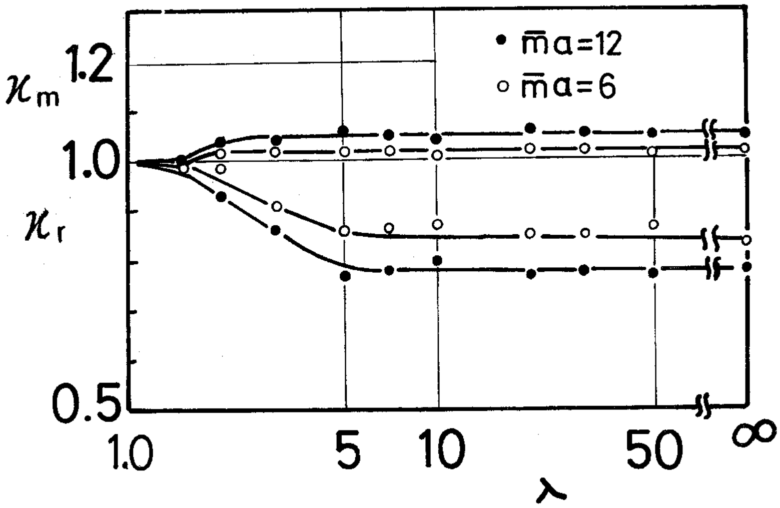
図からわかるように，帯域の狭い時は，経過ひん度分布とレンジペア累積ひん度分布はほとんど重なり，各応力レンジペアの平均応力成分は殆んど０となる



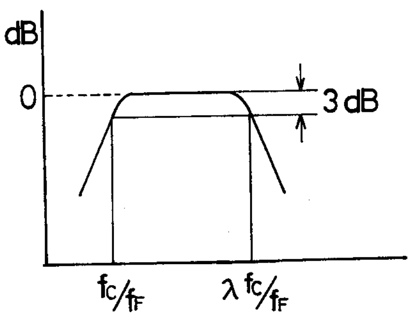
（図5・2） 狭帯域と広帯域のガウス性ランダム波のレンジペアミーン二元累積ひん度分布

る．帯域が広くなるとレンジペアの累積ひん度分布は，経過ひん度分布と最大値で一致するが，レベルが低くなると下方に離れ，再び交叉する．このときのλとκ_r，κ_mの関係を（図５・３）に示す．κ_rは帯域が広くなるにつれて低下するが，その低下率はあまり大きくなく，最も低い所で0.75程度である．次に（図５・４）に示すごとく，１オクターブ当り－１２ｄＢで高域及び低域をカットした帯域ろ波の場合の結果を（図５・５）に示す．

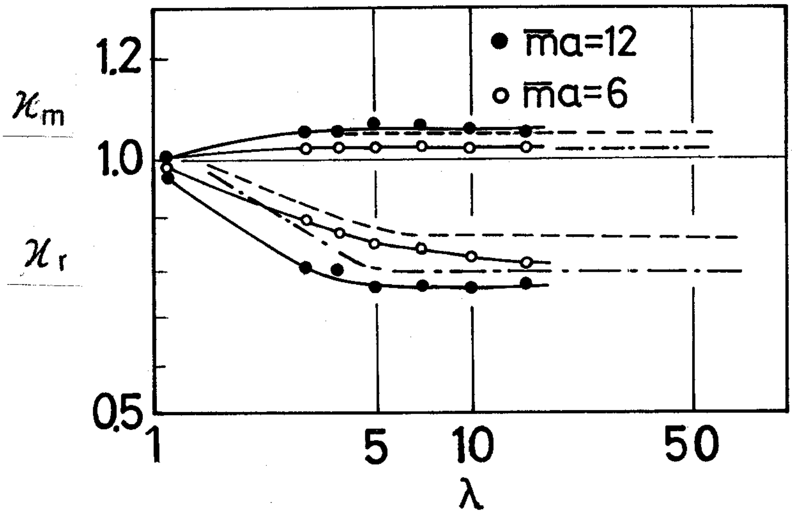
λとしては，－３ｄＢでの両しゃ断周波数の比をとっている．（図５・５）には，（図５・１）で示したシャー



（図５・３）　ガウス性ランダム波形に対する計算例
（シャープカットの場合）



（図５・４）　－１２ｄｂ／ｏｃｔのカットのパワスペクトル

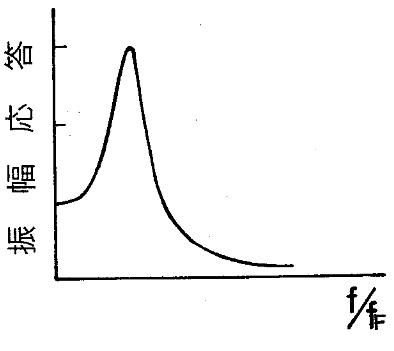


（図５・５）ガウス性ランダム波形に対する計算例（－１２ｄｂ／ｏｃｔ
のカットの場合）

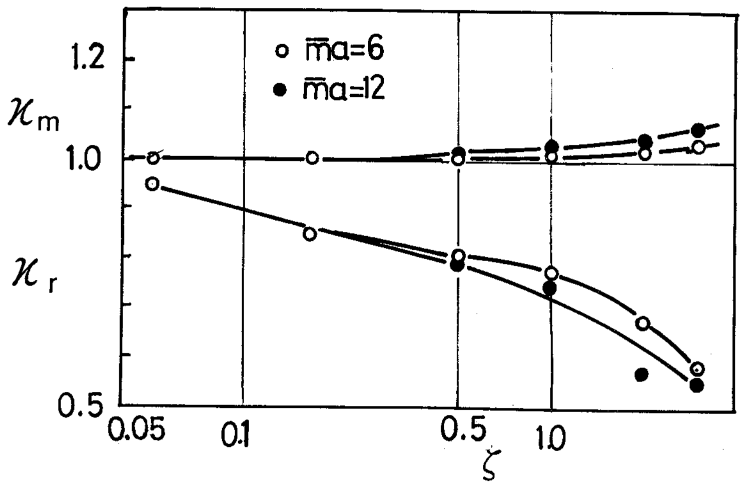
プカットの場合の $\overline{m}a$ ＝１２に対するものを破線で，$\overline{m}a$ ＝６に対するものを一点鎖線で示してある．シャープカットの場合と比較すると，κ_m は ほぼ同じ値をとるが，κ_r はいく分低い値を示している．これは－１２ｄｂ／ｏｃｔでカットしているため，シャープカットの場合より帯域が広がり，不規則度がましたためであると考えられる．

次に（図５・６）に示すような一自由度線形振動系の周波数特性に対応するスペクトルをもった波形についての κ_r，κ_m を示す．系の振動方程式を次式とする．

$\ddot{x}+2\zeta\omega_0\dot{x}+\omega_0^2x=P(t)$　　（５・１）　ζ が小さく共振が鋭い場合の共振尖鋭度Ｑは $Q=\frac{1}{2\zeta}$ の関係にある．κ_r，κ_m の値とパラメータ ζ の関係を（図５・７）に示す．図からわ



（図５・６）一自由度振動
系特性

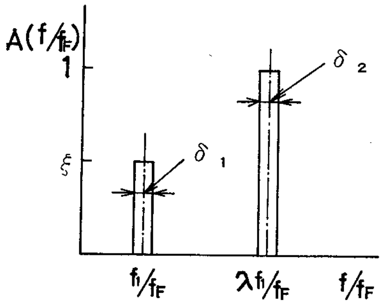


(図5・7)　ガウス性ランダム波形に対する計算例
(一自由度振動系特性の場合)

かるようにζが大となり，系の減衰が大きくなるにつれて，いいかえるとこの系の特性に対応するパワスペクトルの周波数範囲が広がり不規則度が大きくなると，κ_r は減少し，κ_m は増大することが判る.

5・3　2個の狭帯域のスペクトルがある場合

本節では(図5・8)に示すように中心周波数 f_1 と f_2 の2カ所に狭帯域のスペクトルがある場合について論ずる．2つのスペクトルの帯域幅をそれぞれ $\varDelta f_1=\delta_1 f_F$，$\varDelta f_2=\delta_2 f_F$ とし，又,両周波数成分の振幅比をζ：1とする．$\lambda=f_2/f_1$ として λ と κ_r，κ_m の関係についてシミュレーションによる計算結果と，このようなスペクトルをもつランダム波を δ_1，δ_2 を0に近づけた極限として得られる2つの周波数成分をもった正弦波の重畳波によりおきかえて求めた結果とを比較して述べる.



（図5・8） 二個の狭帯域スペクトルのある場合

5・3・1 重畳波による近似解析

（4・6）節においても述べたようにシミュレーションによって，κ_r，κ_m の値を求める場合，シミュレーションの長さが充分でないと結果が変動するという問題の外にパラメータが与えられた個々の問題については解答を得ることは出来るが，各パラメータが如何なる程度をもって結果に寄与しているかは，パラメータを系統的に変化させて多くの条件に対してシミュレーションを行なわなければわからないという欠点がある．一方不規則荷重波をうける機械部品の設計の立場などからすれば，各パラメータのはたす役割を近似的にでも簡単にみつもることが要求される．そこで非決定論的な不規則信号のうち，比較的容易に決定論的なモデルにおきかえられる，2つの周波数成分の近傍に，狭帯域スペクトルを有するガウス性不規則信号の場合について κ_r の近似式を求めると同時にシミュレーション結果と比較，検討する．

Ｒｉｃｅ の雑音モデルによれば，[2] ガウス性不規則信号Ｙ(ｔ)は次式によりフーリエ級数表示される．$Y(t)=\Sigma a_k \cos(2\pi f_k t+\phi_k)$ ……………（5・2）

ここに a_k はこの不規則信号のもつパワスペクトルにおいて周波数 f_k の近傍

の有限帯内にある調波群の有するパワの平方に比例する定数であり，ϕ_k は0～2π にわたって一様に分布する確率変数であり各kの間で独立である．すると $a_k \cos(2\pi f_k t+\phi_k)$ は独立な確率変数となり，多数のkについてその総和をとれば，中心極限定理により，Y(t)はガウス分布に近づく事になる．さて（5・8図）に示す2つの帯域 δ_1，δ_2 が共に0に近づいた極限を考えると（5・2）式の f_k としては，f_1 と f_2 の二成分のみとなり

$$Y(t)=a_1\cos(2\pi f_1 t+\phi)+a_2\cos(2\pi f_2 t)$$

$$=a_2\left[\xi\cos(\omega_1 t+\phi)+\cos(\lambda\omega_1 t)\right]\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5\cdot3)$$

なる形となる．

本来ガウス性不規則信号は連続的なスペクトルをもつものであり，（5・3）式のように離散的なスペクトルをもつものではないから（5・3）はもはや非決定論的なガウス性不規則信号を表わすものではないが，実際の不規則信号における帯域巾 Δf_2 の効果による振幅変調の平均周波数が，f_1 に比べて充分大きければ，（5・3）は短時間中においては実際の不規則信号に近いと考えられる．さて（5・3）において $\lambda=f_2/f_1$ が充分大きければ，位相 ϕ がY(t)の波形に及ぼす効果は小となる．この場合，波形の正負の極値の包絡線が $a_2(\xi\cos\omega_1 t\pm1)$ で近似できるので，$t=0\sim2\pi/\omega_1$ の間に最大のレンジペアが1組と大きさ $2a_2$ のレンジペアが $\lambda-1$ 組あると考える．損傷はレンジペアの $\bar{m}a$ 乗に比例し，$\bar{m}a$ の値は6～12程度であるので，最大レンジペアの大小は結果に大きく影響する．そこでここでは最大レンジペアについてのみ位相 ϕ の効果を考慮することにする．すなわち λ が偶数値をとるときは最大レンジペアの値は

$$a_2\left\{\xi\cos\phi+\xi\cos\left(\phi-\frac{\pi}{\lambda}\right)+2\right\}\cdots\cdots\cdots \quad (5\cdot4)$$

となり，λ が奇数のときは

$$a_2(2+2\xi\cos\phi)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5\cdot5)$$

となる．

位相差ϕを$-\frac{\pi}{\lambda}$から$\frac{\pi}{\lambda}$まで変化させれば最大レンジペアのとりうる値をすべて実現できるので，（5・4），（5・5）を$\phi=-\frac{\pi}{\lambda}\sim\frac{\pi}{\lambda}$で平均すれば$\lambda$が偶数，奇数のときの最大レンジペアの$\phi$についての平均値はそれぞれ以下のようになる．

$$\frac{a_2\lambda}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{\lambda}}^{\frac{\pi}{\lambda}}\{2+\xi\cos\phi+\xi\cos(\phi-\frac{\pi}{\lambda})\}d\phi$$

$$=\frac{a_2\lambda}{2\pi}\left[\frac{4\pi}{\lambda}+2\xi\sin\frac{\pi}{\lambda}+\xi\sin\frac{2\pi}{\lambda}\right]\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5\cdot6)$$

λ：偶数

$$\frac{a_2\lambda}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{\lambda}}^{\frac{\pi}{\lambda}}\left[2+2\xi\cos\phi\right]d\phi=\frac{a_2\lambda}{2\pi}\left[\frac{4\pi}{\lambda}+4\xi\sin\frac{\pi}{\lambda}\right]\cdots\cdots\cdots(5\cdot7)$$

λ：寄数

一方κ_rを求めるにはレンジペアの$\overline{m}a$乗の総和と極大の$\overline{m}a$乗の総和を考えねばならない．

レンジペアの$\overline{m}a$乗の総和は1組の最大レンジペアと（$\lambda-1$）組の大きさ$2a_2$のレンジペアが存在するのであるからλが偶数，奇数の夫々の場合に対して

$$(2a_2)^{\overline{m}a}\left[(\lambda-1)+\{1+\frac{\xi}{2}\sin\frac{\pi}{\lambda}+\frac{\xi}{4}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\}\right]^{\overline{m}a}\quad(\lambda:\text{偶数})$$

$$(2a_2)^{\overline{m}a}\left[(\lambda-1)+\{1+\xi\sin\frac{\pi}{\lambda}\}\right]^{\overline{m}a}\quad(\lambda:\text{奇数})$$

となる．

一方，極大値の$\overline{m}a$乗の総和は

$$a_2^{\overline{m}a}\left[(1+\xi\cos\phi)^{\overline{m}a}+\{1+\xi\cos(\phi+\frac{2\pi}{\lambda})\}^{\overline{m}a}+\{1+\xi\cos(\phi+\frac{4\pi}{\lambda})\}^{\overline{m}a}+\cdots\right]$$

ここで位相差ϕの影響は，レンジペアについては最大レンジペアについてのみ考慮に入れたのに対応して，極大についても，最大の極大値については，ϕに

ついての平均を取ると，極大値の $\overline{m}a$ 乗の和は

$$a_2^{\overline{m}a}\ \left[\left(1+\xi\frac{\lambda}{\pi}\sin\frac{\pi}{\lambda}\right)^{\overline{m}a}+\left(1+\xi\cos\frac{2\pi}{\lambda}\right)^{\overline{m}a}+\left(1+\xi\cos\frac{4\pi}{\lambda}\right)^{\overline{m}a}+\cdots\cdots\right]$$

となる。この総和を積分におきかえると

$$a_2^{\overline{m}a}\ \frac{\lambda}{2\pi}\int_0^{2\pi}(1+\xi\cos\theta)^{\overline{m}a}d\theta-(1+\xi)^{\overline{m}a}a_2^{\overline{m}a}+a_2^{\overline{m}a}\left(1+\xi\frac{\lambda}{\pi}\sin\frac{\pi}{\lambda}\right)^{\overline{m}a}$$

$$=a_2^{\overline{m}a}\ \left[\frac{\lambda}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=0,2,4}^{\overline{m}a}\binom{\overline{m}a}{k}\xi^k\frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)}-(1+\xi)^{\overline{m}a}+\left(1+\xi\frac{\lambda}{\pi}\sin\frac{\pi}{\lambda}\right)^{\overline{m}a}\right]$$

$$\cdots\cdots(5\cdot8)$$

ただし，ξ が1より大なる場合，θ のある範囲においては極大値が負になり，この部分の積分値を（5・8）よりひきさらねばならないが，$\overline{m}a$ は6～12とかなり大きな値をとるので，ξ が1よりも余程大きくならない限り，ひきさらねねばならない積分値は小さく（5・8）式で充分近似できる。結局，κ_r をレンジペアの $\frac{1}{2}$ の $\overline{m}a$ 乗の和と，極大の $\overline{m}a$ の乗の和との比率と考えれば，λ が偶数，奇数のそれぞれの場合に対し，κ_r は次式となる。

$$\kappa_r=\frac{(\lambda-1)+\left[1+\frac{\xi}{2}\sin\frac{\pi}{\lambda}+\frac{\xi}{4}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\right]^{\overline{m}a}}{\frac{\lambda}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=0,2,4}^{\overline{m}a}\binom{\overline{m}a}{k}\xi^k\frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)}-(1+\xi)^{\overline{m}a}+\left(1+\xi\frac{\lambda}{\pi}\sin\frac{\pi}{\lambda}\right)^{\overline{m}a}}$$

λ：偶数

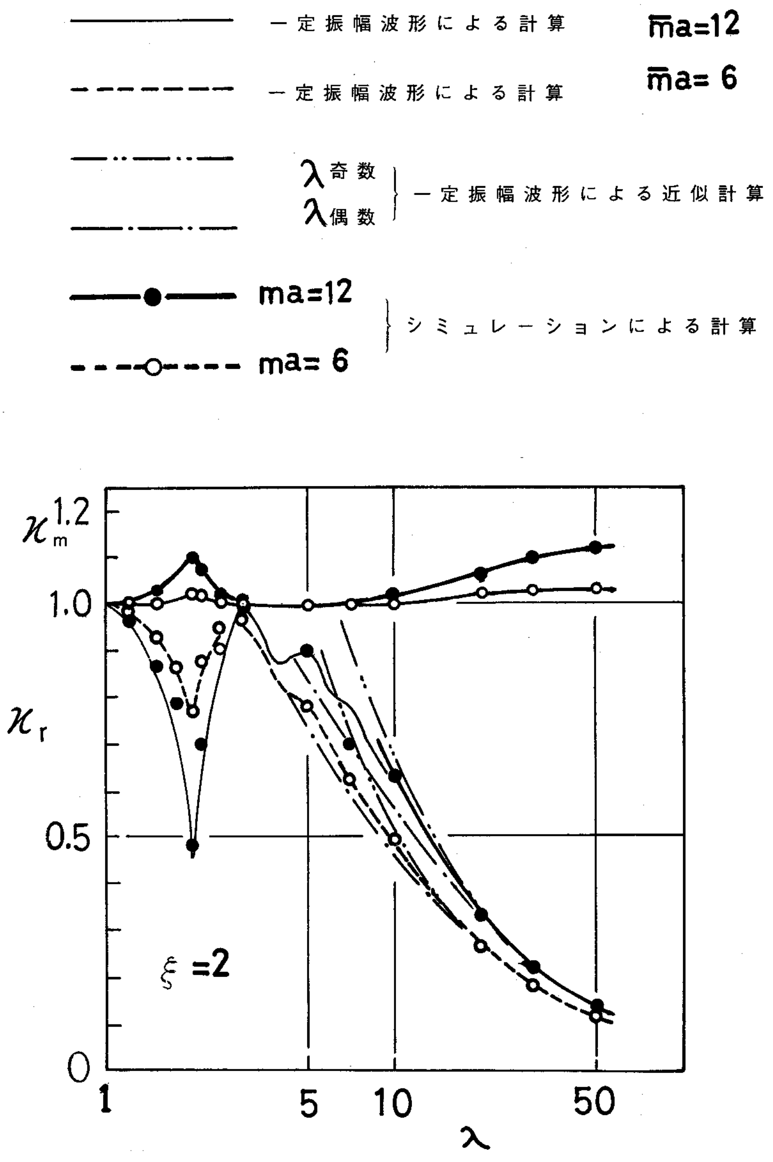
（5・9 a）

$$\kappa_r=\frac{(\lambda-1)+\left[1+\xi\sin\frac{\pi}{\lambda}\right]^{\overline{m}a}}{\frac{\lambda}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=0,2,4,}^{\overline{m}a}\binom{\overline{m}a}{k}\xi^k\frac{\Gamma\left(\frac{\kappa+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)}-(1+\xi)^{\overline{m}a}+\left(1+\xi\frac{\lambda}{\pi}\sin\frac{\pi}{\lambda}\right)^{\overline{m}a}}$$

