The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	操舵機性能と船の操縦性との関連に関する研究
Author(s)	山本, 平弥
Citation	大阪大学, 1972, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1896
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

操舵機性能と船の操縦性との関連に関する研究

山本平弥

昭和46年12月

論　文　目　録

大阪大学

報告番号・乙第1118号　　山　本　平　弥

主　論　文　　操舵機性能と船の操縦性との関連に関する研究

（主論文のうち印刷公表したもの）

1. 電動油圧操舵機の先進角と船の操縦性について
……造船協会論文集
第107号
昭和35年1月9日

1. 船の最適操舵法 ── ポントリヤーギンの最大原理による──
……造船協会論文集
第121号
昭和42年1月10日

1. 船の操舵機の力量決定の一指針 ── 操舵機の最適舵角速度について──……造船協会論文集
第121号
昭和42年1月10日

1. 小型鋼船の衝突回避性能　── とくに操舵機の舵角速度について── ……造船学会論文集
第128号
昭和45年11月19日

1. 船の最適操舵法について …… 日本航海学会論文集
第30号
昭和38年10月25日

1. 操舵機馬力一定の条件下で操舵時間がアドヴアンスと回頭おくれにおよぼす影響 ―― 特に舵のアスペクト比の変化を考慮して ―― …… 日本航海学会論文集
第40号
昭和44年 5 月 16日

1. Z操船試験による船の操縦性指数の算定法について
…… 海上保安大学校研究
報告第二部昭和37
年度
昭和37年11月30日

1. 船の操舵機の最適舵角速度 …… 海上保安大学校研究
報告第二部昭和42
年度
昭和42年 3 月20日

(主論文のうち未公表のもの)

なし

操舵機性能と船の操縦性との関連に関する研究

山　本　平　弥

昭和46年12月

目　　次

		頁
緒　言		1
第1章	電動油圧操舵機の先進角と船の操縦性	4
1・1	先進角と操舵機時定数	4
1・2	操舵機時定数と船の操縦性	6
1・3	先進角減少に伴う問題点	8
1・4	先進角の限界値	11
1・4・1	舵始動時の角加速度	11
1・4・2	製作上の限界	13
第2章	最 適 操 舵 法	15
2・1	最短時間制御	15
2・2	位相面による最適操舵法	16
2・2・1	非線形最適制御理論の適用	18
2・2・2	数 値 計 算	22
2・2・3	実船実験結果	23
2・3	ポントリヤーギンの最大原理	24
2・4	最大原理による最適操舵法	25
2・4・1	最適制御の型	26
2・4・2	船の操縦運動方程式	27
2・4・3	応答の形	28
2・4・4	解	31
2・4・5	数 値 計 算	34

2・4・6　実船実験結果　35

第3章　最適操舵法から見た最適操舵速度　37

3・1　最適操舵速度　37

3・2　最適操舵速度の検討　40

3・3　最適操舵速度の実際的推定法　42

3・4　最適操舵における舵の切換時刻　42

3・5　数 値 計 算　43

第4章　操舵速度と衝突回避性能　45

4・1　回避措置をとったときの2船間距離　46

4・2　真向かいに行き会う場合の回頭遅れ　47

4・3　針路交角のある場合の限界距離　49

4・3・1　権利船が針路および速力を保つ場合　50

4・3・2　権利船が協力動作をする場合　51

4・4　数 値 計 算　53

4・4・1　3 L で真向かいに行き会う場合　54

4・4・2　針路交角のある場合　54

第5章　操舵機馬力一定の条件下で操舵速度がアドバンスと回頭遅れに及ぼす影響　57

5・1　舵アスペクト比の影響を考慮しない場合　57

5・2　舵アスペクト比の影響を考慮した場合の操舵機馬力　60

5・3　アドバンスを最小にする舵面積比　61

5・4　回頭遅れを最小にする舵面積比　61
5・5　数 値 計 算　62

結　論　64

付　　録

Z操縦試験による船の操縦性指数の算定法について

緒　言　68
6・1　操舵機構の伝達関数　69
6・2　極線図とT，K　70
6・3　位相面によるT，Kの決定　72
6・4　T，Kの位相面による修正　75
6・5　数 値 計 算　76
結　論　78

操舵機性能と船の操縦性との関連に関する研究

緒　　言

近年大型船舶の自動化は急速に進み，機関室の無人化のみならず航法の自動化が現実の問題となってきた。航法の自動化には，デッカ航行システムにみられるように，航行プログラムを設定し，航路を折れ線でつなぎ，変針点をデッカ位置の番号で機械に入れ，自動的につぎつぎと変針点をたどる自動変針が必要となってくる。この変針は当然のことながら最短時間変針となり，ここに時間最小の最適制御理論に基づく最適操舵法が要求される。一方近海における小型船舶の衝突件数は，船腹の増大に伴い，ますます増加の一途をたどっている。本来，操舵機性能の不良が原因と思われる海難が数多く発生している現状にかんがみ，衝突回避は操船者の技量や水路，航路標識などの航行補助施設だけにゆだねるのでなく，造船の側にあっても，衝突回避能力として操舵装置は，どのようなものであるべきかを究明する必要があると考えられる。このような背景のもとに，船の操縦性を考えるとき，必然的に操舵機性能が問題となってくる。

従来，船の操縦性の研究は，いわゆる水につかっている部分の船体や舵のみについて行なわれてきた。船の操縦性は船体の形状や舵の面積などによって，おおよそ決定されるが，水につかっていない部分の操舵機性能もまた，その時定数および操舵速度を介して船の操縦性に大きな影響を与えている。したがって船体や舵の性能がいかによろしきを得ても，操舵機性能が当を得なければ，船全体の操縦性向上を期待することはできない。このことから操舵機性能と船の操縦性との関連を明らかにすることは，操縦性研究に欠くことのできないものと思われる。

操舵装置には，小型船舶用の手動式，大型船舶用の電動油圧式など各種あるが，ここでは可変流量ポンプを用いた電動油圧操舵装置についてのみ論ずることとする。ここで扱っている電動油圧式は，現在ほとんどの船舶の操舵装置として使用されている。本研究では操舵機性能のうち，操舵機自体の時定数，操舵速度および操舵機馬力の３つをとりあげ，これらが船の操縦性に与える影響を明らかにする。電動油圧操舵機の時定数に影響を与える要素には，油圧ポンプラム断面積，ポンプ最大吐出量，舵柄半径，先進角などがあるが，ここでは先進角と時定数との関係をとりあげる。操舵機馬力は，舵面積，舵バランス比，操舵速度などに影響されるが，このうち操舵速度は船の操縦運動における回頭おくれを左右するので，とくに操舵速度をとりあげる。現行規程では船の大小，船種いかんにかかわらず，すべての船を「片舷３５°から反対舷３０°まで操舵するのに２８秒……」で律しているが，このような画一的規程は合理的とはいい難い。各船の操縦性能に対する評価の尺度として操縦性指数が用いられているが，操舵速度をこの指数の関数として表現するほうが，より合理的であるように考えられる。このようにすれば，各船固有の最適操舵速度で操舵できることになる。最適操舵速度は問題の設定によってその値が異なってくる。ここでは各船に最も適した操舵速度を，最適操舵法および衝突回避の２つの見地から求め，この操舵速度を操舵機馬力決定の目安と考えることゝする。

本論文は以上のような立場から，理論的研究を主とし，これと数値計算結果に基づく若干の実船実験結果と総合して，操舵機性能と船の操縦性の関連を明確にすることを目的としたものである。すなわち第１章においては電動油圧操舵機の動特性を解析し，先進角の大きさに影響を及ぼす要素を明らかにし，先進角減少が操縦性に与える効果，先進角減少に伴う問題点およびその限界値について述べた。

第２章の前半では船の旋回運動を位相面上に表現できることを示し，位相面

上で最短時間による最適操舵のトラジエクトリを求め，数値計算と実船実験結果とは小舵角変針ではよく一致するが，大舵角変針ではかなりの誤差の生ずることを明らかにした。位相面による最適操舵法では，実際のてい形操舵をく形操舵でおきかえざるを得ないから，そのための誤差が生ずるので，これを除くための方法として，第2章の後半ではポントリャーギンの最大原理による最適操舵法を述べ，この方法では数値計算と実船実験結果とが，舵角の大小にかかわらず一致することを確認した。

第3章では最適操舵法のあて舵の見地から，最適操舵速度を船の進路安定性を示す指数Tの関数として求め，これと現行規程の操舵時間２８秒とを比較し検討を加えた。

第4章では衝突回避性能からみた操舵速度を求めるにあたり，海難審判裁決録による衝突事例の統計をもとに，真向かいに行き会う場合のモデルを設定し，これから衝突回避のための操舵速度の限界を定め，さらに針路交角がある場合について衝突回避のための2船間距離の限界を求めた。

第5章では，操舵機馬力一定の条件下において，アドバンスや回頭おくれを最小にする操舵速度と舵面積比との関係を，とくに舵のアスペクト比を考慮に入れて求めた。最後に以上の各章における結果に基づいて，操舵機性能と船の操縦性の関連を明確にし，あわせて操舵機設計上考慮しなければならない点を指摘した。

