The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	音声とデータを統合化する通信方式とその性能評価に関する研究
Author(s)	藤井, 俊二
Citation	大阪大学, 1990, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3052210
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

音声とデータを統合化する通信方式と
その性能評価に関する研究

１９９０年６月

藤　井　俊　二

内　容　梗　概

本論文は、筆者が産業技術短期大学において行った音声とデータを統合化する通信方式とその性能評価に関する研究をまとめたものであり、本文は次の６章より構成されている。

第１章は、緒論であり、本論文のテーマ「音声とデータを統合化する通信方式とその性能評価に関する研究」の背景について概説し、本研究の意義と目的を明らかにする。

第２章では、複数スロットからなるフレーム構成をとる音声／データ統合通信システムの性能評価を行っている。この統合通信システムにおいては、音声の平均呼量ならびにデータトラヒックの平均負荷が少ない場合でも、一時的に音声呼がすべてのスロットを占有する状況下では、データパケットの伝送に使用できるスロット数が減少するため、データパケットの平均待ち行列長が著しく増大し、許容される時間内にデータパケットを送出できないという現象が生じる。従って、バッファ管理や遅延の観点から何らかのフロー制御が必要になる。統合通信システムでは、データトラヒックならびに音声トラヒックがその制御の対象と考えられる。そこで本章では、音声呼の占有スロット数に応じてデータパケットの平均到着率を制御する統合通信システムに着目し、そのトラヒック解析を行う。まず、２次元マルコフ連鎖法に母関数法を用いて厳密解を求めている。この解析結果を用いた数値例は、音声とデータに適用するパラメータの相違により１フレーム中のスロット数の少ない短フレーム構成のものに限られる。そこで、長フレーム構成に適用するための近似式を導出し、音声呼が全スロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長をある最大値以下に抑えるための平均到着率の算出式を明らかにしている。更に、データパケットの平均待ち行列長特性について考察を行い、軽平均負荷時の場合、データパケットの平均到着率を制御することにより小さな閉塞率で、音声呼が全スロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長を著しく減少できることを示している。

第３章では、前章で述べたデータパケットの平均待ち行列長の増大現象の緩和を図るため、音声呼の占有スロット数に応じて音声呼の平均サービスレートと平均到着率ならびにデータトラヒックの平均到着率を制御する音声／データ統合通

信システムの性能評価を行っている。まず、データトラヒックについて可変窓口数Ｘをもつ Ｍ／Ｍ／Ｘ待ち行列モデルを用いて厳密に解析を行い、更に長フレーム構成の場合の検討を行うための近似解析を示している。その結果、データパケットの平均負荷が軽い場合には音声呼の占有スロット数が多くなった時点でその平均サービスレートや平均到着率を制御すればよいことが示される。しかし、重平均負荷時にはデータトラヒックに対し必要な量の専用スロットを確保した可変領域方式で音声呼の制御を行うのがよいことが明らかとなる。

第４章では、統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求（ＡＲＱ）方式の基本的な特性を調べている。パケットが回線へアクセスする際に優先度の高いトラヒックによりある時間期間（ここではサービス準備期間という）を要する場合を想定し、代表的な誤り制御方式であるStop-and-Wait 方式とGo-Back-N 方式におけるパケットの伝送遅延分布とスループットの解析を行っている。伝送遅延の母関数を導出し、パケットの平均伝送遅延が、パケット到着分布の平均と分散、パケット誤り率、信号の伝搬遅延ならびにサービス準備期間分布の平均と分散によって与えられることが明らかとなる。更に、数値例によりサービス準備期間が平均伝送遅延ならびにスループットに与える影響について検討を行っている。

第５章では、前章で述べた統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求方式の性能を改善する方式の検討を行っている。まず、データ伝送システムで用いられる標準的なGo-Back-N 方式において、１個のパケットに対して複数個のコピーを伝送することによりパケットの平均伝送遅延の著しい改善ができることを示している。次に、パケットが回線へアクセスする際に、優先度の高いトラヒックによりサービス準備期間を要する状況下で、パケットのコピーを伝送することの有効性について考察している。その結果、パケットを複数個伝送することは、本システムにおいてもパケットの平均伝送遅延を改善するのに有効であることが示される。しかし、平均サービス準備期間の存在は回線容量を実効的に減少せしめるために、コピー伝送の有効性に対してマイナスの影響を与える。そこで、その適用領域が問題となることから、コピー伝送の有効性の範囲を示している。

第６章は結論であり、本研究で得られた結果をまとめ、今後の課題について述べている。

関連発表論文

A．学会誌論文

〔1〕林田，藤井，手塚：”データの平均到着率を制御する音声／データ統合システムのトラヒック解析”，電子通信学会論文誌（B），Vol.J69-B，No.9，pp.888-897，1986.9.

〔2〕林田，藤井，手塚：”パケットのコピー伝送を行う連続型ＡＲＱ方式の伝送遅延特性”，電子情報通信学会論文誌（B），Vol.J70-B，No.10，pp.1111-1117，1987.10.

〔3〕藤井，林田，手塚：”サービス中断のあるＡＲＱ方式の伝送遅延特性”，電子情報通信学会論文誌（B），Vol.J71-B，No.4，pp.516-522，1988.4.

〔4〕藤井，林田，手塚：”音声トラヒックを制御する音声／データ統合システムの特性”，電子情報通信学会論文誌（B-I），Vol.J72-B-I，No.5，pp.411-419，1989.5.

〔5〕藤井，林田，手塚：”サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式におけるコピー伝送の有効性”，電子情報通信学会論文誌（B-I），Vol.J73-B-I，No.2，pp.110-116，1990.2.

B．国際会議

〔1〕Y.HAYASHIDA，S.FUJII，Y.TEZUKA: "Delay Performance of a Continuous ARQ System with Copy-Transmissions"，Proceedings of IEEE INFORCOM '88，7C.3，pp.714-721，1988.3.

〔2〕S.FUJII，Y.HAYASHIDA，H.NAKANISHI，Y.TEZUKA: "Delay Performances of Some ARQ Systems with Service Interruptions"，Proceedings of IEEE SINGAPORE ICCS'88，31.5，pp.1195-1199，1988.10.

C．専門研究会発表論文

〔1〕林田，藤井，手塚：”データの平均発生率を制御する音声／データ統合システムのトラヒック解析”，信学技報，CS85-63，pp.31-36，1985.8.

〔2〕藤井，林田，手塚：”音声トラヒックを制御する音声／データ統合シス

テムの特性”，　信学技報，IN85-109，pp.49-54，1986.1.

〔3〕林田，藤井，手塚：　”パケットのコピー伝送を行う連続型ＡＲＱ方式の伝送遅延特性”，　信学技報，IN86-122，pp.13-18，1987.1.

〔4〕藤井，林田，手塚：　”サービス中断のあるＡＲＱ方式の伝送遅延特性”，信学技報，IN87-47，pp.19-24，1987.9.

D．学会、大会等口頭発表論文

〔1〕林田，藤井，手塚：　”データの発生率を制御する音声／データ統合システムのトラヒック解析”，　昭和60年度電子通信学会総合全国大会，NO.1830,1985.3.

〔2〕藤井，林田，手塚：　”トラヒック制御を有する音声／データ統合システムの解析”，　昭和60年度電気関係学会九州支部連合大会，　NO.806，1985.10.

〔3〕林田，藤井，手塚：　”データの平均発生率を制御する音声／データ統合システムのトラヒック特性”，　昭和60年度電気関係学会九州支部連合大会，NO.807，1985.10.

〔4〕藤井，林田，手塚：　”パケットのコピー伝送を行う連続型ＡＲＱ方式の最適コピー数分布”，　電子情報通信学会創立70周年記念総合全国大会，NO.1760，1987.3.

〔5〕林田，藤井，手塚：　”パケットのコピー伝送を行う連続型ＡＲＱ方式の伝送遅延”，電子情報通信学会創立70周年記念総合全国大会　，NO.1761，1987.3.

〔6〕藤井，林田，手塚：　”到着率とビットレートを制御する音声／データ統合システムの近似解析”，　昭和63年度電気関係学会関西支部連合大会，シンポジュウム講演，NO.S7-5，1988.10.

目　　次

第１章　緒　　論…… 1

第２章　データの平均到着率を制御する音声／データ統合通信システム
の性能評価…… 7

2．1　緒　言…… 7

2．2　フレーム構成と伝送プロトコル…… 7

2．3　音声ならびにデータのトラヒック解析…… 8

2．4　長フレーム構成に対する近似……13

2．5　データパケットの平均待ち行列長特性……15

2．6　結　言……22

第３章　音声トラヒックを制御する音声／データ統合通信システム
の性能評価……23

3．1　緒　言……23

3．2　音声ならびにデータトラヒックを制御する伝送プロトコル……23

3．3　音声ならびにデータのトラヒック解析……24

3．4　長フレーム構成に対する可変レートＭ／Ｍ／１待ち行列モデル
による近似……27

3．5　音声ならびにデータパケットの平均待ち行列長特性……32

3．6　結　言……39

第４章　統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求（ＡＲＱ）
方式の基本特性……40

4．1　緒　言……40

4．2　サービス準備期間のあるＡＲＱ方式のプロトコル……40

4．3　サービス準備期間のあるＡＲＱ方式の性能解析……41

4. 3. 1　サービス準備期間のあるStop-and-Wait 方式……41
4. 3. 2　サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式……45
4. 4　平均伝送遅延ならびにスループット特性……47
4. 5　結　言……54

第5章　統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求方式の性能改善方式……55
5. 1　緒　言……55
5. 2　パケットのコピー伝送を行うGo-Back-N 方式……56
5. 2. 1　伝送プロトコル……56
5. 2. 2　伝送遅延分布の解析……56
5. 2. 3　最適コピー数と最適平均伝送遅延特性……60
5. 3　サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式におけるコピー伝送……65
5. 3. 1　伝送プロトコル……65
5. 3. 2　伝送遅延分布とスループットの解析……67
5. 3. 3　最適平均伝送遅延ならびに最適スループットの特性……69
5. 4　結　言……77

第6章　結　論……79

謝　辞……82

文　献……83

付　録……89

第1章　緒　　論

通信ネットワークの代表的なものである電話網はアナログ技術を基本として音声のもつ周波数帯域幅の信号を処理できるように開発されてきている。ところが、コンピュータから発生されるデータはディジタル形式であり、高周波成分を含むパルス列の送受信を高速・高信頼で行うには既存の電話網では不十分なため、電話網とは別のデータ網が開発されてきた。近年、ＬＳＩ・ＶＬＳＩ技術を基盤とするディジタル技術の進歩により音声を中心とするアナログ情報のディジタル信号処理ならびにディジタル伝送・交換の研究・開発が進み、アナログ情報をもサポートするディジタル通信網の構成が可能となっている。

このような通信網のディジタル化へ向けての動きに並行する形で、同一回線上でディジタル化された音声とデータ情報を伝送する統合化の概念が研究されている[8]～[11]。統合化の目的は、通信設備の共用や異なる種類の情報をパルス列として同列に扱える融通性にある。統合化を考える場合には、まず音声トラヒックとデータトラヒックの特性ならびにサービス要求を考慮することが必要となる。音声トラヒックはリアルタイムの伝送を要求し、回線保留時間は長い。また、音声会話の有音部分は全体の50%程度であり[49]、冗長性のあることから低速度の符号化レートの利用により回線の有効利用を図ることができる。一方、データトラヒックはバースト的に発生し、回線保留時間は音声に比べ極めて短い。また、伝送に際し待ち時間の許容度が大きい。更に、送受信に際し高信頼性が要求されるため、誤りの検出と回復の制御（誤り制御）が行われるのが一般的である。このように異なる特性をもつ音声トラヒックとデータトラヒックの両方に対してそれぞれのサービス要求を満足させるように伝送を行うことは統合化に際しての重要な問題である。そこで、本論文では音声とデータを統合化する通信方式とその性能評価に関する考察を行う。本論文の内容を大きく分ければ、トラヒックを制御する音声／データ統合通信システムに関する考察と音声／データ統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求方式に関する考察の二つの部分からなる。

まず、トラヒックを制御する音声／データ統合通信システムに関する考察について背景を概説し、意義と目的を述べる。

音声トラヒック用に回線交換をデータトラヒック用にパケット交換を用いる統

合交換方式をCoviello and Vena が提案している[8]。この方式は複数個のスロットからなる一定期間のフレームを構成し、それを音声トラヒック用とデータトラヒック用の領域に別けてディジタル化された音声とデータパケットの伝送に用いる時分割交換方式である。この方式には音声用領域とデータ用領域が固定とされる固定領域方式（Fixed Boundary）と、一時的に使われない音声用スロットをデータパケットに使用させる可変領域方式（Movable Boundary）があり、この両方式の性能解析をFisher and Harris が行っている[9]。しかし、その解析においては音声トラヒックの隣接フレーム間の相関を無視している点をWeinstein, Malpass, and Fisherが指摘し、更に可変領域方式についてシミュレーションによる検討を行っている。その結果、データトラヒックに対する処理能力が音声呼によって一時的に低下したとき、データパケットの待ち行列長は増大し、許容される時間内にデータパケットを送出できない現象が生じることを示している[10]。音声トラヒックの回線保留時間はフレーム長に比べて極めて長いことから隣接フレーム間に相関が生じる。この相関を考慮するために、Chang [11]やWeinstein et al.[10]は連続時間系における２次元マルコフ連鎖法を用いた解析を行っている。そこでは音声トラヒックについては窓口がＮ個の即時系（呼損系）のＭ／Ｍ／Ｎ（損失）待ち行列モデル、データトラヒックについては音声呼の状態に依存した窓口数Ｘをもつ待時系Ｍ／Ｍ／Ｘ待ち行列モデルとしてモデル化を行っている。これらの解析結果は母関数法によって厳密解としているために、その数値計算において音声とデータに適用されるパラメータの相違により生じる連立方程式の根の精度の点から、数値例は１フレーム内のスロット数の少ない短フレーム構成のものに限られる。また、音声呼ならびにデータパケットの平均到着率や平均サービスレートは一定としている。Williams and Leon-Garcia[12]は長フレーム構成の数値計算を可能とするため、上記待ち行列モデルをデータトラヒックに対してＭ／Ｍ／１で近似し、Neuts [15],[16] の再帰マトリックス法を改良して、Ｎ=50〔スロット／フレーム〕というこれまでで最大の長フレーム構成に対する数値例を示している。また連続時間系の解析によるデータパケットの平均遅延は離散系のものに比べて少し長くなるが、データトラヒック負荷が大きくなるとこの差は無視できることをSriram, Varshney, and Shanthikumar[13]が指摘している。データパケットに対する処理能力が一時的に低下する際に生じる待ち行列長

の増大という現象に対しては、バッファ管理や遅延の観点から何らかのフロー制御が必要になる。統合通信システムでは音声トラヒックならびにデータトラヒックがその制御の対象となる。直接的な方法は、もしも可能であればデータの発生や到着を制御するものであり、例えば文献(12)ではデータパケットの回線利用率を一定に保つようにデータの到着率を制御する方法を提案している。一方、音声トラヒックはディジタル化されたものを対象とすることから、音声の符号化に際して符号化レートを可変にすることのできる符号化アルゴリズムが考察されている[10],[14]。従って、音声トラヒックの制御対象となるのはその到着率とサービスレートの二つの因子が考えられる。文献(10)では音声呼の回線利用率やデータパケットの待ち行列長を監視しながら音声トラヒックの符号化レートを変化させる方法の一例をシミュレーションにより検討している。以上述べたように、フロー制御を念頭においた解析は文献(12)に見られるが、そのモデルはデータトラヒックを制御対象としたM／M／1の近似モデルである。そこで、本論文では音声呼の平均到着率と平均サービスレートならびにデータパケットの平均到着率が音声呼の占有スロット数に応じて制御できる音声／データ統合通信システムについて性能評価を行い、軽平均負荷時に一時的に音声呼が多くのスロットを占有した状況下で生じるデータパケットの待ち行列長の増大がトラヒックを制御することにより抑えられることを明らかにする。

次に、音声／データ統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求方式に関する考察について背景を概説し、意義と目的を述べる。

データ伝送の高信頼性を保つために、伝送中に生じる誤りの検出と誤り回復を行う誤り制御方式が考案されている。この誤り制御方式[50]には、誤り検出自動再送要求（ＡＲＱ）方式、誤り訂正（ＦＥＣ）方式、ならびにそれらの特徴を生かしたハイブリッド方式がある。このうち通信プロトコルのインプリメンテーションの容易さやその性能からＡＲＱ方式が広く用いられている。ＡＲＱ方式はStop-and-Wait 方式、Go-Back-N 方式ならびにSelective-Repeat方式に大別される。Stop-and-Wait 方式[3],[19]では、送信機が一つのパケットを送出した後、次のパケットの送出を止めて受信機からの確認信号を待つ。このため、回線の利用効率が悪く、性能（スループットと遅延）は低い。Go-Back-N 方式[23]～[27]はパケットを連続的に送出し、誤り検出再送要求（ＮＡＫ）信号の応答があった

ときは、それに対応するパケットに遡って再送する。この方式は伝搬遅延やパケット誤り率の低い場合には性能はよいが、これらの値が大きくなるにつれて性能は急激に劣化する。Selective-Repeat方式[28]～[33]はパケットを連続的に送出しＮＡＫ信号を受信すると、それに対応するパケットのみを選択して再送する。この方式は伝搬遅延やパケット誤り率の比較的大きい場合にも優れているが、大容量の受信バッファを要するという欠点がある。これらの誤り制御方式の解析は主にスループットに関するものに集中しており、伝送遅延（待ち時間）に関するものは数少ない。その中で、Towsley and Wolf[19],[21] は連続型ＡＲＱ方式について離散時間系での待ち時間分布と待ち行列長分布を求めている。飯作・羽島[22]は連続時間系において種々の方式を解析している。また、Bruneel and Moeneclaey[20]は従来のGo-Back-N 方式について一つのパケットに対して複数個のコピーを連続的に送出することによりスループットが向上できることを示している。しかし、この方式に対する伝送遅延の解析は行っていない。これまでパケットの伝送は常に可能であるという仮定のもとに研究が行われていたが、Towsley [18]はマルチプレクサの動作しない状態が生じるためにパケットへのサービスの中断が生じるような場合についてバッファに蓄積されるパケット数に関する解析を行っている。また、このようなサービス中断のある待ち行列システムに関していろいろ研究がなされている[35]～[38]。ディジタル統合通信システムにおけるデータパケットについてはパケットの回線へのアクセスが常には可能でない、すなわち優先権の高いトラヒックの存在によりパケットはある時間期間（これをサービス準備期間という）を要した後に伝送されることが想定される。本論文では、この場合について代表的なStop-and-Wait 方式ならびにGo-Back-N 方式の基本的な特性を明らかにする。　更に、この統合通信システムに適用するＡＲＱ方式の性能改善を図るため、１個のパケットに対し複数個のコピーを伝送する方式に着目し、その有効性を示す。

第２章では、複数スロットからなるフレーム構成をとる音声／データ統合通信システムの性能評価を行っている。この統合通信システムにおいては、音声の平均呼量ならびにデータトラヒックの平均負荷が少ない場合でも、一時的に音声呼がすべてのスロットを占有する状況下では、データパケットの伝送に使用できるスロット数が減少するため、データパケットの平均待ち行列長が著しく増大し、

許容される時間内にデータパケットを送出できないという現象が生じる。従って、バッファ管理や遅延の観点から何らかのフロー制御が必要になる。統合通信システムでは、データトラヒックならびに音声トラヒックがその制御の対象と考えられる。そこで本章では、音声呼の占有スロット数に応じてデータパケットの平均到着率を制御する統合通信システムに着目し、そのトラヒック解析を行う。まず、２次元マルコフ連鎖法に母関数法を用いて厳密解を求めている。この解析結果を用いた数値例は、音声とデータに適用するパラメータの相違により１フレーム中のスロット数の少ない短フレーム構成のものに限られる。そこで、長フレーム構成に適用するための近似式を導出し、音声呼が全スロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長をある最大値以下に抑えるための平均到着率の算出式を明らかにしている。更に、データパケットの平均待ち行列長特性について考察を行い、軽平均負荷時の場合、データパケットの平均到着率を制御することにより小さな閉塞率で、音声呼が全スロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長を著しく減少できることを示している。

第３章では、前章で述べたデータパケットの平均待ち行列長の増大現象の緩和を図るため、音声呼の占有スロット数に応じて音声呼の平均サービスレートと平均到着率ならびにデータトラヒックの平均到着率を制御する音声／データ統合通信システムの性能評価を行っている。まず、データトラヒックについて可変窓口数Ｘをもつ M／M／X待ち行列モデルを用いて厳密に解析を行い、更に長フレーム構成の場合の検討を行うための近似解析を示している。その結果、データパケットの平均負荷が軽い場合には音声呼の占有スロット数が多くなった時点でその平均サービスレートや平均到着率を制御すればよいことが示される。しかし、重平均負荷時にはデータトラヒックに対し必要な量の専用スロットを確保した可変領域方式で音声呼の制御を行うのがよいことが明らかとなる。

第４章では、統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求（ＡＲＱ）方式の基本的な特性を調べている。パケットが回線へアクセスする際に優先度の高いトラヒックによりある時間期間（ここではサービス準備期間という）を要する場合を想定し、代表的な誤り制御方式であるStop-and-Wait 方式とGo-Back-N 方式におけるパケットの伝送遅延分布とスループットの解析を行っている。伝送遅延の母関数を導出し、パケットの平均伝送遅延が、パケット到着分布の平均と分

散、パケット誤り率、信号の伝搬遅延ならびにサービス準備期間分布の平均と分散によって与えられることが明らかとなる。更に、数値例によりサービス準備期間が平均伝送遅延ならびにスループットに与える影響について検討を行っている。

第5章では、前章で述べた統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求方式の性能を改善する方式の検討を行っている。まず、データ伝送システムで用いられる標準的なGo-Back-N 方式において、1個のパケットに対して複数個のコピーを伝送することによりパケットの平均伝送遅延の著しい改善ができることを示している。次に、パケットが回線へアクセスする際に、優先度の高いトラヒックによりサービス準備期間を要する状況下で、パケットのコピーを伝送することの有効性について考察している。その結果、パケットを複数個伝送することは、本システムにおいてもパケットの平均伝送遅延を改善するのに有効であることが示される。しかし、平均サービス準備期間の存在は回線容量を実効的に減少せしめるために、コピー伝送の有効性に対してはマイナスの影響を与える。そこで、その適用領域が問題となることから、コピー伝送の有効性の範囲を示している。

第6章は結論であり、本研究で得られた結果をまとめ、今後の課題について述べている。

第2章　データの平均到着率を制御する音声／データ統合通信システムの性能評価

2．1　緒　言

複数スロットからなるフレーム構成をとる音声／データ統合通信システムにおいては、音声の平均呼量ならびにデータトラヒックの平均負荷が少ない場合でも、一時的に音声呼がすべてのスロットを占有した状況下では、データパケットの伝送に使用できるスロット数が減少するため、データパケットの平均待ち行列長は著しく増大し、許容される時間内にデータパケットを送出できないという現象が生じる[10]。従って、バッファ管理や遅延の観点から何らかのフロー制御が必要となる。統合通信システムでは、音声トラヒックならびにデータトラヒックがその制御の対象となる。本章ではこの増大現象の緩和を図るため、音声呼の占有スロット数に応じてデータトラヒックの平均到着率を制御する音声／データ統合通信システムに着目し、その性能評価を行う[1],[39],[43],[44]。2.2 では、本システムのフレーム構成と伝送プロトコルを記述している。2.3 におけるトラヒック解析は、データトラヒックが処理されるスロット数Xを考慮した厳密解を求めるために、従来より行われている連続時間系での2次元マルコフ連鎖による母関数法[10],[11] を用いている。2.4 では、1フレーム内のスロット数の多い長フレーム構成に適用するための近似式を導出し、音声呼が全スロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長をある最大値以下に抑えるための平均到着率の算出式を示している。更に2.5 において、データパケットの平均待ち行列長特性について考察を行い、軽平均負荷時の場合、データパケットの平均到着率を制御することにより小さな閉塞率で音声呼が全スロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長を著しく減少できることを示している。

2．2　フレーム構成と伝送プロトコル

本システムのフレーム構成と伝送プロトコルは次のとおりである。回線はN個

のスロットからなるフレーム構成をとるものとする。音声呼やデータパケットはN個のスロットを共用する。音声呼はデータパケットに優先して伝送し、データパケットは未使用のスロットを利用する。すべてのスロットが音声呼により占有されているときに到着した音声呼は呼損とする。すべてのスロットが音声呼ならびにデータパケットにより占有されているときに到着した音声呼は伝送中のデータパケットに割り込む。データパケットは音声呼の占有スロット数に応じてその平均到着率を変化させるものとする。すべてのスロットが使用されているときに到着したデータパケットならびに割り込みを受けたデータパケットは伝送待機用バッファに格納し、伝送の機会を待つ。このプロトコルの特徴は音声／データの各トラヒックに対してすべてのスロットを共用させる点にある。これにより音声トラヒックはデータトラヒックがない場合すべてのスロットを利用でき、一方データトラヒックも音声トラヒックがないときすべてのスロットを利用できる。

無制御の場合のデータパケットの待ち行列長は音声呼量に応じて変化し、特に一時的に音声呼がすべてのスロットを占有したときには極めて長い待ち行列長が形成される。そこで、データパケットの平均到着率を音声呼の占有スロット数に応じて制御することにより、バッファに蓄積されるパケット数の極端な増加を抑えることにする。この方法には、音声呼による占有スロット数を監視し、例えば端末からのデータパケットであればその到着を抑える、中継ノードであれば受信可能（ＲＦＮＭ）信号の返送を遅らせる、また別のルートに迂回させることなどが考えられる。

２．３　音声ならびにデータのトラヒック解析

前節の伝送方式に対して連続時間系での待ち行列モデルを考える。音声呼は平均λ_v〔呼／フレーム〕のポアソン分布に従って到着し、そのサービス時間は平均$1/\mu_v$〔フレーム〕の指数分布に従うものとする。一方、データパケットは音声呼の占有しているスロット数に応じてその平均到着率を制御するものとする。今、音声呼の占有しているスロット数がｉ個であるとき、データパケットは平均λ_i〔パケット／フレーム〕のポアソン分布に従って到着するものとする。またそのサービス時間は平均$1/\mu_d$〔フレーム〕の指数分布に従うものとする。デー

タパケット格納用バッファは無限大の容量をもつものとする。評価関数としては音声呼がｉ個のスロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長とする。このような待ち行列モデルについて２次元マルコフ連鎖法を適用する。

システム内に存在する音声呼の数ｉとデータパケットの数ｊによりシステムの状態(i, j) を表すものとし、システムがこの状態(i, j) にある確率を$P_{i,j}$と記す。次に、状態確率$P_{i,j}$の遷移について主な要素について考える。

