

Title	ワイヤによるCT像の分解能の測定
Author(s)	遠藤, 真広; 飯沼, 武; 竹中, 栄一
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1980, 40(1), p. 43-51
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/17913">https://hdl.handle.net/11094/17913</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

## ワイヤによる CT 像の分解能の測定

放射線医学総合研究所 臨床研究部

遠藤真広 飯沼武

東京大学医学部 放射線医学教室

竹中栄一

(昭和54年5月22日受付)

(昭和54年6月25日最終原稿受付)

## Measurement of CT-image resolution using a thin wire

Masahiro Endo and Takeshi A. Inuma

Division of Clinical Research, National Institute of Radiological Sciences

Eiichi Takenaka

Department of Radiology, Tokyo University Faculty of Medicine

---

*Research Code No.:* 200

---

*Key Words:* Computed tomography, Point spread function, Spatial resolution, Modulation transfer function

---

Though the spatial resolution is one of the most important image parameters, it is not fully established how to measure the resolution of CT-images. We investigate a method with which we scan a metal wire (or a high density plastic bar) inserted in a water phantom perpendicularly to the slice. The MTF (modulation transfer function) is calculated from the print-out data by use of the two-dimensional Fourier transform and the correction of finite object size. The PSF (point spread function) is then calculated from the MTF by the two-dimensional inverse Fourier transform. Computer simulations are made to estimate effects of the aliasing which might happen if the sampling interval (pixel size) is large compared to the spatial resolution of CT-image. This method is applied to some CT-scanners which are in clinical use.

## 1. はじめに

空間分解能は画質を表示する重要なパラメータの一つであり、CT 像に関してもいくつかの測定法が提案されている<sup>1)~4)</sup>。Bischof ら<sup>4)</sup>は、細い金属製ワイヤの CT 像から modulation transfer function (MTF) を求める方法を提案している。しかし、MTF が必ずしも CT 像の空間分解能を表現する最適の尺度とは言えないし、彼等の方法では、有限の標本間隔(画素間隔)にもとずく誤差の検討が不十分である。

我々は彼等の方法を発展させ、MTF と同時に point spread function (PSF) を求める方法を案出し、その際の誤差を検討した。ワイヤ以外にも高吸収係数値のプラスチック円柱(バー)を用いて、MTF や PSF を求めることができることを確かめ、この方法を実際の CT スキャナーに適用した。

## 2. 原理と計算法

細い金属製ワイヤをスライス面と垂直に水ファントム中に挿入し、その CT 像を撮影する。

ワイヤ周辺の CT 値のプリントアウトを  $N \times N$  画素の正方形領域に対して求め、 $P'(I, J)$  とする。適当に推定した水の CT 値を  $PB$  とし、

$$P(I, J) = P'(I, J) - PB \quad (1)$$

を求める。 $P(I, J)$  の二次元複素フーリエ変換の絶対値をとり正規化したものを  $F'(X, Y)$  とすると、

$$F'(X, Y) = \frac{\left| \sum_{i=-j}^N \sum_{j=-i}^N P(I, J) \exp(2\pi j a (IX + JY)) \right|}{\left| \sum_{i=-j}^N \sum_{j=-i}^N P(I, J) \right|} \quad (2)$$

ここで  $a$  は画素間隔である。

二次元の MTF の計算結果  $F(X, Y)$  は  $F'(X, Y)$  をワイヤの径  $d$  で次のように補正することで求まる。すなわち、

$$F(X, Y) = F'(X, Y) / G(R) \quad (3)$$

但し  $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ ,  $G(R) = 2J_1(\pi R d) / \pi R d$  であり、 $J_1$  は 1 次の第 1 種ベッセル関数である。

RSF の計算結果  $p(x, y)$  は  $F(X, Y)$  の二次元実逆フーリエ変換を正規化することにより得られる。すなわち、

$$p(x, y) = \frac{\iint F(X, Y) \cos(2\pi(xX + yY)) dXdY}{\iint F(X, Y) dXdY} \quad (4)$$

$PB$  の値が、CT 値の空間的不均一性のために、ワイヤの位置での水の CT 値の実際の値と異なる場合には、式 (3) により得られる MTF の中間周波数の形がゆがむことになる。これを補正するためには、後で述べるように異なる  $N$  (本報では多くの場合  $N=6$  と  $N=12$  を用いた) に対して一致した MTF が得られるように  $PB$  を選択すればよい。

