



Title	粒子画像解析に関する研究
Author(s)	小泉, 文弘
Citation	大阪大学, 1995, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/3100665">https://doi.org/10.11501/3100665</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

# 粒子画像解析に関する研究

1994年12月

小泉 文弘

# 粒子画像解析に関する研究

1994年12月

小泉 文弘

## 目次

<b>序論</b>	<b>1</b>
1. はじめに	1
2. 研究の背景	3
3. 本研究の目的および構成	8
<b>第1章 粒子画像解析に関する既往の研究</b>	<b>11</b>
1.1 はじめに	11
1.2 縮退処理による重なり合った粒子像の認識	11
1.2.1 手法の概略	11
1.2.2 手法の評価	14
1.3 反復演算による重なり合った粒子像の認識	16
1.3.1 手法の概略	16
1.3.2 輪郭点の取り出しと4つのパラメータの初期値の割り当て	16
1.3.3 初期パラメータ値の更新	19
1.3.4 手法の評価	22
1.4 組み合わせ的手法による重なり合った粒子像の認識	23
1.4.1 手法の概略	23
1.4.2 粒子像の認識	26
1.4.3 手法の評価	28
1.5 結言	30
<b>第2章 輪郭線の検出</b>	<b>31</b>
2.1 はじめに	31
2.2 対象物像の背景からのとり出し	32
2.3 M-Hフィルターによる輪郭線の検出	33
2.3.1 M-Hフィルター	33
2.3.2 輪郭線の検出	38
(a) 受容野半径 ( $R$ ) の影響	42
(b) 標準偏差 $\sigma$ (オフ領域半径) の影響	46
2.4 重なりのない2粒子像のとり出し	49
2.4.1 重なりのない2粒子像モデル	49
2.4.2 M-Hフィルターパラメータの決定	52
2.5 ピントの合っていない粒子像の除去	54
2.6 処理例：対象物像の背景からのとり出し	56
2.7 結言	66

## 目次

<b>第3章 重なり粒子像の認識（球で近似できる場合）</b>	<b>68</b>
3.1 はじめに	68
3.2 輪郭線の特徴抽出	69
3.2.1 変曲点と角	69
3.2.2 円の個数と角および円弧との関係	70
3.3 内接円による粒子像の認識	72
3.3.1 極大円弧の内接円	72
3.3.2 初期中心候補点の与え方	72
3.3.3 内接円の決定アルゴリズム	73
3.3.4 同一内接円の統合	77
3.4 内接円充填法の適用例	78
3.5 結言	87
<b>第4章 弧の復元による重なり粒子像の認識</b>	<b>88</b>
(球で近似できない場合)	
4.1 はじめに	88
4.2 凸図形の部分曲線からの復元	88
4.3 2つの弧の補間と重なり判定	91
4.3.1 $k$ -曲率の符号変化による輪郭線の分割	91
4.3.2 粒子像の復元	93
4.3.3 補助点を使ったスプライン補間	93
4.3.4 凸性を用いた重なりの判定	96
4.4 曲率最小補間による重なり判定	97
4.4.1 節点間隔の影響	97
4.4.2 補間曲線エネルギー値の変化	102
4.5 応用例	109
4.6 結言	112
<b>第5章 粒子径分布の自動計測</b>	<b>113</b>
5.1 はじめに	113
5.2 対象粒子像の特徴	114
5.3 粒子画像計測の手順	117
5.4 粒子像の背景からの取り出し	118
5.4.1 輪郭線の生成	118
5.4.2 粒子像内部と背景との識別	123
5.5 重なり合った球状粒子像の認識	128
5.5.1 内接円充填法	128
5.6 自動計測と目視による計測との比較	130

## 目次

5.6.1 自動検出結果	130
5.6.2 計測結果の比較	133
5.7 結言	139
<b>第6章 まとめと今後の課題</b>	<b>140</b>
<b>引用文献</b>	<b>147</b>
<b>記号説明</b>	<b>153</b>
<b>謝辞</b>	<b>156</b>

## Appendix

### Publication list

## 序論

### 1. はじめに

人間の受けとる情報の70～80%は、視覚情報だと言われている。ある実体を見ることによって生じた視覚情報に基づいて、「確かにそこに実体がある」と判断したり、それが何であるか判断したり、その実体の意味を認識、理解、思考する人間の脳のもつ働きは、当たり前と考えられているが、実は不思議な能力であると考えられよう。人間がどのようなメカニズムで視覚情報を認識するかということは、昔から哲学的、心理学的に、あるいは生物学的、医学的に考えられ研究されてきた<sup>18)</sup>。

視覚情報を工学的に取り扱おうとする最初の試みは、1843年、テレビジョン開発に伴ってなされた<sup>18)</sup>。その後、テレビジョンは周知のように華々しく発展した。その後1928年、OCR(Optical Character Reader)がオーストリアで特許出願され、画像を理解する装置として初めて工学的な応用がなされた。しかし、コンピュータを利用した画像処理技術の試みは、1960年代まで待たねばならない。

コンピュータを利用した画像処理の本格的な研究は1960年代に始まり、いまだ30余年の歴史しかもたない<sup>18)</sup>。その後1980年代以降の急激とも言えるコンピュータの発達に伴い、画像処理技術の様々な分野への応用が盛んに試みられるようになった。

コンピュータ処理が出現するまでの画像処理は、写真画像などを光学的に直接取り扱うアナログ処理であった。アナログ処理では限られた処理しかできないのに対して、コンピュータによるデジタル処理では普

## 序論

ログラムの構成により画像と画像の差分を取るなど、光学的な処理だけでは難しかった多様な処理が行なえる。このため、コンピュータの脅威的とも言える発展と相俟ってめざましい進歩をとげ、「画像処理」と言えば、ほぼディジタル画像処理を指すまでになっている。

コンピュータで図形、画像を取り扱う技術の内、コンピュータグラフィックス(computer graphics: CG)と呼ばれる分野と、画像処理(image processing: IP)と呼ばれる分野がある。この二つの分野は混同して議論されることが多いが、概念的にも実用的にも独立して発達してきた異なる技術分野である。コンピュータグラフィックスでは、コンピュータ内部で数式を用いて図形、画像を人為的に発生させ、出力装置に表示する。すなわち入力として数値、記号、データなどの記述を与え、出力として図形、画像などを得る。一方、画像処理では入力として2次元の数値データに変換された画像を入力として与え、それを処理加工し、出力として別の画像や認識結果を得る。

画像処理はさらに2つに大別でき、与えられた画像の画質改善や歪み補正などで代表される「画像→画像」の変換を狭義の画像処理と呼ぶ。一方、与えられた画像の構造を分析して特徴の取り出しを行ない、「画像→記述」の変換を行なうことを画像解析(image analysis)とか画像認識(image recognition)などと呼ぶ。

文書、図面は白黒の2値で表現でき、画像の前処理が比較的行ないやすい。今ではかなり高度な手書き文字の認識の段階まで実用化されている。画像の特徴を取り出すための手法としては、2値化、細線化などの一般的な手法が用いられている。しかし独自の応用分野として発展し、現在で

はもはや画像処理、認識の分野とは見なされていない<sup>50)</sup>。図面と文字の混在した文書を一括して画像として取り扱い、その中で図面と文字の識別を行なうことが課題として残されている<sup>37)</sup>。CADシステムの入力画像として、従来人手に頼っていた線画の追跡作業を図面認識の技術で自動化しようとするなど、IPとCGにまたがる応用分野も発展してきている<sup>63)</sup>。

画像処理が画像中の2次元対象の認識を目的としているのに対して、画像に存在する主として3次元物体の認識を目的としたコンピュータビジョン(computer vision)と呼ばれる分野も最近になって急激に発展してきた。画像を解析することによって3次元物体を認識することは物体認識とも呼ばれ、ロボットの視覚や3次元のパターン認識に利用されている<sup>60)</sup>。

## 2. 研究の背景

画像処理技術の産業分野への応用は広く期待されている。これまでには画像処理技術を独自に開発できる電機メーカー自社内での利用がほとんどであった。しかし、画像処理技術が比較的簡単に利用できるようになつた今、鉄鋼業<sup>11,62)</sup>、化学工業<sup>14)</sup>、農林水産物<sup>36)</sup>、繊維産業<sup>29)</sup>などの分野にも急速に応用が広まっている。その処理技術の目的としては次のものがある。

- (1) 外観検査、選別
- (2) 表面欠陥の自動検査
- (3) 組立、生産ラインの自動化
- (4) 工業材料の品質検査

(1)～(3)は産業用ロボットの視覚系<sup>61)</sup>として用いられ、(4)は、従来、

## 序論

職人的、経験的な目視作業に頼っていたものを、機械による定量的、客観的な作業に置き換えることを目的としている。その主なものは(1)薬品カプセル、錠剤<sup>6)</sup>や農産物の外観検査、選別<sup>36)</sup>、(2)半導体集積回路パターンの欠損検査<sup>33,38)</sup>、(3)腕時計や工業用記録計の組立ラインの自動化<sup>61)</sup>、(4)製鉄工程における鉱片断面の組織検査<sup>11)</sup>、ハンダ付け部分の検査<sup>46)</sup>などがある。

機械化に伴って期待される効果としては次の二つが挙げられる。

- (a) 品質の向上
- (b) 生産効率の向上

前者に関しては、画像処理技術を用いることにより個人差による判定のばらつき、体調や心理条件に起因する判定のばらつきが排除される。すなわち、測定結果の定量的評価、分析が可能となる。得られた品質情報をオンラインでプロセスにフィードバックすることによって、品質の向上を図ることが可能となる(Fig. I.1参照)。

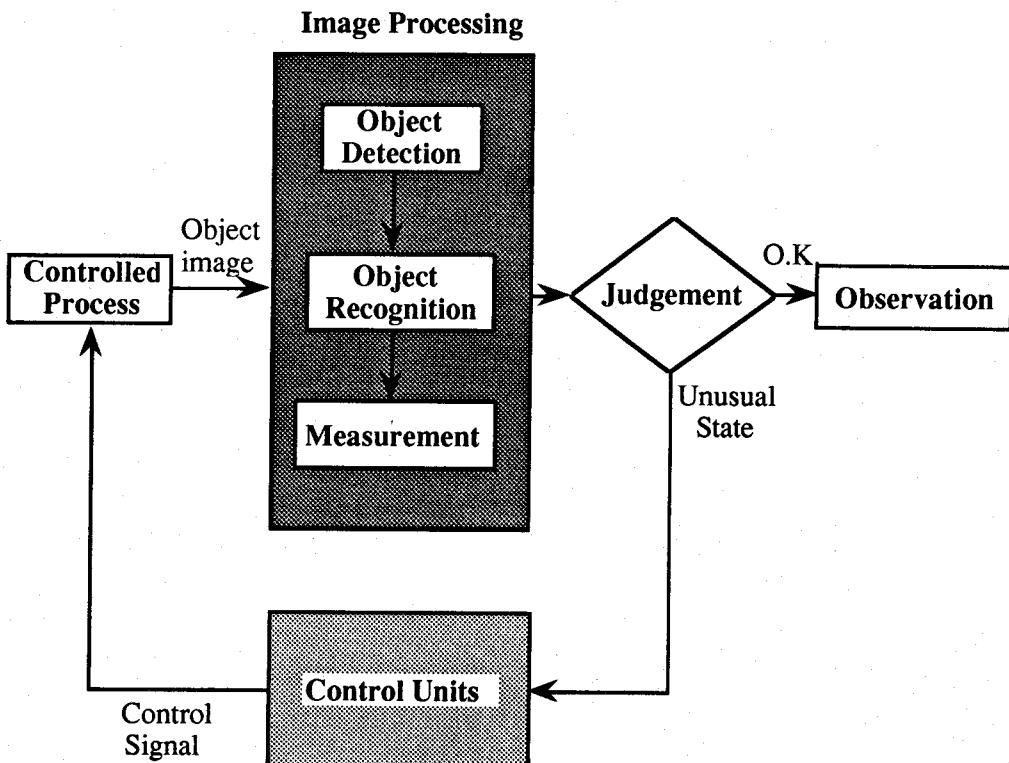


Fig. I.1 Feedback control with image processing

後者に関しては、画像の計測は従来目視によって行なわれてきたが、計測者の極度の疲労を伴うことから、測定値の再現性や客観性に問題が生じやすい<sup>6)</sup>。そのため休憩時間を適切に取ることが必要である。また、熟練者の養成のための期間が必要であった。目視にかわって、コンピュータによる画像処理技術を利用した自動計測が可能になれば、このような時間のロスは無くなり、処理コストは軽減される。その結果、生産効率を向上させることができる。

産業分野への応用ではその処理対象が多岐にわたる。その中でも産業用ロボットの視覚系として用いられる(1)～(3)は、原画像として比較的処

## 序論

理のしやすい2値画像が得られることが多く、比較的早くから研究されてきた<sup>33,38)</sup>。

一方、(4)の工業材料の品質検査では処理対象となる画像がほとんど濃淡画像であり、しかも常に質の良い画像が得られるとは限らない。また対象物の形も様々で、対象の数と同じ数だけ画像処理の手法も存在すると言っても過言ではない。このため、(1)-(3)への応用に比べて実用化がかなり遅れている。この中でも対象物として粒子像を取り扱うものは、処理が難しい対象としてしばしばデジタル画像処理の研究対象となっている<sup>1,39,55)</sup>。

産業分野における粒子画像解析は製品の品質管理を行うことを主な目的としており、粒子の個数、大きさ、粒子径分布などのデータが必要とされる。画像処理の粒子径測定への応用は、炭素微粒子、TiO<sub>2</sub>微細粒子、発泡プラスチック粒子<sup>55)</sup>、噴霧粒<sup>7,14)</sup>、排水中懸濁微粒子<sup>2)</sup>、分散油粒子<sup>17,40)</sup>など多くの分野に広がっている。

その他、粒子画像の解析は製薬<sup>6)</sup>、金属、粉体など様々な工業分野においても重要である。化学プロセスにおいても粒子を取り扱う分野は多く<sup>55)</sup>、たとえばプラスチック粒子、発泡プラスチック粒子、触媒粒子などの製造において、粒子の大きさの分布を監視したり、粒子形状をある一定の大きさの範囲に制御するなど、粒子画像解析の必要性が高まってきている。化学工学分野では、画像処理によって粒子径を測定することによって接触界面積を求め、液-液分散系における容量係数を接触界面積と物質移動係数とに分離することも期待されている。

粒子画像の解析が困難である理由として、次の2点が挙げられる。

- (1) 製造プロセスからサンプリングされた画像は、ノイズを多く含んでいたりコントラストが悪いことが多い、一般的な画像処理手法がそのまま適用できないことが多い。
- (2) 粒子像は互いに重なり合ったり接触していることが多い。計算機に入力された画像は単なる濃淡の値しか持たないため、別々のものとして認識するための手法の開発が必要である。

(1)は対象物を背景から精度良く取り出すための手法に関係している。すなわち、対象物と背景領域の特徴、あるいはその境界を作っている特徴をどのようにデータとして取り出すか、という問題を解決しなければならない。これについては種々の手法が試みられているが、対象物像の形状を表す輪郭線の定義があいまいで、正確に対象物像を取り出しているとは言えない。

(2)は粒子像の形などの情報を使って、いかに効率良く別々のものとして認識するか、という問題に関係している。このため、重なり合ったり接触している対象物を別々のものとして判別するためのアルゴリズムを開発しなければならない。しかし研究例がほとんどなく、ごく限られた手法が提案されているに過ぎない。また、その手法を実際の工業的プロセスから得られた粒子像のサンプルに適用し、自動計測を試みた例はこれまで報告されていない。

市販の画像処理装置<sup>55)</sup> (LUZEX III, (株)ニレコ) などにも、対象物像(粒子像)を別々のものとして認識するためのパッケージが組み込まれているものもあるが、そのほとんどがマニュアル操作を併用<sup>56)</sup>するものである。またマニュアル操作で粒子像を分離するための条件として、背景から対象物が正確に取り出された理想的な2値画像を想定している。す

## 序論

なわち(1),(2)はそれぞれ互いに関係を持たない手法として提案されている。このため、背景から取り出された粒子画像を、粒子像の認識手法に対する入力画像として使うことが難しい。この理由から、特定のドメインを対象とするとき、粒子像の背景からの取り出しと、重なり合った粒子像の認識という一連のアルゴリズムを別に開発しなければならない。

### 3. 本研究の目的および構成

計算機による粒子画像の自動計測を可能にするためには、背景から粒子像を取り出すために適用する手法の出力画像が、重なり合った粒子像の認識で適用する手法の入力画像として、そのまま用いることができるものでなくてはならない。またそれぞれの手法も、独立して用いることのできる汎用性の高いものでなくてはならない。本研究の目的は、粒子画像を背景から精度良く取り出し、別々のものとして認識するための手法を開発し、粒子径分布の自動計測を行うことがある。またその際、オンライン自動計測を実現するために処理時間をなるべく短くすることも考慮した。

本論文は序論と6つの各章およびAppendix（付録）からなる。

序論では、粒子画像解析の背景について考察し、本研究の目的について述べた。

第1章では粒子画像解析のうち、重なり合った粒子像を別々のものとして認識する手法について、既往の研究について考察するとともに問題点を明らかにする。

第2章では、対象物像である粒子像を背景から正しく取り出す方法について提案する。ガウス関数のラプラシアンであるMarr-Hildrethフィルター

を用いて、重なりのない2粒子像を別々の粒子像として取り出すためのフィルターパラメータの調整方法を提案する。次に、決定されたパラメータを用いて対象物の候補領域を取り出した後、輪郭線上での原画像の濃度勾配の平均値を用いてピントの合っていない像を取り除く方法を提案する。さらに提案した手法によって、粒子像の取り出しが精度良くできることを具体的な例を用いて確かめる。

第3章では、第2章で提案した手法を用いて取り出された対象物像のうち球で近似できるものについて、重なり合った粒子像を別々の粒子として認識する手法として内接円充填法を提案する。次に具体的な例に対して内接円充填法を適用し、従来の手法に対する優位点と問題点を明らかにする。

第4章では、第2章の手法を用いて取り出された粒子像のうち、形状が凸であっても円で近似できないものについて、別々の粒子像として認識するための手法を提案する。すなわち粒子像の輪郭線を構成する画素を任意の間隔で選びだし、その画素を滑らかに補間する手法として、スプライン補間を利用した曲率最小復元法を提案する。次に、提案する手法を様々な重なり粒子像に対して適用し、手法のもつ利点と問題点について明らかにする。さらに具体的な例に対して手法を適用し、形状が球からずれた粒子像を認識できることを確認する。

第5章では、ポリマー製造工程から得られる密集した粒子画像に対して粒子径分布の自動計測を行なう。そのとき、内接円充填法を密集した粒子像に対して適用する上で発生する誤計測を防ぐため、拡張した内接円充填法を提案する。次に自動計測によって得られた結果を目視によって得られたデータと比較し、オンライン測定への手法の適用可能性について

## 序論

て考察する。

第6章では、以上の結果を総括し、今後の課題について述べる。

Appendixでは、本論文を理解する上で必要となる、基本的な画像処理手法について概説する。

# 第1章 粒子画像解析に関する既往の研究

## 1.1 はじめに

多数の粒子像が密集しその一部が重なり合っている場合、形状の計測を行なうためには各粒子像を別々のものとして認識しなければならない。本章では、重なり合った粒子像の認識手法としてこれまでに提案された手法について考察する。対象物像が粒子像の場合について、粒子像の認識手法として、縮退化による方法<sup>57)</sup>、反復演算による方法<sup>42,43)</sup>などが提案されている。粒子像が接触している程度であれば、縮退化による方法が有効であり、大きく重なり合っている場合には反復演算による方法が有効であると言われている<sup>49)</sup>。

## 1.2 縮退処理による重なり合った粒子像の認識

### 1.2.1 手法の概略

田村<sup>57)</sup>は縮退処理（Appendix-A.2.3参照）を使って、重なり合った凸の粒子像を別々なものとして認識する手法を提案している。次に示す条件を満たす画素をラスター・スキャン型逐次処理によって除去する。

#### 画素除去条件：

- (1) 画素濃度値が1で、かつ対象とする図形（object）に連結している画素である。Fig. 1.1-(a)に示す対象物像を構成する画素のうち、●

印のついた画素を消去する。すなわち縮退の対象となるのは対象物像を構成している画素である。

(2)周辺条件：除去しようとしている画素の8-近傍の画素のうち、少なくとも1つの画素濃度が0であること。すなわちFig. 1.1-(b)に示す対象物像を構成している画素のなかで●印のついた画素の例のように、少なくとも8-連結の意味で背景とつながっている（対象物像の内部に完全に包含されていない）画素でなくてはならない。

(3)孤立点保存条件：8-近傍の画素のうち少なくとも1つの画素濃度が1である。すなわちFig. 1.1-(c)に示す対象物像を構成している画素のなかで●印のついた画素の例のように、8-連結の意味で連結している回りの画素のうち、少なくとも1つの画素の濃度が1である画素が除去の対象となる。8-連結の意味で連結している画素が全て0である画素は、孤立点と判定して除去しない。

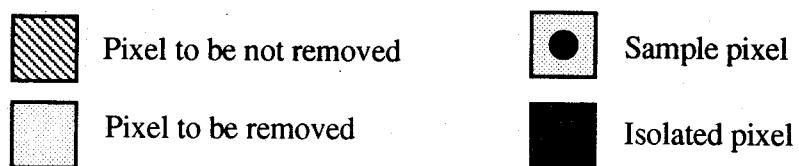
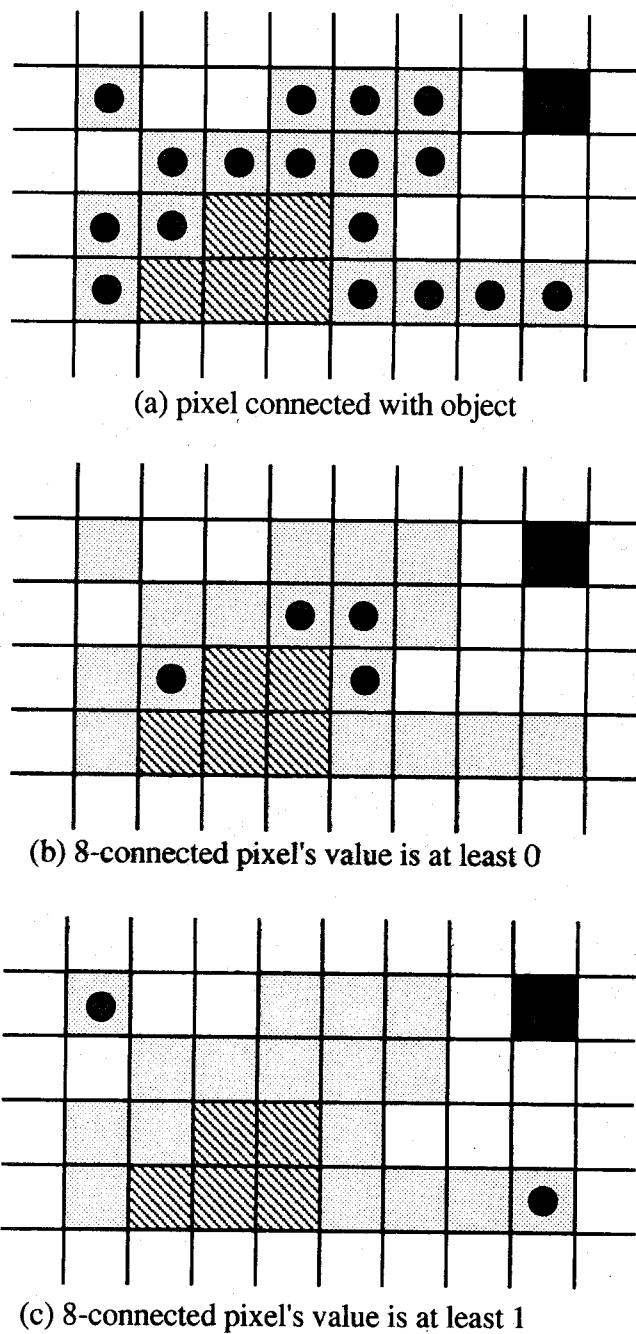


Fig. 1.1 Qualified conditions for removing pixels

逐次処理は次の停止条件が満たされたとき終了する。

停止条件：画面走査の結果、走査前と比較して図形が変化しない。

### 1.2.2 手法の評価

上に示した条件のもとで削除可能な画素を削除していくと、最終的に粒子像を表す図形のほぼ中心に1つだけ画素が残る。この残った画素を数えることによって粒子像の個数を求めることができる（Fig. 1.2）。粒子像がほぼ球形で近似できる場合は、各粒子像について縮退に要した回数だけ膨張を繰り返すことによって、粒子像の大きさを計測することができる。

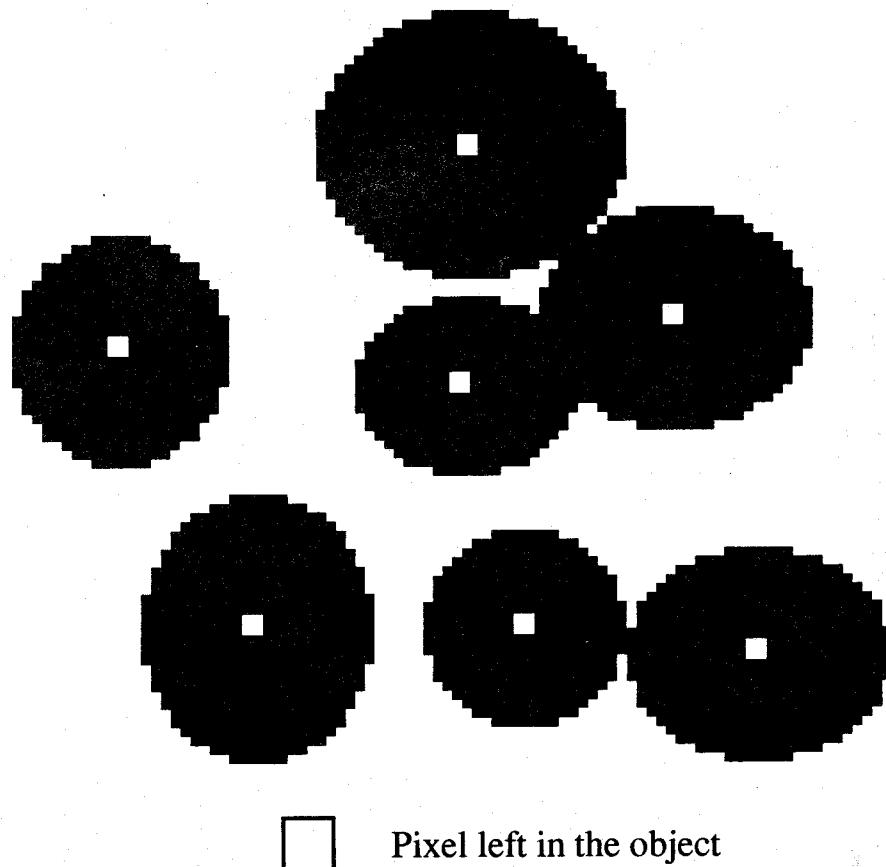
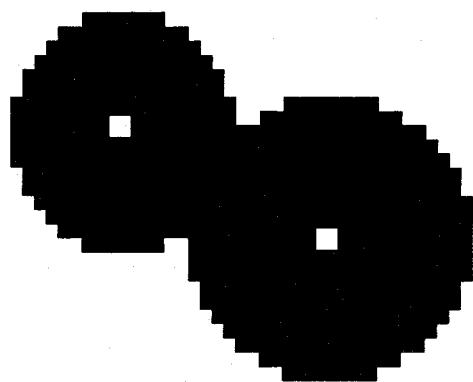
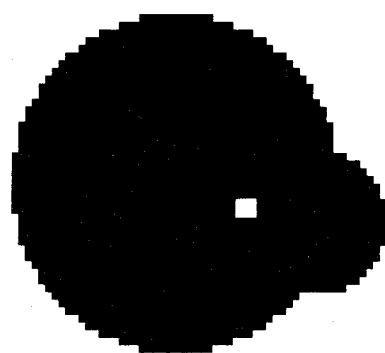


Fig. 1.2 Pixels left after contraction method

しかし粒子像の重なりの大きな場合には、本来2つの粒子像の重なりに対して縮退した画素が1つしか得られない（Fig. 1.3）などの欠点がこの手法にはある。従ってどのような重なり画像が得られるか分からぬ場合は使えない。



(a) correct recognition



(b) erroneous recognition

Fig. 1.3 Erroneous recognition of objects

### 1.3 反復演算による重なり合った粒子像の認識

#### 1.3.1 手法の概略

坂上ら<sup>42,43)</sup>は粒子像を円で近似できると見なし、その円を表すパラメータを反復計算を利用して逐次更新するアルゴリズムを開発した。まず、原画像に対して微分フィルターを用いて濃度勾配を求める。輪郭線に相当する画素は濃度勾配も大きいはずであるという考え方から、求まったフィルター出力の大きいものから順に、輪郭線上の画素として一定数の画素Kを選ぶ。次に各輪郭候補点についてX座標、Y座標、その点の帰属が予想される円の中心座標と、その確率の4つのパラメータを割り当てる。それらのパラメータの初期値を計算しておき、以下に述べる方法によってそのパラメータを逐次更新する。収束した時点の中心座標のずれが1画素以内のものを、同一の円と見なし、個々の粒子を認識した。

#### 1.3.2 輪郭点の取り出しと4つのパラメータの初期値の割り当て

輪郭点の取り出しは以下ののような手順で行なう。

(1)処理領域を限定するため、注目している粒子像のマスク（処理したい任意の部分領域）を作成する。このため原画像の濃度を閾値 $d_{th}$ で単純2値化し、濃度1を粒子像、濃度0を背景領域として注目している粒子像に対応する濃度1の連結領域を選ぶ。その連結領域に対し、膨張処理を2回行ない、得られた連結領域を注目している粒子像のマスクとする。

(2)マスク領域内で、Robinsonのオペレータ<sup>48)</sup>を用い原画像の濃度勾配の絶対値を計算する。

(3)絶対値の大きい順にK画素を選びだし、これらの点を輪郭点とする。

選びだした輪郭点 $P_i$  ( $1 \leq i \leq K$ )に対し、次のようなパラメータを割り当てる。

(1)  $(x_{P_i}, y_{P_i})$ : 点 $P_i$ のXY座標値

(2)  $(Cx_{P_i}, Cy_{P_i})$ : 点 $P_i$ の帰属が想定される円の中心座標値

(3)  $\lambda_{P_i}$ : 確率 ( $0 \leq \lambda_{P_i} \leq 1$ )

中心座標の初期値 $(Cx_{P_i}^{(0)}, Cy_{P_i}^{(0)})$ を次のように決定する。

(1) Fig. 1.4において、まず目で示された輪郭点の中から画素 $P_i$ を注目画素とする。画素 $P_i$ と8連結でつながっている画素 ( $P_a$ ) 濃度と、画素 $P_a$ より1画素分粒子像の内部側の画素濃度 $P_b$ を調べ、濃度勾配の絶対値が画素 $P_i$ に近い $P_a$ を次の注目画素とする。この操作を3回繰り返し、得られた $P_i, P_a, P_c, P_{ii}$ で表された連結画素を輪郭候補線とし、端点 $P_{ii}$ を得る。

(2) 同様の操作を繰り返し、 $P_{ir}$ を得る。

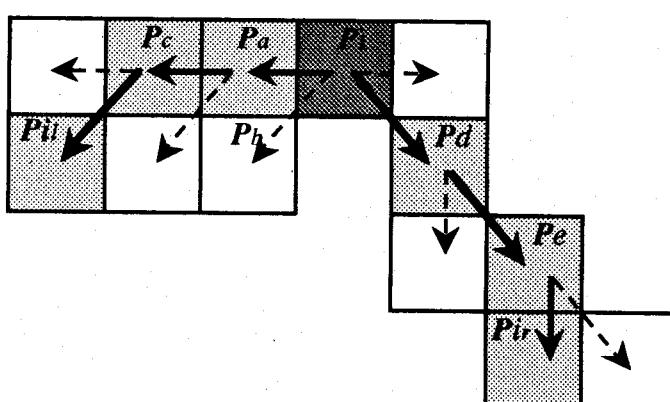


Fig. 1.4 Linkage of edge pixels

(3)画素 $P_i$ ,  $P_{il}$ ,  $P_{ir}$ は同一円周上にあると見なし, 角 $P_{il}P_iP_{ir}$ の2等分線の方向に円の中心があるものと決める. (Fig. 1.5参照)

(4)画素 $P_i$ での $k$ -曲率を計算し, 半径の初期値 $r_{P_i}^{(0)}$ を次式で決定する.

$$r_{P_i}^{(0)} = \frac{(d_l + d_r)}{2} \times \frac{1}{2|\sin(\theta/2)|} \quad (1.1)$$

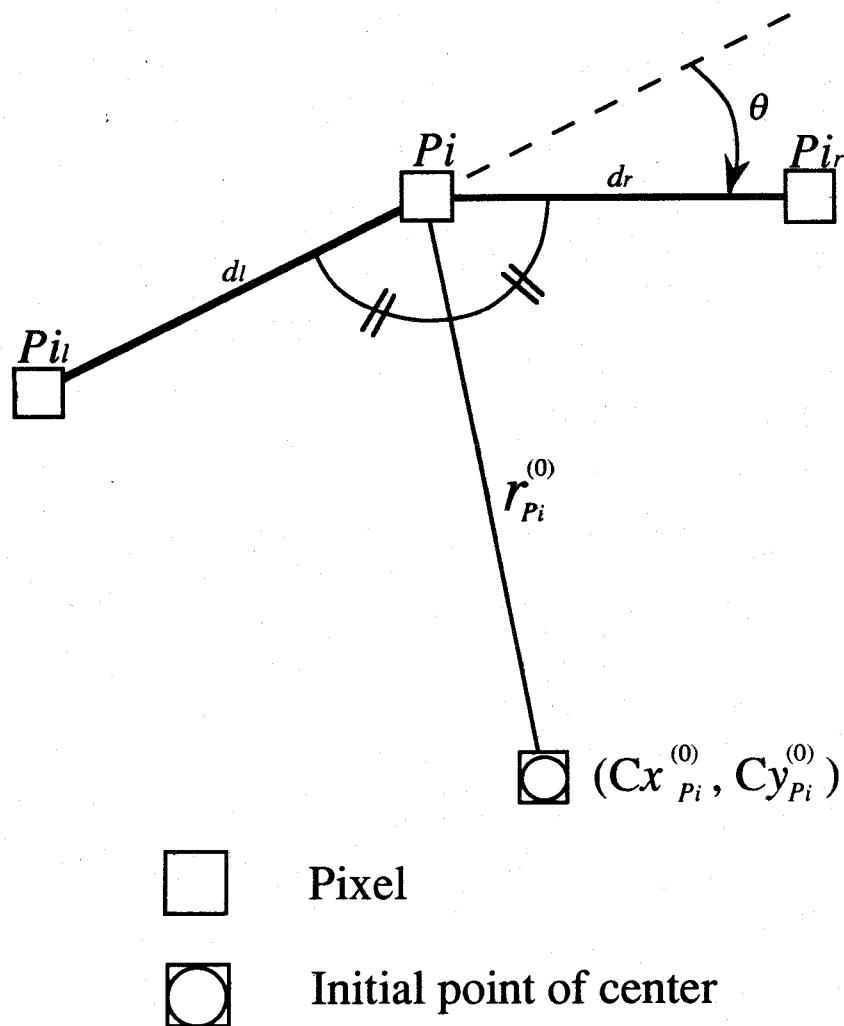


Fig. 1.5 Determining initial point of center

Eq.(1.1)で決定した半径に対して画素 $P_i$ が帰属する確率は、画素 $P_i$ における濃度勾配の絶対値に比例すると考える。

$$\lambda_{P_i}^{(0)} = \begin{cases} \frac{\text{Mag}(P_i)}{\max_{1 \leq j \leq K} \{\text{Mag}(P_j)\}} & \text{if } r_{\min} \leq r_{P_i}^{(0)} \leq r_{\max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.2)$$

ここで $\text{Mag}(P_j)$ は画素 $P_j$ の濃度勾配値、 $r_{\min}$ ,  $r_{\max}$ は、画素 $P_i$ が帰属する円の半径の初期値 $r_{P_i}^{(0)}$ の許容範囲で対象毎に与える。

### 1.3.3 初期パラメータ値の更新

いま画素 $P_i(i, j)$ と画素 $P_j(i, j)$ に注目したとき、両画素が帰属する円の中心座標の離れの程度を表す指標（連合係数） $R_{P_i P_j}^*$ を次式で定義する。

$$R_{P_i P_j}^* = 1 - \frac{D_{P_i P_j}}{D_{\text{th}}} \quad (1.3)$$

ここで $D_{\text{th}}$ は2つの円の中心間距離 $D_{P_i P_j}$ に対する閾値であり、代表的な粒子像の半径から決定する。

次に画素 $P_i(i, j)$ および $P_j(i, j)$ が同一円の円周上に帰属する可能性を次式で定義する。

$$R_{P_i P_j} = \begin{cases} R_{P_i P_j}^* \times \cos \alpha, & \text{if } \cos \alpha \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.4)$$

画素 $P_i$ が帰属する円の中心座標を $O_1(Cx_{P_i}, Cy_{P_i})$ 、半径を $r_{P_i}$ とする。また画素 $P_j$ が帰属する円の中心座標を $O_2(Cx_{P_j}, Cy_{P_j})$ 、半径を $r_{P_j}$ とする。このとき $r'_{P_i} = r_{P_j}$ となるように延長した点を $O_1'(Cx'_{P_i}, Cy'_{P_i})$ とすると、 $D_{ij}$ は2点 $O_1'$ と $O_2$ の間のユークリッド距離を表す。（Fig. 1.6参照）

$$D_{P_i P_j} = \sqrt{(Cx_{P_i} - Cx_{P_j})^2 + (Cy_{P_i} - Cy_{P_j})^2} \quad (1.5)$$

画素  $P_i$  と画素  $P_j$  が同一円の円周上にあるとき  $D_{P_i P_j} = 0$ かつ  $R_{P_i P_j} = 1$ となる。

$D_{P_i P_j} \geq D_{th}$  となったとき Eq.(1.3) からは負となり、注目画素  $P_i(i, j)$  および  $P_j(i, j)$  は同一円周上には帰属しないと見なされる。

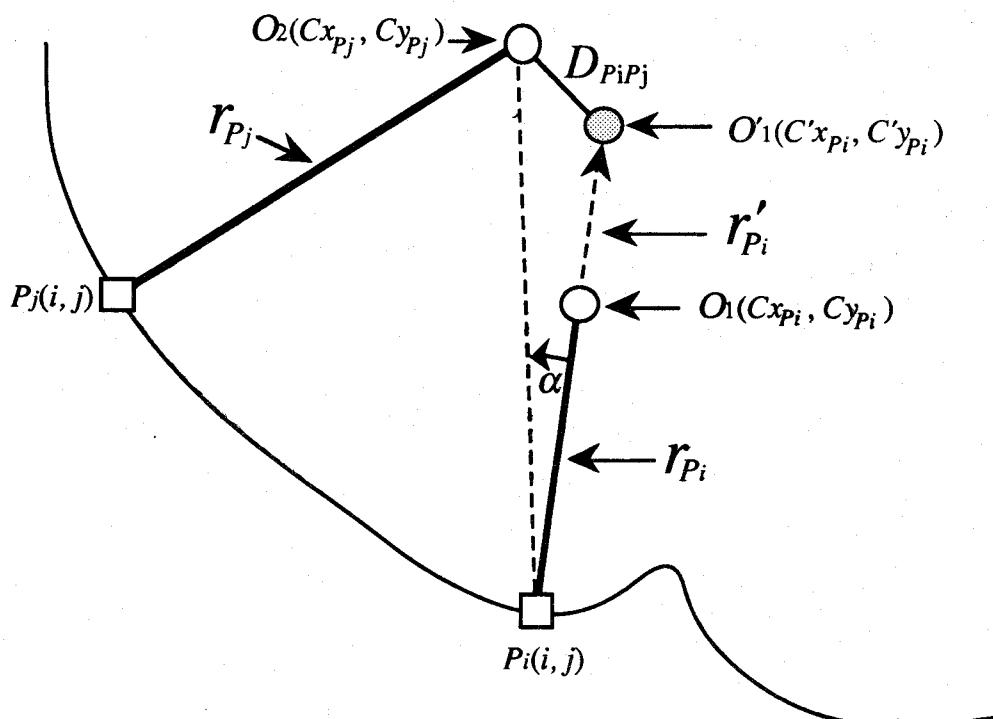


Fig. 1.6 Physical meaning of coefficient  $D_{P_i P_j}$

次に Eq.(1.4) で求めた値に対して想定確率  $\lambda_{P_i}$  をかけた値を次式で定義する。

$$Q_{P_i P_j} = \lambda_{P_i} R_{P_i P_j} \quad (1.6)$$

$Q_{th}$  を閾値として与え、輪郭点を構成する全画素のなかで、次式で示される集合  $J$  に属する、同一輪郭線を構成する確率がある程度高い画素を用いてパラメータの更新を行なう。このとき画素  $P_i$  は固定する。

$$J = \left\{ P_j \mid Q_{P_i P_j} > Q_{th} \right\} \quad (1.7)$$

Eq.(1.7)で選びだされた画素の集合  $J$  を使って、中心座標  $(Cx_{P_i}, Cy_{P_i})$  と半径  $r_i$  を次式で更新する。 $Q_{th}$  は大津の方法<sup>43)</sup>を用いて自動決定した。

$$Cx_{P_i}^{(t_i+1)} = \frac{\sum_{j \in J} Q_{P_i P_j} Cx_{P_j}^{(t_i)}}{\sum_{j \in J} Q_{P_i P_j}} \quad (1.8)$$

$$Cy_{P_i}^{(t_i+1)} = \frac{\sum_{j \in J} Q_{P_i P_j} Cy_{P_j}^{(t_i)}}{\sum_{j \in J} Q_{P_i P_j}} \quad (1.9)$$

$$r_{P_i}^{(t_i+1)} = \frac{\sum_{j \in J} Q_{P_i P_j} s_j}{\sum_{j \in J} Q_{P_i P_j}} \quad (1.10)$$

ここで  $s_j$  は画素  $P_j$  の更新後の中心座標  $(Cx_{P_j}^{(t_i+1)}, Cy_{P_j}^{(t_i+1)})$  と画素  $P_j$  の更新前の座標  $(x_{P_j}^{(t_i)}, y_{P_j}^{(t_i)})$  との距離を表し、 $t_i = 1, 2, 3 \dots$  である。

注目画素  $P_i$  に対して選びだされた画素数  $N_i$  が多いほど、更新された  $P_i$  の値は信頼性があると考え、想定確率  $\lambda_{P_i}$  を次式で更新する。

$$\lambda_{P_i}^{(t_i+1)} = \begin{cases} \text{Min} \left\{ 1, \text{Max} \left( 0, \frac{N_i - 1}{N_{th} - 1} \right) \right\} & \text{if } r_{\min} \leq r_{P_i}^{(t_i+1)} \leq r_{\max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1.11)$$

ただし  $N_{th}$  は適当に与える。

Eqs. (1.3)-(1.12)で与えられたステップを繰り返し、各輪郭点の中心座標、半径、その想定確率を更新する。そして次式で定義したERR( $P_i$ )がすべての $P_i$ ( $i=1, 2, \dots, K$ )について0.2以下になったとき、収束したと判定する。

$$\text{ERR}(P_i) = |Cx_{P_i}^{(t_i+1)} - Cx_{P_i}^{(t_i)}| + |Cy_{P_i}^{(t_i+1)} - Cy_{P_i}^{(t_i)}| \quad (1.12)$$

Eqs.(1.8),(1.9)を使って求まった中心座標値はすべての $P_N$ ( $i=1, 2, \dots, 10$ )で一致するはずである。しかしデジタル化による誤差のため、Eqs.(1.8),(1.9)で求めた中心座標と正方格子上で表現した中心座標とは必ずしも一致しない。そこで中心座標値間の距離が一定pixels以内であるものを同一粒子像であると見なす。

#### 1.3.4 手法の評価

開発された手法は、原画像の質が悪く粒子像の輪郭線が正しく求まらない場合や、粒子像同士の重なりの程度が大きな場合であっても非常に高い認識能力を示す<sup>42,43)</sup>。また棒状パターンの認識にも応用できる利点がある<sup>42,44)</sup>。しかし反復演算法は以下の問題点をもっている。

- (1)認識したい対象についての形状情報を、いかに連合係数として表現するか。
- (2)各輪郭点について反復計算を行なうため、計算時間がかかり、計算機のメモリーも大量に必要とする。
  - (1)については、球状、棒状などの形状をどのようにして連合係数として表現するかという問題であり、上手にアルゴリズムを設計しないとパラメータの数が多くなり計算時間にも影響を及ぼす。
  - (2)については7個の粒子像を認識するとき、中心座標と半径の値の更

新の計算1回につき35秒を必要とする(HP2112ミニコン使用時)。このため専用ハードウェアによる高速化<sup>42)</sup>やアルゴリズムの改良<sup>64)</sup>などが検討されているが、手短に入手可能なハードウェアで画像処理を実現することに問題がある。

これらの理由から、大きさ、数、重なりパターンが変化する粒子像を扱い、かつ短時間に多数の粒子像を処理しなければならない工業プロセスへの応用はかなり難しいと考えられる。これらの理由のため実用的な問題に対してほとんど利用されていない<sup>43)</sup>。

## 1.4 組み合わせ的手法による重なり合った粒子像の認識

### 1.4.1 手法の概略

木瀬ら<sup>19,20)</sup>は凸な粒子像同士の交点が凹点となる性質を利用して、重なり合った粒子像同士の認識方法を提案した。まず粒子像の輪郭線上の小さな凹凸をも含めた凹点を検出する。次に検出された全ての凹点を粒子像同士の交点と見なしたとき、考えられる全ての円の組み合わせをある評価基準で判定し、最良の組み合わせを選ぶ。この手法について検討する。

Fig. 1.7において粒子像の輪郭線上の画素 $P_{i-k}$ と $P_{i+k}$ が画素 $P_i$ とそれぞれ $k$ 画素、 $k'$ 画素離れているとする。線分 $\overline{P_{i-k}P_{i+k'}}$ が対象物像(粒子像)を含まないとき、 $P_i$ は二つの粒子像の交点(凹点)と決める。実際にはディジタル画像生成過程で生じた小さな凹凸も交点として検出されるので、このように決めた交点がどの程度交点らしいかの尺度が必要となる。

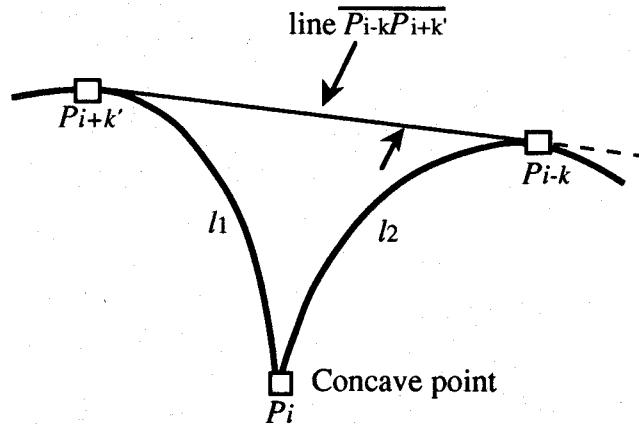


Fig. 1.7 Concave point between pixels  
 $P_{i-k}$  and  $P_{i+k'}$

2つの粒子像の分離度を次式で定義する。

$$D_s = \frac{d_c}{r_1 + r_2} \quad (1.13)$$

ここで  $d_c$  は2粒子の中心座標間の距離で、 $r_1, r_2$  は二つの粒子像の半径を表す。

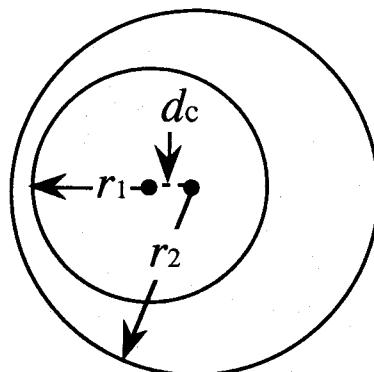
$D_s$  を使って2つの粒子像の重なりの程度を表すことができる。 (Fig.