(1) $P_{i,j}$から$P_{i,j-1}$への遷移：

(a) $j<N-i$ のとき、ｊ個のデータパケットの内少なくとも一つサービスが終了する。

(b) $j \geqq N-i$ のとき、(N-i) 個のデータパケットの内少なくとも一つサービスが終了する。

(2) $P_{i,j}$から$P_{i,j+1}$への遷移：新たなデータパケットが到着する。

(3) $P_{i,j}$から$P_{i+1,j}$への遷移$(i+1 \leqq N)$：新たな音声呼が到着する。

(4) $P_{i,j}$から$P_{i-1,j}$への遷移$(i \leqq N)$：ｉ個の音声呼の内少なくとも一つサービスが終了する。

$P_{i,j}$の状態遷移図を図2.1 に示す。同図より次の状態方程式が得られる。

$$(\lambda_v + \lambda_i + i\mu_v + j\mu_d)\, P_{i,j} = \lambda_v P_{i-1,j} + (i+1)\mu_v P_{i+1,j} + \lambda_i P_{i,j-1} + (j+1)\mu_d P_{i,j+1} \quad (0 \leqq i \leqq N-1,\ 0 \leqq j \leqq N-i-1) \qquad (2.1a)$$

$$\{\lambda_v + \lambda_i + i\mu_v + (N-i)\mu_d\}\, P_{i,j} = \lambda_v P_{i-1,j} + (i+1)\mu_v P_{i+1,j} + \lambda_i P_{i,j-1} + (N-i)\mu_d P_{i,j+1} \quad (0 \leqq i \leqq N-1,\ j \geqq N-i) \qquad (2.1b)$$

$$(\lambda_N + N\mu_v)\, P_{N,j} = \lambda_v P_{N-1,j} + \lambda_N P_{N,j-1} \quad (j \geqq 0) \qquad (2.1c)$$

但し、

$$P_{-1,j} = P_{i,-1} = 0 \qquad (0 \leqq i \leqq N,\ j \geqq 0) \qquad (2.1d)$$

とする。母関数

$$P_i(z) = \sum_{j=0}^{\infty} P_{i,j}\, z^j \qquad (2.2)$$

を導入して、式 (2.1a) ～(2.1c)に適用すれば、$P_i(z)$ に関する漸化式

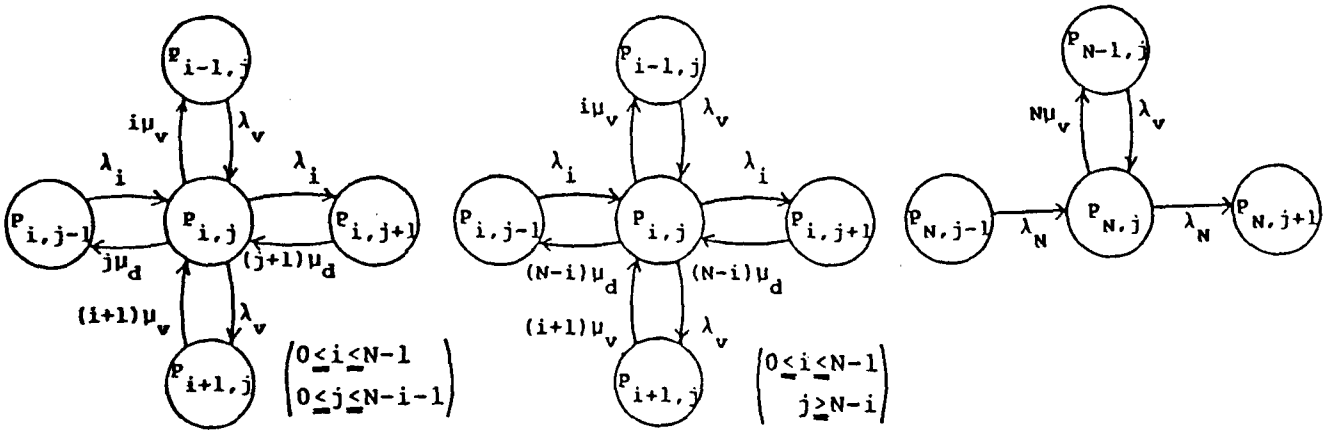

$P_{i-1,j}$
$i\mu_v$
λ_v
λ_i
λ_i
$P_{i,j-1}$
$P_{i,j}$
$P_{i,j+1}$
$j\mu_d$
$(j+1)\mu_d$
$(i+1)\mu_v$
λ_v
$P_{i+1,j}$
$0 \leq i \leq N-1$
$0 \leq j \leq N-i-1$
$P_{i-1,j}$
$i\mu_v$
λ_v
λ_i
λ_i
$P_{i,j-1}$
$P_{i,j}$
$P_{i,j+1}$
$(N-i)\mu_d$
$(N-i)\mu_d$
$(i+1)\mu_v$
λ_v
$P_{i+1,j}$
$0 \leq i \leq N-1$
$j \geq N-i$
$P_{N-1,j}$
$N\mu_v$
λ_v
$P_{N,j-1}$
λ_N
$P_{N,j}$
λ_N
$P_{N,j+1}$

図2.1　状態遷移図

$$a_{i,i-1}\ P_{i-1}(z)+a_{i,i}\ P_i(z)+a_{i,i+1}\ P_{i+1}(z)=\mu_d\ (1-z)\ G_i(z)$$

$$(P_{-1}(z)=0,\ 0\leqq i\leqq N-1) \tag{2.3}$$

$$\lambda_v\ P_{N-1}(z)+\{\lambda_N\ (z-1)-N\ \mu_v\}\ P_N(z)=0 \tag{2.4}$$

を得る。但し、

$$\left.\begin{aligned} a_{i,i-1} &= -\lambda_v\ z \\ a_{i,i} &= -\lambda_i\ z^2+\{\lambda_v+\lambda_i+i\mu_v+(N-i)\mu_d\}\ z-(N-i)\ \mu_d \\ a_{i,i+1} &= -(i+1)\ \mu_v\ z \qquad (i=0,1,2,\cdots,N-1) \end{aligned}\right\} \tag{2.5}$$

$$a_{N,N-1}=-\lambda_v \tag{2.6}$$

$$a_{N,N}=-\lambda_N\ (z-1)+N\ \mu_v \tag{2.7}$$

$$G_i(z)=\sum_{j=0}^{N-i-1}\{j-(N-i)\}\ P_{i,j}\ z^j \qquad (i=0,1,2,\cdots,N-1) \tag{2.8}$$

$$P_{-1}(z)=0 \tag{2.9}$$

である。更に、式(2.3) ならびに式(2.4) を行列で表現すると、

$$\mathbf{A}(z)\ \mathbf{P}(z)=\mu_d\ (1-z)\ \mathbf{G}(z) \tag{2.10}$$

となる。但し、

$$\mathbf{A}(z)=\begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & a_{N,N-1} & a_{N,N} \end{bmatrix} \tag{2.11}$$

$$\mathbf{P}(z)^T=[\ P_0(z)\quad P_1(z)\quad \cdots\quad P_{N-1}(z)\quad P_N(z)] \tag{2.12}$$

$$\mathbf{G}(z)^T=[\ G_0(z)\quad G_1(z)\quad \cdots\quad G_{N-1}(z)\quad 0\ ] \tag{2.13}$$

である。$\mathbf{P}(z)^T$ は行列$\mathbf{P}(z)$ の転置行列とする。$\mathbf{A}(z)^{-1}$を行列$\mathbf{A}(z)$ の逆行列とすれば、式(2.10)より母関数$\mathbf{P}(z)$ は

$$\mathbf{P}(z)=\mu_d\ (1-z)\ \mathbf{A}(z)^{-1}\mathbf{G}(z) \tag{2.14}$$

で求めることができる。

一方、音声呼はデータパケットに対して割り込み優先権をもっているので、通常のM／M／N（損失）システムが適用でき、これより$\mathbf{P}(1)$ を決定できる。

今、det($\mathbf{A}(z)$)を行列$\mathbf{A}(z)$ の行列式として、

$$c(z) = \det(\mathbf{A}(z))/(z-1) \tag{2.15}$$

とおくと、

$$\det(\mathbf{A}(1)) = 0 \tag{2.16}$$

となる（付録1.)ことから、母関数$\mathbf{P}(z)$ はz=1 において不定となる。これはL'Hospitalの定理を用いて解くことができる。しかし、$\mathbf{G}(z)$ には$P_{i,j}$ (0≦ i ≦N-1, 0≦ j ≦N-i-1)の未知数が含まれている。この$P_{i,j}$ の未知数の数は、式(2.8) より

$$\sum_{i=1}^{N} i = \frac{N(N+1)}{2} \tag{2.17}$$

個である。式(2.1a)には$P_{i,j}$ に対して、iについては0からN-2 まで、jについては0からN-i-2 までの(N-1)N/2個の独立な式と、正規化条件$\Sigma_{i,j} P_{i,j} = 1$が存在するので、残りN-1 個の式が不足する。一方、式(2.15)において、

$$c(z) = 0 \tag{2.18}$$

を満足するz=ξ (≠1)が存在すれば、式(2.14)より

$$\mu_d (1-\xi)\ \mathbf{D}(\xi)\ \mathbf{G}(\xi) = \mathbf{0} \tag{2.19}$$

なる関係式を得ることになる。但し、

$$\mathbf{D}(z) = \mathbf{A}(z)^{-1} \det(\mathbf{A}(z)) \tag{2.20}$$

とする。式(2.19)はN-1 個の式を含んでいるが、

$$\mathrm{rank}(\mathbf{D}(\xi)) = 1 \tag{2.21}$$

である(付録2.)ことから、独立な式は唯一である。ところが、式(2.18)を満足するz=ξ (≠1)は単位円内にN-1 個存在する(付録3.)ので、結局N-1 個の独立な式を得ることができる。但し、そのための条件は、

$$\sum_{i=0}^{N} (N\rho_v)^i \frac{(N-i)\ \mu_d - \lambda_i}{i\,!} > 0 \tag{2.22}$$

である。但し、

$$\rho_v = \lambda_v / (N\mu_v), \quad \rho_i = \lambda_i / \mu_d \quad (i = 0, 1, 2, \cdots, N) \tag{2.23}$$

とする。

ここで式 (2.22) の物理的意味を考えてみる。音声呼によってi個のスロットが占有されている確率P_i (1) は、

$$P_i(1) = P_0(1)(N\rho_v)^i / i! \qquad (0 \leqq i \leqq N) \qquad (2.24)$$

で与えられる[51]。但し、

$$\sum_{i=0}^{N} P_i(1) = 1 \qquad (2.25)$$

である。これを式 (2.22) に代入して整理し直すと、

$$\sum_{i=0}^{N} P_i(1) \{(N-i)-\rho_i\} = N - \sum_{i=0}^{N} iP_i(1) - \sum_{i=0}^{N} P_i(1)\rho_i > 0 \qquad (2.26)$$

と表すことができる。式 (2.26) の右辺第2項は音声呼によって使用される平均スロット数、第3項はデータパケットによって使用される平均スロット数である。従って、これらの和が1フレーム内のスロット数Nよりも小さくなければならないことを意味している。

以上の考察により、i個のスロットが音声呼によって占有されているという条件付き平均データパケット待ち行列長 $E[Q_d \mid i]$は

$$E[Q_d \mid i] = P_i'(1)/P_i(1) \qquad (2.27)$$

で与えられる。また、データパケットのシステム平均待ち行列長 $E[Q_d]$ は、

$$E[Q_d] = \sum_{i=0}^{N} P_i'(1) \qquad (2.28)$$

で与えられる。

2．4　長フレーム構成に対する近似

前節の解析結果における式 (2.27) を計算するに際しては、式 (2.18) を満足する根をN－1個求めねばならない。音声とデータトラヒックとのパラメータの相違からくる有効数字の桁数の増加により、1フレーム内のスロット数の少ない短フレーム構成の場合にしか数値結果は得られない。そこで、長フレーム構成の数値計算を可能とするため近似の手法を考える。軽負荷時におけるデータの待ち行列は主に音声呼によってすべてのスロットが占有されているときのみ長く形成され、それ以外のときには極めて短い待ち行列が形成されるにすぎない。そこで、

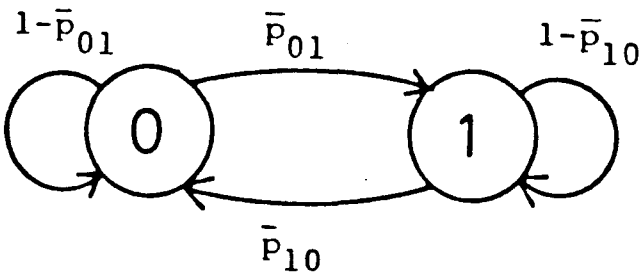


図2.2　音声呼の簡略化した状態遷移図

音声呼の状態をNである場合とそれ以外の場合の2状態で近似し、前節の解析手法を適用する。

音声呼のNである状態を1、それ以外の状態を0で表すことにより、図2.2に示す状態遷移図に簡略化できる。状態iにある定常状態確率をπ_iとすると、

$$\left.\begin{aligned}\pi_0 &= \bar{p}_{10}/(\bar{p}_{01}+\bar{p}_{10})\\ \pi_1 &= \bar{p}_{01}/(\bar{p}_{01}+\bar{p}_{10})\end{aligned}\right\} \tag{2.29}$$

で与えられる。但し、$\bar{p}_{ij}$は状態iから状態jへの遷移確率とする。ここで、π_1は音声呼がN個存在する確率に等しく、$\bar{p}_{10}$は

$$\bar{p}_{10} = N\mu_v \tag{2.30}$$

に相当する。従って、$\bar{p}_{01}$は式(2.29)と式(2.30)より

$$\bar{p}_{01} = N\mu_v\ \pi_1/(1-\pi_1) \tag{2.31}$$

で与えられる。

式(2.1)に相当するシステムの状態方程式は、

$$\left.\begin{aligned}p_{00}(\lambda_0+\bar{p}_{01}) &= p_{01}\bar{\mu}_d + p_{10}\bar{p}_{10}\\ p_{0i}(\lambda_0+\bar{\mu}_d+\bar{p}_{01}) &= p_{0,i+1}\bar{\mu}_d + p_{0,i-1}\lambda_0 + p_{1i}\bar{p}_{10}\end{aligned}\right\} \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned}p_{10}(\lambda_N+\bar{p}_{10}) &= p_{00}\bar{p}_{01}\\ p_{1i}(\lambda_N+\bar{p}_{10}) &= p_{1,i-1}\lambda_N + p_{0i}\bar{p}_{01}\end{aligned} \tag{2.33}$$

と表すことができる。これに対して式(2.2)の母関数を導入して、$P_0'(1)$と$P_1'(1)$を求めると、

$$P_0'(1) = \frac{\lambda_0 + \frac{\pi_1}{\pi_0} \cdot \frac{\lambda_N}{\bar{p}_{10}} (\lambda_N + \bar{p}_{10})}{\bar{\mu}_d - \lambda_0 - \frac{\pi_1}{\pi_0} \lambda_N} \pi_0 \tag{2.34}$$

$$P_1'(1) = \frac{\pi_1}{\bar{p}_{10}} \lambda_N + P_0'(1) \frac{\pi_1}{\pi_0} \tag{2.35}$$

となる。これより、E[Q d | N]は

$$E[Q_d \mid N] = \frac{\lambda_N (\bar{\mu}_d - \lambda_0) + N\mu_v \lambda_0 + \frac{\pi_1}{\pi_0} \lambda_N N\mu_v}{N\mu_v \left(\bar{\mu}_d - \lambda_0 - \frac{\pi_1}{\pi_0} \lambda_N \right)} \tag{2.36}$$

で与えられる。ここで、データパケットの平均サービスレート $\bar{\mu}_d$ を考えると、音声呼の平均占有スロット数をVとして、

$$\bar{\mu}_d = (N - V)\mu_d \tag{2.37}$$

で近似する。次に、E[Q d | N]を Q_{max} 以下に抑えるための λ_N を求めると、式(2.36)と式(2.37)より

$$\lambda_N = \frac{N\mu_v \{(N-V)\mu_d Q_{max} - \lambda_0(1+Q_{max})\}}{(N-V)\mu_d - \lambda_0 + \frac{\pi_1}{\pi_0} N\mu_v (1+Q_{max})} \tag{2.38}$$

で与えられる。但し、

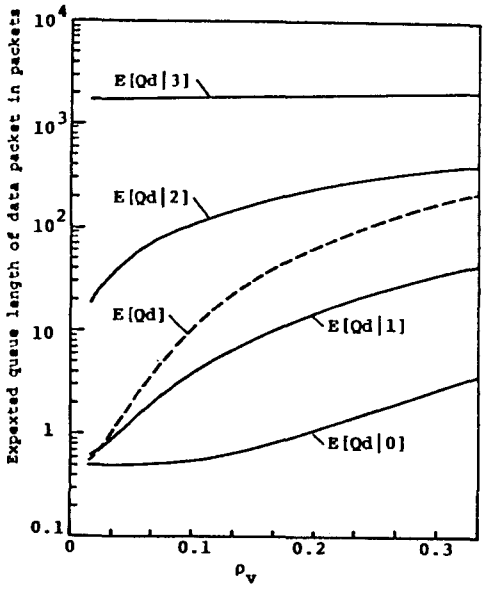
$$\rho_d = \frac{\lambda_0}{(N-V)\mu_d} < \frac{Q_{max}}{1+Q_{max}} \tag{2.39}$$

である。

2．5　データパケットの平均待ち行列長特性

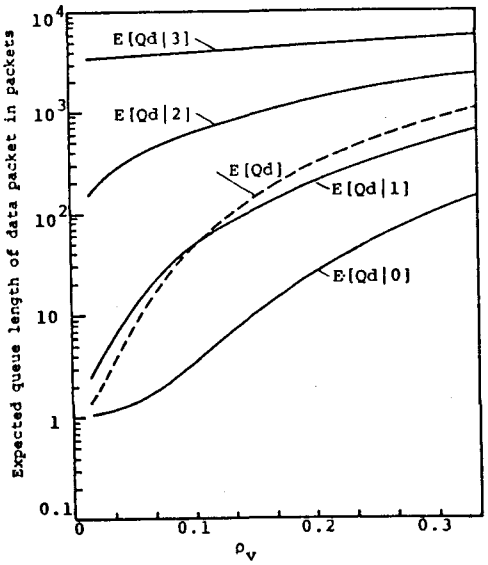
トラヒック密度の軽重による特性の変化を調べるため、N=3, μ_v =0.01, μ_d =100, とし、λ_i =50(軽負荷)，100(中負荷)，150(重負荷) の場合について考察する。図2.3 は無制御の場合で、音声トラヒック密度の小さいとき、E[Q d] は小さいが、 E[Q d | 3]は極めて大きいことが示されている。図2.4 は音声呼が

すべてのスロットを占有しているときデータパケットの到着を止めた場合であり、$E[Q_d|3]$を激減させ、共に $E[Q_d]$ を減少させていることがわかる。このとき、データパケットの閉塞率（格納用バッファへの受理を拒否されたもの）は、音声呼の呼損率と同一である（図2.5)。換言すれば、入力制限により小さな閉塞率で、$E[Q_d|3]$を激減させることができる。 図2.6 はフロー制御係数 $f_c = \lambda_3 / \lambda_0$, $\lambda_0=\lambda_1=\lambda_2$ （実線）ならびに $f_c = \lambda_2 / \lambda_0$, $\lambda_0=\lambda_1=\lambda_3$ （破線）を定義して、 $E[Q_d]$ ならびに $E[Q_d|i]$の変化の様子を示したものである。これより軽負荷の場合には、すべてのスロットが音声呼によって占有されているときの制御が効果的であることがわかる。次に、近似式を適用した場合の数値例を図2.7 と図2.8 に示す。音声ならびにデータトラヒック密度の低い、いわゆる軽負荷の場合に厳密解とよく一致している様子が示されている。

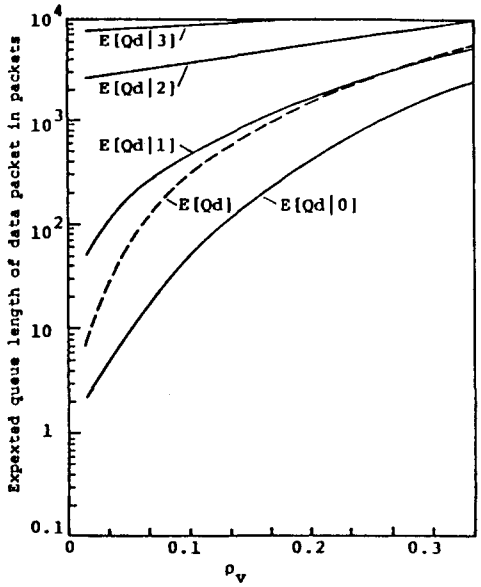


(a) λ_d =50

図2.3　条件付き平均待ち行列長（無制御の場合）

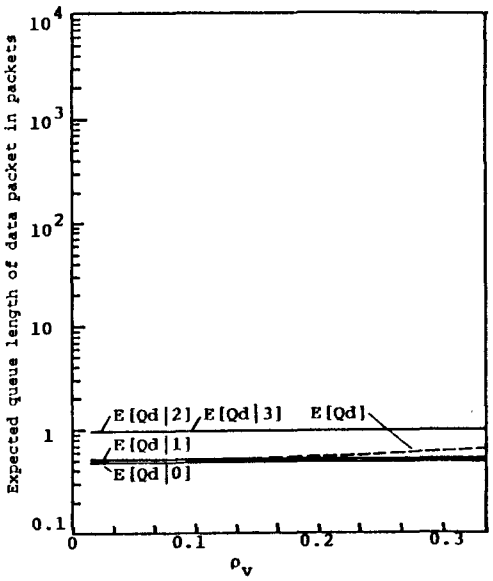


(b) λ_d =100

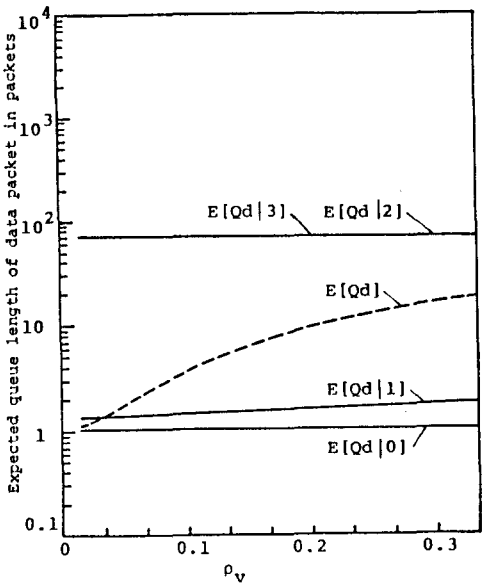


(c) λ_d =150

図2.3　条件付き平均待ち行列長（無制御の場合）

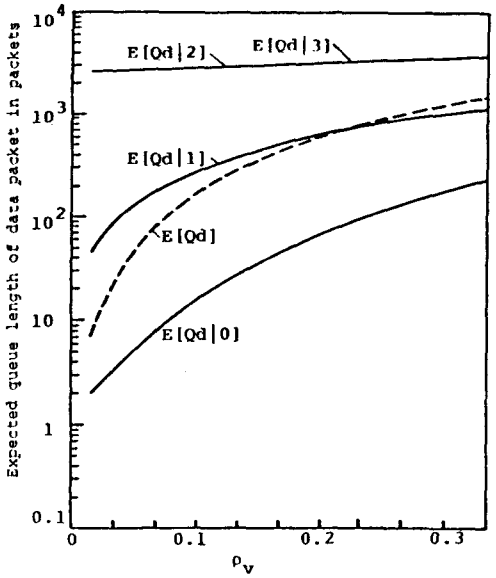


(a) λ_d =50



(b) λ_d =100

図2.4　条件付き平均待ち行列長（制御した場合：λ_s =0）



(c) λ_d =150

図2.4　条件付き平均待ち行列長（制御した場合：λ_3 =0）

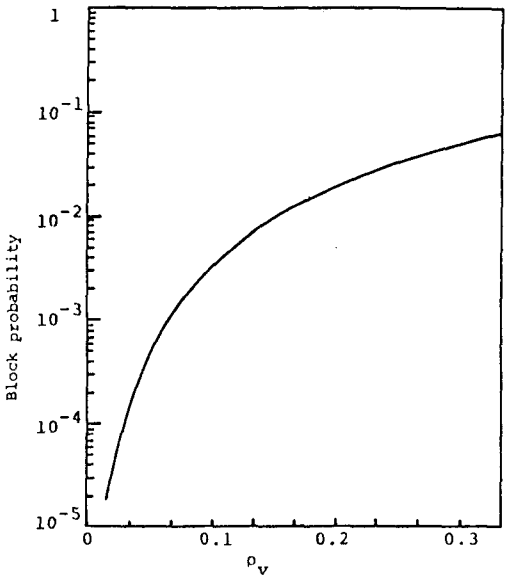
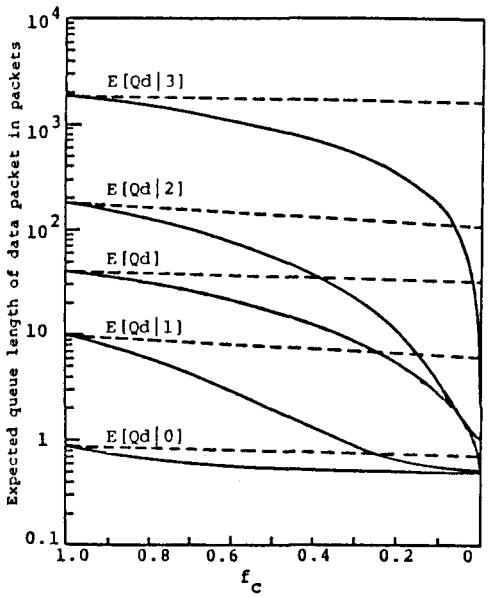
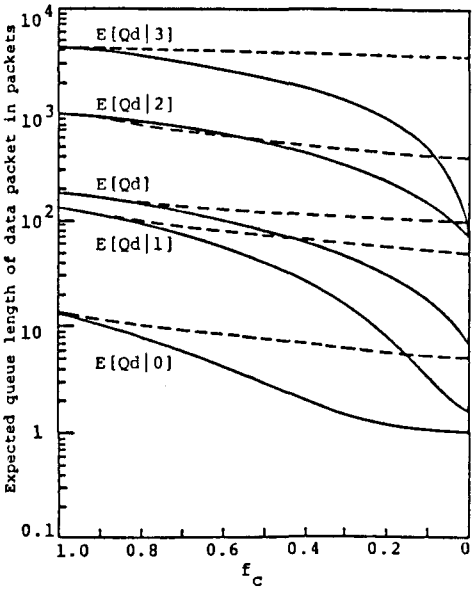


