



Title	立體寫眞解析の側方變換投影の新原理と $\phi - \theta$ 角變換法による空間點の直讀法
Author(s)	高橋, 喜久雄
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1954, 14(9), p. 556-561
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/17668
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

立體寫真解析の側方變換投影の新原理と $\phi-\theta$ 角變換法による空間點の直讀法

東京大學教養學部放射線物理研究室

高橋喜久雄

(昭和29年7月26日受付)

1. はしがき

從來立體寫真計測に於ける二つの避け難い不便は(1) X線管焦點とフィルム面との間隔D及び(2)透視臺表面とフィルム面との間隔 h_1 の二つが不明確なことで、このために立體測定が厄介視されて來た。初めの困難はX線管の焦點がガラス管内にあり、X線管自身もまた内部を測り難い容器の内側に支持され、その上ツープスがつけられて焦點の位置は實際に精確には分らない。第二の理由は現状ではカセット毎にフィルム面が異り透視臺とフィルム面との面間隔がまた實測困難なことがらに屬する。

この二つの原因が禍して立體測定は可成りの熱意をもつ方々にも屢々敬遠され勝ちなことは無理もないことと考える。

然し立體撮影がトモグラフ以上に確實である上は、その精測に對する研究は益々推進させられるべきで、今回の研究もまたその一貫した考のもとに行われた計測原理の新開拓である。

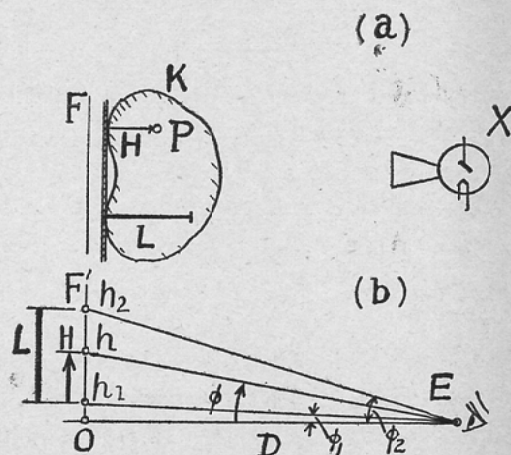
その研究方法と成果をここに要約すると、如何なる立體撮影に於てもその實際の寸法を定比で擴大又は縮小しても角の關係は不變に残ること、即ち相似三角形又は相似多角形の角の關係はその形の大小に無關係に互に等しい對應性をもつことに立脚して、立體觀測を一切角の測定に置換する方法をとつて居り、その結果、「人體の内部に潜む異常部分Pの位置を側面から觀測した形式に變換されてゆくことで特色づけられる」という收穫である。即ち Fig. 1の(a)に於て、通常の方法で人體Kをその背面から立體撮影し、被檢點Pが透視臺

に接觸している皮膚の面からHの深さにあるとき($H=h-h_1$)本機によつて同圖(b)にみる如き關係即ち投影面F'から距離Dだけ離れた點E視源と(“Origin of profile projection”)と命名しよう)からみた仰角 ϕ に變換する。それと同時に一定長Lの物指を Fig. 1の(a)の如く人體と同時に撮影し、その兩端の像を仰角 ϕ_1, ϕ_2 (同圖(b))に寫像して、皮膚面と被檢點の深さHを次式(後述第2節(4)式参照)

$$H=L \frac{\tan \phi - \tan \phi_1}{\tan \phi_2 - \tan \phi_1}$$

により決定する方法を與えるものである。この方法によれば、從來の立體觀測の如く h_1 及びDを知る必要がなくなつたことをその著しい特徴として強調できる。以下順にその方法と原理を論じてみる。

Fig. 1. 立體撮影並びにその側方變換



2. 望遠投影法と仰角 ϕ の定義

前述の Fig. 1(b) に示した立體像の側方變換を導く原理を探究してみよう。以後利用上の便を考え、定長 L のものさしの兩端をフィルム面から夫々 h_1, h_2 人體内の任意の被檢點 P の位置をフィルム面から h に、また皮膚面から H にあるものとすれば、

$$H = h - h_1, \quad L = h_2 - h_1 \dots\dots\dots (1)$$

であるから、之をある距離 D で側方から寫像すれば

$$\left. \begin{aligned} \tan \phi_1 &= h_1/D, \quad \tan \phi_2 = h_2/D \\ \tan \phi &= h/D \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

