The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	X線照射赤血球の容積変化のcatastrophe理論による定性的解析
Author(s)	西沢, 邦秀
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1976, 36(11), p. 1016-1020
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/18084
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

X線照射赤血球の溶積変化の catastrophe 理論による定性的解析

名古屋大学医学部アイソトープセンター
同　放射線医学教室
西　沢　邦　秀

（昭和51年4月16日受付）
（昭和51年6月14日最終原稿受付）

Qualitative analysis on the volume change of erythrocyte in X-ray hemolysis with cusp catastrophe

Kunihide Nishizawa
Radioisotope Center and Department of Radiology, Nagoya University School of Medicine,
65 Tsurumai-cho, Showa-ku, Nagoya, Japan

Research Field Code: 200
Key Words: *Catastrophe theory, Radiation hemolysis, Erythrocyte.*

A theroretical analysis on the appearance order of the volume variation of an erythrocyte with X-rays irradiation is demonstrated by using the cusp catastrophe curves in a control space.

Three kinds of critical doses corresponding to the cell membrane tension for the wither, the equilibrium and the burst are supposed. Dose-axis is divided into four regions by these critical doses. The four kinds of phenomena appear in the following order; (1) recovery, (2) recovery with extrem shrinking, (3) wither and (4) burst with the increase of the exposure dose. The modified orbits in the volume-tension space are given for the four kinds of phenomena.

1. 緒　言

X線を照射した赤血球が膨張して溶血する過程[2)2)4)]を多様体上の軌道として表現することによつて，溶血とは別に3種類の体積変化が起こり得ることを前報で明らかにした[1)]．けれども，どの程度の線量を照射すると，どの型の変化が起こるかということには触れていない．

そこで，この論文ではコントロール平面[5)6)7)]を用いて線量と体積変化の型の定性的な関係を明らかにする．

2. 線量と体積変化の関係

Fig. 1（A）の様な3次元多様体の座標系（x, a,b）でx座標は体積Vに相当し負方向が膨張を表わす．a座標は線量Dを表わし，負方向が線量の増加する方向である．b座標は細胞膜の張力を表わし正の方向が張力の増加する方向である．

前報で得られた結果を要約するとX線を照射された赤血球の挙動は任意の線量aに対応する x-b 平面で，上のアトラクターから下のアトラクターへ移る軌道として表わされた．溶血は赤血球の膜の張力が下のアトラクター上に設けられた破裂に対応する細胞膜の張力の限界値を越えることによつて起る．この限界値を越えない場合には膨張した体積が収縮して元の体積に戻る回復Ⅰ及び膨張