図2.5　閉塞率（N=3 ）



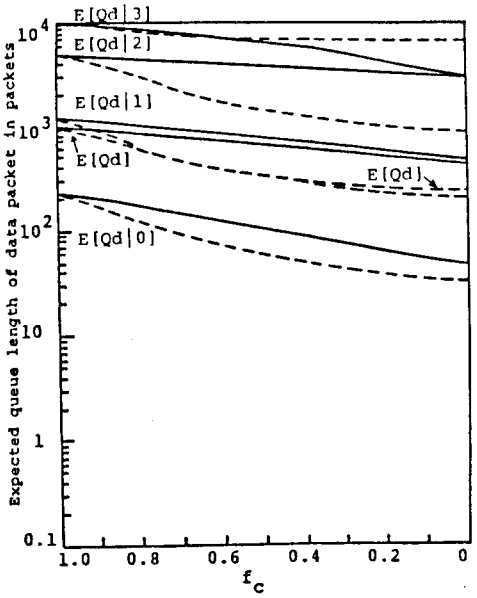
(a) λ_d =50



(b) λ_d =100

N=3, λ_v =0.005, μ_v =0.01, μ_d =100
Solid lines : $\lambda_3 = f_c \lambda_d$, $\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_d$
Dashed lines: $\lambda_2 = f_c \lambda_d$, $\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_d$

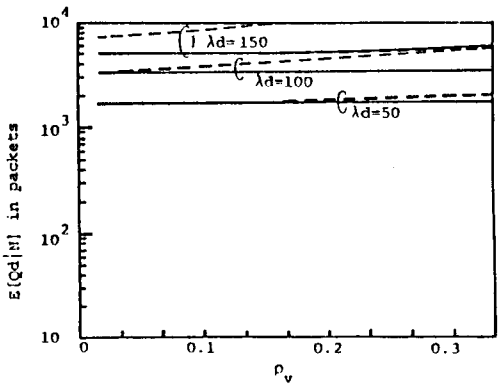
図2.6　条件付き平均待ち行列長対フロー制御係数



(c) λ_d =150

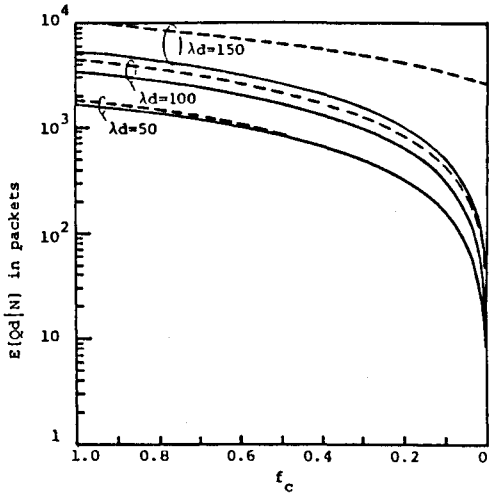
N=3, λ_v =0.005, μ_v =0.01, μ_d =100
Solid lines : $\lambda_3 = f_c\ \lambda_d$, $\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_d$
Dashed lines: $\lambda_2 = f_c\ \lambda_d$, $\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_d$

図2.6　条件付き平均待ち行列長対フロー制御係数



Solid lines :Approximation
Dashed lines:Exact value
N=3, μ_d =100

図2.7　E[Q_d | N]の近似（無制御の場合）



Solid lines :Approximation
Dashed lines:Exact value
N=3, λ=0.005, μ_v=0.01, μ_d=100

図2.8　B[Q $_d$ | N]の近似（制御した場合）

2．6　結　言

音声呼の占有スロット数に応じてデータパケットの平均到着率を制御する音声／データ統合通信システムの性能評価を行った。まず、マルコフ連鎖法に母関数法を用いて厳密解を求めた。この解析結果を用いた数値例は、音声とデータに適用するパラメータの相違により短フレーム構成のものに限られる。そこで、長フレーム構成へ適用するために、軽負荷時において音声呼が全スロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長の近似式を導出し、これをある最大値以下に抑えることのできる平均到着率の算出式を明らかにした。更に、数値例を用いて、データパケットの平均待ち行列長特性について検討を行った。その結果、無制御の場合、既にシミュレーションによって示されているように、軽負荷時においてデータパケットのシステム平均待ち行列長は小さいにもかかわらず、音声呼が全スロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長は極めて大きな値となる。そこで、音声呼が全スロットを占有している状態のとき、データパケットの到着率を制御することにより、小さな閉塞率で条件付き平均データパケット待ち行列長を著しく減少できることがわかった。

第３章　音声トラヒックを制御する音声／データ統合通信システムの性能評価

３．１　緒　言

複数スロットからなるフレーム構成とする音声／データ統合通信システムに関して、音声呼量ならびにデータトラヒックの平均負荷が少ない場合でも、一時的に音声呼がすべてのスロットを占有した状況下では、データパケットの平均待ち行列長の増大は著しい[10],[1]。本章ではこの増大現象の緩和を図るため、音声呼の占有スロット数に応じて音声呼の平均サービスレートと平均到着率ならびにデータトラヒックの平均到着率を制御する音声／データ統合通信システムに着目し、その性能評価を行う[2],[40],[45],[46]。3.2 において、音声ならびにデータトラヒックを制御する伝送プロトコルを記述している。3.3 では、データトラヒックについて可変窓口数Ｘをもつ M／M／X 待ち行列モデルに対して連続時間系における２次元マルコフ連鎖に母関数法を用いて厳密に解析を行っている。また3.4 では、長フレーム構成の場合の検討を行うため、可変レートＭ／Ｍ／１待ち行列モデルによる近似解析を示している。更に、音声ならびにデータパケットの平均待ち行列長特性についての検討を3.5 で行っている。その結果、データパケットの平均負荷が軽い場合には音声呼の占有スロット数が多くなった時点でその平均サービスレートや平均到着率を制御すればよいことが示される。しかし、重平均負荷時にはデータトラヒックに対し必要な量の専用スロットを確保した可変領域方式で音声呼の制御を行うのがよいことを明らかにしている。

３．２　音声ならびにデータトラヒックを制御する伝送プロトコル

本システムの伝送プロトコルは次のとおりである。フレームはＮ個のスロットから構成する。音声呼やデータパケットはＮ個のスロットを共用する。音声呼はデータパケットに優先して伝送し、データパケットは未使用のスロットを利用する。音声呼はその占有スロット数に応じて平均到着率や平均サービスレート（符号化レート）を制御する。すべてのスロットが音声呼により占有されているとき

に到着した音声呼は呼損とする。すべてのスロットが音声呼ならびにデータパケットにより占有されているときに到着した音声呼は伝送中のデータパケットに割り込む。データパケットも音声呼の占有スロット数に応じてその平均到着率を制御するものとする。すべてのスロットが使用されているときに到着したデータパケットならびに割り込みを受けたデータパケットは伝送待機用バッファに格納し、伝送の機会を待つ。

このプロトコルでは、音声呼の平均到着率をその占有スロット数に応じて制御することにより、例えば、占有スロット数の多い状態でその到着を抑えることにより、従来の可変領域方式とすることもできる。

3．3　音声ならびにデータのトラヒック解析

音声呼は占有スロット数に応じてその平均到着率と平均サービスレートを制御するものとする。今、音声呼の占有しているスロット数がｉ個であるとき、音声呼は平均λ_{vi}〔呼／フレーム〕のポアソン分布に従って到着し、そのサービス時間は平均$1/\mu_{vi}$〔フレーム〕の指数分布に従うものとする。一方、データパケットは音声呼の占有スロット数に応じてその平均到着率を制御するものとする。今、音声呼の占有しているスロット数がｉ個であるとき、データパケットは平均λ_{di}〔パケット／フレーム〕のポアソン分布に従って到着するものとする。またそのサービス時間は平均$1/\mu_d$〔フレーム〕の指数分布に従うものとする。データパケットの格納用バッファは無限大の容量をもつものとする。

システム内に存在する音声呼の数ｉとデータパケットの数ｊによりシステムの状態(i, j) を表すものとし、システムがこの状態にある確率を$P_{i,j}$とすれば、状態遷移図は図3.1 のようになる。同図より次の状態方程式が得られる。

$$(\lambda_{vi}+\lambda_{di}+i\mu_{vi}+j\mu_d)P_{i,j}=\lambda_{vi-1}P_{i-1,j}+(i+1)\mu_{vi+1}P_{i+1,j}+\lambda_{di}P_{i,j-1}+(j+1)\mu_d P_{i,j+1}$$

$$(0\leqq i\leqq N-1,\ 0\leqq j\leqq N-i-1) \quad (3.1a)$$

$$\{\lambda_{vi}+\lambda_{di}+i\mu_{vi}+(N-i)\mu_d\}P_{i,j}=\lambda_{vi-1}P_{i-1,j}+(i+1)\mu_{vi+1}P_{i+1,j}+\lambda_{di}P_{i,j-1}+(N-i)\mu_d P_{i,j+1}$$

$$(0\leqq i\leqq N-1,\ j\geqq N-i) \quad (3.1b)$$

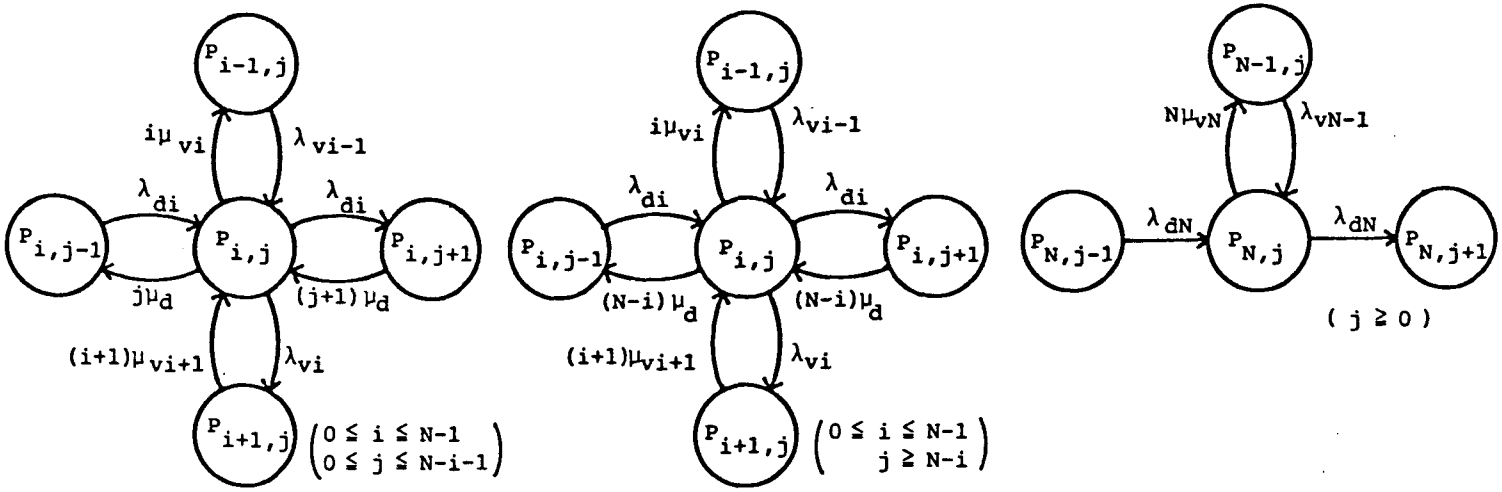

$P_{i-1,j}$
$i\mu_{vi}$
λ_{vi-1}
λ_{di}
λ_{di}
$P_{i,j-1}$
$P_{i,j}$
$P_{i,j+1}$
$j\mu_d$
$(j+1)\mu_d$
$(i+1)\mu_{vi+1}$
λ_{vi}
$P_{i+1,j}$
$\left(\begin{matrix}0 \leq i \leq N-1\\ 0 \leq j \leq N-i-1\end{matrix}\right)$
$P_{i-1,j}$
$i\mu_{vi}$
λ_{vi-1}
λ_{di}
λ_{di}
$P_{i,j-1}$
$P_{i,j}$
$P_{i,j+1}$
$(N-i)\mu_d$
$(N-i)\mu_d$
$(i+1)\mu_{vi+1}$
λ_{vi}
$P_{i+1,j}$
$\left(\begin{matrix}0 \leq i \leq N-1\\ j \geq N-i\end{matrix}\right)$
$P_{N-1,j}$
$N\mu_{vN}$
λ_{vN-1}
$P_{N,j-1}$
λ_{dN}
$P_{N,j}$
λ_{dN}
$P_{N,j+1}$
$(j \geq 0)$

図3.1　状態遷移図

$$(\lambda_{dN}+N\mu_{vN})\ P_{N,j} = \lambda_{vN-1} P_{N-1,j} + \lambda_{dN} P_{N,j-1} \quad (j \geqq 0) \tag{3.1c}$$

但し、

$$P_{-1,j} = P_{i,-1} = 0 \qquad (0 \leqq i \leqq N,\ j \geqq 0) \tag{3.1d}$$

とする。母関数

$$P_i\ (z) = \sum_{j=0}^{\infty} P_{i,j}\ z^j \tag{3.2}$$

を導入して、式 (3.1a) ～(3.1c)に適用することにより

$$\mathbf{P}(z) = \mu_d\ (1-z)\ \mathbf{A}(z)^{-1}\mathbf{G}(z) \tag{3.3a}$$

なる方程式を得る。但し、

$$\mathbf{P}(z)^T = [\ P_0(z) \quad P_1(z) \quad \cdots \quad P_{N-1}(z) \quad P_N\ (z)] \tag{3.3b}$$

$$\mathbf{A}(z) = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{0,0} & \tilde{a}_{0,1} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \tilde{a}_{1,0} & \tilde{a}_{1,1} & \tilde{a}_{1,2} & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \tilde{a}_{2,1} & \tilde{a}_{2,2} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \tilde{a}_{N,N-1} & \tilde{a}_{N,N} \end{bmatrix} \tag{3.4a}$$

$$\left.\begin{aligned} \tilde{a}_{i,i-1} &= -\lambda_{vi-1}\ z \\ \tilde{a}_{i,i} &= -\lambda_{di}z^2 + \{\lambda_{vi} + \lambda_{di} + i\mu_{vi} + (N-i)\mu_d\}\ z - (N-i)\ \mu_d \\ \tilde{a}_{i,i+1} &= -(i+1)\ \mu_{vi+1}\ z \qquad (i = 0, 1, 2, \cdots, N-1) \\ \tilde{a}_{N,N-1} &= -\lambda_{vN-1} \\ \tilde{a}_{N,N} &= -\lambda_{dN}(z-1) + N\ \mu_{vN} \end{aligned}\right\} \tag{3.4b}$$

$$\mathbf{G}(z)^T = [\ G_0(z) \quad G_1(z) \quad \cdots \quad G_{N-1}(z) \quad 0\ ] \tag{3.5a}$$

$$G_i\ (z) = \sum_{j=0}^{N-i-1} \{j-(N-i)\}\ P_{i,j}\ z^j \qquad (i = 0, 1, 2, \cdots, N-1) \tag{3.5b}$$

である。ここでG_i (z) に含まれる未知数$P_{i,j}$ は状態方程式、正規化条件ならびに母関数の分母の単位円内にある根を用いた方程式からなる連立方程式より求めることができる[1]。

その結果を用いて、i 個のスロットが音声呼により占有されているという条件付き平均データパケット待ち行列長 $E[Q_d \mid i]$は

$$E[Q_d \mid i] = P_i'(1) / P_i(1) \tag{3.6}$$

で与えられる。また、データパケットのシステム平均待ち行列長 $E[Q_d]$ は、

$$E[Q_d] = \sum_{i=0}^{N} P_i'(1) \tag{3.7}$$

で与えられる。

一方、音声呼の占有スロット数がｉである確率 π_i は

$$\pi_i = \pi_0 \prod_{k=1}^{i} \lambda_{vk-1} / (k \mu_{vk}) \qquad (0 \leqq i \leqq N) \tag{3.8}$$

$$\pi_0 = \{ 1 + \sum_{i=1}^{N} \prod_{k=1}^{i} \lambda_{vk-1} / (k \mu_{vk}) \}^{-1} \tag{3.9}$$

となる。また、定常状態の存在するための条件は

$$\sum_{i=0}^{N} \{ (N-i) \mu_d - \lambda_{di} \} \prod_{k=0}^{i-1} \lambda_{vk} \prod_{n=i+1}^{N} n \mu_{vn} > 0 \tag{3.10}$$

である。

３．４　長フレーム構成に対する可変レートＭ／Ｍ／１待ち行列モデルによる近似

前節で考察した待ち行列モデルでは、音声／データ統合通信システムで用いられるシステムパラメータに対して式(3.3) の連立方程式を解く際に、根の精度からその数値例は短フレーム構成のものに限られる。本節では、長フレーム構成の数値計算を可能とするためこれを可変レートのＭ／Ｍ／１で近似するモデルについて考える。

前節のモデルを可変レートＭ／Ｍ／１待ち行列モデルで近似する重要な点は、空きスロットがある場合でも、データトラヒックに対して等価的に使用可能なスロット数のサービスが行われるものとして近似することである。すなわち、音声呼の占有スロット数がｉであれば、１フレーム当たり(N-i) μ_d 〔パケット〕のサービスを受けるものとする。このモデルにおけるシステムの状態遷移図を図3.2 に示す。同図より次の状態方程式が得られる。

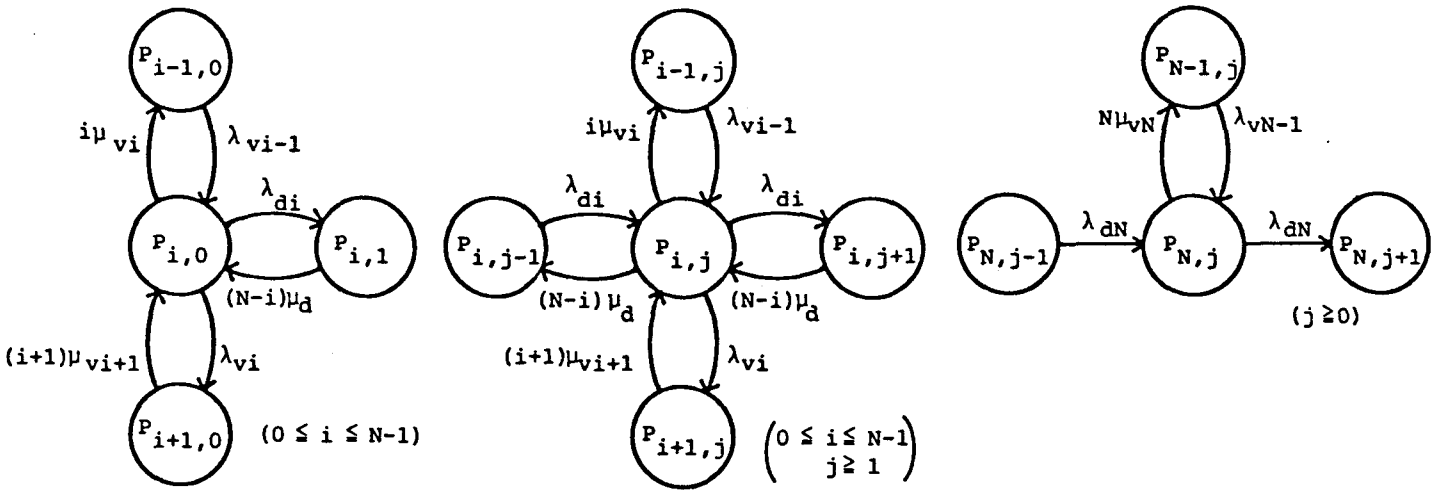


図3.2　近似における状態遷移図

$$(\lambda_{vi}+\lambda_{di}+i\mu_{vi})\ P_{i,0}=\lambda_{vi-1}P_{i-1,0}+(i+1)\mu_{vi+1}P_{i+1,0}$$
$$+(N-i)\ \mu_d\ P_{i,1}$$
$$(0\leqq i\leqq N-1) \qquad (3.11a)$$

$$\{\lambda_{vi}+\lambda_{di}+i\mu_{vi}+(N-i)\mu_d\}\ P_{i,j}=\lambda_{vi-1}P_{i-1,j}+(i+1)\mu_{vi+1}P_{i+1,j}$$
$$+\lambda_{di}P_{i,j-1}+(N-i)\ \mu_d\ P_{i,j+1}$$
$$(0\leqq i\leqq N-1,\ j\geqq 1) \qquad (3.11b)$$

$$(\lambda_{dN}+N\mu_{vN})\ P_{N,j}=\lambda_{vN-1}P_{N-1,j}+\lambda_{dN}P_{N,j-1} \qquad (j\geqq 0) \qquad (3.11c)$$

但し、

$$P_{-1,j}=P_{N,-1}=0 \qquad (j\geqq 0) \qquad (3.11d)$$

とする。今、

$$\mathbf{p}_j{}^T=[P_{0,j}\quad P_{1,j}\quad \cdots\quad P_{N,j}] \qquad (j\geqq 0) \qquad (3.12)$$

とすれば、式 (3.11a)～ (3.11d)は

$$\left.\begin{aligned}&\mathbf{A}\mathbf{p}_1+(\mathbf{A}+\mathbf{B})\ \mathbf{p}_0=\mathbf{0}\\&\mathbf{A}\mathbf{p}_{j+1}+\mathbf{B}\mathbf{p}_j+\mathbf{C}\mathbf{p}_{j-1}=\mathbf{0} \qquad (j\geqq 1)\end{aligned}\right\} \qquad (3.13)$$

と表される。但し、

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} a_{0,0} & 0 & \cdots & \cdots & 0\\ 0 & a_{1,1} & \cdots & \cdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & a_{N,N}\end{bmatrix} \qquad (3.14a)$$

$$a_{i,i}=(N-i)\ \mu_d \qquad (0\leqq i\leqq N-1) \qquad (3.14b)$$

$$a_{N,N}=0 \qquad (3.14c)$$

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix} b_{0,0} & b_{0,1} & 0 & \cdots & \cdots & 0\\ b_{1,0} & b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots & \cdots & 0\\ 0 & b_{2,1} & b_{2,2} & \cdots & \cdots & \cdots\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & b_{N,N-1} & b_{N,N}\end{bmatrix} \qquad (3.15a)$$

$$b_{i,i-1} = \lambda_{vi-1} \qquad (i=1,2,\cdots,N) \tag{3.15b}$$

$$\left.\begin{aligned} b_{i,i} &= -\{\lambda_{vi}+\lambda_{di}+i\mu_{vi}+(N-i)\mu_d\} \\ b_{i,i+1} &= (i+1)\mu_{vi+1} \qquad (i=0,1,2,\cdots,N-1) \end{aligned}\right\} \tag{3.15c}$$

$$b_{N,N} = -(\lambda_{dN}+N\mu_{vN}) \tag{3.15d}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{0,0} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & c_{1,1} & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & c_{N,N} \end{bmatrix} \tag{3.16a}$$

$$c_{i,i} = \lambda_{di} \qquad (0 \leqq i \leqq N) \tag{3.16b}$$

である。式(3.13)の解は

$$\mathbf{p}_j = \mathbf{R}^j(\mathbf{I}-\mathbf{R})\boldsymbol{\pi} \qquad (j \geqq 0) \tag{3.17}$$

で与えられる[15),(16)]。但し、Rはすべての固有値が1よりも小さく、

$$\mathbf{AR}^2+\mathbf{BR}+\mathbf{C}=\mathbf{0} \tag{3.18}$$

を満足する(N+1, N+1)行列である。また、

$$\boldsymbol{\pi} = [\pi_0 \quad \pi_1 \quad \cdots \quad \pi_N]^T = \sum_{j=0}^{\infty}\mathbf{p}_j \tag{3.19}$$

であるが、これは音声呼の占有スロット数がi (i=0, 1, …, N)である確率であり、式(3.8), (3.9)で与えられる。Iは単位行列である。この行列に関してNeuts[15),(16)]は漸化式

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{R}_{(n)} &= -\mathbf{B}^{-1}[\mathbf{AR}^2_{(n-1)}+\mathbf{C}] \\ \mathbf{R}_{(0)} &= \mathbf{0} \end{aligned}\right\} \tag{3.20}$$

がRに収束することを証明している。しかし、式(3.20)は音声／データ統合システムで用いられるパラメータの代表的な値に対して収束が極めて遅い。Williams and Leon-Garcia[12)]は収束が速い反復法を示しているが、フレーム内にデータ専用スロットがない場合には行列Aの対角要素$a_{N,N}$に相当する項が零となり、適用できなくなる。そこで本システムのようにデータ専用スロットがない場合を含むシステムにも適用できるようにこの反復法を改良する。式(3.18)の対角要素から

$$a_{ii} r_{ii}^2 + \left(\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N} a_{ik} r_{ki} + b_{ii} \right) r_{ii}$$

$$+ \sum_{k=0}^{N} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^{N} a_{ik} r_{kl} r_{li} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N} b_{ik} r_{ki} + c_{ii} = 0 \qquad (3.21)$$

を得る。但し、r_{ij}は行列**R**の(i, j) 要素とする。$a_{ij}=0$ $(i \neq j)$を考慮し、更に、**R**の固有値は1よりも小さいことから根号の符号は負をとり、対角要素に関する反復式

$$r_{ii}^{new} = \frac{1}{2a_{ii}} \left[-b_{ii} - \sqrt{b_{ii}^2 - 4a_{ii} \left[\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N} (a_{ii} r_{ik}^{old} + b_{ik}) r_{ki}^{old} + c_{ii} \right]} \right] \qquad (3.22\ a)$$

を得る。また、$a_{ii}=0$であれば、反復式は

$$r_{ii}^{new} = -\frac{1}{b_{ii}} \left(\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N} b_{ik} r_{ki}^{old} + c_{ii} \right) \qquad (3.22\ b)$$

となる。次に、式(3.18)の非対角要素から

$$\left(a_{ii} r_{jj} + \sum_{k=0}^{N} a_{ik} r_{ki} + b_{ii} \right) r_{ij} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i}}^{N} a_{ik} r_{kl} r_{lj}$$

$$+ \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq i,j}}^{N} a_{ii} r_{il} r_{lj} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N} b_{ik} r_{kj} + c_{ij} = 0 \qquad (i \neq j) \qquad (3.23)$$

を得る。これから、$a_{ij}=c_{ij}=0$ $(i \neq j)$を考慮して、非対角要素に関する反復式

$$r_{ij}^{new} = -\frac{\sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i,j}}^{N} a_{ii} r_{ik}^{old} r_{kj}^{old} + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N} b_{ik} r_{kj}^{old}}{a_{ii} (r_{ii}^{old} + r_{jj}^{old}) + b_{ii}} \qquad (3.24)$$

を得る。このようにして$\mathbf{R}$が得られると、行列$\mathbf{p}_j$の平均$\mathbf{q}=[q_0\ q_1 \cdots\ q_N]^T$は

$$\mathbf{q}=\sum_{j=0}^{\infty} j\,\mathbf{p}_j=\mathbf{R}\,(\mathbf{I}-\mathbf{R})^{-1}\boldsymbol{\pi} \tag{3.25}$$