また、以上述べたことからわかるように、この方法を金属製ワイヤ以外、例えばテフロン等の高吸収係数値のプラスチック円柱 (バー) に適用することに関する原理的困難は存在しない。

### 3. シミュレーション

2 に述べた計算法は、画素の間隔  $a$  が無限に小さく、かつ雑音の無いとき正しい結果を与える。雑音の影響は、X線管電流を大きくし、スキャン時間を長くする (または、スキャンを複数回

くり返し、結果を平均する) ことで、無視できるほど小さくできる。

しかし、画素間隔  $a$  が大きく、復元される CT 像に  $1/2a$  より大きい空間周波数の成分が含まれると aliasing (折返し誤差) が発生することになる。aliasing の影響を見るため以下に述べるようなシミュレーションを行なった。

#### 3.1 シミュレーションの方法

シミュレーションでは、適当な PSF を仮定し、それによりぼかされたワイヤの像を計算機内に作り出す。それを標本化したものを  $P(I, J)$  として、2 で述べた計算法により、MTF 及び PSF を計算し、理論的に求まる MTF 及び PSF と比較した。

ここで、PSF としては

$$p(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{D^2}\right) \quad (5)$$

というガウス型の応答を仮定した。D はガウス関数の拡がりを示すパラメータであり、 $p(x, y)$  の full width at half maximum (FWHM) は  $2\sqrt{\ln 2} \cdot D \approx 1.67D$  で与えられる。また、 $p(x, y)$  は原点で 1 になるように正規化してある。式 (5) から得られる二次元の MTF  $F(X, Y)$  は

$$F(X, Y) = \exp(-\pi^2 D^2 (X^2 + Y^2)) \quad (6)$$

である。

ワイヤの形を示す関数を  $f(x, y)$  とすると、

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & (\sqrt{x^2 + y^2} \leq d/2) \\ 0 & (\sqrt{x^2 + y^2} \geq d/2) \end{cases} \quad (7)$$

PSF によりぼかされたワイヤの像は  $f(x, y)$  と  $p(x, y)$  の重畳積分により与えられる。

重畳積分により与えられるワイヤ像を画素間隔  $a$  で標本化したものを  $p(I, J)$  ( $I=1 \sim 6, J=1 \sim 6$ ) として 2 の計算法を適用した。この際、ワイヤ像の中心と格子点 (画素の中心点) との位置関係により、得られる  $P(I, J)$  の値は異なるが、このシミュレーションでは次の 2 つの極端な場合を考えた。すなわち、Fig. 1 に示すように (a) 4 つの格子点の中央にワイヤ像の中心が位置する場合 (case I) と、(b) 格子点の一つとワイヤ像の中心が一致する場合 (case II) とである。これ以外の場合には両者の中間の結果を示す。

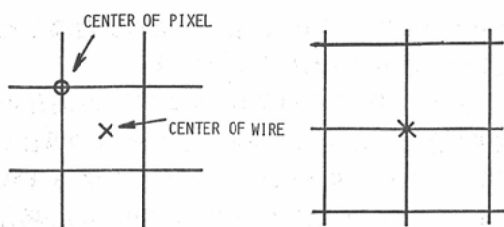


Fig. 1 Relations between the centers of pixels (grid points) and the center of the wire employed in the simulation. (a) Case I: the center of the wire is located at the center of four grid points. (b) Case II: the center of the wire coincides with one of the grid points.