と變換できる筈である。故に H/L なる比

$$\frac{H}{L} = \frac{h - h_1}{h_2 - h_1} \dots\dots\dots (3)$$

をとり、この右邊の分子、分母を D で割れば直ちに

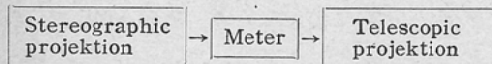
$$\frac{H}{L} = \frac{\tan \phi - \tan \phi_1}{\tan \phi_2 - \tan \phi_1} \dots\dots\dots (4)$$

に變換されてゆくことを知る。故に我々は ϕ を觀測する方法を案出すれば、その目的を達し得る。従つて計器上に $\Phi = \tan \phi$ を目盛っておき、長さ L (例えば 15cm 又は 20cm のものさし) の兩端について立體觀測を試み Φ_1, Φ_2 なる読みをとり、次いで被檢點につき Φ を求め、

$$H = L \frac{\Phi - \Phi_1}{\Phi_2 - \Phi_1} \dots\dots\dots (5)$$

を以てその計算式とすればよい (後述 8 節實測例参照)。

然してこゝに (3) から (4) を導くとき用いた D は任意でよい筈で、Fig. 2 でみる如く ϕ を測る限り、 h や D の絶対値は不要で、我々は (5) により H と L の比の値を知ることができるのである。之を望遠投影 (Telescopic projection) と名づけよう。換言すれば本法は



なる變換を行うことに外ならぬ。但し實驗に用いる手段は、從來の立體觀測用の實體鏡又はやゝ大仕掛なステレオコンプレーターの何れでも差支えない。

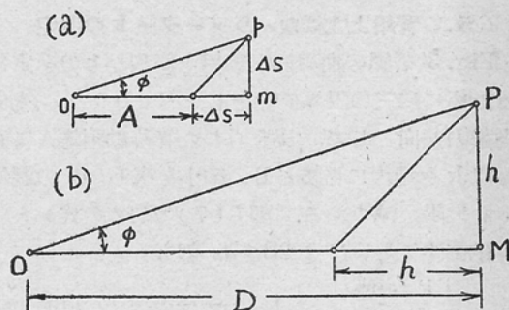
3. 相似法則

さて前述の量 h/D に注目して、一組の立體寫眞を立體視した場合、像のもつ視差の増加量 Δs と如何に結びつくかをしらべてみよう。初めに立體解析の基本公式を普通一般に知られている形

$$\frac{h}{D} = \frac{\Delta s}{A + \Delta s} \dots\dots\dots (6)$$

にあらわしておく。茲に A は X 線管焦點移動距離を意味させてある。Fig. 2 に於て $\Delta s, A, A + \Delta s$ を用いて作つた三角形 (a) はその下方に示した三角形 (b) の $h, D - h, D$ の三角形と相似となり、角 ϕ は共通である。之を立體觀測に於ける相似三角形と名づけよう。

Fig. 2 相似三角形の法則



4. ϕ - θ 角變換

前掲の式 (6) に於て更に右邊の分子、分母を任意の長さ $2B$ で割り、且つ $2B \leq \Delta s$ とすると、

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \frac{\Delta s}{2B} \\ A &= 2kB \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

茲に k は B を A と結びつける係数で以後 ϕ - θ 變換に於ける Parameter と呼んでおく。その結果

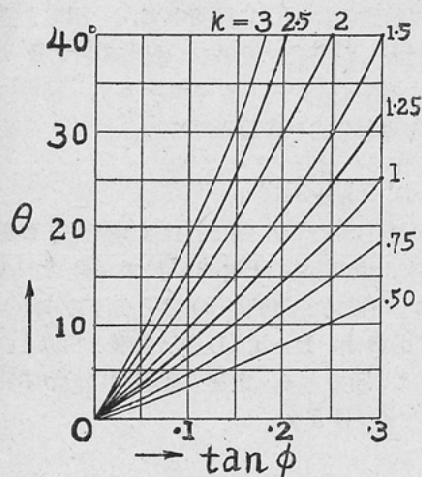
$$\tan \phi = \frac{\sin \theta}{k + \sin \theta} \dots\dots\dots (8)$$

が成り立ち、之より

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{k \tan \phi}{1 - \tan \phi} \right) \dots\dots\dots (9)$$