λ：奇数　　（5・9 b）

5・3・2　シミュレーション結果との比較

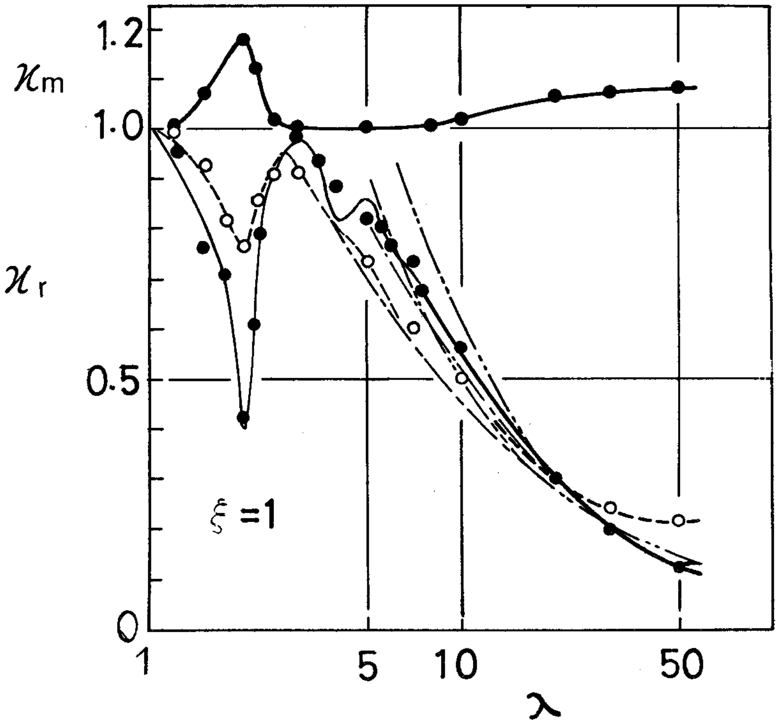
(5・9 (a)〜(d))に示す ξ ＝2, 1, 0.5, 0.25の各場合につきシミュ



(図5・9 (a))

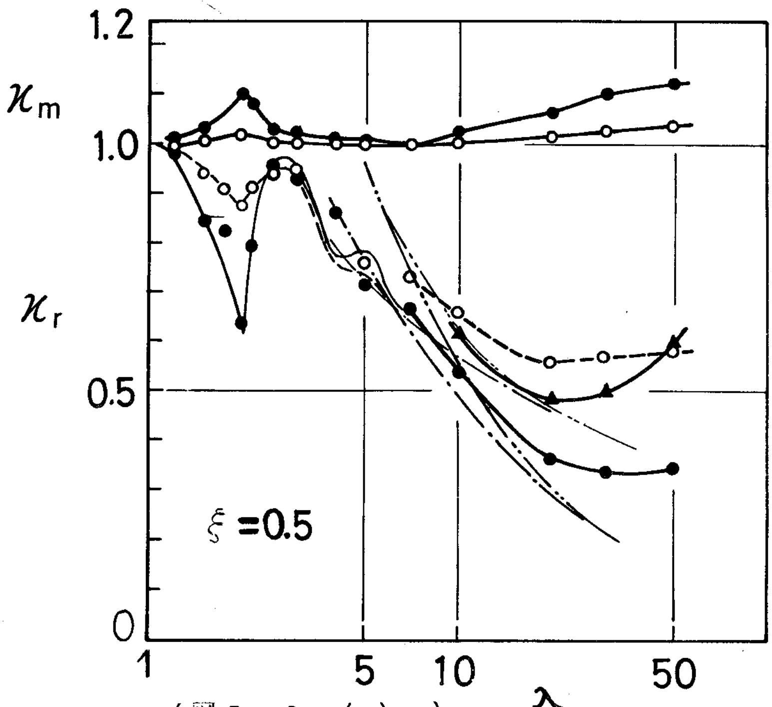
(図5・9 a, b, c, d) ガウス性ランダム波形に対する計算例

(2個の狭帯域スペクトルのある場合)



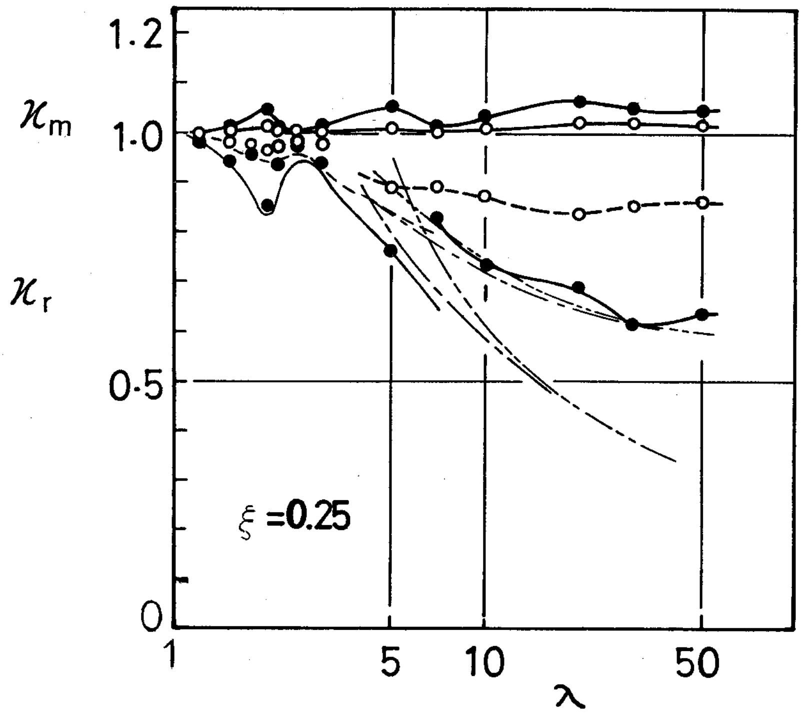
1.2
$\mathcal{K}_m$
1.0
$\mathcal{K}_r$
0.5
ξ =1
0
1
5
10
50
λ

(図5・9 (b))



1.2
$\mathcal{K}_m$
1.0
$\mathcal{K}_r$
0.5
ξ =0.5
0
1
5
10
50
λ

(図5・9 (c))



（図５・９　(d)　）

レーションによる結果と（５・９）式による計算値を比較しつつ，κ_r および κ_m の挙動について述べる．なお，λが小なる時は（５・３）式において位相φが波形Y(t)に及ぼす効果は大となり，もはや極値の包絡線を使用して（５・９）のごとき近似式を求めることはできない．そこで（５・３）のφを０～π/λ まで変化させてレンジペア，ピークをカウントし κ_r を求め，この平均値をとった．この値を（図５・９）において細実線にて示す．各ξについてランダム波形のシミュレーションによる計算点とよく一致している．またξのいずれの場合もλ＝２のとき切込んだ低下が起り，λ＝３で再び１近くまで上昇している．これは（図５・１０）に示すごとく，基本波と二次高調波では山と山が重なると次には山と谷が重なり最大のレンジペアが大きくならないのに対し，三次高調波では，山と山，谷と谷がとなりあって重なるためである．（図

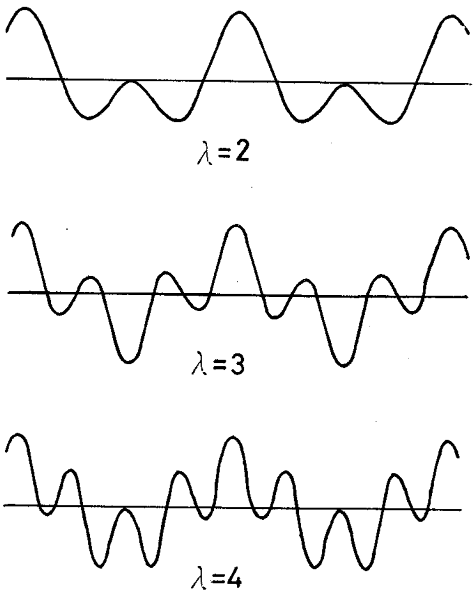
5・9)の細い一点鎖線，および二点鎖線は周波数の比λが大きい整数値をとるとき，それぞれ偶数および奇数の場合の(5・9)式による近似値を示す．ξが大きい場合，シミュレーションによる計算点は両鎖線の間に位置し(5・9)の近似式はほぼ妥当であると考えられるがξが小さくなるにつれてλの大きい所で離れてくる．これは以下の理由によるものと考えられる．すなわち(図5・8)のごときパワスペクトルを有するランダム波は周波数帯域Δf_1のゆっくりした変動に帯域Δf_2による変動が重畳した形になっており，Δf_2の帯域による振幅変調の平均周波数は$0.64\Delta f_2 = 0.64\delta f_F$である．先にも述べたように基本波の周波数$f_1$にくらべて，$\Delta f_2$の帯域による振幅変調周波数が充分高い場合は前述の近似式がほぼ成立するが，両者が近づいてくると，互に干渉するため(5・9)式はなりたたなくなる．この傾向はΔf_2の帯域のパワが大，すなわちξが小になるほど強くなり，このためにξが小になるとシミュレーション点と(5・9)式による計算値がはなれてくると考えられる．いずれにせよκ_rは$\lambda = 2$の場合を除きλが大きくなると共に低下し，低下の大きさは，ξが大なる程大きい，また$\lambda = 2$の場合は$\xi = 1$の時に最も低下が大きく$\overline{m}a = 12$の場合は0.4強となる．

κ_mについては$\lambda = 2$で大きくなるが$\overline{m}a = 12$のとき，$\xi = 1$で最も大きく，20%程度であるが，あとは10%程度にとどまる．κ_mが$\lambda = 2$で大きくなる理由は(図5・10)からも分かるように$\lambda = 2$の場合は，大きなレンジペアが大きな平均値を有するようになるからである．

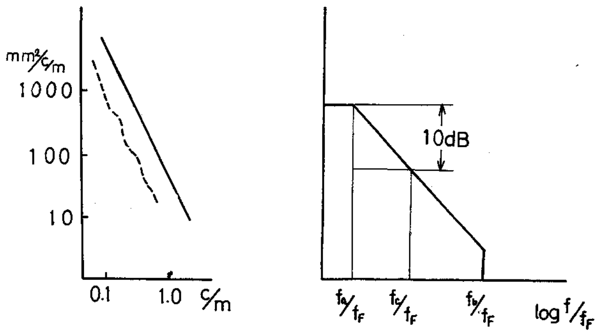
5・4　周波数1オクターブ当り一定の比率でパワが低減するスペクトルの場合

(5・11a)に示すようにパワスペクトルが両対数線上で直線的に右下り

する特性を有する場合の計算結果について述べる．このようなパワスペクトルは，路面の凹凸のスペクトル解析の際にしばしばみられるものである．[3)]
ところで，パワスペクトルが0から無限大までの全周波数範囲にわたって両対数線上で直線的であるとすると，このパワスペクトルの全周波数範囲にわたる積分値，すなわちこの変動のもつパワは無限大となり，解析的な取り扱いが不可能となるばかりでなく，実際の場合もパワの分布する周波数範囲は有限で，周波数0の附近はしゃ断されているか，パワの分布が平坦になっているものと考えられる．そこで（図5・11a）ののパワスペルトルを（図5・11b）のごとくモデル化する．すなわち無次元周波数0から f_a/f_F まではパワスペクトルは平坦に分布し，f_a/f_F から f_b/f_F までは，1オクターブ当り D_c デシベルでパワが低下し，f_b/f_F 以上の高域は

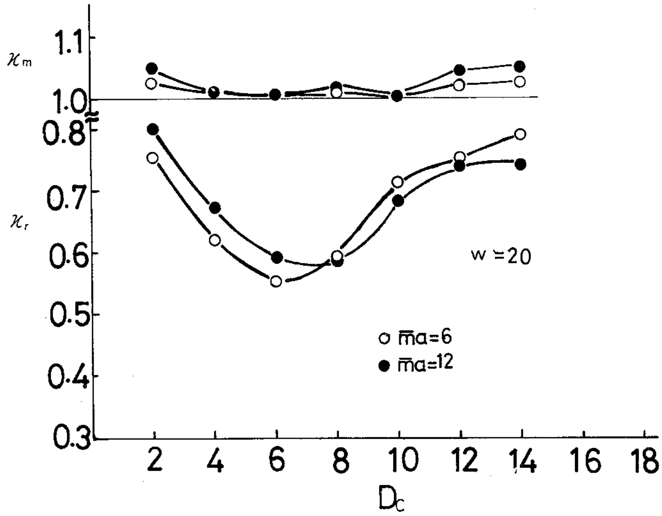


（図5・10） 重畳波形



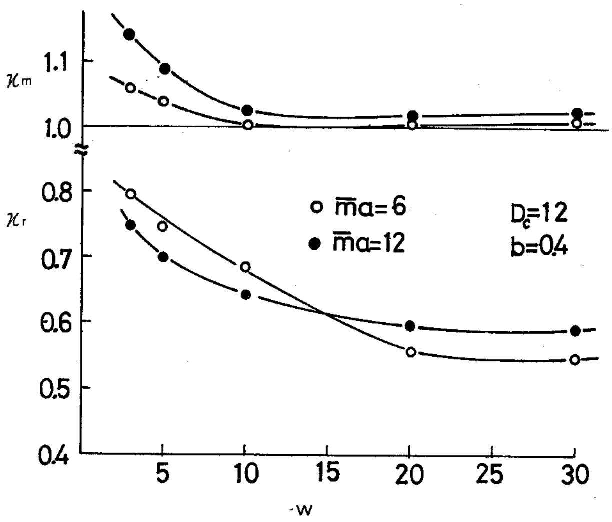
（図5・11） 一定の低減率をもつパワスペクトル

しゃ断されているものとする。またパワスペクトルの平坦部，一定の低減率D_cをもつ部分及び高域のしゃ断周波数$^{f_c}/_{f_F}$などの関係を示すパラメータとしてwと$^{f_c}/_{f_F}$を用いる．wは，－１０デシベルでの無次元周波数$^{f_c}/_{f_F}$と$^{f_a}/_{f_F}$の比で，$w = {}^{f_c}/_{f_a}$である。（図５・１２　）にw＝２０のときのκ_r，κ_mとD_cの関係を示しており，D_cが０に近づくと$\overline{m}a$＝１２でκ_rは０.８弱の値に近づいているが，これは$D_c \to 0$の極限ではスペクトルは全周波数にわたり平坦になり，波形は無次元周波数f_F＝１以上をカットした白色雑音となり，このときのκ_rの値０.８弱に近づくからである．また，D_cが大きくなるとκ_rは，一度低下して再び０.８弱の値に近づいている．これもD_cが大きくなると高域をシャープカットした白色雑音に近づくためである．



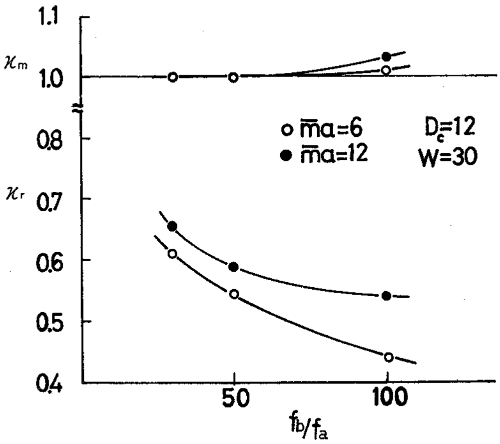
（図５・１２）　低減率とκ_r，κ_mの関係

（図５・１３）は，wのκ_r，κ_mに及ぼす効果をD_c＝１２，$^{f_b}/_{f_F}$＝０.４の場合について示したもので，wが大になるにつれてκ_rの値は低下するが，$\overline{m}a$＝１２のとき０.６５附近の値に飽和するようである．また（図５・１４）は高域しゃ断周波数$^{f_b}/_{f_F}$の効果をD_c＝１２，w＝３０の場合について調べたもので$^{f_b}/_{f_a}$が増大するとκ_rの値は低下するが，その低下率はそれほど大きなものではない。いづれにせよ，（図５・１１）に示すような特性のパワス



ペクトルをもったガウス性定常不規則波に対しては，ここで調べた範囲では $\overline{m}a$ ＝１２で０.５～０.８の値をとり，w，${}^{f}b/f_{a}$，D_c などのパラメータが小々変化してもオーダが変わるような変化は認められない。

（図５・１３）　w と κ_r，κ_m の関係



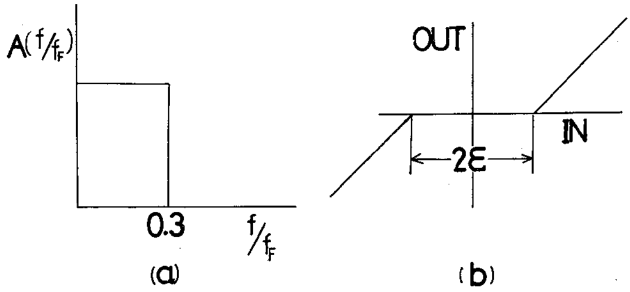
（図５・１４）　${}^{f}b/f_{a}$ と κ_r，κ_m の関係

５・５　ガウス性不規則荷重が非線形系を通過した場合

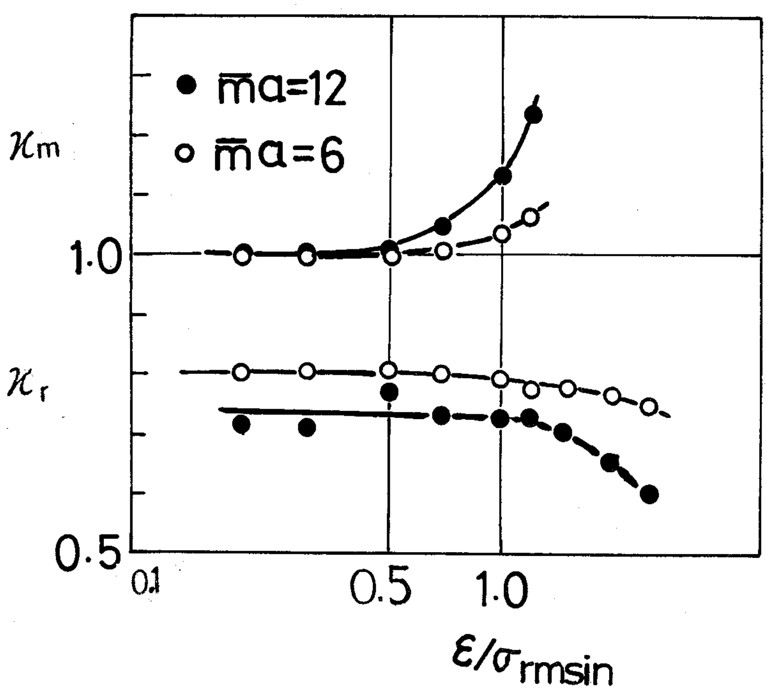
本節においては，ガウス性不規則荷重が非線形系を通過した場合の出力の波形に対する κ_r，κ_m について述べる。

