Title	鋼構造骨組の耐震設計用動力学モデルに関する研究
Author(s)	小川, 厚治
Citation	大阪大学, 1980, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1788
rights	
Note	

鋼構造骨組の耐震設計用
動力学モデルに関する研究

昭和54年12月

小　川　厚　治

目　　次

第1章　序　論

1−1　緒　言

建築構造物の塑性設計を紹介した多くの文献は[1]、塑性設計の利点として，鋼材量の節約，崩壊荷重の把握(荷重安全率の明確化)，設計法の簡略化などを挙げ、これらの点から弾性設計(許容応力度設計)より好ましい設計法として塑性設計を論じている。建築構造物を塑性設計することの確たる必然性を明確にしないこの議論は、地震外乱が建築構造物の設計に支配的意味を持たない欧米での塑性設計に対する評価に過ぎない。

過去の強震記録を用いた地震応答解析によれば、基本固有周期1秒以下程度の中低層建築物は、相当に大きな減衰定数を想定するとしても、弾性設計の立場からはベースシャー係数を0.5程度以上にする必要のあることが明らかにされている[2)3)]にもかかわらず、標準震度0.2で許容応力度設計された中低層建築物が比較的強い地震外乱時でも被害を受けない場合の多いこと[4)]は、塑性挙動を無視して建築構造物の耐震設計が論じ得ないことを示している。従って、建築構造物の終局耐震安全性を明らかにし、更に、終局耐震安全性に立脚した耐震設計法を確立することが、安全性と経済性を追求する工学の急務であると考える。

建築物の耐震設計は、建築物がその存続中に遭遇するものと想定される地震外乱に対して、設計の対象となる建築物の安全性の尺度で表わした地震応答量が、同じ尺度で表わされた許容値以内に収まるような力学的合理性と経済性を兼ね備えた動力学特性を構造物系に与えることと定義される[5)]。即ち、地震外乱による建築物への入力の大きさを表わす地震応答量と、建築物自体が保持する耐震性能の定量化が、建築物の耐震設計における重要な課題である。

さて、地震外乱による建築構造物への影響としての入力は、重力による固定荷重及び積載荷重などとは異なって、地震外乱そのものの性質だけでなく、設計の対象である建築構造物の動的性質の影響を強く受けることが特徴であり[6)]、その定量化には仲介として地震応答解析を必要とする。

従って、建築物の耐震設計を行なうには、まず、建設地点に想定される地震外乱を設定するとともに、設計の対象となる建築物の動力学特性を予め何らかの形で与えて、その初期状態から地震応答解析を始め、解析結果を考慮して動力学特性を修正しながら設計の適正化を計るという便法をたどることになる。ここで、静的手段による初期設計は地震応答解析に先立ち建築構造物の動力学特性を与えるためのものであるから、これを耐震安全性の観点から適正に定め得るような十分な資料が予め準備されていれば、地震応答解析に基づく動的耐震設計の効率を高めるばかりでなく、少なくとも典型的な建築物については、改めて地震応答解析を行なわなくとも静的手段により設計を完結させることが可能である。

このような汎用性の高い耐震設計資料を得るためには、建築物の耐震安全性の尺度を設定し、建築物の地震応答に本質的影響を及ぼす地震外乱と建築物の構造パラメーターを選んで、巨視的な観点から広範な地震応答解析を行なうことが必要になる[7]。

工学的解析は、本来、判断の尺度となる量に関して十分な精度を有するものであると共に、必要な精度の範囲で簡単であることが要求されるが[8]、上述の広範な地震応答解析を実現するには、特に解析の簡単化が強調される。建築構造物の地震応答解析は、耐震設計に関する多くの研究分野の中で近年目覚しい進歩を遂げた1つであるが、それが地震応答に影響を及ぼす種々の効果を考慮して複雑化する一方、さして結果に影響しない項目は無視して単純なモデルで簡単に済ませようとする努力はあまり払われていない。

このような観点から、地震応答解析の簡単化を目的として建築構造物のモデル化を考える時、最大の問題は何を尺度に耐震安全性を論じるかであり、次の問題はその尺度について必要とされる精度である[9]。しかし、どのような地震応答値をいかに用いて建築構造物の耐震設計を成就するかといった具体的な方法は対象とする建築物の構造材料，構造形式，機能などにより異なるので、建築構造物の合理的な動力学モデルのあり方を一概に論じることは不可能であろう。

本研究は、鋼構造骨組の終局耐震設計法を確立するための予備的研究として、広範な地震応答解析を容易にする簡便な動力学モデルの開発を目的とするものであり、対象を限定した上で、「どのようなパラメーターが建築物の地震応答値にいかなる影響をもつか」、また、「どのような地震応答値をいかに利用して建築構造物の動力学特性を適正化するか」という耐震設計上の具体的な問題と対応させながら、合理的な動力学モデルを考えるものである。

1−2　本研究の概要

本論文の第2章以降の研究概要について、章を追って述べる。

第2章及び第3章は、簡便な動力学モデルを考える前に、建築物の地震応答を詳細かつ具体的に検討するための信頼性のある地震応答解析法の確立を目的とするものである。

第2章では、まず、鋼構造部材の静的弾塑性挙動を詳細に調べるための解析法として1次元有限要素法を採用し、既往の研究を参照しながら、数値計算上の問題点を明らかにした。更に、1次元有限要素法による解析結果を既往の実験結果と比較しながら、部材の材軸方向要素分割法，断面の置換法，応力度－歪度関係のモデル化などの数値解析上の諸問題について検討を加え、解析値が良好な精度で実験値を追跡できることを明らかにするとともに、応力度－歪度関係の履歴モデルの差異が鋼構造部材の静的荷重－変形挙動に著しく影響することを示している。

第3章では、慣性力，減衰力の評価及び運動方程式の数値積分法などの動的応答解析に関する諸

問題について、既往の研究を参照しながら、解析結果の信頼性を重視するという方針の下に、適切な解析方法を選定した。また、数値解析例を示し、応力度一歪度関係の履歴モデルの差異が鋼構造骨組の地震応答に及ぼす影響について検討した。解析結果は、鋼材の歪硬化及びBauschinger効果が各部材の内部仕事分布などに及ぼす影響が比較的小さいことを示している。

第4章及び第5章は、従来、建築構造物の耐震設計に採用されていた地震応答解析手法における問題点を明らかにしている。

第4章では、解析の容易さから従来広く用いられてきたせん断型多質点系モデルについて、鋼構造骨組の終局耐震設計における有用性の観点から検討を加えた。解析結果は、せん断型多質点系モデルによって層せん断力及び層間変位などの巨視的応答値については満足すべき近似が得られるとしても、せん断型多質点系モデルより得られる巨視的応答値と建築構造物の各構成部材についての局所的応答値の間には明確な相関性が認められないことを示しており、骨組構造物の耐震設計にせん断型多質点系モデルを用いることの危険性を指摘している。

第5章では、建築構造物の耐震設計において通常無視されている鉛直地動が骨組構造物の地震応答に及ぼす影響について考察するため、水平地動のみ入力した場合と更に鉛直地動を入力した場合の応答解析結果を比較した。地震外乱を受ける骨組構造物においては、鉛直地動によりはりに大きな鉛直方向慣性力が生じ、通常鉛直荷重により断面算定される上層部部材の塑性化の進行及び下層部柱材の軸力の増大が耐震設計上無視し得ない程度であることを解析結果は示している。

第6章は、本研究の最も重要な部分であり、建築物の層数にとらわれない汎用性の高い耐震設計資料を得るための簡便な動力学モデルとして連続棒モデルを提案している。この連続棒モデルでは、層軸力，転倒モーメント，層せん断力，はり鉛直荷重の4次元の層応力，はり材と柱材の降伏の区別，鋼材の歪硬化，骨組のP－⊿効果などを考慮した。また、若干の地震応答解析例を示し、連続棒モデルにより、水平変位応答及び層応力応答などの巨視的応答値について良好な近似が得られるとともに、各層の履歴性状もほぼ把握できることを示している。

第7章及び第8章は、連続棒モデルの応答値を用いた終局耐震設計法を示し、その設計法の合理性を検証することによって、連続棒モデルが耐震設計用動力学モデルとして有用であることを明らかにしている。

第7章では、4次元ベクトルとして表わされる連続棒モデルの層応力応答の大きさを評価する尺度として等価断面積応答を設定し、その最大応答値に応じて鋼材を各部材に分配することにより、各部材の靱性率応答が一様化するように動力学特性を適正化する方法を提示した。また、この方法により再設計された骨組構造物の地震応答解析例から、層せん断力以外の層応力応答が耐震設計上無視できず、多次元の層応力応答を合理的に評価する必要があることを明らかにすると共に、各部

材の塑性変形が一様化するような鋼材量の適正な分布が連続棒モデルの応答値から得られることを示している。

第8章では、構造物構成要素の耐力と変形能力、即ち、エネルギー吸収能力に基づいた終局耐震設計法の確立を目的として、部材の単位体積当たりのエネルギー吸収能力を解析的に検討し、地震時の入力エネルギーを静的手段により評価する方法を導くことにより、入力エネルギーが各部材のエネルギー吸収能力に応じて一様に分配される場合の、構造物のエネルギー吸収要素としての全鋼材量の合理的算定法を提示している。

第9章は、各章で得た結果の総括である。

参　考　文　献

1) 例えば、木原　博：塑性設計法，森北出版，昭35.3

2) A. S. Veletsos and N. M. Newmark, "Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions", Proc. of 2nd WCEE, 1960

3) J. Penzien, "Elasto-Plastic Response of Idealized Multi-Story Structures Subjected to a Strong Motion Earthquake", Proc. of 2nd WCEE, 1960

4) 大崎順彦：終局状態の評価と安全率，建築雑誌，Vol. 85, №1025, 昭45.6

5) 南井良一郎：震度とせん断力係数，建築雑誌，Vol. 85, №1025, 昭45.6

6) 小林啓美：設計震度の決め方と問題点，建築雑誌，Vol. 89, №1082, 昭49.7

7) T. Kobori and R. Minai, "Aseismic Design Method of Elasto-Plastic Building Structures", Bull. of the DPRI, Kyoto Univ., Vol. 13, №68, Mar. 1964

8) 日置興一郎：モデル化による弾性構造物の変形の上下界法，日本建築学会論文報告集，第150号，昭43. 8

9) 日置興一郎：構造設計の問題点，建築雑誌，Vol. 86, №1036, 昭46.4

第2章　1次元有限要素法による静的弾塑性解析

2−1　序

骨組構造物の弾塑性解析の複雑さは、材料非線型と幾何学的非線型の2つの非線型性に由来する。構造物の弾塑性数値解析では、この非線型解析を行なう方法として、荷重と変形の微小増分間に線型関係が成立すると仮定してｓｔｅｐ−ｂｙ−ｓｔｅｐに解析する方法[1]、または、試行錯誤法に基づいて、構成法則，釣合条件，適合条件の3つを近似的に満足する解を見出す方法[2]の2つが一般によく用いられている。しかし、後者は多数の構成部材の連成効果の著しい重層骨組の解析には適当でない。

骨組構造物の弾塑性解析において材料非線型性を導入する方法としては、非線型性の仮定または近似を導入するレベルに応じて次の3つの方法がある。即ち、(1)部材端力−部材端変位関係[3]、(2)部材断面の断面力−変形関係[4]、(3)部材断面の応力度−歪度関係[5]に材料非線型性を仮定する方法である。この3つの方法のうち、(3)の関係は材料の機械的性質のみから決定できるが、(2)の関係は断面の塑性域の拡がりが影響し、更に(1)の関係は材軸方向の応力分布が影響するので、その関係を合理的な数学的モデルで表わすことは厄介になり、これらの影響を十分に表わせない場合が多い。

構造物の幾何学的非線型性は弾性挙動時にも当然生じるが、弾塑性挙動における変形は弾性挙動時に比べて大きいので、構造物の弾塑性挙動に対する幾何学的非線型性の影響は重要である。骨組構造物の幾何学的非線型性としては、軸力による曲げ剛性の変化，横たわみによる部材長の変化，節点の有限変位による釣合状態の変化（特にＰ−Δ効果）などが挙げられる。

以上のことを考慮した上で、骨組構造物の弾塑性挙動を具体的かつ詳細にとらえ得る解析方法として、本研究では1次元有限要素法[6)〜9)]を採用する。

2−2　1次元有限要素法の定式化

2−2−1　概　　要

部材の材軸方向への塑性域の拡がりを含む材料非線型性と部材の有限変形を含む幾何学的非線型性を考慮するため、部材を材軸方向に有限個の要素に分割する。増分変位による全ポテンシャルエネルギーの増分を数値積分して増分変位の2次形式として表わし、ポテンシャルエネルギー停留の原理を用いて要素の剛性方程式を導く。更に、部材の内部節点に関する項を伝達マトリックス法を用いて消去し、部材についての剛性方程式を部材端節点に関する項のみで表示する。このようにして得られた部材剛性方程式を用いて構造物についての全体剛性方程式を組立てる。

ここで用いる基本的仮定事項は次の通りである。

(1) 部材はすべて線材として扱う。

(2) 断面は変形後も平面を保持する。

(3) せん断変形は無視する。

(4) 荷重は節点集中荷重でかつ面内荷重とする。

(5) 横座屈・局部座屈などの不安定現象は起こらないとする。

2−2−2 要素の剛性方程式

部材の塑性域に入る部分は変形に追随できるように十分細かい要素に分割されていることを前提として、通常線型解析で用いられる材軸方向１次，材軸に直角方向３次の多項式の増分変位関数を用いる。ただし、座標系は各要素に定義される局所座標系で、x 軸は要素の両端を通り、原点は要素の中心とする（Ｆｉｇ．２－１参照）。このとき、要素内各点での増分変位は次のように表わされる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x & x^2 & x^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2x & 3x^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \qquad (2-1)$$

ただし、$\Delta \mathbf{d}^L = \{\Delta u \ \ \Delta v \ \ \Delta \theta\}^T$ は要素内の任意点の増分変位であり、$\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6\}^T$ は一般化変位と呼ばれる。

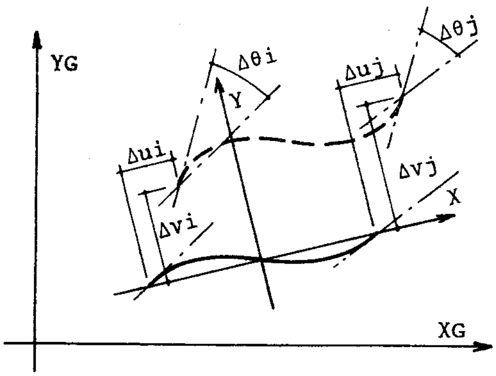


Fig.2-1 Coordinates for an Element

ここで要素端の節点を i，j とすると、節点の変位増分 $\{\Delta \mathbf{d}_i{}^L \ \ \Delta \mathbf{d}_j{}^L\}^T$ は $\boldsymbol{\alpha}$ を用いて次のように表わせる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \mathrm{d}_i^{\,L} \\ \Delta \mathrm{d}_j^{\,L} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}\boldsymbol{\alpha} \tag{2-2}$$

$\mathbf{T}^{-1}$ を前乗すると次式を得る。

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \Delta \mathrm{d}_i^{\,L} \\ \Delta \mathrm{d}_j^{\,L} \end{Bmatrix} \tag{2-3}$$

または

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ -1/l & 0 & 0 & 1/l & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & l/8 & 0 & 1/2 & -l/8 \\ 0 & -3/2l & -1/4 & 0 & 3/2l & -1/4 \\ 0 & 0 & -1/2l & 0 & 0 & 1/2l \\ 0 & 2/l^3 & 1/l^2 & 0 & -2/l^3 & 1/l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta v_i \\ \Delta \theta_i \\ \Delta u_j \\ \Delta v_j \\ \Delta \theta_j \end{Bmatrix} \tag{2-4}$$

ただし、l は要素の長さである。

平面保持の仮定から、断面の重心軸から距離 y だけ離れた位置での直歪増分 $\Delta\varepsilon$ は次のように表わされる。

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_n - \Delta\phi y \tag{2-5}$$

ただし、$\Delta\varepsilon_n$ は重心軸における直歪増分，$\Delta\phi$ は曲率増分を表わす。$\Delta\varepsilon_n$ は軸方向変形による歪とたわみによる歪の和として次式で表わされる。

$$\Delta\varepsilon_n = \frac{d\Delta u}{dx} + \left(\sqrt{1 + \left(\frac{d\Delta v}{dx}\right)^2} - 1 \right) \fallingdotseq \frac{d\Delta u}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{d\Delta v}{dx}\right)^2 \tag{2-6}$$

曲率増分 $\Delta\phi$ は、有限変形を生じる部分が十分細かい要素に分割されていることを前提として、次式で近似する。

$$\Delta\phi = \frac{d^2\Delta v}{dx^2} \tag{2-7}$$

従って、$\Delta\varepsilon$ は次式となる。

$$\Delta\varepsilon = \frac{d\Delta u}{dx} + \frac{1}{2}\left(\frac{d\Delta v}{dx}\right)^2 - \frac{d^2\Delta v}{dx^2} y \tag{2-8}$$

（２－１）式を微分して（２－８）式に代入すると、直歪増分 $\Delta\varepsilon$ は一般化変位 $\boldsymbol{\alpha}$ により次式のように表わされる。

$$
\Delta\varepsilon = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -2y \\ -6xy \end{Bmatrix}^T \boldsymbol{\alpha} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\alpha}^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2x \\ 3x^2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2x \\ 3x^2 \end{Bmatrix}^T \boldsymbol{\alpha} \qquad (2-9)
$$

歪エネルギー増分 ΔU を初期応力によるもの ΔU_1 と増分応力によるもの ΔU_2 に分けて扱う。即ち、

$$
\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 \qquad (2-10)
$$

初期応力を σ_0 とすると、ΔU_1 は次式となる。

$$
\Delta U_1 = \int_V \sigma_0 \Delta\varepsilon\, dV
$$

$$
= \left(\int_V \sigma_0 \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -2y \\ -6xy \end{Bmatrix}^T dV\right)\boldsymbol{\alpha} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\alpha}^T \left(\int_V \sigma_0 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2x \\ 3x^2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2x \\ 3x^2 \end{Bmatrix}^T dV\right)\boldsymbol{\alpha}
$$

$$
= \mathbf{a}^T\boldsymbol{\alpha} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\alpha}^T \mathrm{B}_1 \boldsymbol{\alpha} \qquad (2-11)
$$

ここで、$\int_V \ dV$ は要素の全体積に関する積分を表わす。

次に応力度一歪度関係の接線係数を E_T とすると、ΔU_2 は次式となる。

$$
\Delta U_2 = \frac{1}{2}\int_V E_T \Delta\varepsilon^2 dV \qquad (2-12)
$$

ここで、ΔU_2 が ΔU_1 に比べて十分小さく、更に、（２－９）式の第２項が第１項に比べて十分小さいことを考慮した上で、第２項を省略して第１項のみを（２－１２）式に代入すると次式が得られる。

$$
\Delta U_2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{\alpha}^T \left(\int_V E_T \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -2y \\ -6xy \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -2y \\ -6xy \end{Bmatrix}^T dV\right)\boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\alpha}^T \mathrm{B}_2 \boldsymbol{\alpha} \qquad (2-13)
$$

a，B₁，B₂の数値積分については、２－２－４節で述べる。

（２－１０），（２－１１），（２－１３）式よりΔUは次式となる。

$$\Delta U = \mathbf{a}^T \boldsymbol{\alpha} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\alpha}^T (\mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2)\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{a}^T \boldsymbol{\alpha} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} \qquad (2-14)$$

（２－３）式を（２－１４）式に代入すると、

$$\Delta U = \mathbf{a}^T \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i{}^L \\ \Delta \mathbf{d}_j{}^L \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i{}^L \\ \Delta \mathbf{d}_j{}^L \end{Bmatrix}^T \mathbf{T}^{-1^T} \mathbf{B}\mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i{}^L \\ \Delta \mathbf{d}_j{}^L \end{Bmatrix} \qquad (2-15)$$

座標変換マトリックスをRとすると、全体座標系における増分変位$\Delta \mathbf{d}$は次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i{}^L \\ \Delta \mathbf{d}_j{}^L \end{Bmatrix} = \mathbf{R} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i \\ \Delta \mathbf{d}_j \end{Bmatrix} \qquad (2-16)$$

（２－１６）式を（２－１５）式に代入して、

$$\Delta U = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{in\ i} \\ \mathbf{p}_{in\ j} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i \\ \Delta \mathbf{d}_j \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i \\ \Delta \mathbf{d}_j \end{Bmatrix}^T \mathbf{K} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i \\ \Delta \mathbf{d}_j \end{Bmatrix} \qquad (2-17)$$

ただし、

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{in\ i} \\ \mathbf{p}_{in\ j} \end{Bmatrix}^T = \mathbf{a}^T \mathbf{T}^{-1} \mathbf{R}$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^T \mathbf{T}^{-1^T} \mathbf{B}\mathbf{T}^{-1} \mathbf{R}$$

節点に作用する外力を$\mathbf{p}_{ex}$とすると、増分変位による外力仕事増分ΔWは次式となる。

$$\Delta W = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{ex\ i} \\ \mathbf{p}_{ex\ j} \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i \\ \Delta \mathbf{d}_j \end{Bmatrix} \qquad (2-18)$$

ポテンシャルエネルギーの増分$\Delta \Pi$は次のように表わされる。

$$\Delta \Pi = \Delta U - \Delta W \qquad (2-19)$$

変位について変分を取り、次式で表わされるポテンシャルエネルギー停留の原理を用いる。

$$\delta(\Delta \Pi) = 0 \qquad (2-20)$$

故に、要素$i\,j$の剛性方程式は次式となる。

$$\mathbf{K} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i \\ \Delta \mathbf{d}_j \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{in\ i} \\ \mathbf{p}_{in\ j} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{ex\ i} \\ \mathbf{p}_{ex\ j} \end{Bmatrix} \qquad (2-21)$$

2－2－3　部材の剛性方程式

有限要素系のすべての節点についての剛性方程式を連立させて解くことは、理論的には可能であ

る。しかし、実際の数値計算において、大次元の連立方程式を解くことは、使用する計算機の演算時間と記憶容量の両面から大きな制約を受け、全体剛性マトリックスの元数を減少させることが数値計算上の重要な課題となる。従って、本研究では、部材の内部節点に作用する外力が変動しない場合には、部材の内部節点に関する項を消去して、部材端節点に関する項のみで部材の剛性方程式を表示する。このような内部節点に関する項の消去方法としては、ブロック消去法[10)11)]が一般によく用いられているが、ここでは、計算機における演算時間を考慮して、連続ばりの解法として開発された伝達マトリックス法[12)13)]を採用する。

要素 ij の剛性マトリックスを4つに分割して、（２－２１）式を次のように表わす。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ij} \\ \mathbf{K}_{ji} & \mathbf{K}_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_i \\ \Delta\mathbf{d}_j \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{in}{}^{ij}{}_i \\ \mathbf{p}_{in}{}^{ij}{}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{ex}{}^{ij}{}_i \\ \mathbf{p}_{ex}{}^{ij}{}_j \end{Bmatrix} \qquad (2-22)$$

ただし、上添字 ij は要素 ij に関する項であることを表わしている。

（２－２２）式を両端の状態量ベクトルに関する伝達方程式に書き直すと次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_j \\ \mathbf{p}_{in}{}^{ij}{}_j - \mathbf{p}_{ex}{}^{ij}{}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_{ij}^{-1}\mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{ij}^{-1} \\ \mathbf{K}_{jj}\mathbf{K}_{ij}^{-1}\mathbf{K}_{ii} - \mathbf{K}_{ji} & -\mathbf{K}_{jj}\mathbf{K}_{ij}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_i \\ \mathbf{p}_{ex}{}^{ij}{}_i - \mathbf{p}_{in}{}^{ij}{}_i \end{Bmatrix} \qquad (2-23)$$

要素 ij の伝達マトリックスを$\mathbf{G}_{ij}$と置くと、

$$\begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_j \\ -\mathbf{p}_{ex}{}^{ij}{}_j \end{Bmatrix} = \mathbf{G}_{ij} \begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_i \\ \mathbf{p}_{ex}{}^{ij}{}_i - \mathbf{p}_{in}{}^{ij}{}_i \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{p}_{in}{}^{ij}{}_j \end{Bmatrix} \qquad (2-24)$$

同様にして、要素 jk について次式を得る。

$$\begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_k \\ -\mathbf{p}_{ex}{}^{jk}{}_k \end{Bmatrix} = \mathbf{G}_{jk} \begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_j \\ \mathbf{p}_{ex}{}^{jk}{}_j - \mathbf{p}_{in}{}^{jk}{}_j \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{p}_{in}{}^{jk}{}_k \end{Bmatrix} \qquad (2-25)$$

節点 j が部材内部節点である場合には次式が成立する。

$$\mathbf{p}_{in}{}^{ij}{}_j + \mathbf{p}_{in}{}^{jk}{}_j = \mathbf{p}_{in\,j} \qquad (2-26)$$

$$\mathbf{p}_{ex}{}^{ij}{}_j + \mathbf{p}_{ex}{}^{jk}{}_j = \mathbf{p}_{ex\,j} \qquad (2-27)$$

（２－２４）～（２－２７）式より次式を得る。

$$\begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_k \\ -\mathbf{p}_{ex}{}^{jk}{}_k \end{Bmatrix} = \mathbf{G}_{jk} \left[\mathbf{G}_{ij} \begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_i \\ \mathbf{p}_{ex}{}^{ij}{}_i - \mathbf{p}_{in}{}^{ij}{}_i \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{p}_{ex\,j} - \mathbf{p}_{in\,j} \end{Bmatrix} \right] - \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{p}_{in}{}^{jk}{}_k \end{Bmatrix} \qquad (2-28)$$

（２－２８）式と同様にして、任意個の要素から成る部材 im について、両端の状態量ベクトルに関する伝達方程式表示が可能である。（２－２８）式のような伝達方程式を整理すると次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_m + \Delta\mathbf{d}_0 \\ -\mathbf{p}_{ex\ m} + \mathbf{p}_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_i \\ \mathbf{p}_{ex\ i} \end{Bmatrix} \qquad (2-29)$$

（２－２９）式を剛性方程式に書き変えると、次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{ex\ i} \\ \mathbf{p}_{ex\ m} \end{Bmatrix} = \mathbf{K}^m \begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_i \\ \Delta\mathbf{d}_m \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{in\ i}^{\ m} \\ \mathbf{p}_{in\ m}^{\ m} \end{Bmatrix} \qquad (2-30)$$

ここで、上添字 m は部材の剛性方程式に関する諸量であることを示しており、次のように与えられる。

$$\mathbf{K}^m = \begin{bmatrix} -\mathbf{G}_{12}^{-1}\mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12}^{-1} \\ \mathbf{G}_{22}\mathbf{G}_{12}^{-1}\mathbf{G}_{11} - \mathbf{G}_{21} & -\mathbf{G}_{22}\mathbf{G}_{12}^{-1} \end{bmatrix} \qquad (2-31)$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_{in\ i}^{\ m} \\ \mathbf{p}_{in\ m}^{\ m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{p}_0 \end{Bmatrix} + \mathbf{K}^m \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta\mathbf{d}_0 \end{Bmatrix} \qquad (2-32)$$

2－2－4　歪エネルギーの数値積分

（２－１４）式から歪エネルギー増分を得るには、ベクトル $\mathbf{a}$，マトリックス $\mathbf{B}_1$，$\mathbf{B}_2$ を数値積分により求める必要がある。本論では、これらの諸量の積分を断面に関する積分とこの面積積分値の材軸方向積分に分けて考える。

$\int_A \sigma_0 dA$, $\int_A \sigma_0 y dA$ などの断面積分値を得るには、断面内で連続的に変化する応力度及び歪度の履歴を追跡する必要があり、その厳密な計算[5]には膨大な記憶容量の計算機が要求される。従って、本研究では、断面を有限個の集中断面に分け、おのおのの集中断面内では応力度及び歪度は一定と仮定して、断面積分値を近似的に求める。このような断面のモデル化の方法として、断面を幾何学的に細分する方法[9)14)]は多数の歪履歴の記憶を必要とするので、いくつかの断面諸量が実断面と等価な２点モデル[15)16)]，３点モデル[17)]，４点モデル[18)19)]などがよく用いられている。

山田らは[20)]、強軸回りに曲げを受けるＨ形断面のモーメント－曲率関係について、「４点モデルの近似の度合は良好であるが、３点モデルでは相当の誤差を生ずる」と指摘している。また、田中らは[18)]、非対称な残留応力を表わし得る最小限断面分割として４点モデルの合理性を提唱している。

本研究では、以下の４つの諸量が実断面と等しい４点モデルを採用する。

$$
\left.\begin{aligned}
S_0 &= \int b(y)dy = A \\
S_1 &= \int b(y)|y|dy = Z_p \\
S_2 &= \int b(y)y^2 dy = I \\
S_3 &= \int b(y)|y|^3 dy
\end{aligned}\right\} \qquad (2-33)
$$

ここで、$b(y)$は重心軸から距離yの位置での断面の幅である。

断面積分値を更に材軸方向に積分する方法として、藤本らは[7] Gauss積分を用いている。Gauss積分は、xの変域の中にn個の点をとり、そこで求めた被積分関数値に適当な重みを掛けながら和を取ることにより数値積分する方法であり、($2n-1$)次式の完全解が得られる。しかし、この方法によると、断面積分値を要素内の多くの断面について計算する必要がある。

本研究では、部材の塑性域に入る部分が十分小さい要素に分けられていることを前提として、断面積分値を要素端でのみ求め、要素内では断面積分値が線型に変化すると仮定して[9]、材軸方向の数値積分を実行する。

2—2—5　応力度—歪度関係

本節では、鋼材の応力度—歪度関係に関する既往の実験結果の概略とそのモデル化について述べる。ただし、定量的評価は一般構造用鋼材ＳＳ４１に限定している。

一定歪振幅時の応力度—歪度関係については既に多くの実験的研究があり、歪振幅±0.5％以下の低歪振幅下でCyclic—Softening，±0.5％以上の高歪振幅下でCyclic—Hardeningを起こすことが報告されている[21]。また、棚橋らは[22]、処女降伏点以下のある歪振幅まではSoftening現象を起こさないことに注目して、その限界点を骨格曲線降伏点（Skeleton yield point）と定義し、さらに、骨格曲線降伏点での歪度と降伏歪度の比として0.730，0.644などの数値を挙げている。

更に、非定常状態における応力度—歪度関係について、加藤らは、新たな応力域における履歴曲線の硬化特性がその応力に対する処女曲線と一致することを指摘し[23]、前cycleの最大応力に達するまでの履歴曲線の定量化に努め、弾性限応力と除荷時の応力の比が0.5～0.6程度の値となることを示している[24]。また、横尾らは、「除荷後、再載荷までの歪振幅が前歪経路に比べて小なる場合には、応力度—歪度曲線は除荷点の近傍から除荷が起こらなければたどったであろう延長曲線上をたどる」という復帰現象が実験結果に明確に認められると報告している[25]。

このような実験的研究から得られる応力度—歪度関係は非常に複雑な履歴曲線となるので、解析に際しては何らかの理想化が必要である。本研究では、既に提案されている応力度—歪度関係の履歴モデルの中で、取扱いが簡単でかつ物理的にも合理的であると考え得る２つの履歴モデルを採用す

る。これらのモデルについて、以下、若干の説明を加えておく。

(1) Bi－linear形モデル

Bi－linear形の履歴モデルは、歪硬化を考慮する最も単純な履歴モデルである。歪硬化係数τには、処女曲線上で降伏点と歪硬化域の曲線上を結ぶ直線の勾配の平均値を用いる[26]のが便法であり、構造用鋼材では0.01程度となる。

(2) Bauschingerモデル

柴田ら[27]及び山田ら[28]は、繰返し軸方向力を受ける筋違材の第2cycle以降の座屈耐力の低下が材料のBaushinger 効果に起因することを指摘し、Bauschinger 効果を考慮した履歴モデルを提案している。例えば、山田らは、鋼材を処女状態では完全弾性体と完全弾塑性体の結合したもの（Bi－linear形）と考え、一度塑性履歴を受けると完全弾塑性体は更に材料定数の異なる2つの完全弾塑性体に分離する[29]（Tri－linear形）と仮定している。材料定数は、歪振幅3.5ε_y（≒0.5％）でCyclic－Softeningを起こすことを考慮し、弾性応力変動域を1.5σ_y，歪硬化域における剛性を0.01Eとして算定している。

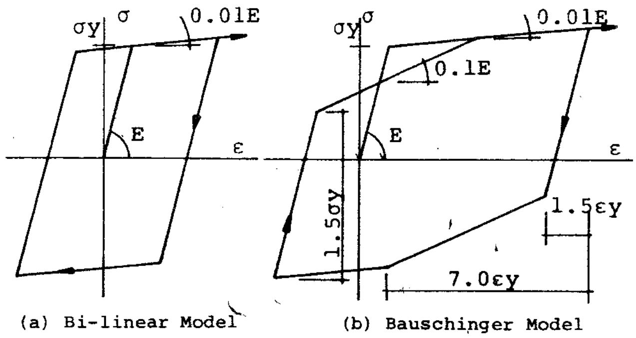


Fig.2-2 Stress-Strain Relations

2－3 解析手法の検討

2－3－1 概　　要

前節で定式化した1次元有限要素法を動的解析に応用する前に、門形ラーメンと筋違材を解析対象として、本解析手法がどの程度構造物の弾塑性挙動を追跡し得るのかを明らかにするとともに、部材の材軸方向の要素分割法，断面のモデル化，応力度－歪度関係のモデル化について検討を加える。

2−3−2 門形ラーメンの解析例

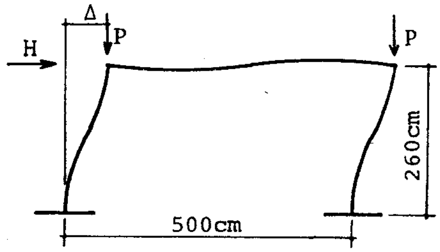


Fig.2-3 Test Frame

２−２節で示した解析方法の精度を検討するために、京都大学防災研究所若林研究室が行なった「鉄骨ラーメンの弾塑性性状に関する実大実験」[2)]の実験値を参照し、解析値と比較する。

試験体は一般構造用鋼材ＳＳ４１の圧延H形鋼を用いて作製されており、試験体の形状寸法をＦｉｇ．２−３に、部材断面の実測値をＴａｂｌｅ２−１に、引張試験より求めた鋼材の降伏応力度をＴａｂｌｅ2−2に文献２)より引用して示す。解析においては、部材断面寸法は実測寸法を用い、降伏応力度は柱フランジの降伏応力度に代表させ、ヤング係数は２１００ｔｏｎ／㎠とした。

Table 2-1 Actual Dimensions and Loading Programs of Test Frames

Specimen	Column Member (mm)				Beam Member (mm)				P (P/Py)	Loading
name	D	B	tw	tf	D	B	tw	tf	(ton)	Condition
FM 0	174.9	173.2	7.42	10.32	250.3	125.0	6.21	8.90	0.0	Monotonic
FM 5	175.6	173.5	7.90	10.71	250.6	125.7	5.98	8.82	70.0(0.489)	Monotonic
FC 0	175.8	175.1	7.61	10.79	249.9	125.5	6.31	8.93	0.0	Repeated
FC 5	175.6	174.8	7.53	10.70	250.8	125.5	6.03	8.94	70.0(0.516)	Repeated

Table 2-2 Yield Stress (ton/cm^2)

Specimen	Column Member		Beam Member	
name	Flange	Web	Flange	Web
FM 0	2.70	2.77	2.70	3.48
FM 5	2.78	2.73	2.88	3.59
FC 0	2.68	2.48	2.86	3.47
FC 5	2.70	2.93	2.56	3.45

本解析手法は部材の塑性域に入る部分が十分細かい要素に分割されていることを前提としている。ラーメン部材の材軸方向要素分割については、３分割で荷重−変形挙動を十分追跡できるという報告もあるが[30)]、本研究では要素長の比が１：２：４：２：１となるような５分割を考えた[9)]。

解析を進める前に、この要素分割の合理性を検討するために、Ｆｉｇ．２−４に示す２種類の要素分割を用いて、解析対象とする門形ラーメンの中で最も塑性域が材軸方向に拡がることが予想されるＦＣ５を解析した。ただし、解析結果に及ぼす断面のモデル化の影響を小さくするために、断面を層状に２０に細分し、２０個の面積集中点に置換した。応力度−歪度関係には、Ｆｉｇ．２−２−(a)に示したＢｉ−ｌｉｎｅａｒ形の履歴モデルを用いている。

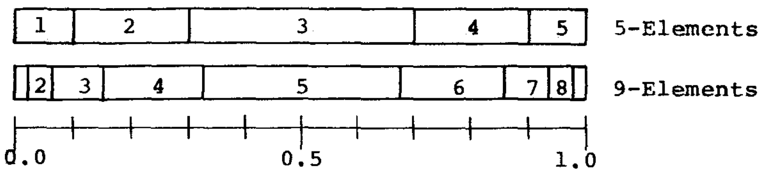


Fig.2-4 Member Division

上記の２種類の要素分割を用いた場合の水平力－水平変位（$H-\Delta$）関係をＦｉｇ．２－５に比較する。繰返し回数の増加に伴って、５要素分割を用いた解析結果は、９要素分割の場合に比べて塑性域における耐力が若干大きくなるが、その差は無視し得る程度である。従って、以後、ラーメン部材にはＦｉｇ．２－４に示す５要素分割を用いる。

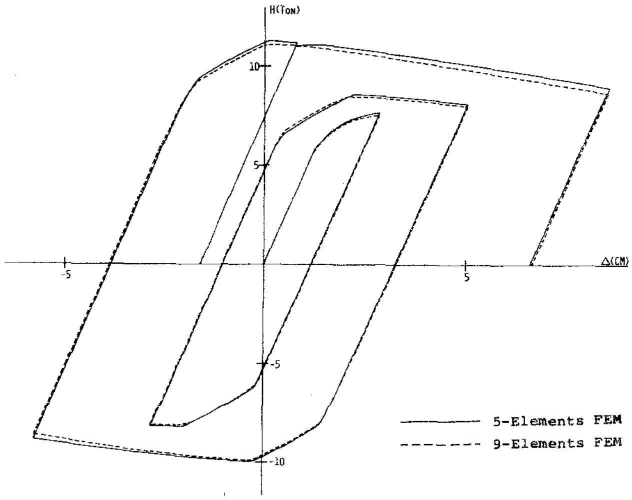
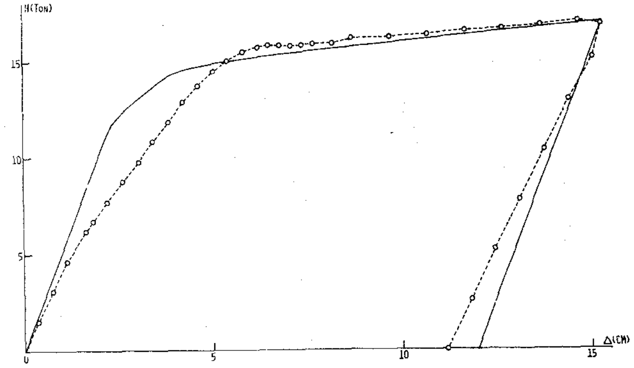


Fig.2-5 Horizontal Force-Displacement Relations

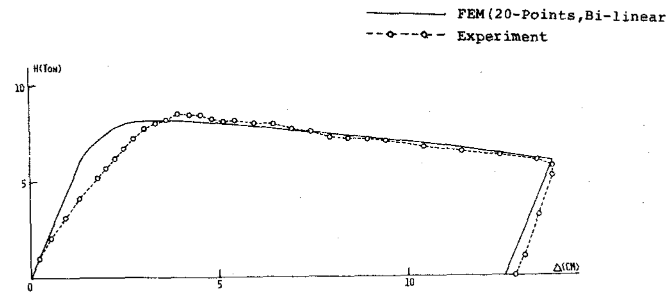
Ｂｉ－ｌｉｎｅａｒ形の応力度－歪度関係を用い、断面を２０分割して得られた解析結果を、実験結果と共にＦｉｇ．２－６に示す。実験結果の初期剛性が解析値を下回っているのは、柱脚固定時に導入されたモーメントの影響であると指摘されているが[2)]、初期剛性を除くと、解析結果と実験結果は全体的によく一致している。

Ｆｉｇ．２－６－(c)に示すＦＣ０については、解析結果は実験値に比べて塑性域での剛性及び耐力が低い。これは、解析では柱フランジの降伏応力度をすべての部材の降伏応力度として用いており、柱材とはり材の塑性断面係数の差は0.8％程度なので、解析上ははり材も早期に降伏するが、実際ははり材の降伏応力度は柱フランジに比べて７～２６％程度高いので、柱頭が塑性化した後もはり材が弾性的に挙動するためであろう。

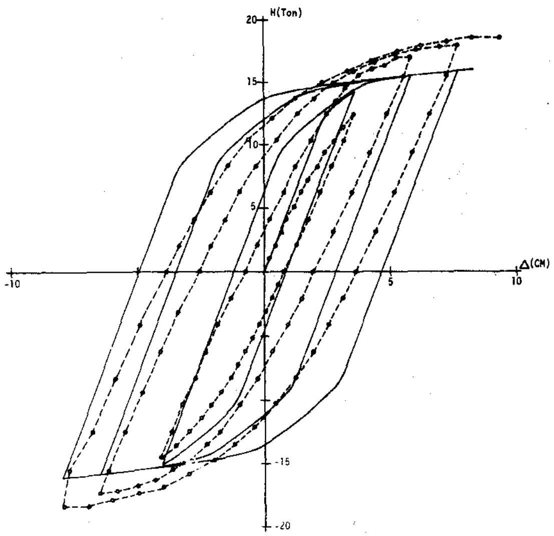
繰返し載荷を受けるＦC0 とＦC5 の２つの骨組について、Ｆｉｇ．２－２に示した２種類の応力度－歪度関係を使った解析結果をＦｉｇ．２－７に比較する。この図から明らかなように、ＦＣ０では、2／2 ｃｙｃｌｅからＢａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ効果の影響で弾性限荷重が顕著な低下を示すが、前 cycle



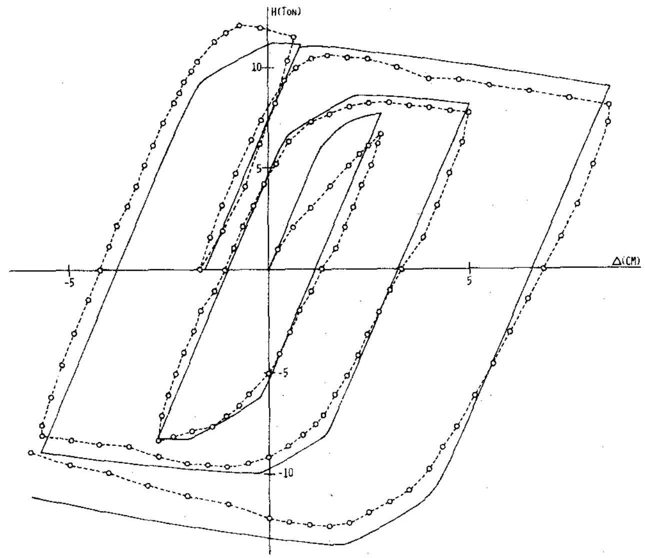
(a) FM 0



(b) FM 5

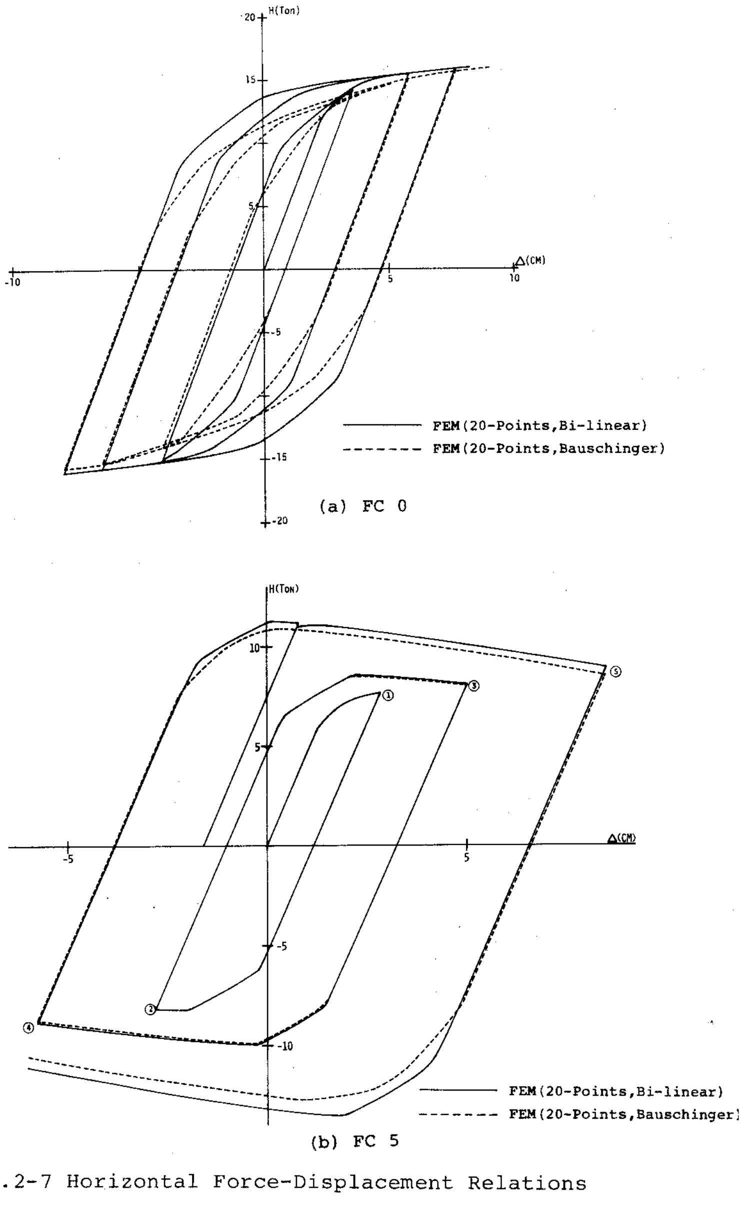


(c) FC 0



(d) FC 5

Fig.2-6 Horizontal Force-Displacement Relations



(a) FC 0

(b) FC 5

Fig.2-7 Horizontal Force-Displacement Relations

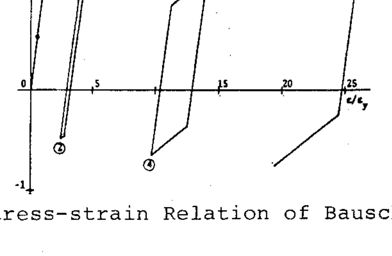


Fig.2-8 Stress-strain Relation of Bauschinger Model

の最大変位点付近から徐々にＢｉ－ｌｉｎｅａｒ形の応力度一歪度関係を使った解析結果に漸近する。また、FC 5についても、繰返し回数の増加に伴ってＢａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ 効果の影響による耐力の低下が徐々に現われるが、FC 0に比してＢａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ 効果の影響は小さい。応力度一歪度関係のＢａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ 効果が特に軸力比の小さい部材の荷重一変形挙動に強く影響することは、既に指摘されている所である[31)]。

Ｆｉｇ．２－８は、Ｂａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ 形の応力度一歪度関係を用いた場合のＦＣ５の右側柱脚の最外縁における応力度一歪度関係の履歴を示している。図中円で囲まれた数字はＦｉｇ．２－７－(ｂ)の円で囲まれた数字に対応する。引張側の塑性歪は小さく、繰返しに伴い塑性歪は圧縮側に累積していくので軸力比の高い部材にはＢａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ効果の影響が現われにくい。

以上に示した解析結果は、断面を層状に２０分割して、その単位分割中で応力度及び歪度が一定であると仮定して求めたものである。ここでは、本研究で採用した４点モデル及び既に多くの研究者により利用されている２点モデル，３点モデルを用いた解析結果を、既に示した２０点モデルを用いた解析結果と比べることにより、断面のモデル化について検討を加える。

本論で取り上げた断面モデルは次の５種である。

(1) ２点モデル－Ｉ[15)] ; S_0 , S_1 が実断面と等価

(2) ２点モデル－Ⅱ[16)] ; S_0 , S_2 が実断面と等価

(3) ３点モデル－Ｉ[26)] ; S_0 , S_1 が実断面と等価かつフランジ重心位置に面積集中点を考慮

(4) ３点モデル－Ⅱ[17)] ; S_0 , S_1 , S_2 が実断面と等価

(5) ４点モデル ; S_0 , S_1 , S_2 , S_3 が実断面と等価

ただし、ここでS_iは（２－３３）式で定義された諸量である。参考のため、５つの断面モデルによる降伏曲面の１例をＦｉｇ．２－９に示しておく。

上記の5種の断面モデルを用いた解析結果を、２０点モデルを用いた解析結果と比較してＦｉｇ.２－１０に示す。２点モデル－Ｉと３点モデル－Ｉは断面２次モーメントが実断面と等価としていないので、弾性剛性に誤差が生じる。

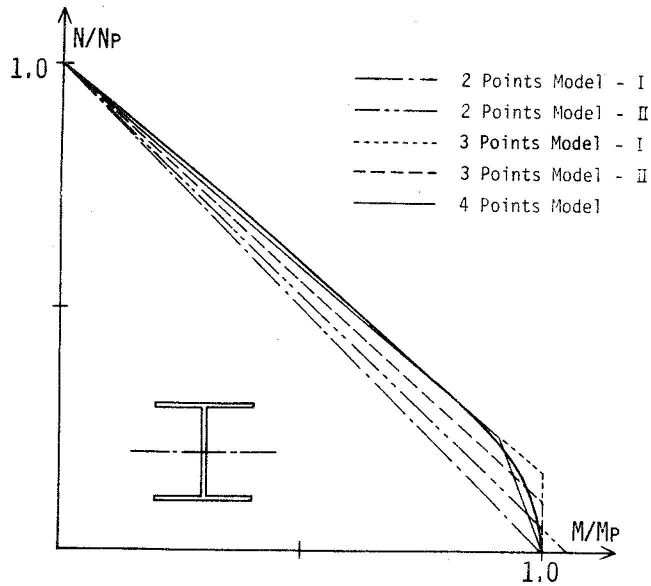
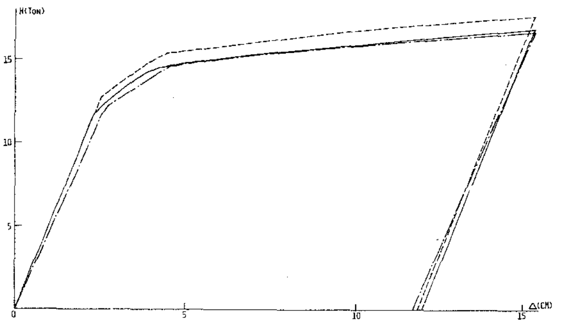
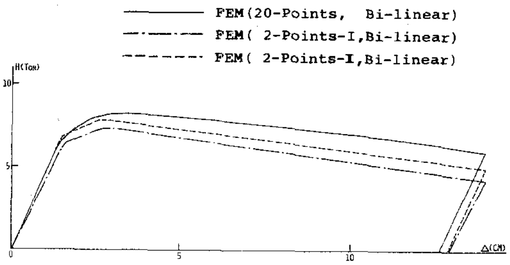