で与えられる。これを用いると、音声呼の占有スロット数がiであるという条件付き平均データパケット待ち行列長 $E[Q_d \mid i]$は

$$E\,[Q_d \mid i]=q_i/\pi_i \tag{3.26}$$

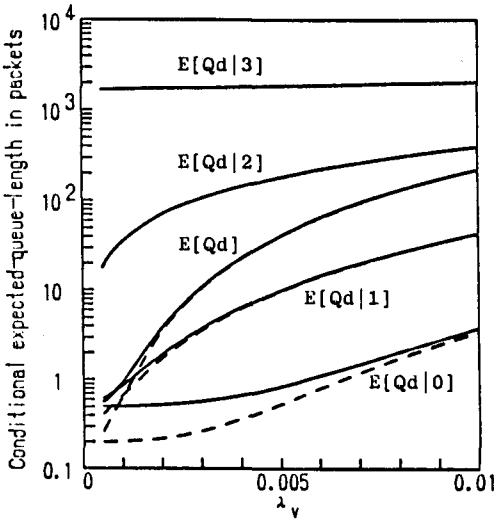
となる。更に、データパケットのシステム平均待ち行列長 $E[Q_d]$ は、

$$E\,[Q_d]=\sum_{i=0}^{N} q_i \tag{3.27}$$

となる。

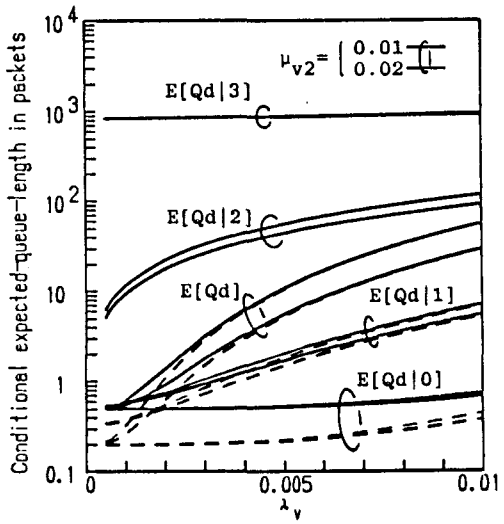
3．5　音声ならびにデータパケットの平均待ち行列長特性

前節での近似手法の精度は文献(12)で $E[Q_d]$ についてはシミュレーションの結果との比較から満足できるものであるとされている。　$E[Q_d \mid i]$ならびに $E[Q_d]$ に対する厳密解と近似解との比較を、N =3の場合について図3.3, 3.4に示す。これらの図より、音声呼の占有スロット数iが小さい場合を除いて近似の精度はよいことがわかる。また、Nが大きい場合でも同じトラヒック密度で比較すれば、図3.1 ならびに3.2 の状態遷移図よりデータパケットに使用可能なスロット数の少ない状態ほどサービスレート $j\mu_d$ を$(N-i)\ \mu_d$ で近似する精度はよくなる。すなわち、音声呼の占有スロット数の大きい状態ほど近似の精度はよくなる傾向にある。従って、 $E[Q_d]$ 以上の $E[Q_d \mid i]$については近似の精度はよいと言える。以後、近似解析を用いて比較的容易に計算の行えるN =15 の場合を例として検討する。図3.5 は無制御の場合であり、音声呼がすべてのスロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長 $E[Q_d \mid 15]$ は極めて大きいことがわかる。特に、データトラヒック負荷が軽いときでも（ 図3.5 (a)）、システム平均待ち行列長 $E[Q_d]$ が小さいにもかかわらず、条件付き平均待ち行列長 $E[Q_d \mid 15]$ は極めて大きいことに注目される。この現象を緩和するために音声呼の平均サービスレートを制御した場合を図3.6 に示す。図3.5(a)



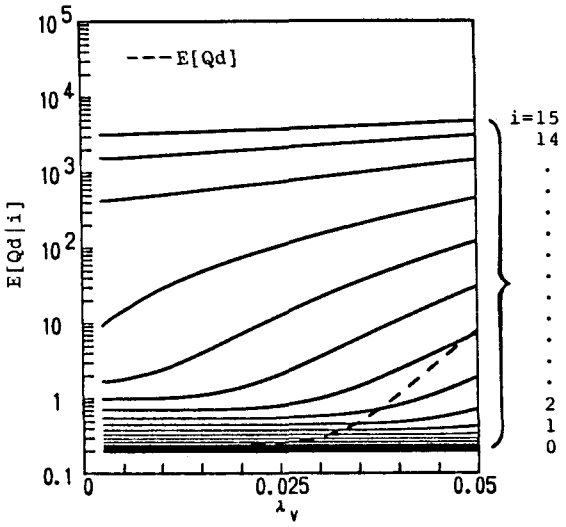
N=3, $\lambda_{vi}=\lambda_v$ (i=0～2), μ_{vi}=0.01 (i=1 ～3),
λ_{di}=50 (i=0～3), μ_d =100
Solid lines :Exact value
Dashed lines:Approximation

図3.3　条件付き平均待ち行列長（無制御の場合）

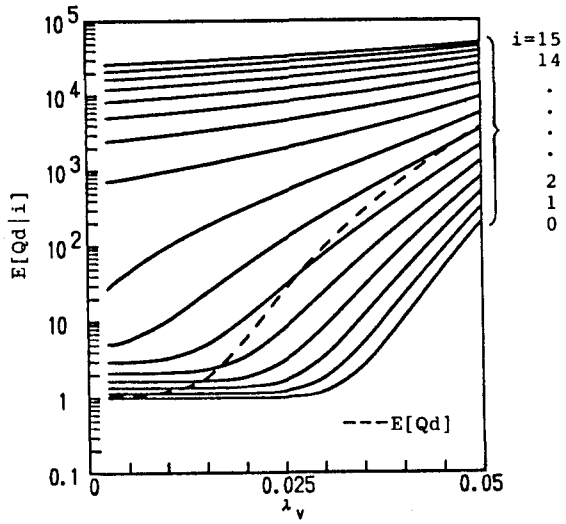


N=3, $\lambda_{vi}=\lambda_v$ (i=0～2), μ_{v1}=0.01, μ_{v3}=0.02,
λ_{di}=50 (i=0～3), μ_d =100
Solid lines :Exact value
Dashed lines:Approximation

図3.4　条件付き平均待ち行列長（平均サービスレート制御の場合）



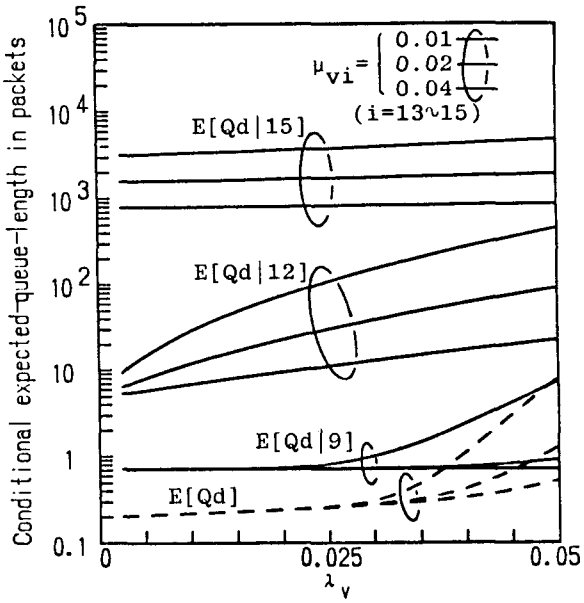
(a) λ_d =250



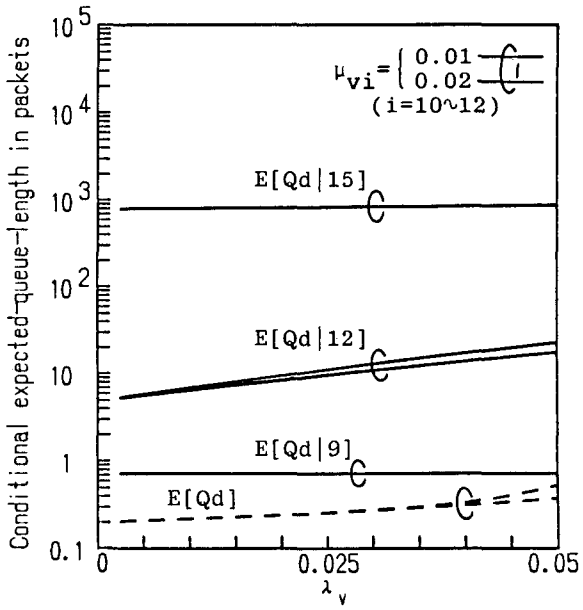
(b) λ_d =750

$$\left(\begin{array}{l} N=15,\ \lambda_{vi}=\lambda_v\ (i=0\sim14),\quad \mu_{vi}=0.01\ (i=1\sim15), \\ \lambda_{di}=\lambda_d\ (i=0\sim15),\quad \mu_d=100 \end{array}\right)$$

図3.5　条件付き平均待ち行列長（無制御の場合）



(a) μ_{vi} (i=13 ～15) の制御 (μ_{vi} =0.01 (i=1 ～12))

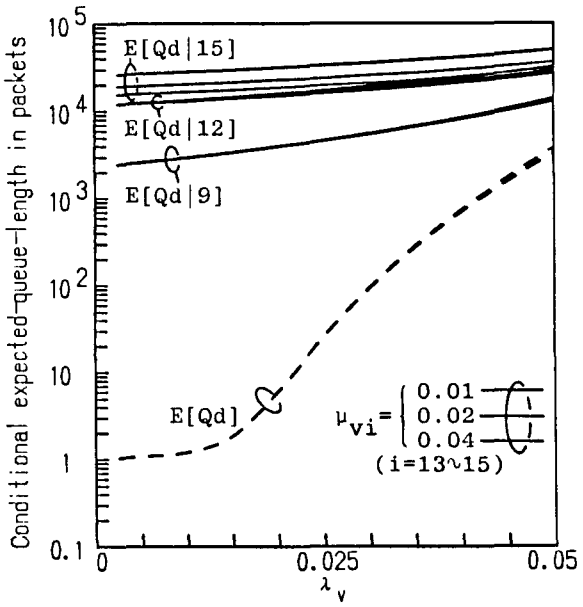


(b) μ_{vi} (i=10 ～12) の制御
(μ_{vi} =0.01 (i=1 ～9), μ_{vi} =0.04 (i=13～15))

(N=15, λ_{vi}= λ_v (i=0～14), λ_{di}=250 (i=0 ～15), μ_d =100)

図3.6　条件付き平均待ち行列長（平均サービスレート制御の場合）

より E[Q $_d$ | i], i=13, 14, 15が大きいことから、これらの場合の平均サービスレートを2倍、4倍と向上（すなわち符号化レートを1/2 倍、1/4 倍と低下）させると、 E[Q $_d$ | 15] を減少させるのに効果のあることがわかる（図3.6(a)）。しかし、i=10, 11, 12を更に制御しても、もはやその効果は現れてこない（ 図3.6(b)）。従って、データトラヒック負荷が小さい場合には、音声呼の占有状態数の大きいところで制御をかければよいことがわかる。一方、データトラヒック負荷が大きい場合（図3.7 参照）、上述のような制御をかけても E[Q $_d$ | 15] の減少に対して効果の薄いことが示されている。これはデータパケット待ち行列が慢性的に形成されているため、部分的な制御では間に合わないことを意味してい

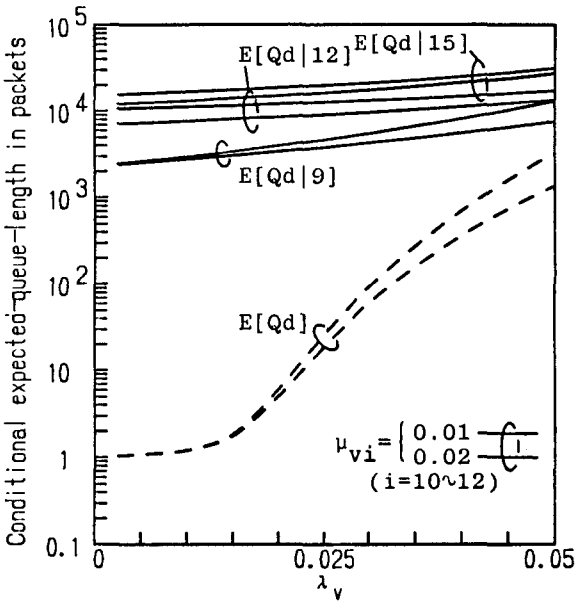


(a) μ_{vi} (i=13 ～15) の制御 (μ_{vi} =0.01 (i=1 ～12))

(N=15, λ_{vi}= λ_v (i=0～14), λ_{di}=750 (i=0 ～15), μ_d =100)

図3.7　条件付き平均待ち行列長（平均サービスレート制御の場合）

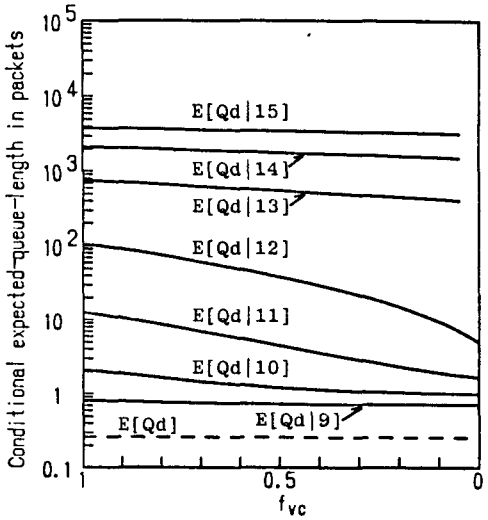
るものと考えられる。このような場合には音声呼の到着を制御し、データトラヒックに対する処理能力を高める必要がある。図3.8 は音声呼のフロー制御係数(flow coefficient) として $f_{vc}=\lambda_{vi}/\lambda_v$ (i=12, 13, 14)を定義し、それに対する変化を示したものである。$f_{vc}=0$のときは3個のスロットをデータトラヒック専用とした可変領域方式に相当する。このようにデータトラヒック負荷が大きい場合や負荷が小さい場合でも一時的な待ち行列の増大を防ぐ目的からすれば、データトラヒックに対して最小限の専用スロットを確保することは有用であると考えられる。



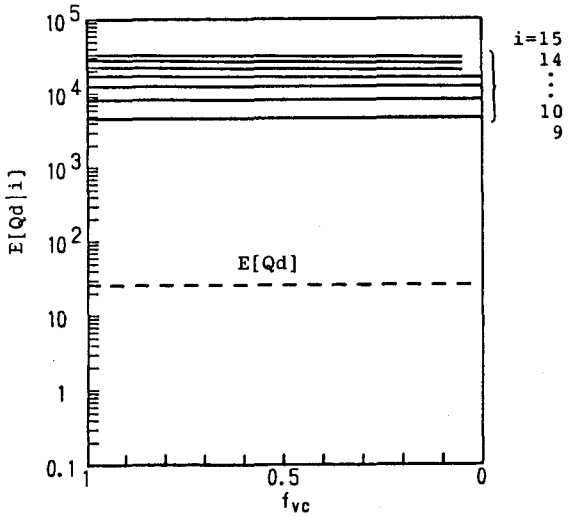
(b) μ_{vi} (i=10 ～12) の制御
(μ_{vi} =0.01 (i=1 ～9), μ_{vi} =0.04 (i=13～15))

(N=15, $\lambda_{vi}=\lambda_v$ (i=0～14), λ_{di}=750 (i=0 ～15), μ_d =100)

図3.7　条件付き平均待ち行列長（平均サービスレート制御の場合）



(a) λ_d =250



(b) λ_d =750

$$\left\{ \begin{array}{l} N=15,\ \lambda_v=0.025,\ \mu_{vi}=0.01\ (i=1\sim15), \\ \lambda_{di}=\lambda_d\ (i=0\sim15),\ \mu_d=100 \end{array} \right\}$$

図3.8　条件付き平均待ち行列長対フロー制御係数

3．6　結　言

音声呼の占有スロット数に応じて音声呼の平均サービスレートと平均到着率ならびにデータトラヒックの平均到着率を制御する音声／データ統合通信システムについて考察した。まず、母関数法による厳密解を求め、次に、1フレーム当たりのスロット数の大きい場合の数値例を検討するための近似手法を示した。本方式のトラヒック特性としては次の事柄が考えられる。音声呼の平均呼量ならびにデータトラヒックの負荷が少ない場合でも一時的に音声呼がすべてのスロットを占有したとき、データパケットの条件付き平均待ち行列長はシステム平均待ち行列長に比べ極めて大きな値となる。このとき、この増大した条件付き平均データパケット待ち行列長を減少せしめるためには、音声呼の占有スロット数が大きくなった時点で音声呼の平均サービスレートや平均到着率を制御すればよいことがわかった。しかし、データトラヒック負荷が大きい場合にはデータパケットの平均待ち行列長は音声の平均呼量にかかわらず慢性的に長く形成されているので一時的な制御では間に合わないことが示された。このような場合には、音声呼の平均到着率を制御し、かつデータトラヒックに対して最小限の専用スロットを確保する可変領域方式が有効であることが示された。

第４章　統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求（ＡＲＱ）方式の基本特性

４．１　緒　言

本章では、統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求（ＡＲＱ）方式の基本的な特性を調べる。ディジタル統合通信システムにおけるデータパケットについてはパケットの回線へのアクセスは常には可能でない。すなわち、優先度の高いトラヒックの存在によりある時間期間（ここではサービス準備期間という）を要した後に伝送されることが想定される。そこで、この場合について代表的な誤り制御方式であるStop-and-Wait 方式とGo-Back-N 方式の基本的な特性を明らかにする[(3),(4),(41)]。4.2 では、サービス準備期間のあるStop-and-Wait 方式とGo-Back-N 方式のプロトコルを記述している。4.3 では両方式の伝送遅延分布ならびにスループットの解析を離散時間系において行っている。伝送遅延分布の母関数を導出し、それを用いてパケットの平均伝送遅延を求め、それがパケット到着分布の平均と分散、パケット誤り率、信号の伝搬遅延ならびにサービス準備期間分布の平均と分散によって与えられることが明らかとなる。更に、数値例によりサービス準備期間が平均伝送遅延ならびにスループットに与える影響について検討を4.4 で行っている。

４．２　サービス準備期間のあるＡＲＱ方式のプロトコル

送信機における伝送手順は次のとおりである。

(1) 到着したパケットは伝送待機用バッファに蓄積する。

(2) バッファの先頭に位置するパケットより順に伝送するが、パケットの伝送開始の際にはある時間期間（サービス準備期間）を要する。

(3) 送信機は伝送されたパケットに対して確認信号を受信する。

(4) 確認信号がＮＡＫ信号であれば、直ちに再送を開始する。再送は最初の伝送と同様に行う。

(5) 確認信号がＡＣＫ（正しく受信された）信号であれば、これに対応するパケ

ットをバッファから消去する。

(6) サービス準備期間のあるStop-and-Wait 方式では、一つのパケットを伝送し始めた後バッファから消去されるまで、次のパケットの伝送は行わない。一方、サービス準備期間のあるGo-back-N 方式では、一つのパケットの伝送に続き使用可能なスロットを利用して連続してパケットの伝送が行われる。

一方、受信機における伝送手順は次のとおりである。

(1) 受信したパケットの誤り検出を行う。

(2) もしも誤りが検出されると、ＮＡＫ信号を返送し、そのパケットを破棄する

(3) もしも正しく受信されると、ＡＣＫ信号を返送し、そのパケットを受理する。

図4.1 にチャネル上での動作の一例を示す。

４．３　サービス準備期間のあるＡＲＱ方式の性能解析

解析に際して用いる仮定を示す。

(1) 回線は時間を一定期間に分割したスロットを用いる。

(2) パケットはスロットごとに独立な一般分布に従って到着する。その母関数、平均、分散をそれぞれ$G_D(z), m_D, \sigma_D^2$ とする。

(3) パケット長は一定でスロット長に等しいものとする。また、スロットの開始時に同期して伝送する。

(4) パケットの誤りはスロットごとに独立に確率 ε で発生する。

(5) パケットが回線にアクセスする際のサービス準備期間の長さは一般分布に従う。その母関数、平均（平均サービス準備期間という）、分散をそれぞれ$G_B(z), m_B, \sigma_B^2$ とする。

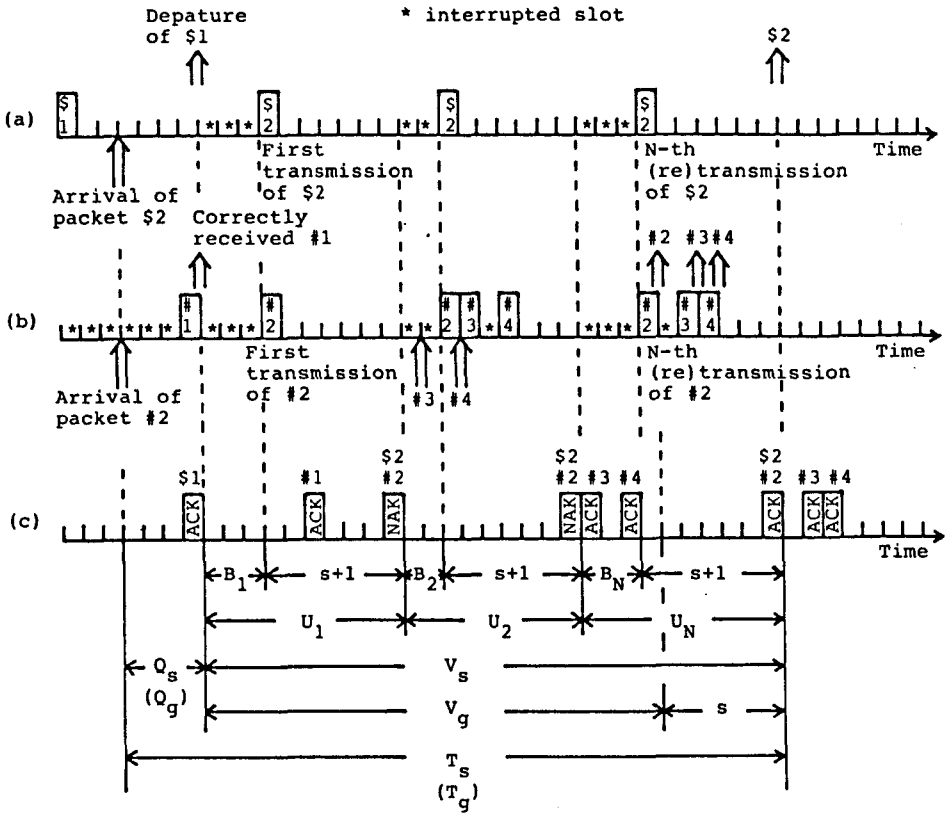
(6) 確認信号（ＡＣＫ／ＮＡＫ）は高信頼度に設計され誤りは生じない。

(7) 伝搬遅延（一つのパケットの伝送終了時からその確認信号を受信するまでのスロット数）は一定で、ｓスロットとする。

(8) 伝送待機用バッファ容量は十分大きく、これによる損失はない。

４．３．１　サービス準備期間のあるStop-and-Wait 方式

パケットの伝送遅延をパケットの到着から伝送待機用バッファから消去される



(a) サービス準備期間のあるStop-and-Wait 方式
(b) サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式
(c) 両方式における信号線

図4.1　チャネルの動作例

までに費やされるスロット数と定義する。この伝送遅延T_sは図4.1に示すように

(a) パケットの到着時から伝送待機用バッファの先頭に至るまでに経過するスロット数Q_s、

(b) バッファの先頭に至ったときから送信機がＡＣＫ信号を受信するまでに経過するスロット数V_s

からなる。すなわち、伝送遅延T_sは

$$T_s = Q_s + V_s \tag{4.1}$$

で与えられる。

まず、伝送待機用バッファ内で費やすスロット数Q_sの分布を求める。このシステムはパケットのサービス時間をバッファの先頭に至ったときからＡＣＫ信号を受信するまでに経過するスロット数V_sと考えた離散時間系における待ち行列モデルで表すことができる。このモデルについての解析手法としては Towsley and Wolfの手法[19]が利用でき、バッファ内で費やすスロット数Q_sの母関数$G_{Qs}(z)$ならびに平均m_{Qs}は次のように求められる（付録4.）。

$$G_{Qs}(z) = \frac{(1-m_D m_{Vs})(z-1)\{1-G_D(G_{Vs}(z))\}}{m_D(1-G_{Vs}(z))\{z-G_D(G_{Vs}(z))\}} \tag{4.2}$$

$$m_{Qs} = \frac{\sigma_D^2 m_{Vs} + m_D^2 \sigma_{Vs}^2}{2m_D(1-m_D m_{Vs})} - \frac{m_{Vs}}{2} \tag{4.3}$$

但し、$G_{Vs}(z)$, m_{Vs}ならびにσ_{Vs}^2はそれぞれ確率変数V_sの母関数、平均、ならびに分散とする。

そこで、本方式における母関数$G_{Vs}(z)$を求める。図4.1に示すように、確率変数U_iをｉ番目の伝送（再送）の際に経過するスロット数、確率変数Ｎを伝送が成功するまでの伝送（再送を含む）回数とすれば、V_sは

$$V_s = U_1 + U_2 + \cdots + U_N \tag{4.4}$$

と表される。U_i (i=1, 2, …, N)は独立で同一の分布$G_U(z)$をもつものとし、更に、Ｎの分布を$G_N(z)$とすれば、確率変数ＵとＮとは独立であるから

$$G_{Vs}(z) = G_N(G_U(z)) \tag{4.5}$$

となる。今、$G_U(z)$は次のように表される。図4.1に示すように確率変数B_iをｉ番目の伝送（再送）の際のサービス準備期間により経過するスロット数とす

れば、

$$U_i = B_i + s + 1 \qquad (i=1,\ 2,\ \cdots,\ N) \tag{4.6}$$

である。確率変数B_i (i=1, 2, …, N)は独立で同一の分布$G_B(z)$をもつものとすれば、$G_U(z)$は

$$G_U(z) = G_B(z)\ z^{s+1} \tag{4.7}$$

と表される。また、式(4.5)における$G_N(z)$は

$$Pr[\ N=k\ ] = \begin{cases} \varepsilon^{k-1}(1-\varepsilon) & (k \geqq 1) \\ 0 & (k=0) \end{cases} \tag{4.8}$$

であることから、

$$G_N(z) = \frac{(1-\varepsilon)z}{1-\varepsilon z} \tag{4.9}$$

となる。式(4.5)は式(4.9), (4.7)を用いて

$$G_{vs}(z) = \frac{(1-\varepsilon)\ z^{s+1}\ G_B(z)}{1-\varepsilon\ z^{s+1}\ G_B(z)} \tag{4.10}$$

