



Title	核特性予測値の不確かさの評価と低減のための拡張バイアス因子法に関する研究
Author(s)	久語, 輝彦
Citation	大阪大学, 2008, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1805
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

核特性予測値の不確かさの評価と低減のための
拡張バイアス因子法に関する研究

2007 年

久 語 輝 彦

要 旨

原子力発電の安全性・経済性の一層の向上、資源の有効利用、環境負荷の低減、核拡散抵抗性の向上等に資する革新的な原子炉の開発及び実用化には、多様な核特性を高精度で評価する技術が必要である。このため、核特性予測値の不確かさの低減を図る新たな不確かさ評価技術として、誤差が十分小さく信頼できる実験結果の活用を前提に、多数の臨界実験結果を効果的に活用することに着目して、バイアス因子法の適用性を高めた拡張バイアス因子法を創出した。複数の既存実験値を組み合わせる概念として、複数の実験値の線形和（a linear combination of experimental values）及び複数の累乗化した実験値の積（a product of exponentiated experimental values）により半仮想的に実験値を構成する概念を提案し、それぞれ LC 法及び PE 法と称する 2 つの新たな方法を創出した。新たに創出した両手法、従来バイアス因子法及び複数の実験値を活用するために提案された一般化バイアス因子法について理論的な比較を行い、不確かさ低減のためには、PE 法が最も効果的な方法であることを明らかにした。すなわち、PE 法の主な利点として、実験を反映させない設計計算値に含まれる元の不確かさよりも必ず不確かさを低減すること及び信頼できる全ての実験結果を組み合わせるにより不確かさは最も低減することを明らかにした。特に前者の利点は他の方法がもたない PE 法特有の利点であり従来バイアス因子法の問題点を解決する特性である。

FCA 高富化度 MOX 稠密格子炉心模擬実験（FCA-XXII-1 臨界実験）を活用して、拡張バイアス因子法を水冷却増殖炉心設計に適用し、実際の炉心設計と既存の臨界実験結果に基づき、拡張バイアス因子法の特性及び有効性を実証した。適用結果から、拡張バイアス因子法の特性として、LC 法及び PE 法ともに全ての信頼できる実験を組み合わせると核特性予測値の不確かさを最も低減すること、主に断面積誤差に起因する不確かさの低減により、核特性予測値の不確かさの低減の達成を図ること、PE 法は信頼できる実験をどのように組み合わせても、必ず不確かさを低減するのに対し、LC 法は必ずしも不確かさを低減しないこと、及び PE 法は、不確かさ低減に関して LC 法より優れていることを確認した。FCA-XXII-1 臨界実験を活用した拡張バイアス因子法の有効性については、拡張バイアス因子法を適用すれば、本研究で対象とした全ての核特性、すなわち実効増倍率、 ^{238}U 捕獲対 ^{239}Pu 核分裂反応率比（C28/F49）及び冷却材ボイド反応度に対して、実効増倍率の実験値が他の実験値、すなわち C28/F49 及びボイド反応度の実験値より有効であることを明らかにした。また、その理由として、設計計算値に含まれる断面積誤差に起因する誤差及び手法誤差に比べ、後者 2 つの実験値に含まれる実験誤差や実験解析値に含まれる手法誤差が同程度あるいは大きいため、実機炉心核特性に対する断面積についての強い相関に基づき断面積誤差に起因する不確かさを大幅に低減可能な後者 2 つの実験が有している特性を完全に活かすことができないためであることを明らかにした。

以上により、核設計の信頼性を向上させるための新たな不確かさ評価技術として、拡張バイアス因子法を創出し、その有用性を示した。

目 次

第1章 序 論	1
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 論文の構成	2
第2章 拡張バイアス因子法の理論に関する研究	3
2.1 従来バイアス因子法の概説	3
2.2 一般化バイアス因子法の概説	5
2.3 複数の実験値の線形和に基づく拡張バイアス因子法の導出	8
2.4 累乗化した実験値に基づく拡張バイアス因子法の導出	24
2.5 複数の累乗化した実験値の積に基づく拡張バイアス因子法の導出	27
2.6 理論的考察	30
2.7 結論	35
第3章 拡張バイアス因子法の実証に関する研究	37
ーFCA 高富化度 MOX 稠密格子炉心模擬実験を活用した 拡張バイアス因子法の水冷却増殖炉心設計への適用ー	
3.1 不確かさ評価の概要	37
3.2 水冷却増殖炉心の概要	38
3.3 FCA 高富化度 MOX 稠密格子炉心模擬実験の概要	40
3.4 実験値及び実験解析値	44
3.5 実験誤差に関する共分散データの評価	45
3.6 断面積誤差に関する共分散データの評価	50
3.7 実験解析における解析モデル化誤差	52
3.7.1 幾何学的な解析範囲の限定に伴う解析モデル化誤差	52
3.7.2 プレート重量及び組成比のばらつきに 起因する解析モデル化誤差	54
3.8 手法誤差に関する共分散データの評価	77

3. 8. 1 実験解析	77
3. 8. 2 設計計算	82
3. 9 誤差評価のまとめ	83
3. 10 適用結果及びその考察	84
3. 10. 1 単一の実験値を用いた結果	84
3. 10. 2 複数の実験値を用いた結果	94
3. 11 結論	112
第4章 結 論	114
謝 辞	118
参考文献	119

第1章 序 論

1. 1 研究の背景と目的

原子力発電の安全性・経済性の一層の向上、資源の有効利用、環境負荷の低減、核拡散抵抗性の向上等に資するとの観点から、革新的な原子炉の開発が求められている。こうした要求に応える革新的な原子炉の開発及び実用化には、多様な核特性を高精度で評価する技術が必要である。これまで、個々の炉心概念及び炉心設計毎にモックアップ的な炉物理実験が実施され、実験的に核特性が評価されてきた。また、共通的な炉心核特性予測精度の評価及びその向上のためのベンチマーク的な実験も多数行われ、個々の課題の検討に活用されてきた。しかしながら、種々の概念に基づいて提案される革新的な原子炉の完全モックアップ実験は、原子力研究開発費の削減、既存実験施設の制約、研究者・技術者の減少等から、今後はその実施が困難な状況にある。このような状況から、これまでに蓄積されている多数の炉物理実験データ及び既存の臨界実験装置を有効に活用することが求められている。また、このような状況を踏まえ、多様な核特性を高精度で評価する技術として、計算科学を応用した高精度なシミュレーション技術の開発の重要性とともに、核特性予測値に含まれる不確かさの評価技術の開発の重要性が指摘されている。これらは、炉心設計に裕度を与えるとともに、設計の自由度を増大させ、炉心の高性能化に寄与するという観点から、革新的な原子炉の開発及び実用化にとって重要な技術開発である。

誤差が十分小さく信頼できる実験結果の活用を前提に、臨界実験結果を反映させて核特性の設計計算値に含まれる不確かさを低減する不確かさ評価技術として、バイアス因子法^{1), 2)}と炉定数調整法³⁾がある。従来バイアス因子法¹⁾は、モックアップ実験結果を用いれば、不確かさを大幅に低減させる非常に有力な手段である。これは、モックアップ炉心が核特性について革新的な原子炉の実機炉心と強い相関関係があるため、モックアップ実験結果を活用して従来バイアス因子法を適用すれば、その相関関係を利用して実機炉心の核特性の設計計算値に含まれる解析誤差を大幅に相殺することができるためである。しかしながら、モックアップ実験を前提とした従来バイアス因子法は、一つの実験結果しか反映できないため、モックアップ炉心以外での実験結果を用いた場合には、不確かさの大幅な低減が期待できない。また、モックアッ

プ実験結果に含まれる実験誤差が不確かさとして加味されるため、誤差の大きい実験結果を用いた場合、核特性予測値の不確かさがかえって増大する。複数の実験値を活用するために提案された一般化バイアス因子法は²⁾、単一の実験結果のみを活用する場合、従来バイアス因子法に帰着する。このため、少数の実験結果を活用する場合に、従来バイアス因子法の問題点の影響を受けることが予想される。炉定数調整法はモックアップ実験結果を用いれば不確かさを大幅に低減させることが可能である。しかしながら、モックアップ実験データの活用が困難な状況においては、多くの実験データを活用して、不確かさ評価の信頼性を高めることが求められる。

本研究では、バイアス因子法に焦点をあて、従来バイアス因子法の抱える問題点を解決し、さらなる不確かさ低減を図るために、誤差が十分小さく信頼できる実験結果の活用を前提に、多数の実験結果を効果的に活用することに着眼点を置き、バイアス因子法の適用性を高めた新たな不確かさ評価技術を研究の対象とする。まず、バイアス因子法の理論研究により、バイアス因子法の適用性を高めた新たな方法（以下、拡張バイアス因子法と称する）を理論的に創出する。その特性や利点を理論的な考察により明らかにし、不確かさ低減のための有力な方法としての理論的基盤を構築する。さらに、既存の臨界実験結果を活用して革新的な原子炉の実際の炉心設計へ適用し、多様な核特性に対する拡張バイアス因子法の有効性について実証する。適用結果に基づき、拡張バイアス因子法の特性や利点について確認する。また、緻密な誤差評価を実施しこれに基づき、異なる誤差を内包した異なる核特性を含む既存の実験結果を活用することにより、実験誤差や解析誤差の大きさ及び実機炉心核特性との相関の強さに応じて実験が有している不確かさ低減の可能性の大きさについて検討し、種々の実験結果の不確かさ低減に対する重要性を明らかにする。

1. 2 論文の構成

第2章では、理論に関する研究として、多数の実験結果を効果的に活用する拡張バイアス因子法を導出し、その特性や利点について理論的に考察する。第3章では、実証に関する研究として、多数の臨界実験結果を活用して拡張バイアス因子法を実際の炉心設計へ適用する。適用結果に基づき、拡張バイアス因子法の特性や利点を確認するとともに、その有用性を示す。第4章では、本研究で得られた成果を総括する。

第2章 拡張バイアス因子法の理論に関する研究

2. 1 従来バイアス因子法の概説

後に展開する拡張バイアス因子法の理論の導出の理解を助けるため、参照とする基本概念として従来バイアス因子法¹⁾の基礎式を以下に簡単に概説する。

従来バイアス因子法では、モックアップ炉心における実験値 E_M と実験解析値 C_M の比をバイアス因子 f_M として定義する。

$$f_M = \frac{E_M}{C_M} . \quad (2.1.1)$$

次式に示すように、実機炉心の核特性 R に対する設計計算値 R_C に、上記のモックアップ炉心のバイアス因子を乗じて、実機炉心の設計予測値 R_R として補正を施し、設計計算値の改善が図られる。

$$R_R = R_C \cdot f_M = R_C \frac{E_M}{C_M} . \quad (2.1.2)$$

設計計算値には、断面積誤差に起因する誤差と手法誤差が含まれ、実験値には実験誤差が含まれているものと仮定すると、設計予測値は以下のように表すことができる。

$$R_R = R_t (1 + S_R \Delta \sigma + \Delta M_R) \frac{R_M (1 + \Delta E_M)}{R_M (1 + S_M \Delta \sigma + \Delta M_M)} . \quad (2.1.3)$$

ここで、 S 及び ΔM はそれぞれ核特性に対する断面積の感度係数及び手法誤差を意味し、添字の R 及び M はそれぞれ実機炉心及びモックアップ炉心を意味する。断面積の感度係数は、式 (2.1.4) に示されるように断面積の相対変化に対する核特性の相対変化により定義される。式 (2.1.5) に示されるように $\Delta \sigma$ は断面積の相対誤差を表している。モックアップ炉心での実験値の実験誤差は ΔE_M により表される。 R_t

及び R_M は、それぞれ、実機炉心及びモックアップ炉心における核特性の真値である。

$$S = \frac{dR/R}{d\sigma/\sigma} , \quad (2.1.4)$$

$$\Delta\sigma = d\sigma/\sigma . \quad (2.1.5)$$

これらの誤差の絶対値が 1 に比べて小さいものと仮定すると、式 (2.1.3) は以下のように変形できる。

$$R_R = R_t \{ 1 + (S_R - S_M) \Delta\sigma + (\Delta M_R - \Delta M_M) + \Delta E_M \} . \quad (2.1.6)$$

断面積誤差に起因する誤差、手法誤差及び実験誤差の間で相関がないものと仮定すると、バイアス補正後に得られる設計予測値の分散は、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} V \left(\frac{R_R}{R_t} \right) &= (S_R - S_M) V_\sigma (S_R - S_M)^t \\ &\quad + V(\Delta M_R - \Delta M_M) + V(\Delta E_M) . \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

ここで、 V_σ は核断面積の共分散行列である。一方、バイアス補正前の実機炉心の設計計算値のもつ分散は以下で与えられる。

$$V \left(\frac{R_C}{R_t} \right) = S_R V_\sigma S_R^t + V(\Delta M_R) . \quad (2.1.8)$$

理想的なモックアップ炉心、すなわち完全モックアップ炉心による実験結果は実機炉心での結果に相当し、実機炉心に対する設計計算値は実機炉心での結果で補正されることになる。式 (2.1.7) と式 (2.1.8) を比較すると、式 (2.1.7) は、モックアップ炉心で得られたバイアス因子を設計計算値に乘じることで、断面積誤差に起因する誤差

及び手法誤差による解析誤差を相殺することができるため、設計計算値に含まれる不確かさを大幅に低減できることを意味している。ただし、モックアップ炉心の実験値に含まれる実験誤差が新たな不確かさとして加えられることが式 (2.1.7) よりわかる。以上より、従来バイアス因子法では、実験誤差の小さいモックアップ実験の結果を用いることが肝要である。

2. 2 一般化バイアス因子法の概説

一般化バイアス因子法（GB 法：a generalized bias factor method）は²⁾、従来バイアス因子法が 1 つの実験結果しか反映できないという問題点を補うために提案された複数の実験結果の有効活用を図る方法である。拡張バイアス因子法と比較する概念として、一般化バイアス因子法の基礎式を以下に簡単に概説する。

GB 法では、一般化バイアス因子を個々の実験値に対するバイアス因子の算術平均として得る。各実験値に対するバイアス因子 f_i は、以下のとおりである。

$$f_i = \frac{E_i}{C_i} \quad , \quad (2.2.1)$$

ここで、添字 i は i - 番目の実験を意味する。一般化バイアス因子 f_{GB} は、個々の実験のバイアス因子に重み D_i を乗じて、次式に示すように線形結合により計算される。

$$f_{GB} = \sum_{i=1}^N D_i f_i \quad . \quad (2.2.2)$$

実機炉心の設計計算値は、上記の一般化バイアス因子を乗じることにより、実機炉心の設計予測値として補正される。

$$\begin{aligned}
R_R &= R_C \cdot f_{GB} = R_C \cdot \sum_{i=1}^N D_i \frac{E_i}{C_i} \\
&= R_t (1 + S_R \Delta \sigma + \Delta M_R) \cdot \sum_{i=1}^N D_i \frac{R_i (1 + \Delta E_i)}{R_i (1 + S_i \Delta \sigma + \Delta M_i)} ,
\end{aligned} \tag{2.2.3}$$

ここで、 R_i は i - 番目の実験値の真値である。断面積誤差に起因する誤差、手法誤差及び実験誤差の絶対値が 1 に比べ小さいと仮定し、かつ、各実験に与える重みを各実験に対する相対的な重要度と考慮し、次式で示すように重みの総和を 1 とする制約条件を導入すると、

$$\sum_{i=1}^N D_i = 1 , \tag{2.2.4}$$

式 (2.2.3) は次式に変形できる。

$$R_R = R_t \left\{ 1 + \left(S_R - \sum_{i=1}^N D_i S_i \right) \Delta \sigma + \Delta M_R - \sum_{i=1}^N D_i \Delta M_i + \sum_{i=1}^N D_i \Delta E_i \right\} . \tag{2.2.5}$$

よって、GB 法による設計予測値の分散は、以下で与えられる。

$$\begin{aligned}
V \left(\frac{R_R}{R_t} \right) &= \left(S_R - \sum_{i=1}^N D_i S_i \right) V_\sigma \left(S_R - \sum_{i=1}^N D_i S_i \right)^t \\
&\quad + V \left(\Delta M_R - \sum_{i=1}^N D_i \Delta M_i \right) + V \left(\sum_{i=1}^N D_i \Delta E_i \right) .
\end{aligned} \tag{2.2.6}$$

個々の実験値に対するバイアス因子に乗じる重みは、上式の分散を最小化するように決定される。このため、式 (2.2.6) において、重みについての 1 次の微係数をゼロに設定する。重みについての 2 次の微係数は、次式のように正となることが分かっており、このため、決定された重みは分散を最小とすることがわかる。

$$\frac{\partial^2 V\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{\partial D_i^2} = 2 S_i V_\sigma S_i^t + 2V(\Delta M_i) + 2V(\Delta E_i) > 0 . \quad (2.2.7)$$

結果として、1 番目の実験を除いた重みは以下の式により決定され、

$$\begin{aligned} \sum_{j=2}^N D_j \{ \Delta S_{i1} V_\sigma \Delta S_{j1} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{j1}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, \Delta E_{j1}) \} \\ - \{ \Delta S_{i1} V_\sigma \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, -\Delta E_{R1}) \} = 0 , \quad (i = 2, 3, \dots, N) \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

得られた重みを式 (2.2.4) の制約条件に代入すると、1 番目の実験に対する重みが決定される。なお、式 (2.2.8) では、式を簡単化するために以下の表式を用いている。

$$\begin{aligned} \Delta S_{i1} V_\sigma \Delta S_{j1} \\ = (S_i - S_1) V_\sigma (S_j - S_1)^t \\ = S_i V_\sigma S_j^t - S_i V_\sigma S_1^t - S_1 V_\sigma S_j^t + S_1 V_\sigma S_1^t , \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(\Delta M_{ij}, \Delta M_{iR}) \\ = \text{cov}(\Delta M_i - \Delta M_j, \Delta M_i - \Delta M_R) \\ = V(\Delta M_i) - \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_i) - \text{cov}(\Delta M_i, \Delta M_j) + \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_j) , \end{aligned} \quad (2.2.10)$$

及び

$$\begin{aligned} \text{cov}(\Delta E_{ij}, \Delta E_i) \\ = \text{cov}(\Delta E_i - \Delta E_j, \Delta E_i) \\ = V(\Delta E_i) - \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_j) , \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

ここで、例えば、 $\text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_j)$ は i - 番目及び j - 番目の実験値の間の共分散を意味する。なお、GB 法では、式 (2.2.4) の制約条件の導入にあいまいさを残しており、その合理的な根拠が求められる。

2. 3 複数の実験値の線形和に基づく拡張バイアス因子法の導出

複数の実験値の線形和（a linear combination of experimental values）の概念に基づく方法（LC 法）は⁴⁾、本研究で導出した2種類の拡張バイアス因子法の一つであり、複数の実験値の有効活用を図る手法として提案するものである。本節では、その理論の導出について説明する。なお、本節では、ベンチマーク実験の活用を前提としているが、モックアップ実験の実施が困難な状況を想定したものであり、モックアップ実験を排除するものではない。モックアップ実験の活用を前提とした従来バイアス因子法との対比を強調することを単に意図するものである。

LC 法では、次式に示すように、実存する複数のベンチマーク実験の実験値 E_i を基に、その線形結合により半仮想的な実験値 E_{LC} を構築する。

$$E_{LC} = \sum_{i=1}^N w_i E_i \quad (2.3.1)$$

また、各ベンチマーク実験の実験値に与える重み w_i と同一の重みを各ベンチマーク実験の実験解析値 C_i に乗じて、それらの線形結合により半仮想的な実験値に対する半仮想的な実験解析値 C_{LC} を構成する。

$$C_{LC} = \sum_{i=1}^N w_i C_i \quad (2.3.2)$$

LC 法によるバイアス因子 f_{LC} は、半仮想的な実験解析値に対する半仮想的な実験値の比により定義する。

$$f_{LC} = \frac{E_{LC}}{C_{LC}} \quad (2.3.3)$$

実機炉心の設計計算値は、上述のバイアス因子を乗じることにより、実機炉心の設計予測値として補正される。

$$\begin{aligned}
R_R &= R_C \cdot f_{LC} = R_C \cdot \frac{\sum_{i=1}^N w_i E_i}{\sum_{i=1}^N w_i C_i} \\
&= R_t (1 + S_R \Delta \sigma + \Delta M_R) \cdot \frac{\sum_{i=1}^N w_i R_i (1 + \Delta E_i)}{\sum_{i=1}^N w_i R_i (1 + S_i \Delta \sigma + \Delta M_i)} .
\end{aligned} \tag{2.3.4}$$

断面積誤差に起因する誤差、手法誤差及び実験誤差の絶対値が 1 に比べ小さいと仮定すると、式 (2.3.4) は次式に変形できる。

$$R_R = R_t \left\{ 1 + \left(S_R - \frac{\sum_{i=1}^N \frac{w_i R_i}{\sum_{i=1}^N w_i R_i} S_i \right) \Delta \sigma + \Delta M_R - \frac{\sum_{i=1}^N \frac{w_i R_i}{\sum_{i=1}^N w_i R_i} \Delta M_i + \sum_{i=1}^N \frac{w_i R_i}{\sum_{i=1}^N w_i R_i} \Delta E_i \right\} . \tag{2.3.5}$$

式 (2.1.6) 及び式 (2.2.5) に示されるように、従来バイアス因子法及び GB 法においては、未知である実験値の真値は消去されるが、LC 法においては式 (2.3.5) に示されるように、消去されずに式に残る。ここで、未知の実験値の真値の代わりに、既知の実験値または実験解析値を使って定式化を行う。実験値または実験解析値についての以下の関係、

$$E_i = R_i (1 + \Delta E_i) , \tag{2.3.6}$$

または、

$$C_i = R_i (1 + S_i \Delta \sigma + \Delta M_i) , \tag{2.3.7}$$

を用いると、式 (2.3.5) は以下のように表すことができる。

$$R_R = R_t \left\{ 1 + \left(S_R - \sum_{i=1}^N \frac{w_i E_i}{\sum_{i=1}^N w_i E_i} S_i \right) \Delta \sigma + \Delta M_R - \sum_{i=1}^N \frac{w_i E_i}{\sum_{i=1}^N w_i E_i} \Delta M_i + \sum_{i=1}^N \frac{w_i E_i}{\sum_{i=1}^N w_i E_i} \Delta E_i \right\}, \quad (2.3.8)$$

または、

$$R_R = R_t \left\{ 1 + \left(S_R - \sum_{i=1}^N \frac{w_i C_i}{\sum_{i=1}^N w_i C_i} S_i \right) \Delta \sigma + \Delta M_R - \sum_{i=1}^N \frac{w_i C_i}{\sum_{i=1}^N w_i C_i} \Delta M_i + \sum_{i=1}^N \frac{w_i C_i}{\sum_{i=1}^N w_i C_i} \Delta E_i \right\}. \quad (2.3.9)$$

式 (2.3.8) 及び式 (2.3.9) は、式 (2.3.5) と同一の形式をとる。よって、実験値を用いる場合について理論構築を進め、実験解析値を用いる場合については後述する。実験値を活用する場合、LC 法による設計予測値の分散は次式により表すことができる。

$$\begin{aligned} V\left(\frac{R_R}{R_t}\right) &= \left(S_R - \sum_{i=1}^N \frac{w_i E_i}{\sum_{i=1}^N w_i E_i} S_i \right) V_\sigma \left(S_R - \sum_{i=1}^N \frac{w_i E_i}{\sum_{i=1}^N w_i E_i} S_i \right)^t \\ &\quad + V\left(\Delta M_R - \sum_{i=1}^N \frac{w_i E_i}{\sum_{i=1}^N w_i E_i} \Delta M_i \right) + V\left(\sum_{i=1}^N \frac{w_i E_i}{\sum_{i=1}^N w_i E_i} \Delta E_i \right). \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

各実験値に対する重み w_i を上式の分散を最小化するように決定する。後述するように、LC 法は GB 法と等価であるため 2 次の微係数は正であり、決定される重みは分散を最小化する。以下では、半仮想的な実験値を \tilde{E} に書き換えて定式化を行う。

$$\tilde{E} = E_{LC} = \sum_{i=1}^N w_i E_i, \quad (2.3.11)$$

式 (2.3.10) に示された分散は、以下のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned}
V\left(\frac{R_R}{R_t}\right) &= \left(S_R - \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{i=1} w_i E_i S_i\right) V_\sigma \left(S_R - \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{i=1} w_i E_i S_i\right)^t \\
&\quad + V\left(\Delta M_R - \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{i=1} w_i E_i \Delta M_i\right) + V\left(\frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{i=1} w_i E_i \Delta E_i\right) .
\end{aligned} \tag{2.3.12}$$

重み w_i に関する 1 次の微係数を求めるため、式 (2.3.12) を重み w_i とそれ以外の重みの区別が陽に表れるように変形する。

$$\begin{aligned}
V\left(\frac{R_R}{R_t}\right) &= \left(S_R - \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{i=1}^N w_i E_i S_i\right) V_\sigma \left(S_R - \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{i=1}^N w_i E_i S_i\right)^t \\
&\quad + V\left(\Delta M_R - \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{i=1}^N w_i E_i \Delta M_i\right) + V\left(\frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{i=1}^N w_i E_i \Delta E_i\right) \\
&= \left(S_R - \frac{w_i E_i}{\widetilde{E}} S_i - \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{j \neq i} w_j E_j S_j\right) V_\sigma \left(S_R - \frac{w_i E_i}{\widetilde{E}} S_i - \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{j \neq i} w_j E_j S_j\right)^t \\
&\quad + V\left(\Delta M_R - \frac{w_i E_i}{\widetilde{E}} \Delta M_i - \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{j \neq i} w_j E_j \Delta M_j\right) + V\left(\frac{w_i E_i}{\widetilde{E}} \Delta E_i + \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{j \neq i} w_j E_j \Delta E_j\right) \\
&= S_R V_\sigma S_R^t + \left(\frac{w_i E_i}{\widetilde{E}}\right)^2 S_i V_\sigma S_i^t + \frac{1}{\widetilde{E}^2} \sum_{j \neq i} \sum_{k \neq i} w_j E_j w_k E_k S_j V_\sigma S_k^t \\
&\quad - 2 \left(\frac{w_i E_i}{\widetilde{E}}\right) S_R V_\sigma S_i^t + 2 \left(\frac{w_i E_i}{\widetilde{E}^2}\right) \sum_{j \neq i} w_j E_j S_i V_\sigma S_j^t \\
&\quad - 2 \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{j \neq i} w_j E_j S_R V_\sigma S_j^t \\
&\quad + V(\Delta M_R) + \left(\frac{w_i E_i}{\widetilde{E}}\right)^2 V(\Delta M_i) + \frac{1}{\widetilde{E}^2} \sum_{j \neq i} \sum_{k \neq i} w_j E_j w_k E_k \text{cov}(\Delta M_j, \Delta M_k) \\
&\quad - 2 \left(\frac{w_i E_i}{\widetilde{E}}\right) \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_i) + 2 \left(\frac{w_i E_i}{\widetilde{E}^2}\right) \sum_{j \neq i} w_j E_j \text{cov}(\Delta M_i, \Delta M_j) \\
&\quad - 2 \frac{1}{\widetilde{E}} \sum_{j \neq i} w_j E_j \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_j) \\
&\quad + \left(\frac{w_i E_i}{\widetilde{E}}\right)^2 V(\Delta E_i) + \frac{1}{\widetilde{E}^2} \sum_{j \neq i} \sum_{k \neq i} w_j E_j w_k E_k \text{cov}(\Delta E_j, \Delta E_k) \\
&\quad + 2 \left(\frac{w_i E_i}{\widetilde{E}^2}\right) \sum_{j \neq i} w_j E_j \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_j) .
\end{aligned} \tag{2.3.13}$$

ここで、分散の最小化を図るため、式 (2.3.13) を重み w_i について微分するが、まず、右辺各項に対して共通に用いられる微分について整理すると、

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d w_i} \left(\frac{w_i E_i}{\tilde{E}} \right) &= \frac{1}{\tilde{E}^2} \left(\frac{d}{d w_i} (w_i E_i) \tilde{E} - w_i E_i \frac{d}{d w_i} (\tilde{E}) \right) \\
&= \frac{1}{\tilde{E}^2} (E_i \tilde{E} - w_i E_i E_i) = \frac{E_i}{\tilde{E}^2} \sum_{j \neq i} w_j E_j \\
&= E_i \frac{\tilde{E}}{\tilde{E}^3} \sum_{j \neq i} w_j E_j = \frac{E_i}{\tilde{E}^3} \left(\sum_{j \neq i} w_j E_j + w_i E_i \right) \sum_{j \neq i} w_j E_j,
\end{aligned} \tag{2.3.14}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d w_i} \left(\frac{1}{\tilde{E}} \right) &= \frac{-1}{\tilde{E}^2} \\
&= \frac{-1}{\tilde{E}^3} \left(\sum_{j \neq i} w_j E_j + w_i E_i \right),
\end{aligned} \tag{2.3.15}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d w_i} \left(\frac{w_i R_i}{\tilde{E}} \right)^2 &= \frac{1}{\tilde{E}^4} \left\{ \frac{d}{d w_i} (w_i E_i)^2 \cdot \tilde{E}^2 - (w_i E_i)^2 \cdot \frac{d}{d w_i} (\tilde{E}^2) \right\} \\
&= \frac{1}{\tilde{E}^4} \left\{ 2 w_i E_i^2 \cdot \tilde{E}^2 - (w_i E_i)^2 \cdot 2 \tilde{E} E_i \right\} \\
&= E_i \frac{2 w_i E_i}{\tilde{E}^3} \{ \tilde{E} - w_i E_i \} \\
&= E_i \frac{2 w_i E_i}{\tilde{E}^3} \sum_{j \neq i} w_j E_j,
\end{aligned} \tag{2.3.16}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d w_i} \left(\frac{1}{\tilde{E}^2} \right) &= \frac{1}{\tilde{E}^4} (-2 \tilde{E} E_i) \\
&= \frac{1}{\tilde{E}^3} (-2 E_i),
\end{aligned} \tag{2.3.17}$$

及び

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d w_i} \left(\frac{w_i E_i}{\tilde{E}^2} \right) &= \frac{1}{\tilde{E}^4} \left\{ \frac{d}{d w_i} (w_i E_i) \cdot \tilde{E}^2 - (w_i E_i) \cdot \frac{d}{d w_i} (\tilde{E}^2) \right\} \\
&= \frac{1}{\tilde{E}^4} \{ E_i \tilde{E}^2 - (w_i E_i) \cdot 2 \tilde{E} E_i \} \\
&= \frac{E_i}{\tilde{E}^3} (\tilde{E} - 2 w_i E_i) \\
&= \frac{E_i}{\tilde{E}^3} \left(\sum_{j \neq i}^N w_j E_j - w_i E_i \right) ,
\end{aligned} \tag{2.3.18}$$

