

Title	Nash G manifold structures of compact or compactifiable C^∞ G manifolds
Author(s)	川上, 智博
Citation	大阪大学, 1996, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3110235
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	川 上 智 博
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	第 1 2 5 6 3 号
学 位 授 与 年 月 日	平 成 8 年 3 月 25 日
学 位 授 与 の 要 件	学 位 規 則 第 4 条 第 2 項 該 当
学 位 論 文 名	Nash G manifold structures of compact or compactifiable $C^\infty G$ manifolds (コンパクトまたはコンパクト化可能な $C^\infty G$ 多様体の Nash G 多様体構造について)
論 文 審 査 委 員	(主査) 教 授 川久保勝夫 (副査) 教 授 坂根 由昌 教 授 藤木 明

論 文 内 容 の 要 旨

1950年代から閉多様体に nonsingular algebraic set の構造が入るかどうかを問う Nash 予想についての研究がなされてきた。この予想は1972年に A. Tognoli によって肯定的に解かれ、1990年にこれの群作用を考えた場合の同変 Nash 予想が K. H. Doverman, T. Petrie 等により提起された。この予想は現在でも完全には解決されておらず、部分的解決が知られているのみである。この同変 Nash 予想は $C^\infty G$ 多様体の代数的構造の存在を問う問題である。代数群と Lie 群の間の群として、Nash 群が定義され、また、nonsingular algebraic G set と $C^\infty G$ 多様体の間の G 多様体として、Nash G 多様体を定義される。

G がコンパクト Lie 群のとき、軌道型が有限個の $C^\infty G$ 多様体は G 表現に $C^\infty G$ 埋め込み可能であることが知られている。しかし、どの G 表現にも Nash G 埋め込みのできない Nash G 多様体が存在する。また、Nash G 多様体は有限個の連結成分からなり、その G 不変な連結成分の和集合もまた Nash G 多様体となる。群 G がコンパクト affine Nash 群のとき、affine Nash G 多様体は $C^\infty G$ 多様体としてコンパクト化可能である。これは nonsingular algebraic G set のもつよい性質である。

同変 Nash 予想を弱めて、 $C^\infty G$ 多様体の affine Nash G 多様体構造および nonaffine Nash G 多様体構造を考察して、次の結果を得た。

定理 1 群 G がコンパクト affine Nash 群で、 X をコンパクト $C^\infty G$ 多様体とする。(1) X の affine Nash G 多様体構造 Y は存在し、Nash G 微分同相を除いて、ただ一つである。(2) X 上の G 作用が推移的ならば、 X の任意の Nash G 多様体構造 Z は(1)で得られた Y に Nash G 微分同相である。(3) X 上の G 作用が推移的でなく、 X が連結で 1 次元以上ならば、 X は Nash G 微分同相でない nonaffine Nash G 多様体構造を非可算無限個もつ。

定理 2 群 G がコンパクト affine Nash 群で、 X がコンパクトでなく、コンパクト化可能な $C^\infty G$ 多様体とする。(1) X は affine Nash G 多様体構造をもつ。しかし、一般には一意的でない。(2) X は Nash G 微分同相でない非可算無限個の nonaffine Nash G 多様体構造をもつ。

定理 3 (論文中の定理 4, 5) 群 G をコンパクト affine Nash 群とする。このとき、 $C^\infty G$ 多様体 X が $C^\infty G$ 多様体としてコンパクト化可能であるための必要十分条件は、 X が affine Nash G 多様体構造をもつことである。

論文審査の結果の要旨

群 G がコンパクトアフィン Nash 群のとき, コンパクト $C^\infty G$ 多様体の Nash G 多様体構造について研究している。アフィン Nash G 多様体構造は, 一意存在であることを示し, 次元以上で連結のときは, アフィンでない Nash G 多様体構造を非可算無限個もつことを証明しており, 博士 (理学) の学位論文として十分価値あるものと認める。