付録として，Z操縦による船の運動をオンオフサーボによる自励振動とみなし，これに非線形制御理論を適用し，簡単に操縦性指数を求める方法を述べた。

第１章　電動油圧操舵機の先進角と船の操縦性

電動油圧操舵機は船橋の舵輪角度と実際の舵角との差に応ずる速さで，舵をとるようになっている。そしてこの差がある値以上になったとき，ポンプは最大吐出量を発揮し最大の速さで操舵が行なわれるのである。この差を先進角（管制角とも呼ぶ）と呼んでいる。この先進角の値は，かならずしも一定ではないが現在では5°～10°の範囲内で適当に決められており，旧海軍では7.5°と一定にしていたようである。

ところで，先進角が大きければ操舵機の時定数は大きくなり，小さければ時定数は小さくなる。したがって舵輪の一定速度操舵に対し，先進角の値が大きければ舵角の遅れは大きくなり，小さければ小さいほど遅れは少なくてすみ，先進角の大きさは船全体の操縦特性に影響を与えることになる。そしてその値が小さいほど操縦性はよくなる。大型船では船の進路安定性を表わす指数が操舵機時定数に比べ，かなり大きいので，先進角を減少することにより操舵機時定数を小さくしても船の操縦性に与える効果は少ないが，小型船の場合，船の進路安定性を表わす指数が比較的小さいので，先進角を減少するとその効果は顕著に現われてくる。このように先進角は操舵機および船の特性上重要であるにもかかわらず，ばく然としている点が多いので本章ではこの問題を解析する。

１・１　先進角と操舵機時定数

電動油圧操舵機に使用されている可変流量ポンプとしては，ヘルショウポンプとジャンネポンプの２つがある。ヘルショウではポンプの外部より偏心腕によって遊動環を左右に偏心することにより，その吐出量を変化させることができ，またジャンネポンプではティルテングボックスを管制腕によって傾斜させることにより吐出量を変化させることができる。構造は異なるが両ポンプとも

操舵機に使用された場合には，原理的に同じであるので，一例としてヘルショウポンプをとってみる。

ポンプの容積効率は油圧により変化するけれどもその程度は数％にすぎず，またテレモータの遊び[1]は導管の大きさや長さにより多少異なるけれども，初圧を4 Kg／cm² 程度にかけておけば，小型船では遊びは0.5°～1°位である。いま油圧ポンプの容積効率を一定とし，テレモータの遊びおよび遅れを無視し油圧筒の漏洩はないものと考える。ここで記号を，つぎのように決める。

$\delta^{*}(t)$ ： 舵輪の指令角度（deg）

$\delta(t)$ ： 舵　角（deg）

δ_a ： 先 進 角（deg）

$X_0(t)$ ： ラム変位（cm）

$Q_P(t)$ ： ポンプ毎秒吐出量（cm³/sec）

η_P ： 油圧ポンプ容積効率

$Q_{P\max}$ ： ポンプ最大吐出量（cm³/sec）

A ： ラム断面積（cm²）

R ： 舵柄半径（cm），　b ： ポンプの最大偏心量（cm）

$X(t)$ ： ポンプの偏心腕変位（cm）

k_1 ： 舵輪角または舵角に対するポンプ偏心腕変位の比例定数

$k_1 = b/\delta_a$ （cm/rad）

k_2 ： 単位偏心量に対する吐出量の比例定数 $k_2 = Q_{P\max}\eta_P/b$ (cm³/sec)

ポンプ流量は　$Q_P(t) = k_2 X(t)$　（1・1）

ラム移動速度は　$\dfrac{dX_0(t)}{dt} = \dfrac{Q_P(t)}{A}$　（1・2）

また舵角 δ とラムの移動量の関係は，舵柄機構がラプソンスライド型なら

$X_0(t) = R\tan\delta(t)$

トランクピストン型なら $X_0(t) = R\sin\delta(t)$ であるが，δ の小さい範囲では，

$$X_0(t) \fallingdotseq R\delta(t) \qquad (1\cdot3)$$

と考えてよい。（1・1），（1・2），（1・3）式をラプラス変換し，この系をブロックダイヤグラムに書けば第1・1図となる。第1・1図を簡単にすれば第1・2図となる。これを運動方程式の形に書けば，

$$T_E \frac{d\delta}{dt} + \delta = \delta^* \qquad (1\cdot4)$$

ここで　$T_E = AR/k_1 k_2 = AR\,\delta_a/Q_{p\max}\eta_p$　（1・5）

は操舵機の時定数である。この時定数は油圧ポンプ，ラム，舵柄が定まれば先進角の関数である。そしてこの時定数は舵輪に単位入力舵角をステップ状に与えた場合，舵が始動の瞬間の速度をそのまま持続したとすれば，その指定舵角に達するまでの時間を意味する。先進角を小さくすればするほど，舵は短時間に指定舵角に達する。

1・2　操舵機時定数と船の操縦性

このように先進角と操舵機時定数との関係が求まったので，この時定数の変化が船全体の操縦性にどのように影響するかを調べてみる。油圧ポンプ，ラム，舵柄等をそのままとし，先進角のみを変えれば操舵機の時定数は（1・5）式により変化する。先進角を減少すれば時定数は小さくなり，舵の角速度が早くその最終値に近づくのである。

船の操縦運動はつぎのように一次系に近似できることが示されている[2]。

$$T\frac{d\dot{\psi}}{dt} + \dot{\psi} = K\delta \qquad (1\cdot6)$$

ここで　T　：船の進路安定性を表わす指数（sec）

K　：旋回力を表わす指数（$1/\mathrm{sec}$）

δ　：舵　角（deg）

$\dot{\psi}$　：旋回角速度（$\mathrm{deg}/\mathrm{sec}$）

ポンプが飽和しない場合，船の操縦系全体のブロックダイヤグラムは第1・3

図のようになる。系の伝達関数は（１・７）式となる。

$$G(s)=\frac{\psi(s)}{\delta^*(s)}=\frac{K}{s(T_E s+1)(Ts+1)} \qquad (1\cdot 7)$$

この系の一定速度入力 $\delta^*(t)=\delta_0^* t/t_1$ に対する旋回角速度 $\dot{\psi}(t)$ および旋回角 $\psi(t)$ はそれぞれつぎのとおりである。

$$\dot{\psi}(t)=L^{-1}\left[\frac{K}{(T_E s+1)(Ts+1)}\frac{\delta_0^*}{t_1 s^2}\right] \qquad 0<t<t_1$$

$$=\frac{\delta_0^*}{t_1}K\left[t-T-T_E-\frac{1}{T-T_E}\left\{T_E^2 e^{-(t/T_E)}-T^2 e^{-(t/T)}\right\}\right] \qquad (1\cdot 8)$$

$$\psi(t)=L^{-1}\left[\frac{K}{s(T_E s+1)(Ts+1)}\frac{\delta_0^*}{t_1 s^2}\right] \qquad 0<t<t_1$$

$$=\frac{\delta_0^*}{t_1}K\left[\frac{1}{2}t^2-(T+T_E)t-\frac{1}{T-T_E}\left\{T_E^3(1-e^{-(t/T_E)})-T^3(1-e^{-(t/T)})\right\}\right] \qquad (1\cdot 9)$$

ただし t_1 は舵輪をとり終り停止した時刻である。そして舵輪を δ_0^* とったとすれば，舵輪停止後は次式となる。

$$\psi(t)=\delta_0^* K(t-t_1)-\left\{\delta_0^* K-\dot{\psi}_1+\frac{KT_E}{T-T_E}(\delta_0^*-\delta_1)T(1-e^{-(t-t_1/T)})\right.$$
$$\left.+\frac{KT_E^2}{T-T_E}(\delta_0^*-\delta_1)(1-e^{-(t-t_1/T)})+\psi_1\right., \quad t>t_1 \qquad (1\cdot 10)$$

ここで δ_1，$\dot{\psi}_1$，ψ_1 はそれぞれ t_1 における舵角，旋回角速度，旋回角である。さらにポンプが飽和した場合，系は非線形となり飽和時刻を t_2，舵輪の停止時刻を t_3 とすれば，$t_3\geq t\geq t_2$

$$\dot{\psi}(t)=UK(t-T)+\left\{\dot{\psi}_2-UK(t_2-T)\right\}e^{-(t-t_2/T)} \qquad (1\cdot 11)$$

$$\psi(t)=\psi_2+\frac{UK}{2}\left\{t^2-t_2^2-2T(t-t_2)\right\}$$
$$+T\left\{\dot{\psi}_2-UK(t_2-T)\right\}(1-e^{-(t-t_2/T)}) \qquad (1\cdot 12)$$

ただし $\dot{\psi}_2$ および ψ_2 は t_2 における旋回角度および旋回角であり，U は飽和時の最大舵角速度である。通常 $T>T_E$ であるので，$T\gg T_E$ の場合は $\psi(t)$ は T に大きく影響されるが，T がしだいに小さくなり T_E に近づくにしたがって T_E の影響は無視できなくなることが（１・９）式からわかる。T_E は普通２秒前後であるが，T は小は捕鯨船の５秒位から大は大型タンカーの１００秒位まである[2]。　捕鯨船のように T の小さな船に対しては，操舵機時定数，したが