となる。その平均m_{vs}ならびに分散σ_{vs}^2はそれぞれ

$$m_{vs} = \frac{m_B + s + 1}{1-\varepsilon} \tag{4.11}$$

$$\sigma_{vs}^2 = \frac{(1-\varepsilon)\ \sigma_B^2 + \varepsilon(m_B + s + 1)^2}{(1-\varepsilon)^2} \tag{4.12}$$

である。

伝送遅延T_sは、確率変数Q_sとV_sが独立であることから、式(4.1), (4.2)を用いて

$$\begin{aligned} G_{Ts}(z) &= G_{Qs}(z)\ G_{vs}(z) \\ &= \frac{(1-m_D\ m_{vs})(z-1)G_{vs}(z)\ \{1-G_D(G_{vs}(z))\}}{m_D\ (1-G_{vs}(z))\ \{z-G_D(G_{vs}(z))\}} \end{aligned} \tag{4.13}$$

で与えられる。その平均m_{Ts}は式(4.3), (4.11)ならびに(4.12)を用いて

$$\begin{aligned} m_{Ts} &= m_{Qs} + m_{vs} \\ &= \frac{(m_D + \sigma_D^2)(m_B + s + 1) + m_D^2\ \{\sigma_B^2 - (m_B + s + 1)^2\}}{2m_D\ \{1-\varepsilon - m_D\ (m_B + s + 1)\}} \end{aligned} \tag{4.14}$$

となる。すなわち、平均伝送遅延はパケット到着分布の平均と分散、パケット誤り率、伝搬遅延ならびにサービス準備期間分布の平均と分散により決定されることがわかる。

一方、スループットは、一つのパケットを伝送するのに平均m_{vs}[slots] を消費することから、式(4.11)を用いて

$$\eta = \frac{1}{m_{vs}} = \frac{1-\varepsilon}{m_B + s + 1} \tag{4.15}$$

で与えられる。スループットにはサービス準備期間分布の平均しか現れていない。

4．3．2　サービス準備期間のあるGo-back-N 方式

パケットの伝送遅延T_gは図4.1 に示すように

(a) パケットの到着時から伝送待機用バッファの先頭に至るまでに経過するスロット数Q_g、

(b) バッファの先頭に至ったときから伝送が成功するまでに経過するスロット数V_g、

(c) 伝送成功直後から送信機がＡＣＫ信号を受信するまでに経過するスロット数 s

からなる。すなわち、伝送遅延T_gは

$$T_g = Q_g + V_g + s \tag{4.16}$$

で与えられる。

まず、伝送待機用バッファ内で費やすスロット数Q_gの分布を求める。パケットのサービス時間をバッファの先頭に至ったときから伝送が成功するまでに経過するスロット数V_gと考えれば、伝送待機用バッファ内で費やすスロット数Q_gの母関数$G_{Qg}(z)$ ならびに平均m_{Qg}は式(4.2), (4.3)の導出と同様にして次のように求められる。

$$G_{Qg}(z) = \frac{(1-m_D m_{Vg})(z-1)\{1-G_D(G_{Vg}(z))\}}{m_D(1-G_{Vg}(z))\{z-G_D(G_{Vg}(z))\}} \tag{4.17}$$

$$m_{Qg} = \frac{\sigma_D^2 m_{Vg} + m_D^2 \sigma_{Vg}^2}{2m_D(1-m_D m_{Vg})} - \frac{m_{Vg}}{2} \tag{4.18}$$

但し、$G_{Vg}(z)$, m_{Vg}ならびにσ_{Vg}^2 はそれぞれ確率変数V_gの母関数、平均、

ならびに分散とする。

そこで本方式における母関数$G_{vg}(z)$を求める。図4.1に示すように、

$$V_g = V_s - s \tag{4.19}$$

である。確率変数V_sとsとは独立であるから、

$$G_{vg}(z) = G_{vs}(z)\ z^{-s} \tag{4.20}$$

となる。式(4.20)に(4.10)を代入すれば、

$$G_{vg}(z) = \frac{(1-\varepsilon)\ z G_B(z)}{1-\varepsilon z^{s+1} G_B(z)} \tag{4.21}$$

となる。その平均m_{vg}ならびに分散σ_{vg}^2は式(4.19)の関係に着目し、更に、式(4.11), (4.12)を用いて、それぞれ

$$m_{vg} = m_{vs} - s$$

$$= \frac{m_B + \varepsilon s + 1}{1-\varepsilon} \tag{4.22}$$

$$\sigma_{vg}^2 = \sigma_{vs}^2 = \frac{(1-\varepsilon)\ \sigma_B^2 + \varepsilon(m_B + s + 1)^2}{(1-\varepsilon)^2} \tag{4.23}$$

となる。

伝送遅延T_gの分布は、確率変数Q_gとV_gが独立であることから、式(4.16), (4.17)を用いて、

$$G_{Tg}(z) = G_{Qg}(z)\ G_{vg}(z)\ z^s$$

$$= \frac{(1-m_D m_{vg})(z-1) z^s\ G_{vg}(z)\ \{1-G_D(G_{vg}(z))\}}{m_D(1-G_{vg}(z))\ \{z-G_D(G_{vg}(z))\}} \tag{4.24}$$

で与えられる。その平均m_{Tg}は式(4.18), (4.22)ならびに(4.23)を用いて

$$m_{Tg} = m_{Qg} + m_{vg} + s$$

$$= \frac{(m_D + \sigma_D^2)(m_B + \varepsilon s + 1) + m_D^2\ \{\sigma_B^2 - (m_B+1)^2 + \varepsilon s^2\}}{2m_D\{1-\varepsilon - m_D(m_B + \varepsilon s + 1)\}}$$

$$+ s \tag{4.25}$$

となる。すなわち、式(4.14)の場合と同様に、平均伝送遅延はパケット到着分布の平均と分散、パケット誤り率、伝搬遅延ならびにサービス準備期間分布の平均と分散により決定されることがわかる。

一方、スループットは、式(4.22)を用いて

$$\eta = \frac{1}{m_{vg}} = \frac{1-\varepsilon}{m_B + \varepsilon s + 1} \tag{4.26}$$

で与えられる。

4．4　平均伝送遅延ならびにスループット特性

本節では、パケットの到着分布を平均λ[pakets/slot] のポアソン分布とする。数値例としては、パケット長1000[bits]、伝送速度50[kbits/sec] 、伝搬遅延0.4 [sec] (s=20[slots]となる) の場合を中心に考える。図4.2 ～4.9 にサービス準備期間のあるStop-and-Wait 方式ならびにGo-Back-N 方式の伝送遅延特性を示す。同図より両方式の特性は定性的には同様の傾向を示すことがわかる。そこで、主にGo-Back-N 方式の特性について検討を行う。図4.6 はサービス準備期間分布の変動係数の２乗$C_B{}^2 = \sigma_B{}^2/m_B{}^2$ をパラメータにして平均サービス準備期間m_B に対する平均伝送遅延の変化を描いたものである。同図より、サービス準備期間分布の同じ平均m_B に対してその分散$\sigma_B{}^2$ が増加するにつれて平均伝送遅延m_{Tg}の増加する様子がわかる。また、サービス準備期間分布として代表的なポアソン分布や一定分布を仮定しても、これらの分布の間ではその特性にあまり差のないこともわかる。そこで、以降本節ではサービス準備期間分布として幾何分布を仮定することにする。図4.7 にはトラヒック密度λに対する平均伝送遅延の変化を描いている。パケット誤り率ε=0の場合、サービス準備期間の伝送遅延に与える影響は直接的に検討できる。$\lambda<10^{-1}$であれば、その平均伝送遅延は、平均サービス準備期間m_B <3において平坦な特性を示している。図4.8 にトラヒック密度とパケット誤り率をパラメータとして平均サービス準備期間に対する平均伝送遅延の変化を描いている。同図において、トラヒック密度と平均サービス準備期間が比較的小さい場合には平均サービス準備期間の増加が平均伝送遅延に与える影響は小さいという性質が示されている。図4.9 には伝搬遅延ｓに対する平均伝送遅延の変化を描いている。

サービス準備期間のあるStop-and- Wait方式についても定性的には上記の特性が示されることが図4.2 ～4.5 よりわかる。

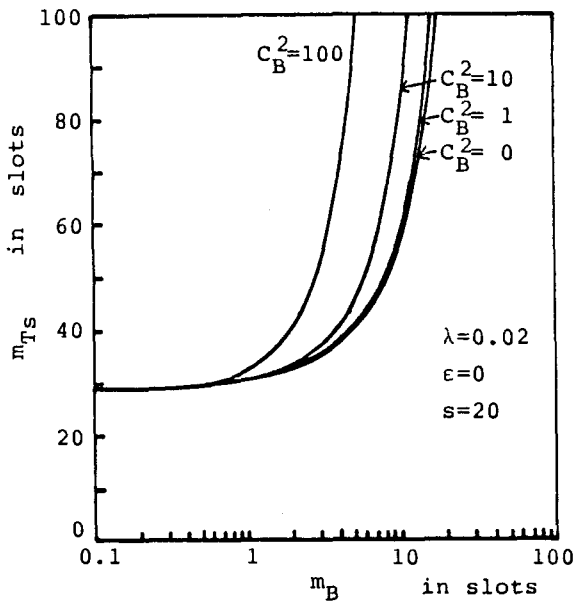


図4.2　サービス準備期間のあるStop-and- Wait方式における
平均伝送遅延対平均サービス準備期間

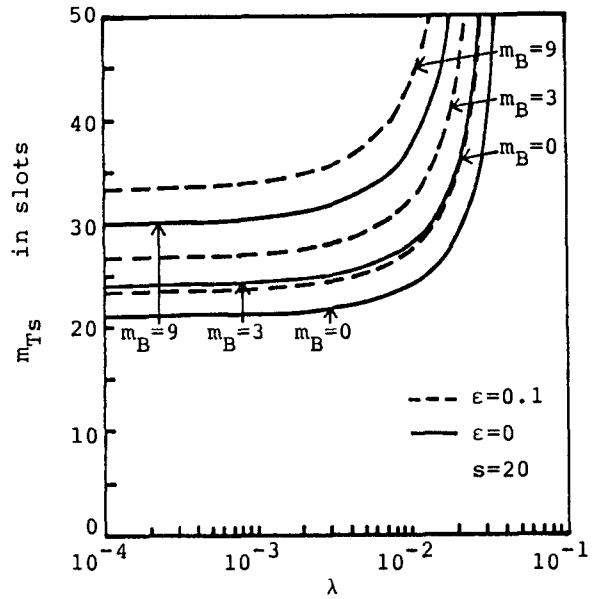


図4.3　サービス準備期間のあるStop-and-Wait 方式における
平均伝送遅延対トラヒック密度

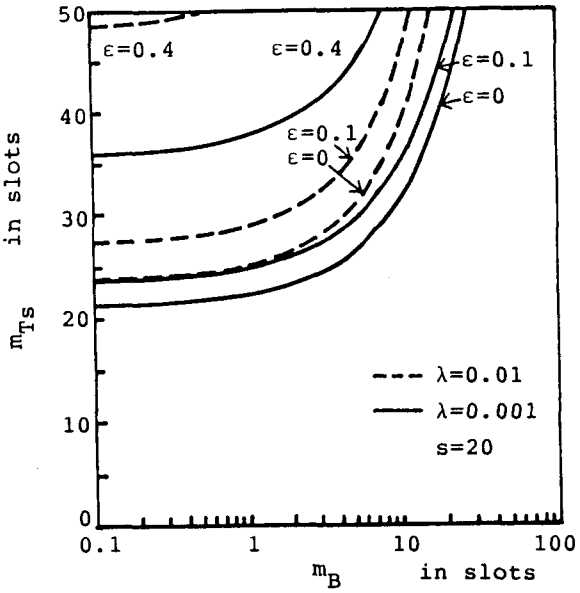


図4.4　サービス準備期間のあるStop-and- Wait方式における
平均伝送遅延対平均サービス準備期間

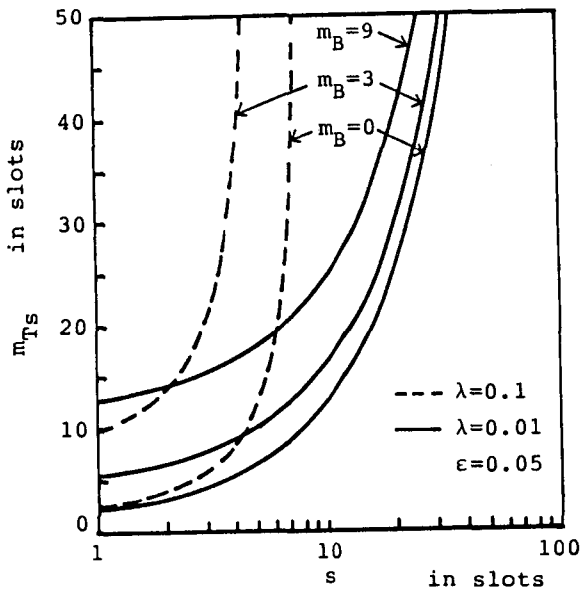


図4.5　サービス準備期間のあるStop-and- Wait方式における
平均伝送遅延対伝搬遅延

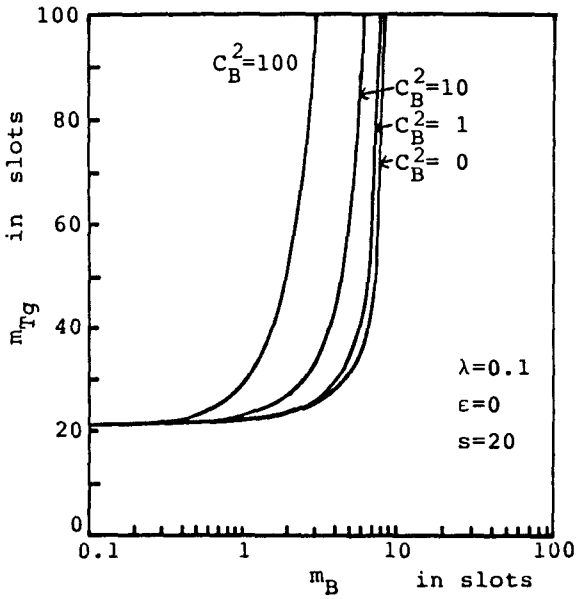


図4.6　サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式における
平均伝送遅延対平均サービス準備期間

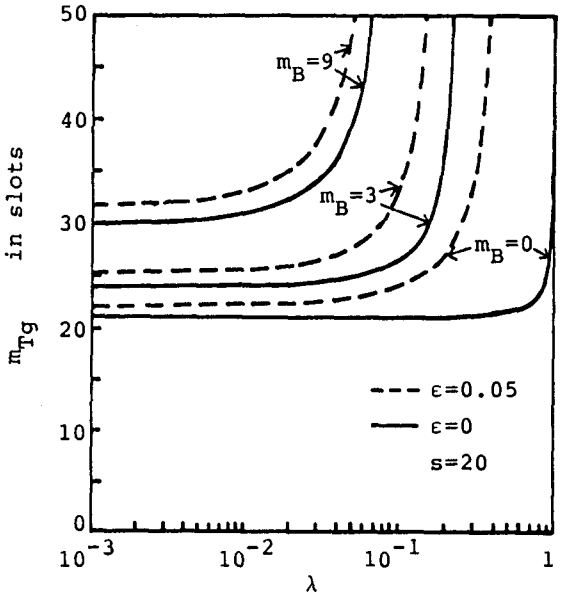


図4.7　サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式における
平均伝送遅延対トラヒック密度

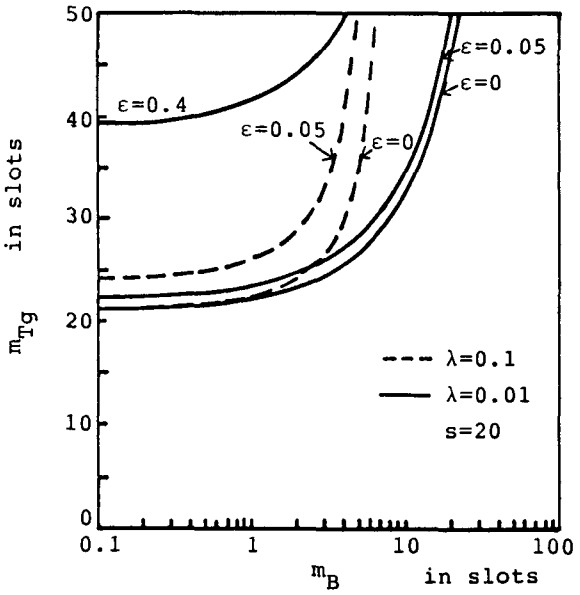


図4.8　サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式における
平均伝送遅延対平均サービス準備期間

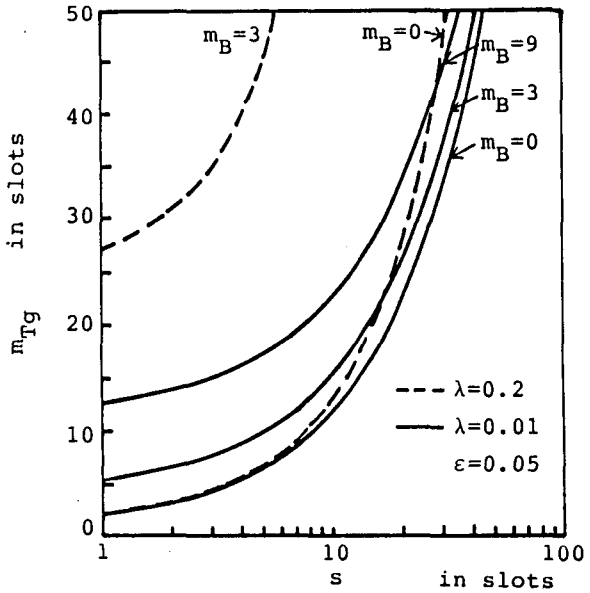


図4.9　サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式における
平均伝送遅延対伝搬遅延

図4.10～4.13にサービス準備期間のあるStop-and- Wait方式ならびにGo-Back-N 方式のスループット特性を示す。サービス準備期間のあるStop-and- Wait方式では、スループットはパケット誤り率にかかわらず平均サービス準備期間と伝搬遅延の影響を等しく受ける（図4.10, 4.11）。一方、サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式では、スループットは平均サービス準備期間の影響を直接的に受けることになる（図4.12）。また、スループットがパケット誤り率の大きい領域で伝搬遅延に支配される様子が図4.13よりわかる。

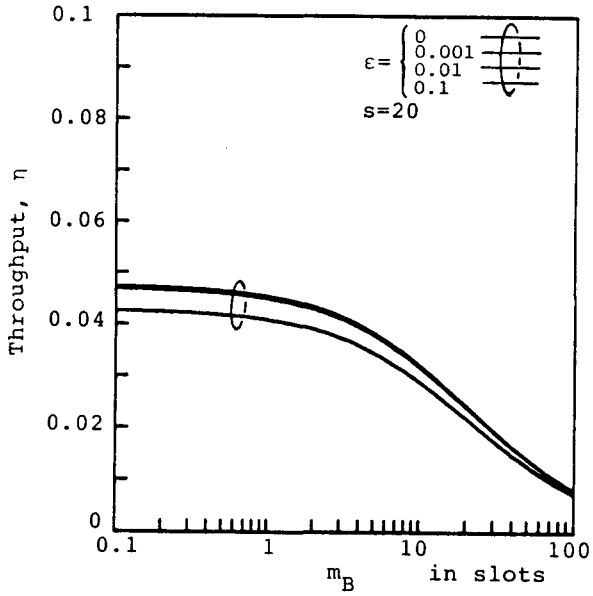


図4.10　サービス準備期間のあるStop-and- Wait方式における
スループット対平均サービス準備期間

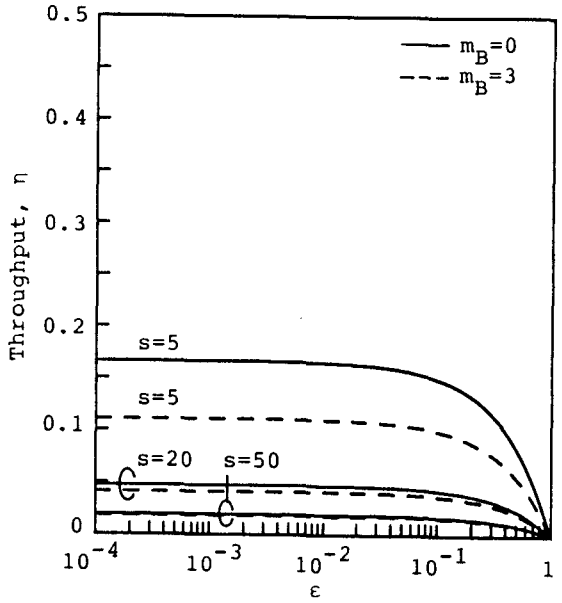


図4.11　サービス準備期間のあるStop-and- Wait方式における
スループット対パケット誤り率

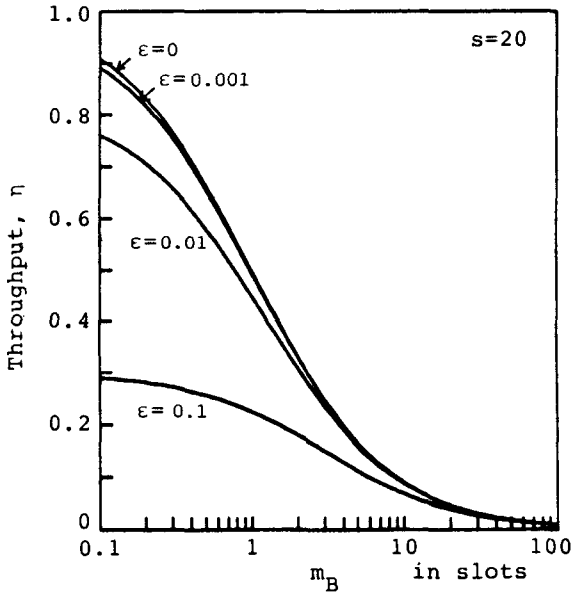


図4.12　サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式における
スループット対平均サービス準備期間

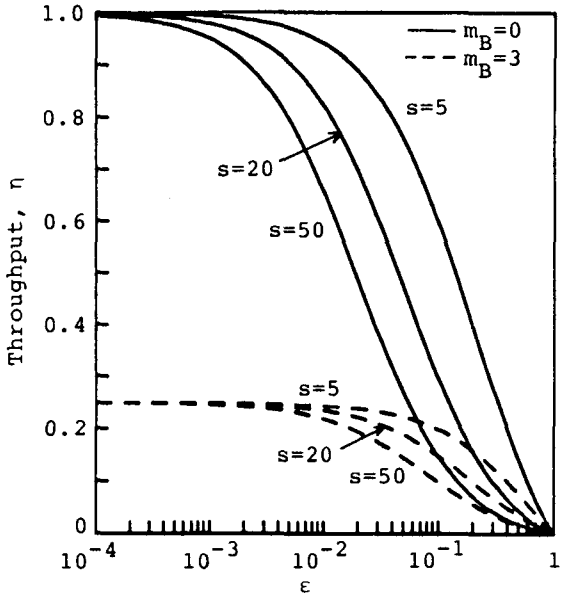


図4.13　サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式における
スループット対パケット誤り率

4．5　結　言

統合通信システムに適用する誤り制御方式として、パケットが回線にアクセスする際に時間期間、いわゆるサービス準備期間を要するＡＲＱ方式の基本的な特性について考察を行った。サービス準備期間のあるStop-and- Wait方式ならびにGo-Back-N 方式についてトラヒック解析を行い、伝送遅延分布に対する母関数とスループットを導出した。平均伝送遅延はパケット到着分布の平均と分散、パケット誤り率、伝搬遅延だけでなくサービス準備期間分布の平均と分散によって決定されることを示した。更に、平均伝送遅延ならびにスループット特性を数値例を用いて検討した。その結果、サービス準備期間分布の変動係数が特に大きい場合を除いて、変動係数の平均伝送遅延に与える影響は小さいことがわかった。また、スループットが平均サービス準備期間の影響を直接的に受ける様子が示された。

第5章　統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求方式の性能改善方式

5．1　緒　言

本章では、前章で述べた統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求方式の性能を改善する方式の検討を行う。はじめに、データ伝送システムで用いられる標準Go-Back-N 方式において、1個のパケットに対して複数個のコピーを伝送[20],[48] することによりパケットの平均伝送遅延の著しい改善ができることを示す[5],[6],[42],[47] 。次に、パケットが回線へアクセスする際に、優先度の高いトラヒックの存在によりサービス準備期間を要する状況下で、パケットのコピーを伝送することの有効性について考察する[7] 。5.2 では、パケットのコピー伝送を行うGo-Back-N 方式の伝送遅延特性を調べている。離散時間系において解析を行い、パケットの伝送遅延分布の母関数を導出している。それを用いて、1 個のパケットに対して複数個のコピーを伝送することによりパケットの平均伝送遅延の改善ができることを示している。また、平均伝送遅延を最小にするための最適コピー数はパケット誤り率、伝搬遅延のみならず、提供されるトラヒック密度に応じて決定されることが明らかとなっている。すなわち、トラヒック密度の低い場合には通信路容量には余裕があるので、1 回当たりの伝送（再送）での成功確率が高くなるように多数のコピーを伝送することが望ましい。一方、トラヒック密度の高い場合には伝送が成功したときに損失となるコピー数を考慮して少ない数のコピーを伝送することが望ましい。更に、実用的な状況ではパケット誤り率は低い値にできることから、コピー数が1から2に変化する点でのパケット誤り率、伝搬遅延ならびにトラヒック密度との関係を導いている。5.3 では、サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式において平均伝送遅延ならびにスループットの改善のためにコピー伝送を用いることの効果について考察を行っている。伝送遅延分布ならびにスループットの解析結果を用いて、コピー伝送方式の有効範囲を平均サービス準備期間長とパケット誤り率により表す。更に、スループットを最大にするコピー数、平均伝送遅延を最小にするコピー数をそれぞれ与えている。その結果、平均サービス準備期間が長くなるほど回線容量は実質的に減少

するため、平均伝送遅延に関してはパケット誤り率のより大きい領域で有効となる。一方、スループットに関してはパケット誤り率の比較的低い領域から有効となることが示される。

5．2　パケットのコピー伝送を行うGo-Back-N 方式

5．2．1　伝送プロトコル

送信機における伝送手順は次のとおりである。

(1) 到着したパケットは伝送待機用バッファに蓄積する。

(2) バッファに蓄積されているパケットに対して先頭から順番にそれぞれ複数個（α個）ずつのコピーを連続して伝送する。

(3) バッファの先頭に位置するパケットに関するα個のコピーに対してすべてＮＡＫ信号が返送されてくれば、直ちに再送を開始する。再送はステップ(2) に従う。

(4) 返送されてくる確認信号にＡＣＫ信号があれば、その時点でこれに対応するパケットをバッファから消去する。それ以後、このパケットのコピーに関する確認信号は無視し、次のパケットのコピーに関する確認信号を監視する。