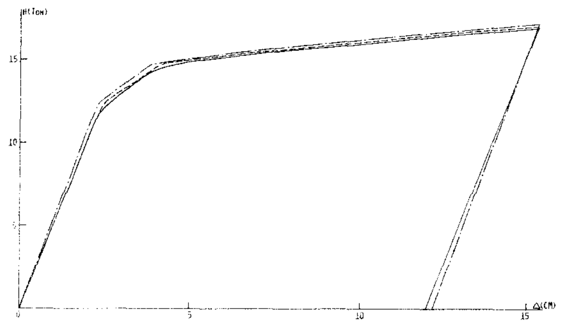
Fig.2-9 Interaction Curve



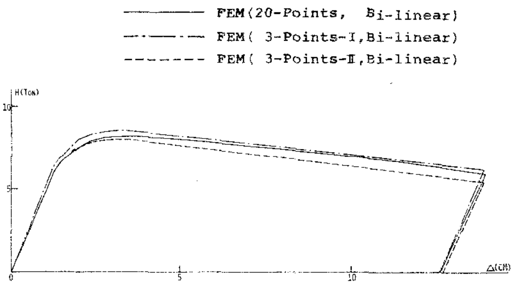
(a) FM 0



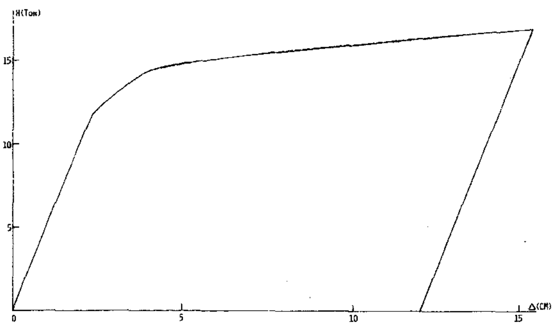
(b) FM 5



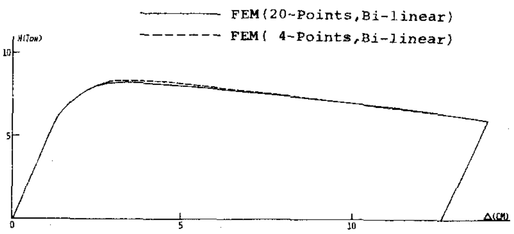
(c) FM 0



(d) FM 5

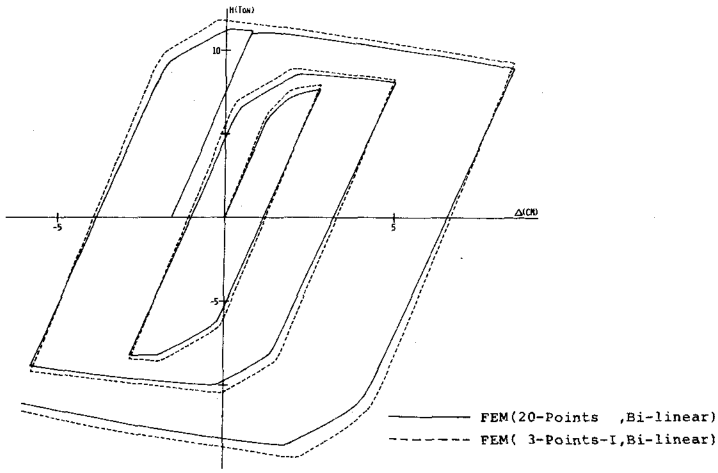


(e) FM 0

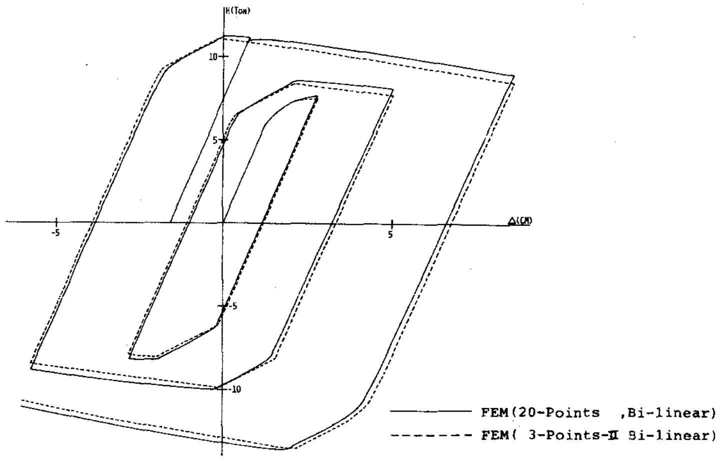


(f) FM 5

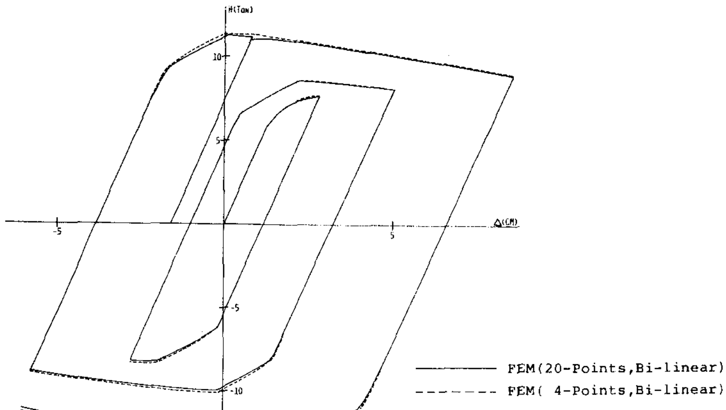
Fig.2-10 Horizontal Force-Displacement Relations



(a) 3-Points-I



(b) 3-Points-II



(c) 4-Points

Fig.2-11 Horizontal Force-Displacement Relations of FC 5

Fig. 2−10−(a), (b)に示す2点モデルを用いた解析結果における機構形成後の耐力は20点モデルを用いた場合の耐力とかなり異なり、また、両者の耐力の大小関係は柱材の軸力比により変化する。このことは、Fig. 2−9に示した降伏曲面の形状からも予想されることであるが、このようなモデル化を重層骨組の解析に用いると、重層骨組の各部材は種々の軸力比を持ち、かつ、その軸力比が変形に伴って変化するので、部材の降伏順序などに関する誤った判断を招く可能性が強い。

以上の観点から2点モデルを除外して、繰返し載荷を受ける骨組の解析には3点モデル及び4点モデルを用いた。FC5についての解析結果をFig. 2−11に示す。これらの図から明らかなように、3点モデル−Iは、弾性剛性を6%程度過大評価し、機構形成後の耐力も2%程度過大評価となる。また、3点モデル−IIは、降伏曲面の形状からもわかるように、軸力比が大きい部材の耐力を過小評価する傾向がある。一方、4点モデルを用いた解析結果は、20点モデルを用いた解析結果をよく追跡しており、H形断面のモデルとして十分な精度を有している。

本節では、以上の解析結果から、部材を材軸方向に5要素に分割し、H形断面を4点モデルに置換することによって、1次元有限要素法が門形ラーメンの弾塑性荷重−変形挙動を良好な精度で追跡し得ることを明らかにした。また、単調載荷時の部材の応力度−歪度関係の履歴モデルとしては歪硬化を有するBi−linear形が適当であり、応力度−歪度関係のBauschinger効果は特に低軸力下で繰返し曲げを受ける部材の荷重−変形挙動に著しく影響することを示した。

2−3−3 筋違材の解析例

ここでは、京都大学防災研究所若林研究室が行なった「繰返し軸方向力を受ける部材の挙動に関する実験」[32]を参照し、解析値と比較する。供試体は厚さ20㎜のSS41圧延鋼板から切り出して製作されたもので、筋違材の断面は一辺15㎜の正方形である。細長比は40，80，120

Table 2-3 Dimensions of Test Specimens

Specimen name	Width (mm)	Depth (mm)	Length (mm)	Slenderness ratio
SR 4 C	15.45	14.90	174.0	40.46
SR 8 C	15.21	15.07	349.0	80.23
SR12 C	15.42	14.96	521.0	120.66

の３種で、それぞれの供試体はSR4 C，SR８C，SR12 Cと呼ばれる。供試体の実測寸法及び細長比を文献32)より引用してTable２－３に示す。引張試験から求められた鋼材の降伏応力度は2.３３ ton／cm²である。

実験は両端ピン支持で行なわれているが、載荷状態の対称性を考慮して、部材長1／2の片持ばりについて解析する。また、解析に際し、中央たわみが部材長の1／５００の正弦波形の初期たわみを仮定し、要素分割はFig. ２－１２に示すように片持ばりを５つの要素に分割している。

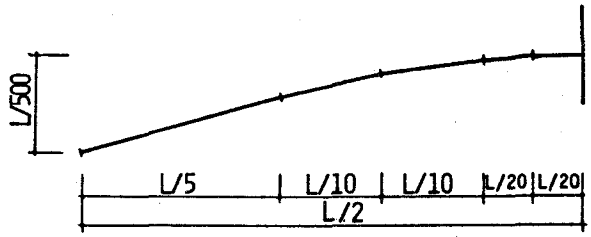


Fig.2-12 Idealized Model for 1-FEM

ここでは、まず、断面を層状に２０分割した場合の解析結果を実験結果と比較する。Bi－linear形及びBauschinger 形の応力度－歪度関係を用いた場合の軸力－軸方向変形(N－U)関係を実験結果と共にFig. ２－１３に示し、Table２－４には各cycleの最大圧縮荷重を示す。

Table 2-4 Maximum Compressive Axial Forces (ton)

Specimen name	Pcr min(Pe,Py)		1/2 cycle P	1/2 cycle P/Pcr	3/2 cycle P	3/2 cycle P/Pcr	5/2 cycle P	5/2 cycle P/Pcr
SR 4 C	5.364	Experimental	5.9	1.100	3.8	0.708	3.1	0.578
		Bi-linear	4.913	0.916	4.850	0.904	3.407	0.635
		Bauschinger	4.913	0.916	3.516	0.655	3.047	0.568
SR 8 C	5.341	Experimental	5.8	1.086	2.2	0.412	1.7	0.318
		Bi-linear	3.763	0.705	3.763	0.705	1.900	0.356
		Bauschinger	3.763	0.705	2.283	0.428	1.708	0.320
SR12 C	3.284	Experimental	4.0	1.218	1.6	0.487	1.65	0.502
		Bi-linear	2.389	0.727	2.002	0.609	2.501	0.761
		Bauschinger	2.389	0.727	1.889	0.575	2.188	0.666

実験ではいずれの場合にも、初期座屈荷重は、降伏荷重またはオイラー荷重として求められる中心圧縮柱の理論上の座屈荷重 P_{cr} より高い。一方、解析では、初期たわみを仮定しているので、上述の座屈荷重 P_{cr} を下回っており、特に限界細長比（９４.３）に近い筋違材では座屈耐力の低下が著しい。従って、本論では、初期座屈荷重について解析結果と実験結果を比較することはやめておいて、ここでは主に2／2cycle以降の挙動に注目する。

実験結果では、3／2cycle以降の最大圧縮荷重は初期座屈荷重及び中心圧縮柱の理論上の座屈

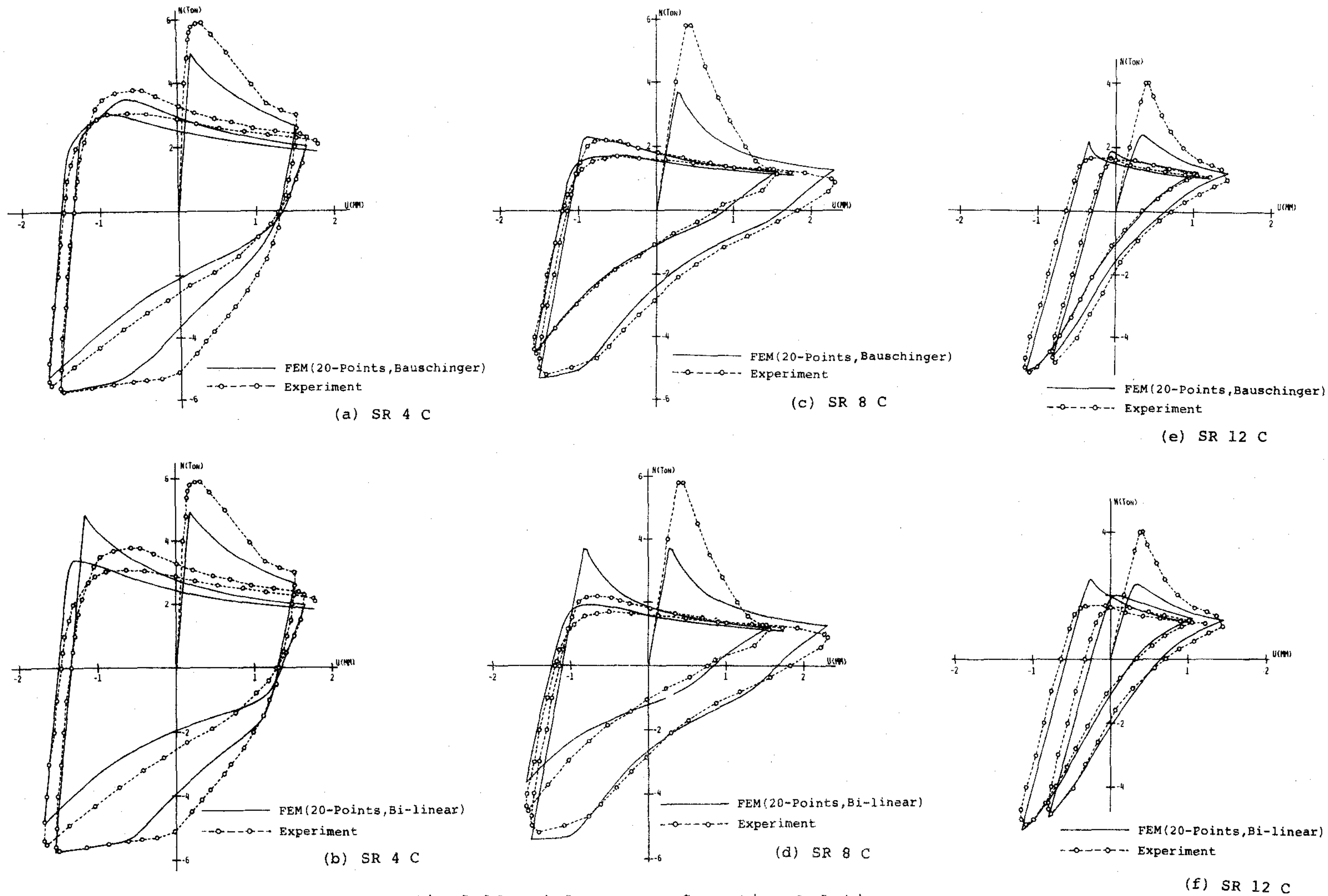


Fig.2-13 Axial Force-Deformation Relations

荷重より著しく低い。若林らは、「座屈により生じた横たわみが、引張載荷時に完全に消滅しないためである」[33] としているが、その後、材料のＢａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ 効果に起因することが明らかにされた[27) 28)]。

従って、材料のＢａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ 効果を無視してＢｉ－ｌｉｎｅａｒ形の応力度－歪度関係を使った解析結果を、Ｆｉｇ．２－１３(*b*), (*d*), (*f*)において実験結果と比べると、3／2ｃｙｃｌｅ以降の圧縮側でその差違が大きく、特に圧縮最大荷重については解析値はかなり高い。一方、Ｆｉｇ．２－１３(*a*), (*c*), (*e*)に示すＢａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ 効果を考慮した解析結果は、初期1／2ｃｙｃｌｅを除く全領域で実験値をよく追跡している。しかし、いずれの応力度－歪度関係を使った解析結果も、ＳＲ４Ｃの引張側では耐力を過小評価している。この原因は応力度－歪度関係のモデル化にあると考えられる。

ＳＲ４Ｃの解析から得られた応力度－歪度関係の履歴の１例を、加藤ら[34] 及び横尾・中村ら[35]により提案された応力度－歪度関係の実験式と比較してＦｉｇ．２－１４に示す。既往の研究[36] から明らかなように、細長比の小さい筋違材では圧縮側に大きな塑性歪を生じるが、塑性歪の大なる領域では歪硬化係数τを０.０１にとると歪硬化を過小評価することになる。更に、材料の等方硬化的性質のために、Bauschin－ger モデルは塑性域での歪に対応する応力を過小評価することになる。

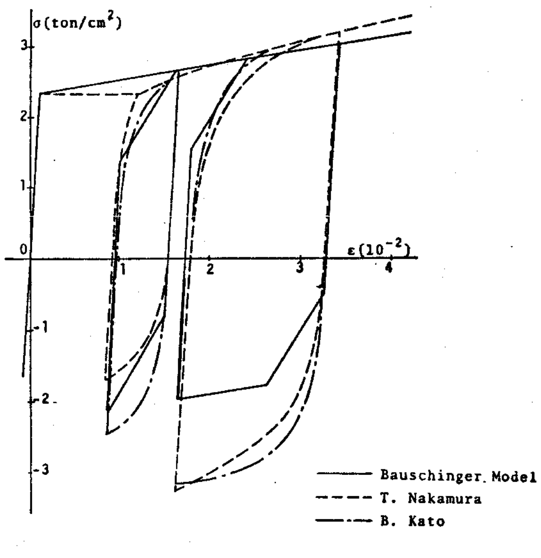
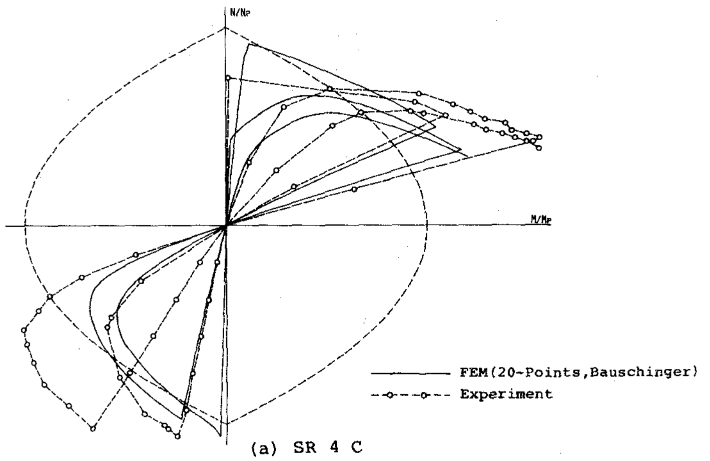


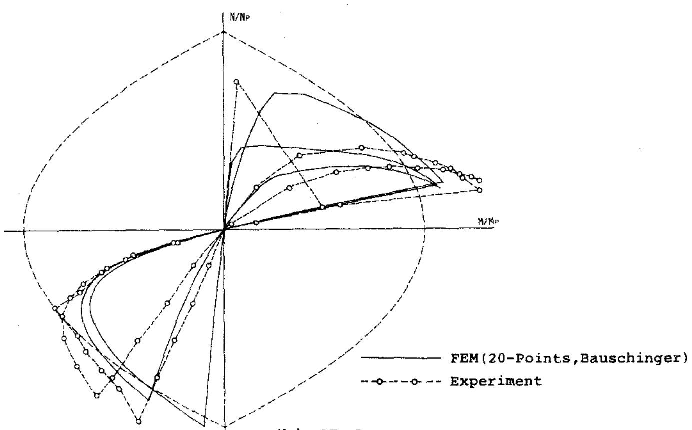
Fig.2-14 Stress-Strain Relations

Ｆｉｇ．２－１５は、筋違材中央での軸力NとモーメントMの相関関係について実験結果と解析結果を比較したものであるが、細長比の小さい筋違材については、解析値は実験値に比べて、歪硬化の影響をかなり小さく評価していることが明らかである。

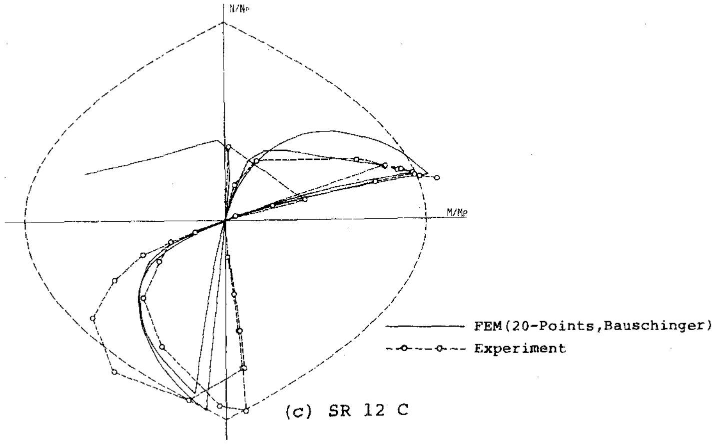
筋違材の座屈荷重及び座屈後の荷重－変形挙動は細長比により著しく変化するので、筋違材の解析では、断面２次モーメントが実断面と等価でない断面モデルは適当でない。従って、ここでは、断面２次モーメントが実断面と等価な２点モデル－Ⅱ，３点モデル－Ⅱ，４点モデルを取り上げて、



(a) SR 4 C

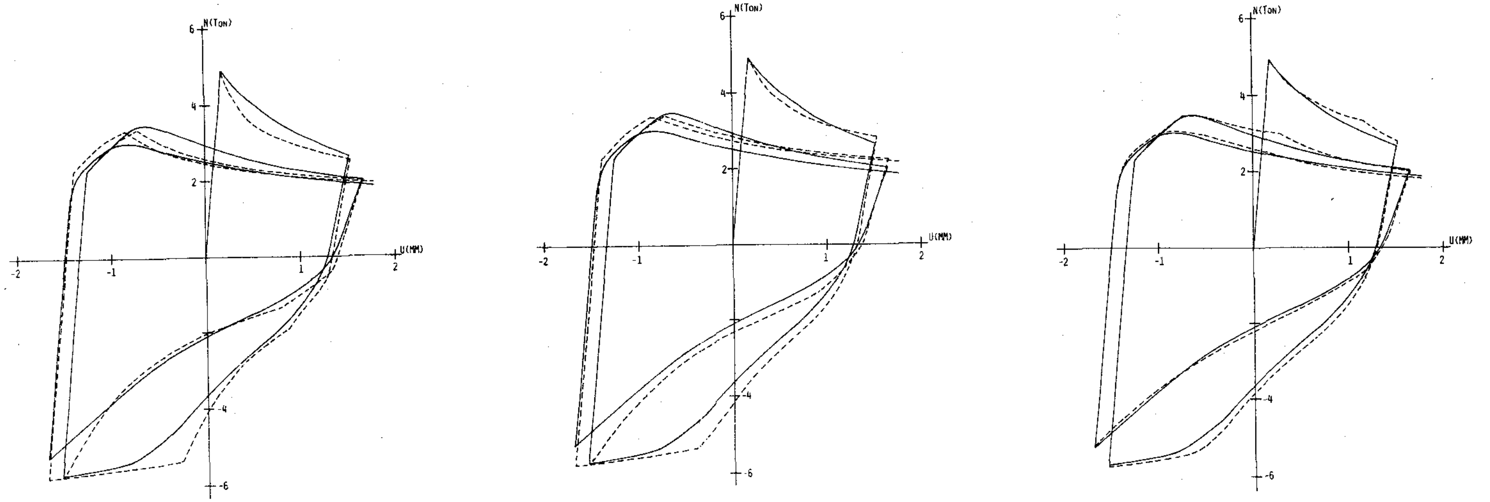


(b) SR 8 C



(c) SR 12 C

Fig.2-15 Stress Points Trajetory



FEM(20-Points, Bauschinger)
FEM(2-Points-I,Bauschinger)

(a) 2-Points-II

FEM(20-Points ,Bauschinger)
FEM(3-Points-I,Bauschinger)

(b) 3-Points-II

FEM(20-Points,Bauschinger)
FEM(4-Points,Bauschinger)

(c) 4-Points

Fig.2-16 Axial Force-Deformation Relations of SR 4 C

断面のモデル化について検討を加える。

Fig. 2−16に、3種の断面モデルを用いた場合のSR4Cの解析結果を20点モデルを用いた解析結果と比較する。ただし、応力度−歪度関係にはBauschingerモデルを用いている。

2点モデル−Ⅱまたは3点モデル−Ⅱを用いた解析結果は、4/2cycleの引張側最大変位点でも、残留中央たわみが小さく単軸引張状態となり、従って、3/2cycleと5/2cycleの最大圧縮耐力及び圧縮側の荷重−変形曲線に変化が認められない。一方、4点モデルを用いた解析結果は、繰返しに伴う最大圧縮耐力の低下を含めて、20点モデルを用いた解析結果と全体的によく一致している。

本節では、以上の解析結果から、繰返し軸方向力を受ける部材の弾塑性荷重−変形挙動の解析では、応力度−歪度関係のBauschinger 効果が無視し得ないことを明らかにするとともに、複雑な応力履歴を受ける筋違材の断面についても、4点モデルは良好な精度をもつことを示した。

2−4 結　論

本章では、骨組構造物の静的弾塑性挙動を具体的かつ詳細に追跡し得る解析方法として1次元有限要素法を採用し、数値計算上の問題点を明らかにした。更に、解析例を既往の実験結果と比較しながら本解析方法の適用化について検討を加え、ラーメン部材の材軸方向要素分割は5分割程度で十分であること、強軸回りに曲げを受けるH形断面及び矩形断面のモデル化としては4点モデルが良好な精度を持つことを示した。また、応力度−歪度関係の履歴モデルは部材の弾塑性荷重−変形関係に著しく影響するが、単調載荷時の部材の応力度−歪度関係の履歴モデルとしては歪硬化を考慮したBi−linear形が適当であること、繰返し載荷を受ける部材については鋼材のBauschinger効果が無視しがたい場合のあることを明らかにした。

参　考　文　献

1) 例えば、A. Jennings and K. Majid, "An Elastic−Plastic Analysis by Computer for Framed Structures Loaded up to Collapse", Structural Engineer, №12, Vol. 43, Dec. 1965

2) 例えば、若林　実・松井千秋・南　宏一・三谷　勲：鉄骨ラーメンの弾塑性性状に関する実大実験，京大防災研究所年報，第13号A，昭45.3

3) 例えば、M. R. Horne and I. C. Medland, "Collapse Loads of Steel Frameworks Allowing for the Effect of Strain−Hardening", Proc. of ICE, Mar. 1966

4) 例えば、J. Sakamoto, A. Miyamura and Y. Kohama, "Systematic Method for Inelastic Buckling Analysis of Steel Frames", Trans. of AIJ, №165, Nov. 1969

5) 例えば、藤本盛久・羽倉弘人・松本芳紀：繰返し荷重をうける鋼構造物の歪硬化モデルを用いた弾塑性解析，日本建築学会論文報告集，第１４５号，昭43.3

6) 藤田　譲・大坪英臣・湯原哲夫：構造物の塑性設計（その１０・高軸圧をうける平面フレーム構造の大撓み弾塑性解析），日本造船学会論文集，第１２６号，昭44.11

7) 藤本盛久・須藤福三・和田　章：任意形平面骨組の非線形応力解析，日本建築学会論文報告集，第１８９号，昭46.11

8) R. Tanabashi, T. Nakamura and S. Ishida, "Gravity Effect on the Catastrophic Dynamic Response of Strain-Hardening Multi-Story Frames", Proc. of 5th WCEE, June 1973

9) 藤本盛久・和田　章・白方和彦・小杉　立：筋違付鉄骨ラーメンの弾塑性解析に関する研究，日本建築学会論文報告集，第２０９号，昭48.7

10) J. S. Przemieniecki：マトリックス構造解析の基礎理論，培風館，昭46.12，pp135〜136

11) 橘英三郎：低次の有限要素法により高次の有限要素の剛性係数を求める方法について，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭46.11

12) 盛岡昌夫・服部　正・加藤　進・後藤茂夫：コンピュータによる構造工学講座（Ⅱ－１－B 骨組構造解析），日本鋼構造協会編，培風館，昭46.6，pp242〜249

13) 石田修三：弾塑性骨組の静的及び動的大たわみ解析法，京都大学学位論文，昭50.6，pp67〜69

14) S. Igarashi, C. Matsui, K. Yoshimura and K. Matsumura, "Inelastic Behaviours of Structural Steel Sections under Alternative Loadings", Trans. of AIJ, №169, Mar. 1969

15) 中村恒善：繰返し横力をうける線型歪硬化サンドウィッチ柱の弾塑性挙動（その１），日本建築学会大会学術講演要旨集，昭41

16) T. Nakamura, "Method of Elastic-Plastic Analysis of Structure", Dr. Eng. Thesis, Kyoto Univ., Dec. 1970, pp106〜136

17) 山田　稔・辻　文三：繰返し軸方向力を受ける筋違材の弾塑性変形性状に関する研究（Ⅰ：解析），日本建築学会論文報告集，第２０５号，昭48.3

18) 重信恒雄・田中　尚：繰返し軸力を受ける鋼部材の復元力特性に関する研究，生産研究，昭 49. 2

19) 五十嵐定義・井上一朗・小川厚治：鋼構造平面骨組の弾塑性解析法に関する研究，日本建築学会近畿支部研究報告集，昭 49. 6

20) 山田　稔・坂恵一己・田所敏幸・白川　潔：軸圧をうけるH形鋼柱の弾塑性曲げ変形性状に関する研究（Ⅰ：一方向載荷時における曲げモーメント曲率関係並びに曲げ変形性状），日本建築学会論文報告集，第１２７号，昭 41.9

21) 花井正実・黒羽啓明・吉村浩二・藤田文雄：鋼素材の低サイクル疲労挙動に関する実験的研究，日本建築学会論文報告集，第１８４号，昭 46.6

22) R. Tanabashi, Y. Yokoo, T. Nakamura, T. Kubota and A. Yamamoto, "Load-Deflection Behaviors and Plastic Fatigue of Wide-Flange Beams Subjected to Alternating Plastic Bending (Part II Hysteretic and Skeleton Stress-Strain Relations and Plastic Fatigue of Flanges)", Trans. of AIJ, No.176, Oct. 1970

23) 加藤　勉・青木博文・山内泰之：引張圧縮繰返し荷重を受ける鋼素材の挙動に関する実験的研究，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 45.9

24) 加藤　勉・山内泰之・井上景彦：引張圧縮繰返し荷重を受ける鋼素材のBauschinger 効果について，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 46.11

25) 横尾義貫・中村恒善・磯田桂史・小宮山俊朗：H形鋼材の非定常履歴応力－歪関係式，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 47.10

26) 山田　稔・坂恵一己・田所敏幸・白川　潔：軸圧をうけるH形鋼部材の弾塑性曲げ変形性状（Ⅰ：静的曲げモーメント・曲率関係），日本建築学会近畿支部研究報告集，昭 41.5

27) 柴田道生・岡田幸三・増田廣見：繰返し軸方向力を受ける筋違部材の弾塑性変形性状に関する研究（弾塑性ヒンジの有効性について），日本建築学会近畿支部研究報告集，昭 48.6

28) 山田　稔・辻　文三：Bauschinger モデル，日本建築学会近畿支部研究報告集，昭48.6

29) Zienkiewicz O. C., Nayak G. C. and Owen D. R. J., "Composite and Overlay Models in Numerical Analysis of Elasto-Plastic Continua", Internl. Symposium Preprint on Foundations on Plasticity, Warsaw, 1972, Noordhaff Internl., Publ., Groningen

30) 山田孝一郎・松本芳紀：H形断面部材を用いた鉄骨ラーメンの繰返し水平加力実験（その２：

解析 ），日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 50. 10

31） 山田孝一郎・松本芳紀：一定軸圧縮力をうける鉄骨H形断面部材の繰返し曲げ実験（その２：解析），日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 48. 10

32） 若林　實・野中泰二郎・小城　修・山本　昇：繰返し軸方向力を受ける部材の挙動に関する実験，京大防災研究所年報，第１４号A，昭 46. 4

33） 若林　實・野中泰二郎・中村　武・森野捷輔・吉田　望：繰返し軸方向力を受ける部材の弾塑性挙動に関する研究（その１），日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 48. 10

34） 加藤　勉・秋山　宏・山内泰之：鋼材の応力－ひずみ履歴曲線に関する実験則，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 48. 10

35） 横尾義貫・中村恒善・小宮山俊明：H型鋼材の非定常履歴応力－歪関係式，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 48. 10

36） 松井千秋・三谷　勲・妻島淳二：鋼構造筋違の弾塑性解析，日本建築学会九州支部研究報告集，昭 46. 11

第３章　有限要素系の運動方程式と地震応答解析例

3−1　序

第２章では１次元有限要素法を用いた鋼構造部材の静的弾塑性解析法について述べたが、本章ではその動的応答解析への応用について述べる。

構造物の動的釣合方程式は、復元力，慣性力，減衰力の３つによって表わされる。復元力については、第２章で述べたように、既に多くの実験的・理論的研究があり、動的応答解析においても通常慎重な取扱いがなされているが、慣性力及び減衰力については、工学的判断などと称される曖昧な評価によって安易に扱われている場合が多い。また、運動方程式の数値積分には既に多くの方法が提案されているが、それぞれの解析方法が固有の誤差特性を有しており、これを無視して用いれば単に解析結果の精度に疑問を残すばかりではなく、解の発散現象により解析結果を得ることすらできない場合がある。

本章では、既往の研究を参考にして、有限要素系の節点に関する集中力として実構造物の慣性力と減衰力をより具体的かつ力学的に明確に定量化する方法及び運動方程式の数値積分法の精度と安定性について述べるとともに、特に解析結果の信頼性を重視するという方針の下に、適切な解析方法を選定する。

復元力の評価については前章で述べたので省略するが、２章で構造物の静的荷重−変形挙動に顕著な影響をもつことを明らかにした鋼材の応力度−歪度関係の履歴モデルの差異が地震応答量に及ぼす影響を、数値解析例に基づいて考察する。

3−2　動的応答解析法の定式化

3−2−1　慣性特性

骨組構造物の慣性特性は小ばりや床板の構造なども考慮して評価されるべきであるが[1)]、本研究では簡便のため、質量はすべてはり材に一様に分布すると仮定する。部材に分布する質量による慣性特性を節点変位に関する離散系の動的釣合方程式における質量マトリックスとして表現する方法には、Lumped Mass 法とConsistent Mass 法の２つがある。

Lumped Mass 法は、分布質量を何らかの工学的判断（例えば想定負担面積）によって節点に集中させる方法であり、せん断型多質点系モデルの質量マトリックスはこの一種である。Lumped Mass 法による質量マトリックスは対角マトリックスとなり、実際の数値計算上好都合であるが、回転慣性の取扱いなどに不都合が多く、また、その力学的意味は曖昧である。

Consistent Mass 法は、部材の動的変位分布が節点変位の関数として表現できるという

基礎仮定の下に、エネルギー原理に基づいて、離散系の運動エネルギーが分布質量の運動エネルギーと一致するように、質量マトリックスを評価するものである。一般に、動的問題において前記の基礎仮定は成立しないので、Consistent Mass 法による質量マトリックスの表現もまた近似に過ぎないが[2]、J. S. Archer は、単純支持ばりの固有値解析例によって、Consistent Mass 法を用いた解析値の誤差はLumped Mass 法を用いた場合に比べて非常に小さいことを明らかにしている[3]。

従って、本研究では力学的意味の明確さと精度を考慮して、Consistent Mass 法を用いて骨組の慣性特性を評価する。

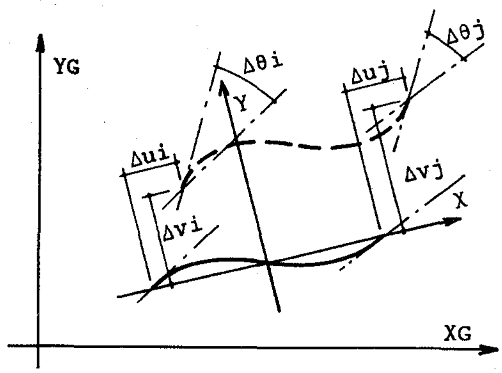


Fig.3-1 Coordinates for an Element

要素の質量マトリックスは、第2章2－2－2節で示した剛性マトリックスと同様にして誘導できる[4]。

Fig. 3－1に示す要素座標系において、変位増分 $\Delta\mathbf{d}^L$, 加速度増分 $\Delta\ddot{\mathbf{d}}^L$ に関する運動エネルギーの増分 ΔK は次式で表わされる。

$$\Delta K = \int_l \Delta\mathbf{d}^{L^T} \rho \ddot{\mathbf{d}}^L dx + \frac{1}{2}\int_l \Delta\mathbf{d}^{L^T} \rho \Delta\ddot{\mathbf{d}}^L dx \qquad (3-1)$$

ただし、ρ は要素の単位長さ当たりの分布質量であり、$\int_l dx$ は要素に関する材軸方向積分を表わしている。ここで、要素の任意点での変位 $\mathbf{d}^L$ が要素端変位ベクトル $\{\mathbf{d}_i^L \ \mathbf{d}_j^L\}^T$ を用いて次のように表わせると仮定する。

$$\mathbf{d}^L = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \mathbf{A}\begin{Bmatrix} \mathbf{d}_i^L \\ \mathbf{d}_j^L \end{Bmatrix} \qquad (3-2)$$

(3－2)式を(3－1)式に代入すると次式が得られる。

$$\Delta K = \begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_i^L \\ \Delta\mathbf{d}_j^L \end{Bmatrix}^T \left(\int_l \rho\mathbf{A}^T\mathbf{A}dx\right) \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{d}}_i^L \\ \ddot{\mathbf{d}}_j^L \end{Bmatrix} + \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} \Delta\mathbf{d}_i^L \\ \Delta\mathbf{d}_j^L \end{Bmatrix}^T \left(\int_l \rho\mathbf{A}^T\mathbf{A}\,dx\right) \begin{Bmatrix} \Delta\ddot{\mathbf{d}}_i^L \\ \Delta\ddot{\mathbf{d}}_j^L \end{Bmatrix} \qquad (3-3)$$

動的問題に関するポテンシャルエネルギーの停留原理は次式で表わされる。

$$\delta(\Delta U + \Delta K - \Delta W) = 0 \qquad (3-4)$$

ここで、ΔU は歪エネルギー増分, ΔW は外力仕事増分であり、既に第2章2－2－2節で導かれ

ている。

(3－3)，(3－4)式から次式を得る。

$$(\mathbf{p}^{e^L} + \mathbf{K}^L \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{d}_i^L \\ \Delta \mathbf{d}_j^L \end{Bmatrix}) + (\mathbf{p}^{i^L} + \mathbf{M}^L \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{\mathbf{d}}_i^L \\ \Delta \ddot{\mathbf{d}}_j^L \end{Bmatrix}) = \mathbf{r}^L \qquad (3-5)$$

ただし、

$$\mathbf{p}^{i^L} = \mathbf{M}^L \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{d}}_i^L \\ \ddot{\mathbf{d}}_j^L \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{M}^L = \int_l \rho \mathbf{A}^T \mathbf{A} \, dx$$

ここで、上添字Lは局所座標系に関する諸量であることを示し、$\mathbf{p}^i$は慣性力,$\mathbf{M}$は質量マトリックスを表わし、また$\mathbf{p}^e$は復元力,$\mathbf{K}$は剛性マトリックス，$\mathbf{r}$は外力を表わしている。

(3－2)式で表わされる変形仮定を、材軸方向1次、材軸に垂直方向3次の多項式の変位関数として与えると、要素座標系での質量マトリックス$\mathbf{M}^L$は次のようになる。

$$\mathbf{M}^L = \rho l \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 & 1/6 & 0 & 0 \\ & 13/35 & 11l/210 & 0 & 9/70 & -13l/420 \\ & & l^2/105 & 0 & 13l/420 & -l^2/140 \\ & & & 1/3 & 0 & 0 \\ & \mathrm{SYM.} & & & 13/35 & -11l/210 \\ & & & & & l^2/105 \end{bmatrix} \qquad (3-6)$$

全体座標系での質量マトリックス$\mathbf{M}$は、座標変換マトリックス$\mathbf{R}$を用いて次のように表わされる。

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}^T \mathbf{M}^L \mathbf{R} \qquad (3-7)$$

(3－6)，(3－7)式からも明らかなように、質量マトリックス$\mathbf{M}$は、要素長の変化及び要素の回転により変化する。しかし、本研究では、このような幾何学的非線型性が質量マトリックスに及ぼす影響が小さいと考え、計算の便宜上質量マトリックスは不変であると仮定する。

3－2－2　減衰特性

建築構造物の減衰特性は上部構造と下部構造に分けて考えるのが妥当であり[5)]、地下逸散減衰などの下部構造の変形に起因する減衰は建築構造物の動的応答解析における重要な問題であるが[6)]、本研究は上部構造としての鋼構造骨組を対象とするもので、下部構造の減衰は考えない。

構造物の主架構の履歴減衰については復元力特性の問題として評価しているのでここでは除外すると、上部構造の減衰の原因としては、鋼材の固体粘性，構造要素相互あるいは他の固体との摩擦,

空気抵抗などが挙げられ[7]、 これらの原因の総合として構造物の減衰特性は論じられるべきである。しかし、鋼材の粘性[8]や空気抵抗については物理的に明確な定量化が可能であるとしても、柱はり仕口や壁・サッシの接合部あるいは種々の機器・設備などの載荷物に働く摩擦の定量化は、理論的アプローチの大きな障壁である。

既往の実験的研究によれば、鋼構造物の減衰は部材の接合形式により著しく変化すること[9]、また、2次部材などを含まない実験用の骨組では減衰定数が比較的小さいが[10][11]、実在建築物では軀体工事完了後もカーテンウォールや間仕切壁などの取りつけ及び設備などの搬入に伴い減衰定数が著しく増大すること[12]が明らかにされている。減衰の原因は多種多様であり、個々の要因別に定量化して減衰マトリックスを理論的に作成することは現時点では不可能であろう。

さて、非減衰系では各次の振動形においてその成分は同位相であるが、減衰系では一般に位相のずれが生じる。しかし、この振動形の位相のずれは小さいので[13]、各次の振動形が位相のずれを生じないという制約条件の下で減衰マトリックスを考える方法が通常よく用いられている。このような条件を満たす減衰マトリックスとして、Caughey は次の級数を提案している[14]。

$$\mathbf{C} = \mathbf{N}^{T^{-1}} \left(\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{n-1} a_{kl} (\mathbf{N}^T \mathbf{K} \mathbf{N})^{\frac{l}{k}} \right) \mathbf{N}^{-1} \qquad (3-8)$$

ただし、

$$\mathbf{N}^T \mathbf{M} \mathbf{N} = \mathbf{I}$$

ここで $\mathbf{I}$ は単位マトリックスであり、n は振動系の自由度である。

Caughey の級数の特殊なものとして、Rayleighの減衰マトリックスがある。Rayleighは減衰マトリックスを次式のように剛性マトリックスと質量マトリックスの1次結合により表わしている。

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \qquad (3-9)$$

この時、i 次の減衰定数 hi は次のようになる。

$$hi = \frac{\alpha + \beta \omega_i^2}{2\omega_i} \qquad (3-10)$$

ここで、ω_i は i 次の固有円振動数である。

Caughey の級数を用いれば各次の減衰定数は任意に定められるが、一般には、(3－9)式のRayleigh 型や、更に簡便なものとして剛性マトリックス比例型，質量マトリックス比例型などの減衰マトリックスがよく用いられており、低次の減衰定数のみを考慮して減衰マトリックスを算定するのが常であり、高次の減衰定数については特に配慮していない。

木下は、線型構造物の地震応答解析結果から、剛性マトリックス比例型の減衰マトリックスを用

いると、Rayleigh型（$h_1=h_2$）を用いた場合に比べて応答量が著しく減小し、h_1を小さく、例えば$h_1=0.01$ としても、応答量が 1/2 程度になることがあると報告している[6]。弾塑性系では履歴減衰が支配的になり粘性減衰の影響は小さくなるが、小堀らは、弾塑性系においても減衰型の相違による応答量の差が高層部に顕著に認められることを示しているから[15]、高次の減衰定数についても適切な評価が必要である。

実在建築物の振動実験結果[16]によれば、1次の減衰定数 h_1 は、鋼構造では比較的ばらつきが小さく 0.5～2.5％程度の範囲にあり、大まかに1％と見なせる[6]。また、高次の減衰定数については、高次振動では減衰定数が大きくなる傾向があるが、剛性マトリックス比例型の減衰マトリックスのような減衰定数と固有振動数の比例関係はないことが明らかにされている[6) 17)]。

本研究では、以上に述べた既往の研究結果を考慮して、各次の減衰定数 h_i が固有円振動数 ω_i に伴って緩やかな増大を示すRayleigh型の減衰マトリックスを採用し、$h_1=h_2=0.01$ として構造物の減衰特性を評価する。

Rayleigh型の減衰マトリックスによる $h_i-\omega_i/\omega_1$ 関係を実在建築物の既往の振動実験結果[17) 18)]とFig. 3－2に比較する。ただし、振動実験結果がほぼ$\omega_2/\omega_1=3$であることを考慮して、Rayleigh型の減衰マトリックスによる $h_i-\omega_i/\omega_1$関係は$\omega_2/\omega_1=3$として算定している。この図では実験値のばらつきが大きいが、本研究で採用した減衰マトリックスは、高次の減衰定数が固有円振動数に伴って緩やかに増大する傾向にあることを概ねとらえていることがわかる。

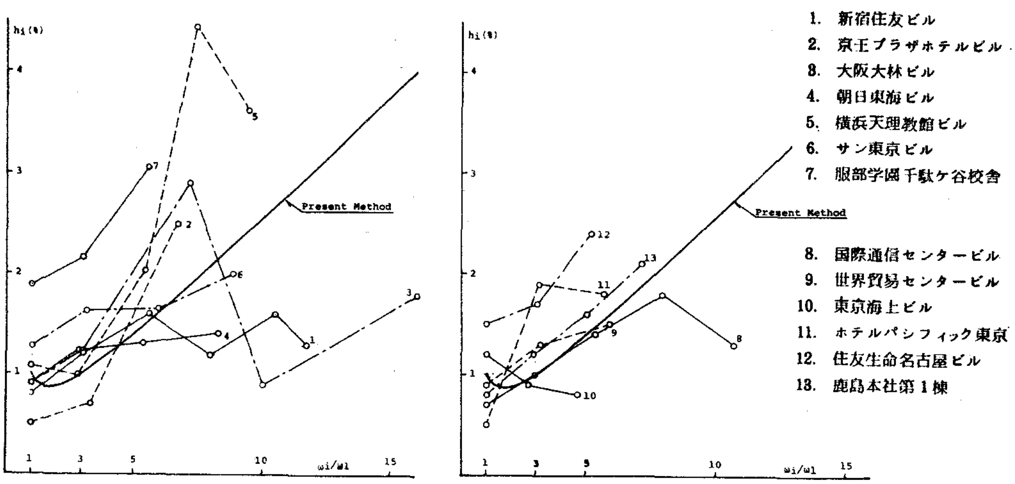


Fig.3-2 hi-ωi/ω1 Relation

3−2−3 運動方程式の増分表示

離散系の任意時刻 t における動的釣合方程式は次式で与えられる。

$$\mathbf{p}_t^{\,i} + \mathbf{p}_t^{\,d} + \mathbf{p}_t^{\,e} = \mathbf{r}_t \qquad (3-11)$$

ただし、$\mathbf{p}_t^{\,i}$ ，$\mathbf{p}_t^{\,d}$，$\mathbf{p}_t^{\,e}$ は慣性力ベクトル，減衰力ベクトル，復元力ベクトルであり、$\mathbf{r}_t$ は外力ベクトルである。また、下添字 t は時刻 t での諸量であることを表わしている。

非線型系については、時刻 $t+\varDelta t$ での釣合方程式を便宜的に次式で表わす。

$$(\mathbf{p}_t^{\,i} + \varDelta\mathbf{p}^{i}) + (\mathbf{p}_t^{\,d} + \varDelta\mathbf{p}^{d}) + (\mathbf{p}_t^{\,e} + \varDelta\mathbf{p}^{e}) = \mathbf{r}_{t+\varDelta t} \qquad (3-12)$$

ここで、$\varDelta\mathbf{p}^{i}$，$\varDelta\mathbf{p}^{d}$，$\varDelta\mathbf{p}^{e}$ は時間増分 $\varDelta t$ 間の増分を表わす。時間増分 $\varDelta t$ 間において、力と変形の増分間に次の線型関係が成立すると仮定する。即ち、

$$\varDelta\mathbf{p}^{i} = \mathbf{M}_t\varDelta\ddot{\mathbf{d}}\ ,\ \varDelta\mathbf{p}^{d} = \mathbf{C}_t\varDelta\dot{\mathbf{d}},\ \varDelta\mathbf{p}^{e} = \mathbf{K}_t\varDelta\mathbf{d} \qquad (3-13)$$

$\mathbf{M}_t$，$\mathbf{C}_t$，$\mathbf{K}_t$ は時刻 t での質量マトリックス，減衰マトリックス，剛性マトリックスであり、$\varDelta\ddot{\mathbf{d}}$，$\varDelta\dot{\mathbf{d}}$，$\varDelta\mathbf{d}$ は $\varDelta t$ 間の加速度増分ベクトル，速度増分ベクトル，変位増分ベクトルを表わす。従って、（３−１２）式は次のように書き直せる。

$$(\mathbf{p}_t^{\,i} + \mathbf{M}_t\varDelta\ddot{\mathbf{d}}) + (\mathbf{p}_t^{\,d} + \mathbf{C}_t\varDelta\dot{\mathbf{d}}) + (\mathbf{p}_t^{\,e} + \mathbf{K}_t\varDelta\mathbf{d}) = \mathbf{r}_{t+\varDelta t} \qquad (3-14)$$

ただし、前述したように、本研究では質量マトリックス及び減衰マトリックスの非線型性は無視しているので、次のように表わせる。

$$\mathbf{M}_t = \mathbf{M},\quad \mathbf{C}_t = \mathbf{C} \qquad (3-15)$$

3−2−4 運動方程式の数値積分法

ここでは、運動方程式の数値積分に関する既往の研究を参照して、本研究に適した数値積分法を選定する。本研究で対象とする振動系は、地震外乱をうける建築構造物の有限要素モデルであり、自由度数十程度以上の非線型系で粘性減衰定数は小さい。更に、外乱のパワースペクトルは比較的なめらかで、高次振動が卓越する可能性は少なく、ある振動数以上の高次振動の応答は無視できることを前提としている。

運動方程式の数値積分法は、single−step−method と multi−step−method に大別できる。数値積分法は、時刻 $t+\varDelta t$ での運動の状態を計算するために、少なくとも時刻 t での運動の状態についての情報を必要とし、一般に時刻零での変位と速度は初期条件として与えられる。時刻 t での情報のみにより時刻 $t+\varDelta t$ での情報を算定する方法が single−step−method[19] であり、 更に時刻 $t-\varDelta t$ 以前の情報を使用する方法が multi−step−method[20] であ

る。しかし、multi-step-methodは、時刻 $t-\Delta t$ 以前の情報についての記憶を必要とするだけではなく、積分開始時に初期条件が与えられた時刻以外での運動の状態を仮定する必要があり、この付加的情報が不適当であれば解の信頼性に重大な問題となる。従って、付加的情報の十分な正統化が為されないなら最小限の情報を用いるべきであり、multi-step-methodがsingle-step-method に優るとは言い難い[21]。

いかなる数値積分法においても、得られる解にある程度の精度を期待するなら、時間増分の大きさはその振動系の固有周期に関係するある限度以下に規定されねばならない。ところが、一般に、高次振動の応答は低次振動に比べて小さいので、有限要素系のすべての振動形について正確な解を求めることは通常必要とされない。この時、高次振動の解は正確である必要はないが、高次振動の解が発散して低次振動について正確に求められた解を無意にしてはならない。このような意味で数値積分法の無条件安定性（unconditional stability）が強調される[22]。即ち、無条件安定性とは、いかなる時間増分を用いても、ある初期条件に対する自由振動解が無制限に大きくならないことと定義される。

一方、連続体と異なり、離散系は有界な最大の振動数 ω_c（cut off振動数）が存在するので、この振動数までの条件付安定性（stiff stability）を保証すればよいという考え方もある[23]。これは、無条件安定性の要求が数値積分法に対して苛酷な制限を与えることから出発したものであるが[21]、多自由度系の固有値解析が容易でないこと、また、非線型系では ω_c が変化することから、本研究では無条件安定性を数値積分法の必要条件と考える。