3.2 シミュレーションの結果

(1) ワイヤ

シミュレーションでは、 $a=1.5$ に保ち、 $D$ を1.0から2.0 (FWHMは1.67から3.34)の間で変

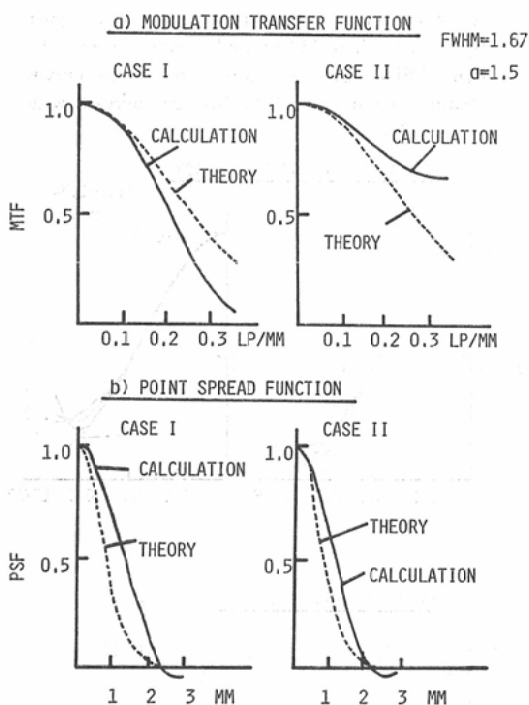


Fig. 2 Simulation results (expected value of FWHM of PSF equals 1.67). Solid lines are calculation results obtained by the eqs. (3) and (4) in the text. Broken lines are exact results obtained by the eqs. (6) and (5) in the text. Upper figures (a) show MTFs and lower figures (b) show PSFs.

化させた。ここで、ワイヤの形を示す関数としては  $d=0$ , すなわち  $\delta$  関数的な変化を示すものを用いた。この場合のワイヤ像は式 (5) であらわされる  $p(x, y)$  そのものとなる。

Fig. 2~Fig. 4にシミュレーションの結果を示す。Fig. 2a)は  $D=1.0$  (FWHM=1.67) の場合の MTF である。実線は2で述べた方法により式 (3)から得られる計算結果, 破線は式 (6)より得られる理論的な結果である。図 a) 左は case I, 図 a) 右は case II に対応する。図から明らかなように高周波領域ほど実線と破線は離れてくる。図 b) は対応する PSF であり, 実線は2で述べた方法により式 (4)から得られる計算結果, 破線は式 (5)より得られる結果である。

Fig. 3は  $D=1.4$  (FWHM=2.34) の場合の MTF と PSF であり, どの曲線も実線と破線の一致が良くなってくる。Fig. 4は  $D=2.0$  (FWHM=3.34) の場合で実線と破線は良く一致

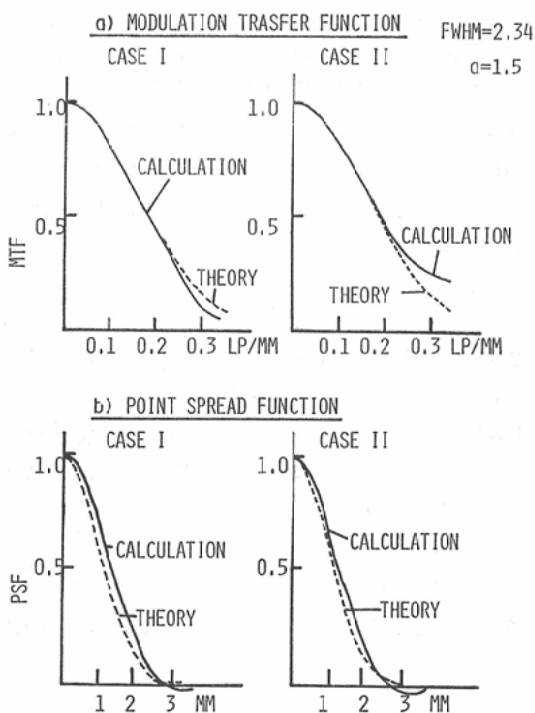


Fig. 3 Simulation results (FWHM=2.34). The same as Fig. 2.

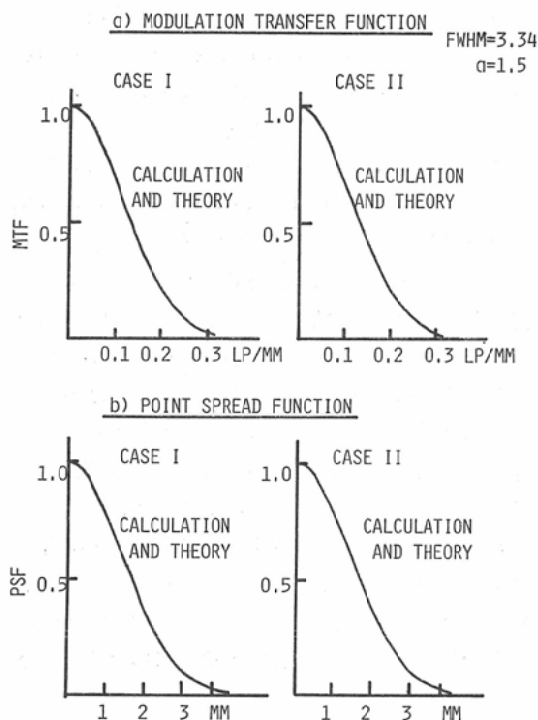


Fig. 4 Simulation results (FWHM=3.34). The same as Fig. 3. Solid lines and broken lines are agreed with each other respectively.