って先進角の影響は大きく，先進角を小さくして運動性能の向上をはかることが可能となる。

ポンプ飽和後は直接的にはT_Eの影響はなく，Uのみがきいてくることが（1・12）式からわかる。したがって先進角減少による効果はむしろポンプを飽和させずに用いた場合に顕著に現われてくる。

第1・4図は450トン巡視船[3]および捕鯨船につき，35°／12.55secの舵輪速度を与えポンプを飽和させずに用いた場合の旋回角ψを計算して旋回軌跡を描いたものである。ただし転舵後の船の速度の減少と強い旋回に基づく旋回力指数Kの減少を考慮していないので，旋回圏は相当大きくなり，実際のものはこれよりかなり小さくなるはずであるが，ここでは両者の差を明らかにすればよいわけであるから，これらは考えなかった。この図からT_Eに比べTが大きく，かつKの小さな巡視船よりも，T_EとTが接近し，かつKの大きな捕鯨船のほうが，操舵機時定数の影響をより明らかに示していることがわかる。そしてこの曲線から，小型船では操舵装置の他の部分はそのままとし，先進角のみを変えることによって旋回圏をかなり小さくできることがわかる。

1・3　先進角減少に伴う問題点

先進角減少に伴い考慮しなければならない主な点は，舵始動時の角加速度の増加と，大舵角における電動機の負荷である。舵始動時の角加速度についてはあとで先進角の限界値の項で述べるので，ここでは大舵角における電動機の負荷と先進角との関係のみを述べる。

舵軸トルクは操舵速度の影響で定常状態のものより大きくなることが指摘されているので[4]，このことを考慮しなければならないのであるが，その影響は普通の操舵速度ではあまり大きくないので，ここでは Jössel−Beaufoy の式に基づいて先進角と馬力との関係を考えてみる。

現在使用されている電動油圧操舵機用電動機は，大舵角において瞬間的には150～200％過負荷になるようにあらかじめ設計されている。油圧ポンプ駆動電動機の馬力は，舵軸トルクと舵角速度の積で表わされるので，いかに大舵角での舵軸トルクが大きくてもそのときの角速度が小さければ，馬力は小さく過負荷になるおそれはない。したがって第1・5図に示す転舵終期の追従作用により角速度を落として馬力の減少をはかることは，定性的には得策であるといいうるが，その効果がどの程度であるかを把握するために，まず舵軸トルクの舵角に対する関係を明らかにする必要がある。Jössel-Beaufoyの式は

$$N = 0.0156 A_R V_R^2 \sin\delta \qquad (1・13)$$

$$x = B_R(0.195 + 0.305 \sin\delta) \qquad (1・14)$$

ただし N：舵に加わる直圧力 (ton)

x：舵前縁より圧力中心までの距離 (m)

A_R：舵 面 積 (m^2)

V_R：舵にあたる水流の速度 (kt)

B_R：舵 の 幅 (m)

δ：舵 角 (deg.)

さらに a：舵前縁より舵軸中心までの距離 (m)

Q_R：舵軸トルク (ton−m)，$r = x - a$ とすれば $Q_R = Nr$ (1・15)

この舵軸トルクは舵の平衡，不平衡にもよるが，舵角が大きくなるにしたがって増加する。第1・6図はJössel-Beaufoy式による値をもととした舵角－トルク曲線の計算例である。一方舵角速度は，油圧ポンプ最大吐出量とラム断面積とによって定まる最大角速度以内，すなわちポンプが飽和しない範囲内では，先進角および舵輪速度によって左右される。そこで先進角δ_aおよび舵輪速度を変えた場合の舵角δおよび舵角速度$\dot{\delta}$を求めてみる。規則で操舵時間は片玄35°から反対玄30°まで28秒でとるように定められているので，一定時

間に操舵を完了させるためには，操舵機の時定数が大きいと舵輪停止後の追従に要する時間が多くかかり，したがって舵輪速度を大きくしなければならず，時定数が小さいときは逆に舵輪速度を小さくしてよい。

舵輪を35°とり終り停止した後の舵角は，つぎの方程式で表わされる。

$$T_E \frac{d\delta}{dt} + \delta = 35^\circ \qquad t > t_1 \qquad (1 \cdot 16)$$

舵輪停止時刻の舵角を δ_1 とすれば舵角は

$$\delta(t) = 35^\circ(1 - e^{-(t-t_1/T_E)}) + \delta_1 e^{-(t-t_1/T_E)} \qquad (1 \cdot 17)$$

理論的にはこの式から $t \to \infty$ でなければ舵角は35°に一致しないが，設計上は追従時間を2 T_E ～4 T_E とみなせばよいとされている[5]。

すなわち舵輪停止後2 T_E ～4 T_E で舵輪指示と舵角指示とがほとんど一致するとみなしてよい。そこでいま追従時間を2 T_E と仮定し，35°を15秒で操舵完了の場合，T_E=1.5秒と T_E=0.5 秒の2つをとってみる。この2つの場合につき $\delta^*(t)$，$\delta(t)$，$\dot{\delta}(t)$ を示したものが第1・7図である。第1・7図はつぎのことを表わしている。T_E の小さい場合は転舵初期で急速に舵角速度が上昇し舵角も早く大きくなるが，間もなく T_E の大きいほうが舵角速度が大きくなり，中頃になって舵角も追い越し，終期では舵角も速度もともに大きくなる。しかしながら12秒以後 T_E の大きいほうは追従動作が始まり角速度は減少するのに反し，T_E の小さいほうは14秒まで δ^*/t_1 の角速度で行くため，この差が馬力に影響を与えることになる。第1・6図の舵軸トルクと第1・7図の舵角速度とから馬力を計算したものが第1・8図である。第1・8図から，先進角を小さくすると舵輪速度を落としてもなお大舵角において馬力はある程度増加するのを免れないことがわかる。この見地からすれば，先進角の減少は好ましくないようにみえるがこれまではトルクのところで横流れ角を考慮にいれていなかったので，これをいれれば結果は異なってくることもありうる。船が旋回し始めると，舵に対する水流の流入角は舵角と横流れ角との差と考えられるので，実際の流入角は δ よりか

なり小さいはずである。そして横流れ角の発達は，（１・６）式のＴに支配されると考えてよいので，小型船では転舵終了時には，すでに定常状態の横流れ角がついているはずである[6]。　また大型船でもかなりの横流れ角のついていることが，舵軸トルクの実測の結果示されている[7]。　したがって大舵角における舵軸トルクは，小型船ではJössel-Beaufoy 式によるものよりも小さく，そして３０°前後ではおおよそ一定値になっているであろうと思われる。よって３０°前後から追従動作で舵角速度を落として馬力上昇を防ぐ必要はなく，むしろ先進角を小さくし，かつ舵輪速度を小さくしたほうが馬力を少なくしうることも考えられる。

１・４　先進角の限界値

先進角は操縦性の見地からすれば小さいほど好ましいが，その限度は始動時の舵角加速度による限界およびリンク機構製作上の限界の２つにより定まってくる。

１・４・１　舵始動時の角加速度

先進角の大きさは，船の種類，大きさ，操舵機の型式等によって多少異なるが，経験的に大体つぎのように定められている。

ラプソンスライド型	6.5°
トランクピストン型	9.5°
小型船(漁船，捕鯨船)	5°～5.5°

今，第１・１図の系に第１・５図に示すような一定速度入力 $\delta^*(t)=\delta_0^*\ t/t_1$ を加えてみる。ただし舵輪速度は液圧式テレモータでは，できるだけ速く舵輪を回そうとすれば，普通の操舵員の力では３５°を５秒程度でとることはできるが，ポンプの最大吐出量とラム断面積とによって定まる最大ラム速度に対する舵角速度以上に舵輪速度を増しても，第１・１０図に示すような復原リンク

にある緩衝ばねを圧するのみでポンプは飽和し，もはや舵速度は舵輪速度に比例しなくなる。ここではポンプの飽和しない範囲内で考えるものとする。

出力舵角 $\delta(t)$ はラプラス逆変換により

$$\delta(t)=L^{-1}\left\{\frac{1}{T_E s+1}\cdot\frac{\delta_0^*}{t_1 s^2}\right\}$$
$$=\frac{\delta_0^*}{t_1}T_E\left(e^{-t/T_E}+\frac{t}{T_E}-1\right) \qquad (1\cdot18)$$

舵角速度は

$$\dot{\delta}(t)=\frac{\delta_0^*}{t_1}\left(1-e^{-t/T_E}\right) \qquad (1\cdot19)$$