1.8 参照)

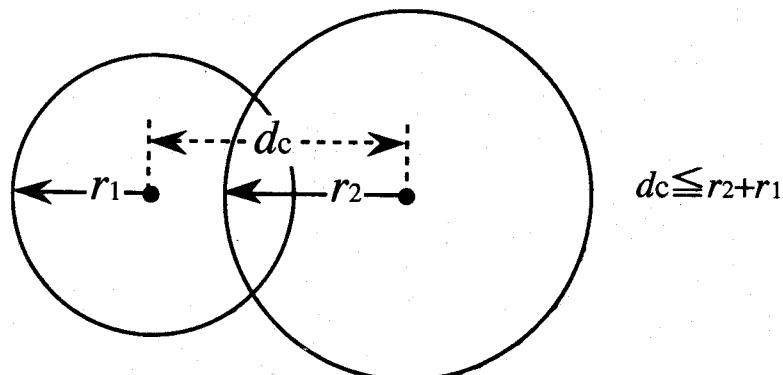
(a) 完全に重なるとき  $D_s \leq \frac{|r_1 - r_2|}{r_1 + r_2}$  (1.14)

(b) 部分的に重なるとき  $\frac{|r_1 - r_2|}{r_1 + r_2} \leq D_s < 1$  (1.15)

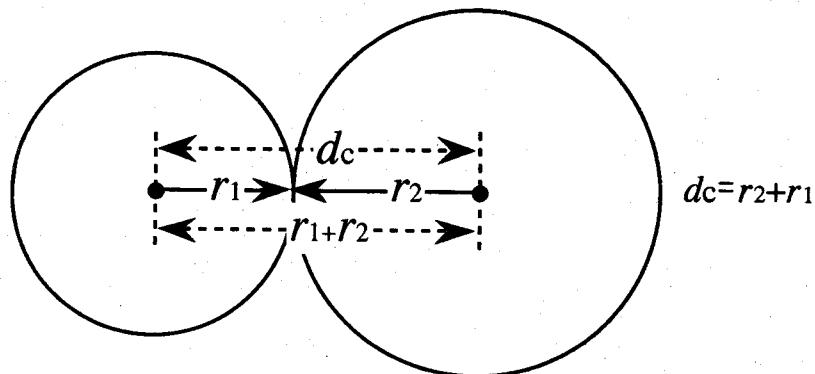
(c) 接するとき  $D_s = 1$  (1.16)



(a) Overlapped perfectly



(b) Overlapped partially



(c) Contact with one point

Fig. 1.8 Variety of overlapping

実際には $D_s$ を求めることが難しいので、交点らしらの尺度として次式で定義される $l$ を導入した。 $l$ が大きいほど $D_s$ も大きくなる。

$$l = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 D_s^2 - (r_2 - r_1)^2} \quad (1.17)$$

$l$ は実際には次の手順で決められる。Fig. 1.7において

- (1)  $\overline{P_i P_{i-k}} = 1\text{ pixel}$ とし、輪郭線 $l_1$ との接線 ( $l \rightarrow \max$  になる $k'$ ) を求める。
- (2)  $k'$ を固定し、輪郭線 $l_2$ との接線 ( $l \rightarrow \max$  になる $k$ ) を求める。
- (3) 手順(1),(2)を  $l$  ( $= \overline{P_{i-k} P_{i+k'}}$ ) が変化しなくなるまで繰り返す。

#### 1.4.2 粒子像の認識

円の個数を  $m$ 、交点の個数を  $n$  とし、角（交点）の位置は分かっているとする。このとき円の個数と交点の数に次式が成立する<sup>19)</sup>。

$$m \leq n \leq 2(m-1), \quad m \geq 2 \quad (1.18)$$

また1つの粒子像の輪郭線が $K$  個の画素  $\{P_k(x_k, y_k) \mid k=1, 2, \dots, K\}$  で構成されているものとする。このとき

$$\sum_{k=1}^K \left\{ (x_k - c_x)^2 + (y_k - c_y)^2 - r^2 \right\} \rightarrow \min \quad (1.19)$$

となるように中心座標  $(c_x, c_y)$  と半径  $r$  を求める。このとき、 $n$  個の交点に対して  $n$  個の円が同定される。 $m < n$  のときは得られた円の中心と半径についてクラスタリング（円の中心間距離および半径の近いものを同一の円と見なす）を行い、 $m$  個の円を同定する。

Eq.(1.19)で求まった、1つの円または複数の円の組み合わせを代替案と呼ぶ。このとき、円の面積重複率 $R_{os}$ を使って代替案の評価を行なう。すなわち

$$R_{os} = \frac{S_0 \cap S_A}{\max\{S_0, S_A\}} \quad (1.21)$$

ここで  $S_0$  は原図形（全粒子像）の面積,  $S_A$  は全候補円の合計面積,  $S_0 \cap S_A$  は重複する面積を表す。

Eq.(1.21)の値が 1 で図形が完全に重なるため, 1 に最も近い代替案を最良案とする。

$M$  を円の個数の上限値とする。 $R_{os}(m)$  は円の個数  $m$  の場合の最良案の面積重複率,  $R_{os}^*$  はすべての  $m$  についての最良案の面積重複率とし,  $\alpha$  は満足できる面積重複率の下限値とする。このとき, 実際の計算手順は次のようにまとめられる。

- (1) 円の個数の上限値  $M$  と, 交点（角）の個数の上限値を適当に与える。
  - (2) 各交点で分けられた輪郭線について,  $I$  を計算する。
  - (3) 単円 ( $m=0$ ) 近似をすることとし, 交点で分けられた輪郭線のうち適当なものを一つ選び, Eq.(1.19)を使って代替案を生成する。そのときの面積重複率を最良案 ( $R_{os}^* = R_{os}(0)$ ) の初期値とする。
  - (4) 最良案の面積重複率が, 満足できる面積重複率の下限値より大きい ( $R_{os}^* \geq \alpha$ ) か, あるいは円の個数がその上限値 ( $m=M$ ) に等しければ終了する。そのときの  $R_{os}^*$  をもつ代替案が最良案となる。
  - 条件を満たさなければ円の個数を 1 だけ増やし ( $m=m+1$ ), 交点の数を円の数に等しく設定 ( $n=m$ ) して, 手順 (5)へ行く。
  - (5) Eq.(1.18)が成立 ( $m < 1 + \frac{n}{2}$ ) すれば,  $R_{os}^* = \max\{R_{os}^*, R_{os}(m)\}$  として(4)へ戻る。成立しなければ, 交点らしさの評価尺度  $I$  の大きい順に  $n$  個の交点を選び代替案を生成し,  $R_{os}$  を計算する。
- $R_{os}(m) = \max\{R_{os}(m), R_{os}^*\}$  とし, 交点の数を 1 だけ増やし ( $n = n+1$ ) 手順(5)を繰り返す。

### 1.4.3 手法の評価

組み合わせ的手法による重なり合った粒子像の認識手法の特徴は次のようにまとめられる<sup>19)</sup>.

- (1)繰り返し演算法と比較して短時間で計算できる.
- (2)粒子像半径が小さい場合、認識できない粒子がでてくる.
- (3)重なりのパターンが限定されている

(1)については、円の個数が3個の重なり画像に対して、繰り返し演算による手法と比較された結果、計算時間は別々の粒子として認識するために6.1秒必要とした。一方繰り返し演算による手法では計算時間が3分以上を要し、計算のジョブが打ち切られたと報告されている<sup>19)</sup>。

Eq.(1.18)で示されたように、重なり合った円の交点の個数は円の個数の2倍より少ないと利用して、代替案の数の上限が最大で粒子数の二乗以内の数であることが証明できる<sup>20)</sup>。しかし工業プロセスのように多数の粒子を短時間に処理するためには問題がある。

また代替案の評価のとき、最初に円の個数の上限値Mと、交点（角）の個数の上限値を適当に設定する必要がある。このため粒子の個数が変化する工業プロセスに対して柔軟に対応できない。

(2)については、本手法では代替案の評価に面積重複率（Eq.(1.21)）を利用しているが、半径が小さくなるとディジタル画像で表現された粒子像の面積と、計算で求めた円の面積とがディジタル化に伴う誤差によって差が大きくなるためである。それゆえ粒子像の大きさに広い分布を持つときには使用できない。

(3)については、どのような粒子像の重なりのパターンが生じるか分か

らない工業プロセスへの応用に問題がある。例えばFig. 1.9 のように  
 $m=3$ ,  $n=6$ となる場合がある。

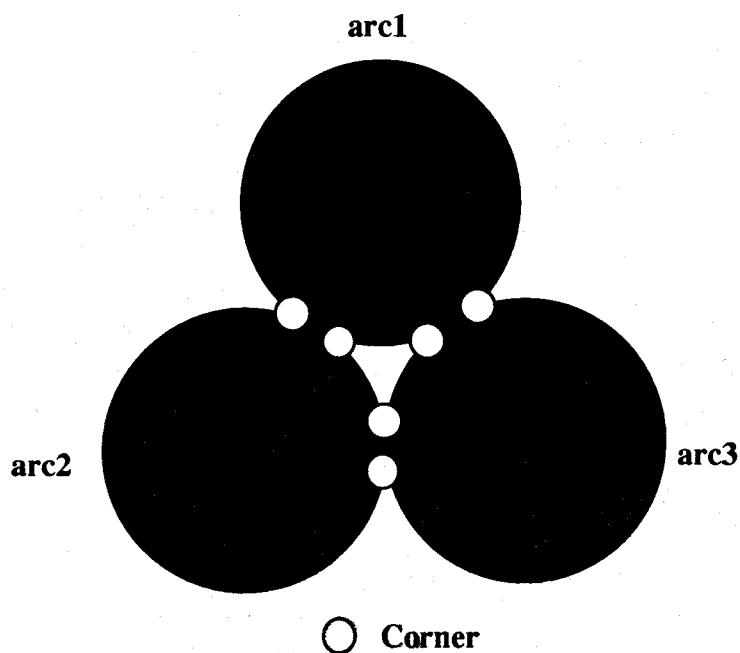


Fig. 1.9 Double contour lines

## 1.5 結言

重なり合った粒子像を別々のものとして認識するための、既往のうち代表的な手法について考察した。

縮退による方法では、接触している程度の重なり粒子像しか認識できない。また粒子像の大きさや分布を計測できない。反復演算による手法では、輪郭線が正しく求まらないような非常に画質の悪い粒子像でも認識が可能である。しかしこの手法は計算時間がかかり過ぎ、オンラインの使用ができない。組み合わせ的手法は、反復演算による手法ほどは計算時間を必要とせず、かつ大きな重なり粒子像に対しても高い認識率をもつ。しかし粒子像の重なりパターンが限定されており、やはりオンライン計測ができない。このように既往の手法はオンライン計測のために問題点を持っている。オンライン計測のためには、さまざまな重なりパターンと粒子径分布に対して、短時間で処理できることが要求される。本研究ではこれらの点を克服するための手法の開発を試みた。

## 第2章 輪郭線の検出

### 2.1 はじめに

序論で述べたように、一般に粒子は球状などの比較的単純な形状をしているにもかかわらず、その2次元画像の解析にはいくつかの問題点を含んでいる。

まず粒子像の被測定部が奥行きを有する場合、焦点深度を浅くするとピントが合っていない粒子像が含まれるなど、必ずしも解析のしやすい原画像が得られるとは限らない。次に2次元画像では粒子像が重なることが多い。さらに粒子像の形状は必ずしも厳密な球とは限らない。これらの特徴は計算機による粒子画像の解析を難しくしている。

画像の中から粒子像を認識・理解するためには、まず粒子の輪郭を求め、粒子像を背景からとり出す必要がある。さらに粒子像がとり出された後、重なりあった粒子像を別々の粒子像として認識・判定する必要がある。この2つの段階に含まれる種々の問題を解決して初めて自動計測が可能となる。このように粒子画像解析は、粒子像の背景からのとり出しと、粒子像の重なり判定の問題に分けることができる。本章では粒子像の背景からのとり出しについて考察し、効果的な新しい方法を提案する。

## 2.2 対象物像の背景からのとり出し

エッジは一般に画素濃度が急激に変化する位置としてとらえられる。

例えば、画素 $(i, j)$ における濃度値が $u(i, j)$ で表わされるとき、濃度勾配

$$\sqrt{(\partial u / \partial i)^2 + (\partial u / \partial j)^2} \quad (2.1)$$

が閾値より大きくなる画素の集合をエッジと呼んでいる<sup>12)</sup>。これは微分フィルターによるエッジ検出と呼ばれ、マスクの重みを変化させることによって、様々な微分フィルターを定義できる。画素上の濃度データが離散化されているときは、例えば次の差分式が使われる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f(i, j)}{\partial i} &= \frac{f(i + \Delta i, j) - f(i - \Delta i, j)}{2\Delta i} \\ \frac{\partial f(i, j)}{\partial j} &= \frac{f(i, j + \Delta j) - f(i, j - \Delta j)}{2\Delta j} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

上の定義から普通エッジは幅を持つ。

一方、対象物の形状を表現する線図形を輪郭線と呼ぶことにする。微分フィルターでは、閾値を大きくすると輪郭線が切れ、閾値を小さくすると輪郭線は閉じるが雑音から生じる不要な輪郭線が取り出されるなど問題が多い。必要な閉じた輪郭線を過不足なく取り出すように濃度勾配の閾値を決めるることは一般に難しい。さらに、幅を持つ求まったエッジから、線図形である輪郭線を決める必要がある。このための処理として一般に細線化手法が用いられる。しかし細線化手法で求まった輪郭線は、エッジ幅のほぼ中央に位置する連結画素となり、真の輪郭線と一致する

かどうかは分からぬ。それゆえ本論文では、微分フィルターに替わつて、後述するように画素濃度の2次微分を用いることと等価なMarr-Hildrethフィルター（以下ではM-Hフィルターと記す）を用いて輪郭線の検出を行なう。

### 2.3 M-Hフィルターによる輪郭線の検出

#### 2.3.1 M-Hフィルター

画像を2次微分すると濃度変化の変曲点に対して0-交差を生じ、0-交差の集合を輪郭線として採用することができる。しかしこの方法はノイズを検出しやすいため、まず画像を平滑化した後2次微分を行うことが多い。Marrらは、ガウス関数を平滑化のために用いることによって、人間の網膜神経節細胞のデータ処理過程がモデル化できることを示した<sup>30)</sup>。

入力画像上の画素 $(x, y)$ の濃度を $f(x, y)$ とすると、ガウス関数 $G(x, y)$ で平滑化した画像 $g(x, y)$ は次式で表される<sup>31)</sup>（ $\otimes$ は畳み込みを表す）。

$$g(x, y) = G(x, y) \otimes f(x, y) \quad (2.3)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(s, t) f(x + s, y + t) ds dt \quad (2.4)$$

平滑化した画像 $g(x, y)$ のラプラシアンは次式で表される<sup>32)</sup>。

$$\nabla^2 g(x, y) = \nabla^2 \{G(x, y) \otimes f(x, y)\} \quad (2.5)$$

$$= \{\nabla^2 G(x, y)\} \otimes f(x, y) \quad (2.6)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \nabla^2 G(s, t) f(x+s, y+t) \} ds dt \quad (2.7)$$

ここで

$$\nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \quad (2.8)$$

$$G(s, t) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{s^2+t^2}{2\sigma^2}} \quad (2.9)$$

オペレータ  $\nabla^2 G(x, y)$  はガウス関数のラプラシアンと呼ばれ、Eqs.(2.5), (2.6)から、入力画像  $f(x, y)$  をガウス関数  $G(x, y)$  で平滑化した後2次微分を行うことは、オペレータ  $\nabla^2 G(x, y)$  で入力画像  $f(x, y)$  を畠み込むことと等価である<sup>4)</sup>.

画像は離散化されているため、Fig. 2.1に示したように入力画像上の画素  $(i, j)$  の濃度を  $u(i, j)$  とすると、出力画像上の画素の濃度  $v(i, j)$  は次式で計算される。

$$v(i, j) = \sum_{(\xi, \eta) \in A} \{ \nabla^2 G(\xi, \eta) \} u(i + \xi, j + \eta) \quad (2.10)$$

ここで、

$$\nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right) \quad (2.11)$$

$$G(\xi, \eta) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\xi^2+\eta^2}{2\sigma^2}} \quad (2.12)$$

$\sigma$ はガウス関数  $G(\xi, \eta)$  に含まれる確率変数  $\xi, \eta$  の標準偏差である。またオペレータの適用範囲は次式で指定される。

$$A = \{(\xi, \eta) | \xi^2 + \eta^2 \leq R^2\} \quad (2.13)$$

生物の視覚神経系とのアナロジーから、領域Aを受容野、Rを受容野半径と呼んでいる。

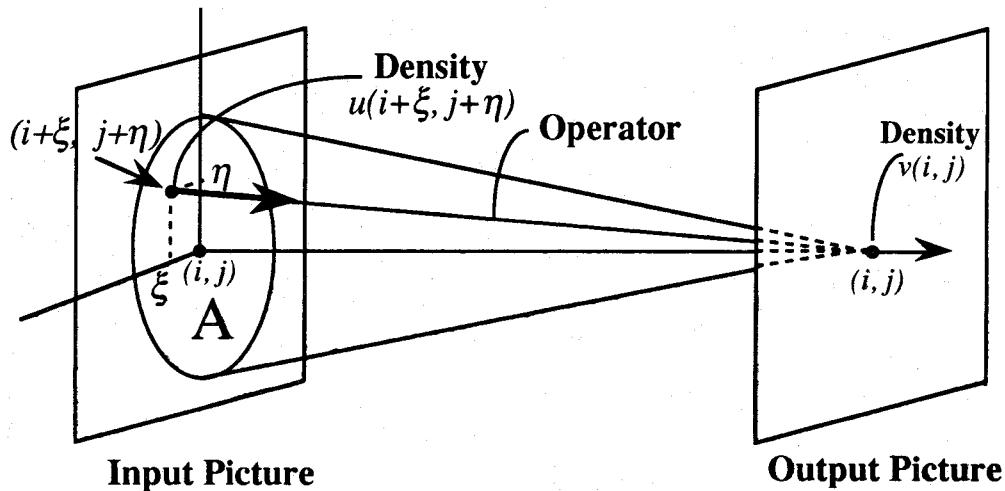


Fig. 2.1 Image data processing using  
Marr-Hildreth filter

実際にガウス関数のラプラシアンを計算すると次式を得る。

$$\nabla^2 G(\xi, \eta) = \frac{1}{\pi\sigma^4} \left( \frac{\xi^2 + \eta^2}{2\sigma^2} - 1 \right) e^{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2\sigma^2}} \quad (2.14)$$

上式において

$$r^2 = \xi^2 + \eta^2 \quad (2.15)$$

とおくと次のように変形できる。

$$\nabla^2 G(r) = \frac{1}{\pi\sigma^4} \left( \frac{r^2}{2\sigma^2} - 1 \right) e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (2.16)$$

このとき上式の符号は次のように決まる。

$$-\sqrt{2}\sigma < r < \sqrt{2}\sigma \quad \text{では} \quad \nabla^2 G(\xi, \eta) < 0 \quad (2.17)$$

$$r > \sqrt{2}\sigma, r < -\sqrt{2}\sigma \quad \text{では} \quad \nabla^2 G(\xi, \eta) > 0 \quad (2.18)$$

$\nabla^2 G(r)$ が負（正）の領域をオフ（オン）領域と呼ぶ。Eqs.(2.17), (2.18)から受容野Aの中で占めるオフ領域の大きさはパラメータ $\sigma$ に依存する。ガウス関数、そのラプラスアンおよび受容野の形状をFig. 2.2に示した。

$\xi, \eta$ が実数のとき、オペレータ $\nabla^2 G(\xi, \eta)$ に関して次の関係が成立する<sup>41)</sup>。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \nabla^2 G(\xi, \eta) d\xi d\eta = 0 \quad (2.19)$$

すなわち、全平面にわたって $\nabla^2 G(\xi, \eta)$ を積分すれば、その積分は0となる。しかし実際の画像処理に当たって、画像データを離散化したことと、フィルターで処理される入力画像データを受容野に制限したことから、次式は必ずしも成立しない。

$$\sum_{(\xi, \eta) \in A} \nabla^2 G(\xi, \eta) = 0 \quad (2.20)$$

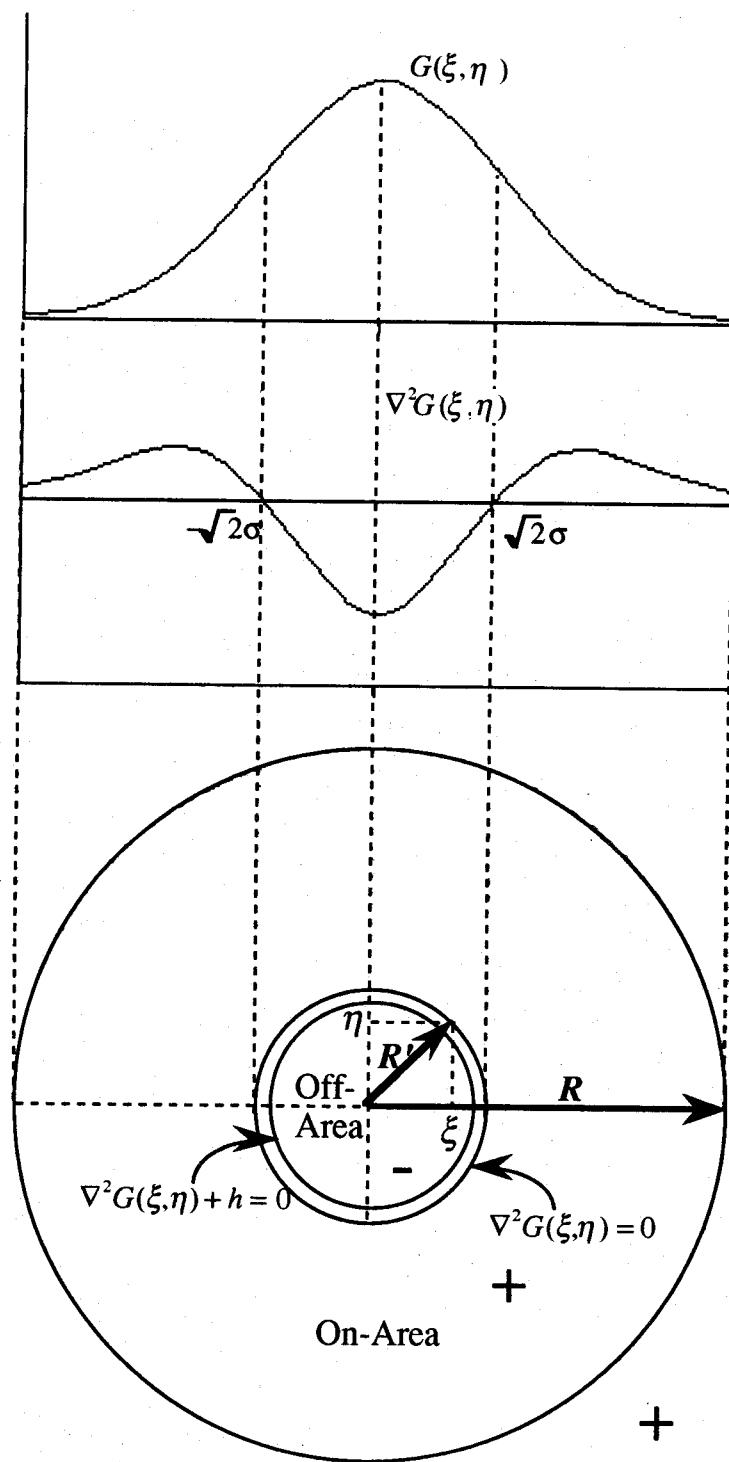


Fig. 2.2 Physical meaning of operator

ここでは次式が成立するように、定数パラメータ $h$ を用いてオペレータを補正する。

$$\sum_{(\xi, \eta) \in A} \{ \nabla^2 G(\xi, \eta) + h \} = 0 \quad (2.21)$$

このとき、受容野 $A$ についてあらためて2つの領域を定義する。

$$\text{オフ領域 } \{(\xi, \eta) \mid \nabla^2 G(\xi, \eta) + h < 0\} \quad (2.22)$$

$$\text{オン領域 } \{(\xi, \eta) \mid \nabla^2 G(\xi, \eta) + h > 0\} \quad (2.23)$$

オフ領域の大きさはオフ領域相当半径 $R'$  ( $R' < R$ )で表わすことにする。

$R'$ はEqs.(2.13),(2.21)から受容野半径 $R$ の大きさに依存し、 $R=\infty$ の場合のオフ領域半径よりも小さくなる。

### 2.3.2 輪郭線の検出

M-Hオペレータで処理することは、Eqs.(2.5), (2.6)で示したようにガウス関数で平滑化された画像を2次微分することと等価である。画像を2次微分すると、画像中の濃度が最も急激に変化している位置に対して、出力画像では0-交差を生じる。M-Hフィルターの出力では、オン領域の出力値とオフ領域の出力値の総和が0となる画素の集合が、0-交差に対応する。一般に、0-交差の起こっている位置では、1次微分フィルター出力が最大となっている。それゆえ、1次微分フィルターの出力画像とは異なりM-Hフィルターの出力画像の0-交差に対応する線図形を、入力画像における粒子像の輪郭線として採用することができる。

このとき、Fig. 2.3に示すように画像の辺々にかかる画素はフィルター半径の画素の幅だけ処理されないことになる。それゆえM-Hフィルターの出力画像は、原画像の大きさよりフィルター直径（ $2R$ ）だけ小さな画像となる。

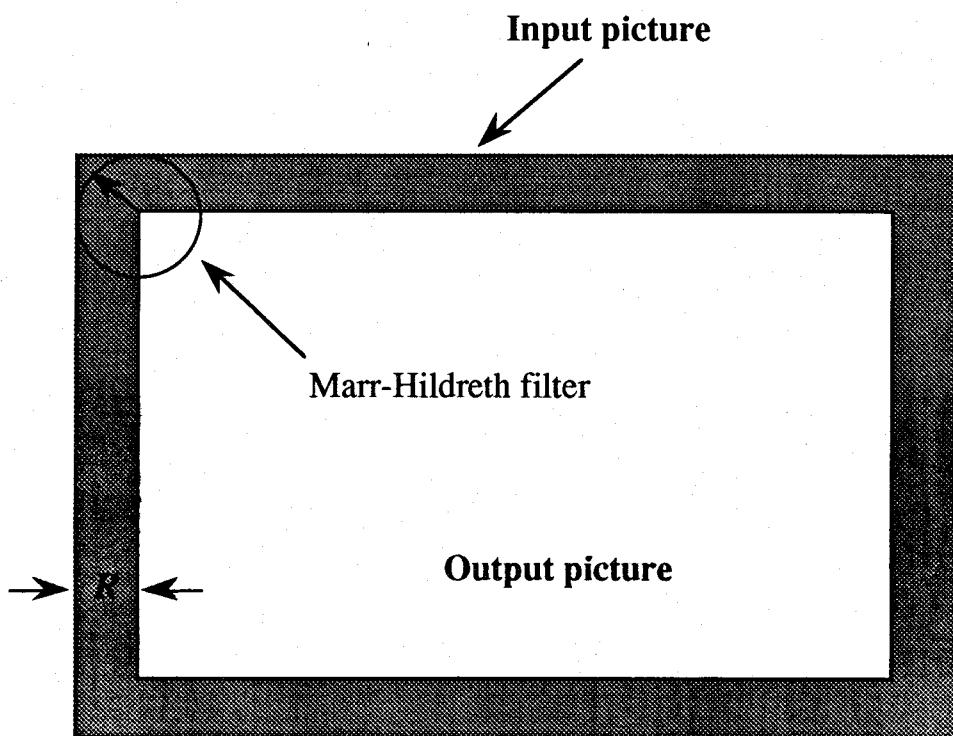


Fig. 2.3 Unprocessed area in input picture

Fig. 2.4に今回解析の対象とした原画像（写真画像）を示す。これは水中における溶媒抽出剤（LIX64N）の液滴群の画像である。この写真的ネガフィルムを縦400画素×横500画素、画素濃度を256階調に離散化して作成したデジタル画像を16階調に疑似階調表示した画像をFig. 2.5に示す。以後この画像を用いる。ピントの合っている液滴像とピントの合っていない液滴像が含まれている。

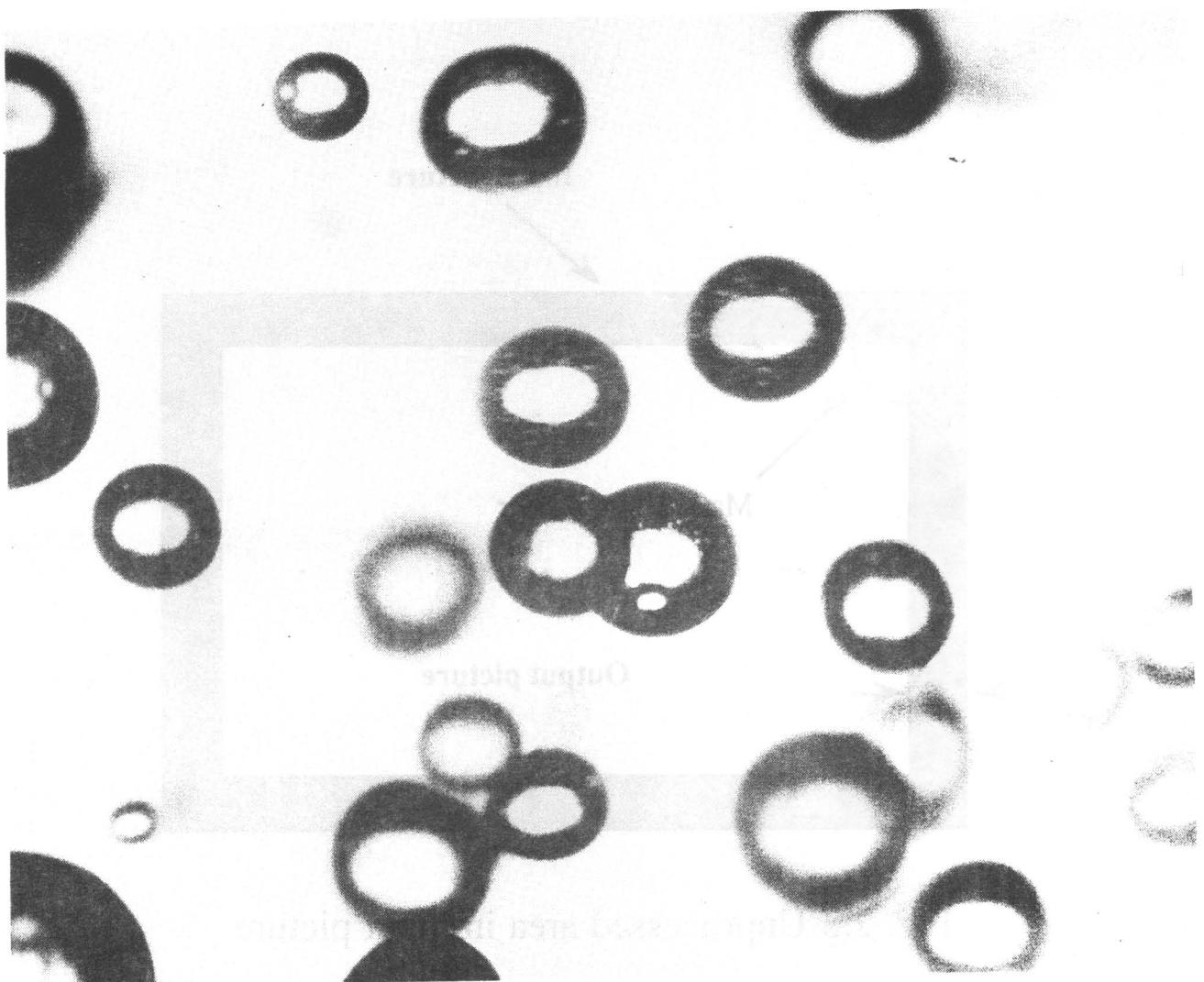


Fig. 2.4 Photograph of drops in water

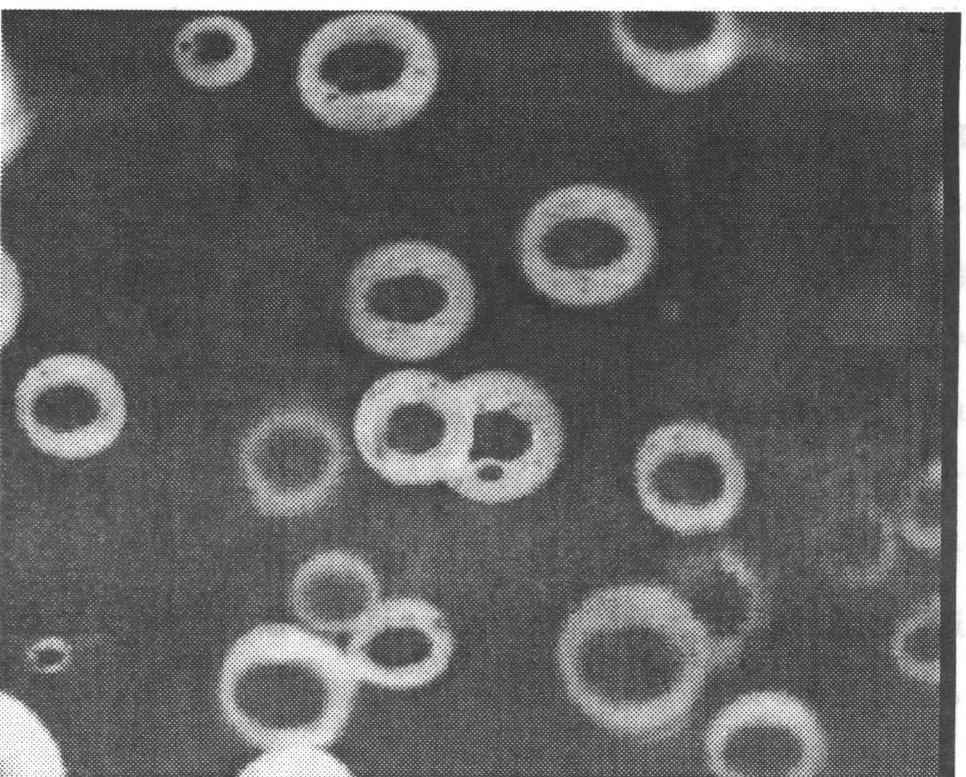


Fig. 2.5 Digitized picture from negative

### (a) 受容野半径 ( $R$ ) の影響

$\sigma=2.4$ で固定し  $R$  を 5, 20, 40 と変化させたときの M-H フィルターの出力画像をそれぞれ Fig. 2.6-(a), Fig. 2.6-(b), Fig. 2.6-(c) に示した。フィルター処理が及ばない辺々領域の大きさは、それぞれ 5, 20, 40 pixels となるため、出力画像の大きさはそれぞれ  $490 \times 390$  pixels,  $460 \times 360$  pixels,  $420 \times 320$  pixels となる。M-H フィルター出力値が負の領域が黒の部分に、正の領域が白の部分に相当し、白黒の境界線が 0- 交差に対応する。

これから分かるように、受容野半径を小さくすると局所的な濃度変化をやや検出しやすくなる。しかし例で用いた原画像のように粒子像のエッジの幅がほぼ決まっている場合は、受容野半径を大きくしていっても M-H フィルターの出力画像はそれほど変化しない。受容野半径を大きくなり過ぎると計算時間がかかるため、検出したい対象の大きさによって適切に選ぶ必要がある。本論文の例では、 $R$  は粒子像のエッジの幅より大きくとることとした。

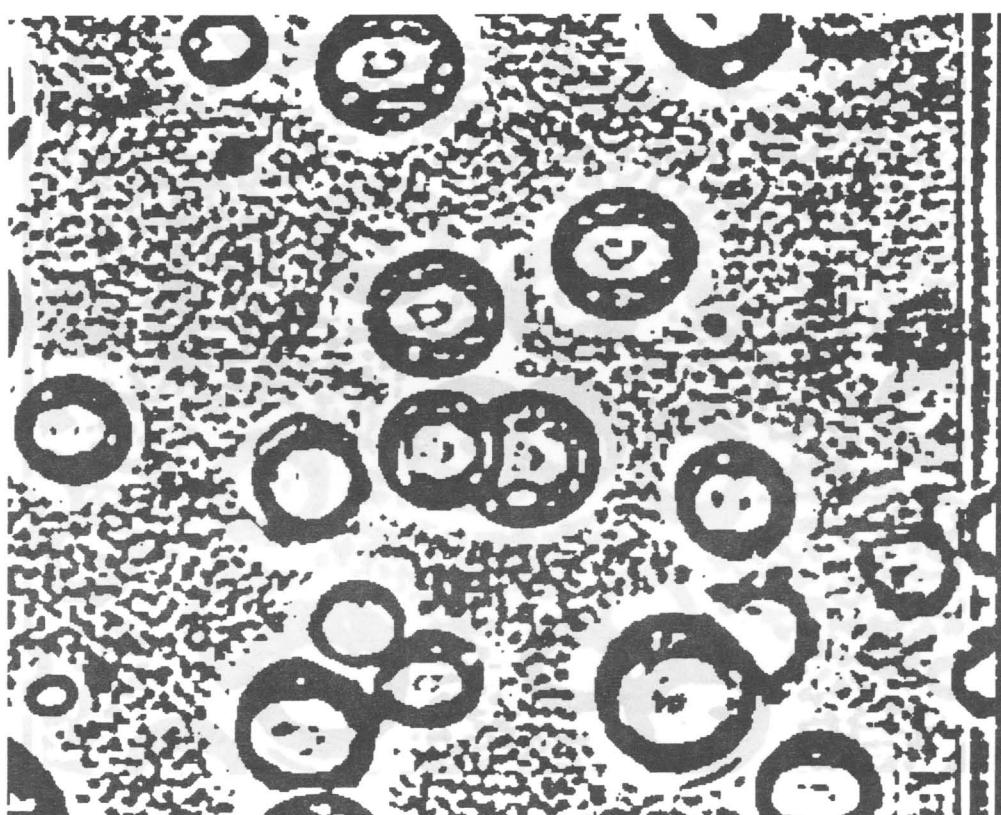


Fig. 2.6-(a) Output picture of Marr-Hildreth filter  
( $\sigma=2.4$ ,  $R=5$ )

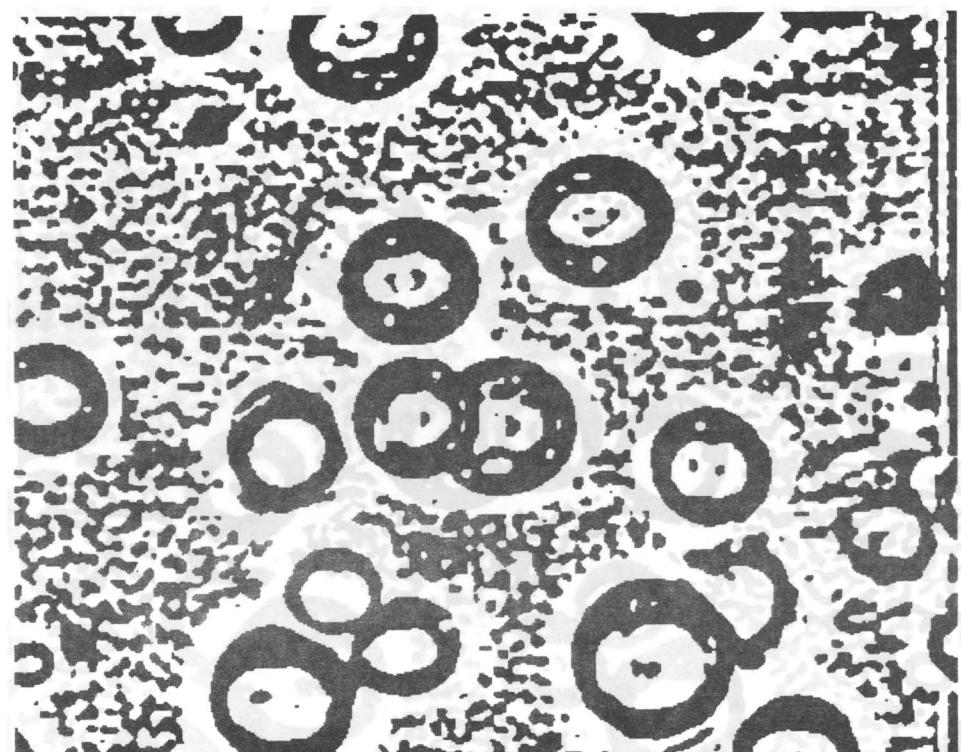
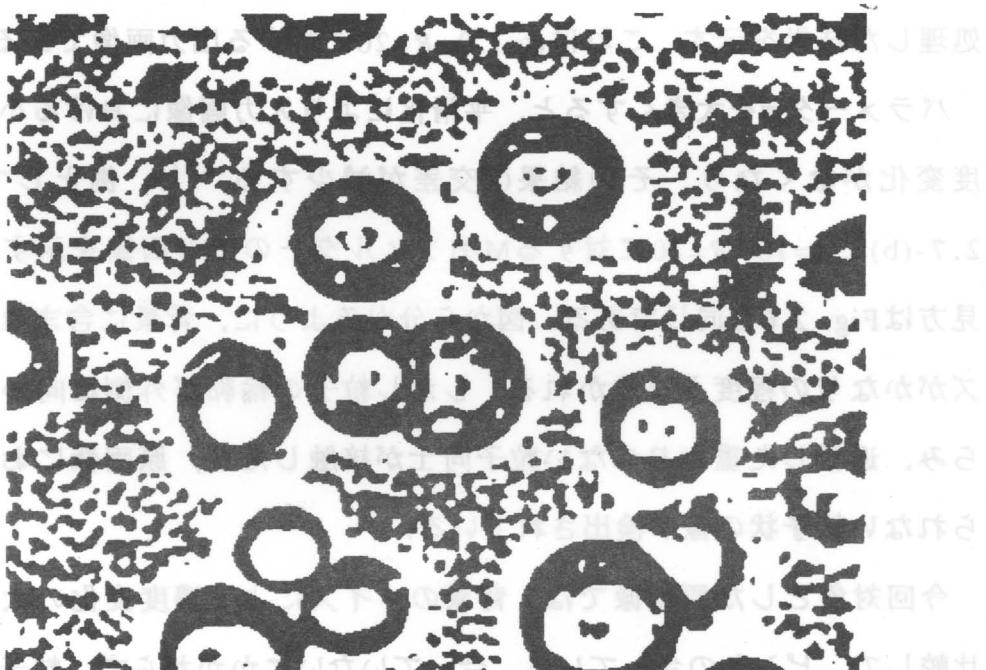