5・5・1　非記憶型非線形系の場合

（図5・16）は（図5・15b）に示すような不感帯εを有する折線非線形系に（図5・15a）に示すスペクトルをもったガウス性ランダム波形を通



（図5・15）　折線非線形系



（図5・16）　折線非線形系を通過した非ガウス性ランダム波形に対する計算例

した場合でσ_{rmsin}を入力の二乗平均値とするとκ_m，κ_rの値は不感帯の幅が夫々0.5σ_{rmsin}・σ_{rmsin}を越えるまでガウス性の場合とあまりかわらず，以後κ_mは増加し，κ_rは減少する。いずれにせよ，このようなホワイトノイズが入力として与えられた時には非線形度が可成り大きくならなければ線形の場合と大差がないことが判る．またκ_r，κ_mが影響を受ける程非線形度が大きくなれば，荷重波形はガウス分布から大きくはずれ，第3章で述べたようにκ_r，κ_mに影響を与える因子，すなわち荷重の極値の順序が疲れ寿命に及ぼす効果よりも極値の大きさの分布が疲れ寿命に及ぼす効果が強く現われてくると考えられ，したがってこれらの効果の小さい範囲，すなわち，分布がガウス分布よりあまりはずれない範囲ではκ_r，κ_mはほとんど線形の場合と差がないことになる。

5・5・2　記憶型非線形系の場合

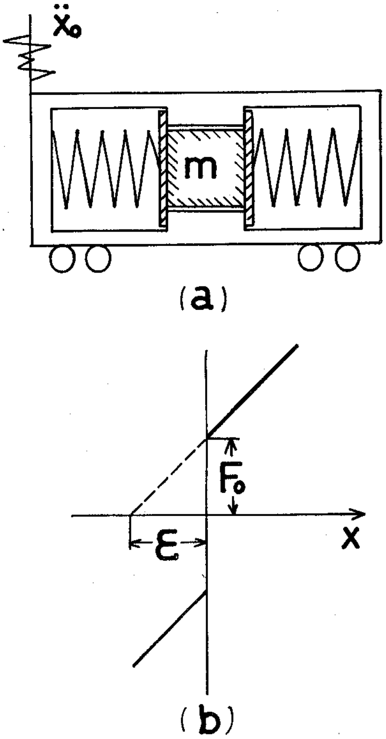
先ず（図5・17・a）に示すような初期圧縮を受けたバネが装着された振動系にガウス性の不規則加速度が加わる場合について考察する。シミュレーションの精度を検討するために，出力の確率密度関数について，シミュレーションにより求めた分布と，Fokker-Planck式を用いて求めた理論分布とを比較した。すなわち（図5・17・a）の質量をm，バネ定数をk，減衰係数をc，外部から加わる不規則加速度を$\ddot{x}_0(t)$とし，初期圧縮力をF_0とすれば，バネの復元力と，質量mの変位xとの関係は（図5・17・b）に示す如くなり，運動方程式は次式で与えられる．

$$m\ddot{x}+c\dot{x}+kx+F_0 S_{gn}x=-m\ddot{x}_0(t)\cdots\cdots \qquad (5\cdot10)$$

$$ここで\ \omega_0^2=k/m,\ \zeta=c/2\sqrt{mk},\ \varepsilon=F_0/k\cdots\cdots\cdots \qquad (5\cdot11)$$

とおくと（5・10）は

$$\ddot{x}+2\zeta\omega_0\dot{x}+\omega_0^2(x+\varepsilon S_{gn}x)=-\ddot{x}_0\quad\cdots\cdots \qquad (5\cdot12)$$



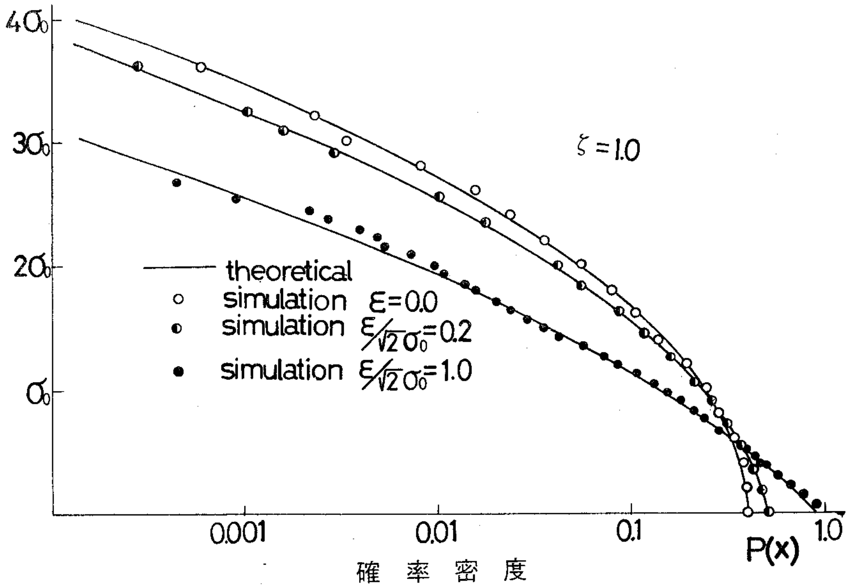
(図5・17) 初期圧縮をうけたバネを含む非線形振動系

となる．(5・12)の右辺 $\ddot{x}_0$ に白色ノイズが与えられた時の変位 x の確率密度関数については，変位 x と速度 $\dot{x}$ により定まる相空間の状態がマルコフ過程をとることから，変位と速度の同時確率密度関数に対して成り立つ一般的な Fokker-Planck の微分方程式[4]に，x が(5・12)を満足するという条件を付与することにより，理論的に求められている[5]．すなわち変位 x の確率密度関係 P(x)は

$$P(x)=\frac{e^{-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma_0^2}}}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_0\ \mathrm{erfc}(\varepsilon/\sqrt{2}\,\sigma_0)}\times e^{-\frac{x^2+2\varepsilon x S_{gn} x}{2\sigma_0^2}} \qquad (5\cdot 13)$$

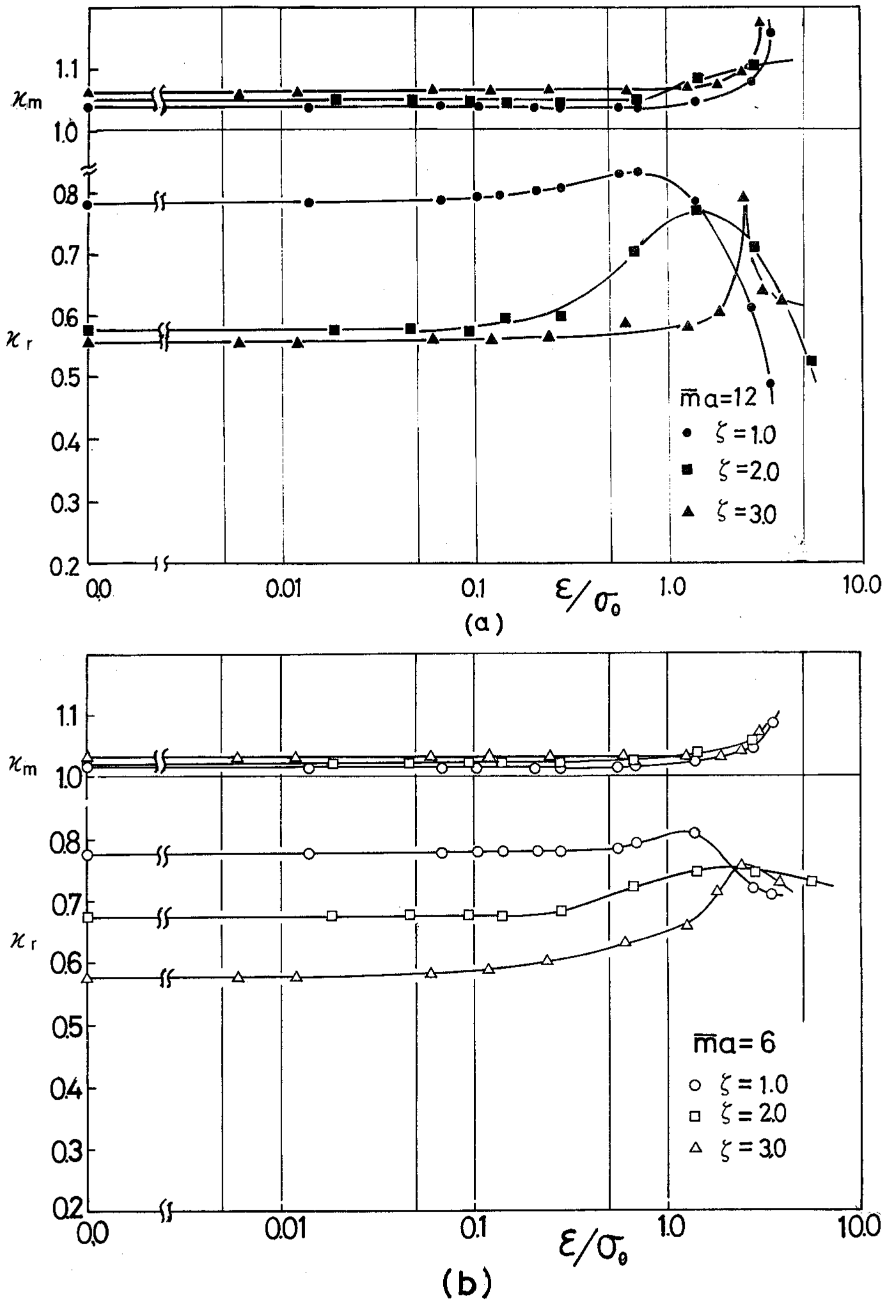
ただし σ_0 は $\varepsilon=0$，すなわち系が線形の時の変位の二乗平均値である．$\varepsilon/\sigma_0=0.2$，1.0の各場合について(5・13)の理論値とシミュレーションにより求めた値を(図5・18)に示す．図中丸印はシミュレーションによるもの，実線は理論曲線を表わしており，両者はほぼ一致するのでシミュレーションは精度よく行なわれていると考えられる．

さて上述のような非線形振動系に(図5・15・a)に示すスペクトルを有するガウス性不規則荷重が加わった時，質量 m の変位に応じた応力が部材に発生するとし，このときの不規則応力波形の κ_r，κ_m を減衰係数 ζ をパラメータ



（図5・18）　経過ひん度分布の理論値とシミュレーションの結果との比較

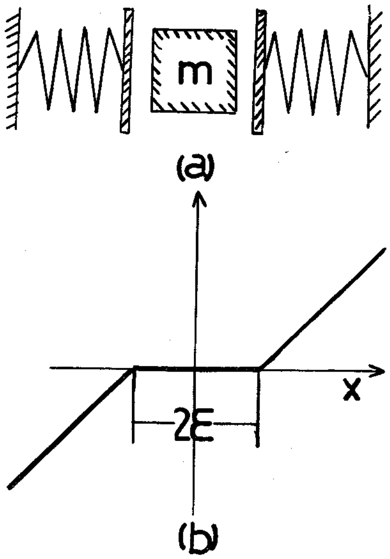
として求めると（図5・19・a，b）の如くなる．ただし，図の縦軸は κ_r，及び κ_m，横軸は（図5・17・b）の不感帯幅 ε を $\varepsilon=0$ の時の出力の二乗平均値 σ_0 で除した値をとっている．（図5・19・(a)）は $\overline{m}a=12$，（図5・19・b）は $\overline{m}a=6$ の場合の結果である．また，非線形性の効果が強くあらわれると考えられる減衰係数 ζ の大なる領域で計算を行なった．ζ すなわち，系の減衰が大きくなるにつれて κ_r の値は低下しており，非線形度が増し，ガウス分布から離れるにつれて κ_r の値はゆるやかに上昇し，$\varepsilon/\sigma_0=1$ 前後で極大となった後，急激に低下している．また，κ_m については，κ_r が急に低下し始める点で上昇し始めるが，ε/σ_0 が小なるところでは線形系の場合と殆んど同じである．したがって，非記憶型非線形系の場合と同様，経過頻度分布がガウス分布からあまり大きく離れない程度の非線形度の場合は，κ_r，κ_m は非線形度



（図５・１９）　非線形度と κ_r，κ_m の関係

の影響を殆んど受けないと言える。

次に（図5・20・a）に示すような質量とバネの間に空隙のある非線形振動系の場合を（図5・21・a，b）に示す。初期圧縮を受けたバネ系の場合と同様に系の減衰が大きくなるにつれて，κ_r の値は低下しているが，ε/σ_0 が小なる間は線形系の場合と殆んど変化せず，$\varepsilon/\sigma_0>0.1$ になると単調に減少しはじめることがわかる。κ_m については，κ_r がかなり減少しても殆んど変化せず非線形度0の場合に近い値をとる。したがってこの場合も上述の非線形系の場合と同様の結論が得られる。

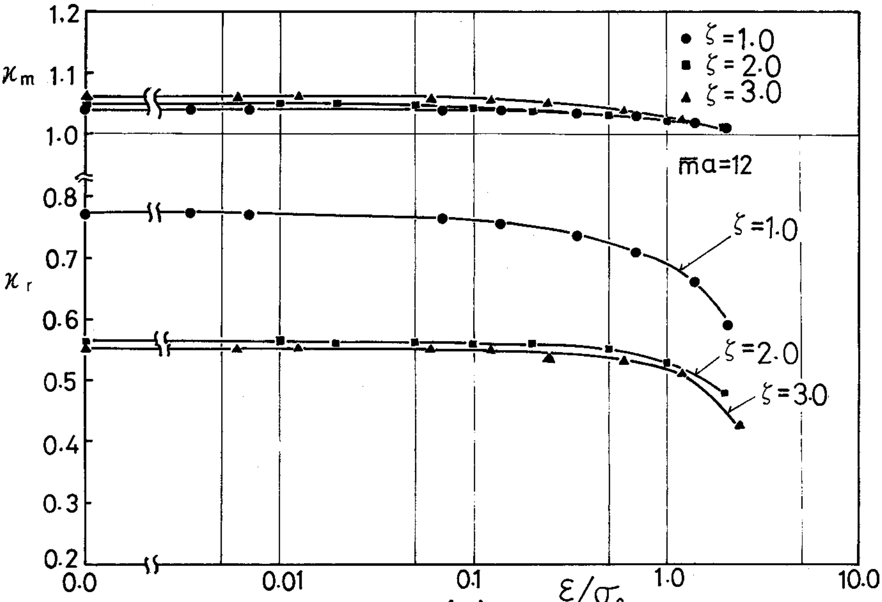


（図5・20）　空隙のある非線形振動系

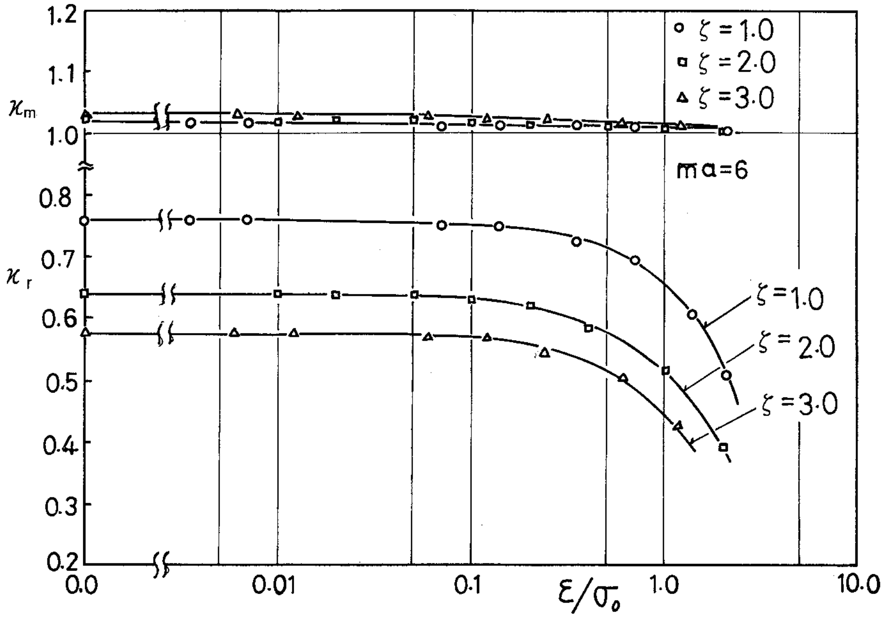
5・6　正負非対称な波形及び実働荷重波形の場合

5・6・1　非対称性の評価

上述の各例はいずれも，長時間にわたる平均値が0で，正負対称な不規則荷重についての計算例であったが，実際の機械，構造物に作用する実働荷重は，長時間にわたる平均荷重，経過ひん度分布の平均値まわりの非対称分布などを含みより複雑である。このような実働荷重に対する損傷の評価を行うには，荷重波形の含む諸種の因子をカウントし，これに損傷則を当てはめるという手段があるが，このような直接的方法ではなく，パワスペクトル，経過ひん度分布，平均応力などの若干の情報を用いて，より基本的なひん度分布やパワスペクト



(a)



(b)

（図５・２１）　非線形度と κ_r，κ_m の関係

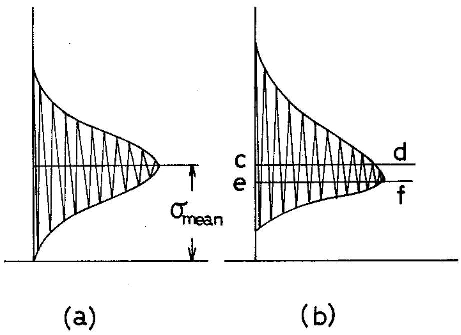
ルを有する荷重波形に対して評価した損傷を補正することが出来れば好都合である．このようなことを行うには，たとえば，損傷則としてこれまで述べて来たようなレンジペアと平均応力に対する損傷則を適用するとすれば，レンジペア～平均応力の分布は如何なるパラメータに支配されているかを知る必要がある．現在のところこのパラメータを簡単に求めることは困難であり，一般的な議論をするのは不可能なようである．しかし，前節までに記したいくつかのパワスペクトルのパターンを持つガウス性不規則荷重について，パターンが同じであれば，パラメータが大きく変らない限り，κ_r，κ_mの値はあまり大きく変わらない事，ならびに，非線形変換されることにより，ガウス分布から離れた不規則荷重についても，この非線形度が大きく変らない限り，やはり損傷値に大きな変化が認められなかった事などを考え合わせれば極値の配列順序の効果を表わすκ_rの値は，実際の実働荷重においても，これと同じパターンのスペクトルを持つガウス性不規則荷重とあまり大きな差は無いであろうと予想される．また平均応力の効果を表わすκ_mについては，実働荷重が正負対称である場合は，同じスペクトルを持つ対称なガウス性不規則荷重の場合とそれほど大きく変らないであろうが，実働荷重において平均荷重や，この平均荷重まわりに非対称分布がある場合にはκ_mの値は大きく変ってくることが予想される．そこで，先ず（図5・22・a）に示すように狭帯域ガウス性不規則応力波形が平均応力σ_{mean}だけずれる時の疲れ損傷の増加係数κ_{mm}を求める．$y_m = \sigma_{mean}/\sigma_{rms}$　$x = \Delta\sigma_r/2\sigma_{rms}$，　$r = \sigma_{rms}/\sigma_B$　とすれば，狭帯域の場合，レンジペア分布はレーレ分布となり，各レンジペアの平均応力はσ_{mean}で一定値となるから，xの分布関数は

$$P(x, 0) = x \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \quad \cdots\cdots\cdots \qquad (5\cdot14)$$