を使用して θ を決定すれば、Fig. 3 の圖に示す如き 1 群の曲線をうる。この圖ではパラメーター k を 0.5 から 3 までとつてあり、 $\tan \phi$ は 0 より 0.3 まで選んである。

Fig. 3



5. 實用上大切なパラメーター k の選定

Fig. 3 の圖の曲線群中實用上便利なものを定めるために二三の限界條件をしらべてみよう。まず全體の傾向として、與えられた管移動距離 A に対して k を過大にとると B の縮小を來し Δs の觀測の最大限が減少する。即ち (7) の初めの式から θ が存在するためには $2B \leq \Delta s$ 即ち

$$\left| \frac{k \tan \phi}{1 - \tan \phi} \right| \leq 1 \quad (10)$$

がその存在の條件で、之から k に對する要求として

$$k \leq \cot \phi - 1 \quad (11)$$

が結論される。いま通常の方法の如く觀測の最大限*を

$$\left. \begin{aligned} (\tan \phi)_{\max} &= 0.25 \\ (k)_{\max} &\leq 3 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

と定められる。

次に本機の採用する原理 (Fig. 4 参照) からみても B の絶對値を標準として 6 cm とし、その可變領域を 8 ~ 4 cm とした。之は θ の觀測値の最大値と結びついていて、通常立體撮影で A/D を 10%

* この限界値は $h/D = 1/4$ とすることに相當し 100 cm (F.F.D.) で高さ 25 cm の人體の表面をみることに相當する。従つて之以上の ϕ は要求されることはまずないとしてよい。

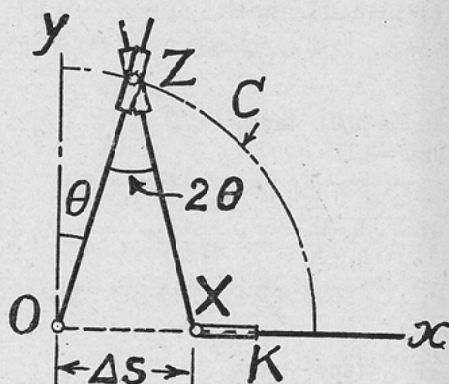
を必要とするとされている向きが多いので、 $D = 180$ cm に對し

$$(\Delta s)_{\max} = 6 \text{ cm} \quad (13)$$

が與えられなければならない。この結果は直ちに

$$(\theta)_{\max} = 30^\circ, B = 60 \text{ mm} \quad (14)$$

と算定されてくる。

Fig. 4 側方投影をうるための ϕ - θ 變換機構

かくして廣角立體撮影で

$$k = \frac{A}{2B} = 1.5 \quad (15)$$

を以て充分とする。この理由から $A/B = 3$ として設計を進めた。

6. θ の觀測法

視差の増加量の觀測は Universal H-Meter¹⁾²⁾の場合と同様に 2 枚の立體寫眞の間隔 S_0 と、對應被檢點の間隔 S を測つて

$$\Delta s = \pm (S - S_0) \quad (16)$$

を検出する方法を採用するのが一番便利と考えるから、2 つの立體指標 (Stereo-index) を用いそのうち右方を固定し、左方を移動式にし、Fig. 4 にその左方だけをあらわした。X 軸 (紙面に垂直) は O 軸 (紙面に垂直) に對して OX 上を走行する軸で O と X は等長のレバー OZ, ZX で結ばれ、關節 Z 軸 (紙面に垂直) に於て二等邊三角形 OZB を形成し、

$$\overline{OZ} = \overline{XZ} = B \quad (17)$$

とする。關節 Z は Fig. 5 (b) にみる如き小さい箱軸で、B の長さを變更するには X を O の直下に持ち來し、OZ と ZX を重ねた後箱を OZ にそつて移動

すればよろしい。こゝでBを変更する目的は任意のAに対してkを常に1.5に保つためである。かくしてXをOx軸に沿つて移動せしめると関節Zは常にOを中心とし、半径Bの圓の $\frac{1}{4}$ の圓弧(第1象限内)上に動き、OZ Xは恰もエンジンのクランクの如く動作する。仍て之をクランク機構(Crank mechanism)と略稱しよう。XをOから Δs の點まで移せばOZはy軸に対して角 $\theta=0$ から $\theta=\theta$ まで傾斜し、 $\angle OZX=2\theta$ を示す。こゝで三角形OZXを解けば $\frac{\Delta s}{2B}=\theta$ で、(7)式を満足