とまとめられる。式 (2.3.13) について、重みに関して微分したものに対して、これらを代入すると以下のとおり変形できる。

$$\begin{aligned}
\frac{dV \left(\frac{R_R}{R_t} \right)}{d w_i} &= \frac{2 E_i}{\tilde{E}^3} \left[w_i E_i \sum_{k \neq i}^N w_k E_k S_i V_\sigma S_i^t - \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \sum_{k \neq i}^N w_k E_k S_j V_\sigma S_k^t \right. \\
&\quad - \left(\sum_{k \neq i}^N w_k E_k + w_i E_i \right) \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_R V_\sigma S_i^t \\
&\quad + \left(\sum_{k \neq i}^N w_k E_k - w_i E_i \right) \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_i V_\sigma S_j^t \\
&\quad + \left(\sum_{k \neq i}^N w_k E_k + w_i E_i \right) \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_R V_\sigma S_j^t \\
&\quad + w_i E_i \sum_{k \neq i}^N w_k E_k V(\Delta M_i) - \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta M_j, \Delta M_k) \\
&\quad - \left(\sum_{k \neq i}^N w_k E_k + w_i E_i \right) \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_i) \\
&\quad + \left(\sum_{k \neq i}^N w_k E_k - w_i E_i \right) \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_i, \Delta M_j) \\
&\quad + \left(\sum_{k \neq i}^N w_k E_k + w_i E_i \right) \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_j) \\
&\quad + w_i E_i \sum_{k \neq i}^N w_k E_k V(\Delta E_i) - \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta E_j, \Delta E_k) \\
&\quad \left. + \left(\sum_{k \neq i}^N w_k E_k - w_i E_i \right) \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_j) \right] .
\end{aligned} \tag{2.3.19}$$

式 (2.3.19) において右辺小括弧を分解して、さらに次のように展開する。

$$\begin{aligned}
\frac{dV\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{d w_i} &= \frac{2R_i}{\tilde{E}^3} \left[w_i E_i \sum_{k \neq i}^N w_k E_k S_i V_\sigma S_i^t - w_i E_i \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_R V_\sigma S_i^t \right. \\
&\quad - w_i E_i \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_i V_\sigma S_j^t + w_i E_i \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_R V_\sigma S_j^t \\
&\quad - \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \sum_{k \neq i}^N w_k E_k S_j V_\sigma S_k^t - \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_R V_\sigma S_i^t \\
&\quad + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_i V_\sigma S_j^t + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_R V_\sigma S_j^t \\
&\quad + w_i E_i \sum_{k \neq i}^N w_k E_k V(\Delta M_i) - w_i E_i \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_i) \\
&\quad - w_i E_i \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_i, \Delta M_j) + w_i E_i \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_j) \\
&\quad - \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta M_j, \Delta M_k) - \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_i) \\
&\quad + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_i, \Delta M_j) + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_j) \\
&\quad + w_i E_i \sum_{k \neq i}^N w_k E_k V(\Delta E_i) - w_i E_i \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_j) \\
&\quad \left. - \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta E_j, \Delta E_k) + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_j) \right] .
\end{aligned} \tag{2.3.20}$$

ここで、断面積誤差に起因する共分散に関して次式の関係が成立する。

$$\begin{aligned}
\sum_{k \neq i}^N w_k E_k \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_i V_\sigma S_j^t &= \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \left(\sum_{k \neq i}^N w_k E_k \right) S_i V_\sigma S_j^t \\
&= \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \left(\sum_{j \neq i}^N w_j E_j \right) S_i V_\sigma S_k^t \\
&= \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \sum_{j \neq i}^N w_j E_j S_i V_\sigma S_k^t .
\end{aligned} \tag{2.3.21}$$

また、手法誤差及び実験誤差についての共分散に関して同様の関係式が成立する。以上の共分散についての関係式を用い、式 (2.3.20) の右辺を重み w_i とそれ以外の重みに分けて整理すると、次式のように変形できる。

$$\begin{aligned}
\frac{dV\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{d w_i} &= \frac{2R_i}{\widetilde{E}^3} \left[w_i E_i \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \left(S_i V_\sigma S_i^t - S_R V_\sigma S_i^t - S_i V_\sigma S_j^t + S_R V_\sigma S_j^t \right) \right\} \right. \\
&\quad + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \left(-S_k V_\sigma S_j^t - S_R V_\sigma S_i^t + S_i V_\sigma S_k^t + S_R V_\sigma S_j^t \right) \right\} \\
&\quad + w_i E_i \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \left(V(\Delta M_i) - \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_i) \right. \right. \\
&\quad \quad \left. \left. - \text{cov}(\Delta M_i, \Delta M_j) + \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_j) \right) \right\} \\
&\quad + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \left(-\text{cov}(\Delta M_k, \Delta M_j) - \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_i) \right. \right. \\
&\quad \quad \left. \left. + \text{cov}(\Delta M_i, \Delta M_k) + \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_j) \right) \right\} \\
&\quad + w_i E_i \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \left(V(\Delta E_i) - \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_j) \right) \right\} \\
&\quad \left. + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \left(-\text{cov}(\Delta E_k, \Delta E_j) + \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_k) \right) \right\} \right] .
\end{aligned} \tag{2.3.22}$$

ここで、式 (2.2.9) から式 (2.2.11) の表記を用いると、式 (2.3.22) は次のように変形できる。

$$\begin{aligned}
\frac{dV\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{d w_i} &= \frac{2E_i}{\widetilde{E}^3} \left[w_i E_i \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \Delta S_{ij} V_\sigma \Delta S_{iR} \right\} + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \Delta S_{ij} V_\sigma \Delta S_{kR} \right\} \right. \\
&\quad + w_i E_i \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_{ij}, \Delta M_{iR}) \right\} + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_{ij}, \Delta M_{kR}) \right\} \\
&\quad \left. + w_i E_i \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta E_{ij}, \Delta E_i) \right\} + \sum_{k \neq i}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta E_{ij}, \Delta E_k) \right\} \right]
\end{aligned} \tag{2.3.23}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dV\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{d w_i} = & \frac{2E_i}{\widetilde{E}^3} \left[\sum_{k=1}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \Delta S_{ij} V_\sigma \Delta S_{kR} \right\} \right. \\
& + \sum_{k=1}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_{ij}, \Delta M_{kR}) \right\} \\
& \left. + \sum_{k=1}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j \neq i}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta E_{ij}, \Delta E_k) \right\} \right] .
\end{aligned} \tag{2.3.23}$$

の続き

ここで、上式右辺の各中括弧内での各項について、 $j=i$ とすれば、

$$\Delta S_{ii} V_\sigma \Delta S_{kR} = (S_i - S_i) V_\sigma (S_i - S_R)^t = 0 , \tag{2.3.24}$$

$$\begin{aligned}
& \text{cov}(\Delta M_{ii}, \Delta M_{kR}) \\
& = \text{cov}(\Delta M_i - \Delta M_i, \Delta M_k - \Delta M_R) \\
& = V(\Delta M_i) - \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_k) - V(\Delta M_i) + \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_k) = 0 ,
\end{aligned} \tag{2.3.25}$$

及び

$$\begin{aligned}
& \text{cov}(\Delta E_{ii}, \Delta E_k) \\
& = \text{cov}(\Delta E_i - \Delta E_i, \Delta E_k) \\
& = \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_k) - \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_k) = 0 ,
\end{aligned} \tag{2.3.26}$$

となるため、各項は $j=i$ のとき明らかにゼロとなる。

式 (2.3.24) から式 (2.3.26) までの関係を考慮すると、式 (2.3.23) の右辺の中括弧内の j に関する演算に $j=i$ を含めても同値であり、式 (2.3.23) は次式で書き換えることができる。

$$\begin{aligned} \frac{dV\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{d w_i} = & \frac{2E_i}{\tilde{E}^3} \left[\sum_{k=1}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j=1}^N w_j E_j \Delta S_{ij} V_\sigma \Delta S_{kR} \right\} \right. \\ & + \sum_{k=1}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j=1}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta M_{ij}, \Delta M_{kR}) \right\} \\ & \left. + \sum_{k=1}^N w_k E_k \left\{ \sum_{j=1}^N w_j E_j \text{cov}(\Delta E_{ij}, \Delta E_k) \right\} \right] . \end{aligned} \quad (2.3.27)$$

ここで、 j と k を入れ替えて以下のように表すこともできる。

$$\begin{aligned} \frac{dV\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{d w_i} = & \frac{2E_i}{\tilde{E}^3} \left[\sum_{j=1}^N w_j E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \Delta S_{ik} V_\sigma \Delta S_{jR} \right\} \right. \\ & + \sum_{j=1}^N w_j E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{jR}) \right\} \\ & \left. + \sum_{j=1}^N w_j E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_j) \right\} \right] . \end{aligned} \quad (2.3.28)$$

さて、 $N=2$ の場合について、具体的に式 (2.3.28) を展開する。まず、 $i=1$ の場合については、次のとおりである。

$$\begin{aligned}
\frac{dV\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{d w_1} &= \frac{2E_1}{\tilde{E}^3} \left[w_1 E_1 \left\{ w_1 E_1 \Delta S_{11} V_\sigma \Delta S_{1R} + w_2 E_2 \Delta S_{12} V_\sigma \Delta S_{1R} \right\} \right. \\
&\quad + w_2 E_2 \left\{ w_1 E_1 \Delta S_{11} V_\sigma \Delta S_{2R} + w_2 E_2 \Delta S_{12} V_\sigma \Delta S_{2R} \right\} \\
&\quad + w_1 E_1 \left\{ w_1 E_1 \text{cov}(\Delta M_{11}, \Delta M_{1R}) + w_2 E_2 \text{cov}(\Delta M_{12}, \Delta M_{1R}) \right\} \\
&\quad + w_2 E_2 \left\{ w_1 E_1 \text{cov}(\Delta M_{11}, \Delta M_{2R}) + w_2 E_2 \text{cov}(\Delta M_{12}, \Delta M_{2R}) \right\} \\
&\quad + w_1 E_1 \left\{ w_1 E_1 \text{cov}(\Delta E_{11}, \Delta E_1) + w_2 E_2 \text{cov}(\Delta E_{12}, \Delta E_1) \right\} \\
&\quad \left. + w_2 E_2 \left\{ w_1 E_1 \text{cov}(\Delta E_{11}, \Delta E_2) + w_2 E_2 \text{cov}(\Delta E_{12}, \Delta E_2) \right\} \right] \\
&= \frac{2E_1}{\tilde{E}^3} w_2 E_2 \left[w_1 E_1 \left\{ \Delta S_{12} V_\sigma \Delta S_{1R} \right\} + w_2 E_2 \left\{ \Delta S_{12} V_\sigma \Delta S_{2R} \right\} \right. \\
&\quad + w_1 E_1 \left\{ \text{cov}(\Delta E_{12}, \Delta M_{1R}) \right\} + w_2 E_2 \left\{ \text{cov}(\Delta M_{12}, \Delta M_{2R}) \right\} \\
&\quad \left. + w_1 E_1 \left\{ \text{cov}(\Delta E_{12}, \Delta E_1) \right\} + w_2 E_2 \left\{ \text{cov}(\Delta E_{12}, \Delta E_2) \right\} \right] .
\end{aligned} \tag{2.3.29}$$

次に、 $i=2$ の場合については、以下のとおりである。

$$\begin{aligned}
\frac{dV\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{d w_2} &= \frac{2E_2}{\tilde{E}^3} \left[w_1 E_1 \left\{ w_1 E_1 \Delta S_{21} V_\sigma \Delta S_{1R} + w_2 E_2 \Delta S_{22} V_\sigma \Delta S_{1R} \right\} \right. \\
&\quad + w_2 E_2 \left\{ w_1 E_1 \Delta S_{21} V_\sigma \Delta S_{2R} + w_2 E_2 \Delta S_{22} V_\sigma \Delta S_{2R} \right\} \\
&\quad + w_1 E_1 \left\{ w_1 E_1 \text{cov}(\Delta M_{21}, \Delta M_{1R}) + w_2 E_2 \text{cov}(\Delta M_{22}, \Delta M_{1R}) \right\} \\
&\quad + w_2 E_2 \left\{ w_1 E_1 \text{cov}(\Delta M_{21}, \Delta M_{2R}) + w_2 E_2 \text{cov}(\Delta M_{22}, \Delta M_{2R}) \right\} \\
&\quad + w_1 E_1 \left\{ w_1 E_1 \text{cov}(\Delta E_{21}, \Delta E_1) + w_2 E_2 \text{cov}(\Delta E_{22}, \Delta E_1) \right\} \\
&\quad \left. + w_2 E_2 \left\{ w_1 E_1 \text{cov}(\Delta E_{21}, \Delta E_2) + w_2 E_2 \text{cov}(\Delta E_{22}, \Delta E_2) \right\} \right] \\
&= \frac{2E_2}{\tilde{E}^3} w_1 E_1 \left[w_1 E_1 \left\{ \Delta S_{21} V_\sigma \Delta S_{1R} \right\} + w_2 E_2 \left\{ \Delta S_{21} V_\sigma \Delta S_{2R} \right\} \right. \\
&\quad + w_1 E_1 \left\{ \text{cov}(\Delta E_{21}, \Delta M_{1R}) \right\} + w_2 E_2 \left\{ \text{cov}(\Delta M_{21}, \Delta M_{2R}) \right\} \\
&\quad \left. + w_1 E_1 \left\{ \text{cov}(\Delta E_{21}, \Delta E_1) \right\} + w_2 E_2 \left\{ \text{cov}(\Delta E_{21}, \Delta E_2) \right\} \right] \\
&= -\frac{2E_2}{\tilde{E}^3} w_1 E_1 \left[w_1 E_1 \left\{ \Delta S_{12} V_\sigma \Delta S_{1R} \right\} + w_2 E_2 \left\{ \Delta S_{12} V_\sigma \Delta S_{2R} \right\} \right. \\
&\quad + w_1 E_1 \left\{ \text{cov}(\Delta E_{12}, \Delta M_{1R}) \right\} + w_2 E_2 \left\{ \text{cov}(\Delta M_{12}, \Delta M_{2R}) \right\} \\
&\quad \left. + w_1 E_1 \left\{ \text{cov}(\Delta E_{12}, \Delta E_1) \right\} + w_2 E_2 \left\{ \text{cov}(\Delta E_{12}, \Delta E_2) \right\} \right] .
\end{aligned} \tag{2.3.30}$$

式 (2.3.29) と式 (2.3.30) は比例関係にあるため、解が求まらない。すなわち、式 (2.3.28) に示した各重みについての 1 次の微係数がゼロとなる N 個の連立方程式は、1 次独立ではないため、重みを決定するためには、重みについての関係式を追加することが必要であり、本研究では以下の関係を追加する。

$$\sum_{i=1}^N w_i = c \quad , \quad (2.3.31)$$

ここで、 c はゼロ以外の任意の定数である。式 (2.3.31) の関係を用いて、式 (2.3.28) から一次独立の $(N-1)$ 個の連立方程式を構成していく。まず、式 (2.3.31) を用いて、式 (2.3.28) から 1 番目の重み w_1 を消去する。ここでは、1 番目の重みを対象としたが、どの重みを消去しても、結局は同じ結果を得る。まず、式 (2.3.28) を以下のように、 $j=1$ の項とそれ以外の項に分けて表す。

$$\begin{aligned} \frac{dV\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{dw_i} = & \frac{2E_i}{\tilde{E}^3} \left[w_1 E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \Delta S_{ik} V_\sigma \Delta S_{1R} \right\} + \sum_{j \neq 1}^N w_j E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \Delta S_{ik} V_\sigma \Delta S_{jR} \right\} \right. \\ & + w_1 E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{1R}) \right\} + \sum_{j \neq 1}^N w_j E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{jR}) \right\} \\ & \left. + w_1 E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_1) \right\} + \sum_{j \neq 1}^N w_j E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_j) \right\} \right] \quad . \end{aligned} \quad (2.3.32)$$

ここで、式 (2.3.31) の関係式から得られる以下の関係式、

$$w_1 = c - \sum_{j \neq 1}^N w_j \quad , \quad (2.3.33)$$

を式 (2.3.32) に代入すると、次式に変形できる。

$$\begin{aligned}
\frac{dV\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{d w_i} &= \frac{2E_i}{\widetilde{E}^3} \left[\left(c - \sum_{j \neq 1}^N w_j \right) E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \Delta S_{ik} V_\sigma \Delta S_{1R} \right\} \right. \\
&\quad + \sum_{j \neq 1}^N w_j E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \Delta S_{ik} V_\sigma \Delta S_{jR} \right\} \\
&\quad + \left(c - \sum_{j \neq 1}^N w_j \right) E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{1R}) \right\} \\
&\quad + \sum_{j \neq 1}^N w_j E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{jR}) \right\} \\
&\quad + \left(c - \sum_{j \neq 1}^N w_j \right) E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_1) \right\} \\
&\quad \left. + \sum_{j \neq 1}^N w_j E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_j) \right\} \right] \tag{2.3.34} \\
&= \frac{2E_i}{\widetilde{E}^3} \left[c E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \Delta S_{ik} V_\sigma \Delta S_{1R} \right\} \right. \\
&\quad + \sum_{j \neq 1}^N w_j \left\{ E_j \left(\sum_{k=1}^N w_k E_k \Delta S_{ik} V_\sigma \Delta S_{jR} \right) - E_1 \left(\sum_{k=1}^N w_k E_k \Delta S_{ik} V_\sigma \Delta S_{1R} \right) \right\} \\
&\quad + c E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{1R}) \right\} \\
&\quad + \sum_{j \neq 1}^N w_j \left\{ E_j \left(\sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{jR}) \right) - E_1 \left(\sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{1R}) \right) \right\} \\
&\quad + c E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_1) \right\} \\
&\quad \left. + \sum_{j \neq 1}^N w_j \left\{ E_j \left(\sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_j) \right) - E_1 \left(\sum_{k=1}^N w_k E_k \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_1) \right) \right\} \right] .
\end{aligned}$$

よって、微係数がゼロとなる条件は次のとおりである。

$$\begin{aligned}
& \sum_{j \neq 1}^N w_j \left[E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{ik} V_{\sigma} \Delta S_{jR} + \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{jR}) + \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_j) \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. - E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{ik} V_{\sigma} \Delta S_{1R} + \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{1R}) + \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_1) \right) \right\} \right] \\
& + cE_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{ik} V_{\sigma} \Delta S_{1R} + \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{1R}) + \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_1) \right) \right\} \\
& = \sum_{j \neq 1}^N w_j \left[E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{ik} V_{\sigma} \Delta S_{jR} + \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{jR}) + \text{cov}(\Delta E_{ik}, \Delta E_j) \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. + E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{ik} V_{\sigma} \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{ik}, -\Delta E_1) \right) \right\} \right] \\
& - cE_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{ik} V_{\sigma} \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{ik}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{ik}, -\Delta E_1) \right) \right\} \\
& = 0 \quad (i=1,2,3,\dots)
\end{aligned} \tag{2.3.35}$$

ここで、 $i=1$ については、以下のとおりである。

$$\begin{aligned}
& \sum_{j \neq 1}^N w_j \left[E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{1k} V_{\sigma} \Delta S_{jR} + \text{cov}(\Delta M_{1k}, \Delta M_{jR}) + \text{cov}(\Delta E_{1k}, \Delta E_j) \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. + E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{1k} V_{\sigma} \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{1k}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{1k}, -\Delta E_1) \right) \right\} \right] \\
& - cE_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{1k} V_{\sigma} \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{1k}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{1k}, -\Delta E_1) \right) \right\} \\
& = 0 \quad (i=1)
\end{aligned} \tag{2.3.36}$$

この $i=1$ についての式を、 i が 2 以上の各々の式から差し引くと、一次独立の $(N-1)$ 個の連立方程式が次式のように得られる。

$$\begin{aligned}
& \sum_{j \neq 1}^N w_j \left[E_j \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{i1} V_{\sigma} \Delta S_{jR} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{jR}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, \Delta E_j) \right) \right\} \right. \\
& \quad \left. + E_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{i1} V_{\sigma} \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, -\Delta E_1) \right) \right\} \right] \\
& - cE_1 \left\{ \sum_{k=1}^N w_k E_k \left(\Delta S_{i1} V_{\sigma} \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, -\Delta E_1) \right) \right\} \\
& = 0 \quad (i=2,3,\dots)
\end{aligned} \tag{2.3.37}$$

式 (2.3.37) において、 k についての演算と j についての演算の順序を逆にすると、式 (2.3.37) は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^N w_k E_k \left\langle \sum_{j \neq 1}^N w_j \left[E_j \left\{ \Delta S_{i1} V_{\sigma} \Delta S_{jR} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{jR}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, \Delta E_j) \right\} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + E_1 \left\{ \Delta S_{i1} V_{\sigma} \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, -\Delta E_1) \right\} \right] \right. \\
& \quad \left. - cE_1 \left\{ \Delta S_{i1} V_{\sigma} \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, -\Delta E_1) \right\} \right\rangle \\
& = 0 \quad (i=2,3,\dots)
\end{aligned} \tag{2.3.38}$$

上式の変形により、山括弧内の演算は i 及び j のみについての演算となり、 k についての演算と分離できる。 k についての演算は、明らかにゼロではないために、山括弧内の演算がゼロである必要がある。よって、1 番目の実験を除く $(N-1)$ 個の重みを求めるための 1 次独立の $(N-1)$ 個の連立方程式は、次式で表すことができる。

$$\begin{aligned}
& \sum_{j \neq 1}^N w_j \left[E_j \left\{ \Delta S_{i1} V_{\sigma} \Delta S_{jR} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{jR}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, \Delta E_j) \right\} \right. \\
& \quad \left. + E_1 \left\{ \Delta S_{i1} V_{\sigma} \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, -\Delta E_1) \right\} \right] \\
& - cE_1 \left\{ \Delta S_{i1} V_{\sigma} \Delta S_{R1} + \text{cov}(\Delta M_{i1}, \Delta M_{R1}) + \text{cov}(\Delta E_{i1}, -\Delta E_1) \right\} \\
& = 0 \quad (i=2,3,\dots)
\end{aligned} \tag{2.3.39}$$

式 (2.3.39) を解くことにより、1 番目の実験値以外の実験値に対する重みが決定できる。これらの重みを式 (2.3.33) に代入すると、1 番目の実験値に対する重みを得ることができる。以上により得られた重みを用いると、LC 法による半仮想的な実験値を構築することができるとともに、核特性予測値の不確かさの評価が可能となる。

さて、式 (2.3.39) において、実験値の代わりに実験解析値を用いることにより、もう一つの重みの組を得ることができる。実験解析値を用いて得られる重みは、実験値を用いて得られる重みとは一般的に異なる。次式により定義される換算重みは、式 (2.3.8) 及び式 (2.3.9) に示されるように、感度係数、手法誤差及び実験誤差に乘じられるが、

$$\frac{w_i E_i}{\sum_{i=1}^N w_i E_i} = \frac{w'_i C_i}{\sum_{i=1}^N w'_i C_i} = D'_i \quad , \quad (2.3.40)$$

換算重みは、両式で同一の値をとる。これは、決定される重み w_i 及び w'_i の両方が分散の最小値を与えるためである。このため、実験値または実験解析値のどちらを用いても同じ結果を得ることができる。

換算重みの総和は、次式に示すように明らかに 1 である。

$$\sum_{i=1}^N D'_i = \sum_{i=1}^N \frac{w_i E_i}{\sum_{i=1}^N w_i E_i} = \sum_{i=1}^N \frac{w'_i C_i}{\sum_{i=1}^N w'_i C_i} = 1 \quad . \quad (2.3.41)$$

この関係は、GB 法において導入された重みに関する制約条件である式 (2.2.4) と同じである。換算重みを用いると、式 (2.3.10) は次式のように書くことができる。

$$\begin{aligned} V\left(\frac{R_R}{R_t}\right) &= \left(S_R - \sum_{i=1}^N D'_i S_i\right) V_\sigma \left(S_R - \sum_{i=1}^N D'_i S_i\right)^t \\ &\quad + V\left(\Delta M_R - \sum_{i=1}^N D'_i \Delta M_i\right) + V\left(\sum_{i=1}^N D'_i \Delta E_i\right) \quad , \end{aligned} \quad (2.3.42)$$

これは、式 (2.2.6) と同一の表現である。LC 法における換算重み D'_i と GB 法における重み D_i は、それぞれ、同一の表現である式 (2.3.42) 及び式 (2.2.6) に示される分散を最小にする。それゆえ LC 法における換算重み D'_i は、GB 法における重み

D_i と完全に一致する。

$$D'_i = D_i \quad (i=1,2,3,\dots,N) \quad (2.3.43)$$

以上のように、LC 法と GB 法は等価であることが示された。すなわち、LC 法は GB 法において導入した制約条件に対して、一つの合理的な根拠を与えるものである。

換算重みの総和が 1 であるという LC 法の性質から、単一の実験値を用いた場合には、LC 法は従来バイアス因子法に帰着する。このことから、単一の実験値を用いた場合は、LC 法は従来バイアス因子法の問題点を同様にもち、少数の実験値を用いた場合には、LC 法は従来バイアス因子法のもつ問題点を内包していると考えられる。すなわち、少数の実験値を用いた場合には、従来バイアス因子法のもつ以下の問題点、モックアップ炉心以外の実験結果を用いた場合には不確かさの大幅な低減が期待できない問題点、及び設計計算値に含まれる断面積誤差に起因する誤差や手法誤差に比べ、大きい誤差を含む実験結果を用いた場合に不確かさがかえって増大する問題点を悪影響として受けることが予想される。

2. 4 累乗化した実験値に基づく拡張バイアス因子法の導出

従来バイアス因子法のもつ問題点を解決する手法として、累乗化した実験値の概念^{4), 5), 6)}を従来バイアス因子法に導入する。この概念は、本研究で導出した 2 種類の拡張バイアス因子法のうち、LC 法とは別のもう一方の方法の基本概念となるものである。本節では、累乗化した実験値の概念について説明する。

本手法は、従来バイアス因子法に導入する概念として、単一の実験値を活用する。半仮想的な実験値 E_{ex} として、指数 F により累乗化した実験値を用いる。

$$E_{ex} = (E_M)^F \quad (2.4.1)$$

実験値に与える指数と同一の指数を実験解析値に与え、半仮想的な実験値に対する半仮想的な実験解析値 C_{ex} を得る。

$$C_{ex} = (C_M)^F \quad . \quad (2.4.2)$$

本手法によるバイアス因子 f_{ex} は、半仮想的な実験解析値に対する半仮想的な実験値の比により定義する。

$$f_{ex} = \frac{E_{ex}}{C_{ex}} = \frac{(E_M)^F}{(C_M)^F} \quad . \quad (2.4.3)$$

設計計算値は、バイアス因子を乗じることにより、設計予測値として補正される。

$$\begin{aligned} R_R &= R_C \cdot f_{ex} = R_C \frac{(E_M)^F}{(C_M)^F} \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \frac{(R_M)^F (1 + \Delta E_M)^F}{(R_M)^F (1 + S_M \Delta\sigma + \Delta M_M)^F} \quad . \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

断面積誤差に起因する誤差、手法誤差及び実験誤差の絶対値が 1 に比べ小さいと仮定すると、式 (2.4.4) は次式に示すように変形できる。

$$\begin{aligned} R_R &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \frac{(R_M)^F (1 + \Delta E_M)^F}{(R_M)^F (1 + S_M \Delta\sigma + \Delta M_M)^F} \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \frac{e^{F \ln(1 + \Delta E_M)}}{e^{F \ln(1 + S_M \Delta\sigma + \Delta M_M)}} \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \frac{1 + F \ln(1 + \Delta E_M)}{1 + F \ln(1 + S_M \Delta\sigma + \Delta M_M)} \quad (2.4.5) \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \frac{1 + F \Delta E_M}{1 + F S_M \Delta\sigma + F \Delta M_M} \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) (1 + F \Delta E_M - F S_M \Delta\sigma - F \Delta M_M) \quad . \end{aligned}$$

上述と同じ仮定のもと、設計予測値は最終的に以下のように変形できる。

$$R_R = R_t \left\{ 1 + (S_R - F S_M) \Delta \sigma + (\Delta M_R - F \Delta M_M) + F \Delta E_M \right\} . \quad (2.4.6)$$

したがって、本手法による設計予測値の分散は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} V \left(\frac{R_R}{R_t} \right) &= (S_R - F S_M) V_\sigma (S_R - F S_M)^t \\ &\quad + V(\Delta M_R - F \Delta M_M) + V(F \Delta E_M) . \end{aligned} \quad (2.4.7)$$

本手法において、指数は、分散を最小にするように決定される。このため、指数についての 1 次の微係数をゼロに設定し、これを解くと指数が決定できる。

$$F = \frac{S_R V_\sigma S_M^t + \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_M)}{S_M V_\sigma S_M^t + V(\Delta M_M) + V(\Delta E_M)} . \quad (2.4.8)$$

指数についての 2 次の微係数は、以下のように常に正であり、決定された指数は分散を必ず最小にする。

$$\frac{\partial^2 V \left(\frac{R_R}{R_t} \right)}{\partial F^2} = 2 S_M V_\sigma S_M^t + 2 V(\Delta M_M) + 2 V(\Delta E_M) > 0 . \quad (2.4.9)$$

ここで、本手法の特性を簡単に述べる。式 (2.4.3) より、指数 F が 0 及び 1 の場合は、それぞれ、実験結果を全く反映させない場合及び従来バイアス因子法を適用した場合に対応することは明らかである。すなわち、本手法は、上記の 2 つの場合を包含した概念になっている。

従来バイアス因子法に含まれない近似誤差として、本手法では、式 (2.4.5) に示さ

れるように指数関数の近似誤差が導入されることに注意が必要である。通常、この近似誤差は、断面積誤差に起因する誤差、手法誤差または実験誤差と指数の両者が同時に大きくなれば、重大なものとなる。しかしながら、本手法では、式 (2.4.7) からわかるように大きな不確かさを導入することを避けるため、式 (2.4.8) に示されるとおり大きい実験誤差を含む実験に大きい指数が与えられることはない。また、式 (2.4.8) からわかるように、実機炉心に比べ断面積誤差に起因する誤差または手法誤差が大きい実験に対して、大きい指数が与えられることもない。よって、本手法では、指数関数の近似誤差の与える影響は重大なものではないと考えられる。

2. 5 複数の累乗化した実験値の積に基づく拡張バイアス因子法の導出

複数の累乗化した実験値の積（ a product of exponentiated experimental values ）の概念に基づく方法（PE 法）は⁴⁾、前節での累乗化した実験値の概念を複数の実験値を活用するために拡張した方法であり、本研究で創出した 2 種類の拡張バイアス因子法のうちのもう一つの方法である。

PE 法では、次式に示すように、複数の累乗化した実験値の積により半仮想的な実験値 E_{PE} を構成する。

$$E_{PE} = \prod_{i=1}^N E_i^{F_i} . \quad (2.5.1)$$

また、各ベンチマーク実験の実験値に与える指数と同一の指数を各ベンチマーク実験の実験解析値に与え、それらの積により半仮想的な実験値に対する半仮想的な実験解析値 C_{PE} を構成する。

$$C_{PE} = \prod_{i=1}^N C_i^{F_i} . \quad (2.5.2)$$

PE 法によるバイアス因子 f_{PE} は、半仮想的な実験解析値に対する半仮想的な実験値の比により定義する。

$$f_{PE} = \frac{E_{PE}}{C_{PE}} = \frac{\prod_{i=1}^N E_i^{F_i}}{\prod_{i=1}^N C_i^{F_i}} \quad (2.5.3)$$