となる．したがってκ_{mm}は第3章（3・13）式より

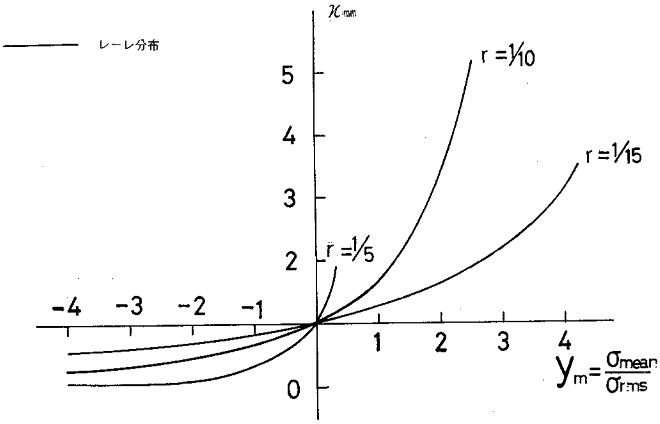
$$\kappa_{mm} = \frac{\int_0^\infty x^{\bar{m}a+1}\left[\frac{1-y_m r}{1-y_m(1+xr)}\right]^{\bar{m}a} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)dx}{\int_0^\infty x^{\bar{m}a+1}\exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)dx} \quad \cdots\cdots(5\cdot15)$$

このκ_{mm}とy_mの関係を$r=\sigma_{rms}/\sigma_B$をパラメータとして表示すると（図5・23）のようになる．更に平均応力まわりの非対称分布の影響を考慮するために（図5・22・b）に示すように狭帯域ガウス性ランダム波形をレベルe－fの上と下とで，比率$\frac{1+e}{1-e}$に拡大，縮小して非対称にし，分布の平均値を示すレベルc－dが平均応力σ_{mean}に相当すると考えたときのκ_mをκ_{mem}とする．



（図5・22）　正負の非対称性

（図5・22・b）でレベルc－dの上下で分布曲線に囲まれる面積は等しくなければならないので，レベルc－dとe－fの差をν_eとすれば次式が成立しなければならない．



（図5・23）　レーレ分布のときのκ_{mm}とy_mの関係

$$\int_{y_e}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2(e+1)^2}\right) dx = \frac{1}{2} \quad \cdots\cdots\cdots (5 \cdot 16)$$

これを書きかえると

$$\mathrm{erf}\left[\frac{y_e}{\sqrt{2}(e+1)}\right] = \frac{e}{e+1} \quad \cdots\cdots (5 \cdot 17)$$

上式を満足するような y_e を用いて κ_{mem} は次式で与えられる．

$$\kappa_{mem} = \frac{\int_0^{\infty} x^{\bar{m}a+1} \left[\frac{1-r(ex-y_e+y_m)}{1-(ex-y_e+y_m)(1+rx)}\right]^{\bar{m}a} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) dx}{\int_0^{\infty} x^{\bar{m}a+1} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) dx}$$

$$\cdots\cdots (5 \cdot 18)$$

κ_{mem} と y_m の関係を，r，e をパラメータとして図示すると（図5・24・a，b，c）のようになる．次にこれらの線図を用いて実働荷重波形の場合の推定を試みる．

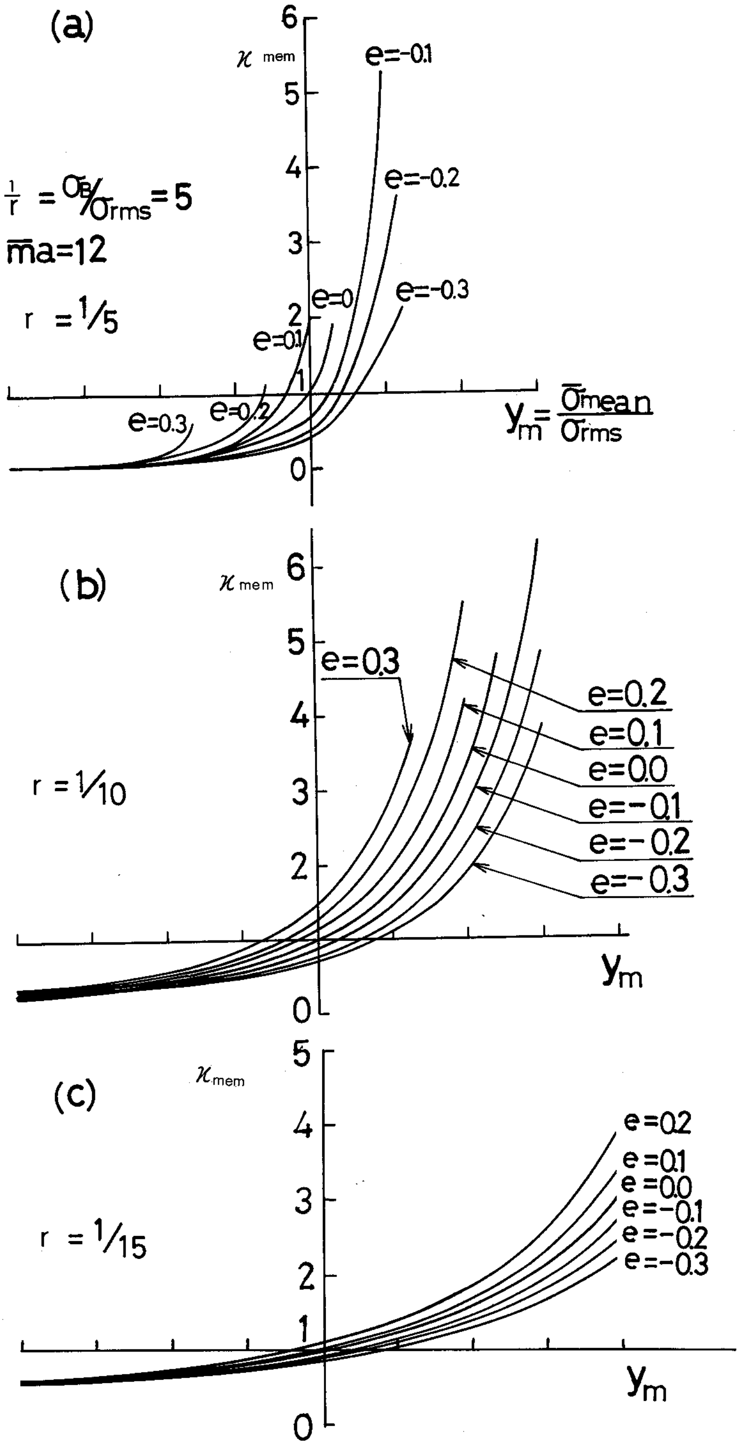
5・6・2　実働荷重の解析例

（図5・25）は乗用車のリアスプリングの実測応力波形である．これをA－D変換し，パワスペクトル解析した結果を（図5・26）の実線にて示す．また，このA―D変換したおよそ一万点のサンプル点から第4章で述べた方法により約2000点の極値を求め，これより経過ひん度，極値ひん度，レンジペア，ミーン二元累積ひん度分布を求め（図5・27）に示す．ただし（図5・27）の黒丸は $x = \Delta\sigma_r / 2\sigma_{rms}$， $y = \sigma_m / \sigma_{rms}$ として，応力レンジペアミーンの二次分布 $P(x, y)$ を x についてはXから∞まで，y についてはYから∞まで積分した累積ひん度分布

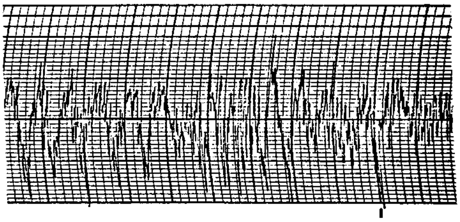
$$\int_Y^{\infty} dy \int_X^{\infty} P(x, y)\, dx$$

をYをパラメータとして表示したものである．

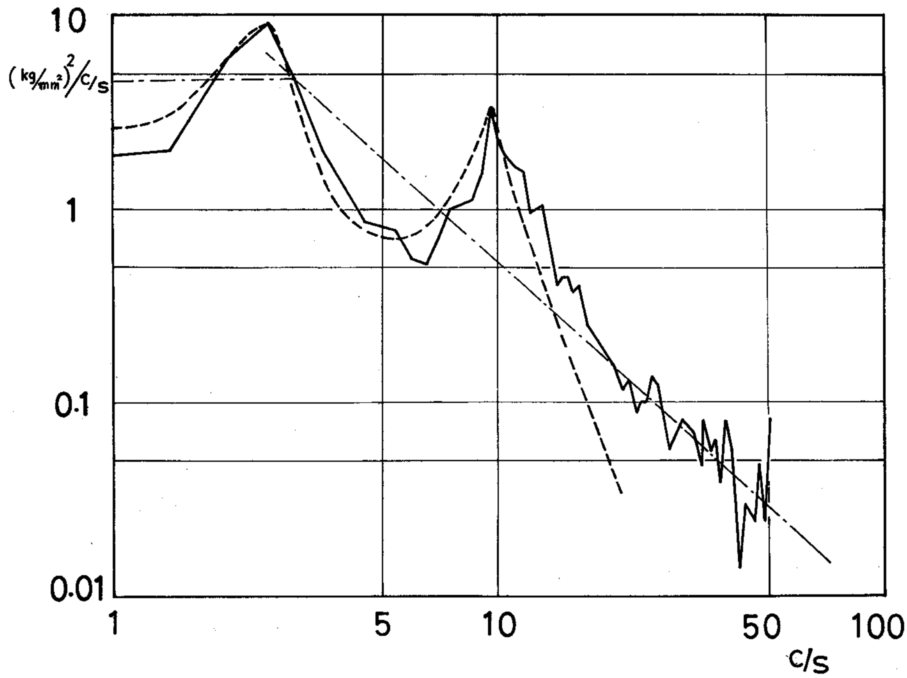
このスプリングは大きな引張平均応力が働いており，この平均応力 σ_{mean} は



（図５・２４）　レーレ分布のとき非対称性が κ_m におよぼす影響



（図５・２５）　乗用車のリアスプリングの応力波形例

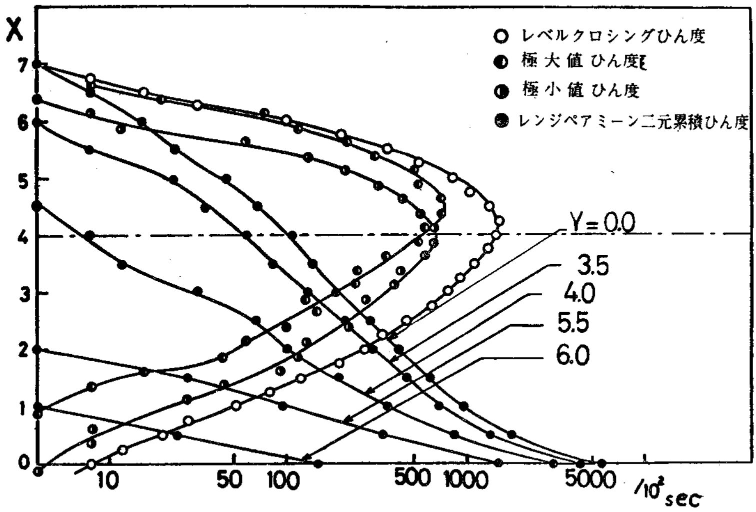


（図５・２６）　乗用車のリアスプリングの応力波形に対する
パワスペクトル解析結果

平均値まわりの分散 σ_{rms} のおよそ４倍であり $r = \frac{1}{15}$

$\sigma_{mean} = 4\sigma_{rms}$ とすれば κ_r, κ_m の値はそれぞれ 0.595，2.73 となった．

一方，（図５・２６）の実線，すなわちリアスプリングに働く実働応力のパワスペクトルとこれを２自由度系で近似した破線，および二直線で近似した一点



（図５・２７）　乗用車のリアスプリングの応力波形のひん度解析例

鎖線のパワスペクトル分布をもったガウス性不規則波形に対し κ_r を求めると，それぞれ $\kappa_r = 0.739$，0.715，0.595 と実応力波形の κ_r とほぼ同程度の値となり，ガウス性不規則波によっても，オーダ的にはあまり大きな誤差なしに推定できると言える．

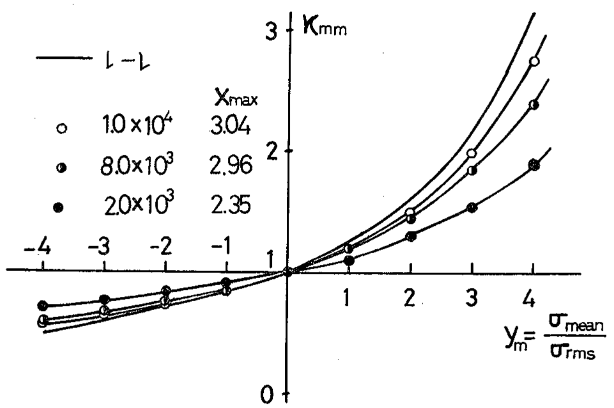
一方 κ_m については（３・１４）式を再びかきなおすと

$$\kappa_m = \frac{\displaystyle\int_0^\infty x^{\bar{m}a}\int_0^\infty \left[\left\{\frac{1-ry_m}{1-ry_m(1+rx)}\right\}^k + k r^3 x \Delta y^2 \{1+O(r)\}\right] \times p(x,\Delta y)\, d\Delta y\, dx}{\displaystyle\int_0^\infty x^{\bar{m}a}\int_0^\infty p(x,\Delta y)\, d\Delta y\, dx}$$

$$\fallingdotseq \frac{\displaystyle\int_0^\infty x^{\bar{m}a}\int_0^\infty \left[(1+kr^2 x y_m) + k r^3 x \Delta y^2 (1+3ry_m)\{1+O(r)\}\right] \times p(x,\Delta y)\, d\Delta y\, dx}{\displaystyle\int_0^\infty x^{\bar{m}a}\int_0^\infty p(x,\Delta y)\, d\Delta y\, dx} \qquad (5\cdot19)$$

となり，rやΔyのオーダを考えればy_mが大きい時，Δyすなわち各レンジペアのもつ平均値がκ_mに寄与する程度はy_mすなわち全体の平均値がκ_mに寄与する程度にくらべて省略できることが判る．

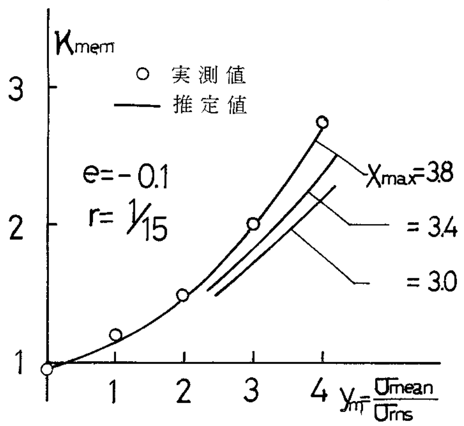
そこで，$y_m = 4$の本例においてはΔyの効果を無視してκ_mとして（図5・24）に示したκ_{mem}を採用する．（図5・27）によれば，e ≒ −0.1で$r=\frac{1}{15}$であるから（図5・24）により$\kappa_m \doteqdot \kappa_{mem} = 3.15$と推定され，実測データから求めた$\kappa_m$の値2.73とはかなりずれる．これは次に述べる事が大きな原因になっていると考えられる．すなわち，狭帯域不規則波形に対し，そのレンジペアがレーレ分布になることを利用して（5・18）式を用いてκ_{mem}を求めている．これに対しシミュレーションにより，狭帯域不規則波形を作り，かつそのシミュレーションの長さを種々に変えて，κ_{mm}を求めると（図5・28）に示すように，シミュレーションの長さが短いとκ_{mm}は理論値より低目の値を与え，長さが長くなるに従って次第に理論値に近づくことが判る．このときのシミュレーションの間で現われる最大レンジペア（$\Delta\sigma_{rmax}$）に対応する$x_{max} = \Delta\sigma_{rmax}/2\sigma_{rms}$の値は図中に示すとおりであり，シミュレーション長が長くなるにしたがって現われる最大レンジペアは次第に大きくなり，これとともに，κ_{mm}の値も理論値に近づくことが



（図5・28）　シミュレーションの長さをかえた時のκ_{mm}の値

判る．したがってκ_{mm}あるいはκ_{mem}の値は，x_{max}に依存する事が予想される．そこで$r=\frac{1}{15}$，e＝－0.1の場合に対し，（5・18）式のxについての積分を0から∞ではなく，0からx_{max}までで打ち切り，このときの（5・18）式によりκ_{mem}の値をx_{max}をパラメータに図示すると（図5・29）の実線のごとくなる．ところで，解析の対象となっている実荷重波形の最大レンジペアは$3.8\times2\sigma_{rms}$であり，$x_{max}=3.8$に相当している．

この実波形の$r=\frac{1}{15}$の時のκ_mをy_mに対してプロットすると（図5・29）の白丸印のごとくなり，とくに$y_m=4$のときは実測値$\kappa_m=2.73$に対し，$x_{max}=3.8$に対する推定値は$\kappa_{mem}=2.65$となり，実波形の含む最大レンジペアとeの値を求めれば，（5・18）式のκ_{mem}より，実測値とほぼ同程度の値が推定できることが判る．



（図5・29）κ_{mem}の推定値と実測値

5・7 結言

本章においては，第3章で述べた基礎実験より得られた，定常ランダム荷重による疲れ寿命は，応力レンジペアの$\overline{m}a$乗に比例した疲れ損傷が線形に累積

すると仮定して推定できるとの結論と，各応力レンジペアのもつ平均応力による疲れ損傷の増加割合は，平均応力を有する一定応力振幅試験の際の平均応力による疲れ損傷の増加割合と同じであるとの仮定とを用いて，不規則度の大きい広帯域の場合や，経過ひん度分布が正負非対称の場合も含む一般の定常ランダム荷重による疲れ寿命を実験の容易な狭帯域のランダム荷重による疲れ試験結果から推定することを考えた．すなわち，複雑に変動する一般の定常ランダム荷重波形の経過ひん度分布とパワスペクトルを調べ，更にこれに十分近く，計測，計算に便利で，疲れ試験が比較的容易にできる基準の荷重波形として，その経過ひん度分布をずらせて平均値の上下に対称とし，さらにその平均値を0に移した経過ひん度分布をもつ狭帯域のランダム荷重波形を考える．そして，この基準波形により実験を行ない，寿命T_0を求め，元波形による寿命Tを$T = T_0 / \kappa_r \cdot \kappa_m$で見積ることを考えた．

ここにκ_r，κ_mは元波形のパワスペクトルによって決まる量であり，κ_rは広帯域と狭帯域の夫々の波形のレンジペア分布の相違に対する補正係数であり，κ_mは各レンジペアのもつ平均応力に対する補正係数である．本章では典型的なパワスペクトルをもつ数種のガウス性定常ランダム荷重，及び若干の非ガウス性ランダム荷重に対してシミュレーションによりκ_r，κ_mを求め，更にκ_mに対する経過ひん度分布の非対称性の影響ならびに，長期にわたる平均応力の影響を評価して，以下の結論を得た．

1) ランダム荷重が，ガウス性で正負対称の場合，本章で扱った高域および低域がしゃ断された形のパワスペクトル，二周波数成分において狭帯域スペクトルがある場合などのパワスペクトルをもつランダム荷重に対しては，スペクトルの形を決定するパラメータが少々変動してもκ_r，κ_mは大きくは変らず，また本章で扱った範囲では$\kappa_r = 0.4 \sim 1$，$\kappa_m = 1 \sim 1.1$の程度であり，荷重波形

の不規則性が応力レンジペアを通じて損傷に及ぼす影響の程度を越えると考えられるほどは大きくなく，したがって，上述のごとく，T_0 から T を推定しても大きな誤差はないと考えられる。

2）二カ所の周波数成分において，狭帯域スペクトルをもつガウス性ランダム荷重に対する κ_r は，不規則波を二つの正弦波の重畳波で表現することにより近似的に求めることが出来る。

3）白色雑音をある種の非線形要素により変換して得られる非ガウス性ランダム荷重波形においても，要素の非線形度が著しく大きくならない限り κ_r，κ_m の値は，ガウス性不規則荷重の場合とくらべて大きな差はなく，したがって非ガウス性ランダム波形についても 1）の結論と同様に $T_0/\kappa_r \cdot \kappa_m$ で T を推定できると考えられる。

4）経過ひん度分布が，正負非対称で一定の平均応力のある，実応力波形についての κ_r をこれと同じ形のパワスペクトルをもつガウス性ランダム波にて推定した結果，かなり粗い近似であるにかかわらず，実測値とほぼ等しい値が得られた．また κ_m については，レンジペアがレーレ分布にしたがう狭帯域の波形を正負にひずませ，かつ一定の平均応力を与えたときの κ_m の計算式により，実波形に現われる最大レンジペアを考慮して計算すれば，実測値とほぼ同程度のの値が得られる．

参考文献

1) J. Kowalewski
Proc. Symp. on full scale fatigue testing of aircraft structure 1961.