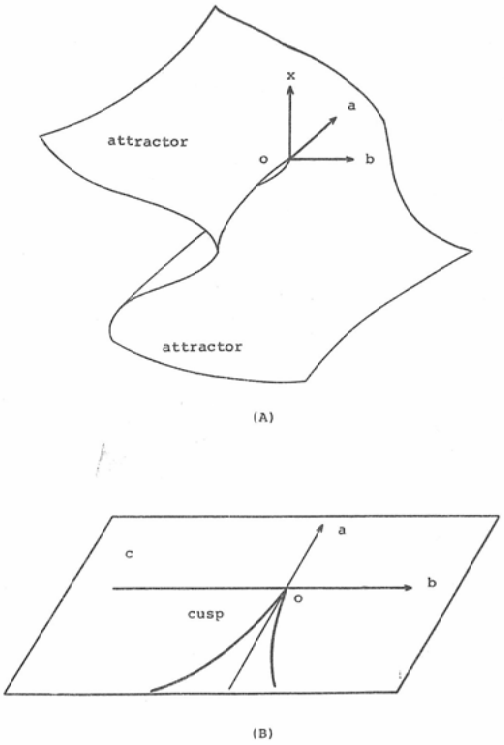


Fig. 1 (A) Three dimensional manifold near the orgin

x: Volume of erythrocyte
b: Tension of cell membrane
a: Exposure dose

(B) Cusp catastrophe curve in controle space

した後一担元の体積以下に収縮し，再び膨張して元の体積に戻る回復IIとが得られた．上のアトラクター上に別の限界値を設けることによつて萎縮の現象が得られた．

上記の様な x-b 平面を使う表現でも3次元多様体の変化の様子を観察すれば大体の見当はつくにしても，線量と4種類の体積変化との関係はあまりはつきりしない．このため3次元多様体を Fig. 1（B）の様なコントロール空間 c と呼ばれる a-b 平面に射影した線量—細胞膜張力空間で考えることにする．ここで太い実線は3次元多様体面上でカタストロフィが起こつている部分即ち閾値の集まりであるカタストロフィ集合を表わしている．コントロール空間でのカタストロフィ集合はカスプを形作る次の方程式（1）で与えられている[5)6)7)]．

$$4a^3+27b^2=0 \qquad (1)$$

Fig. 2 に於て，a 軸は線量Dを表わし負の方向が線量の増加する方向である．b 軸は膜張力を表わす．正の方向が張力の増加する方向である．C_2 は上のアトラクターより下のアトラクターへと移るカタストロフィ線であり，C_1は下のアトラクターより上のアトラクターへ移るカタストロフィ線を表わしている．上のアトラクター上の軌道は実線で表わし，下のアトラクター上の軌道は点線で表わしてある．b_1は細胞膜の破裂に対する膜張力の限界値であり，a_3は $b=b_1$と曲線 C_2との交点の a 軸の座標の値である．b_E は赤血球が平衡状態に居ることを表わしている．$b=b_E$ と曲

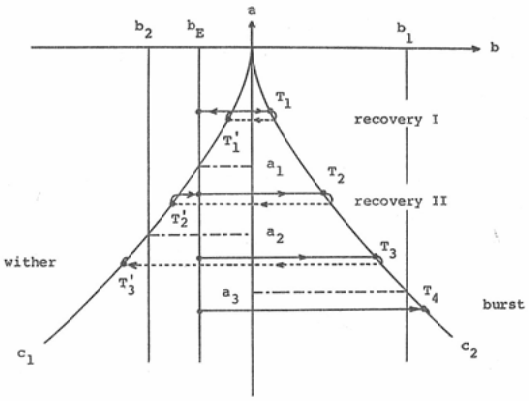


Fig. 2. Relationships between exposure dose and volume variation

C_1: Catastrophe curve representing the translation from lower attractor to upper attractor
C_2: Catastrophe curve representing the translation from upper attractor to lower attractor
b_E: Coordinate of the equilibrium point on b-axis
b_1: Coordinate of the limit point for the burst on b-axis
b_2: Coordinate of the limit point for the wither on b-axis
a_1: Coordinate on a-axis for intersection of $b=b_E$ and C_1
a_2: Coordinate on a-axis for intersection of $b=b_2$ and C_1
a_3: Coordinate on a-axis for intersection of $b=b_1$ and C_2
$T_1,\sim T_4$: Threshold point on upper attractor
$T'_1,\sim T'_3$: Threshold point on lower attractor

線 C_1との交点のa軸の座標の値を a_1とする．萎縮に対する膜張力の限界値を b_2とする．$b=b_2$と曲線 C_1との交点のa軸の座標の値を a_2とする．

$|b_1|>|b_2|$ 即ち，$a_1>a_2>a_3$であるとする．何故ならば $a_3>a_2$の場合は破裂後のゴーストの萎縮を考えることになり，細胞の体積の議論とは直接かかわりがなくなるからである．

赤血球に照射する線量の大きさによつて次の4つの場合に分けて考えることにする．

（i）$o>a>a_1$の場合

$b=b_E$ の平衡点でX線を照射すると，赤血球は実線に沿つて上のアトラクター上を移動し，C_2上の閾値 T_1に達するとカタストロフィが起こつて上のアトラクターから下のアトラクターへと移る．ここで T_1は膜張力の破裂に対する限界値 b_1より小さいので赤血球は下のアトラクター上を点線に従つて移動する．C_1上の閾値 T'_1に達すると再びカタストロフィが起つて下のアトラクターより上のアトラクターへと移る．そしてここからは実線に沿つて $b=b_E$ の元の平衡状態へと戻る．即ち，一旦膨張した赤血球は収縮して元の体積へ戻ることになる．ここに軌道が循環する回復Ⅰのパターンが得られる．