舵角加速度は

$$\ddot{\delta}(t)=\frac{\delta_0^*}{t_1 T_E}\ e^{-t/T_E} \qquad (1\cdot20)$$

したがって始動時の角加速度は（１・２０）式で $t=0$ とおけば $\ddot{\delta}(0)=\delta_0^*/t_1T_E$ であるから，時定数，したがって（１・５）式により先進角 δ_a を０にすると計算上加速度は無限大となる。ただし実際にはポンプの漏洩により無限大とはならず，非常に大きい油圧が瞬間的に現われることになるはずである。

つぎに舵の運動部分の慣性抵抗モーメントは，舵の角加速度と舵軸中心まわりの舵の慣性モーメントとの積 $I\ddot{\delta}(t)$ で表わされるが，この値が計画最大舵軸トルクを超過すれば油圧の異常上昇をひき起こし，各部に重大な支障を生ずることになる。これらの関係を調べるため，４５０トン巡視船，１７,０００トン鉱石輸送船，４６,８５０トンタンカーの３隻の船につき，慣性モーメント I を求め，第１・１表中に示す。表中 I_c は舵とともに動く水を考慮して舵自身の I を１００％増しにしたものであり，また δ_0^*/t_1 は４５０トンの船では３５°を１３秒，他の２隻の船では３５°を１０秒で操舵したときの舵輪の角速度を示す。さらに $Q_{P\,max}$ は計画舵軸トルクである。以上の３隻につきポンプの容積効率を９８％と仮定した場合，時定数，したがって先進角を $^1/_{10}$ に減少したときの舵の慣性抵抗モーメントの変化の様子を第１・９図に示す。第１・９図と第１・１表の $Q_{P\,max}$ とを比較してみると，いかに始動時の慣性抵抗モーメントが小さいかがわかり先進

角を $^1/_{10}$ に減少してもなお問題にならないのである。したがって始動時の角加速度に関するかぎり，先進角は零にはできないが現在の値より，はるかに小さくしても支障がないといいうる。

1・4・2　製作上の限界

いま第1・10図のヘルショウポンプにおいて

y：テレモータ受動筒変位（cm）

k′：舵輪角に対するテレモータ受動筒変位の比例定数（$^{cm}/_{rad}$）とし，

r_1，r_2，r_3，r_4，ℓ，ℓ_1，ℓ_2 を図示の長さとすれば，$y = k'\delta^*(t)$ で，偏心量 $x(t)$ に関してテレモータ受動筒よりポンプまでのリンクに対し次式が成立する。

$$x(t) = \frac{\ell_2\ r_4\ r_2}{\ell\ r_3\ r_1}\ k'\delta^*(t) \qquad 0 < \delta^*(t) \leqq \delta_a \qquad (1\cdot21)$$

同様に舵柄からポンプまでのリンクに対して，

$$x(t) = \frac{\ell_1}{\ell}\ r'\delta(t) \qquad 0 < \delta(t) \leqq \delta_a \qquad (1\cdot22)$$

また $\delta^*(t)$ あるいは $\delta(t)$ が δ_a に等しいときは，（1・21），（1・22）式はそれぞれ

$$b = k'\frac{\ell_2\ r_4\ r_2}{\ell\ r_3\ r_1}\ \delta_a \qquad (1\cdot23)$$

$$b = r'\frac{\ell_1}{\ell}\ \delta_a \qquad (1\cdot24)$$

テレモータの遊びを無視すれば最終的には $\delta^*(t)=\delta(t)$ であり，$\ell_1 = \ell_2$ であるから，

$$r' = k'\frac{r_2\ r_4}{r_1\ r_3} \qquad (1\cdot25)$$

リンク機構を一定とすれば，δ_a の減少は b の減少を意味し，この場合最大吐出量を一定に保つためには，油圧ポンプピストン数を増すかあるいはピストン直径を大きくしなければならず，この点にも限界がある。ポンプの最大偏心量 b を一定とすれば，δ_a を小さくするほど r' および $k'r_2r_4/r_1r_3$ を大きくしなければならない。もし b を一定とし δ_a を $^1/_{10}$ に減少しようとすれば，ベルクランクの腕の長さや復原リンク取付点と舵軸中心との距離を10倍にしなければな

らず，狭い操舵機室では設計上困難がある。先進角零ということは舵輪角度と舵角との差が零であっても，すなわち舵輪に微小回転を与えたとき，ポンプの最大偏心量に対する移動量だけ復原リンクの他端が動かなければならないことになり，拡大率は無限大となってこのような機構は実現困難である。

また，舵輪速度を舵角速度以上に速く回したとき，両者の角度差が先進角以上になるとその分だけ緩衝ばねが伸縮するのであるが，先進角を極度に減少するとばねの伸縮量がきわめて大きくなるように設計する必要があり，この点にも限界がある。

さらに先進角を減少して始動時の舵角速度を増加させると，油圧系中の油が同時に加速される。ある程度 δ_a を小さくすると油圧ポンプ吸入側の油の加速が間にあわず，吸入側に真空ができ，oil vapour や油中の空気の気泡となったものが発生し，これらが吐出側に出た瞬間圧潰し異常音響を発することになる。この対策として吸入側に 2 Kg/cm² 程度の圧力をかけておくと音響は発生しなくなる。

以上先進角に対し，いくつかの制限が考えられるが，実際にはリンク機構の製作上の限界にしぼられてくるものと考えられ，大体在来の値の $^1/_2 \sim {}^1/_3$ 程度が限度と思われる。

第2章　最　適　操　舵　法

最適制御とは，ある評価法のもとに最適の結果を与える制御をいう。宇宙船の誘導，プラントの操業，起重機の運転，一定速度の自動車を指定位置に最短時間で停車させる問題など，いろいろな場合に最適制御の適用が考えられる。

本章では舵角あるいは操舵速度を操作量として，船の操縦運動に最適制御を適用し，指定角度変針する場合の最適操舵法について述べる。

2・1　最短時間制御

航走体の最適制御は，ある点から他の点に移動する間の燃料消費量を最小にするとか，時間を最小にするとかいうように，目的によって制御のやり方が異なってくる。船の航法の自動化に伴う自動変針に際しては，非線形性を巧みに使って最短時間に動作を完了させようという非線形最適制御の考え方に基づく最適操舵法が要求される。

一般に船では舵角は３５°に制限されているので，この舵角を最大限に利用し，最短時間したがって最短距離で新進路に入りたいということは，操船者の常に考えていることである。たとえば船をできるだけ急速に右玄に９０°変針しようとする場合，操船者は「面舵一杯」を発令し，旋回角が９０°に達する前，ある値の時刻に「戻せ，取舵にあて」を発令する。この時刻が早すぎれば旋回角は９０°に達しないし，遅すぎれば９０°を行き過ぎる。いずれの場合もその後操舵手は小舵角の操舵を何回か繰り返し，新進路に入れなければならない。

ところで舵を切り換える時期が最適であれば，ただ１回の切り換えで，過不足なしにうまい具合に旋回角が９０°になる。この切換点は各船の運動性能によって異なっているけれども，必ず存在するはずである。この最適切換点は，

運動方程式が二次系の場合は位相面で求めることができるが，次数がそれ以上高くなると状態空間になるので，ポントリヤーギンの最大原理による最適制御理論を用いて求めなければならない。

2・2　位相面による最適操舵法

船の旋回に関する性能は操縦性指数によって定められているので，この指数と自動制御における非線形最適制御理論とを操船に応用し，船の運動を，旋回角速度を縦軸，旋回角を横軸とする位相面上に表示することにより，最適操舵切換え時期を決めることができる。

船の操縦運動は（１・６）式で示したように一次系に近似できる。

$$T\frac{d\dot{\psi}}{dt}+\dot{\psi}=K\delta$$

この式を自動制御論的に表現すれば，δ は入力，$\dot{\psi}$ は出力，T は船の時定数，K は入力の比例定数である。このT，Kの値は各船固有のものであり，Z操縦試験記録から算出できる。多くの船についてこのT，K の値を求めておくことは，船の設計に有益であるばかりでなく，同時にこの値はその船の固有の性質を表わすものであるから，操船者はこれを用いて各船特有の適正な操船を行なうことができるはずである。

通常操船に用いられる操舵法は，第２・１図に示すようにてい形操舵法である。図示のように舵角 $\pm\delta_0$ に達するまでは，操舵に要する時間を t_1 とすれば，一定角速度 $\pm\delta_0 t/t_1$ の舵角が与えられる。最短時間，したがって最短距離で操舵を完了させるためには，あて舵にもそのときまで用いた舵角と等しい舵角を用いるべきである。この場合，一応操舵に要する時間 t_1 を無視し，く形操舵法とみなしてみると，第２・１図に示す斜線を施した部分の操舵効果は，互いにかなり相殺されるものと考えられる。そこでここではてい形操舵法を第２・１図に示すようにく形操舵法に近似置換することにする。したがって舵角は $\pm\delta_0$