する。なお、Fig. 2~Fig. 4の曲線はいずれもX方向またはx方向(水平方向)の分布を表わして、これは以下のすべてのMTF、PSFについて共通である。

## (2) バー

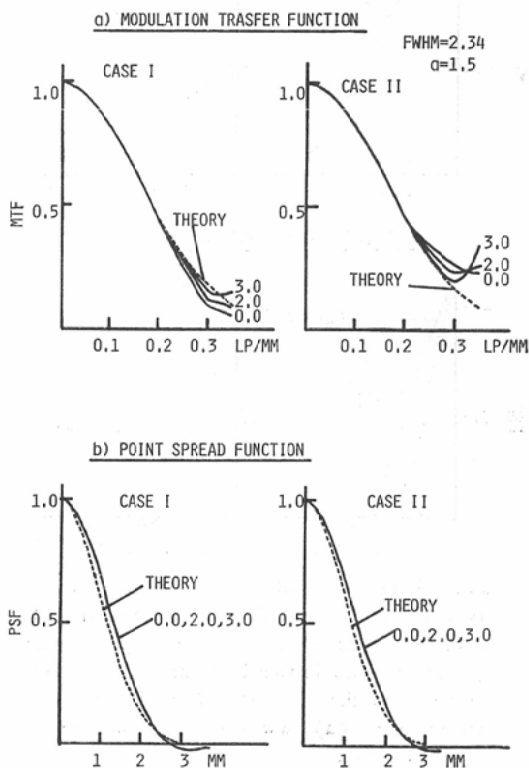
2の最後で述べたように、本報の方法を、 $d$ がPSFのFWHMにくらべて非常に小さい場合((1)で述べたワイヤの場合)から、 $d$ がPSFのFWHMと同程度の大きさの場合(この場合をバーと呼ぼう)に拡張することに原理的な困難はない。しかし、後者の場合は、被写体の材質として金属を選ぶと多くのCTスキャナでは線状のアーチファクトが発生するので、デルリンやテフロン等の高吸収係数のプラスチックを選ぶ必要がある。

シミュレーションでは  $a=1.5$  とし、 $d=2.0$ 、 $3.0$  という二種類の被写体直径に対して  $D$  を  $1.0$  から  $2.0$  まで (FWHM を  $1.67$  から  $3.34$  まで) 変化

させて MTF と PSF を求め理論的な曲線と比較した。結果の一例を Fig. 5に示す。

Fig. 5は  $D=1.4$  (FWHM=2.34) の場合の結果である。図 a) は case I, case II の場合の MTF であり、図 b) はそれらに対応する PSF である。三本の実線は  $d=0.0, 2.0, 3.0$  の場合の計算結果を示し、破線は式 (5) 及び式 (6) から求まる理論値を示している。図からあきらかなように  $d=0.0, 2.0, 3.0$  の三つの結果は MTF を示す曲線の Nyquist 周波数近傍を除いてほとんど差がみられない。

Fig. 5 Simulation results (expected value of FWHM of PSF equals 2.34). Solid lines are calculation results obtained by the eqs. (3) and (4). Object diameter equals 0.0, 2.0 and 3.0 as denoted in the figures. Broken lines are exact results obtained by the eqs. (6) and (5). Upper figures (a) show MTFs and lower figures (b) show PSFs. In the figures (b), three curves obtained for  $d=0.0, 2.0, 3.0$  are agreed with one another.