（ii）$a_1>a>a_2$の場合

$b=b_E$ の平衡点でX線を照射すると，赤血球は実線に沿つて上のアトラクター上を移動する．C_2上の閾値 T_2に達するとカタストロフィが起こり，上のアトラクターから下のアトラクターへと移る．ここでも T_2は破裂に対する膜張力の限界 b_1より小さいから，赤血球は下のアトラクター上を点線に沿つて移動する．C_1上の閾値 T'_2に達するとカタストロフィが起こつて下のアトラクターより上のアトラクターへと移る．ここで T'_2は膜の萎縮に対する限界値 b_2よりも大きいので赤血球は実線に沿つて $b=b_E$ の平衡点へ戻る．つまり一旦膨張した赤血球は収縮して元の状態へ戻るのであるが，T'_2が b_E よりも小さいので，赤血球は一度元の体積以下に収縮してから元の体積に戻る．この様にして軌道が循環する第2の回復のパターンが得られる．

（iii）$a_2>a>a_3$の場合

$b=b_E$ の平衡点でX線を照射すると，赤血球は実線に沿つて上のアトラクター上を移動する．C_2上の閾値 T_3に達するとカタストロフィが起こり，上のアトラクターより下のアトラクターへと移る．ここでも T_3は膜張力の破裂に対する限界値 b_1よりも小さいので赤血球は下のアトラクター上を点線に沿つて移動する．C_1上の閾値 T'_3に達すると再びカタストロフィが起こり下のアトラクターより上のアトラクターへと移る．しかし T'_3は膜の萎縮に対する限界値 b_2よりも小さいので，一度膨張した赤血球は収縮を始めるともはや元の状態へ戻ることなく萎縮してしまうのである．

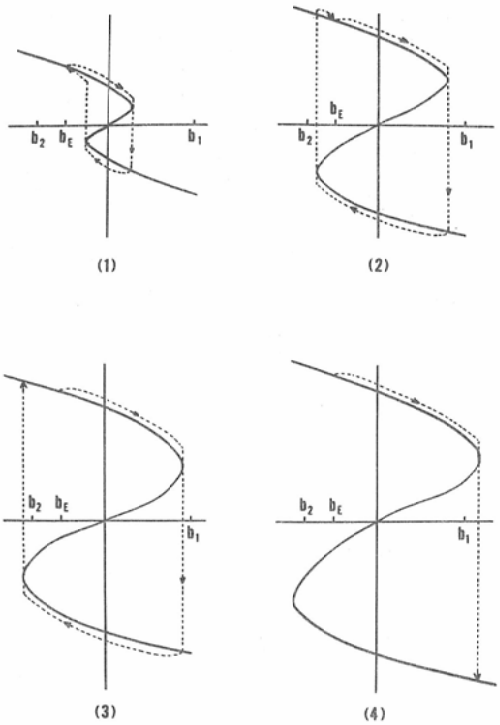
（iv）$a_3>a$ の場合

平衡点 b_E でX線を照射すると，赤血球は実線に沿つて上のアトラクター上を移動する．C_2上の閾値 T_4に達するとカタストロフィが起こり，上のアトラクターより下のアトラクターへと移る．ここで T_4は破裂に対する膜張力の限界 b_1よりも大きいので，一度膨張し始めた赤血球はもはや収縮することなく破裂してしまうのである．

以上の議論により4種類の体積変化の型と線量との間には次の様な関係が存在することが解る．即ち，照射するX線の線量が増大するにつれて，順次回復Ⅰ，回復Ⅱ，萎縮，破裂の現象が表われる．