一方、受信機における伝送手順は次のとおりである。

(1) 受信したコピーの誤り検出を行う。

(2) もしも誤りが検出されると、ＮＡＫ信号を返送し、そのコピーを破棄する。

(3) もしも正しく受信されると、ＡＣＫ信号を返送し、そのコピーを受理する。それ以後、このパケットに対応するコピーの誤り検出は本方式の伝送遅延性能に影響しない。

図5.1 にチャネル上での動作の一例を示す。

5．2．2　伝送遅延分布の解析

解析に際して用いる仮定を次に示す。

(1) チャネルはスロットと呼ぶ一定の時間区間に分割して利用する。

(2) パケットはスロットごとに独立な一般分布に従って到着する。その母関数、平均、ならびに分散をそれぞれ$G_D(z)$, m_D, ならびに$\sigma_D{}^2$ とする。

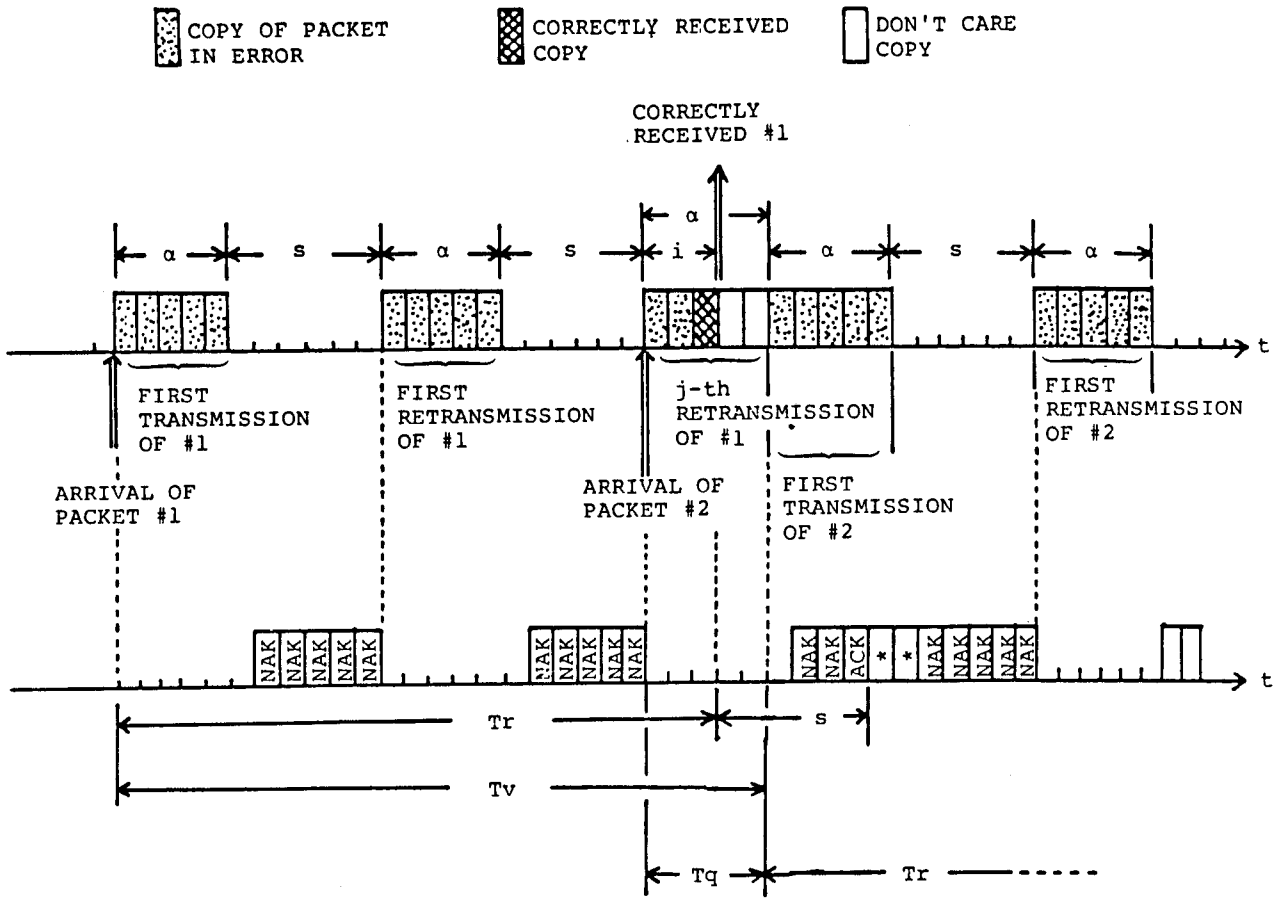


図5.1　チャネルの動作例

(3) パケット長は一定で、スロット長に等しいものとし、スロットの開始時に同期して伝送される。

(4) パケットの誤りはスロットごとに独立に確率pで発生する。

(5) 確認信号(ＡＣＫ／ＮＡＫ)は高信頼度に設計され、誤りは生じない。

(6) 伝搬遅延(一つのコピー伝送終了時からその確認信号を受信するまでのスロット数)は一定で、sスロットとする。従って、確認信号を受信するまでに伝送できるコピー数αは、$1 \leqq \alpha \leqq s$なる条件を受けるものとする。

(7) 伝送待機用バッファ容量は十分大きく、これによる損失はない。

パケットの伝送遅延はパケットの到着スロットから伝送待機用バッファから消去されるまでに経過するスロット数である。この伝送遅延Tは、図5.1 に示すように、

(1) パケットの到着時から伝送待機用バッファの先頭に至るまでに経過するスロット数T_q、

(2) 先頭に至ったとき(伝送開始時)から伝送が成功するまでに経過するスロット数T_r、

(3) 受信機からのＡＣＫ信号を受信するまでに経過するスロット数s、

から成る。すなわち、伝送遅延は、

$$T = T_q + T_r + s \tag{5.1}$$

で与えられる。

まず、伝送待機用バッファ内で費やすスロット数T_qの分布を求める。T_qは、パケットの到着からその先頭に至るまでに経過したスロット数である。図5.1 は、パケット＃1の伝送開始から、その伝送(再送)中に次のパケット＃2が到着した場合を示している。同図より明らかなように、このシステムはパケットのサービス時間をそのコピー群の伝送開始から伝送成功までの経過スロットT_vと考えた離散時間系における待ち行列モデルで表すことができる。このモデルについての解析手法としてはTowsley and Wolfの手法[19]が利用でき、バッファ内で費やすスロット数T_qの分布$G_{Tq}(z)$は次のように求められる。

$$G_{Tq}(z) = \frac{(1-m_D m_V)(z-1)\{1-G_D(G_V(z))\}}{m_D(1-G_V(z))\{z-G_D(G_V(z))\}} \tag{5.2}$$

また、その平均m_{Tq}は、

$$m_{Tq}=\frac{\sigma_D{}^2 m_V + m_D{}^2 \sigma_V{}^2}{2 m_D (1 - m_D m_V)} - \frac{m_V}{2} \tag{5.3}$$

である。但し、$G_V(z)$、m_V ならびに $\sigma_V{}^2$ は確率変数 T_V の母関数、平均ならびに分散とする。

そこで、本方式に対する母関数 $G_V(z)$ を求める。図1に示すように、パケットが第 j 回目の再送時に正しく受信機に受理されたとすると、このときに要するスロット数 k は $k=j(\alpha+s)+\alpha$ であり、この事象の発生する確率は $\mathrm{Prob}\{T_V=k\}=(p^\alpha)^j(1-p^\alpha)$ で与えられる。従って、確率変数 T_V の母関数 $G_V(z)$ は、

$$G_V(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{Prob}\{T_V=k\} z^k$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} (p^\alpha)^j (1-p^\alpha) z^{j(\alpha+s)+\alpha}$$

$$=(1-p^\alpha)\frac{z^\alpha}{1-p^\alpha z^{\alpha+s}} \tag{5.4}$$

となる。その平均 m_V ならびに分散 $\sigma_V{}^2$ は、それぞれ

$$m_V = G_V'(1) = \frac{\alpha+sp^\alpha}{1-p^\alpha} \tag{5.5}$$

$$\sigma_V{}^2 = G_V''(1) + m_V - m_V{}^2$$

$$= p^\alpha \frac{(\alpha+s)^2}{(1-p^\alpha)^2} \tag{5.6}$$

となる。従って、式(5.4)～(5.6)を式(5.2)、(5.3)に適用することにより本方式の伝送待機用バッファ内で費やすスロット数の分布が得られる。

次に、伝送中に経過するスロット数 T_r の分布を求める。T_r は、パケットのコピーの伝送が開始されてから成功するまでに経過するスロット数である。図5.1に示すように、このパケットが第 j 回目の再送時の i 番目のスロットで受理されるとき、伝送に要したスロット数 k は $k=j(\alpha+s)+i$ であり、この事象が起こる確率は $\mathrm{Prob}\{T=k\}=(p^\alpha)^j p^{i-1}(1-p)$ で与えられる。従って、確率変数 T_r の母関数 $G_{Tr}(z)$ は、

$$G_{Tr}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{Prob}\{T_r = k\} z^k$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} (p^{\alpha})^j \sum_{i=1}^{\alpha} p^{i-1}(1-p) z^{j(\alpha+s)+i}$$

$$= (1-p) \frac{z(1-p^{\alpha} z^{\alpha})}{(1-pz)(1-p^{\alpha} z^{\alpha+s})} \tag{5.7}$$

となる。その平均m_{Tr}は、

$$m_{Tr} = \frac{1}{1-p} + \frac{sp^{\alpha}}{1-p^{\alpha}} \tag{5.8}$$

となる。

伝送遅延Tの分布は、確率変数T_q、T_rならびにsがそれぞれ独立であることから、式(5.1), (5.2)ならびに(5.7) を用いて、

$$G_T(z) = G_{Tq}(z)\, G_{Tr}(z)\, z^s$$

$$= \frac{(1-m_D m_V)(1-p)(z-1) z^{s+1}}{m_D (1-pz)(1-p^{\alpha} z^{\alpha+s})}$$

$$\cdot \frac{(1-p^{\alpha} z^{\alpha})\{1-G_D(G_V(z))\}}{(1-G_V(z))\{z-G_D(G_V(z))\}} \tag{5.9}$$

で与えられる。その平均m_Tは式(5.3) と(5.8) を用いて

$$m_T = m_{Tq} + m_{Tr} + s$$

$$= s + \frac{1}{1-p} - \frac{\alpha - sp^{\alpha}}{2(1-p^{\alpha})} + \frac{\sigma_D^2 m_V + m_D^2 \sigma_V^2}{2m_D(1-m_D m_V)} \tag{5.10}$$

となる。

5．2．3　最適コピー数と最適平均伝送遅延特性

パケットの到着分布を平均λのポアソン分布とする。すなわち、

$$G_D(z) = e^{\lambda(z-1)} \tag{5.11}$$

$$m_D = \sigma_D^2 = \lambda \tag{5.12}$$

このとき、平均伝送遅延は式(5.10)より、

$$m_T = s + \frac{1}{1-p} + \frac{2sp^{\alpha}(1-p^{\alpha})+\lambda p^{\alpha}(\alpha+s)^2+\lambda(\alpha^2-s^2p^{2\alpha})}{2(1-p^{\alpha})\{(1-p^{\alpha})-\lambda(\alpha+sp^{\alpha})\}} \tag{5.13}$$

となる。

$m_T \to \infty$となるλの点λ_{max}は式(5.13)より、

$$\lambda_{max} = \frac{1-p^{\alpha}}{\alpha+sp^{\alpha}} \tag{5.14}$$

であり、これはスループットに相当する。λ_{max}を最大にするα_{opt}は

$$\max_{\alpha}\left\{\frac{1-p^{\alpha}}{\alpha+sp^{\alpha}}\right\} \tag{5.15}$$

を満足するもので、これはBruneel and Moeneclaeyの結果[20]と一致する。

一方、$\lambda \to 0$になるにつれて

$$m_T \fallingdotseq s + \frac{1}{1-p} + \frac{sp^{\alpha}}{1-p^{\alpha}} \tag{5.16}$$

となる。第3項はαに関して単調減少関数であるから$\alpha \to s$のとき最小となる。すなわち、提供されるトラヒック密度が極めて低いときはチャネル容量に余裕があるので、1回の伝送（再送）で正しく受信される確率をできるだけ大きくするようにその残余チャネル容量を用いてパケットのコピーを数多く送ることにより平均伝送遅延を小さくできることを意味している。

任意のλに対して式(5.13)を最小にするコピー数α_{opt}（これを最適コピー数Optimum number of copiesという）は

$$\min_{\alpha}\left\{\frac{2sp^{\alpha}(1-p^{\alpha})+\lambda p^{\alpha}(\alpha+s)^2+\lambda(\alpha^2-s^2p^{2\alpha})}{(1-p^{\alpha})\{(1-p^{\alpha})-\lambda(\alpha+sp^{\alpha})\}}\right\} \tag{5.17}$$

で与えられる。すなわち、最適コピー数は、パケット誤り率、伝搬遅延ならびに提供されるトラヒック密度によって決定されることがわかる。このときに得られる平均伝送遅延を最適平均伝送遅延（Optimum average transmission delay）$m_{T,opt}$という。

本節では、パケットの到着分布がポアソン分布である場合を考える。数値例としては、パケット長を1000[bits]、伝送速度を50[kbits/sec]、伝搬遅延を0.4[sec]（これはs=20[slots]に相当する）とした場合を中心に示す。図5.2には

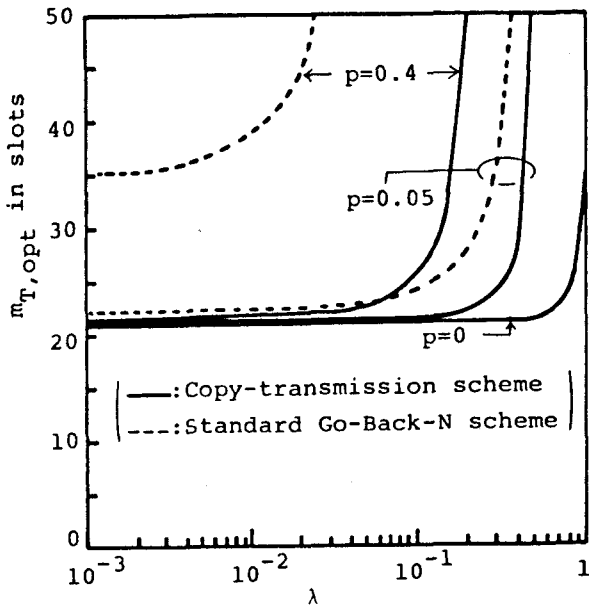


図5.2　最適平均伝送遅延対トラヒック密度（s=20）

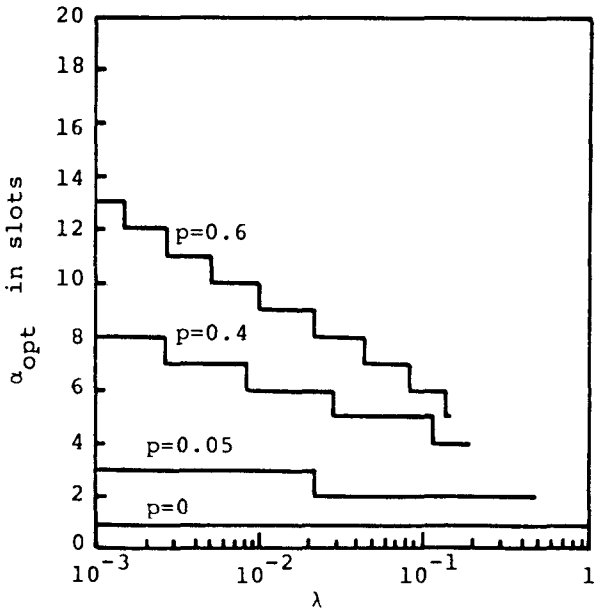


図5.3　最適コピー数（s=20）

最適平均伝送遅延$m_{T,opt}$のトラヒック密度λに対する変化を示す。これは式(5.17)を満足する最適コピー数を求めて、これを用いて式(5.13)より最適平均伝送遅延として求めたものである。同図より明らかなように、トラヒック密度の変化による最適平均伝送遅延の変化は、標準Go-Back-N 方式(α=1: 破線) よりも緩やかであることがわかる。図5.3には最適平均伝送遅延を得るための最適コピー数 α_{opt} を示している。パケット誤り率と伝搬遅延が与えられると、トラヒック量に応じて決定されるコピー数を伝送することにより平均伝送遅延が改善されることがわかる。すなわち、提供されるトラヒック量に応じて残余チャネル容量をパケットのコピー伝送に用いて実効的なパケット誤り率の改善を図るものである。図5.4 はパケット誤り率の変化に対する最適平均伝送遅延を示している。標準 Go-Back-N 方式に比べて、本方式はパケット誤り率の変化に対する性能の変化が小さいことが示されている。伝搬遅延 s に対する最適平均伝送遅延の変化を見ると (図5.5 参照) 、やはり標準Go-Back-N 方式に比べて緩やかであることがわかる。

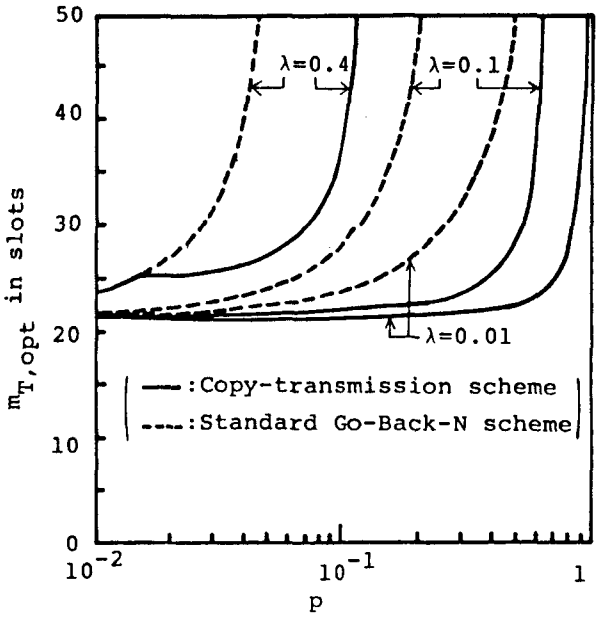
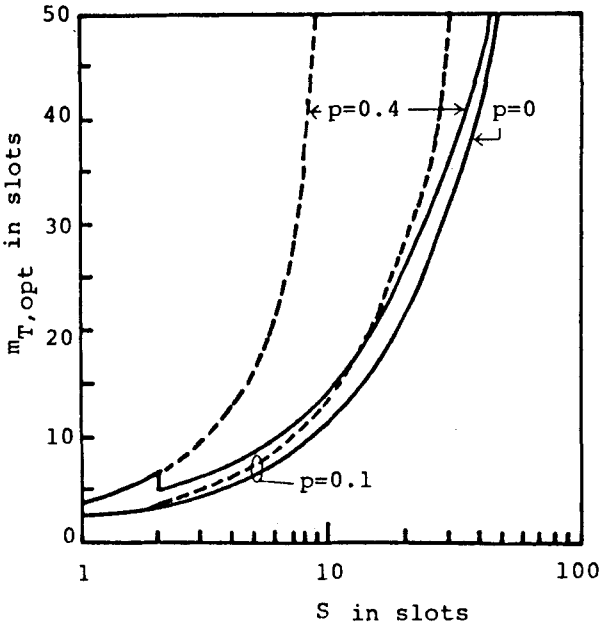
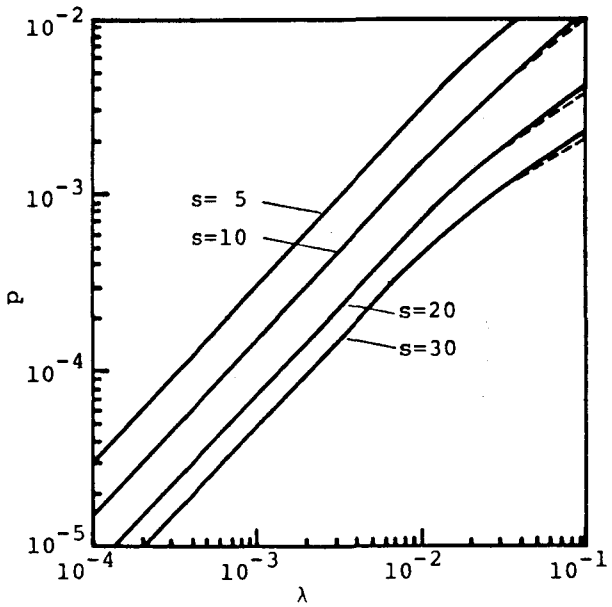


図5.4　最適平均伝送遅延対パケット誤り率



(—— : Copy-transmission scheme
---- : Standard Go-Back-N scheme)

図5.5　最適平均伝送遅延対伝搬遅延



(Dashed line : approximation)

図5.6　コピー数が1から2へ変化する点のパケット誤り率

実用的な状況のパケット誤り率は低い値にすることができる。そこで、コピー数αが1 から2 に変化する点が注目される。α=1ならびにα=2の場合の平均伝送遅延m_T が等しい点は式(5.13)より求めることができ、これを図5.6 に示している。この曲線の下部がα=1、上部がα=2の領域となっている。更に、この曲線に対する近似式を求める。今、$1 \gg p$, $1 \ll \lambda$ならびに$s \gg 1$と仮定することにより、

$$p \fallingdotseq \frac{3\lambda}{s(s\lambda+2)} \tag{5.18}$$

を得る。この式の適合性を同図（破線）に示している。

5．3　サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式におけるコピー伝送

5．3．1　伝送プロトコル

送信機における伝送手順は次のとおりである。

(1) 到着したパケットは伝送待機用バッファに蓄積する。

(2) バッファに蓄積されているパケットに対して先頭から順番にそれぞれ複数個（α個）ずつのコピーを連続して伝送する。

(3) パケットの伝送開始の際にはサービス準備期間を要するが、複数個のコピー伝送中は割り込みが入らない。

(4) バッファの先頭に位置するパケットに関する複数個のコピーに対してすべてＮＡＫ信号が返送されてくれば、直ちに再送を開始する。再送は最初の伝送と同様に行う。

(5) 返送されてくる確認信号にＡＣＫ信号があれば、その時点でこれに対応するパケットをバッファから消去する。それ以後、このパケットのコピーに関する確認信号を無視し、次のパケットのコピーに関する確認信号を監視する。

一方、受信機における手順は次のとおりである。

(1) 受信したコピーに対し誤り検出を行う。

(2) もしも誤りが検出されるとＮＡＫ信号を返送し、そのコピーを廃棄する。

(3) 正しく受信されると、ＡＣＫ信号を返送し、そのコピーを受理する。

図5.7 にチャネル上での動作の一例を示す。

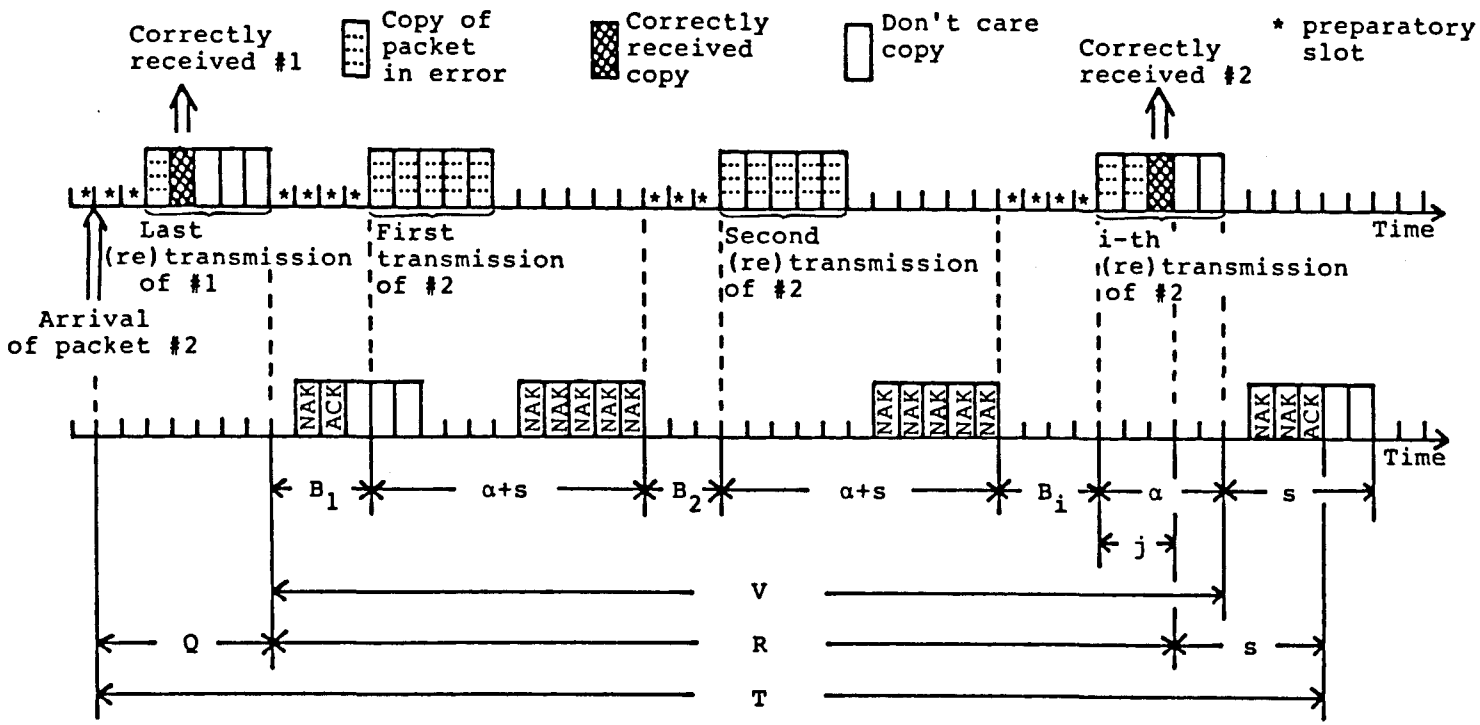


図5.7　チャネルの動作例

5．3．2　伝送遅延分布とスループットの解析

解析に際して用いる仮定を次に示す。

(1) 回線は時間を一定期間に分割したスロットを用いる。

(2) パケットはスロットごとに独立な一般分布に従って到着する。その母関数、平均、分散をそれぞれ$G_D(z)$, m_D, $\sigma_D{}^2$ とする。

(3) パケット長は一定で、スロット長に等しいものとする。また、スロットの開始時に同期して伝送する。

(4) パケットのコピーの誤りはスロットごとにそれぞれ独立に確率εで発生する。

(5) パケットが回線にアクセスする際のサービス準備期間の長さは一般分布に従う。その母関数、平均、分散をそれぞれ$G_B(z)$, m_B, $\sigma_B{}^2$ とする。