さて、解の無条件安定性を保証するsingle-step-method としては、Newmark β 法[24]と Wilson θ 法[25] が挙げられる。Wilson θ 法は、時間間隔 $\theta\Delta t$（ただし、$\theta\geq 1$）で加速度が線型に変化すると仮定して、時間増分 Δt 後の状態を求めるものであり、$\theta\geq 1.37$ なら無条件安定である[22]。しかし、Wilson θ 法による解は、初速度（または初期変位）を与えた時、まず誤差の最大値に達し、その後精解より長い周期で減衰するという性質をもち、最大振幅が精解の数十倍になり得ることが報告されており[26]、十分に時間が経過した後の減衰性のみで、Wilson θ 法の解の信頼性を論じることはできない。従って、本研究では高次振動の解の誤差が過度に大きくならないNewmark β 法（Generalized Acceleration Method）を採用する。

Newmarkは、時刻 t と $t+\Delta t$ での運動の状態に次の関係があると仮定した。

$$\left.\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{d}} &= \Delta t\left\{(1-\gamma)\ddot{\mathbf{d}}_t+\gamma\ddot{\mathbf{d}}_{t+\Delta t}\right\} \\ \Delta\mathbf{d} &= \Delta t\,\dot{\mathbf{d}}_t+\Delta t^2\left\{\left(\frac{1}{2}-\beta\right)\ddot{\mathbf{d}}_t+\beta\ddot{\mathbf{d}}_{t+\Delta t}\right\}\end{aligned}\right\} \qquad (3-16)$$

ここで、βとγは、時間増分Δt 間に加速度がどのように変化するかを表わすパラメーターであり[27]、Newmark β法の精度及び安定性はβとγの値に依存している。(3 − 1 6)式を整理すると次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} \Delta \ddot{\mathbf{d}} &= -\frac{1}{2\beta}\ddot{\mathbf{d}}_t - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{\mathbf{d}}_t + \frac{1}{\beta\Delta t^2}\Delta\mathbf{d} \\ \Delta \dot{\mathbf{d}} &= \left(1-\frac{\gamma}{2\beta}\right)\Delta t\,\ddot{\mathbf{d}}_t - \frac{\gamma}{\beta}\dot{\mathbf{d}}_t + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\Delta\mathbf{d} \end{aligned}\right\} \tag{3-17}$$

(3 − 1 7)式を(3 − 1 4)式に代入すると、次式を得る。

$$\left(\mathbf{K}_t + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\mathbf{C}_t + \frac{1}{\beta\Delta t^2}\mathbf{M}_t\right)\Delta\mathbf{d} = \mathbf{r}_{t+\Delta t} - \mathbf{p}_t^{\,i} - \mathbf{p}_t^{\,d} - \mathbf{p}_t^{\,e}$$

$$+\mathbf{M}_t\left(\frac{1}{2\beta}\ddot{\mathbf{d}}_t + \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{\mathbf{d}}_t\right) + \mathbf{C}_t\left\{\left(\frac{\gamma}{2\beta}-1\right)\Delta t\,\ddot{\mathbf{d}}_t + \frac{\gamma}{\beta}\dot{\mathbf{d}}_t\right\} \tag{3-18}$$

(3 − 1 8)式から変位増分$\Delta\mathbf{d}$が求められ、更に(3 − 1 7)式を用いて速度増分$\Delta\dot{\mathbf{d}}$, 加速度増分$\Delta\ddot{\mathbf{d}}$が得られる。

次に、非減衰の線型１自由度系の自由振動問題について、Newmark β 法の安定性を検討する。変位をu，固有円振動数をωとすると、運動方程式は次式となる。

$$\ddot{u} = -\omega^2 u \tag{3-19}$$

(3 − 1 6)式の第２式より次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} u_{t+\Delta t} &= u_t + \dot{u}_t\Delta t + \left\{\left(\frac{1}{2}-\beta\right)\ddot{u}_t + \beta\ddot{u}_{t+\Delta t}\right\}\Delta t^2 \\ u_t &= u_{t-\Delta t} + \dot{u}_{t-\Delta t}\Delta t + \left\{\left(\frac{1}{2}-\beta\right)\ddot{u}_{t-\Delta t} + \beta\ddot{u}_t\right\}\Delta t^2 \end{aligned}\right\} \tag{3-20}$$

(3 − 1 9), (3 − 2 0)式より,

$$\begin{aligned} &u_{t+\Delta t} - 2u_t + u_{t-\Delta t} \\ &= \Delta t(\dot{u}_t - \dot{u}_{t-\Delta t}) + \left(\frac{1}{2}-\beta\right)\Delta t^2\omega^2(-u_t + u_{t-\Delta t}) + \beta\Delta t^2\omega^2(-u_{t+\Delta t} + u_t) \end{aligned} \tag{3-21}$$

更に(3 − 1 6)式の第１式に(3 − 1 9)式を代入すると次式を得る。

$$\dot{u}_t - \dot{u}_{t-\Delta t} = -\omega^2\{(1-\gamma)u_{t-\Delta t} + \gamma u_t\}\Delta t \tag{3-22}$$

(3 − 2 2)式を(3 − 2 1)式に代入して整理すると次のようになる[24]。

$$u_{t+\Delta t} - (2-\alpha^2)u_t + u_{t-\Delta t} + \left(\gamma-\frac{1}{2}\right)\alpha^2(u_t - u_{t-\Delta t}) = 0 \tag{3-23}$$

ただし、

$$\alpha^2 = \frac{\omega^2 \varDelta t^2}{1+\beta\omega^2\varDelta t^2} \qquad (3-24)$$

さて、（３－２３）式の解として$u_t = D\lambda^{\frac{t}{\varDelta t}}$を代入すると、（３－２３）式が$D=0$以外の解を持つ条件は次式となる。

$$\lambda^2 - \{2-\alpha^2(\gamma+\frac{1}{2})\}\lambda + \{1-\alpha^2(\gamma-\frac{1}{2})\} = 0 \qquad (3-25)$$

（３－２５）式よりλは次のようになる。

$$\lambda = \frac{2-\alpha^2(\gamma+\frac{1}{2}) \pm \sqrt{\alpha^4(\gamma+\frac{1}{2})^2 - 4\alpha^2}}{2} \qquad (3-26)$$

（３－２３）式が安定な解を持つ条件は次式で表わされる。

$$|\lambda| \leq 1 \qquad (3-27)$$

λが実根のとき次式が成立する。

$$\alpha^2(\gamma+\frac{1}{2})^2 \geq 4 \qquad (3-28)$$

このとき、（３－２６）式で$\lambda \leq 1$は常に成立し、$\lambda \geq -1$より次式を得る。

$$\alpha^2(\gamma+\frac{1}{2}) \leq 4 \qquad \alpha^2\gamma \leq 2 \qquad (3-29)$$

（３－２８），（３－２９）式から、λが（３－２７）式を満足する実根である条件は次のように表わされる。

$$\gamma \geq \frac{1}{2} \quad \text{かつ} \quad \frac{4}{(\gamma+\frac{1}{2})^2} \leq \alpha^2 \leq \frac{2}{\gamma} \qquad (3-30)$$

λが虚根のときは次式が成立する。

$$\alpha^2(\gamma+\frac{1}{2})^2 \leq 4 \qquad (3-31)$$

$|\lambda| \leq 1$より次式を得る。

$$|\lambda| = \sqrt{1-\alpha^2(\gamma-\frac{1}{2})} \leq 1$$

即ち

$$\gamma \geq \frac{1}{2} \qquad (3-32)$$

ゆえに、$\gamma \geq \frac{1}{2}$の場合には、（３－３０）または（３－３１）式を満足するとき$|\lambda| \leq 1$となる。即ち、（３－２３）式が安定な解をもつ条件は次のように表わされる。

$$\alpha^2 \leq \frac{2}{\gamma} \quad かつ \quad \gamma \geq \frac{1}{2} \tag{3-33}$$

上式に（３－２４）式を代入すると次式を得る。

$$(\gamma - 2\beta)\,\omega^2 \Delta t^2 \leq 2 \quad かつ \quad \gamma \geq \frac{1}{2} \tag{3-34}$$

従って、Newmark β 法が無条件安定，即ち、任意の $\omega\Delta t$ に対して安定である条件は次のように表わせる。

$$2\beta \geq \gamma \geq \frac{1}{2} \tag{3-35}$$

パラメーターβ，γとNewmark β 法の精度の関係については、初期変位を与えたとき、振幅誤差を生じない条件は$\gamma = \frac{1}{2}$となり、初速度に対して振幅誤差を生じない条件は$\beta = \frac{1}{4}$となることが明らかにされている[24)]。従って、非減衰自由振動時の振幅誤差を生じず、かつ無条件安定性を保証するように、$\gamma = \frac{1}{2}$，$\beta = \frac{1}{4}$とする。

$\gamma = \frac{1}{2}$，$\beta = \frac{1}{4}$としたときの時間増分Δt と解の精度の関係については既に多くの研究があり、$\omega\Delta t$ の増大に従って、解析解に比して周期が延び、また、みかけの粘性減衰定数が減小することが報告されている[22) 28) 29)]。系の固有周期をTとすると、周期の誤差は、$\Delta t/T$が１／２０で１％程度，1/6で１０％程度である。

3−2−5　エネルギーバランス

地震外乱を受ける構造物の各種エネルギー応答量は、構造物の応答性状を論じる上での重要な情報である[30)] だけではなく、運動方程式の数値積分の精度を検定するための尺度として有用である。

エネルギーバランスの基礎方程式は次のようにして導かれる[31)]。まず、（３－１１）式に速度ベクトル $\dot{\mathbf{d}}_t^T$ を左乗して次式を得る。

$$\dot{\mathbf{d}}_t^T \mathbf{p}_t^i + \dot{\mathbf{d}}_t^T \mathbf{p}_t^d + \dot{\mathbf{d}}_t^T \mathbf{p}_t^e = \dot{\mathbf{d}}_t^T \mathbf{r}_t \tag{3-36}$$

ここで、外力ベクトル$\mathbf{r}_t$ を静的荷重$\mathbf{r}\,\mathrm{con}$と地震外乱による動的荷重$\mathbf{r}\,\mathrm{dyn},\ t$に分ける。即ち、

$$\mathbf{r}_t = \mathbf{r}\,\mathrm{con} + \mathbf{r}\,\mathrm{dyn},\ t \tag{3-37}$$

（３－３６）式の諸量を時間軸に沿って積分すれば次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}
E_t^i &= \int_0^t \dot{\mathbf{d}}_t^T \mathbf{p}_t^i\, dt = \int_0^t \dot{\mathbf{d}}_t^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}}_t\, dt = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{d}}_t^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{d}}_t \\
E_t^d &= \int_0^t \dot{\mathbf{d}}_t^T \mathbf{p}_t^d\, dt \\
E_t^e &= \int_0^t \dot{\mathbf{d}}_t^T \mathbf{p}_t^e\, dt \\
E_t^G &= \int_0^t \dot{\mathbf{d}}_t^T\, \mathbf{r}\,\mathrm{con}\, dt = \mathbf{d}_t^T\, \mathbf{r}\,\mathrm{con} \\
E_t^F &= \int_0^t \dot{\mathbf{d}}_t^T\, \mathbf{r}\,\mathrm{dyn},\ t\ \ dt
\end{aligned}\right\} \tag{3-38}$$

ここで、$E_t^{\,i}$ は運動エネルギー，$E_t^{\,d}$ は粘性減衰による消散エネルギー，$E_t^{\,e}$ は内部仕事であり、$E_t^{\,G}$ は静的荷重による仕事，$E_t^{\,F}$ は地震外乱による入力エネルギーである。ただし、$E_t^{\,d}$，$E_t^{\,e}$，$E_t^{\,F}$ は台形公式を使った数値積分により求める。以上により、エネルギーバランスの基礎方程式は次式となる。

$$E_t^{\,i}+E_t^{\,d}+E_t^{\,e}=E_t^{\,G}+E_t^{\,F} \qquad (3-39)$$

本研究では、エネルギーバランスの検定指標として、次式で定義される無次元量 R_t を用いる。

$$R_t=\frac{\left|\,(E_t^{\,i}+E_t^{\,d}+E_t^{\,e})-(E_t^{\,G}+E_t^{\,F})\,\right|}{E_t^{\,G}+E_t^{\,F}} \qquad (3-40)$$

次節以降に示す数値計算では、R_t は概ね0.01以下に収まっており、比較的良好な精度を有していると考える。

3−3　地震応答解析例

3−3−1　概　　要

鋼材の応力度−歪度関係の仮定の差異による鋼構造骨組の静的荷重−変形挙動への影響については既に多くの研究があり、歪硬化が骨組構造物の弾塑性変形性状に重大な影響をもつことなどが明らかにされている[32) 33)]。また、第2章で述べたように、繰返し載荷を受ける部材の解析では鋼材のBauschinger 効果が無視できない場合がある。本節では、前節で採用した解析方法を用いて若干の数値解析を行ない、鋼材の歪硬化及びBauschinger 効果が鋼構造骨組の地震応答に及ぼす影響について検討する。

解析に用いた応力度−歪度関係の履歴モデルをFig. 3−3に示す。(a)は完全弾塑性型，(b)は歪硬化を考慮したBi−linear形，(c)は更にBauschinger 効果を考慮したTri−linear

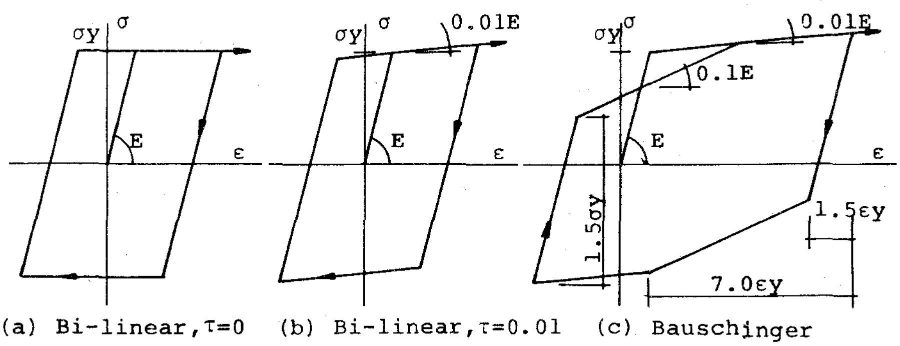


Fig.3-3 Stress-Strain Relations

形の履歴モデルである。

3−3−2　解析骨組と入力外乱

解析骨組はFig. 3 −4に示す3層1スパン骨組である。鉛直荷重ははり材に一様に分布するものと仮定し、既往の設計例などを参考にして4 ton/m とした。

設計用地震荷重は小堀・南井により提案されたせん断力係数分布[34] に従い、Base shear 係数を0.2として算定した。終局設計用荷重条件としては、過荷重時と地震時を考慮し、過荷重時荷重係数を1.65，地震荷重係数を1.5とし[35]、終局時層間変位角を0.02と仮定して$P-\Delta$効果による付加層モーメントを考慮した。終局設計用地震荷重をFig. 3 −4に示しておく。

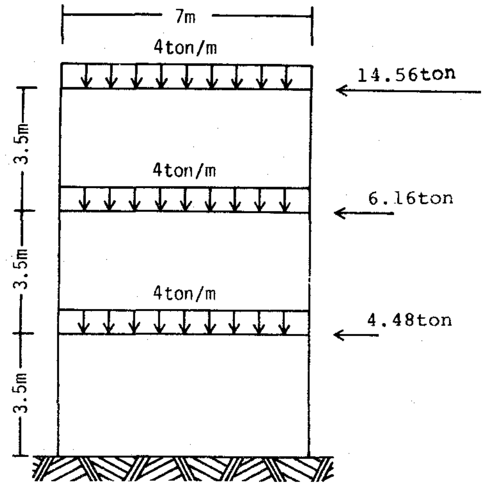


Fig.3-4 Frame Geometry

地震荷重時の部材断面の算定は、設計に伴う余剰層せん断耐力を最小にするため、棚橋らの提唱する最小重量設計の考え方による塑性設計法[36] に従った。

柱材には広幅H形鋼，はり材には中・細幅H形鋼を採用し、それらの断面寸法をFig. 3 −5に示す一定比率で変化する連続量の中で定めた。従って、設計された骨組は断面選定に伴う余剰強度を有しないことになる。

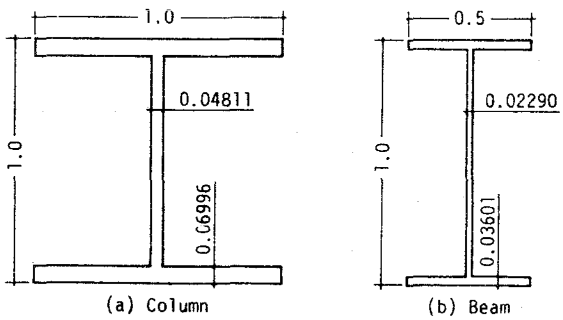


Fig.3-5 Member Size

軸力によるモーメント容量の低減には次式を用いた[35]。

$$M_{pc} = \min\{M_p,\ 1.14\ (1-N/N_y)M_p\}$$

ここでM_{pc}は軸力による低減塑性モーメント，M_pは全塑性モーメント，N/N_yは軸力比である。ただし、鋼材はSS41を想定し、降伏応力度$\sigma_y = 2.4$ ton/㎠，ヤング係数E＝2100 ton/㎠とした。

なお、次章以降の解析骨組もすべて以上に示した手法で設計している。

入力外乱としては、E1 Centro, 1940, N−SとTaft, 1952, E−Wを採用し、最大加速

度は３００galと５００galの２種、継続時間は７秒間とした。更に、主要動の持続時間が長い場合について調べるため、耐震設計用地震動として松島により提案されたクロススペクトル[37]を篠塚の方法[38]により定常確率過程としてシュミレートした継続時間１０秒間の模擬地震動２波を用いた。Table ３－１に入力外乱を表示しておく。

Table 3-1 Earthquake Excitations

	$\ddot{y}$max (gal)	mean square (gal^2)	duration (sec.)
El Centro,N-S	500.0	19900	7.0
"	300.0	7160	7.0
Taft,E-W	500.0	16700	7.0
"	300.0	6000	7.0
Earthquake,No.1	331.6	12786	10.0
Earthquake,No.2	323.4	12746	10.0

３－３－３　解析結果と考察

Fig. ３－６に、層せん断力Qと層間変位角$\Delta u/h$の最大応答値を示す。この図から明らかな通り、歪硬化を無視した解析結果は、歪硬化を考慮した場合（Bi－linear, τ＝0.01）に比べてQmax応答が減小し、（$\Delta u/h$）max応答が増大する傾向を示すが、その差は小さく、静的解析結果に見られるような弾塑性変形性状の著しい変化は認められない。一方、Bauschinger 効果を考慮した解析結果は、無視した場合（Bi－linear, τ＝0.01）に比べて、Qmax応答が減小し、材料のCyclic Softeningの効果を顕著に示している。また、この耐力低下にかかわらず、（$\Delta u/h$）max応答が全体的に小さいのは、履歴減衰が有効に働いているからであろう。

Fig. ３－７に、$Q－\Delta u/h$関係の履歴を示す。歪硬化の有無によるループ形状の差異はほとんどないが、歪硬化を無視するとPlastic Drift（振動中立軸の移動）が大きくなる傾向が認められる。Bauschinger 効果を考慮すると、Cyclic Softeningによる低い荷重段階での剛性低下を示すが、この剛性低下が１方向に塑性変形が累積するのを抑制する効果をもつことが窺える。

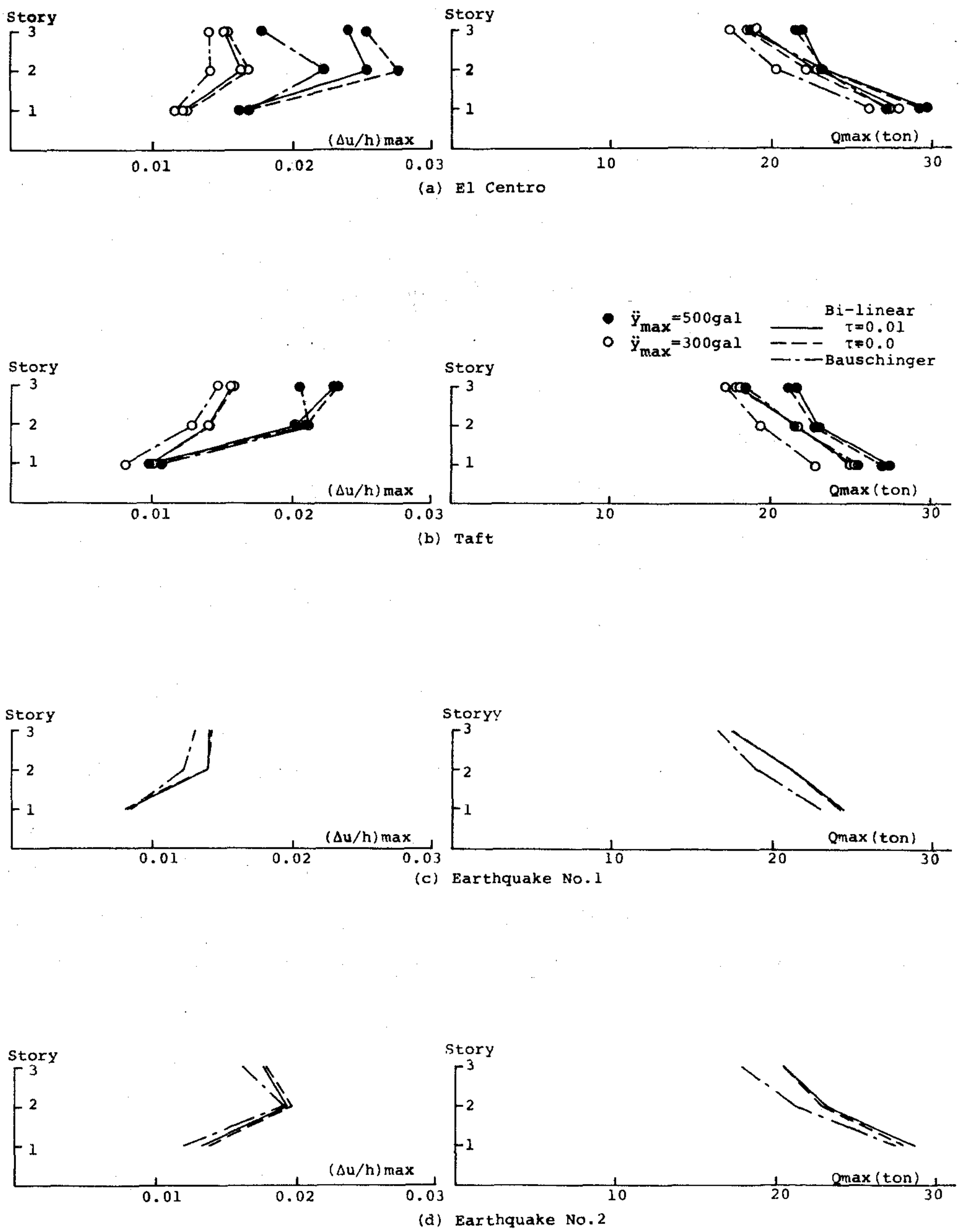
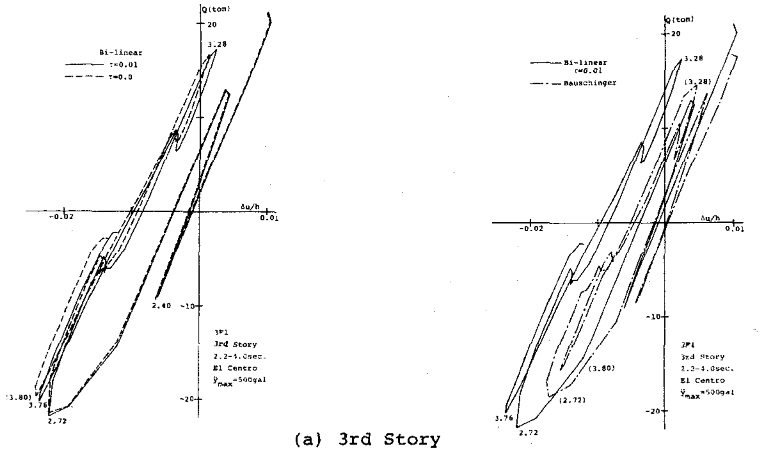
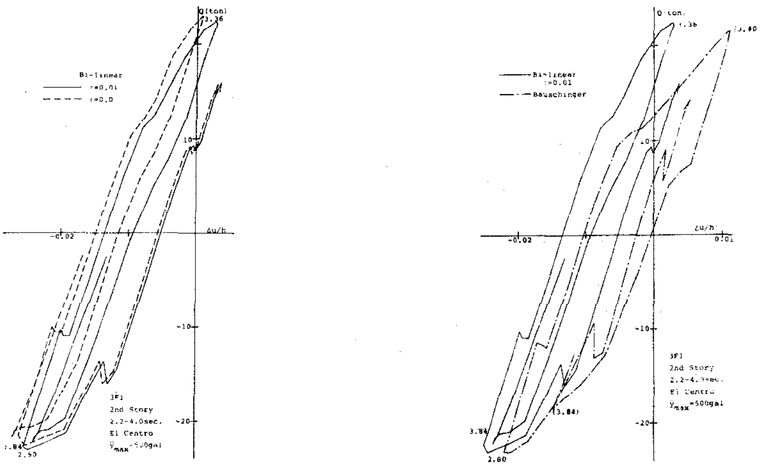


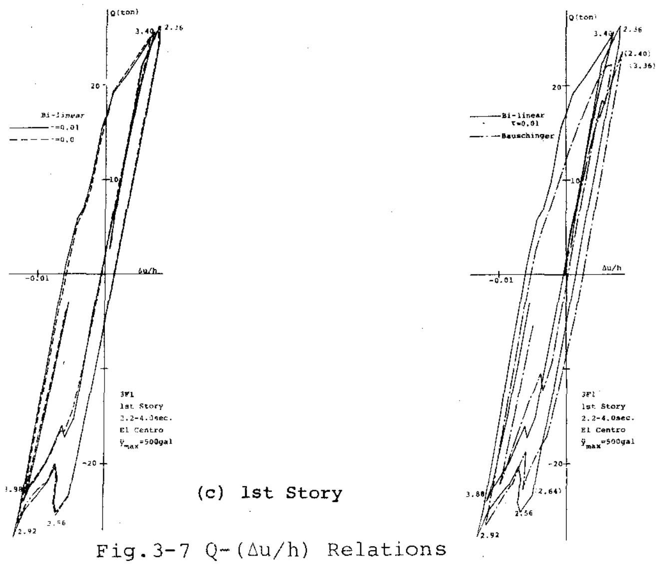
Fig.3-6 (Δu/h)max and Qmax



(a) 3rd Story



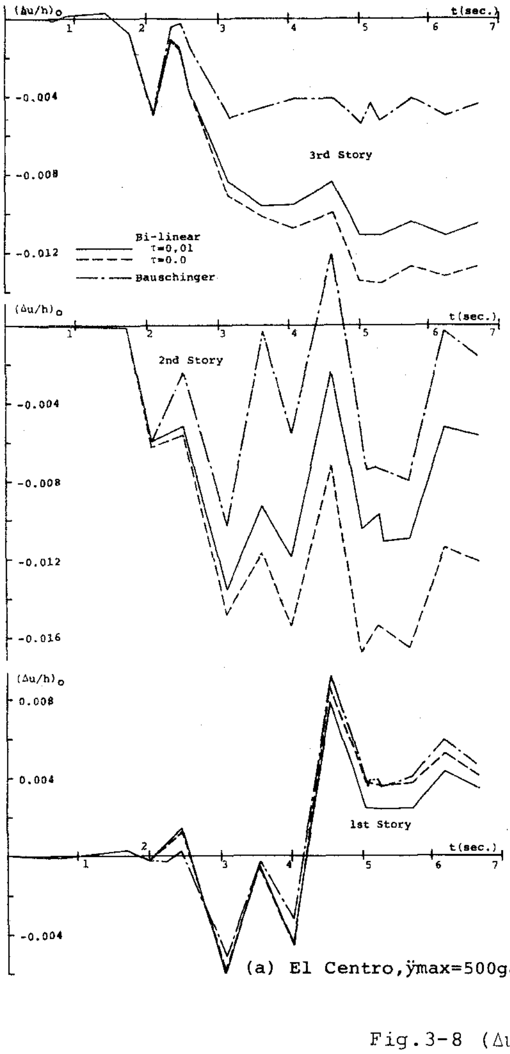
(b) 2nd Story



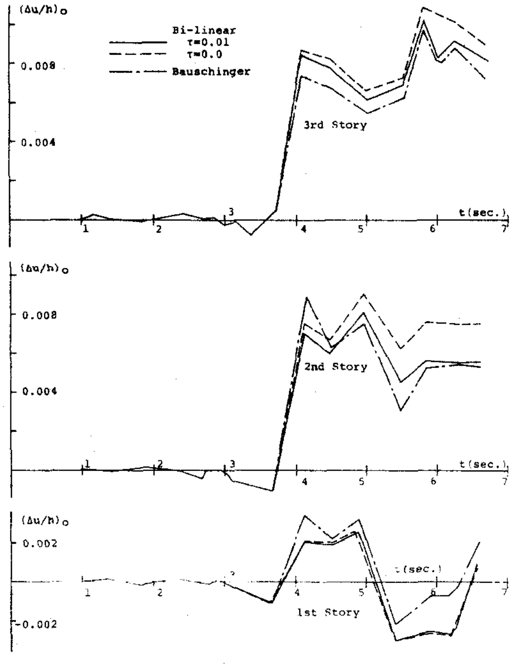
(c) 1st Story

Fig.3-7 Q-(Δu/h) Relations

Ｆｉｇ．３－８に、層せん断力が零のときの層間変位角($\Delta u/h$)$_0$ の時間的変化を示す。($\Delta u/h$)$_0$ は隣接層の層せん断力の影響を受けるが、層間変位角応答のＰｌａｓｔｉｃ　Ｄｒｉｆｔの大略の傾向を示している。この図から明らかなように、各ｃｙｃｌｅ毎に生じる塑性変形量には歪硬化の有無による差異はあまりないが、歪硬化を無視すると塑性変形が１方向に累積される傾向がより明確になる。また、Ｂａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ効果を考慮した解析結果では、無視した場合に比べて各ｃｙｃｌｅ毎の塑性変形量は必ずしも小さくないが、一度塑性履歴を受けると逆方向への塑性変形が生じ易いので、１方向への塑性変形の累積は他の場合より小さい。



(a) El Centro,ÿmax=500gal



(b) Taft,ÿmax=500gal

Fig.3-8 ($\Delta u/h$)$_0$ Time History

外乱終了時の各部材の内部仕事を、部材が逆対称複曲率曲げを受ける場合の初期降伏時歪エネルギーを基準値にとって無次元化し、Ｆｉｇ．３－９に示すが、歪硬化を考慮した場合と無視した場合の差違はほとんど認められない。一方、Ｂａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ 効果を考慮した解析結果は、上層部部材の内部仕事が減小する傾向を示している。この原因には、Ｂａｕｓｃｈｉｎｇｅｒ 効果による降伏耐力の低下が挙げられるが、本解析の範囲ではこの傾向を定性的なものとは結論し難い。

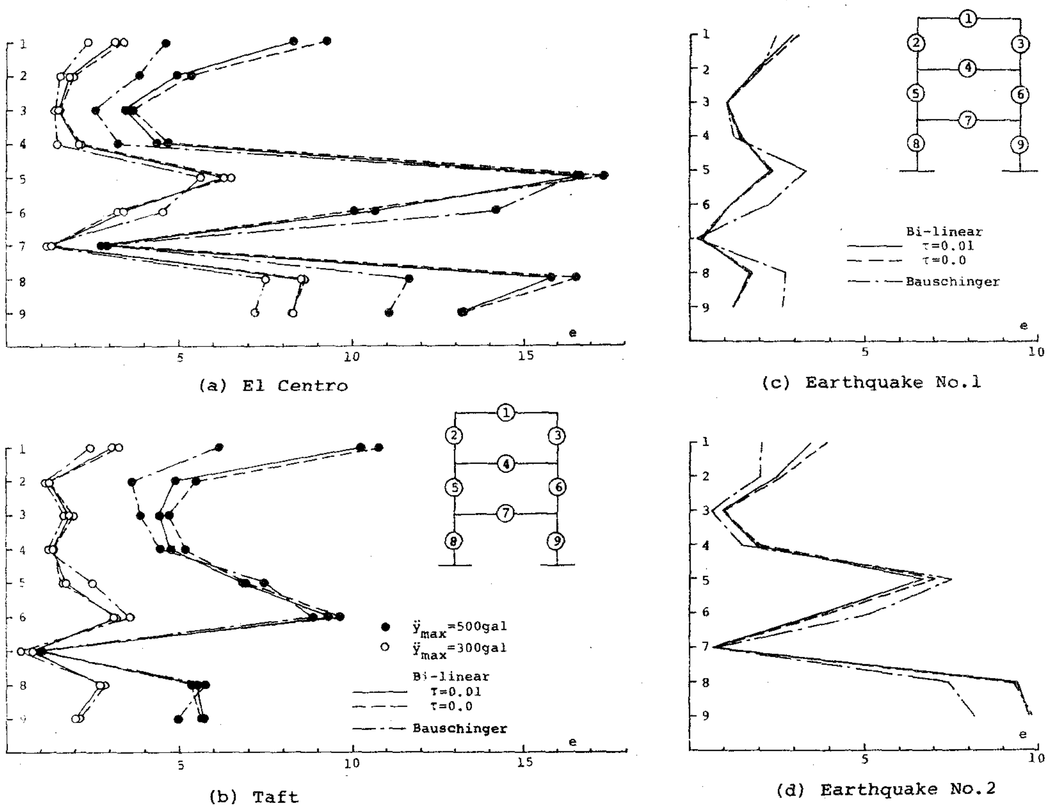
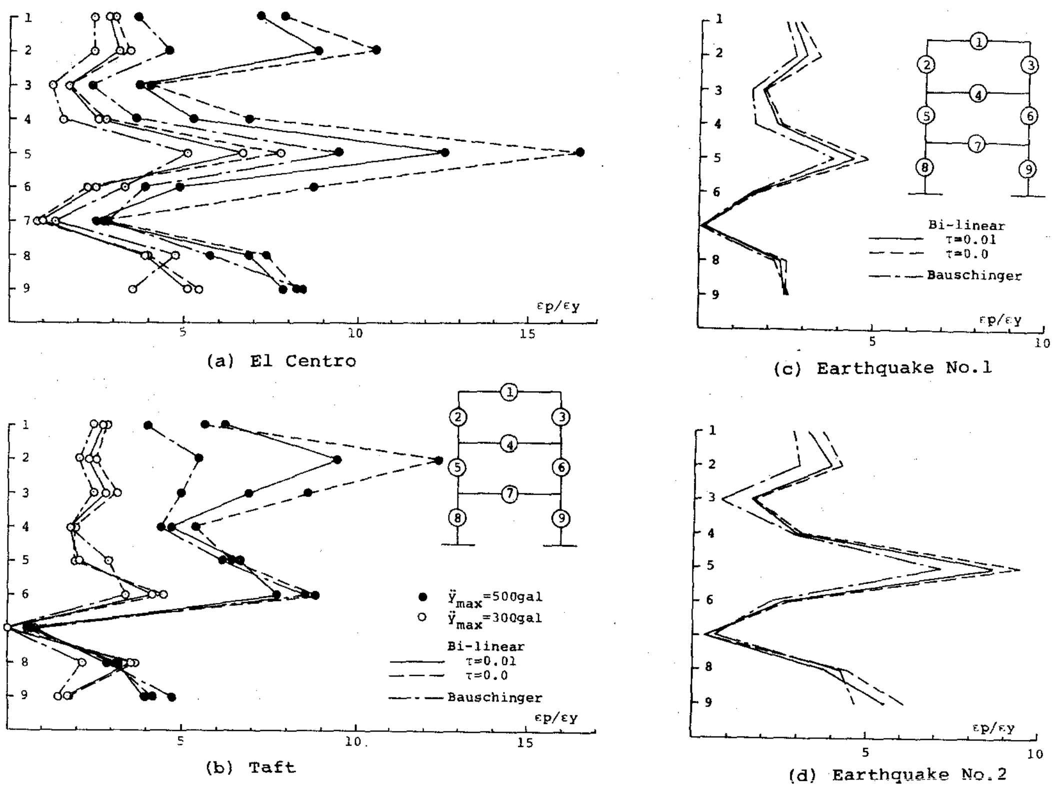


Fig.3-9 Normalized Internal Work

Ｆｉｇ．３－１０に各部材の最大塑性歪を降伏歪で無次元化して示す。全体的には内部仕事の分布と似た傾向を示すが、歪硬化を無視すると、相対的に塑性変形が大きい部材の最大塑性歪応答が増大する傾向がある。この原因としては、歪硬化を無視すると、部材端に塑性変形が集中し易いことや１方向への塑性変形の累積の傾向が強くなることが挙げられる。



(a) El Centro
(b) Taft
(c) Earthquake No.1
(d) Earthquake No.2

Fig.3-10 Normalized Plastic Strain

3—4　結　　　論

本章では、動的応答解析に伴う問題として慣性力，減衰力の定量化及び運動方程式の数値積分法を取り上げ、既往の研究を参照して、解析結果の信頼性を重視するという方針の下に、Consistent Mass法，Rayleigh型の減衰マトリックス及びNewmark β法（$\gamma=\frac{1}{2}$, $\beta=\frac{1}{4}$）を選定した。

また、以上の解析方法による地震応答解析例を示すと共に、解析結果に基づいて、鋼材の履歴モデルの差異による鋼構造骨組の地震応答に及ぼす影響について検討を加えた。その結果、材料のBauschinger 効果を無視すると塑性変形が1方向に累積する傾向が強くなり、この傾向は歪硬化を無視すると更に著しくなるが、各部材に生じる内部仕事に及ぼす履歴モデルの差異の影響は比較的小さく、静的解析において認められるような弾塑性変形性状の著しい変化は生じないことが判明した。

参　考　文　献

1) 石田修三：弾塑性骨組の静的及び動的大たわみ解析法，京都大学学位論文，昭 50.6，pp108～114

2) B. A. Ovunc, "Dynamics of Frameworks by Continuous Mass Method", Computers & Structures, Vol. 4, 1974

3) J. S. Archer, "Consistent Mass Matrix for Distributed Mass Systems", Proc. of ASCE, Vol. 89, No.ST4, Aug. 1963

4) J. S. Przemieniecki：マトリックス構造解析の基礎理論，培風館，昭 46.12，pp240～269

5) 武藤　清・小林俊夫：各部別減衰振動系のモーダルアナリシス法，日本建築学会論文報告集，第２０４号，昭 48.2

6) 木下勝弘：建築構造物の振動減衰機構に関する研究，早稲田大学学位論文，昭 45.12

7) 谷口　忠：建造物の振動減衰性に関する研究（鉄筋コンクリート造の減衰係数に就て），日本建築学会大会論文集，昭 12.3

8) C. W. Bert, "Material Damping: An Introductory Review of Mathematical Models, Measures and Experimental Techniques", Jour. of Sound and Vibration, 1973

9) 谷口　忠：建造物の振動減衰性に関する研究（鉄骨造の振動減衰性に就て），日本建築学会大会論文集，昭 15.4

10) 寺村　彰・中川恭次・渡辺清治・島口正三郎：減衰の基本的性状に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 47.10

11) 昇高　淳・岡田　宏・武田寿一・表佑太郎：鉄骨造３層２スパンフレームの共振実験による減衰常数の 検討，大林組技術研究所報，No.１３，１９７６

12) 杉本光夫・今野知則・沢辺幸夫・木村信也：低層純鉄骨造電話局の振動実験，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 47.10

13) 例えば、田治見宏：建築振動学，コロナ社，昭 40.5，pp23～36

14) T. K. Caughey, "Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems", Jour. of Applied Mechanics, June 1960

15) 小堀鐸二・井上　豊・河野允宏・奥本英史：弾塑性構造物の地震応答に及ぼす減衰効果，日本建築学会近畿支部研究報告集，昭 48.6

16) 例えば、建築物の耐震設計資料：建物振動実験一覧表，建築雑誌，昭 42.10
17) 太田外気晴・足立憲彦・内山正次・高橋克也：高層ビルの振動実験結果と地震時の振動性状，鹿島建設技術研究所年報，第２３号，昭 50.6
18) 日本建築学会編：建築構造物の振動実験，昭 53.12
19) 例えば、R. W. Clough, "Analysis of Structural Vibrations and Dynamic Response", Japan U. S. Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design, 1969
20) 例えば、J. C. Houbolt, "A Recurrence Matrix Solution for the Dynamic Response of Elastic Aircraft", Jour. of the Aeronautical Sciences, 1950
21) R. E. Nickell, "Direct Integration Methods in Structural Dynamics", Proc. of ASCE, Vol. 99, №EM2, 1973
22) K. J. Bathe and E. L. Wilson, "Stability and Accuracy Analysis of Direct Integration Method", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, 1973
23) C. W. Gear, "The Automatic Integration of Stiff Ordinary Differential Equations", Information Processing, Vol. 68, 1969
24) N. M. Newmark, "A Method of Computation for Structural Dynamics", Proc. of ASCE, Vol. 85, № EM3, 1959
25) E. L. Wilson, I. Farhoomand and K. J. Bathe, "Nonlinear Dynamic Analysis of Complex Structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, 1973
26) 武藤　清・高瀬啓元・上野弘道・小林俊夫：動力学における数値解析の研究（その２・ウィルソン法の特性について），日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 47.10
27) 河島佑男：動的応答解析，コンピュータによる構造工学講座Ⅱ－４－A，培風館，昭 47.7，pp46～58
28) 杉本米夫・守谷一彦：振動解析における数値解法の検討（２．数値積分法），日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 45.9
29) 武藤　清・高瀬啓元・上野弘道・小林俊夫：動力学における数値解析の研究（その１・時間刻みについて），日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 47.10

30) R. Tanabashi, T. Nakamura and S. Ishida, "Gravity Effect on the Catastrophic Dynamic Response of Strain-Hardening Multi-Story Frames", Proc. of 5th WCEE, June 1973

31) 小堀鐸二・南井良一郎・鈴木　有：弾塑性ジョイントを含む架構の地震応答，京大防災研究所年報，第9号，昭41.9

32) 坂本　順・宮村篤典・渡辺雅生：鋼構造物における歪硬化現象について，日本建築学会論文報告集，第１３４号，昭42.4

33) K. Inoue and K. Ogawa, "Nonlinear Analysis of Strain-Hardening Frames Subjected to Variable Repeated Loading", Technology Reports of Osaka Univ., Vol. 24, №1222, Oct. 1974

34) 日本建築学会編：地震荷重と建築構造の耐震性，昭52.1，pp23～54

35) 日本建築学会編：鋼構造塑性設計指針，昭50.11，pp10～13，45～52

36) R. Tanabashi and T. Nakamura, "The Minimum Weight Desigh of a Class of Tall Multi-story Frames Subjected to Large Lateral Forces", Trans. of AIJ, № 118(1965) and №119(1966)

37) 松島　豊：３方向地震入力による構造物の確率的応答，日本建築学会論文報告集，第２１７号，昭49.3

38) M. Shinozuka, "Simulation of Multivariate and Multidimensional Random Process", Jour. of the Acoustical Society of America, June 1970

第４章　せん断型多質点系モデルに関する一考察

４－１　序

骨組構造物の地震応答解析は、通常、各層構成要素の復元力特性を総合して、層せん断力と層間変位の間に１対１の対応がつくせん断型多質点系モデルに骨組構造物を置換し、各層の復元力特性をＢｉ－ｌｉｎｅａｒ形，Ｔｒｉ－ｌｉｎｅａｒ形などの単純な履歴モデルに理想化して行なわれる場合が多い。

せん断型多質点系モデルは解析が容易であるという利点をもち、また、構造物の地震応答を巨視的に把握する上で有利であるので、せん断型多質点系モデルを使った優れた研究も多く発表されており[1)～3)]、我国における高層建築物はせん断型多質点系モデルを使うことによって可能になったと言っても過言でないであろう。

しかしながら、せん断型多質点系モデルは、厳密には各層の強度，剛性が独立に設定可能な骨組に対して適用できるものであり、各層の弾塑性域にわたる強度，剛性の連成効果をいかに評価し、層の復元力特性を算定すればよいか、あるいは、せん断型多質点系モデルによる応答値がどの程度の精度を有するか[4)]については十分な検討がなされていない。また、構造物の真の終局耐震安全性は個々の部材の変形能力などにより保証されねばならないが、せん断型多質点系モデルから得られる巨視的応答値から構造物構成要素の局所的耐震安全性を論じることができるか[5)]については否定的意見の多いのが現状である。

本章では、２章及び３章で採用した動力学モデル（以後、Ｄｅｔａｉｌｅｄ　Ｍｏｄｅｌ と呼ぶ）が元の構造物の挙動を正確に追跡し得るものと仮定して、言い換えると、Ｄｅｔａｉｌｅｄ　Ｍｏｄｅｌ を原振動系と考えて、せん断型多質点系モデル（Ｓｈｅａｒ　Ｍｏｄｅｌ）の地震応答値を比較することによって、その耐震設計用動力学モデルとしての妥当性について検討・考察する。

４－２　骨組構造物のせん断型多質点系置換

建築構造物の各層床位置にそれぞれ質点を考え、質量をすべてこれらの質点に集中させ、隣接する質点を連結するせん断バネに各層の復元力特性を代表させることにより、建築構造物はせん断型多質点系に置換される。

弾性解析における各層のせん断剛性は、もとの構造物の低次の固有周期及び振動形を近似するように算定するのが合理的である。さて、r 次の固有円振動数を ω_r，振動形を $\mathbf{x}^r$ とすると、剛性マトリックス $\mathbf{K}$ と質量マトリックス $\mathbf{M}$ には一般に次の関係がある。

$$\mathbf{K}\mathbf{x}^r = \omega_r^2 \mathbf{M}\mathbf{x}^r \qquad (4-1)$$

ただし

$$\mathbf{x}^r = \{ x_1^r \cdots\cdots x_n^r \}^T$$

ここで、nは振動系の自由度である。せん断型多質点系モデルにおいて、i層のせん断剛性を$k\,i$, 質量を$m\,i$とすると、**K**及び**M**は次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned}
\mathbf{K} &= \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ & k_2+k_3 & \ddots & & \vdots \\ & & \ddots & & 0 \\ & & & k_{n-1}+k_n & -k_n \\ & \mathrm{SYM.} & & & k_n \end{bmatrix} \\
\mathbf{M} &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ & m_2 & \ddots & & \vdots \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & m_{n-1} & 0 \\ & \mathrm{SYM.} & & & m_n \end{bmatrix}
\end{aligned}\right\} \qquad (4-2)$$

(4 − 1)式は次のように書き直せる。

$$\begin{bmatrix} x_1^r & x_1^r - x_2^r & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & x_2^r - x_1^r & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & & 0 \\ \vdots & & & x_{n-1}^r - x_{n-2}^r & & x_{n-1}^r - x_n^r \\ 0 & \cdots & & 0 & & x_n^r - x_{n-1}^r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ k_n \end{Bmatrix} = \omega_r^2 \mathbf{M} \mathbf{x}^r \qquad (4-3)$$

または

$$\mathbf{A}^r \mathbf{k} = \omega_r^2 \mathbf{M} \mathbf{x}^r$$

従って、質量マトリックスが既知であれば、任意の固有周期とその振動形から各層のせん断剛性が算定できる。更に、1次からm次までの固有周期を考慮すると、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}^m \end{bmatrix} \mathbf{k} = \begin{Bmatrix} \omega_1^2 \mathbf{M} \mathbf{x}^1 \\ \vdots \\ \omega_m^2 \mathbf{M} \mathbf{x}^m \end{Bmatrix} \qquad (4-4)$$

(4 − 4)式は、n個の未知数$k\,i$についてmn個の方程式を与え、$m > 1$の場合には正確な解の存在する余地がない。従って、本研究では各次の振動形についての相対誤差を一様化するように、次式により最小自乗近似解を求める[6)]。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1^2}\mathbf{A}^1 \\ \vdots \\ \frac{1}{\omega_m^2}\mathbf{A}^m \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1^2}\mathbf{A}^1 \\ \vdots \\ \frac{1}{\omega_m^2}\mathbf{A}^m \end{bmatrix} \mathbf{k} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1^2}\mathbf{A}^1 \\ \vdots \\ \frac{1}{\omega_m^2}\mathbf{A}^m \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \mathbf{Mx}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{Mx}^m \end{Bmatrix} \qquad (4-5)$$

以下、m 次までの振動形を近似するようにせん断剛性を算定した弾性解析用のせん断型多質点系モデルをShear Model m th と呼ぶ。

弾塑性解析における各層の復元力特性については種々のモデルが提案されているが[7]、本研究ではPoly−linear 形とTri−linear 形の２種類の履歴モデルを採用する。

Poly−linear 形モデルのSkeleton Curve は、水平荷重を比例載荷したときの各層の層せん断力−層間変位関係を出来るだけ忠実に折線近似することにより求める。

Tri−linear 形モデルは慣用されている簡便な履歴モデルであり、その初期剛性にはDetailed Model の弾性応答解析結果に最も良好な近似を与えるせん断型多質点系モデルのせん断剛性を用い、層を構成する少なくとも１部材が降伏するときの層せん断力を初期降伏層せん断力、終局設計用層せん断力を最大層せん断力とし、第２分技剛性比を 0.3，第３分枝剛性を零として作成する。

以下、Poly−linear形の復元力モデルを用いたせん断型多質点系モデルをShear Model Poly, Tri−linear 形の復元力モデルを用いたせん断型多質点系モデルをShear Model Tri と呼ぶ。

減衰マトリックスは、Detailed Model と同様にRayleigh 型を採用し、減衰定数は１次及び２次振動について１%とする。

4−3 解析例による検討

4−3−1 解析の概要

解析骨組は５層１スパン骨組であり、骨組形状と終局設計用地震荷重をFig. 4−1に示しておく。解析骨組の設計の詳細は第３章３−３−２節と重複するので省略するが、最小重量設計に基づいて塑性設計された過崩壊形の骨組である。

入力外乱としては、El Centro, May 18, 1940の$N-S$成分とTaft, July 21, 1952の$E-W$成分を採用し、地震動の最大加速度としては、弾性解析においては１００gal、弾塑性解析においては３００galと５００galを設定した。また、地動の継続時間は８秒間とした。

Detailed Model の詳細については２章及び３章で述べたので省略するが、応力度−歪度

関係の履歴モデルとしては歪硬化係数を0.0 1とするBi−linear 形を採用している。

運動方程式の数値積分にはNewmark β 法($\gamma = 1/2$, $\beta = 1/4$)を用い、時間増分Δtは1/100秒とした。

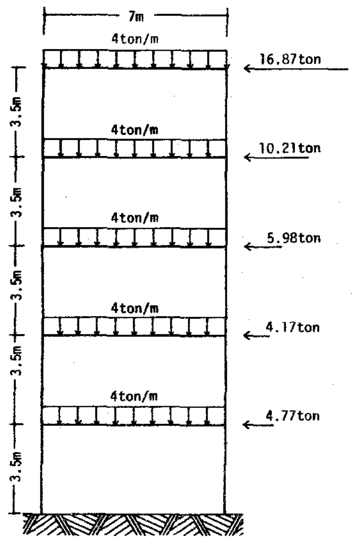


Fig.4-1 Frame Geometry

4−3−2 復元力モデルの算定

弾性応答解析用のせん断型多質点系モデルの固有周期をTable 4 − 1に示す。括弧内の数値はDetailed Model の固有周期に対する比である。Shear Model 1st の基本固有周期はDetailed Model と一致するが、高次の固有周期については著しい差がある。また、1次以外の振動形を考慮したShear Model では、多くの振動形を考慮するほど、各固有周期の相対誤差は一様化される傾向にあるが、基本固有周期は順次短かくなり、Shear Model 5th ではその差は1割以上になる。このことは、すべての固有周期及び振動形について合理的近似を与えるようにShear Model の剛性分布を算定することが不可能であることを示している。