Fig. 2.6-(b) Output picture of Marr-Hildreth filter  
 $(\sigma=2.4, R=20)$

## 實現の（卦半刻離て木）も基調學科付

株式会社日本中通運輸（ふじゆう）の小室ターミナルの一車両でH-M  
滤波を用いた車両検出。ある車両をもつて出発する瞬間を映像の手  
中では出射が下へ向むき顔背（ひおもて）を多めに引き抜きの変  
換を行ってH-Mを（2.6-(c)）映像処理によって図（d）とし



成る小大の輪の。景前の中大きさの車の輪の輪郭をもつて車の輪の輪  
郭の輪郭をもつて車の輪の輪郭の輪郭をもつて車の輪の輪郭の輪  
郭の輪郭の輪郭の輪郭の輪郭の輪郭の輪郭の輪郭の輪郭の輪

Fig. 2.6-(c) Output picture of Marr-Hildreth filter  
( $\sigma=2.4$ ,  $R=40$ )

### (b) 標準偏差 $\sigma$ （オフ領域半径）の影響

M-Hフィルターのパラメータ $\sigma$ を小さくすると、原画像中に存在する粒子の輪郭を正確にとり出すことができるが、入力画像における小さな濃度の変化に対しても0-交差を生じ、背景に含まれるノイズを検出しやすくなる。例としてFig. 2.7-(a)に原画像 (Fig. 2.5) をM-Hフィルターで処理した結果を示す。これは $\sigma=1.0, R=20$ に対する出力画像である。

パラメータ $\sigma$ を大きくすると、平滑化により入力画像における小さな濃度変化がなくなり、その結果0-交差が減少する<sup>10,35)</sup>。例としてFig. 2.7-(b)に $\sigma=10, R=20$ に対するM-Hフィルターの出力画像を示す。図の見方はFig. 2.6と同じである。図から分かるように、背景に含まれたノイズがかなりの程度とり除かれる。しかし粒子の輪郭が外側に向かって膨らみ、近接した重なりのない粒子同士が接触したり、原画像において見られない粒子状の像が検出されている。

今回対象とした原画像では、背景のノイズによる濃度変化の大きさに比較して、ピントの合っている、合っていないにかかわらず、粒子像エッジの濃度の変化の方がはるかに大きい。その結果、 $\sigma$ の値の大小にかかわらず、原画像中に含まれる粒子の輪郭はピントに関係なくすべてとり出される。これは $\sigma$ の調整だけで、ピントの合っていない粒子をとり除くことが難しいことを意味する。それゆえ、接近した2粒子の隙間を正しく検出し、背景の濃度の変化をなるべく検出しない $\sigma$ を決める方法と、いったん輪郭線を検出した後、ピントの合っていない粒子をとり除く方法が必要となる。

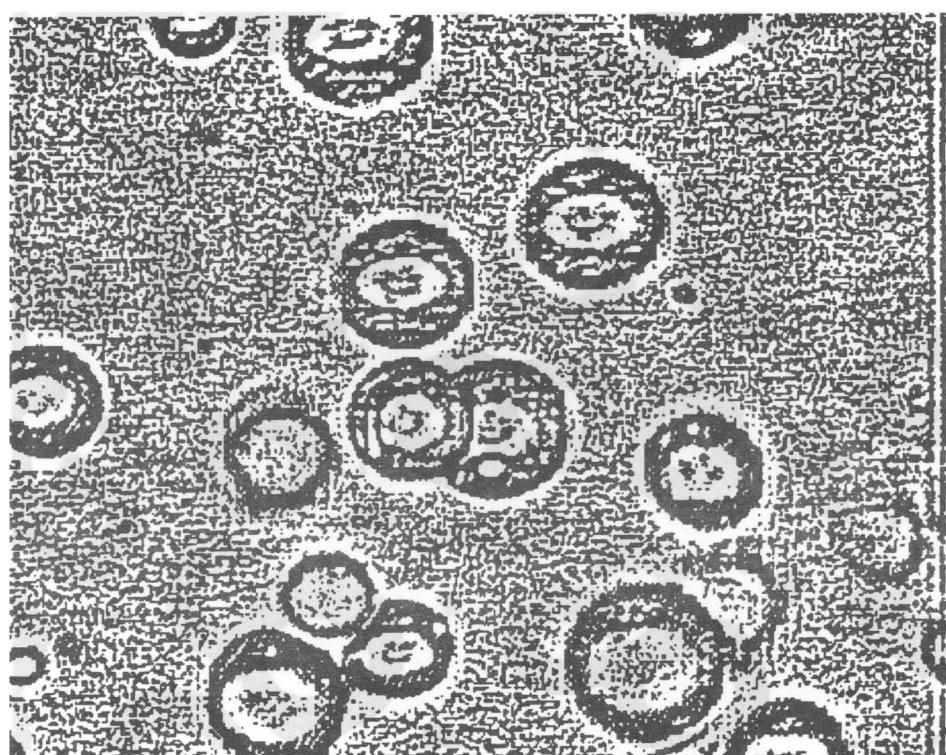


Fig. 2.7-(a) Output picture of Marr-Hildreth filter

( $\sigma=1.0, R=20$ )

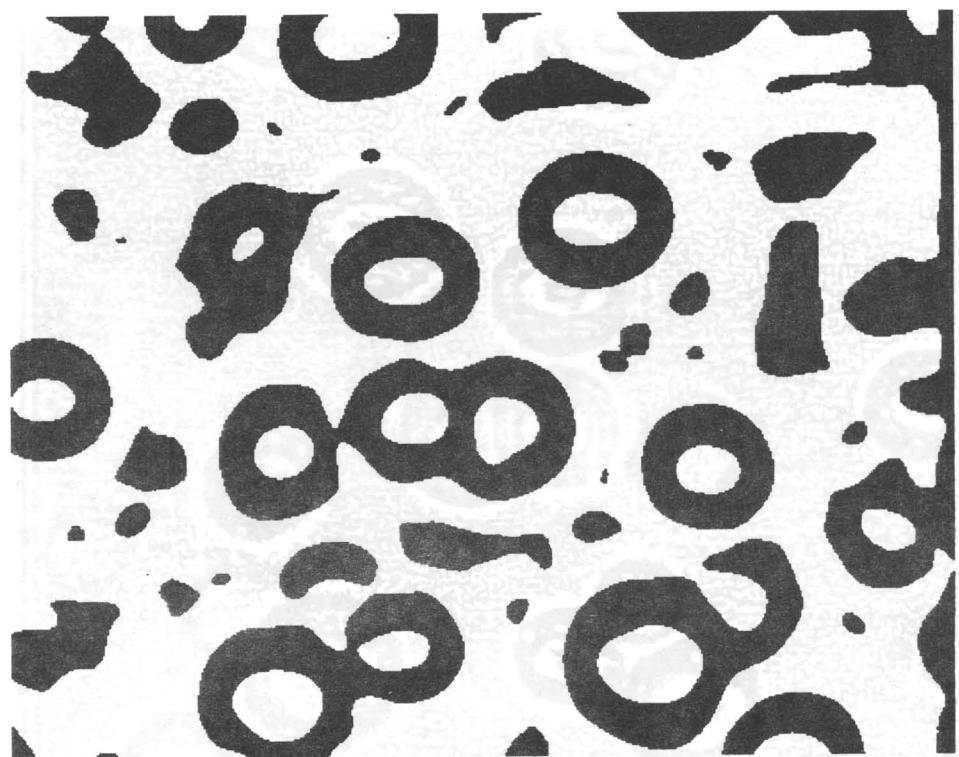


Fig. 2.7-(b) Output picture of Marr-Hildreth filter

( $\sigma=10, R=20$ )

## 2.4 重なりのない2粒子像のとり出し

### 2.4.1 重なりのない2粒子像モデル

計測すべき粒子が複数個存在する場合、それぞれの粒子に対して別々の閉じた輪郭線を得たい。重なっていない近接した2つの粒子に対して別々の閉じた輪郭線が得られることを、ここでは"正しくとり出せる"と呼び、Fig. 2.8のように1つの閉じた輪郭線になってしまふことを、"正しくとり出せない"と呼ぶ。

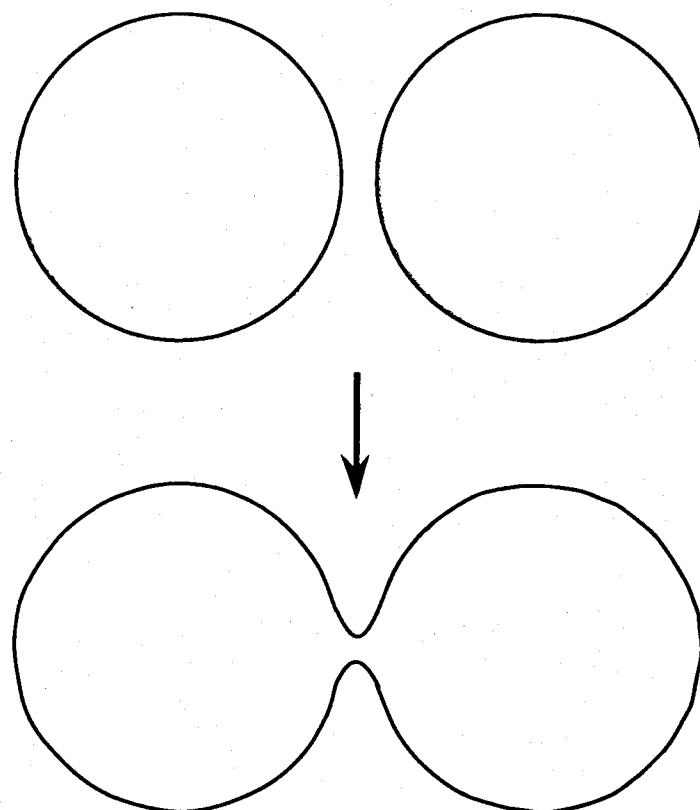


Fig. 2.8 Incorrect detection of particles

原画像（入力画像）として、円形2粒子像の中心を通る直線上での濃度プロフィールがFig. 2.9で与えられた場合について検討する。このとき粒子内部濃度 $I_{\text{obj}}$ 、背景濃度 $I_{\text{back}}$ はそれぞれ一定で、2つの粒子像の粒子半径 $R_{\text{part}}$ およびエッジ幅 $w$ は等しいとする。Fig. 2.10に計算機上に人工的に発生させた2粒子像を疑似階調表示した画像を示した。これは $R_{\text{part}}=50$ ,  $w=20$ ,  $d=10$ に対するサンプル画像である。

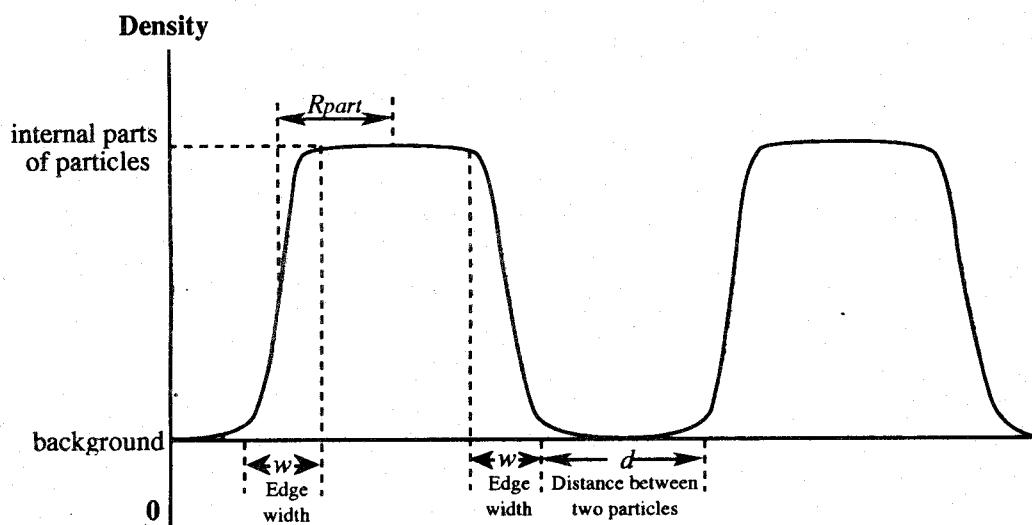


Fig. 2.9 Image model of isolated particles

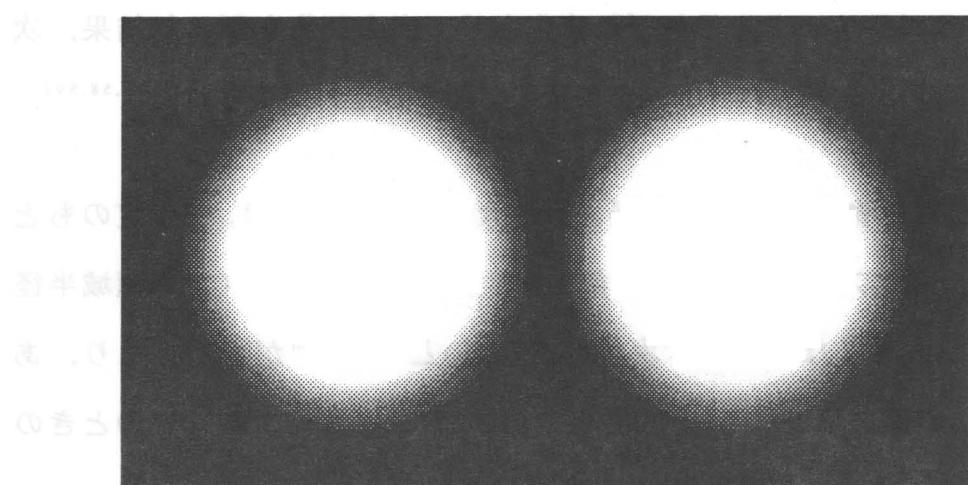


Fig. 2.10 Sample image of isolated particles

$$(R_{\text{part}}=50, w=20, d=10)$$

## 2.4.2 M-H フィルターパラメータの決定

重なりのない近接した粒子が正しくとり出せない原因を調べるために、  
2粒子像のエッジ間距離 $d$ 、粒子像エッジ幅 $w$ 、粒子半径 $R_{part}$ 、およびフィルターの受容野半径 $R$ 、オフ領域半径 $R'$ に注目した。

これらのパラメータをそれぞれ変化させて出力画像を調べた結果、次のようなフィルター・パラメータの調整に関する指針が得られた<sup>23,58,59)</sup>。

- 1)  $R$ を対象物像のエッジの幅よりも大きくとったとき、 $R$ 一定のもとで、ガウス関数 $G$ 中の標準偏差 $\sigma$ を大きくしていく（オフ領域半径 $R'$ が大きくなる）と、次第に"正しいとり出し"が困難となり、ある $\sigma$ の値を境として"正しいとり出し"ができなくなる。このときの $R'$ を限界オフ領域半径 $R'_{L}$ と名づける。
- 2) エッジ間距離 $d$ 、エッジ幅 $w$ 、粒子半径 $R_{part}$ をそれぞれ変化させて、限界オフ領域半径 $R'_{L}$ を調べた結果をFig. 2.11に示した。いずれのパラメータも限界オフ領域半径 $R'_{L}$ に対してほぼ直線関係があることが分かる。線形関係を仮定し、最小二乗法によって各係数を求めた結果、次式が得られた。

$$R'_L = k_1 d + k_2 w + k_3 R_{part} + k_4 \quad (2.24)$$

ここで、

$$k_1 = 0.55$$

$$k_2 = 1.0$$

$$k_3 = 1.0$$

$$k_4 = -2.65$$

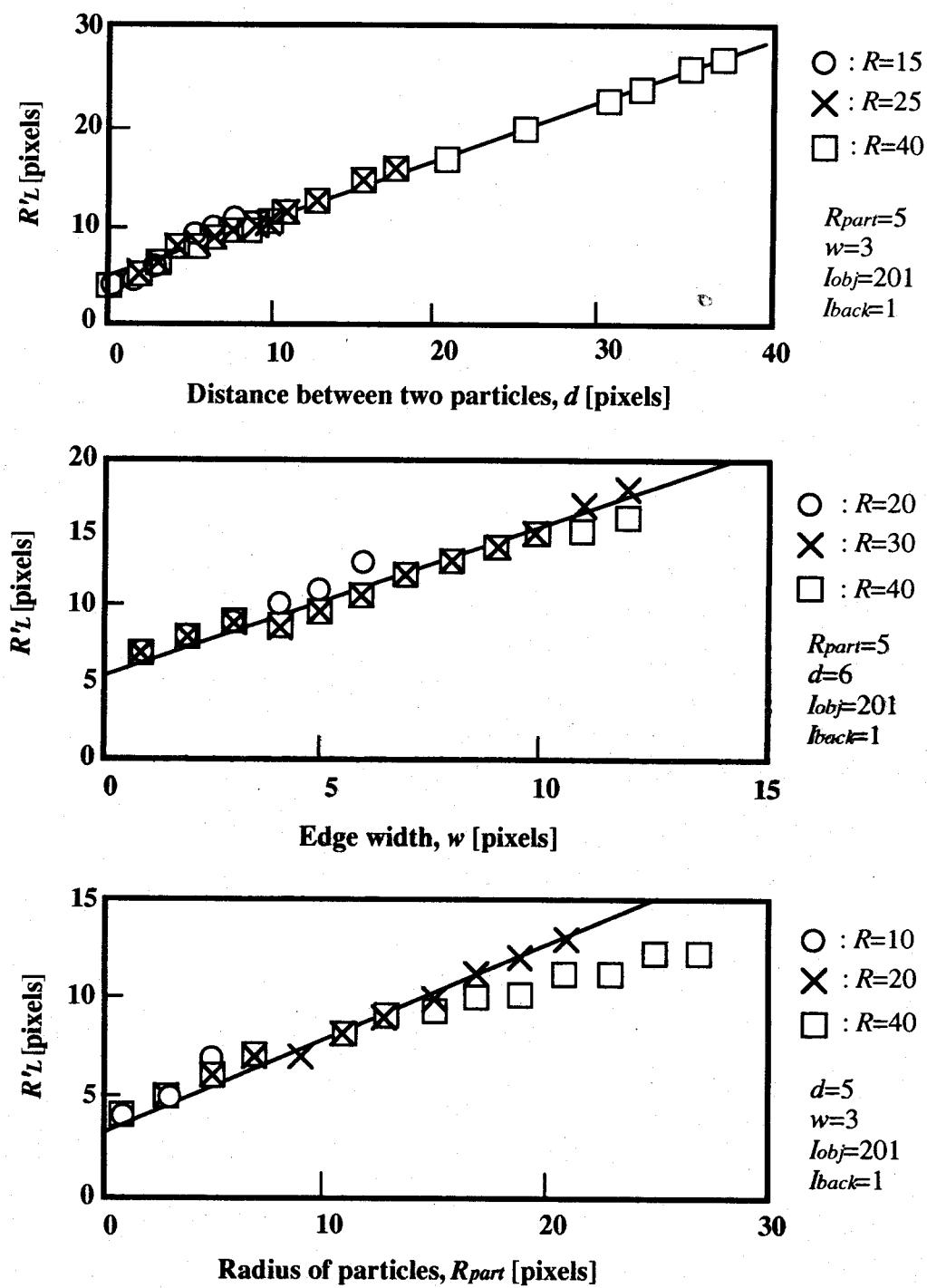


Fig. 2.11 Relations between picture parameters  
and critical value of off-area radius

- 3)  $\sigma, \eta$ が実数で  $R$ が無限大のときのオフ領域半径  $R'$  とガウス関数の標準偏差  $\sigma$ との間には Eq.(2.17) から次の関係がある。

$$R' = \sqrt{2}\sigma \quad (2.25)$$

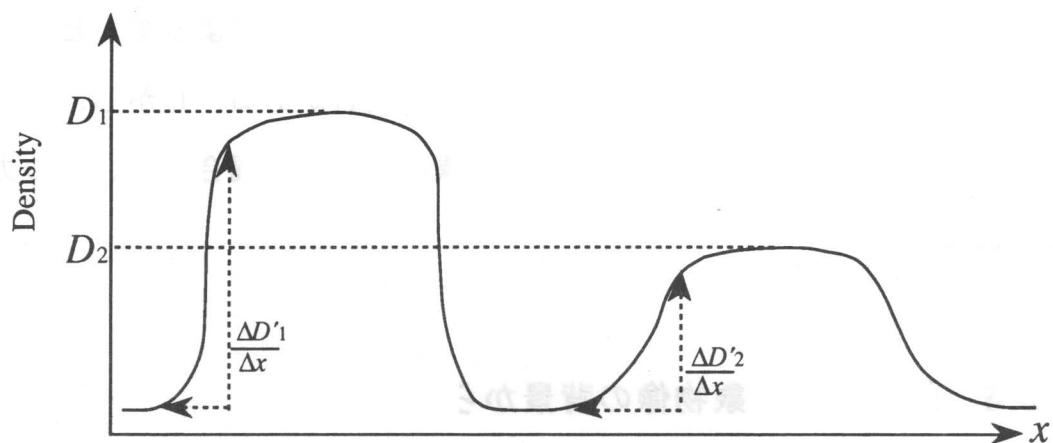
Eq.(2.21) によってフィルターオペレータを補正したため、 Eq.(2.25) の関係は一般的には成立しないが、受容野半径  $R$  をある程度大きくとることによって  $R'$  と  $\sigma$  の間に上式の比例関係が成立することが分かった。

- 4) 粒子の原画像から、代表的な粒子間距離、エッジ幅、粒子半径を求めると、Eq.(2.24) から限界オフ領域半径  $R'_L$  を計算することができ、  $\sigma$  の値を決定することができる。粒子像を "正しくとり出す" ためには、この値よりも小さな値をとらなければならない。

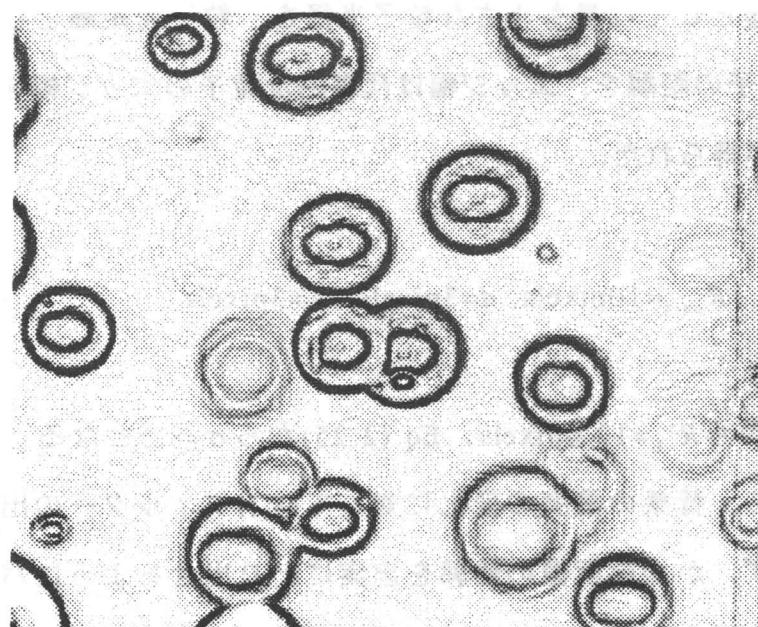
## 2.5 ピントの合っていない粒子像の除去

M-H フィルター出力の 0-交差から得られた輪郭線上では、原画像中の濃度勾配が最大値をとる。一般的にピントの合った像の輪郭線上では濃度勾配の値が大きく、ピントの合っていない像の輪郭線上では濃度勾配の値は小さくなると考えられる (Fig. 2.12-(a) 参照)。本章で用いた原画像 (Fig. 2.4) の濃度勾配値を、画素の濃淡値で表した 1 次微分の出力画像を Fig. 2.12-(b) に示す。ピントの合っている粒子像の濃度勾配値が大きくなっていることが分かる。それゆえ、原画像中で輪郭線上の濃度

勾配の平均値を求め、閾値判定することによって、ピントが合っているか否かを判定することとした。



(a) Particles in focus and not



(b) Output picture of first derivative

Fig. 2.12 Judgment of particle in focus

原画像では、ピントの合いかどうかと粒子像の濃度とが対応している。つまりピントの合っている粒子像の濃度は大きく、ピントの合っていない粒子像の濃度は小さい。このように画像によっては、M-Hフィルター出力が負となる領域での、対応する原画像の濃度の平均値によって、ピントが合っているか否かを判定することができる場合がある。しかし、ピントが合っていても粒子像によって濃度が異なるような場合には、この方法は使えない。

## 2.6 処理例：対象物像の背景からのとり出し

Fig. 2.5の原画像の中から代表的な2粒子を選びパラメータ値を決定した。粒子半径としては最も小さな粒子半径を、粒子間距離としては最も接近した2粒子の距離を、エッジ幅は代表的な粒子のエッジ幅を選んだとき、次の値が得られた。

$$R_{\text{part}}=10\text{pixels}, d=3\text{pixels}, w=3\text{pixels}$$

Eq.(2.24)から $R'_L=12.0\text{pixels}$ 、Eq.(2.25)から $\sigma=8.5$ となる。この値を初期値として、背景の濃度の変化に対してM-Hフィルターの出力が大きくなり過ぎず、かつ原画像の輪郭を忠実にとり出せるようにパラメータを調整した結果、 $\sigma=3.0$ （ただし $R=20\text{pixels}$ ）が得られた。

このパラメータ値を用いたM-Hフィルターで原画像を処理し、0-交差から得た輪郭線をFig. 2.13に示す。後述するような閾値処理をしないM-Hフィルターの出力から得られる0-交差は、背景の中にも不要な輪郭

線を多数含み、ピントの合っていない粒子像も含んでいる。Fig. 2.4の写真画像から判定したピントの合っていない粒子像にA-Eの記号を付けて示す。

Fig. 2.13の閉領域内部を塗りつぶし、粒子内部およびノイズから生じた閉領域を黒に、背景を白に変換した画像をFig. 2.14に示す。粒子内部に対応する閉領域の大きさは、ノイズから生じた閉領域に比較して大きいことが分かったので、面積がある値（ここでは1000 pixelsを採用）より大きな閉領域を求め、その結果をFig. 2.15に示した。面積の小さな領域を除去した結果、粒子像Eが除去されたことが分かる。

Fig. 2.15の黒い領域（閉領域）が粒子像の候補となる。各閉領域の輪郭線をFig. 2.16に示し、輪郭線上の原画像における濃度勾配の平均値を求めた結果をTable 2.1にまとめた。いま閾値を20と決めるとFig. 2.17の領域2, 8, 10, 12, 13, 16, 19, 21が候補領域となる。濃度勾配の平均値がこの値より小さな閉領域を除去するとFig. 2.18が得られた。この図ではピントの合っていない粒子像A-Cがとり除かれている。粒子像Dはピントが合っていないが、他のピントの合った粒子像と共に一つの閉領域をつくり、輪郭線上での濃度勾配の平均値が大きくなったりした結果、とり除かれずに残った。粒子像Eは、面積の小さな閉領域を取り除く操作で除去されてしまったが、輪郭線上の濃度勾配についての閾値による判定でも取り除くことができる。

一方、各閉領域で、M-Hフィルター出力が負になる部分での、原画像における濃度平均値を求めた結果をTable 2.2に示した。いま閾値を150に選び、この値より平均濃度値が小さい領域を除去すると、Fig. 2.18と同じ結果が得られた。本例では、輪郭線上の平均濃度勾配、M-Hフィル

ター出力が負になる部分の平均濃度いずれを使っても、ピントの合っていない粒子像が除去できることが確認された。

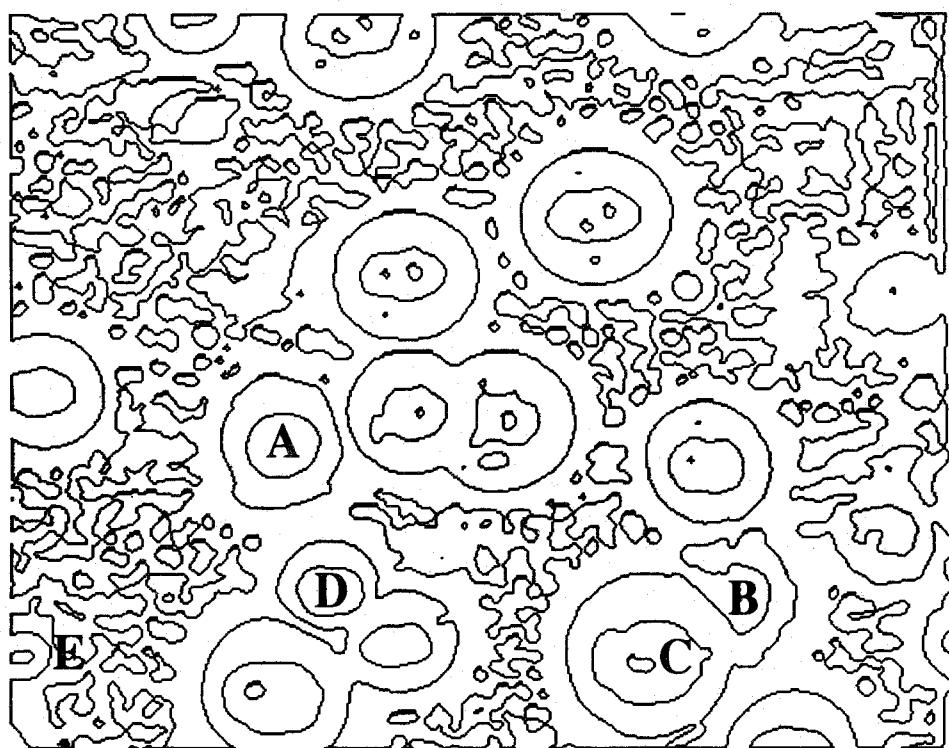


Fig. 2.13 Zero-crossing lines by Marr-Hildreth filter  
only ( $\sigma=3.0, R=20$ )

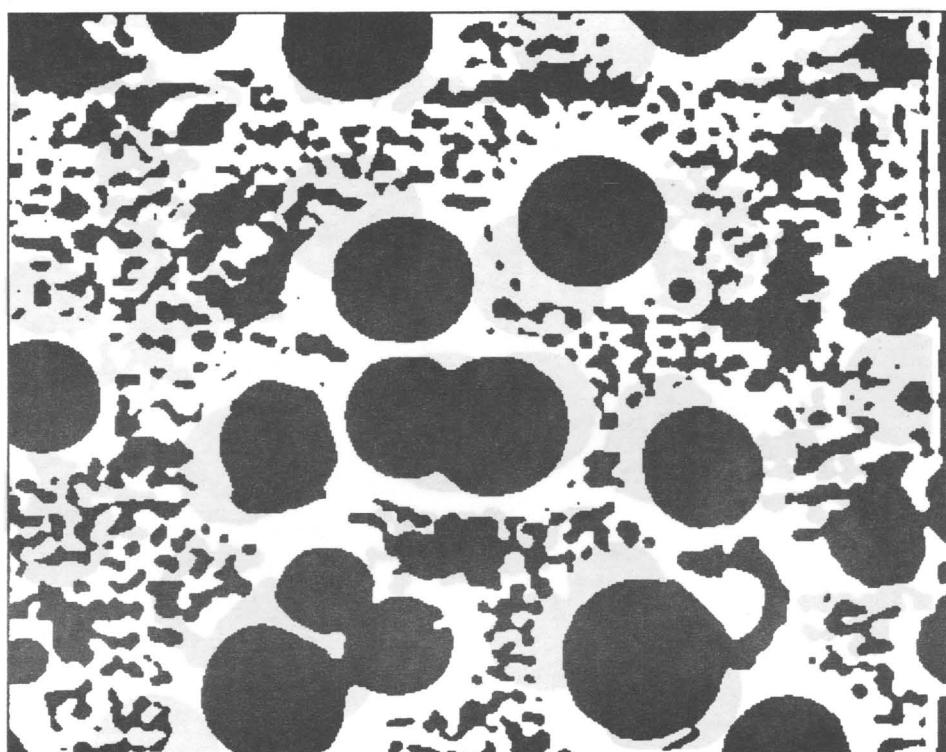


Fig. 2.14 Painting closed area

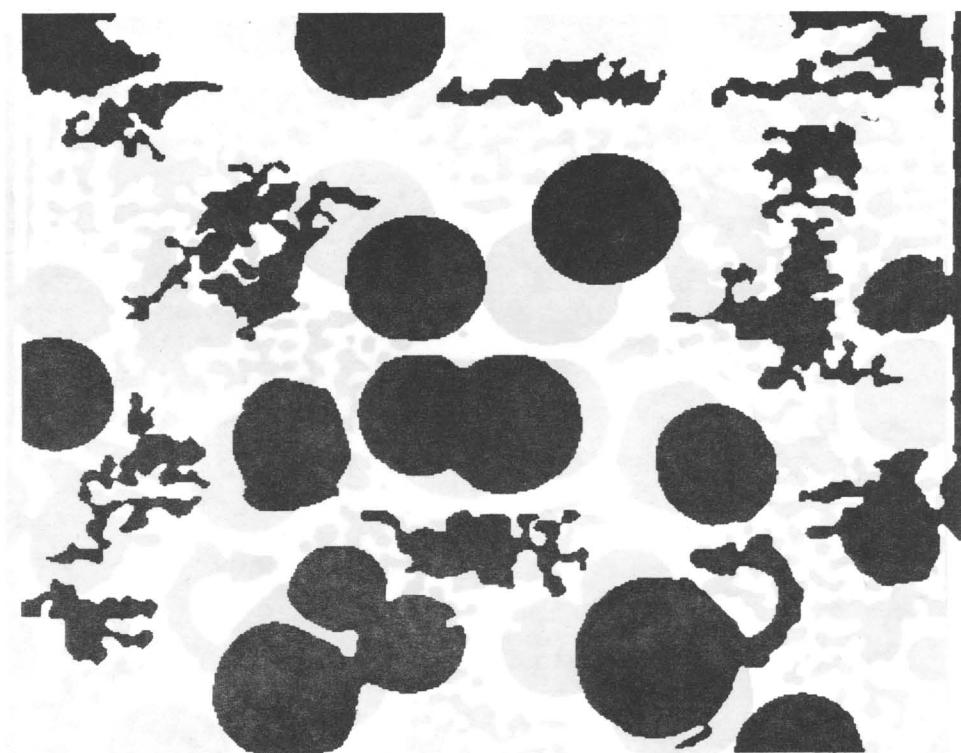


Fig. 2.15 Erasing small area

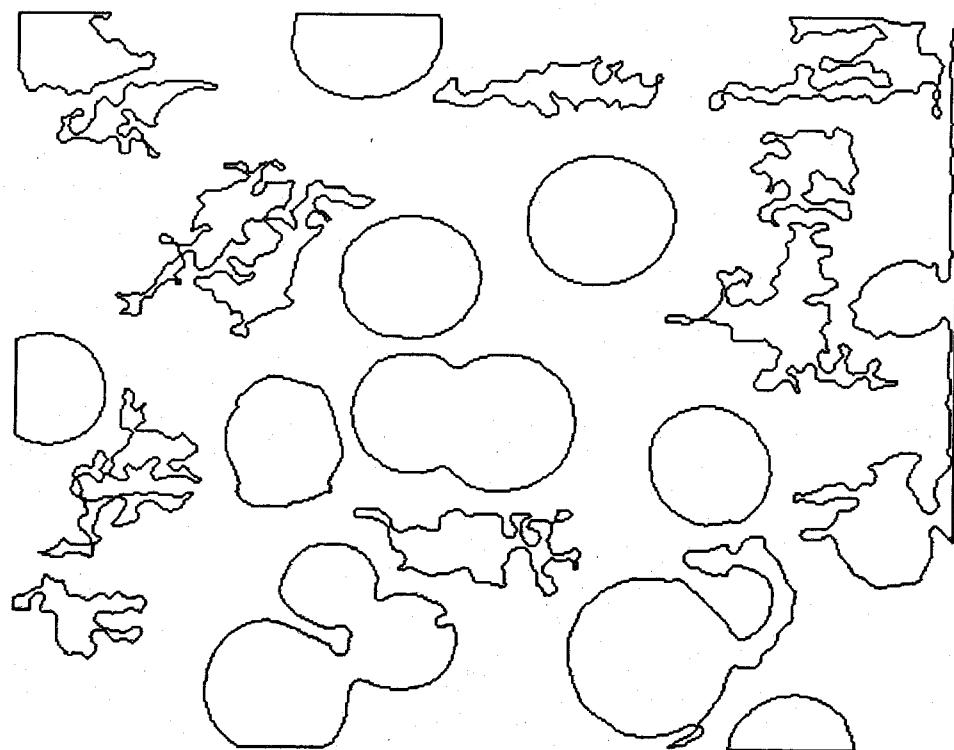


Fig. 2.16 Contour lines for candidate images

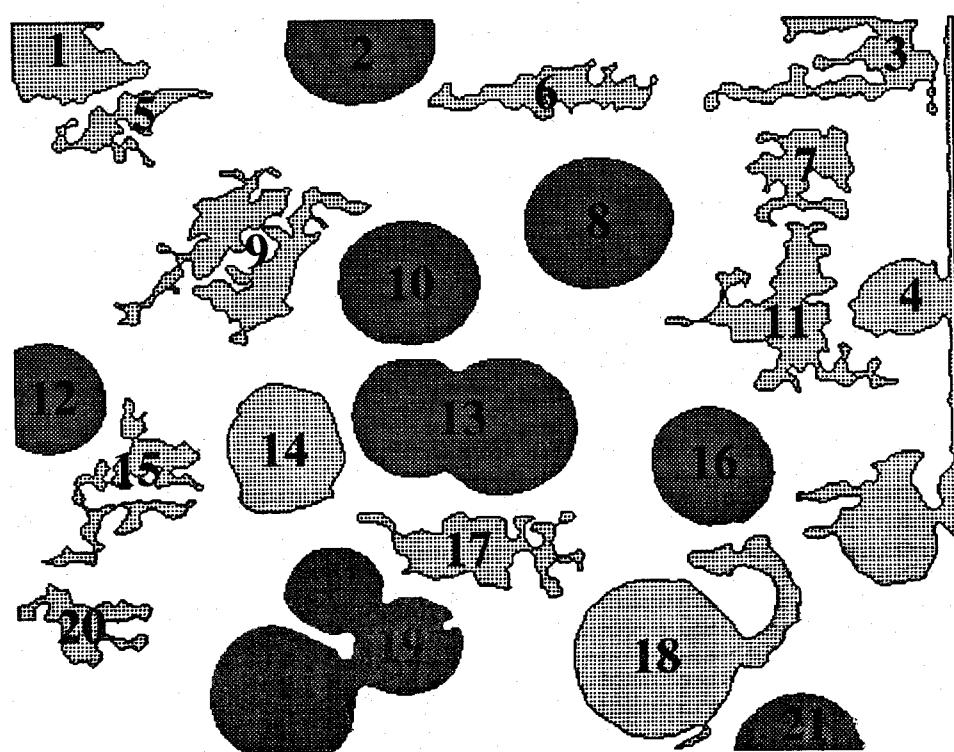


Fig. 2.17 Candidate areas in focus

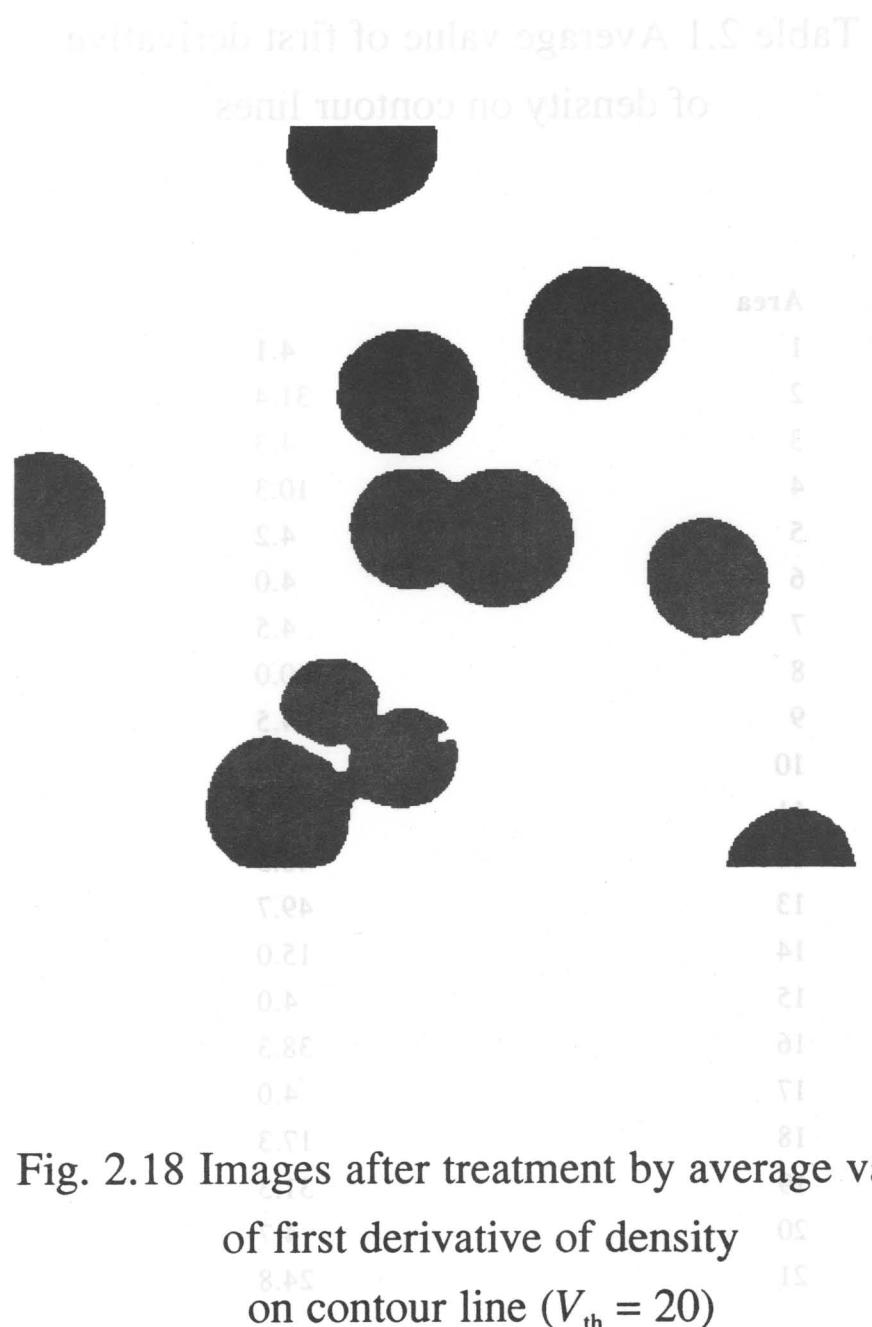


Fig. 2.18 Images after treatment by average value  
of first derivative of density  
on contour line ( $V_{th} = 20$ )

Table 2.1 Average value of first derivative  
of density on contour lines

Area	Average Value
1	4.1
2	31.4
3	4.3
4	10.3
5	4.2
6	4.0
7	4.5
8	40.0
9	4.5
10	40.4
11	4.5
12	46.3
13	49.7
14	15.0
15	4.0
16	38.3
17	4.0
18	17.3
19	31.3
20	4.7
21	24.8

Table 2.2 Average value of density in off-area

<b>Area</b>	<b>Average Value</b>
1	92.6
2	153.7
3	93.0
4	99.4
5	73.1
6	81.9
7	71.5
8	152.3
9	75.9
10	153.2
11	74.4
12	165.0
13	172.1
14	135.7
15	84.1
16	154.9
17	91.8
18	143.7
19	160.9
20	92.2
21	165.9

## 2.7 結言

粒子像解析の最初のステップとして、対象物像である粒子像を背景から正しく取り出すための手法について考察した。一般的に用いられてきた1次微分フィルターに替わって、ガウス関数のラプラシアンで表されるMarr-Hildreth フィルターを用いた。

従来用いられてきた1次微分フィルターを用いた輪郭線の検出は、まず周囲のノイズを軽減するために平滑化を行なう。その後残った周囲のノイズをなるべく検出せず、かつエッジが閉じるようにフィルターの重み係数を決定しなければならない。これは一般に困難である。続いて、求まつたエッジ幅から真の輪郭線を決定する必要がある。このように3段階の処理を行なって初めて輪郭線を決定することができる。これに対して2次微分フィルターと等価であるMarr-Hildreth フィルターを用いた輪郭線の検出では、粒子像に対して必ず閉じた輪郭線を得ることができる。また原画像における濃度変化が一定の部分を検出せず、1次微分値が最大値を示す位置の画素が輪郭線として得られる。さらにMarr-Hildreth フィルターのパラメータであるガウス関数の標準偏差 $\sigma$ を調整することで、任意の平滑化と輪郭線の検出とを同時に行える利点がある。Marr-Hildreth フィルター設計のためには、画像パラメータを用いてフィルターパラメータを決定できるようにする必要がある。フィルターパラメータの調整について調べ、次のような結果を得ることができた。