(6) 確認信号（ＡＣＫ／ＮＡＫ）は高信頼度に設計され、誤りは生じない。

(7) 伝搬遅延は一定で、ｓスロットとする。従って、確認信号を受信するまでに伝送できるコピー数αは$1 \leq \alpha \leq s$なる条件を受けるものとする。

(8) 伝送待機用バッファ容量は十分大きく、これによる損失はない。

パケットの伝送遅延はパケットの到着スロットから伝送待機用バッファから消去されるまでに費やすスロット数である。この伝送遅延Ｔは図5.7 に示すように

(1) パケットの到着時から伝送待機用バッファの先頭に至るまでに経過するスロット数Ｑ、

(2) バッファの先頭に至ったときから伝送が成功するまでに経過するスロット数Ｒ、

(3) 伝送成功直後から送信機がＡＣＫ信号を受信するまでに経過するスロット数ｓ

からなる。すなわち、伝送遅延は

$$T = Q + R + s \tag{5.19}$$

で与えられる。

伝送待機用バッファ内で費やすスロット数Ｑの分布$G_Q(z)$ は5.2 節と同様にして

$$G_Q(z) = \frac{(1-m_D m_V)(z-1)\{1-G_D(G_V(z))\}}{m_D(1-G_V(z))\{z-G_D(G_V(z))\}} \tag{5.20}$$

となる。また、その平均m_Q は

$$m_Q = \frac{\sigma_D{}^2 m_V + m_D{}^2 \sigma_V{}^2}{2 m_D (1 - m_D m_V)} - \frac{m_V}{2} \tag{5.21}$$

である[5]。但し、$G_V(z)$, m_V, ならびに$\sigma_V{}^2$は確率変数V（これはパケットのアクセス開始からそのコピー群の伝送成功までの経過スロット数である：図5.7 参照）の母関数、平均ならびに分散であり、それぞれ

$$G_V(z) = \frac{(1-\varepsilon^{\alpha}) z^{\alpha} G_B(z)}{1-\varepsilon^{\alpha} z^{\alpha+s} G_B(z)} \tag{5.22}$$

$$m_V = \frac{m_B + \varepsilon^{\alpha} s + \alpha}{1-\varepsilon^{\alpha}} \tag{5.23}$$

$$\sigma_V{}^2 = \frac{(1-\varepsilon^{\alpha}) \sigma_B{}^2 + \varepsilon^{\alpha} (m_B + s + \alpha)^2}{(1-\varepsilon^{\alpha})^2} \tag{5.24}$$

で与えられる[5]。

また、伝送中に経過するスロット数Rの分布$G_R(z)$ならびにその平均m_Rはそれぞれ

$$G_R(z) = \frac{(1-\varepsilon) z (1-\varepsilon^{\alpha} z^{\alpha}) G_B(z)}{(1-\varepsilon z)(1-\varepsilon^{\alpha} z^{\alpha+s} G_B(z))} \tag{5.25}$$

$$m_R = \frac{m_B + \varepsilon^{\alpha} s}{1-\varepsilon^{\alpha}} + \frac{1}{1-\varepsilon} \tag{5.26}$$

で与えられる[5]。

伝送遅延分布$G_T(z)$は式(5.19)に(5.20)と(5.25)を用いて、

$$\begin{aligned} G_T(z) &= G_Q(z) G_R(z) z^s \\ &= \frac{(1-m_D m_V)(1-\varepsilon)(z-1) z^{s+1} (1-\varepsilon^{\alpha} z^{\alpha})}{m_D (1-\varepsilon z)(1-\varepsilon^{\alpha} z^{\alpha+s} G_B(z))} \\ &\quad \cdot \frac{G_B(z) \{1-G_D(G_V(z))\}}{(1-G_V(z)) \{z-G_D(G_V(z))\}} \end{aligned} \tag{5.27}$$

となる。その平均m_Tは

$$m_T = m_Q + m_R + s$$

$$= \frac{\sigma_D{}^2(1-\varepsilon^\alpha)(m_B + \varepsilon^\alpha s+\alpha)+m_D{}^2 \{(1-\varepsilon^\alpha)\sigma_B{}^2 + \varepsilon^\alpha(m_B+s+\alpha)^2\}}{2m_D(1-\varepsilon^\alpha)\{1-\varepsilon^\alpha - m_D(m_B+\varepsilon^\alpha s+\alpha)\}} + \frac{m_B+\varepsilon^\alpha s-\alpha}{2(1-\varepsilon^\alpha)} + \frac{1}{1-\varepsilon} + s \quad (5.28)$$

である。すなわち、平均伝送遅延はパケット到着分布の平均と分散、パケット誤り率、伝搬遅延、パケットのコピー数によりサービス準備期間分布の平均と分散に加えて決定されることがわかる。

一方、スループットηは、一つのパケットを伝送するのに平均m_V [slots] を消費することから、式(5.23)を用いて、

$$\eta = \frac{1}{m_V} = \frac{1-\varepsilon^\alpha}{m_B+\varepsilon^\alpha s+\alpha} \quad (5.29)$$

で与えられる。パケット平均伝送遅延にはサービス準備期間の分散項が表れているが、スループットにはサービス準備期間の平均のみしか表れていない。

5．3．3　最適平均伝送遅延ならびに最適スループットの特性

パケットの到着分布を平均λのポアソン分布とする。このとき、任意のλに対して平均伝送遅延m_Tを最小にするコピー数を最小遅延コピー数　$\alpha_{opt,mT}$ (Number of copies for minimum average transmission delay)といい、式(5.28)より

$$\alpha_{opt,mT} = \min_{\alpha}\left[\frac{2(1-\varepsilon^\alpha)(m_B+\varepsilon^\alpha s)+\lambda\{(1-\varepsilon^\alpha)\sigma_B{}^2 + \varepsilon^\alpha(m_B+s+\alpha)^2-(m_B+\varepsilon^\alpha s)^2+\alpha^2\}}{2(1-\varepsilon^\alpha)\{1-\varepsilon^\alpha-\lambda(m_B+\varepsilon^\alpha s+\alpha)\}}\right] \quad (5.30)$$

で与えられる。このときに得られる平均伝送遅延を最適平均伝送遅延$m_{T,opt}$ (Optimum average transmission delay) という。

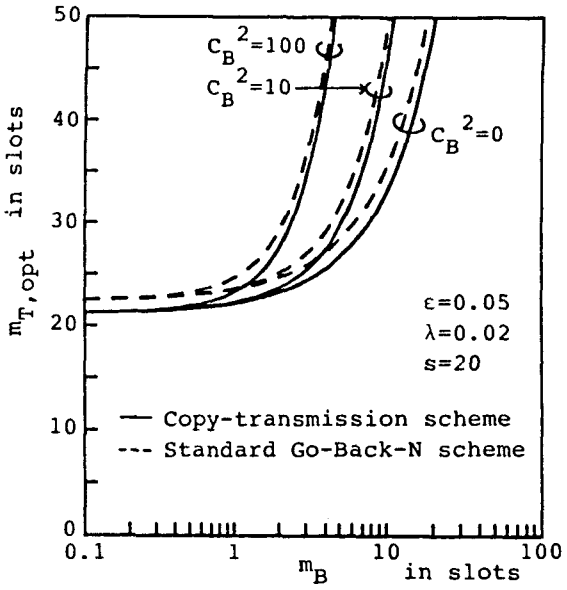
また、スループットηを最大にするコピー数を最大スループットコピー数

$\alpha_{opt,\eta}$ (Number of copies for largest throughput) といい、式(5.29)より

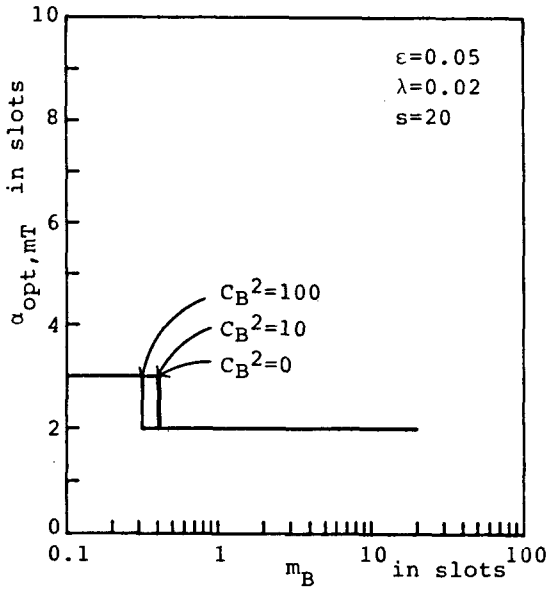
$$\alpha_{opt,\eta} = \max_{\alpha} \left[\frac{1-\varepsilon^{\alpha}}{m_B + \varepsilon^{\alpha} s + \alpha} \right] \tag{5.31}$$

で与えられる。このときに得られるスループットを最適スループット(Optimum throughput) η_{opt} という。

パケットの到着が平均λ[packets/slot]のポアソン分布に従う場合を考える。数値例としてはパケット長1000[bits]、伝送速度50[kbits/sec] 、伝搬遅延 0.4 [sec] (これはs=20[slots] に相当する) の場合を中心に示す。図5.8(a)にはサービス準備期間分布の変動係数の2乗$C_B{}^2=\sigma_B{}^2/m_B{}^2$ をパラメータとして、平均サービス準備期間m_B に対する最適平均伝送遅延$m_{T,opt}$ の変化を描いている。同図よりサービス準備期間分布の分散$\sigma_B{}^2$ の大小にかかわらず、コピー伝送により最適平均伝送遅延の改善がなされることがわかる。このとき得られる最小遅延コピー数$\alpha_{opt,mT}$を図5.8(b)に示す。同図より平均サービス準備期間が同じ場合、分散が増加するにつれて最小遅延コピー数は減少する傾向にある。以後、サービス準備期間分布としては幾何分布を仮定する。図5.9 には最適平均伝送遅延の平均パケット到着率λに対する変化を示す。コピー伝送方式はサービス準備期間がある場合にも、標準Go-Back-N 方式(α=1)よりも最適平均伝送遅延の変化が緩やかである。これはコピー伝送により一回の伝送で成功する確率が高くなり、再送に伴うサービス準備期間の影響を受けにくくなるためである。 図5.10(a) には平均パケット到着率λとパケット誤り率εをパラメータとして平均サービス準備期間に対する最適平均伝送遅延の変化を描いている。また、その最小遅延コピー数の変化を図 5.10(b)に示す。同図より、平均サービス準備期間が大きくなるにつれて最小遅延コピー数は減少する傾向にある。これは平均サービス準備期間の増加につれてコピー伝送に用いることのできる容量が減少するためである。図5.11(a),(b) には平均サービス準備期間m_B と伝搬遅延 s との比に対する最適平均伝送遅延$m_{T,opt}$ ならびに最小遅延コピー数$\alpha_{opt,mT}$の変化を描いている。同じm_B /sに対して s が大きいほど$\alpha_{opt,mT}$が大となっているが、これは伝搬遅延時間が大きいほどより多数のコピーを伝送できるためである。



(a) 最適平均伝送遅延



(b) 最小遅延コピー数

図5.8　最適平均伝送遅延ならびに最小遅延コピー数

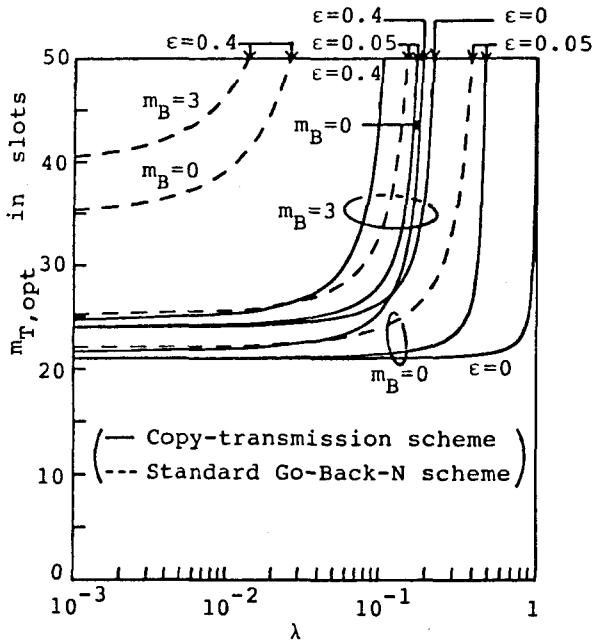
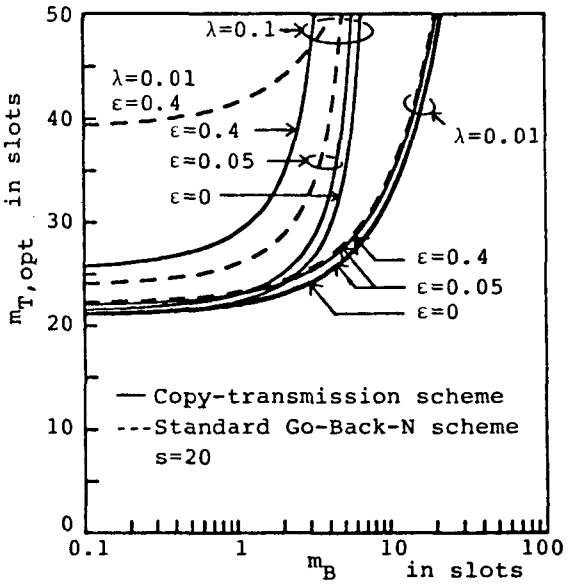
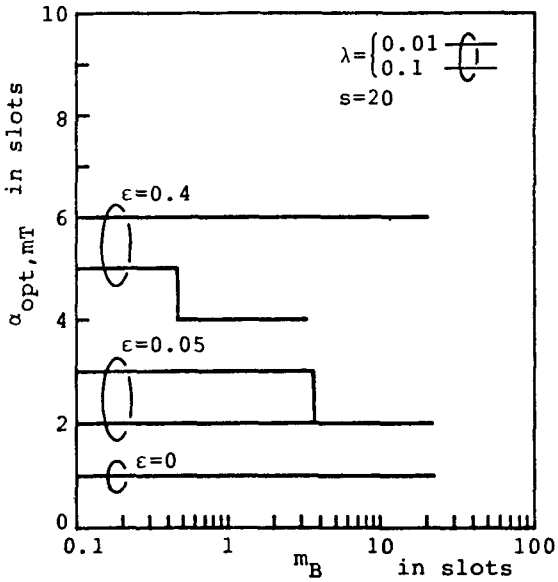


図5.9　最適平均伝送遅延対平均パケット到着率



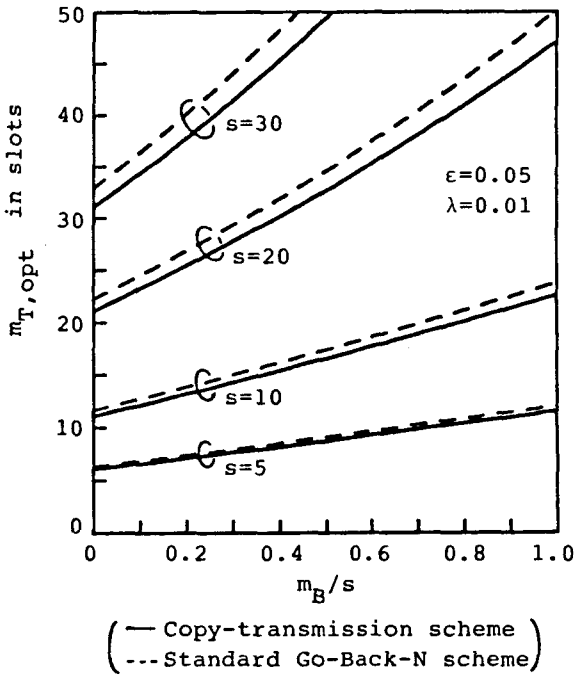
(a) 最適平均伝送遅延

図5.10　最適平均伝送遅延ならびに最小遅延コピー数



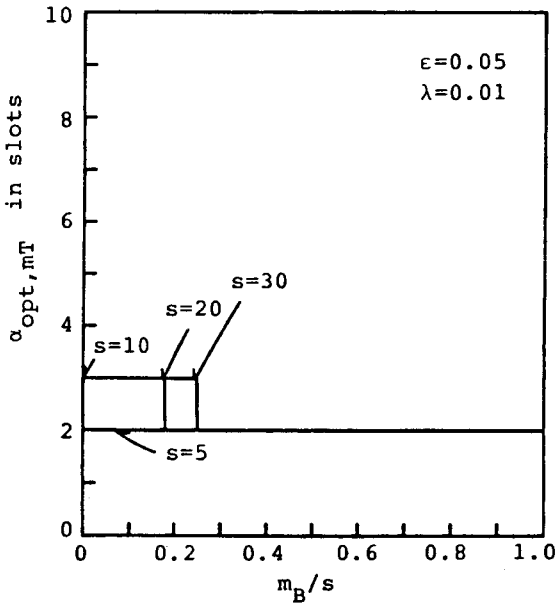
(b) 最小遅延コピー数

図5.10　最適平均伝送遅延ならびに最小遅延コピー数



(a) 最適平均伝送遅延

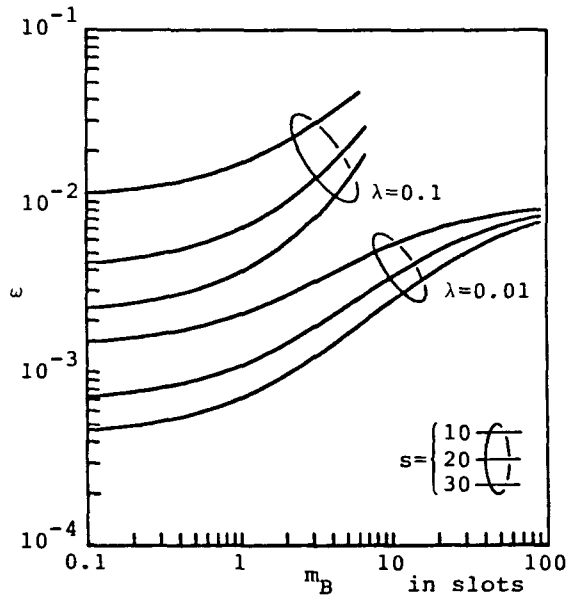
図5.11　最適平均伝送遅延ならびに最小遅延コピー数



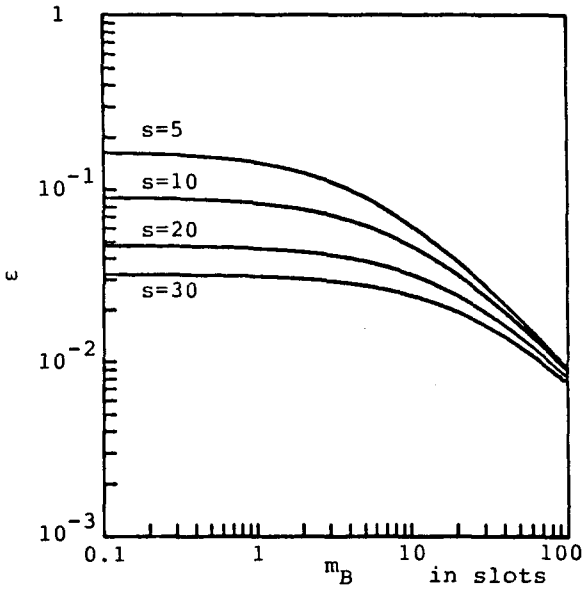
(b) 最小遅延コピー数

図5.11　最適平均伝送遅延ならびに最小遅延コピー数

次に、パケットのコピー伝送の有効領域を示すために、コピー数が1から2へ変化する境界となるパケット誤り率に注目する。これを図5.12(a)（図5.12(b)）に示す。この曲線の下部が$\alpha_{opt,mT}=1$（$\alpha_{opt,\eta}=1$）、上部が$\alpha_{opt,mT}\geqq 2$（$\alpha_{opt,\eta}\geqq 2$）の領域である。すなわち、図5.12(a) では平均伝送遅延から見たコピー伝送の有効となる領域を示している。一方、図5.12(b) ではスループットから見た有効領域を示している。同図より、平均サービス準備期間長が長くなるほど回線容量は実質的に減少するため、平均伝送遅延に関してはパケット誤り率のより大きい領域で有効となる。一方、スループットに関してはパケット誤り率が比較的低い領域から有効となることがわかる。図5.13(a) にパケット誤り率

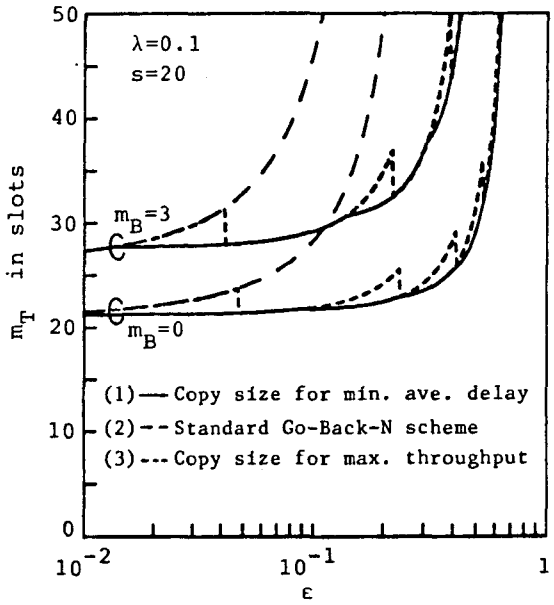


(a) 平均伝送遅延に対するコピー伝送の有効領域

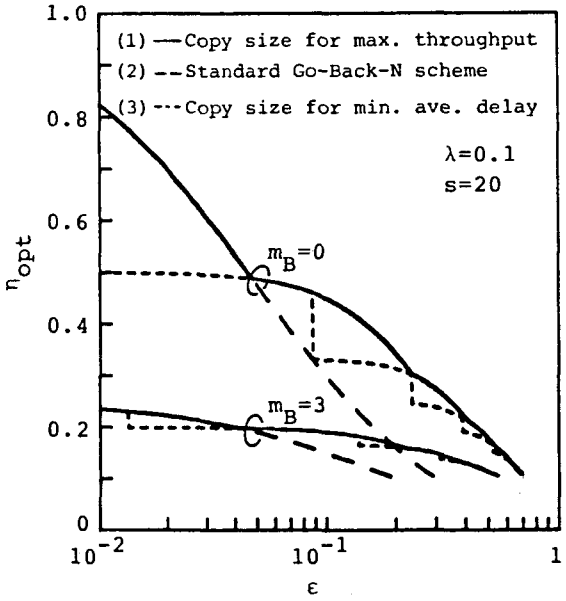


(b) スループットに対するコピー伝送の有効領域

図5.12　コピー伝送の有効領域



(a) 最適平均伝送遅延



(b) 最適スループット

図5.13　最適平均伝送遅延ならびに最適スループット

に対する最適平均伝送遅延の変化を示す。サービス準備期間のある場合にもコピー伝送方式は標準Go-Back-N 方式に比べ、やはり性能の劣化は緩やかである。図5.13 (b) は図5.13(a) と同じパラメータでパケット誤り率に対する最適スループット η_{opt} の変化を描いている。サービス準備期間のある場合にも、コピー伝送を行うことにより標準Go-Back-N 方式に比べスループットは改善されるが、その程度は低くなる。最大スループットコピー数で伝送する場合、平均伝送遅延は図5.13(a) の曲線 (3)のようになる。一方、最小遅延コピー数で伝送する場合のスループットは図5.13(b) の曲線 (3)のように変化する。換言すれば、コピー数の設計に際しては最適にする評価測度（平均伝送遅延ならびにスループット）を明確に設定しておかねばならず、スループットを最大にするコピー数が必ずしも平均伝送遅延を最小にするものとは限らないし、またその逆も同様である。

5.4 結 言

統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求方式の性能改善方式について考察を行った。まずはじめに、代表的な誤り制御方式である標準Go-Back-N 方式において、1個のパケットに対して複数個のコピーを伝送することによるパケットの伝送遅延性能の改善について検討を行った。パケットのコピー伝送を行うGo-Back-N 方式のトラヒック解析を行い、パケットの伝送遅延分布を導出した。平均伝送遅延を最小にするための最適コピー数は、伝搬遅延とパケット誤り率のみならず、提供されるトラヒック密度を含めて決定されることが示された。これはトラヒック量に応じた残余チャネル容量をコピー伝送用として利用することにより、パケット伝送の信頼性を高めることができ、平均伝送遅延を小さくできることを意味している。更に、コピー伝送のない標準Go-Back-N 方式との比較を行い、パケットのコピーを伝送することにより平均伝送遅延の著しい改善ができることを示した。次に、データパケットが回線にアクセスする際にサービス準備期間を要する場合のGo-Back-N 方式に対するコピー伝送方式の有効性について考察した。まず、このシステムに対するトラヒック解析を行い、パケットの伝送遅延分布ならびにスループットを導出した。その結果、パケットを複数個伝送することは、本システムにおいてもパケット平均伝送遅延を改善するのに有効であるこ

とを示し、平均伝送遅延を最小にするコピー数、ならびにスループットを最大にするコピー数を与えた。しかし、平均サービス準備期間の存在は回線容量を実効的に減少せしめるために、コピー伝送の有効性に対してマイナスの影響を与える。そこで、その適用領域が問題となることからコピー伝送の有効性の範囲を示した。

第6章　結　　論

本論文は音声とデータを統合化する通信方式とその性能評価について考察を行ったもので、その諸結果は即時系と待時系トラヒックの統合通信システムに応用されるものである。

本研究の結果ならびに今後に残された課題をまとめれば、次のようになる。

第2章では、複数スロットからなるフレーム構成をとる音声／データ統合通信システムの性能評価を行った。軽負荷時において、一時的に音声呼がすべてのスロットを占有する状況下で生じるデータパケットの平均待ち行列長の増大現象を緩和するため、音声呼の占有スロット数に応じてデータパケットの平均到着率を制御する音声／データ統合システムに着目し、そのトラヒック解析を行った。まず、2次元マルコフ連鎖法に母関数法を用いて厳密解を求めた。この解析結果から得られる数値例は音声とデータに適用されるパラメータの相違により短フレーム構成ものに限られる。そこで、長フレーム構成への適用のために、軽負荷時において音声呼が全スロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長の近似式を導出し、これをある最大値以下に抑えることのできる平均到着率の算出式を明らかにした。更に数値例を用いて、データパケットの平均待ち行列特性について検討を行った。無制御の場合、既にシミュレーションによって示されているように、軽負荷時においてシステムの平均データパケット待ち行列長は小さいにもかかわらず、音声呼が全スロットを占有しているという条件付き平均データパケット待ち行列長は極めて大きな値となる。そこで、音声呼が全スロットを占有している状態のとき、データパケットの到着率を制御することにより、小さな閉塞率で条件付き平均データパケット待ち行列長を著しく減少できることがわかった。今後の課題としては、音声とデータのトラヒックの状況に応じた制御方法の検討が挙げられる。