Table 4-1 Natural Period

	1st	2nd	3rd	4th	5th
Detailed Model	1.149	0.433	0.249	0.168	0.119
Shear Model 1st	1.149 (1.000)	0.465 (1.075)	0.300 (1.202)	0.222 (1.322)	0.170 (1.426)
Shear Model 2nd	1.114 (0.969)	0.446 (1.031)	0.288 (1.156)	0.216 (1.282)	0.165 (1.390)
Shear Model 3rd	1.080 (0.940)	0.431 (0.997)	0.278 (1.117)	0.209 (1.241)	0.161 (1.352)
Shear Model 4th	1.045 (0.910)	0.419 (0.969)	0.270 (1.084)	0.202 (1.200)	0.156 (1.310)
Shear Model 5th	1.017 (0.885)	0.411 (0.949)	0.264 (1.061)	0.197 (1.170)	0.151 (1.267)

静的弾塑性解析は2章で述べた1次元有限要素法を用いて行なった。Fig. 4 − 2に、設計用地震荷重を比例載荷したときの各層の層せん断力−層間変位角関係とPoly−linear 形及びTri−

linear 形の履歴モデルのSkeleton Curve を示す。ただし、Tri−linear 形モデルの弾性剛性が入力地震外乱により異なることについては、4−3−3節で説明する。

Fig. 4−2から明らかなように、各層の層せん断耐力は鋼材の歪硬化の影響で終局設計用層せん断力を1割程度上回っており、また、一部部材の初期降伏は層せん断力−層間変位関係の急激な剛性低下を生じさせないので、Tri−linear 形の履歴モデルは層せん断力をかなり過小評価する。

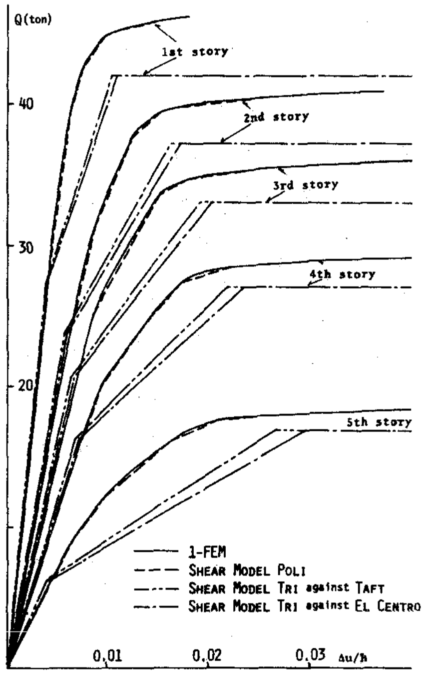


Fig.4-2 One Way Q-(Δu/h) Relations

図中には示していないが、各層の層せん断耐力は水平力の分布形による影響を強く受け、一様分布荷重を受けるときには、前記の設計用地震荷重を受ける場合に比べて、下層部の層せん断耐力が1割程度上昇し、上層部の層せん断耐力が2割程度低下することが既往の研究で明らかである[8]。

4−3−3 巨視的応答

弾性応答解析における各層の層間変位角$\Delta u/h$及び層せん断力Qの最大応答値をFig. 4−3に示す。ここでは、それぞれのShear Model の応答値の精度を検定するための指標として、次式で定義される相対誤差の自乗平均値eを用いた。

$$e=\sqrt{\frac{1}{n}\sum^{n}\left(\frac{R_D-R_S}{R_D}\right)^2} \qquad (4-6)$$

ただし、nは層数であり、R_DはDetailed Model の応答値，R_SはShear Modelの応答値である。各応答値についてのeをTable 4−2に示しておく。

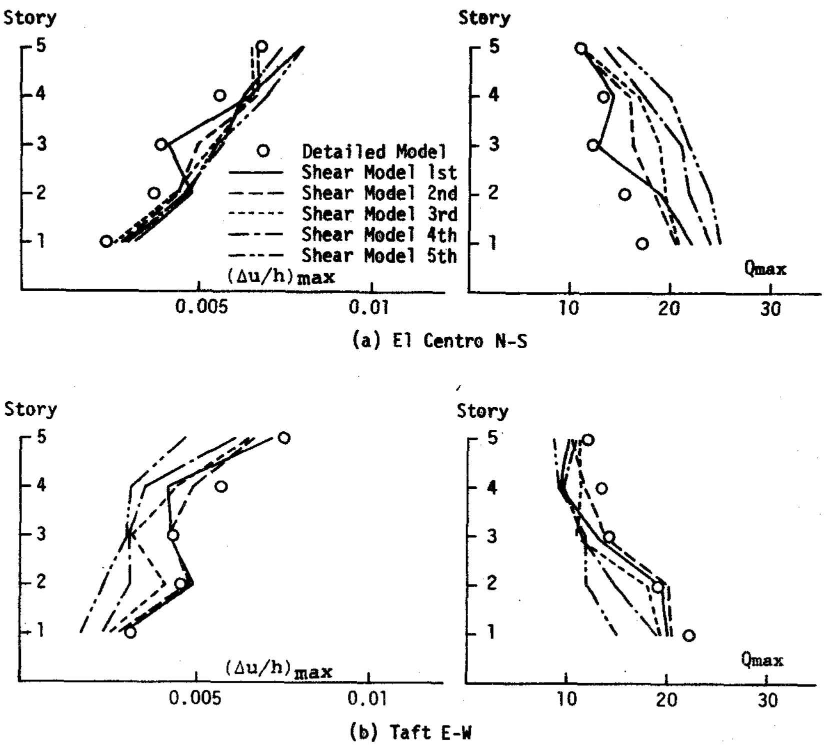


Fig.4-3 Maximum Responses of Elastic Systems

Table 4-2 Difference of Response

	El Centro,N-S		Taft,E-W	
	Qmax	(Δu/h)max	Qmax	(Δu/h)max
Shear Model 1st	0.162	0.217	0.168	0.129
Shear Model 2nd	0.207	0.186	0.096	0.097
Shear Model 3rd	0.302	0.216	0.145	0.194
Shear Model 4th	0.434	0.252	0.205	0.296
Shear Model 5th	0.536	0.269	0.309	0.418

これらの図表から明らかなように、Shear Model 1st と2ndはDetailed Modelの応答値に対して概ね良好な近似を与えているが、Shear Model 3rd, 4th, 5th はEl Centro, *N-S* に対する層せん断力応答及びTaft, *E-W*に対する層間変位応答についてDetailed Model の応答値と著しい差があり、 高次振動を考慮して剛性分布を算定したShear Modelほどその差の大きいことが注目される。これは、中低層建築物では1次振動が全体の応答に支配的役割を果たすので、Table 4－1に示した基本固有周期の差がShear Model の応

答に大きく影響するためである。

更に、Table 4－2においてShear Model 1st と 2ndの応答値の精度を比較すると、Taft, $E-W$ に対する応答についてはShear Model 2nd がDetailed Model の応答を最も良く近似しているが、一方、El Centro, $N-S$ に対する応答についてはShear Model 1st が Shear Model 2nd より良好な近似を与えている。これは単に1例に過ぎないが、Detailed Model の応答に最良の近似を与えるShear Modelの剛性分布は地震外乱により異なること、即ち、Shear Model の剛性分布は入力外乱の周波数特性を考慮して決定しなければならないことを明らかにしている。

以上の弾性応答解析結果を参照して、弾塑性応答解析に用いるTri－linear 形の履歴モデルの初期剛性は、El Centro, $N-S$ に対してはShear Model 1stの剛性, Taft, $E-W$に対してはShear Model 2nd の剛性を採用した。

さて、骨組構造物のせん断型多質点系置換は、理論的には、はり材が完全剛で、かつ、柱材の伸縮に起因する骨組の全体曲げ変形が無視できる場合にのみ成立する[9)]。即ち、前述したように、Shear Model の剛性分布を適当に調整してもDetailed Model の応答性状を完全に追跡できないのは、Shear Model においては対応層の層間変位のみの関数として表わされる層せん断力がはり材の変形による隣接層の連成効果と骨組の全体曲げ変形の影響を受けるからである。

Fig. 4－4の実線はDetailed Model の層せん断力－層間変位角関係の履歴の1例を示したものであり、破線は対応する層せん断力－せん断変形角関係を表わしている。ただし、せん断変形は層間変位から骨組の全体曲げ変形により生じた層間変位を減じたものである。この図から、

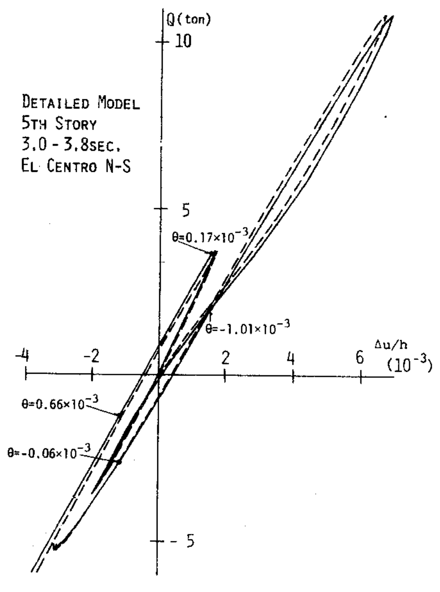


Fig.4-4 Q-(Δu/h) Relation of Elastic System

弾性応答解析においても層せん断力と層間変位には線型関係が成立しないこと、また、この骨組のように１スパンで曲げ変形が起こり易い場合でも、中低層建築物では骨組の全体曲げ変形の影響が比較的小さいことがわかる。図中θは柱脚（即ち、はり材端）の節点回転角の平均値を示している。このθの値からわかるように、同一の層間変位に対する層せん断力の差ははり材の変形状態の違いから説明可能であり、弾性応答解析においても隣接層の層間連成効果は無視しがたい[10]。

次に、弾塑性応答解析における最大層間変位角応答及び最大層せん断力応答をFig. 4－5に示す。Shear Model Poly は Detailed Model の応答値に対して全体的に良好な近似を与えている。一方、Shear Model Tri の層せん断力応答がDetailed Model の応答値を下回ることはFig. 4－2からも容易に推察されることであるが、Shear Model Tri がDetailed Model より全体的に小さい層間変位応答を与えることが注目される。塑性域での耐力及び剛性を小さく評価した復元力モデルによる応答解析では変位応答の上限値を得ることができないこと、即ち、耐力の過小評価が必ずしも安全側の近似となり得ないことは、このような単純な復元力モデルを使ったShear Model を耐震設計に用いる際に特に注意する必要がある。同様に、Bi－linear 形の履歴特性を有する振動系では第２分枝剛性比の小さい方がじん性率応答が小さくなることが既に報告されている[11]。

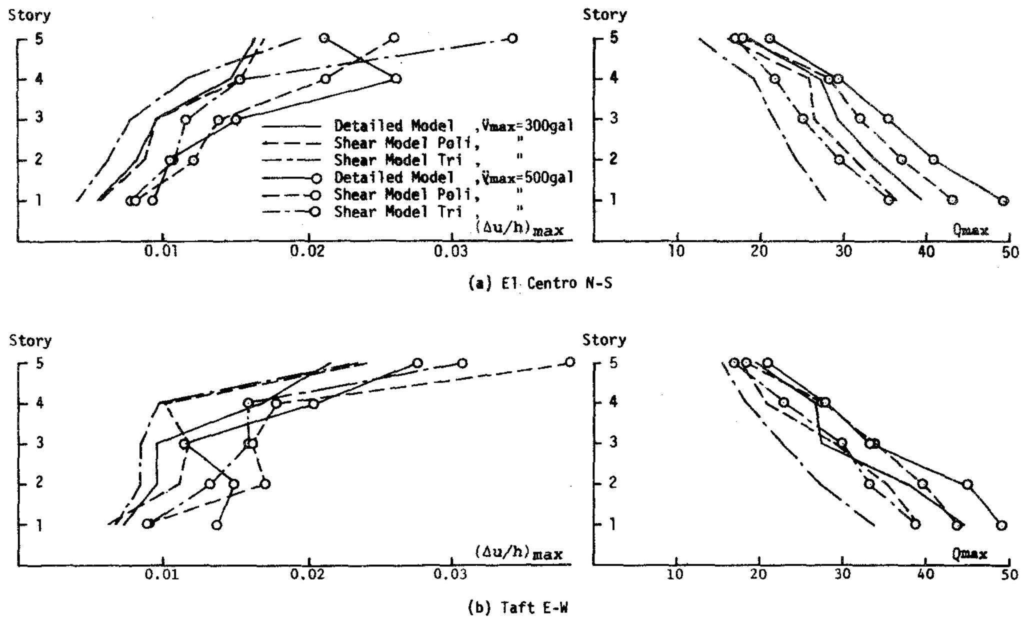


Fig.4-5 Maximum Responses of Elasto-Plastic Systems

Detailed Model と Shear Model Polyの水平変位応答の時間履歴をFig. 4－

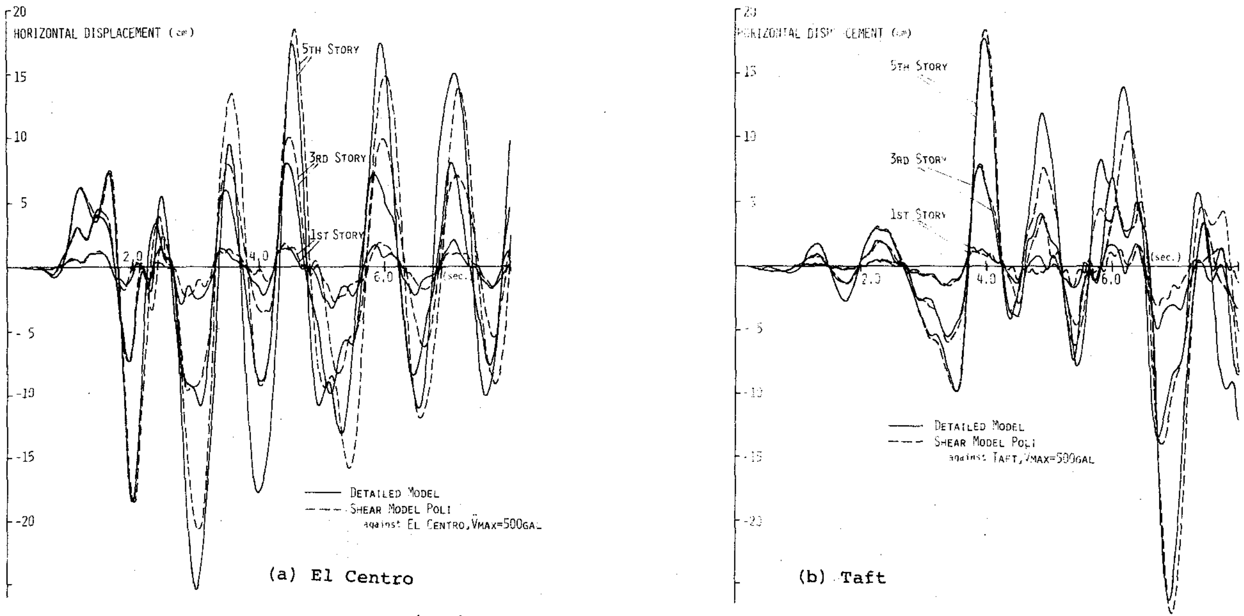


Fig.4-6 Displacement Time Histories

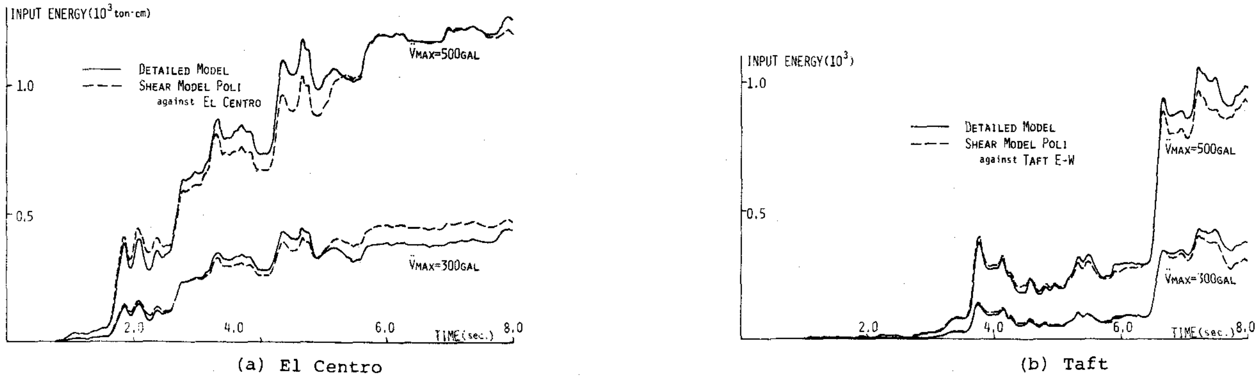
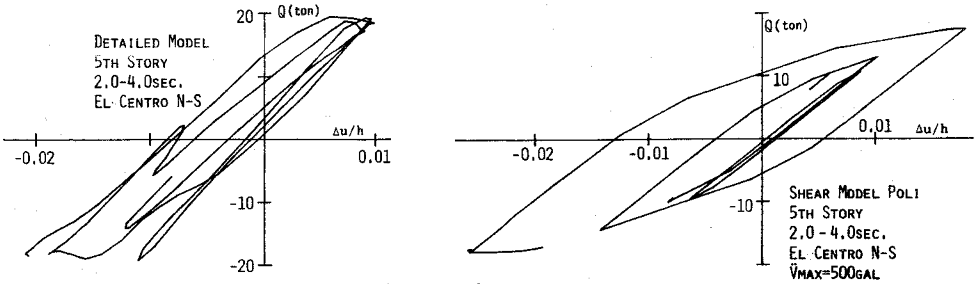
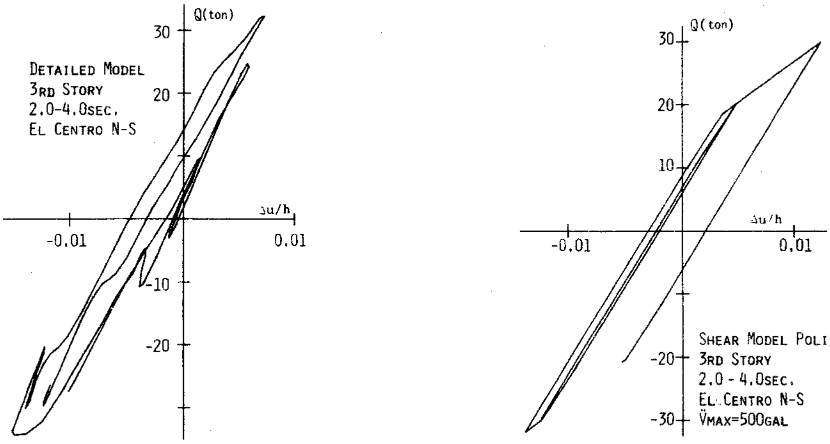


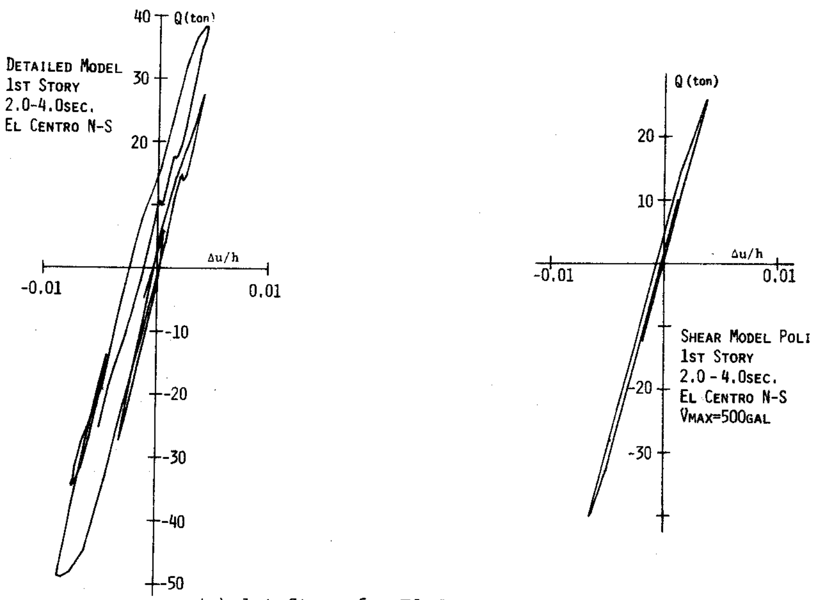
Fig.4-7 Input Energy Time Histories



(a) 5th Story for El Centro

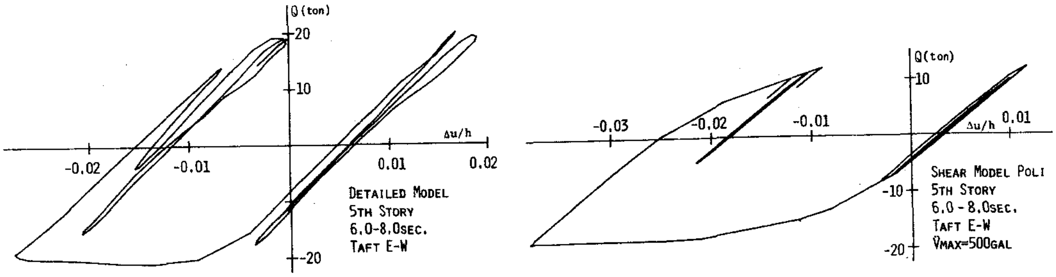


(b) 3rd Story for El Centro

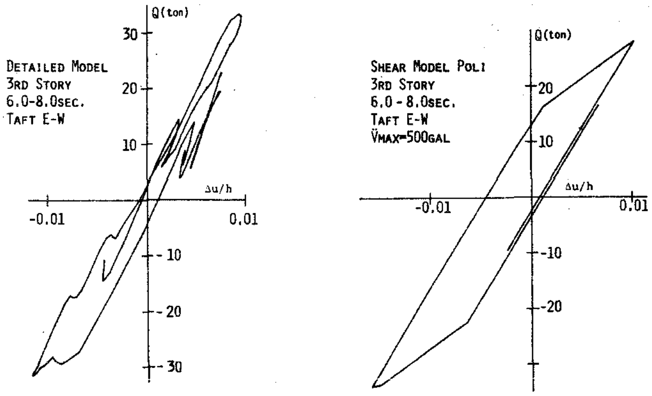


(c) 1st Story for El Centro

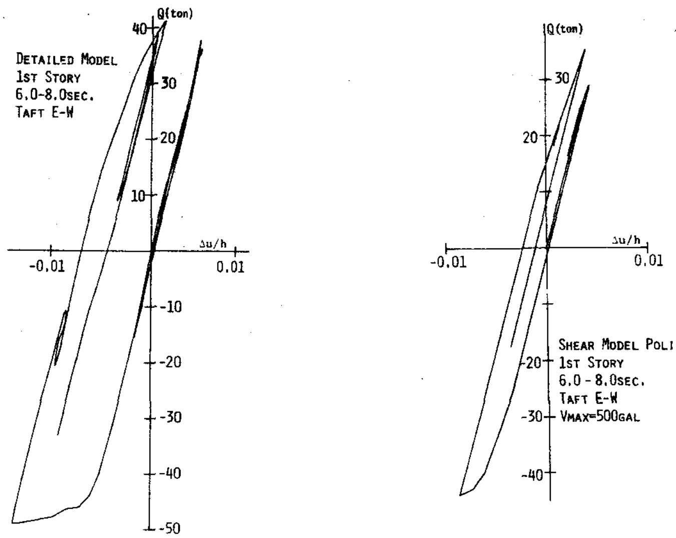
Fig.4-8 Q-(Δu/h) Relations of Elasto-Plastic Systems



(d) 5th Story for Taft



(e) 3rd Story for Taft



(f) 1st Story for Taft

Fig.4-8 Q-(Δu/h) Relations of Elasto-Plastic Systems

6に、水平地動による入力エネルギーの時間履歴をFig. 4－7に示すが、このような巨視的応答値の時間履歴についても、Shear Model Poly は Detailed Modelの応答をよく追跡している。

Fig. 4－8には、各層の層せん断力－層間変位角関係の履歴について、Shear Model Poly と Detailed Modelを比較している。この図によると、各層の履歴性状についても、Shear Model Poly は Detailed Modelの応答を全体的によく近似しているが、Detailed Model の層せん断力－層間変位角関係の履歴は、隣接層の層間連成効果などにより非常に複雑なことがわかる。

4－3－4　局所的応答

Shear Model を用いて構造物の耐震設計を完結させるには、Shear Model より得られる巨視的応答値に基づいて構造物構成要素の局所的耐震安全性を論じることが可能でなければならない。ここでは、Shear Model の巨視的応答値を使って評価された局所的応答値の精度について述べる。

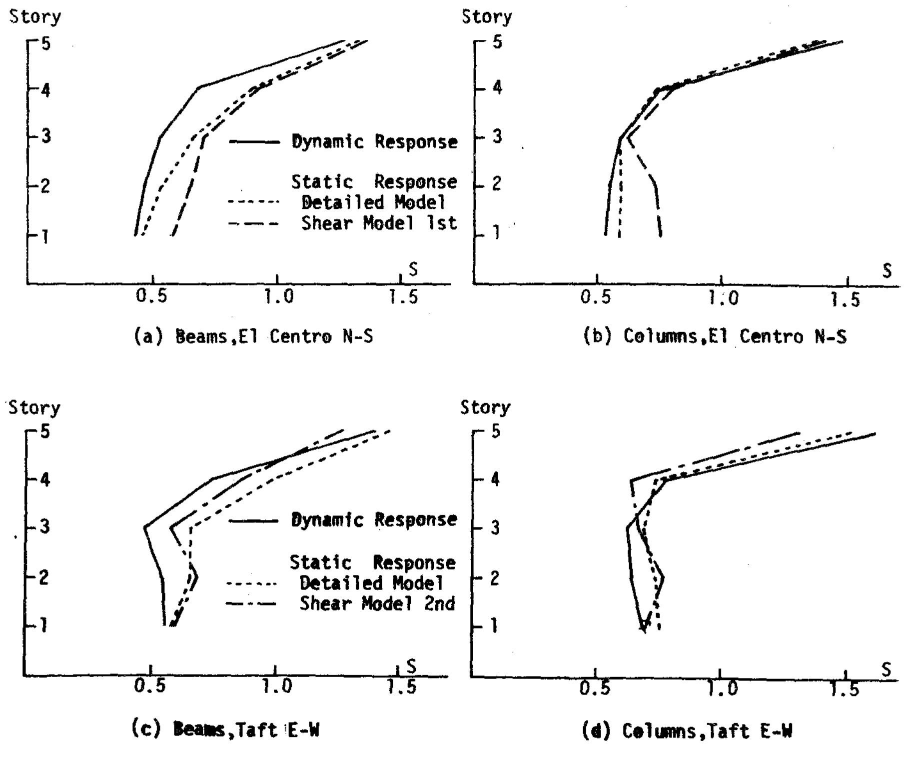


Fig.4-9 Maximum Stress Responses

弾性応答解析におけるＳｈｅａｒ Ｍｏｄｅｌ の最大層せん断力応答に等しい水平荷重を載荷したとき各部材に生じる最大応力度 σ_{max} を静的手段により求め、（４－７）式で無次元化して、Ｄｅｔａｉｌｅｄ Ｍｏｄｅｌの動的解析から求まる各部材の最大応力度応答とＦｉｇ．４－９に比較する。

ただし、

$$S = \frac{\sigma_{max} - \sigma_0}{\sigma_y - \sigma_0} \qquad (4-7)$$

ここで、σ_y は降伏応力度、σ_0 は静的鉛直荷重による初期応力である。Ｆｉｇ．４－９には、更に参考のため、Ｄｅｔａｉｌｅｄ Ｍｏｄｅｌ の最大層せん断力応答から静的に求めた各部材の最大応力度も示しておく。

Ｆｉｇ，４－９(a)，(c)に示すように、層せん断力応答から静的に算定した各はり材の最大応力度は、動的に生じる最大応力度をかなり過大評価する。これは、動的にははり材に隣接する２つの層の最大層せん断力応答が同時に生じないからである。

また、Ｆｉｇ．４－９(b)，(d)から明らかなように、上層部柱材の動的最大応力度応答については、静的解析から良好な近似が得られるが、下層部柱材については、静的に求めた最大応力度が動的に生じる最大応力度より大きくなる傾向にある。これは、静的解析では各層の最大層せん断力が同時に生じると仮定しているので、転倒モーメント、即ち、はりせん断力による柱付加軸力を過大評価しているからである。骨組構造物の耐震設計に際しては、転倒モーメントの動的応答値についても十分考慮する必要がある[12]。

次に、Ｓｈｅａｒ Ｍｏｄｅｌ Ｐｏｌｙの最大層間変位応答を強制変位として骨組に静的に加えたときの各部材の最大塑性歪 ϵ_p を１次元有限要素法により求め、降伏歪 ϵ_y を基準値として無次元化して、Ｄｅｔａｉｌｅｄ Ｍｏｄｅｌ の動的最大塑性歪応答とＦｉｇ．４－１０に比較する。

Ｆｉｇ．４－１０(a)，(c)に示す静的に求めたはり材の最大塑性歪は、最上層はり材を除いて、Ｄｅｔａｉｌｅｄ Ｍｏｄｅｌの動的応答値をかなり上回っている。これは、弾性応答についても述べたように、隣接する２つの層の最大層間変位応答が動的には必ずしも同時には生じないためである。

Ｆｉｇ．４－１０(b)，(d)に示す静的に求めた柱材の最大塑性歪は、全体的にＤｅｔａｉｌｅｄ Model の動的応答値を下回っている。この原因としては、圧縮軸力と繰り返し曲げを受ける部材に生じる材軸方向の圧縮側塑性歪の累積[13]が挙げられる。弾塑性地震応答解析では、最大応答値だけでなく履歴性状についても考慮する必要がある。

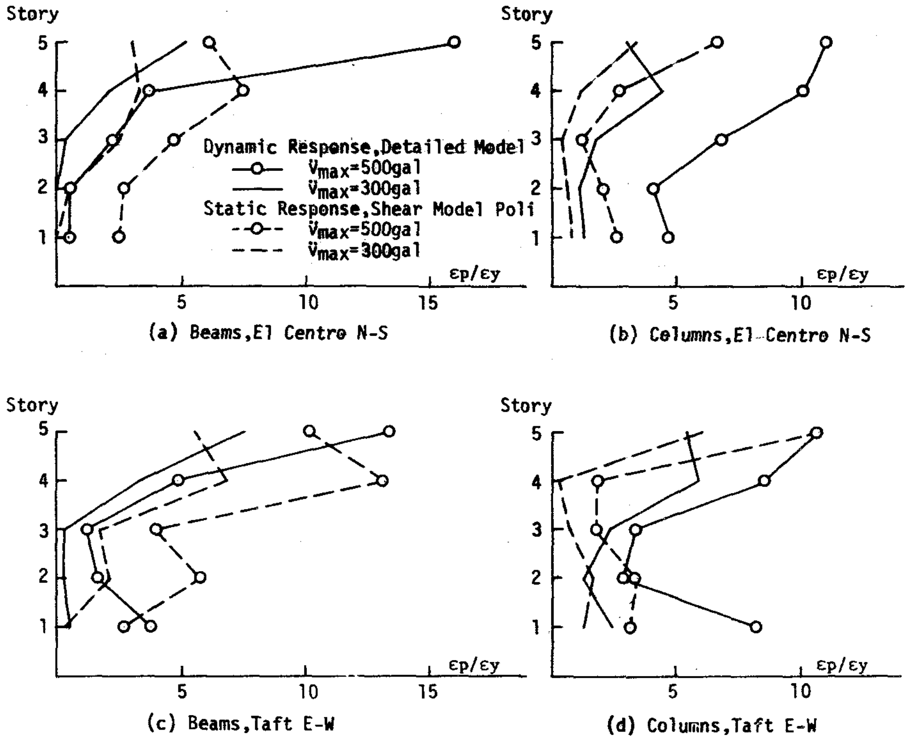


Fig.4-10 Maximum Plastic Strain Responses

4－4　結　　論

本章では、若干の地震応答解析例から、耐震設計用動力学モデルとしてのせん断型多質点系モデルの妥当性について検討した。考察結果を要約すると以下のようになる。

(1)　各層の復元力特性は隣接層の層間連成効果の影響を受けるので、せん断型多質点系モデルの各層の剛性及び耐力を適切に評価することは困難である。

(2)　構造物の復元力特性を十分考慮して各層の復元力の履歴モデルを作成すれば、層せん断力及び層間変位などの巨視的応答については、せん断型多質点系モデルにより良好な近似を得ることができる。

(3)　せん断型多質点系モデルによって得られる巨視的地震応答から、構造物構成要素の局所的耐震安全性を論じることは非常に困難である。

参　考　文　献

1) A. S. Veletsos and N. M. Newmark, "Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motion", Proc. of 2nd WCEE, 1960

2) 久徳敏治：弾塑性高層建築構造物の地震応答性状と適正耐震設計資料について（その１・基本構造物系モデル），竹中技術研究報告，昭 46.6

3) 加藤　勉・秋山　宏・大井謙一：強震による損傷を一定にする最適せん断力係数分布について（中低層鋼構造骨組を対象として），日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 51.10

4) 梅村　魁・滝沢春男・藤原喜朗・向井良逸：鉄筋コンクリート造骨組の地震応答解析(I)，(II)，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 47.10

5) 藤原悌三：建築架構の地震応答とその構成部材の耐震安全性に関する研究，京都大学学位論文，昭 53.2

6) N. Norby Nielsen, "Dynamic Response of Multistory Building", Earthquake Engineering Research Laboratory, CIT, June 1964

7) 日本建築学会編：地震荷重と建築構造の耐震性，昭 51，pp539～545

8) 五十嵐定義・井上一朗・小川厚治・蔦谷　博：骨組構造物の振動モデルに関する研究（剪断型多質点系置換に関する一考察），日本建築学会近畿支部研究報告集，昭 50.6

9) J. Penzien, "Elasto-Plastic Response of Idealized Multi-Story Structures Subjected to a Strong Motion Earthquake", Proc. of 2nd WCEE, 1960

10) 梅村　魁・青山博之・向井良逸：鉄筋コンクリート造骨組の強震応答解析（その６・層間連成効果を考慮した曲げせん断系弾塑性地震応答解析），日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 48.10

11) 小堀鐸二・南井良一郎・河野允宏：建築構造物の地震応答の適正化（続），京大防災研究所年報，第１４号Ａ，昭 46.4

12) R. Smilowitz and N. M. Newmark, "Seismic Force Distributions for Computation of Shears and Overturning in Buildings", Proc. of 6th WCEE, 1977

13) K. Yoshimura, "Inelastic Behavior of Steel Members Subjected to Alternating Loads", Dr. Eng. Thesis, Kyushu Univ., 1973

第５章　鉛直地動が地震応答に及ぼす影響に関する一考察

5−1　序

通常の地震応答解析では構造物の水平振動性状にのみ注目し、鉛直地動及びそれによる鉛直振動については特に配意していない。しかし、地震動が水平成分と共に鉛直成分を有することは自明であり、非線型解析では各成分を単独に取り出して解析しても重ね合わせができないので、鉛直地動を無視すれば、場合によっては構造物の地震応答性状に関して危険な結論を導くのではないかという危惧がある。

現行の耐震設計で鉛直地動が無視されている原因としては、構造物が静的鉛直荷重に対して十分安全なように設計されていること[1]、鉛直地動の加速度が水平地動の加速度に比して小さいこと[2]、構造物の倒壊は水平変位の増大としてとらえられているが、既に多くの報告があるように、鉛直地動が水平方向振動に及ぼす影響の小さいこと[3]〜[5]などが挙げられる。

しかし、建築物の高層化、大スパン化により、構造物の鉛直方向振動の固有周期が長くなり鉛直地動の卓越周期に接近する傾向にある[6]。また、水平地動と鉛直地動による応力状態が全く異なるため、鉛直地動を考慮することにより部材の靱性率応答が局所的に著しい増大を示す場合がある[7][8]。

従って、鉛直地動が骨組構造物の地震応答性状に及ぼす影響を明らかにし、骨組構造物のモデル化において鉛直振動をどのように取扱うべきかを考える必要がある。この章では、構造物構成要素の動力学特性を詳細に定式化した応答解析法を用いて、鉛直地動を考慮した場合と無視した場合について解析し、鉛直地動が地震応答に及ぼす影響を数値的に検討する。

5−2　解析骨組と入力外乱

解析には、Ｆｉｇ．５－１に示す形状寸法の５層１スパン，３層１スパン，３層２スパン骨組の３つを取り上げ、以後それぞれ５Ｆ１，３Ｆ１，３Ｆ２と呼ぶ。鉛直荷重はすべてはり材に一様に分布するものと仮定し、既往の設計例を参考にして４ ｔｏｎ／mとした。設計用地震荷重は地震荷重案第２案[9]に従い算定し、Ｆｉｇ．５－１に示しておく。終局設計用荷重条件としては、地震時と過荷重時を考慮した。設計の詳細については第３章３－３－２節に譲る。

設計骨組の各部材の塑性断面係数をＴａｂｌｅ５－１に示す。表中★印を付した最上層の部材は、過荷重時の鉛直荷重によって断面が最終決定されている。設計された各骨組の固有周期をＴａｂｌｅ５－２に示しておく。

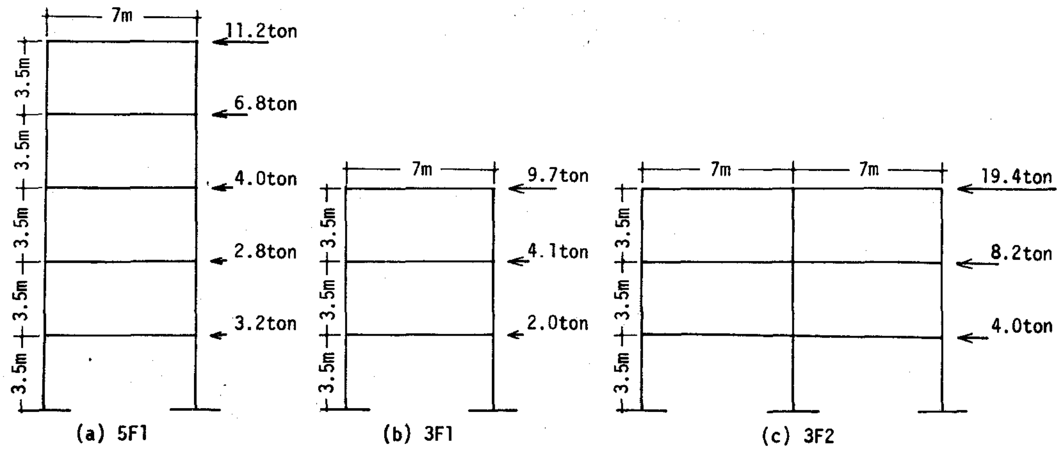


Fig.5-1 Frame Geometry and Seismic Load

Table 5-1 Plastic Modulus (cm^3)

		1F	2F	3F	4F	5F
5F1	Column	2171	1782	1447	1086	844*
	Beam	3077	2709	2301	1818	844*
3F1	Column	1148	873	844*		
	Beam	1802	1538	844*		
3F2	Interior Column	2166	1699	1441		
	Exterior Column	1148	873	844*		
	Beam	1802	1538	844*		

Table 5-2 Natural Period (sec.)

		1st Mode	2nd Mode	3rd Mode	4th Mode
5F1	Horizontal	1.148	0.433	0.251	0.169
	Vertical	0.198			
3F1	Horizontal	0.945	0.324	0.190	
	Vertical	0.199	0.136		
3F2	Horizontal	0.924	0.319	0.196	0.183
	Vertical	0.136	0.096	0.081	

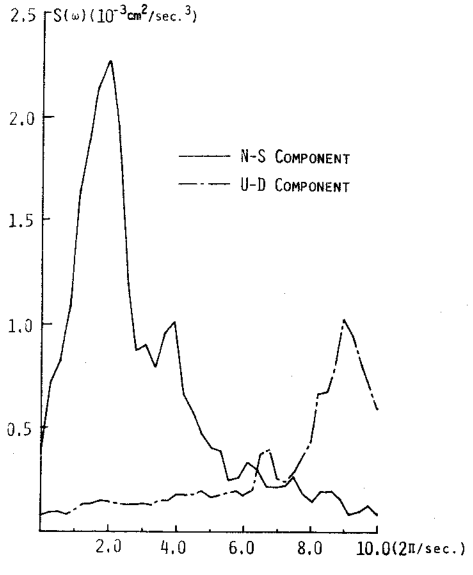
入力外乱にはE1 Centro, May 18, 1940の$N-S$成分と$U-D$成分及びTaft, June 21, 1952の$E-W$成分と$U-D$成分を採用し、水平地動の最大加速度$\ddot{y}H$maxを500 galと

300 gal，鉛直地動は水平地動と同一の比率で実記録を増幅して用いる。外乱継続時間はいずれも8秒間とした。入力外乱の最大加速度と自乗平均値 $R_{ii}(0)$ をTable 5－3に示すが、自乗平均値からも明らかなように、Taft地震は鉛直成分と水平成分のスペクトル強度の比が比較的大きい強震記録である[2)]。

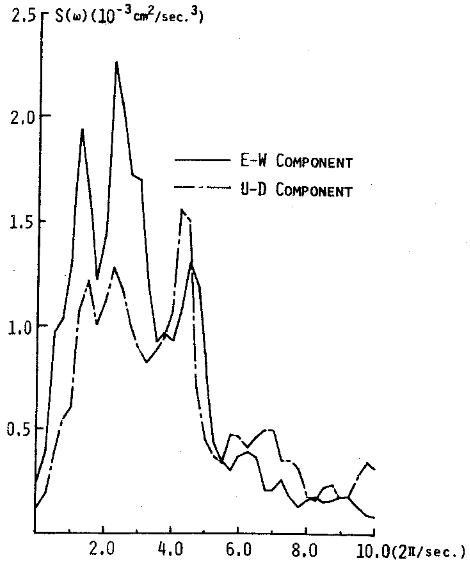
Table 5-3 Earthquake Excitations

Earthquake	Horizontal			Vertical		
	Compo.	ÿHmax	Rii(0)	Compo.	ÿVmax	Rii(0)
El Centro, May 18, 1940	N-S	500gal	$19900gal^2$	U-D	403gal	$6930gal^2$
		500 "	19900 "		0 "	0 "
		300 "	7160 "		242 "	2500 "
		300 "	7160 "		0 "	0 "
Taft, June 21, 1952	E-W	500 "	16700 "	U-D	389 "	11700 "
		500 "	16700 "		0 "	0 "
		300 "	6000 "		233 "	4190 "
		300 "	6000 "		0 "	0 "

入力外乱のパワースペクトル密度をFig. 5－2に示す。Taft地震の鉛直成分は水平成分と類似の周波数特性を有するが、El Centro地震の鉛直成分では高周波数成分が卓越していることが注目される。



(a) El Centro



(b) Taft

Fig.5-2 Normalized Power Spectral Density

5−3　解析方法と出力

採用した解析方法は、現時点で利用の容易な計算機の能力範囲内で応答性状を忠実に追跡できるように、２章及び３章において骨組構造物の動力学特性を詳細かつ具体的に評価したものである。

復元力特性の評価には１次元有限要素法を採用し、鋼材の応力度−歪度関係は歪硬化係数０.０１のＢｉ−ｌｉｎｅａｒ形とした。１次元有限要素法により鋼構造骨組の静的実験結果を追跡できることは、既に２章において明らかにした。そこでは部材をＦｉｇ．５−３(a)に示すように５要素に分割しているが、今回の解析のための予備解析により、鉛直地動を考慮すると、はり材中央部分の塑性変形が卓越する場合のあることが明らかになったので、はり材の要素分割をＦｉｇ．５−３(b)に示すような５等分とした。柱材にはＦｉｇ．５−３(a)の要素分割を採用した。

質量ははり材に一様に分布すると仮定し、はり材構成要素の質量マトリックスはConsistent Mass 法を用いて評価した。

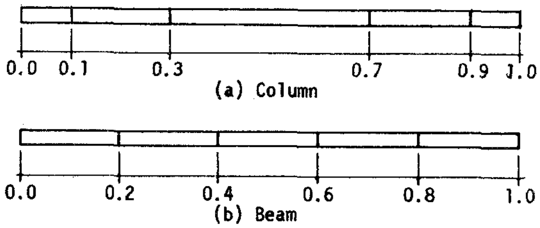


Fig.5-3 Member Division for Analysis

減衰は粘性減衰を仮定し、減衰マトリックスは初期剛性マトリックスと質量マトリックスの１次結合として表わされるＲａｙｌｅｉｇｈ型を用いた。ただし、減衰定数は水平１次及び鉛直１次振動について１％を仮定している。

数値積分には、線型域での無条件安定性が保証されているＮｅｗｍａｒｋ β 法を採用した。時間増分は、鉛直１次固有周期の１/20程度を想定し、５Ｆ１及び３Ｆ１については１/１００秒，３Ｆ２については１/１５０秒とした。

本研究では骨組構造物の地震応答を詳細に検討するために、出力パラメーターとして以下に定義する巨視的な応答値を用いた。まず、構造物の変位応答値としては、各層の水平変位 u，鉛直変位 v，床ばりの部材角 θ の３つを考え、水平変位及び鉛直変位は柱はり節点の平均値をとり、床ばりの部材角は外柱節点の鉛直変位の差を外柱間水平距離で除したものとして定義している。

構造物の変形応答値は、隣接層の上記の３つの変位応答値の差 Δu, Δv, $\Delta\theta$ を階高 h で除した値で表わす。$\Delta u/h$ は通常用いられている層間変位角であり、$\Delta v/h$ は柱材のみかけの材軸方向歪、$\Delta\theta/h$ は骨組の全体曲げ変形による各層の曲率を表わしている。次に、構造物の応力応答値としては、層せん断力 Q，層軸力 N，転倒モーメント M の３つを取り上げた。層せん断力，層軸力は各層柱材のせん断力，軸力の和であり、転倒モーメントは各層重心に関する柱材軸力によるモーメント

の和である。

以上述べた巨視的応答値の他、更に部材の局所的応答性状を詳細に把握するため、はり材を構成する要素及び柱材の内部仕事と最大塑性歪を求めた。ただし、内部仕事は、相当する要素が逆対称複曲率曲げを受けて初期降伏するときの弾性歪エネルギーを基準値として無次元化し、塑性歪は降伏歪を基準値にして無次元化している。

5—4　解析結果と考察

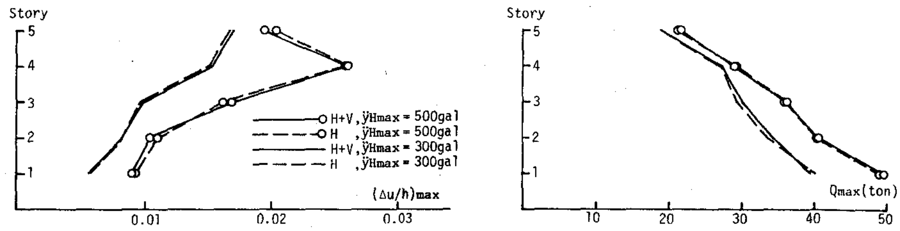
Fig. 5－4，5，6に各骨組の層間変位角$\Delta u/h$及び層せん断力Qの最大応答値を示す。鉛直地動を入力した場合と無視した場合の差は小さく、鉛直地動は（$\Delta u/h$）max及びQmax応答にはとんど影響していない。Fig. 5－6(b)において顕著であるように、鉛直地動を入力することにより（$\Delta u/h$）max が若干減小するのは、鉛直振動による鉛直方向慣性力が水平振動による水平方向慣性力と連成して、比較的小さな層間変位応答の段階から履歴減衰が働き出すためと考えられる。

Fig. 5－7，8，9には、鉛直方向のみかけの歪度$\Delta v/h$及び層軸力Nの最大応答値を示すが、鉛直地動を入力するとNmax 応答が急激に増大することがわかる。即ち、最下層における動的層軸力の最大値は、$\ddot{y}H$max＝300 galの時静的層軸力の3～5割程度，$\ddot{y}H$max＝500 galの時静的層軸力の5～7割程度であり、耐震設計上無視し難い。このように鉛直地動を入力することによって、Nmax応答が著しく増大するのに対して、（$\Delta v/h$）maxは、若干の増大の傾向を示すが、その増大量は小さい。

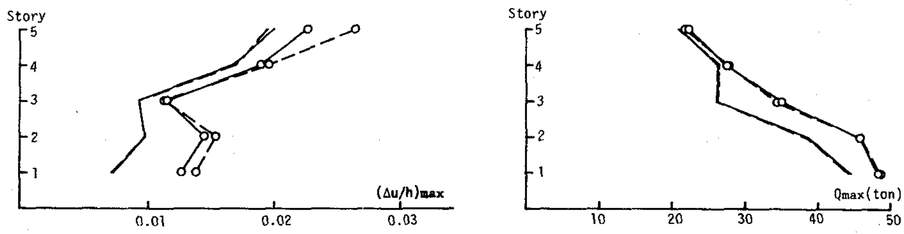
Fig. 5－10，11，12には、骨組の全体曲げ変形による各層の曲率$\Delta\theta/h$と転倒モーメントMの最大応答値を示す。Mmax応答については、鉛直地動を入力した場合と無視した場合の差は小さいが、（$\Delta\theta/h$）max 応答が鉛直地動を入力することによって増大する傾向が全体的に認められる。

Fig. 5－13は5F1骨組の3層及び5層はり位置での水平変位の時間履歴を$\ddot{y}H$max＝500 galの場合について示したものであるが、鉛直地動を考慮した場合と無視した場合の水平変位の時間履歴にはほとんど差がない。これは、（$\Delta u/h$）max 応答について得られた結果と合わせて、鉛直地動の水平変位応答に及ぼす影響が小さいことを明らかにしている。

Fig. 5－14は$\ddot{y}H$max＝500 galのときの5F1骨組の5層はり位置の鉛直変位の時間履歴である。鉛直地動を入力すると、鉛直1次モードに相当する周期0.2秒程度の振動が現われるが、鉛直方向の塑性変形量にはほとんど差がない。また、塑性変形は主として水平変位応答の増大に伴って生じており、これらのことは、鉛直変位の大部分が柱材のたわみによる鉛直変位及び軸力と繰