と零の３種となる。

舵角δにある制限値$\pm\delta_0$を与え，その範囲内の舵角を用いて最短時間に操舵を完了させるには，舵角に$+\delta_0$を最大限に利用し，またあて舵にも$-\delta_0$を一杯に用い，ただ１回の舵角切換で，過不足なしに目的の旋回角ψに一致させるように操舵すればよい。このときの船の運動方程式は次式で示される。

$$T\frac{d\dot{\psi}}{dt}+\dot{\psi}=\pm K\delta_0 \qquad (2\cdot1)$$

（２・１）式右辺の$+\delta_0$は最初にとった操舵角であり，$-\delta_0$はあて舵である。（２・１）式において，$t=T\tau$，$\psi=KT\delta_0 x$とおいて変数を変換すると，（２・１）式は無次元数x，τに関する次式で示される。ただし，$dx/d\tau=x'$とする。

$$\frac{dx'}{d\tau}+x'=\pm1 \qquad (2\cdot2)$$

初期条件を$\tau=0$で$x'=x_0'$，$x=x_0$とおいて（２・２）式を解くと，

$$x'=(x_0'\mp1)e^{-\tau}\pm1 \qquad (2\cdot3)$$

$$x=(x_0+x_0'\mp1)-(x_0'\mp1)e^{-\tau}\pm\tau \qquad (2\cdot4)$$

となる。また（２・３）式から

$$\log_e(x'\mp1)=\log_e(x_0'\mp1)-\tau \qquad (2\cdot5)$$

（２・５）式を用いて（２・４）式からτを消去すると

$$x=x_0+x_0'\pm\log_e|x_0'\mp1|-x'\mp\log_e|x'\mp1| \qquad (2\cdot6)$$

ここで　$C=x_0+x_0'\pm\log_e|x_0'\mp1|$　とおけば（２・６）式は，

$$x=C-x'\mp\log_e|x'\mp1| \qquad (2\cdot7)$$

となる。なお（２・７）式についての時間τは，（２・３）式のところで初期条件$\tau=0$で$x'=0$とおくと，

$$x'=\pm1\mp e^{-\tau} \qquad (2\cdot8)$$

となり，x'軸上に時間τを目盛ることができる。（２・７）式はxを横軸，x'を縦軸とする位相面上にCをパラメータとして描くことができ[8]，さらに

（２・８）式によって図上に時間目盛を刻むことができる。第２・２図は船の運動を（２・７），（２・８）式により位相面に表わしたもので，初期条件Ｃを変化させると図示のように多数の曲線群ができる。操作量が＋１のときは左側に開いた曲線群となり，－１のときは右側に開いた曲線群となる。つぎにあて舵として普通用いられている７°の場合を考えてみる。$\delta_0=+30°$操舵の後，あて舵－７°とったときは－７°／３０°＝－０.２３３，したがって（２・２）式の右辺を－０.２３３として位相面に描けばよい。この場合操作量－０.２３３に対する曲線の式および時間目盛はそれぞれ次式で表わされる。

$$x=C-x'+0.233\log_e|x'+0.233| \qquad (2\cdot9)$$

$$x'=-0.233(1-e^{-\tau}) \qquad (2\cdot10)$$

（２・９）式で$x'=0$で$x=0$になるようにＣを定めればＣ＝＋０.３４となる。それで（２・９）式でＣ＝＋０.３４としたもの，および（２・１０）式が，第２・２図の曲線－０.２３３と目盛－０.２３３である。同様に＋２０°→－７°，＋１５°→－７°の場合については，（２・２）式右辺をそれぞれ－０.３５，－０.４６６として描けば，第２・２図の曲線－０.３５，－０.４６６と目盛－０.３５，－０.４６６となる。

なお第２・２図に示す４５°の直線群は，舵角を零にもどした場合のもので，（２・２）式の右辺を零として描いたものである。この場合の時間目盛は別に表示しなければならないが，ここでは省略した。

２・２・１　非線形最適制御理論の適用

制御系は操作量を加減して偏差を零にするように制御するものであるが，操作量は操作部の飽和現象や安全性の面から最大値が決められている場合が多い。この最大操作量をうまく利用するのが非線形最適制御である。一例として左に旋回しつつある船を，ある時刻tにおける旋回角の値ψから，逆に右に９０°旋回させようとする場合を考える。普通の操船と異なるけれども，舵が指令舵

角に達するまでの所要時間を一応無視し，舵角を３５°一杯に使用できるものとする。この場合操船者はまず面舵一杯を指令する。しかし船は慣性により左旋回を続けるが，しだいに旋回角速度が減少し，やがて零になり，次に右の旋回角速度が増加し，操舵指令を発したときの旋回角度にもどり，こんどは次第に右に回ってゆくので，ある適切な時刻に舵角を切り換え取舵一杯とし，ちょうど目的の旋回角度になり旋回角速度も零になったとき舵角を零にもどせばよい。この過程を位相面でたどれば第２・２図のａ，ｂ，ｃ，ｄとなり，ａは最初の船位，ｂは旋回角最大の点，ｃは切換点，ｄすなわちＯは最終船位である。このとき，もし切換時刻が早すぎると目的の旋回角度に達せず，遅れすぎると行き過ぎる。このように最短時間したがって最短距離で目的旋回角度にもって行くことができるが，舵角がかぎられる場合問題は舵角の切換時刻で，これを決定するには船の特性が必要である。操縦運動に関する特性は，Ｔ，Ｋの値で示されるので，船のＴ，Ｋの値を求めておけば，その船固有の最適切換点がわかり，最適操舵ができることになる。

以上のことを第２・３図の位相面と第２・４図の時間対舵角，旋回角の図で考えてみる。第２・３図のＡＯおよびＡ′Ｏはそれぞれ（２・７）式のＣが零の場合で，原点に向って収束して行く過程である。この曲線を切換線と呼ぶ。いま最初に系が図のａ点で示される状態にあったとすると，最適制御の方法[8]はまず最大操作量＋１（たとえば $\delta_0 = +35°$）を加え，曲線ａｂc_1に沿って切換線に近づける。c_1 点で切換線にぶつかると，ここで操作量－１に切り換え今度は切換線ＡＯの上を原点に向って近づける。原点Ｏに到達したとき，操作量すなわち舵角を零に切り換えれば x も x' も共に零，すなわち旋回角も目標値に，また旋回角速度も零になっており，したがって最適制御が実現されたことになる。この操作の時間的経過を示したのが第２・４図である。

切換点ｃを求めるには，つぎのようにする。いま直進している船が実際舵角

として $\pm\delta_1$ を用い，ψ_1 だけ変針しようとする場合を考える。この船の特性は求められていて，その値は T_1，K_1 であるとする。第２・３図は無次元化された位相面であるので，位相面上での初期船 x_1，x'_1 はつぎのようになる。

$$x_1 = \psi_1 / K_1 T_1 \delta_1 \ , \quad x'_1 = \dot{\psi}_1 / K_1 \delta_1$$

船が直進しているので $\dot{\psi}_1 = 0$，したがって $x'_1 = 0$，この x_1，x'_1 点を図のように b とする。ここで舵角 $+\delta_1$ をとるので船は b 点から x の減少，x' の増加方向に＋１曲線上を c_1 点に向って進んでゆく。

（１）　あて舵の大小による検討

（i）あて舵として切換前と同じ舵角を用いた場合

＋１曲線と切換線との交点を c_1 とすれば c_1 が切換点で，この c_1 点の無次元角 x_{c_1} を読みとる。同時に無次元時間 τ_{c_1} を読みとる。そうすれば c_1 点の旋回角度 ψ_{c_1} とそのときまでの経過時間 t_{c_1} は，つぎのように求まる。

$\psi_{c_1} = K_1 T_1 \delta_1 x_{c_1}$，$t_{c_1} = T_1 \tau_{c_1}$，ただしこの τ_{c_1} は第２・３図の右端のものである。c_1 点で $-\delta_1$ に切り換えるので－１線上を０に向って近づく。切り換え後の経過時間は第２・３図の左端の τ_{c_1} から求めうる。

つぎに使用舵角を小さくし $\pm\delta_2$，$\pm\delta_3$ とすれば，同じ旋回角 ψ_1 に対し初期船位は $x_2 = \psi_1 / K_1 T_1 \delta_2$，$x'_2 = 0$ および $x_3 = \psi_1 / K_1 T_1 \delta_3$，$x'_3 = 0$ となり，切換点はそれぞれ第２・３図の c_2，c_3 点となる。

（ii）あて舵７°を用いた場合

切り換え後あて舵７°にとった場合の最適切換点はつぎのようになる。たとえば舵角３０°，あて舵７°のときは－７°／３０°＝－0.233，そこで第２・２図の－0.233 曲線が切換線となる。舵角と切り換え後のあて舵の角度との比が0.233 であれば，どんな場合でもこの切換線との交点が切換点となる。同様に＋２０°→－７°，＋１５→－７°の場合はそれぞれ－0.35，－0.466 曲線が切換線となる。あて舵７°にとった後の時間目盛は，各場合異なってくる

ので，それぞれについて第２・２図の左端に示してある。

（iii） 切り換え後あて舵を零にした場合

切り換え後舵角を零にし，そのままの状態で，ある時間経過後目的の旋回角度に過不足なしに落ち着く最適切換線は，第２・２図に示す$x=0$，$x'=0$の原点に４５°の角度で入る直線である。この直線との交点が最適切換点であり切り換え後の時間的経過は，直線群のための時間目盛を示してないので，第２・２図からは読みとれない。しかし切換点における旋回角度と時刻とは明確に求まる。