Table 1 The values of θ and H calculated as functions of $\tan \phi$ parameter $k=1.5$

$\tan \phi$	$\sin \theta$	θ	H	Remarks
1/200	0.007 50	026	5.2°	the 1st base
1/100	.015 15	052	10.4	
1/80	.018 99	102	12.0	
1/50	.030 61	145	21.00*	
1/40	.038 5	218	27.5	
1/30	.051 7	258	35.6	the II nd base
1/25	.062 5	335	42.00*	
1/22.5	.069 8	400	48.0	
1/20	.079 0	432	54.4	
1/15	.107 1	608	73.6	
1/12.5	.130 4	730	90.0	the IIIrd base
1/12	.136 4	750	94.0	
1/10	.166 7	936	115.2	
1/9	.187 5	1048	129.6	
1/8	.214 0	1221.4	148.3	
1/7	.250 0	1428.6	173.7	the IIIrd base
1/6	.300 0	1730	210.00*	
1/5	.375 0	2201	254.0	
1/4.8	.394 7	2315	279.0	
1/4.6	.416 7	2438	295.6	
1/4.5	.428 6	2523	304.6	* coincides with the origin
1/4.4	.441 2	2611	314.2	
1/4.3	.454 5	2702	324.0	
1/4.2	.468 8	2757	335.4	
1/4.1	.483 9	2856	347.4	
1/4.0	.500 0	3000	360.00*	

Table 2. Parallax and $\tan \phi$ which are convenient for checking the accuracy of the meter.

No.	parallax	$\tan \phi$
1	20mm	0.100
2	45	0.200
3	60	0.250

している。故に角 θ を適當に擴大して観測するならば我々は之を ϕ と結合した目盛によつて、當初

に念願した目的を果しうるわけである。いま齒車 G_1 , G_2 , G_3 及び G_4 の系を使い、 $G_1:G_2=4$, $G_3:G_4=3$ なる倍率をとり、齒車の系の倍率を12とすると

$$\left. \begin{array}{l} n=12 \\ \theta=n\theta \end{array} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

に對して $\theta_{\max}=360^\circ$, $(\theta)_{\max}=30^\circ$ を許し、前記(14)を満足する。Table 1 は θ , θ を $\tan \phi$ の函数として與えた基本目盛の表で表中 * 印を附した4點は「基點」である。又 Table 2 は本機の精度を再検定するときに重要な標準で Δs と $\tan \phi$ の値が不盡數とならない簡単な位置を與えたものである。 Δs をマイクロメーターMで精測したときにダイヤルゲージ(Fig. 5)上に示される $\tan \phi$ の値が指示値と表の値と一致することを以て標準調整とする。この調整があわぬときは箱軸に附した補助のマイクロメーターmで補正する。

Fig. 5 (a)

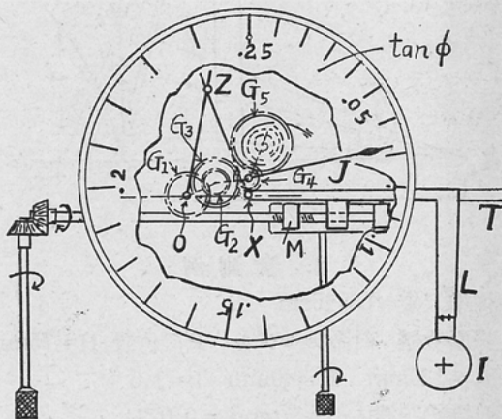
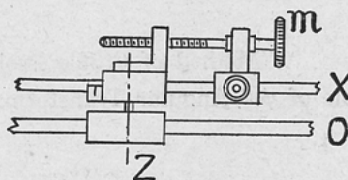


Fig. 5 (b)