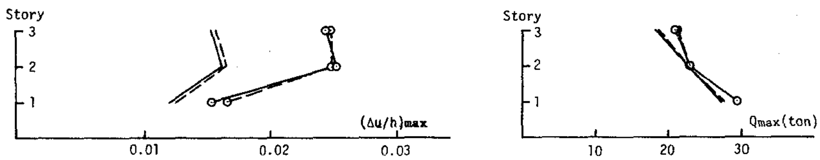


(a) El Centro

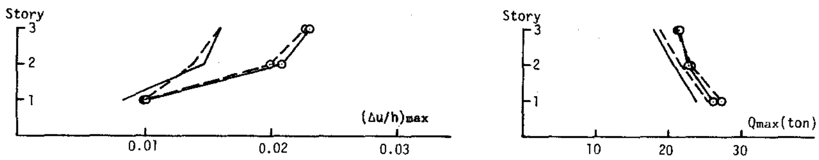


(b) Taft

Fig.5-4 (Δu/h)max and Qmax of 5F1

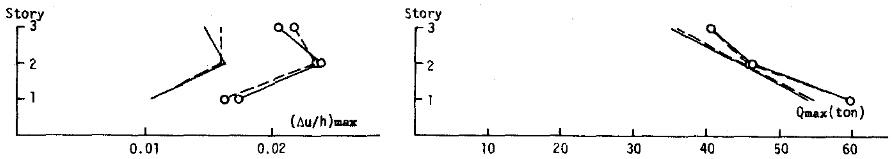


(a) El Centro

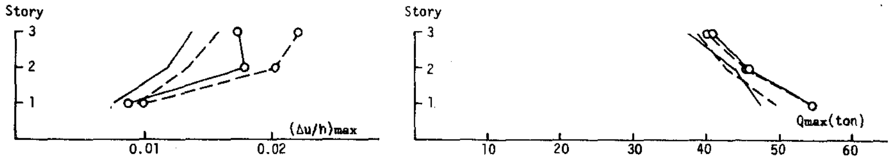


(b) Taft

Fig.5-5 (Δu/h)max and Qmax of 3F1



(a) El Centro



(b) Taft

Fig.5-6 (Δu/h)max and Qmax of 3F2

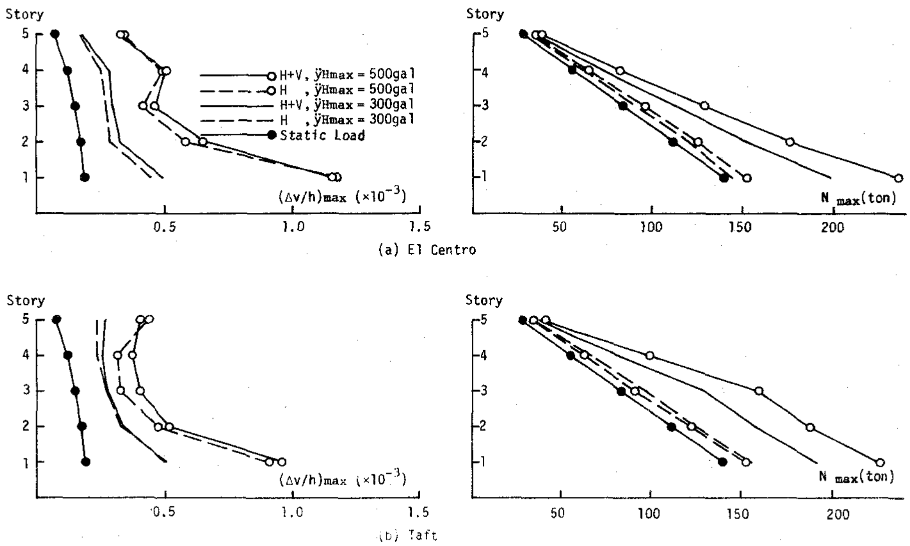


Fig.5-7 (Δv/h)max and Nmax of 5F1

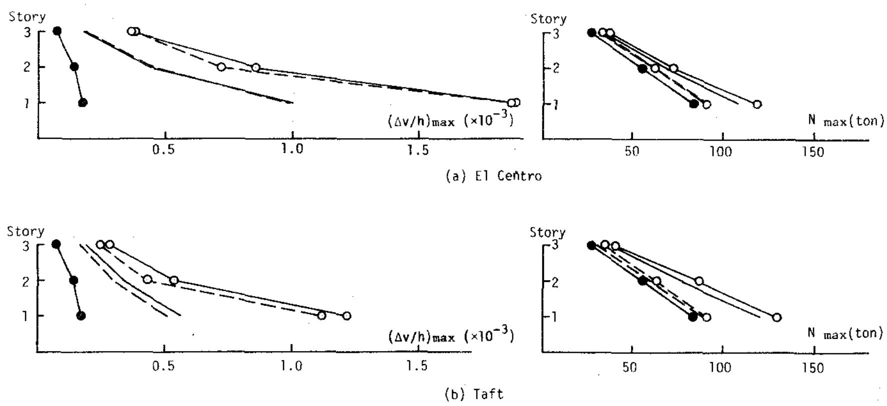


Fig.5-8 (Δv/h)max and Nmax of 3F1

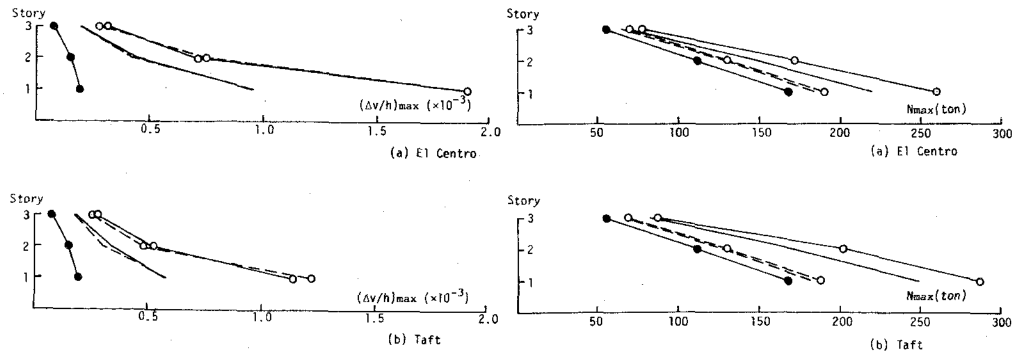
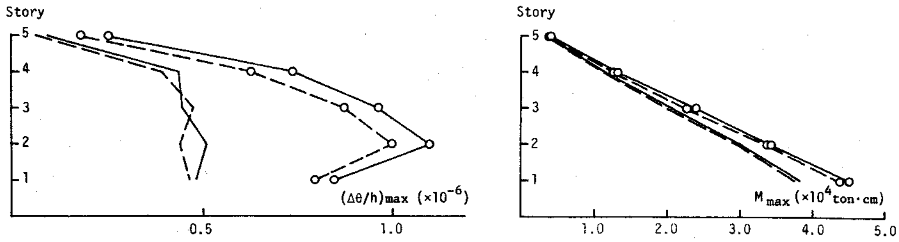
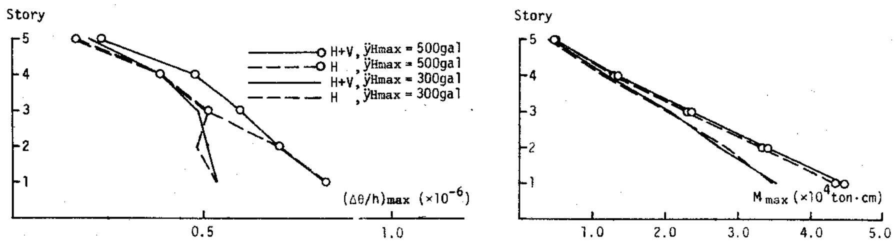


Fig.5-9 (Δv/h)max and Nmax of 3F2

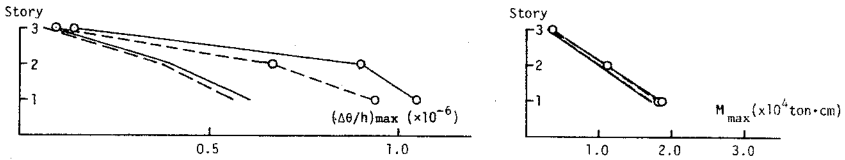


(a) El Centro

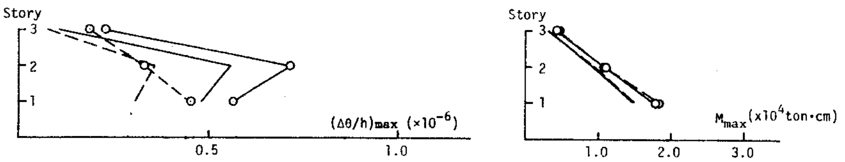


(b) Taft

Fig.5-10 (Δθ/h)max and Mmax of 5F1

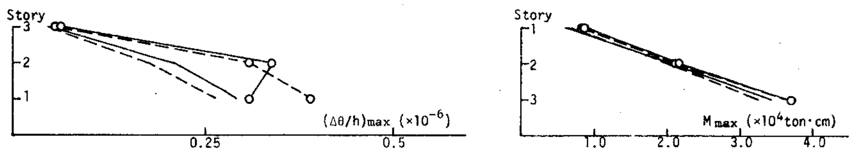


(a) El Centro

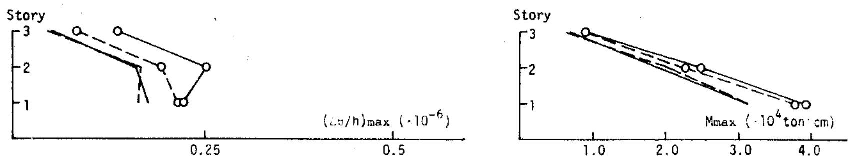


(b) Taft

Fig.5-11 (Δθ/h)max and Mmax of 3F1

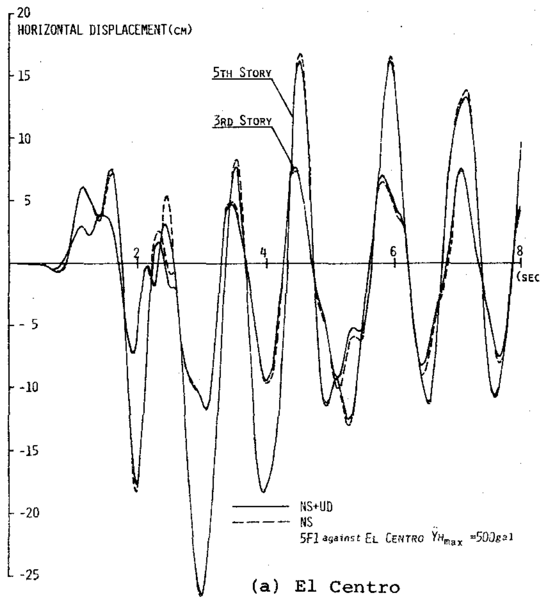


(a) El Centro

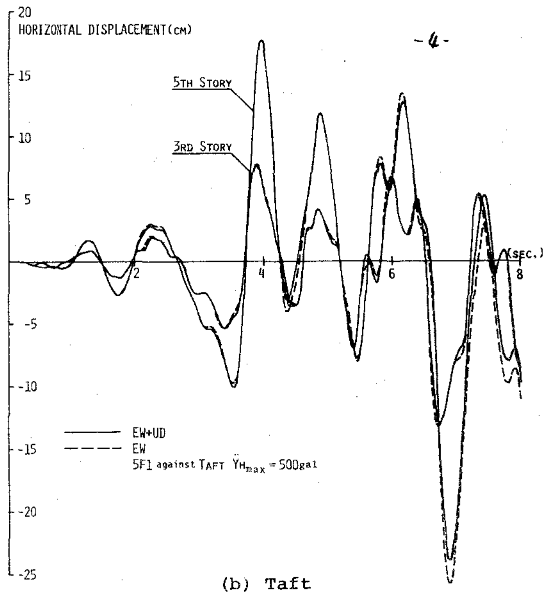


(b) Taft

Fig.5-12 (Δθ/h)max and Mmax of 3F2

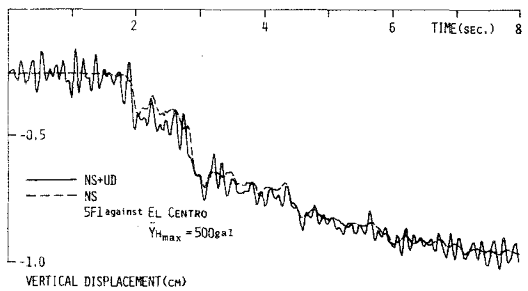


(a) El Centro

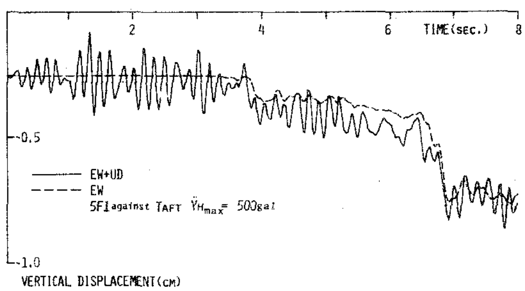


(b) Taft

Fig.5-13 Horizontal Displacement Time Histories

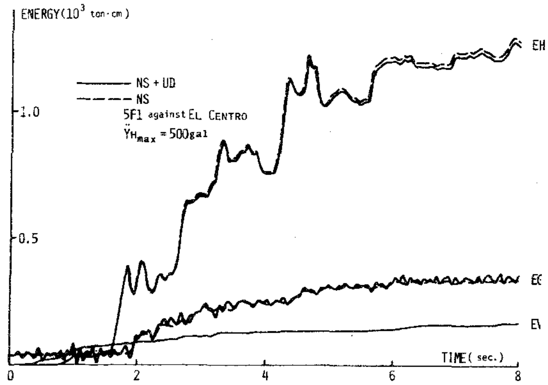


(a) El Centro

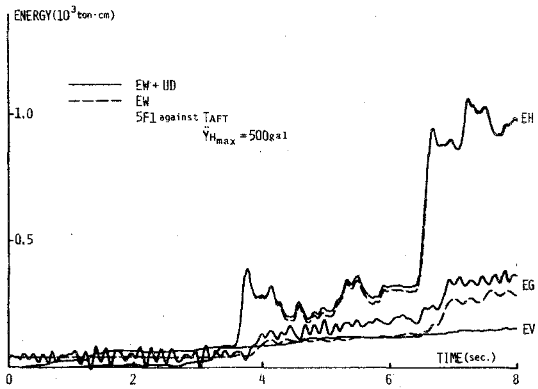


(b) Taft

Fig.5-14 Vertical Displacement Time Histories



(a) El Centro



(b) Taft

Fig.5-15 Input Energy Time Histories

返し曲げを受ける部材の材軸方向塑性歪の累積[10] などの水平変位に伴う鉛直変位成分であることを示唆している。鉛直変位の原因をこのように考えると、鉛直地動を入力した場合のMmax 応答の増大を伴わない（$\Delta\theta/h$）max 応答の増大（Fig. 5－10，11，12参照）は、2本の外柱の部材角の差、即ち、鉛直振動によるはりの材長変化によるものとして説明できる。

Fig. 5－13，14と同一の解析例における入力エネルギーの時間履歴をFig. 5－15に、外乱終了時の入力エネルギーをすべての解析例についてまとめてTable 5－4に示す。

Table 5-4　Input Energy(ton·cm)

Earthquake		El Centro,1940				Taft,1952			
$\ddot{y}$Hmax(gal)		500		300		500		300	
$\ddot{y}$Vmax(gal)		403	0	242	0	389	0	233	0
5F1	EH	1267	1283	442	442	975	976	384	381
	EV	167	0	58	0	156	0	51	0
	EG	351	335	157	148	364	284	192	151
3F1	EH	1007	1027	471	478	685	637	222	197
	EV	55	0	20	0	118	0	55	0
	EG	216	213	118	118	303	218	149	99
3F2	EH	2034	2058	959	976	1449	1444	534	548
	EV	129	0	47	0	328	0	130	0
	EG	436	437	239	241	585	436	324	239

この表から明らかなように、El Centro地震入力の場合には、鉛直地動を考慮しても、水平地動による入力エネルギーE_H及び静的鉛直荷重による仕事E_Gの変化は微小であり、従って、鉛直地動を考慮することによる全入力エネルギーの増分は鉛直地動による入力エネルギーE_Vのみである。一方、Taft地震入力の場合には鉛直地動を考慮すると、El Centro地震入力のときと同様にE_Hの変化は小さいが、E_Gは顕著な増大の傾向を示す。従って、鉛直地動を考慮することによる全入力エネルギーの増大はE_Vだけでなく、E_Gの増大する場合もあることに注意すべきである。

このような鉛直地動を考慮することによるE_Gの増大率は、Taft地震入力のすべての解析結果について3～5割程度であるが、El Centro地震入力の場合には最大6％にとどまる。特に5F1骨組については、El Centro地震入力時とTaft地震入力時のE_H, E_Vにはあまり差がないのに、Taft地震の鉛直地動によるE_Gの増大が顕著であることは、これら2つの地震外乱に何らかの定性的差異があることを暗示している。

次に、はり材を構成する各要素と各柱材における外乱終了時の無次元化内部仕事をFig. 5-16,

１７，１８に示す。E1　Centro地震入力の場合には、鉛直地動を考慮した場合と無視した場合の内部仕事の分布の差異はあまり明瞭ではない。Taft地震に対する応答では、鉛直地動を考慮することにより上層部部材の内部仕事が増大し、特に最上層はり材の内部仕事の増大が顕著である。また、最下層柱材の内部仕事は、鉛直地動を考慮すれば、寧ろ減小する傾向にある。この内部仕事の分布の変化は、鉛直荷重により断面がおさえられる、従って、鉛直荷重に対する荷重安全率の比較的低い上層部部材が、鉛直地動を入力した時にはり材に生じる鉛直方向慣性力の影響を受けてその塑性化が進行し、入力エネルギーがこれらの相対的に弱い部材に集中するためであろう。

鉛直地動を考慮すると、Fig．５－７，８，９に示したように層軸力応答が著しく増大するにもかかわらず、Fig．５－１６，１７，１８において下層部柱材の内部仕事が増大しないのは、ここで採用した解析骨組の初期柱軸力比が最下層で１５～１７％と小さいためと考えられ、高層骨組の低層部柱材のように比較的初期軸力比の大きい柱材では、鉛直地動によって塑性化が進行する場合のあることは既に報告されている[7]。

各部材に生じる塑性歪についても、以上に述べた内部仕事の分布についてと同様の結果が得られている。

Fig．５－１９はTaft地震の鉛直成分のみを$\ddot{y}V$max＝３８９galとして入力したときの３F１骨組の外乱終了時の無次元化内部仕事及び最大塑性歪の分布を示すもので、それによると、内部仕事は全体的に小さく、塑性化は最上層構成部材に若干生じる程度である。鉛直地動は単独では構造物に大きな地震応答を生じず、鉛直地動による鉛直方向慣性力と水平地動による水平方向慣性力の連成効果としてとらえるべきことがわかる。

鉛直地動を考慮した場合の最上層の層軸力N－層せん断力Qの履歴を、最大層せん断力応答の生じた時刻付近についてFig．５－２０に示す。層せん断力の増大に伴い層軸力は減小し、層軸力の増大により層せん断力は減小するというように、２つの層応力の連成降伏が顕著に認められる。従って、層応力の降伏相関関係を把握することが、鉛直地動を考慮した応答解析では重要である。また、Taft地震に対する応答は、E1　Centro地震入力の場合に比べて層せん断力の変化に伴う層軸力の変動幅が大きく、連成降伏がより顕著であることが注目される。

以上種々の応答値について述べたように、鉛直地動が構造物の地震応答に及ぼす影響は、E1　Centro地震入力の場合にはあまり明瞭でないが、Taft地震入力の場合には著しい。その原因としては、入力外乱の項で述べたように、鉛直地動と水平地動の自乗平均値及びスペクトル強度の比がTaft地震の方がE1　Centro地震より大きいことがまず考えられる。このことは、Table５－４に示したように、Taft地震入力の場合のE_VとE_Hの比がE1　Centro地震入力の場合より大きいことの原因であるが、５F１骨組についてはE1　Centro地震入力時とTaft　地震

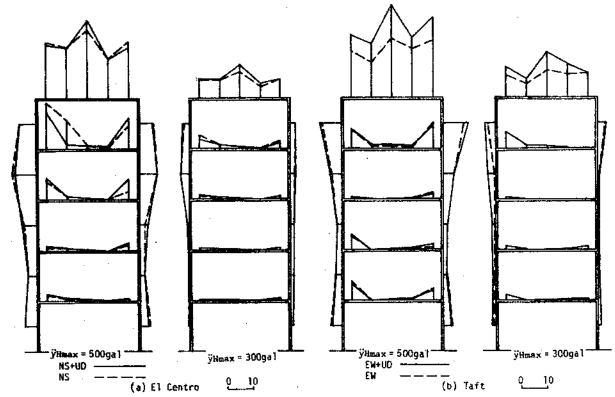


Fig.5-16 Internal Work Distribution of 5F1

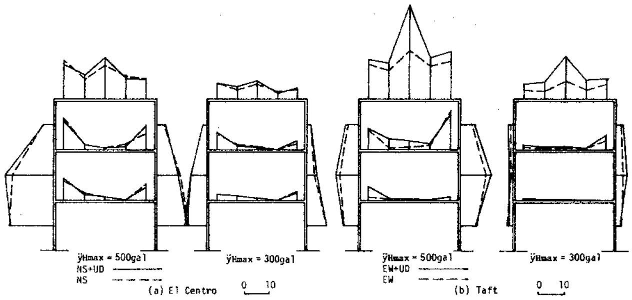


Fig.5-17 Internal Work Distribution of 3F1

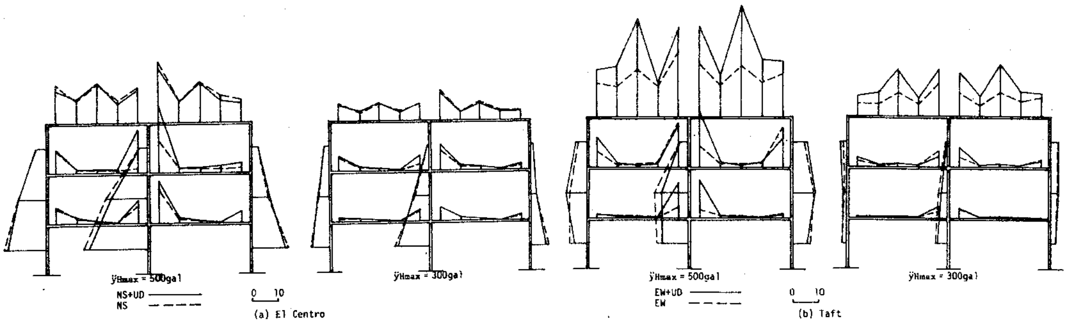


Fig.5-18 Internal Work Distribution of 3F2

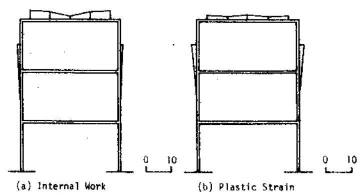


Fig.5-19 Local Responses of 3F1 for U-D Component of Taft Earthquake (ÿHmax=389gal)

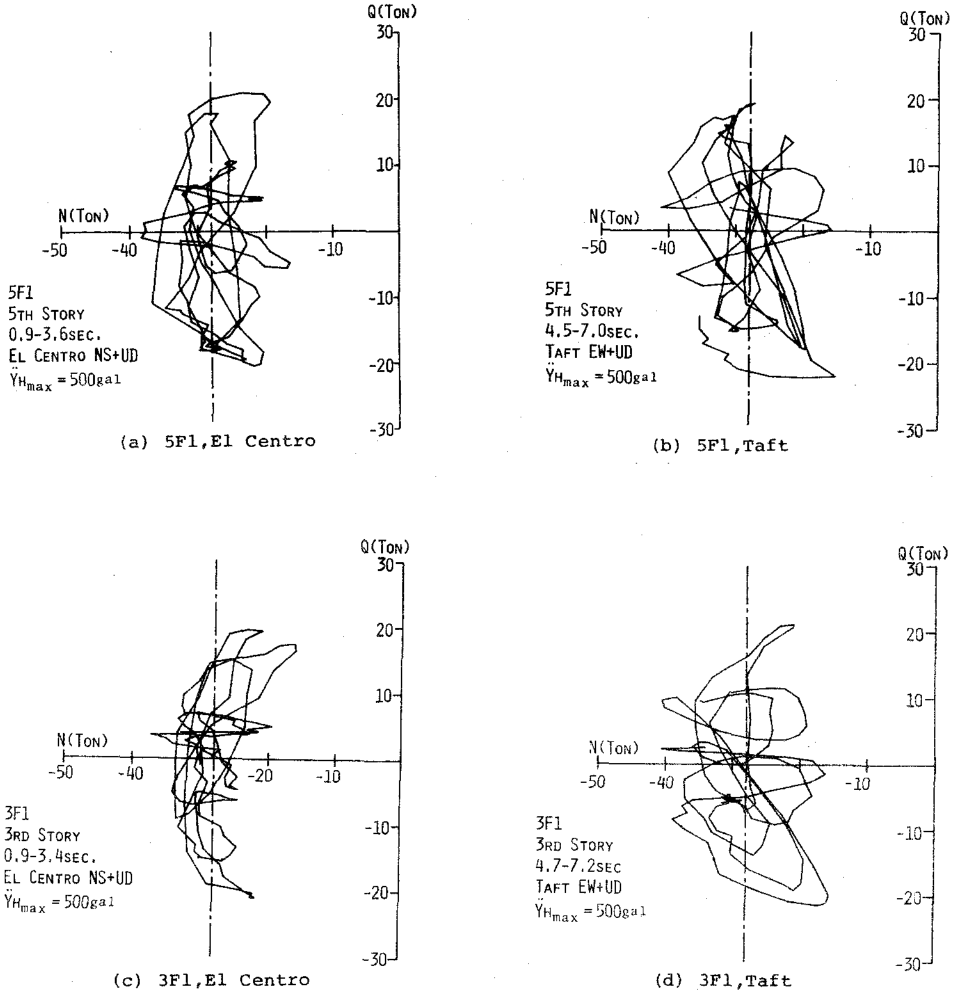


Fig.5-20 N-Q Relations

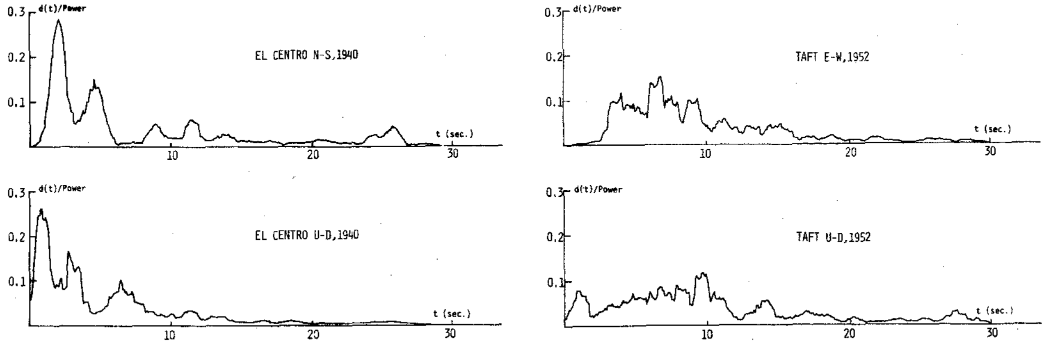
入力時の E_H 及び E_V が同程度であるのに、Taft地震入力の場合のみ鉛直地動を考慮することによる内部仕事の分布の変化が著しいことを説明できない。

Fig. 5－21に入力外乱のパワーの時間的密度 $d(t)$ を全パワーで無次元化して示す。ただし、$d(t)$ は外乱波形関数を $y(t)$ とすると次式で定義される [11]。

$$d(t) = \int_{t-\tau}^{t+\tau} y^2(t)\,dt$$

なお、ここでは $\tau = 0.5$ sec.としている。

Fig. 5－21から、El Centro地震の $N-S$ 成分と $U-D$ 成分のパワーの密度分布の山に時間的なずれがあるのに比べて、Taft地震の $E-W$ 成分が大きなパワーを持つ時間域において $U-$



(a) El Centro　　　　(b) Taft

Fig.5-21 Temporal Density of Power

D成分が比較的大きなパワーを保持することがわかる。従って、Ｔａｆｔ地震入力の場合に鉛直地動の影響が顕著である原因として、水平地動による水平方向慣性力と鉛直地動による鉛直方向慣性力の著しい連成効果を挙げることができる。

5―5　結　　論

以上述べた骨組構造物の地震応答に及ぼす鉛直地動の影響を要約すると次のようになる。

(1)　骨組構造物の層せん断力応答及び水平変位応答に及ぼす鉛直地動の影響は小さい。

(2)　鉛直地動を入力すると、通常鉛直荷重によって断面算定される上層部部材の塑性変形が大きくなる可能性が強い。

(3)　鉛直地動を入力すると、最大層軸力応答が著しく増大し、高層骨組の低層部柱材のように、初期軸力比の高い柱材の塑性化に影響する可能性がある。

(4)　鉛直地動を入力することによる全入力エネルギーの増分には、鉛直地動による入力エネルギーのみならず、静的鉛直荷重による仕事の増大も考慮する必要がある。

(5)　水平方向力と鉛直方向力による層の降伏相関関係は、水平・鉛直２方向地動を受ける骨組構造物の地震応答性状を把握する上で重要な意味をもつ。

参　考　文　献

1) A. Gürpinar and J. T. P. Yao, "Design of Columns for Seismic Loads", Proc. ASCE, Vol. 99, №ST9, Sept. 1973

2) A. K. Chopra, "The Importance of the Vertical Component of Earthquake Motions", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 56, №5, Oct. 1966

3) 後藤尚男・家村浩和・児玉　豊：重力および上下地震動を考慮した非線型ロッキング振動解析，日本土木学会第２９回年次学術講演概要集，昭 49. 10

4) S. Tani and S. Soda, "Vertical Load Effects on Structural Dynamics", Proc. of the 4th Japan Earthquake Engineering Symposium, 1975

5) 南　和夫・桜井譲爾・大野富男：個別減衰と上下動を考慮した地盤・基礎・建物連成系の地震応答，第４回日本地震工学シンポジウム講演集，昭 50

6) 藤井正経・速水　浩・久徳敏治：大スパン建築構造物の上下振動について，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭 45. 9

7) J. C. Anderson and V. V. Bertero, "Effects of Gravity Loads and Vertical Ground Motion Acceleration on the Seismic Response of Multistory Frames", Proc. of 5th WCEE, June 1973

8) S. C. Goel, "Seismic Behavior of Multistory K-Braced Frames under Combined Horizontal and Vertical Ground Motion", Proc. of 6th WCEE, 1977

9) 日本建築学会編：地震荷重と建築構造の耐震性，昭 52. 1，pp23～54

10) K. Yoshimura, "Inelastic Behavior of Steel Member Subjected to Alternating Loads", Dr. Eng. Thesis, Kyushu Univ., 1973

11) 山原　浩：地震の振動特性を考慮した地震時の地動の推定（その１　地震のパワーとスペクトル特性の時間的変化），日本建築学会論文報告集，第１７５号，昭 45.9

第6章　連続棒モデルの提案

6－1　序

本章は、骨組構造物の地震応答を巨視的にとらえ、広いパラメーター領域での多量の地震応答解析が容易に行なえる動力学モデルの開発を目的とするものである。さて、既往のせん断型多質点系モデルにより、層せん断力及び層間変位などの巨視的応答値については満足すべき近似の得られることは4章で示した。しかし、せん断型多質点系モデルは層数に相当する自由度を有し、この事は高層骨組の解析に多大の労力を要求する[1]と共に、せん断型多質点系モデルを用いて得られる耐震設計資料が常に特定の層数の構造物を対象とするものであることを意味する。久徳らは、質点数の増加に伴う応答性状の変化を広範な地震応答解析によって検討し、「質点数が異なっても本質的に応答性状は変らず、少なくとも7質点系の応答から、7質点より多い質点数の応答量の予想が概ね可能である」と報告しているが[2)3)]、質点数の少ないモデルでは最上層近傍の応答が予測しがたいことは明らかである。従って、多自由度系の地震応答に関するこのような性質を考慮すると、無限自由度のせん断型モデル、即ち、分布質量を有し断面特性が連続的に変化するせん断棒として構造物をとらえた方が、動力学特性の分布を巨視的に把握する上で有利であると思われる。

以上の議論は、骨組構造物の変形としてせん断変形のみを念頭に置いているが、高層建築物では骨組の全体曲げ変形により低次の固有周期が伸び、地震応答に及ぼす影響が無視し難いことが指摘されている[4)5)]。また、鉛直地動がはりの鉛直振動及び柱軸力の増大などを生じさせ、地震応答解析でははり分布鉛直荷重及び柱軸力と層せん断力との降伏相関関係を考慮する必要性のあることは5章で明らかにしたとおりである。従って、汎用性の高い耐震設計資料を得る為の骨組構造物の動力学モデルとしては、骨組のせん断変形，曲げ変形，柱材の平均軸方向変形，はりの鉛直たわみを考慮した1次元連続体モデルがより好ましい。

離散要素から成る構造物を連続体として取り扱うことに関しては古くから多くの研究があり[6)～11)]、予備設計の段階で構造物の動力学特性を巨視的に把握するのに有力なことはよく知られている。しかし、これらの研究の多くは、動力学特性が高さ方向に一様、または、階段状に変化する線型構造物[9)11)]を対象とし、動力学特性が高さ方向に連続的に変化する構造物については論じられていない。

本章では、複数の層応力の降伏相関関係を明らかにし、骨組構造物の弾塑性変形性状に重要な影響をもつP－Δ効果及び材料の歪硬化を考慮した形で、骨組構造物を高さ方向に動力学特性が連続的に変化する1次元連続体に置換する手法を示し、更に若干の地震応答解析例から、この手法の適用性について検討・考察する。

6－2　骨組構造物の連続棒置換

6－2－1　基礎的関係

棒材の断面歪は、通常断面重心の材軸方向歪 ε ，曲率 ϕ ，せん断変形角 γ の３つで表わされ、これらは骨組構造物の柱材の平均軸方向変形，骨組の全体曲げ変形及びせん断変形に対応する。ここでは更にはりの鉛直方向振動を考慮するため、はりの１次モードがその振動性状に支配的役割を果たすことを仮定して、はりの鉛直方向振動を中央たわみのみを変形自由度とする１自由度バネ－質点系に置換し、更に棒材の材軸方向（即ち、骨組の高さ方向）に連続的に分布する鉛直方向バネ－質点系の変位 w をはりの中央たわみと対応させる。従って、置換連続棒の断面歪 $\boldsymbol{\varepsilon}$ は次のように表わされる。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \{ \ \varepsilon \quad \phi \quad \gamma \quad w \ \}^T \qquad (6-1)$$

また、変位 $\mathbf{u}$ は鉛直変位 v ，はり材の部材角 θ ，水平変位 u と w の４成分であり、次式で表わされる。ただし、各層の柱はり節点は変形後も直線上にあることを仮定している。

$$\mathbf{u} = \{ \ v \quad \theta \quad u \quad w \ \}^T \qquad (6-2)$$

４つの断面歪 $\boldsymbol{\varepsilon}$ に対応する応力 $\boldsymbol{\sigma}$ は、軸力 N ，モーメント M ，せん断力 Q と材軸方向に連続的に分布する鉛直方向バネの応力 P の４つであり、骨組において N は層軸力，M は転倒モーメント，Q は層せん断力を表わし、はり鉛直荷重は P に階高 h を乗じた Ph と対応する。即ち、

$$\boldsymbol{\sigma} = \{ \ N \quad M \quad Q \quad P \ \}^T \qquad (6-3)$$

置換連続棒の断面歪 $\boldsymbol{\varepsilon}$ をはり材の変形に起因するものと柱材の変形に起因するものに分け、それぞれはり要素の歪 $\boldsymbol{\varepsilon}_B$ 、柱要素の歪 $\boldsymbol{\varepsilon}_C$ と呼ぶ。即ち、次の関係が成立する。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_B + \boldsymbol{\varepsilon}_C \qquad (6-4)$$

ここで次の増分間関係を仮定する。

$$\left.\begin{aligned} \Delta\boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{D}_B \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B \\ \Delta\boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{D}_C \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C \end{aligned}\right\} \qquad (6-5)$$

ただし、$\mathbf{D}_B$ ，$\mathbf{D}_C$ ははり材及び柱材の復元力特性から決まるマトリックスである。

（６－４），（６－５）式から断面の増分構成方程式は次式となる。

$$\Delta\boldsymbol{\sigma} = (\mathbf{D}_B^{-1} + \mathbf{D}_C^{-1})^{-1} \Delta\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}\Delta\boldsymbol{\varepsilon} \qquad (6-6)$$

6－2－2　はりの鉛直振動と質量マトリックス

各層のはりの鉛直振動をはり中央たわみのみを自由度とする鉛直方向バネ－質点系の振動として取扱うために、本論では変形仮定と仮想仕事の原理を用いる。

いま、均等ラーメンを柱の中央位置で切り出したＦｉｇ．６－１に示す構造系を考え、鉛直振動時

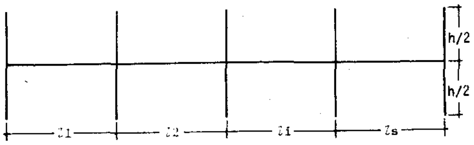


Fig.6-1

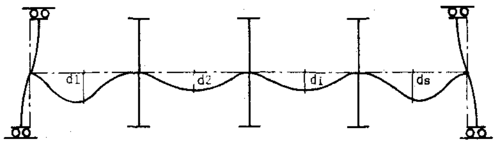


Fig.6-2

の変形モードとして、はり上に一様分布単位荷重が作用した状態を想定する。この時、一般に内柱は変形するが、はり材端モーメントが概ね等しいと考えて、計算の便宜上内柱の変形を無視する。即ち、内柱は変形せず、外柱は一定曲率曲げを受けるFig. 6－2に示すような変形を仮定する。従って、各はりの中央たわみ d_i は次のように求められる。

外ばりでは

$$d_i = \frac{l_i^3}{384\, Ek_{B_i}} \cdot \frac{k+4}{k+2} \quad \text{但し} \quad k = \frac{k_E^U + k_E^L}{k_{B_i}}$$

内ばりでは

$$d_i = \frac{l_i^3}{384\, Ek_{Bi}} \qquad (6-7)$$

ここで、l_i ははりの材長，k_{Bi} ははりの剛度，k_E^U，k_E^L ははりに隣接する上下層外柱の剛度である。

動的条件を含むように一般化された仮想仕事の原理を用いると、Fig. 6－2の変形仮定から、各はりはFig. 6－3に示すように中央たわみ w_i のみを自由度とするバネ剛性 K_i，質量 W_i のバネ－質点系に置換できる。K_i, W_i $(i=1,\cdots,S)$ は次のようになる。

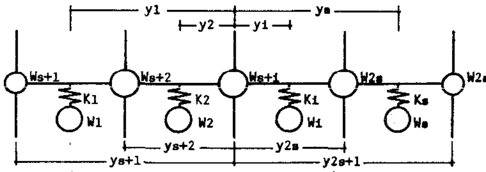


Fig.6-3

外ばりでは

$$K_i = \frac{1024\, Ek_{Bi}}{5\, l_i^2} \cdot \frac{(k+4.5)(k+2)}{(k+4)^2}$$

$$W_i = \frac{128\, \rho l_i}{315} \cdot \frac{k^2+8.5k+19}{(k+4)^2}$$

内ばりでは

$$K_i = \frac{1024\, Ek_{Bi}}{5\, l_i^2}$$

$$W_i = \frac{128\, \rho l_i}{315} \qquad (6-8)$$

1 スパンの場合

$$\left.\begin{aligned} K_i &= \frac{1024\,Ek_{Bi}}{5\,l_i^{\,2}} \cdot \frac{(k+6)(k+1)}{(k+5)^2} \\ W_i &= \frac{128\,\rho\,l_i}{315} \cdot \frac{k^2+11k+31}{(k+5)^2} \end{aligned}\right\}$$

ただし、ρ ははり材の一様分布質量である。

中央集中質量W_i　（$i=1$，$\cdots S$）を除くはりの残りの質量 $\rho\,l_i - W_i$ の半分がはり端に集中しているものと仮定すると、柱はり節点の質量W_{S+i}（$i=1$，$\cdots S+1$）は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} W_{S+1} &= \frac{\rho\,l_1 - W_1}{2} \\ W_{S+i} &= \frac{(\rho\,l_{i-1} - W_{i-1}) + (\rho\,l_i - W_i)}{2} \\ &\qquad \text{ただし } i=2,\cdots\cdots S \\ W_{2S+1} &= \frac{\rho\,l_S - W_S}{2} \end{aligned}\right\} \qquad (6-9)$$

ここで、Ｆｉｇ．６－２の各はりが変形すると仮定する。即ち、

$$\{w_i\} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_S \end{Bmatrix} = w \begin{Bmatrix} 1 \\ d_2 / d_1 \\ \vdots \\ d_S / d_1 \end{Bmatrix} = w \begin{Bmatrix} \bar{d}_1 \\ \bar{d}_2 \\ \vdots \\ \bar{d}_S \end{Bmatrix} = w\,\mathbf{d} \qquad (6-10)$$

Ｆｉｇ．６－３の構造系の剛体運動を考慮して、再び仮想仕事の原理を用いると次式を得る。

$$[\mathrm{diag.}\{0\ \ 0\ \ 0\ \ K^*\}]\,\mathbf{u} + \mathbf{M}_S^*\,\ddot{\mathbf{u}} = 0 \qquad (6-11)$$

ただし

$$K^* = \mathbf{d}^T\,[\mathrm{diag.}(K_i)]\,\mathbf{d}$$

$$\mathbf{M}_S^* = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{2S+1} W_i & 0 & 0 & \sum_{i=1}^{S} \bar{d}_i W_i \\ & \sum_{i=1}^{2S+1} y_i{}^2 W_i & 0 & 0 \\ & & \sum_{i=1}^{2S+1} W_i & 0 \\ \mathrm{SYM.} & & & \sum_{i=1}^{S} \bar{d}_i{}^2 W_i \end{bmatrix}$$

ここで、［ｄｉａｇ.(　　)］は対角マトリックスを表わし、y_i はＦｉｇ. ６－３に示す各層重心から各

質点への距離である。

（６－１１）式は長さhの置換連続棒に関する諸量であるから、単位長さ当たりの質量マトリックス$\mathbf{M}_S$，分布バネの剛性Kは次式となる。

$$\mathbf{M}_S = \mathbf{M}_S^* / h \ , \ K = K^* / h \qquad (6\text{-}12)$$

各層のはり材が有する質量をはり位置から高さ±$h/2$の範囲に分布させるので、置換連続棒の長さは骨組の高さより階高の半分$h/2$だけ長くなる。

６－２－３　弾性剛性

各層はり位置での置換連続棒の断面の弾性剛性 $\mathbf{D}^e$は、柱中央位置で切り出したFig. ６－１の構造系と、同一変形状態における歪エネルギーが等しいとして算定できる[12)]。

例えば、せん断剛性Gは次のように誘導される。Fig. ６－１の構造系がγなるせん断変形を生じたときの歪エネルギーW^*は、同一層の柱の部材角がすべて等しく、節点回転角もすべて等しいと仮定すると次式となる。（Fig. ６－４参照）

$$W^* = 3E\{2k_B\kappa^2 + k_C^U(\kappa - \gamma_U)^2 + k_C^L(\kappa - \gamma_L)^2\} \qquad (6\text{-}13)$$

ここでk_Bははり剛度和，k_C^U，k_C^Lは上下層の柱の剛度和である。また、κは節点回転角、γ_U，γ_Lは上下層の柱材の部材角であり、γと次の関係がある。

$$\gamma = (\gamma_U + \gamma_L)/2 \qquad \text{即ち} \quad \gamma_U = 2\gamma - \gamma_L \qquad (6\text{-}14)$$

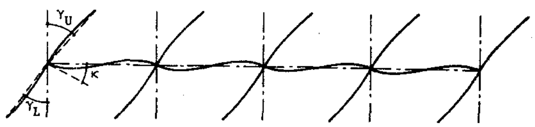


Fig.6-4

（６－１３）式に（６－１４）式を代入してγ_Uを消去し、次式で表わされる歪エネルギー最小の条件を用いる。即ち、

$$\frac{\partial W^*}{\partial \kappa} = 0 \quad , \quad \frac{\partial W^*}{\partial \gamma_L} = 0 \qquad (6\text{-}15)$$

（６－１５）式から（６－１３）式は、次のようになる。

$$W^* = \frac{12Ek_B k_C^U k_C^L}{2k_C^U k_C^L + k_B(k_C^U + k_C^L)} \gamma^2 \qquad (6\text{-}16)$$

長さhの一様断面棒にγなるせん断変形により蓄えられる歪エネルギーWは、せん断剛性をEGとすると次式で表わされる。

$$W=\frac{1}{2}hEG\gamma^2 \tag{6-17}$$

（６－１６）式と（６－１７）式を等置すると、置換連続棒のせん断剛性として次式を得る。

$$G=\frac{24k_B k_C^U k_C^L}{h\{2k_C^U k_C^L+k_B(k_C^U+k_C^L)\}} \tag{6-18}$$

同様の手法により置換連続棒の弾性剛性は求められ、弾性構成方程式は次式となる。

$$\boldsymbol{\sigma}=\begin{Bmatrix} N \\ M \\ Q \\ P \end{Bmatrix}=E\begin{bmatrix} A & & & \\ & I & & \\ & & G & \\ & & & K \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \phi \\ \gamma \\ w \end{Bmatrix}=\mathbf{D}^e\boldsymbol{\varepsilon} \tag{6-19}$$

ただし

$$\left.\begin{aligned} A&=\frac{2A^U A^L}{A^U+A^L} \qquad \because A^U=\sum_{i=1}^{S+1}A_i^U \ , \ A^L=\sum_{i=1}^{S+1}A_i^L \\ I&=\frac{2I^U I^L}{I^U+I^L} \qquad \because I^U=\sum_{i=1}^{S+1}y_i^2 A_i^U , \ I^L=\sum_{i=1}^{S+1}y_i^2 A_i^L \end{aligned}\right\} \tag{6-20}$$

ここで、A_i^U，A_i^L は上下層の柱の断面積であり、y_i は各層重心から柱材への水平距離である。

（６－６）式の関係を考慮すると、はり要素及び柱要素の弾性剛性は次式となる。

$$\mathbf{D}_B^e=E\begin{bmatrix} \infty & & & \\ & \infty & & \\ & & G_B & \\ & & & K \end{bmatrix} , \quad \mathbf{D}_C^e=E\begin{bmatrix} A & & & \\ & I & & \\ & & G_C & \\ & & & \infty \end{bmatrix} \tag{6-21}$$

ただし

$$G_B=\frac{12k_B}{h} \ , \quad G_C=\frac{24k_C^U k_C^L}{h(k_C^U+k_C^L)} \tag{6-22}$$

（６－１８），（６－２０），（６－２２）式は 骨組のはり位置における置換連続棒の弾性剛性である。

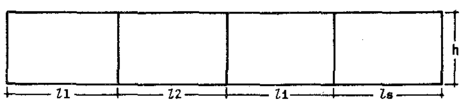


Fig.6-5

骨組の柱中央位置における置換連続棒の弾性剛性は、Fig.6－5に示す各層はり位置で切り出した構造系の歪エネルギーを考えることにより算定する。即ち、

$$\left.\begin{aligned} A &= \sum_{i=1}^{S+1} A_i \\ I &= \sum_{i=1}^{S+1} y_i^2 A_i \\ G &= \frac{6k_C\{k_C(k_B^U+k_B^L)+6k_B^U k_B^L\}}{h\{k_C^2+2k_C(k_B^U+k_B^L)+3k_B^U k_B^L\}} \end{aligned}\right\} \qquad (6-23)$$

ただし、k_C は柱剛度和であり、k_B^U , k_B^L は上下のはりの剛度和である。

ここで、柱要素のせん断剛性を　$G_C=12k_C/h$ として、（６－６）式の関係を考慮すると次式を得る。

$$\left.\begin{aligned} G_B &= \frac{12\{k_C(k_B^U+k_B^L)+6k_B^U k_B^L\}}{h\{2k_C+3(k_B^U+k_B^L)\}} \\ G_C &= \frac{12k_C}{h} \end{aligned}\right\} \qquad (6-24)$$

（６－１２）式のK及び（６－２４）式のG_B ははり及び柱剛度の関数であり、D_B ははり材の復元力特性のみから決まるマトリックスであるという定義に反する。しかし、本論では、K及びG_Bが柱剛度の比較的弱い関数であることを考慮して、便宜的にこのように取扱う。

以上に述べた骨組のはり位置及び柱中央位置での断面の弾性剛性を線型補間して、任意位置での断面の弾性剛性を算定した。従って、置換連続棒の弾性剛性は材軸方向に連続的に変化することになる。ただし、置換連続棒の先端では剛性は零としている。

６－２－４　初期降伏曲面

本節では、骨組構造物の層応力の降伏相関関係を明らかにすることにより、置換連続棒の断面の降伏を判定するための初期降伏曲面を定義する[13]。ただし、降伏曲面は、骨組のはり材の降伏を表わすはり要素の降伏曲面と柱材の降伏を表わす柱要素の降伏曲面の２つを考える。

(1)　はり要素

はり材の降伏は、層せん断力Qとはりに作用する鉛直荷重を表わすパラメーターPの２つの応力の降伏相関関係によってとらえることができる。はり要素の層せん断耐力Q_p^B ははり端モーメントの和が層モーメントに等しいことから次式で与えられる。

$$Q_p^B h = 2\sum_{i=1}^{S} B_{pi} \quad 即ち \quad Q_p^B = 2\sum_{i=1}^{S} B_{pi} / h \qquad (6-25)$$

ここでB_{pi}は各はりの全塑性モーメントである。

次に、鉛直方向バネの降伏応力について考える。はり崩壊機構が形成される時の各はり材の中央集中荷重P_{pi}は次式で表わされる。

$$P_{pi} = 8B_{pi} / l_i \qquad (6-26)$$

各はりの中央集中荷重P_i が仮想変位δw によってなす仕事δW^* は、各はりの中央たわみが（６－１０）式で表わされることを考慮すると次式で得られる。

$$\delta W^* = \{ P_1 \ \ P_2 \cdots\cdots P_S \} \, \delta w \, \dot{\mathbf{d}} \qquad (6-27)$$

一方、置換連続棒の応力Pは高さ方向に分布する力であるので、長さh の置換連続棒についてのδwによる仕事δWは次式となる。

$$\delta W = P \cdot \delta w \cdot h \qquad (6-28)$$

（６－２７）式と（６－２８）式を等置すると、各はりにP_i なる中央集中荷重が作用するときと歪エネルギーが等価な鉛直方向分布バネの応力Pは次のように表わされる。

$$P = \{ P_1 \ \ P_2 \cdots\cdots P_S \} \mathbf{d} / h \qquad (6-29)$$

従って、（６－２６），（６－２９）式から、鉛直方向に分布するバネの降伏応力P_p は次式となる。

$$P_p = 8\sum_{i=1}^{S} (\bar{d}_i B_{pi} / l_i) / h \qquad (6-30)$$

次に、次式で定義される無次元化応力空間におけるはり要素の降伏曲面の形状について考える。ただし、

$$q_B = Q / Q_p^B \quad , \quad p = P / P_p \qquad (6-31)$$

終局状態では、層せん断力Qにより生じる層モーメントQh は各はりの全塑性モーメントに比例して各はりに分配され、更に、各はりの鉛直荷重P_i もP_{pi} に比例すると仮定すれば、無次元化降伏曲面はスパン数の影響を受けず、１スパンの場合と同一になる。

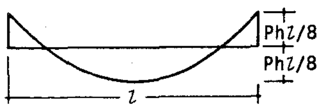


Fig.6-6

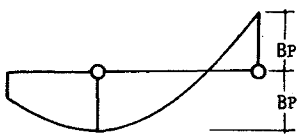


Fig.6-7

さて、慣性力としての鉛直荷重は分布荷重としてはり材に作用するが、ここでは、降伏曲面を現実のものに近づけるため、便宜的に鉛直荷重を一様分布荷重として降伏曲面の形状を考える。即ち、終局時のはり材のモーメント分布を考えるに際し、はりの中央集中荷重Phによるモーメント分布をＦｉｇ．６−６に示す一様分布荷重によるモーメント分布に置き換えると、はりがＦｉｇ．６−７に示すような機構を形成するという条件から、無次元化降伏条件式は次式となる[14)]。

$$\left.\begin{array}{ll} f_B(q_B, p) = \dfrac{|q_B| + 4|p|}{4|p|^{\frac{1}{2}}} - 1 = 0 & (1 \geq |p| \geq \frac{1}{4}) \\ f_B(q_B, p) = |q_B| - 1 = 0 & (\frac{1}{4} \geq |p|) \end{array}\right\} \qquad (6-32)$$

(2) 柱 要 素

柱材の降伏を層軸力N，転倒モーメントM，層せん断力Qの３次元応力空間で考える。層軸力Nと層せん断力Qの降伏応力Np，Q_p^Cは次式となる。

$$\left.\begin{array}{l} Np = \sigma y \sum_{i=1}^{S+1} Ai = \sigma y A \\ Q_p^C = 2\sum_{i=1}^{S+1} Cpi / h \end{array}\right\} \qquad (6-33)$$