実機炉心の設計計算値は、バイアス因子を乗じることにより、実機炉心の設計予測値として補正される。断面積誤差に起因する誤差、手法誤差及び実験誤差の絶対値が1に比べ小さいと仮定すると、設計予測値は以下のように変形される。

$$\begin{aligned} R_R &= R_C \cdot f_{PE} = R_C \cdot \frac{\prod_{i=1}^N E_i^{F_i}}{\prod_{i=1}^N C_i^{F_i}} \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \cdot \frac{\prod_{i=1}^N R_i^{F_i} \cdot \prod_{i=1}^N (1 + \Delta E_i)^{F_i}}{\prod_{i=1}^N R_i^{F_i} \cdot \prod_{i=1}^N (1 + S_i \Delta\sigma + \Delta M_i)^{F_i}} \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \cdot \frac{\prod_{i=1}^N e^{F_i \ln(1 + \Delta E_i)}}{\prod_{i=1}^N e^{F_i \ln(1 + S_i \Delta\sigma + \Delta M_i)}} \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \cdot \frac{\prod_{i=1}^N \{1 + F_i \ln(1 + \Delta E_i)\}}{\prod_{i=1}^N \{1 + F_i \ln(1 + S_i \Delta\sigma + \Delta M_i)\}} \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \cdot \frac{\prod_{i=1}^N \{1 + F_i \Delta E_i\}}{\prod_{i=1}^N \{1 + F_i (S_i \Delta\sigma + \Delta M_i)\}} \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \cdot \frac{1 + \sum_{i=1}^N F_i \Delta E_i}{1 + \sum_{i=1}^N F_i S_i \Delta\sigma + \sum_{i=1}^N F_i \Delta M_i} \\ &= R_t (1 + S_R \Delta\sigma + \Delta M_R) \cdot \left\{ 1 + \sum_{i=1}^N F_i \Delta E_i - \sum_{i=1}^N F_i S_i \Delta\sigma - \sum_{i=1}^N F_i \Delta M_i \right\} \quad (2.5.4) \end{aligned}$$

さらに、上述と同じ仮定のもと、式 (2.5.4) は以下のように変形できる。

$$R_R = R_t \left\{ 1 + \left(S_R - \sum_{i=1}^N F_i S_i \right) \Delta \sigma + \Delta M_R - \sum_{i=1}^N F_i \Delta M_i + \sum_{i=1}^N F_i \Delta E_i \right\} . \quad (2.5.5)$$

したがって、PE 法による設計予測値の分散は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} V \left(\frac{R_R}{R_t} \right) &= \left(S_R - \sum_{i=1}^N F_i S_i \right)^t V_\sigma \left(S_R - \sum_{i=1}^N F_i S_i \right) \\ &\quad + V \left(\Delta M_R - \sum_{i=1}^N F_i \Delta M_i \right) + V \left(\sum_{i=1}^N F_i \Delta E_i \right) . \end{aligned} \quad (2.5.6)$$

指数は、分散を最小にするように決定される。このため、指数についての 1 次の微係数をゼロに設定する。

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N F_j \left\{ S_i V_\sigma S_j^t + \text{cov}(\Delta M_i, \Delta M_j) + \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_j) \right\} \\ - \left\{ S_R V_\sigma S_i^t + \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_i) \right\} = 0 \quad . \quad (i=1,2,3,\dots,N) \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

上述の指数についての 1 次の微係数に対する N 個の連立方程式は、1 次独立である。よって、式 (2.5.7) を解くことにより全ての指数が決定できる。指数についての 2 次の微係数は式 (2.2.7) と同様に表され、常に正である。ゆえに、決定される指数は、分散を最小にする。LC 法は換算重みの総和が 1 になるという性質を備えているが、PE 法は指数に関する制約をもたない。これが両者の性質の上での大きな違いである。

以上述べてきたとおり、拡張バイアス因子法として、LC 法及び PE 法の 2 方法を理論的に創出した。次節においては、従来バイアス因子法を含めて、手法の特性や利点についての理論的な考察を通じて、それらの手法間の関係を明らかにする。なお、一般化バイアス因子法は、LC 法と等価であることが示されたため、LC 法に対する考察で換えることができる。

2. 6 理論的考察

従来バイアス因子法（従来法）について簡単に考察する。従来法は、単一の実験値を活用する手法である。仮に、完全モックアップ実験の実験結果を活用できれば、感度係数は実験炉心と実機炉心で完全に同一のものとなる。そのため、断面積誤差に起因する誤差は、式 (2.1.7) から相殺できることがわかる。手法誤差については、実験解析と設計計算に同一の計算手法を用いれば、両者間に完全相関の関係がある。このため、手法誤差も、式 (2.1.7) から相殺できることがわかる。しかしながら、実験誤差は完全に追加されるため、結果として、設計予測値は実験誤差のみを含むこととなる。このことから、従来法により不確かさを低減させるためには、実験誤差は断面積誤差に起因する誤差及び手法誤差よりも小さくしなければならない。言い換えれば、仮に、実験誤差が他の誤差よりも大きければ、不確かさは低減できない。

不確かさの低減について GB 法と等価である LC 法について考察する。単一の実験値を用いる場合、換算重みの総和が 1 であるために、LC 法は従来法となる。ある実験の組合せに任意の他の実験を一つ加えた場合、追加前に活用した実験に対する重みに変化がなく、かつ、追加した実験に対する重みがゼロに等しいと仮定すると、分散は実験を追加する前から変化しない。一方、追加した実験を含む全ての実験を用いて LC 法を適用すると、追加する前の分散よりも小さな分散を与える他の重みの組合せが必ず得られる。このように、任意の実験を追加することにより、分散は必ず低減する、少なくとも増加しない。これらの事実から、複数の実験を活用することにより、LC 法は従来法より分散が低減できること、及び全ての実験結果を活用することにより分散が最小になることがわかる。しかしながら、この事実は LC 法が設計計算値の分散を必ず低減することを意味しないことに注意すべきである。全ての実験結果の各々が LC 法により単一の実験として活用されるとき、すなわち従来法により活用されるときに、各々の実験値が設計計算値に含まれる元の分散を低減させない場合においては、LC 法は全ての実験結果を活用しても設計計算値に含まれる元の分散より大きな分散を与える可能性がある。

この LC 法の特性を示すために、簡単のために人工的に作成した 2 つの典型的な実験結果を用いて数値的に確認する。対象とする核特性として、MOX 燃料炉心の転換比の指標である ^{238}U 捕獲対 ^{239}Pu 核分裂反応率比 (C28/F49) を考慮する。2 つの実

験のパラメータを表 2.6.1 にまとめる。

実験 -A 及び実験 -B は、それぞれ C28/F49 及び実効増倍率に関する実験結果を粗く模擬している。C28/F49 のような反応率比の実験結果は、通常、実効増倍率の実験結果に比べ、より大きな実験誤差を含むこと、及び MOX 燃料炉心においては C28/F49 及び実効増倍率に関する感度係数の形状は、通常、符号が逆転することを除けば類似していることに留意されるべきである⁷⁾。実験 -A は、実機炉心の C28/F49 と同一の感度係数を持ち、断面積誤差に起因する設計計算値の分散の 2 倍に相当する実験誤差を含むものとしている。実験 -B は、実機炉心の C28/F49 と、符号が異なることを除いて同一の感度係数を持ち、実験誤差は無視できるほど小さいものと仮定している。手法誤差は無視できるものとして、以下の考察を進める。表 2.6.2 に LC 法の数値計算結果を、PE 法の数値計算結果とともに示す。LC 法は、単一の実験結果を活用する場合は従来法になること留意すべきである。LC 法により実験 -A を用いた場合 (LC(A))、分散は設計計算値に含まれる元の分散の 2 倍の大きさになる。これは、断面積誤差に起因する誤差は相殺されるが、実験誤差が完全に追加されるためである。LC 法により実験 -B を用いた場合 (LC(B))、分散は元の分散の 4 倍の大きさになる。これは、実験誤差は追加されないが、断面積誤差に起因する分散が元の分散に比べ 4 倍になるためである。LC 法により両実験結果を組み合わせた場合 (LC (A&B))、実験 -A または実験 -B のどちらかを単独で用いた場合の結果に比べ小さな分散を与える。しかしながら、設計計算値に含まれる元の分散より大きな分散となる。このように、LC 法は、実機炉心の設計計算値に含まれる元の不確かさより大きな実験誤差を含む実験、または感度係数の類似性が悪く断面積誤差に起因する誤差に関して実機炉心との相関が負である実験のみしか活用できないときは、設計計算値に含まれる元の不確かさを低減することができない可能性がある。

次いで、PE 法について考察する。この方法は、累乗化した実験値の積により多数の実験を活用するが、簡単のために、まず単一の累乗化した実験値を活用する場合について、PE 法の特性を考察する。この場合、バイアス補正後の設計予測値の分散は、次式 (式 (2.4.7) と同一の式) で表される。

$$V\left(\frac{R_R}{R_t}\right) = (S_R - F S_M) V_\sigma (S_R - F S_M)^t + V(\Delta M_R - F \Delta M_M) + V(F \Delta E_M) \quad (2.6.1)$$

また、指数は、式 (2.6.1) で示された分散を最小化するように決定され、次式（式 (2.4.8) と同一の式）で与えられる。

$$F = \frac{S_R V_\sigma S_M^t + \text{cov}(\Delta M_R, \Delta M_M)}{S_M V_\sigma S_M^t + V(\Delta M_M) + V(\Delta E_M)} \quad (2.6.2)$$

仮に決定される指数が 1 に等しいのであれば、式 (2.6.1) は式 (2.1.7) と同一になる。このことは、そのような場合には PE 法が従来法となるため、PE 法は従来法を包含していることを意味している。これは、PE 法の明らかな特性の一つである。式 (2.6.1) の指数についての 1 次の微係数をゼロとするように決定される指数は、通常、1 ではないという事実、及び式 (2.6.1) の指数についての 2 次の微係数は常に正であるという事実を考慮に入れると、PE 法は従来法に比べ、小さい分散、少なくとも大きくない分散を与える。このように、PE 法は必ず従来法に比べ、不確かさをより低減する優れた手法である。

仮に決定される指数がゼロに等しいのであれば、PE 法による分散は、式 (2.6.1) より、設計計算値に含まれる元の分散に一致することがわかる。指数が 1 に等しい場合に対する推論と同様の推論をすれば、PE 法は設計計算値の元の分散に比べ、小さい分散、少なくとも大きくない分散を与える。すなわち必ず不確かさを低減する。このことから、設計計算値に含まれる断面積誤差に起因する誤差及び手法誤差に比べ、大きな実験誤差を含む実験を用いたとしても、PE 法により不確かさは必ず低減する。これは、他の手法がもたない PE 法特有の性質である。この特性から、既存あるいは将来のベンチマーク実験結果を用いた PE 法による不確かさの低減は、大きな実験誤差を含む完全モックアップ実験結果を用いた従来法による不確かさの低減を凌ぐ可能性がある。この可能性は、実機炉心の対象とする核特性に対する感度係数を、小さな実験誤差を含む異なる核特性の累乗化した実験値により再現できれば実現できる。

単一の実験値を活用した PE 法の特性を示す例が、表 2.6.1 及び表 2.6.2 にまとめた数値計算結果により与えられている。表 2.6.2 において PE(A) と示された数値計算結果は、PE 法が 1 より小さい指数を与えることにより、実機炉心の設計計算値の元の分散に比べ小さい分散を与えていることを示す。この小さい指数により、感度係数の類似性による断面積誤差に起因する不確かさを低減させる能力、すなわち実機炉

心と実験炉心の核特性間の断面積に関する強い相関により誤差を相殺する能力を十分に活用しないものの、小さい指数は設計予測値の分散への実験誤差からの寄与を低減させることができるため、PE 法はこの小さい指数により全体として分散を最小化させている。このように、大きな実験誤差を含む場合であっても、PE 法は元の分散より小さい分散を与える。表 2.6.2 に PE(B) と示された数値計算結果は、PE 法が負の指数を与えて、分散を消滅させることを示す。この負の指数により、PE 法は実験 -B の感度係数の符号を逆転し、実機炉心の感度係数と類似した感度係数を作り、結果として、断面積誤差に起因する誤差を相殺する。このように、MOX 燃料炉心の実効増倍率に関する実験結果は、実機炉心の C28/F49 の不確かさを低減する可能性がある。

複数の実験を活用する場合について考察する。式 (2.3.42) 及び式 (2.5.6) に示されるように、LC 法及び PE 法によって評価される分散は同一の形式で表すことができる。しかしながら、LC 法は換算重みの総和が 1 であるという性質を持つのに対し、PE 法は指数に関する制約をもたない。この事実は、実験の組合せ方について、PE 法は LC 法に比べ、自由度が一つ大きいことを意味している。言い換えれば、自由度が一つ小さいため、LC 法は、PE 法により決定される実験の組合せ方と異なる実験の組合せ方を与える。PE 法が同一の形式で表された分散を最小にする実験の組合せ方を与えるという事実を考慮すると、PE 法は LC 法に比べ、小さい分散、少なくとも大きくない分散を与える。さらに、PE 法は、LC 法での議論と同様な理由により、任意の実験結果を追加することにより、分散が必ず小さくなる、少なくとも大きくならないという LC 法と同じ性質を備えている。この事実は、PE 法は、LC 法と同様に、全ての実験結果を活用することにより、不確かさを最も低減することを意味する。LC 法と異なる点は、PE 法では、どのように実験を組み合わせても、設計計算値の元の不確かさに比べ必ず不確かさが低減することである。表 2.6.2 に示す数値計算結果においては、実験 -A と実験 -B を組み合わせた場合（PE (A&B)）、実験 -A または実験 -B のどちらかを用いたときの分散に比べ、それぞれ分散を減少する、または分散を増加させないことが示されている。また、LC 法に比べ、かなり小さい分散を与えている。このような事実から、同じ実験を活用する限りにおいて、PE 法が LC 法より不確かさを低減する優れた手法であると結論できる。

Table 2.6.1 Parameters of typical experimental results regarding C28/F49 and multiplication factor for C28/F49 of a MOX fueled target core

	Sensitivity coefficient	Variance
Experiment-A (C28/F49)	$S_A = S_R$	$V(\Delta E_A) = 2 \cdot S_R V_{\sigma} S_R^t$
Experiment-B (Multiplication factor)	$S_B = -S_R$	$V(\Delta E_B) = 0$

Table 2.6.2 Numerical results with use of typical experimental results

Method	Experiment	Reduced weights or exponents	Variance*
Non-Experiment	-	-	1.000
LC(A)	Experiment-A	1	2.000
LC(B)	Experiment-B	1	4.000
LC(A&B)	Experiment-A	0.667	1.333
	Experiment-B	0.333	
PE(A)	Experiment-A	0.333	0.667
PE(B)	Experiment-B	-1.000	0.000
PE(A&B)	Experiment-A	0.000	0.000
	Experiment-B	-1.000	

* : unit of variance is uncertainty due to errors in cross sections of the design calculation value.

2. 7 結論

実機炉心の核特性予測値に含まれる不確かさを低減するための不確かさ評価技術として、従来バイアス因子法の抱える問題点を解決しさらなる不確かさ低減を図るために、誤差が十分小さく信頼できる実験結果の活用を前提に、多数の臨界実験結果を効果的に活用することに着眼点を置き、バイアス因子法の適用性を高めた拡張バイアス因子法を新たに創出した。

拡張バイアス因子法の創出においては、以下に示す2つの新たな概念を発案し、LC法及びPE法と名付けた2つの方法を創出した。

○LC法：複数の既存実験結果を基に、これらを線形和（a linear combination of experimental values）により組み合わせて半仮想的な実験値を構築する概念による方法。

○PE法：複数の既存実験結果を基に、これらを累乗化した実験値の積（a product of exponentiated experimental values）により組み合わせて半仮想的な実験値を構築する概念による方法。

両手法は、複数の実験解析結果を基に、これらを同様に組み合わせて、半仮想的な実験値に対応する半仮想的な実験解析値を構成し、半仮想的な実験解析値に対する半仮想的な実験値の比により、バイアス因子を定義する。実機炉心の設計計算値にバイアス因子を乗じて得られる設計予測値の分散を最小にするように、LC法に対しては重みの決定法、及びPE法に対しては指数の決定法を理論的に導出した。この過程において、LC法は、一般化バイアス因子法と呼ばれる、複数の実験値を活用するために提案された手法と等価であることを理論的に示した。

新たに創出した拡張バイアス因子法の2手法及び単一の実験値を用いる従来バイアス因子法の間で理論的な比較を行った結果、拡張バイアス因子法の以下の特性を明らかにした。

○LC法は、複数の実験値を活用すれば、単一の実験値を活用する従来バイアス因子法に比べ、不確かさを低減させる。

○PE 法は、LC 法より不確かさの低減に優れている。これは、PE 法では実験の組合せ方を決定する指数に関して制約がないのに対し、LC 法では換算重みの総和が 1 になる性質を備えているためである。

○PE 法が、不確かさを低減させるために、比較した手法の中で最も有効な手法である。

最も有効な手法であるPE法の以下の利点を明らかにした。

○設計計算値に含まれる断面積誤差に起因する誤差及び手法誤差に比べ大きな実験誤差を含むために、従来バイアス因子法では不確かさ低減が困難な実験を活用しても、設計計算値に比べ不確かさは必ず低減する。これは、他の手法がもたない PE 法特有の性質であり、従来バイアス因子法の問題点を解決する特性である。

○全ての信頼できる実験を活用すれば、不確かさは最も低減する。なお、LC 法も同じ性質を備えている。

第3章 拡張バイアス因子法の実証に関する研究

－FCA 高富化度 MOX 稠密格子炉心模擬実験を活用した 拡張バイアス因子法の水冷却増殖炉心設計への適用－

第3章では、前章で理論的に創出した拡張バイアス因子法を、FCA 高富化度 MOX 稠密格子炉心模擬実験 (FCA-XXII-1 臨界実験) を活用して水冷却増殖炉心に適用し、典型的な核特性、すなわち臨界性、反応率比及び反応度に対する有効性を実証する^{5), 6), 8)}。

3. 1 不確かさ評価の概要

本節では、バイアス因子法の有効性を考察するため、定量的に評価する量または指標について説明する。不確かさの評価としては、主に分散の値を用いる。また、バイアス因子法の有効性を評価する指標を導入する。

拡張バイアス因子法における2手法、LC法及びPE法による設計予測値の分散は、それぞれ式 (3.1.1) 及び式 (3.1.2) に示される。

$$\begin{aligned} V\left(\frac{R_R}{R_t}\right) = & \left(S_R - \sum_{i=1}^N D_i S_i\right) V_\sigma \left(S_R - \sum_{i=1}^N D_i S_i\right)^t \\ & + V\left(\Delta M_R - \sum_{i=1}^N D_i \Delta M_i\right) + V\left(\sum_{i=1}^N D_i \Delta E_i\right) . \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

ここで、 D_i は式 (2.3.40) で定義される実験値に対する換算重みである。

$$\begin{aligned} V\left(\frac{R_R}{R_t}\right) = & \left(S_R - \sum_{i=1}^N F_i S_i\right) V_\sigma \left(S_R - \sum_{i=1}^N F_i S_i\right)^t \\ & + V\left(\Delta M_R - \sum_{i=1}^N F_i \Delta M_i\right) + V\left(\sum_{i=1}^N F_i \Delta E_i\right) . \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

ここで、 F_i は実験値を累乗化するための指数である。

拡張バイアス因子法により評価される核特性設計予測値に含まれる不確かさを評価するためには、第2章での理論研究からわかるように、実験値の共分散行列、実験解析値の共分散行列、実験解析値と設計計算値の間の共分散及び設計計算値の分散が必要である。これらの共分散データの評価手法及び評価結果については、本章において後述される。

バイアス因子法の有効性を評価する指標として導入された分散低減因子（uncertainty-reduction factor）について述べる⁹⁾。この因子は、設計計算値に含まれる元の分散に対するバイアス因子法による相対的な分散の低減で定義される。

$$UR = 1 - \frac{V\left(\frac{R_R}{R_t}\right)}{V\left(\frac{R_C}{R_t}\right)} . \quad (3.1.3)$$

ここで、設計計算値の分散は次式に示すとおりである。

$$V\left(\frac{R_C}{R_t}\right) = S_R V_\sigma S_R^t + V(\Delta M_R) . \quad (3.1.4)$$

設計予測値の分散が消滅するとき、すなわち、バイアス因子法の効果が最大限になるとき、分散低減因子は1となる。設計予測値の分散が、設計計算値の分散と変わらない場合、すなわち、バイアス因子法の効果がない場合、分散低減因子はゼロとなる。よって、バイアス因子法により分散が低減する場合は、分散低減因子は正の値を、バイアス因子法により分散が逆に増大する場合は、分散低減因子は負の値をとる。

3. 2 水冷却増殖炉心の概要

本研究で対象とする水冷却増殖炉心は¹⁰⁾、水を冷却材としながらも燃料の増殖を目指す革新的な原子炉の一つである。本節では、水冷却増殖炉心の特徴を概説する。

対象とする実機炉心は、ウラン・プルトニウム混合酸化物燃料によるプルトニウム

多重リサイクルを通して燃料の有効利用を図るため、高転換比と高燃焼度の達成を狙った水冷却増殖炉心である。他の重要な設計目標は、安全性の観点から負の冷却材ボイド反応度を達成することである。これらを達成するための設計の特徴は、稠密な燃料棒配置、及び比較的高いボイド率の BWR 炉心概念を用いて、図 3.2.1 に示すように、2つの炉心部とその中間及び上下部の劣化ウラン酸化物のブランケット部による軸方向非均質な構造をとることである。ボイド率は 0% から 80% を越えるまで変化し、炉心平均ボイド率は約 60% である。結果的に、水素対重金属原子数比（H/HM）は、上下の炉心部で、それぞれ約 0.24 と 0.47 である。負のボイド反応度の要請を満足するために、ボイド管集合体という新たな機器を導入している。この機器は、炉心の出力上昇時に中性子のストリーミングにより中性子漏洩効果を高め、負の反応度を挿入するためのものである。そのため、炉心自体は、ボイド管集合体がなければ、本来は正のボイド反応度をもつ。このような増殖型水冷却炉を設計するためには、臨界性、増殖性及びボイド反応度などの核特性を正確に予測することが重要である。

拡張バイアス因子法の有効性を実証するために、対象炉心の典型的な核特性として、実効増倍率、 ^{238}U 捕獲対 ^{239}Pu 核分裂反応率比（C28/F49）及び冷却材ボイド反応度を考慮する。C28/F49 は全炉心平均値を、冷却材ボイド反応度は下部ブランケットを除く各部のボイド率を一律 10% 上昇させた場合の値を考慮する。

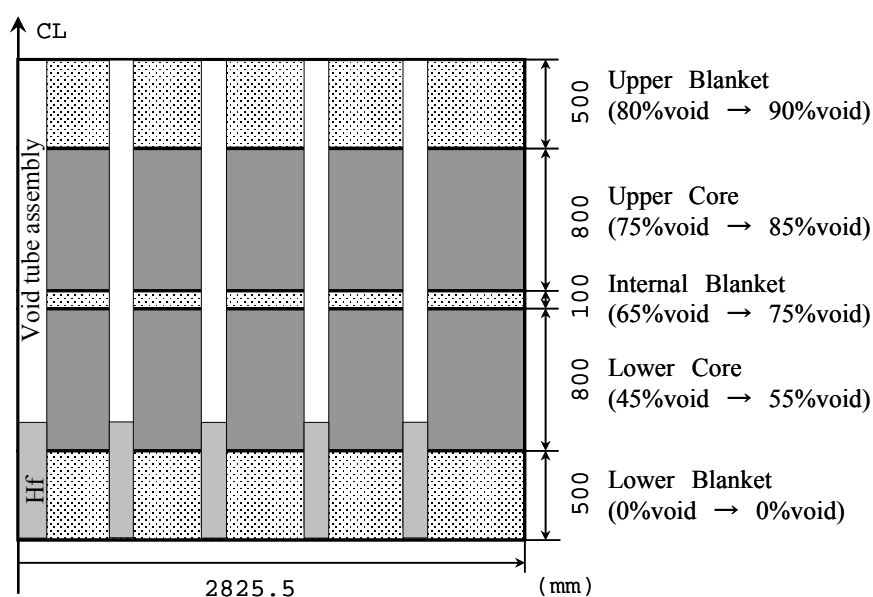


Fig. 3.2.1 Axial core configuration of a breeding light water reactor core

3. 3 FCA 高富化度 MOX 稠密格子炉心模擬実験の概要

本節では、本研究で活用するFCA高富化度MOX稠密格子炉心模擬実験（FCA-XXII-1 臨界実験）¹¹⁾について概説する。

FCA（高速炉臨界実験装置）の鳥瞰図を図 3.3.1 に示す。FCA は水平 2 分割型の炉心であり、組成、形状の自由度が大きいという特徴を有する。高富化度MOX稠密格子炉心模擬実験のために、FCA-XXII-1 炉心では、減速材のボイド率の異なる 3 つの炉心が構築された。すなわち、ボイド率が 45%、65% 及び 95% のポリスチレン減速材を用いた 45V、65V 及び 95V 炉心である¹¹⁾。これらの炉心は、中央のテストゾーンと周りのドライバーゾーンからなる結合系である。テストゾーンは、プルトニウム板、天然ウラン板、劣化ウラン酸化物板、アルミナ板及び発泡性のポリスチレン板の組み合わせにより構成されている。一連の FCA-XXII-1 炉心のテストゾーンの主要パラメータを表 3.3.1 にまとめる。セル平均の核分裂性プルトニウムの富化度は、約 16% である。水素対重金属原子数比（H/HM）は、約 0.1 から 0.8 まで系統的に変えられている。

FCA-XXII-1 (65V) 炉心の水平方向及び垂直方向の炉心断面図を、それぞれ図 3.3.2 及び図 3.3.3 に示す。テストゾーンの引き出し（ドロワー）の数は、45V、65V 及び 95V 炉心に対して、それぞれ 61、69 及び 77 体である。一連の炉心を通じて、テストゾーンの高さは 91cm である。上下部軸方向ブランケットは、天然ウラン金属であり、20cm の厚さをもち、テストゾーンの上下に付いている。径方向には、テストゾーンから順に、5cm 厚さのステンレス鋼のバッファゾーン、5cm 厚さの濃縮ウランのドライバーゾーン、及び2つの径方向ブランケットである。ドライバーゾーンに隣接して、制御・安全棒（SCR）を配置している。内側のソフトブランケット（SB）は、30cm の厚さがあり、大量の劣化ウラン酸化物とナトリウムを含んでいる。外側のブランケットは、15cm の厚さがあり、劣化ウラン金属のみを含んでいる。図 3.3.4 に、65V 炉心での燃料セルのプレートパターンを示す。テストゾーンの燃料セル以外は、3 つの炉心で共通である。本研究で活用する実験値は、実効増倍率（ k_{eff} ）、炉心中心での ^{238}U 捕獲対 ^{239}Pu 核分裂反応率比（C28/F49）及びボイド反応度（void）である。ボイド反応度は、45V 炉心では、ボイド率 45% のポリスチレン減速材をボイド率 95% のポリスチレン減速材に、65V 炉心では 65%

減速材を 95% 減速材に、95V 炉心では 95% 減速材を 45% 減速材に置換して得られている。減速材を置換した領域は、45V 及び 65V 炉心では中央のドロワーの 9 セル分、95V 炉心では中央ドロワーの 1 セル分である。

以上のように、本研究で活用する FCA-XXII-1 臨界実験は、部分的に水冷却増殖炉心を模擬していること、実機対象炉心のもつ中性子スペクトルを包含するように異なる中性子スペクトルをもつ 3 つの炉心で実験がなされていること、及び種々の核特性について測定がなされていることから、本研究にとって非常に有用な実験である。

Table 3.3.1 Parameters of the test zones in FCA-XXII-1 series cores

	45V	65V	95V
Enrichment (%)	15.8	15.8	15.8
Void fraction (%)	45	65	95
H/HM	0.81	0.52	0.09

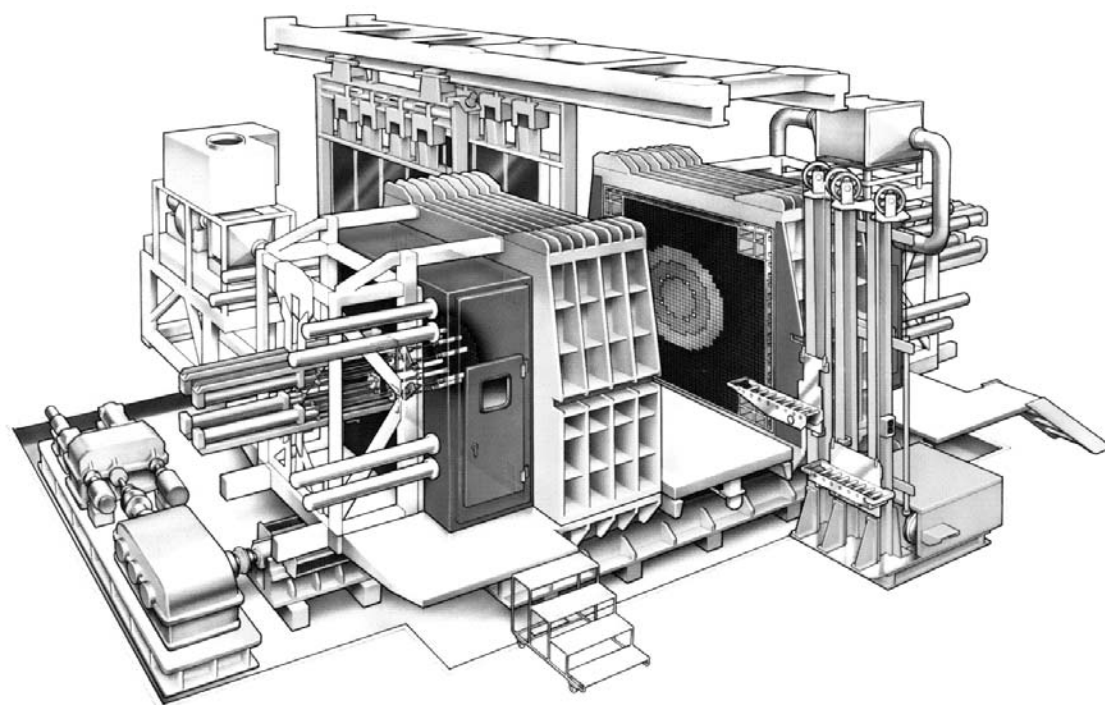


Fig. 3.3.1 Bird-eye view of FCA

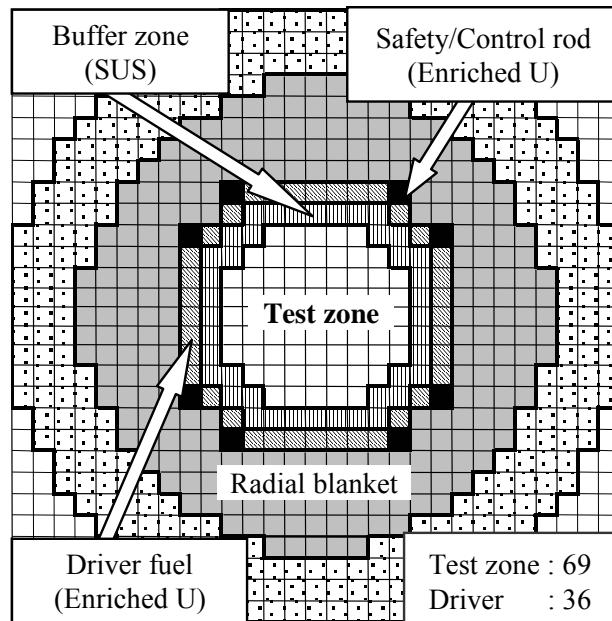


Fig. 3.3.2 Horizontal view of FCA-XXII-1 (65V) core

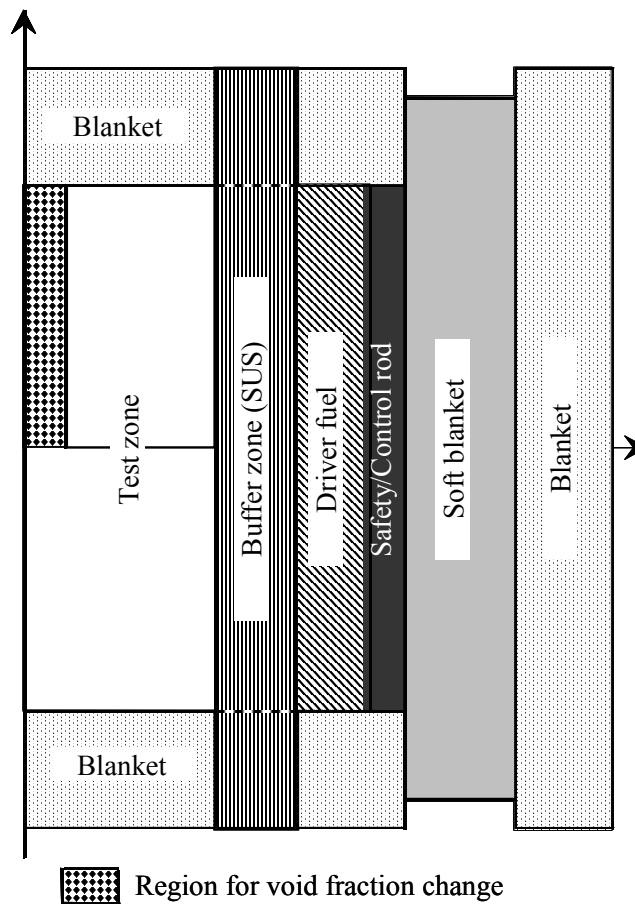


Fig. 3.3.3 Vertical view of FCA-XXII-1 (65V) core

CH (65V)	C (1/8)	Na	C (1/8)
AL203	NU (1/8)		EU93
NU (1/16)	C (1/16)		C (1/4)
Pu92	C (1/8)	DUO ₂	EU93
AL203	EU93	Na	C (1/4)
CH (65V)	C (1/4)		EU93
DUO ₂	NU (1/8)	DUO ₂	CH2
CH (65V)	C (1/4)	DUO ₂	CH2
AL203	NU (1/8)	DUO ₂	SS
NU (1/16)	C (1/4)		CH2
Pu92	EU93	Na	CH2
AL203	C (1/8)	DUO ₂	EU93
CH (65V)	C (1/16)		C (1/4)
DUO ₂	NU (1/8)		EU93
CH (65V)	C (1/8)	Na	C (1/4)
AL203			EU93
Pu92			C (1/8)
NU (1/16)			
AL203			
CH (65V)			

