



Title	数理ファイナンスの論理構造に関する研究と応用
Author(s)	赤壁, 弘康
Citation	大阪大学, 2000, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/3184318">https://doi.org/10.11501/3184318</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名	赤壁 弘康
博士の専攻分野の名称	博士(経済学)
学位記番号	第 15810 号
学位授与年月日	平成12年12月26日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
学位論文名	数理ファイナンスの論理構造に関する研究と応用
論文審査委員	(主査) 教授 田畠 吉雄
	(副査) 教授 池田 新介 助教授 大西 匡光

### 論文内容の要旨

Black-Scholes 以降、ファイナンス理論の数学的精緻化は徐々に加速し、Harrison、Kreps、Pliska らによってその流れは一気にピークに達し、数理ファイナンスと呼ばれる分野を形成するようになった。本論文は、近年のファイナンス論の流れを踏まえ、数理ファイナンスの論理構造を明らかにするとともに、その成果を条件付請求権の評価等の応用問題に適用したものである。

第1部(第1章、第2章)は、数理ファイナンスの論理構造の中核をなす証券市場均衡と証券価格評価の問題を取り扱い、状態価格デフレータの概念を基礎として分析を進めている。第1章では、従来、一期間状態価格アプローチによって導かれてきた基本命題を無限時間モデルを用いて拡張している。無限期間の効用最大化問題は有限期間の最適化問題の極限と考えられるが、資産価格のバブルのように有限期間の場合には生じない理論的な問題が発生する。有限期間の設定ではなく無限期間の設定が採用するのはこういった問題を議論するためである。まず市場参加者の最適化問題(効用最大化問題)を Markov ダイナミック・プログラミングとして定式化し、Markov 均衡(一般均衡)が明らかにされている。次に、Markov 性を仮定せずに証券価格の無裁定あるいは最適性の合意が考察されている。ここで考察されている取引戦略のクラスはいわゆる自己資金充足的な取引戦略ではなく、消費資金充足的な取引戦略となっている。

第2章では、証券市場の均衡そのもの(部分均衡)が考察対象とされ、状態価格デフレータの果たす役割を中心として、「連続時間における無裁定証券価格の理論」の論理構造が解明されている。確率積分が定義できる二乗可積分な適合過程の取引戦略の空間が、証券市場均衡の存在を保証するという経済学的な特徴を備えるものであることが議論されている。そして、「状態価格デフレータの存在は裁定が存在しないこと」、および「同値マルチングール測度が存在すれば裁定は存在しないこと」を証明することによって、無裁定証券価格理論の論理構造が自己充足的・体系的に明らかにされている。

第2部(第3章、第4章)では、第1部で明らかにされた論理構造を踏まえ、ファイナンス理論の応用を構築することと再評価することが意図されている。第3章では、経路依存型エキゾチックオプションのひとつであるロシア型オプションの新しいモデルが提示されている。Shepp-Shiryaev によるロシア型オプションモデルは、価格の有限性を保証するにはあまり現実的とはいえない仮定を必要とした。また、Duffie-Harrison は、基本証券である株式に時間を通じて一定の配当利回りがある場合には、ロシア型オプションが無裁定条件のもとで自己資金充足的な取引戦略に

よって複製可能であることを示している。これらに対して本論文では、基本資産を単一株式ではなく幾何平均インデックスとすることによって連続的配当に依存しない有限の市場価値をもつロシア型オプションモデルが提示され、マルチングール価格理論アプローチにしたがってこのオプションの評価式と複製戦略が厳密に導かれている。

第4章では、利子率の期間構造モデルの中でも代表的な Cox-Ingersol-Ross の期間構造モデルと Heath-Jarrow-Morton モデルが対比的に取り上げられている。単一因子を基礎にした CIR モデルよりは因子に依存しない HJM モデルのほうが理論的に一般性が高いと見なされる傾向があり、さらに、ボラティリティ係数にのみ依存する HJM モデルは、期間構造派生証券の理論価格を計算する際にきわめて強力であると考えられている。本論文では利子率の期間構造モデルの一般理論を提示し、マルチングール価格理論アプローチから両モデルを詳細に再検討した結果、このような見解が支持し得ないことを導出している。この議論にもとづいて、一般性の高さに対してはゼロクーポン債の価格をマルチングールにするような同値マルチングール測度の存在と一意性を主張し得るかどうか、あるいはボラティリティ係数が一意であることをモデルの内在的な仮定のみから主張し得るかどうかが検討され、HJM モデルはこの点に関して弱点を持つことが主張されている。また、計算コストの観点からも、期間構造派生証券の端的な例としてゼロクーポン債に対するヨーロッパ型コールの明示的な評価公式を導出し、CIR モデルと HJM モデルの計算コストの比較が行われている。その結果、計算コストについては、HJM モデルの方がはるかに安価であることを確認するとともに、コールの明示的評価公式を導出する際の HJM モデルの特定化に応用上の問題があることが導かれている。

### 論文審査の結果の要旨

本論文は最近の数理ファイナンスの中心課題であるマルチングール価格理論の見地から各種のデリバティブの価格付け問題と期間構造モデルの背後にある裁定、均衡、完備市場、最適化の概念を咀嚼して再構築し、新たな論理体系を組み立てた点に特徴がある。また、経路依存型のデリバティブのひとつとしてロシア型オプションに対する評価式と複製戦略を明示的に導出し、新たな知見を得ている。多くの数学的な仮定や条件がどのような経済的意味を持つのか、また、得られた知見が近年蓄積された膨大な実証研究とどのように関係するのかなどについて立ち入った議論が望まれるもの、それらの成果が数理ファイナンス、金融工学の分野に大きく寄与するという点については変わりはなく、博士（経済学）の博士論文として価値あるものと認める。