ここで Cpi は柱材の全塑性モーメントである。転倒モーメントMの降伏応力Mpは、置換連続棒の断面を断面積A、断面２次モーメントIの矩形断面であると仮定すると、次のように表わされる。

$$Mp = \sigma y \sqrt{3AI} / 2 \qquad (6-34)$$

次に、柱要素の降伏曲面の形状を次式で定義される無次元化応力について考える。

$$n = N/Np,\ m = M/Mp,\ q_C = Q/Q_p^C \qquad (6-35)$$

各柱材の軸力をNi，柱材の材端モーメントを等しくCiであると仮定し、柱材の降伏応力Npi（$=\sigma y Ai$），全塑性モーメントCpiで無次元化すれば、

$$\sigma i = Ni/Npi,\ \tau i = Ci/Cpi \qquad (6-36)$$

骨組を構成するすべての柱材の断面形が相似であると仮定すると、柱材の無次元化降伏曲面の形状は等しく次式で表わせる。

$$f_C(\sigma i, \tau i) = 0 \qquad (6-37)$$

例えばＨ形鋼では次のようになる[15)]。

$$\left.\begin{array}{ll} f_C = |\sigma i| + 0.877|\tau i| - 1 = 0 & (|\sigma i| \geq 0.123) \\ f_C = |\tau i| - 1 = 0 & (|\sigma i| \leq 0.123) \end{array}\right\} \qquad (6-38)$$

層せん断力が層構成柱材のせん断耐力に比例して（即ち、全塑性モーメントに比例して）各柱材に分配されると仮定すれば、

$$q_C = \tau i \qquad (6-39)$$

（６－３７），（６－３９）式からすべての柱材の降伏軸力は同一比率で低減される。即ち

$$|\sigma i|\leq\sigma \quad \because f c(\sigma, q c)=0 \tag{6-40}$$

転倒モーメントと層軸力の降伏相関関係は、置換連続棒の断面を矩形と考えているので次式となる。

$$|m/\sigma|+(n/\sigma)^2-1=0 \tag{6-41}$$

上式をσについて解けば、

$$\sigma=\frac{|m|}{2}+\sqrt{n^2+(\frac{m}{2})^2} \tag{6-42}$$

ゆえに、柱要素の降伏曲面は次式となる。

$$f_C(\frac{|m|}{2}+\sqrt{n^2+(\frac{m}{2})^2},\ q c)=0 \tag{6-43}$$

本論では、置換連続棒の断面を矩形と仮定することにより、降伏曲面の形状に及ぼすスパン数などの影響を省略した。転倒モーメントと層軸力の降伏相関関係をいくつかのスパン数についてFig.６－８に示しておく。

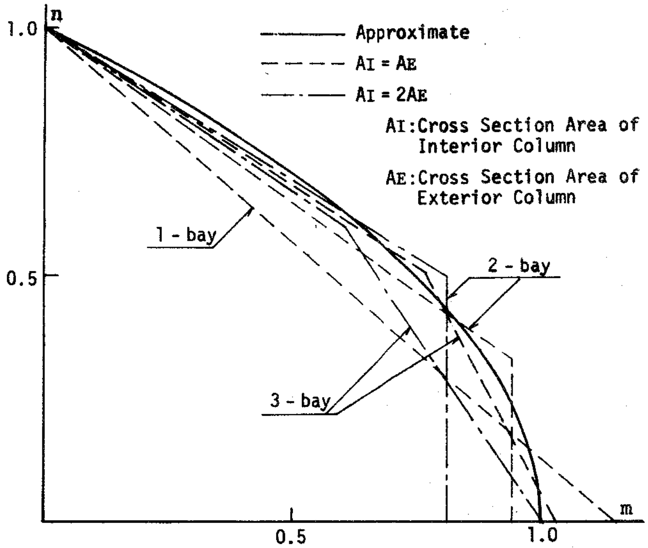


Fig.6-8

以上に示した置換連続棒の断面の降伏曲面の形状は、骨組の形状及び構成部材の断面寸法などによらず一定となる。従って、置換連続棒の断面の降伏条件は、それぞれの層応力に対する降伏応力のみによって定められる。

6－2－5　弾塑性構成方程式

本論では、von Mises の流動則とPragerの移動硬化則を用いて、はり要素及び柱要素の塑性域における増分構成方程式を誘導する。

まず、Prager の移動硬化則とは、初期降伏曲面はその形及び大きさを変えることなく、応力点における塑性歪の方向に平行移動するというもので、次式で表わされる。

$$f_B\ (\bar{\boldsymbol{\sigma}}_B-\bar{\boldsymbol{\alpha}}_B)=0\quad,\quad f_C\ (\bar{\boldsymbol{\sigma}}_C-\bar{\boldsymbol{\alpha}}_C)=0 \tag{6-44}$$

ここで$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_B$ ，$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_C$ は各成分が（６－３１）及び（６－３５）式で定義された無次元化応力で次の関係にある。

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_B=\mathrm{T}_B^{-1}\boldsymbol{\sigma}\quad,\quad \bar{\boldsymbol{\sigma}}_C=\mathrm{T}_C^{-1}\boldsymbol{\sigma} \tag{6-45}$$

ただし、T_B ，T_C は降伏応力を対角成分とする対角マトリックスである。また、$\bar{\boldsymbol{\alpha}}$は無次元化降伏曲面の移動量ベクトルであり、その増分$\Delta\bar{\boldsymbol{\alpha}}$は Prager の硬化則から次式で与えられる。

$$\Delta\bar{\boldsymbol{\alpha}}_B=\mu_B\,\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_B^p\quad,\quad \Delta\bar{\boldsymbol{\alpha}}_C=\mu_C\,\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_C^p \tag{6-46}$$

ここで、μ_B ，μ_C はスカラー量である。また、$\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p$ はエネルギーの次元を有する塑性歪増分であり、次のように表わされる。

$$\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_B^p=\mathrm{T}_B\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B^p\ ,\ \Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_C^p=\mathrm{T}_C\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C^p \tag{6-47}$$

応力点が移動した降伏曲面上にあるという条件は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}\Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_B^{pT}(\Delta\bar{\boldsymbol{\sigma}}_B-\Delta\bar{\boldsymbol{\alpha}}_B)=0\\ \Delta\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_C^{pT}(\Delta\bar{\boldsymbol{\sigma}}_C-\Delta\bar{\boldsymbol{\alpha}}_C)=0\end{aligned}\right\} \tag{6-48}$$

（６－４６），（６－４８）式よりμ_B ，μ_C は次式となる。

$$\left.\begin{aligned}\mu_B&=\frac{\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B^{pT}\Delta\boldsymbol{\sigma}}{\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B^{pT}\mathrm{T}_B\mathrm{T}_B\,\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B^p}\\ \mu_C&=\frac{\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C^{pT}\Delta\boldsymbol{\sigma}}{\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C^{pT}\mathrm{T}_C\mathrm{T}_C\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C^p}\end{aligned}\right\} \tag{6-49}$$

さて、歪増分$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$は弾性歪増分$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^e$ と塑性歪増分$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p$の和で与えられる。即ち、

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B=\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B^p+\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B^e\quad,\quad \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C=\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C^p+\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C^e \tag{6-50}$$

一方、von Mises の流動則は次式で表わせる。

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B^p=\Delta\lambda_B\mathbf{f}_B \quad , \quad \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C^p=\Delta\lambda_C\mathbf{f}_C \tag{6-51}$$

ただし、$\mathbf{f}_B$,$\mathbf{f}_C$ ははり要素及び柱要素の降伏曲面の応力点における外向き法線方向ベクトルである。ここで$\Delta\lambda$を決めるために次の条件を導入する[16]。

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{f}_B^T(\Delta\boldsymbol{\sigma}-C\mathbf{D}_B^e\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B^p)=0 \\ \mathbf{f}_C^T(\Delta\boldsymbol{\sigma}-C\mathbf{D}_C^e\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C^p)=0 \end{aligned}\right\} \tag{6-52}$$

ただし、Cは硬化特性を表わす材料定数である。(6－50),(6－51),(6－52)式から、はり要素及び柱要素の塑性域における増分構成方程式は次式となる。

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}=\mathbf{D}_B^p\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_B \quad , \quad \Delta\boldsymbol{\sigma}=\mathbf{D}_C^p\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_C \tag{6-53}$$

ただし

$$\mathbf{D}_B^p=\mathbf{D}_B^e\left(\mathbf{I}-\frac{\mathbf{f}_B\mathbf{f}_B^T\mathbf{D}_B^e}{(1+C)\mathbf{f}_B^T\mathbf{D}_B^e\mathbf{f}_B}\right)$$

$$\mathbf{D}_C^p=\mathbf{D}_C^e\left(\mathbf{I}-\frac{\mathbf{f}_C\mathbf{f}_C^T\mathbf{D}_C^e}{(1+C)\mathbf{f}_C^T\mathbf{D}_C^e\mathbf{f}_C}\right)$$

ここで、$\mathbf{I}$ は単位マトリックスである。材料定数Cは単軸応力状態での硬化係数τと次の関係をもつ。

$$1-1/(1+C)=\tau \tag{6-54}$$

本研究では、$\tau=0.05$ を仮定して材料定数Cを定めた。

6－3　変形仮定と運動方程式

本節では、6－2節で評価された置換連続棒の全体の釣合方程式を誘導する。さて、序でも述べたように、骨組構造物を1次元連続体として扱った既往の研究は、各層の剛性が等しい骨組の弾性挙動を対象としているので、断面の釣合方程式は定数係数の線型微分方程式となり、解析的取扱いが容易である[17]。しかし、本論で採用した置換連続棒の断面の釣合方程式は、係数が座標xの関数である非線型微分方程式となり、厳密解を得ることは、これが容易でないので、簡便な近似解析法の開発という本研究の目的にそぐわない。ここでは、変形仮定とエネルギー原理を使って、変位関数の未定係数ベクトルとして表わされる一般化変位に関する置換連続棒の全体の釣合方程式を近

似的に求める。

さて、増分変位$\Delta\mathbf{u}$と増分歪$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$の関係は、幾何学的条件から次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned}\Delta\varepsilon&=\frac{d\Delta v}{dx}+\frac{du}{dx}\frac{d\Delta u}{dx}+\frac{1}{2}\left(\frac{d\Delta u}{dx}\right)^2\\ \Delta\phi&=\frac{d\Delta\theta}{dx}\\ \Delta\gamma&=\frac{d\Delta u}{dx}-\Delta\theta\end{aligned}\right\}\qquad(6-55)$$

ここで、増分変位$\Delta\mathbf{u}$が次式で表わされると仮定する。

$$\Delta\mathbf{u}=\mathbf{A}\Delta\mathbf{a}\qquad(6-56)$$

ただし、$\Delta\mathbf{a}$は一般化変位増分であり、$\mathbf{A}$は置換連続棒の材軸方向座標xのみの関数である。ここでは、次のように増分変位関数を仮定する。

$$\left.\begin{aligned}v&=\sum_{i=1}^{nv}a_i^v\,sin\frac{(2i-1)\pi x}{2H}\\ \theta&=\sum_{i=1}^{n\theta}a_i^\theta\,sin\frac{(2i-1)\pi x}{2H}\\ u&=\sum_{i=1}^{nu}a_i^u\,sin\frac{(2i-1)\pi x}{2H}\\ w&=\sum_{i=1}^{nw}a_i^w\cos\frac{(i-1)\pi x}{H}\end{aligned}\right\}\qquad(6-57)$$

ここで、Hは置換連続棒の長さである。

(6－55)，(6－56)式から増分歪$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$と一般化変位増分$\Delta\mathbf{a}$の関係は次のように表わされる。

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}=\mathbf{B}\Delta\mathbf{a}+\frac{1}{2}\begin{bmatrix}\Delta\mathbf{a}^T\mathbf{B}_v\\ \{0\}^T\\ \{0\}^T\\ \{0\}^T\end{bmatrix}\Delta\mathbf{a}\qquad(6-58)$$

一般化変位増分$\Delta\mathbf{a}$による歪エネルギー増分を求め、ポテンシャルエネルギー停留の原理を用いると、一般化内力$\mathbf{p}^e$及び増分剛性マトリックス$\mathbf{K}$は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}\mathbf{p}^e&=\int_x\mathbf{B}^T\boldsymbol{\sigma}\,dx\\ \mathbf{K}&=\int_x\mathbf{B}^T\mathbf{D}\mathbf{B}\,dx+\int_x N\mathbf{B}_v\,dx\end{aligned}\right\}\qquad(6-59)$$

同様にして、一般化変位$\mathbf{a}$に関する質量マトリックス$\mathbf{M}$は次式となる。

$$\mathbf{M}=\int_x\mathbf{A}^T\mathbf{M}_S\,\mathbf{A}\,dx\qquad(6-60)$$

ただし、6－2節で示したように、$\mathbf{M}_S$ は各層はり位置でのみ評価し、$\mathbf{D}$及び$\boldsymbol{\sigma}$は各層はり位置及び柱中央位置でのみ算定している。これらの有限個の点の間で断面諸量が線型変化することを仮定して$\mathbf{K}$及び$\mathbf{M}$の積分を行なう。しかし、応力$\boldsymbol{\sigma}$が線型変化すると仮定して $\mathbf{p}^e$ を求めると各ステップでの一般化力にかなりの不釣合を招くので、各区間の$\boldsymbol{\sigma}$を3次式で仮定した。

減衰マトリックス$\mathbf{C}$については本章では触れなかったが、3章で述べたようにRayleighまたはCaughey の方法により質量マトリックス$\mathbf{M}$と剛性マトリックス$\mathbf{K}$を用いて$\mathbf{C}$を算定することを、本研究では前提としている。

以上の諸量を用いて、動的釣合方程式は次式で表わされる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}}+\mathbf{C}\dot{\mathbf{a}}+\mathbf{p}^e+\mathbf{K}\Delta\mathbf{a} = \mathbf{r} \qquad (6-61)$$

ここで$\mathbf{r}$は一般化外力であり、動的外力 $\mathbf{r}_t$ と静的鉛直荷重$\mathbf{r}_{con}$ に分けることができる。即ち、

$$\mathbf{r}=\mathbf{r}_t+\mathbf{r}_{con} \qquad (6-62)$$

$\mathbf{r}_t$ ，$\mathbf{r}_{con}$ は次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{r}_t &= -\int_x \mathbf{A}^T\mathbf{M}_S\, dx\, \{\, \ddot{v}_V \quad 0 \quad \ddot{v}_H \quad 0 \,\}^T \\ \mathbf{r}_{con} &= -\int_x \mathbf{A}^T\mathbf{M}_S\, dx\, \{\, g \quad 0 \quad 0 \quad 0 \,\}^T \end{aligned}\right\} \qquad (6-63)$$

ただし、$\ddot{v}_H$ ，$\ddot{v}_V$ は地動加速度の水平及び鉛直成分であり、g は動力加速度である。

6－4　解　析　例

入力外乱及び解析骨組は5章と同様である。即ち、入力外乱にはEl Centro，May 18, 1940の$N-S$成分と$U-D$成分及びTaft ,June 21, 1952の$E-W$成分と$U-D$成分を選び、水平地動の最大加速度 $\ddot{y}H_{max}$ を500 galと300gal とし、鉛直地動は水平地動と同一の比率で実記録を増幅して用いる。また、外乱継続時間は8秒間とする。解析骨組は5層1スパン骨組（5F1）と3層2スパン骨組（3F2）の2つである。これらの詳細は5章に既述した通りである。

（6－57）式で仮定した増分変位関数の項数は、予備計算の結果、次の値を採用した。

$$u_v=5 \quad , \quad n_\theta=4 \quad , \quad n_u=5 \quad , \quad n_w=7$$

減衰マトリックスにはRayleigh 型を採用し、減衰定数は水平及び鉛直1次モードに対して1%を仮定している。

ここでは、構造物構成部材の動力学特性を忠実に評価した応答解析（以下、Detailed Modelと呼ぶ）による結果と比較しながら、置換連続棒（Bar Model ）による解析結果について考察する。

まず、Table 6－1にBar Model とDetailed Model の固有周期を示す。この表から明らかなように、水平モードの固有周期については、Bar Model とDetailed Model は全体的によく一致している。

Table 6-1 Natural Period (sec.)

		5F1		3F2	
		Detailed Model	Bar Model	Detailed Model	Bar Model
Horizontal	1st	1.180	1.159	0.947	0.941
	2nd	0.439	0.447	0.330	0.354
	3rd	0.254	0.270	0.187	0.221
Vertical	1st	0.261	0.372	0.234	0.360
	2nd		0.205		0.199
	3rd		0.165		0.163

さて、骨組構造物の鉛直モードの低次の固有周期は、はりの固有周期に依存することが報告されている[18]が、Bar Model の材軸方向に分布する鉛直方向バネの剛性は連続的に変化するので、Bar Model の鉛直方向バネ一質点系の固有周期もまた連続的に変化し、自由端で無限大、固定端で最小となり、この範囲で任意の値を取り得る。従って、Table 6－1に示すように、鉛直モードの1次固有周期はDetailed Model と全く異なっているが、はりの中央たわみを表わす変位wが骨組の最上層はり位置付近で最大となる時の固有周期は、Detailed Model の鉛直1次周期に近い値となる。例えば、5F1骨組では0.205秒である。Detailed Model とBar Model による5F1骨組の固有モードを比較してFig. 6－9に示しておく。ただし、Bar Model のバネ一質点系の変位wは水平モードについては零となるので省略し、鉛直モードについてははり位置についてのみ示す。

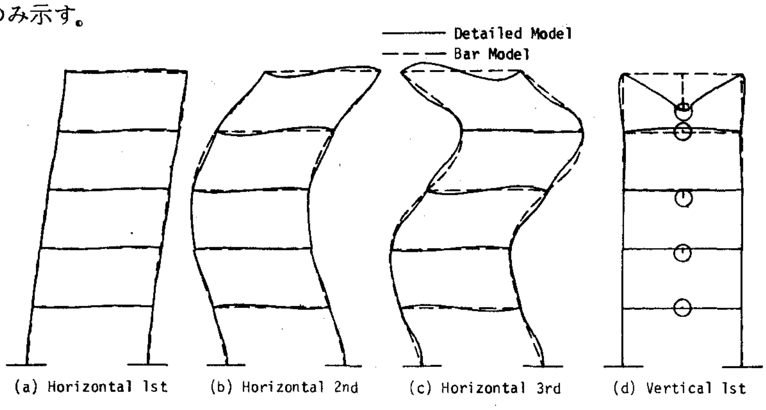


Fig. 6-9 Natural Mode of 5F1

Ｆｉｇ．６－１０，６－１１は層間変位角に相当するdu/dxと層せん断力Qの最大応答値を示すが、これらの応答値については、Bar Model による解析結果はDetailed Model による解析結果をよく追跡していることがわかる。しかし、Taft 地震を入力した場合の5F 1骨組の第2層及びEl Centro地震を入力した場合の3F2 骨組の第2層の応答値で明らかなように、じん性率応答が比較的大きな層でBar Model の$(du/dx)_{max}$応答が大きく現われる傾向があり、このような傾向は、Bi−linear 形またはTri−linear形のような単純な復元力モデルを用いたせん断型多質点系モデルの応答にも認められるものである[19]。

Fig.6－１２，６－１３は、みかけの材軸方向歪dv/dxと層軸力Nの最大応答値を示すものであるが、N_{max}については、Bar Model は良好な近似を与えるが、下層部での$(dv/dx)_{max}$を過小評価している。特に外乱強度が大きく（$\ddot{y}H_{max}$ =500gal ）、従って骨組の塑性化が進行する場合には、Detailed Model とBar Model の応答値の差が著しい。

Ｆｉｇ．６－１４，６－１５は、骨組の全体曲げ変形による曲率ϕと転倒モーメントMの最大応答値を示すもので、M_{max}については、Bar Model の応答値はDetailed Modelの応答値をよく追跡しているが、$\ddot{y}H_{max}$= 500 gal の場合のϕ_{max}にはかなりの差があることがわかる。

以上示したように、Bar Model は、Q_{max}, N_{max}, M_{max}などの層応力応答及び$(du/dx)_{max}$応答については良好な近似を与えるが、外乱強度の大きい場合の$(dv/dx)_{max}$及びϕ_{max}応答についてはDetailed Model とかなりの差を生じている。

柱脚固定の骨組では第1層の柱脚部は柱頭部に比べてかなり早期に降伏し、また、はりせん断力による柱付加軸力のため、風下側柱材は風上側柱材に比べて降伏しやすい。このように、部分降伏傾向の強い1つの層を構成する柱材全体の降伏を1つの降伏曲面で定義したことが、$(dv/dx)_{max}$及びϕ_{max}応答についてのBar Model の解析結果とDetailed Modelの解析結果との間に著しい差を生じた原因として挙げられる。

５Ｆ１骨組の水平変位の時間履歴をＦｉｇ．６－１６に、鉛直変位の時間履歴をＦｉｇ.６－１７に、入力エネルギーの時間履歴をＦｉｇ．６－18に示す。

Fig.6－１６によれば、Bar Model の水平変位の時間履歴は、Detailed Modelの解析結果をよく近似しており、$(du/dx)_{max}$についての結果と合わせて、Bar Modelにより骨組構造物の水平変位応答が良好な精度で追跡できることがわかる。

Ｆｉｇ．６－１７に示すBar Model の鉛直変位の時間履歴は、その周期特性についてはDetailed Model とよく一致しているが、水平変位の増大に伴う鉛直方向の塑性歪の累積をBar Model は追跡できない。

次に、Ｆｉｇ．６－１８に示す入力エネルギーの時間履歴を見ると、Bar Model の方がDetailed

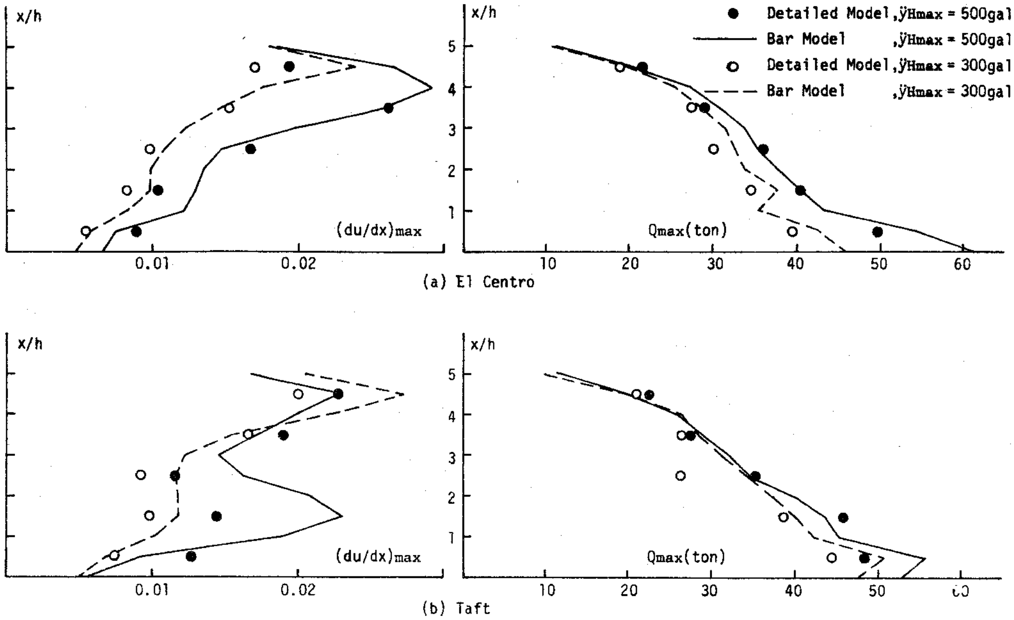


Fig.6-10 (du/dx)max and Qmax of 5F1

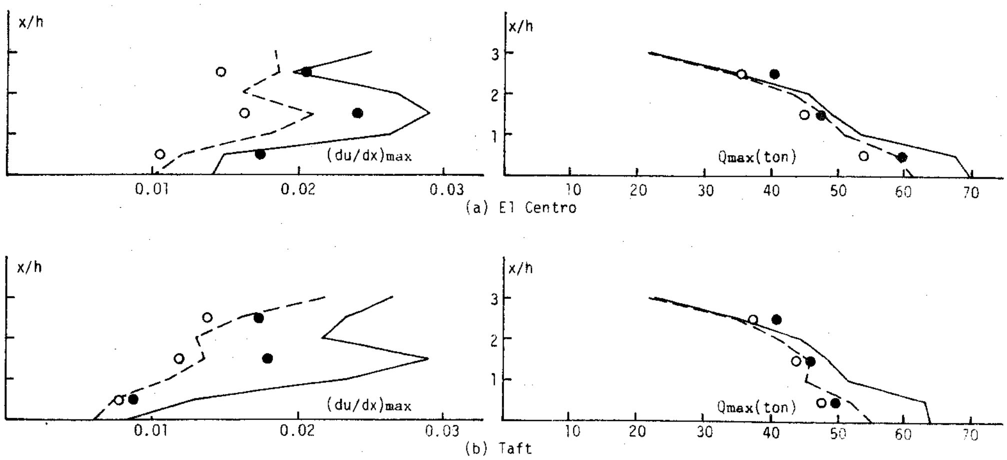


Fig.6-11 (du/dx)max and Qmax of 3F2

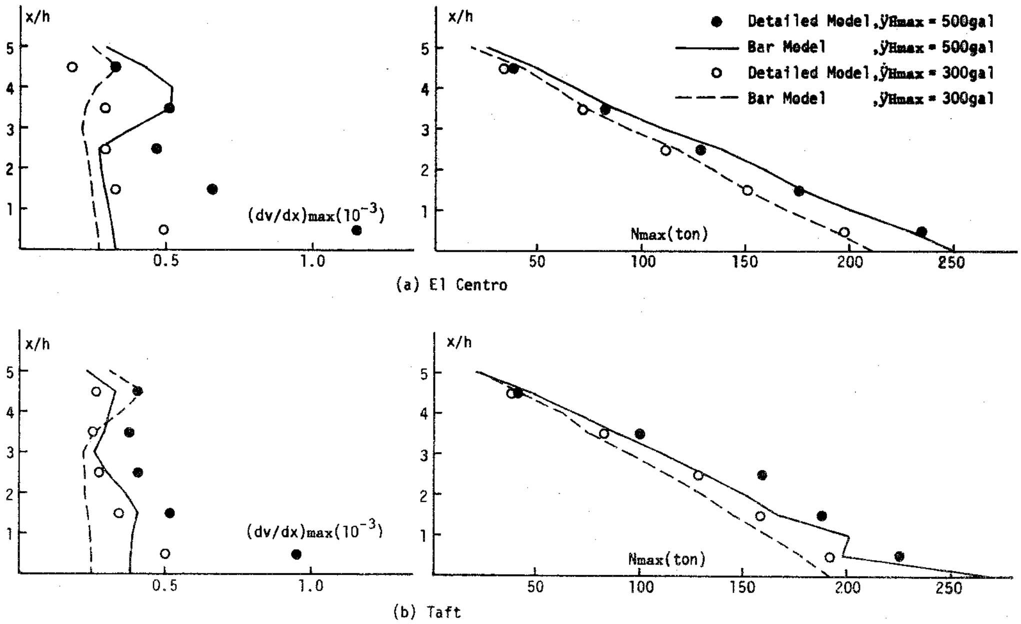


Fig.6-12 (dv/dx)max and Nmax of 5F1

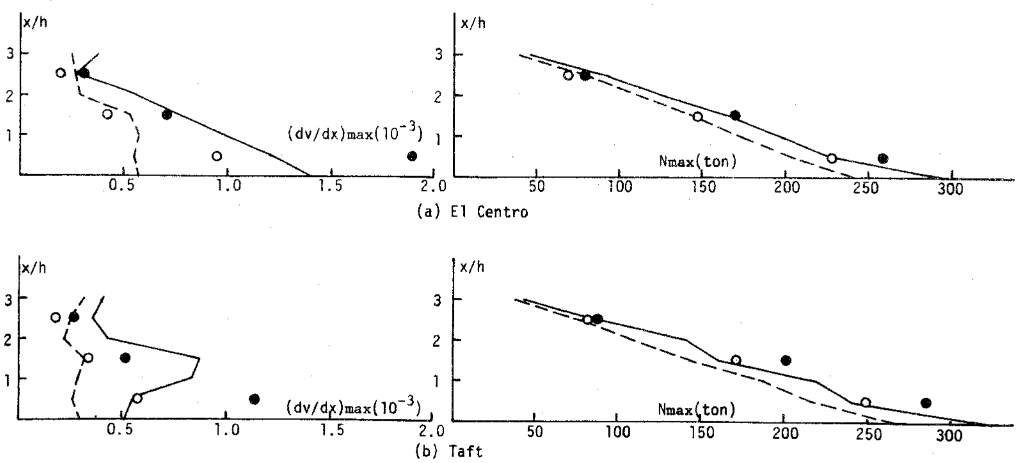


Fig.6-13 (dv/dx)max and Nmax of 3F2

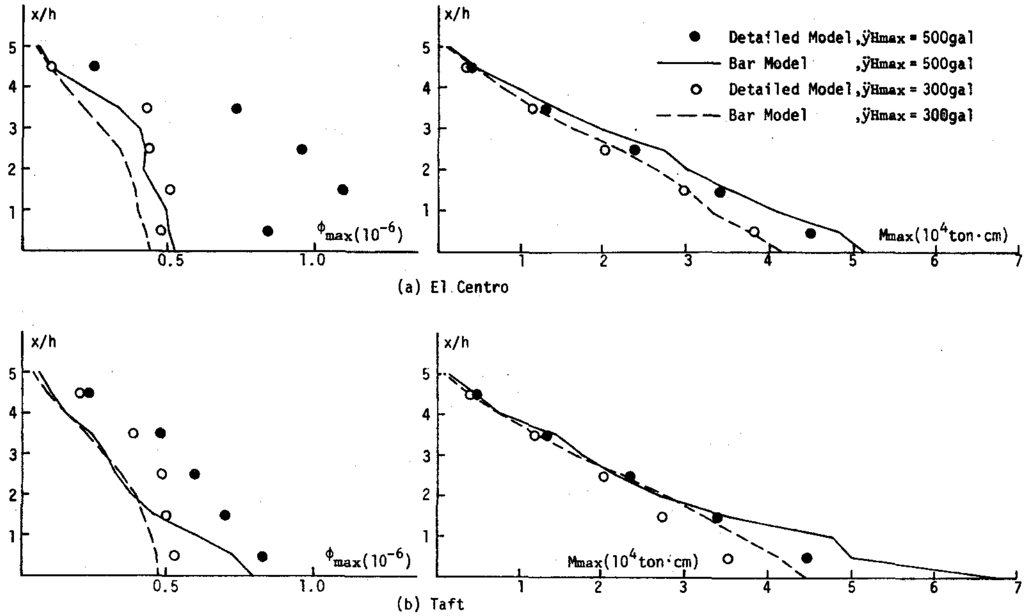


Fig.6-14 φmax and Mmax of 5F1

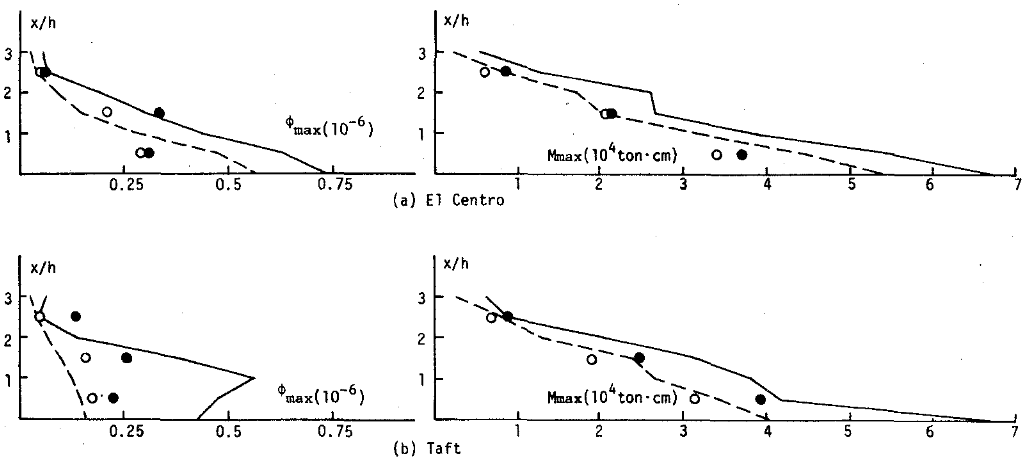


Fig.6-15 φmax and Mmax of 3F2

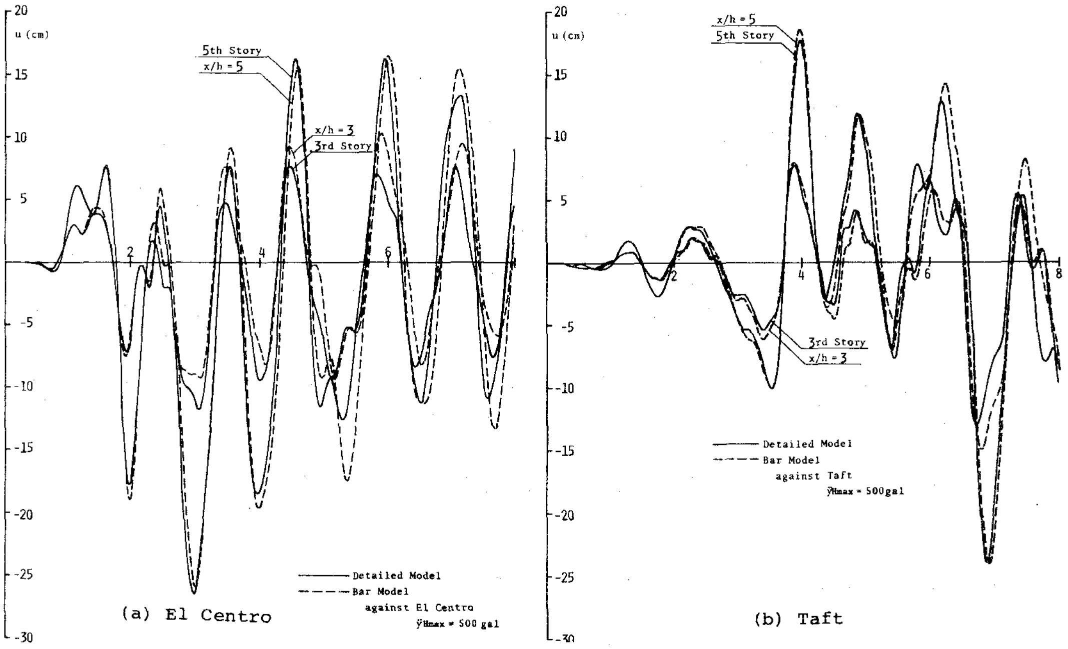


Fig.6-16 Horizontal Displacement Time Histories

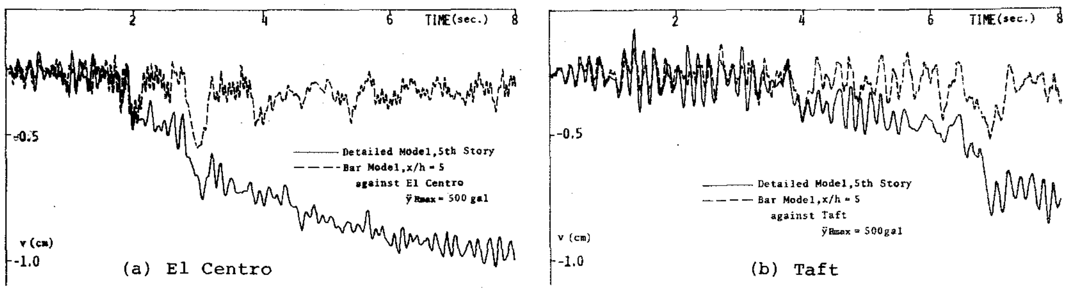


Fig.6-17 Vertical Displacement Time Histories

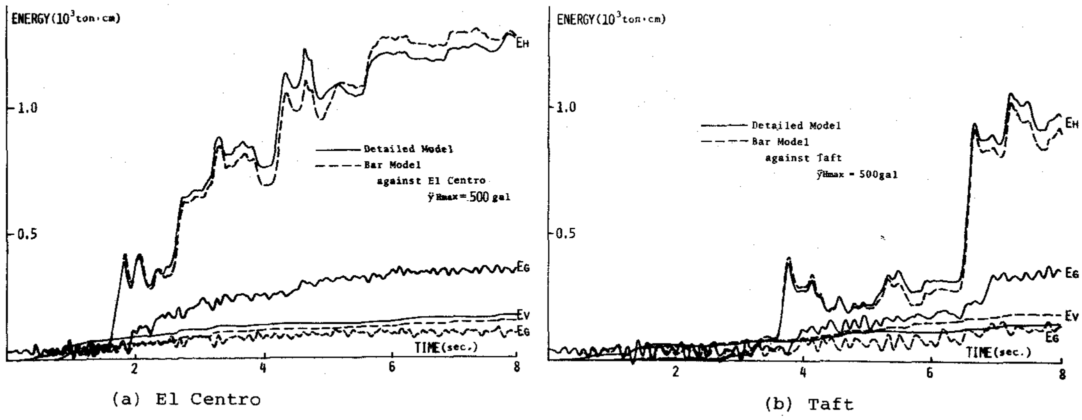


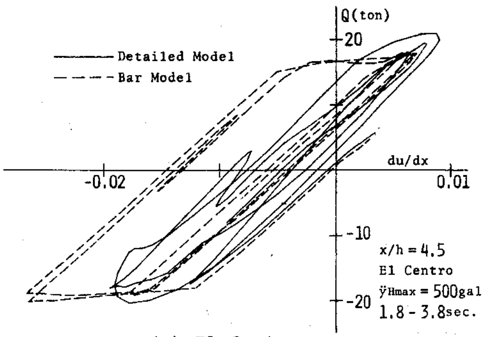
Fig.6-18 Input Energy Time Histories

Model に比べて鉛直荷重による仕事 E_G をかなり小さく評価しているが、水平地動による入力エネルギー E_H 及び鉛直地動による入力エネルギー E_V については、Bar Model と Detailed Model の解析結果はよく一致している。

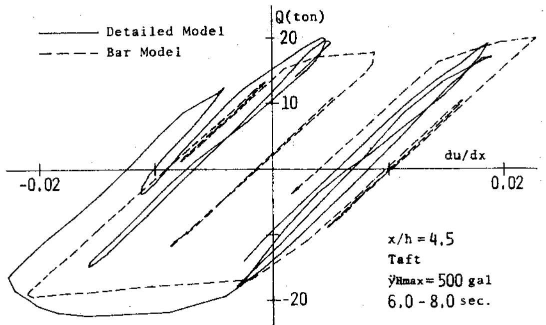
Fig.6－19に、5F 1骨組の $x/h=4.5$ の位置での $Q-du/dx$ 関係の履歴をDetailed Model の $Q-\Delta u/h$ 関係と比較して示す。Bar Model の $Q-du/dx$ 関係は、弾性域においても全体曲げ変形及び変動する層軸力による $P-\Delta$ 効果の影響により若干の非線型性を呈し、また、塑性域におけるせん断耐力は、他の層応力との降伏相関関係により変動している。Detailed Model の $Q-\Delta u/h$ 関係は、更に隣接層の変形状態の影響を受けて複雑な履歴性状を示すが、全体的にはBar Model の断面の履歴挙動はDetailed Modelの層の履歴挙動をよく近似していると言える。

Bar Model の層せん断耐力がDetailed Model に比して小さいのは、Bar Modelでは隣接する2つの層の層せん断力が等しいとしてはり材の降伏条件を算定しているが、2つの層の最大層せん断力応答は動的には必らずしも同時に生じないので、Bar Model は降伏条件の算定においてはり材が降伏しやすいモデルとなっていることによる。

Fig.6－20，6－21は、Bar Model の断面の内部仕事（弾性歪エネルギー＋履歴消散エネルギー）の分布をはり要素 e_B と柱要素 e_C に分けて示す。ここで、Detailed Modelの応答値は各層構成はり材及び柱材の内部仕事のそれぞれの和を階高 h で除した値である。これらによれば、Bar Model では、はり要素がほとんどのエネルギーを吸収しており、柱要素の内部仕事は非常に小さい。これは、前述したように、Bar Model ははり材が降伏しやすく柱材が降伏しにくいモデルであることの当然の結果である。しかし、各層はり材の内部仕事の分布形については、Bar Modelによる解析結果はDetailed Model による解析結果とよく一致しており、はり崩壊形骨組については、各部材の履歴性状をBar Model によってほぼ把握できることを示している。



(a) El Centro



(b) Taft

Fig.6-19 Q-(du/dx) Relations

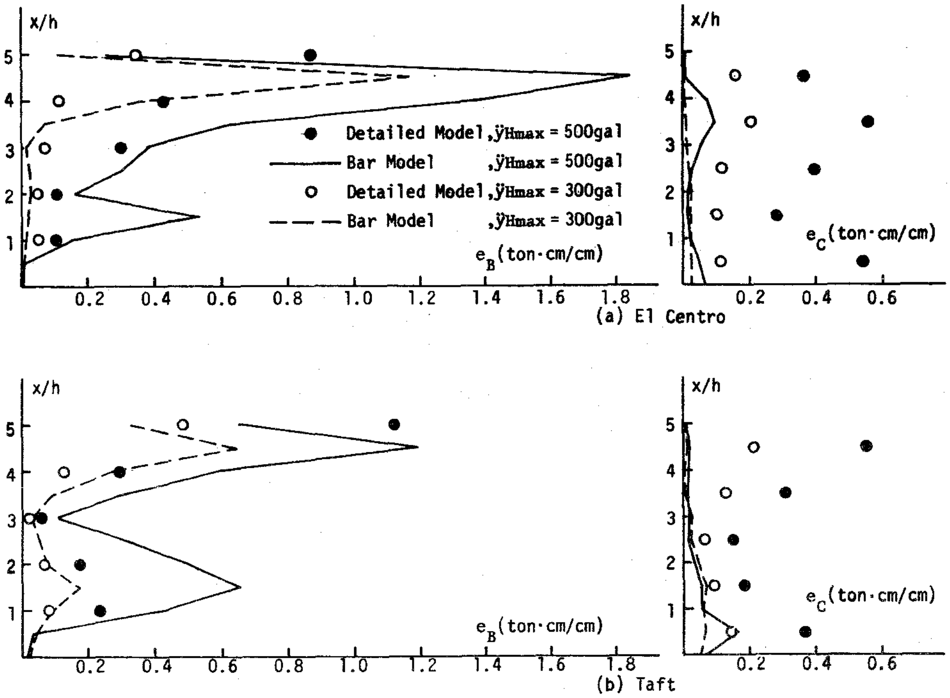


Fig.6-20 Vertical Distribution of Internal Work in 5F1

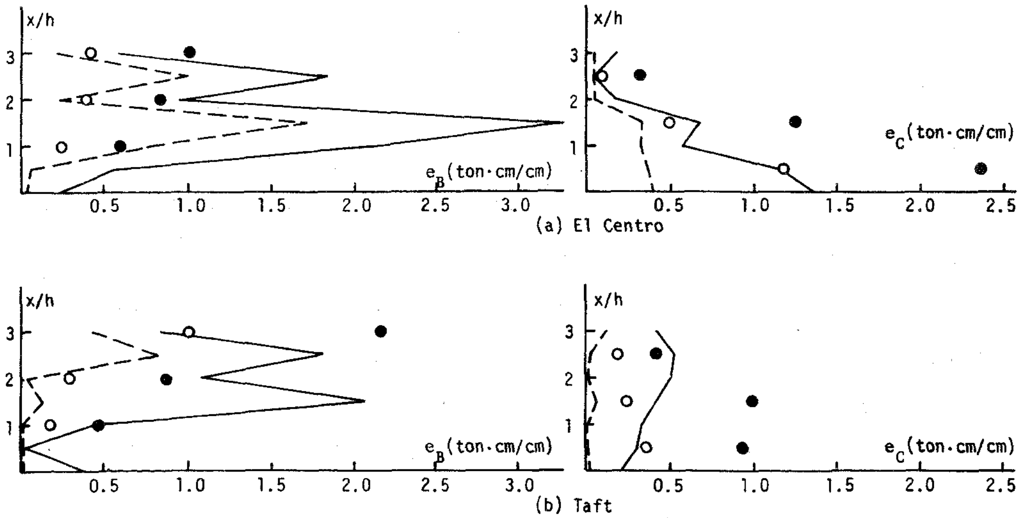


Fig.6-21 Vertical Distribution of Internal Work in 3F2

6－5　結　　論

本章では、汎用性の高い耐震設計資料を得るための簡便な動力学モデルとして連続棒モデルを提案し、層軸力，転倒モーメント，層せん断力，はり鉛直荷重の4次元の層応力，はり材と柱材の降伏の区別，鋼材の歪硬化，骨組の$P-\Delta$効果などを考慮して定式化した。また、若干の地震応答解析例から、連続棒モデルにより水平変位応答，層応力応答などの巨視的応答値については良好な近似が得られるとともに、各層の履歴性状もほぼ把握できることを示した。しかしながら、連続棒モデルは骨組の柱材の軸方向変形に起因する鉛直方向変形や全体曲げ変形については過小評価する傾向があり、解析結果の精度の向上には、外柱と内柱の降伏を区別し、隣接する2層の層せん断力の連成を考慮してはり材の降伏を判定するなど、連続棒モデルの断面の降伏を更に慎重に取扱う必要がある。

参　考　文　献

1）小高昭夫・堀江文雄・公塚正行：多自由度振動系の動的挙動を得るための近似解法，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭47.10

2）久徳敏治・井上　豊・南井良一郎・小堀鐸二：弾性高層構造物の地震応答性状と適正耐震設計資料について，竹中技術研究報告，第3号，昭43.12

3）久徳敏治：弾塑性高層建築構造物の地震応答性状と適正耐震設計資料について（その2），竹中技術研究報告，第7号，昭46.12

4）大沢　胖・鄭　正昌：高層ラーメンの耐震解析における柱軸方向変形の影響，日本建築学会論文報告集号外，昭40.9

5）S.C.Goel, "P–Δ and Axial Column Deformation in Aseismic Frames", Proc. of ASCE, Vol. 95, No. ST8, Aug. 1969

6）酒井忠明：微分方程式に依る多張間高層ラーメンの振動解法並にその固有振動周期の実用算定公式，土木学会誌，第20巻，第4号，昭15.4

7）Y.Osawa, "Seismic Analysis of Core–Wall Buildings", Proc. of 3rd WCEE, 1965

8）S.Tani, J.Sakurai and M.Iguchi, "An Approximate Method of Static and Dynamic Analysis of Core–Wall Buildings", Proc. of 4th WCEE, 1969

9）A.C. Heidebrecht, " Approximate Analysis of Tall Wall–Frames Structures", Proc. of ASCE, Vol.99, No. ST2, Feb. 1973

10）日置興一郎・山中邦一・北野博己：反り変形を考えた棒理論による高層架構の解析（その1 弾性静力学），日本建築学会論文報告集，第２５３号，昭52.3

11）日置興一郎・北野博己：反り変形を考えた棒理論による高層架構の解析（その２　弾性自由振動），日本建築学会論文報告集，第257号，昭52.7

12）K.Heki and T.Saka, "Stress Analysis of Lattice Plates as Anisotropic Continuum Plates", Proc. 1971 IASS Paciffic Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, 1972

13）T.Saka and K.Heki, "Limit Analysis of Lattice Plates", Proc. 1971 IASS Paciffic Symposium Part II on Tension Structures and Space Frames, 1972

14）Fritz Engineering Lab. Lectures Notes, "Plastic Design of Multi－Story Frames", Lehigh Univ., 1965

15）日本建築学会編：鋼構造塑性設計指針，昭50.11

16）K.Inoue and K.Ogawa, "Nonlinear Analysis of Strain－Hardening Frames Subjected to Variable Repeated Loading",Technology Reports of Osaka Univ., Vol.24, №1222, 1974

17）K.Heki and T.Habara, "Introduction of Parametric Functions into Analysis of Elastic Thin Plates", Proc.15th Japan Nat. Cong.Appl. Mech., 1965

18）藤井正経・速水　浩・久徳敏治：大スパン建築構造物の上下振動について，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭45.9

19）日本建築学会編：地震荷重と建築構造の耐震性，昭52.1，pp 539〜545

第７章　　連続棒モデルの耐震設計への適用

７－１　序

耐震設計という言葉は通常耐水平力設計を意味し、骨組構造物の設計用地震荷重は水平力または層せん断力として考えるのが常であり、鉛直地動の影響の定量化[1]及び鉛直地動を考慮した耐震設計法についてはあまり論じられていない。しかし、地震外乱を受ける骨組構造物においては、鉛直地動によりはりに大きな鉛直方向慣性力が生じ、この鉛直方向力と層せん断力の連成効果によるはりの塑性化の進行及び柱軸力の増大が耐震設計上無視し得ない程度であることは５章で明らかにした。

６章では、地震応答を層軸力，転倒モーメント，層せん断力，はり鉛直荷重の４次元層応力空間でとらえるための動力学モデルとして置換連続棒を提案し、層応力応答については良好な近似の得られることを示した。本章は、このようにして得られた多次元の層応力応答を使った終局耐震設計法を示し、その設計法の合理性を検証することによって、耐震設計用動力学モデルとしての置換連続棒モデルの有用性を明らかにするものである。

静的な終局設計過程では、どのような崩壊機構を想定するかが重要な問題となる[2]。本研究では過崩壊形（Over—complete collapse）とはり崩壊形（Beam collapse）の２つの崩壊機構を取り上げた。

骨組を過崩壊形に設計することは静的荷重に対する最小重量設計となり[3]、地震外乱を受ける構造物の入力エネルギー及び履歴消散エネルギーなどのエネルギー応答量に及ぼす崩壊機構特性の影響は小さいので、塑性化部分が限定されるはり崩壊形または柱崩壊形の骨組に比して、過崩壊形骨組の部材の靱性率応答は相対的に小さい[2]。しかし、柱が降伏する場合には、特定層が層機構を形成することにより、層間変位応答及び部材の靱性率応答が層方向に乱れる傾向があり[4]、局所的に著しく大きな塑性変形を生じる場合のあることが報告されている[5]。

この特定層への塑性変形の集中を避けるために、骨組をはり崩壊形に終局設計することが提唱されている[6]〜[8]。完全剛塑性理論によれば、はり崩壊形の骨組は任意の水平力分布に対して各層同一の層間変位を生じる。地震外乱の周波数特性の不確定性により、骨組の層せん断力応答分布を確定的にとらえることはできないが、はり崩壊形の骨組は各層構成部材の靱性率応答が一様化されやすく、かつ入力外乱によらず比較的安定していることが報告されている[2][4]。

本章では、想定した地震外乱に対して骨組構造物の塑性化が層方向に一様化するように、連続棒モデルの応答値を用いて、骨組構造物をはり崩壊形及び過崩壊形に再設計する手法を１スパン骨組の場合について示す。また、数値解析例により、鉛直地動を考慮した耐震設計について考察する。

7－2　置換連続棒の復元力特性

6章で述べたように、置換連続棒の断面の降伏は、はり要素の降伏関数 f_B と柱要素の降伏関数 f_Cにより次のように定義される。

$$\left.\begin{aligned} &f_B(Q/Q_{pB},\ P/P_p)=f_B(q_B,\ p)=0 \\ &f_C(N/N_p,\ M/M_p,\ Q/Q_{pC})=f_C(n,\ m,\ q_C)=0 \end{aligned}\right\} \quad (7-1)$$