2) S. O. Rice, Mathematical Analysis of Random Noise: The Bell System Technical Journal Vol 23, 24: 1945

3) 兼重, 日本機械学会：不規則振動研究分科会報告書（昭41－9） P65

4) Thomas K. Cauchy
The Journal of the Acoustical Soc. of Ame. Vol 35, №11 (1963)

5) S. H. Crandall
Journal of Applied Mechanics Sept. 1962

第6章　ランダム応力下の応力〜塑性ひずみ関係に対する繰返し速度効果

6・1　緒言

前章までにおいては，パワスペクトルが広い周波数範囲にわたって分布する広帯域の場合を含む，一般のランダム応力波形に対して，この経過ひん度分布を正負対称に修正した経過ひん度分布をもつ狭帯域の基準のランダム応力波形を考え，実際の実験は，この基準波形に対して行ない，この結果を補正して，元波形による疲れ寿命を推定する方法について考察した．しかし，この補正は，元波形と基準波形との間の極値の配列のしかたの相違から生ずる寿命のちがいを補正するものであり，繰返し速度の影響については考慮していなかった．しかし，一般のランダム応力は多くの周波数成分を含んでおり，一方，基準波形は一つ，あるいは非常に狭い範囲の周波数成分しか含んでいない．しかし，一般に疲れ強さをも含めて材料の強度はひずみ速度の影響をうけ，考えているパワスペクトルの分布する周波数の範囲における応力繰返し速度による疲れ寿命への影響は，必ずしも無視できない程度である．したがって狭帯域の基準波形の周波数を，元波形と速度効果に対して等価になるように選ぶことが必要となる．

そこで，本章においては，二，三の典型的なパワスペクトルをもつ広帯域ランダム応力波形を狭帯域の基準波形におきかえるに際して，この基準のランダム波形の中心周波数 f_{eq} を元波形のパワスペクトルに応じて，いくらに選ぶべきかについて考察する．

6・2　速度効果の評価方法

菊川ら[9]は，疲れ強さの繰返し速度依存性を，繰返し応力と繰返し塑性ひずみ

の関係，および，繰返し塑性ひずみと寿命の関係の二つにわけて考察した．その結果，S10C，S20C，S40Cの三種の炭素鋼に対して，疲れにおける応力繰返し速度の効果は，主として，応力と塑性ひずみの関係に認められ，繰返し速度が増加するとともに同じ応力幅に対する塑性ひずみ幅は減少することを明らかにした．そして，塑性ひずみと寿命の関係に対しては，繰返し速度の影響は通常の場合は小さく，特に考える周波数の範囲の広い場合，脆性遷移温度に近い場合のほかは無視でき，繰返し速度は応力と塑性ひずみの関係を通じて疲れ寿命に影響をおよぼすと考えてよいことを明らかにした．

そこで，本章においては，この結果を用いて，この応力と塑性ひずみの関係をあらわし得る以下に述べるような適当なモデルを考え，広帯域ランダム応力波形を狭帯域ランダム波形におきかえる際，両波形が速度効果について等価になるように，狭帯域波形に与えるべきその中心周波数 f_{eq} をシミュレーションにより求めることとした．

すなわち，任意の帯域をもつランダム応力波形を第4章で述べた方法によりシミュレーションで発生させ，その波形のレンジペア $\Delta\sigma_r$ の単位繰返し数あたりの累積ひん度分布関数を $\Psi(\Delta\sigma_r)$ とする．そして，この応力波形が加わったときの塑性ひずみ波形を，（6・3）節で述べるモデルを用いてシミュレーションで求め，そのレンジペア $\Delta\varepsilon_{pr}$ の累積ひん度分布を $f(\Delta\varepsilon_{pr})$ とする．損傷は，塑性ひずみレンジペアの a 乗に比例して累積すると考えれば，応力レンジペアの単位繰返し数あたりの損傷は

$$\delta_1 = \int_0^{\infty} \left(\frac{\Delta\varepsilon_{pr}}{\varepsilon_0}\right)^a \left\{-\frac{df(\Delta\varepsilon_{pr})}{d\Delta\varepsilon_{pr}}\right\} d\Delta\varepsilon_{pr} \qquad (6\cdot1)$$

となる．

次に，このランダム応力波形と同じレンジペア分布をもつ狭帯域のランダム

応力波形による損傷について考える．今，狭帯域の波形の個々の応力レンジペア$\Delta\sigma_r$と，この応力レンジペアに対応する塑性ひずみレンジペア$\Delta\varepsilon_{pr}$の関係は，第3章で述べたように次の実験式で表わされるものとする．

$$\Delta\varepsilon_{pr} = \overline{\Delta\varepsilon_0}\left(\frac{\Delta\sigma_r}{\overline{\Delta\sigma_0}}\right)^{\overline{m}} \qquad (6\cdot2)$$

ただし，この狭帯域ランダム波形の中心周波数をf_0としたとき，（6・2）式の$\overline{m}$，$\overline{\Delta\sigma_0}$は$f_0$の関数となり，

$$\left.\begin{aligned} \overline{m} &= \overline{m}(f_0) \\ \overline{\Delta\sigma_0} &= \overline{\Delta\sigma_0}(f_0) \end{aligned}\right\} \qquad (6\cdot3)$$

となるものとする．すると，この狭帯域波形による単位繰返し数あたりの損傷は

$$\delta_{00} = \int_0^\infty \left(\frac{\overline{\Delta\varepsilon_0}}{\varepsilon_0}\right)^a \left(\frac{\Delta\sigma_r}{\overline{\Delta\sigma_0}}\right)^{\overline{m}a} \left\{-\frac{d\Psi(\Delta\sigma_r)}{d\Delta\sigma_r}\right\} d\Delta\sigma_r \qquad (6\cdot4)$$

となる．そこで，δ_1とδ_{00}の比κ_fを導入し，

$$\kappa_f = \delta_1/\delta_{00} \qquad (6\cdot5)$$

とする．もちろんκ_fは狭帯域ランダム波形の中心周波数f_0の関数であり，$\kappa_f = 1$となるf_0がf_{eq}に相当する事になる．

さて，（6・2）式の実験式中の定数は実験結果と合うように決定すればよいのであるが，このためには，次の問題点を解決しなければならない．すなわち，第3章でも述べたように，実際の材料では軟化硬化があるために，ある特定の周波数をもった一定振幅応力試験における応力と塑性ひずみの関係と，これと同じ中心周波数をもった狭帯域のランダム試験での応力と塑性ひずみ関係とは異なり，したがって，（6・2）式の$\overline{m}$，$\overline{\Delta\sigma_0}$は，一定応力振幅と，狭帯域のランダム試験とでは異なることになる．したがって，（6・3）式において，$\overline{m}$，$\overline{\Delta\sigma_0}$の周波数依存性を求めるには，本来ならば，種々の中心周波数をもった狭帯域のランダム応力波形による実験を行なって，応力と塑性ひずみの

関係を調べて（6・3）式の関数形を求めなければならない．これと同時に，応力波形に対する塑性ひずみ応答をシミュレートするモデルにおける諸定数も，ランダム応力波形による実験から求まる応力－塑性ひずみ関係を満足するように決定しなければならないし，より精密なモデルを組立てるには，このモデルに軟化，硬化の機構を組み入れる必要もある．

しかし，特に，一定応力振幅とランダム応力による疲れ寿命の相違などを問題にせず，単に，ランダム応力波における繰返し速度効果のみを問題とし，さらに軟化硬化過程が終了して定常状態となった疲れ過程を考える場合は，一定応力振幅と，狭帯域ランダム応力とにおける応力－塑性ひずみ関係への速度効果が等しいとして扱ってもさしつかえない．

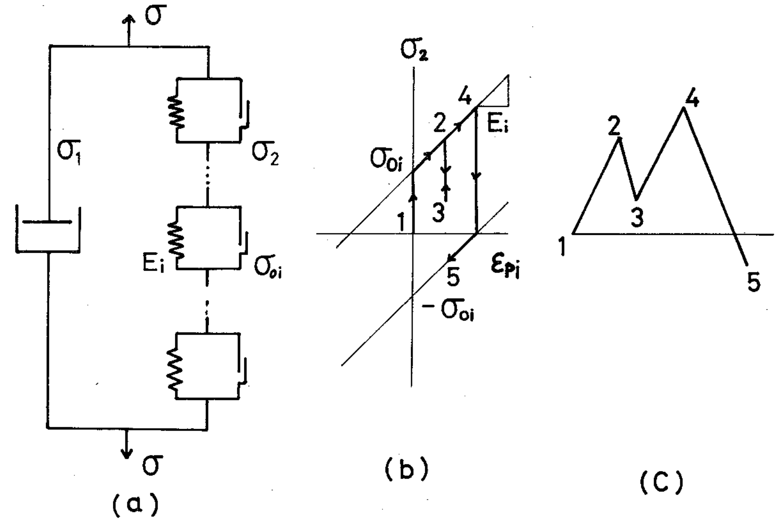
そこで，（6・3）式の $\overline{m}$，$\Delta\overline{\sigma}_0$ の周波数 f_0 に対する実験式は，一定応力振幅試験の実験結果に合うように定め，同時に，シミュレーションの対象となるモデルの諸定数も一定応力振幅での実験結果と合うよう定めて上述のごとく f_{eq} を求めても大きな誤差はないと考えられる．

本章では，モデルに所定の繰返し速度をもった一定振幅応力を与えたときに，その塑性ひずみ応答が実験結果と一致するようにモデルの諸定数を定め，更に（6・3）式の実験式の形を決定する．次に二，三の典型的なパワスペクトルをもつガウス性定常ランダム応力波形に対するモデルの塑性ひずみ応答を求めて，応力，塑性ひずみ双方のレンジペアを計測して，（6・1）式，（6・3）式，（6・4）式を用いて，f_0 を種々に変え，$\kappa_f = 1$ となる周波数 f_{eq} を求めることとした．

6・3　応力塑性ひずみ関係に対するモデル

応力－塑性ひずみの関係に対する力学的モデルとして（図6・1）に示すよ

うな，バネ，スライダと，速度効果を与えるためのダッシュポットからなるモデルを用いた．材料の塑性変形に対して，このようなモデルを用いて，その外



（図６・１） バネ，スライダモデル

応力に対する挙動を解析することは，従来より多く行なわれてきた．[1)~7)]しかし，その対象の多くは準静的な荷重状態に対する応答である．[1)~4)] また，動的な外力に対する応答を扱ったものの多くは，主として非線形振動論の立場からの取り扱いであり，[5)] 疲れ現象と結びつけた例はすくないようである．[6),7)]

そこで，本章では，降伏に関する Johnston-Gilman の理論[8)] を疲れの場合に拡張して，応力と塑性ひずみの関係に対するくり返し速度，温度効果を論じた理論[9)]と，上記の力学的モデルを組み合わせて，ランダム応力に対する塑性ひずみ応答をディジタルシミュレーションにて求めることとした．

すなわち，（図６・１ａ）に示すごとく，モデルに加わる応力σを，ダッシュポットがうけもつ部分σ_1と，バネ，スライダがうけもつ部分σ_2にわける．

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \qquad (6\cdot 7)$$

バネ，スライダからなる複数個の要素に加わる応力は，どの要素に対しても等しく，σ_2となる．各要素の塑性ひずみをε_{p_i}とすると，σ_2とε_{p_i}の関係は，(図6・1c)に示すσ_2の変動状態に応じて，(図6・1b)に示すように1→2→3　→5の径路をたどる．全体の塑性ひずみε_pは

$$\varepsilon_p = \sum_i \varepsilon_{p_i} \qquad (6 \cdot 8)$$

である．次に問題となるのは，σ_1とσ_2がどのような割合で配分されるかである．ダッシュポットの応力σ_1は，塑性ひずみ速度と次のような関数関係にあるとする．

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt} = V(\sigma_1) \qquad (6 \cdot 9)$$

この関数Vを決定するのに，上記のJohnston-Gilmanの 理論を拡張した理論を適用した．

すなわち，彼らは単位体積中の動きうる転位の長さをL，その平均移動速度をvとし，bを転位のバーガースベクトルとすると，塑性ひずみ速度$\frac{d\varepsilon_p}{dt}$は次式で与えられるとした．

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt} = \frac{1}{2} bLv \qquad (6 \cdot 10)$$

Lは，近似的に．単位面積をよぎる転位の数，すなわち転位密度ρに等しい．

一方，転位の速度vは，応力σに対し実験的に次式で与えられることがわかっている．[8)]

$$v = \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0v}}\right)^{m_v} \qquad (6 \cdot 11)$$

σ，応力，　σ_{0v}，m_v，定数

(6・10)，(6・11)式より

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt} = \frac{1}{2} b\rho \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0v}}\right)^{m_v} \qquad (6 \cdot 12)$$

となる．以上がJohnston-Gilmanの理論であるが，Hahn[10]は，鉄鋼などでは，転位の移動に有効な応力は，σから加工硬化に対応して転位に働く応力$\sigma_2=q\varepsilon_p$をさしひいた応力σ_1であるとして

$$v=\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right)^m v=\left(\frac{\sigma-q\varepsilon_p}{\sigma_0}\right)^m v \qquad (6\cdot13)$$

とした．上記の理論はいづれも，一方向への変形に対して適用されるものであるが，菊川，梶尾ら[9]は，さらにこれを疲れの場合に適用するため，実際の疲れ試験においてみられるような応力～塑性ひずみのヒステリシスループの形状を考慮して（6・13）を次のように書きかえた．

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt}=\frac{1}{2}b\rho\left(\frac{\sigma-q\varepsilon_p^{\beta}}{\sigma_R}\right)^{m_R} \qquad (6\cdot14)$$

そして，（6・14）式の微分方程式を応力の半波について解いて，応力～塑性ひずみ関係に及ぼす，くり返し速度，温度効果について論じた．

（図6・1a）のモデルに準静的な力を加えた場合は，$\dot{\varepsilon}_p=0$であるから，

$\sigma=\sigma_2$となり，（6・14）式より

$$\sigma_2=q\varepsilon_p^{\beta} \qquad (6\cdot15)$$

となる．したがって，バネ，スライダへの応力と塑性ひずみの関係が

$\sigma_2=q\varepsilon_p^{\beta}$　となるように，各要素の定数，E_i，σ_{0i}，を決定しておけば，

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt}=\frac{1}{2}b\rho\left(\frac{\sigma-\sigma_2}{\sigma_R}\right)^{m_R}=\frac{1}{2}b\rho\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_R}\right)^{m_R} \qquad (6\cdot16)$$

となり，（6・9）式の関数形Vが定まることになり，ダッシュポットは非線形特性をもったものとなる．また，σ_1の方向と，ε_pの方向は一致していなければならないので，くり返し応力に対しては次式となる．

$$\frac{d\varepsilon_p}{dt}=\frac{1}{2}b\rho\,\mathrm{Sgn}\,(\sigma_1)\left(\frac{|\sigma_1|}{\sigma_R}\right)^{m_R} \qquad (6\cdot17)$$

また，転位密度ρは，実際には，疲れにともなう軟化，硬化に応じて変化するが，本研究においては，定常状態の場合を扱ったので，一定値として

$$\rho = \rho_c \qquad (6 \cdot 18)$$

とした．

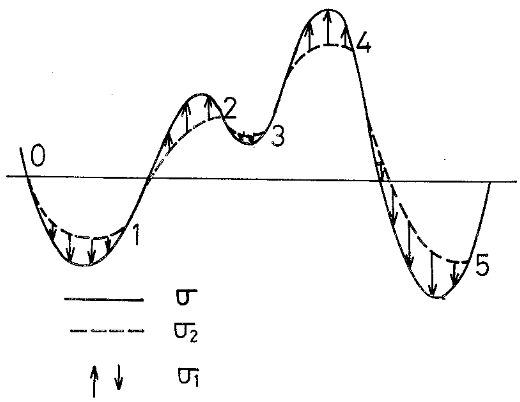
6・4　ランダム応力に対するモデルの応答の解法

（6・7），（6・8），（6・17）の各式より次の連立方程式が成立する．

$$\left.\begin{aligned} &\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \\ &\varepsilon_p = \sum_i \varepsilon_{pi} \\ &\frac{d\varepsilon_p}{dt} = \frac{1}{2} b \rho_c \ \mathrm{Sgn}\ (\sigma_1)(|\sigma_1|/\sigma_R)^{m_R} \end{aligned}\right\} \quad (6 \cdot 19)$$