第3章では、前章で述べたデータパケットの平均待ち行列長の増大を抑えるため、音声呼の占有スロット数に応じて音声呼の平均サービスレートと平均到着率ならびにデータトラヒックの平均到着率を制御する音声／データ統合通信システムの性能評価を行った。まず、母関数法による厳密解を求め、次に1フレーム当たりのスロット数の大きい場合の数値例を検討するための近似手法を示した。本

方式のトラヒック特性としては次の事柄が考えられる。音声呼の平均呼量ならびにデータトラヒックの負荷が少ない場合でも一時的に音声呼がすべてのスロットを占有したとき、データパケットの条件付き平均待ち行列長はシステム平均待ち行列長に比べ極めて大きな値となる。このとき、この増大した条件付き平均データパケット待ち行列長を減少せしめるためには、音声呼の占有スロット数が大きくなった時点で音声呼の平均サービスレートや平均到着率を制御すればよいことがわかった。しかし、データトラヒック負荷が大きい場合にはデータパケットの平均待ち行列長は音声の平均呼量にかかわらず慢性的に長く形成されているので一時的な制御では間に合わないことが示された。このような場合には、音声呼の平均到着率を制御し、かつデータトラヒックに対して最小限の専用スロットを確保する可変領域方式が有効であることが示された。更に、ダイナミックな制御手法の検討が今後の課題として残されている。

第4章では、統合通信システムに適用する誤り制御方式の基本的な特性を調べた。ディジタル統合通信システムにおいては、パケットが回線にアクセスする際に優先度の高いトラヒックの存在により、ある時間期間、いわゆるサービス準備期間を要することが想定される。そこで、サービス準備期間のある Stop- and-Wait方式ならびにGo-Back-N 方式についてトラヒック解析を行い、伝送遅延分布に対する母関数とスループットを導出した。平均伝送遅延はパケット到着分布の平均と分散、パケット誤り率、伝搬遅延だけでなくサービス準備期間分布の平均と分散によって決定されることを示した。更に、平均伝送遅延ならびにスループット特性を数値例を用いて検討した。その結果、サービス準備期間分布の変動係数が特に大きい場合を除いて、変動係数の平均伝送遅延に与える影響は小さいことがわかった。また、スループットが平均サービス準備期間の影響を直接的に受ける様子が示された。今後、音声など具体的にトラヒックを特徴づけるパラメータを導入して検討することが課題として残されている。

第5章では、前章で述べた統合通信システムに適用する誤り検出自動再送要求方式の性能を改善する方式について考察を行った。まずはじめに、代表的な誤り制御方式である標準Go-Back-N 方式において、1個のパケットに対して複数個のコピーを伝送することによるパケットの伝送遅延性能の改善について検討を行った。パケットのコピー伝送を行うGo-Back-N 方式のトラヒック解析を行い、パケ

ットの伝送遅延分布を導出した。平均伝送遅延を最小にするための最適コピー数は、伝搬遅延とパケット誤り率のみならず、提供されるトラヒック密度を含めて決定されることが示された。これはトラヒック量に応じた残余チャネル容量をコピー伝送用として利用することにより、パケット伝送の信頼性を高めることができ、平均伝送遅延を小さくできることを意味している。更に、コピー伝送のない標準Go-Back-N 方式との比較を行い、パケットのコピーを伝送することにより平均伝送遅延の著しい改善ができることを示した。次に、データパケットが回線にアクセスする際にサービス準備期間を要する場合のGo-Back-N 方式に対するコピー伝送方式の有効性について考察した。まず、このシステムに対する伝送遅延の解析を行い、パケット平均伝送遅延の式を導出した。その結果、パケットを複数個伝送することは、本システムにおいてもパケット平均伝送遅延を改善するのに有効であることを示し、平均伝送遅延を最小にするコピー数、ならびにスループットを最大にするコピー数を与えた。しかし、平均サービス準備期間の存在は回線容量を実効的に減少せしめるために、コピー伝送の有効性に対してはマイナスの影響を与える。そこで、その適用領域が問題となることからコピー伝送の有効性の範囲を示した。更に、本方式の特徴をその他の誤り制御方式に適用した性能解析が今後の課題として残されている。

音声／データ統合通信システムの性能評価の際に、音声とデータトラヒックの回線保留時間の極端な差異や音声トラヒックの隣接フレーム間の相関など、両トラヒックの特性により厳密な解析が困難となる場合が多くある。このような場合には、シミュレーションや近似手法に頼らざるを得ないであろうが、また新たな解析手法の開発も必要とされるところである。

今後、本研究で得られた成果を基にこれまで述べた課題や新たな音声とデータの統合化の問題に取り組んで行きたいと考えている。

謝　辞

本研究の全過程を通じ、直接懇切なる御指導、御鞭撻を賜った大阪大学工学部通信工学教室手塚慶一教授に心より感謝の意を表す。

本研究に関して、御審査、御教示頂いた大阪大学工学部通信工学教室倉薗貞夫教授、森永規彦教授、産業科学研究所の北橋忠宏教授に深く感謝する。

特に、本研究の最初より一貫して御懇切な御指導、御鞭撻を頂いた佐賀大学理工学部電子工学教室林田行雄助教授に心より感謝の意を表す。

本研究を進めるにあたり、種々の面で御指導、御支援を頂いた産業技術短期大学電気工学教室前田良雄教授に深く感謝する。

本研究に関して、有益な御助言、御討論を頂いた大阪大学工学部通信工学教室中西暉助教授に対して厚くお礼申し上げる。

大阪大学工学部通信工学教室の岡田博美助教授、神戸商船大学井上健助教授には有益な御助言を頂いた。大阪大学経済学部真田英彦教授、工学部通信工学教室の山本幹助手、馬場口登助手、内尾文隆助手には種々の面でお世話になった。

ここに記して、以上の皆様に深く感謝の意を表す。

文　献

(1) 林田，藤井，手塚：”データの平均到着率を制御する音声／データ統合システムのトラヒック解析”，信学論（B），J69-B，9，pp.888-897(1986.9).

(2) 藤井，林田，手塚：”音声トラヒックを制御する音声／データ統合システムの特性”，信学論 (B-I)，J72-B-I，5，pp.411-419 (1989.5).

(3) 藤井，林田，手塚：”サービス中断のあるＡＲＱ方式の伝送遅延特性”，信学論（B），J71-B，4，pp.516-522 (1988.4).

(4) S.Fujii, Y.Hayashida, H.Nakanishi, Y.Tezuka:"Delay performances of some ARQ systems with service interruptions", Proceedings of IEEE SINGAPORE ICCS'88, 31.5, pp.1195-1199 (Nov.1989).

(5) 林田，藤井，手塚：”パケットのコピー伝送を行う連続型ＡＲＱ方式の伝送遅延特性”，信学論（B），J70-B，10，pp.1111-1117 (1987.10).

(6) Y.Hayashida, S.Fujii, Y.Tezuka:"Delay performance of a continuous ARQ system with copy-transmission", Proceedings of IEEE INFORCOM'88, 7C.3, pp.714-721 (Mar. 1988).

(7) 藤井，林田，手塚：”サービス準備期間のあるGo-Back-N 方式におけるコピー伝送の有効性”，信学論(B-I)，J73-B-I，2，pp.110-116 (1990.2).

(8) G.J.Coviello and P.A.Venna: "Integration of circuit/packet switching by a SENET(slotted envelope network) concept", NTC75, pp.42.12-42.17 (Dec.1975).

(9) M.J.Fisher and T.C.Harris:"A model for evaluating the performance of an integrated circuit- and packet-switched multiplex structure", IEEE Trans. Commun., COM-24, 2, pp.195-202 (Feb.1976).

(10) C.J.Weinstein, M.L.Malpass and M.J.Fisher: "Data

traffic performance of an integrated circuit- and packet-switched multiplex structure", IEEE Trans. Commun., COM-28, 6, pp.873-878 (June 1980).

(11) L.H.Chang: "Analysis of integrated voice and data communication network", Ph.D. disertation, Dep. Elec. Eng., Carnegie-Mellon Univ. (1977).

(12) G.Williams and Leon-Garcia: "Performance analysis of integrated voice and data hybrid-switched links", IEEE Trans. Commun., COM-32, 6, pp.695-706 (June 1984).

(13) K.Sriram, P.Varshney and J.G.Shanthikumar:"Discreat-time analysis of integrated voice/data multiplexers with and without speech activity detecters", IEEE J. Select. Areas Commun., SAC-1, 6, pp.1124-1132 (Dec.1983).

(14) B.Kraimeche and M.Schwartz: "Analysis of traffic access control strategies in integrated service networks", IEEE Trans. Commun., COM-33, 10, pp.1085-1093 (Oct.1985).

(15) M.F.Neuts:"The M/M/1 queue with randomly varying arrival and service rates", Opsearch, 15, 4, pp.139-157 (1978).

(16) M.F.Neuts: "Further results on the M/M/1 queue with randomly varying rates", Opsearch, 15, 4, pp.158-168 (1978).

(17) L.Mitrany and B.Avi-Itzhak: "A Many-Server queue with Service Interruptions", Oper. Res., 16, 3, pp.628-638 (1968).

(18) D.Towsley: "The analysis of a statistical multiplexer with nonindependent arrivals and errors", IEEE Trans. Commun., COM-28, 1, pp.65-72 (Jan. 1980).

(19) D.Towsley and J.K.Wolf: "On the statistical analysis of queue lengths and waiting times for statistical maltiplexers with ARQ retransmission schemes", IEEE

Trans. Commun., COM-27, 4, pp.693-702 (April 1979).

(20) H.Bruneel and M.Moeneclaey: "On the throughput performance of some continuous ARQ strategies with repeated transmissions", IEEE Trans. Commun., COM-34, 3, pp.224-249 (March 1986).

(21) D.Towsley: "The stutter Go-Back-N ARQ protocol", IEEE Trans. Commun., COM-27, 6, pp.860-875 (June 1979).

(22) 飯作，羽島： ”ＡＲＱプロトコルの性能解析”，信学論（Ｂ），J65-B,4, pp.351-358 (1982.4).

(23) 藤原，山下： ”選択ＧＯ－ＢＡＣＫ－Ｎ再送方式”， 信学論（Ｄ），J63-D, 5, pp.365-370 (1980.5).

(24) C.Fujiwara, M.Kasahara, K.Yamashita, and T.Namekawa: "Evaluations of error control techniques in both independent-error and dependent-error channels", IEEE Trans. Commun., COM-26, 6, pp.785-794 (June 1978).

(25) K.Mase, T.Takenaka, H.Yamamoto and M.Shinohara:"Go-Back-N ARQ schemes for point-to-multipoint satellite communication", (Correspondence) IEEE Trans. Commun., COM-31, 4, pp.583-589 (April 1983).

(26) A.G.Konheim: "A queueing analysis of two ARQ protocols", IEEE Trans. Commun., COM-28, 7, pp.1004-1014 (July 1980).

(27) J.J.Metzner: "An improved broadcast retransmission protocol", IEEE Trans. Commun., COM-32, 6, pp.679-683 (June 1984).

(28) B.H.Saeki and I.Rubin: "An analysis of a TDMA channel using stop-and-wait, block, and select-and-repeat ARQ error control", IEEE Trans. Commun., COM-30, 5, pp.1162-1173 (May 1982).

(29) M.E.Anagnostou and E.N.Protonotarios: "Performance

analysis of the selective repeat ARQ protocol", IEEE Trans. Commun., COM-34, 2, pp.127-135 (Feb. 1986).

(30) E.J.Weldon, Jr.: "An improved selective-repeat ARQ strategy", IEEE Trans. Commun., COM-30, 3, pp.480-486 (March 1982).

(31) Y.Chang and C.Leung: "On Weldon's ARQ strategy", (Correspondence) IEEE Trans. Commun., COM-32,3, pp.297-300 (March1984).

(32) M.J.Miller and S.Lin: "The analysis of some selective-repeat ARQ schemes with finite receiver buffer", IEEE Trans. Commun., COM-29, 9, pp.1307-1315 (Sept.1981).

(33) S.Lin and P.S.Yu: "A hybrid ARQ scheme with parity retransmission for error control of satellite channels", IEEE Trans. Commun., COM-30, 7, pp.1701-1719 (July 1982).

(34) W.W.Chu and A.G.Konheim:"On the analysis and modeling of a class of computer communication systems", IEEE Trans. Commun., COM-20, 3, pp.645-660 (June 1972).

(35) H.C.White and L.S.Christie: "Queueing with preemptive priorties or with breakdown", Opns. Res.,6, pp.79-95 (1958).

(36) B.Avi-Itzhak and P.Naor: "Some queueing problems with the service station subject to server breakdown", Opns. Res., 11, pp.303-320 (1963).

(37) H.B.Kekre, C.L.Saxena, and M.Khalid: "Buffer behavior for mixed arrivals and single server with random interruptions", IEEE Trans. Commun., COM-28, 1, pp.59-64 (Jan. 1980).

(38) A.Federgruen and L.Green: "Queueing systems with service interruptions", Opns. Res., 34, 5, pp.752-768

(1986).

(39) 林田，藤井，手塚： ”データの平均発生率を制御する音声／データ統合システムのトラヒック解析”， 信学技報，CS85-63，pp.31-36 (1985.8).

(40) 藤井，林田，手塚： ”音声トラヒックを制御する音声／データ統合システムの特性”， 信学技報，IN85-109，pp.49-54，(1986.1).

(41) 藤井，林田，手塚： ”サービス中断のあるＡＲＱ方式の伝送遅延特性”，信学技報，IN87-47，pp.19-24，(1987.9).

(42) 林田，藤井，手塚： ”パケットのコピー伝送を行う連続型ＡＲＱ方式の伝送遅延特性”， 信学技報，IN86-122，pp.13-18，(1987.1).

(43) 林田，藤井，手塚： ”データの発生率を制御する音声／データ統合システムのトラヒック解析”， 信学会総合全国大会，NO.1830 (1985.3).

(44) 林田，藤井，手塚： ”データの平均発生率を制御する音声／データ統合システムのトラヒック特性”， 電気関係学会九州支部連合大会，NO.807(1985.10).

(45) 藤井，林田，手塚： ”トラヒック制御を有する音声／データ統合システムの解析”， 電気関係学会九州支部連合大会，NO.806 (1985.10).

(46) 藤井，林田，手塚： ”到着率とビットレートを制御する音声／データ統合システムの近似解析”， 電気関係学会関西支部連合大会， NO.S7-5(1985.10).

(47) 林田，藤井，手塚： ”パケットのコピー伝送を行う連続型ＡＲＱ方式の伝送遅延”，信学会総合全国大会， NO.1761 (1987.3).

(48) 藤井，林田，手塚： ”パケットのコピー伝送を行う連続型ＡＲＱ方式の最適コピー数分布”， 信学会総合全国大会，NO.1760 (1987.3).

(49) P.T. Brady: "A technique for investigating on-off patterns of speech", Bell. Syst. Tech. J., 44, pp.1-22 (Jan. 1965).

(50) A.S.Tanenbaum: "Computer Networks", Prentice-Hall, Inc. (1981).

(51) 藤木，雁部： ”通信トラヒック理論”， p.475，丸善 (1980).

(52)　遠山：　”行列論”，　p.276,　共立出版（1952）

付　　録

1.　式(2.16)の証明

式(2.11)の行列$\mathbf{A}(z)$ の各行に対し、

$$\sum_{i=0}^{N-1} (\text{第 i 行}) + z\ (\text{第N行})$$

を求めると、得られた行の

第 j 列目の要素＝ $-\lambda_j z^2 + \{\lambda_j + (N-j)\mu_d\} z - (N-j)\mu_d$

$(j=0,\ 1,\ \cdots,\ N-1)$　　(A1.1)

第N列目の要素＝ $-\lambda_N z(z-1)$　　(A1.2)

となる。z=1 のとき、これらの値はすべて零になる。　　(証明終)

2.　式(2.21)の証明

行列論において次の定理がある[52]。

定理：$\mathbf{A}$が(m,n) 行列であるとき、$\mathbf{A}\mathbf{x}=\mathbf{0}$を満足する$\mathbf{x}$は、n-rank($\mathbf{A}$)次元の線型空間を作る。

この定理を式(2.19)に適用すると、$\mathbf{G}(\xi)$ がN次元の線型空間を作ることから、(N+1,N+1) なる行列$\mathbf{D}(\xi)$ の階数(rank)は1となる。　　(証明終)

3.　式(2.18)を満足する相異なる実根が区間(0,1) 内にN-1 個存在することの証明、ならびに式(2.22)の導出[17]

c(z)を漸化式で表現すると、

$$\left.\begin{aligned}
&Q_{N+1}(z) = (z-1)c(z) \\
&Q_{K+1}(z) = a_{N-K,N-K}\, Q_K(z) - a_{N-K,N-K+1}\, a_{N-K+1,N-K}\, Q_{K-1}(z) \\
&\qquad\qquad (k=1,2,\ \cdots,\ N) \\
&Q_0(z) = 1
\end{aligned}\right\}$$

(A3.1)

となる。但し、a_{ij}は式(2.5) ～(2.7) で与えられるものである。これら$Q_{K+1}(z)$の性質を調べる。

(性質1) $Q_0(z)=1$は根を有しない。

(性質2) $Q_K(z)$ と$Q_{K+1}(z)$は共通根を有しない。

(性質3) $Q_K(z_0)=0$を満足する$z_0>0$に対して、

$$Q_{K+1}(z_0) = -(N-K+1)\lambda_v \mu_v z_0^2 Q_{K-1}(z_0) \qquad (K=1, 2, \cdots, N) \qquad (A3.2)$$

であることから、$Q_{K+1}(z_0)$ と$Q_{K-1}(z_0)$ の符号は相異なる。

(性質4) $Q_0(0)=1$, $Q_1(0)=\lambda_N+N\mu_v>0$, …,

$$Q_{K+1}(0)=-K\mu_d Q_K(0), \qquad (K=1, 2, \cdots, N)$$

である。従って、

$$\mathrm{Sign}[Q_K(0)]=(-1)^{K+1} \qquad (K=1, 2, \cdots, N) \qquad (A3.3)$$

である。但し、Sign[x]はxの符号を表す。

(性質5) $Q_0(\infty)=1$, $\mathrm{Sign}[Q_1(\infty)]=-1$, また、$Q_{K+1}(z)$の最高次数は$(-\lambda_1 z^2)^K(-\lambda_N z)$となることから

$$\mathrm{Sign}[Q_K(\infty)]=(-1)^K \qquad (A3.4)$$

となる。

(性質6) $Q_0(1)=1$, $Q_1(1)=N\mu_v>0$, …,

$$Q_K(1) = \prod_{i=0}^{K-1}(N-i)\mu_v^K > 0 \qquad (K=1, 2, \cdots, N+1)$$

であることから、

$$\mathrm{Sign}[Q_K(1)]=1 \qquad (K=0, 1, 2, \cdots, N+1) \qquad (A3.5)$$

となる。

更に、c(z)のz=1 における符号について調べる。これは式(A3.1)よりz=1 において不定となるので、$Q_{N+1}'(1)$ を調べればよい。$Q_{N+1}'(z)$ は

$$Q_{N+1}'(z) = \sum_{i=0}^{N}\det(\mathbf{A}_i(z)) \qquad (A3.6)$$

として求めることができる。但し、$\mathbf{A}_i(z)$ は$\mathbf{A}(z)$ の第i行をzで微分したものに置き換えて得られる行列である。今、第(i, i) 要素に関する余因子をα_{ii}とすれば、

$$\det(\mathbf{A}_i\ (1)) = \{(N-i)\ \mu_d - \lambda_i\}\ \alpha_{ii} \tag{A3.7}$$

となる。但し、

$$\alpha_{ii} = \begin{vmatrix} \lambda_v & -\mu_v & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ -\lambda_v & \lambda_v + \mu_v & -2\mu_v & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & -\lambda_v & \lambda_v + (i-1)\mu_v \end{vmatrix}$$

$$\cdot \begin{vmatrix} \lambda_v + (i+1)\mu_v & -(i+2)\ \mu_v & 0 & \cdots & & \\ -\ \lambda_v & \lambda_v + (i+2)\mu_v & \cdots & \cdots & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \lambda_v + (N-1)\mu_v & -N\mu_v \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & -\ \lambda_v & N\mu_v \end{vmatrix}$$

$$= \lambda_v{}^i \cdot \frac{N\,!}{i\,!}\mu_v{}^{N-i} \tag{A3.8}$$

となる。従って、これを式 (A3.7) に代入すれば、

$$Q_{N+1}'(z) = N\,!\mu_v{}^N \sum_{i=0}^{N} (N\rho_v)^i\ \{(N-i)\mu_d - \lambda_i\} \tag{A3.9}$$

となり、

$$\sum_{i=0}^{N} (N\rho_v)^i\ \{(N-i)\mu_d - \lambda_i\} > 0 \tag{A3.10}$$

であれば、$c(1) > 0$ となる。

さて、根の位置について検討する。

(1) $Q_1(z) = 0$ の根の位置

$Q_1(0) > 0$, $Q_1(1) > 0$, $Q_1(\infty) < 0$ であることから区間$(1, \infty)$ に1根 z_{11}を有する。

(2) $Q_2(z) = 0$ の根の位置

$Q_2(0) < 0$, $Q_2(1) > 0$, $Q_2(z_{11}) < 0$, $Q_2(\infty) > 0$ であることから区間$(0, 1)$ に1根 z_{21}, $(1, z_{11})$ に1根 z_{22}, (z_{11}, ∞) に1根 z_{23}を有する。

(3) これを繰り返してゆく。今、$Q_{N-1}(z)$の根をその小さい順に$z_{N-1,i}$ (i=1, 2, …, 2N-3) とすれば、区間($z_{N-1,i-1}$, $z_{N-1,i}$) (i=1, 2, …, 2N-3) と区間($z_{N-1,2N-3}$, ∞) にそれぞれ$Q_N(z)$ の根が含まれる。その数は(0, 1) 内にN-1 個、(1, ∞) 内にN 個となる。

(4) 最後に、式(A3.1)と式(A3.2)より、$Q_N(z_0)=0$なるz_0に対して$c(z_0)$ と $Q_{N-1}(z_0)$ とは、$z_0>1$に対して異符号、$0<z_0<1$に対して同符号となる。従って、c(z)は(0, 1)内においてN-1 個、(1, ∞) 内においてN 個の相異なる実根を有することがわかる。 (証明終)

4. 式(4.2) ならびに式(4.3) の導出[19]

注目するパケットがバッファの先頭に至ったときから送信機がＡＣＫ信号を受信するまでに経過するスロット数（一つのパケットのサービス時間と考えられる）はV_sであることから、伝送待機用バッファに格納されるときはV_s個のスラケットに変換されるものと考える。第ｊ番目のスロット開始直前において伝送待機用バッファ内にあるスラケット数をL_jとすると、

$$L_j = L_{j-1} - U(L_{j-1} - 1) + X_j \tag{A4.1}$$

なる関係式を得る。但し、X_jは第j-1 番目のスロットの間に持ち込まれるスラケット数とし、U(x) は

$$U(x) = \begin{cases} 1 & (x \geqq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \tag{A4.2}$$

なるステップ関数である。この確率変数L_jに対する定常状態(j→∞) における母関数$G_L(z)$ は、

$$G_L(z) = \frac{(1-m_X)(z-1)G_X(z)}{z - G_X(z)} \tag{A4.3}$$

で与えられる[34]。但し、$G_X(z)$ ならびにm_X は、それぞれ確率変数X_jの定常状態における母関数ならびに平均である。１スロット当たりに到着するパケット数は母関数$G_D(z)$ に従うことから、それぞれ

$$G_X(z) = G_D(G_{Vs}(z)) \tag{A4.4}$$

$$m_X = m_D\, m_{Vs} \tag{A4.5}$$

となる。確率変数Lはスロット開始直前における未処理のスラケット数と見ることができる。

注目するパケットが含まれるパケット群の到着時における未処理のスラケットの有無を考慮すれば、このパケット群がその到着から待ち行列の先頭に至るまでに経過するスロット数T_1に対する母関数$G_{T1}(z)$は

$$G_{T1}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{Prob}\{T_1=k\}\ z^k$$

$$= [\ \mathrm{Prob}\{L=0\} + \mathrm{Prob}\{L=1\}\ ]\ z^0$$

$$+ \sum_{l=2}^{\infty} \mathrm{Prob}\{L=l\}\ z^{l-1}$$

$$= \frac{(1-m_D\ m_{Vs})(z-1)}{z - G_D(G_{Vs}(z))} \qquad \text{(A4.6)}$$

で与えられる。更に、その平均m_{T1}は式(A4.6)より

$$m_{T1} = \frac{m_D\ \sigma_{Vs}^2 + m_{Vs}^2\ \sigma_D^2}{2(1-m_D\ m_{Vs})} - \frac{m_D\ m_{Vs}}{2} \qquad \text{(A4.7)}$$

となる。

次に、注目するパケットがその属するパケット群内でその先頭に至るまでに経過するスロット数T_2を求める。あるスロットでパケットがk個到着し、かつその中に注目するパケットが含まれている確率Prob{Y=k}は、

$$\mathrm{Prob}\{Y=k\} = \frac{k}{m_D}\ \mathrm{Prob}\{D=k\} \qquad (k=1,\ 2,\ \cdots) \qquad \text{(A4.8)}$$

であり、注目するパケットの前にl個のパケットが存在する確率Prob{X=l}は、

$$\mathrm{Prob}\{X=l\} = \sum_{k=l+1}^{\infty} \frac{1}{m_D}\ \mathrm{Prob}\{D=k\} \qquad (l=0,\ 1,\ 2,\ \cdots) \qquad \text{(A4.9)}$$

となり、その母関数$G_X(z)$は

$$G_X(z) = \sum_{l=0}^{\infty} \mathrm{Prob}\{X=l\}\ z^l$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=l+1}^{\infty} \frac{\mathrm{Prob}\{D=k\}}{m_D}\ z^l$$

$$= \frac{1 - G_D(z)}{m_D(1-z)} \tag{A4.10}$$

となる。更に、それぞれのパケットは伝送待機用バッファに格納される際にはスラケットに変換されるので、確率変数T_2に対する母関数$G_{T2}(z)$は

$$G_{T2}(z) = G_X(G_{Vs}(z)) = \frac{1 - G_D(G_{Vs}(z))}{m_D(1 - G_{Vs}(z))} \tag{A4.11}$$

となる。その平均m_{T2}は、式(A4.10)より、

$$m_{T2} = \frac{(\sigma_D^2 - m_D + m_D^2)m_{Vs}}{2m_D} \tag{A4.12}$$

である。結局、注目するパケットが伝送待機用バッファ内で費やすスロット数Q_sの母関数$G_{Qs}(z)$は式(A4.6)と(A4.11)より求めることができる。更に、その平均は、式(A4.7)と(A4.12)を用いて、

$$m_{Qs} = m_{T1} + m_{T2} \tag{A4.13}$$

として求められる。