ここで N は層軸力，M は転倒モーメント，Q は層せん断力であり、P ははり鉛直荷重を表わすパラメーターである。また、添字 p は各降伏応力を表わす。即ち、（７－１）式は無次元化層応力空間における降伏曲面が骨組の高さ位置及び構成部材断面寸法の関数でないことを示している。ただし、本章では、１スパン骨組を対象とし、次の降伏関数を採用する。

$$\left.\begin{aligned} &f_B(q_B,\ p)=\frac{|q_B|+4|p|}{4|p|^{1/2}}-1=0 \qquad \left(1\geq|p|\geq\frac{1}{4}\right) \\ &f_B(q_B,\ p)=|q_B|-1=0 \qquad \left(\frac{1}{4}\geq|p|\geq 0\right) \\ &f_C(n,\ m,\ q_C)=|n|+|m|+\frac{|q_C|}{1.14}-1=0 \\ &\qquad\qquad (1\geq|n|+|m|\geq 0.123) \\ &f_C(n,\ m,\ q_C)=|q_C|-1=0 \qquad (0.123\geq|n|+|m|\geq 0) \end{aligned}\right\} \quad (7-2)$$

降伏応力 Q_{pB}，P_p ははり材の塑性断面係数 $Z_{pB}{}^i$ の関数であり、降伏応力 N_p，M_p，Q_{p_C} は柱材の断面積 $A_C{}^i$ と塑性断面係数$Z_{pC}{}^i$の関数である。即ち、

$$\left.\begin{aligned} &P_p=\frac{8\sigma_y Z_{pB}{}^i}{l\,h}, \quad Q_{pB}=\frac{2\sigma_y Z_{pB}{}^i}{h} \\ &N_p=2\sigma_y A_C{}^i, \quad M_p=\sigma_y A_C^i l, \quad Q_{pC}=\frac{4\sigma_y Z_{pC}^i}{h} \end{aligned}\right\} \quad (7-3)$$

ここで、l はスパン長，h は階高である。

一方、部材の断面積 A^i と塑性断面係数 $Z_p{}^i$は、近似的に次のような関係にある[9]。

$$Z_p{}^i = C_Z A^{i\,3/2} \quad (7-4)$$

ただし、本研究でははり材に細幅H形鋼、柱材に広幅H形鋼を想定し、$C_Z{}^B=1.627$，$C_Z{}^C=0.958$ とおく。次に、はり要素の断面積 A_B、柱要素の断面積 A_C を次式で定義する。

$$\left.\begin{aligned} &hA_B = lA_B{}^i \\ &A_C=\sum A_C{}^i = 2A_C^i \end{aligned}\right\} \quad (7-5)$$

（7—4），（7—5）式によれば、（7—3）式の各降伏応力は A_B 及び A_C のみで次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned} P_p &= \frac{8C_Z{}^B\sigma_y h^{1/2}}{l^{5/2}} A_B{}^{3/2} \quad , \quad Q_{pB} = \frac{2C_Z{}^B\sigma_y h^{1/2}}{l^{3/2}} A_B{}^{3/2} \\ N_p &= \sigma_y A_C \quad , \quad M_p = \frac{\sigma_y l}{2} A_C \quad , \quad Q_{pC} = \frac{\sqrt{2}C_Z{}^C\sigma_y}{h} A_C{}^{3/2} \end{aligned}\right\} \qquad (7-6)$$

即ち、（7—1）式は次のように書き変えられる。

$$\left.\begin{aligned} & f_B'(\ Q,\ P,\ A_B\ ) = 0 \\ & f_C'(\ N,\ M,\ Q,\ A_C) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (7-7)$$

（7—7）式は置換連続棒の断面の降伏曲面がはり要素及び柱要素の断面積 A_B，A_C のみの関数であることを示している。

同様に置換連続棒の断面の弾性剛性も A_B と A_C のみの関数として表わし得るので、置換連続棒の復元力特性は A_B と A_C のみの関数となる。

従って、骨組構造物の耐震設計は、適正な地震応答が得られるように、骨組の高さ方向座標 x の2つの関数 A_B，A_C を決めることに帰着する。

7－3　等価断面積応答

せん断型多質点系モデルの弾塑性地震応答性状については、せん断力応答の最大値分布を弾性限強度分布として与えれば、各層靱性率応答が一様化することが報告されている[10]。この単連結多自由度系の弾塑性地震応答の性質が振動系一般に拡張し得ると仮定すると、骨組構造物の耐震設計においては層応力の最大応答値分布に注目するのが賢明であろう。

Table 7－1は、5章に掲げた解析結果の1例から層応力の3つの成分 N，M，Q の最大応答時の各成分の応答値を整理したものである。これは単に1例にすぎないが、層応力の各成分の最大値は異なる時刻に生じ、1成分の最大応答時には他の応力成分が比較的小さいことが注目される。層構成部材が複数の層応力の連成により降伏することを考慮すると、各成分の最大応答値にはあまり意味がない。

ここで、4次元ベクトルである層応力の最大応答値を考えるために、時刻 t における層応力の大きさを次式で定義する等価断面積 $A_{Bt}{}^{eq}$，$A_{Ct}{}^{eq}$ を用いて評価しよう。

$$\left.\begin{aligned} & f_B'\ (Q_t\ ,\ P_t\ ,\ A_{Bt}{}^{eq}\ ) = 0 \\ & f_C'\ (N_t\ ,\ M_t\ ,\ Q_t\ ,\ A_{Ct}{}^{eq}\ ) = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (7-8)$$

ここで添字 t は時刻 t での応答量を示す。上式の第1式は、はり要素の断面積が $A_{Bt}{}^{eq}$ の時の降伏

Table 7-1 Story Stress Response of 5Fl for El Centro
($\ddot{y}$Hmax=500gal, $\ddot{y}$Vmax=403gal)

Story	Time(sec.)		Q(t)	N(t)	M(t·cm)
5	Qmax	5.93	<u>21.7</u>	21.2	3450
	Nmax	0.96	0.7	<u>38.3</u>	34
	Mmax	4.50	21.0	25.7	<u>3962</u>
4	Qmax	2.93	<u>28.9</u>	49.7	10200
	Nmax	0.95	1.5	<u>82.5</u>	132
	Mmax	2.87	28.3	63.4	<u>13146</u>
3	Qmax	4.39	<u>36.1</u>	74.0	17300
	Nmax	1.82	18.2	<u>128.7</u>	4990
	Mmax	2.87	34.1	81.9	<u>23928</u>
2	Qmax	5.08	<u>40.6</u>	107.0	17000
	Nmax	1.82	17.8	<u>176.0</u>	11500
	Mmax	4.45	37.0	114.0	<u>34142</u>
1	Qmax	2.74	<u>49.7</u>	97.7	20800
	Nmax	1.00	12.9	<u>235.8</u>	7700
	Mmax	4.45	33.7	137.0	<u>44996</u>

曲面上に $\{Q_t \ \ P_t\}$ なる応力点が存在することを意味し、第２式は、柱要素の断面積が$A_{Ct}{}^{eq}$ の時の降伏曲面上に $\{N_t \ \ M_t \ \ Q_t\}$ なる応力点が存在することを示している。さらに時間的最大値をとる。即ち、

$$\left.\begin{aligned} A_B{}^{eq} &= {}_{max}\{ A_{Bt}{}^{eq} \} \\ A_C{}^{eq} &= {}_{max}\{ A_{Ct}{}^{eq} \} \end{aligned}\right\} \qquad (7-9)$$

ここで、おのおのの最大応答時刻を t_B ， t_C とすると、時刻 t_B における層応力応答 $\boldsymbol{\sigma}_{t_B}$ をはり要素の断面の最大応力応答 $\boldsymbol{\sigma}_B{}^{eq}$ 、時刻 t_C における層応力応答 $\boldsymbol{\sigma}_{t_C}$ を柱要素の断面の最大応力応答 $\boldsymbol{\sigma}_C{}^{eq}$ と定義することを、（７－９）式は意味している。ただし、

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}_B{}^{eq} &= \boldsymbol{\sigma}_{t_B} = \{ Q_{t_B} \quad P_{t_B} \}^T \\ \boldsymbol{\sigma}_C{}^{eq} &= \boldsymbol{\sigma}_{t_C} = \{ N_{t_C} \quad M_{t_C} \quad Q_{t_C} \}^T \end{aligned}\right\} \qquad (7-10)$$

$A_B{}^{eq}$ ははり要素を弾性域に留めるためのはり要素の最小必要断面積を表わし、 $A_C{}^{eq}$ は柱要素を弾性域に留めるための柱要素の最小必要断面積を表わしている。$A_B{}^{eq}$ ，$A_C{}^{eq}$ は置換連続棒の任意断面について求まり、材軸方向座標 x の関数である。静的鉛直荷重による応力を無視すると、このようにして得られた $A_B{}^{eq}(x)$, $A_C{}^{eq}(x)$ 分布をはり要素及び柱要素の断面積分布として与えることにより、置換連続棒の断面の塑性化が材軸方向に一様化することが、せん断型多質点系モデルの応答性状からの類推により期待できる。

ここでさらに、以下の無次元化応力を定義しておく。

$$\left.\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\sigma}}_B^{eq} &= \{\ q_B^{eq}\quad p^{eq}\ \}^T = \left\{\frac{|Q_{t_B}|}{Q_{pB}(A_B^{eq})}\quad \frac{|P_{t_B}|}{P_p(A_B^{eq})}\right\}^T \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_C^{eq} &= \{\ n^{eq}\quad m^{eq}\quad q_C^{eq}\ \}^T \\ &= \left\{\frac{|N_{t_C}|}{N_p(A_C^{eq})}\quad \frac{|M_{t_C}|}{M_p(A_C^{eq})}\quad \frac{|Q_{t_C}|}{Q_{pC}(A_C^{eq})}\right\}^T\end{aligned}\right\} \qquad (7\text{−}11)$$

ただし、$Q_{pB}(A_B^{eq})$, $P_p(A_B^{eq})$ははり要素の断面積がA_B^{eq}の時の各降伏応力であり、$N_p(A_C^{eq})$ $M_p(A_C^{eq})$, $Q_{pC}(A_C^{eq})$は柱要素の断面積がA_C^{eq}の時の各降伏応力である。（７－１１)式の無次元化応力はその定義から当然（７－１）式を満足する。即ち、

$$\left.\begin{aligned}f_B\ (\ q_B^{eq}\ ,\quad p^{eq}\ ) &= 0 \\ f_C\ (\ n^{eq}\ ,\ m^{eq}\ ,\ q_C^{eq}\ ) &= 0\end{aligned}\right\} \qquad (7\text{−}12)$$

同様に静的鉛直荷重による初期応力も次のように無次元化しておく。

$$\left.\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\sigma}}_B^{st} &= \{0\quad p_o\}^T = \left\{0\quad \frac{|P_o|}{P_p(A_B^{eq})}\right\}^T \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_C^{st} &= \{n_o\quad 0\quad 0\ \}^T = \left\{\frac{|N_o|}{N_p(A_C^{eq})}\quad 0\quad 0\right\}^T\end{aligned}\right\} \qquad (7\text{−}13)$$

７－４　等価断面積応答と過崩壊形塑性設計

置換連続棒の断面応力は動的応力と静的鉛直荷重による初期応力に分けることができる。ここでは、動的応力の最大応答値 $\boldsymbol{\sigma}^{max}$ を次式で定義する。

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}_B^{max}(x) &= \boldsymbol{\sigma}_B^{eq}(x) - \boldsymbol{\sigma}_B^{st}(x) \\ \boldsymbol{\sigma}_C^{max}(x) &= \boldsymbol{\sigma}_C^{eq}(x) - \boldsymbol{\sigma}_C^{st}(x)\end{aligned}\right\} \qquad (7\text{−}14)$$

ただし、$\boldsymbol{\sigma}_B^{st}$, $\boldsymbol{\sigma}_C^{st}$は初期応力であり、次式で表わせる。

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}_B^{st}(x) &= \{0\quad P_o(x)\}^T \\ \boldsymbol{\sigma}_C^{st}(x) &= \{N_o(x)\quad 0\quad 0\ \}^T\end{aligned}\right\} \qquad (7\text{−}15)$$

初期応力 P_o は柱はり剛度比の弱い関数であるが、再設計における部材断面修正に伴う初期応力の変化は無視し得ると仮定する。

動的応力の最大応答値の大きさは入力地震外乱及び骨組構成部材の終局強度などにより決まるが、その分布形は構成部材の終局強度分布及び剛性分布に比較的関係なく、概ね一定の傾向を示すことが、せん断型多質点系モデルの地震応答性状から類推される。従って、置換連続棒の断面の設計用終

局応力 $\boldsymbol{\sigma}^{opt}$を次式のように

与えると（ Fig.7－1参照）、

各層構成部材の塑性化が一様

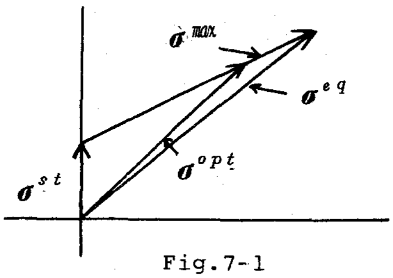


Fig.7-1

化すると考える。即ち、

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}_B^{opt}(x) &= \boldsymbol{\sigma}_B^{st}(x) + C\boldsymbol{\sigma}_B^{max}(x)\\ &= (1-C)\boldsymbol{\sigma}_B^{st}(x) + C\boldsymbol{\sigma}_B^{eq}(x)\\ \boldsymbol{\sigma}_C^{opt}(x) &= \boldsymbol{\sigma}_C^{st}(x) + C\boldsymbol{\sigma}_C^{max}(x)\\ &= (1-C)\boldsymbol{\sigma}_C^{st}(x) + C\boldsymbol{\sigma}_C^{eq}(x)\end{aligned}\right\} \qquad (7-16)$$

ただし、 C は定数であり、１近傍の値である。

ここで再設計された置換連続棒のはり要素及び柱要素の断面積をそれぞれ $A_C^{opt}(x)$, $A_C^{opt}(x)$ とし、次の形におく。

$$\left.\begin{aligned}A_B^{opt}(x) &= k_B(x)\, A_B^{eq}(x)\\ A_C^{opt}(x) &= k_C(x)\, A_C^{eq}(x)\end{aligned}\right\} \qquad (7-17)$$

設計用終局応力 $\boldsymbol{\sigma}_B^{opt}(x)$, $\boldsymbol{\sigma}_C^{opt}(x)$ を、はり要素及び柱要素の断面積が $A_B^{opt}(x)$, $A_C^{opt}(x)$ の時の降伏応力で無次元化し、（７－６），（７－１１），（７－１３）式を使って整理すると次式となる。

$$\left.\begin{aligned}\bar{\boldsymbol{\sigma}}_B^{opt}(x) &= \begin{Bmatrix}\dfrac{C}{k_B(x)^{3/2}}\, q_B^{eq}(x)\\[2ex] \dfrac{C}{k_B(x)^{3/2}}\, p^{eq}(x) + \dfrac{1-C}{k_B(x)^{3/2}}\, p_o(x)\end{Bmatrix}\\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_C^{opt}(x) &= \begin{Bmatrix}\dfrac{C}{k_C(x)}\, n^{eq}(x) + \dfrac{1-C}{k_C(x)}\, n_o(x)\\[2ex] \dfrac{C}{k_C(x)}\, m^{eq}(x)\\[2ex] \dfrac{C}{k_C(x)^{3/2}}\, q_C^{eq}(x)\end{Bmatrix}\end{aligned}\right\} \qquad (7-18)$$

応力点 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_B^{opt}(x)$, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_C^{opt}(x)$ が無次元化降伏曲面上の点であるという条件は次式で表わされる。

$$\mathbf{f}_B(x)^T \{ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_B^{opt}(x) - \bar{\boldsymbol{\sigma}}_B^{eq}(x) \} = 0 \qquad \Big]$$

$$\mathbf{f}_C(x)^T \{\bar{\boldsymbol{\sigma}}_C{}^{opt}(x) - \bar{\boldsymbol{\sigma}}_C{}^{eq}(x)\} = 0 \qquad (7\text{-}19)$$

ここで $\mathbf{f}_B(x)$ は応力点 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_B{}^{eq}(x)$ におけるはり要素の無次元化降伏曲面の外向き法線方向ベクトルであり、$\mathbf{f}_C(x)$ は応力点 $\bar{\boldsymbol{\sigma}}_C{}^{eq}(x)$ における柱要素の無次元化降伏曲面の外向き法線方向ベクトルである。ただし、

$$\left.\begin{array}{l}
\mathbf{f}_B(x) = \left\{ 1 \quad \dfrac{4p^{eq}(x) - q_B{}^{eq}(x)}{2p^{eq}(x)} \right\}^T \\
\qquad\qquad \left(1 \geq p^{eq}(x) \geq \dfrac{1}{4} \right) \\
\mathbf{f}_B(x) = \{ 1 \quad 0 \}^T \quad \left(\dfrac{1}{4} \geq p^{eq}(x) \geq 0 \right) \\
\mathbf{f}_C(x) = \{ 1 \quad 1 \quad 0.877 \}^T \\
\qquad\qquad (1 \geq n^{eq}(x) + m^{eq}(x) \geq 0.123) \\
\mathbf{f}_C(x) = \{ 0 \quad 0 \quad 1 \}^T \\
\qquad\qquad (0.123 \geq n^{eq}(x) + m^{eq}(x) \geq 0)
\end{array}\right\} \qquad (7\text{-}20)$$

即ち、はり要素については次式を得る。

$$\left.\begin{array}{l}
\left\{ \dfrac{C}{k_B(x)^{3/2}} - 1 \right\} \left\{ q_B{}^{eq}(x) + p^{eq}(x) \dfrac{4p^{eq}(x) - q_B{}^{eq}(x)}{2p^{eq}(x)} \right\} \\
\qquad + \dfrac{1-C}{k_B(x)^{3/2}} p_o(x) \dfrac{4p^{eq}(x) - q_B{}^{eq}(x)}{2p^{eq}(x)} = 0 \\
\qquad\qquad \left(1 \geq p^{eq}(x) \geq \dfrac{1}{4} \right) \\
\left\{ \dfrac{C}{k_B(x)^{3/2}} - 1 \right\} q_B{}^{eq}(x) = 0 \quad \left(\dfrac{1}{4} \geq p^{eq}(x) \geq 0 \right)
\end{array}\right\} \qquad (7\text{-}21)$$

ここで、$k_B(x)$ が1近傍の値であることを考慮して、次式を仮定する。

$$k_B(x)^{3/2} = \frac{3}{2} k_B(x) - \frac{1}{2} \qquad (7\text{-}22)$$

（７－２２）式を用いて整理すると（７－２１）式は次のようになる。

$$\left.\begin{array}{l}
k_B(x) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{p_o(x)}{p^{eq}(x)} \cdot \dfrac{4p^{eq}(x) - q_B{}^{eq}(x)}{6\sqrt{p^{eq}(x)}} \\
\qquad + C \left\{ \dfrac{2}{3} - \dfrac{p_o(x)}{p^{eq}(x)} \cdot \dfrac{4p^{eq}(x) - q_B{}^{eq}(x)}{6\sqrt{p^{eq}(x)}} \right\} \\
\qquad\qquad \left(1 \geq p^{eq}(x) \geq \dfrac{1}{4} \right) \\
k_B(x) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{3} C \qquad \left(\dfrac{1}{4} \geq p^{eq}(x) \geq 0 \right)
\end{array}\right\} \qquad (7\text{-}23)$$

同様にして、$k_C(x)$ について次式を得る。

$$\left.\begin{aligned} k_C(x) &= \frac{1}{9}\Big[8n_o(x) + C\{8 + 4\cdot 0.877q_C^{eq}(x) \\ &\quad - 8n_o(x) - 2\cdot 0.877q_C^{eq}(x)\,n_o(x)\} \\ &\quad - C^2\cdot 0.877q_C^{eq}(x)\{2 + 0.877q_C^{eq}(x) - 2n_o(x)\}\Big] \\ &\qquad\qquad (1 \geq m^{eq}(x) + n^{eq}(x) \geq 0.123) \\ k_C(x) &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3}C \qquad (0.123 \geq m^{eq}(x) + n^{eq}(x) \geq 0) \end{aligned}\right\} \quad (7\text{–}24)$$

（７－２３）及び（７－２４）式において、未知関数 $k_B(x)$, $k_C(x)$ は未知数Cの関数である。ここで置換連続棒の鋼材の全体積を V' とすると次式を得る。

$$\int_x k_B(x)\,A_B^{eq}(x)\,dx + \int_x k_C(x)\,A_C^{eq}(x)\,dx = V' \qquad (7\text{–}25)$$

骨組構造物の全鋼材体積Vは次式で与えられる。

$$h\sum_{i=1}^{n} k_B(x_i)\,A_B^{eq}(x_i) + h\sum_{i=1}^{n} k_C(x_i)\,A_C^{eq}(x_i) = V \qquad (7\text{–}26)$$

ここでnは層数であり、x_i は各層はり位置及び柱中央位置を表わす。Vを与えると（７－２６）式はCの２次方程式となり、（７－２６）式からCが、（７－２３），（７－２４）式から $k_B(x)$, $k_C(x)$が、（７－１７）式から $A_B^{opt}(x)$, $A_C^{opt}(x)$ が求まる。

本研究では、鋼材の全体積は骨組の全質量及び基本固有周期などから決め得る耐震設計上の基準値として考えているが、鋼材の全体積の合理的な設定については次章の研究課題として、本章の設計例では再設計骨組の鋼材体積はもとの骨組の鋼材体積をそのまま用いている。

７－５　はり崩壊形塑性設計

前節では、骨組構成部材の塑性化を一様化することを目的として、骨組構造物を過崩壊形に再設計する手法を示した。本節では、前節の手法に若干の修正を加えることにより、塑性化部分が限定されるはり崩壊形の塑性設計を同様に行ない得ることを示す。

はり材が終局状態に達する応力レベルにおいて柱材に初期降伏が生じるように設計することにより、地震外乱を受ける骨組構造物の柱材の塑性化はかなり抑制できると考える。柱材に初期降伏が生じるときの層応力は、柱頭と柱脚の曲げモーメントが等しいと仮定すると次式で表わされる。

$${}_i f_C\left(\frac{N}{N_p},\ \frac{M}{M_p},\ \frac{Q}{Q_{pC}/f}\right) = \frac{|N|}{N_p} + \frac{|M|}{M_p} + \frac{|Q|}{Q_{pC}/f} - 1 = 0 \qquad (7\text{–}27)$$

ここでfは柱材の形状係数であり本研究では$f = 1.125$とする。各降伏応力は（７－６）式に示し

たように柱要素の断面積の関数である。従って、時刻 t における層応力の大きさを次式で定義する ${}_iA_{Ct}{}^{eq}$を用いて評価する。即ち、

$$ {}_if_C'\ (N_t\ ,\ M_t\ ,\ Q_t\ ,\ {}_iA_{Ct}{}^{eq}\ ) = 0 \tag{7-28}$$

等価断面積応答 ${}_iA_{Ct}{}^{eq}$の最大応答時刻を ${}_it_C$ とし、前節と同様に次の値を定義しておく。

$$\left.\begin{aligned}
{}_iA_C{}^{eq} &= \max\{\ {}_iA_{Ct}{}^{eq}\ \} \\
{}_i\boldsymbol{\sigma}_C{}^{eq} &= \{\ N_{i}t_C \quad M_{i}t_C \quad Q_{i}t_C\ \}^T \\
{}_i\bar{\boldsymbol{\sigma}}_C{}^{eq} &= \{\ {}_in^{eq} \quad {}_im^{eq} \quad {}_iq_C{}^{eq}\ \}^T \\
&= \left\{ \frac{|N_{i}t_C|}{N_p({}_iA_C{}^{eq})} \quad \frac{|M_{i}t_C|}{M_p({}_iA_C{}^{eq})} \quad \frac{|Q_{i}t_C|}{Q_{pC}({}_iA_C{}^{eq})\ /\ f} \right\}^T \\
{}_i\bar{\boldsymbol{\sigma}}_C{}^{st} &= \{\ {}_in_o \quad 0 \quad 0\ \}^T = \left\{ \frac{|N_o|}{N_p({}_iA_C{}^{eq})} \quad 0 \quad 0 \right\}^T
\end{aligned}\right\} \tag{7-29}$$

（７－２９）式の諸量は、置換連続棒の任意断面について求まり、材軸方向座標 x の関数として表わされる。

ここで再設計された置換連続棒のはり要素及び柱要素の断面積をそれぞれ ${}_iA_B{}^{opt}(x)$, ${}_iA_C{}^{opt}(x)$ とし、次の形におく。

$$\left.\begin{aligned}
{}_iA_B{}^{opt}(x) &= {}_ik_B(x)\ A_B{}^{eq}(x) \\
{}_iA_C{}^{opt}(x) &= {}_ik_C(x)\,{}_iA_C{}^{eq}(x)
\end{aligned}\right\} \tag{7-30}$$

次に、動的層応力応答の分布形に変化がないと仮定して、はり要素及び柱要素の設計用応力を次式で与える。

$$\left.\begin{aligned}
\boldsymbol{\sigma}_B{}^{opt}(x) &= (1-C)\ \boldsymbol{\sigma}_B{}^{st}(x) + C\boldsymbol{\sigma}_B{}^{eq}(x) \\
\boldsymbol{\sigma}_C{}^{opt}(x) &= (1-C)\ {}_i\boldsymbol{\sigma}_C{}^{st}(x) + C\,{}_i\boldsymbol{\sigma}_C{}^{eq}(x)
\end{aligned}\right\} \tag{7-31}$$

はり要素の断面積が ${}_iA_B{}^{opt}(x)$ の時の降伏曲面上に応力点 $\boldsymbol{\sigma}_B{}^{opt}(x)$が存在するという条件から ${}_ik_B(x)$ は（７－２３）式の $k_B(x)$と同じ定数 C の関数となる。また、柱要素の断面積が${}_iA_C{}^{opt}(x)$の時、応力 $\boldsymbol{\sigma}_C{}^{opt}(x)$ が（７－２７）式を満足するという条件から、${}_ik_C(x)$ は次のようになる。

$$\begin{aligned}
{}_ik_C(x) = \frac{1}{9}\Big[& 8\,{}_in_o(x) \\
& + C\{\ 8 + 4\,{}_iq_C{}^{eq}(x) - 8\,{}_in_o(x) - 2\,{}_iq_C{}^{eq}(x)\ {}_in_o(x)\ \} \\
& - C^2\,{}_iq_C{}^{eq}(x)\ \{\ 2 + {}_iq_C{}^{eq}(x) - 2\,{}_in_o(x)\ \}\Big]
\end{aligned} \tag{7-32}$$

全鋼材体積 V については次式を得る。

$$ h\sum_{i=1}^{n} {}_ik_B(x_i)A_B{}^{eq}(x_i) + h\sum_{i=1}^{n} {}_ik_C(x_i)\,{}_iA_C{}^{eq}(x_i) = V \tag{7-33}$$

上式から定数 C が決定され、過崩壊形の場合と同様に骨組構造物をはり崩壊形に再設計することができる。

7－6　設　計　例

解析骨組は5章で用いた5層1スパン骨組と3層1スパン骨組（Fig.7－2参照）であり、地震荷重は日本建築学会振動分科会第2案[11]により算定し、地震荷重係数は1.5，過荷重時荷重係数は1.65[12]として塑性設計したものである。

これらの骨組の地震荷重時の部材断面の算定には中村らの提唱する塑性設計法[3]を採用している。この設計手法は骨組を過崩壊形に設計することを目指すものであるが、各層同時に最大層せん断力が生じると仮定してはりせん断力による柱付加軸力を算定するから、Table 7－1にも示したように、各層最大層せん断力が動的には同時に生じないために、柱付加軸力は設計値より小さく、下層部柱材は若干の余剰強度を持つことになる。

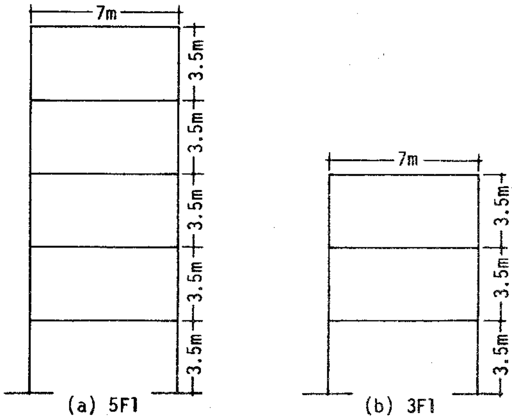


Fig.7-2 Frame Geometry

入力外乱としては、鉛直成分がこれらの骨組の地震応答に耐震設計上無視しがたい影響を与えるTaft, June 21, 1952のE－W成分とU－D成分を採用し、水平地動の最大加速度 $\ddot{y}_{H\,max}$ を500galとし、鉛直地動は水平地動と同一の比率で実記録を増幅して用いる。また、外乱継続時間は8秒間としている。

これらの骨組（以後、5F1－original，3F1－original）の置換連続棒モデルによる応答解析結果を使って、ここでは次の3種の骨組を再設計した。ただし、骨組の全鋼材体積はもとの骨組と等しくした。

(1)　層せん断力の最大応答値分布を用いて地震荷重を評価し、もとの骨組と同様に地震時，過荷重時の2つの荷重条件について部材算定した骨組

（5F1－Q_{max}，3F1－Q_{max}）

(2)　7－4節で示した手法により再設計した過崩壊形骨組

（5F1－over，3F1－over）

(3)　7－5節で示した手法により再設計したはり崩壊形骨組

（5F1―weak beam，3F1―weak beam）

ただし、(1)の設計過程で過荷重時についての検討を加えたのは、鉛直地動を無視して地震荷重として水平力のみを考える場合には、静的鉛直荷重に対して骨組が十分安全なように設計されていることを前提としており、過荷重時の検討が鉛直地動に対する耐震設計の意味を含んでいると考えるからである。また、(2)，(3)の設計過程では、等価断面積応答の評価において、はり鉛直荷重によって柱材に生じる曲げモーメントを無視しているが、最上層柱材についてはこの影響は無視できないので、はり材の全塑性モーメントと静的鉛直荷重による柱軸力に対して最上層柱材の断面算定を行なった。

設計された骨組の各部材の断面積 A^i と設計時に想定された層せん断耐力の低減率 q をFig.7－3，4に示す。ここで q は、柱頭・柱脚モーメントが等しいという仮定の下で算定した設計用層せん断力による部材端モーメントを全塑性モーメント（はり崩壊形の骨組の柱材については降伏モーメント）で除した値として定義している。

これらの図において、(1)の骨組と(2)の骨組を比べると、前者では、はり材に生じる動的鉛直荷重を無視しているので、上層部はり材の断面積が小さい。また、(1)の設計過程では動的層軸力を無視しているにもかかわらず、(1)の骨組の下層部柱材の q は(2)の骨組に比して小さく、他の層応力による層せん断耐力の低下量を大きく評価していることが注目される。これは、(1)の設計過程における転倒モーメント（即ち、はりせん断力による柱付加軸力）の過大評価によるものである。

また、同図に示す(3)の骨組の部材断面積の分布形は(2)の骨組と酷似しており、(2)の骨組に比して柱材の断面積は8％程度の増大、はり材の断面積は8％程度の減小という結果になっている。

ここで再設計した(2)，(3)の骨組については過荷重時の検討を加えていないが、動的鉛直荷重を考慮して設計しているので、静的鉛直荷重に対して1.65以上の荷重安全率を保持している。

次に、各骨組の鋼材体積と固有周期をTable 7－2に示す。この表に示すとおり、水平1次周期については顕著な差は認められないが、最上層はり材の剛性によって鉛直1次周期は変化する。

7－7　設計骨組の地震応答

設計時に想定した地震外乱Taft，1952に対する設計骨組の地震応答性状を、1次元有限要素法を用いて解析した。

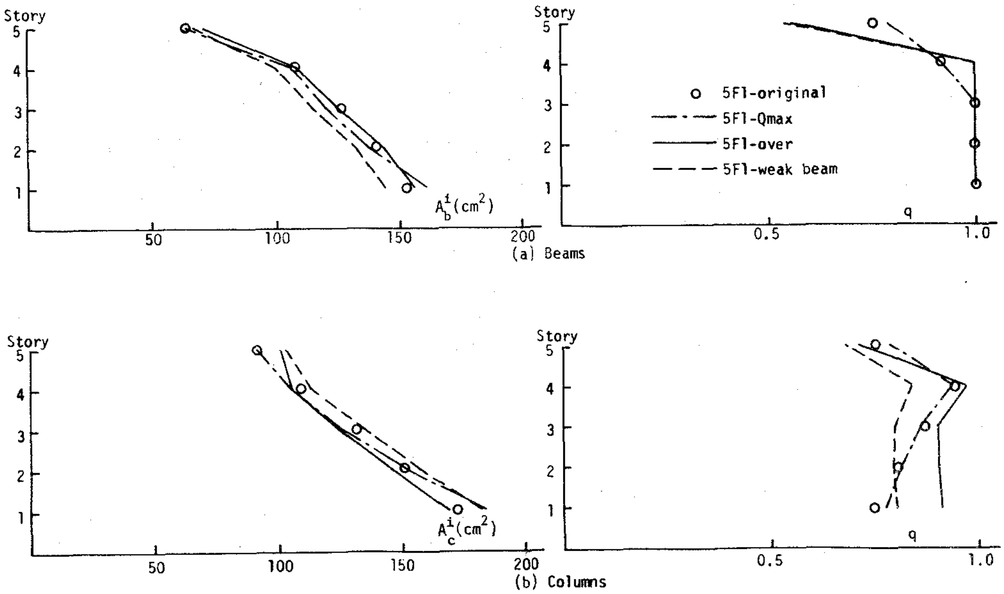


Fig.7-3 Distribution of A^i and q in 5Fl

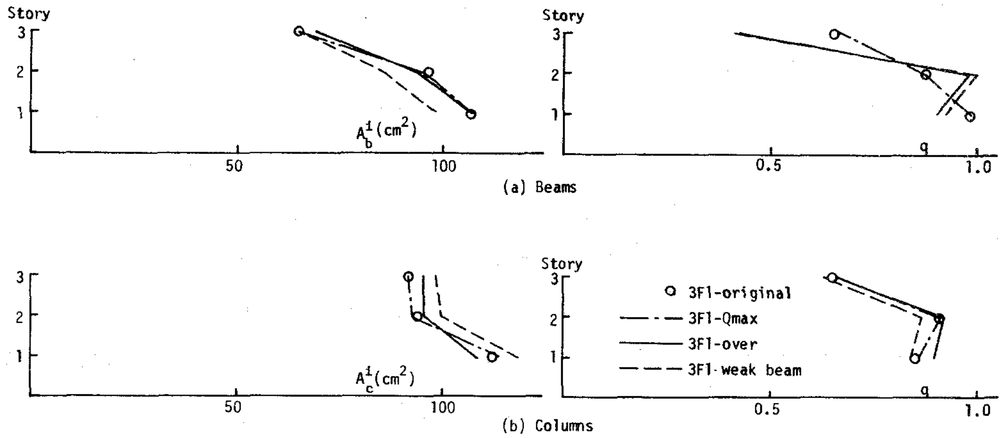


Fig.7-4 Distribution of A^i and q in 3Fl

Table 7-2 Volume and Natural Period

		5Fl				3Fl			
		original	Qmax	over	weak beam	original	Qmax	over	weak beam
Volume (m^3)	Beam	0.414	0.412	0.421	0.389	0.187	0.187	0.190	0.174
	Column	0.459	0.461	0.452	0.484	0.209	0.209	0.206	0.222
Natural Period(sec.)	Horizontal	1.180	1.186	1.208	1.204	0.965	0.964	0.963	0.966
	Vertical	0.261	0.262	0.239	0.246	0.261	0.261	0.250	0.255

まず、Table 7－3に外乱終了時の入力エネルギーと内部仕事を示す。Table 7－2 に示したように、設計手法の差異による骨組の基本固有周期の変化は小さいので、Table7－3において、入力エネルギー及び全内部仕事はほぼ一定値を取っている[13)14)]。次に、同表に示す内部仕事のはり材及び柱材への分配を見ると、(2)の骨組の柱材は、はり材と同程度のエネルギーを消散していること、また、(3)の骨組の柱材の内部仕事は、(2)の骨組の1／2以下であり、柱材の塑性化を抑制するという目的はほぼ達成されていることがわかる。

Table 7-3 Input Energy and Internal Work for Taft

		5F1				3F1			
		original	Qmax	over	weak beam	original	Qmax	over	weak beam
Input Energy (t・cm)	Horizontal	975.3	992.5	1014.4	1005.7	685.4	688.1	673.5	650.3
	Vertical	156.3	197.8	204.8	219.1	117.3	124.9	129.9	115.0
	Dead Load	364.2	395.9	297.1	119.0	302.6	305.5	262.3	301.6
	Total	1495.8	1586.2	1516.3	1562.8	1105.3	1118.5	1065.7	1066.9
Internal Work (t・cm)	Beam	665.7	713.2	543.4	926.9	475.9	479.6	439.3	724.6
	Column	544.7	562.3	642.5	294.0	473.6	477.3	459.0	195.6
	Total	1210.4	1275.5	1185.9	1220.9	949.5	956.9	898.3	920.2

各部材の内部仕事を、部材が逆対称複曲率曲げを受けて降伏する時の弾性歪エネルギーを基準値にとって、無次元化してFig.7－5に示す。ただし、柱材については2本の柱材の平均値である。また、Table 7－4には各部材の無次元化内部仕事の平均値m，標準偏差σ，変動係数νを示す。

これらから明らかなように、(1)の骨組はもとの骨組と同様の応答値を示し、5F1 骨組において特に顕著である上層部部材への入力エネルギーの集中は全く緩和されていない。一方、(2)の骨組は最上層部材の内部仕事が減小し、無次元化内部仕事の標準偏差及び変動係数はすべてもとの骨組より小さく、各部材の塑性化が一様化する傾向を示している。この結果は、層せん断力以外の層応力を耐震設計上考慮する必要のあることを明らかにするものである。また、(3)の骨組は、他の骨組が過崩壊形を目指しているのに対して、はり崩壊形に設計されているので同様に論じることはできないが、はり材の無次元化内部仕事の変動係数は、(2)の骨組よりも小さく、はりの塑性化は一様化されている。

Table 7-4 Normalized Internal Work Response for Taft

		Beam			Column			Total		
		m	σ	ν	m	σ	ν	m	σ	ν
5F1	original	7.44	10.12	1.360	4.01	2.73	0.681	5.15	6.46	1.253
	Qmax	7.90	10.02	1.269	4.35	3.26	0.749	5.53	6.59	1.191
	over	5.56	6.61	1.190	4.68	2.68	0.573	4.97	4.42	0.888
	weak beam	9.65	9.25	0.959	1.87	0.97	0.519	4.46	6.52	1.267
3F1	original	9.63	7.94	0.825	6.91	2.48	0.359	7.82	5.17	0.662
	Qmax	9.67	7.80	0.826	7.04	3.14	0.445	7.91	5.32	0.672
	over	8.30	5.30	0.639	6.57	1.96	0.299	7.15	3.61	0.504
	weak beam	14.51	8.09	0.558	2.69	1.23	0.459	6.63	7.36	1.110

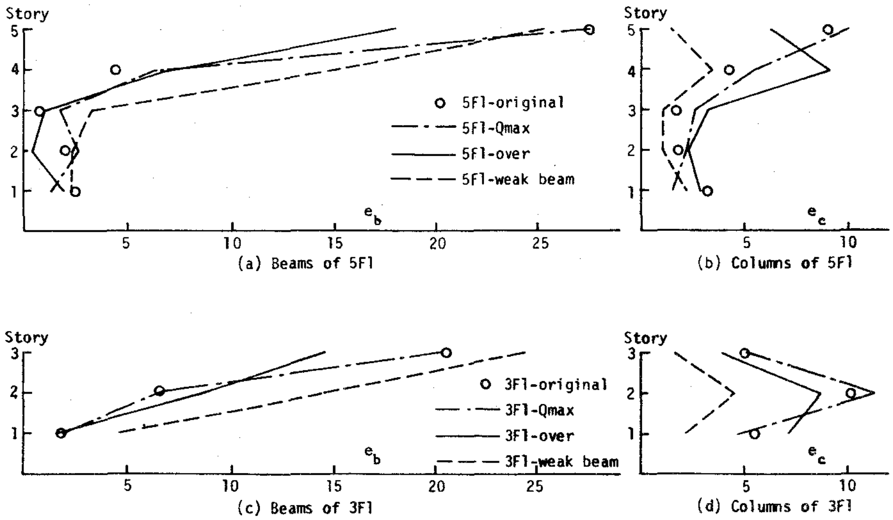


Fig.7-5 Normalized Internal Work Response for Taft

Fig.7－6，Table 7－5 は、各部材に生じる最大塑性歪を降伏歪で無次元化し、内部仕事と同様に整理したものであるが、過崩壊形の骨組（もとの骨組及び(1)，(2)の骨組）の無次元化内部仕事は全体的にはり材の方が柱材に比して大きいのに対して、塑性歪は柱材の方が大きくなっていることが注目される。この原因としては、圧縮軸力を受ける柱材の繰り返し曲げによる塑性歪の累積が挙げられる。

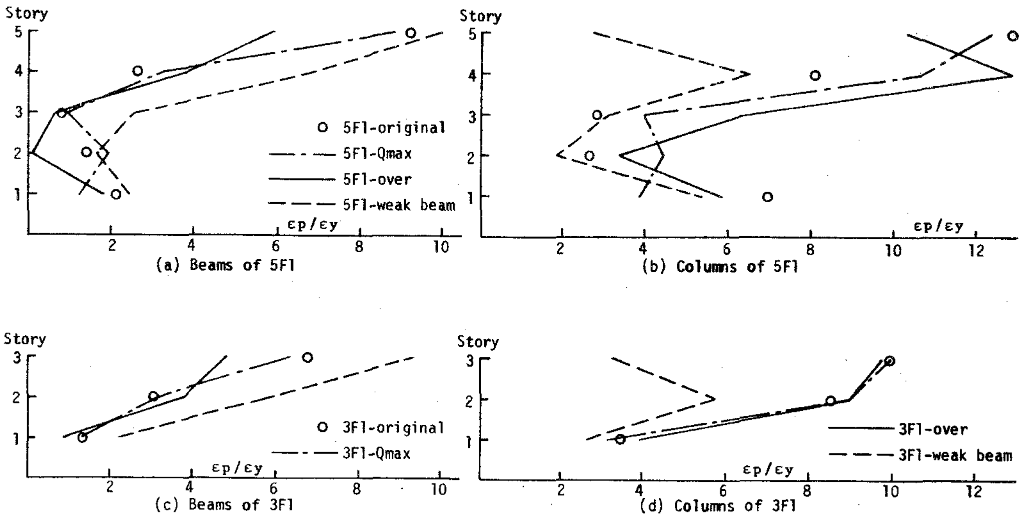


Fig.7-6 Normalized Plastic Strain Response for Taft

Table 7-5 Normalized Plastic Strain Response for Taft

		Beam			Column			Total		
		m	σ	ν	m	σ	ν	m	σ	ν
5F1	original	3.25	3.05	0.938	5.85	3.70	0.632	4.98	3.70	0.743
	Qmax	3.24	2.90	0.894	5.81	3.95	0.680	4.96	3.83	0.773
	over	2.45	2.12	0.863	6.50	3.24	0.498	5.15	3.48	0.676
	weak beam	4.70	3.20	0.680	3.24	1.73	0.534	3.73	2.42	0.650
3F1	original	3.71	2.25	0.607	6.28	2.78	0.442	5.42	2.88	0.532
	Qmax	3.72	2.19	0.590	6.32	2.62	0.414	5.45	2.96	0.544
	over	3.17	1.66	0.523	6.54	2.49	0.380	5.42	2.75	0.507
	weak beam	5.79	2.92	0.505	2.99	1.34	0.447	3.92	2.41	0.363

また、Fig.7－6から明らかなように、はり崩壊形に設計された(3)の骨組の柱材もすべて塑性化している。水平地動を受ける骨組の軸力を無視した応答解析結果によれば、隣接層の最大層せん断力応答が同時に生じないので、柱材の塑性化をはり材に比して十分に抑制するには、はり柱強度比を0.5～0.7程度にとる必要のあることが報告されている[15]。(2)の骨組のはり柱強度比を1.0と考えると、(3)の骨組の柱材の断面積は約8％の増大、塑性断面係数は約12％の増大となり、はり材の断面積は約8％の減小、塑性断面係数は約12％の減小となるので、はり柱強度比は0.8程度となる。また、はり柱強度比が1.0近傍で柱材の応答量が急激に増大することが報告されている[15)]ので、動的には、(2)の骨組は柱崩壊の傾向をもつ骨組であり、(3)の骨組ははり崩壊の傾向をもつ骨組であると言える。

次に、崩壊機構特性とその応答性状の関係を更に検討するために、El Centro, May 18, 1940のN－S成分とU－D成分に対する(2)及び(3)の骨組の応答解析を行なった。ただし、最大加速度はTaft, 1952の場合と同様に、水平地動については $\ddot{y}_{H\,max}=500\mathrm{gal}$ とし、鉛直地動は水平地動と同一の比率で増幅して用いた。

外乱終了時の入力エネルギー及び内部仕事の総和を、Table 7－6に示す。この表から、はり材の内部仕事はTaft 地震入力時に比して減小し、(2)の骨組の柱材の内部仕事ははり材の2倍以上となり、また3F1－weak beamの柱材の内部仕事ははり材と同程度になるなど、柱材の塑性変形が大きくなる傾向が認められる。

Table 7-6 Input Energy and Internal Work for El Centro

		5F1		3F1	
		over	weak beam	over	weak beam
Input Energy (t·cm)	Horizontal	1172.8	1158.6	981.4	979.3
	Vertical	152.6	194.2	51.7	38.9
	Dead Load	236.4	275.0	181.4	212.4
	Total	1561.8	1627.8	1214.5	1230.6
Internal Work (t·cm)	Beam	352.4	823.8	296.4	592.3
	Column	786.9	356.1	743.0	473.3
	Total	1139.3	1179.1	1039.4	1065.6

各部材の無次元化内部仕事をFig.7－7とTable 7－7に示す。これらの結果をTaft 地震入力時の結果と比較すると、鉛直地動の影響による上層部はり材への内部仕事の集中傾向は若干軽減され、はり材の無次元化内部仕事は寧ろ一様化する傾向にあると言える。しかし、5F1－weak beamの最上層はり材の無次元化内部仕事は依然として大きく、また、El Centro地震入力時には一様化している3層骨組のはり材の無次元化内部仕事が、Taft 地震入力時には局所的に著しい増大を示すことは、鉛直地動と水平地動の外乱強度の間に明確な相関がない[16]ことと併せて、上層部はり材を含めたすべてのはり材の塑性変形を一様化することが非常に困難であることを明らかにしている。この局所的な塑性変形の増大は、動的鉛直荷重によって上層部はり材が単独で崩壊機構を形成し得ることに起因する。従って、相対的に弱い部材への塑性変形の集中を避けるには、上層部はり材を弾性、若しくは、小さな塑性変形の範囲に留めるように設計することが好ましいと考える。

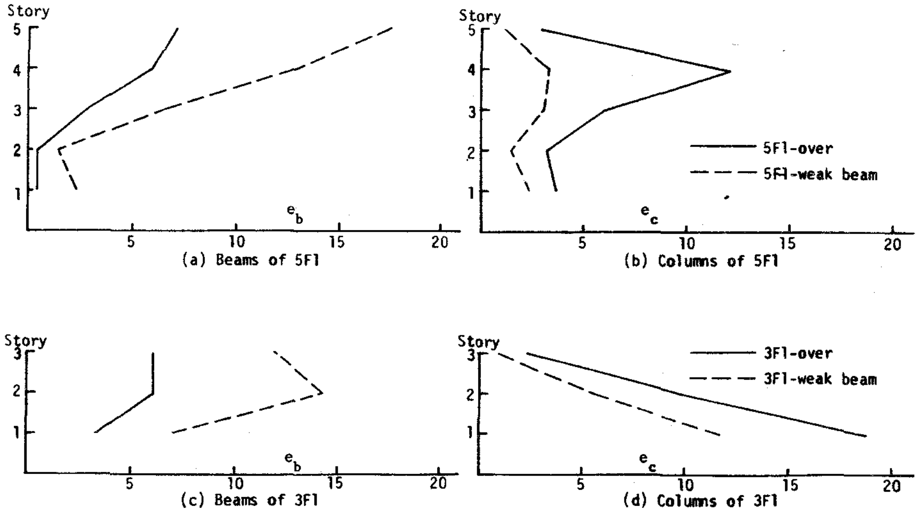


Fig.7-7 Normalized Internal Work Response for El Centro

Table 7-7 Normalized Internal Work Response for El Centro

		Beam			Column			Total		
		m	σ	ν	m	σ	ν	m	σ	ν
5F1	over	3.29	2.74	0.833	5.56	3.66	0.658	4.80	3.55	0.739
	weak beam	8.16	6.24	0.766	2.22	0.99	0.445	4.20	4.63	1.104
3F1	over	5.14	1.30	0.253	10.29	7.03	0.684	8.57	6.28	0.733
	weak beam	11.03	3.00	0.272	6.07	4.57	0.753	7.72	4.73	0.613

さて、Fig.7－5及び7－7に示す柱材の無次元化内部仕事は、El Centro 地震入力時にはTaft 地震入力時より層方向に乱れる傾向があり、柱材の塑性変形が大きいほど、この傾向が顕著になる。特に5F1－overの第4層柱材の内部仕事は局所的に大きく、柱崩壊形の傾向をもつ骨組

の柱材の応答値が、外乱の周波数特性によって著しく増大する場合のあることを明らかにしている。

7－8　結　　論

本章では、連続棒モデルにより得られる多次元の層応力応答を用いた耐震設計法を示し、その設計例及び設計骨組の地震応答解析例により、本耐震設計法の妥当性を検討した。解析結果は、各層の最大層せん断力応答が動的には必らずしも同時に生じないことによる下層部転倒モーメントの低減，鉛直地動による鉛直方向慣性力など、層せん断力以外の層応力応答が耐震設計上無視できないことを明らかにしており、層せん断力の最大応答値のみに注目して骨組構造物の耐震設計を進めることの危険性を指摘している。また、鉛直地動を考慮した耐震設計について次の知見を得た。

(1)　動的な崩壊機構特性は、外乱の周波数特性とともに、鉛直地動と水平地動の外乱強度比の影響を受ける。

(2)　はり材が塑性化する場合には、動的鉛直荷重によって上層部はり材が単独で崩壊機構を形成することにより、塑性変形が一部のはり材に集中する可能性が強い。

参　考　文　献

1) 南　和夫・桜井譲爾・柳下文雄：地盤・基礎・建物連成系の地震応答（その13 ベース軸力係数について），日本建築学会大会学術講演梗概集，昭52. 10

2) 坂本　順・小浜芳朗：静的崩壊機構特性と動的応答性状について，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭49. 10

3) R. Tanabashi and T. Nakamura, "The Minimum Weight Design of a Class of Tall Multi-story Frames Subjected to Large Lateral Forces", Trans. of AIJ, No. 118 (1965) and No. 119 (1966)

4) 小堀鐸二・井上　豊・河野允宏・田中克明：弾塑性ジョイントを持つ架構のランダム応答特性，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭50. 10

5) R. W. Clough, K. L. Benuska and E. L. Wilson, "Inelastic Earthquake Response of Tall Building", Proc. of 3rd WCEE, 1965

6) W. R. Walpole and R. Shepherd, "Elasto-plastic Seismic Response of Reinforced Concrete Frame", Proc. of ASCE, Vol. 95, No. ST10, Oct. 1969

7) R. P. Gupta and S. C. Goel, "Dynamic Analysis of Staggered Truss Framing System", Proc. of ASCE, Vol. 98, No. ST7, July 1972

8) J. C. Anderson and R. P. Gupta, "Earthquake Resistant Design of Unbraced Frames", Proc. of ASCE, Vol. 98, No. ST11, Nov. 1972

9) 五十嵐定義・井上一朗・小川厚治：鋼構造筋違付骨組の塑性設計に関する研究（その１　終局荷重時における筋違の水平力分担率の設定），日本建築学会論文報告集，第２６３号，昭53. 1