- (1) Marr-Hildrethフィルターによる対象物像の背景からのとり出しについて調べた結果、重なり合っていない2粒子像を別々の粒子像としてとり出すために必要な知見を得た。すなわち、限界オフ領域半径が、3つの粒子画像パラメータ、粒子間距離、粒子像エッジ幅、粒子半径と線形の関係にあることを見つけた。この関係はフィルター設計の指針として有用である。
- (2) Marr-Hildrethフィルターの効果的な使い方として、いったん対象物の候補領域を取り出した後、輪郭線上での原画像の濃度勾配の平均値を用いてピントの合っていない像を取り除く方法を提案した。
- (3) 本章で提案した方法によって粒子像のとり出しが精度よくできることを具体的な例により確かめた。

ここで得られた粒子像から、重なりあった対象物を別々の対象物として認識・判定する方法については次章以降で考察する。

## 第3章 重なり粒子像の認識

### (球で近似できる場合)

#### 3.1 はじめに

本章では、処理する対象を粒子像が球で近似できる場合に絞り、いろいろな重なりのなかから各粒子像が認識できる、簡便で新しい認識手法を開発する。

オンライン計測を目的とするとき、次のことが必要不可欠となる。まず計算速度が速いことが要求される。オンライン計測では短時間に多数の粒子を連續して計測できなくてはならない。要求される速度は処理対象に依存して決まるが、本研究の例では数10個の粒子像を数分以内に処理できることを目標とする。次に工業プロセスでは、考えられる粒子像の重なりパターンをすべて認識できることが必要である。さらに広い粒子径分布に対応できることも必要となる。これらはどのような粒子像の重なりパターン、粒子径分布と個数が得られるか分からぬ工業プロセスへの応用に対していずれも必要不可欠な条件である。

このような条件のもとで求まった2次元画像を用い、内接する円として粒子を近似することによって、重なりあった粒子像を別々のものとして認識し計測する手法を提案する。

## 3.2 輪郭線の特徴抽出

## 3.2.1 変曲点と角

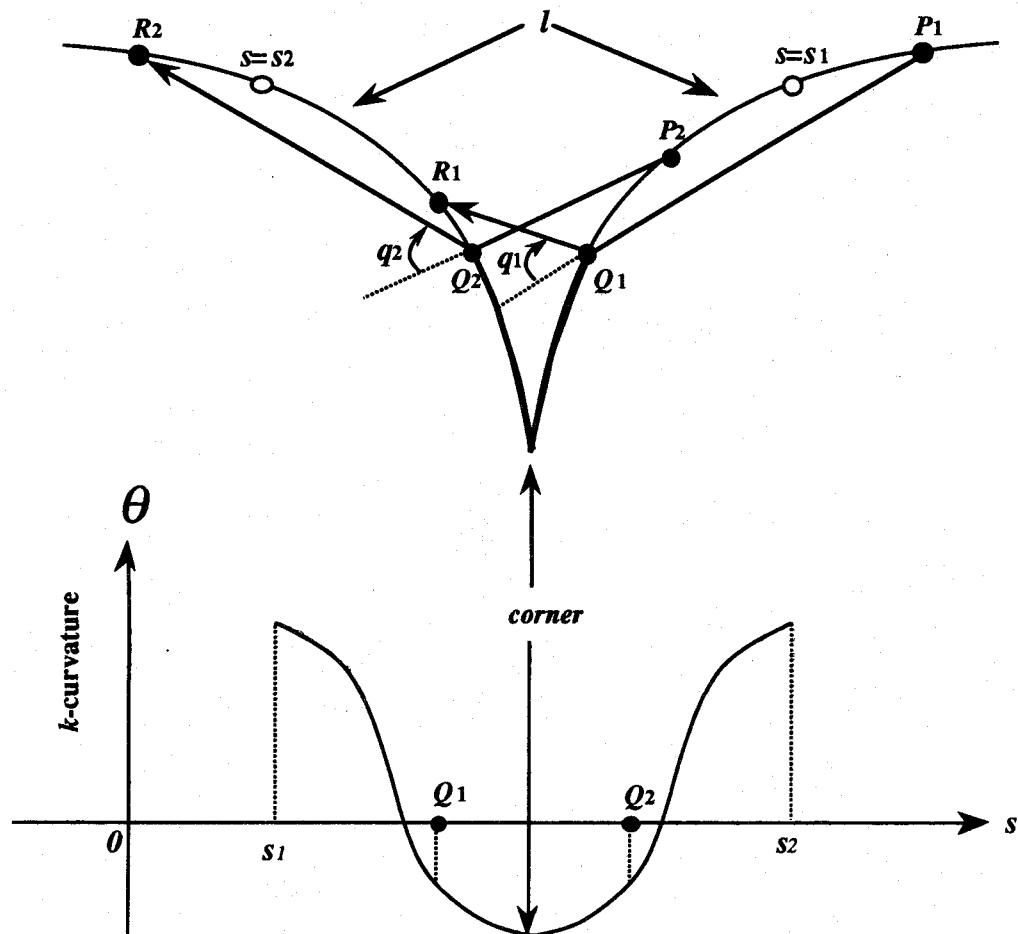
Fig. 3.1  $k$ -curvature and corner on contour line,  $l$ 

Fig. 3.1のような凸でない図形の輪郭線について考える。輪郭線  $l$  に沿ってパラメータ  $s$  が  $s_1$  から  $s_2$  まで変化するとき、Fig. 3.1 の下段に示したように  $k$ -曲率<sup>47)</sup> が負となる区間が存在する。このとき  $k$ -曲率の符号が変化

する点を  $k$ -曲率の変曲点と呼ぶ<sup>34)</sup>。また輪郭線上で  $k$ -曲率が極小になる点があり、この点（画素）を角と呼ぶ<sup>34)</sup>。これは2つの凸図形が重なったときの交点に対応する。それゆえ、角をはさむ2つの輪郭線は別々の凸図形の一部（弧）である。このことからも分かるように、重なり合った粒子像の認識において、輪郭線上の角は粒子の個数に関して重要な情報を与える。

本章では、輪郭線の  $k$ -曲率の符号変化 (+→-) により変曲点を検出し、変曲点の個数から角の数を同定する。 $k$  の値はデジタル化による輪郭線上の細かな凹凸に影響されないようにある程度大きく選ぶ必要があるが、大きくし過ぎると角が検出できなくなる。ここでは一番小さな粒子像半径の値以下で、かつできるだけ大きな値になるように選んだ。検出した変曲点の位置と角の個数は、重なりの分離・認識を行なう上で利用する。以後  $k$ -曲率を略して曲率と呼ぶ。

### 3.2.2 円の個数と角および円弧との関係

輪郭を表わす1つの閉曲線が、重なり合ったいくつかの真円の輪郭線から構成されている場合について考える。このとき輪郭線上を反時計まわりに回ったとき、曲率が負から正に変わる変曲点と、正から負に変わる変曲点に至る部分曲線は1つの円弧である。この円弧を極大円弧<sup>24)</sup>と呼ぶ。

いま3つの円が重なり合うFig. 3.2の例について考える。case1は角の個数が4、極大円弧の個数が4である。またcase2は角の個数が3、極大円弧の個数が3となる。case3は、外側の輪郭線がつくる図形内部にも輪郭線が存在する例である。このとき角の個数が6、極大円弧の個数が6となり、円の個数に対して最も大きい。しかしいずれのケースにおいても極

大円弧（角）の数は、輪郭線を構成する円の個数に等しいか、それよりも多くなる。

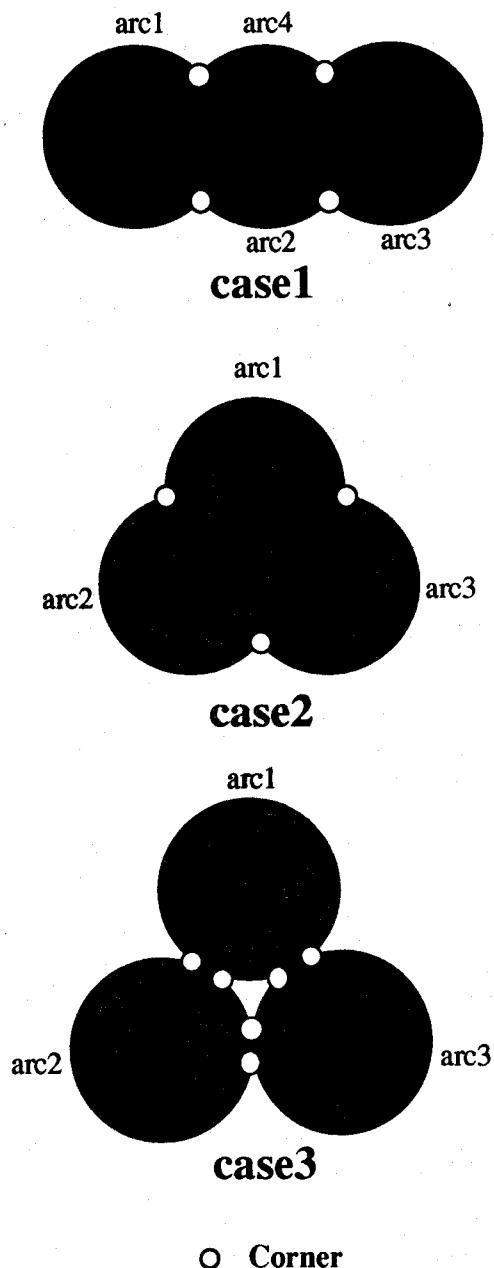


Fig. 3.2 Maximal arcs and corners for overlapped image of 3 circles

木瀬ら<sup>19)</sup>は  $m$  個の真円が重なっているとき、角の数を  $n$  とすると、次式が成立することを示した。

$$m \leq n \leq 2(m-1), \quad m \geq 2 \quad (3.1)$$

しかし、case3で示されたような例では Eq.(3.1) は成り立たない。

### 3.3 内接円による粒子像の認識

#### 3.3.1 極大円弧の内接円

各極大円弧について、それを部分曲線とする真円が1つ存在する。この真円は輪郭線がつくる図形の内部に含まれる。閉曲線の中に含まれるこの真円を求める手段として、各極大円弧に内接点をもつ最大の内接円を求める。

内接円を求めるには、まず最初に内接円の中心候補となる点を与え、閉曲線内部に半径が1画素の円を描く。次にこの円を逐次拡大して円が図形の内部からはみ出すまで拡大する。はみ出したときは円の中心を近傍の点に移動して包含関係を調べる。このように半径の拡大と中心の移動とを繰り返すと、最後にはどのように中心を移動させても円が図形からはみ出すようになる。このとき、はみ出す直前の円が内接円となる。

#### 3.3.2 初期中心候補点の与え方

最初に与える内接円の中心候補点は、閉曲線を構成する粒子像の個数だけ、対応する粒子像の中心付近に設定すればよい。しかし、これは粒

子像そのものがまだ求まっていないためできない。そこで粒子像の個数を漏れなく数えあげることのできる中心候補点として、極大円弧上の中間点を用いる。このように中心候補点を選んだとき、極大円弧の数と中心候補点の数は常に等しい。また、小さな粒子像が大きな粒子像に完全に隠されてしまった場合を除いて、粒子像が重なっているときは1つの粒子像に対して必ず1つ以上の円弧を生じる。従って中心候補点は常に粒子像の数より多くなる。最後に、求まったすべての内接円に対して適当な判定基準を設定し、同一円を統合して冗長さを取り除けばよい。

### 3.3.3 内接円の決定アルゴリズム

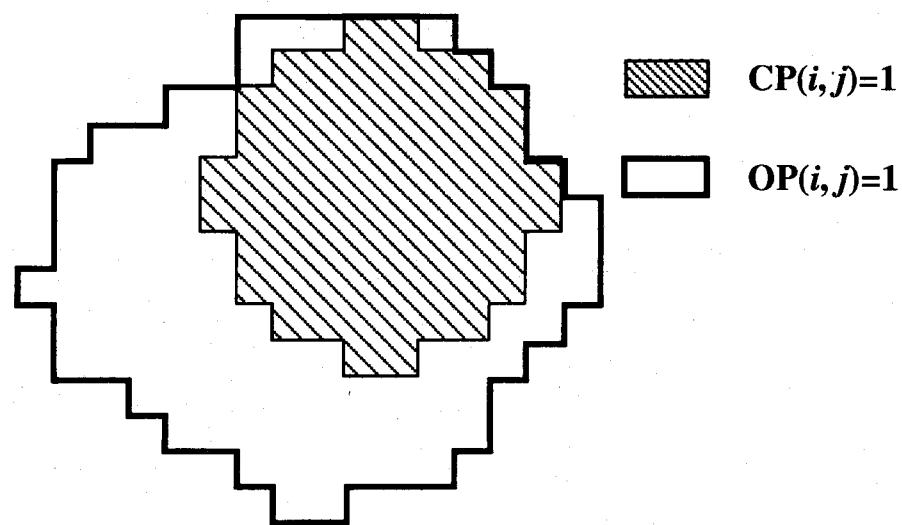
いま、輪郭線を表す閉曲線と、内接円の候補を表す2次元配列を、それぞれ $OP(i,j)$ ,  $CP(i,j)$ とする。閉曲線内部、候補内接円の内部は次式で表わされる。

$$OP(i,j)=1 \quad (3.3)$$

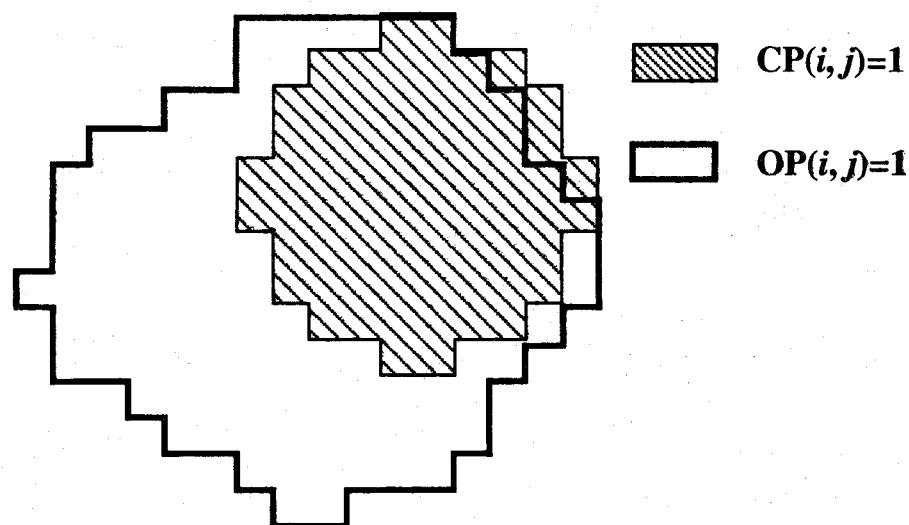
$$CP(i,j)=1 \quad (3.4)$$

このとき、 $CP(i,j)=1$ となる $(i,j)$ について、すべて $OP(i,j)=1$ となるか否かを調べることによって、円が閉曲線に含まれているか否かを判定できる。

Fig. 3.3-(a)は、円が閉曲線の内部に存在すると判定された例であり、Fig. 3.3-(b)は、円が閉曲線で囲まれた領域の外にはみだしたと判定された例である。



(a) Circle is included in object image



(b) Circle is not included in object image

Fig. 3.3 Inclusion of circle in object image

内接円の候補である円が閉曲線からはみ出したとき、円の中心を移動させる。Fig. 3.4に中心の移動順序を示した。

	<b>22</b>	<b>15</b>	<b>10</b>	<b>14</b>	<b>21</b>		
	<b>16</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>5</b>	<b>13</b>		
	<b>11</b>	<b>3</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>9</b>		
	<b>17</b>	<b>7</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>20</b>		
	<b>23</b>	<b>18</b>	<b>12</b>	<b>19</b>	<b>24</b>		

Fig. 3.4 Search of center of inscribed circle

図から分かるように、中心からの8角形距離<sup>52)</sup>が小さい順番に番号が付けられている。番号1の点へまず中心を移動したとき、候補円が閉曲線からはみ出しているなければ、半径を1だけ拡大する。はみ出しているれば、中心を番号2の点へ移動し、はみ出しているかどうかを調べる。このように中心を優先順位に従って移動し、円が閉曲線からはみ出さない新たな中心を探索し、成功したとき中心を移動させる。新たな中心に移動した後は、再び半径を1づつ拡大する。

このように中心の移動と半径の拡大を繰り返すと、最後には中心をどのように移動しても、求めた円が閉曲線からはみ出す。このときの半径

より1画素小さい半径の円が、求める内接円となる。

ここで述べた手法を内接円充填法<sup>22,24)</sup>と名づけ、Fig. 3.5に処理アルゴリズムを示した。

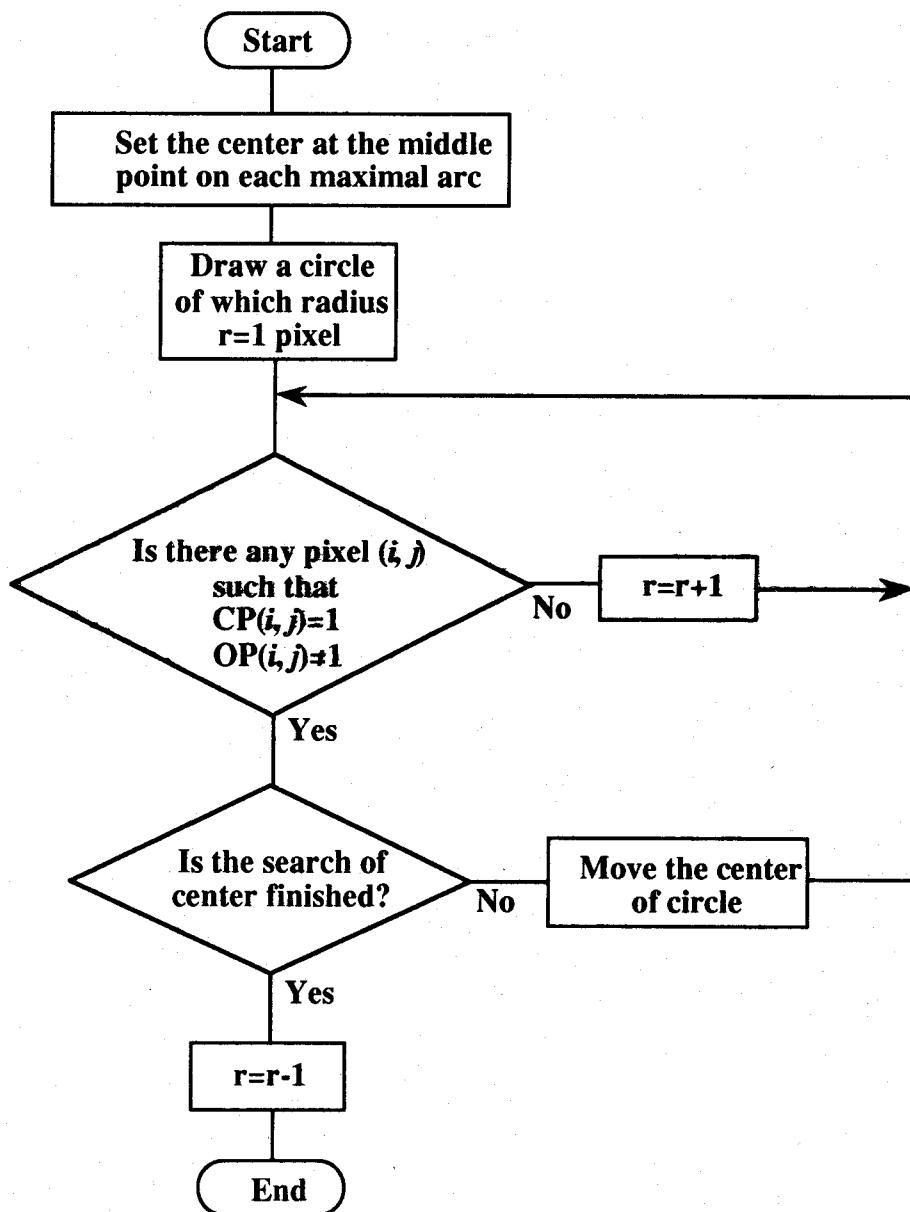


Fig. 3.5 Recognition of particle's image  
by inscribed circle method

## 3.3.4 同一内接円の統合

初期中心候補を3.3.2のように選んだとき、Fig. 3.6に示す輪郭線に対して、中心候補点は4点(A,B,C,D)が選ばれる。点B,Dは同一の円、Circle2に対する中心候補点であるので、点Bから円の拡大を始めて求まる内接円と、点Dから始めて求まる内接円とが一致しなければならない。しかし、画像のデジタル化によって、求まった2つの内接円は半径は等しいが、中心が一致しない場合が生じる。このような不都合を除くため、中心座標のずれがあらかじめ決めた小さな値以下の場合は、2つの内接円同士は同一円とみなすこととした。

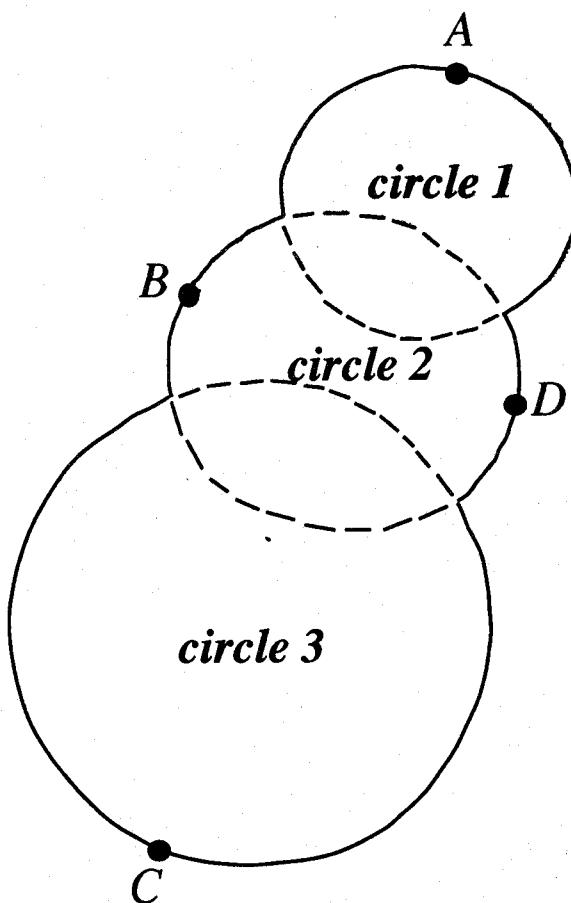


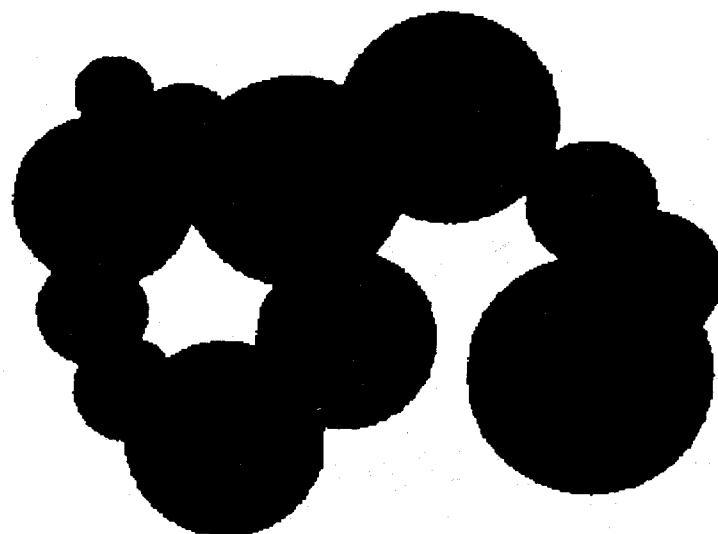
Fig. 3.6 Judgment of identical circle

### 3.4 内接円充填法の適用例

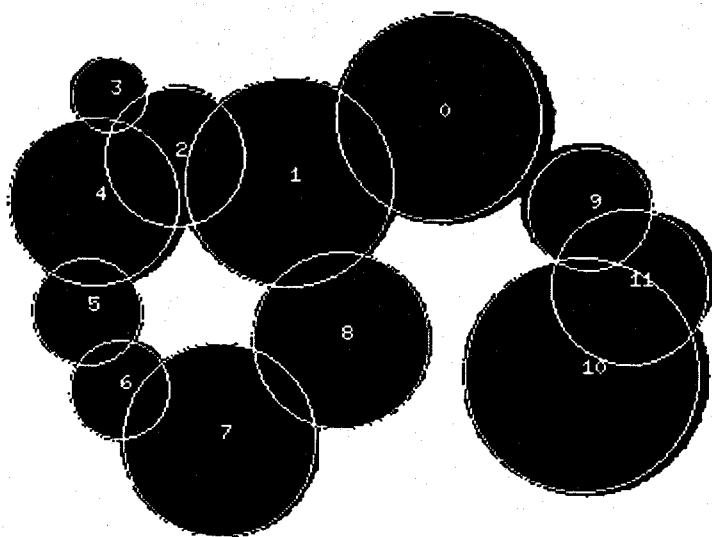
Fig. 3.7-(a)に示した粒子の重なり画像 (Example1) に対して、内接円充填法を適用して各粒子を認識した結果をFig. 3.7-(b)に示す。この例では、一番小さな粒子像 (No.3) 半径が18pixelsであるので、曲率の計算で用いる $k$ の値を15pixelsに設定した。また各内接円の中心画素のずれが5 pixels以内のものを同一円であると判定した。計算の結果、Fig. 3.7-(b)に示した11個の内接円（粒子像）が得られた。このとき、外側の輪郭線がつくる図形内部に存在する輪郭線を構成する極大円弧に対して設定した中心候補点からも内接円が求まるが、同一円の統合によって、外側の輪郭線を構成する最大円弧から先に得た内接円にすべて一致した。

次にFig. 3.8-(a)に示した粒子の重なり画像 (Example2) に対して内接円充填法を適用した結果をFig. 3.8-(b)に示す。この例でも一番小さな粒子像 (No.9) 半径が18pixelsであるので、 $k$ を15 pixelsに設定し、中心画素のずれが5 pixels以内のものを同一円であると判定した。Fig. 3.8-(a)には12個の円が含まれるが、Fig. 3.8-(b)では存在しないはずの内接円No.12が検出されている。内接円No.0-No.11は、粒子の重なり画像を表す外側の輪郭線を構成する各極大円弧上の中間点に、中心候補点を設定して得られた内接円である。一方、図形内部の輪郭線をつくる各極大円弧上を中心候補点から、1つの内接円No.12が求まっている。これは、内接円No.2と内接円No.3の間に中心候補点が設定されたため、No.12の円が誤検出された。画像がデジタル化されているため、わずか1 pixelの凹凸によってこのような現象が起こり得る。Fig. 3.9に誤検出されたNo.12の円について、角の付近の拡大図を載せた。

Fig. 3.10は、2章で報告した原画像からピントの合った画像を取り出し、2値化したものの一部分である。Fig. 3.10に示す粒子の重なり画像を内接円充填法によって認識した結果をFig. 3.11に示す。この例では粒子像は必ずしも真円ではない。 $k=15$  pixelsに設定し、求まったすべての内接円のなかから中心座標のずれが5 pixels以内の粒子像を同一粒子と見なした。その際、画像の境界にかかる粒子像は処理対象から除いた。求まった粒子像の内、内接円No.3とNo.5は中心座標の位置が $x$ 方向に8画素、 $y$ 方向に4画素離れていたため、本来一つと考えられる粒子が2つの球粒子として求まった例である。そこで中心座標のずれを10画素まで許容すると、Fig. 3.12のように正しく認識された。この例でも分かるように、求めたい粒子像が真円からはずれていると内接円が複数個求まることがある。従って粒子像が円にどの程度近似できるかをよく見極めて、許容する中心座標のずれを決定しなければならない。

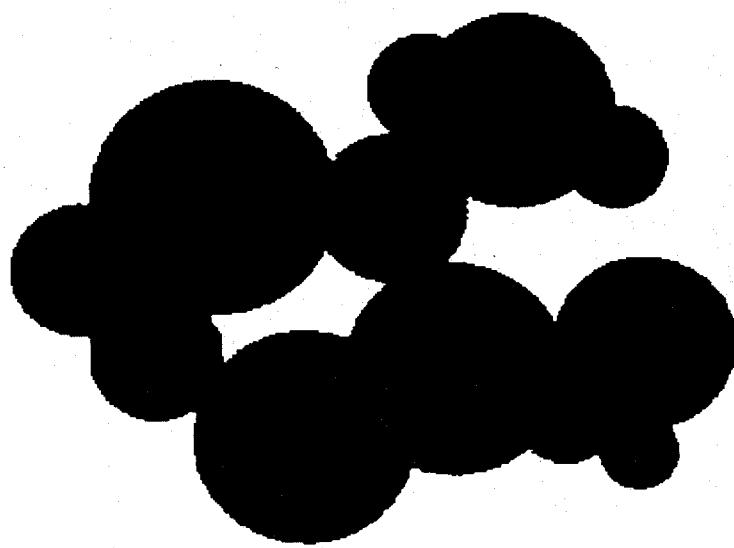


(a) Binary picture of the overlapped image

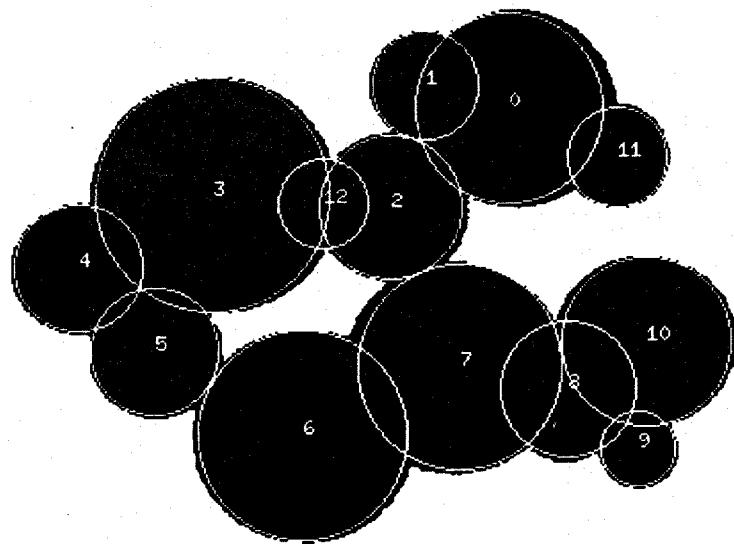


(b) Recognition of circles

Fig. 3.7 Recognition of overlapped circles  
(Example 1)



(a) Binary picture of the overlapped image



(b) Recognition of circles

Fig. 3.8 Recognition of overlapped circle  
(Example 2)

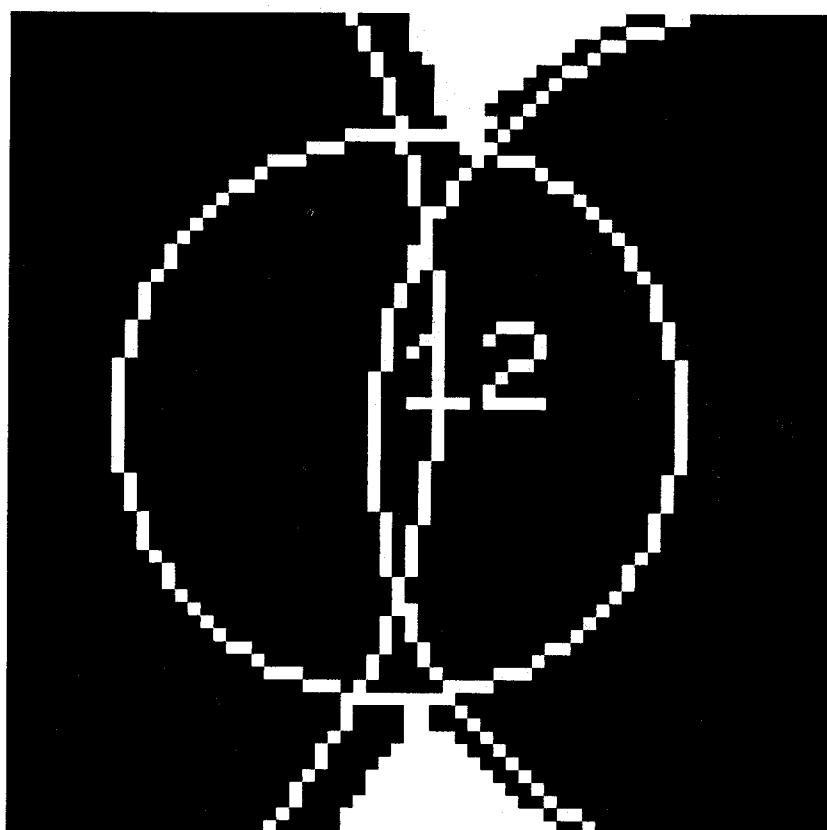


Fig. 3.9 Magnified image around corner

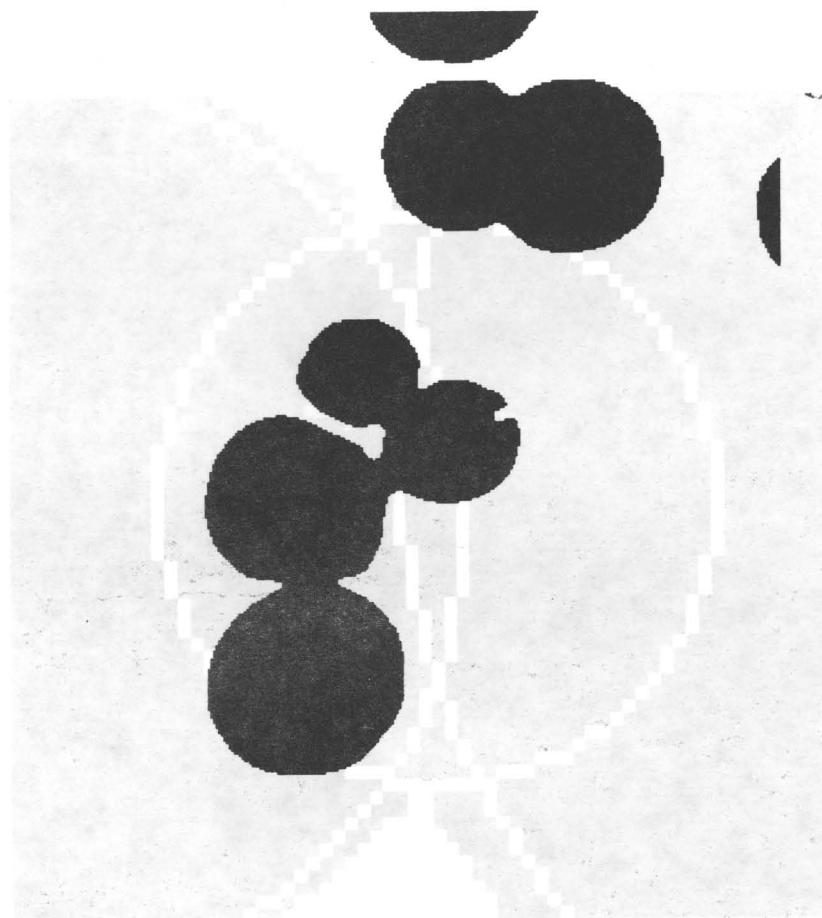


Fig. 3.10 Binary picture of actual particle image

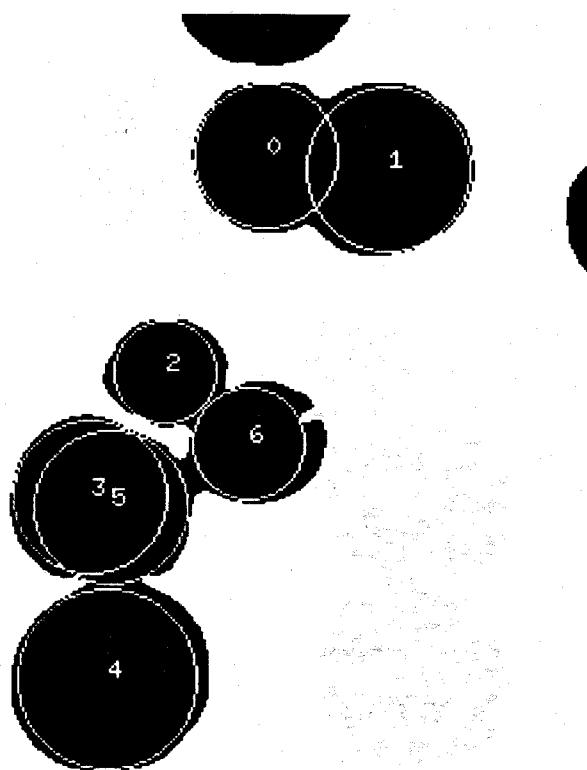


Fig. 3.11 Double recognition of one particle

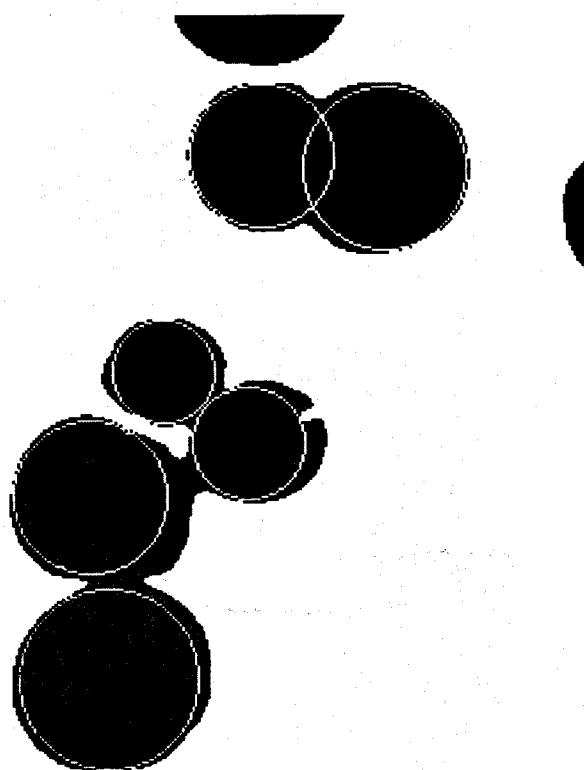


Fig. 3.12 Unification of two inscribed circle

いずれの例においても、球形からずれている粒子画像から求まった内接円は、実際の大きさより小さく計測される。また輪郭線上にへこみがあると内接円は小さくなり、各粒子の輪郭線もやはり小さく求まる。このように粒子像の球形からの偏りや表面荒さは、粒子像と内接円の間に隙間を生じる。どの程度までのくい違いが許されるのかは、適用される対象に依存して決まる。

以上考察してきたように、求める粒子像が球形で近似できる場合は充分実用になると考えられる。本手法の特徴は、アルゴリズムが簡単で、第1章で考察した反復計算によってパラメータを更新する手法のように、最適化計算を含まないため処理速度が早いことである。一般にオンライン測定では、多数の粒子を短時間に処理しなければならない場合が多い。オンライン測定に適用する場合には、処理対象の個数が増えれば増えるほど、その処理速度が重要な因子となる。本章の例では、処理時間は粒子像の個数のみではなく、内接円の検出時間に直接関係する粒子像の重なりの程度にも依存する。 $k$ の値を固定して粒子像の個数を増加させた場合、処理時間は粒子像の個数にほぼ比例した。Fig. 3.7やFig. 3.8の例の場合、内接円の検出、同一円の統合、画面上の描画に要する全時間は、DECstation3100を用いて約3秒であり、Fig. 3.11の例では、約1秒であった。

### 3.5 結言

重なり合った粒子像を別々の粒子として認識する新しい手法として内接円充填法を開発した。そのとき、オンライン測定を目的としてアルゴリズムに最適化計算を含まないこととした。角を検出するための $k$ -曲率の $k$ 値を、一番小さな粒子像半径以内でなるべく大きな値になるように選ぶことによって内接円が正しく認識できる。

開発した内接円充填法をサンプル画像に対して適用した結果、次のような結論を得た。

(1) 内接円充填法は、認識すべき粒子が球でない場合、実際の大きさより小さく認識される。しかし、粒子が球に近く多数の粒子が密集しているような場合や、粒子の個数のみを求めればよい場合などは、アルゴリズムに最適化計算を含まないため、処理速度の点で有利である。

(2) 粒子の形状が球に近い場合、いろいろな重なりパターンと粒子径分布をもった粒子像を、極大円弧に内接する最大の円として認識ができるなどをサンプル画像を用いて確認した。

## 第4章 弧の復元による重なり粒子像の認識 (球で近似できない場合)

### 4.1 はじめに

粒子画像の計測において、画像の中から対象とする粒子像を認識・理解するためには、まず粒子の輪郭を求め、粒子像を背景からとり出す必要がある。さらに粒子がとり出された後、重なりあった粒子像を別々のものとして認識・判定する必要がある。粒子の形状が球に近い場合には内接円を使って認識することができるが、この方法では楕円などのように、凸図形であっても球形から大きくずれたときの計測に問題がある<sup>24)</sup>。

本章では、粒子の形状が凸の場合の重なり粒子の認識方法を検討する。まず対象物を表わす輪郭線を求めた後、弧に分割し、各弧が帰属する凸な粒子像を見つける。このため弧上の画素の中から適当な数の画素を選び出し、それらの画素を滑らかに補間することによって対象物像を認識する。

### 4.2 凸図形の部分曲線からの復元

$x-y$  平面上の1つの閉曲線は一価関数とならないことからパラメータ(流動変数)  $t$  を用いて次のように表す。

$$\left. \begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \end{array} \right\} \quad (4.1)$$

この閉曲線上の  $n$  個の点が与えられたとき、これらの点を通って滑らかな曲線を引く問題を考える。

いま  $t_i (i=0, \dots, n-1)$  を増加する実数列とする。このとき  $\{x(t_i), y(t_i)\}$  を節点 (knot) とする  $q$  ( $\geq 1$ ) 次のスプライン関数  $s(t)$  は次の条件を満たす<sup>45)</sup>。

(1) 各小区間  $(t_i, t_{i+1})$  で  $s(t)$  は  $q$  次以下の多項式である。

ただし  $i=0, \dots, n-1$  で、 $t_n$  は閉曲線を1周したときの  $t$  の値である。

(2)  $s(t)$  とその  $q$  階微分は  $(t_0, t_n)$  で連続である。

ただし、 $q=1, 2, \dots, p-1$  である。

Fig. 4.1 に示すように  $n$  個の点が点列  $P_i(x_i, y_i) (i=0, 1, \dots, n-1)$  で与えられたとする。このとき補間曲線に依存する  $t$  に代わって、パラメータ  $\tau_j (j=0, \dots, n)$  を導入し、 $x$  と  $y$  を  $\tau$  の一価関数として表す。

$$\tau_{i+1} = \tau_i + \overline{P_i P}_{i+1} \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \quad (4.2)$$

$$\text{ただし } \tau_0 = 0, \quad P_n = P_0 \quad (4.3)$$

ここで  $\tau_n$  は隣接点を順番に直線で結んだときの一一周の長さに相当する。

また  $\overline{P_i P}_{i+1}$  は2点  $P_i(x_i, y_i)$ ,  $P_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1})$  のユークリッド距離を表す。

$$\overline{P_i P}_{i+1} = \sqrt{(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2} \quad (4.4)$$

新しいデータの組  $(\tau_i, x_i)$ ,  $(\tau_i, y_i)$ ,  $(i=0, 1, \dots, n-1)$  はそれぞれ  $\sigma$  に関して一

価関数となる。したがってどのような補間曲線上においても、2点  $P_i(x_i, y_i)$ ,  $P_{i+1}(x_{i+1}, y_{i+1})$  間の任意の点  $P(x, y)$  の2成分  $x, y$  はパラメータ  $\tau$  の一価関数として次のように表すことができる。

$$\left. \begin{array}{l} x = x(\tau) \\ y = y(\tau) \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

ただし

$$\tau_i \leq \tau \leq \tau_{i+1} \quad (4.6)$$

本章では、与えられた  $n$  個の点列を節点とするスプライン関数で補間する。また、節点はディジタル画像の輪郭線を表す8-連結で表された線図形上で、節点間の画素数が等しくなるように選ぶこととした<sup>15)</sup>。この節点間の間隔を  $k_{\text{not}}$  で表す。