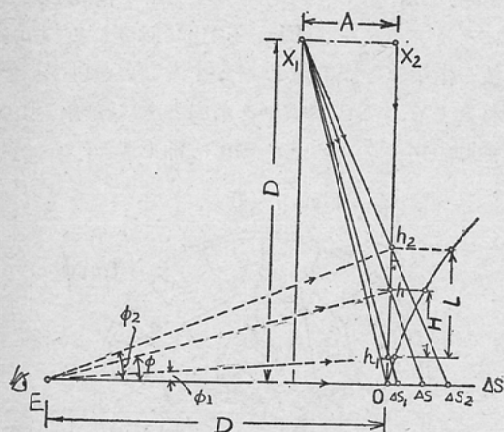


7. 兩投影の幾何學的關係

Fig. 6 は立體寫真撮影と望遠投影との關連性を一層明確ならしめるための作圖を示す。即ち X_1 ,

X_2 は兩焦點で、 h_1 , h 及び h_2 は空間の3點で、そのうち h_1 , h_2 は定長のものさしの兩端に關係する。圖ではこの3點が同一鉛直軸 OX_2 上にある如く作圖したが、之は(6)式關係は空間の點がフィルム面に並行な平面内のどの點についても成立するから、便宜上 OX_2 上に移して代表としたまでのことで、何も OX_2 上の點に限るわけではない。Eは仰角をしらべる時の望遠投影の原點をあたえる目の位置である。即ちこの後者に於ける事情は山の高さを地上から三角測量するのと同様である。

Fig. 6



8. 實測例

標準尺度 $L=15\text{cm}$

撮影物體 針金のモデル Pの位置 $H=75\text{mm}$

$A=120\text{mm}$ $B=40\text{mm}$ $k=1.5$

尺度の下端につき $\tan\phi_1=0.022$

尺度の上端につき $\tan\phi_2=0.132$

被檢點につき $\tan\phi=0.078$

觀測の結果

$$H = L \frac{\tan\phi - \tan\phi_1}{\tan\phi_2 - \tan\phi_1}$$

$$= 150 \times \frac{0.078 - 0.022}{0.132 - 0.022}$$

$$= 7.63\text{mm}$$

相對誤差 $\epsilon = +1.2\%$

9. 實測上の諸注意

上述の如く本方法では觀測に入ってくる對象は A , k , L , H の4量で、そのうち L 及び A は固定された定數である。一つの撮影臺に於て A が充分精確になつていなければ k が變化する虞がある。従つて A を 100mm 前後としたとき 1mm まで精確に與えてほしいこと、従つて測定器のパラメーター k を充分精密に 1.5 に固定しておくことが準備として要求される。然し一度 A と k が確定すれば以後の調整部分は一切なくなつて居る。我々はたゞ寫眞にあわせて X を移動するだけで済む。かくして本機は先に提出した Universal H-Meter 以上の精度と使用上の簡易さを具備し、且つ廣角撮影をも許した點と全く新規な原理により側面投影に成功したわけで、既に立體計測を實用に供してよい段階に達したと云える。

勿論なおこの外にも必ずやよい方法が存在するかも知れない。従つて上記の方法で研究を中止するべきでないことは勿論で、なお多くの方々の御研究を望んでやまない。

引用文獻

- 1) 高橋: 東京大學理工研報告, Vol. 6, No. 2, 57 (1952).
- 2) 高橋: 日醫放學誌, Vol. 13, No. 7, 449 (1953).

“Method of Profile Projection” in Stereophotographic Analysis:
Principle of ϕ - θ Angular Transformation and a Direct Depth Reader of a Point in Space.
Kikuo Takahashi

Abstract: Meeting frequent needs of a direct reader of heights of points in space in X-ray stereo-photography, a new convenient stereo-photographic analyser has been constructed standing on a principle of angular transformation of angles ϕ and θ related by the following formula.

$$\theta = \sin^{-1} \frac{k \tan \phi}{1 - \tan \phi}.$$

Consequently, the height of any point in space is now given by

$$\begin{aligned} H &= \frac{\tan \phi - \tan \phi_1}{\tan \phi_2 - \tan \phi_1} \cdot L \text{ cm} \\ &= \frac{\Phi - \Phi_1}{\Phi_2 - \Phi_1} \cdot L \text{ cm} \end{aligned}$$

where Φ s are the readings on the meter (Fig.5) and L is a fixed length of a standard scale, say 15 or 20 cms.

The principle of this meter can easily be seen from Fig. 2 and Fig. 4, and the outline of the construction from Fig. 5.

The numerical data of the transformation ϕ and θ are given in Fig. 3 for several values of k , (a parameter denoting $A/2B$ of formula (7)), and the values of θ and H by table 1 for $k=1.5$ which is taken as the most favorable value of k for practice.

An example of demonstrative experiments by this method is given in section 8 and the accuracy of this meter is estimated as 1.2%.