10) 久徳敏治：弾塑性高層建築構造物の地震応答性状と適正耐震設計資料について（その１　基本構造系モデル），竹中技術研究報告，第６号，昭46. 6

11) 日本建築学会編：地震荷重と建築構造の耐震性，昭51，pp23〜33

12) 日本建築学会編：鋼構造塑性設計指針，昭50. 11，pp 10〜13

13) 加藤　勉・秋山　宏：強震による構造物へのエネルギ入力と構造物の損傷，日本建築学会論文報告集，第２３５号，昭５０．９

14) 安藤範平・手塚武仁・峯岸　茂：地震時に構造物が消費する塑性エネルギーについて，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭５２．１０

15) 小堀鐸二・南井良一郎・藤田悌三：弾塑性ジョイントを含む架構の地震応答（梁柱の強度分布と応力分布の関係），京大防災研究所年報，第１２号A，昭４４．３

16) 松島　豊：３方向地震入力による構造物の確率的応答，日本建築学会論文報告集，第217号，昭４９．３

第８章　エネルギー吸収要素の適正鋼材量

8－1　序

第７章においては、静的鉛直荷重と水平及び鉛直地動を受ける骨組構造物の各部材の塑性化を一様化するような鋼材の層方向分布を見出す手法を提示したが、鋼材の絶対量の算定法については触れなかった。本章では、骨組構造物の全鋼材体積を適正に定めることによって、一様化された各部材の塑性変形をその許容限度内に収めることが可能であることを示す。

さて、構造物の設計値の絶対値を規定するものとしての耐震設計の基準値は、設計震度またはベースシャー係数のように耐力の次元で定められるのが普通である。ところが、地震外乱を受ける構造物に作用する力は構造物の基本固有周期の強い関数であり[1)]、予備設計に先立ち、設計される構造物の基本固有周期をかなりの精度で予測しなければならないという困難な問題を生じる。また、烈ないし激震時には構造要素の塑性変形による履歴減衰に期待しようという考え方が定着しつつあるが、構造要素に必要な変形能力は外乱強度とともにその耐力の関数であるので[2)]、耐力の設定には更に構造要素の変形能力を考慮することが必要となる[3)]。

一方、建築構造物の耐震設計をエネルギー的にとらえようとする考え方は、棚橋や[4)]G.W.Housner[5)]により古くから唱えられ、入力エネルギーが構造物の復元力特性に比較的関係なく安定しており、基本固有周期の弱い関数として表わされる速度スペクトルから容易に推定可能であるにもかかわらず、エネルギーの次元で耐震設計の基準値を考えることは行なわれていない。

本研究は、構造物構成要素の耐力と変形能力、即ち、エネルギー吸収能力に基づいた終局耐震設計法の確立を目的とするものであり、部材の単位体積当たりのエネルギー吸収能力を解析的に検討し、地震時の入力エネルギーを静的手段により評価する方法を導くことによって、入力エネルギーが各部材のエネルギー吸収能力に応じて一様に分配される場合の、構造物のエネルギー吸収要素としての全鋼材量の合理的算定法を提示するものである。

8－2　鋼構造部材のエネルギー吸収能力

地震外乱を受ける構造物の構成部材は一般に繰返し載荷を受けるが、加藤らは[6)]、任意の変形履歴を受ける鋼構造部材の荷重変形曲線において、その塑性域の部分を順次繋ぎ合わせると、単調載荷時の荷重変形曲線に一致し、崩壊点も対応するという履歴法則を提唱している。実際の挙動では、Bauschinger 効果のために弾性から塑性への折れ点が滑らかな曲線となり、上記の履歴法則は変形能力を過小評価する傾向を持つが[7)]、安全側の近似として考慮し、更に、既に多くの報告があるように、骨組構造物の動的崩壊過程では塑性変形が１方向へ累積する傾向の強いこと[8)9)]を考えあわ

せると、鋼構造部材のエネルギー吸収能力を単調載荷時の挙動から求めて差し支えないであろう[10]。

本研究では、単調載荷を受ける鋼構造部材の材端最大歪度 ε_{max} と内部仕事 E_M の関係を解析的に求め、ε_{max} が鋼材の材料定数や断面板要素の幅厚比などにより決まる値 ε_{cr} に達した時破壊または耐力低下を生じると考え、ε_{max} が ε_{cr} に達するまでの内部仕事をその部材のエネルギー吸収能力と定義する。最大耐力時以降の内部仕事をエネルギー吸収能力に含めないのは、耐力の劣化が生じた相対的に弱い部材には入力エネルギーが集中し易く[11]、すべてのエネルギー吸収要素への入力エネルギーの一様な分配という本研究の前提が崩れるからである。

骨組構成部材としては、はり材と柱材を考える。はり材の載荷条件は、はり材に一定鉛直分布荷重が作用した状態で骨組がせん断変形する場合を想定して、Fig.8－1に示すように理想化し、分布荷重は解析の便宜上3点集中荷重に置換した。ただし、$p=1$（$P=4M_p/L$）は単純塑性理論におけるはり崩壊荷重である。

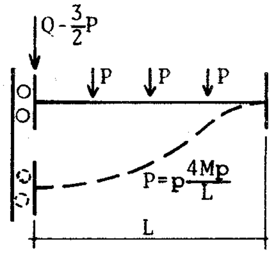


Fig.8-1

柱材には、両材端モーメントが等しい状態を想定して、一定軸力（軸力比 n）と3角形分布の漸増モーメントの載荷条件を設定した[12]。

ただし、載荷パラメーター p，n は過荷重時荷重係数1.65[13]の逆数程度までを考え、0.0〜0.6の範囲とする。

はり材には中・細幅H形鋼、柱材には広幅H形鋼を採用し、フランジ厚さを無視してフランジを1つの集中断面に置換した[14]。片側フランジとウェブの断面積比 k（A_f/A_w）の値は、JIS G3192－1971の熱間圧延H形鋼の平均値として、はり材については $k=0.842$、柱材については $k=1.582$ を採用した。

鋼材種としてはSS41を想定して、応力度－歪度関係は、Fig.8－2に示すように塑性流れ後の歪硬化を含むTri－linear形にモデル化した。ただし、歪の戻りは無視している。

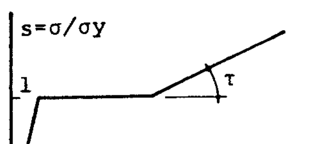


Fig.8-2

横尾らは処女載荷時の歪硬化域での無次元化応力度一歪度（ $s-e$ ）関係を次のように定式化している[15]。

$$e=(s/0.460)^{3.16} \quad (8-1)$$

本研究では上式を参照して、歪硬化開始時無次元化歪度 e_{st} は（ 8－1 ）式で $s=1$ とすることにより求め、歪硬化係数 τ は $s=1$ のときの ds/de より次のように定めた。

$$e_{st}=12.63 \ , \quad \tau=0.0265 \quad (8-2)$$

解析方法は、まず、平面保持の仮定の下に、曲率 Φ と断面重心歪度 ε_0 により表わされる任意の歪状態におけるモーメント M と軸力 N を求め、次に、 $M-\Phi$ 及び $N-\varepsilon_0$ 関係の積分により断面の内部仕事 E_S を求め、最後に、 E_S の材軸方向積分により部材の内部仕事 E_M を得るものである。

前述の載荷条件の下で柱，はり材における $E_M-\varepsilon_{max}$ 関係を求めると、単位体積当たりの内部仕事は、材長 L 及び断面積 A に依らず、材料定数，断面形状，載荷条件のみにより ε_{max} と関係づけられる。即ち、部材の内部仕事 E_M は次式で表わされる。

$$E_M=\eta\frac{\sigma_y\varepsilon_y}{2}AL \quad (8-3)$$

ここで、 η は材料定数 τ ， e_{st} ，フランジウェブ断面積比 k 及び載荷パラメーター p または n と無次元化材端最大歪度 $e_{max}=\varepsilon_{max}/\varepsilon_y$ の関数である。

はり材の $e_{max}-\eta$ 関係を Fig. 8－3 に、柱材の $e_{max}-\eta$ 関係を Fig. 8－4 に示す。これらから明らかなとおり、材端最大歪度が塑性流れ域にある間は塑性域が材軸方向に拡がらず、E_M はあまり増大しないが、歪硬化開始とともに E_M は急激に増大する。

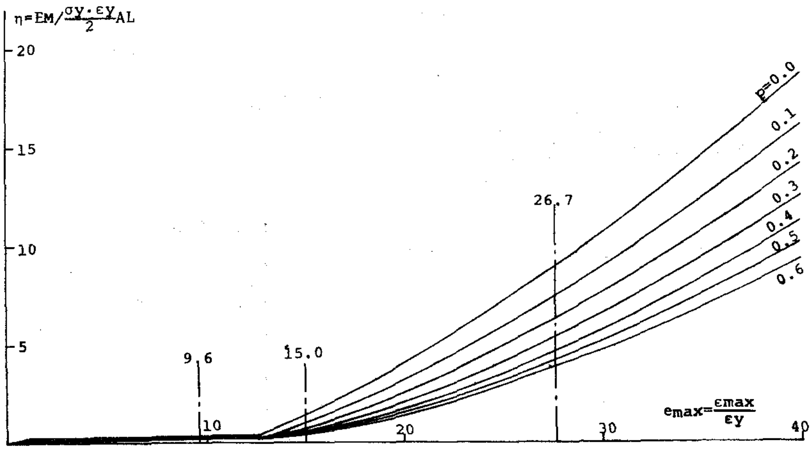


Fig.8-3 η-emax Relations of Beams

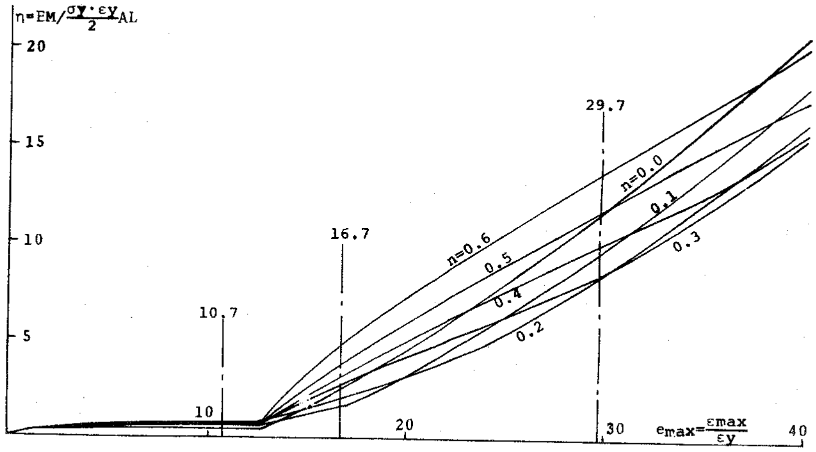


Fig.8-4 η-emax Relations of Columns

加藤らは板要素の座屈最大応力度に対応する歪度 ε_{cr} として次の実験式を提案している[16]。即ち、

$$\varepsilon_{cr}=\frac{\alpha}{3}\left(\frac{t_f}{b}\right)^2\left[1+\sqrt{1+\frac{3\tau e_{st}}{\alpha}}\sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{b/t_f}{d/t_w}\right)^3\frac{d}{b}}\right] \qquad (8-4)$$

ここで、α は降伏応力度のみの関数であり、SS41材では $\alpha=2.8$ としている。また、b/t_f, d/t_w はフランジ及びウェブ板要素の幅厚比である。

$(b/t_f)/(d/t_w)$ には前述の熱間圧延H形鋼の平均値を用いて、はり材では0.162，柱材では0.375とし、d/b ははり材では4，柱材では2とすると、ε_{cr} はフランジ幅厚比 b/t_f のみの関数としてTable 8－1のように求まる。

Table 8-1 εcr/εy

b/tf	Beam	Column
10	9.6	10.7
8	15.0	16.7
6	26.7	29.7

$\varepsilon_{max}=\varepsilon_{cr}$ の時の部材の内部仕事をFig.8－5に示す。この図に示すように、はり材のE_M は、鉛直荷重比 p の単調減少関数となり、p の増大につれて双曲線的に減小する。これは、鉛直荷重が大きくなるにつれて両材端部での応力状態に差異が生じ、片側材端における歪集中が著しくなることによるのである。一方、柱材の E_M は、$e_{max}=10.7$ のとき $n=0$，$e_{max}=16.7$ のとき $n=0.075$，$e_{max}=29.7$ のとき $n=0.275$ で最小値となり、e_{max} の増大に伴い E_M の最小値は軸力比の大きい側へ移動する。特定の n において E_M が最小値をとるのは、断面の内部仕事 E_S は e_{max} が一定であれば n の増大にともなって減小することと、n が大きい場合には塑性域が材軸方向に拡がり易いことの影響による。

さて、地震動の鉛直成分と水平成分の外乱強度の間には明確な相関関係が認められないので[17]、地震外乱を受ける構造物の構成部材が塑性化する際の鉛直力と水平力を予測することは不可能であろう。従って、各部材のエネルギー吸収能力は、どのような加力条件下でも安全側にあるように、Fig. 8－5 の最小値を用いて評価することが適当である。即ち、はり材のエネルギー吸収能力 E_B, 柱材のエネルギー吸収能力 E_C は次式で表わされる。

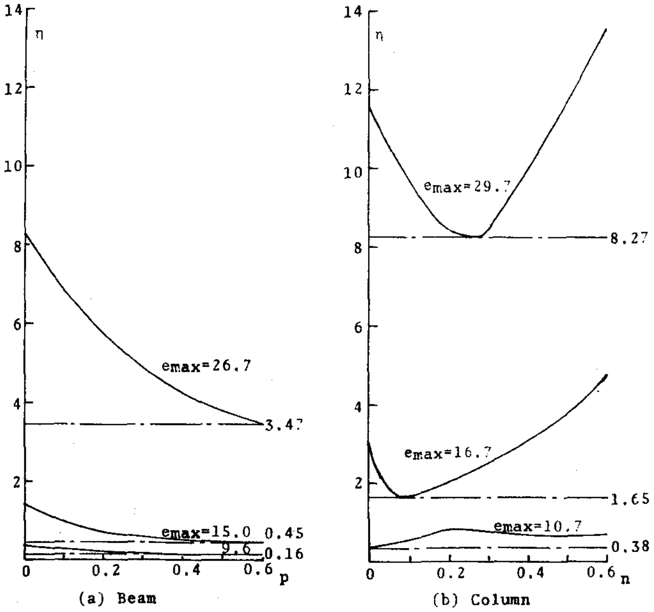


Fig.8-5 Energy Absorption Capacity

$$E_B = \eta_B \frac{\sigma_y \varepsilon_y}{2} AL, \quad E_C = \eta_C \frac{\sigma_y \varepsilon_y}{2} AL \qquad (8-5)$$

ここで、η_B, η_C は載荷パラメーター p, n に無関係に材料定数及び断面形状から決まる定数であり、上記の解析結果からは Table 8－2 のように求められる。

Table 8-2 Values of η

b/tf	Beam	Column
10	0.16	0.38
8	0.45	1.65
6	3.47	8.27

8－3　入力エネルギーの定量化

本節では、地震外乱を受ける骨組構造物の全入力エネルギーを、動的応答解析によらず、静的手段により近似的に求める手法を示し、5章で取り扱った地震応答解析結果と比較して、その適用性を検討する。比較に用いた応答解析例は Table 8－3 に示すようなものであり、解析骨組は、5層1スパン（5F1），3層2スパン（3F2），3層1スパン（3F1）の3種である。

Table 8-3 Earthquake Excitations

No.	Frame	Earthquake	Horizontal Compo.	Horizontal $\ddot{y}$Hmax	Vertical Compo.	Vertical $\ddot{y}$Vmax
1	5F1	El Centro, May 18, 1940	N-S	500gal	U-D	403gal
2				500 "		0 "
3				300 "		242 "
4				300 "		0 "
5		Taft, June 21, 1952	E-W	500 "	U-D	389 "
6				500 "		0 "
7				300 "		233 "
8				300 "		0 "
9	3F2	El Centro, May 18, 1940	N-S	500 "	U-D	403 "
10				500 "		0 "
11				300 "		242 "
12				300 "		0 "
13		Taft, June 21, 1952	E-W	500 "	U-D	389 "
14				500 "		0 "
15				300 "		233 "
16				300 "		0 "
17	3F1	El Centro, May 18, 1940	N-S	500 "	U-D	403 "
18				500 "		0 "
19				300 "		242 "
20				300 "		0 "
21		Taft, June 21, 1952	E-W	500 "	U-D	389 "
22				500 "		0 "
23				300 "		233 "
24				300 "		0 "
25				0 "		389 "

さて、地震外乱を受ける構造物の全入力エネルギー E_T は、水平及び鉛直地動による入力エネルギー E_H ， E_V と静的鉛直荷重による仕事 E_G の和として次式で表わされる。

$$E_T = E_H + E_V + E_G \qquad (8-6)$$

G. W. Housner によれば[5]、1方向外乱による弾塑性構造物の入力エネルギー E_H は次式となる。

$$E_H = \frac{W}{2g} S_v^2 \qquad (8-7)$$

ここで、Wは構造物の全重量、gは重力加速度であり、S_vは速度スペクトルである。(8－7)式の仮定の妥当性については、既に、加藤ら[18]及び安藤ら[19]により検討され、降伏耐力及び復元力特性の形状に依存しないことが明らかにされている。

水平・鉛直2方向地動を受ける構造物の入力エネルギーは、そのおのおのの地動による入力エネルギーに注目すると、他方の地動に対する応答によって時間的に降伏耐力が変化する弾塑性系の問題であり、降伏耐力に依存しない(8－7)式により評価できる。従って、本研究では、水平・鉛直2方向地動による入力エネルギー $E_H + E_V$ を次のように仮定する。

$$E_H + E_V = \frac{W}{2g} (S_{vH}^2 + S_{vV}^2) \qquad (8-8)$$

ここで、S_{vH} , S_{vV} は水平地動及び鉛直地動の速度スペクトルである。

Table 8 −3に示した応答解析例による $E_H + E_V$ の応答値と(8 −8)式による近似値を、構造物の全重量 W で除してFig.8 −6に比較する。この図から、個々の地震波の速度スペクトルの凹凸を考慮すれば、(8 −8)式は良好な近似値を与えると言える。

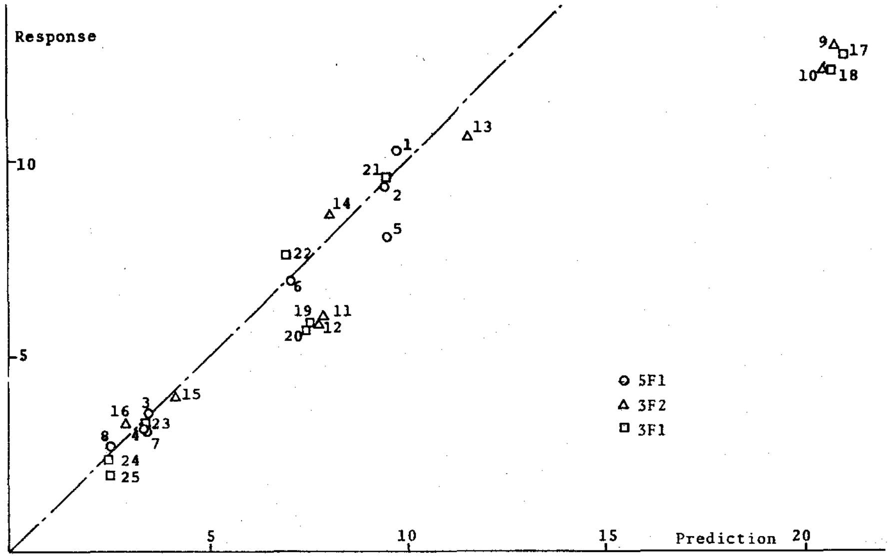


Fig.8-6 (EH+EV)/W (ton·cm/ton)

静的鉛直荷重による仕事 E_G は、構造物の倒壊過程に重要な影響をもつ[10)20)]。即ち、「水平復元力が零になること」として定義される構造物の倒壊は、エネルギー的には、「変位の増大に伴う静的鉛直荷重による仕事の増大量が、構造物の内部仕事の増大量を上回ること」と定義できる。従って、倒壊近傍における構造物の挙動を対象とする時、E_G の定量化は重要である。

E_G は静的鉛直荷重に鉛直変位を乗じることにより求められる。ここでは、1スパン骨組について、置換連続棒モデルを用いて、鉛直変位の上限値を近似的に求めてみよう。

はり要素の降伏条件式は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} f_B(q_B,\ p) &= \frac{q_B + 4p}{4\sqrt{p}} - 1 = 0 \quad \left(1 \geq p \geq \frac{1}{4}\right) \\ f_B(q_B,\ p) &= q_B - 1 = 0 \quad \left(\frac{1}{4} \geq p \geq 0\right) \end{aligned}\right\} \qquad (8-9)$$

ここで

$$q_B = |Q| / Q_{Bp} \qquad p = |P| / P_p$$

ただし、Q は層せん断力、P は材軸方向に分布する鉛直方向バネの応力であり、添字 p は各降伏応力を表わしている。置換連続棒のはり要素の断面積を $A_B(x)$ とすると、各降伏応力は(7 −6)式から次のように表わされる。

$$Q_{Bp} = \frac{2C_z^B \sigma_y h^{1/2}}{l^{3/2}} A_B^{3/2}(x) = C_{qB} A_B^{3/2}(x) \qquad (8-10)$$

$$P_p = \frac{8C_z^B \sigma_y h^{1/2}}{l^{5/2}} A_B^{3/2}(x) = C_p A_B^{3/2}(x)$$

ここで、 $C_z{}^B$ ははり材の断面形状により決まる定数であり、本研究では、中・細H形鋼を想定して、 $C_z{}^B = 1.627$ としている。また、 h は階高、 l はスパン長である。

倒壊近傍では弾性変形が塑性変形に比して十分小さいことを考慮して、弾性変形を無視すると、ある一定応力下で塑性変形が進行する場合には、はり要素の断面歪 $\boldsymbol{\varepsilon}_B = \{\ \gamma_B \quad w\ \}^T$は、von Mises の流動則から次のように表わされる。

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_B &= \mu_B \left\{ \frac{1}{4\sqrt{p}Q_{Bp}} \quad \frac{4p-q_B}{8p\sqrt{p}P_p} \right\}^T & \left(1 \geq p \geq \frac{1}{4}\right) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_B &= \mu_B \left\{ \frac{1}{Q_{Bp}} \quad 0 \right\}^T & \left(\frac{1}{4} \geq p \geq 0\right) \end{aligned}\right\} \quad (8-11)$$

従って、塑性変形の上限値を得るために鋼材の歪硬化を無視すると、置換連続棒の断面に生じるはり要素の内部仕事 $e_B = \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon}_B$ は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} e_B &= q_B Q_{Bp} \times \frac{\mu_B}{4\sqrt{p}Q_{Bp}} + pP_p \times \frac{\mu_B(4p-q_B)}{8p\sqrt{p}P_p} = \frac{\mu_B}{2} \\ & \qquad \left(1 \geq p \geq \frac{1}{4}\right) \\ e_B &= Q_{Bp} \times \frac{\mu_B}{Q_{Bp}} = \mu_B \qquad \left(\frac{1}{4} \geq p \geq 0\right) \end{aligned}\right\} \quad (8-12)$$

はり要素の断面の内部仕事 e_B が既知であるとすると、(8 − 1 2) 式からはり要素の断面歪は次式となる。

$$\left.\begin{aligned} &\left.\begin{aligned} \gamma_B &= 2e_B \times \frac{1}{4\sqrt{p}Q_{Bp}} \\ w &= 2e_B \times \frac{4p-q_B}{8p\sqrt{p}P_p} \end{aligned}\right\} \quad \left(1 \geq p \geq \frac{1}{4}\right) \\ &\left.\begin{aligned} \gamma_B &= \frac{e_B}{Q_{Bp}} \\ w &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \left(\frac{1}{4} \geq p \geq 0\right) \end{aligned}\right\} \quad (8-13)$$

ゆえに、はり要素の断面歪の上限値として次式を得る。

$$\left.\begin{aligned} \gamma_{B\,max} &= e_B / Q_{Bp} \\ w_{max} &= e_B / P_p \end{aligned}\right\} \quad (8-14)$$

同様にして、柱要素の断面の内部仕事 e_C が与えられると、柱要素の断面歪の上限値は次式で表わ

される。

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{max} &= e_C / N_p \\ \phi_{max} &= e_C / M_p \\ \gamma_{max} &= e_C / Q_{Cp}\end{aligned}\right\} \qquad (8-15)$$

ただし、ε は断面重心軸の歪度，ϕ は曲率，γ_C は柱要素のせん断歪であり、 N は層軸力，M は転倒モーメントである。柱要素の断面積を $A_C(x)$ とすると、（ 7 －6 ）式から各降伏応力は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}N_p &= \sigma_y A_C(x) = C_n A_C(x) \\ M_p &= \frac{\sigma_y l}{2} A_C(x) = C_m A_C(x) \\ Q_{Cp} &= \frac{\sqrt{2} C_z^C \sigma_y}{h} A_C^{3/2}(x) = C_{qC} A_C^{3/2}(x)\end{aligned}\right\} \qquad (8-16)$$

ここで、C_z^C は柱材の断面形状から決まる定数であり、広幅H形鋼を想定して $C_z^C = 0.958$ としている。

以上のようにして置換連続棒の変形の上限値が得られると、安全側の近似値としての E_G の上限値を簡単に求めることができる。まず、材軸の傾き du/dx の上限値は次式となる。

$$(du/dx)_{max} = \gamma_{B\,max} + \gamma_{C\,max} + \int_o^x \phi_{max}\,dx \qquad (8-17)$$

鉛直方向のみかけの歪度 dv/dx は、重心軸歪度 ε とたわみによる変形の和として求められる。即ち、

$$(dv/dx)_{max} = \varepsilon_{max} + \frac{1}{2}(du/dx)^2_{max} \qquad (8-18)$$

（ 8 － 1 8 ）式の積分により鉛直変位 v の上限値が得られると、 E_G は次式で近似できる。

$$E_G = \int_0^H \rho\, v_{max}\,dx + \int_0^H \nu\rho\, w_{max}\,dx \qquad (8-19)$$

ただし、H は置換連続棒の長さ、ρ は置換連続棒の単位長さ当たりの重量である。また、ν は全重量に対するはり中央集中荷重の比であり、（ 6 － 8 ）式から次のようになる。

$$\nu = \frac{128(k^2 + 11k + 31)}{315(k+5)^2} \qquad (8-20)$$

ここで、k は柱はり剛比である。即ち、ν は柱はり剛比 k の弱い関数であり、$k = 0$ のとき最大値 $\nu = 0.504$ をとる。

Table 8 －3 に示した応答解析例による各部材の内部仕事を用いて、（8−14），（8−15）

式から骨組の変形を求め、(８－１７)～(８－１９)式から E_G の近似値を求めて、E_G の応答値とFig. ８－７に比較する。ただし、ν は0.5を仮定した。

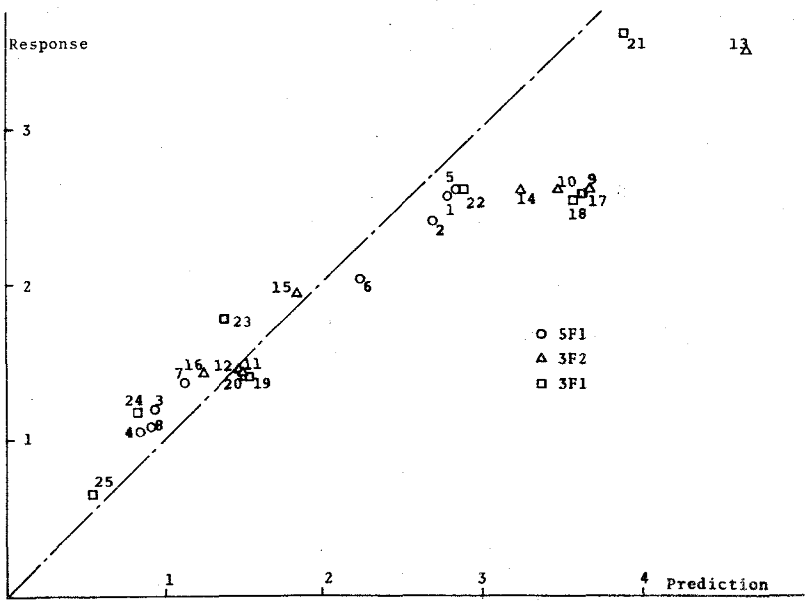


Fig.8-7 EG/W (ton･cm/ton)

この図から明らかなように、本近似計算法は、弾性変形を無視しているので、変形が小さい場合には応答値を若干過小評価するが、本研究が目的とする終局耐震設計の対象となる大変形域では本法を用いて E_G を評価して支障はない。即ち、各部材の内部仕事が既知であれば、本節で示した方法により E_G の安全側の近似値を求めることが可能である。

8－4　エネルギー吸収要素の適正鋼材量

本節では、地震時の入力エネルギーが、耐震要素のエネルギー吸収能力に応じて一様に分配されることを前提として、耐震設計上必要最小限のエネルギー吸収要素の全鋼材量を動的応答解析によらずに求める手法を示す。

一般に、エネルギーの釣合方程式は次式となる。

$$E_i + E_d + E_e = E_H + E_V + E_G = E_T \qquad (8\text{-}21)$$

ここで、E_i，E_d，E_e はそれぞれ運動エネルギー，粘性減衰による消散エネルギー，内部仕事を表わしている。

さて、Fig. ８－８は、内部仕事と全入力エネルギーの比 E_e/E_T と単位重量当たりの入力エネルギー E_T/W の関係を示すものであるが、E_e に比して $E_i + E_d$ は十分小さく、かつ、入力エネルギーの増大に伴い E_e/E_T は除々に増大する傾向が認められる。従って、終局耐震設計を考える場合には、次式が安全側の近似となり得る。

$$E_e = E_T \qquad (8\text{-}22)$$

はり材及び柱材のエネルギー吸収能力は、8－2節で述べたように、鋼材体積に比例するので、入力エネルギーが各部材のエネルギー吸収能力に応じて分配された状態を前提とすれば、置換連続棒の断面に生じるはり要素及び柱要素の内部仕事は次のように表わされる。

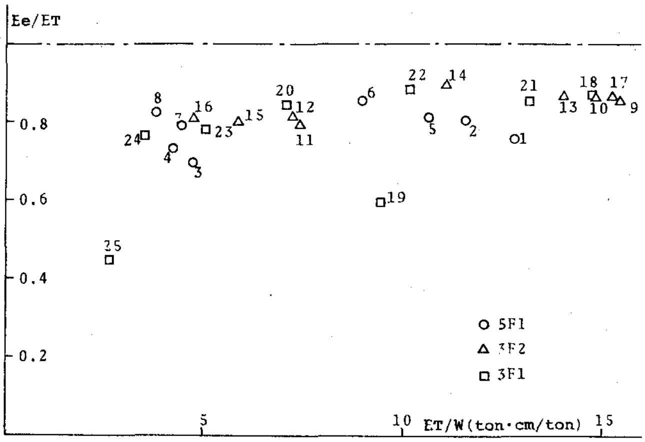


Fig.8-8 ET/W-Ee/ET Relation

$$\left.\begin{aligned} e_B &= \eta_B \frac{\sigma_y \varepsilon_y}{2} A_B(x) \\ e_C &= \eta_C \frac{\sigma_y \varepsilon_y}{2} A_C(x) \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{−}23)$$

ゆえに、構造物の全内部仕事として次式を得る。

$$\begin{aligned} E_e &= \eta_B \frac{\sigma_y \varepsilon_y}{2} \int_0^H A_B(x)\,dx + \eta_C \frac{\sigma_y \varepsilon_y}{2} \int_0^H A_C(x)\,dx \\ &= \frac{\sigma_y \varepsilon_y}{2} \left(\eta_B V_B + \eta_C V_C \right) \end{aligned} \qquad (8\text{−}24)$$

ただし、(8－24)式ではエネルギー吸収要素に関する積分をとる。従って、V_B，V_C はエネルギー吸収要素となり得るはり材及び柱材の全体積であり、はり崩壊形骨組では $V_C = \eta_C = 0$，柱崩壊形骨組では $V_B = \eta_B = 0$ となる。

$A_B(x)$ 及び $A_C(x)$ は、エネルギー吸収要素に入力エネルギーが一様に分配されるような断面積分布であるが、このような分布形の定量化については今後の研究を待つことにして、ここでは上層部部材と下層部部材の断面積の比が任意の値をとり得るように、$A_B(x)$，$A_C(x)$ を次のように仮定してみる。

$$\left.\begin{aligned} A_B(x) &= \frac{V_B}{H}(1+\alpha)\left(1-\frac{x}{H}\right)^{\alpha} \\ A_C(x) &= \frac{V_C}{H}(1+\alpha)\left(1-\frac{x}{H}\right)^{\alpha} \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{−}25)$$

ここで、α は上層部部材と下層部部材の断面積比を表わすパラメーターであり、置換連続棒固定端での断面積の平均断面積に対する比が $1+\alpha$ となる。

一方、設計用層せん断力 Q^* の分布形については既に多くの提案があり、水平設計震度が高さ方向に一定の場合[21]には Q^* は次式で表わされる。

$$Q^* = Q_B \left(1 - \frac{x}{H} \right) \qquad (8-26)$$

ただし、Q_B はベースシャーである。また、五十嵐らは、柱崩壊形骨組の各層の倒壊安全率を一様にする層せん断耐力分布として次式を導き、この分布形が加藤らにより数値的に求められた各層の累積塑性変形分布を一様化する最適降伏せん断力分布[22]とよく一致することを示している[23]。即ち、

$$Q^* = Q_B \left(1 - \frac{x}{H} \right)^{1/2} \qquad (8-27)$$

ここで、部材軸力及び鉛直方向力により生じる応力を無視して、層せん断耐力が設計用層せん断力に等しいと仮定すると、次式を得る。

$$Q_{Bp} = Q_{Cp} = Q^* \qquad (8-28)$$

（８－２６），（８－２７），（８－２８）式を考慮して、ここでは Q_{Bp}，Q_{Cp} を次のように考える。

$$Q_{Bp} = Q_{Cp} = Q_B \left(1 - \frac{x}{\mathrm{H}} \right)^{\beta} \qquad \frac{1}{2} \leq \beta \leq 1 \qquad (8-29)$$

Q_{Bp}，Q_{Cp} と A_B，A_C には、（８－１０），（８－１６）式で示した関係があるので、α は次のような範囲をとる。

$$\frac{1}{3} \leq \alpha \leq \frac{2}{3} \qquad (8-30)$$

本論で解析例として採用した３つの骨組の断面積分布を（８－２５）式と Fig.8－9 に比較する。この図に示すとおり、地震荷重案第２案[24]を使って設計されたこれらの骨組の断面積分布は、$\alpha = 1/3$ とした時の（８－２５）式によりほぼ近似できる。

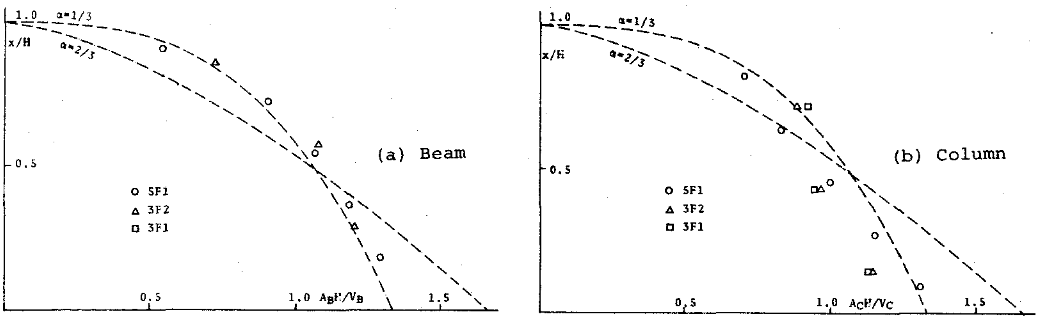


Fig.8-9 Distribution of Cross Sectional Area

（８－２３）式の e_B，e_C を用いて、８－３節の手法により E_G を求めると次のようになる。

$$E_G = WH\left\{\frac{C}{2C_n}+\frac{C^2H^2}{24C_m^2}+\frac{A^2}{2(2-\alpha)(1+\alpha)}+\frac{4ACH}{C_m\sqrt{1+\alpha}(4-\alpha)(6-\alpha)}\right\}$$

$$+\frac{2B\nu W}{C_p}\sqrt{\frac{H}{V_B}}\frac{1}{(2-\alpha)\sqrt{1+\alpha}} \qquad (8-31)$$

ただし、

$$A=\frac{\sigma_y\varepsilon_y}{2}\left\{\frac{\eta_B}{C_{qB}}\sqrt{\frac{H}{V_B}}+\frac{\eta_C}{C_{qC}}\sqrt{\frac{H}{V_C}}\right\}$$

$$B=\eta_B\frac{\sigma_y\varepsilon_y}{2}$$

$$C=\eta_C\frac{\sigma_y\varepsilon_y}{2}$$

（８－３１）式において、E_G は α の関数であるが、（８－３１）式中の α を含む係数は $1/3 \leq \alpha \leq 2/3$ の範囲でTable ８－４の値をとり、α による変化は比較的小さい。従って、本研究では、安全側の近似として各項の最大値をとり、次式を得る。

$$E_G = WH\left\{\frac{C}{2C_n}+\frac{C^2H^2}{24C_m^2}+\frac{9A^2}{40}+\frac{9\sqrt{15}ACH}{200C_m}\right\}+\frac{3\sqrt{15}B\nu W}{10C_p}\sqrt{\frac{H}{V_B}} \qquad (8-32)$$

Table 8-4 Coefficients of Eq.(8-32)

	Maximum	Minimum
$\frac{1}{(2-\alpha)(1+\alpha)}$	$\frac{9}{20}=0.45$ (at $\alpha=\frac{1}{2}$)	$\frac{4}{9}\simeq0.444$ (at $\alpha=\frac{1}{3},\frac{2}{3}$)
$\frac{1}{(4-\alpha)(6-\alpha)\sqrt{1+\alpha}}$	$\frac{9\sqrt{15}}{800}\simeq0.0436$ (at $\alpha=\frac{2}{3}$)	$\frac{9\sqrt{3}}{374}\simeq0.0417$ (at $\alpha=\frac{1}{3}$)
$\frac{1}{(2-\alpha)\sqrt{1+\alpha}}$	$\frac{3\sqrt{15}}{20}\simeq0.581$ (at $\alpha=\frac{2}{3}$)	$\frac{3\sqrt{3}}{10}\simeq0.520$ (at $\alpha=\frac{1}{3}$)

（８－３２）式により E_G はエネルギー吸収要素の鋼材体積 V_B 及び V_C の関数として表わされ、全入力エネルギー及び構造物のエネルギー吸収能力は V_B 及び V_C のみの関数として表わされることになる。従って、（８－８），（８－２４），（８－３２）式を（８－２２）式に代入して得られる次式から、入力エネルギーが各部材のエネルギー吸収能力に応じて一様に分配されることを目標とするときの耐震設計上必要最小限のエネルギー吸収要素の全鋼材体積を得ることができる。ただし、

$$BV_B+CV_C=\frac{W}{2g}\left(S_{vH}^2+S_{vV}^2\right)$$

$$+WH\left\{\frac{C}{2C_n}+\frac{C^2H^2}{24C_m{}^2}+\frac{9A^2}{40}+\frac{9\sqrt{15}\,ACH}{200C_m}\right\}+\frac{3\sqrt{15}\,B\nu W}{10\,C_p}\sqrt{\frac{H}{V_B}} \quad (8-33)$$

過崩壊形骨組では $V_B \neq 0$ かつ $V_C \neq 0$ となり、(８－３３)式のみから V_B と V_C を求めることはできない。このような場合には、柱要素とはり要素のせん断耐力が等しいことを仮定して、(８－１０)，(８－１６)，(８－２８)式から得られる次の関係式を使えばよい。

$$V_C = 2^{1/3}\left(\frac{C_z{}^B}{C_z{}^C}\right)^{2/3}\frac{h}{l}\,V_B \quad (8-34)$$

ただし、(８－２５)式及び(８－３４)式は、構造物のエネルギー吸収要素の全鋼材体積 V_B+V_C を得るための近似式であり、適正な断面積分布に対する制約条件でないことは言うまでもない。

8－5　結　　論

本章では、構造物構成要素のエネルギー吸収能力に基づいた耐震設計法の確立を目的として、８－２節において鋼構造部材の単位体積当たりのエネルギー吸収能力を定量化し、８－３節において地震外乱を受ける構造物の入力エネルギーを定量化することにより、８－４節において入力エネルギーが各部材のエネルギー吸収能力に応じて分配される場合の構造物のエネルギー吸収要素の全鋼材量の算定法を提示した。

本章の手法により全鋼材量を算定した後、７章の手法により地震時の入力エネルギーが各部材のエネルギー吸収能力に応じて分配されるような鋼材分布を見出すことによって、地震外乱を受ける構造物の各部材の塑性変形を一様にその許容限度内に収めることが可能になる。

しかしながら、本論は、終局耐震設計へのアプローチの１つの方向を示すものであり、本章に掲げた細かい数値及び数式はあくまで定量化の可能性を例示するためのものであって、個々の数値及び数式を普遍性のある結論として提案するものではない。

参　考　文　献

1) T. Kobori and R. Minai, "Aseismic Design Method of Elasto-Plastic Building Structures", Bull. of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto Univ., Vol. 13, No. 68, 1964

2) 鈴木敏郎・王松健一郎：せん断型質点系の地震時における履歴吸収エネルギー，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭51. 10

3) 建設省建築研究所：新耐震設計法（案），建研報告，No. 79，昭52. 3

4) 棚橋　諒：地震の破壊力と建築物の耐震力に関する私見，建築雑誌，昭10. 5

5) G. W. Housner, "Limit Design of Structures to Resist Earthquake", Proc. of 1st WCEE, 1956
6) B. Kato and H. Akiyama, "Theoretical Prediction of the Load-Deflection Relationship of Steel Members and Frames", IABSE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Loads, 1973
7) 加藤　勉・秋山　宏：鋼構造剛接骨組の耐震極限設計，日本建築学会論文報告集，第237号，昭50. 11
8) B. Kato, H. Akiyama, H. Suzuki and Y. Fukazawa, "Dynamic Collapse Tests of Steel Structural Model", Proc. of 5th WCEE, June 1973
9) 藤本盛久・緑川光正：正弦波入力を受けるH形鋼柱の弾塑性応答解析，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭51. 10
10) G. W. Housner, "The Plastic Failure of Frames During Earthquakes", Proc. of 2nd WCEE, 1960
11) 加藤　勉・秋山　宏：地震時におけるせん断型多層骨組の倒壊条件，日本建築学会論文報告集，第244号，昭51. 6
12) 藤本盛久・岡田久志・松下真治：鋼構造多層ラーメンにおける材端歪度と層の塑性率との関係に関する考察，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭53. 9
13) 日本建築学会編：鋼構造塑性設計指針，昭50. 11, pp. 10〜13
14) G. F. Hauck and S. L. Lee, "Stability of Elasto-Plastic Wide-Flange Columns", Proc. of ASCE, Vol.89, No. ST6, Dec. 1963
15) 横尾義貫・中村恒善・磯田桂史・小宮山俊明：H型鋼材の非定常履歴応力歪関係式，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭47. 10
16) 加藤　勉・秋山　宏・鈴木弘之：H型断面柱フランジの塑性局部座屈耐力，日本建築学会関東支部第44回研究報告集，昭48
17) 松島　豊：3方向地震入力による構造物の確率的応答，日本建築学会論文報告集，第217号，昭49. 3
18) 加藤　勉・秋山　宏：強震による構造物へのエネルギ入力と構造物の損傷，日本建築学会論文報告集，第235号，昭50. 9
19) 安藤範平・手塚武仁・峯岸茂・田中恵司：地震時に構造物が消費する塑性エネルギーについて，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭52. 10

20) R. Tanabashi, T. Nakamura and S. Ishida, "Gravity Effect on the Catastrophic Dynamic Response of Strain-Hardening Multi-Story Frames", Proc. of 5th WCEE, 1973

21) 山田 稔・河村 広：鉄筋コンクリート構造物の耐震安全性について(2)──主として，中低層，純ラーメン構造を対象として──，日本建築学会論文報告集，第209号，昭48. 7

22) 加藤 勉・秋山 宏・大井謙一：強震による損傷を一定にする最適せん断力係数分布について(中低層鋼構造骨組を対象として)，日本建築学会大会学術講演梗概集，昭51. 10

23) 五十嵐定義・井上一朗・永田匡宏：鋼骨組構造物の荷重係数と崩壊機構に関する考察(その1 荷重係数と倒壊安全率の関係)，日本建築学会近畿支部研究報告集，昭53. 5

24) 日本建築学会編：地震荷重と建築構造の耐震性，昭51，pp23〜54

第9章　結　　　語

本研究は、鋼構造骨組の終局耐震設計法を確立するための予備的研究として、広範な地震応答解析が容易に行なえる動力学モデルの開発を目的とするものであり、鋼構造骨組の地震応答性状を数値実験によって検討・考察し、その結果を考慮して、適切な動力学モデルを提唱するものである。ただし、本研究の数値計算には、主に大阪大学大型計算センターNEAC2200シリーズ・モデル800, ACOS900、並びに、京都大学大型計算センターFACOM M190を用いた。

第1章では、建築構造物の耐震設計に関する既往の研究を概観し、本論文の目的と意義を述べた。

第2章では、鋼構造部材の静的弾塑性挙動を詳細に調べるための解析方法として1次元有限要素法を採用し、数値計算上の問題点を明らかにした。更に、解析例を既往の実験結果と比較しながら、1次元有限要素法の適用化について検討した。その結果、ラーメン部材の材軸方向には5分割程度の要素分割で十分であること、強軸回りに曲げを受けるH形断面及び矩形断面のモデル化としては4点モデルが良好な精度を持つことを示した。また、応力度－歪度関係の履歴モデルは部材の弾塑性荷重－変形関係に著しく影響するが、単調載荷時の部材の応力度－歪度関係の履歴モデルとしては歪硬化を考慮したBi-linear形が適当であること、繰返し載荷を受ける部材については鋼材のBauschinger効果が無視できない場合のあることを明らかにした。

第3章では、動的応答解析に関する問題として、慣性力，減衰力の定量化及び運動方程式の数値積分法を取り上げ、解析結果の信頼性を重視して検討・考察し、Consistent Mass法，Rayleigh型の減衰マトリックス 及び Newmarkβ法を選定した。次に、以上の解析方法による地震応答解析例を示すとともに、解析結果を使って、鋼材の応力度－歪度関係の履歴モデルの差異が鋼構造骨組の地震応答に及ぼす影響を調べた。その結果、鋼材のBauschinger効果を無視すると塑性変形が1方向に累積する傾向が強くなり、この傾向は歪硬化を無視すると更に著しくなるが、各部材に生じる内部仕事に及ぼす履歴モデルの差異の影響は比較的小さく、静的解析において認められるような弾塑性変形性状の著しい変化を生じないことが判明した。

第4章では、解析の容易さから慣用されているせん断型多質点系モデルについて、鋼構造骨組の終局耐震設計における有用性の観点から検討した。その結果、構造物の復元力特性を十分考慮して作成された各層の復元力の履歴モデルを使えば、層せん断力及び層間変位などの巨視的応答については良好な近似値が得られるが、せん断型多質点系モデルによる巨視的応答値と建築構造物の各構成部材の局所的応答値の間には明確な相関性が認められないことを明らかにし、骨組構造物の耐震設計にせん断型多質点系モデルを用いることの危険性を指摘した。

第5章では、建築構造物の耐震設計において通常無視されている鉛直地動が骨組構造物の地震応

答に及ぼす影響を検討するため、水平地動のみを入力した場合と更に鉛直地動を入力した場合の応答解析結果を比較した。その結果、骨組構造物の層せん断力応答及び水平変位応答に及ぼす鉛直地動の影響は小さいが、鉛直地動入力によって、はりに大きな鉛直方向慣性力を生じ、上層部部材の塑性変形が大きくなる可能性が強いこと、また、最大層軸力応答が著しく増大し、初期軸力比の高い柱材の塑性化に影響する可能性のあることを示し、建築構造物の耐震設計で鉛直地動が無視できないことを明らかにした。

第6章では、建築架構の層数，スパン数などにとらわれない汎用性の高い耐震設計資料を得るための簡便な動力学モデルとして、連続棒モデルを提案した。骨組構造物の連続棒置換では、層軸力，転倒モーメント，層せん断力，はり鉛直荷重の4次元の層応力，はり材と柱材の降伏の区別，鋼材の歪硬化，骨組のP－Δ効果などを考慮した。また、若干の地震応答解析例から、連続棒モデルにより、水平変位応答及び層応力応答などの巨視的応答について良好な近似値が得られること、各層の履歴性状もほぼ把握できることを示した。しかしながら、連続棒モデルは、柱材の軸方向変形による骨組の鉛直方向変形や全体曲げ変形を過小評価する傾向があり、解析結果の精度を向上させるには、外柱と内柱の降伏を区別し、隣接する2層の層せん断力の連成を考慮してはり材の降伏を判定するなど、連続棒モデルの断面の降伏を更に慎重に取扱う必要があることを指摘した。

第7章では、4次元ベクトルとして表わされる連続棒モデルの層応力の大きさを評価する尺度として等価断面積を設定し、その最大応答値に応じて鋼材を各部材に分配することにより、各部材の靱性率応答が一様化するように動力学特性を適正化する手法を提示した。また、この方法により再設計された骨組構造物の地震応答解析例から、各層の最大層せん断力応答が動的には必ずしも同時に生じないことによる下層部転倒モーメントの低減、鉛直地動による鉛直方向慣性力など、層せん断力以外の層応力応答が耐震設計上無視できないことを明らかにし、層せん断力の最大応答値のみに注目して骨組構造物の耐震設計を進めることの危険性を指摘するとともに、多次元の層応力を考慮した連続棒モデルの有用性を示した。

第8章では、構造物構成要素の耐力と変形能力、即ち、エネルギー吸収能力に基づく終局耐震設計法の確立を目的として、鋼構造部材の単位体積当たりのエネルギー吸収能力を解析的に検討し、地震時の入力エネルギーを静的手段により評価する方法を導くことにより、入力エネルギーが各部材のエネルギー吸収能力に応じて一様に分配される場合の、エネルギー吸収要素としての全鋼材量の算出法を提示した。

8章の手法により全鋼材量を算定した後、7章の手法により地震時の入力エネルギーが各部材のエネルギー吸収能力に応じて分配されるような鋼材分布を見出すことによって、地震外乱を受ける骨組構造物の各部材の塑性変形を一様にその許容限度内に収めることが可能になるであろう。

謝　　　　辞

本研究を進めるにあたり、大阪大学教授五十嵐定義先生には、筆者が大阪大学在学中より熊本大学在籍中の今日まで、終始懇切な御指導と御鞭撻を賜りました。また、本論文をまとめるにあたっては、大阪大学教授前田幸雄先生から有益な御指摘をいただきました。大阪大学助手井上一朗先生にも、終始厳しい御指導をいただきました。ここに衷心の謝意を表します。

鋼構造部材の弾塑性挙動については大分大学助教授吉村浩二先生から、動的応答解析法については京都工芸繊維大学助教授石田修三先生から御指導と御助言をいただき、また、研究をまとめるにあたって、熊本大学教授黒羽啓明先生を始めとする熊本大学工学部建築系教室の諸先生から多大の御支援をいただきまして心から感謝致しております。

また、卒業論文のテーマとして、惜しみない御協力をいただきました中川佳久（現安井設計）、蔦谷博（現大成建設）、村上益美（現大阪市大助手）、荒木智寛（現前田建設）の諸氏を始めとする大阪大学五十嵐研究室、熊本大学黒羽研究室の皆様、並びに、貴重な実験データをいただきました京都大学若林研究室、九州大学松井研究室の皆様にもお礼申し上げます。