ただし，σ_2とε_{p_i}は常に（図6・1，b）の関係を満足していなければならない．

このときの，外応力σとσ_2，σ_1の変化の様相を模式的に描くと（図6・2）のごとくなる．

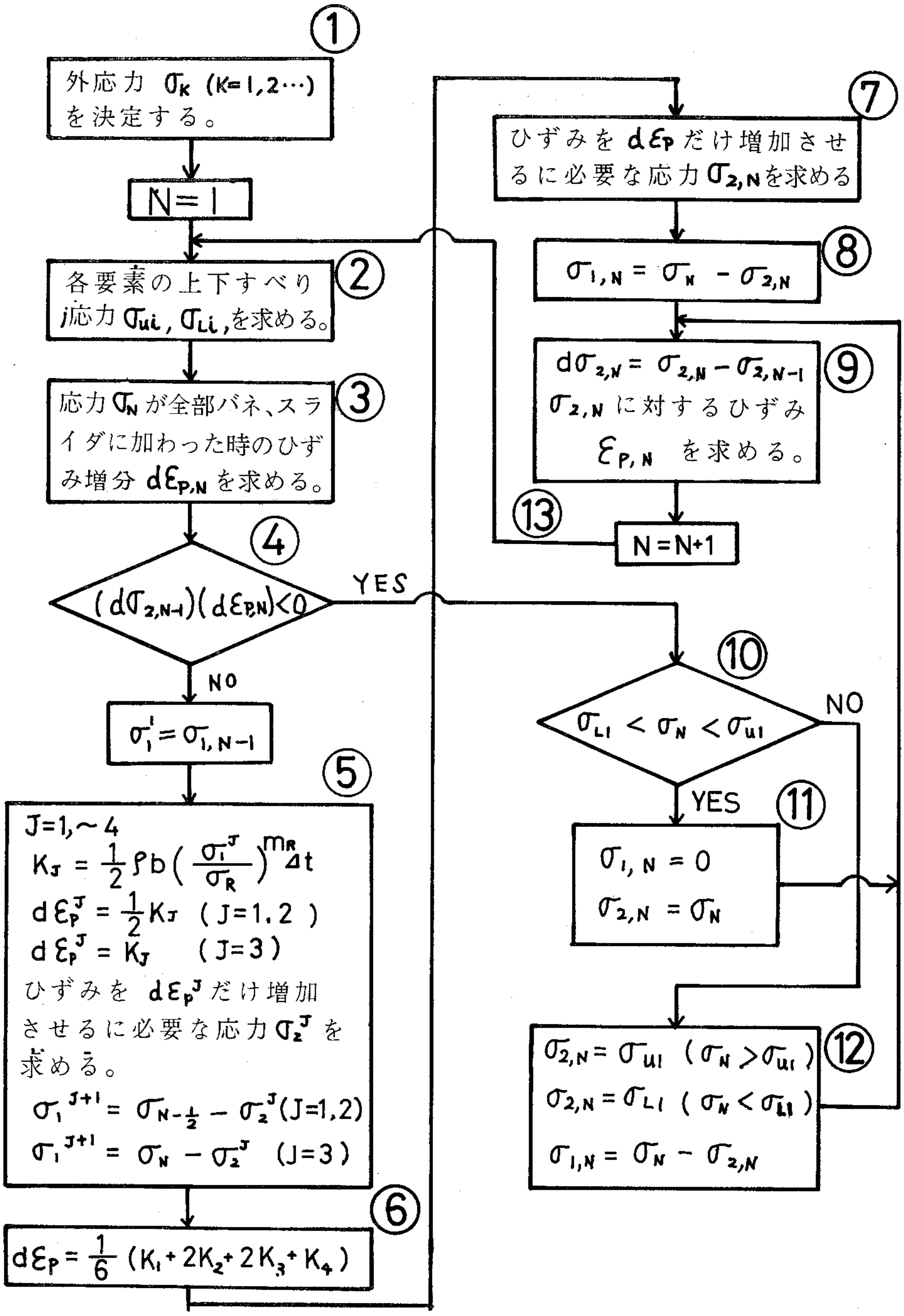


（図6・2）　外応力とバネ，スライダへの応力の変動状況

図中実線は外応力σを表わし，破線はσ_2を表わす。σとσ_2の差（矢印で表わす）は，σ_1で，矢印が上を向いている部分では塑性ひずみの増分が正で，下向きの部分では負である。

このような応力σ_2を求めれば，バネ，スライダへの応力と，変形の関係から塑性ひず

み ε_p は求っていく．そこで，（６・１９）の微分方程式を任意の外応力 σ に対して解くために，Runge-Kutta 法による数値解法を以下のように用いた．（図６・３）に示すフローチャートにしたがって順をおって説明する．



（図６・３）　方程式の解法のフローチャート

まず，図の①において，モデルに加える応力σ_k（$k=1.2.\cdots\cdots$）をディジタルに作る．本研究においては，一定振幅の応力のほかに，任意のパワスペクトルをもったガウス性ランダム応力に対するモデルの応答を調べたが，このランダム応力をディジタルに作る方法は，第4章で述べた通りである．次に②において，各要素のスライダがすべりを起こす応力を計算する．今，N－1ステップの終りの状態における各要素のひずみを$\varepsilon_{pi,\ N-1}$とすると，第Nステップにおいて各要素のスライダが正方向にすべるために必要な応力$\sigma_{ui,N}$と負方向にすべるために必要な応力$\sigma_{Li,N}$はそれぞれ次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{ui,N} &= E_i\,\varepsilon_{pi,N-1}+\sigma_{0i}\\ \sigma_{Li,N} &= E_i\,\varepsilon_{pi,N-1}-\sigma_{0i}\end{aligned}\right\}\qquad (6\cdot20)$$

次に，各要素の状態が，N－1ステップの終りでの状態にある時に，第Nステップの外応力σ_Nが直接，バネ，スライダ側に加わったときのひずみの増分$d\varepsilon_{p,N}$を求める．（③），次に$d\varepsilon_{p,N}$の符号と，N－1ステップでの，バネスライダ側の応力σ_2の増分$d\sigma_{2,N-1}$とが異符号であるか，否かを④で判断する．もし，異符号でなければ，塑性ひずみはそのままの状態で増減し続け，⑤へ進む．

⑤では，Runge-Kutta法を用いて，次のステップの塑性ひずみを求めている．すなわちまずσ_1^1として，N－1ステップの終りのσ_1をとり，

$$K_1=\frac{1}{2}\rho_c\ b\ \left(\frac{\sigma_1^1}{\sigma_R}\right)^{m_R}\Delta t \qquad (6\cdot21)$$

を計算する．次に，N－1ステップの終りの状態から$\frac{1}{2}K_1$だけ塑性ひずみが増すために必要なバネ，スライダへの応力σ_2^1を求める．

次にルンゲクッタ法における第2回目の傾斜決定を行うため，第Nステップの中間点の応力値$\sigma_{N-\frac{1}{2}}$からσ_2^1を差しひき，

$$\sigma_1^2=\sigma_{N-\frac{1}{2}}-\sigma_2^1 \qquad (6\cdot22)$$

として，このσ_1^2を用いて，

$$K_2=\frac{1}{2}\rho_c b\ \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_R}\right)^{m_R}\Delta t \qquad (6\cdot 23)$$

を計算する以下同様に

$$k_j=\frac{1}{2}\rho b\left(\frac{\sigma_1^j}{\sigma_R}\right)^{m_R}\Delta t$$

$$d\varepsilon_p{}^j=\frac{1}{2}K_j \qquad (j=1.2)$$

$$d\varepsilon_p{}^j=K_j \qquad (j=3)$$

$\sigma_2{}^j$ ： $d\varepsilon_p{}^j$ のひずみ増加に必要なバネ，スライダへの応力

$$\sigma_1{}^{j+1}=\sigma_{N-\frac{1}{2}}-\sigma_2{}^j \qquad (j=1.2)$$

$$\sigma_1{}^{j+1}=\sigma_N-\sigma_2{}^j \qquad (j=3)$$

の順に計算を進め ⑥で，$K_1\sim K_4$の重みづけ平均を行なって，

$$d\varepsilon_p=\frac{1}{6}(K_1+2K_2+2K_3+K_4) \qquad (6\cdot 24)$$

を第Nステップでのひずみ増分とする．次に⑦において，第N－1ステップの終りの状態から（6・24）式の$d\varepsilon_p$だけひずみを増大させるための，バネ，スライダ側への応力$\sigma_{2,N}$を求めると，これが第Nステップの終りにおけるσ_2に相当することになる．したがって，第Nステップの終りにおけるダッシュポット側の応力は⑧に示すごとく，

$$\sigma_{1,N}=\sigma_N-\sigma_{2,N} \qquad (6\cdot 25)$$

となる．

第Nステップの終りにおける塑性ひずみ$\varepsilon_{p,N}$は，第N－1ステップの塑性ひずみ$\varepsilon_{p,N-1}$に（6・24）式の$d\varepsilon_p$を加えれば求まるが，ここでは，誤差の累積をさけるために，⑦において求めた$\sigma_{2,N}$を用いて，スライダ側に$\sigma_{2,N}$

が加わった時の塑性ひずみを直接計算して，これを$\varepsilon_{p,N}$とした．

一方，④において，$d\sigma_{2,N-1}$と$d\varepsilon_{p,N}$の積が異符号になった場合を考える．これは，（図６・２）において，応力σ_2が1，2，……などの数字で表わした点に達した場合で，塑性ひずみの増加の方向が，それまでと逆になるか，あるいは，しばらくの間零になる場合である．このときは第Ｎステップの終りの応力σ_Nと，各要素のスライダの正，負のすべり応力のうち，最も低い正方向へのすべり応力σ_{u1}，と最も高い負方向へのすべり応力σ_{L1}，を比較し，$\sigma_{L,1}<\sigma_N<\sigma_{u,1}$であれば，⑪に示すように，

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{1,N}&=0\\ \sigma_{2,N}&=\sigma_N\end{aligned}\right\}\qquad(6\cdot26)$$

とし，そうでなければ

$$\left.\begin{aligned}&\sigma_N>\sigma_{u,1}\quad\text{のとき}\quad \sigma_{2,N}=\sigma_{u,1}\\ &\sigma_N<\sigma_{L,1}\quad\text{のとき}\quad \sigma_{2,N}=\sigma_{L,1}\end{aligned}\right\}\qquad(6\cdot27)$$

とし，　$\sigma_{1,N}=\sigma_N-\sigma_{2,N}$

として，⑨へ進む．ただし，このステップでは塑性ひずみの増分は０となる．

以上のようにして，ディジタルな応力σ_N，に対する塑性ひずみ$\varepsilon_{p,N}$が次々と求まる．実際のプログラムには，考えうるあらゆる場合に対して誤動作を回避するための機構を設けてあるが，ここではその詳細は省略する．

６・５　一定応力振幅に対する塑性ひずみ

（６・２）節で述べたように，狭帯域のランダム応力に対する応力～塑性ひずみ関係への速度効果と，一定振幅応力に対する応力～塑性ひずみ関係への速度効果を等しいものとして扱い，（６・５）式のκ_fを１とするような等価周波数f_{eq}を求めるには，まず，任意の応力波形に対する塑性ひずみ応答をシミ

ュレートするモデルの諸定数を適当に決定して，実験と，シミュレーションによる，一定振幅応力での応力～塑性ひずみ関係への速度効果が等しくなるようにしなければならない．決定すべき諸定数は（６・１４）式のバーガースベクトルb，転位密度ρ，のほかq，β，σ_R，m_Rなどである．また前述したごとく，定常状態を考えているので転位密度ρは一定値ρ_cをとるものとする．

上記の諸定数はＳ２０Ｃ材の一定応力試験により得られた応力～塑性ひずみ関係への速度効果についての実験結果[9)]を参照して，実験に合うように決めた．その値はＳ２０Ｃに対して

$$b = 2.48 \times 10^{-8} \quad \text{cm}$$

$$\rho_c = 4.15 \times 10^{9}$$

$$q = 60.0 \quad \text{kg/mm}^2$$

$$\beta = 0.182$$

$$\sigma_R = 24.7 \quad \text{kg/mm}^2$$

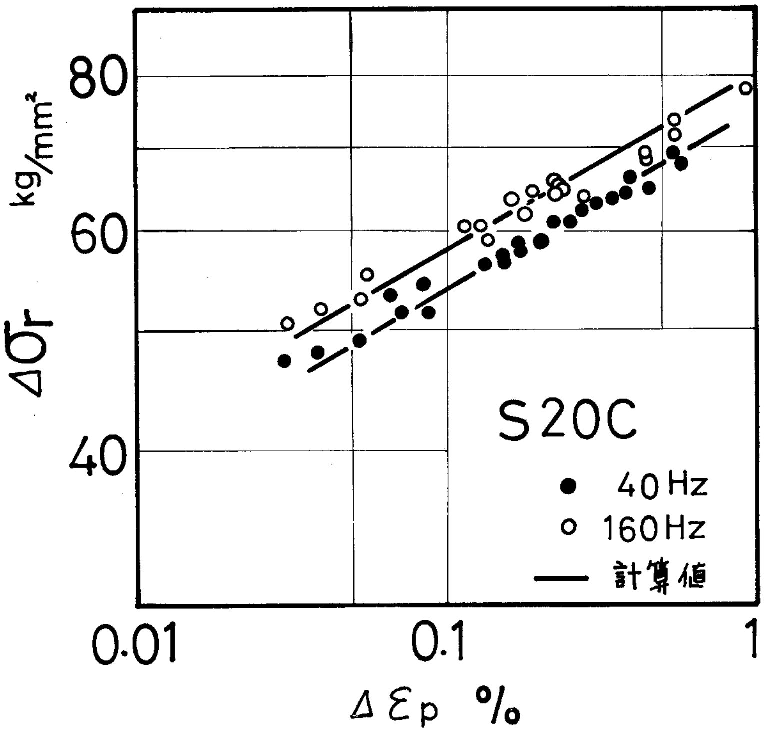
$$m_R = 8.0$$

である．

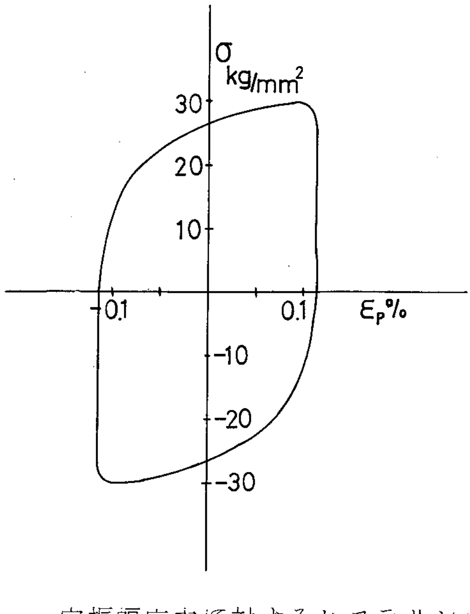
上記の定数について計算した応力～塑性ひずみ関係と，繰返し数４０HZと１６０HZでの実験結果を（図６・４）に示す．また，（図６・５）に一定振幅応力に対する応力と塑性ひずみのヒステリシスループを示す．上記で決定された定数を用いれば，広い周波数範囲で，一定振幅応力下の応力～塑性ひずみ関係への速度効果の実験結果を説明できることが確認されている．[9)]

そこで，次に（６・２）式の$\overline{m}$，$\Delta\overline{\sigma}_0$に対する速度効果についての実験式（６・３）を求めるため，一定振幅応力に対する塑性ひずみ幅を種々の周波数，応力レベルに対して，上記の定数を用いたモデルにて計算し，（６・３）式の関数形を求めることとした．

なお，後述する塑性ひずみに対する損傷計算は，塑性ひずみレンジペアの二



（図６・４）　応力～塑性ひずみ関係（実験値と計算値の比較）



（図６・５）　一定振幅応力に対するヒステリシスループ

乗の和をとること，ならびに，$\overline{m}$，$\overline{\Delta\sigma_0}$の周波数依存性は精度よく求める必要があるので，上述の解法によって塑性ひずみを求める際には，精度よく求めなければならない．そこで，Runge-Kutta法によって計算する際，一周期間で与える応力点の数と，解として得られる塑性ひずみ幅$\Delta\varepsilon_p$の関係を，各応力幅$\Delta\sigma$に対して求めると（図６・６）のようになる．図からもわかるように，一周期間に４０個の点を与えれば，精度は充分であると考えられる．そこで計算はすべて，一周期に少なくとも４０個の点を与えるようにした．

次に，一定振幅応力における，応力幅$\Delta\sigma$と塑性ひずみ幅$\Delta\varepsilon_p$の関係を，種々の繰返し速度に対して求めた結果を（図６・７）に示す．

これらの結果から，$\overline{m}$，$\overline{\Delta\sigma_0}$と周波数ｆの関係を求めると次式のようになる．

$$\overline{m}=6.017f^{0.019}$$

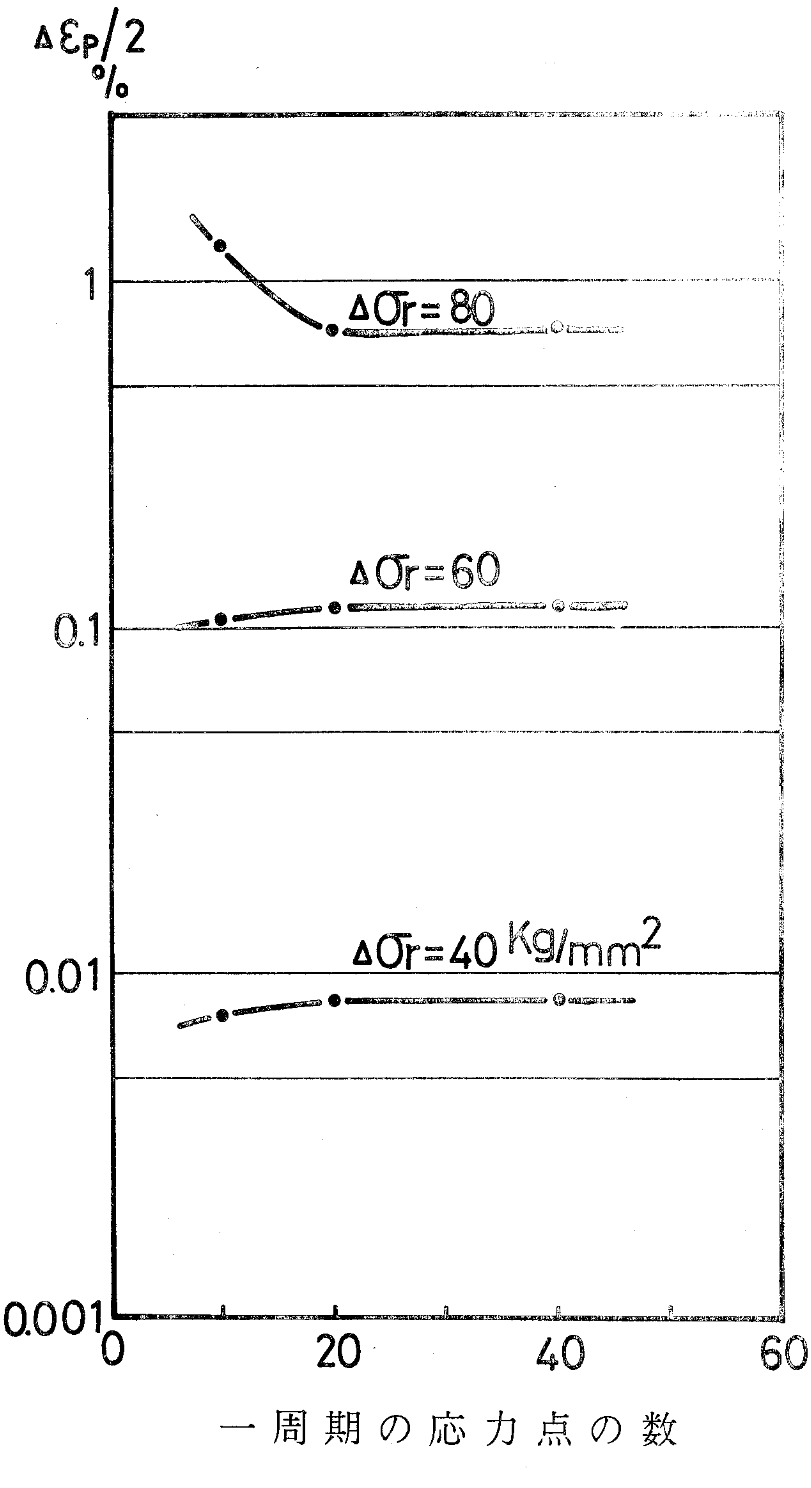
$$\overline{\Delta\sigma_0}=63.2f^{0.0474} \qquad (S20C,\ 20℃) \qquad (6\cdot28)$$