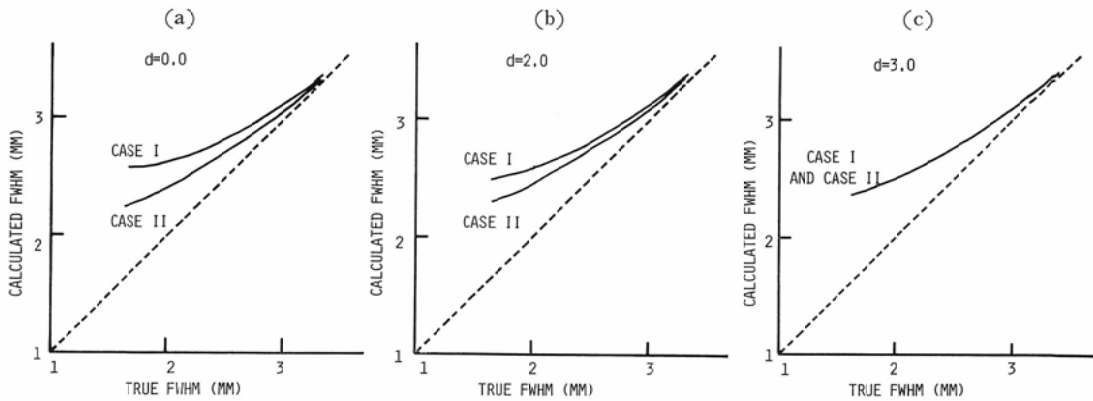


Fig. 6 True FWHM of PSF v.s. calculated FWHM. (a) object diameter  $d$  equals 0.0. (b)  $d=2.0$ . (c)  $d=3.0$ . Figure (a) simulates a thin metal wire. Figure (b) and (c) simulate high density plastic bars.

(3) 真の FWHM とみかけの FWHM

Fig. 2~Fig. 4に示したように、 $D$ が大きくなる程、MTF と PSF の理論値と計算値の一致は良くなっている。両者の一致を具体的にみるために、PSF の FWHM の変化を調べたものが Fig. 6である。Fig. 6の横軸は式 (5)で与えられる理論曲線の FWHM であり、縦軸はシミュレーションにより求めた PSF の FWHM である。二つの曲線はそれぞれ case I と case II の場合である。図 a), b), c) はそれぞれ被写体の直径  $d$  が0.0 (ワイヤ)、2.0、3.0 (バー) の場合である。図から真の FWHM が3.0、すなわち画素間隔  $a=1.5$ の2倍位になると両者はほぼ一致することがわかる。また、これらのグラフは、実際の CT 像の PSF がガウス関数型から大きく離れていないとき、2の計算法より求まるみかけの FWHM から真の FWHM を推定するのに用いることができる。

4. 実 験

4.1 実験方法

ワイヤを用いる実験では、外径20cm (肉厚1cm) のアクリル製円柱形水ファントームを水で満たし、その中に4本の直径0.3mm のステンレススチール製のワイヤを挿入したものをを用いた。ワイヤはファントーム中心及び中心から5cm 離れた同心円上に120°間隔に配置した。Fig. 7にその CT 像を示す。ワイヤ像の外側の円板は、ワ

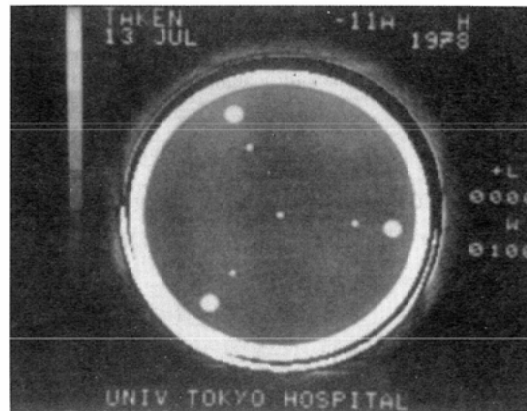


Fig. 7 A CT-image of the wire phantom. Four smaller dots lying in the center and 5 cm apart from the center are the images of wires. Three larger disks lying in the outer region are the images of acrylic posts supporting the wires. This image was taken by a CT-1010.