Test zone

Driver

SB

SCR

Note

- Pu92 : 92% fissile plutonium metal (SS clad), 1/16"^{tt}
 EU93 : 93% enriched uranium metal, 1/16"^{tt}
 DUO₂ : Depleted uranium dioxide, 1/4"^{tt}
 NU : Natural uranium metal
 Al₂O₃ : Alumina, 1/16"^{tt}
 CH(65V) : 65% voided polystyrene, 1/8"^{tt}
 CH₂ : Polyethylene, 1/16"^{tt}
 C : Carbon(graphite)
 Na : Sodium, 1/4"^{tt}
 SS : Stainless steel

Fig. 3.3.4 Cell patterns of FCA-XXII-1 (65V) core

3. 4 実験値及び実験解析値

実験値及び実験解析値は、バイアス因子及びLC法における重みの決定に必要である。実験解析は、核データファイルとして JENDL-3.3¹²⁾ を用いた連続エネルギーモンテカルロ法コード MVP¹³⁾ により、現実的な観点からできるだけ詳細な幾何形状モデルを用いた詳細解析により実施した。実験値及び実験解析値を実験誤差及びモンテカルロ計算の統計誤差とともに表 3.4.1 に示す。次節以降において、実験値及び実験解析値における相関について述べる。

Table 3.4.1 Experimental values, errors in experiments, values resulting from experimental analyses with Monte Carlo calculations and statistical errors of the Monte Carlo calculations for FCA-XXII-1 experiments

Experiment	Experimental value	Error in experiment	Experimental analysis	Statistical error
keff_45V	1.00203	0.0024%	1.01039	0.007%
keff_65V	1.00296	0.0029%	1.00750	0.006%
keff_95V	1.00291	0.0027%	0.99982	0.006%
C28/F49_65V	0.126	1.5%	0.127	0.14%
C28/F49_95V	0.130	1.4%	0.131	0.10%
void_45V	-9.17*	0.92%	-8.95*	1.6%
void_65V	-5.04*	1.3%	-5.12*	1.9%
void_95V	1.37*	15%	1.48*	9.9%

* : the unit of void reactivity is $10^{-4}dk/k$

3. 5 実験誤差に関する共分散データの評価

実験値に関する共分散行列を評価するために、 i -番目及び j -番目の実験値間の共分散の評価手法を考える。実験誤差は、互いに相関をもたない多数の誤差要因からなるものとする。すなわち、実験値の分散は誤差要因の分散の総和で与えられるものとする。

$$\Delta E_i = \sum_l \Delta E_{il}, \quad V(\Delta E_i) = \sum_l V(\Delta E_{il}) \quad (3.5.1)$$

ここで、 ΔE_{il} は、 i -番目の実験値に含まれる l -番目の誤差要因の誤差である。異なる誤差要因に関しては、異なる実験値間には相関がないとする合理的な仮定を用いることにより、 i -番目及び j -番目の実験値間の共分散は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \text{cov}(\Delta E_i, \Delta E_j) &= \sum_l \sum_m \text{cov}(\Delta E_{il}, \Delta E_{jm}) \\ &= \sum_l \sum_m c_{iljm} \sqrt{V(\Delta E_{il})} \sqrt{V(\Delta E_{jm})} \\ &= \sum_k c_{ikjk} \sqrt{V(\Delta E_{ik})} \sqrt{V(\Delta E_{jk})} \quad (3.5.2) \end{aligned}$$

ここで、添字の l と m はそれぞれ l -番目及び m -番目の誤差要因を意味し、 c_{iljm} はその間の相関係数を意味する。実験値間の共分散を評価するために、実験値間での同一の誤差要因についての相関の有無に応じて、0 または 1 の相関係数を与える。

FCA-XXII-1 炉心での実効増倍率の実験値の誤差要因を表 3.5.1 に示す。実効増倍率は、検出器補正及びドライバー補正とともに余剰反応度測定により測定されている¹⁴⁾。検出器補正及びドライバー補正は、余剰反応度測定と同じ手順により測定されているため、検出器補正及びドライバー補正における測定誤差は、余剰反応度測定における誤差要因と同一の誤差要因で構成される。これらの誤差要因は、制御安全棒の位置、固定側炉心と可動側炉心の密着面のギャップ幅及び温度補正である。これらは、統計的な誤差を基にしているため、これらの誤差要因に関して実効増倍率の実験値間

の相関はない。実効増倍率の実験値間においては、余剰反応度測定における固定側炉心と可動側炉心の密着面のギャップ幅に対する誤差要因のみが完全な相関を持っている。これは、65V 炉心における密着面のギャップ幅に対する誤差を、他の炉心に対して用いたためである。

FCA-XXII-1 炉心での C28/F49 の実験値の誤差要因を表 3.5.2 に示す。C28/F49 の実験値間で考慮される完全相関は、 ^{243}Am - ^{239}Np 標準線源の強度、 γ 線の自己吸収補正係数及び平行板型核分裂検出器 (PFC) の ^{239}Pu の原子数密度である。これらは、各炉心での測定において共通に用いられたためである。それらに加え、 ^{243}Am - ^{239}Np の計数率に対して、完全な相関を考慮した。これは、65V 炉心における計数率を 95V 炉心に対して用いたためである。中性子束レベルモニターの計数率及びセル平均因子は ^{238}U 捕獲率測定及び ^{239}Pu 核分裂率測定で現れるが、各測定間でこれらは互いに独立である。C28/F49 の実験値の誤差要因は、実効増倍率及びボイド反応度の実験値の誤差要因には含まれない。このため、C28/F49 の実験値と実効増倍率またはボイド反応度の実験値の間の相関はない。

FCA-XXII-1 炉心でのボイド反応度の実験値の誤差要因を表 3.5.3 に示す。ボイド反応度の実験値間の相関はない。ボイド反応度の実験値の誤差要因は実効増倍率の実験値と同一の誤差要因である。しかしながら、ボイド反応度と実効増倍率の実験値の間には、標準反応度単位¹⁴⁾に対する完全相関を除いて相関はない。

以上により得られた実験値の共分散行列を表 3.5.4 に示す。

Table 3.5.1 Error sources in experimental results regarding multiplication factor
in the FCA-XXII-1 cores (unit in %)

Error Sources	45V	65V	95V
Excess reactivity measurement			
Position of safety and control rods	0.00016	0.00015	0.00016
Gap width between divided cores	0.00011	0.00013	0.00013
Temperature correction	0.00063	0.00071	0.00069
Detector correction			
Position of safety and control rods	0.00023	0.00021	0.00022
Gap width between divided cores	0.00086	0.00086	0.00088
Temperature correction	0.00089	0.00101	0.00101
Driver correction			
Position of safety and control rods	0.00023	-	-
Gap width between divided cores	0.00086	-	-
Temperature correction	0.00089	-	-
Standard reactivity worth	0.0014	0.0024	0.0022
Total	0.0024	0.0029	0.0027

Table 3.5.2 Error sources in experimental results regarding C28/F49
in the FCA-XXII-1 cores (unit in %)

Error Sources	65V	95V
Capture rate of U-238		
Intensity of Am-243-Np-239 source	0.30	0.30
Count rate of Am-243-Np-239 source	0.20	0.20
Mass of depleted uranium foil	0.20	0.20
Count rate of depleted uranium foil	0.31	0.32
Count rate of power level monitor	0.01	0.01
Decay constant	0.77	0.77
Foil thickness	0.20	0.20
Gamma-ray mass-attenuation coefficient	0.32	0.32
Cell averaging factor	0.59	0.39
Fission rate of Pu-239		
Atomic number of Pu-239 in PFC	0.50	0.50
Count rate of PFC	0.42	0.50
Count rate of power level monitor	0.15	0.09
Cell averaging factor	0.65	0.43
Total	1.5	1.4

Table 3.5.3 Error sources in experimental results regarding void reactivity in the FCA-XXII-1 cores (unit in %)

Error Sources	45V	65V	95V
Excess reactivity measurement			
Position of safety rods	0.04	0.06	0.26
Position of control rods	0.11	0.19	0.74
Gap width between divided cores	0.09	0.17	0.64
Temperature correction	0.55	1.0	15
Standard reactivity worth	0.71	0.81	0.75
Total	0.92	1.3	15

Table 3.5.4 A covariance matrix of the experimental values in the FCA-XXII-1 cores

Covariance matrix of experimental values								
	keff _45V	keff _65V	keff _95V	C28/F49 _65V	C28/F49 _95V	void _45V	void _65V	void _95V
keff_45V	5.7E-10*	1.4E-12	1.4E-12	0.0E+0	0.0E+0	1.0E-7	0.0E+0	0.0E+0
keff_65V	1.4E-12	8.1E-10	1.7E-12	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.0E-7	0.0E+0
keff_95V	1.4E-12	1.7E-12	7.1E-10	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	1.6E-7
C28/F49_65V	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.2E-4	4.8E-5	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
C28/F49_95V	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	4.8E-5	1.9E-4	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
void_45V	1.0E-7	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	8.3E-5	0.0E+0	0.0E+0
void_65V	0.0E+0	2.0E-7	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	1.7E-4	0.0E+0
void_95V	0.0E+0	0.0E+0	1.6E-7	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.2E-2

* : 5.7E-10 is read as 5.7×10^{-10}

3. 6 断面積誤差に関する共分散データの評価

断面積誤差に起因する誤差を評価するために感度解析を実施した。感度解析には、拡散理論に基づく一般化摂動理論コード SAGEP¹⁵⁾ を基に、熱エネルギー領域を多群に扱えるように改良したものを用いた。JENDL-3.3 の断面積共分散データを用いて、実験解析値間の共分散及び実験解析値と設計計算値の間の共分散を次式で評価する。

$$S_l V_\sigma S_m^t = \sum_j \sum_k S_{l,j} \text{cov}(\sigma_j, \sigma_k) S_{m,k}^t, \quad (3.6.1)$$

ここで、添字 j 及び k は核種の反応タイプを、添字 l 及び m は実験及び実機炉心を意味する。 $\text{cov}(\sigma_j, \sigma_k)$ は、核種の反応 j 及び k の間の断面積共分散を意味する。実験解析値間の共分散を表 3.6.1 まとめる。設計計算値の分散及び設計計算値と実験解析値間の共分散を表 3.6.2 にまとめる。

Table 3.6.1 A covariance matrix of values resulting from the experimental analyses in FCA-XXII-1 cores with respect to uncertainty due to errors in cross sections

Covariance matrix of values resulting from the experimental analyses with respect to uncertainty due to errors in cross sections								
	keff _45V	keff _65V	keff _95V	C28/F49 _65V	C28/F49 _95V	void _45V	void _65V	void _95V
keff_45V	1.9E-5*	1.7E-5	1.4E-5	-2.2E-5	-1.7E-5	-1.7E-5	4.0E-7	7.5E-6
keff_65V	1.7E-5	1.7E-5	1.6E-5	-2.2E-5	-2.2E-5	-4.0E-5	-3.7E-5	-3.3E-5
keff_95V	1.4E-5	1.6E-5	2.0E-5	-2.0E-5	-2.9E-5	-9.1E-5	-1.1E-4	-1.3E-4
C28/F49_65V	-2.2E-5	-2.2E-5	-2.0E-5	6.8E-5	7.2E-5	2.5E-5	1.4E-5	4.5E-5
C28/F49_95V	-1.7E-5	-2.2E-5	-2.9E-5	7.2E-5	1.1E-4	1.4E-4	1.9E-4	2.7E-4
void_45V	-1.7E-5	-4.0E-5	-9.1E-5	2.5E-5	1.4E-4	9.3E-4	1.1E-3	1.1E-3
void_65V	4.0E-7	-3.7E-5	-1.1E-4	1.4E-5	1.9E-4	1.1E-3	1.5E-3	1.6E-3
void_95V	7.5E-6	-3.3E-5	-1.3E-4	4.5E-5	2.7E-4	1.1E-3	1.6E-3	2.3E-3

* : 1.9E-5 is read as 1.9×10^{-5}

Table 3.6.2 Variances of neutronic characteristics in the target core and covariances between neutronic characteristics in the experiments and target cores with respect to uncertainty due to errors in cross sections

Variances of neutronic characteristics in the target core with respect to uncertainty due to errors in cross sections			
	keff_Target Core	C28/F49_Target Core	void_Target Core
keff_Target Core	4.2E-5*	-	-
C28/F49_Target Core	-	5.2E-5	-
void_Target Core	-	-	1.2E-3
Covariances between neutronic characteristics in the experiments and target cores with respect to uncertainty due to errors in cross sections			
	keff_Target Core	C28/F49_Target Core	void_Target Core
keff_45V	1.5E-5	-2.0E-5	-3.1E-5
keff_65V	1.8E-5	-2.0E-5	1.4E-6
keff_95V	2.1E-5	-1.9E-5	7.0E-5
C28/F49_65V	-3.5E-5	5.8E-5	-2.3E-6
C28/F49_95V	-4.5E-5	6.5E-5	-1.8E-4
void_45V	-1.0E-4	3.6E-5	-8.5E-4
void_65V	-1.2E-4	2.9E-5	-1.2E-3
void_95V	-1.4E-4	4.4E-5	-1.4E-3

* : 4.2E-5 is read as 4.2×10^{-5}

3. 7 実験解析における解析モデル化誤差

第3.4節で述べたように、実験解析は、現実的な観点からできるだけ詳細な幾何形状モデルを用いて実施した。よって、実験解析値に含まれる誤差は、断面積誤差に起因するものを除くと、モンテカルロ計算の統計誤差とモンテカルロ解析計算における幾何形状などの入力に含まれる誤差に起因する計算結果の誤差である。本節では、解析の入力、すなわち解析のモデル化において、現実的な観点から通常考慮されないために生じる解析モデル化に伴う誤差について評価する。

3. 7. 1 幾何学的な解析範囲の限定に伴う解析モデル化誤差

現実的な実験解析においては、その解析範囲は、ドロワーが格納されている炉心部に限定されている。本節では、実験装置全体及び実験装置が格納されている建屋構造までを解析対象範囲に考慮する。この解析モデルを炉室構造モデルと称する。この炉室構造モデルの概要を図 3.7.1 に示す。この炉室構造モデルによる実験解析をモンテカルロ計算で実施した¹⁶⁾。実験解析値と比較した結果を表 3.7.1 にまとめる。

表 3.7.1 より、実効増倍率については、炉室構造モデルの方が 0.06% から 0.08% 大きいことがわかる。炉室構造モデルによる解析値と実験解析値の差は、その他の断面積誤差に起因する誤差や次節で述べるプレート重量及び組成比のばらつきに起因する解析モデル化誤差の評価値に比べ小さく、核特性不確かさ評価に対する影響は小さいと考えられるため、本研究では考慮しない。

C28/F49 については、炉室構造モデルにより、0.6% 程度の差が生じているが、この差は統計誤差と同等であり、現段階では有意なものと認められないため、本研究では考慮しないこととする。

Table 3.7.1 Summary of analysis results with the room model treating a whole core room

Experiment	Detailed model / Experimental analysis model	Statistical error
keff_45V	1.0006	0.009%
keff_65V	1.0008	0.009%
C28/F49_65V	1.006	0.63%

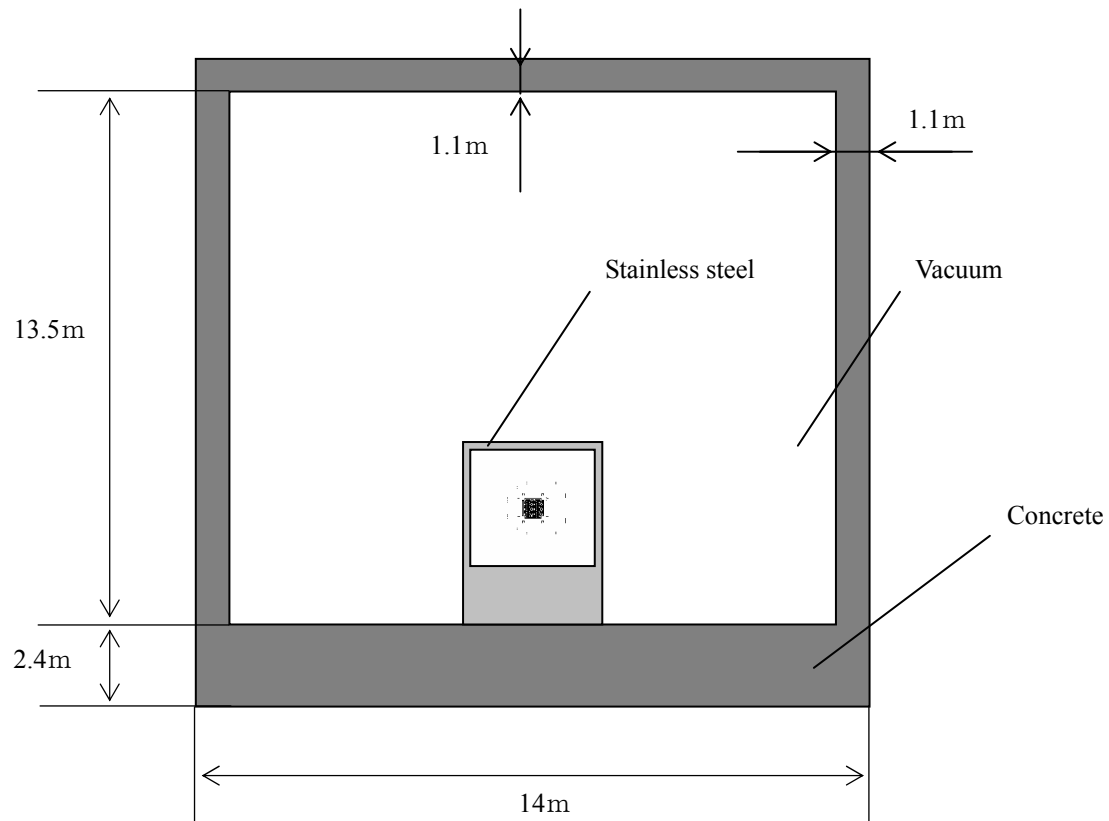


Fig 3.7.1 The room model treating a whole core room of FCA-XXII-1 core

3. 7. 2 プレート重量及び組成比のばらつきに起因する解析モデル化誤差

本節では、FCA-XXII-1 炉心において多種多様かつ大量の燃料及び模擬物質板を使用することに関して、解析モデル化に伴う誤差を考慮する。各プレートタイプにおいて、プレート重量及び組成比に微少のばらつきがある。この事実は、異なる重量及び組成比をもつプレートを炉心内でランダムに配置させることになる。しかしながら、実験解析では、プレート重量及び組成比について、通常、一律にそれらの平均値を用いる。よって、実際には様々なプレート重量や組成比をもつプレートがランダムな配置をしているのに対し、解析モデルでは平均の重量や組成比をもつプレートを均一に配置させる。このため、実験解析結果には、プレート重量や組成比のばらつきに起因する誤差が含まれる。本節では、燃料板の重量及び組成比のばらつきによる影響を次の3つに分解して考慮する。

○重量平均値の不確かさによる各核種の炉心内の原子数の不確かさによる誤差、

○組成比平均値の不確かさによる各核種の炉心内の原子数の不確かさによる誤差、

○炉心の各核種の原子数は一定であるものの、様々な重量のプレートのランダムな装荷を平均の重量及び組成比をもつプレートの均一装荷とすることによる誤差。

これらを各々、重量平均値の不確かさによる誤差、組成比平均値の不確かさによる誤差及び均一装荷に含まれる誤差と称する。これらの3つの解析モデル化に伴う誤差を感度係数と炉心の原子数共分散を用いて評価する。

(1) 評価手法

感度係数及び原子数共分散を用いた評価手法について概説する。ある核特性 R に対する領域 j 、核種 k の原子数に対する感度係数を $S_{j,k}$ 、領域 j におけるプレートタイプ i のプレートが占める体積を $p_{j,i}$ 、領域 j 、プレートタイプ i 、核種 k の数密度の誤差（相対値）を $\Delta N_{j,i,k}$ とする。領域 j 、プレートタイプ i 、核種 k の数密度の誤差による核特性 R の誤差（相対値）は、次式のように表すことができる。

$$\Delta R_k = \sum_{j=1}^J S_{j,k} \sum_{i=1}^I p_{j,i} \Delta N_{j,i,k} N_{i,k} / A_k \quad . \quad (3.7.1)$$

ここで、 $N_{i,k}$ は、プレートタイプ i 、核種 k の母集団の数密度の平均値であり、 A_k はその平均値にプレートタイプ i の体積を乗じ、プレートタイプについての総和をとって得られる炉心全体における核種 k の原子数である。また、 $p_{j,i} N_{i,k}/A_k$ は、核種 k についての炉心全体での原子数に対する領域 j 、プレートタイプ i での原子数の割合を意味する。全核種の数密度の誤差による核特性 R の誤差は

$$\Delta R = \sum_{k=1}^K \Delta R_k \quad , \quad (3.7.2)$$

となり、核特性 R の分散は、次式で表される。

$$V\left(\frac{R}{R_t}\right) = V\left(\sum_{k=1}^K \Delta R_k\right) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \text{cov}(\Delta R_k, \Delta R_l) \quad , \quad (3.7.3)$$

ここで、 R_t は核特性 R の真値である。核特性 R の分散は、異なるプレートタイプは互いに独立であり、その間の相関はないと仮定すると、次式で表すことができる。

$$\text{cov}(\Delta R_k, \Delta R_l) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J S_{j,k} p'_{j,i,k} r_{i,j,j'} r'_{i,k,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} S_{j',l} p'_{j',i,l} \quad , \quad (3.7.4)$$

ここで、 $V(\Delta N_{i,k})$ は、プレートタイプ i の核種 k の母集団の数密度の分散を意味し、 $r_{i,j,j'}$ 及び $r'_{i,k,l}$ は、それぞれ、プレートタイプ i の数密度に関する領域間の相関係数及び核種間の相関係数を意味する。また、 $p'_{j,i,k}$ は $p'_{j,i,k} = p_{j,i} N_{i,k}/A_k$ で定義される量である。式 (3.7.4) を用いると、核特性 R の分散は、次式で表される。

$$V\left(\frac{R}{R_t}\right) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J S_{j,k} p'_{j,i,k} r_{i,j,j'} r'_{i,k,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} S_{j',l} p'_{j',i,l} \quad . \quad (3.7.5)$$

数密度に関する領域間の相関係数を 1 とすると、そのときの分散 V_1 は次式で表される。

$$V_1\left(\frac{R}{R_t}\right) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J S_{j,k} p'_{j,i,k} r'_{i,k,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} S_{j',l} p'_{j',i,l} \quad . \quad (3.7.6)$$

さらに、領域別の感度係数の代わりに、次式の炉心全体の感度係数を用いると、

$$S_k = \sum_{j=1}^J S_{j,k} \quad , \quad (3.7.7)$$

分散 V_1 は以下のように書き換えることができる。

$$V_2\left(\frac{R}{R_t}\right) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J S_k p'_{j,i,k} r'_{i,k,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} S_l p'_{j',i,l} \quad . \quad (3.7.8)$$

式 (3.7.8) による分散 V_2 と式 (3.7.5) による分散 V の差は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} V_2\left(\frac{R}{R_t}\right) - V\left(\frac{R}{R_t}\right) &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J S_k p'_{j,i,k} r'_{i,k,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} S_l p'_{j',i,l} \\ &\quad - \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J S_{j,k} p'_{j,i,k} r_{i,j,j'} r'_{i,k,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} S_{j',l} p'_{j',i,l} . \end{aligned} \quad (3.7.9)$$

ここで、同一のプレートタイプ内の核種間では、完全相関を仮定し、核種に対する総和をとると、式 (3.7.9) による分散の差は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} V_2\left(\frac{R}{R_t}\right) - V\left(\frac{R}{R_t}\right) &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J \left\{ \sum_{k=1}^K S_k p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \right\} \left\{ \sum_{l=1}^K S_l p'_{j',i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} \right\} \\ &\quad - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J \left\{ \sum_{k=1}^K S_{j,k} p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \right\} r_{i,j,j'} \left\{ \sum_{l=1}^K S_{j',l} p'_{j',i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} \right\} . \end{aligned} \quad (3.7.10)$$

ここで、感度係数の領域依存性を示す領域間の比例定数を以下のように定義し、

$$a_{j,k} = \frac{S_{j,k}}{S_{J,k}} \quad , \quad (3.7.11)$$

これを式 (3.7.10) に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} V_2\left(\frac{R}{R_t}\right) - V\left(\frac{R}{R_t}\right) &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J \left\{ \sum_{k=1}^K \left(\sum_{jj=1}^J a_{jj,k} \right) S_{J,k} p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \right\} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{l=1}^K \left(\sum_{jj=1}^J a_{jj,l} \right) S_{J,l} p'_{j',i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} \right\} \\ &\quad - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J \left\{ \sum_{k=1}^K a_{j,k} S_{J,k} p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \right\} r_{i,j,j'} \\ &\quad \cdot \left\{ \sum_{l=1}^K a_{j',l} S_{J,l} p'_{j',i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} \right\} . \end{aligned} \quad (3.7.12)$$

ここで、比例定数が核種によらないと仮定すると、式 (3.7.12) に示される分散の差は次式に変形できる。

$$\begin{aligned} V_2\left(\frac{R}{R_t}\right) - V\left(\frac{R}{R_t}\right) &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J \left\{ \left(\sum_{jj=1}^J a_{jj} \right) \sum_{k=1}^K S_{J,k} p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \right\} \\ &\quad \cdot \left\{ \left(\sum_{jj=1}^J a_{jj} \right) \sum_{l=1}^K S_{J,l} p'_{j',i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} \right\} \\ &\quad - \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J \left\{ a_j \sum_{k=1}^K S_{J,k} p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \right\} r_{i,j,j'} \\ &\quad \cdot \left\{ a_{j'} \sum_{l=1}^K S_{J,l} p'_{j',i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J \left\{ \sum_{k=1}^K S_{J,k} p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \right\}^2 \\ &\quad \cdot \left\{ \left(\sum_{jj=1}^J a_{jj} \right) \left(\sum_{jj=1}^J a_{jj} \right) - a_j a_{j'} r_{i,j,j'} \right\} \end{aligned} \quad (3.7.13)$$

領域間の相関係数 $r_{i,jj'}$ が 1 以下であることを考慮すると、感度係数の領域間の比例定数 a_j が領域 j によらず正であれば、式 (3.7.13) は必ず正となる。感度係数の領域間の比例定数が正であるのは、感度係数が領域 j に対して、常に正、または常に負であるときである。以上をまとめると、同一プレートタイプにおける数密度に関する核種間の相関係数を 1 と仮定し、また、感度係数の領域間の変化が急激ではなく、その変化の仕方が核種間で大差がないと仮定すれば、領域毎の感度係数の代わりに炉心全体の感度係数を用い、数密度に関する領域間の相関係数を 1 とおくことにより、実際の分散より必ず大きめの分散を評価する。

前者の同一プレートタイプにおける数密度に関する核種間の相関係数を 1 とする仮定は、プレート重量の誤差に対しては現実的な仮定である。なお、プレートの組成比の誤差に対しては、現実的ではないため、後述するように別の評価法をとる。

後者の感度係数の領域間の変化が急激ではなく、その変化の仕方が核種間で大差がないとする仮定の妥当性を考える。次の第 (2) 項で述べる感度係数の評価方法に示されるように、感度係数の領域依存性は、中性子束と随伴中性子束の積、随伴一般化中性子束と中性子束の積あるいは一般化中性子束と随伴中性子束の積の領域依存性に比例する。炉心内のテストゾーン、ドライバーゾーンなどの個別のゾーン内においては、上記の中性子束のスペクトルが位置によらずあまり変化しないと仮定すると、感度係数は上記の中性子束の大きさにのみ依存する。したがって、同一のプレートタイプのプレートが複数のゾーンに存在しない限りにおいては、後者の仮定は妥当なものと考えられる。

図 3.3.4 に示されているとおり、プルトニウム板、1/16 インチ厚さの天然ウラン板、発泡性のポリスチレン板、アルミナ板はテストゾーンのみで使用されている。中性子束等のスペクトルのテストゾーン内での位置依存性が無視できるほど小さいと仮定すれば、これらのプレートタイプについては、後者の仮定、すなわち感度係数の変化の仕方が核種間で大差がないとする仮定は妥当であると考えられる。1/8 インチ厚さの天然ウラン板はドライバーゾーンのみで使用されており、中性子束等のスペクトルのドライバーゾーン内での位置依存性が無視できるほど小さいと仮定すれば、1/8 インチ厚さの天然ウラン板についても、後者の仮定は妥当であると考えられる。93%濃縮ウラン板は、ドライバー燃料及び制御・安全棒として使用されている。制御・安全棒を無視すると、93%濃縮ウラン板は、ドライバーゾーンのみで使用されているた

