

Title	Strong unique continuation property for some second order elliptic systems
Author(s)	真田, 誠
Citation	大阪大学, 2008, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/1848">https://hdl.handle.net/11094/1848</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	真 田 誠
博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)
学位記番号	第 2 1 7 3 8 号
学位授与年月日	平成 20 年 3 月 25 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Strong unique continuation property for some second order elliptic systems (ある 2 階楕円型偏微分方程式系に対する強一意接続性定理について)
論文審査委員	(主査) 教授 西谷 達雄 (副査) 教授 林 仲夫 教授 土居 伸一 教授 松村 昭孝 准教授 久保 英夫

### 論 文 内 容 の 要 旨

複素関数論でのコーシー・リーマンの微分方程式は一意接続性や強一意接続性を持つことが一致の定理の名で良く知られている。この性質が成り立つ微分作用素はコーシー・リーマンの微分方程式以外にもたくさんある。本論文の目的は一意接続性・強一意接続性が成り立つ微分作用素をより多く見つけることである。

単独の方程式に対しての一意接続性定理・強一意接続性定理については多くの結果が知られている。特に単独 2 階楕円型方程式に対する強一意接続性定理は、1983 年の Hörmander 氏の結果やその拡張である 1997 年の Regbaoui 氏の結果等多くの研究者により研究されてきた。この Regbaoui 氏による強一意接続性定理が成り立つ十分条件はほとんど最適条件といえるものである。また単独高階の微分作用素に対しては Priš 氏や Alinhac 氏等により多くの反例が知られており一般には期待できない。一方、方程式系に対しては、上述のコーシー・リーマンの微分方程式やある 2 変数 1 階楕円型方程式系に対する Hile 氏と Protter 氏による一意接続性の結果 (1976 年) や、同じくある 2 変数 1 階楕円型方程式系に対しての大鍛治氏による強一意接続性定理の結果 (2002 年) を除いてあまり多くの結果は知られていない。

本論文では、主結果 1 において多変数 2 階楕円型方程式系に対して強一意接続性定理が成り立つ十分条件を与えている。この結果は Regbaoui 氏による単独 2 階楕円型方程式の結果を含むものとなっている。強一意接続性定理では低階項をどこまで自由に出来るかが重要な問題であるが、1994 年の Alinhac 氏の反例から、本論文で証明された低階項の自由度はこれ以上増すことはできないことがわかる。また微分作用素の係数の滑らかさもこれ以上落とすことができないことも Priš 氏の反例からわかる。本論文の十分条件には方程式系特有の条件をつけている。もしこの条件を仮定しなければ、1980 年に示された Alinhac 氏による単独高階微分作用素に対する強一意接続性定理の反例から破綻することが証明できる。それゆえこの十分条件はある意味では最適といえるものである。

主結果 2 では、2 変数の場合に一意接続性定理が成り立つ十分条件を与えている。2 変数の場合には先に述べたようにある 1 階の微分作用素に対しては一意接続性定理が証明されており、そこでの評価を使うことによりある 1 階の微分作用素の積の形であらわされる微分作用素に対して評価を得ている。こうしてある 1 階の微分作用素の積の形であらわされる微分作用素に対して、低階の自由度を制限すれば一意接続性定理が成り立つことを示している。特に 1

階の微分作用素 2 つの積であらわされる 2 階の微分作用素に対しては低階の自由度に対して深い考察がなされている。

### 論文審査の結果の要旨

単独の方程式に対しての一意接続性定理・強一意接続性定理については多くの結果が知られている。他方、方程式系に対しては、2 変数 1 階楕円型方程式系に対する Hile-Protter の一意接続性の結果 (1976) や、同じく 2 変数 1 階楕円型方程式系に対する大鍛冶の強一意接続性定理の結果 (2002) を除いてはあまり多くの結果は知られていない。本論文では、2 階 2 変数楕円型方程式系に対して一意接続性定理・強一意接続性定理が成立する十分条件を与えている。さらに、多変数 2 階楕円型方程式系に対しても強一意接続性定理が成立するための十分条件を与えている。これらは、2 階の楕円型方程式系に対する強一意接続性定理のほとんど初めての結果であり、単独 2 階楕円型方程式に対する Regbaoui (1997) の結果を拡張するものとなっている。また単独方程式に対して強一意接続性定理が成立しない例を用いて、本論文での十分条件がある意味では最適であることも示している。

よって本論文は博士 (理学) の学位論文として十分価値あるものと認める。