イヤを支持するためのアクリル樹脂製の円柱の像である。ワイヤの実験では、空間分解能の位置による変化は誤差の範囲内であったので、中心のワイヤのデータのみを用いた。

バーを用いる実験では、前報<sup>5)</sup>で述べた外径16.5cm (肉厚0.5cm) のテフロン製円柱形水ファントームに水を満たし、中心に2mm 径のプラスチック円柱を挿入したものをを用いた。プラスチックの材質はテフロン、ペークライト、デルリンを適宜用いたが、材質による差はみられなかった。

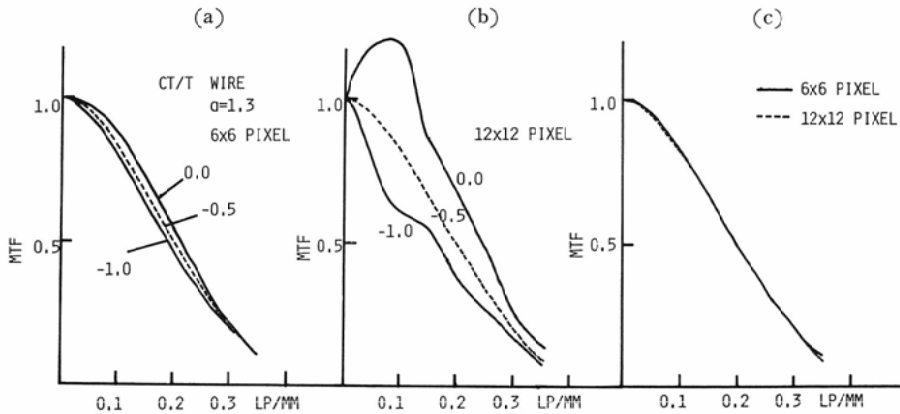


Fig. 8 Correction of bias effect. (a) MMFs of a CT/T (X1) obtained by the scan of the wire phantom and by calculation with  $6 \times 6$  pixels. Three curves show MTFs which are obtained if we assume the CT-number of water PB equals 0.0, -0.5 and -1.0 respectively. (b) The same as figure (a) but we employ  $12 \times 12$  pixels for calculation. (c) Two MTFs calculated with  $6 \times 6$  pixels and with  $12 \times 12$  pixels are agreed for  $PB = -0.5$ . These curves show the proper MTF and  $PB = -0.5$  is the correct value.

CT 像の撮影は、電流とスキャン時間に関して、その CT スキャナで許される最も低雑音のモードで行なった。その他の条件は頭部についてルーチンのものを採用した。また、体軸方向にベッドを送って二つの異なる位置での撮影を行ない、ワイヤ(またはバー)がスライス面と垂直になっていることを確かめた。

CT 像のプリントアウトデータからワイヤ(もしくはバー)を含む  $12 \times 12$  画素の CT 値をカードに転写し、2に述べた計算法に従って電子計算機 TOSBAC-3400 で MTF 及び PSF を計算した。

#### 4.2 実験結果

##### (1) バイアスの補正

2の最後で述べたように、正しい MTF を得るためには、異なる大きさの領域に対して MTF を求め、それらが一致するように PB を決める必要がある。

Fig. 8は CT/T により得られた結果に対して、真の PB を決定し正しい MTF を得る過程を示したものである。図 a) は  $6 \times 6$  領域に対して、 $PB = -1.0, -0.5, 0.0$  において計算した MTF である。一方、図 b) は  $12 \times 12$  領域に対

して、PB を同じ値において計算した MTF である。二つの図から、図 c) に示すように  $PB = -0.5$  のとき、 $6 \times 6$  領域で計算した MTF と  $12 \times 12$  領域で計算した MTF が一致することがわかる。このときの PB が真の値であり、曲線が正しい MTF を示している。

なお、この実験はワイヤを用い、画素間隔は  $a = 1.3 \text{ mm}$  である。この小節で述べたバイアスの補正法をすべての実験データに実行した。

##### (2) ワイヤとバーの一致

3.1 (2)で示したように、ワイヤとバーは同じ結果を与えることが期待される。それを実験的に確認したのが Fig. 9である。Fig. 9は、CT-1010 によりワイヤ及びバーを引き続いてスキャンし、そのデータを解析することにより得られた MTF と PSF である。図 a) が MTF、図 b) が PSF であり、実線はワイヤによるもの、破線はバーによるものである。両者は良く一致している。

##### (3) いくつかの CT スキャナの結果

本報で述べた方法でいくつかの CT スキャナの空間分解能を測定した。Table 1に実験に用いた機種、測定時期、バーとワイヤの区別が記載されている。Fig. 10に測定結果を示す。図 a) は

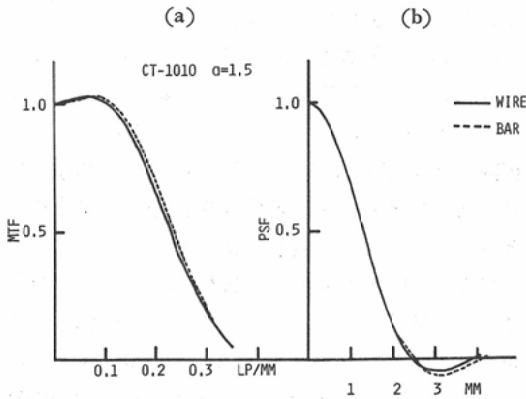


Fig. 9 Agreement between the wire and the bar. Solid lines show the results of the wire and broken lines show the results of the bar. These are the results of a CT-1010.