め、93%濃縮ウラン板についても、同様に後者の仮定は妥当であると考えられる。劣化ウラン酸化物板は、テストゾーン及び径方向のブランケットゾーンで使用されているが、テストゾーンは炉心中央、ブランケットゾーンは炉心端と離れているため、ブランケットゾーンの感度係数はテストゾーンの感度係数に比べ小さいとみなせる。このため、劣化ウラン酸化物板については、テストゾーンのみを考慮できると仮定すれば、劣化ウラン酸化物板についても、同様に後者の仮定は妥当であると考えられる。以上のとおり、本研究で活用する FCA-XXII-1 炉心では、後者の仮定は妥当であると考えられる。

さて、式 (3.7.8) において、同一プレートタイプにおける数密度に関する核種間の相関係数を 1 と仮定すると、式 (3.7.8) は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned}
 V_2\left(\frac{R}{R_l}\right) &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J S_k p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} p'_{j',i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} S_l \\
 &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^I S_k \left\{ \sum_{j=1}^J p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \right\} \left\{ \sum_{j'=1}^J p'_{j',i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} \right\} S_l \\
 &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K S_k \sum_{i=1}^I \tilde{p}_{i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \tilde{p}_{i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} S_l \\
 &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K S_k \sqrt{V(\Delta A_k)} \sqrt{V(\Delta A_l)} S_l .
 \end{aligned} \tag{3.7.14}$$

ここで、 $\tilde{p}_{i,k}$ は核種 k についての炉心全体の原子数に対するプレートタイプ i の全プレート内の原子数の割合であり、次式の関係式で表される。

$$\begin{aligned}
 \sqrt{V(\Delta A_k)} \sqrt{V(\Delta A_l)} &= \sum_{i=1}^I \tilde{p}_{i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} \tilde{p}_{i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} \\
 &= \sum_{i=1}^I p_i N_{i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} p_i N_{i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})} / (A_k A_l) .
 \end{aligned} \tag{3.7.15}$$

ここで、 p_i はプレートタイプ i の占める体積である。本研究では、最終的には、式 (3.7.14) により、炉心全体での各核種の原子数の不確かさ（相対値）及び炉心全体の感度係数を用いて、重量平均値の不確かさによる誤差及び均一装荷に含まれる誤差を

評価する。この評価方法により、解析モデル化に伴う実際の誤差に比べ、必ず大きめの誤差を評価する保守的なものとなる。

次に、プレートの組成比のばらつきに起因する核特性に対する分散の評価方法について述べる。全プレートタイプのうち組成比の不確かさが最も大きいプレートタイプの不確かさを全プレートに代用し、かつ、領域毎の感度係数の代わりに炉心全体の感度係数を用い、数密度に関する領域間の相関係数を 1 とおくと、式 (3.7.8) より核特性に対する分散 V_3 は新たに次式で表される。

$$V_3 \left(\frac{R}{R_t} \right) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J S_k p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{m,k})} \sqrt{V(\Delta N_{n,l})} S_l p'_{j',i,l} \quad . \quad (3.7.16)$$

ここで、添字 m 及び n は、それぞれ核種 k 及び l に対して組成比について最も不確かさの大きいプレートタイプを意味する。式 (3.7.16) を変形すると次式を得る。

$$\begin{aligned} V_3 \left(\frac{R}{R_t} \right) &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \sum_{j'=1}^J S_k p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{m,k})} p'_{j',i,l} \sqrt{V(\Delta N_{n,l})} S_l \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sum_{i=1}^I S_k \left\{ \sum_{j=1}^J p'_{j,i,k} \sqrt{V(\Delta N_{m,k})} \right\} \left\{ \sum_{j'=1}^J p'_{j',i,l} \sqrt{V(\Delta N_{n,l})} \right\} S_l \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K S_k \sum_{i=1}^I \tilde{p}_{i,k} \sqrt{V(\Delta N_{m,k})} \tilde{p}_{i,l} \sqrt{V(\Delta N_{n,l})} S_l \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K S_k \sqrt{V(\Delta A_{m,k})} \sqrt{V(\Delta A_{n,l})} S_l \quad . \end{aligned} \quad (3.7.17)$$

ここで、次式の関係式を定義した。

$$\sqrt{V(\Delta A_{m,k})} \sqrt{V(\Delta A_{n,l})} \equiv \sum_{i=1}^I \tilde{p}_{i,k} \sqrt{V(\Delta N_{m,k})} \tilde{p}_{i,l} \sqrt{V(\Delta N_{n,l})} \quad . \quad (3.7.18)$$

式 (3.7.17) に示した分散 V_3 に対して、次式で新たに定義する分散 V_4 を比較すると、

$$V_4\left(\frac{R}{R_t}\right) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sqrt{S_k V(\Delta A_{m,k}) S_k} \sqrt{S_l V(\Delta A_{n,l}) S_l} , \quad (3.7.19)$$

式 (3.7.19) で新たに定義した分散 V_4 が、分散 V_3 より大きいことは明らかである。一方、式 (3.7.14) に示した分散 V_2 に対して、次式で新たに定義する分散 V_5 を比較すると、

$$V_5\left(\frac{R}{R_t}\right) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sqrt{S_k V(\Delta A_k) S_k} \sqrt{S_l V(\Delta A_l) S_l} , \quad (3.7.20)$$

式 (3.7.20) で新たに定義した分散 V_5 が、分散 V_2 より大きいことは明らかである。ここで、式 (3.7.19) で定義した分散 V_4 と式 (3.7.20) で定義した分散 V_5 を比較すると、分散 V_4 が、分散 V_5 より大きいことは明らかである。したがって、分散 V_4 は、式 (3.7.8) または式 (3.7.14) に示した分散 V_2 より大きくなることは明らかである。本研究では、式 (3.7.19) により、組成比の不確かさが最大であるプレートタイプの組成比の不確かさ及び炉心全体の感度係数を用いて、組成比平均値の不確かさによる誤差を評価する。

(2) 原子数感度係数の評価手法

実効増倍率の断面積変化に対する感度係数は次式で表される。

$$\begin{aligned} S &= \frac{\partial k_{eff} / k_{eff}}{\partial \sigma / \sigma} \\ &= \frac{-\left\langle \phi^* \frac{\partial B}{\partial \sigma / \sigma} \phi \right\rangle}{\left\langle \phi^* \lambda F \phi \right\rangle} . \end{aligned} \quad (3.7.21)$$

ここで、 B は拡散方程式の演算子、 F は核分裂を表す演算子である。 λ は拡散方程式の固有値であり、実効増倍率の逆数である。 ϕ 及び ϕ^* は、それぞれ中性子束及び随伴中性子束を意味する。さらに山括弧は全炉心での体積積分及び全エネルギー

一での積分を意味する。上式の右辺第1項では、断面積変化は炉心全体において影響を及ぼす。したがって、核種 k についての炉心内の原子数変化に対する感度係数 S'_k には、式 (3.7.21) により計算された断面積変化に対する感度係数をそのまま用い、次式で表される感度係数を使用する。

$$S'_k = \frac{\partial k_{eff} / k_{eff}}{\partial \sigma_k / \sigma_k} - \frac{\left\langle \phi^* \frac{\partial B}{\partial \sigma_k / \sigma_k} \phi \right\rangle}{\left\langle \phi^* \lambda F \phi \right\rangle} . \quad (3.7.22)$$

この感度係数を重量平均値の不確かさによる誤差、組成比平均値の不確かさによる誤差及び均一装荷に含まれる誤差を評価するために用いる。

次式で定義される反応率比、

$$R = \frac{\langle \Sigma_1 \phi \rangle}{\langle \Sigma_2 \phi \rangle} , \quad (3.7.23)$$

に対する断面積変化に対する感度係数は、以下で与えられる。

$$S = \frac{\partial R / R}{\partial \sigma / \sigma} = \left\langle \frac{\frac{\partial \Sigma_1}{\partial \sigma / \sigma} \phi}{\Sigma_1 \phi} \right\rangle - \left\langle \frac{\frac{\partial \Sigma_2}{\partial \sigma / \sigma} \phi}{\Sigma_2 \phi} \right\rangle - \left\langle \Gamma^* \frac{\partial B}{\partial \sigma / \sigma} \phi \right\rangle . \quad (3.7.24)$$

ここで、 Γ^* は随伴一般化中性子束であり、次式を満たすように求められる。

$$B^* \Gamma^* = \frac{\Sigma_1}{\langle \Sigma_1 \phi \rangle} - \frac{\Sigma_2}{\langle \Sigma_2 \phi \rangle} , \quad (3.7.25)$$

ここで、 B^* は随伴方程式の演算子である。FCA 臨界実験では、C28/F49 は劣化ウラン箔及び PFC により炉中心において測定されている。また、C28/F49 は微視的反応率の比として測定されている。このため、炉心の原子数変化は、式 (3.7.24) の右辺第 1 項及び第 2 項には影響しない。右辺の第 3 項では、断面積変化は炉心全体において影響を及ぼすため、核種 k についての炉心内の原子数変化に対する感度係数には、式 (3.7.24) の右辺第 3 項のみを考慮した次式で表される感度係数を使用する。

$$\begin{aligned} S'_k &= \frac{\partial R/R}{\partial \sigma_k/\sigma_k} \\ &= - \left\langle \Gamma^* \frac{\partial B}{\partial \sigma_k/\sigma_k} \phi \right\rangle . \end{aligned} \quad (3.7.26)$$

この感度係数を重量平均値の不確かさによる誤差、組成比平均値の不確かさによる誤差及び均一装荷に含まれる誤差を評価するために用いる。

次式で定義される反応度価値、

$$R = \frac{\langle \phi^* H_1 \phi \rangle}{\langle \phi^* H_2 \phi \rangle} , \quad (3.7.27)$$

に対する断面積変化に対する感度係数は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} S &= \frac{\partial R/R}{\partial \sigma/\sigma} \\ &= \frac{\left\langle \phi^* \frac{\partial H_1}{\partial \sigma/\sigma} \phi \right\rangle}{\langle \phi^* H_1 \phi \rangle} - \frac{\left\langle \phi^* \frac{\partial H_2}{\partial \sigma/\sigma} \phi \right\rangle}{\langle \phi^* H_2 \phi \rangle} - \left\langle \Gamma^* \frac{\partial B}{\partial \sigma/\sigma} \phi \right\rangle - \left\langle \Gamma \frac{\partial B^*}{\partial \sigma/\sigma} \phi^* \right\rangle . \end{aligned} \quad (3.7.28)$$

ここで、 H_1 及び H_2 は、それぞれ反応度価値を摂動理論により求める際の摂動分子及び摂動分母を表す演算子である。また、 Γ^* 及び Γ は、それぞれ随伴一般化中性子束及び一般化中性子束であり、式 (3.7.29) 及び 式 (3.7.30) を満たすように求め

られる。

$$B^* \Gamma^* = \frac{H_1^* \phi^*}{\langle \phi H_1^* \phi^* \rangle} - \frac{H_2^* \phi^*}{\langle \phi H_2^* \phi^* \rangle} , \quad (3.7.29)$$

$$B \Gamma = \frac{H_1 \phi}{\langle \phi^* H_1 \phi \rangle} - \frac{H_2 \phi}{\langle \phi^* H_2 \phi \rangle} . \quad (3.7.30)$$

FCA 臨界実験では、ボイド反応度は炉中央のドロワーのみにおいて、ボイド率の異なるポリスチレン板を置換することにより測定されている。したがって、炉心内の原子数変化は、式 (3.7.28) の右辺第 2 項、第 3 項及び第 4 項に影響する。右辺の第 1 項では、断面積変化は中央ドロワーの摂動領域のみにおいて影響を及ぼす。核種 k の原子数変化に対する感度係数は次式で表される。

$$\begin{aligned} S'_k &= \frac{\partial R/R}{\partial \sigma_k / \sigma_k} \\ &= \frac{\left\langle \phi^* \frac{\partial H_1}{\partial \sigma_{p,k} / \sigma_{p,k}} \phi \right\rangle}{\langle \phi^* H_1 \phi \rangle} - \frac{\left\langle \phi^* \frac{\partial H_2}{\partial \sigma_k / \sigma_k} \phi \right\rangle}{\langle \phi^* H_2 \phi \rangle} - \left\langle \Gamma^* \frac{\partial B}{\partial \sigma_k / \sigma_k} \phi \right\rangle - \left\langle \Gamma \frac{\partial B^*}{\partial \sigma_k / \sigma_k} \phi^* \right\rangle . \end{aligned} \quad (3.7.31)$$

ここで、 $\partial \sigma_{p,k} / \sigma_{p,k}$ は、摂動領域の置換物質であるポリスチレン板に係る水素と炭素の置換前後の断面積変化を意味し、ボイド率の異なるポリスチレン板の置換による微視的断面積への影響は小さく、無視できるものと仮定する。重量平均値の不確かさによる誤差及び均一装荷に含まれる誤差を評価するため、炉心内の原子数変化及び摂動領域内の原子数変化に対する感度係数 $S'_{c,k}$ 及び $S'_{p,k}$ として、それぞれ式 (3.7.32) 及び 式 (3.7.33) を考慮する。

$$S'_{c,k} = - \frac{\left\langle \phi^* \frac{\partial H_2}{\partial \sigma_k / \sigma_k} \phi \right\rangle}{\langle \phi^* H_2 \phi \rangle} - \left\langle \Gamma^* \frac{\partial B}{\partial \sigma_k / \sigma_k} \phi \right\rangle - \left\langle \Gamma \frac{\partial B^*}{\partial \sigma_k / \sigma_k} \phi^* \right\rangle , \quad (3.7.32)$$

$$S'_{p,k} = \frac{\left\langle \phi^* \frac{\partial H_1}{\partial \sigma_{p,k} / \sigma_{p,k}} \phi \right\rangle}{\left\langle \phi^* H_1 \phi \right\rangle} . \quad (3.7.33)$$

組成比のばらつきは重金属のみを考慮したために、組成比平均値の不確かさによる誤差を評価するために用いる感度係数として、式 (3.7.32) のみを考慮する。

(3) 原子数共分散の評価手法

まず、均一装荷に含まれる誤差を評価するための原子数共分散の評価手法について述べる。FCA 実験で使用するプレートについては、重量が測定されている。測定結果を基に、各プレートタイプの原子数密度の平均値及び標準偏差は、それぞれ式 (3.7.34) 及び式 (3.7.35) により評価できる。

$$N_{i,k} = \frac{\sum_{m=1}^n N_{i,k}^m}{n} , \quad (3.7.34)$$

及び

$$\delta N_{i,k} = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^n (N_{i,k}^m - N_{i,k})^2}{(n-1)}} , \quad (3.7.35)$$

ここで、 i はプレートのタイプ、 k はプレートに含まれる核種を表す。なお、 n は測定したプレート枚数であり、添字 m は測定の順番を表す。

タイプ i のプレートが占める全体積 p_i 、すなわち、タイプ i のプレートが炉心全体で使われた枚数とプレート 1 枚の体積との積を考慮すると、炉心全体での原子数の平均値及び原子数の誤差は、それぞれ式 (3.7.36) 及び 式 (3.7.37) により評価でき

る。

$$A_k = \sum_{i=1}^I p_i N_{i,k} \quad , \quad (3.7.36)$$

及び

$$\delta A_k = \sum_{i=1}^I p_i \delta N_{i,k} \quad . \quad (3.7.37)$$

組成・形状が同一のプレート重量間には、明らかにいくらかの相関があるが、第 3. 7. 2 節第 (1) 項で述べた評価方法に従い、本研究ではプレート重量間の相関を完全相関、すなわち相関係数を 1 と仮定して炉心の原子数の分散を考慮する。言い換えれば、これは、全てのプレートは、全て同じ方向に標準偏差だけずれることを意味しており、結果として、炉心の原子数の分散を最大とするものである。また、組成・形状が異なるプレートの重量間では相関を無視できるものと仮定する。このような仮定のもとに、炉心の原子数の分散は、次式により表すことができる。

$$V(\delta A_k) = \sum_{i=1}^I \left(p_i \sqrt{V(\delta N_{i,k})} \right)^2 \quad . \quad (3.7.38)$$

組成・形状が同一のプレート内の異なる核種間の相関は、同一の重量測定結果を用いるために、完全相関にあると仮定して、異なる核種間の炉心の原子数の共分散は、次式で評価できる。

$$\sqrt{V(\delta A_k)} \sqrt{V(\delta A_l)} = \sum_{i=1}^I p_i \sqrt{V(\delta N_{i,k})} p_i \sqrt{V(\delta N_{i,l})} \quad . \quad (3.7.39)$$

均一装荷に含まれる誤差を評価するために、実際に用いる分散及び共分散は、それぞれ式 (3.7.40) 及び式 (3.7.41) により与えられる。

$$V(\Delta A_k) = \frac{\sum_{i=1}^I (p_i \sqrt{V(\delta N_{i,k})})^2}{\left(\sum_{i=1}^I p_i N_{i,k} \right)^2} = \frac{\sum_{i=1}^I (p_i N_{i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})})^2}{(A_k)^2} , \quad (3.7.40)$$

及び

$$\begin{aligned} \sqrt{V(\Delta A_k)} \sqrt{V(\Delta A_l)} &= \frac{\sum_{i=1}^I p_i \sqrt{V(\delta N_{i,k})} p_i \sqrt{V(\delta N_{i,l})}}{\sum_{i=1}^I p_i N_{i,k} \sum_{i=1}^I p_i N_{i,l}} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^I p_i N_{i,k} \sqrt{V(\Delta N_{i,k})} p_i N_{i,l} \sqrt{V(\Delta N_{i,l})}}{A_k A_l} . \end{aligned} \quad (3.7.41)$$

次に、ボイド反応度価値測定炉心について考える。ボイド反応度価値は、ボイド率の異なるポリスチレン板を置換することにより測定されているため、ボイド率の異なるポリスチレン板の原子数の標準偏差の差についての標準偏差を用いる必要がある。ここで、摂動領域でのポリスチレン板の原子数を考える。摂動領域で使われるポリスチレン板の枚数とポリスチレン板 1 枚分の体積との積を q とすると、基準体系での摂動領域のポリスチレン板の原子数 $A_{r,k}$ は次式で表される。

$$A_{r,k} = q(N_{r,k} + \delta N_{r,k}) , \quad (3.7.42)$$

同様に、摂動体系での摂動領域のポリスチレン板の原子数 $A_{p,k}$ は次式で表される。

$$A_{p,k} = q(N_{p,k} + \delta N_{p,k}) . \quad (3.7.43)$$

したがって、ポリスチレン板の置換によって生じる原子数の差は次式で表される。

$$\begin{aligned}
A_{p-r,k} &= q(A_{p,k} - A_{r,k}) \\
&= q(N_{p,k} + \delta N_{p,k} - N_{r,k} - \delta N_{r,k}) \quad .
\end{aligned} \tag{3.7.44}$$

ここで、異なるポリスチレン板の間に相関がないと仮定すると、摂動領域における原子数の分散は、次式で表すことができる。

$$V(\delta A_{p-r,k}) = q^2 \{ V(\delta N_{p,k}) + V(\delta N_{r,k}) \} \quad . \tag{3.7.45}$$

ボイド率が同一のプレート内の異なる核種間の相関は、完全相関にあると仮定すると、異なる核種間の摂動領域における原子数の共分散は、次式で評価できる。

$$\sqrt{V(\delta A_{p-r,k})} \sqrt{V(\delta A_{p-r,l})} = q^2 \left(\sqrt{V(\delta N_{p,k})} \sqrt{V(\delta N_{p,l})} + \sqrt{V(\delta N_{r,k})} \sqrt{V(\delta N_{r,l})} \right) \quad . \tag{3.7.46}$$

ボイド反応度価値に対する摂動領域に関して、均一装荷に含まれる誤差を評価するために、実際に用いる分散及び共分散は、相対値として表すと、それぞれ式 (3.7.47) 及び 式 (3.7.48) により与えられる。

$$\begin{aligned}
V(\Delta A_{p-r,k}) &= \frac{q^2 \{ V(\delta N_{p,k}) + V(\delta N_{r,k}) \}}{q^2 (N_{p,k} - N_{r,k})^2} \\
&= \frac{(N_{p,k} \sqrt{V(\Delta N_{p,k})})^2 + (N_{r,k} \sqrt{V(\Delta N_{r,k})})^2}{(N_{p,k} - N_{r,k})^2} \quad ,
\end{aligned} \tag{3.7.47}$$

及び

$$\begin{aligned}
\sqrt{V(\Delta A_{p-r,k})} \sqrt{V(\Delta A_{p-r,l})} &= \frac{q^2 \left(\sqrt{V(\delta N_{p,k})} \sqrt{V(\delta N_{p,l})} + \sqrt{V(\delta N_{r,k})} \sqrt{V(\delta N_{r,l})} \right)}{q^2 (N_{p,k} - N_{r,k})(N_{p,l} - N_{r,l})} \\
&= \frac{N_{p,k} \sqrt{V(\Delta N_{p,k})} N_{p,l} \sqrt{V(\Delta N_{p,l})} + N_{r,k} \sqrt{V(\Delta N_{r,k})} N_{r,l} \sqrt{V(\Delta N_{r,l})}}{(N_{p,k} - N_{r,k})(N_{p,l} - N_{r,l})} \quad .
\end{aligned} \tag{3.7.48}$$

重量平均値の不確かさによる誤差を評価するための原子数共分散の評価には、式 (3.7.35) で示される母集団の標準偏差を次式で示す平均値の標準偏差に置き換えること以外は、均一装荷に含まれる誤差と同一の評価手法を用いる。

$$\delta N'_{i,k} = \frac{\delta N_{i,k}}{\sqrt{n}} \quad (3.7.49)$$

次いで、組成比平均値の不確かさによる誤差を評価するための原子数共分散の評価手法について述べる。燃料板の組成には、ロット毎の組成比のばらつきが含まれる。燃料板のタイプ毎に組成比の平均値に対する標準偏差が評価されている。基本的には、使用した燃料板の全タイプの標準偏差のうち、最大の標準偏差を採用する。本研究では、 ^{239}Pu から ^{242}Pu までのプルトニウム同位体と ^{235}U の重金属を考慮する。プルトニウム同位体は、3 タイプのプルトニウム板に存在する。この3タイプのプレートのうち、最もばらつきの大きい標準偏差を採用する。 ^{235}U については、FCA-XXII-1 炉心において ^{235}U が大量に存在している 93% 濃縮ウラン板の標準偏差を採用する。 ^{238}U については、FCA-XXII-1 炉心において ^{238}U が大量に存在している天然ウラン板、天然ウランブロック、劣化ウラン板において、 ^{238}U の原子数の不確かさは ^{238}U の原子数の総数に対して、微小であるため考慮外とする。

(4) 解析モデル化誤差の評価結果

FCA-XXII-1 (65V) 炉心に対して、プレート重量及び組成比のばらつきに起因する解析モデル化誤差を評価する。まず、均一装荷に含まれる誤差について評価する。実効増倍率及び C28/F49 に対して、式 (3.7.14) に基づき次式により分散を評価する。

$$V = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K S'_k \sqrt{V(\Delta A_k)} \sqrt{V(\Delta A_l)} S'_l, \quad (3.7.50)$$

ここで添字 k 及び l は核種を意味する。感度係数は、それぞれ式 (3.7.22) 及び (3.7.26) により評価されたものを用いる。原子数共分散は、式 (3.7.35) に示される母

集団の標準偏差を基に式 (3.7.40) または式 (3.7.41) により評価されたものを用いる。
ボイド反応度に対して、式 (3.7.14) に基づき次式により分散を評価する。

$$V = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \left\{ S'_{c,k} \sqrt{V(\Delta A_k)} \sqrt{V(\Delta A_l)} S'_{c,l} + S'_{p,k} \sqrt{V(\Delta A_{p-r,k})} \sqrt{V(\Delta A_{p-r,l})} S'_{p,l} \right\} , \quad (3.7.51)$$

ここで、感度係数は、式 (3.7.32) 及び (3.7.33) により評価されたものを用いる。原子数共分散は、式 (3.7.35) に示される標準偏差をもとに式 (3.7.40) または式 (3.7.41) 及び式 (3.7.47) または式 (3.7.48) により評価されたものを用いる。

重量平均値の不確かさによる誤差について、均一装荷に含まれる誤差と同様に、実効増倍率及び C28/F49 に対して、式 (3.7.50) 、ボイド反応度に対して、式 (3.7.51) により分散を評価する。感度係数は、均一装荷に含まれる誤差と同様である。原子数共分散は、式 (3.7.35) に示される母集団の標準偏差の代わりに、式 (3.7.49) に示される平均値の標準偏差をもとに評価する以外は、均一装荷に含まれる誤差と同様である。

組成比平均値の不確かさによる誤差について、式 (3.7.19) に基づき、分散を評価するために、まず、全ての核特性に対して、ある核種の組成比の平均値の不確かさによる分散を次式により評価する。

$$V_k = S'_k V(\Delta A_{m,k}) S'_k , \quad (3.7.52)$$

ここで、感度係数は、それぞれ式 (3.7.22) 、 (3.7.26) または (3.7.32) により評価されたものを用いる。使用した燃料板の全タイプの標準偏差のうち、最大の標準偏差をもつプレートタイプの組成比の平均値の分散を、原子数の分散として用いる。式 (3.7.19) に基づき、核種間で完全相関を仮定して全核種からの寄与を合計して、次式により核特性に対する分散を評価する。

$$V = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \sqrt{S'_k V(\Delta A_{m,k}) S'_k} \sqrt{S'_l V(\Delta A_{n,l}) S'_l} . \quad (3.7.53)$$

解析モデル化誤差の評価に使用した感度係数を表 3.7.2 に示す。また、原子数共分散

散データを表 3.7.3 から 3.7.7 にまとめる。最後に、解析モデル化誤差の評価結果を標準偏差として表 3.7.8 にまとめる。評価結果から、均一装荷に含まれる誤差が、重量平均値の不確かさによる誤差及び組成比平均値の不確かさによる誤差に比べ圧倒的に大きく、3つの解析モデル化誤差のうちで支配的である^{11), 16)}。

Table 3.7.2 Sensitivity coefficients with respect to the numbers of nuclei
in the FCA-XXII-1 (65V) core

	keff	C28/F49	void (core)	void (perturbed region)
H	0.068	-0.105	-0.632	1.001
C	0.022	0.006	-0.150	0.048
O	0.029	0.021	-0.086	-
Na	0.006	0.001	-0.049	-
Al	0.004	0.009	0.018	-
Si	0.000	0.000	0.000	-
Cr	0.007	0.004	-0.042	-
Mn	-0.002	0.000	0.001	-
Fe	0.024	0.013	-0.104	-
Ni	0.003	0.001	-0.024	-
U -235	0.068	0.007	-0.591	-
U -238	-0.111	0.016	-0.056	-
Pu-239	0.338	0.049	-0.751	-
Pu-240	-0.011	0.010	-0.310	-
Pu-241	0.001	0.000	0.003	-
Pu-242	0.000	0.000	-0.006	-
Am-241	-0.003	0.001	-0.035	-

Table 3.7.3 A covariance matrix of the numbers of nuclei of the whole core the FCA-XXII-1 (65V) core
due to the uniform placement

Covariance matrix of the numbers of nuclei																	
	H	C	O	Na	Al	Si	Cr	Mn	Fe	Ni	U -235	U -238	Pu-239	Pu-240	Pu-241	Pu-242	Am-241
H	2.4E-5*	4.0E-6	1.6E-10	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	4.7E-8	4.6E-9	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
C	4.0E-6	6.6E-5	2.3E-11	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	6.8E-9	6.6E-10	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
O	1.6E-10	2.3E-11	2.3E-5	0.0E+0	2.5E-5	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	7.7E-7	3.3E-6	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
Na	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	6.4E-5	0.0E+0	0.0E+0	2.1E-5	2.2E-5	2.2E-5	2.2E-5	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
Al	0.0E+0	0.0E+0	2.5E-5	0.0E+0	2.5E-4	2.4E-7	5.1E-9	5.1E-9	5.5E-9	5.7E-9	0.0E+0	0.0E+0	2.4E-7	2.4E-7	2.4E-7	2.4E-7	2.4E-7
Si	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.4E-7	7.1E-6	1.5E-7	1.5E-7	1.6E-7	1.7E-7	0.0E+0	0.0E+0	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6
Cr	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.1E-5	5.1E-9	1.5E-7	8.6E-6	9.0E-6	8.7E-6	8.9E-6	0.0E+0	0.0E+0	1.5E-7	1.5E-7	1.5E-7	1.5E-7	1.5E-7
Mn	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.2E-5	5.1E-9	1.5E-7	9.0E-6	9.5E-6	9.2E-6	9.3E-6	0.0E+0	0.0E+0	1.5E-7	1.5E-7	1.5E-7	1.5E-7	1.5E-7
Fe	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.2E-5	5.5E-9	1.6E-7	8.7E-6	9.2E-6	8.9E-6	9.1E-6	0.0E+0	0.0E+0	1.6E-7	1.6E-7	1.6E-7	1.6E-7	1.6E-7
Ni	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.2E-5	5.7E-9	1.7E-7	8.9E-6	9.3E-6	9.1E-6	9.2E-6	0.0E+0	0.0E+0	1.7E-7	1.7E-7	1.7E-7	1.7E-7	1.7E-7
U -235	4.7E-8	6.8E-9	7.7E-7	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	3.9E-6	8.1E-7	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
U -238	4.6E-9	6.6E-10	3.3E-6	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	8.1E-7	3.4E-6	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
Pu-239	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.4E-7	7.1E-6	1.5E-7	1.5E-7	1.6E-7	1.7E-7	0.0E+0	0.0E+0	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6
Pu-240	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.4E-7	7.1E-6	1.5E-7	1.5E-7	1.6E-7	1.7E-7	0.0E+0	0.0E+0	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6
Pu-241	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.4E-7	7.1E-6	1.5E-7	1.5E-7	1.6E-7	1.7E-7	0.0E+0	0.0E+0	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6
Pu-242	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.4E-7	7.1E-6	1.5E-7	1.5E-7	1.6E-7	1.7E-7	0.0E+0	0.0E+0	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6
Am-241	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.4E-7	7.1E-6	1.5E-7	1.5E-7	1.6E-7	1.7E-7	0.0E+0	0.0E+0	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6	7.1E-6

* : 2.4E-5 is read as 2.4×10^{-5}

Table 3.7.4 A covariance matrix of difference of the numbers of nuclei
in the perturbed region between the reference and perturbed cores
of the FCA-XXII-1 (65V) core due to the uniform placement

Covariance matrix of difference of the numbers of nuclei		
	H	C
H	4.8E-5*	4.8E-5
C	4.8E-5	4.8E-5

* : 4.8E-5 is read as 4.8×10^{-5}

Table 3.7.5 A covariance matrix of the number of nuclei in the whole core of the FCA-XXII-1 (65V) core
due to the deviation of the mean weight