以上の考察では舵が指令舵角に達するまでの所要時間を無視して行なったものであるので，実際とは異なるわけである。しかしながら実際のてい形操舵法をとった場合，切換点の前後における舵角が等しければ，第２・１図の斜線を施した部分に基づく操舵効果が，ある程度相殺されると考えられるので，舵が動いている間の第２・４図の曲線の形はａ，ｃ，ｄ各点の近傍では多少変わるけれども，ｄ点およびｃ点の時刻の変化はあまりない。なお切換点の前後の舵角が異なる場合，たとえば＋３０°→－７°のようにあて舵７°としたときは，第２・１図の斜線部分に基づく操舵効果が相殺されないので，その影響は相当残るものと考えられる。その影響は，（１・６）式右辺に$\pm K\delta_0/t_i t$ および$\pm K\delta_0$を入れた式と，$\pm K\delta_0$のみを入れた式の両方の解を比較すれば簡単に求められる。

（２） 切換点をミスした場合

（i） 早過ぎたとき

第２・５図のように最適切換点ｃに達する前にｆ点で，もし早めに切り換えたならばｆｇとゆき，ここで再度＋１の舵角を与えｇｈとたどり，ｈで－１に切り換え０にゆく。最適切り換えの場合に比べ時間が延びる。

（ii） 遅過ぎたとき

第２・５図のｃ点を過ぎｊ点で切り換えたときは，旋回角はゆき過ぎｊｋとゆき，ｋで再度＋１の舵角を与え，０に向ってゆく。このときは最適切り換えの場合に比べ，かなり時間が延びてくる。

２・２・２　数　値　計　算

一例として海上保安大学校練習船旧「こじま」について計算した。この船は旧海軍の海防艦で，要目は第２・１表のとおりである。表にあるＴ，Ｋの値はＺ操縦試験から求めたものであるが，試験時の操縦記録に，風の影響がかなりあったと考えられるので，この値はかならずしも満足なものではないが，以下一応この値をもとに計算を行なった。いずれも９０°変針で使用舵角は最初＋３０°，＋２０°，＋１５°で，あて舵はそれぞれ－３０°，－２０°，－１５°および各場合とも－７°，０°である。計算結果を図示したものが第２・６図（ａ），（ｂ），（ｃ）である。第２・６図で特に注目すべきことは，（ａ），（ｂ）図でわかるとおり，最適操舵法では，あて舵として３０°や２０°を用いることは，実際上不可能であるということである。

つぎに第２・６図は第２・１図の斜線を施した部分の操舵効果が相殺されると考えて計算したものであるが，ここではてい形操舵法とく形操舵法を直接方程式を解いて比較してみることにする。実際のてい形操舵法，すなわち（１・６）式右辺に $\pm K\delta_0/t_1 \cdot t$ および $\pm K\delta_0$ を入れた解から求めた曲線と，く形操舵法すなわち（１・６）式右辺に $\pm K\delta_0$ のみを入れた解から求めた曲線とを比較してみると，てい形操舵法における切換点の操舵号令発令時刻は，第２・６図（ａ），（ｂ），（ｃ）に示すものより数秒遅れ，むしろく形操舵法の切換点に近くなる。切り換え後のあて舵７°の場合はもちろんであるが，＋１５°→－１５°の場合でもこの傾向は明確に現われる。したがって操舵号令発令時刻は，各場合により１～２秒異なるが，第２・７図に示すようにく形操舵法切換時刻と一致するか，あるいはそれよりも１～２秒早い程度となる。そこでこの時刻にお

ける旋回角度ψを求め，そのψのとき発令すればよいことになる。

通常の操舵では常用舵角15°，あて舵7°であるので，＋15°→－7°の曲線が最も多く用いられるものと考えられる。第2・8図は舵角を＋15°→－15°および＋15°→－7°の場合，旋回角ψを90°，60°，30°，15°に変化したときの最適切換点の移動を示したものである。この図からわかるように，ψの値が60°程度に大きくなると，もはや切換点はψの大小にはほとんど影響されずほぼ一定値になる。このことは第2・2図の位相面からも理解できる。すなわちψが大きなとき，したがって初期船位x_1が大きなときは，切換点が$|x'|=1$の近傍に集中するからで，言いかえれば旋回角の大きなときは，切換点にくるまでにそのときの使用舵角に対する定常旋回角速度にほとんど近い値に$\dot{\psi}$がなっているからである。

2・2・3　実船実験結果

（1）結　果

前記計算例の旧「こじま」を実際に操船し，つぎに述べる4種の操舵法を試みた。試験場所は安芸灘，海上は平穏で風力零，主機毎分回転数は左玄240，右玄248，速力は10.5kt，この状況のもとで$\psi=90°$旋回するため$\delta=+15°\to-15°$，$\delta=+15°\to-7°$，$\delta=+20°\to-7°$，$\delta=+30°\to-7°$の4種の操舵法を行なった。結果は第2・9図に示すとおりである。第2・9図の —·— および —··— はそれぞれ面舵，取舵の実測値，…… および ——— はそれぞれてい形操舵法，く形操舵法の理論計算値を示したものである。

（2）誤差の原因

第2・9図にみるとおり，小舵角の場合は比較的よく理論値と実験値は一致するが，大舵角の場合には誤差が多くなっている。この4つの場合を通して言いうることは，δの値が15°，20°，30°と大きくなるにしたがって，$\psi=90°$，$\dot{\psi}=0$になる時刻の計算値と実測値とのずれが大きくなる傾向をもって

いるということである。$\delta=30°$ の場合はついに $\psi=90°$ にはならなかった。このことはT，Kの値がかならずしも正確でなかったこともその一つの原因であろうが，また大舵角変針に対して一次系近似が，適当であるかどうかも検討の余地があると考えられる。さらにてい形操舵法をく形操舵法で置き換えたことも原因の一つであろう。

2・3　ポントリヤーギンの最大原理[9][10]

ポントリヤーギンらは，一般的な最適問題に対する必要条件を数学的に導いており，これを最大原理と呼んでいる。ここでは最大原理の結論の一部を簡単に記すにとどめる。

n次の線形または非線形の定常制御対象特性は，つぎの一連の一次方程式に書くことができる。

$$\frac{dx_i}{dt}=f_i(x,\mathrm{u}) \qquad (2\cdot11)$$

ただし $i=1,2,\cdots\cdots n$，ここに x は $x_1, x_2, \cdots\cdots x_n$ で状態変数である。また u は $\mathrm{u}_1,\mathrm{u}_2,\cdots\cdots,\mathrm{u}_r$ で操作量である。ベクトル表示をすれば，つぎの式となる。

$$\frac{dx}{dt}=\mathrm{f}(x,\mathrm{u}) \qquad (2\cdot12)$$

多くの場合に実現可能な操作入力は，おのずから範囲が限られるので，$\mathrm{u}\in\mathrm{U}$ と表わす。なお系が線形のときは（2・11）式はつぎの形をとる。

$$\frac{dx_i}{dt}=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j+\sum_{k=1}^{r}\mathrm{b}_{ik}\mathrm{u}_k \qquad (2\cdot13)$$

$i=1,\cdots\cdots,n$，a_{ij} と b_{ik} はそれぞれ定数である。また（2・13）式をベクトル的につぎのように書くこともできる。

$$\frac{dx}{dt}=\mathrm{A}x+\mathrm{B} \qquad (2\cdot14)$$

いま制御対象が（2・11）式あるいは（2・13）式などで与えられたとき初期状態 $t=0$ における $x(t_0)$ から終端状態 $t=t_1$ における $x(t_1)$ まで状態点を移し，かつ評価関数

$$J=\int_0^{t_1} f_0(x\ ,\ \mathrm{u})\,dt \qquad (2\cdot 15)$$

を最小にするような操作量を最適操作量，そのときの状態空間における軌道 $x(t)$ を最適軌道という。最大原理はこのような最適制御の必要条件を与えるものである。

いま，(2・15)式の条件を座標に入れるために，人工的な座標 x_0 をつぎのように導入する。

$$\frac{dx_0}{dt}=f_0\ (x\ ,\ \mathrm{u}) \qquad (2\cdot 16)$$

このとき(n+1)次元状態ベクトルを $\mathrm{X}=(x_0\ ,x_1\ ,x_2\ ,\cdots\cdots,\ x_n)$ とおき，また $\mathrm{F}=(f_0\ ,f_1\ ,f_2\ ,\cdots\cdots,\ f_n)$ とおくと，(n+1)次元ベクトル方程式は

$$\frac{d\mathrm{X}}{dt}=\mathrm{F}\ (x\ ,\ \mathrm{u}) \qquad (2\cdot 17)$$

となる。これに呼応して(n+1)次元補助ベクトル $\Psi=(\psi_0\ ,\psi_1\ ,\ \cdots\cdots\cdots,\ \psi_n)$ を導入し，かつつぎのスカラー関数を定義する。

$$\mathrm{H}=(\Psi\ ,\ \mathrm{F})=\sum_{i=0}^{n}\psi_i f_i \qquad (2\cdot 18)$$

上式の右辺の f_i にuを含むので，Hはuの値によって変化する。また

$$\frac{dx_i}{dt}=\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \psi_i}\ (\ i=0\ ,\cdots\cdots,\ n) \qquad (2\cdot 19)$$

$$\frac{d\psi_i}{dt}=-\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial x_i}\ (\ i=0\ ,\cdots\cdots,\ n) \qquad (2\cdot 20)$$