3. b-X 空間における軌道の修正

前報で得られた体積—膜張力空間（x-b 空間）での軌道の形を上記の結果に基づいて修正を行う．前報では線量が異なつても同じ断面を使用し，平衡点や張力の限界値の位置を変えて軌道の推定を行つた．ここでは逆に平衡点や張力の限界値をb軸上で固定し，線量に応じて断面を動かすことにする．ある線量を決めると，Fig. 2からx-b 面が推定されるので，軌道も決まつてしまう．このようにして回復ⅠにはFig. 3（1）の軌道が対応し，回復ⅡにはFig. 3（2）の軌道が対応する．更に萎縮にはFig. 3（3）の軌道が対応し，破裂にはFig.（4）の軌道が対応する．



bE: Coordinate of the equilibrium point on b-axis
b_1: Coordinate of the limit point for the burst on b-axis
b_2: Coordinate of the limit piont for the wither on b-axis
Orbits (…) in (1), (2), (3), (4) represent the recovery
Ⅰ, recovery Ⅱ, wither and burst respectivery

Fig. 3. Modified orbits on the volume-tension space

4. 考　案

体積—膜張力空間で軌道を調べることによつても線量と体積変化の型の関係を試行錯誤的に導くことも可能であるかもしれない．が，誤つた結論へ導く可能性も大である．これに対して，線量—張力空間では線量と体積変化の型の関係を理論的に一貫して扱うことができる．

そこで，線量—張力空間のカスプのカタストロフィを用いて線量が増加すると共にどの体積変化の型が現われるかを示した．更にその結果に基づいて各体積変化の型に対応する体積—張力空間での正しい軌道を与えることができた．

一つの細胞は固有の感受性を持つているはずであるので，感受性が一定であるとみなすことができる．この様な場合には，理論通りに，各現象を分けるはつきりとした臨界線量の存在が予想される．

けれども，赤血球は個々の細胞により放射線感受性に差異があろうから，線量と体積変化の関係は必ずしも一概に論ずることはできない．多数の細胞集団を扱う実際の場合には，各現象を分ける臨界線量はある幅を持つていると考える方が妥当であろう．例えば回復Ⅰと回復Ⅱを分ける臨界線量域では両方の現象が同時に見られるはずである．臨界線量域のうち低線量域では回復Ⅰを示す赤血球が多く，逆に高線量域では回復Ⅱを示す赤血球が多く見られることになる．この頻度あるいは割合は統計的に線量に依存するある確率を持つことになる．

回復Ⅰと回復Ⅱとが重なり合つている場合を考えたがこれらに加えて萎縮や破裂が同時に重なり合つているといつた場合も考えられる．一方，弾性限界値 b_1, b_2あるいは臨界線量a_1, a_2, a_3等が本当に存在するか否か，存在するならば如何なる値を取るかは実験的に検証されなければならない．

5. 結　論

コントロール空間でカスプのカタストロフィを用いてX線照射赤血球の体積変化と線量の間の関係を調べた．照射線量が増すにつれて順次回復，過収縮を伴う回復，萎縮，破裂が表われる．これらの現象を表わす線量—膜張力空間の軌道の修正を行つた．

本論文の一部は第30回物理部会（昭50．9．5），第60回中部地方会（昭51．3．21）において発表した．

References

1) 西沢邦秀：カタストロフィ理論に基づくX線照射赤血球の溶血に関する力学理論．日医放会誌，36 (1976)，631—635.
2) Prince, E.W. and Little, J.B.: The effect of dietary fatty acid and tocopherol on the radiosensitivity of mammalian erythrocytes. Rad. Res., 53 (1973), 49—64.
3) Shapiro, B. and Kollmann, G.: The nature of the membrane injury in irradiated human

erythrocytes. Rad. Res., 34 (1968), 335—346.
4) Sutherland, R.M. and Pill, A.: Repair of radiation damage to erythrocyte membrane; The reduction of rediation-induced disulfide groups. Rad. Res., 34 (1968), 300—314.
5) Thom, R.: Topological models in biology, Topology, 8 (1969), 313—335.
6) Thom, R.: Structural Stability and Morphogenesis. 1st English edition, (1975), Benjamin, Amsterdam.
7) Zeeman, E.C.: Differentical equations for the heartbeat and nerve impulse. Towards a theoretical biology, 4 Essays an International Union of Biological Sciences Simposium. p. 683. Edinburgh Univ. Press, Edinburgh, 1972.