Covariance matrix of the numbers of nuclei																	
	H	C	O	Na	Al	Si	Cr	Mn	Fe	Ni	U -235	U -238	Pu-239	Pu-240	Pu-241	Pu-242	Am-241
H	2.6E-7*	4.1E-8	5.7E-14	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	1.6E-11	1.8E-12	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
C	4.1E-8	6.6E-7	8.2E-15	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.4E-12	2.5E-13	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
O	5.7E-14	8.2E-15	8.9E-8	0.0E+0	2.5E-7	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.4E-9	1.1E-8	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
Na	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	6.4E-7	0.0E+0	0.0E+0	2.1E-7	2.2E-7	2.2E-7	2.2E-7	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
Al	0.0E+0	0.0E+0	2.5E-7	0.0E+0	2.5E-6	1.2E-10	2.7E-12	2.6E-12	2.8E-12	3.0E-12	0.0E+0	0.0E+0	1.2E-10	1.2E-10	1.2E-10	1.2E-10	1.2E-10
Si	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	1.2E-10	3.7E-9	8.0E-11	7.9E-11	8.5E-11	8.8E-11	0.0E+0	0.0E+0	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9
Cr	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.1E-7	2.7E-12	8.0E-11	1.0E-7	1.1E-7	1.0E-7	1.1E-7	0.0E+0	0.0E+0	8.0E-11	8.0E-11	8.0E-11	8.0E-11	8.0E-11
Mn	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.2E-7	2.6E-12	7.9E-11	1.1E-7	1.1E-7	1.1E-7	1.1E-7	0.0E+0	0.0E+0	7.9E-11	7.9E-11	7.9E-11	7.9E-11	7.9E-11
Fe	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.2E-7	2.8E-12	8.5E-11	1.0E-7	1.1E-7	1.1E-7	1.1E-7	0.0E+0	0.0E+0	8.5E-11	8.5E-11	8.5E-11	8.5E-11	8.5E-11
Ni	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	2.2E-7	3.0E-12	8.8E-11	1.1E-7	1.1E-7	1.1E-7	1.1E-7	0.0E+0	0.0E+0	8.8E-11	8.8E-11	8.8E-11	8.8E-11	8.8E-11
U -235	1.6E-11	2.4E-12	2.4E-9	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	1.5E-9	7.0E-10	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
U -238	1.8E-12	2.5E-13	1.1E-8	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	7.0E-10	2.9E-9	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
Pu-239	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	1.2E-10	3.7E-9	8.0E-11	7.9E-11	8.5E-11	8.8E-11	0.0E+0	0.0E+0	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9
Pu-240	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	1.2E-10	3.7E-9	8.0E-11	7.9E-11	8.5E-11	8.8E-11	0.0E+0	0.0E+0	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9
Pu-241	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	1.2E-10	3.7E-9	8.0E-11	7.9E-11	8.5E-11	8.8E-11	0.0E+0	0.0E+0	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9
Pu-242	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	1.2E-10	3.7E-9	8.0E-11	7.9E-11	8.5E-11	8.8E-11	0.0E+0	0.0E+0	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9
Am-241	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	1.2E-10	3.7E-9	8.0E-11	7.9E-11	8.5E-11	8.8E-11	0.0E+0	0.0E+0	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9	3.7E-9

* : 2.6E-7 is read as 2.6×10^{-7}

Table 3.7.6 A covariance matrix of difference of the number of nuclei
in the perturbed region between the reference and perturbed cores
of the FCA-XXII-1 (65V) core due to the deviation of the mean weight

Covariance matrix of difference of the numbers of nuclei		
	H	C
H	4.8E-7*	4.8E-7
C	4.8E-7	4.8E-7

* : 4.8E-7 is read as 4.8×10^{-7}

Table 3.7.7 Standard deviations used for the mean isotope compositions
of heavy nuclei (unit in %)

Pu-239	Pu-240	Pu-241	Pu-242	U-235
0.012	0.094	0.363	10.331	0.008

Table 3.7.8 Summary of the standard deviations due to analysis modeling error
of experiments (unit in %)

	Error due to the uniform placement	Error due to deviation of the mean weights	Error due to deviation of the mean isotope compositions
keff	0.1	0.005	0.01
C28/F49	0.06	0.006	0.006
void	0.9	0.08	0.1

3. 8 手法誤差に関する共分散データの評価

3. 8. 1 実験解析

モンテカルロ計算により実施した実験解析の統計誤差を、手法誤差の一つとして考慮する。異なるモンテカルロ計算間には相関がないため、統計誤差に関する解析値間の共分散はゼロとした。

モンテカルロ計算の統計誤差に加え、第3. 7. 2節で述べたプレート重量及び組成比にばらつきに起因する解析モデル化誤差を考慮する。異なる実験間の共分散については、重量平均値及び組成比平均値の不確かさに起因する炉心内の原子数の不確かさによる誤差に関して、実験値間で完全相関を仮定して評価する。これは、使用したプレートが実験炉心間でほとんど共通であるためである。均一配置に含まれる誤差については、異なる実験間で共分散をゼロに設定する。これは、同一タイプのプレートの重量が全て同一方向に変化している、すなわち、同一タイプのプレート間で完全相関を考慮されるものと仮定した原子数の評価においては、炉心内の原子数が最大になるように考慮されるためである。

重量平均値の不確かさによる誤差、組成比平均値の不確かさによる誤差及び均一装荷に含まれる誤差に関する実験解析値間の共分散行列を表 3.8.1 から表 3.8.3 にまとめる。解析モデル化誤差及び統計誤差を含む手法誤差に関する実験解析値間の共分散行列を表 3.8.4 にまとめる。

Table 3.8.1 A covariance matrix between values resulting from experimental analyses in FCA-XXII-1 cores with respect to uncertainty due to the deviation of the mean weights

Covariance matrix between values resulting from experimental analyses with respect to uncertainty due to the deviation of the mean weights								
	keff _45V	keff _65V	keff _95V	C28/F49 _65V	C28/F49 _95V	void _45V	void _65V	void _95V
keff_45V	1.5E-8*	1.2E-8	6.8E-9	7.2E-9	2.6E-9	1.1E-7	1.3E-7	1.2E-7
keff_65V	1.2E-8	9.2E-9	5.2E-9	5.6E-9	2.0E-9	8.7E-8	1.0E-7	9.2E-8
keff_95V	6.8E-9	5.2E-9	3.0E-9	3.2E-9	1.1E-9	5.0E-8	5.7E-8	5.2E-8
C28/F49_65V	7.2E-9	5.6E-9	3.2E-9	3.4E-9	1.2E-9	5.3E-8	6.1E-8	5.6E-8
C28/F49_95V	2.6E-9	2.0E-9	1.1E-9	1.2E-9	4.3E-10	1.9E-8	2.2E-8	2.0E-8
void_45V	1.1E-7	8.7E-8	5.0E-8	5.3E-8	1.9E-8	8.3E-7	9.5E-7	8.8E-7
void_65V	1.3E-7	1.0E-7	5.7E-8	6.1E-8	2.2E-8	9.5E-7	1.1E-6	1.0E-6
void_95V	1.2E-7	9.2E-8	5.2E-8	5.6E-8	2.0E-8	8.8E-7	1.0E-6	9.2E-7

* : 1.5E-8 is read as 1.5×10^{-8}

Table 3.8.2 A covariance matrix between values resulting from experimental analyses in FCA-XXII-1 cores with respect to uncertainty due to the deviation of the mean isotope compositions

Covariance matrix between values resulting from experimental analyses with respect to uncertainty due to the deviation of the mean isotope compositions								
	keff _45V	keff _65V	keff _95V	C28/F49 _65V	C28/F49 _95V	void _45V	void _65V	void _95V
keff_45V	3.7E-9*	3.0E-9	2.7E-9	3.5E-9	4.1E-9	5.0E-8	4.9E-8	4.7E-8
keff_65V	3.0E-9	2.4E-9	2.2E-9	2.8E-9	3.3E-9	4.1E-8	4.0E-8	3.8E-8
keff_95V	2.7E-9	2.2E-9	2.0E-9	2.5E-9	3.0E-9	3.7E-8	3.6E-8	3.4E-8
C28/F49_65V	3.5E-9	2.8E-9	2.5E-9	3.3E-9	3.8E-9	4.8E-8	4.7E-8	4.4E-8
C28/F49_95V	4.1E-9	3.3E-9	3.0E-9	3.8E-9	4.5E-9	5.6E-8	5.5E-8	5.2E-8
void_45V	5.0E-8	4.1E-8	3.7E-8	4.8E-8	5.6E-8	6.9E-7	6.8E-7	6.4E-7
void_65V	4.9E-8	4.0E-8	3.6E-8	4.7E-8	5.5E-8	6.8E-7	6.7E-7	6.3E-7
void_95V	4.7E-8	3.8E-8	3.4E-8	4.4E-8	5.2E-8	6.4E-7	6.3E-7	6.0E-7

* : 3.7E-9 is read as 3.7×10^{-9}

Table 3.8.3 A covariance matrix between values resulting from experimental analyses in FCA-XXII-1 cores with respect to uncertainty due to the uniform placement

Covariance matrix between values resulting from experimental analyses with respect to uncertainty due to the uniform placement								
	keff _45V	keff _65V	keff _95V	C28/F49 _65V	C28/F49 _95V	void _45V	void _65V	void _95V
keff_45V	1.0E-6*	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
keff_65V	0.0E+0	9.9E-7	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
keff_95V	0.0E+0	0.0E+0	1.0E-6	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
C28/F49_65V	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	3.4E-7	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
C28/F49_95V	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	6.8E-7	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0
void_45V	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	7.9E-5	0.0E+0	0.0E+0
void_65V	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	7.6E-5	0.0E+0
void_95V	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	0.0E+0	7.5E-5

* : 1.0E-6 is read as 1.0×10^{-6}

Table 3.8.4 A covariance matrix between values resulting from experimental analyses in FCA-XXII-1 cores with respect to uncertainty due to errors in experimental analysis method

Covariance matrix between values resulting from experimental analyses with respect to uncertainty due to errors in experimental analysis method								
	keff _45V	keff _65V	keff _95V	C28/F49 _65V	C28/F49 _95V	void _45V	void _65V	void _95V
keff_45V	1.0E-6*	1.5E-8	9.5E-9	1.1E-8	6.6E-9	1.6E-7	1.8E-7	1.7E-7
keff_65V	1.5E-8	1.0E-6	7.4E-9	8.4E-9	5.3E-9	1.3E-7	1.4E-7	1.3E-7
keff_95V	9.5E-9	7.4E-9	1.0E-6	5.7E-9	4.1E-9	8.7E-8	9.3E-8	8.7E-8
C28/F49_65V	1.1E-8	8.4E-9	5.7E-9	2.3E-6	5.0E-9	1.0E-7	1.1E-7	1.0E-7
C28/F49_95V	6.6E-9	5.3E-9	4.1E-9	5.0E-9	1.7E-6	7.5E-8	7.6E-8	7.2E-8
void_45V	1.6E-7	1.3E-7	8.7E-8	1.0E-7	7.5E-8	3.4E-4	1.6E-6	1.5E-6
void_65V	1.8E-7	1.4E-7	9.3E-8	1.1E-7	7.6E-8	1.6E-6	4.4E-4	1.6E-6
void_95V	1.7E-7	1.3E-7	8.7E-8	1.0E-7	7.2E-8	1.5E-6	1.6E-6	9.9E-3

* : 1.0E-6 is read as 1.0×10^{-6}

3. 8. 2 設計計算

設計計算は決定論的手法により実施した¹¹⁾。設計計算値における手法誤差は、モンテカルロコードMVPによる詳細計算との比較により評価する。設計計算では、異なるボイド分布パターンを用いて4つの炉心計算を実施した。第1に、定格時のボイド条件のもの、第2に、定格時ボイド条件から場所によらず一律に10%ボイド率を上昇させたもの、第3に、平均して10%ボイド率を上昇させるが、炉心下部でその上昇を高め、炉心上部でその上昇を抑えたもの、及び第4に、平均して10%ボイド率を上昇させるが、炉心下部でその上昇を抑え、炉心上部でその上昇を高めたものである。これにより、実効増倍率及びC28/F49に対しては、4つの計算結果が得られ、ボイド反応度に対しては、3つの計算結果が得られた。3つまたは4つの設計計算値に対する詳細計算値の比の、その平均値のまわりのばらつき（標準偏差）を手法誤差として採用し、その比の平均値は設計計算値に乘じる別のバイアス補正因子として考慮するものとする。手法誤差の評価には、MVPによる詳細計算の統計誤差をさらに考慮する。その結果を表3.8.5にまとめる。実効増倍率及びC28/F49に対する手法誤差は0.1%以下、また、ボイド反応度に対しては1.4%と評価された。

実験解析値と設計計算値で用いられている計算手法が全く異なるために、両者間で相関がないものと仮定する。本研究においては、手法誤差に関して、実験解析値と設計計算値の間での相関を無視したため、両者に含まれる誤差同士の相殺は一切なく、実験解析値に含まれる手法誤差が加算されることを留意する必要がある。

Table 3.8.5 The variance and standard deviation of design calculation values with respect to error in the calculation method

	Variance	Standard deviation
keff	3.5E-7*	0.06%
C28/F49	3.5E-7	0.06%
void	1.9E-4	1.4%

* : 3.5E-7 is read as 3.5×10^{-7}

3. 9 誤差評価のまとめ

表 3.9.1 に設計計算値、実験値及び実験解析値に含まれる断面積誤差に起因する誤差、手法誤差及び実験誤差の標準偏差をまとめる。実効増倍率に関する実験誤差が無視できるほど小さいのに対し、C28/F49 に関する実験誤差は断面積誤差に起因する誤差より大きい。ボイド反応度については、断面積誤差に起因する誤差に対して、手法誤差及び実験誤差は比較できる程度に大きい。このような特性をもつ FCA-XXII-1 臨界実験結果を活用することにより、これらの誤差、及び表 3.6.2 に示されているように断面積についての実機炉心と実験炉心の核特性間の相関の強さ、すなわち、感度係数の類似度について、不確かさ低減に対する重要性を明らかにすることができる。

Table 3.9.1 The standard deviations included in the design calculations, experiments and experimental analyses with respect to errors in cross sections, errors in calculation methods and errors in experiments

	Standard deviations		
	Cross section	Calculation	Experiment
keff_Target Core	0.6%	0.1%	-
C28/F49_Target Core	0.7%	0.1%	-
void_Target Core	3.5%	1.4%	-
keff_45V	0.4%	0.1%	< 0.1%
keff_65V	0.4%	0.1%	< 0.1%
keff_95V	0.4%	0.1%	< 0.1%
C28/F49_65V	0.8%	0.2%	1.5%
C28/F49_95V	1.1%	0.1%	1.4%
void_45V	3.0%	1.8%	0.9%
void_65V	3.8%	2.1%	1.3%
void_95V	4.8%	9.9%	15%

3. 1 0 適用結果及びその考察

3. 1 0. 1 単一の実験値を用いた結果

本節では、単一の実験値を用いた場合の適用結果に基づき、拡張バイアス因子法の特性及び有効性を調べる^{5), 6), 8)}。単一の実験値を適用した場合、LC 法は従来法と等価であることに留意すると、結果として、従来法と PE 法の比較により、PE 法の特性和有効性を示すことができる。

(1) 実効増倍率

実効増倍率に対する適用結果について表 3.10.1 にまとめる。この表では、拡張バイアス因子法により評価された分散低減因子とともに、PE 法において決定された指数の値を示す。LC 法では、実効増倍率に関する実験結果は、表 3.10.1 において正の分散低減因子を与えているように、不確かさを低減させる。一方、C28/F49 やボイド反応度に関する実験結果は、負の分散低減因子を与えているように、不確かさを低減させない。後者の実験結果は、表 3.6.2 に示されるように断面積誤差に起因する誤差に関して、実機炉心の実効増倍率との間で負の共分散、すなわち負の相関を持っていることにより、不確かさを増加させる。この負の共分散は、C28/F49 及びボイド反応度に関する実験結果の断面積の感度係数が、実機炉心の実効増倍率の感度係数と類似していないことが原因である。また、表 3.9.1 に示されているように、C28/F49 に関する実験結果に含まれる大きな実験誤差、C28/F49 に関する実験解析値に含まれる大きな手法誤差やボイド反応度に関する実験結果に含まれる大きな実験誤差もまた不確かさを増加させる理由である。

LC 法とは対照的に、PE 法を用いれば、各実験結果は、表 3.10.1 において正の分散低減因子を与えているように、不確かさを低減させる。C28/F49 やボイド反応度に関する実験結果は、表 3.6.2 に示されるように断面積誤差に起因する誤差に関して、実機炉心の実効増倍率との間で負の共分散をもつが、PE 法はこれらの実験結果に対して負の指数を与えている。負の指数を与えることにより、負の共分散を正の共分散に変換し、断面積誤差に起因する誤差を相殺させている。さらに、この指数の絶対値

に着目すると、PE 法は 1 に比べて小さい値を与えている。これは、C28/F49 やボイド反応度に関する実験値に含まれる大きい実験誤差や実験解析値に含まれる大きい手法誤差からの不確かさへの寄与を抑制するためである。結局、実効増倍率に関する実験結果が他の実験結果に比べ不確かさを大幅に低減させる。実効増倍率に関する実験結果のうち、不確かさを最も低減させるのが 95V 炉心であり、分散低減因子は 0.497 である。この結果は LC 法と同様である。

65V 炉心は、FCA-XXII-1 炉心の実験炉心の標準炉心であり、3 つの実験炉心のうち、対象とする実機炉心の中性子スペクトルに最も近い中性子スペクトルをもつ。標準炉心である 65V 炉心に比べ、95V 炉心が良い結果を与える原因を検討するため、実機炉心と実験炉心の間で感度係数を比較する。図 3.10.1 及び 3.10.2 に、それぞれ ^{238}U 非弾性散乱断面積及び ^{239}Pu 核分裂断面積の実効増倍率に対する感度係数を比較する。それぞれの断面積は、設計計算値に含まれる断面積誤差に起因する不確かさのうち、最大の寄与をもたらすものと 2 番目に大きな寄与をもたらすものである。 ^{238}U 非弾性散乱断面積は、断面積誤差に起因する分散の約 70% を占める最大のものであり、圧倒的に大きい寄与を占める。2 番目に寄与の大きい ^{239}Pu 核分裂断面積については、図 3.10.2 に見られるように 3 つの実験炉心のうち 65V 炉心が最も実機炉心の感度係数に近く、実機炉心の感度係数に非常によく一致している。しかしながら、 ^{238}U 非弾性散乱断面積の感度係数については、図 3.10.1 に見られるように、実機炉心に最も近い実験炉心は 95V 炉心であることがわかる。以上の結果から、圧倒的な寄与をもつ ^{238}U 非弾性散乱断面積に対する相関の強さが不確かさの低減に圧倒的に影響を及ぼすため、結局、 ^{238}U 非弾性散乱断面積の誤差に起因する不確かさの低減がその他の炉心より大きい 95V 炉心が不確かさの低減に効果的なものとなっている。

Table 3.10.1 Results of application of the LC and PE methods to uncertainty reduction of multiplication factor with use of a single experimental result

	LC method (Conventional method)	PE method	
	Uncertainty-reduction factor	Uncertainty-reduction factor	Exponent
keff_45V	0.243	0.270	0.759
keff_65V	0.410	0.410	0.980
keff_95V	0.497	0.497	1.008
C28/F49_65V	-8.629	0.101	-0.121
C28/F49_95V	-9.316	0.162	-0.150
void_45V	-36.853	0.185	-0.076
void_65V	-55.330	0.157	-0.056
void_95V	-821.646	0.013	-0.004

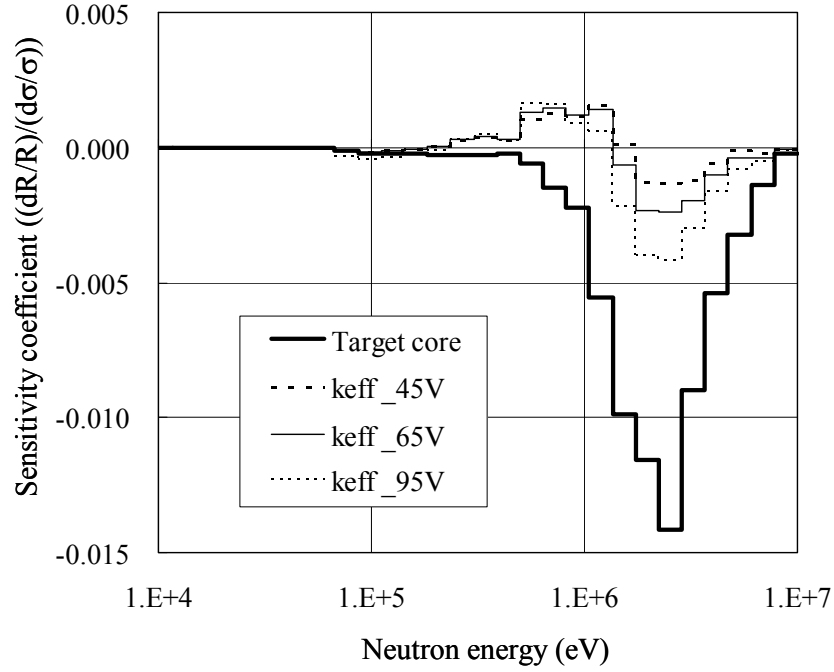


Fig. 3.10.1 Comparison of sensitivity coefficients of multiplication factor among the target and the experiment cores with respect to ^{238}U inelastic scattering cross section

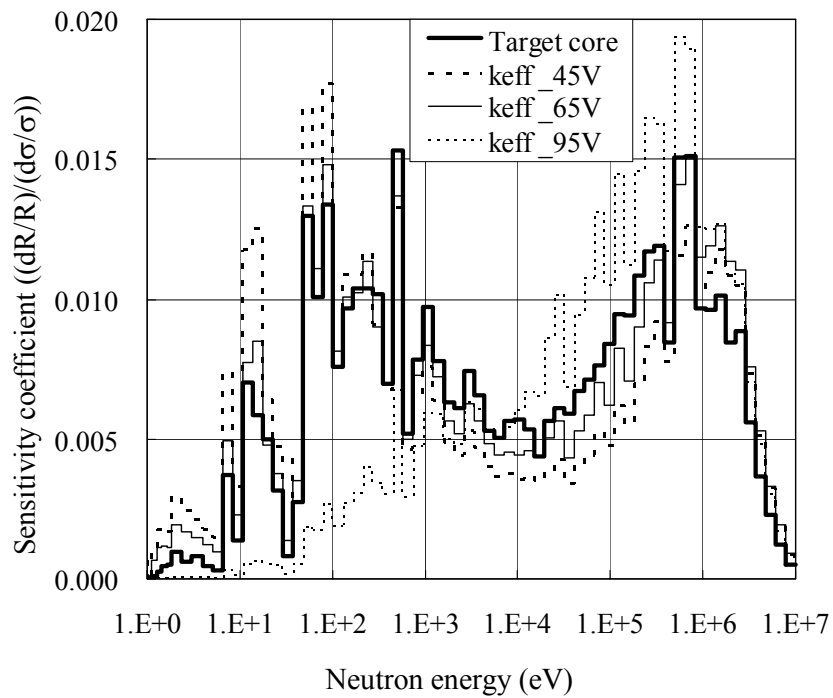


Fig. 3.10.2 Comparison of sensitivity coefficients of multiplication factor among the target and the experiment cores with respect to ^{239}Pu fission cross section

(2) ^{238}U 捕獲対 ^{239}Pu 核分裂反応率比

C28/F49 に対する評価結果を表 3.10.2 にまとめる。LC 法では、各実験結果は、表 3.10.2 において負の分散低減因子を与えているように、不確かさを低減させることができない。この原因を考察するために、C28/F49 の設計計算値に含まれる断面積誤差に起因する不確かさに最も大きく寄与する ^{239}Pu 核分裂断面積について、実機炉心の C28/F49 及び 65V 炉心における各核特性に対する感度係数を図 3.10.3 に比較する。この図で示されるように、実効増倍率に関する実験結果は、実機炉心の C28/F49 の感度係数に対し、正負の符号が反転した感度係数をもっている。そのため、断面積誤差に起因する不確かさは、設計計算値に元来含まれる不確かさに比べ、LC 法によって、より大きなものとなる。一方、図 3.10.3 に見られるように、C28/F49 に関する実験結果は、実験炉心の C28/F49 の感度係数と非常に類似した感度係数をもっている。C28/F49 に関する実験結果の実験誤差が無視できるほど小さいと仮定すると、断面積誤差に起因する誤差は、従来法を用いても設計計算値に含まれる元の誤差の 90% 以上を相殺させることができる。しかしながら、C28/F49 に関する実験結果は、表 3.9.1 に示されるように大きな実験誤差を含むために、結局は不確かさを低減させることができない。ボイド反応度に関する実験結果を用いれば、表 3.6.2 に示されるように、その実験結果は断面積に関して、実機炉心の C28/F49 との間で正の共分散をもつため、断面積誤差に起因する誤差を相殺する。しかしながら、表 3.9.1 に示されているようにそれらの実験結果に含まれる大きな実験誤差や実験解析値に含まれる大きな手法誤差のために、不確かさは極端に増加する。

PE 法では、各実験結果は、表 3.10.2 において正の分散低減因子を与えているように、不確かさを低減させる。注目すべき結果は、実効増倍率に関する実験結果が、C28/F49 に関する実験結果よりも、正に大きな分散低減因子を与えているように、実効増倍率に関する実験結果が、不確かさの低減に対して、より効果的であることである。この結果を検討するために、表 3.10.3 に PE 法による設計予測値の分散の内訳を、設計計算値に含まれる元の分散の内訳とともに示す。また、設計計算値に含まれる元の分散全体に対する各分散の内訳の相対的な比率も示される。さらに実験誤差や実験解析値に含まれる手法誤差が無いとする仮定の下での 65V 炉心における C28/F49 に関する実験結果の結果も示される。65V 炉心における C28/F49 に関する実験結果

は、実験誤差や実験解析値に含まれる手法誤差が考慮されないと仮定すると、単独の実験結果として、不確かさを低減させるのに最も効果的な実験結果である。65V 炉心における C28/F49 に関する実験結果は、これらの誤差が無視できる程小さい場合、断面積誤差に起因する分散を、元の分散の 90% 以上減少させる能力、すなわち断面積に関して実機炉心の C28/F49 に対して非常に強い相関があることがわかる。これは、実験結果が、図 3.10.3 に見られるように実機炉心の C28/F49 の感度係数と非常に類似した感度係数をもつためであること、及び、さらに、実験誤差や実験解析値に含まれる手法誤差が無視できる場合は、その能力を十分に活用するために PE 法は 1 に非常に近い 0.85 という指数を与えることができるためである。しかしながら、実際の実験誤差や実験解析値に含まれる手法誤差を考慮すると、表 3.10.2 に示されているように PE 法は実際には 0.2 という小さい指数を与えている。この小さい指数は、上記の能力を十分に活用せず、断面積誤差に起因する分散を 40% しか減少させないが、不確かさを全体として最小とするために、C28/F49 に関する実験値に含まれる大きい実験誤差が不確かさに入り込むことを抑制している。分散全体としては、結局 22% の低減しか達成されない。一方、65V 炉心における実効増倍率に関する実験結果は、表 3.10.2 に示されるように、負の指数により分散全体として、約 44% の低減を達成させる。負の指数は、実験結果の感度係数の符号を変え、実機炉心の C28/F49 の感度係数との類似性を向上させるためである。このように、PE 法は、実効増倍率に関する実験結果を用いた場合、表 3.10.3 に示されるように、実験誤差や実験解析値に含まれる小さい手法誤差を加えるものの、断面積誤差に起因する分散を、元の分散の 50% 程度にまで低減させる。したがって、PE 法を適用した場合は、実効増倍率に関する実験結果は、C28/F49 に関する実験結果よりも、実機炉心の C28/F49 の不確かさを低減させる。

Table 3.10.2 Results of application of the LC and PE methods to uncertainty reduction of C28/F49 with use of a single experimental result

	LC method (Conventional method)	PE method	
	Uncertainty-reduction factor	Uncertainty-reduction factor	Exponent
keff_45V	-1.125	0.378	-1.006
keff_65V	-1.110	0.436	-1.132
keff_95V	-1.121	0.342	-0.937
C28/F49_65V	-3.348	0.217	0.198
C28/F49_95V	-3.238	0.268	0.217
void_45V	-24.162	0.018	0.026
void_65V	-38.561	0.008	0.014
void_95V	-648.435	0.001	0.001

Table 3.10.3 Breakdown of variance of the C28/F49s evaluated by the design calculation and predicted by the PE method with use of a single experimental result

	Design calculation			Design prediction used a single experimental result				
				keff_65V		C28/F49_65V	C28/F49_65V with no error in experiment and analysis method	
Cross section	5.2E-5*	99.3%	2.8E-5	53.3%	3.2E-5	60.9%	3.3E-6	6.2%
Calculation	3.5E-7	0.7%	1.6E-6	3.1%	4.4E-7	0.8%	3.5E-7	0.7%
Experiment		-	1.0E-9	0.0%	8.7E-6	16.5%	0.0E+0	0.0%
Total	5.3E-5	100.0%	3.0E-5	56.4%	4.1E-5	78.3%	3.6E-6	6.8%

* : 5.2E-5 is read as 5.2×10^{-5}

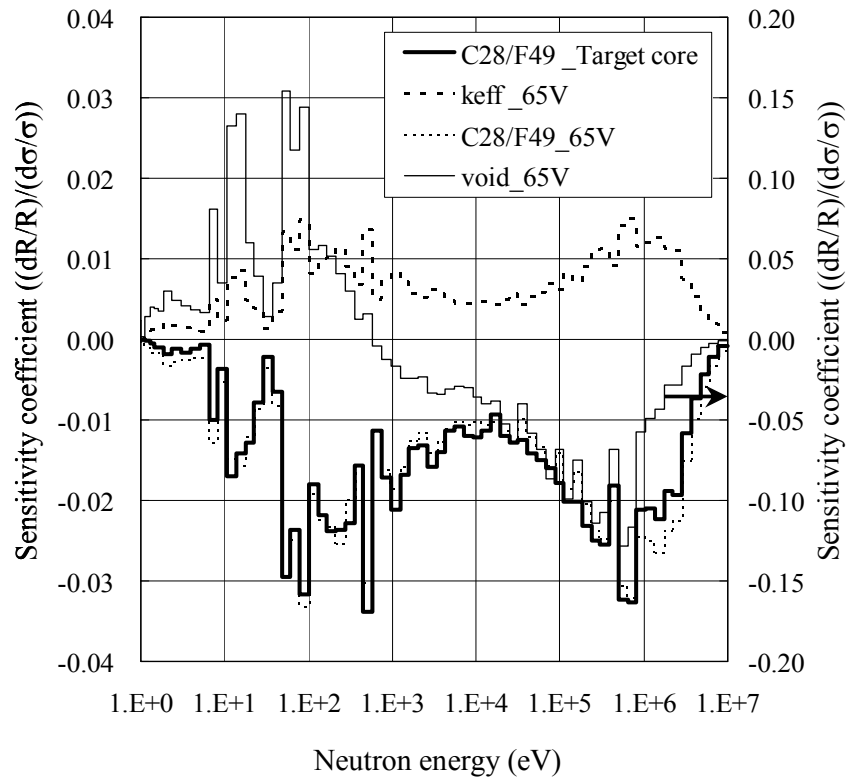


Fig. 3.10.3 Comparison of sensitivity coefficients of C28/F49 of the target core and the neutronic characteristics in the 65V core with respect to ^{239}Pu fission cross section

(3) 冷却材ボイド反応度

冷却材ボイド反応度に対する適用結果を表 3.10.4 にまとめる。LC 法では、全ての実験結果は、表 3.10.4 において負の分散低減因子または非常に小さい正の分散低減因子を与えているように、不確かさを効果的に低減させることができない。特に、ボイド反応度に関する実験結果は、かなり大きい負の分散低減因子を与える。この理由のひとつは、表 3.6.2 に示されるように、断面積誤差に起因する誤差に関して、実機のボイド反応度との間で負の共分散をもつためである。これは、設計計算値の断面積誤差に起因する不確かさにおいて最も大きく寄与する ^{239}Pu 核分裂断面積について、実機炉心と実験炉心間で感度係数を比較した図 3.10.4 に見られるように、上記の負の共分散は、実機炉心と実験炉心の間で感度係数が正負逆転した形状をもつためであることがわかる。この特性は、断面積誤差に起因する不確かさを、設計計算値に含まれる元の不確かさより増加させる。

