【55】

氏　　　　　名	川上智博（かわかみともひろ）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　１２５６３　号
学位授与年月日	平成８年３月25日
学位授与の要件	学位規則第４条第２項該当
学 位 論 文 名	Nash G manifold structures of compact or compactifiable C^∞ G manifolds （コンパクトまたはコンパクト化可能な C^∞ G 多様体の NashG 多様体構造について）
論 文 審 査 委 員	（主査） 教　授　川久保勝夫 （副査） 教　授　坂根　由昌　　教　授　藤木　明

論文内容の要旨

1950年代から閉多様体に nonsingular algebraic set の構造が入るかどうかを問う Nash 予想についての研究がなされてきた。この予想は1972年に A. Tognoli によって肯定的に解かれ，1990年にこれの群作用を考えた場合の同変 Nash 予想が K. H. Doverman, T. Petrie 等により提起された。この予想は現在でも完全には解決されておらず，部分的解決が知られているのみである。この同変 Nash 予想は C^∞G 多様体の代数的構造の存在を問う問題である。代数群と Lie 群の間の群として，Nash 群が定義され，また，nonsingular algebraic G set と C^∞G 多様体の間の G 多様体として，Nash G 多様体を定義される。

G がコンパクト Lie 群のとき，軌道型が有限個の C^∞G 多様体は G 表現に C^∞G 埋め込み可能であることが知られている。しかし，どの G 表現にも Nash G 埋め込みのできない Nash G 多様体が存在する。また，Nash G 多様体は有限個の連結成分からなり，その G 不変な連結成分の和集合もまた Nash G 多様体となる。群 G がコンパクト affine Nash 群のとき，affine Nash G 多様体は C^∞G 多様体としてコンパクト化可能である。これは nonsingular algebraic G set のもつよい性質である。

同変 Nash 予想を弱めて，C^∞G 多様体の affine Nash G 多様体構造および nonaffine Nash G 多様体構造を考察して，次の結果を得た。

定理１　群 G がコンパクト affine Nash 群で，X をコンパクト C^∞G 多様体とする。(1) X の affine Nash G 多様体構造 Y は存在し，Nash G 微分同相を除いて，ただ一つである。(2) X 上の G 作用が推移的ならば，X の任意の Nash G 多様体構造 Z は(1)で得られた Y に Nash G 微分同相である。(3) X 上の G 作用が推移的でなく，X が連結で１次元以上ならば，X は Nash G 微分同相でない nonaffine Nash G 多様体構造を非可算無限個もつ。

定理２　群 G がコンパクト affine Nash 群で，X がコンパクトでなく，コンパクト化可能な C^∞G 多様体とする。(1) X は affine Nash G 多様体構造をもつ。しかし，一般には一意的でない。(2) X は Nash G 微分同相でない非可算無限個の nonaffine Nash G 多様体構造をもつ。

定理３　（論文中の定理４．５）群 G をコンパクト affine Nash 群とする。このとき，C^∞G 多様体 X が C^∞G 多様体としてコンパクト化可能であるための必要十分条件は，X が affine Nash G 多様体構造をもつことである。

論文審査の結果の要旨

群Gがコンパクトアフィン Nash 群のとき，コンパクト C^∞G 多様体の Nash G 多様体構造について研究している。アフィン Nash G 多様体構造は，一意存在であることを示し，一次元以上で連結のときは，アフィンでない Nash G 多様体構造を非可算無限個もつことを証明しており，博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。