MTF, 図 b) は PSF である。図 b) の CT-1000 及び CT-1010 の PSF は aliasing のため実際よりも幅が広がっている。

分解能の一つの尺度として、PSF の FWHM を求めた。Table 1 の FWHM1 は Fig. 10 b) より直接に求めたみかけの FWHM である。みかけの FWHM は  $a$  が大きいとき、3.2 (3) で述べたように、aliasing のため真の値よりも大きくなる。そこで、PSF をガウス型と仮定して、Fig. 6 を用いて真の FWHM を推定した。結果を Table 1 の FWHM2 の欄に与える。この値は case I と case II の平均の値である。

なお、空間分解能は、同一機種種の CT スキャナでも、ハードウェアの変更、ソフトウェアの改良により改善されるのが普通であり、ここで述べ

Table 1 Summary of the measurements of the CT-image resolution.

Scanner	Period of Measurement	Wire/Bar	$a$	FWHM1 <sup>1)</sup>	FWHM2 <sup>2)</sup>
CT-1000	1976/10	Bar	1.5mm	2.6mm	2.3mm
CT-H250	1976/10	Bar	1.1	2.2	2.2
ACTA0200	1977/8	Bar	1.0	3.0	3.0
CT-1010	1978/7	Wire and Bar	1.5	2.6	2.3
CT-5005	1978/12	Wire	0.75	1.5	1.5
CT-T(X1)	1978/7	Wire and Bar	1.3	2.4	2.3

- 1) Full width at half maximum (FWHM) of calculated PSF.
- 2) Estimated FWHM of original PSF.

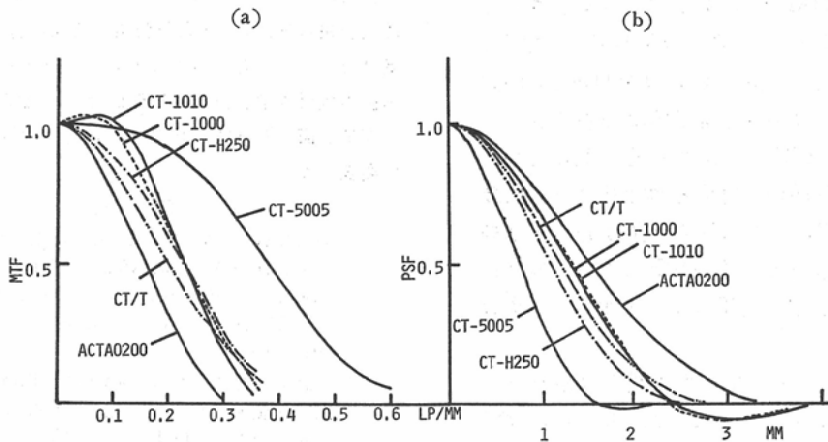


Fig. 10 Some results of actual CT-scanners. In figure (b) showing PSFs, the results of CT-1000 and CT-1010 are somewhat broadened by the aliasing.



た結果は絶対的なものではない。

### 5. 考察及び結論

CT 像の空間分解能の測定に際しては、現時点では次の困難が存在する。すなわち、(1) 画素間隔  $a$  が比較的大きいため、aliasing が発生する。

(2) CT 値に空間的不均一性があるため、広い領域の CT 値を利用する場合にはその影響があらわれる。さらに、被写体の形状と材質によってはアーチファクトが発生することもある。

本報で述べた方法では、狭い領域の CT 値のみを利用しているため、(2)の問題は存在しない。しかし、すでに述べたように、(1)の aliasing を常に考慮する必要がある。