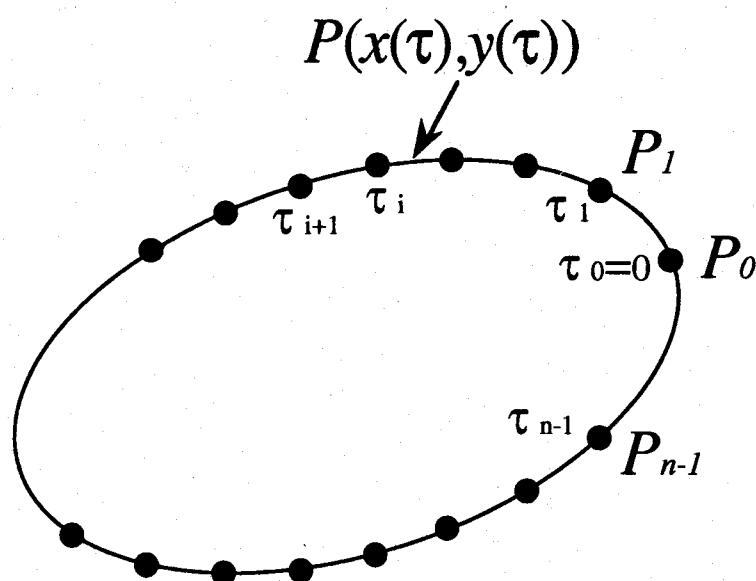


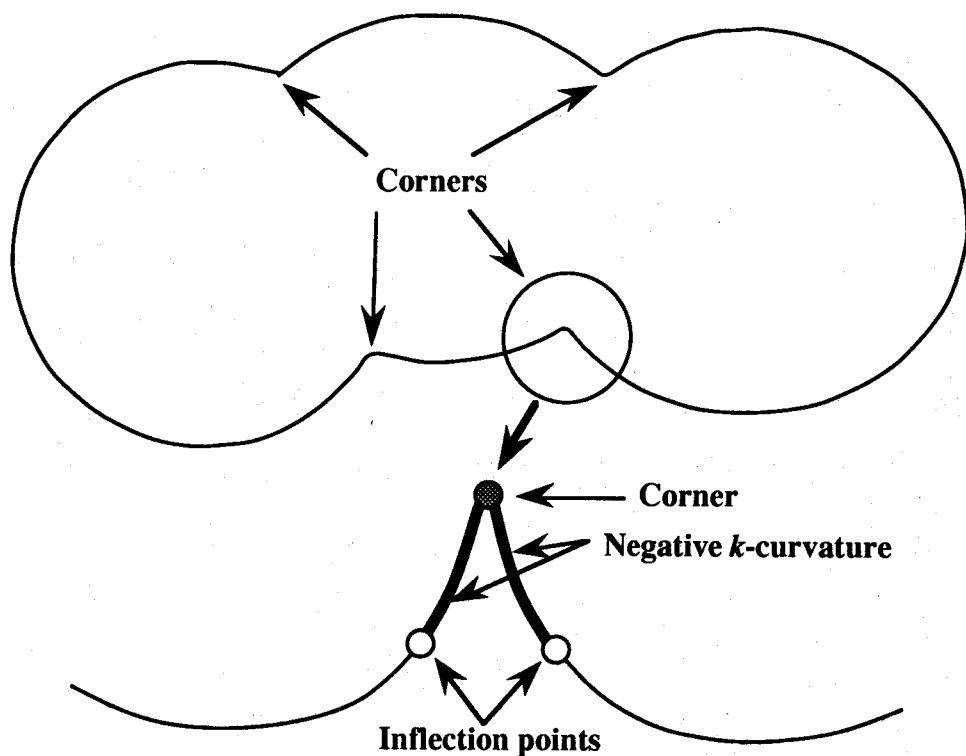
Fig. 4.1 Interpolation of set of points

### 4.3 2つの弧の補間と重なり判定

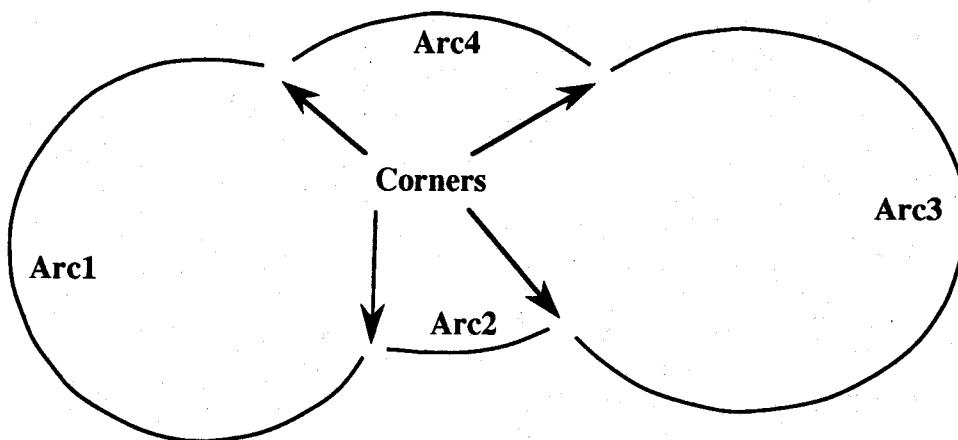
#### 4.3.1 $k$ -曲率の符号変化による輪郭線の分割

角<sup>34)</sup>は $k$ -曲率が極小になる点として求められるが、デジタル化による誤差によって、必ずしも1点でのみ求まるとは限らない。複数個の角が求まったとき、どの角が交点かを決める必要があり、判定を必要とする。この処理を避けるため、次のように極大の円弧を求めた。

重なった粒子像の輪郭線がFig. 4.2-(a)のように得られたとする。この輪郭線（閉曲線）から、 $k$ -曲率の符号が変化する点、すなわち変曲点<sup>34)</sup>（ $k$ -曲率が正から負に変化する点）から次の変曲点（ $k$ -曲率が負から正に変化する点）へと至る部分（Fig. 4.2-(a)の太線部分）を除くと4つの弧（Arc1-Arc4）が得られる。このとき各弧を極大円弧と呼ぶ<sup>24)</sup>。Arc2とArc4とは同一粒子の輪郭であること、Arc1とArc3は異なる粒子の輪郭の一部分であることが判断できるためには、選んだ2つの弧が同一粒子の輪郭であるか否かを判定する必要がある。このため、選んだ2つの弧を補間にによって滑らかに接続して閉曲線を作り、この図形の凸性を調べることによって同一粒子であるか否かの判定を行う。



(a) Closed contour line



(b) Four arcs divided by inflection points

Fig. 4.2 Separation of contour line into arcs

### 4.3.2 粒子像の復元

与えられた一部分を人間が見て、隠れた部分を補って全体の形を想像するとき、ある評価関数を最小にする復元を行なっていると考えられている。このときの評価関数として、一般的に補間曲線の曲率の二乗積分が提案されている<sup>16)</sup>。また2次元平面に投影された曲線像から元の空間曲面の復元をするための評価関数として、曲率変化の二乗積分が提案されている<sup>3)</sup>。ここでは補助点を用いて、曲率の二乗積分が最小になるよう2つの弧の復元を行なう。デジタル画像を扱うため、 $k$ -曲率<sup>47)</sup>、 $k(t)$ を用いると評価関数は次式で表される。

$$E = \oint \{k(t)\}^2 dt \quad (4.7)$$

復元された閉曲線に沿っての積分で表されるこの評価関数はエネルギー関数とも呼ばれる。

### 4.3.3 補助点を使ったスプライン補間

粒子像の輪郭が凸図形の半分または半分以下しか求まっていない場合、2つの弧上の点列をスプライン補間すると、求まった図形が本来の図形とはかなり異なったものになることがある。このようなことをなるべく防ぐため2つの弧の中間に2つの架空の補助点 $\{X_1\}$ ,  $\{X_2\}$ を節点として付け加え、評価関数 Eq.(4.7)の値が小さくなる方向に補助点を移動させる。このとき、2つの補助点 $\{X_1\}$ ,  $\{X_2\}$ を元の節点集合に加えた点列をスプライン補間して補間曲線を生成する。またデータ点列は2つの極大円弧上になるべく多く取り、補間する。

具体的な補助点の与え方を次に示す。Fig. 4.3-(a)に示すように2つの

弧 (Arc1とArc2) 上に節点  $P_0, \dots, P_{m-1}$  と  $P_m, \dots, P_{n-1}$  を選んだとする。スプライン曲線が

$$\left. \begin{array}{l} x = x(\tau) \\ y = y(\tau) \end{array} \right\} \quad (4.8)$$

と得られたとする。このとき補助点  $\{X_1\}, \{X_2\}$  の初期位置をそれぞれ次のように決める。

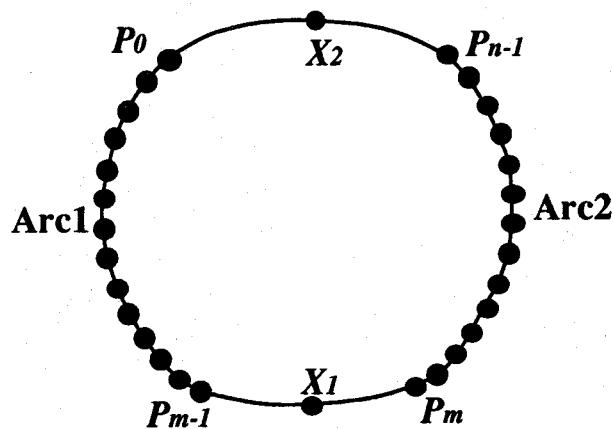
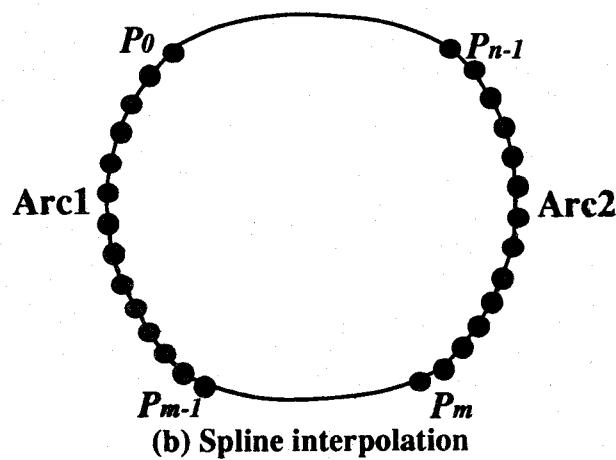
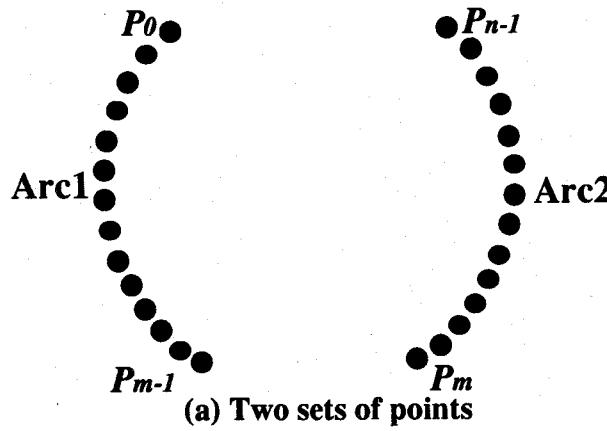
$$X_1 = \left. \begin{array}{l} x\left(\tau_{m-1} + \frac{\tau_m - \tau_{m-1}}{2}\right) \\ y\left(\tau_{m-1} + \frac{\tau_m - \tau_{m-1}}{2}\right) \end{array} \right\} \quad (4.9)$$

$$X_2 = \left. \begin{array}{l} x\left(\tau_{n-1} + \frac{\tau_n - \tau_{n-1}}{2}\right) \\ y\left(\tau_{n-1} + \frac{\tau_n - \tau_{n-1}}{2}\right) \end{array} \right\} \quad (4.10)$$

次に点  $X_1$  の 8 近傍の点すべてについて、それらの各点をデータ点列に加えた場合の補間曲線と評価関数値を計算し比較する。そして最も評価関数値が小さい近傍点へ補助点  $X_1$  を移動する。この操作を評価関数値が減少しなくなるまで繰り返す。同様に  $X_2$  に対しても同じ操作を実行する。このとき  $X_1$  は固定する。

評価関数値が最小になる補間曲線（閉曲線）を粒子像の復元された形状とする。一般に、閉曲線に沿っての曲率の二乗の積分値が最小になる関数は 3 次のスプライン関数となる<sup>15)</sup>。本章では、より良い形状の復元のため、評価関数が極小になる補助点を探索した。この方法を評価関数

にちなんで曲率最小復元と呼ぶ<sup>27)</sup>ことにする。

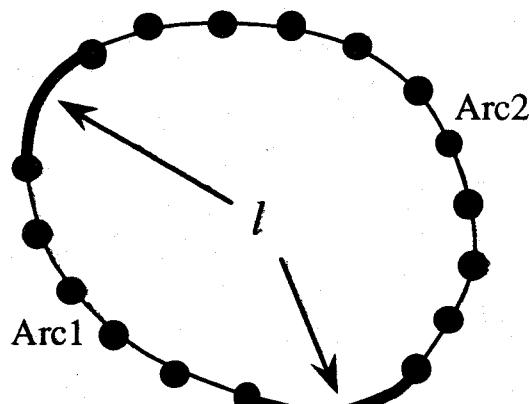


(c) Auxiliary points,  $X_1$  and  $X_2$  for energy minimization

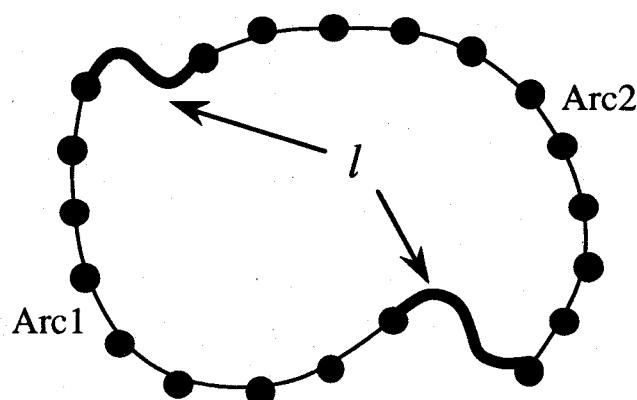
Fig. 4.3 Auxiliary points for energy minimization

#### 4.3.4 凸性を用いた重なりの判定

粒子像の輪郭線が凸図形のとき、同一粒子像の輪郭線上の 2つの弧を補間する曲線上の曲率符号は変化しない。一方、異なる粒子像の輪郭線の一部である 2つの弧を補間したとき、曲線上の曲率符号が変化する。この性質を用いると、補間曲線上の曲率符号の変化を調べることによって、2つの弧が同一粒子像の輪郭であるか否かが判定できる。同一の粒子像を構成する 2つの弧と判定される場合を Fig. 4.4-(a) に、異なる粒子像を構成する 2つの弧と判定される場合を Fig. 4.4-(b) に示した。



(a) A convex particle



(b) Two convex particles

Fig. 4.4 Judgment of same particle by convexity

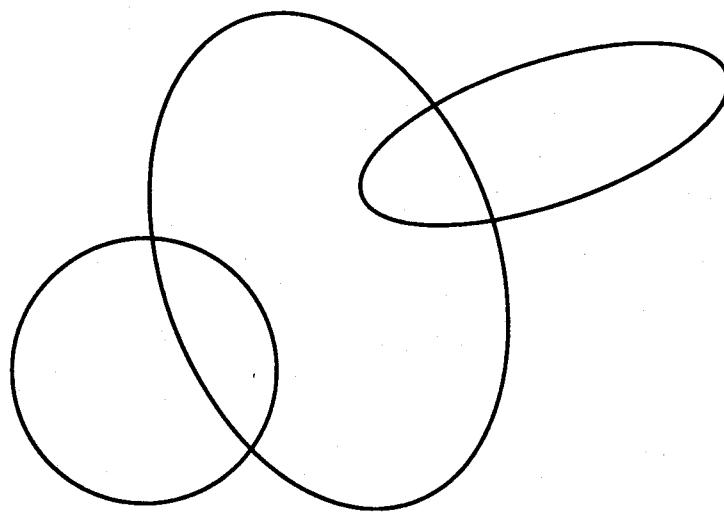
1つの凸粒子像の一部分であると判定された弧は、節点の中で最も間隔の大きな節点間に Eq.(4.9) を使って補助点を決め、その点を付け加えた点列をスプライン補間して補間曲線（閉曲線）を求める。

### 4.4 曲率最小補間による重なり判定

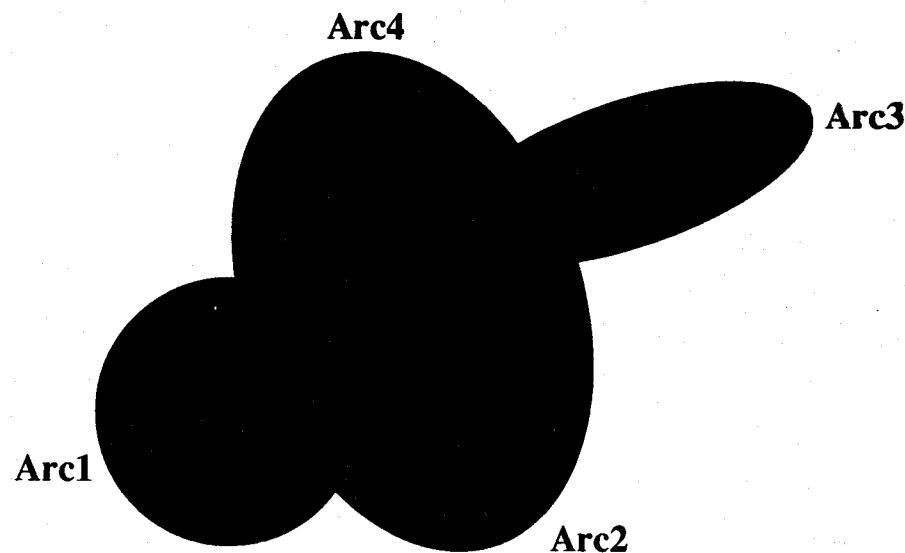
#### 4.4.1 節点間隔の影響

凸図形の重なりの例として、Fig. 4.5-(a)に示す円と橢円が重なり合った場合について考える。この重なり画像の二値画像を Fig. 4.5-(b) に示した。輪郭線上の  $k$ -曲率が負の値をとる部分を取り除くことによって、輪郭線を 4つの弧 (Arc1, Arc2, Arc3, Arc4) に分割する。次に任意の 2つの弧を選び、それらが同一粒子像の輪郭線の一部か否かを判定する。

節点間隔を 15pixels に選び、Arc1 と Arc2, Arc1 と Arc3, Arc1 と Arc4, Arc2 と Arc3, Arc2 と Arc4, Arc3 と Arc4 の順に補間曲線を求めた。その結果 Arc2 と Arc4 の補間曲線は曲率符号の変化がないため、同一の凸図形の部分曲線と判定された。また、Arc1 と Arc4 はそれぞれ独立した 1つの凸図形の部分曲線と判定された。すべての組み合わせに対する各補間の結果を Fig. 4.6 に示した。節点以外の図中の黒点は補助点の移動を表わしている。節点間隔が 15pixels のときの最終的な曲率最小復元結果を Fig. 4.7 に示した。



(a) Overlapped image of three plane objects



(b) Binary picture of convex image

Fig. 4.5 Overlapped image of nonspherical particles

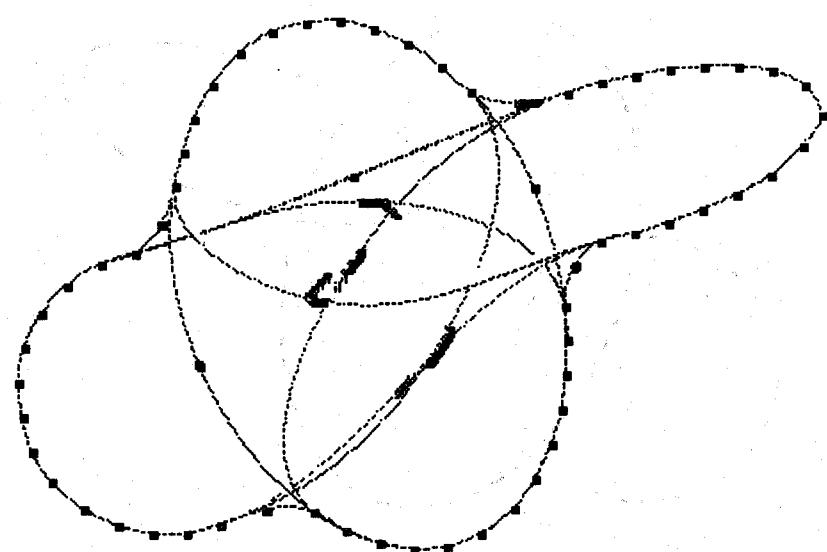


Fig. 4.6 Interpolation of two arcs by minimum curvature method ( $k=21$ , knot=15)

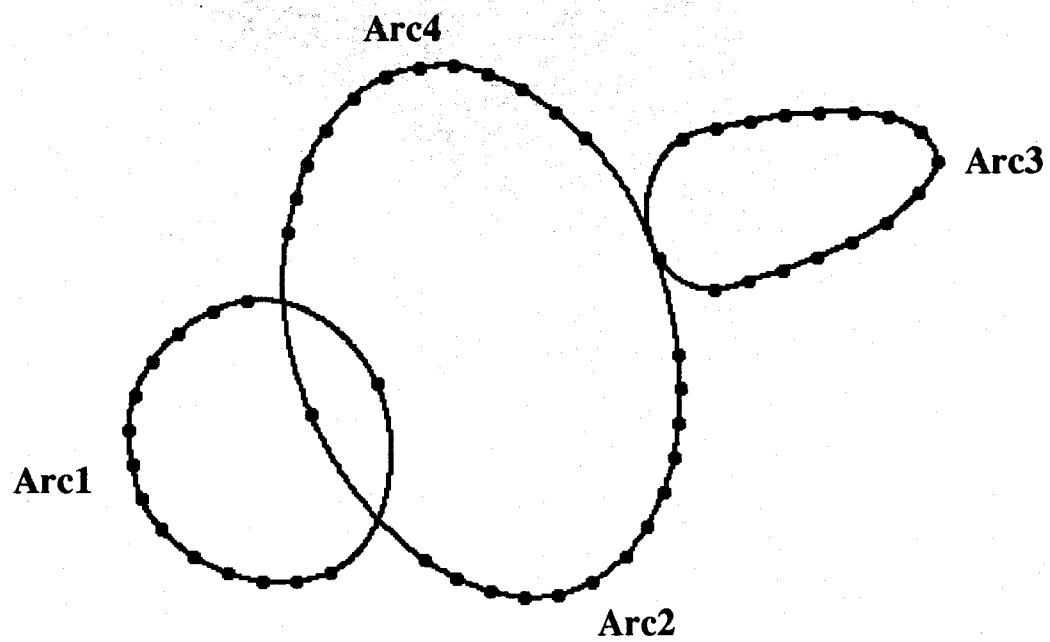
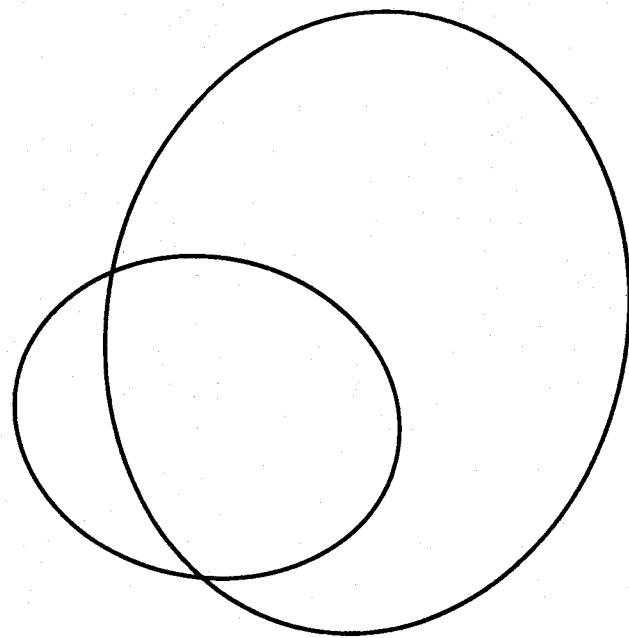
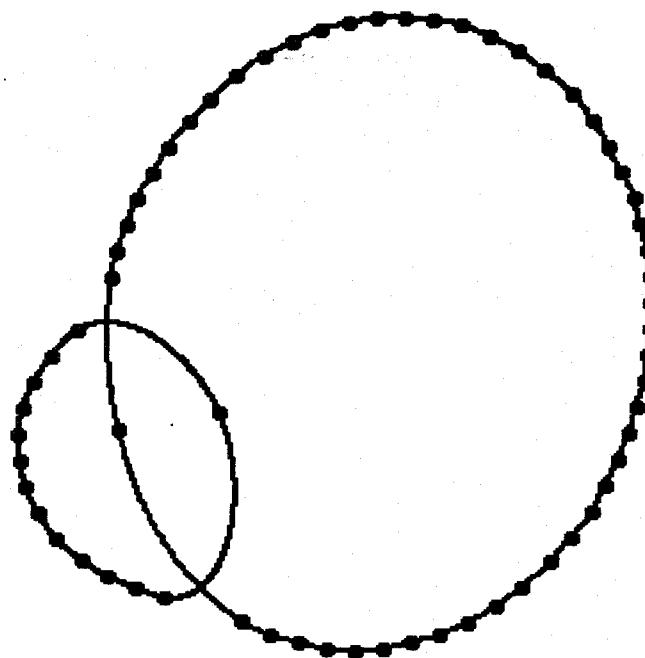


Fig. 4.7 Recognition of particles by minimum curvature method ( $k=21$ , knot=15)

また、楕円が大きく重なった例について、曲率最小復元を行なった対象図形をFig. 4.8-(a)に、結果をFig. 4.8-(b)に示した。この場合、 $k$ -曲率の  $k$  値を 15pixels に選び、節点間隔を 10pixels とした。重なりが大きく、粒子像の輪郭線が半分以上隠されてしまった場合は、元の粒子像に近く復元することが難しくなる。元の粒子像に近い形状に復元できるためには、少なくとも全輪郭線の半分程度以上の輪郭線が見えている必要がある。



(a) Overlapped image of two plane objects



(b) Interpolation of two arcs by minimum curvature method ( $k=15$ , knot=10)

Fig. 4.8 Insufficient recognition of overlapped particles image

#### 4.4.2 補間曲線エネルギー値の変化

**Fig. 4.9**に**Fig. 4.7**の例 ( $k=21, k_{no_t}=15$ )について、各弧の組み合わせにおける補間曲線のエネルギー変化を示した。左端が初期値で補助点を移動する。繰り返し毎に右に移動する。

デジタル画像上での補助点の決め方は次のようになる。まず Eq.(4.7)を最小にするようにスプライン補間曲線を求める。次に最も離れた節点間にEq.(4.9)を使って補助点 $X_1$ を決める。続いて8-近傍探索を行なうため、補助点 $X_1$ をデジタル画像（整数格子）上で表現する。このとき**Fig. 4.10**に示すようにデジタル画像上で表現した補助点 $X_1'$ は、Eq.(4.9)で求めた補助点とは必ずしも一致しない。このデジタル画像上で表された補助点 $X_1'$ を追加して次に補間曲線を求めるとき、評価関数値が少し大きくなることがある。

同一の図形を表す弧同士（Arc2とArc4）の補間ではエネルギー値は一番小さい値をとり、補助点の移動がなかったことが分かる。一方、異なる図形を表す弧同士（Arc1とArc3）の補間ではエネルギー値が一番大きくなっている。

同一の粒子を構成すると判定された2つの弧（Arc2とArc4）について、2つの弧上の節点数の変化に伴う補間曲線のエネルギー値変化の様子を **Fig. 4.11**に示した。エネルギー値は節点数35個（ $k_{no_t}=11$ に対応）位まではゆるやかに、その後急激に増加する。節点数が35個以下のとき、補間曲線が元の図形に比較的近い形で得られる。このことから補間曲線のエネルギー値が急激に増加しないように節点の数（節点間隔と逆比例する）を選択しなければならない。**Fig. 4.7**で用いた $k_{no_t}$  (=15) が適切な値であったことも確認できた。

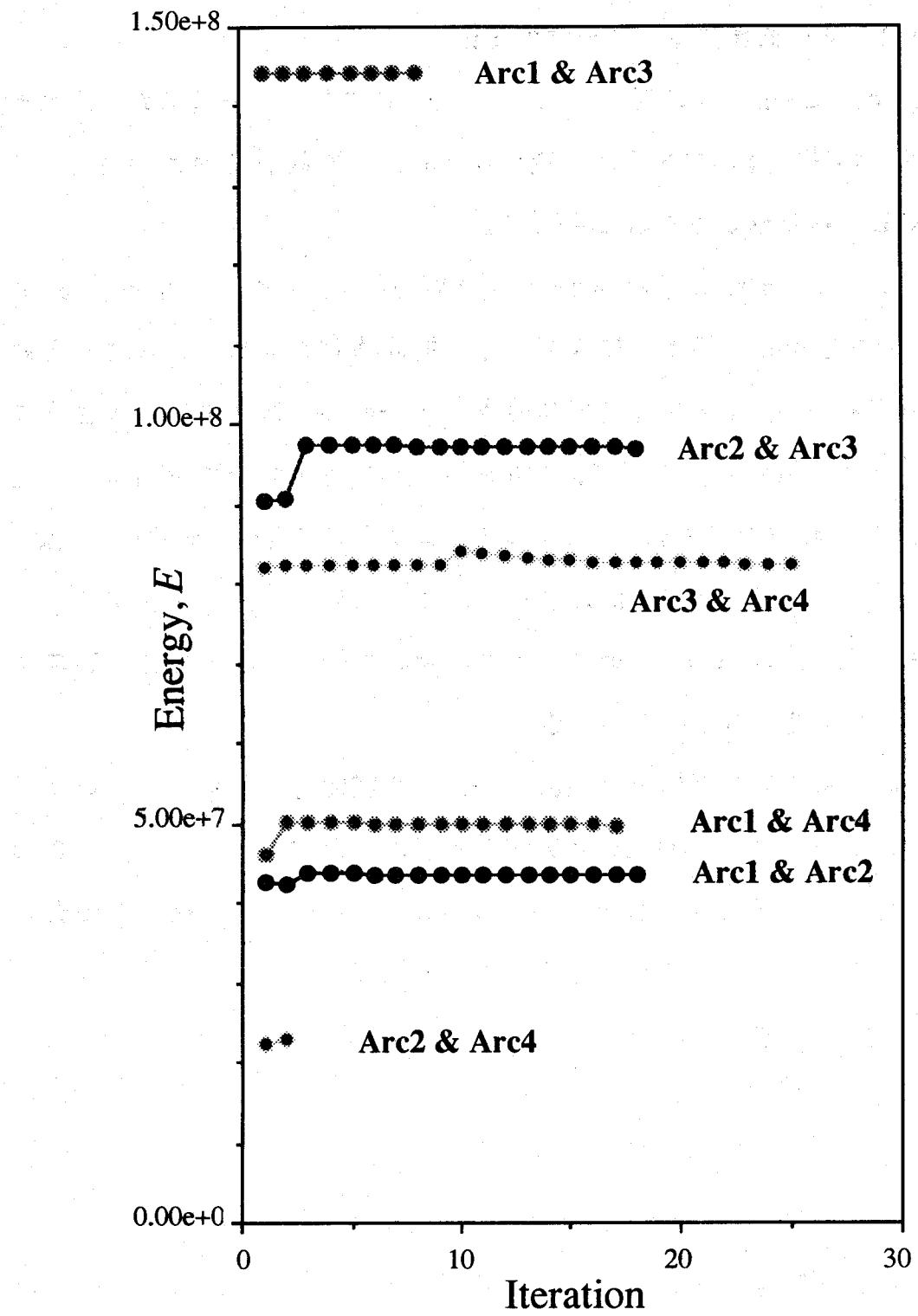


Fig. 4.9 Energy change by minimum curvature method  
( $k=21$ , knot=15)

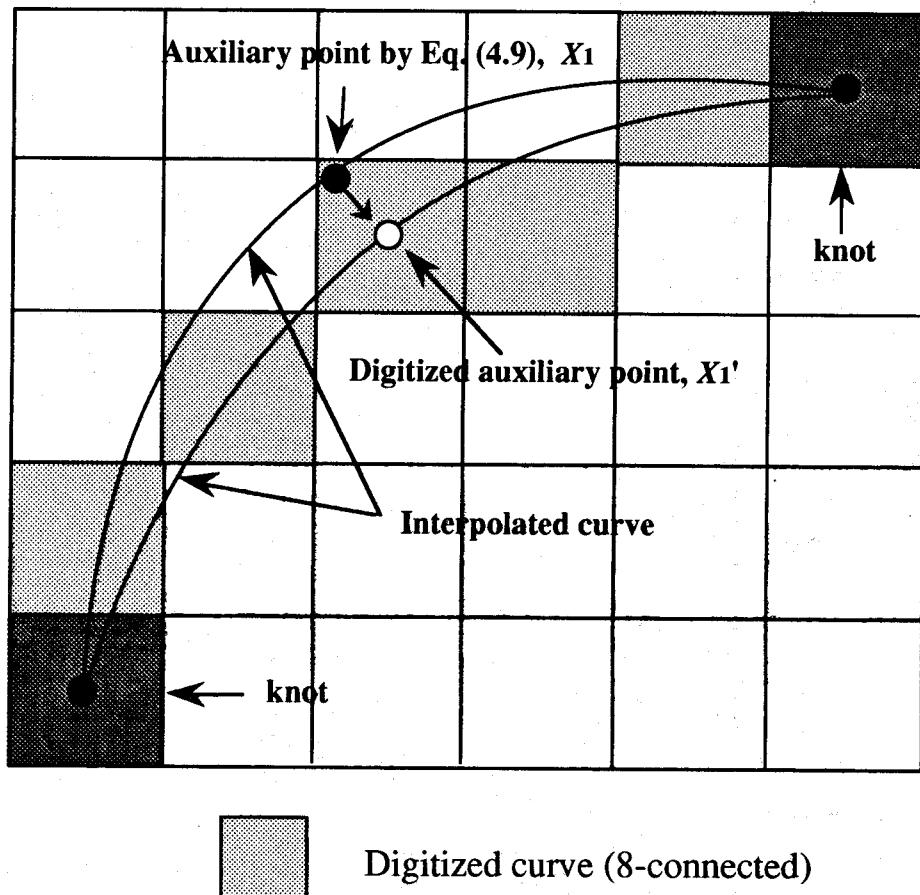


Fig. 4.10 Error caused by digitizer

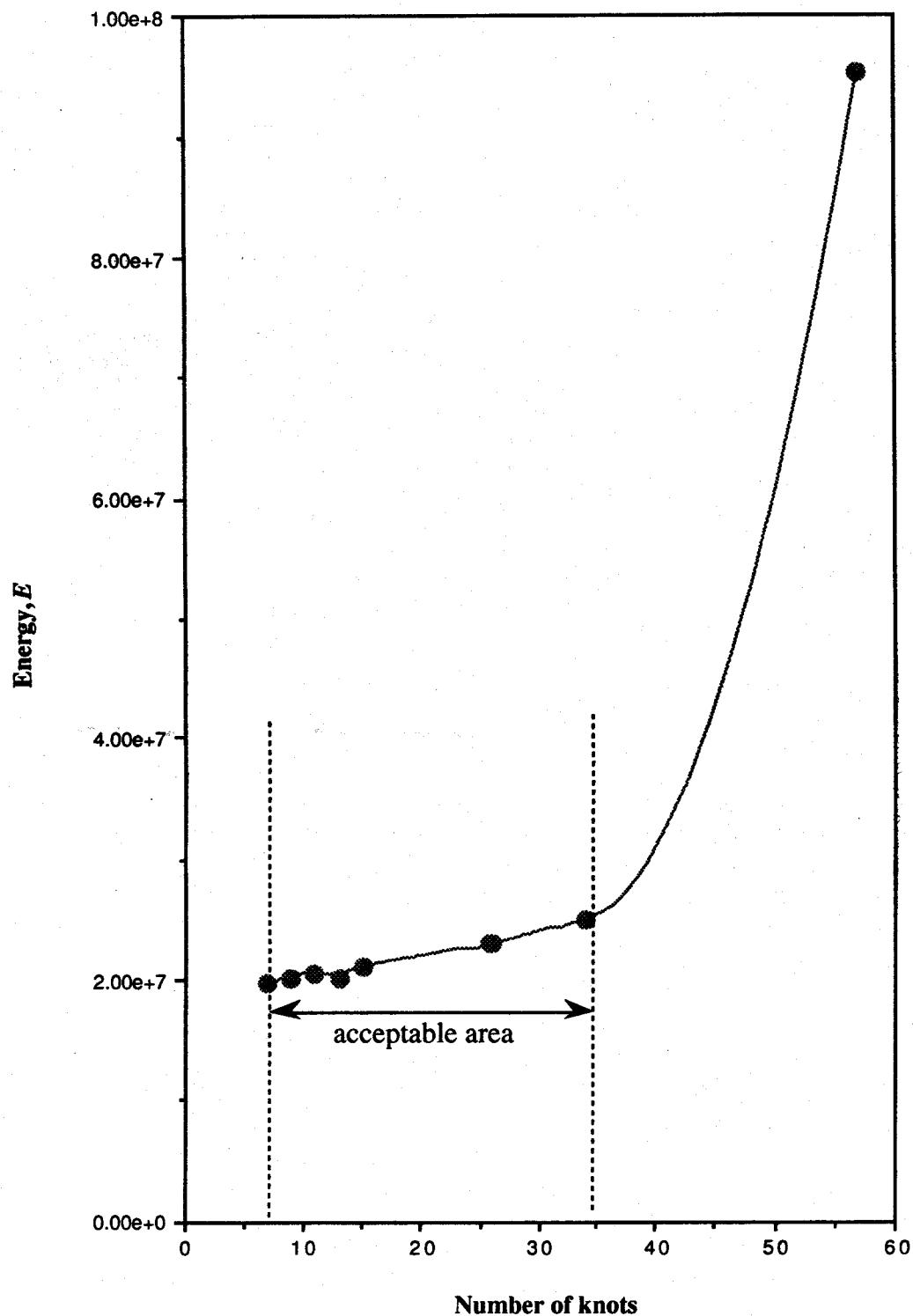


Fig. 4.11 Effect of number of knots on energy value  
for interpolation of Arc2 and Arc4

次に節点間隔の値 ( $k_{not}$ ) を 6, 11, 15, 30, 35, 40, 60, 80 pixels と変化させて  $k_{not}$  の補間曲線に与える影響について調べた。節点間隔が 6~35pixels では、本来の図形に比較的近い図形を得ることができた。Fig. 4.12-(a) に節点間隔が 6pixels のときの補間結果を示した。しかし、節点間隔が 35pixels 以上になると節点の数が減少するため、補間の結果得られた図形は元の図形から次第にずれてくる。一例として節点間隔が 80pixels の場合の結果を Fig. 4.12-(b) に示した。特に Arc3 が本来の橢円図形から大きくずれて円形に近く補間されていることがわかる。

単一の粒子を構成する弧と判定された Arc1 と Arc3 について、初期補助点の位置を強制的に Arc1 については X 方向に 40pixels, Y 方向に -20pixels, Arc3 については X 方向に -100pixels, Y 方向に 40pixels 移動したときの曲率最小復元結果を Fig. 4.13 に示した。このときエネルギー値は Arc1 について  $E = 1.75 \times 10^8$  となり、3.3 節のアルゴリズムで求めた補助点の初期値をそのまま用いたときのエネルギー値 ( $1.62 \times 10^8$ ) に比べて大きくなつた。一方、Arc3 について Fig. 4.13 では  $E = 7.32 \times 10^7$  となり、補助点の初期値をそのまま用いたときの結果 (Fig. 4.12-(a)) のエネルギー値 ( $11.82 \times 10^8$ ) に比べて、最終的なエネルギー値は小さくなる。これは Arc3 について補助点の初期値を Eq.(4.9) を使って決めたとき、エネルギー値が局所的最小値に収束したためであると考えられる。

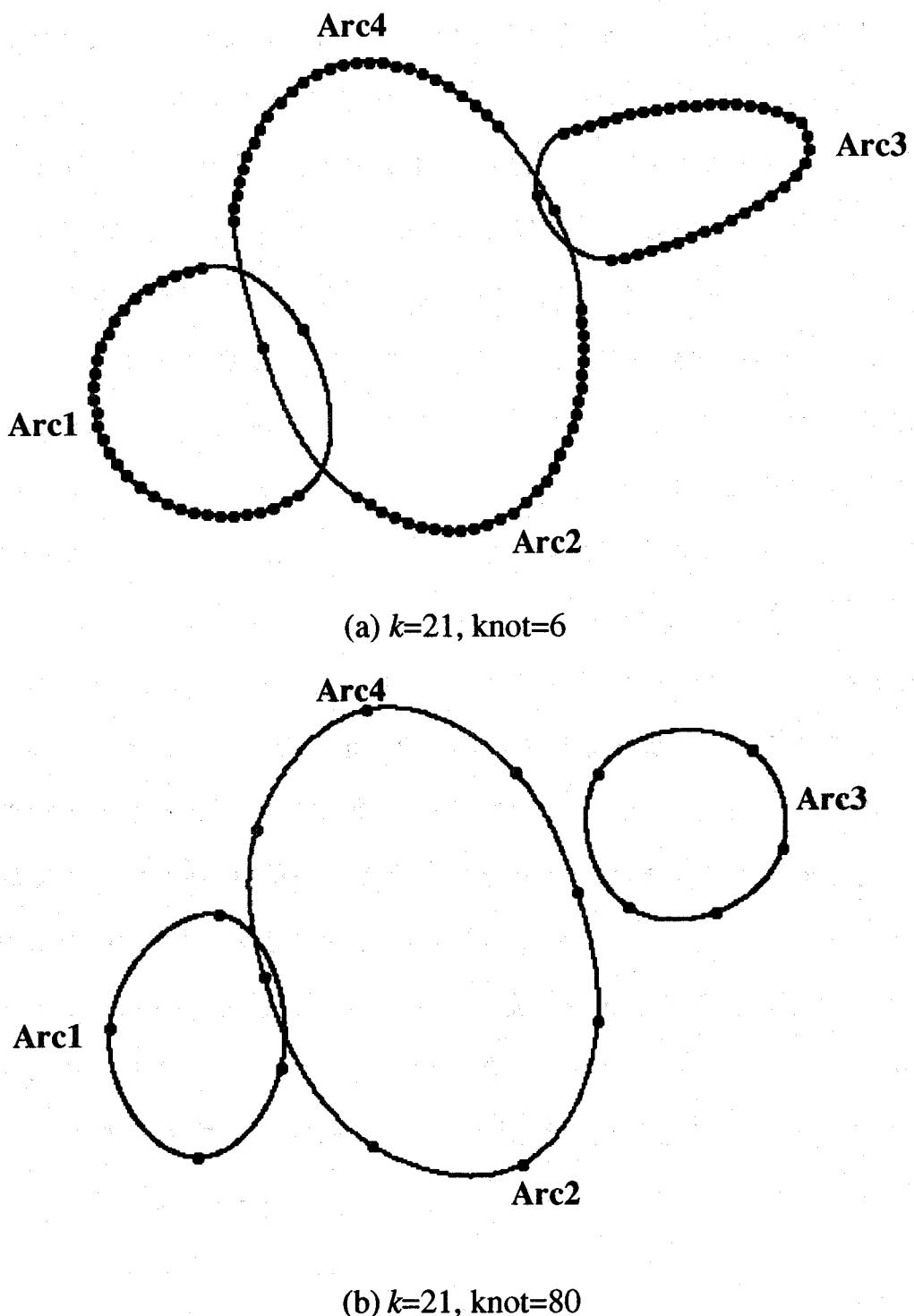


Fig. 4.12 Effect of the sampling interval  
in minimum curvature method

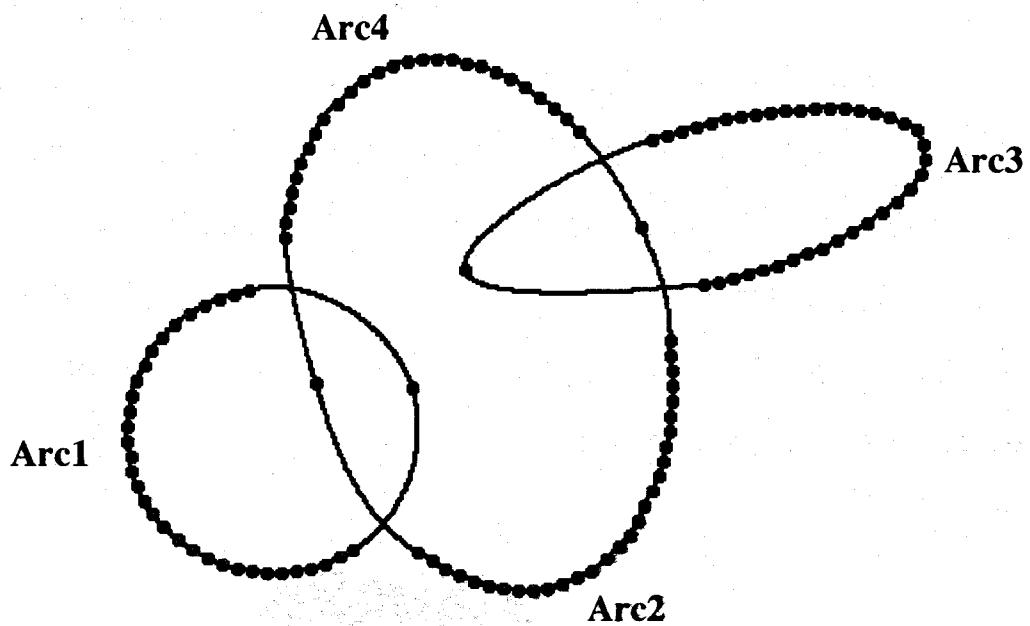


Fig. 4.13 Interpolation of two arcs by minimum curvature method with specified auxiliary points ( $k=21$ , knot=6)

## 4.5 応用例

Fig. 4.14は第2章で示した原画像からピントの合った粒子像を取り出し、二値化した画像の一部分である。この画像から求まった輪郭線を角によって 7つの極大円弧に分割した結果を Fig. 4.15 に示した。No.6 の極大円弧は凹点を持つが、凸な輪郭線として検出されている。これは輪郭線を表す極大円弧がなるべく粒子像の凹凸で分割されないように、 $k$ -曲率の  $k$  の値を大きめの 23 pixels とした結果による。この様子を Fig. 4.16 に示した。点（画素）O,P,Q のいずれの点においても  $k$ -曲率の  $k$  値の変化はあっても符号変化は見られない。