このとき最大原理はつぎのように要約できる。u が最適操作量のとき，H は u に関し最大値(極大値)をとり，その値は $t_0\leqq t\leqq t_1$ の任意の時間において，時間未定のときは0である。すなわち

$$\mathrm{H}=\underset{\mathrm{u}\in \mathrm{U}}{\mathrm{Max}}\,\mathrm{H}(\mathrm{u})=0 \qquad (2\cdot 21)$$

終端時間指定のときは

$$\mathrm{H}=\underset{\mathrm{u}\in \mathrm{U}}{\mathrm{Max}}\,\mathrm{H}(\mathrm{u})=\text{一定} \qquad (2\cdot 22)$$

である。

である。なお，以上は状態変数が拘束条件の内部にある場合についてである。

2・4　最大原理による最適操舵法

本章２・２で，自動制御における非線形最適制御理論を操船に応用した船の最適操舵法を述べた[11]。　その方法は船の操縦性指数を用い，位相面上で最適操舵の切換点を決定するものであった。

この方法の欠点の一つは，操舵速度に飽和があるにもかかわらず，操舵速度が無限大であるとみなしたことで，具体的に言えば，第２・１図に示すようにてい形操舵法をく形操舵法に近似したことである。実船による実験結果は，舵角が１５°のときは計算値と実験値はよく一致したが，２０°，３０°と大きくなるにしたがって一致しなくなること示した。その原因の一つは，てい形操舵法をく形操舵法に近似して取り扱ったことと思われる。

近年自動制御の分野で最適問題に関する有効な手法として，R. BellmanのDynamic Programing[12]法およびL. S. Pontryaginらによる最大原理が発表された。そこで前述の欠点を除くため，ポントリャーギンの最大原理を操船に適用し，最適操船を試みた。応答の速い船について数値計算し，さらに実船による実験を行なった結果，ポントリャーギンの最大原理による方法は位相面による方法より，はるかに計算値と実験値がよく一致することが確かめられた。その方法の理論，計算例および実船実験結果について述べる。

２・４・１　最適制御の型

ポントリャーギンの最大原理によれば，最適制御は第２・１０図に示すような３つの型になる。すなわちバンバン制御（bang－bang），零つきバンバン（bang－bang with zero）および連続制御（continuous）である[13]。状態変数に拘束条件がある場合も，零つきバンバンになりうることが示されている[9]。

船の操舵で舵角をδ，操舵速度をuとし，操作変数として操舵速度uを用いた場合，舵角には最大３０°あるいは３５°という制限がつくので，状態変数δに$|\delta| \leq \delta_{max}$なる拘束条件がつくことになる。したがってこの場合の最適制

御は零つきバンバンになる。

2・4・2　船の操縦運動方程式

船の操縦運動はつぎの式に示すように一次系に近似できる。

$$T\frac{d\dot{\psi}}{dt}+\dot{\psi}=K\delta \qquad (2\cdot23)$$

ここにψは船の旋回角，δは実際の舵角，Tは進路安定性を表わす指数，Kは旋回力を表わす指数である。いま船の旋回角速度をΩとし，かつ舵角および操舵速度に制限があるとし，それぞれ最大値をδ_{max}，u_{max}とすれば，船の操縦運動系の方程式はつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned}&\dot{\psi}=\Omega\\&T\dot{\Omega}+\Omega=K\delta\\&\dot{\delta}=u\\&|\delta|\leq\delta_{max}\\&|u|\leq u_{max}\end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot24)$$

ここでつぎのような変数変換を行なう。

$$\left.\begin{aligned}&\psi=KT^2u_{max}\xi\\&\Omega=KTu_{max}\eta\\&\delta=Tu_{max}\zeta\\&u=u_{max}\nu\\&t=T\tau\end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot25)$$

したがって(2・24)式はつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned}&\xi'=\eta\\&\eta'+\eta=\zeta\\&\zeta'=\nu\\&|\zeta|\leq D=\frac{\delta_{max}}{Tu_{max}}\\&|\nu|\leq1\end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot26)$$

なお記号・は $\frac{d}{dt}$ を表わし，記号′は $\frac{d}{d\tau}$ を表わす。

2・4・3　応 答 の 形

舵を一定角速度で動かしている間は，船はランプ（ramp）入力をうけていると考えられる。（2・26）式の $\eta'+\eta=\zeta$ で $\zeta=\tau$ なるランプ入力に対する応答は，つぎのようになる。

$$\eta(\tau)=\tau+e^{-\tau}-1 \qquad (2\cdot 27)$$

あて舵に切り換えた後，舵角 $\zeta(\tau)$ に対する旋回角速度 $\eta(\tau)$ の関係は，第2・11図のa，b，cのように3つの場合が考えられる。aの場合は応答の速い船で回頭が速く，舵が－D一杯まで切り終わる前に旋回角速度が零になり，切り終わった頃には，すでに船は逆回頭を始めていることになる。bの場合は切り終わったとき，ちょうど旋回角速度が零になっていることを意味し，cの場合はまだ旋回の途中であり，これは応答のおそい船であることを示している。そこでaの場合は当然舵を－Dまで切ることはできなく，－Dの途中で舵をもどさなくてはならない。またbの場合も－D一杯まで舵をとったら，この舵をもどすとき，わずかながら船が逆回頭する可能性があり，この場合もaの場合と同様－Dの途中で，もどさなくてはならない。したがってa，bの場合は第2・12図のようになる。cの場合はあて舵一杯－Dまでとって，そのままある時間 L_2 だけ保持してから舵中央にもどすことになるから，第2・13図のようになる。第2・12図の場合を応答の速い船，第2・13図の場合を応答のおそい船と呼ぶことにする。

第2・11図のa，bの場合はつぎの式が成り立つ。等号はb，不等号はaの場合である。

$$\eta(2D)=2D-1+e^{-2D}\geq D \qquad (2\cdot 28)$$

すなわち，

$$D\geq 1-e^{-2D} \qquad (2\cdot 29)$$

この（２・２９）式が成り立つかどうか，あらかじめ検討しておき，成り立てばその系は第２・１２図の応答の速い船の場合であり，成り立たなければ第２・13図の応答のおそい船の場合となる。

応答の速い船の系について，可能な最適制御入力vと，それに対応する応答の形をスケッチすると，第２・１２図から明らかなように第２・１４図のようになる。また応答のおそい船の系については，第２・１３図から明らかなように第２・１５図のようになる。最適制御の問題は，初期条件$\zeta=\eta=\xi=0$，終端条件$\zeta=\eta=0$，$\xi=\xi_1$を満たすように，入力vの切換時刻τ_1，τ_2，τ_3，τ_4あるいはτ_5を求めることである。

はじめに$v=+1$で駆動すると，$\tau_1=D$にてζが拘束条件$|\zeta|\leq D$の境界$\zeta=D$になるので，ここで$v=0$にする必要がある。そうすると，$\zeta=D$を保持し，ηは少しおくれて$\eta=D$になり，ξはほぼ直線的に増加してゆく。つぎに適当な時間経過して，τ_2で船の回頭に制動をかける。すなわち$v=-1$とするとζは－１の速度で減少し，ηもそれを追いかける。ξは増加のしかたが弱まる。ちょうどうまく終端条件を満たすためには，第２・１４図ではζが少し負になるところまで行ってから$v=+1$に切り換えて，ηとξがなめらかにとまるようにしてやる。第２・１５図ではζを$-D$までもってゆき，L_2時間$\zeta=-D$に保持してから$v=+1$に切り換え，ηとξがなめらかにとまるようにしてやる。このような過程でDは既知であるから，L_1，L_2を未知として応答曲線を解く。これを解くのにラプラス変換を用いる。

拘束条件$|\zeta|\leq D$のうち$|\zeta|<D$を満たす場合を内部と表わし，$\zeta=\pm D$を満たす場合を境界と表わすことにする。

（1）内　部

$$\left.\begin{aligned}\xi' &= \eta\\ \eta' + \eta &= \zeta\end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot30)$$

$$\zeta' = v \quad \Big\}$$

（2・30）式をラプラス変換するとつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned} sX &= Y + \xi_0 \\ sY + Y &= Z + \eta_0 \\ sZ &= V + \zeta_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot31)$$