６・６　ランダム応力に対する塑性ひずみ応答

次に，ランダム応力に対する塑性ひずみ応答について述べる．

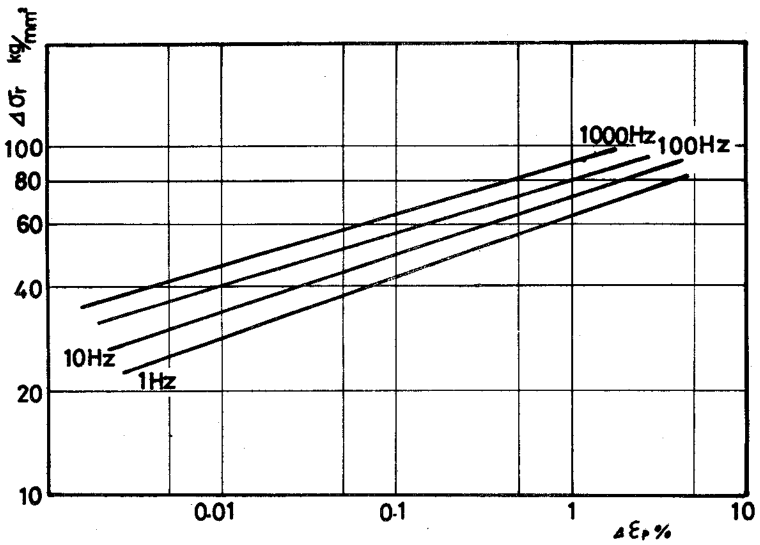
この場合も精度よく解を求めるために，ランダム応力をディジタルに与える際には，第４章において述べた数値フィルタの上限の無次元周波数f_c/f_Fを適当に選んで，ランダム応力波形のもっとも周波数の高い変動成分に対して，一周期中に４０点以上の応力点を与えるようにした．

（図６・８，ａ）に狭帯域の場合，（図６・８，ｂ）に，Ｑ＝３のランダム波の不規則度と同程度の不規則度をもった場合の応力波形，これに対する塑性ひずみ波形，ならびにヒステリシスループの計算例を示す．また（図６・９）は，実験中に観測されたＱ＝５０，Ｑ＝３のランダム応力に対するヒステリシスループを示している．計算により求めた塑性ひずみ波形やヒステリシスルー



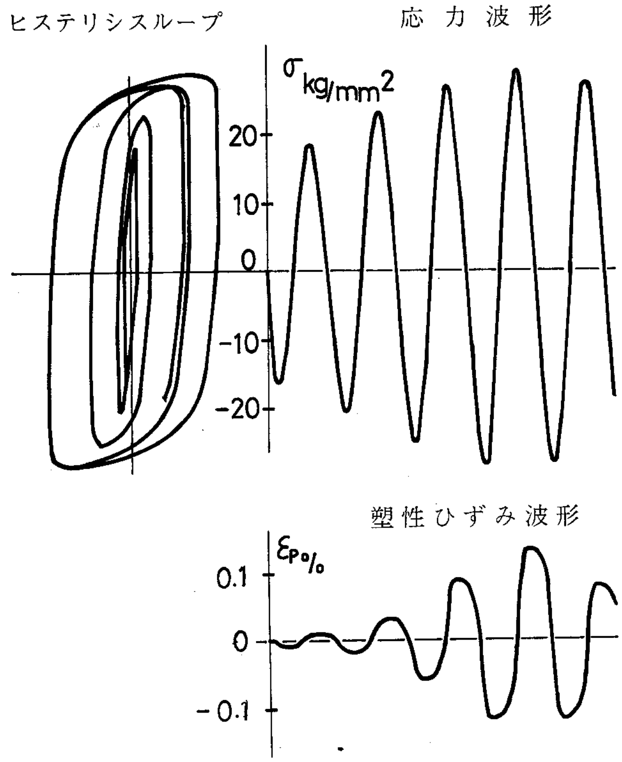
Δεp/2
%
1
0.1
0.01
0.001
Δσr=80
Δσr=60
Δσr=40 Kg/mm²
0
20
40
60
一周期の応力点の数

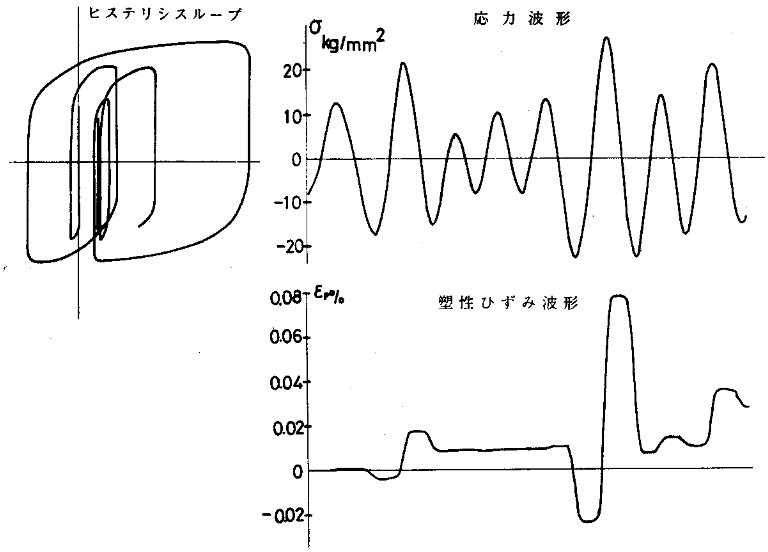
（図６・６）　計算精度の検討



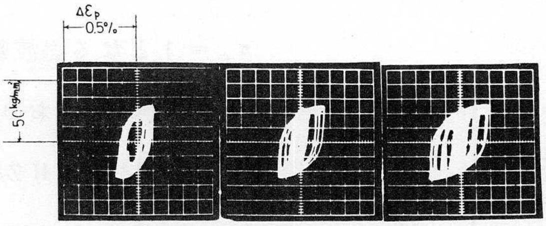
（図６・７）　応力～塑性ひずみ関係におよぼす
周波数の影響

プの形の様相は，ヒステリシスの端に丸みを生ずる点と，ループの閉じる部分に少しくいちがいを生ずる点など，実際のランダム応力に対する塑性ひずみ波形やヒステリシスループの様相をよくあらわしている．

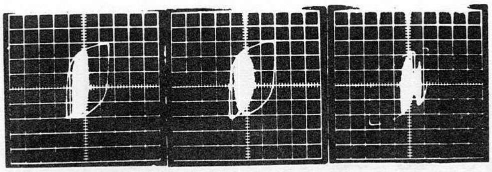




(図6・8　a，b)　ランダム応力に対するヒステリシスループ
（計算例）



(a) Q=50



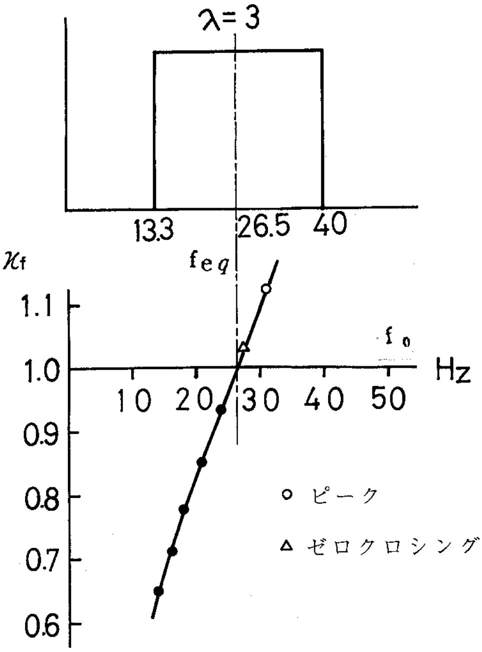
(b) Q=3

(図6・9) ランダム応力に対するヒステリシスループ
(実験例)

6・7 広帯域ランダム応力に対する等価周波数

本節では，(6・2)節で述べたように，広帯域のランダム応力波形によるレンジペアの単位繰返し数あたりの損傷と，これと同じレンジペア分布をもち，かつ中心周波数 f_0 をもつ狭帯域応力波形による単位繰返し数あたりの損傷の比 κ_f が f_0 とともにいかに変るかを調べ，$\kappa_f = 1$ すなわち，両波形に対して損傷に及ぼす速度効果が等価になる周波数 f_{eq} を，二三の典型的なパワスペクトルに対して求める．

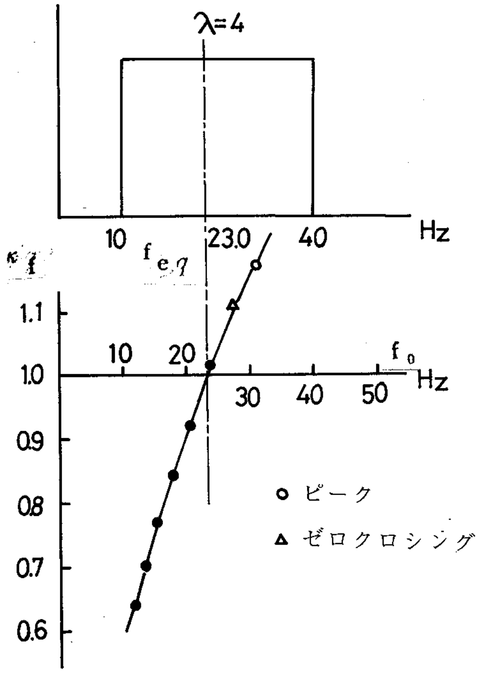
まず(図6・10)に上限周波数40 HZと下限周波数13.3 HZの間でパワスペクトルが平坦に分布する場合を示す．このときの κ_f と f_0 の関係を●，△，○で印す．ただし，●，△，○はそれぞれ，単位時間あたりのゼロクロシング数およびピーク数に等しい周波数に対する κ_f を表わしている．図中，一点鎖線は，



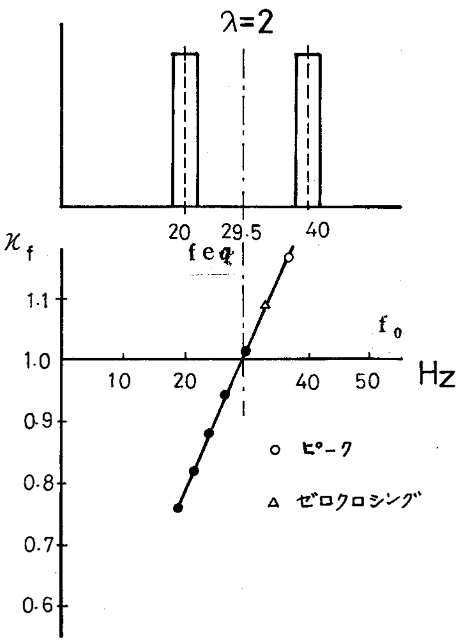
（図６・１０）　パワスペクトル
と feq

κ_f = １となる周波数，すなわち feq を表わしており，この場合は feq ＝２６.５ＨＺとなり，パワスペクトルのほぼ中心値となっている。また（図６・１１）には，上下のしゃ断周波数の比が λ＝４なる場合を示す。この場合は feq ＝２３ＨＺとなり，中心周波数２５ＨＺよりもやや低周波数側になっている．（図６・１２）は２０ＨＺと４０ＨＺに等しいパワをもった帯域４ＨＺの狭帯域スペクトルがある場合で，この場合は feq ＝２９.５ＨＺとなり，中央値３０ＨＺと一致しているといってよい．

したがって，上記のようなパワスペクトルをもった応力波形を，狭帯域の応力波形におきかえて試験する際に，くり返し速度の損傷に及ぼす効果を等価にするには，狭帯域の応力波形の中心周波数をパワスペクトルのほぼ中心値にとればよいことがわかる．



（図６・１１）　パワスペクトルとfe$q$



（図６・１２）　パワスペクトルと fe$q$

6・8　結言

本章では，ランダム応力による疲れ損傷を支配するものは，塑性ひずみレンジペアであり，疲れ寿命への繰返し速度効果の殆んどが応力～塑性ひずみ関係への繰返し速度効果により生ずると考え，種々の周波数成分を含む広帯域のランダム応力波形を狭帯域のランダム応力波におきかえて試験する場合に，狭帯域のランダム応力の中心周波数をどのように選べば元の広帯域ランダム応力と速度効果に関して等価になるかについて考察した．

すなわち，降伏に関するJohnston-Gilman の理論を疲れの場合に拡張した塑性ひずみ速度と応力の関係の理論を用い，これを表わし得るようにダッシュポット，バネ，スライダよりなる力学的モデルを構成して，このモデルの諸定数を，一定振幅応力における応力～塑性ひずみ関係への速度効果の実験結果より定めた．そして，このモデルを用いて，シミュレーションを行ない，広帯域のランダム応力に対する塑性ひずみ応答を求め，塑性ひずみのレンジペアによって損傷値を計算した．

一方，この広帯域ランダム応力と同じレンジペア分布をもつ，狭帯域のランダム波形を考え，この狭帯域波形の中心周波数と損傷値の関係から，さきの塑性ひずみレンジペアと同じ損傷を与える中心周波数をさがし，これを f_{eq} とした．

その結果，ある周波数範囲で平坦に分布するパワスペクトルの場合，および2つの周波数において等しいパワをもつ狭帯域のスペクトルがある場合は，いずれもそのパワスペクトルのほぼ中央の周波数を f_{eq} とすればよいとの結論を得た．

参考文献

1) S.P.Timoshenko: Strength of Materials Part 2, first edition
D. Van Nostrand Company. N.Y. 1930

2) W. Prager: Proc. of the Fifth U.S.
National Congress of Applied Mechanics, ASME, 1966.
pp447-448

3) W.D.Iwan: Trans.ASME, Journal of Applied Mechanics, Sept. 1967

4) I.R.Whiteman: Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, March. 1959

5) たとえば, Y.Swaragi, H.Tokumaru, Proc. of the 5th Japan National Congress for App. Mech. IV-26, IV-27 1955

6) 鯉 淵, 山 根：機械学会論文集 34巻，258号 1968

7) J.F. Martin, T.H.Topper, G.M. Sinclair, Materials Research and Standards February 1971

8) W.G.Johnston, J.J. Gilman; J.Appl. Phys., 30 (1959) 129

9) 菊川，城野，梶尾：機械学会関西支部 第46期定時総会講演論文集
No.714-2 (昭46-3)

10) G.T.Hahn, Acta Met., 10(1958), 34

第７章　推定寿命と実験結果の比較

７・１　緒言

前章までは，まず第３章において，Zk41－T6 および７０７５－Ｔ６の二種の高強度アルミニウム合金とＳＮＣＭ８合金鋼，ならびにＳ２０Ｃ，Ｓ４０Ｃ の二種の炭素鋼に対するランダム，およびプログラム疲れ試験結果について検討を加えた．その結果，狭帯域から広帯域までの比較的広い範囲にわたって，応力レンジペアに関する累積損傷則が成立することが明らかにされた．

そこで，この累積損傷則と，不規則度の大きな広帯域のランダム応力波形に対しては，それぞれの応力レンジペアのもつ平均応力成分が，一定応力振幅試験におけると同様に疲れ損傷を増大させるとの仮定とを用い，実験の困難な広帯域ランダム疲れ試験を実験の容易な狭帯域ランダム疲れ試験におきかえて，実際の実験は狭帯域波形により行ないこの寿命 T_0 を補正して，広帯域ランダム応力波形による疲れ寿命Ｔを

$$T = T_0 / \kappa_r \cdot \kappa_m \qquad (7 \cdot 1)$$

で推定する方法を考えた．ここに κ_r，κ_m は，もとの波形のパワスペクトルに依存する値である．さらに，狭帯域波形へのおきかえに際して，もとの広帯域波形のもつ種々の周波数成分に対して，疲れへの繰返し速度効果を等価にするためには，狭帯域の波形での応力繰返し速度をいくらにすればよいかについても考察した．したがって，速度効果をも考慮に入れたとき，もとの波形の単位時間あたりのゼロクロシング数を ν_0，損傷への速度効果を等価にする周波数を f_{eq} とすれば，f_{eq} の中心周波数をもった基準波形による寿命 T_{eq} からTを推定するには

$$T = (f_{eq}/\nu_0)\, T_{eq} / (\kappa_r \cdot \kappa_m) \qquad (7 \cdot 2)$$

とすればよいこととなる.

本章では，上記の方法を用いて，狭帯域ランダム応力波形による疲れ試験結果から，広帯域のランダム応力波形による疲れ寿命を推定し，これを広帯域の実験により求めた寿命と比較することをこころみた.

7・2 広帯域ランダム応力による疲れ寿命の推定

ここでは，第3章において述べた，20～50HZの帯域をもつガウス性の広帯域ランダム応力波形による疲れ寿命の推定の問題を扱う.

第3章において述べたように，正負対称な波形に対しては，その波形の二乗平均値がσ_{rms}であるとき，基準波形としては，元の波形と同じ経過ひん度をもち，二乗平均値が等しい狭帯域波形を考えればよい. したがって20～50HZの広帯域ガウス性ランダム波形に対してはこれと同じ二乗平均値をもつ狭帯域ガウス性ランダム波形を考えればよい.

なお， 基準の狭帯域波形の周波数は，帯域のほぼ中央に近い40HZを選び，速度効果についてはほぼ等価になっているものと考えられる. また，20～50HZのランダム波の単位時間あたりのゼロクロシング数は平均して約40HZであるから(7・1)式を用いればよい.