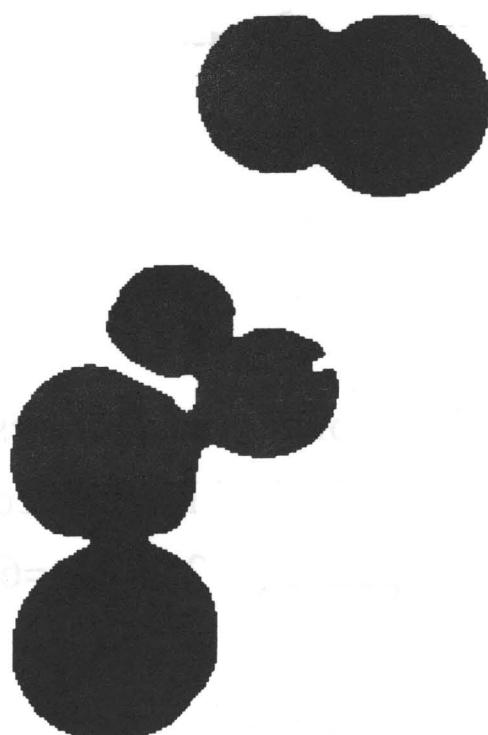


Fig. 4.14 Binary image of actual particles

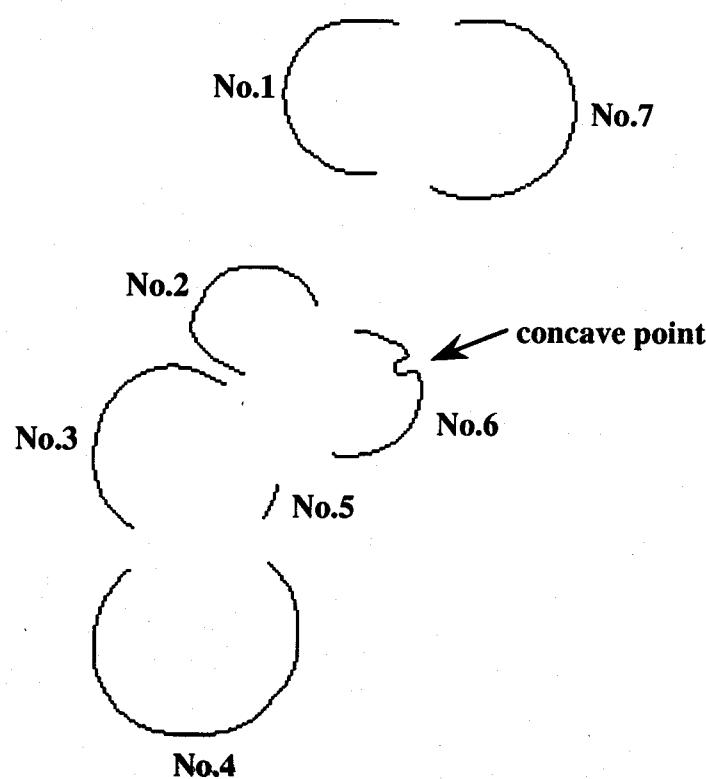


Fig. 4.15 Maximal arcs divided by inflection points

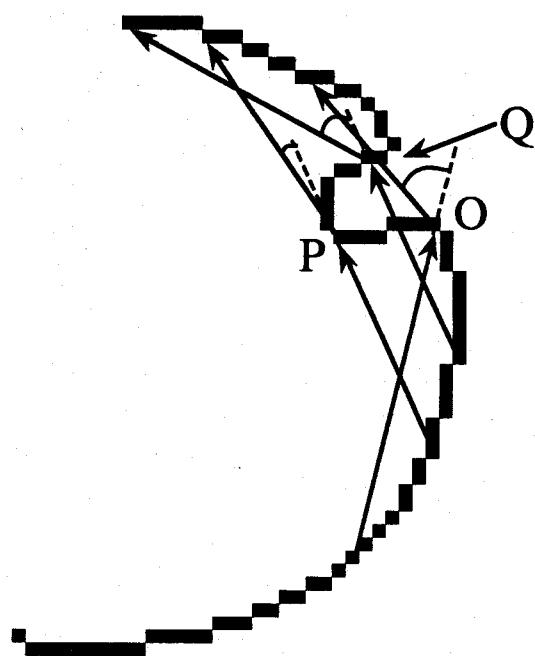


Fig. 4.16 Change in  $k$ -curvature ( $k=23$ )

Fig. 4.15で示した極大円弧に対して、曲率最小復元法で重なり粒子像を認識した結果をFig. 4.17に示した。この例では節点間隔を 16pixels とした。節点は一番短い極大円弧上に少なくとも 1つ存在するようにしなければならない。正確な形状を求める場合には、なるべく多くとる必要がある。節点間隔の最大値は求まった一番短い極大円弧の長さに依存するが、本例では一番短い極大円弧（No.5）上で、節点が1つ選ばれる間隔を用いた。図から球形からずれた粒子像の形状が認識できたことが分かる。凸図形の形状を正確に認識できる本手法の特徴は、粒子像を球で近似する内接円充填法<sup>24)</sup>では不十分な場合に有用である。

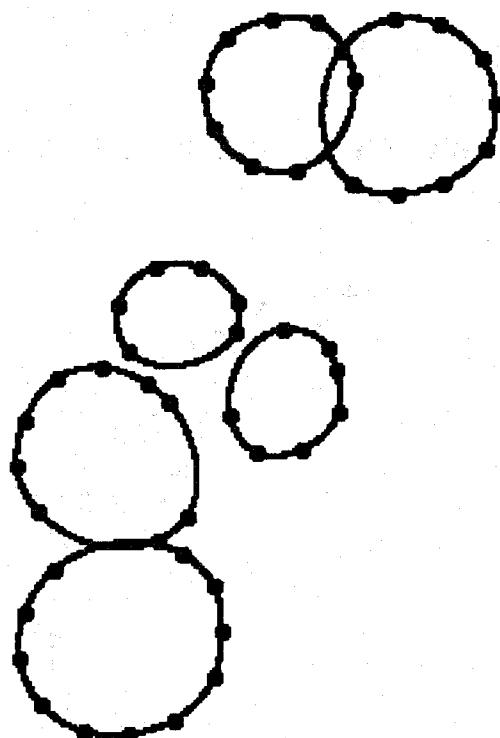


Fig. 4.17 Recognition of particles by minimum curvature method ( $k=23$ , knot=16)

## 4.6 結言

粒子像の形状が球で近似できない重なり粒子像の認識手法として、角で分けられた極大円弧上の画素を任意の間隔で選び、その画素を滑らかに接続する復元手法を開発した。画素を滑らかに接続するとき、その画素を通り、かつ曲率の二乗積分を最小にする関数は3次のスプライン関数として知られている。本章では、より良い粒子像の形状復元を目的として補助点を付け加え、その点をも含めた補間曲線の曲率の二乗積分をエネルギー関数として定義した。そして補助点の8-近傍の内、最もエネルギーの小さくなる方向へ補助点を移動させ、エネルギー関数が最小になるように復元した。開発した手法をサンプル画像および実際の粒子画像に対して適用した結果、次の結論を得た。

- (1)曲率最小復元を使う方法では節点を適切に選ぶことによって、人間の行なう復元に近い結果が得られ、より正確な粒子の形状を認識することができる。またこのとき、粒子像の輪郭線が必ずしも閉曲線として求まっている必要はない。
- (2)曲率最小という評価関数のみでは元の図形を復元することが難しい場合には、図形固有の評価基準を付加する必要があると考えられる。これは人間はある形を想像するとき、すでにもっている形に対する記憶と部分曲線の情報を組み合わせて形を復元しているという考え方に基づいている。

## 第5章 粒子径分布の自動計測

### 5.1 はじめに

粒子画像の特徴は、粒子の形状（球状、楕円体、その他）、3次元での粒子の分散状態（分散、密集）、画像の質（ノイズ、シェーディング、ぼやけ）、2次元画像の状態（重なりの有無、連結の状態）によって分けることができる。粒子形状と粒子像の重なりの有無は、粒子像の認識方法に関係する。それゆえ2次元画像は重なりの程度によって次の3つのタイプに分けることができる。

(a)重なりがない

(b)数個の粒子像が重なっていて塊っているが、塊像同士は連結していない。

(c)多くの粒子像が重なり、しかも連結している。

球状粒子の場合この順に解析が難しく、透明粒子の場合や形状が球形で近似できない場合はさらに難しくなる。

本章では特に計測が難しい、透明な粒子の密集した画像に対する解析手法を提案する。まず、第2章で考察したM-Hフィルターを用いて輪郭線を取り出した後、第3章で考察した内接円充填法を適用して個々の粒子像を認識する。このとき粒子像の特徴から生じた偽の輪郭線を判定した後、誤計測を防ぐため内接円充填法を拡張して用いた。粒子径分布を自動計測した後、目視による計測を併せて行ない、その精度を示す。さらにオンライン測定への適用可能性についても検討する。

## 5.2 対象粒子像の特徴

対象とした粒子画像はポリマーのビデオ画像で、目的は粒子の数および各粒子径の計測から粒子径分布を計算することにある。対象とした粒子の画像をFig. 5.1とFig. 5.2に示す。この画像は縦465画素×横512画素、画素濃度は256階調に離散化して作成された原画像を、16階調に疑似階調表示したものである。以後の処理では256階調に離散化して作成された原画像を用いる。

Fig. 5.1の画像では粒子径がほぼ均一であり、Fig. 5.2の画像では小さな粒子が混在し、粒子径のばらつきがある。どちらの画像も透明な粒子が密集し一部分は重なり合っている。各粒子像は照明光によって粒子の中心部分が特に明るくなっている。また粒子像の輪郭部分の濃度と背景濃度との差はかなり大きい。

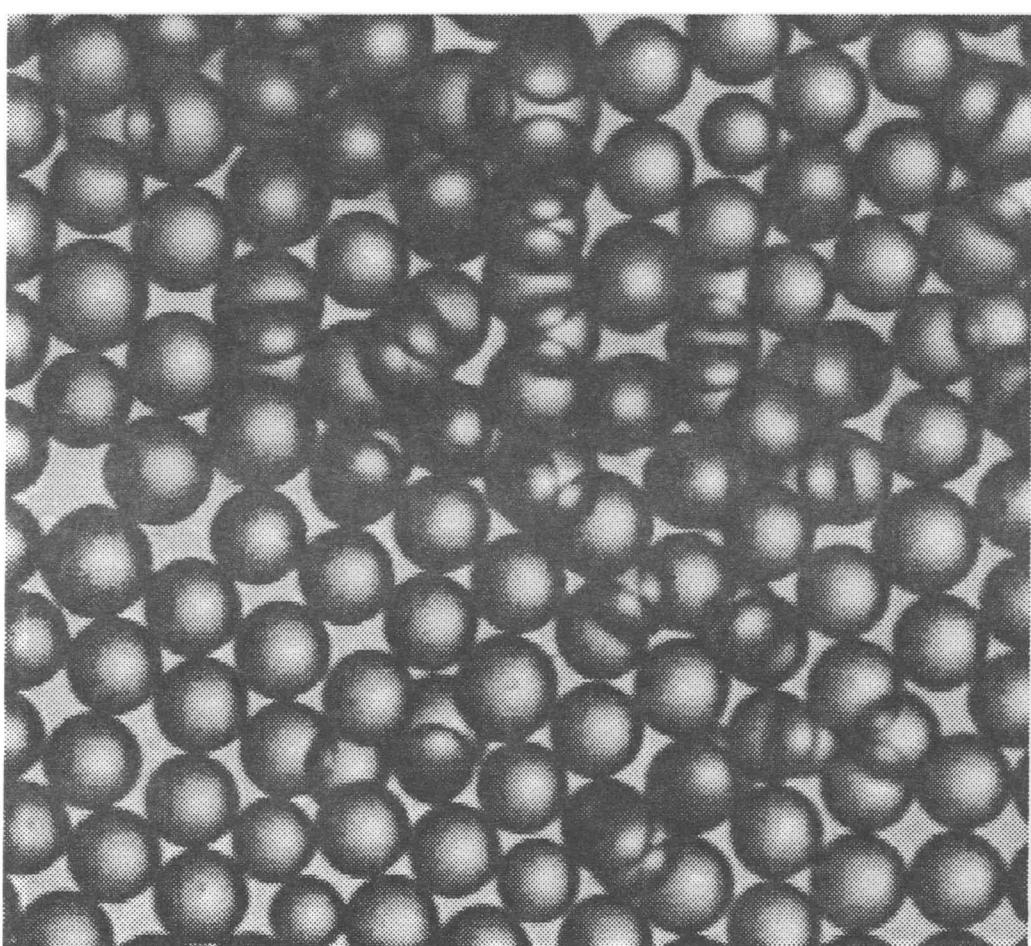


Fig. 5.1 Original picture, 1

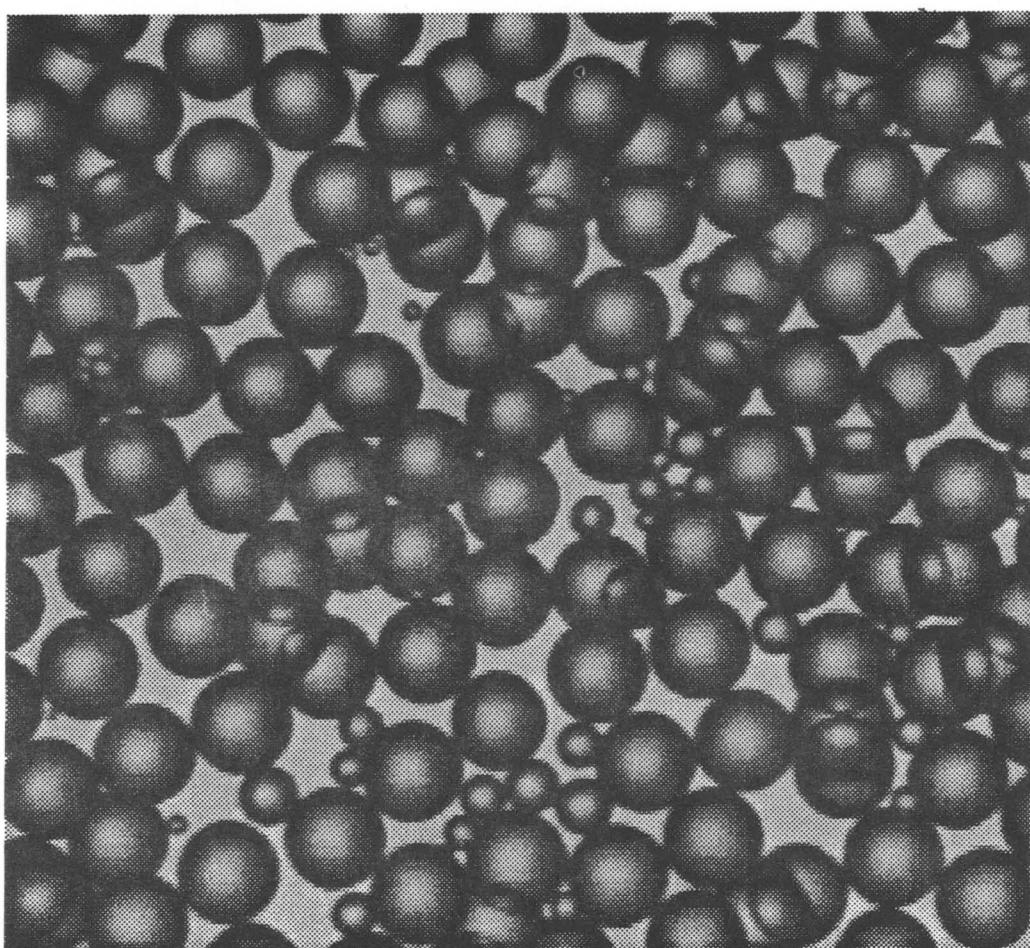


Fig. 5.2 Original picture, 2

### 5.3 粒子画像計測の手順

一般に、粒子画像計測を行うためには画像データを計算機に入力した後、前処理と呼ばれるノイズ除去、コントラスト強調、幾何学的歪みの補正などの画質改善を行い、計測対象である粒子像の輪郭線を背景から取り出す。さらに粒子像を背景から取り出した後、重なり合った粒子像を別々の粒子として認識しなければならない。このような過程を経て、初めて粒子径の計測や分布状態の測定が可能となる。Fig. 5.3に本章で用いる粒子画像計測の流れを示す。

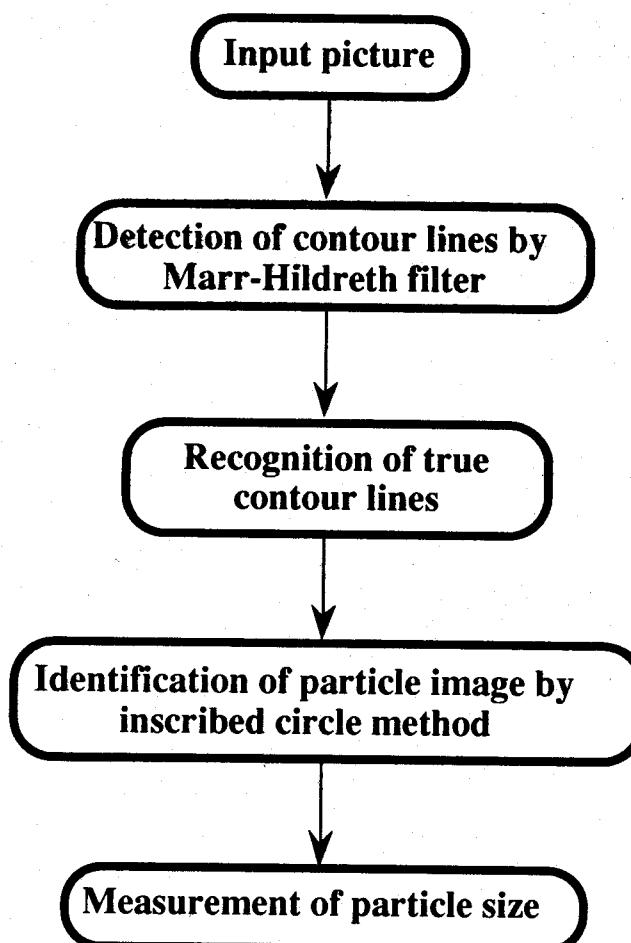


Fig. 5.3 Procedure of particle size measurement

本章では粒子像の背景からの取り出しにはMarr-Hildrethフィルター<sup>30)</sup>（以下M-Hフィルターと記す）を用い、重なり合った粒子像の認識には3章で提案した内接円充填法<sup>24)</sup>を拡張して用いる。得られた各内接円が1つの粒子像に対応し、内接円の直径を粒子径と見なして計測を行なう。

### 5.4 粒子像の背景からの取り出し

#### 5.4.1 輪郭線の生成

2章で考察したように、M-Hフィルターの出力画像の0-交差から対象物像の輪郭線を求めることができる。本章では、M-Hフィルターは輪郭線の決定のみに利用する。

Fig. 5.4にFigs. 5.1の、Fig. 5.5にFig. 5.2のM-Hフィルターによる処理画像を示す。この例ではM-Hフィルターのパラメータである受容野半径を $R=10\text{pixels}$ とし、ガウス関数中のパラメータである標準偏差を $\sigma = 2.5$ とした。第2章と本章で用いた原画像は、粒子像と背景を表す濃淡値が逆になっているため、オン領域とオフ領域の出力値の総和が正となる領域が黒の部分に、負となる領域が白の部分にそれぞれ対応し、白と黒の境界が0-交差となる。次に0-交差から得られる輪郭線の特徴について見てみよう。

取り扱う粒子像が透明であることと、粒子像同士が互いに接触していることから、背景領域との境界を示す真の輪郭線と、粒子像内部の明るい部分を示す偽の輪郭線とが共に、Figs. 5.6, 5.7に示すように閉領域をつくる。このような特徴を持つため、粒子像を背景から取り出す操作に先立ち、閉領域として求まった領域が、背景領域か粒子像内部の閉領域かを識別することがまず必要となる。

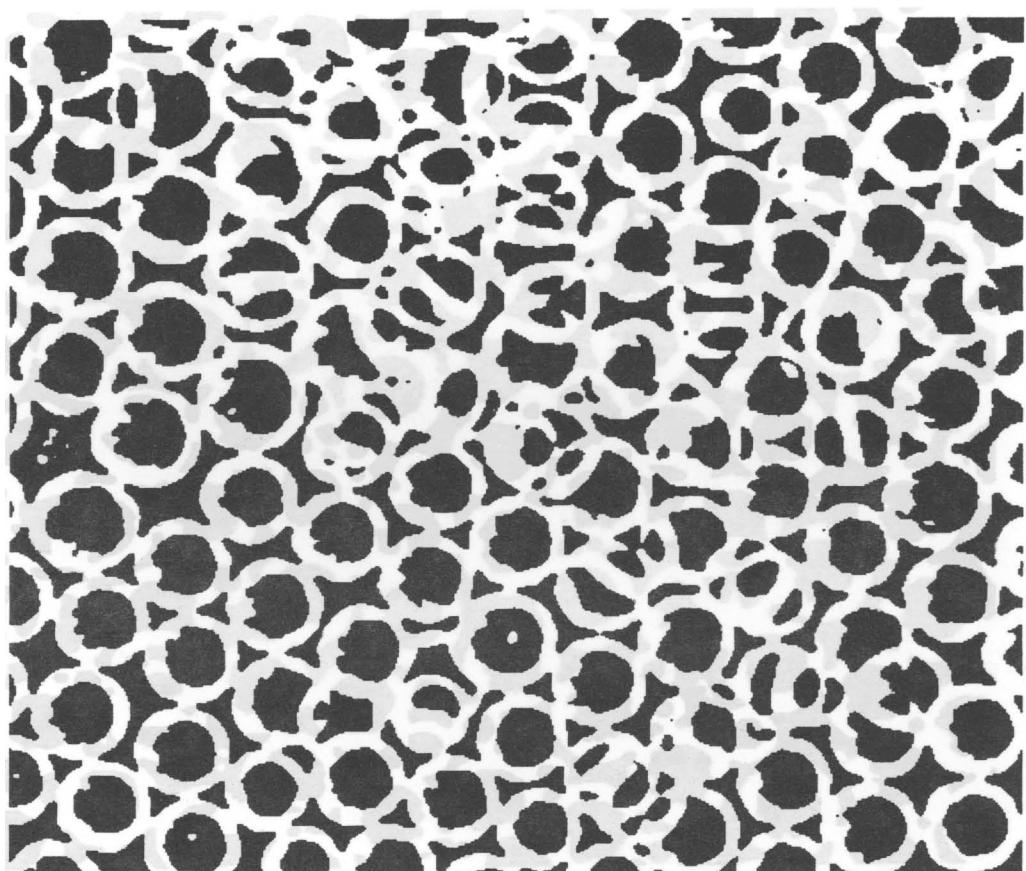


Fig. 5.4 Output picture of Marr-Hildreth filter  
(narrow size distribution)

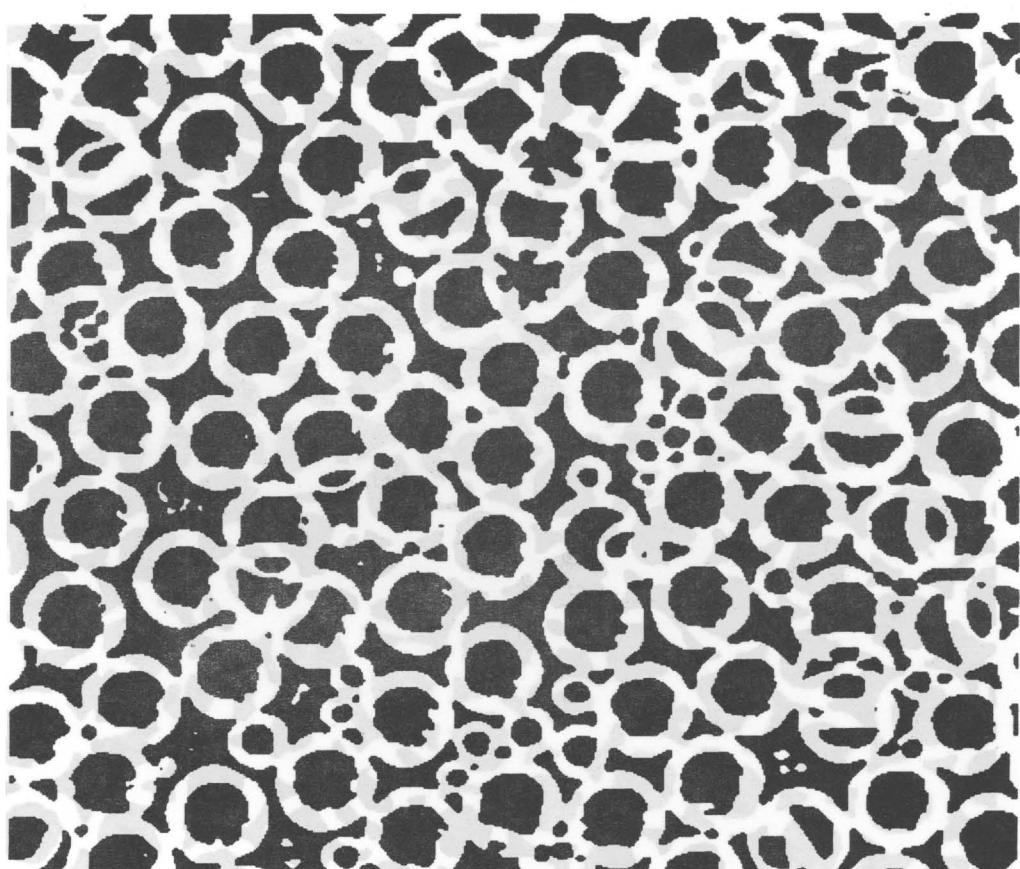


Fig. 5.5 Output picture of Marr-Hildreth filter  
(wide size distribution)

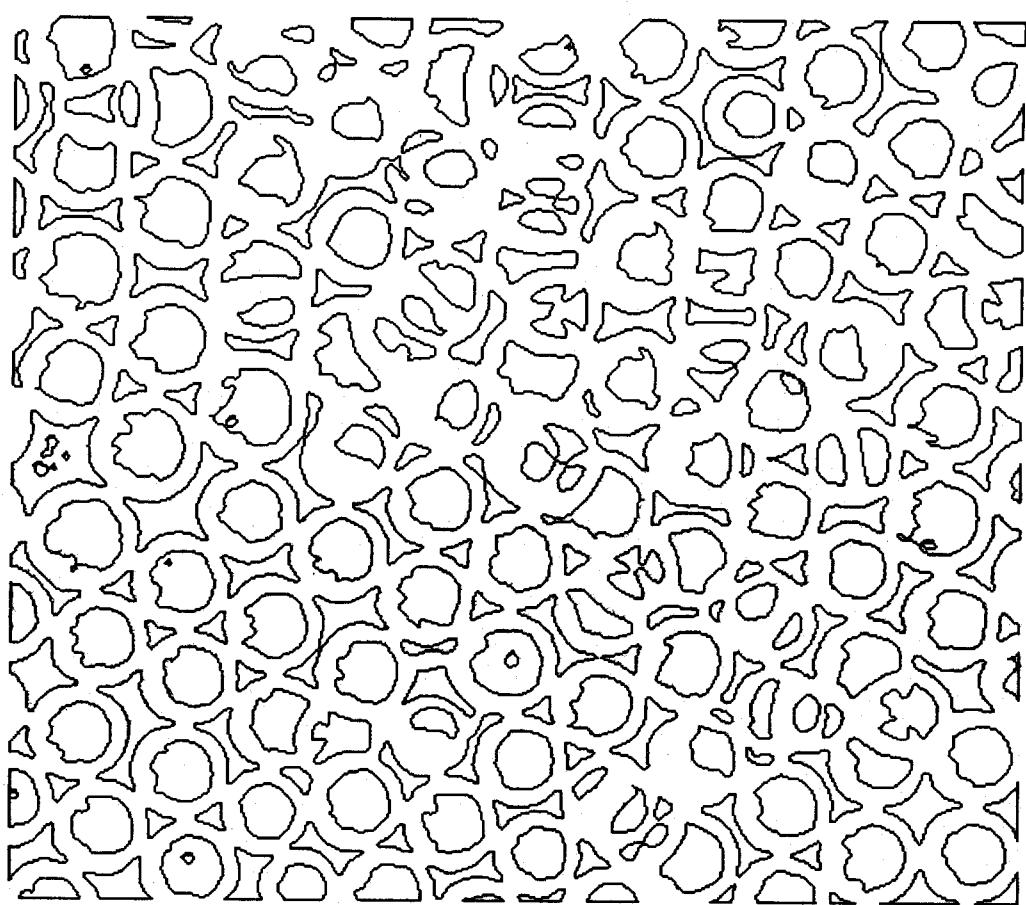


Fig. 5.6 Closed areas obtained from 0-cross curve  
(narrow size distribution)

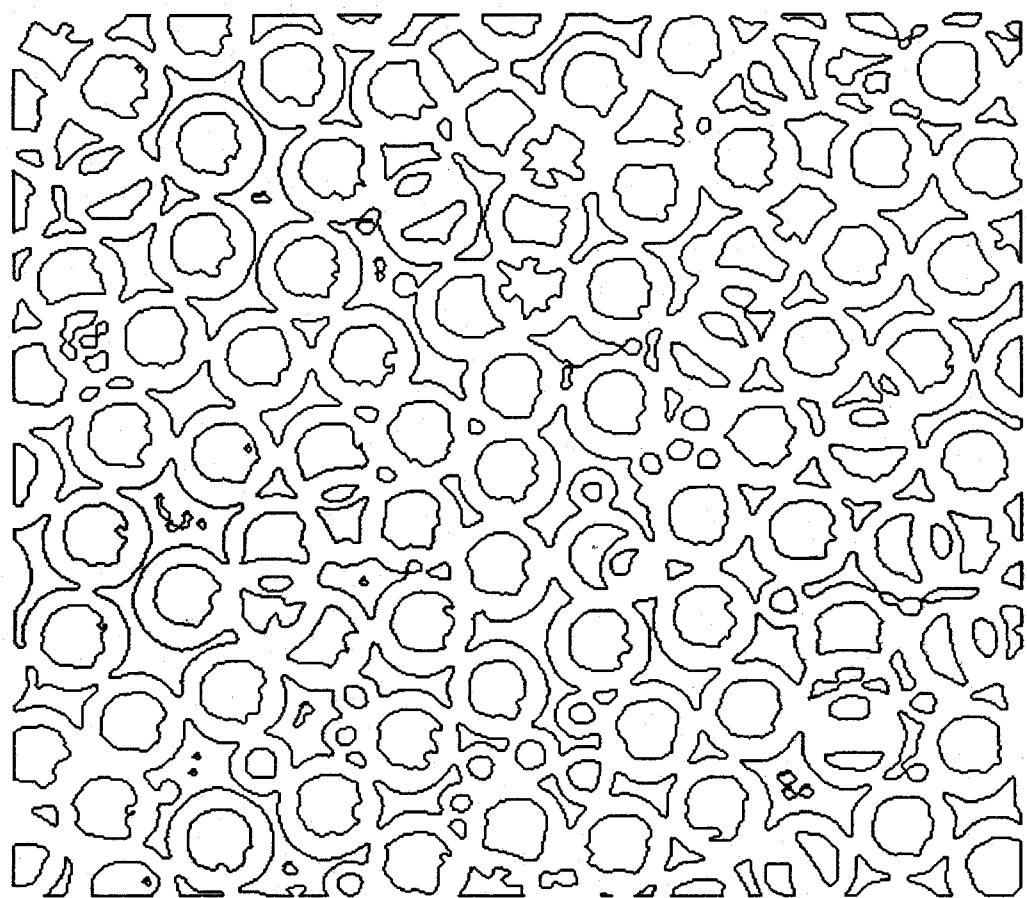


Fig. 5.7 Closed areas obtained from 0-cross curve  
(wide size distribution)

### 5.4.2 粒子像内部と背景との識別

Fig. 5.1の画像から分かるように、粒子像は粒子内部が明るくなっている。それゆえFig. 5.8に示すように2つの輪郭線が生じる。原画像中の輪郭線上の濃度勾配が、粒子像内部の輪郭線上では小さくなり、背景領域との境界を表す真の輪郭線上では大きくなっている特徴がある。

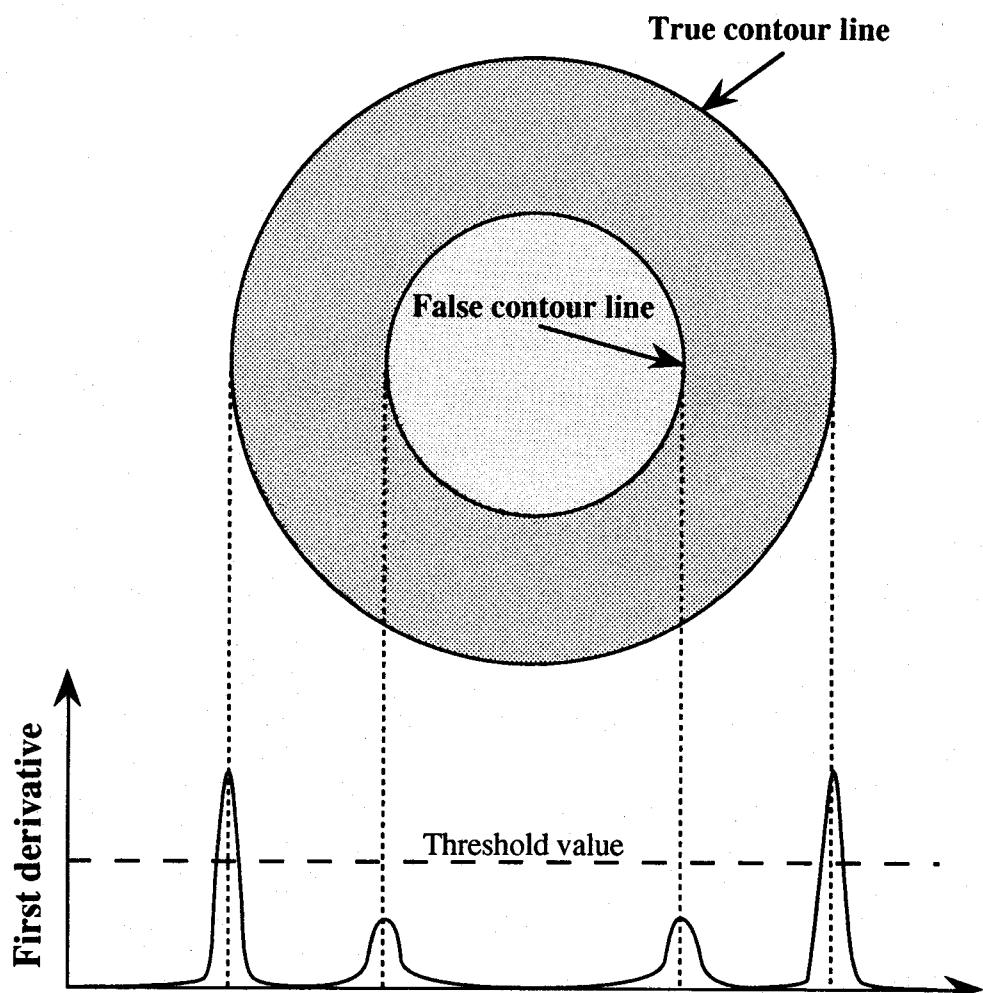


Fig. 5.8 Difference of first derivative on contour line of inside and outside of particle

## 第5章

ここで輪郭線  $L$  上での濃度勾配の平均値を定義する。

$$L_{av} = \frac{\sum_{(i,j) \in L} a_{ij}}{n_p} \quad (5.1)$$

ただし、 $a_{ij}$  は輪郭線  $L$  上の画素  $(i,j)$  の濃度勾配値、 $n_p$  は輪郭線  $L$  を構成する画素数とする。輪郭線はすでに求まっており、ここでは輪郭線上における濃度勾配の平均値が求まればよい。そこで  $a_{ij}$  は下記の Prewitt オペレータ<sup>31,54)</sup> を使って求めた。他の 1 次微分オペレータを使っても同様の結果を得ることができる。いま注目する画素を  $(i,j)$  ( $i, j$  は整数) とするとき、 $x$  方向の差分は

$$\begin{aligned} \Delta_x f(i,j) = & \frac{1}{3} \{ f(i+1,j) - f(i-1,j) \\ & + f(i+1,j-1) - f(i-1,j-1) \\ & + f(i+1,j+1) - f(i-1,j+1) \} \end{aligned} \quad (5.2)$$

$y$  方向の差分は

$$\begin{aligned} \Delta_y f(i,j) = & \frac{1}{3} \{ f(i,j+1) - f(i,j-1) \\ & + f(i-1,j+1) - f(i-1,j-1) \\ & + f(i+1,j+1) - f(i+1,j-1) \} \end{aligned} \quad (5.3)$$

で与えられる。このとき

$$a_{ij} = \sqrt{\{\Delta_x f(i,j)\}^2 + \{\Delta_y f(i,j)\}^2} \quad (5.4)$$

となる。

$V_{th}$  を閾値として求まった  $L_{av}$  に対し

$$L_{av} \geq V_{th} \quad (5.5)$$

ならば、その輪郭線は背景領域との境界を表す真の輪郭線と判断する。

$$L_{av} < V_{th} \quad (5.6)$$

ならば、その輪郭線は粒子内部の偽の輪郭線と判断する。閾値は処理の対象となる画像の特徴が変わらなければ同じ値が使えるので、先に決めておくことができる。

閾値は粒子内部の閉領域がすべて取り除かれるように決めなければならない。粒子像の重なりの大きな部分では、重なりのない部分と比較して背景領域の光量が不足し、対応する輪郭線の一部が誤って粒子内部の閉領域を示す輪郭線と判定されて、取り除かれてしまうことがある。しかしこれは粒子の照明方法の工夫や、粒子が重ならないようにサンプリングをすることで、ある程度防ぐことができる。また、粒子内部を表す輪郭線と背景領域を表す輪郭線の形状に違いが見られることを利用して、判別することも可能である。このとき、粒子内部を表す輪郭線上の小さな凹凸を検知しないようにしなければならない。

Figs. 5.6, 5.7 の輪郭線について、閾値判定によって背景領域と粒子内部との識別を行い、粒子内部の閉領域を表す輪郭線を取り除いた結果を Figs. 5.9, 5.10 に示す。このとき Fig. 5.6 については閾値  $V_{th}$  を 80 とし、Fig. 5.7 については 85 とした。得られた画像は対象物像を背景から取り出した画像であるが、粒子像同士が接触しているため、粒子像（黒い領域）が連結して 1 つの領域となっている。

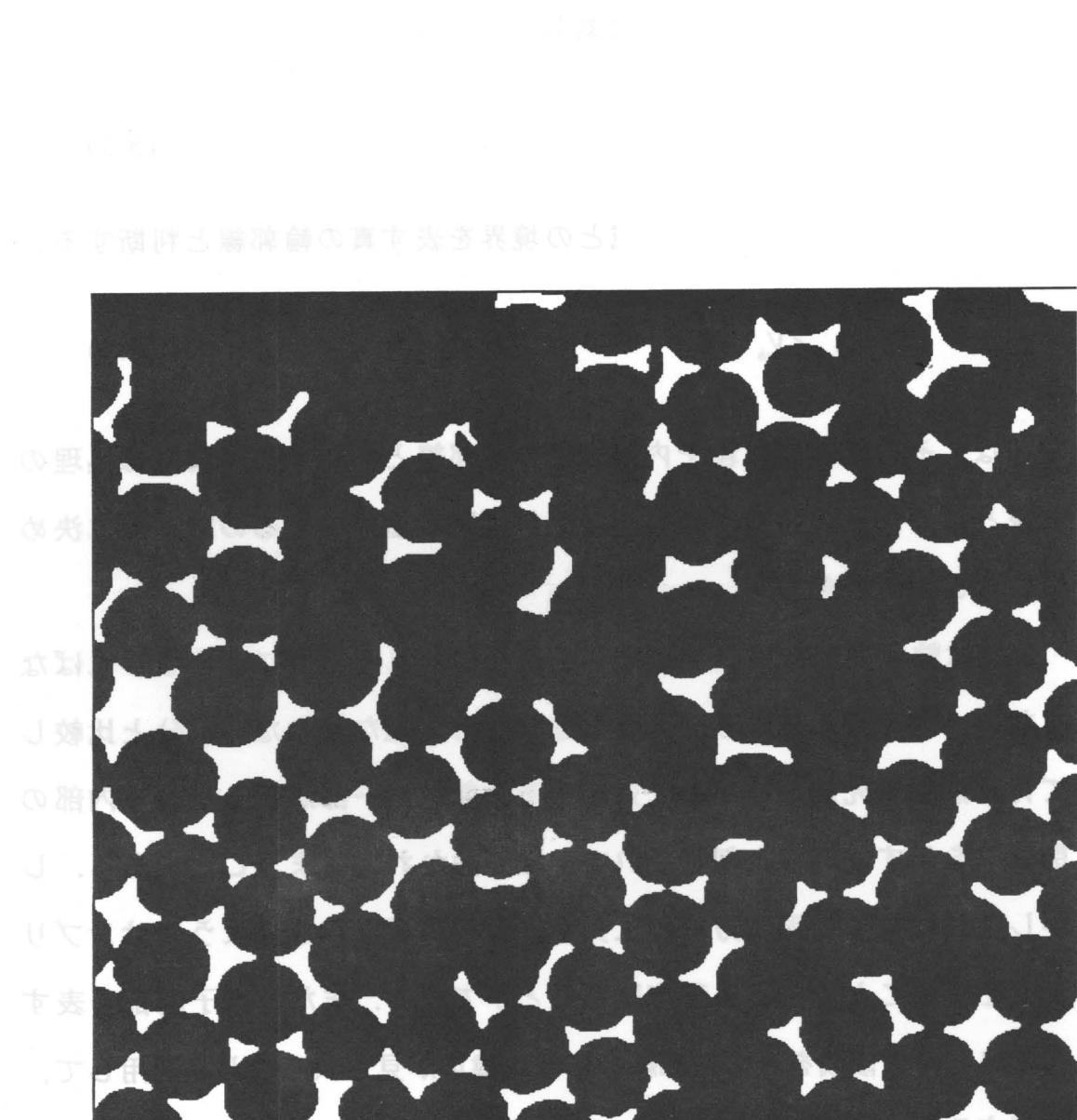


Fig. 5.9 Object image after judgment of contour lines  
(narrow size distribution)

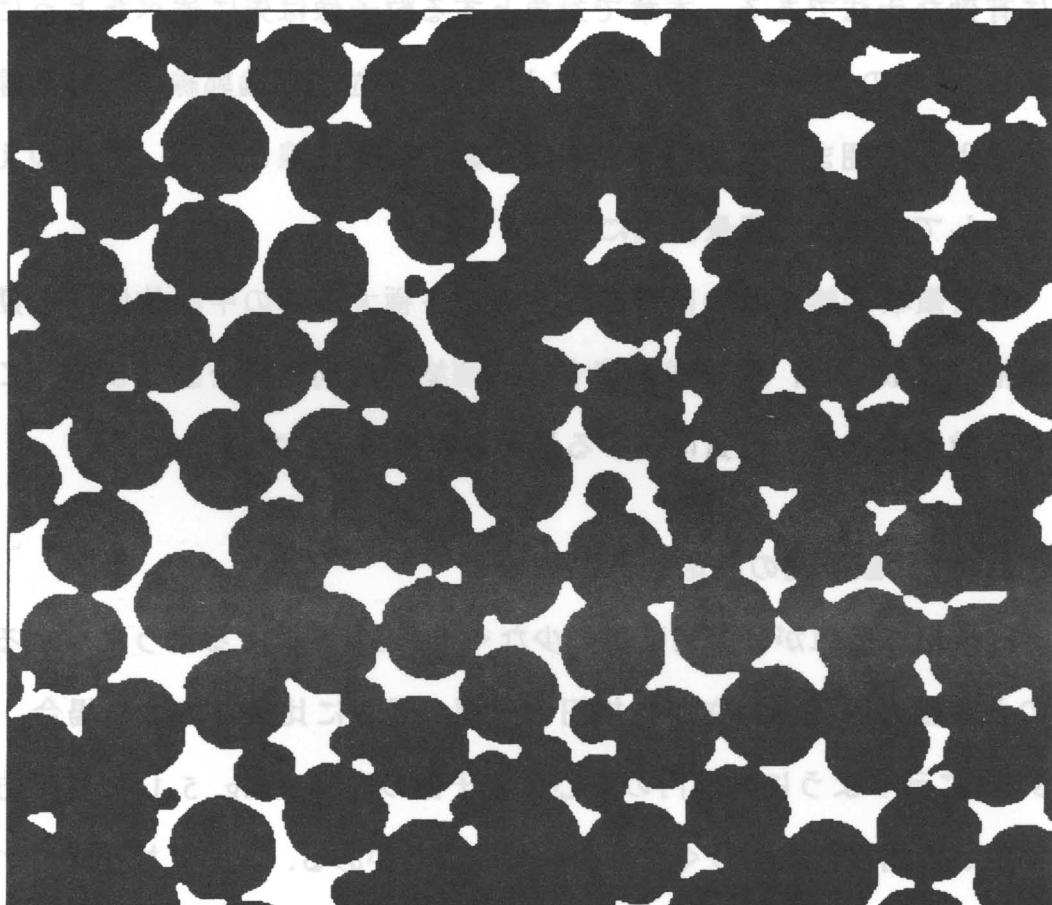


Fig. 5.10 Object image after judgment of contour lines  
(wide size distribution)