計算結果に aliasing の影響が存在するかどうかは、本報の計算法を実行し、PSF の計算結果からみかけの FWHM を求め、画素間隔  $a$  と比較することにより判定できる。みかけの FWHM が  $a$  の2倍以上であれば、シミュレーションで検討したように、結果に aliasing はほとんど存在せず、みかけの FWHM はほぼ真の FWHM に等しい。4.2 (3)で述べたうち、ACTA0200、CT-H250、CT-5005はこの場合である。CT/T (X1)の結果もほぼ正しい。しかし、CT-1000と CT-1010の結果には相当に aliasing が含まれると考えられる。

みかけの FWHM が  $a$  の2倍よりも小さいときも、Fig. 6を利用して真の FWHM を推定できる。この場合も、(みかけの FWHM)/ $a$  が大きい程、aliasing は小さく推定値は信頼できる。すなわち、CT/T (X1)に対する推定値の方が、CT-1000及び CT-1010に対する推定値よりも信頼できる。CT-1000と CT-1010の結果は最も信頼性に乏しいのであるが、CT-1000に対する推定値 2.3mm は他の報告<sup>9)</sup>の値 2.0mm と著しく異なっていない。

本報では、PSF としてガウス型の関数を仮定してシミュレーションを行なった。CT 像の PSF が厳密にはどのような形になるか検討するのは今後の課題と考えられるが、実用上からは多くの場

合ガウス型で近似できよう。

aliasing の影響を無視できる唯一の方法は、Judy によって提案されたエッジ拡がり関数を測定する方法<sup>9)</sup>である。しかし、この方法では広い範囲の CT 値を必要とするため(2)の問題の検討が必要である。全ての困難を克服した測定法は確立していないのが現状であろう。

現在、CT スキャナには投影データからの再計算により拡大像を得るソフトウェアが装備される傾向にある。このソフトを利用すれば、画素間隔  $a$  を小さくでき、本報の方法を実行する上の困難は解消される。

なお、本報では分解能の尺度として、従来から多用されている MTF に加えて、PSF を求めた。MTF と PSF は同じ内容の異なる表現であるが、PSF は実空間の関数であるので、直観的な理解がより容易であろう。また、その FWHM は分解能を端的に示す一つのパラメータとして利用できよう。

本報の方法には若干の計算が必要であり、電子計算機の利用が不可欠である。本報を現場で容易に実行するには、CT スキャナの計算機にそのプログラムを組み込むことも一方法であろう。

稿を終るにあたり、実験に御協力いただいた東大の田坂皓教授、聖ロカ病院の野辺地篤郎部長、関東通信病院の蜂屋順一郎部長、虎ノ門病院の福田隆部長並びに各施設の技師の方々に深く感謝します。また、厚生省がん研究助成金映像班、文部省科研費尾上班及び竹中班的の援助を受けたことを付記し感謝します。この研究の要旨は、日本医学放射線学会第36回物理部会(1978年10月、浜松)及び第2回 CT 技術シンポジウム(1979年1月、東京)で発表した。

### 文 献

- 1) MacIntyre, W.J., Alfidi, R.J., Haaga, J., Chernak, E.C. and Meany, T.F.: Comparative modulation transfer function of the EMI and Delta Scanner. *Radiology*, 120: 189—191, 1976.
- 2) 真野勇, 金子昌生: Computed Tomography 装置の基礎的研究(第3報)—減弱係数分解能と空間解像力(CT-H について)—, *日本医放会誌*, 38: 479—485, 1978.
- 3) Judy, P.F.: The line spread function and

modulation transfer function of a computed tomographic scanner. Medical Physics, 3: 233—236, 1976

4) Bischof, C.J. and Ehrhardt, J.C.: Modulation transfer function of the EMI CT head scanner. Medical Physics, 4: 163—166, 1977

5) 遠藤真広, 竹中栄一, 飯沼武, 館野之男, 須田善雄: CT スキャナの相互比較 (第1報), 日本医放会誌, 38:33—41, 1978

6) Rutherford, R.A., Pullan, B.R. and Isherwood, I.: Calibration and response of an EMI scanner. Neuroradiology, 11: 7—13, 1976

東京大学工学部放射線工学科  
放射線工学研究室  
東京都文京区湯島  
1-1-1  
電話 381-2111

放射線工学科  
放射線工学研究室  
東京都文京区湯島  
1-1-1  
電話 381-2111

放射線工学科  
放射線工学研究室  
東京都文京区湯島  
1-1-1  
電話 381-2111