そこで，まず，各材料に対して行なった狭帯域ランダム疲れ試験における破断時間T_0に対して応力の経過ひん度の二乗平均値をプロットし，最小二乗法によりT_0とσ_{rms}の関係を

$$T_0 = \left(\frac{\sigma_{rms}}{\sigma_{T_0}}\right)^{-\overline{m}a} \quad \cdots\cdots(7\cdot3)$$

の形で求めた. なお，狭帯域のランダム応力波によるT_0とσ_{rms}の関係と，c型のプログラム波形によるT_0とσ_{rms}の関係は若干異なっている. これは，プ

ログラム波形の経過ひん度分布が完全にガウス分布となっていないためで，両者の応力レンジペアの$\overline{m}a$乗平均値の相違に相当する分だけ，プログラム波形のσ_{rms}を修正すれば，両者の$T_0 \sim \sigma_{rms}$関係は一致する．そこで実際には，プログラム波形のσ_{rms}をこのように修正した上で，プログラム波形による結果と，狭帯域ランダム波形による結果をプールして（７・３）の実験式を求めた．そして，この$\overline{m}a$に対するκ_r，κ_mを用いて，二乗平均値σ_{rms}をもつ広帯域ランダム応力波形による疲れ寿命Tを

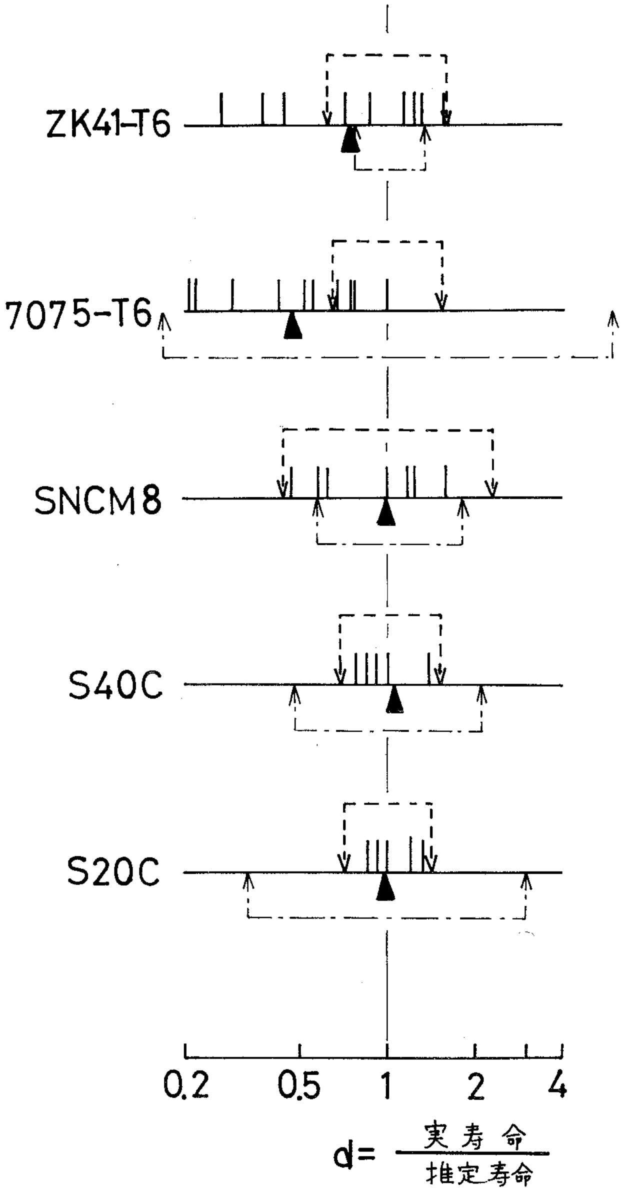
$$T = \left(\frac{\sigma_{rms}}{\sigma_{To}}\right)^{-\overline{m}a} / \kappa_r \cdot \kappa_m \qquad (7 \cdot 4)$$

により推定した．

７・３　推定寿命と実験値との比較

（図７・１）に上記のように推定した破断寿命と実際の破断寿命の比dを各材料について，縦線で示す．また，この比率の各材料についての対数平均値を下の▲印で示す．さらに，一定応力振幅試験における応力と寿命の回帰直線上の寿命を１としたとき，寿命の９５％信頼限界を図の下に一点鎖線で示す．また，広帯域のランダム試験における寿命の，回帰直線上の寿命を１としたときの９５％信頼限界を図の上に破線で示した．

図からわかるように，SNCM8，S40C，S20Cについては，実寿命と推定寿命の比dは１の近くに集まり，いずれも広帯域のランダム応力による疲れ寿命の９５％信頼限界の中に含まれている．また，dの対数平均値はほとんど１であるので，この三種の材料に対しては，本研究における方法を用いることにより精度よく寿命を推定できるといえる．またZK41については，推定寿命は若干長寿命側になるようであるが，dのばらつきの程度と，９５％信頼限界であらわされる広帯域ランダム応力による疲れ寿命のもともとのばらつきの程度を



(図７・１)　推定寿命と実寿命の比較

比較すれば，上記のごとく寿命を推定したことによる誤差はそれほど大きくないことがわかり，ＺＫ４１についても，この方法で寿命を推定しても充分実用に耐えると考えられる．７０７５－Ｔ６については，実際の寿命は推定寿命よりかなり短寿命側にずれるようである．これは，第３章でも述べたように，応力レンジペアと寿命の関係を表わす曲線の傾斜が広帯域と狭帯域の場合でやや異なっているためである．しかし，この材料の一定応力振幅による疲れ寿命は図中の９５％信頼限界にもみるようにいちぢるしくばらついており，一定応力振幅による疲れ寿命の推定の精度と比較すれば，本研究の方法を用いた広帯域ランダム応力による疲れ

寿命の推定の精度が特に悪いとはいえない.

7・7　結言

本章においては，狭帯域のランダム応力波に対する疲れ寿命を実験により求め，これを第3章以下に示した方法により補正して，広帯域のランダム応力波による疲れ寿命を推定して，実際の広帯域ランダム応力による寿命の実験値と比較した．その結果，SNCM8，ZK41，S20C，S40Cに対しては本研究の方法により精度よく推定できることがわかった．また，7075-T6については実際の寿命は推定寿命より短寿命側にずれるが，もともと，一定応力振幅による疲れ寿命が大きくばらつく材料でもあり，この点を考慮すれば推定の誤差が特に大きいとはいえないと思われる．

第8.章　結　　論

本研究は，定常ランダム荷重による寿命推定に関する問題のうち，特にランダム荷重のもつパワスペクトルと寿命の関係について考察したものである．すなわち，ZK 41－T6，および7075－T6の高強度アルミニウム合金，SNCM8合金鋼に対して，広帯域と狭帯域の二種のランダム荷重，および漸増漸減型のプログラム荷重による疲れ試験を行ない，この結果と以前に得られたS20C，S40Cの両炭素鋼に対するランダム，およびプログラム疲れ試験結果を合わせて検討し，ランダム荷重による疲れにおける累積損傷則について考察した．さらに，上記の実験により得られた結論を用いて広帯域の場合も含む一般のランダム荷重を実験の容易な狭帯域のランダム荷重，あるいはプログラム荷重におきかえて実験し，この結果から広帯域ランダム荷重による疲れ寿命を推定することを考えた．

また，この狭帯域への荷重波形のおきかえの際に，多くの荷重繰返し速度の成分をもつ元の広帯域ランダム荷重と，損傷に対する速度効果を等価にするためには，狭帯域ランダム荷重の中心周波数をどのように定めればよいかについても考察した．

得られた結論は各章の終りに記したが，その要点をまとめると以下のようになる．

1）ZK41－T6アルミニウム合金，およびSNCM8合金鋼に対しては，S20C，S40C の両炭素鋼と同様，応力レンジペアに関する累積損傷則がほぼ成立する．

2）7075－T6 アルミニウム合金では，一定応力振幅試験における寿命はいちぢるしくばらついたが，ランダム試験，あるいは高いピーク応力を含むプロ

グラム試験における寿命のばらつきは，一定応力の場合とくらべると非常に小さくなる特異な現象が認められた。

また，ランダム試験，プログラム試験については，かならずしも応力レンジペアのみでは損傷を完全に評価しきれないようである。

3) 広帯域の場合も含む，一般の定常ランダム荷重波形を狭帯域ランダム荷重波形，あるいはプログラム荷重波形におきかえ，このおきかえた波形による疲れ寿命をT_0としたとき，応力レンジペアに関する累積損傷則を用いて，T_0を二つの補正係数κ_r，κ_mで補正し，元波形による寿命TをT＝T_0／($\kappa_r \cdot \kappa_m$)で推定することを考えた．ここに，κ_rは両波形のレンジペア分布の相違に対する補正項で，κ_mは広帯域波形に含まれる各レンジペアのもつ平均応力に対する補正項であり，ランダム波形の不規則さに支配されており，ガウス性ランダム波形では，元波形のパワスペクトルに依存する．

4) ディジタルシミュレーションにより，任意のパワスペクトルをもったランダム波形を作り，この波形のレンジペア・ミーン二元分布をディジタルにカウントして上記のκ_r，κ_mを算出するプログラムを作製した．

5) 各種のパワスペクトルに対して，κ_r，κ_mを計算して，寿命推定の際の資料として用いられるようにした．本研究で扱った範囲では，荷重波形のパワスペクトルの損傷におよぼす影響はあまり大きくなく，κ_rは0.5～1，κ_mは1～1.1の程度である．それゆえ，これらの資料を用いて，T_0からTを推定してもその誤差は実用上さしつかえない程度と考えられる．

6) 疲れ損傷を支配するのは塑性ひずみであり，繰返し速度によって応力－塑性ひずみ関係が変ることにより，疲れ損傷に対する速度効果が生ずるとの立場から，任意の応力波形に対する塑性ひずみ応答への速度効果を表現しうる力学的モデルを作った．そして，このモデルに対してディジタルシミュレーション

を行うことにより，広帯域ランダム応力による損傷への速度効果を評価して，狭帯域波形におきかえて実験するに際して，平坦なパワスペクトル，あるいは２つの周波数成分において狭帯域スペクトルがある場合には，パワスペクトル分布の中央の周波数で実験すれば，速度効果については等価になることを明らかにした．

7）狭帯域のランダム応力波形，あるいは漸増漸減型のプログラム波形による疲れ試験結果から，上記の方法により推定した寿命と，広帯域ランダム応力波形による疲れ試験により求めた寿命を比較した．その結果，７０７５－Ｔ６アルミニウム合金において実際の寿命が推定寿命より短寿命側になるほかは，ZK４１－Ｔ６ アルミニウム合金，ＳＮＣＭ8合金鋼，Ｓ２０Ｃ，Ｓ４０Ｃの炭素鋼に対しては推定寿命と実際の寿命はほぼ一致することがわかった．

謝　　　　辞

本論文を終るにあたり，本研究に対して終始御懇篤なる御指導と御鞭撻を賜った大阪大学　菊川　真教授，城野政弘助教授，ならびに，綿密な校閲をいただいた大阪大学　大路清嗣教授に対して心から謝意を表する．

また，本論文作成にあたって，種々の労をわずらわせた　大阪大学　村井信二助手，安井一雄助手をはじめ，実験技術について多くの助言をいただいた大阪大学大学院　宋　智浩氏，実験ならびに数値計算に多大な助力をいただいた　田中健一，小林伸一，立花　　剛の諸氏ほか菊川研究室の方々に深く感謝する．

付表　I－1　一定応力振幅試験結果　　　　　　　　　　(40HZ)

材料	応力振幅 kg／mm²	破断繰返し数	材料	応力振幅 kg／mm²	破断繰返数
ZK41	22.0	1.23×10^{6}	7075	23.0	5.13×10^{6}
	22.0	1.29×10^{6}		26.5	7.92×10^{4}
	25.1	2.47×10^{5}		26.2	1.02×10^{7}
	33.6	1.44×10^{4}		29.8	2.61×10^{5}
	29.4	2.57×10^{4}		29.8	1.61×10^{5}
	28.0	6.18×10^{4}		34.3	4.68×10^{4}
	27.8	8.08×10^{4}		33.9	5.16×10^{4}
	30.0	4.00×10^{4}		27.4	5.09×10^{5}
	25.0	2.65×10^{5}		26.4	5.38×10^{4}
SNCM8	59.3	7.92×10^{4}		27.0	6.25×10^{4}
	55.0	破断せず		22.7	6.54×10^{6}
	59.9	1.32×10^{4}		34.0	2.86×10^{4}
	58.5	3.96×10^{4}			
	57.5	9.12×10^{4}			
	60.0	1.71×10^{4}			
	56.0	2.98×10^{5}			
7075	28.8	3.46×10^{5}			
	30.1	3.73×10^{5}			
	32.7	7.68×10^{4}			
	23.1	1.07×10^{6}			
	25.9	3.14×10^{5}			
	27.9	2.73×10^{5}			
	30.0	5.76×10^{4}			
	24.1	1.45×10^{5}			
	30.0	3.08×10^{5}			
	23.8	6.65×10^{5}			

付表　I－2　一定応力振幅試験結果　　　　　　　　　　（160HZ）

材　料	応力振幅 kg／mm²	破断繰返数	材　料	応力振幅	破断繰返数
7075-T6	28.0	1.38×10^{6}	7075-T6	23.0	1.90×10^{6}
	32.0	6.74×10^{4}		33.0	7.44×10^{4}
	33.0	5.30×10^{4}		33.0	2.69×10^{4}
	26.5	6.53×10^{5}		28.0	9.28×10^{4}
	26.5	1.63×10^{5}		28.0	5.36×10^{5}
	26.8	7.70×10^{4}		23.0	3.32×10^{6}
	25.0	4.02×10^{5}		23.0	4.05×10^{5}
	25.0	6.50×10^{4}			

付表 Ⅱ－1 ZK41－T6のランダム疲れ試験結果

帯　域	二乗平均値 σ_{rms} kg／mm²	レンジペア 9乗平均値 kg／mm²	破断までのゼロクロシング数 N_0	破断までのレンジペア数 N_1	破断時間 T sec
Q＝50 160HZ	7.88	17.30	3.74×10^{6}	$N_1 = N_0$	9.35×10^{4}
	11.90	26.18	3.89×10^{4}	〃	1.02×10^{3}
	11.91	26.18	2.89×10^{4}	〃	7.20×10^{2}
	8.58	18.85	1.15×10^{6}	〃	3.01×10^{4}
	9.79	21.50	2.80×10^{5}	〃	7.95×10^{3}
	10.23	22.46	1.56×10^{5}	〃	4.26×10^{3}
20～50 HZ	10.52	21.06	1.08×10^{5}	1.71×10^{5}	2.38×10^{2}
	9.05	18.12	7.44×10^{5}	1.18×10^{6}	1.58×10^{4}
	10.50	21.03	1.43×10^{5}	2.26×10^{5}	3.06×10^{3}
	11.72	23.46	4.49×10^{4}	7.11×10^{4}	1.55×10^{3}
	12.22	24.46	4.00×10^{4}	6.31×10^{4}	8.40×10^{2}
	12.32	24.66	5.11×10^{4}	8.09×10^{4}	1.05×10^{3}
	8.61	17.22	9.49×10^{5}	1.50×10^{4}	2.05×10^{4}
	9.39	18.79	2.54×10^{5}	4.02×10^{6}	5.58×10^{3}
	9.32	18.65	4.36×10^{5}	6.89×10^{5}	1.09×10^{4}
	8.55	17.12	8.19×10^{5}	1.30×10^{6}	1.79×10^{4}

付表 Ⅱ－2 ZK41－T6のプログラム疲れ試験結果

型式	二乗平均値 σ_{rms} kg／mm²	レンジペア 9乗平均値 kg／mm²	破断までのゼロクロシング数 N_0	破断までのレンジペア数 N_1	破断時間 T sec
a 型	10.59	21.92	2.25×10^5	$N_1 = N_0$	5.79×10^3
	9.40	19.47	1.20×10^6	〃	3.09×10^4
	9.92	20.54	5.58×10^5	〃	1.44×10^4
	12.30	25.46	6.14×10^4	〃	1.56×10^4
	10.41	21.55	2.86×10^5	〃	7.08×10^3
	11.89	24.61	1.18×10^5	〃	2.88×10^3
	10.59	21.97	1.67×10^5	〃	4.14×10^3
	10.68	22.11	1.94×10^5	〃	4.86×10^3
	10.53	23.50	8.99×10^4	〃	2.28×10^3
c 型	11.36	23.52	1.16×10^5	$N_1 = N_0$	2.88×10^3
	10.66	22.06	1.27×10^5	〃	3.12×10^3
	9.46	19.59	4.29×10^5	〃	1.07×10^4
	10.52	21.78	1.50×10^5	〃	3.78×10^3
	8.42	17.42	2.20×10^6	〃	5.46×10^4
	9.91	20.52	2.33×10^5	〃	5.82×10^3
	9.48	19.62	5.28×10^5	〃	1.32×10^4
	8.81	18.23	8.90×10^5	〃	2.20×10^4
	12.55	25.98	4.83×10^4	〃	1.23×10^3
	11.43	23.67	1.08×10^5	〃	2.76×10^3

付表　Ⅲ－１　7075－T6のランダム疲れ試験結果

帯　域	二乗平均値 σ_{rms} kg／mm²	レンジペア 9乗平均値 kg／mm²	破断までの ゼロクロシング数 N_0	破断までの レンジペア数 N_1	破断時間 T sec
Q＝50 40HZ	10.42	22.86	9.81×10^5	$N_1 = N_0$	2.68×10^4
	12.02	26.37	9.59×10^4	〃	2.55×10^3
	10.49	23.04	7.33×10^5	〃	2.13×10^4
	11.71	25.71	1.58×10^5	〃	4.43×10^3
20～50 HZ	10.19	19.38	5.05×10^5	7.98×10^5	1.17×10^4
	10.51	19.99	8.51×10^5	1.35×10^6	1.92×10^4
	11.63	22.12	2.17×10^5	3.43×10^5	4.68×10^3
	11.91	22.65	2.41×10^5	3.81×10^5	5.22×10^3
	13.42	25.52	7.53×10^4	1.19×10^5	1.62×10^3
	13.29	25.27	9.03×10^4	1.43×10^5	1.98×10^3
	8.86	16.85	2.37×10^6	3.75×10^6	5.13×10^4
	10.72	20.38	6.42×10^5	1.02×10^5	1.40×10^4
	12.14	23.09	1.92×10^5	3.04×10^5	4.11×10^3
	9.20	17.49	2.11×10^6	3.34×10^6	4.69×10^4

付表　Ⅲ－2　7075－T6のプログラム疲れ試験結果

形　　式	二乗平均値 σrms kg／mm²	レンジペア 19乗平均値 kg／mm²	破断までのゼロクロシング No.	破断までのレンジペア数 N_1	破断時間 T sec
a 型	11.05	22.87	1.74×10^5	$N_1=N_0$	4.08×10^3
	11.18	23.14	6.19×10^5	〃	1.62×10^4
	11.79	24.42	7.59×10^5	〃	2.34×10^4
	12.72	26.32	1.62×10^5	〃	3.98×10^3
	11.35	23.49	5.42×10^5	〃	1.34×10^4
	12.74	26.38	5.31×10^5	〃	1.30×10^4
	13.91	28.79	7.61×10^4	〃	1.87×10^3
	11.71	24.25	4.50×10^5	〃	1.11×10^4
	12.57	26.03	3.06×10^5	〃	7.57×10^3
	11.69	24.21	3.92×10^6	〃	9.64×10^4
	13.04	26.98	2.07×10^5	〃	5.04×10^3
	13.65	28.25	1.41×10^5	〃	3.54×10^3
	13.26	27.45	8.28×10^4	〃	2.06×10^3
	13.77	28.50	7.19×10^4	〃	1.71×10^3
	12.37	25.61	1.15×10^5	〃	2.87×10^3
C 型	10.73	22.20	1.27×10^6	$N_1=N_1$	3.25×10^4
	11.69	24.21	4.32×10^5	〃	1.01×10^4
	12.66	26.21	5.88×10^5	〃	1.51×10^4
	13.50	27.95	1.59×10^5	〃	3.94×10^3
	12.34	25.54	2.42×10^5	〃	6.18×10^3
	16.52	21.79	1.62×10^6	〃	4.01×10^4
	11.33	23.45	1.13×10^6	〃	2.81×10^4
	11.87	24.57	2.90×10^5	〃	7.14×10^3
	12.17	25.19	2.26×10^5	〃	5.55×10^3
	10.97	22.71	9.32×10^5	〃	2.30×10^4
	12.93	26.76	1.85×10^5	〃	4.59×10^3

付表　Ⅳ－１　ＳＮＣＭ８のランダム疲れ試験結果

帯　域	二乗平均値 σ_{rms} kg／mm²	レンジペア 19乗平均値 kg／mm²	破断までのゼロクロシング数 No.	破断までのレンジペア数 N_1	破断時間 T sec
Q＝50 40HZ	18.55	54.72	9.99×10^{4}	$N_1=N_0$	2.70×10^{3}
	16.38	48.29	2.46×10^{5}	〃	7.03×10^{3}
	15.18	44.77	5.78×10^{5}	〃	1.60×10^{4}
	15.99	47.17	1.21×10^{6}	〃	3.12×10^{4}
	14.93	44.04	1.85×10^{6}	〃	5.13×10^{4}
	17.59	51.89	8.97×10^{4}	〃	2.45×10^{3}
20～50 HZ	20.39	59.55	1.09×10^{4}	1.71×10^{4}	3.30×10^{2}
	16.42	47.96	4.80×10^{4}	7.58×10^{4}	1.32×10^{3}
	14.25	41.62	2.61×10^{6}	4.13×10^{6}	6.01×10^{4}
	19.17	56.00	1.29×10^{4}	2.03×10^{4}	3.00×10^{2}
	15.82	46.21	3.61×10^{5}	5.71×10^{5}	8.24×10^{3}
	14.97	43.72	2.24×10^{6}	3.53×10^{6}	4.98×10^{4}
	17.16	51.12	1.53×10^{5}	2.41×10^{5}	3.66×10^{3}
	17.74	51.81	8.88×10^{4}	1.40×10^{5}	7.10×10^{3}
	14.80	43.23	2.08×10^{6}	3.28×10^{6}	4.90×10^{4}