## 5.5 重なり合った球状粒子像の認識

### 5.5.1 内接円充填法

内接円充填法<sup>24)</sup>は、数個の粒子の重なり画像から各粒子を認識するのに有効な手法である。本章で対象とする粒子像は先に述べたように、連結した1つの領域となっていることから、各粒子の輪郭線の部分曲線は粒子によって囲まれた背景を表す閉曲線の部分曲線となる。それゆえ閉領域として求まった背景領域に注目する。

背景領域の輪郭線の部分曲線である各極大円弧の中間位置に初期中心候補点を設定し、粒子像を表す連結領域の方向へ円を膨らます。このとき、粒子像は極大円弧に接する最大の内接円として求まる。

### 5.5.2 誤計測の判定

内接円はそれが極大円弧上の少なくとも1点で接するように求める。このとき極大円弧の長さが内接円の円周の長さに比較して短い場合、Fig. 5.11に示すように内接円の中心が粒子像の内部（Fig. 5.11では下方）に移動し、内接円が正しく求められないことがある。正しく検出できれば、得られた内接円は極大円弧に接する。それゆえ、内接円と極大円弧との重なり程度を測定することによって、内接円が正しく求まつたか否かを判定した。

いま、誤り判定指標を次式で定義する。

$$\varepsilon = |C - C_0| - r \quad (5.7)$$

ここで  $C, r$  は求まつた内接円の中心と半径を表す。また  $C_0$  は極大円弧の中間点、すなわち中心候補点の初期値である。 $|C - C_0|$  は2点、 $(C, C_0)$  間の

ユークリッド距離を表す。

求まった内接円に対してEq.(5.7)から $\varepsilon$ を計算する。このとき次式が成立するか否かを調べる。

$$\varepsilon \leq \varepsilon_0 \quad (5.8)$$

あらかじめ与えた $\varepsilon_0$ に対しEq.(5.8)が成立しないとき "内接円が正しく求められなかった"と判定する。 $\varepsilon_0$ は適用する画像中の粒子像の球形からのずれ、粒子像の重なりの程度などから判断し選ぶ必要があるが、本章で取り扱った例では、 $\varepsilon_0=2\sim 5$ 程度にすればよいことが分かった<sup>28)</sup>。

ここで述べた誤計測の判定を含む手法を拡張内接円充填法<sup>9,25,26)</sup>と名付けた。

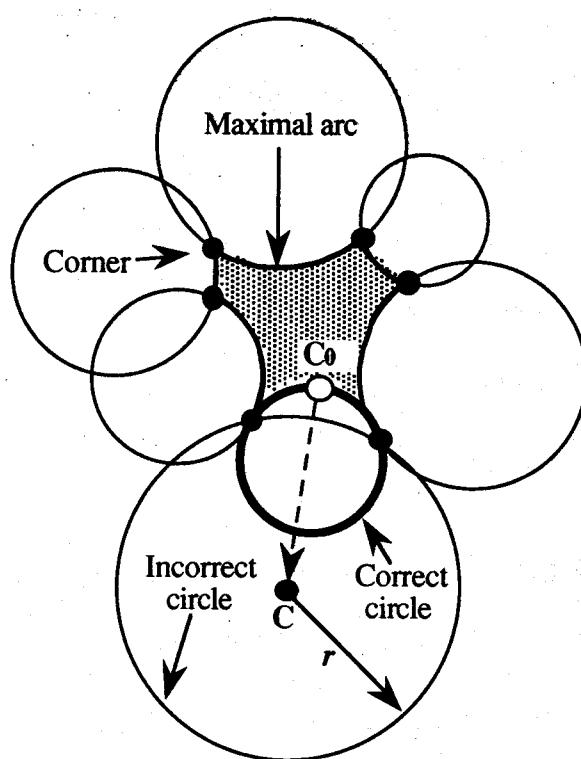


Fig. 5.11 Incorrect inscribed circle

## 5.6 自動計測と目視による計測との比較

まず、画像処理と目視による検出・計測の比較を行う上で、画像の境界にかかる欠けた粒子像は計測する対象から除いた。これは円近似による大きな誤差を防ぐためである。次に、自動計測により検出されたすべての粒子像を"自動検出全粒子"とする。検出された粒子像のうち、デジタル化による誤差によって起こる原画像に存在しない粒子像を"誤検出粒子"とする。"自動検出全粒子"から"誤検出粒子"を除いた粒子像を"正しく検出された粒子"とする。このとき誤検出率は次式で計算される。

$$\text{誤検出率} = (\text{誤検出粒子数}/\text{自動検出全粒子数}) \times 100 \quad (5.9)$$

2.2節で述べたように、輪郭線上の濃度勾配の閾値処理によって背景領域の一部が取り除かれてしまう場合がある。また円近似法である拡張内接円充填法を用いるため、画像の辺々にかかる粒子像は計測の対象から除いた。このため目視による計測では、自動検出による結果と比較して検出される粒子像の個数は多くなる。ここでは比較のため、自動検出によって"正しく検出された粒子"のみについて目視による計測を行なうこととした。

### 5.6.1 自動検出結果

Fig. 5.1に対して粒子像を検出した結果、Fig. 5.12に示すように検出粒子の数は合計77(#0-#76)個であった。この例では、閉曲線の角の検出のため $k$ -曲率の $k$ 値を8pixelsとし、誤り判定指標の許容値( $\varepsilon_0$ )は5.0とした。誤検出粒子は#6,12の2個で、正しく検出された粒子の数は75個となっ

た。

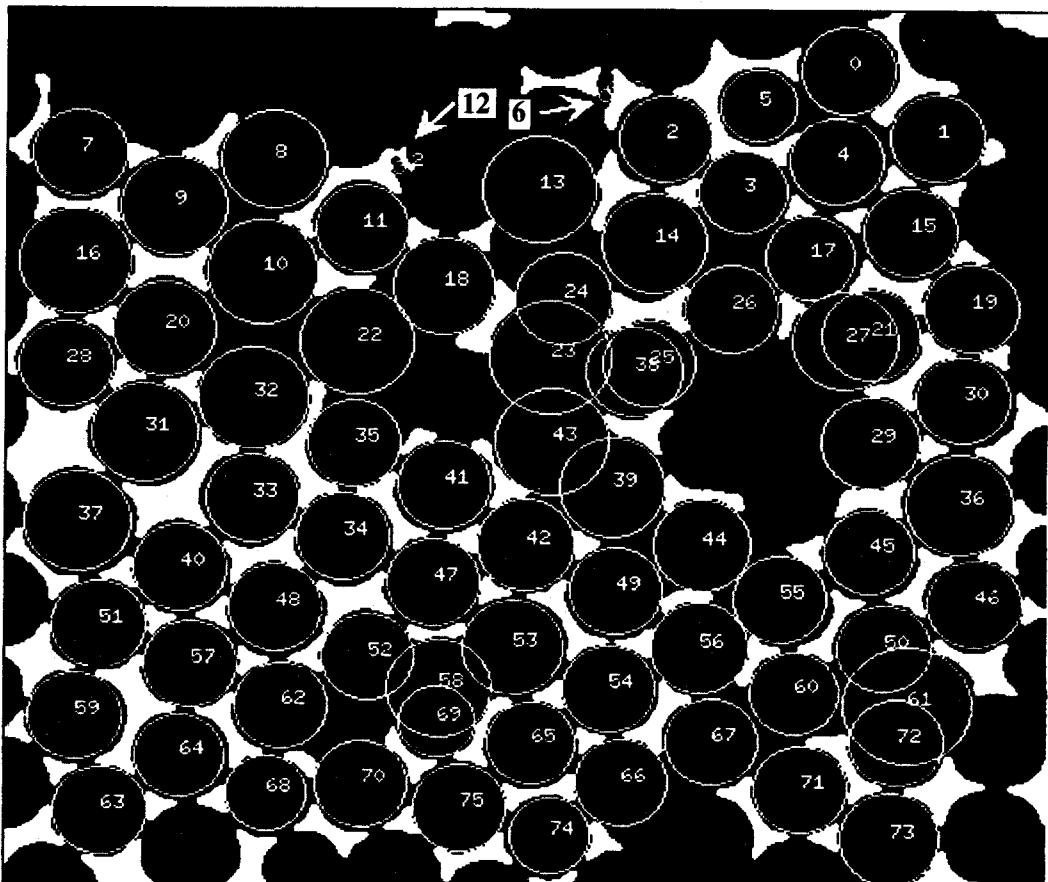


Fig. 5.12 Measurement of particles size  
for picture in Fig. 5.1

次にFig. 5.2に対して、粒子像を検出した結果、Fig. 5.13に示すように自動検出全粒子の数は合計 92個であった。この例では $k=9$  pixels,  $\varepsilon_0=5.0$ とした。誤検出粒子は#34,47,56の3個で、正しく検出された粒子の数は 89個となった。

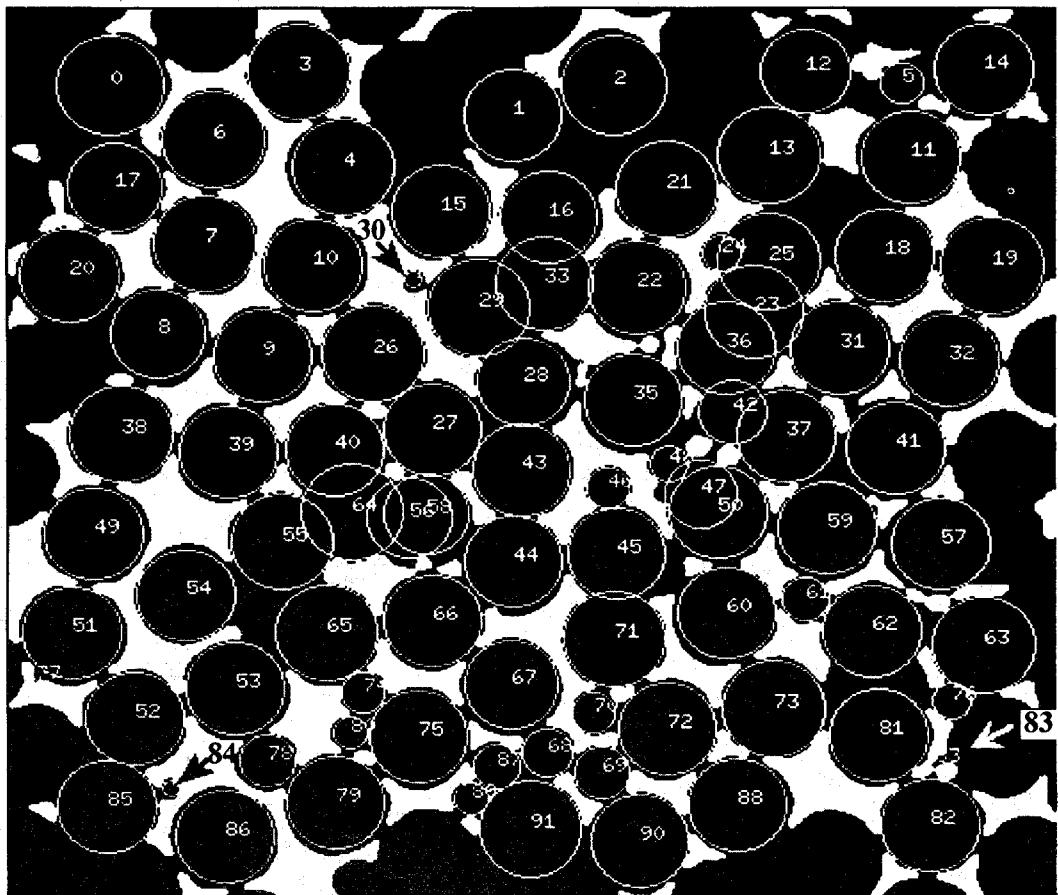


Fig. 5.13 Measurement of particles size  
for picture in Fig. 5.2

誤検出率は、粒子径分布が小さい例 (Fig.5.1) では2.6%であり、粒子径分布が大きい例 (Fig. 5.2) では3.3%であった。

Fig. 5.1とFig. 5.2のいずれの例においても、重なりの程度が大きく輪郭線の長さが充分に得られないときや対象像が不明瞭なとき、粒子像が検出できない。しかしこのような粒子像は、目視によっても検出が難しい。

### 5.6.2 計測結果の比較

写真画像を用いて目視による粒子径分布の計測を行ない、画像処理による結果と比較した。本例では1pixelは $0.17mm$ に相当する。

自動検出で"正しく検出された粒子"の内、輪郭線が不明瞭なため、目視によって計測できなかった粒子は、Fig. 5.12で #13, 27, 37, 43, 60, 63の6個、Fig. 5.13で #23の1個であった。

画像処理と目視によって計測された粒子径 (pixel) とその個数を Table 5.1, Table 5.2 に示す。表中 IP が画像処理計測結果を表し、MM が目視による計測結果を表す。(-), (?) はそれぞれ誤検出粒子、目視によって計測ができなかった粒子を示す。次に検出全粒子から(\*)の付いた粒子（誤検出粒子と目視での計測が不可能の粒子）を除いたものについて粒子径分布の比較を行なう。

横軸に粒子像の直径をとり、縦軸には対応する粒子の個数をとったヒストグラムを Fig. 5.14 に示す。Fig. 5.14-(a) は粒子径分布の狭いケース (Fig. 5.1 の原画像)、Fig. 5.14-(b) は粒子径分布の広いケース (Fig. 5.2 の原画像) の結果である。図から分かるように、どちらのケースも目視による結果と比較して、画像処理による結果は粒子径が小さく計測され、粒子径分布が少し左にずれる。これは粒子像 (Figs. 5.4, 5.5) が真円でないにもかかわらず、内接円充填法では円による近似をしていることに起因する。

**Table 5.1** Measurement of particle size for picture 1 by  
image processing(IP) and manual measurement(MM)

No.	IP (pixels)	MM (pixels)	No.	IP (pixels)	MM (pixels)	No.	IP (pixels)	MM (pixels)
0	44	52	31	50	56	62	42	48
1	44	42	32	52	56	*63	60	?
2	44	50	33	44	48	64	44	48
3	42	48	34	44	48	65	42	48
4	44	50	35	44	48	66	42	48
5	36	42	36	50	54	67	44	48
6	-	-	*37	46	?	68	44	48
7	44	44	38	50	54	69	38	42
8	50	54	39	50	46	70	36	40
9	50	56	40	44	48	71	44	48
10	50	58	41	44	48	72	44	48
11	44	50	42	46	50	73	44	48
*12	-	-	*43	54	?	74	44	48
*13	54	?	44	44	48	75	44	46
14	50	56	45	46	50	76	38	42
15	44	42	46	42	48			
16	52	58	47	44	48			
17	42	46	48	44	50			
18	48	52	49	44	48			
19	44	48	50	44	48			
20	48	52	51	44	50			
21	46	50	52	44	48			
22	54	56	53	44	50			
23	58	54	54	44	48			
24	46	48	55	48	54			
25	44	50	56	44	48			
26	44	48	57	44	46			
*27	50	?	58	46	50			
28	44	48	59	44	48			
29	46	48	*60	50	?			
30	44	50	61	44	48			

**Table 5.2** Measurement of particle size for picture 2 by image processing(IP) and manual measurement(MM)

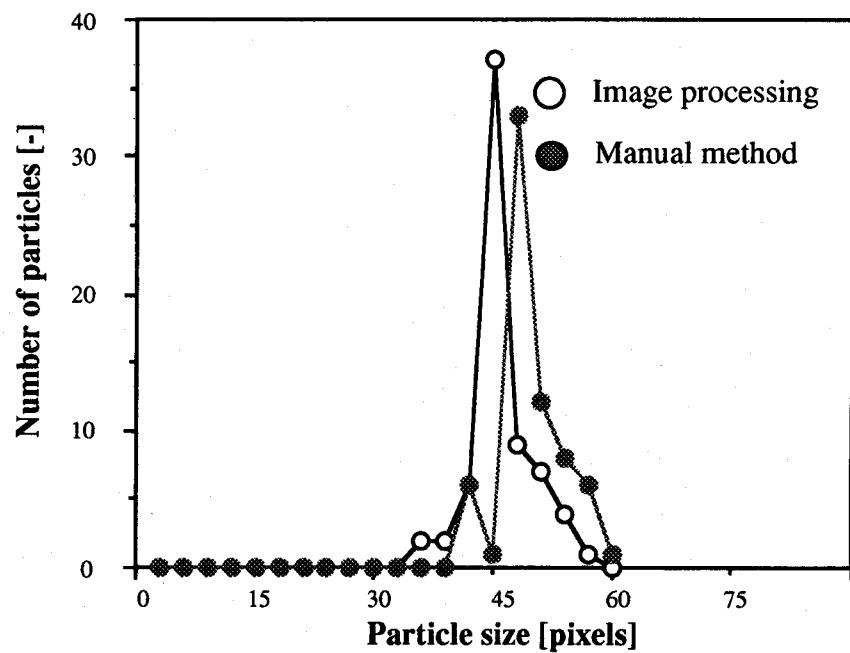
No.	IP (pixels)	MM (pixels)	No.	IP (pixels)	MM (pixels)	No.	IP (pixels)	MM (pixels)
0	50	50	31	46	48	62	46	48
1	46	50	32	46	48	63	48	48
2	50	50	33	46	50	64	48	50
3	48	52	*34	—	—	65	48	50
4	48	52	35	46	52	66	46	48
5	20	22	36	46	50	67	44	50
6	48	52	37	46	50	68	24	26
7	48	50	38	48	52	69	26	28
8	44	50	39	46	48	70	20	22
9	46	50	40	46	50	71	48	52
10	46	50	41	46	52	72	46	50
11	46	48	42	18	20	73	48	52
12	42	46	43	46	48	74	20	22
13	48	52	44	46	50	75	46	50
14	46	50	45	46	48	76	18	20
15	46	50	46	20	22	77	2	4
16	46	50	*47	—	—	78	26	28
17	44	50	48	18	18	79	46	50
18	46	50	49	46	52	80	16	16
19	48	50	50	46	48	81	46	48
20	46	50	51	46	50	82	46	50
21	48	50	52	46	50	83	2	12
22	46	50	53	46	52	84	8	10
*23	46	?	54	46	50	85	46	48
24	18	20	55	48	50	86	46	50
25	48	50	*56	—	—	87	22	22
26	48	52	57	46	50	88	46	52
27	46	48	58	40	4	89	16	16
28	44	50	59	46	50	90	46	50
29	48	52	60	46	50	91	48	52
30	8	16	61	22	24			

## 第5章

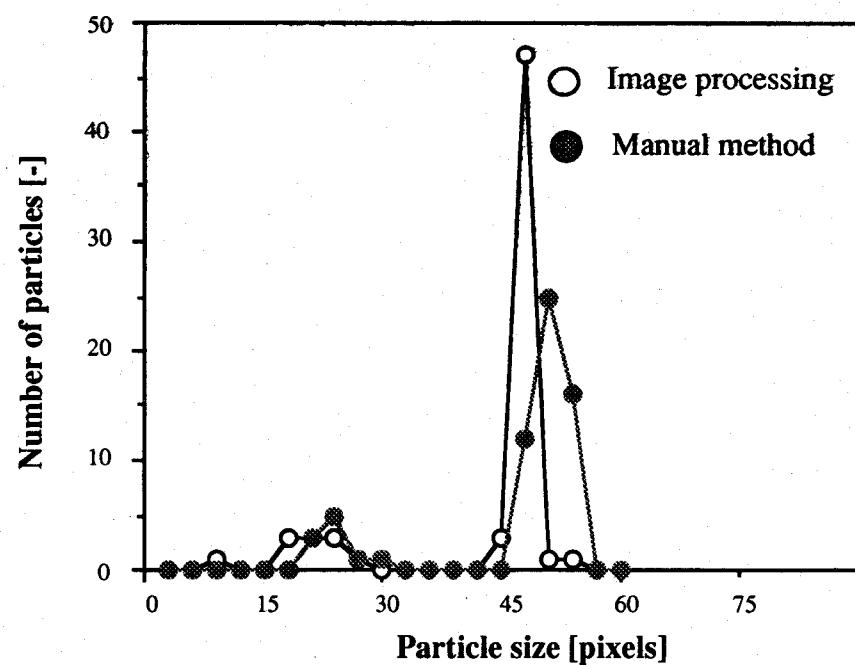
### Remarks:

— : erroneous detection by IP

? : unmeasurable by MM



(a) Case of narrow distribution



(b) Case of wide distribution

Fig. 5.14 Histogram of measured result from inscribed method and manual method

曲率計算のための  $k$  の値を小さくすると輪郭線の細かな凹凸の影響を受け中心候補点の数が増加し、その結果検出全粒子の数といっしょに誤検出粒子の数も増加する。 $k$  の値を変化させて誤検出率を調べたところ、粒子径分布が小さい例 (Fig. 5.1) では 2.6% ~ 8.5% となり、粒子径分布が大きい例 (Fig. 5.2) では 3.3% ~ 8.3% の間で変化した。 $k$  の値を適切に選ぶことにより、ともに 5% 以内に収めることができた。 $k$  の値は試行錯誤によって求めたが、誤検出率が小さくなる  $k$  の値は、デジタル化に起因する粒子像表面の荒さに依存する。適切な  $k$  の値の与え方の指針を求めることが課題として残されている。

明らかに誤検出粒子であると考えられる、粒子径の大きさがほぼ分かっている場合は、測定したい粒子径分布に含まれないと考えられる粒子 (Fig. 5.12 では #6, 12) を最初から取り除くことによって、誤検出率を減少させることができる。

DECstation3100を用いた処理時間は、内接円の検出・誤計測の判定・同一円の統合すべて合わせて、Fig. 5.1 の例で 42.7 秒、Fig. 5.2 の例で 41.6 秒であった。処理時間から判断すると、本手法はオンラインでの使用も可能である。得られた情報は制御や操作などに生かすことも可能になる。

以上考察してきたように、検出される粒子の個数は目視による検出結果と比較して少なくなり、誤検出される場合もある。しかし、オンラインで何回かのサンプル画像を解析することによって、意味のある情報を取り出すことができる。

## 5.7 結言

ポリマー粒子製造工程から得られた実際の粒子像に対して、Marr-Hildreth フィルターを用いて輪郭線を検出し、内接円充填法を適用して粒子径分布の自動計測を行なった結果、短時間で解析でき、オンライン測定に利用できることを確認し、新しいプロセス制御への可能性を示した。そのとき(1), (2)に示した工夫を行なった。また従来系統的に示されることのなかった粒子画像解析に対して、開発した手法を系統的に用い、その有用性を確認した。

(1)輪郭線の1次微分の平均値を利用して、透明粒子の特徴から得られる、粒子像を表す真の輪郭線と粒子像内部を表す偽の輪郭線とを識別した。

(2)内接円充填法を適用するにあたっては、得られた内接円と原画像の輪郭線との重なり程度を表す誤り判定指標を導入し、誤計測を防いだ。

## 第6章 まとめと今後の課題

本研究では、画像処理を用いた粒子径分布の自動計測をオンラインプロセスに応用するための一連の手法について検討した。すなわち粒子画像を背景から精度良く取り出し、別々のものとして認識するための手法を開発した。その後粒子径分布の自動計測を行なった。またその際、オンライン自動計測を実現するために処理時間をなるべく短くすることも考慮し、本論文で提案した一連の手法がポリマー粒子製造プロセスに対して応用可能であることを確認した。

序論では、粒子画像解析がさまざまな分野で必要となっていることを述べ、オンライン計測に応用することが可能となれば、粒子製造プロセスに対して新しいプロセス制御への道が開けることを説明した。

第1章では粒子画像解析のうち、重なり合った粒子像を別々のものとして認識する代表的な手法である、縮退処理による方法、反復演算による方法、組み合わせ的手法による方法について考察した。縮退による方法では重なりが大きい粒子像の場合、正しく認識できないことがある。また粒子像の正確な形や大きさを求めたい場合には向かない。反復演算による認識手法では、原画像の画質が極端に悪い場合や粒子像が複雑に重なり合っている場合でも高い認識能力がある。しかしアルゴリズムに最適化計算を含むため計算時間がかかり、工業プロセスのように多数の粒子を取り扱う場合には問題を残している。組み合わせ的手法による方法では計算時間は比較的短いが、重なりのパターンが限定されており、粒子像が認識できない場合がある。

このように従来提案された手法は、多数の粒子像を取り扱う工業プロセスへの応用に問題を残しており、粒子像の背景からの取り出し、重なり粒子像の認識、粒子径分布の計測から構成された新たな手法を開発する必要があることを示した。

第2章では、対象物像である粒子像を背景から正しく取り出す方法について提案した。輪郭線の定義を行ない、従来用いられてきた1次微分フィルターに代わって、ガウス関数のラプラシアンであるMarr-Hildrethフィルターを用いて、重なりのない2粒子像を別々の粒子像として取り出すためのフィルターパラメータの調整方法について提案した。次に、決定されたパラメータを用いて対象物の候補領域を取り出した後、輪郭線上での原画像の濃度勾配の平均値を用いてピントの合っていない像を取り除く方法を提案した。さらに提案した手法によって、粒子像の取り出しができることを具体的な例に対して応用し、その有用性を確認した。

第3章では、第2章で提案した手法を用いて取り出された対象物像のうち球で近似できるものについて、重なり合った粒子像を別々の粒子として認識する手法として内接円充填法を提案した。 $k$ -曲率の符号変化により変曲点を検出し、変曲点から次の変曲点へと至る部分を取り除いて分けられた極大円弧の個数がそれを構成する円の個数より多くなることを示した。求まった円に対して、円の中心座標のずれに対する許容判定基準を設け冗長さを取り除いた。次に具体的な例に対して内接円充填法を適用し、 $k$ -曲率の $k$ 値の設定基準を示した後、極大円弧に内接する最大の円として認識できることを確認した。また従来の手法に対する優位点として、アルゴリズムに最適化計算を含まないため、粒子像のオンライン計測に適用可能であることを示した。

第4章では、第2章の手法を用いて取り出された粒子像のうち、円で近似できないものについて、別々の粒子像として認識するための手法を提案した。すなわち粒子像の輪郭線を構成する画素を任意の間隔で選びだし、その画素を滑らかに補間する手法として、スプライン補間を利用した。スプライン補間曲線上の任意の点における曲率の積分をエネルギーとして定義し、そのエネルギー値の総和が最小となるように復元する、曲率最小復元法を提案した。次に提案する手法を様々な重なり粒子像に対して適用し、手法のもつ利点と問題点について明らかにした。さらに具体的な例に対して手法を適用し、形状が球からずれた粒子像を認識できることを確認した。

第5章では、ポリマー製造工程から得られる密集した粒子画像に対して粒子径分布の自動計測を行なった。そのとき、内接円充填法を密集した粒子像に対して適用する上で発生する問題点を解決できる拡張した内接円充填法を提案した。次にポリマー粒子製造プロセスから得られた粒子画像に対して自動計測を行なった。自動計測によって得られた結果を目視によって得られたデータと比較し、 $k$ -曲率の $k$ 値を適切に選ぶことにより誤検出率が5%以下で計測できることを確認した。

第6章では以上の結果を総括し、今後の研究課題について述べた。

Appendixでは、本論文を理解する上で最低限必要となる、基本的な画像処理手法について概説した。

本論文で提案した一連の手法は、多数の粒子像をオンラインで処理する必要のある工業プロセスへ応用することができる。工業プロセスへの応用という観点から見ると、提案した手法が他の手法と比較して、いくつかの有利な点がある。

有利な点の第1番目はその処理速度である。まず、リアルタイム性（一定時間内で処理を終了する）を考える。第1章で考察した各手法の内、4節の組み合わせ的手法は3つの粒子像の認識に6.1秒を必要とする。一方、3節の反復演算による方法は3つの重なり粒子像の認識に3分以上を必要とし、途中で計算ジョブを打ち切られている（ACOS850使用時）。縮退による方法では軽く接触している粒子像の認識程度にしか適用できないため、ここでは触れない。これに対して提案した本手法では、91個の粒子像の認識に要する処理時間は41.6秒である。単純計算では、3個の粒子像は $0.457\text{秒}/\text{個} \times 3\text{個} = 1.37\text{秒}$ で処理できることになる。当時の計算機能力での処理速度を、現在の計算機能力での処理速度と単純に比較はできないが、既往の手法に比べて本手法はリアルタイム性に優れ、オンライン計測に向いた処理手法となっている。

次に問題の複雑さと処理時間の関係を考える。2つの円が重なった交点を見つけ出し、見つかった交点に対応する粒子像を探し出す組合せ的手法と、内接円充填法の計算の手数について評価を行う。いま与えられた問題の複雑さを円の個数（M個）、輪郭線を構成する全画素数（N個）で定義する。

内接円充填法は(1)角の検出(2)中心候補点の設定(3)円の拡大(4)中心の移動の4つの手順から構成され、手順(3), (4)を繰り返す。

手順(1) 輪郭線を構成する全画素にわたって行うので、計算の手数は

オーダーとして  $O(N)$  となる。

手順(2) 粒子の個数に比例するので、計算の手数は  $O(M)$  となる。

手順(3) 円の円周を  $s$ 、半径を  $r$  とすると  $r = (s/2\pi)$  となる。ここで  $s \approx N/M$  と考えると、 $r \propto (N/2\pi M)$  となる。円の拡大を行う回数はおよそ  $r$  に依存するので、手順(3)の手数は  $O(N/M)$  と表せる。

手順(4) 粒子 1 個につき最大 24 回の移動を行うが、粒子数  $M$  に比例するので  $O(M)$  で表される。

手順(3) の操作 1 回に対して手順(4) を繰り返すので、手順(3), (4) の計算の手数は  $O(N/M) \times O(M) = O(N)$  となる。手順(1), (2) は 1 つの画像に対して 1 度だけ行えば良いので、全体の計算の手数は次式で表される。

$$\begin{aligned} & O(N) + O(M) + O(N) \\ & = O(N) + O(M) \end{aligned} \tag{6.1}$$

一方、組合せ的手法では次式で表されることが証明されている<sup>19)</sup>。

$$O(M^2 N) \tag{6.2}$$

Eqs. (6.1), (6.2) から分かるように粒子数が多くなると、組合せ的手法は粒子数の 2 乗に比例した計算時間を必要とする。これに対して内接円充填法はほぼ粒子の個数に比例した時間しか必要としない。

有利な点の第 2 番目は、粒子像のすべての重なりパターンを含んでいることである。組み合わせ的手法では粒子像の重なりパターンのうち、重なり粒子像の内側に閉領域をつくる重なりパターン（第 3 章参照）が考慮

されていない。このことは、どのような重なり粒子像が得られるか分からぬ工業プロセスへの応用に対して大きな弱点となる。

有利な点の第3番目は、粒子像の大きさに広い分布がある場合でも適用可能のことである。組み合わせ的手法では、粒子像の直径が 10pixels以下ではデジタル化による誤差によって粒子像の検出そのものが難しくなる。一方、提案した手法ではその値が正確であるかどうかは別として、デジタル化した円で最も小さな 2pixels の円が検出できる。このことはさまざまな大きさの粒子像を計測できるということであり、工業プロセスへの応用という観点からは非常に有利である。

以上は重なり粒子像の認識に限ってのことであった。本手法が持つ他の課題として次のようなことがある。

輪郭線の検出では積和計算を行なう必要があり、パラメータの大きさにも依存するが、 $512 \times 512$ 程度の原画像から輪郭線を検出するために 1 ~ 3 分程度の時間 (DECStation 3100, 15Mips 使用時) を要するため、計算時間の短縮を図る必要がある。しかし、近年の急速なワークステーションの高速化に伴ってこれらの問題は解決されていくであろう。実際、現存する高速ワークステーション (160Mips 程度) では輪郭線の検出と認識、分布計測のすべてを合わせて 1 分以内で処理が可能であろう。

また工業プロセスに完全に適用するためには、パラメータの自動決定が必要不可欠である。本論文の例では  $k$ -曲率を自動的に決定する必要があり、研究を更に発展させて行く必要がある。さらに透明粒子像を処理するときは、真と偽の輪郭線の判別において閾値処理も自動的に行なう必要がある。設定した閾値が適切であったかどうかの判断に必ず人間が介在するため、自動化が課題として残されている。

次に、提案した手法は粒子が球で近似できる場合に限られており、球で近似できない場合のオンライン計測についても考えていく必要がある。本論文では球で近似できない場合の手法も提案したが、処理時間の点で問題を残している。球で近似できない多数の粒子像の自動測定を行なうためには、アルゴリズムに最適化計算を含まない計算時間の早い手法を開発する必要がある。

## 引用文献

- 1)Anon: "Partikelgrößenanalyse", Chemie Technik, **21**(1), 38-42 (1992)
- 2)馬場研二: "上下水道における画像認識", テレビジョン学会誌, **41**(10), 936-939 (1987)
- 3)Barrow H. G., J. M. Tenenbaum: "Interpreting line drawings as three-dimensional surfaces", Artificial Intelligence, **17**, 75-107 (1981)
- 4)Dana H. Ballard, Christopher M. Brown, 福村晃夫他訳: "コンピュータビジョン", pp.30-38, 日本コンピュータ協会 (1987)
- 5)デビッド・マー: "ビジョン - 視覚の計算理論と脳内表現 - ", pp.58-70, 産業図書 (1989)
- 6)枝松邦彦: "医薬品の選別", テレビジョン学会誌, **41**(10), 898-902 (1987)
- 7)Fantini E., L. Tognotti and A. Tonazzini: "Drop size distribution in sprays by image processing", Computers and Chemical Engineering, **14**(11), 1201-1211 (1990)
- 8)福島邦彦: "神経回路と情報処理", pp.32-35, 朝倉書店 (1989)
- 9)Fumihiro Koizumi, Hirokazu Nishitani and Eiichi Kunugita: "Image processing for quality/process control of polymer process", Proceedings of Fifth International Symposium on Process Systems Engineering, P-3B.8, pp.747-752, June (1994)
- 10)船久保登: "視覚パターンの処理と認識", pp.115-116, 啓学出版 (1990)
- 11)舟本統, 木下健, 森雅英: "製鉄工程における検査", テレビジョン学

## 引用文献

- 会誌, 41(10), 893-897 (1987)
- 12)長谷川純一, 舟水大和, 中川晶, 横井茂樹: "画像処理の基本技法", 第1章, 技術評論社 (1986)
- 13)idem, ibid, 第3章, 技術評論社 (1986)
- 14)平井哲郎, 永井伸樹: "一次元イメージセンサを用いた簡便な噴霧粒径測定法", 日本機械学会論文集(B), 50(455), 1176-1184 (1989)
- 15)市田浩三, 吉本富士市: "スプライン関数とその応用", pp.184-185, 教育出版 (1990)
- 16)乾敏郎: "視覚情報処理の基礎", pp.111-112, サイエンス社 (1990)
- 17)Kamel A. H., S. A. Akashah, F. A. Leeri and M. A. Fahim: "Particle size distribution in oil-water dispersions using image processing", Computers and Chemical Engineering, 11(4), 435-439 (1987)
- 18)木内雄二: "画像処理のはなし", 日刊工業新聞社 (1984)
- 19)木瀬洋, 塩山忠義, 村田滋: "組み合わせ的手法による重なり合った粒子像の画像処理", システム制御情報学会論文誌, 2(11), 363-369 (1989)
- 20)idem: "組み合わせ的手法に基づく重なり合った粒子像の画像処理法について", 第32回システムと制御研究発表講演会, 3046, pp.319-320 (1988)
- 21)小泉文弘, 山本康弘, 檜田榮一: "画像処理による気泡合一因子の算出", 化学工学協会第53年会講演要旨集, J116, p375 (1988)
- 22)小泉文弘, 豊田重治, 檜田榮一: "画像処理による粒子像の解析", 化学工学会徳島大会講演要旨集, B-16, pp.70-71 (1989)

- 23) 小泉文弘, 西谷紘一, 豊田重治, 檜田榮一: "粒子画像に対する輪郭線の検出", 化学工学論文集, 19(2), 181-188 (1993)
- 24) idem, ibid: "重なり粒子像の認識", 19(3), 511-518 (1993)
- 25) 小泉文弘, 西谷紘一: "粒子画像解析による粒子径分布の自動計測", 第37回システム制御情報学会研究発表講演会論文集, 4037, pp.377-378 (1993)
- 26) 小泉文弘, 西谷紘一, 小松規秀, 檜田榮一: "画像処理による粒子径分布の自動計測", 化学工学論文集, 19(6), 1120-1127 (1993)
- 27) 小泉文弘, 西谷紘一, 豊田重治, 檜田榮一: "弧の補間による重なり粒子像の認識", 化学工学論文集, 20(4), 521-528 (1994)
- 28) 小松規秀, 南川季久雄, 小泉文弘, 韻義則: "画像処理による粒子像の径分布測定", 化学工学会第57年会講演要旨集, J105, 177 (1992)
- 29) Lee H. S., R. M. Hodgson and E. J. Wood: "Texture measures for carpet wear assessment", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 10(1), 92-105 (1988)
- 30) Marr D., E. Hildreth: "Theory of edge detection", Proc. Roy. Soc. London, B 207, 187-217 (1980)
- 31) 森俊二, 坂倉梅子: "画像認識の基礎 [II]", pp.101-107, オーム社 (1990)
- 32) idem, ibid, 15章, オーム社 (1990)
- 33) 中田富紘: "ICマスクの自動検査", テレビジョン学会誌, 41(10), 881-884 (1987)
- 34) 長尾真ら: "岩波情報科学辞典", p.532, 岩波書店 (1990)
- 35) Nishihara H. K. and P. A. Crossley: "Measuring photolithographic

## 引用文献

- overlay accuracy and critical dimensions by correlating binarized Laplacian of Gaussian convolutions, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 10(1), 17-30 (1988)
- 36)野村良忠: "農水産物におけるパターン計測と判定", テレビジョン学会誌, 41(10), 902-906 (1987)
- 37)大垣武史, 美濃導彦, 坂井利之: "市街地図からの白地図の抽出", 情報処理学会第29回全国大会, 6M-7 (1984)
- 38)大木亨, 小西敏夫: "マウントチップ検査装置", テレビジョン学会誌, 41(10), 888-892 (1987)
- 39)Ow C. S. and R. I. Crane: "A simple off-line automatic image analysis system with application to drop sizing in two-phase flows", International Journal of Heat and Fluid Flow, 2(1), 47-53 (1980)
- 40)Randy D. H., R. S. Schechter and J. K. Aggarwal: "Image processing techniques for the estimation of drop size distributions, Industrial Engineering and Chemical Fundamental, 24, 101-105 (1985)
- 41)Roger W.: "視覚情報処理モデル入門", pp.36-37, サイエンス社 (1989)
- 42)坂上勝彦: "画像処理における反復演算の応用", 情報処理, 23(7), 641-650 (1982)
- 43)坂上勝彦, 高木幹雄: "反復演算による重なり合った粒子像の分離", 24(5), 561-567 (1983)
- 44)idem: "反復演算による重なり合った棒状パターンの解析", 電子情報通信学会論文誌, J66-D(5), 585-592 (1983)

- 45) 桜井: "スプライン関数入門", p.80, 東京電機大学出版局 (1985)
- 46) Sandra L. B., P. J. Besl, C. L. Cole, R. Jain, D. Mukherjee and K. D. Skifstad: "Automatic solder joint inspection", IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 10(1), 31-43 (1988)
- 47) Spider User's Manual, III-p.63, 電子総合研究所編 (1980)
- 48) Spider User's Manual, II-p.148, 電子総合研究所編 (1980)
- 49) 高木幹雄, 坂上勝彦: "画像処理の基礎技術", テレビジョン学会誌  
-産業における画像処理特集号-, 41(10), 863-871(1987)
- 50) 田村秀行: "コンピュータ画像処理入門", 第1章, 総研出版 (1985)
- 51) idem: ibid, 第2章, 総研出版 (1985)
- 52) idem: ibid, 第3章, 総研出版 (1985)
- 53) idem: ibid, 第4章, 総研出版 (1985)
- 54) idem: ibid, 第5章, 総研出版 (1985)
- 55) idem: "コンピュータ画像処理: 応用実線編", p76, 総研出版 (1990)
- 56) idem: ibid, p84, 総研出版 (1990)
- 57) idem: "細線化法についての諸考察", 信学技法, RPL75-66, 49-56  
(1975)
- 58) 豊田重治, 小泉文弘, 西谷紘一, 檜田榮一: "Marr-Hildreth フィルター  
の2粒子分離特性", 神経回路学会第1回全国大会講演予稿集, P2-2,  
p65 (1990)
- 59) 豊田重治, 小泉文弘, 西谷紘一, 檜田榮一: "粒子像のエッジ検出", 化  
学工学会第23回秋季大会講演要旨集, P213, p.93 (1990)
- 60) 辻三郎: "画像処理への展望 - 最新画像処理とその動向 - ", 日本自動  
制御協会セミナーテキスト, pp.69-77 (1985)

## 引用文献

- 61)内山隆: "組立用ロボットの視覚", テレビジョン学会誌, **41**(10), 940-945 (1987)
- 62)Weigel B., W. Lampe and G. Heinze: "Optoelektronische computergeregelte hochfackelanlage", Chemie Technik, **21**(5), 50-53 (1992)
- 63)山田豊道: "地図認識入力技術の動向", 映像情報(I), 19-24 (1987)
- 64)Zucker, S.W., Krishnamurthy, E.V. and Haar, R.L.: Relaxation processes for scene labeling: convergence, speed, and stability, IEEE Trans., **SMC-8**(1), 41-48 (1978)

## 記号説明

\*[-]: 1pixelの大きさを代表量とした無次元記号

$A$	=Receptive field	[pixel]
$a_{ij}$	=Density of pixel ( $i,j$ )	[-]
$C$	=Center of inscribed circle	[-]
$C_0$	=Initial center point to inscribed circle	[-]
$Cx$	= $x$ -coordinate of center	[-]
$Cy$	= $y$ -coordinate of center	[-]
$CP(i,j)$	=Inscribed circle	[-]
$D_s$	=Value defined by Eq.(1.13)	*[-]
$d$	=Distance between two particles	[pixel]
$dc$	=Distance between $r_1$ and $r_2$	*[-]
$d_{ir}$	=Distance between $P_i$ and $P_{ir}$	*[-]
$d_{il}$	=Distance between $P_i$ and $P_{il}$	*[-]
$D_{th}$	=Threshold value of distance between $O'_1$ and $O_2$	*[-]
$d_{th}$	=Threshold value	*[-]
$E$	=Objective function in Eq.(4.7)	[-]
$ERR(P_i)$	=Condition for convergence in Eq.(1.12)	*[-]
$h$	=Constant parameter of Eq.(2.21)	[-]
$J$	=Set of pixels in Eq.(1.7)	[-]
$j$	=Number of pixel belong to the contour line	[-]
$K$	=Number of pixels make up a contour line	[-]
$k$	=Parameter of the $k$ -curvature	[pixel]
knot	=Distance between knots on a maximal arc	[pixel]

## Nomenclature

$L_{av}$	=Average value of density change on the contour line of particles [-]	
$l$	=Maximal length of contour line in Eq.(1.17)	*[-]
$M$	=Upper limit of number of circles	[-]
$m$	=Number of circles	[-]
$n$	=Number of corners	[-]
$n_p$	=Number of pixels consist of contour line	[-]
$N_i$	=Number of selected pixels in Eq.(1.11)	[-]
$O_1$	=Center of circle for pixel $P_i$	[-]
$O_2$	=Center of circle for pixel $P_j$	[-]
$OP(i,j)$	=Closed curve of contour line	[-]
$P(x_0, y_0, r_0)$	=Parameter in circle	[-]
$P_i$	=Pixel $i$	
$P_j$	=Pixel $j$	
$\overline{PP_{i+1}}$	=Euclidian distance between point $P_i$ and $P_{i+1}$	*[-]
$r$	=Radius of circle	*[-]
$R_{ij}^*$	=Index in Eq.(1.3)	*[-]
$R_{os}$	=Rate for overlapping area in Eq.(1.21)	*[-]
$Q$	=A value defined by Eq.(1.6)	[-]
$q$	=Order of spline function	[-]
$R$	=Radius of receptive field	[pixel]
$R'$	=Radius of off-area	[pixel]
$R'_L$	=Critical value of off-area radius	[pixel]
$R_{part}$	=Radius of particles	[pixel]
$S_0$	=Area of original object in Eq.(1.21)	[pixel]

$S_A$	=Area of alternative object in Eq.(1.21)	[pixel]
$s$	=Random variable in Gauss function	[ $\cdot$ ]
$s_j$	=Distance between pixel $P_i$ and center of a circle	*[ $\cdot$ ]
$s(t)$	=Spline function	[ $\cdot$ ]
$t$	=Random variable in Gauss function	[ $\cdot$ ]
$t_1$	=Number of iteration in Eqs(1.8), (1.9), (1.10)	[ $\cdot$ ]
$u(i,j)$	=Density of filter input	[ $\cdot$ ]
$V_{th}$	=Threshold value of first derivative	[ $\cdot$ ]
$v(i,j)$	=Density of filter output	[ $\cdot$ ]
$w$	=Edge width	[pixel]
$X$	= $x$ -axis of orthogonal coordinate	[ $\cdot$ ]
$Y$	= $y$ -axis of orthogonal coordinate	[ $\cdot$ ]