PE 法では、45V 炉心または 65V 炉心におけるボイド反応度の実験結果は、約 -0.6 の負の指数が与えられ、結果として不確かさを低減させる。65V 炉心での実験結果が、最も不確かさを低減させ、分散を 47% 低減させる。上述のように、負の指数は感度係数の符号を変え、実機炉心の感度係数と類似する感度係数を作り出すことにより、断面積に起因する不確かさを低減させる。しかしながら、その他の核特性に関する実験結果は、設計計算値に含まれる元の不確かさに比べると、不確かさを低減することは可能であるが、効果的に不確かさを低減することはできない。

ここで、不確かさの低減に関する議論から離れ、ボイド反応度に対して、第 2 章第 4 節において指摘されている指数関数の近似誤差について定量的な評価を行った結果を示す。65V 炉心のボイド反応度に関する実験結果を用いた場合、指数の絶対値は 0.6 となり、これは 1 に比べ小さい値である。この結果、指数関数の近似誤差は 0.1% 以下であり、これは表 3.9.1 に示される実験誤差及び手法誤差に比べると非常に小さい。このことは、指数関数の近似誤差の最終的な結果への影響が大きいことを意味しており、第 2 章第 4 節において、指数関数の近似誤差の与える影響は重大ではないとの考察結果を補強する結果となっている。

Table 3.10.4 Results of application of the LC and PE methods to uncertainty reduction of coolant void reactivity with use of a single experimental result

	LC method (Conventional method)	PE method	
	Uncertainty-reduction factor	Uncertainty-reduction factor	Exponent
keff_45V	-0.058	0.035	-1.581
keff_65V	-0.011	0.000	0.077
keff_95V	0.084	0.168	3.415
C28/F49_65V	-0.208	0.000	-0.008
C28/F49_95V	-0.469	0.079	-0.611
void_45V	-2.135	0.376	-0.631
void_65V	-3.125	0.468	-0.565
void_95V	-26.077	0.043	-0.042

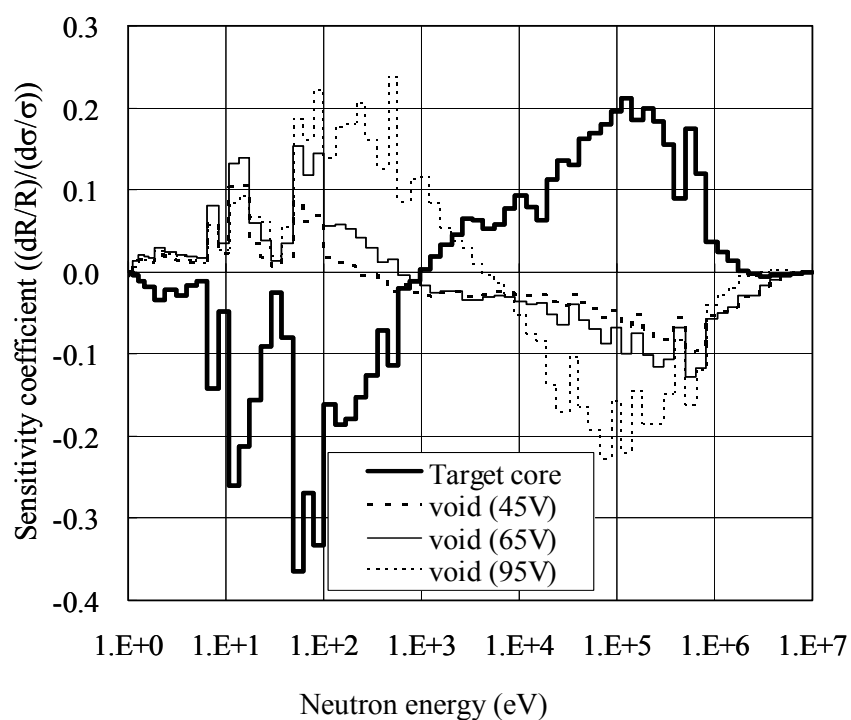


Fig.3.10.4 Comparison of sensitivity coefficients of void reactivity among the target and the experiment cores with respect to ^{239}Pu fission cross section

3. 10. 2 複数の実験値を用いた結果

本節では、複数の実験値を用いた場合の適用結果に基づき、拡張バイアス因子法の特性及び有効性を調べる⁸⁾。単一の実験値を適用した場合との比較により、複数の実験値を組み合わせた場合の拡張バイアス因子法の特性和有効性を示すことができる。

(1) 実効増倍率

LC 法により評価された実験結果の種々の組み合わせによる実効増倍率に対する分散低減因子についての変化を図 3.10.5 に示す。図 3.10.5 は、LC 法により評価された実効増倍率に対する分散低減因子について、実験結果の種々の組み合わせによる変化を示したものであり、次の 4 つのグループの結果を含んでいる。すなわち、実効増倍率に関する実験結果のあらゆる組み合わせ、C28/F49 に関する実験結果のあらゆる組み合わせ、ボイド反応度に関する実験結果のあらゆる組み合わせ、および実効増倍率に関する実験結果をすべて組み合わせた結果、C28/F49 に関する実験結果をすべて組み合わせた結果、およびボイド反応度に関する実験結果をすべて組み合わせた結果のあらゆる組み合わせである。LC 法では、図 3.10.5 に示されるように、ボイド反応度に関する実験結果のあらゆる組み合わせ及びC28/F49に関する実験結果のあらゆる組み合わせは、活用する実験結果を増やすことにより分散低減因子は増加するが、結局は負の分散低減因子を与えているように、不確かさを低減させるまでには至らない。また、同図に示されているように、実効増倍率に関する実験結果を含む組み合わせのみが、不確かさを低減させることができる。このように、LC 法では、表 3.9.1 に示されるように、実験誤差が設計計算値に含まれる断面積に起因する不確かさよりも大きい実験や実験解析値に含まれる手法誤差が設計計算値に含まれる断面積に起因する不確かさよりも大きい実験、または表 3.6.2 に示されるように断面積誤差に起因する誤差に関して実機炉心との間で負の共分散をもつ実験のみを活用することにより、不確かさを低減させることは困難である。一方、PE 法では、PE 法により評価された実験結果の種々の組み合わせによる分散低減因子の変化についての結果を示した図 3.10.6 において、実験結果のあらゆる組み合わせが正の分散低減因子を与えているように、実験結果のあらゆる組み合わせが、不確かさを低減させることができる。さら

に、LC 法及び PE 法ともに、それぞれのグループの結果において、全ての実験結果を活用することにより、分散低減因子が最大値をとることが図 3.10.5 及び図 3.10.6 に示されている。

表 3.10.5 に、LC 法及び PE 法による設計予測値の分散の内訳を、設計計算値の元の分散の内訳とともに示す。表 3.10.5 より、単独の実験結果を用いることにより最も分散を低減させる実験結果である 95V 炉心での実効増倍率に関する実験結果を活用すれば、断面積誤差に起因する分散を、元の分散の約半分に低減させる。PE 法により全ての実験結果を活用すれば、断面積誤差に起因する分散をさらに 7% 低減させる。このように、活用する実験結果を増やすことにより、断面積誤差に起因する分散の低減により、分散全体として約 55% が低減できる。この結果を検討するために、 ^{238}U 非弾性散乱断面積について、設計計算値の感度係数と PE 法により決定された半仮想的な実験値の感度係数を、LC 法により決定されたものとともに図 3.10.7 に比較する。この図から、95V 炉心での実効増倍率に関する実験結果を単独で活用した場合に比べて、全ての実験値を PE 法により活用して決定された半仮想的な実験値の感度係数の形状は、実機炉心の感度係数に対して、近づいていることがわかる。

表 3.10.5 から、全ての実験結果を活用すれば、LC 法による分散は、PE 法の分散に比べ、約 1% だけ小さい。また、図 3.10.7 において、LC 法と PE 法の感度係数の相違もほとんど見られない。全ての実験結果を活用した場合の LC 法により決定された換算重み及び PE 法により決定された指数を比較した表 3.10.6 においても、換算重みと指数の間で大きい差異は見られない。両手法は、65V 及び 95V 炉心における実効増倍率に関する実験結果に対して大きい換算重み及び大きい指数を、またその他の実験結果に対して非常に小さい換算重み及び指数を与えている。このように、両手法は、不確かさを低減させるために、65V 及び 95V 炉心における実効増倍率に関する実験結果を優先させている。なお、LC 法の不利な点、換算重みの総和が 1 になるという性質により実験結果の組み合わせにおいて自由度が低い点については、実効増倍率に対する不確かさ評価においては、明確には観察されてない。

Table 3.10.5 Breakdown of variance of the multiplication factors evaluated by the design calculation and predicted by the LC and PE methods

Design calculation			Design prediction					
			PE method (a single result : keff_95V)		PE method (All 8 results)		LC method (All 8 results)	
Cross section	4.2E-5*	99.2%	2.0E-5	47.0%	1.7E-5	39.8%	1.8E-5	41.9%
Calculation	3.5E-7	0.8%	1.4E-6	3.3%	1.1E-6	2.6%	1.3E-6	3.0%
Experiment	-	-	7.2E-10	0.0%	9.4E-7	2.2%	4.1E-7	1.0%
Total	4.2E-5	100.0%	2.1E-5	50.3%	1.9E-5	44.6%	1.9E-5	45.8%

* : 4.2E-5 is read as 4.2×10^{-5}

Table 3.10.6 Reduced weights and exponents for the multiplication factors determined by the LC and PE methods with use of all the experimental results

	Reduced weight (LC method)	Exponent (PE method)
keff_45V	-0.217	-0.184
keff_65V	0.662	0.614
keff_95V	0.624	0.432
C28/F49_65V	-0.026	-0.041
C28/F49_95V	-0.030	-0.044
void_45V	-0.007	-0.016
void_65V	-0.005	-0.010
void_95V	0.000	0.000
Total	1.000	0.751

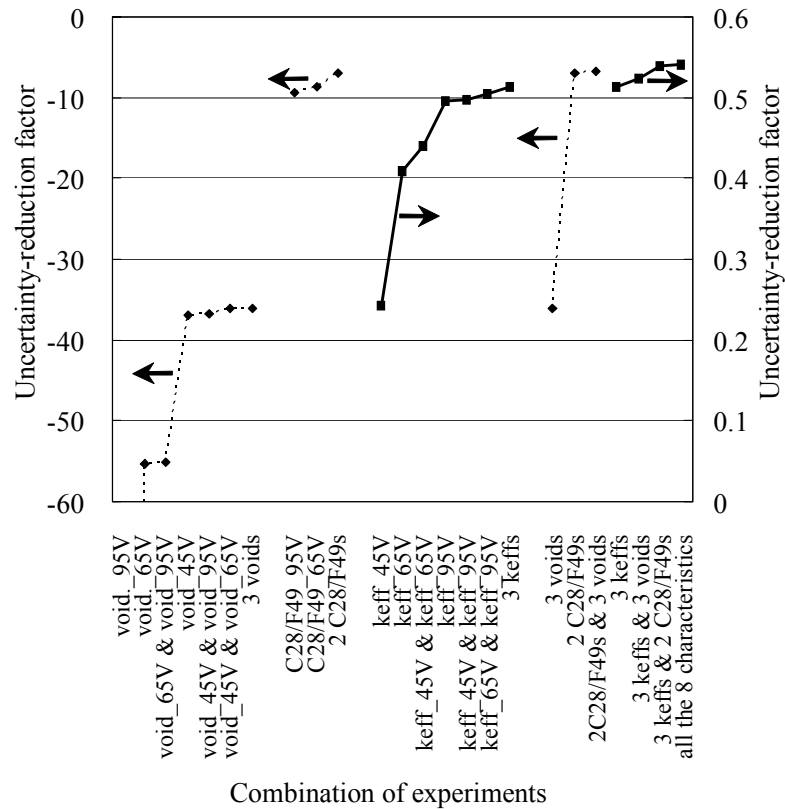


Fig.3.10.5 Change of uncertainty-reduction factors for multiplication factor evaluated by the LC method using various combinations of experimental results

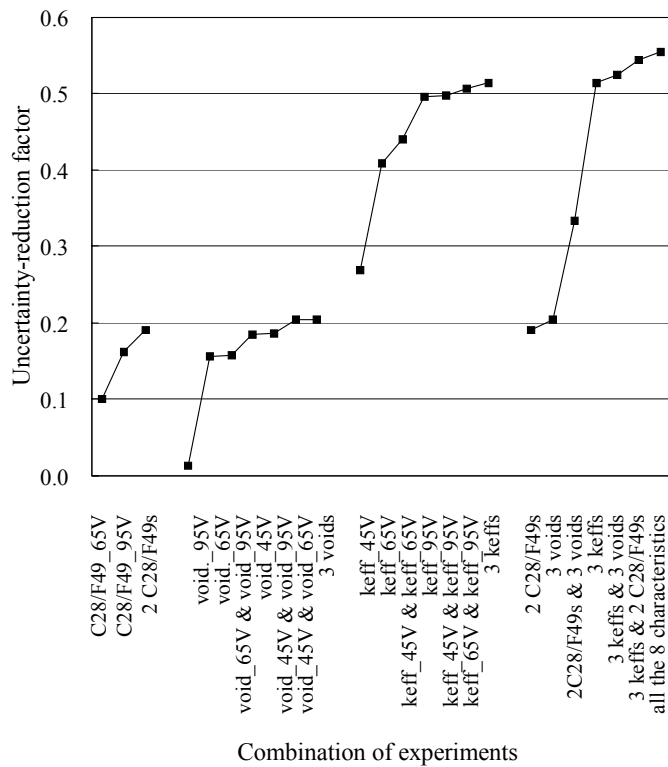


Fig.3.10.6 Change of uncertainty-reduction factors for multiplication factor evaluated by the PE method using various combinations of experimental results

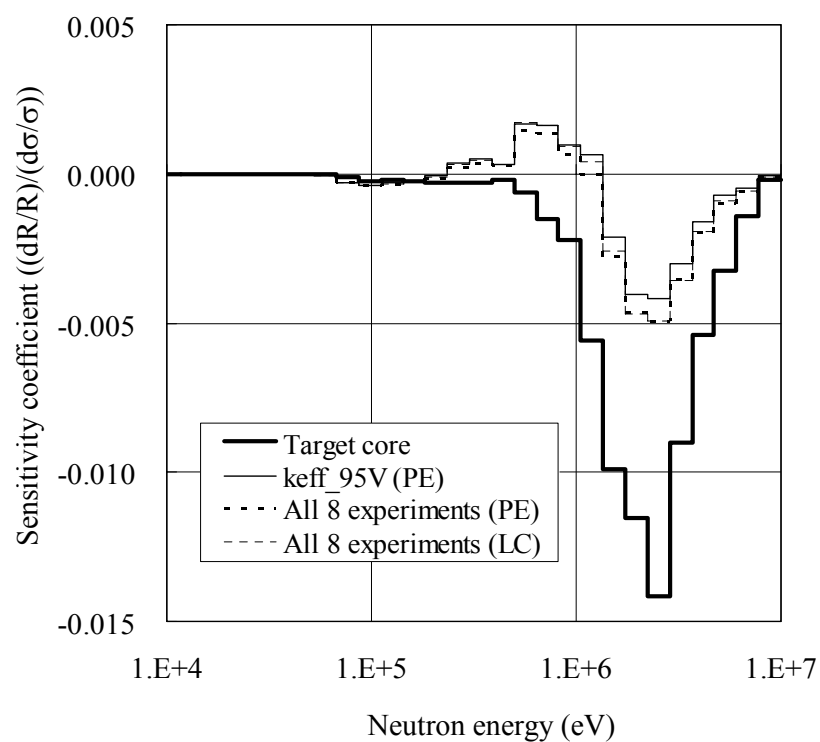


Fig.3.10.7 Comparison of sensitivity coefficients of the multiplication factor evaluated by the design calculation and the semifictitious experimental multiplication factor values determined by the LC and PE methods with respect to ^{238}U inelastic scattering cross section

(2) ^{238}U 捕獲対 ^{239}Pu 核分裂反応率比

LC 法により評価された実験結果の種々の組み合わせによる C28/F49 に対する分散低減因子についての変化を図 3.10.8 に示す。LC 法では、図 3.10.8 において示されているように、全ての実験結果を活用する場合のみ、ほとんど無視できるほど小さいが、正の分散低減因子を与えている。一方、PE 法では、PE 法による評価結果を示した図 3.10.9 において、実験結果のあらゆる組み合わせが正の分散低減因子を与えているように、実験結果のあらゆる組み合わせが、不確かさを低減することができる。表 3.10.2 において示されている単独の実験結果の活用による結果と同様に、実効増倍率に関する実験結果は C28/F49 に関する実験結果よりも効果的である。すなわち、図 3.10.9 に示されるように、実効増倍率に関する実験結果を全て組み合わせると約 44% の分散を低減できるのに対し、C28/F49 に関する実験結果を全て組み合わせると約 35% の分散しか低減できない。図 3.10.9 では、全ての実験結果を活用することにより、最終的には分散を約 60% 低減できることが示されている。

表 3.10.7 に、LC 法及び PE 法による設計予測値の分散の内訳を、設計計算値の元の分散の内訳とともに示す。ここで、単独の実験結果を用いることにより C28/F49 に対する不確かさを最も低減させる実験結果である 65V 炉心での実効増倍率に関する実験結果を合わせて示した。表 3.10.7 より、この単独の実験結果を活用すれば、断面積誤差に起因する分散を、元の分散の約 53% に低減する。PE 法で全ての実験結果を活用すれば、断面積誤差に起因する分散をさらに約 25% 低減させる。全ての実験結果を活用することにより分散がさらに低減することについて検討するために、活用する実験結果を増やすことによる ^{239}Pu 核分裂断面積の感度係数の変化を図 3.10.10 に示す。この図から、PE 法により決定された半仮想的な実験値のもつ感度係数の形状は、全ての実験結果を活用することにより、65V 炉心での実効増倍率に関する実験結果を単独で活用した場合に比べ、実機炉心の感度係数に近づいていることが明らかに観察される。

表 3.10.7 から、断面積誤差については、LC 法による分散は PE 法による分散に比べ、設計計算値のもつ元の分散の約 20% 悪く、実験誤差については、LC 法は PE 法に比べ約 30% 悪い。図 3.10.10 から、LC 法による感度係数に比べ、PE 法による感度係数は実機炉心の感度係数に大幅に近づいていることがわかる。全ての実験結果を

活用した場合、LC 法により決定された換算重み及び PE 法により決定された指数を比較すると、表 3.10.8 に示されているように、特に 95V 炉心における実効増倍率に関する実験結果に対して、換算重みはほぼ 1 が与えられているのに対し、指数は負の値が与えられており、大きな差異が見られる。また、C28/F49 に関する実験結果において、換算重みが指数よりも若干大きい点が、その他の差異として見られる。このような差異が感度係数に及ぼす影響について調べるために、 ^{239}Pu 核分裂断面積について、LC 法及び PE 法により決定された感度係数を、ボイド反応度に関する実験結果を除く各実験結果からの寄与に分解して、図 3.10.11 及び 3.10.12 にそれぞれ示す。図 3.10.11 から、LC 法では、95V 炉心における実効増倍率に関する実験結果が正側に大きく寄与していることがわかる。一方、図 3.10.12 から、PE 法では、各実験結果からの寄与は負側であることがわかる。結局、図 3.10.10 に示されるように、LC 法による感度係数は全体として、PE 法による感度係数の約半分程度となっている。LC 法は、換算重みの総和が 1 であるという性質をもっているように、LC 法は少なくとも一つの実験結果に対して正の重みを与える必要がある。仮に、実機炉心の感度係数に近い感度係数を持ち、小さい実験誤差や実験解析値に含まれる手法誤差が小さい実験結果が活用されるのであれば、LC 法は、不確かさを最小化するために、通常、この実験結果に正の大きな重みを与える。C28/F49 に関する実験結果は、図 3.10.3 に見られるように、実機炉心の C28/F49 と非常に類似した感度係数をもつが、C28/F49 に関する実験結果は大きな実験誤差を含んでいる。表 3.9.1 に示されるように、C28/F49 に関する実験誤差は、実機炉心の C28/F49 の断面積誤差に起因する不確かさの約 2 倍と大きい。このような状況では、C28/F49 に関する実験結果に対して正の大きな重みを与えることは、実効増倍率に関する実験結果に正の大きな重みを与えることに比べ、効果的ではない。これは、実効増倍率に関する実験結果を用いることによる断面積誤差に起因する不確かさの増加が、C28/F49 に関する実験結果を用いることによる実験誤差による不確かさの増加より小さいためである。結果として、LC 法は 95V 炉心における実効増倍率に関する実験結果に正の大きな重みを与えている。これは、表 3.6.2 に示されるように、実効増倍率に関する実験結果のうち、断面積誤差に起因する誤差について、実機炉心の C28/F49 との間で最も大きさの小さい負の共分散をもつためである。また、表 3.10.7 に示されているように、C28/F49 に関する実験結果に対して、指数よりも大きな換算重みが与えられることは、95V 炉心にお

る実効増倍率に関する実験結果に与えた大きな正の換算重みにより引き起こされる感度係数の不一致を補うためであるが、このことは逆に、C28/F49 に関する実験結果に含まれる大きな実験誤差からの不確かさへの寄与を増加させることとなっている。この結果、表 3.10.7 に示されるように、実験誤差に関する分散を約 30% 増加させることになっている。これは、換算重みの総和が 1 であるという LC 法の特徴が、PE 法に比べてかなり悪い結果を引き起こしているケースである。

Table 3.10.7 Breakdown of variance of the C28/F49s evaluated by the design calculation and predicted by the LC and PE methods

Design calculation			Design prediction					
			PE method (a single result : keff_65V)		PE method (All 8 results)		LC method (All 8 results)	
Cross section	5.2E-5*	99.3%	2.8E-5	53.3%	1.5E-5	28.5%	2.6E-5	49.9%
Calculation	3.5E-7	0.7%	1.6E-6	3.1%	1.1E-6	2.1%	3.0E-6	5.6%
Experiment			1.0E-9	0.0%	5.2E-6	9.8%	2.1E-5	40.0%
Total	5.3E-5	100.0%	3.0E-5	56.4%	2.1E-5	40.4%	5.0E-5	95.5%

* : 5.2E-5 is read as 5.2×10^{-5}

Table 3.10.8 Reduced weights and exponents for C28/F49s determined by the LC and PE methods with use of all the experimental results

	Reduced weight (LC method)	Exponent (PE method)
keff_45V	-0.290	-0.042
keff_65V	-0.250	-0.601
keff_95V	1.058	-0.357
C28/F49_65V	0.184	0.078
C28/F49_95V	0.224	0.123
void_45V	0.054	-0.016
void_65V	0.019	-0.017
void_95V	0.001	0.000
Total	1.000	-0.833

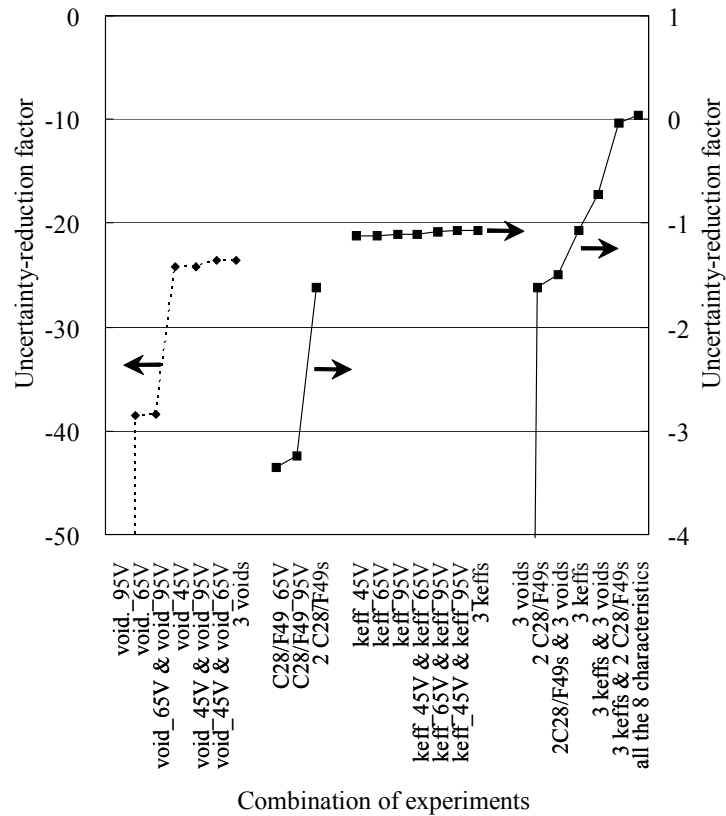


Fig.3.10.8 Change of uncertainty-reduction factors for C28/F49 evaluated by the LC method using various combinations of experimental results

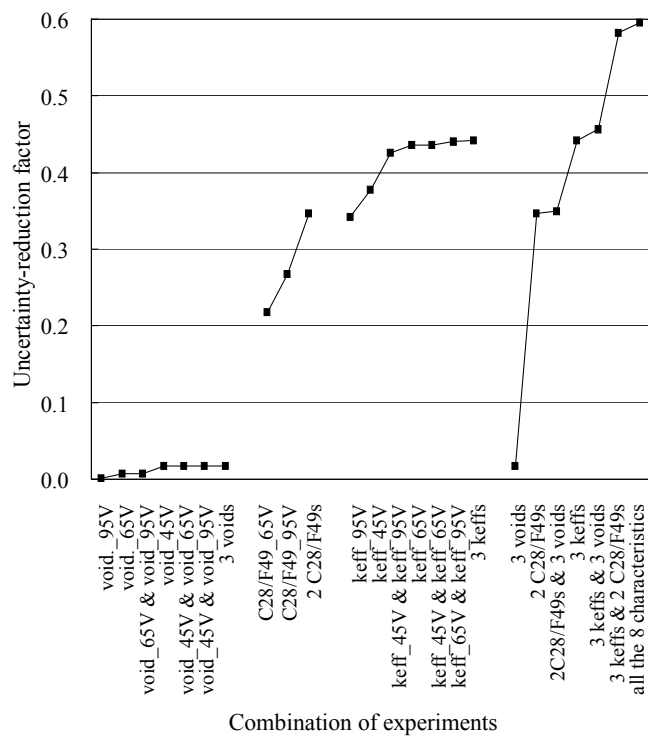


Fig.3.10.9 Change of uncertainty-reduction factors for C28/F49 evaluated by the PE method using various combinations of experimental results

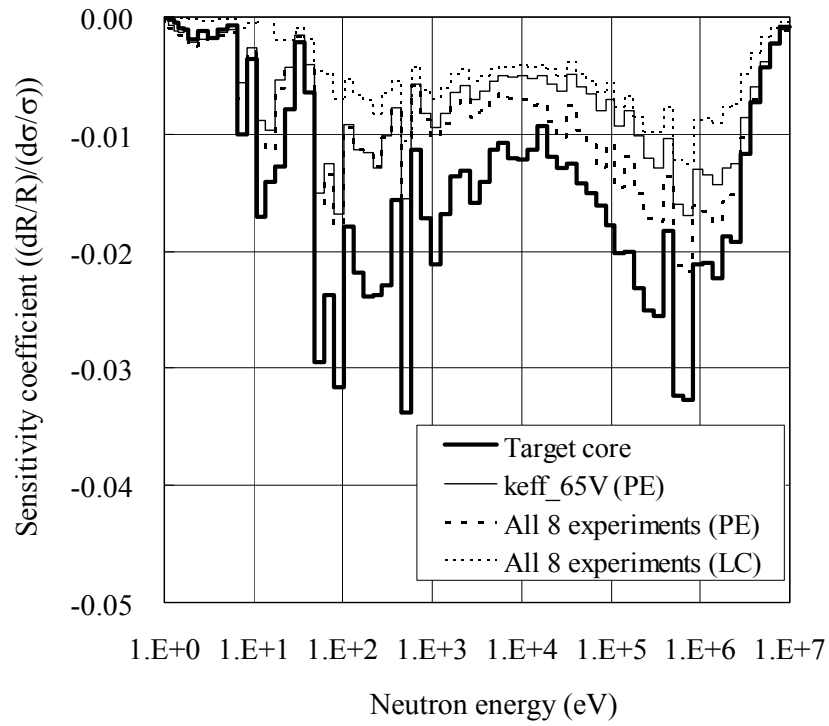


Fig.3.10.10 Comparison of sensitivity coefficients of the C28/F49 evaluated by the design calculation and the semifictitious experimental C28/F49 values determined by the LC and PE methods with respect to ^{239}Pu fission cross section

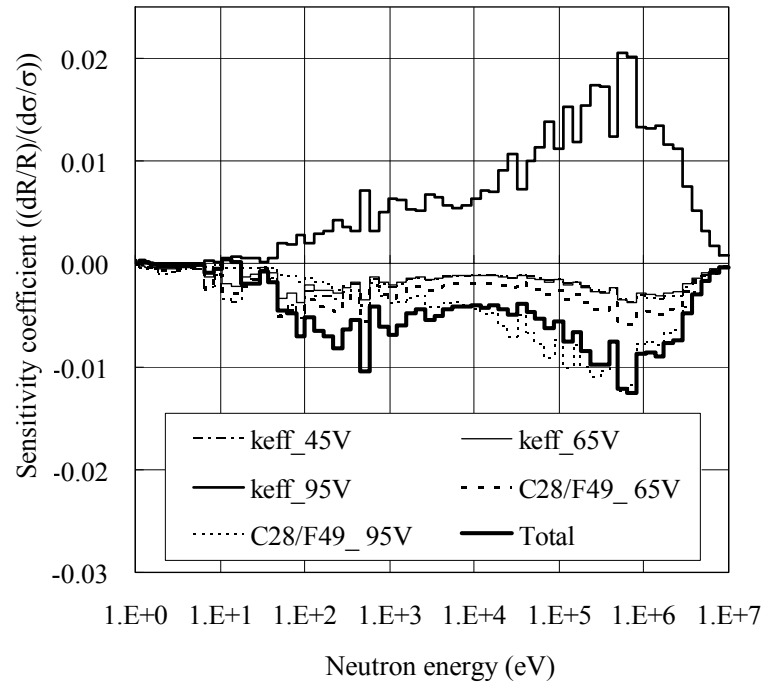


Fig.3.10.11 Breakdown of sensitivity coefficients of the semifictitious experimental C28/F49 value determined by the LC method with respect to ^{239}Pu fission cross section into contributions from each experimental result