**Greek**

$\varepsilon$	=Index of erroneous measurement	*[ $\cdot$ ]
$\varepsilon_0$	=Allowable value of error	*[ $\cdot$ ]
$\eta$	=Random variable in Gauss function	[ $\cdot$ ]
$\lambda$	=Assumed probability	[ $\cdot$ ]
$\theta$	=Angle between $PQ$ and $QR$	[radian]
$\sigma$	=Standard deviation of $s$ , $t$ and $\xi$ , $\eta$	[ $\cdot$ ]
$\tau$	=Parameter on the interpolated curve	[ $\cdot$ ]
$\xi$	=Random variable in Gauss function	[ $\cdot$ ]

**Superscript:**

(0)	=initial value
-----	----------------

## 謝辞

本論文を書き終えるにあたり、著者は実に多くの方々に感謝の言葉を述べなければなりません。

まず、画像処理について研究する機会を与えてくださいり、大阪大学基礎工学部に勤務以来18年間の長きに渡り、絶えざるご指導とご助言をいただきました、大阪大学基礎工学部化学工学科樺田榮一教授に衷心より感謝申し上げます。

また、本論文をまとめにあたり、格別のご指導をいただきました化学工学科、平田雄志教授ならびに情報工学科、西川清史教授に心から感謝の意を表します。

著者が情報工学科に移って以来直接ご指導いただき、厳しくも心のこもったご指導と、公私にわたる絶えざる励ましをいただきました、奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科、西谷紘一教授に心より感謝申し上げます。

いろいろと研究上の刺激を与えてくださいり、夜遅くまで討論していただきました奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科、藤原健史助教授に感謝いたします。さらに卒業生の豊田重治氏（住友電工（株））の功績を決して忘れるることはできません。研究の骨子を作り上げ、共に過ごした3年間のみならず卒業後も多大な協力を惜しまないでくれました。

西川研究室の小林加代子さんには様々なサポートと心づかいをいただき、研究のための時間を作ってくださいました。心から感謝しております。鐘淵化学工業（株）の小松規秀技師には画像データを提供していただきました。さらに論文作成にあたつて熱心に討論に参加していただき、大変感謝いたしております。計算機管理室で共に仕事をなした高木正直教務員（（株）DSC）ならびに大里隆博教務員には、計算機管理という慣れない仕事をずいぶんとサポートしていただきました。助力なしにはこの仕事は完成しませんでした。心から感謝申し上げます。

化学工学科在職時代、お世話になりました轟義則博士（住友化学（株））、坪井泉博士（ニッポンリーバBV）夫妻、井上義郎講師、金鐘和助手（昌原大学校工科大学工業化学科助教授）、山下治雄助手、藤原一郎氏（物質工学工業技術研究所）、吉田睦子さんに心から感謝いたします。また情報工学科に移って以来お世話になりました、船曳信生講師、北道淳司助手、吉岡敏明助手、快適な計算機環境を提供して頂いた齋藤明紀講師、博士課程2年生の川本芳久氏に心から感謝いたします。そのほか、化学工学科および情報工学科の諸先生方、学生諸氏には一方ならぬお世話になりました。これらの方々に深く感謝いたします。

このような仕事をなす機会を与えて頂きました両親の小泉洋、小泉澄子に仕事の結果を報告すると共に、心からの感謝の意を表します。

論文を書き上げるまでの3年間余り、一緒に過ごす時間が取れなかつたにもかかわらず、我慢してくれた3人の子供達、奈央ちゃん、祐真君、良介君にどうもありがとうございましたと言います。

最後になりましたが、家庭にあって苦しみと喜びを共に分かち合った最愛の妻、順子に心から感謝をいたします。

# **Appendix**

**Appendix-A** ディジタル画像処理の基本手法

**Appendix-B** スプライン関数

## Appendix-A ディジタル画像処理の基本手法

### A.1 濃淡画像処理

一般に、観測された画像には様々な種類のノイズや歪みが含まれている。このようなノイズや歪みを取り除き、画像のもつ情報を観測者にとって見やすくしたり、画像をある標準的な形に変換し、特徴抽出や認識が容易に行なえるようにすることは、画像処理の大きな目的の一つである。このような処理は、画像解析・認識では通常“前処理”<sup>53)</sup>(preprocessing)と呼ばれる。前処理には、コントラスト強調、ノイズ除去、幾何学的歪みの補正などの操作がある。前処理における入出力はともに画像で、入力画像の濃度や座標に各種の操作が施され、出力画像に変換される。

#### A.1.1 平滑化

画像には多くの種類のノイズが含まれており、元の画像からその特徴を取り出す前にこのようなノイズを除去しておく必要がある。

ノイズ発生のメカニズムがあらかじめ分かっており、モデル化ができるときは、モデルに応じたフィルタを設計することによってノイズを除去することができる。しかし、通常はノイズ発生のメカニズムが未知であったり、数学的にモデル化することが困難なことが多い。このようなときには、ノイズのもつ一般的な性質に基づいてノイズ除去を行なう平滑化<sup>53)</sup>(smoothing)の手法が用いられる。

## (1) 移動平均法

分散が $\sigma^2$ の正規分布から独立に取られたn個の標本の平均値の分散は $\sigma^2/n$ となる。それゆえ、入力画像における点(i,j)の近傍の平均濃度を出力画像の点(i,j)の値とすることによって、画像中のノイズによる濃度のばらつきを低下させることができる。 $n \times n$ の正方形の近傍を用いるとき

$$g(i,j) = \sum_{k=-[n/2]}^{[n/2]} \sum_{l=-[n/2]}^{[n/2]} \frac{1}{n^2} f(i+k, j+l) \quad (\text{A.1})$$

となる。ここで[n]はnを超えない最大の整数を表し、nは奇数とする。別の見方をすれば、要素がすべて $1/n^2$ である加重マトリックスによる空間フィルタリングであると言える。この方法では、濃度の平均を求める近傍を大きくし過ぎたり、操作を何回も反復すると画像がぼけてしまい画質が逆に低下する。それゆえ、一般的には $3 \times 3$ 画素程度の小さな近傍を用いることが多い。

## (2) メディアンフィルター

メディアンフィルター(median filtering)は、入力画像における局所領域中の濃度の中央値(メディアン)を出力値として与える。 $3 \times 3$ 局所領域を採用した場合、9個の濃度値の小さい方から5番目の値(中央値)を、注目画素の出力値とする。このフィルターは移動平均法に比べて、エッジがぼけるのをかなり防ぐことができる。

いま次の1次元画像を使って、移動平均法とメディアンフィルターを比べてみよう。

$\cdots, 0, 1, 0, 1, 6, 5, 6, 6, \cdots$

$1 \times 3$ の移動平均法では

…, 0, 0, 1, 2, 4, 6, 6, 6, …

メディアンフィルターでは

…, 0, 0, 1, 1, 5, 6, 6, 6, …

となり、メディアンフィルターの方がエッジ部分の濃度差が大きいことが分かる。

### (3) 選択的局所平均化

移動平均法でエッジがぼけるのは、局所領域内にエッジが存在するしないにかかわらず、一様に濃度の平均を求めるためである。局所領域内にエッジが含まれると濃度の分散が大きくなる。従って、各画素の周囲でエッジを含まない局所領域を探し、その領域の平均濃度を注目画素の濃度出力値であるとすれば、エッジをぼかすことなくノイズの除去が可能である。この手法は選択的局所平均化<sup>53)</sup>(selective local averaging)と呼ばれる。

## Appendix-A

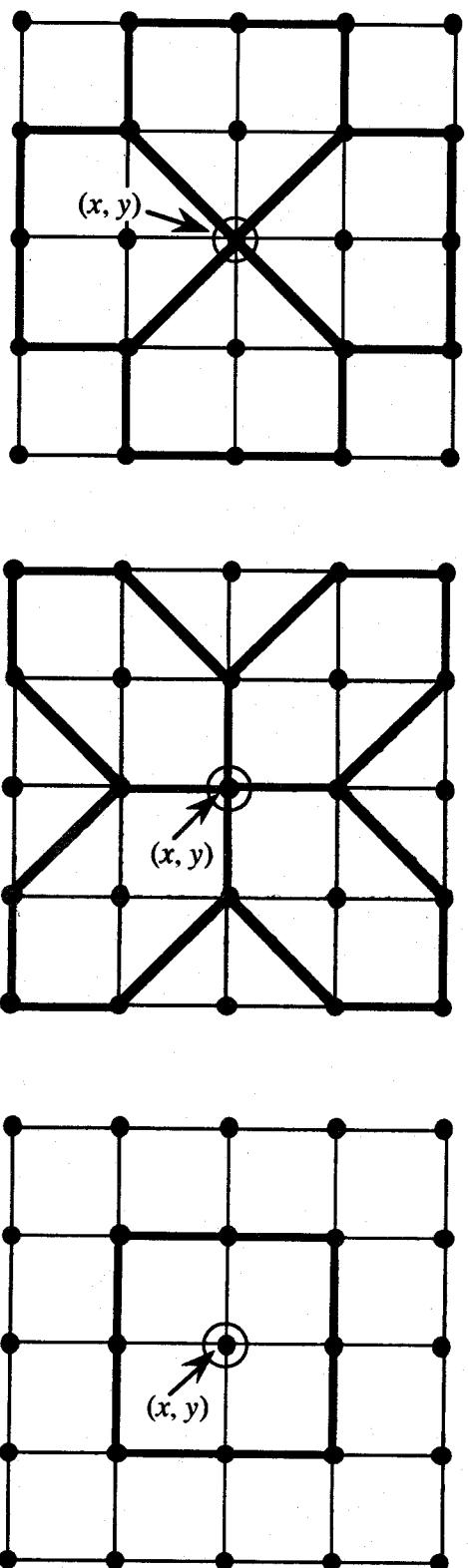


Fig. A.1 Edge preserving smoothing

一例として、Fig. A.1に示すような9個の局所領域（5角形、6角形のものが4つづつ、正方形のものが1つ）内の濃度の分散をそれぞれ計算しておき、分散が最小となる領域の平均濃度を注目画素( $x, y$ )の出力とする方法がある。この方法では、エッジをぼかすことなくノイズが取り除かれるという特徴があり、エッジ検出の前処理<sup>21)</sup>として適している。

### A.1.2 エッジ検出

エッジ検出の手法<sup>30), 32), 52)</sup>は古くから研究されており、様々な手法がある。一般にエッジと同様の意味で輪郭線(contour line)という言葉が用いられる。エッジと輪郭線の区別についてははっきりとした定義はない。

本論文では、画像の濃度変化の大きな部分の画素の集合をエッジと呼び、エッジの中で最も濃度変化の大きな部分を線図形として表したもの

を輪郭線<sup>23)</sup>とよぶことにする。

複雑な画像では対象物像の境界が閉じた線として得られないなどの問題が生じる。一般に誤りなく画像を分割することは難しく、対象とする画像の特徴やそれに関する知識をうまく用いることが必要である。

#### (1) 一次微分

濃度の急激に変化している部分を検出するには、一般に微分を行なえばよい。デジタル画像の場合、微分は差分で表現される。すなわち、 $x$ 方向、 $y$ 方向の差分を次式のように定義する

$$\begin{aligned}\Delta_x f(i, j) &\equiv f(i, j) - f(i-1, j) \\ \Delta_y f(i, j) &\equiv f(i, j) - f(i, j-1)\end{aligned}\quad (\text{A.2})$$

## Appendix-A

Eq.(A.2)のような差分式では、画像中のエッジの位置によって微分値の大きさが変化する。そこで勾配(gradient)の大きさを

$$e = \sqrt{(\Delta_x f(i,j))^2 + (\Delta_y f(i,j))^2} \quad (A.3)$$

とし、その方向は

$$\tan^{-1} \frac{\Delta_y f(i,j)}{\Delta_x f(i,j)} \quad (A.4)$$

で表わす。これは標準的な微分オペレータで、特にPrewittオペレータ<sup>32)</sup>と呼ばれる。

Eq.(A.2)のように定義すると、注目画素の極く近傍の画素の値だけを用いるため、雑音に対して非常に敏感になる。そこで実際に画像に適用するときは、画素間の濃度差をとるのではなく、注目する画素の近傍領域内で濃度の平均値の差を計算する。

$$\begin{aligned} \Delta_x f(i,j) &\equiv \frac{1}{3} \{ (f(i+1,j-1) + f(i+1,j) + f(i+1,j+1)) \\ &\quad - (f(i-1,j-1) + f(i-1,j) + f(i-1,j+1)) \} \end{aligned} \quad (A.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta_y f(i,j) &\equiv \frac{1}{3} \{ (f(i-1,j+1) + f(i,j+1) + f(i+1,j+1)) \\ &\quad - (f(i-1,j-1) + f(i,j-1) + f(i+1,j-1)) \} \end{aligned} \quad (A.6)$$

とし、Eqs.(A.3), (A.4)を用いてそれぞれエッジの強度、方向を求めればよい。これはFig. A.2-(a)に示すように、加重マトリックスとして表現できる。この荷重の値をいろいろと変化させることによって、様々な特徴を持った微分オペレータを定義することができる。

例えば、Fig. A.2-(b)はSobelオペレータ<sup>31)</sup>として知られている。Sobelオペレータは、注目画素の上下に隣接する画素に対して、対角線上に隣接する画素より大きな重みを与えることによって、注目画素の出力画像への寄与が大きくなるようにしておる、よりノイズに影響されにくくなっている。しかし、画像中の濃度変化が小さい場合、あるいはオペレータ作用範囲としての近傍領域を大きくとると、エッジとして求まつた図形は幅をもつ。従ってエッジとして求まつた図形から、線の幅が1画素である線図形を求める問題は次の段階の問題となる。

**Appendix-A**

1	0	-1
1	0	-1
1	0	-1

$\Delta_x f$

1	1	1
0	0	0
-1	-1	-1

$\Delta_y f$

(a) Prewitt operator

1	0	-1
2	0	-2
1	0	-1

$\Delta_x f$

1	2	1
0	0	0
-1	-2	-1

$\Delta_y f$

(b) Sobel operator

Fig. A.2 Operators for edge detection

## (2) ラプラシアン

ラプラシアン(Laplacian)は、エッジの方向に依存しない2次の微分オペレータで、その値はスカラーである。

$$\nabla^2 f(i,j) \equiv \frac{\partial^2 f(i,j)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(i,j)}{\partial y^2} \quad (\text{A.7})$$

ディジタル画像におけるラプラシアンは、

$$\nabla^2 f(i,j) \equiv [f(i+1,j) + f(i-1,j) + f(i,j+1) + f(i,j-1)] - 4f(i,j) \quad (\text{A.8})$$

で定義される。ここで  $\Delta_x f$ ,  $\Delta_y f$  は Eq.(A.2) を用いた。これを加重マトリックスで表現すると Fig. A.3 のようになる。

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Fig. A.3 Laplacian operator

## Appendix-A

例としてFig. A.4の上段に示したサンプルデータに対して、微分フィルターで処理した結果をFig. A.4の中段に示し、ラプラシアンを用いて処理した結果をFig. A.4の下段に示した。Fig. A.4の中段に示す幅 $w$ は、与えた閾値から決まったエッジの幅で、輪郭線の候補位置を示している。一方、ラプラシアンを用いて処理するとFig. A.4の下段に示すように、画像中の濃度が急激に変化している位置に対して、出力画像では符号が変化する。これを0-交差<sup>30)</sup>(0-crossing)と呼んでいる。一般に、0-交差の起こっている位置では、微分フィルターの出力が最大となっている。それゆえ、ラプラシアンを用いて処理した出力画像の0-交差に対応する線図形は、入力画像における対象物像の輪郭線として採用することができる。

ラプラシアンは、1次微分フィルターよりさらにノイズに弱く、エッジより細い線や孤立点に対してその出力値がより大きくなる。例えばFig. A.5-(a)に示すエッジ、線、孤立点に対して、その出力値はFig. A.5-(b)のようになる。エッジのような幅をもった図形に比べて、線や孤立点に対して大きな出力値を示す。従って、ラプラシアンを用いて輪郭線検出を行なうためには、あらかじめ入力画像に対して平滑化を行なつておくことが望ましい。画像の平滑化には、普通メディアンフィルターなどが用いられるが、ガウス関数を用いて画像を平滑化することと等価であるMarr-Hildrethフィルター<sup>30)</sup>などもある。

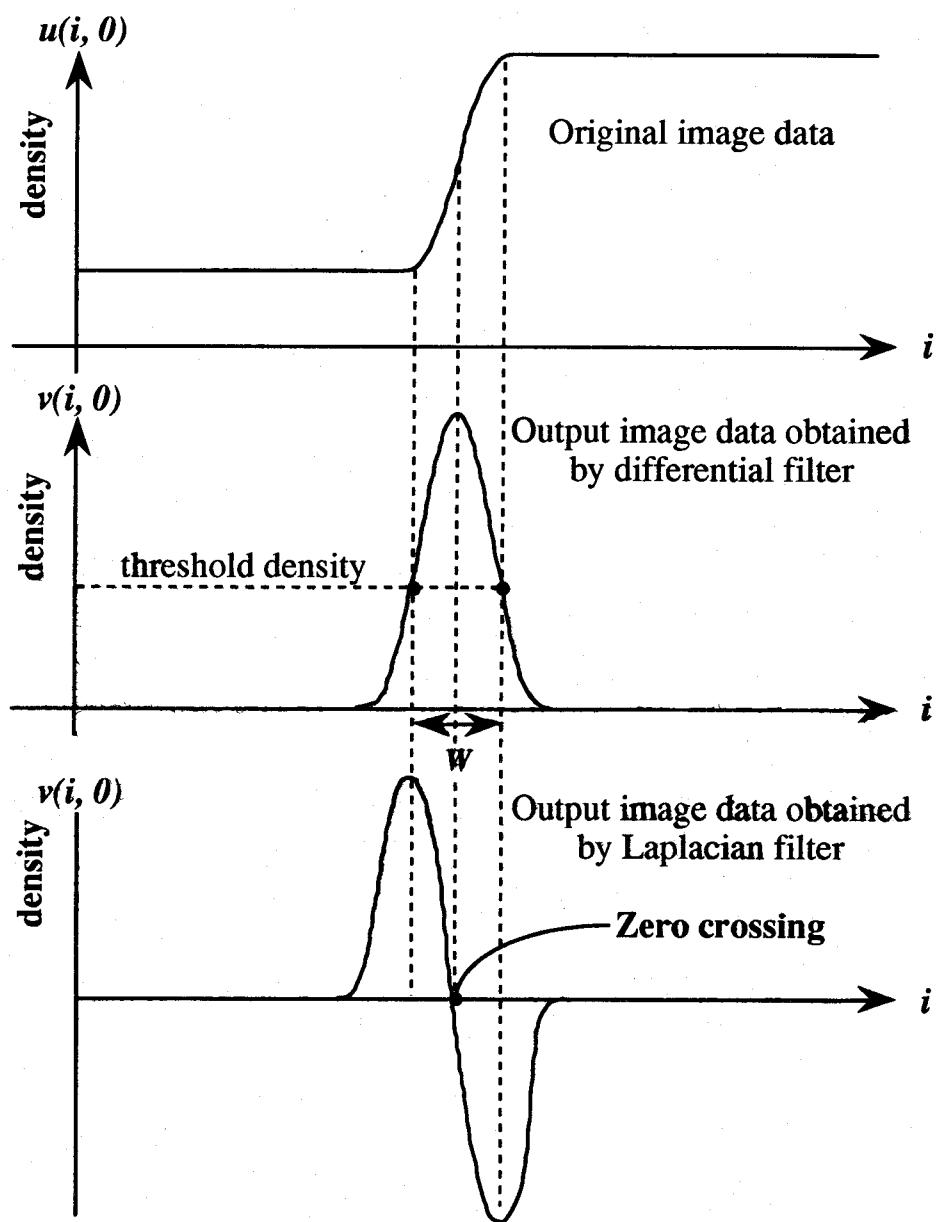


Fig. A.4 Comparison of differential filter  
and Laplacian filter

## Appendix-A

0 0 1 1	0 1 0	0 0 0
0 0 1 1	0 1 0	0 1 0
0 0 1 1	0 1 0	0 0 0
0 0 1 1	0 1 0	

Edge                    Line                    Isolated point

(a) Input

0 1 1 0	1 2 1	1 1 1
0 1 1 0	1 2 1	1 4 1
0 1 1 0	1 2 1	1 1 1
0 1 1 0	1 2 1	

Edge                    Line                    Isolated point

(b) Output of Laplacian operator

Fig. A.5 Output of Laplacian operator for edge,  
line and isolated point

## A.2 2値画像処理

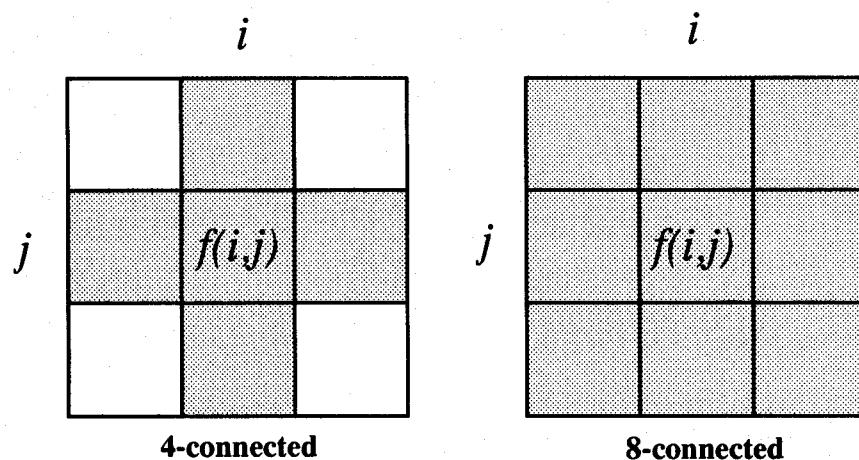
ディジタル画像処理のなかで、2値画像処理は非常に重要である。なぜなら、文字、図形など具体的な処理対象は本質的に2値であるものが多く、また濃淡画像処理に比べて幾何学的な諸概念が定義しやすい。それゆえ画像の観測時には濃淡画像であっても、図形の特徴抽出や計測の段階では2値画像の形で行なう。

### A.2.1 連結性

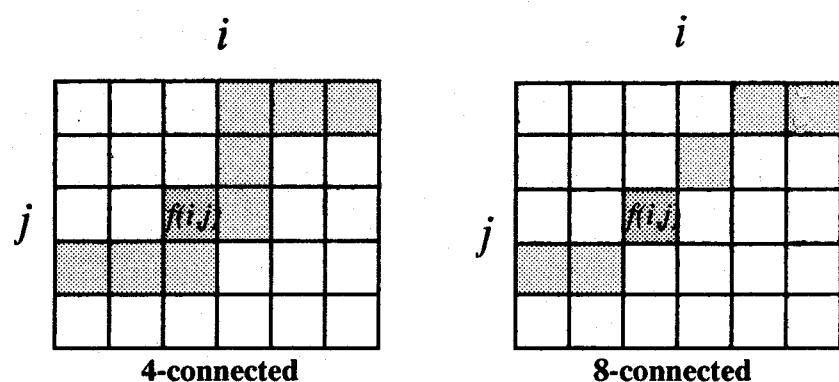
Fig. A.6に示す画素 $(i,j)$ に注目したとき、上下左右の4画素を4近傍(4-neighbor)と呼び、4近傍にさらに対角線方向の4画素を加えた8個の画素を8近傍(8-neighbor)と呼ぶ<sup>52)</sup>。また注目画素 $(i,j)$ の4近傍あるいは8近傍に存在する画素を、それぞれ4隣接(4-adjacent), 8隣接(8-adjacent)する画素と呼ぶ<sup>52)</sup>。画素濃度が2値(0,1)をとるとき、2つの画素が同じ値を持ち、この2つの画素を結ぶ同じ値の画素の並びが存在し、この並びの上のすべての画素が4隣接あるいは8隣接であるとき、2つの画素は4連結あるいは8連結の意味で連結しているという<sup>52)</sup>。

4-連結あるいは8-連結で連結している画素の集合を連結成分(画素)<sup>52)</sup>(connected component)と呼び、連結部分以外で画素の幅が1画素である連結画素をディジタル画像における線図形<sup>23)</sup>と呼ぶ。このとき、連結成分の数が1である画素を端点と呼ぶ。

## Appendix-A



(a) Definition of 4- and 8-connected



(b) Curve of 4- and 8-connected

Fig. A.6 Definition of connected pixels and curve  
in digital picture

### A. 2. 2 距離

一般にある集合 $S$ の要素 $p, q, r$ に対して、次の性質（距離の3公理）を満たす関数 $d$ を距離<sup>52)</sup>(distance)という。

(1)  $d(p, q)=0$  となるのは  $p=q$  のとき限る。 (非負)

(2)  $d(p, q)=d(q, p)$  (対象)

(3)  $d(p, r) \leq d(p, q)+d(q, r)$  (三角不等式)

上式を満たす様々な関数が定義できるが、デジタル画像処理では次のような距離が用いられている。

#### (1) ユークリッド距離(Euclidean distance)

$$d_e((i, j), (h, k)) = \sqrt{(i - h)^2 + (j - k)^2} \quad (\text{A. 9})$$

#### (2) 4-近傍距離(4-neighbor distance)

$$d_4((i, j), (h, k)) = |i - h| + |j - k| \quad (\text{A. 10})$$

#### (3) 8-近傍距離(8-neighbor distance)

$$d_8((i, j), (h, k)) = \max\{|i - h|, |j - k|\} \quad (\text{A. 11})$$

#### (4) 8角形距離(octagonal distance)

$$d_0((i, j), (h, k)) = \max\{|i - h|, |j - k|, [2(|i - h| + |j - k| + 1)/3]\} \quad (\text{A. 12})$$

ある注目画素からの等距離線は、 $d_e$ ではほぼ円状になり、 $d_8$ では正方形、 $d_4$ では $45^\circ$ 傾いた正方形となる。このため $d_8$ は街区画距離(city-block distance)、 $d_4$ はチェス盤距離(chess-board distance)とも呼ばれる。

### A.2.3 収縮と膨張

収縮<sup>52)</sup>(contraction)とは、与えられた連結成分の境界点をすべて取り除いて1層分小さくする処理であり、侵食(erosion)とも呼ばれる。一方、膨張<sup>52)</sup>(expansion)とは、逆に1層分太らせる処理であり、拡張(dilatation)とも伝播(propagation)とも呼ばれる。出力画像を $\{g_{ij}\}$ とするとき、それぞれの操作は以下のように定義される。(1.2章参照)

$$\text{収縮: } g_{ij} = \begin{cases} 0: & \text{画素 } (i, j) \text{ あるいは } 4(8) \text{ 近傍画素のうち} \\ & \text{少なくとも } 1 \text{ 画素が } 0 \text{ のとき} \\ 1: & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

$$\text{膨張: } g_{ij} = \begin{cases} 0: & \text{画素 } (i, j) \text{ あるいは } 4(8) \text{ 近傍画素のうち} \\ & \text{少なくとも } 1 \text{ 画素が } 1 \text{ のとき} \\ 1: & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

収縮と膨張はしばしば組み合わせて用いられ、次のように2値画像中の小成分や小さな孔を検出したり消滅させたりする効果がある。

収縮→膨張

Fig. A.7-(a)の例のように、2値画像中の小成分や幅の狭い部分を取り除く効果をもつ。

膨張→収縮

Fig. A.7-(b)の例のように、連結成分の小さな穴とか細かな凹みの部分を埋める効果をもつ。

これらの処理結果と原画像との論理演算により原画像との変化部を見

つければ、図形中の小さな傷を検出できることから、マスクパターンの検査を初めとする各種工業用検査システムに応用されている。

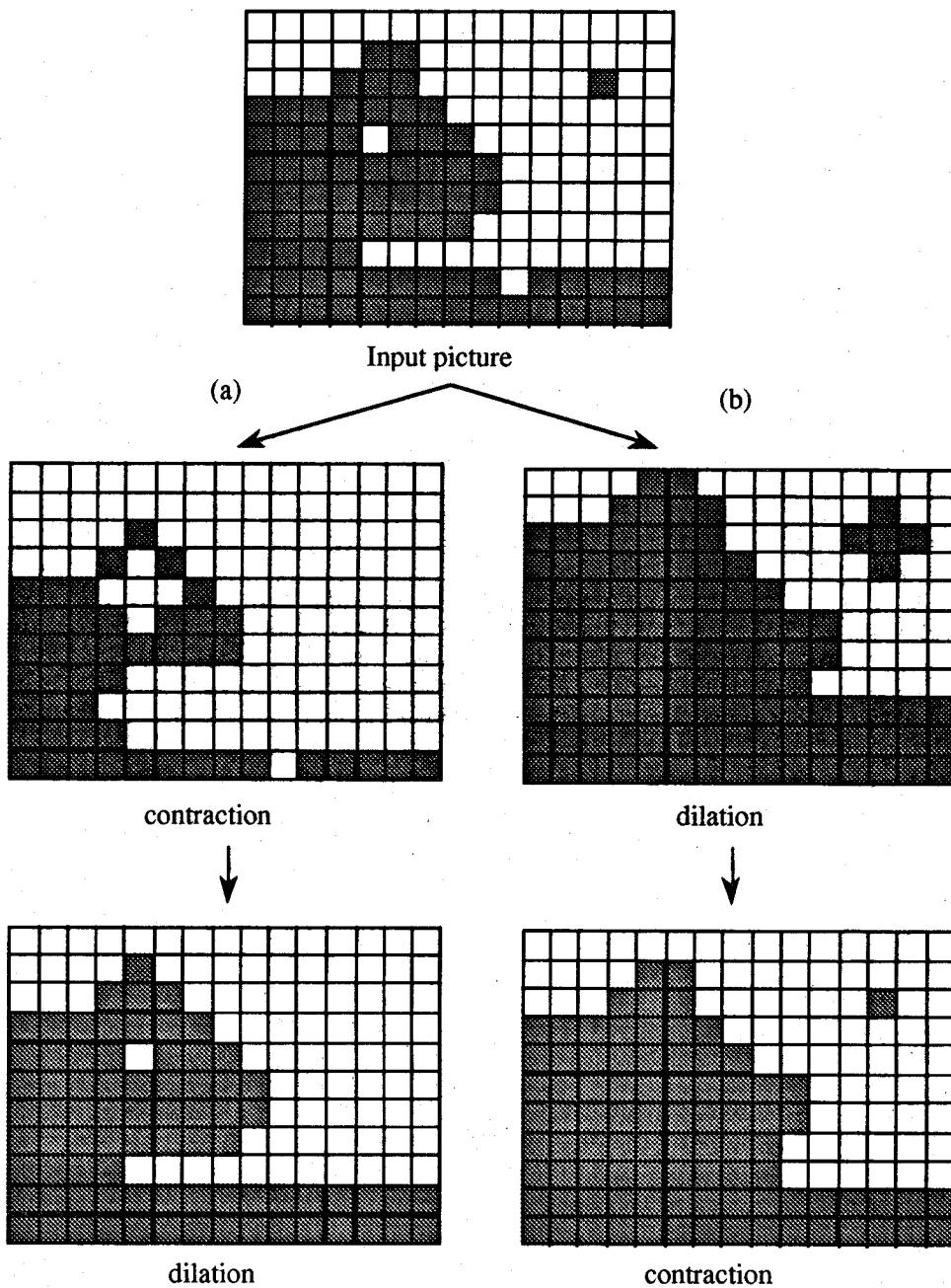


Fig. A.7 Contraction and dilation

A.2.4  $k$ -曲率

ディジタル画像において、対象物の形状を表す閉じた輪郭線が得られているとする。Fig. A.8において点  $P, Q, R$  はディジタル画像中の輪郭線  $l$  上の点（画素）であり、点  $P$  と  $Q$  および点  $Q$  と  $R$  は輪郭線に沿ってそれぞれ  $k$  画素離れている。反時計まわりに輪郭線をたどるとき、曲線  $l$  上の点  $Q$  における  $k$ -曲率は、弦  $QR$  と弦  $PQ$  の反時計まわりになす角  $\theta$  [radian] で定義される<sup>47)</sup>。

$$\kappa = \theta \quad (\text{A.15})$$

Fig. A.8のような凸図形（2.6節参照）の輪郭線上では、 $k$ -曲率は常に正の値をとる。

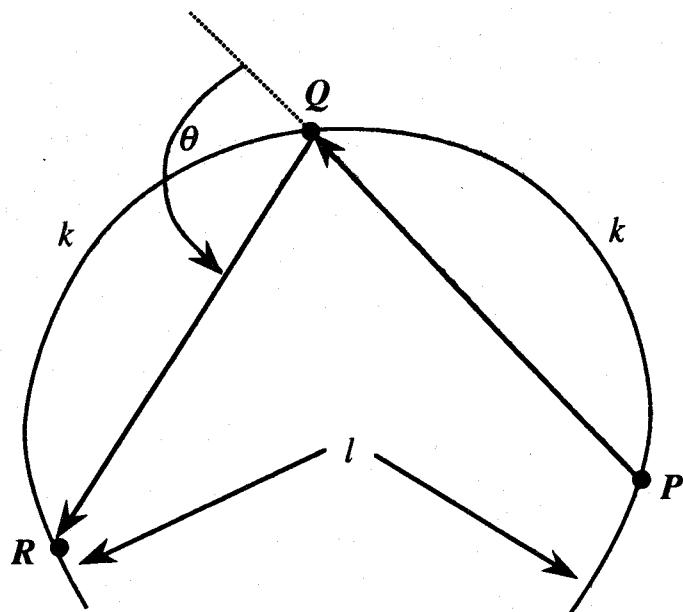


Fig. A.8  $k$ -curvature on contour line,  $l$

### A.2.5 細線化

2値画像中に含まれるそれぞれの連結図形に対して、連結性を失うことなく線幅1の線図形まで細める操作を細線化<sup>52)</sup>(thinning)と言う。言い換えると、任意の太さの線図形の幅方向の画素を順次取り除くことによって、線図形の中心線を求めることになる。細線化は次の細線化処理の基本条件を満たすようにアルゴリズムが構成される。

- (1) 線幅は1である。
- (2) 線図形の位置はもとの連結図形のほぼ中心になる。
- (3) 図形の連結性が保存される。
- (4) 端点が保存される。

### A.2.6 形状特徴計測

#### (1) 面積、周囲長、複雑度

図形の面積は、単純にこの図形に属する画素数を数えることによって求めることができる。一方、周囲長は、図形の境界線上の画素の個数を数え上げることによって求めることができる。また周囲長は境界線追跡アルゴリズムで図形を追跡したときのステップ数からも求めることができる。このとき、上下方向の画素に対してはそのまま計測できるが、斜め方向の画素に対してはディジタル画像特有の誤差を補正するために $\sqrt{2}$ 倍しなければならない。

図形形状の複雑さを決める特徴量として、次式で示す複雑度<sup>52)</sup>が定義される。

$$e = (\text{周囲長})^2 / (\text{面積}) \quad (\text{A.16})$$

$e$ は図形が円のとき最も小さな値( $4\pi$ )となり、図形の形状が複雑にな

るほど大きな値をとる。

### (2) 凹凸性

対象物の形状を表わす閉じた線図形を輪郭線と呼び、輪郭線で囲まれた領域を図形内部、それ以外の領域を図形外部と呼ぶ。このように定義したとき、2次元図形内部の任意の2つの画素を結ぶ弦<sup>34)</sup>が、この図形外部の画素を通らないとき、この図形は「凸(convex)である」、あるいは「凹でない」と言う。また、任意の図形に対し、これを包含する最小の凸図形を、その図形の凸閉包(convex hull)<sup>13,52)</sup>、または凸包と呼ぶ。凸図形の凸閉包は凸図形それ自身である。

### (3) 曲線あてはめ(curve fitting)

線図形  $\{(x_i, y_i); i=1, 2, \dots, N\}$ において、 $y_i$ が  $x_i$  (または  $x_i$  が  $y_i$ ) の一価関数として表される場合、適当な次数の多項式をあてはめることによって滑らかな曲線に変換することができる。最もよく近似できるパラメータの集合を求めるためには、近似の良さを測る尺度が必要であるが、最小二乗誤差の基準を用いることが多い。

あてはめる関数を  $g(x)$ としたとき、与えられた線図形と  $g(x)$ との誤差は次式で与えられる。

$$E = \sum_{i=1}^N |y_i - g(x_i)|^2 \quad (\text{A.17})$$

このとき、

$$g(x_i) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_d x^d \quad (\text{A.18})$$

で近似される。ここで  $a_0 \sim a_d$  はパラメータである。Eq.(A.17)を満たす

パラメータの集合 $\{a_0, a_1, a_2, \dots, a_d\}$ は最小二乗法を用いて次のように求める。

$$A = (X'X)^{-1} X'Y \quad (\text{A.19})$$

ただし

$$A = (a_0, a_1, \dots, a_d)^T \quad (\text{A.20})$$

$$Y = (y_0, y_1, \dots, y_N)^T \quad (\text{A.21})$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^d \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^d \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_N & x_N^2 & \cdots & x_N^d \end{pmatrix} \quad (\text{A.22})$$

実際には1~3次多項式が用いられることが多い。

## Appendix-B スプライン関数\*

スプライン関数は、区間ごとに定義された多項式をできるだけ滑らかにつなぐ方法で、全区間で单一の多項式になる必要はない。一価関数として表せない平面データ点が直交座標系  $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, n)$  で与えられているとき、Fig. B.1 に示すように各データ点をパラメータ  $t$  を用いて次のように表す。

$$\left. \begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \end{array} \right\} \quad (B.1)$$

$\{(x(t_j), y(t_j))\} (j=1, 2, \dots, N)$  を標本点という。 $s(t_j) = g(x(t_j), y(t_j))$  を満たすスプライン補間関数  $s(x(t), y(t))$  を求める場合、異なる多項式のつなぎ目に当たる節点  $\{x(t_i), y(t_i)\}$  と標本点  $\{x(t_j), y(t_j)\}$  とが必ずしも同じである必要はない。

$t_i (i=1, 2, \dots, n)$  を増加する実数列とすると、 $\{x(t_i), y(t_i)\}$  を節点に持つ  $p$  次のスプライン関数  $s(x(t), y(t))$  は次の2つの条件を満たす関数として定義される。

## 定義

1) 各小区間  $(t_i, t_{i+1})$  で  $s(t)$  は  $p$  次以下の多項式である。

2)  $s(t)$  とその  $1, 2, \dots, p-1$  階微分は  $(-\infty, \infty)$  で連続である。

ただし、0次のスプライン関数は段階関数であり、この場合、2つ目の条件は適用しない。

節点  $\{x(t_i), y(t_i)\}$  をもつ奇数次 ( $2p-1$ ) 次のスプライン関数  $s(x(t), y(t))$  が2つの区間  $(-\infty, t_1]$ ,  $[t_n, \infty)$  において  $p-1$  次の多項式で表されるとき、このス

ライン関数は自然スプライン関数と呼ばれる。自然スプライン関数に関して次の定理がある。

### 定理1

データ点  $\{x(t_i), y(t_i)\} (i=1, 2, \dots, n)$  と  $n$  を越えない正の整数  $p$  が与えられたものとする。ただし、 $t_i$  は増加数列であるとする。このとき、 $\{x(t_i), y(t_i)\}$  を節点とし

$$s(t_i) = g(x(t_i), y(t_i)) \quad (\text{B-2})$$

を満足する  $2p-1$  次の自然スプライン関数がただ一つ存在する。

### 定理2

データ点  $\{x(t_i), y(t_i)\} (i=1, 2, \dots, n)$  を補間する  $2p-1$  次の自然スプライン関数を  $s(x(t), y(t))$  とする。また  $f(x)$  を

$$f(x(t_i), y(t_i)) = g(x(t_i), y(t_i)) \quad (\text{B-3})$$

を満たす  $C^p$  級の任意の関数とする。そうすれば、すべての節点をその中に含む有限区間  $[a, b]$  について

$$\int_a^b \left\{ f^{(p)}(x(t_i), y(t_i)) \right\}^2 dt \geq \int_a^b \left\{ s^{(p)}(x(t_i), y(t_i)) \right\}^2 dt \quad p < n \quad (\text{B-4})$$

が成り立ち、等号が成立するのは  $f(x(t_i), y(t_i)) \equiv s(x(t_i), y(t_i))$  のときに限る。

ただし  $p$  は  $n$  を越えない正の整数である。

つまり、 $2p-1$  次の自然スプラインは、 $f(t_i) = g(t_i) (i=1, 2, \dots, n)$  を満たす  $C^p$  級関数のなかで、積分

$$\int_a^b \left\{ f^{(p)}(x(t), y(t)) \right\}^2 dt \quad (\text{B-5})$$

を最小にする補間関数である。この性質はノルム最小化の性質と呼ばれ

る。スプライン関数が3次( $p=2$ )のときは

$$\int_a^b \{f''(x(t), y(t))\}^2 dt \quad (B-6)$$

の値が  $f(x(t), y(t)) = s(x(t), y(t))$  のときに最小になるが、このときは曲率最小化の性質とも呼ばれる。つまり、補間曲線に沿っての曲率の二乗積分を最小にする関数は3次のスプライン関数となる。

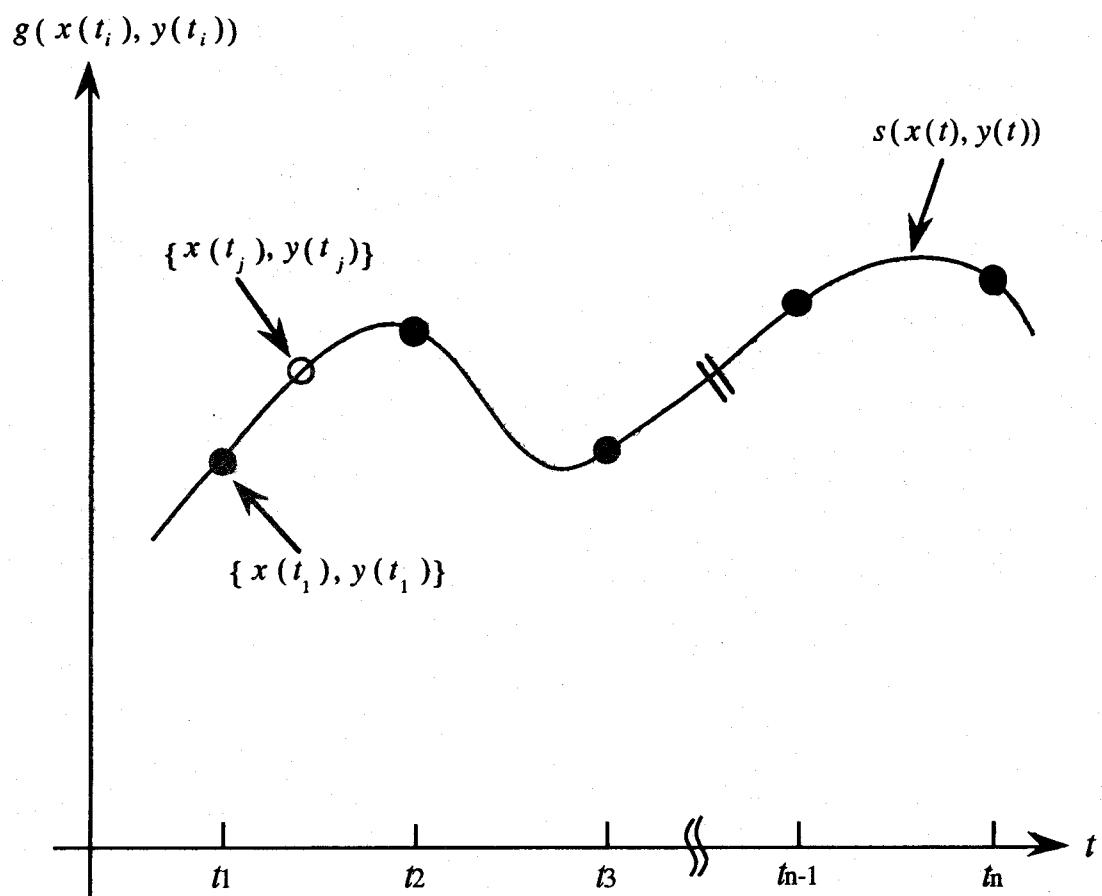


Fig. B.1 Spline function with parametric expression

---

\*市田浩三, 吉本富士市: "スプライン関数とその応用", 教育出版 (1990)

## **Publication list**

### **Proceedings**

- 1) Fumihiro Koizumi, Hirokazu Nishitani and Eiichi Kunugita: "Image Processing for Quality/Process Control of Polymer Process", Proceedings of Fifth International Symposium on Process Systems Engineering, Kyongju, Korea, P-3B.8, pp.747-752, June (1994)

### **学術雑誌論文**

- 1) 小泉文弘, 西谷紘一, 豊田重治, 檜田榮一: "粒子画像に対する輪郭線の検出", 化学工学論文集, Vol.19, No. 2, pp.181-188 (1993)
- 2) 小泉文弘, 西谷紘一, 豊田重治, 檜田榮一: "重なり粒子画像の認識", 化学工学論文集, Vol.19, No.3, pp.511-518 (1993)
- 3) 小泉文弘, 西谷紘一, 小松規秀, 檜田榮一: "画像処理による粒子径分布の自動計測", 化学工学論文集, Vol. 19, No.6, pp.1121-1127 (1993)
- 4) 小泉文弘, 西谷紘一, 豊田重治, 檜田榮一: "弧の補間による重なり粒子像の認識", 化学工学論文集, Vol. 20, No.4, pp.521-528 (1994)