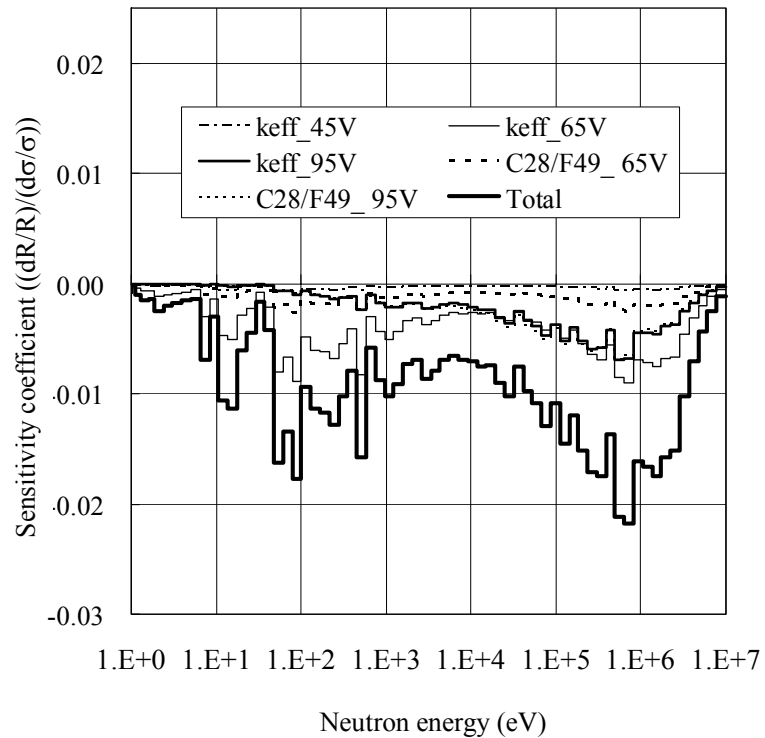


Fig.3.10.12 Breakdown of sensitivity coefficients of the semifictitious experimental C28/F49 value determined by the PE method with respect to ^{239}Pu fission cross section into contributions from each experimental result

(3) 冷却材ボイド反応度

LC 法により評価された実験結果の種々の組み合わせによる冷却材ボイド反応度に対する分散低減因子についての変化を図 3.10.13 に示す。LC 法では、図 3.10.13 において見られるように、実効増倍率に関する実験結果を含んだ実験結果の組み合わせが、正の分散低減因子を与えている。実効増倍率に関する実験結果を除くと、C28/F49 に関する実験結果及びボイド反応度に関する実験結果を全て組み合わせた場合のみ、不確かさの低減は小さいが、正の分散低減因子を与えている。一方、PE 法では、PE 法による評価結果を示した図 3.10.14 において、実験結果のあらゆる組み合わせが正の分散低減因子を与えているように、実験結果のあらゆる組み合わせが、不確かさを低減させている。単独の実験結果を活用する場合は、45V 炉心または 65V 炉心におけるボイド反応度に関する実験結果は、実効増倍率に関する実験結果より効果的であるが、複数の実験結果を組み合わせる場合には、実効増倍率に関する実験結果の組み合わせは、ボイド反応度に関する実験結果の組み合わせより、効果的であることに注意すべきである。また、両図に見られるように、全ての実験結果を活用することにより、分散低減因子は最大値をとることがわかる。

表 3.10.9 に、実効増倍率に関する実験結果を全て用いた場合及びボイド反応度に関する実験結果を全て用いた場合について、PE 法による設計予測値の分散の内訳を、設計計算値の元の分散の内訳とともに示す。また、実験誤差及び実験解析値に含まれる手法誤差が無い場合について、ボイド反応度に関する実験結果を用いた場合の結果を合わせて示す。仮に、実験誤差や実験解析値に含まれる手法誤差が無視できるほど小さいと仮定すると、ボイド反応度の実験結果の組み合わせは、断面積誤差に起因する分散について、元の分散の 74% を低減させる。一方、実効増倍率に関する実験結果の組み合わせは、実験誤差や実験解析値に含まれる手法誤差を考慮に入れても、断面積誤差に起因する分散について、元の分散の 70% を低減させる。このように、実効増倍率に関する実験結果の組み合わせは、断面積誤差に起因する分散の低減について、ボイド反応度に関する実験結果の組み合わせに比べ若干小さいが、ほぼ同じ能力を持っている。しかしながら、実際の実験誤差や実際の手法誤差を考慮すると、ボイド反応度に関する実験結果の組み合わせは、断面積誤差に起因する分散について、元の分散の 61% しか低減させない。これは、不確かさの低減の観点において、実効増

倍率に関する実験結果の組み合わせに比べ、分散の低減は約 9% 小さい。最終的には、実効増倍率に関する実験結果の組み合わせ及びボイド反応度に関する実験結果の組み合わせは、それぞれ分散を 60% 及び 51% 低減させる。この差異を検討するために、図 3.10.15 において、 ^{239}Pu 核分裂断面積の感度係数について両者を比較する。この図から、実効増倍率に関する実験結果の組み合わせによる半仮想的な実験値の感度係数の形状は、ボイド反応度に関する実験結果の組み合わせによるものより、実機炉心のボイド反応度の感度係数に近いことがわかる。この事実は、PE 法が実効増倍率に関する実験結果を組み合わせることにより、それらの実験結果の活用已成功していること、及びボイド反応度に関する実験結果に含まれる大きい実験誤差や実験解析値に含まれる大きな手法誤差が不確かさに入り込むことを避けるために、PE 法がボイド反応度に関する実験結果が内包している断面積誤差に起因する不確かさを低減する能力を、完全に活用していないことを示している。

PE 法により決定された指数を LC 法による換算重みとともに示した表 3.10.10 より、PE 法は、実効増倍率に関する実験結果に対して、正及び負の大きな指数を与えていることがわかる。実効増倍率に関する実験結果は、実験誤差や実験解析値に含まれる手法誤差が小さいために大きな指数を許容している。図 3.10.16 は、 ^{239}Pu 核分裂断面積について、半仮想的な実験値の感度係数を C28/F49 に関する実験結果を除く各実験結果からの寄与に分解して示している。この図から、実効増倍率に関する実験結果が、ボイド反応度に関する実験結果よりも、半仮想的な実験値の感度係数を決定していることがわかる。このように、断面積誤差に起因する不確かさの低減を通じて、実効増倍率に関する実験結果が主に不確かさの低減に寄与している。

表 3.10.11 に、全ての実験結果を活用した場合の LC 法及び PE 法による設計予測値の分散の内訳を示す。この表では、断面積誤差に起因する分散に関して、LC 法は PE 法より約 2% 悪いが、両手法はかなり類似した結果を与えていることが示されている。この結果は、換算重みと指数の間での差異が大きいという事実及び分散の低減が主に実効増倍率に関する実験結果によりなされるという事実から推測される。LC 法及び PE 法は、最終的に、それぞれ分散を 67% 及び 64% 低減させる。換算重みの総和が 1 になるという性質により実験結果の組み合わせにおいて自由度が低いことによる LC 法の不利な点は、PE 法がわずかに LC 法より効果的ではあるが、このケースについて決定的には現れていない。

Table 3.10.9 Breakdown of variance of the void reactivity evaluated by the design calculation and predicted by the PE method with use of all the experimental results regarding multiplication factor and those regarding void reactivity

Design calculation			Design prediction					
			Combination of 3 multiplication factors		Combination of 3 void reactivity		Combination of 3 void reactivity with no error in experiment and analysis method	
Cross section	1.2E-3*	86.7%	2.4E-4	16.9%	3.7E-4	25.6%	1.9E-4	13.2%
Calculation	1.9E-4	13.3%	3.3E-4	22.9%	2.9E-4	20.3%	1.9E-4	13.3%
Experiment			8.9E-8	0.0%	3.9E-5	2.8%	0.0E+0	0.0%
Total	1.4E-3	100.0%	5.7E-4	39.8%	6.9E-4	48.7%	3.8E-4	26.5%

* : 1.2E-3 is read as 1.2×10^{-3}

Table 3.10.10 Reduced weights and exponents for the void reactivity determined by the LC and PE methods with use of all the experimental results

	Reduced weight (LC method)	Exponent (PE method)
keff_45V	-4.566	-4.297
keff_65V	-1.608	-1.989
keff_95V	7.399	5.864
C28/F49_65V	0.151	0.036
C28/F49_95V	-0.144	-0.253
void_45V	-0.075	-0.151
void_65V	-0.153	-0.193
void_95V	-0.004	-0.005
Total	1.000	-0.988

Table 3.10.11 Breakdown of variance of the void reactivity evaluated by the design calculation and predicted by the LC and PE methods with use of all the experimental results

	Design calculation			Design prediction		
				PE method (All 8 results)	LC method (All 8 results)	
Cross section	1.2E-3*	86.7%	1.8E-4	12.6%	2.1E-4	14.9%
Calculation	1.9E-4	13.3%	2.7E-4	19.1%	2.8E-4	19.8%
Experiment			2.1E-5	1.4%	1.2E-5	0.8%
Total	1.4E-3	100.0%	4.7E-4	33.1%	5.1E-4	35.5%

* : 1.2E-3 is read as 1.2×10^{-3}

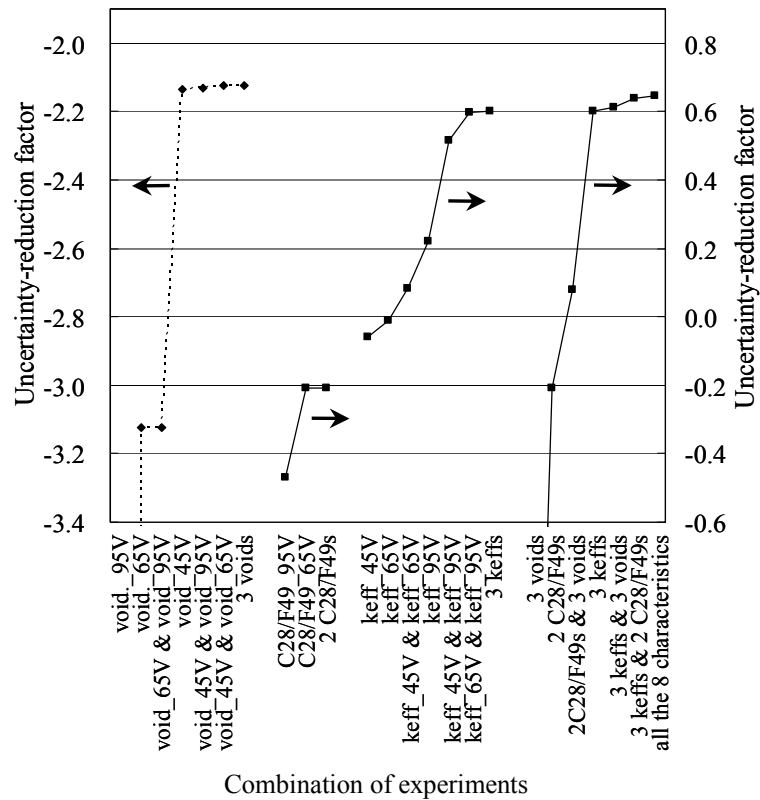


Fig.3.10.13 Change of uncertainty-reduction factors for void reactivity evaluated by the LC method using various combinations of experimental results

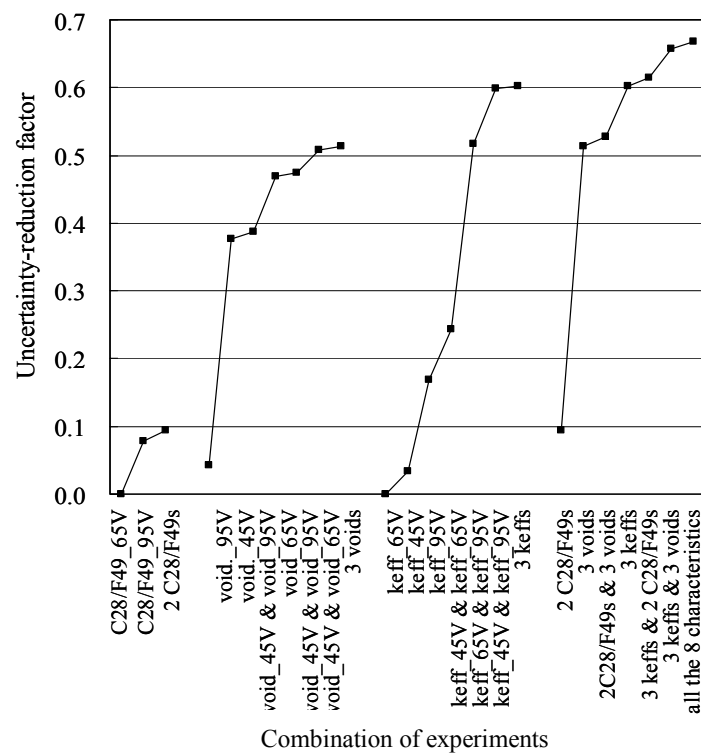


Fig.3.10.14 Change of uncertainty-reduction factors for void reactivity evaluated by the PE method using various combinations of experimental results

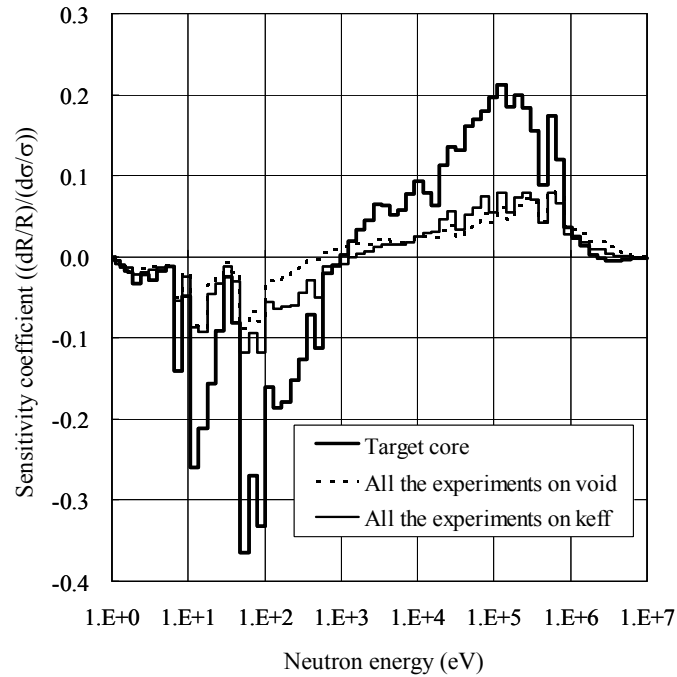


Fig.3.10.15 Comparison of sensitivity coefficients of the void reactivity evaluated by the design calculation and the semifictitious experimental void reactivity values determined by the PE method with use of all the experimental results regarding multiplication factor and of all the experimental results regarding void reactivity, with respect to ^{239}Pu fission cross section

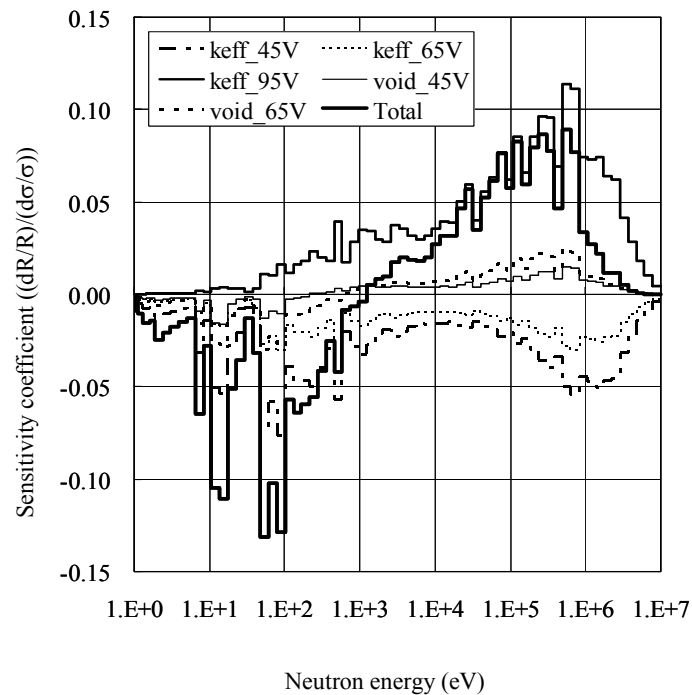


Fig.3.10.16 Breakdown of sensitivity coefficient of the semifictitious experimental void reactivity value determined by the PE method with respect to ^{239}Pu fission cross section into contributions from each experimental result

3. 1 1 結論

理論研究で創出した拡張バイアス因子法の2手法、LC法及びPE法を、FCA 高富化度 MOX 稠密格子炉心模擬実験（FCA-XXII-1 臨界実験）を活用して革新的な原子炉のひとつである水冷却増殖炉に適用し、実際の炉心設計及び既存の臨界実験結果の活用に基づき、拡張バイアス因子法の特性及び有効性を実証した。

実機炉心の実効増倍率、C28/F49 及びボイド反応度に対し、実効増倍率、C28/F49 及びボイド反応度に関する実験結果の種々の組み合わせを検討した。緻密な誤差評価を実施しこれに基づき、実験結果に含まれる実験誤差、実験解析値に含まれる手法誤差、及び断面積についての実機炉心と実験炉心の核特性間の相関の強さ、すなわち、感度係数の類似度について検討し、不確かさ低減に対するそれらの重要性を検討した。

適用結果に基づき、拡張バイアス因子法の以下の特性を確認した。

- LC法及びPE法ともに、全ての信頼できる実験結果を活用すると、不確かさを最も低減する。
- 両手法は、実験誤差及び実験解析値に含まれる手法誤差の悪影響が不確かさに入り込むのを抑え、複数の実験を組み合わせた半仮想的な実験値により実機炉心の核特性の感度係数に近い感度係数を実現させて、主に断面積誤差に起因する不確かさを低減することにより、不確かさの低減の達成を図る。
- PE法は信頼できる実験結果をどのように組み合わせても、必ず不確かさを低減するのに対し、LC法は必ずしも不確かさを低減しない。これは、他の手法がもたないPE法特有の性質であり、従来バイアス因子法の問題点を解決する特性である。
- PE法は、不確かさ低減に対して、LC法より優れている。

FCA-XXII-1 臨界実験を活用して、拡張バイアス因子法の有効性を実証した結果、以下にまとめるとおり、拡張バイアス因子法を用いることにより、実機炉心の全ての核特性、すなわち実効増倍率、C28/F49 及びボイド反応度に対して、実効増倍率に関する実験結果が、他の核特性に関する実験結果、すなわち、C28/F49 及びボイド反応度に関する実験結果よりも効果的であると結論できる。

- 実効増倍率の不確かさを低減するためには、C28/F49 及びボイド反応度に関する実験結果は不確かさ低減にほとんど寄与せず、実効増倍率に関する実験結果が効果的である。
- C28/F49 の不確かさを低減するためには、PE法を用いると、C28/F49 に関する実験結果より実効増倍率に関する実験結果が効果的である。これは、設計計算値に含まれる断面積誤差に起因する誤差及び手法誤差に比べ、前者が大きい実験誤差を含むこと、及び後者が負の指数により実機炉心の感度係数と類似した感度係数が実現されることによる。ただし、実験誤差及び実験解析値に含まれる手法誤差が無視できるほど小さいと仮定すると、C28/F49 に関する実験結果は 90% 以上の分散を低減できることに注意すべきである。PE法を適用することにより、不確かさ低減が大幅に達成されるが、一方、LC法では、不確かさの低減に対して非常に小さい効果しかない。
- ボイド反応度の不確かさを低減するためには、ボイド反応度に関する実験結果よりボイド条件の異なる実効増倍率に関する実験結果を組み合わせることが効果的である。これは、後者を組み合わせることが、断面積誤差に起因する不確かさについて、前者とほぼ同程度の不確かさ低減を実現すること、及び後者が前者より小さい実験誤差や小さい手法誤差を含んでいることによる。

第4章 結 論

多様な核特性に対して高精度に評価する必要がある革新的な原子炉の核設計の信頼性を向上させるために、誤差が十分小さく信頼できる実験結果の活用を前提に、多数の実験結果を効果的に反映させることにより核特性予測値に含まれる不確かさを低減させる新たな不確かさ評価技術として、拡張バイアス因子法を創出し、その有用性を示した。

第2章においては、バイアス因子法の理論研究により、従来バイアス因子法の問題点を解決しさらなる不確かさ低減を図るために、信頼できる実験結果の活用を前提に、多数の臨界実験結果を効果的に活用することに着眼点を置き、新たな不確かさ評価技術としてバイアス因子法の適用性を高めた拡張バイアス因子法を創出した。

拡張バイアス因子法においては、以下に示す2つの新たな概念を発案し、LC 法及びPE 法と名付けた2つの方法を創出した。

○LC 法：多数の既存実験結果を基に、これらを線形和（a linear combination of experimental values）により組み合わせて半仮想的な実験値を構築する概念による方法。

○PE 法：多数の既存実験結果を基に、これらを累乗化した実験値の積（a product of exponentiated experimental values）により組み合わせて半仮想的な実験値を構築する概念による方法。

理論導出の過程において、LC 法は、一般化バイアス因子法と呼ばれる、複数の実験値を活用するために提案された手法と等価であることを理論的に示すとともに、新たに創出した拡張バイアス因子法の2手法及び単一の実験値を用いる従来法の間で理論的な比較を行った結果、拡張バイアス因子法の以下の特性を明らかにした。

○LC 法は、複数の実験値を活用すれば、単一の実験値を活用する従来法に比べ、不確かさを低減させる。

○PE 法は、LC 法より不確かさの低減に優れている。これは、PE 法では実験の組合せ方を決定する指数に関して制約がないのに対し、LC 法では換算重みの総和が 1 になる性質を備えているためである。

○PE 法が、不確かさを低減させるために、最も有効な手法である。

最も有効な手法であるPE法の以下の利点を明らかにした。

○設計計算値に含まれる断面積誤差に起因する誤差及び手法誤差に比べ大きな実験誤差を含むために、従来バイアス因子法では不確かさ低減が困難な実験を活用しても、設計計算値に比べ不確かさは必ず低減する。これは、他の手法がもたない PE 法特有の性質であり、従来バイアス因子法の問題点を解決する特性である。

○全ての信頼できる実験を活用すれば、不確かさは最も低減する。LC 法も同じ性質を備えている。

第3章においては、創出した拡張バイアス因子法の2手法、LC法及びPE法を、FCA高富化度 MOX 稠密格子炉心模擬実験（FCA-XXII-1 臨界実験）を活用して革新的な原子炉のひとつである水冷却増殖炉に適用し、実際の炉心設計及び既存の臨界実験結果の活用に基づき、拡張バイアス因子法の特性及び有効性を実証した。

適用結果に基づき、拡張バイアス因子法の以下の特性を確認した。

○LC法及びPE法ともに、全ての信頼できる実験結果を組み合わせると、不確かさは最も低減する。このため、両手法ともに実機炉心核特性の不確かさ低減のために適切な実験結果を取捨選択する必要がないという利点を有している。

○両手法は、実験誤差及び実験解析値に含まれる手法誤差の悪影響が不確かさに入り込むのを抑え、複数の実験を組み合わせた半仮想的な実験値により実機炉心の核特性の感度係数に近い感度係数を実現させて、主に断面積誤差に起因する不確かさを低減することにより、不確かさの低減の達成を図る。

○PE法は信頼できる実験結果をどのように組み合わせても、必ず不確かさを低減するのに対し、LC法は必ずしも不確かさを低減しない。

○PE法は、不確かさ低減に対して、LC法より優れている。

FCA-XXII-1 臨界実験を活用して、拡張バイアス因子法の有効性を実証した結果、拡張バイアス因子法を用いることにより、実機炉心の全ての核特性、すなわち実効増倍率、 ^{238}U 捕獲対 ^{239}Pu 核分裂反応率比（C28/F49）及び冷却材ボイド反応度に対

して、実効増倍率に関する実験結果が、他の核特性に関する実験結果、すなわち、C28/F49 及びボイド反応度に関する実験結果よりも効果的であることを明らかにした。その理由として、設計計算値に含まれる断面積誤差に起因する誤差や手法誤差に比べ、後者2つの実験に含まれる実験誤差や実験解析値に含まれる手法誤差が同程度あるいは大きいために、実機炉心核特性に対する断面積についての強い相関に基づき断面積誤差に起因する不確かさを大幅に低減可能な後者2つの実験が有している特性を完全に活かすことができないためであることを明らかにした。

以上の拡張バイアス因子法に関する理論的考察の事実及び実機炉心設計と既存実験結果に基づく実証例から、拡張バイアス因子法、特にPE法の有用性について以下の結論に達した。

- 全ての信頼できる実験結果を効果的に活用する。
- 拡張バイアス因子法、特にPE法は、あらゆる既存の信頼できる実験結果の価値を高めるとともに、既存の実験施設の有効活用を促進する。
- 設計計算値に含まれる断面積誤差に起因する誤差及び手法誤差に比べ完全モックアップ実験結果に含まれる実験誤差が大きいために、従来バイアス因子法では不確かさ低減が困難な一部のモックアップ実験結果を、モックアップ実験の他の測定結果や他の実験炉心の測定結果により補う可能性をもつ。
- 既存または新たなベンチマーク実験結果を活用して完全モックアップ実験自体を代替、いわばモックアップ実験のバックアップの一つの手段となりうる可能性をもつ。

本研究で実施した拡張バイアス因子法に関する研究の成果は、拡張バイアス因子法が核特性予測値の不確かさを低減させ、核設計の信頼度を向上させることに有効であることを示した。今後の革新的な原子炉の開発及び実用化に向けて、拡張バイアス因子法、特にPE法が全ての信頼できる実験結果を有効に活用すること、及び大規模モックアップ実験を代替あるいは補完する可能性をもつことは、拡張バイアス因子法が、実験施設の有効活用、開発コストの低減及び開発シナリオへ柔軟性を付与することに貢献できる可能性をもつことを示している。また、現在、炉物理実験データに関してはOECD/NEAによって世界各国の実験データが国際炉物理実験ハンドブック (IRPhEP

ハンドブック)、国際臨界安全ベンチマークハンドブック (ICSBEPハンドブック) に取り纏められていること、国内でも幾つかの臨界実験装置を用いて研究が進められていることから、拡張バイアス因子法を用いることにより、これらのデータが各種革新的な原子炉の核設計に効果的に適用されることが期待できる。

謝 辞

本研究を遂行するにあたり、大阪大学大学院工学研究科環境・エネルギー工学専攻の竹田敏一教授には、極めて有益なご助言とご指導をいただきました。心より篤く感謝いたします。論文全体につき貴重なご助言とご指導をいただいた同専攻の堀池寛教授及び山口彰教授に深く感謝いたします。研究の遂行にあたり適切なご助言をいただいた同専攻学内講師の北田孝典氏に深く感謝いたします。

本研究の遂行にあたり、日本原子力研究開発機構原子力基礎工学研究部門核設計技術開発グループの皆さまに多くのご指導、ご協力を賜りました。前グループリーダーの森貴正氏には、炉物理研究の豊富な経験を基に幾多の有益なご助言、ご指導を賜るとともに、論文執筆において有益なご助言とご指導を賜りました。心より篤く感謝いたします。現グループリーダーの岡嶋成晃氏には、FCA実験の豊富な経験を基に有益なご助言、ご指導を賜りました。特に、同グループの小嶋健介氏、安藤真樹氏、福島昌宏氏には、実験、実験解析、設計計算における共分散の評価などにおいて、多岐にわたるご協力とご助言を賜りました。ここに深く感謝いたします。

日本原子力研究開発機構次世代原子力システム研究開発部門の岩村公道氏、内川貞夫氏、大久保努氏には、研究を始めるきっかけを与えていただくとともに、暖かい励ましを賜りました。日本原子力研究開発機構原子力基礎工学研究部門副部門長の秋本肇氏には、論文執筆にあたり有益なご助言を賜りました。日本原子力研究開発機構次世代原子力システム研究開発部門革新的水冷却炉設計グループの中野佳洋氏には、水冷却増殖炉の炉心設計についてご協力とご助言を賜りました。ここに深く感謝いたします。

本研究の一部は、旧電源開発促進対策特別会計法に基づく文部科学省からの受託事業として、日本原子力研究所が実施した平成 15 年度「超高燃焼水冷却増殖炉用燃料集合体に関する技術開発」の成果及び日本原子力研究開発機構が実施した平成 16、17 年度「超高燃焼水冷却増殖炉用燃料集合体に関する技術開発」の成果を含みます。

参考文献

- 1) T. Kamei and T. Yoshida, “Error due to nuclear data uncertainties in the prediction of large liquid-metal fast breeder reactor core performance parameters,” *Nucl. Sci. Eng.*, **84**, 83 (1983).
- 2) T. Sano and T. Takeda, “Generalized bias factor method for accurate prediction of neutronic characteristics,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **43**, 1465 (2006).
- 3) T. Takeda and Y. Yoshimura, “Prediction uncertainty evaluation methods to core performance parameters in large liquid-metal fast breeder reactors,” *Nucl. Sci. Eng.*, **103**, 157 (1989).
- 4) T. Kugo, T. Mori and T. Takeda, “Theoretical study on new bias factor methods to effectively use critical experiments for improvement of prediction accuracy of neutronic characteristics,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **44**, 1509 (2007).
- 5) T. Kugo, K. Kojima, T. Mori and T. Takeda, “Application of bias factor method with use of virtual experimental value to prediction uncertainty reduction in void reactivity worth of breeding light water reactor,” *Proc. of ICONE15*, ICONE15-10371, Nagoya, Japan, April 22-26, (2007).
- 6) T. Kugo, K. Kojima, M. Andoh, T. Mori and T. Takeda, “Application of bias factor method with use of exponentiated experimental value to prediction uncertainty reduction in coolant void reactivity of breeding light water reactor,” *Journal of Power and Energy Systems*, Vol.2, No.1, (to be published) (2008).
- 7) T. Kugo, *et al.*, “Preliminary evaluation of reduction of prediction error in breeding light water reactor core performance,” *Proc. of ICAPP’05*, 5250, Seoul, Korea (2005).
- 8) T. Kugo, M. Andoh, K. Kojima, M. Fukushima, T. Mori, Y. Nakano, S. Okajima, T. Kitada and T. Takeda, “Prediction accuracy improvement of neutronic characteristics of a breeding light water reactor core by extended bias factor methods with use of FCA-XXII-1 critical experiments,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, Vol.45, No.4, (to be published) (2008).

- 9) T. Takeda, *et al.*, “Application of uncertainty reduction factor for determining critical mockup of an innovative long-life fast reactor,” *Proc. of ICAPP’05*, 5444, Seoul, Korea (2005).
- 10) T. Okubo, *et al.*, “Conceptual designing of reduced-moderation water reactors(1) – Design for BWR-type reactors - ,” *Proc. of ICON8*, ICON8-8422, Baltimore, MD USA (2000).
- 11) Japan Atomic Energy Agency, “ Development of fuel assembly for very high burn-up water-cooled breeding reactor,” Report to MEXT. (2007.3) [in Japanese].
- 12) K. Shibata, T. Kawano, T. Nakagawa, *et al.*, “Japanese evaluated nuclear data library version 3 revision-3 : JENDL-3.3,” *J. Nucl. Sci. Technol.*, **39**, 1125 (2002).
- 13) Y. Nagaya, *et al.*, “MVP/GMVP II : General purpose Monte Carlo codes for neutron and photon transport calculations based on continuous energy and multigroup methods,” JAERI 1348, Japan Atomic Energy Research Institute (JAERI) (2005).
- 14) Japan Atomic Energy Research Institute, “Development of fuel assembly for very high burn-up water-cooled breeding reactor,” Report to MEXT (2005.3) [in Japanese].
- 15) A. Hara, T. Takeda and Y. Kikuchi, “Two-dimensional sensitivity analysis code based on generalized perturbation theory,” JAERI-M 84-065, (1984), [in Japanese].
- 16) Japan Atomic Energy Agency, “Development of fuel assembly for very high burn-up water-cooled breeding reactor,” Report to MEXT. (2006.3), [in Japanese].