ただし ξ_0, η_0, ζ_0 は初期条件によって定まる定数である。したがって

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{1}{s} Y + \frac{1}{s} \xi_0 \\ &= \frac{1}{s^2(s+1)} V + \frac{1}{s} \xi_0 + \frac{1}{s(s+1)} \eta_0 + \frac{1}{s^2(s+1)} \zeta_0 \\ Y &= \frac{1}{s+1} Z + \frac{1}{s+1} \eta_0 \\ &= \frac{1}{s(s+1)} V + \frac{1}{s+1} \eta_0 + \frac{1}{s(s+1)} \zeta_0 \\ Z &= \frac{1}{s} V + \frac{1}{s} \zeta_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot32)$$

しかるに入力 $V = \pm \frac{1}{S}$ であるから

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{\pm 1}{s^3(s+1)} + \frac{1}{s} \xi_0 + \frac{1}{s(s+1)} \eta_0 + \frac{1}{s^2(s+1)} \zeta_0 \\ Y &= \frac{\pm 1}{s^2(s+1)} + \frac{1}{s+1} \eta_0 + \frac{1}{s(s+1)} \zeta_0 \\ Z &= \frac{\pm 1}{s^2} + \frac{1}{s} \zeta_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot33)$$

（2・33）式をラプラス逆変換するとつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \pm\left(\frac{1}{2}t^2 - t + 1 - e^{-t}\right) + \xi_0 + \eta(1 - e^{-t}) + \zeta_0(t - 1 + e^{-t}) \\ \eta &= \pm(t - 1 + e^{-t}) + \eta_0 e^{-t} + \zeta_0(1 - e^{-t}) \\ \zeta &= \pm t + \zeta_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot34)$$

（2）境　界

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= \eta \\ \eta' + \eta &= \zeta \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot35)$$

（2・35）式をラプラス変換するとつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned} SX &= Y + \xi_0 \\ SY + Y &= Z + \eta_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot36)$$

したがって

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{1}{s}Y+\frac{1}{s}\xi_0 = \frac{1}{s(s+1)}Z+\frac{1}{s}\xi_0+\frac{1}{s(s+1)}\eta_0 \\ Y &= \frac{1}{s+1}Z+\frac{1}{s+1}\eta_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot37)$$

しかるに $Z=\pm\frac{1}{s}D$ であるから

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{\pm1}{s^2(s+1)}D+\frac{1}{s}\xi_0+\frac{1}{s(s+1)}\eta_0 \\ Y &= \frac{\pm1}{s(s+1)}D+\frac{1}{s+1}\eta_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot38)$$

（２・３８）式をラプラス逆変換するとつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \pm D(t-1+e^{-t})+\xi_0+\eta_0(1-e^{-t}) \\ \eta &= \pm D(1-e^{-t})+\eta_0 e^{-t} \\ \zeta &= \pm D \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot39)$$

２・４・４　解

（２・３４）式および（２・３９）式から解を求める。

（１）応答の速い船

第２・１３図の τ_1，τ_2，τ_3，τ_4 における解はつぎのようになる。

$\tau=\tau_1=D$ にて

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= D \\ \eta &= D-1+e^{-D} \\ \xi &= \frac{1}{2}D^2-D+1-e^{-D} \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot40)$$

$\tau=\tau_2=L_1+D$ にて

$$\left.\begin{aligned} \zeta &= D \\ \eta &= D-e^{-L_1}+e^{-D-L_1} \\ \xi &= DL_1-D+\frac{1}{2}D^2+e^{-L_1}-e^{-D-L_1} \end{aligned}\right\} \qquad (2\cdot41)$$

$\tau=\tau_3=L_1+2D+L_2$ にて

$$\zeta=-L_2$$

$$\left.\begin{aligned}\eta &= -L_2+1-e^{-D-L_2}-e^{-L_1-D-L_2}+e^{-L_1-2D-L_2}\\ \xi &= D^2+DL_1-\frac{1}{2}L_2^2+L_2-1+e^{-D-L_2}+e^{-L_1-D-L_2}-e^{-2D-L_1-L_2}\end{aligned}\right\}\quad(2\cdot42)$$

$\tau=\tau_4=L_1+2D+2L_2$ にて

$$\left.\begin{aligned}\zeta &= 0\\ \eta &= -1+2e^{-L_2}-e^{-D-2L_2}-e^{-L_1-D-2L_2}+e^{-L_1-2D-2L_2}\equiv 0\\ \xi &= -L_2^2+D^2+DL_1+1-2e^{-L_2}+e^{-D-2L_2}+e^{-L_1-D-2L_2}\\ &\qquad -e^{-L_1-2D-2L_2}\equiv\xi_1\end{aligned}\right\}\quad(2\cdot43)$$

第2・14図に示すように $\tau=\tau_4$ では $\zeta=0$ ，$\eta=0$ ，$\xi=\xi_1$ にならなければならない。よって（2・43）式から

$$\left.\begin{aligned}&-1+2e^{-L_2}-e^{-D-2L_2}-e^{-L_1-D-2L_2}+e^{-L_2-2D-2L_2}=0\\ &D^2+DL_1-L_2^2=\xi_1\end{aligned}\right\}\quad(2\cdot44)$$

となる。（2・44）式はまたつぎのようになる。

$$\left.\begin{aligned}&1+\sqrt{(1-e^{-D})(1-e^{-\frac{L_2^2+\xi_1}{D}})}=e^{L_2}\\ &1+\sqrt{(1-e^{-D})(1-e^{-L_1-D})}=e^{\sqrt{D(L_1+D)-\xi_1}}\end{aligned}\right\}\quad(2\cdot45)$$

D ，ξ_1 を与えれば（2・45）式から L_1 および L_2，したがって τ_1 ，τ_2 ，τ_3 ，τ_4 を求めることができる。D ，ξ_1 は δ_{max} ，u_{max} ，K ，T および旋回しようとする角 ψ_1 を指定すれば定まる。さらに τ_1 ，τ_2 ，τ_3 ，τ_4 が定まれば，$t=T\tau$ によって最適切換時刻 t_1 ，t_2 ，t_3 ，t_4 を求めることができる。

（2） 応答のおそい船

第2・15図の τ_1 ，τ_2 ，τ_3 ，τ_4 ，τ_5 における解はつぎのようになる。

$\tau=\tau_1=D$ にて

$$\left.\begin{aligned}\zeta &= D\\ \eta &= D-1+e^{-D}\\ \xi &= \frac{1}{2}D^2-D+1-e^{-D}\end{aligned}\right\}\quad(2\cdot46)$$

$\tau=\tau_2=L_1+D$ にて

$$\left.\begin{aligned}\zeta&=D\\ \eta&=D-e^{-L_1}+e^{-D-L_1}\\ \xi&=DL_1-D+\frac{1}{2}D^2+e^{-L_1}-e^{-D-L_1}\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot47)$$

$\tau=\tau_3=L_1+3D$ にて

$$\left.\begin{aligned}\zeta&=-D\\ \eta&=-D+1-e^{-2D}-e^{-L_1-2D}+e^{-L_1-3D}\\ \xi&=-1+e^{-2D}+DL_1+\frac{1}{2}D^2+D+e^{-L_1-2D}-e^{-L_1-3D}\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot48)$$

$\tau=\tau_4=L_1+3D+L_2$ にて

$$\left.\begin{aligned}\zeta&=-D\\ \eta&=-D+e^{-L_2}-e^{-L_2-2D}-e^{-L_1-L_2-2D}+e^{-L_1-L_2-3D}\\ \xi&=-DL_2+D+DL_1+\frac{1}{2}D^2-e^{-L_2}+e^{-L_2-2D}+e^{-L_1-L_2-2D}\\ &\qquad-e^{-L_1-L_2-3D}\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot49)$$

$\tau=\tau_5=L_1+L_2+4D$ にて

$$\left.\begin{aligned}\zeta&=0\\ \eta&=e^{-D}-1+e^{-L_2-D}(1-e^{-2D})-e^{-L_1-L_2-3D}(1-e^{-D})\equiv0\\ \xi&=(1-e^{-D})(1+e^{-L_1-L_2-3D})-e^{-L_2-D}(1-e^{-2D})\\ &\qquad+D(L_1-L_2)\equiv\xi_1\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot50)$$

第2・15図に示すように $\tau=\tau_5$ では $\zeta=0$ ，$\eta=0$ ，$\xi=\xi_1$ にならなければならない。したがって（2・50）式から

$$\left.\begin{aligned}&(1-e^{-D})(1+e^{-L_1-L_2-3D})=(1-e^{-2D})e^{-L_2-D}\\ &D(L_1-L_2)=\xi_1\end{aligned}\right\}\qquad(2\cdot51)$$

あるいは，

$$(1-e^{-D})(1+e^{-3D}\cdot e^{-(L_1+L_2)})=(1-e^{-2D})e^{-D}\cdot e^{-L_2}\qquad(2\cdot52)$$

$$L_1 - L_2 = \xi_1 / D \quad)$$

応答の速い船の場合（２・４５）式から求めたと同様，応答のおそい船の場合は（２・５２）式からL_1，L_2を求め，したがってτ_1，τ_2，τ_3，τ_4，τ_5を定め，さらに最適切換時刻t_1, t_2, t_3, t_4, t_5を求めることができる。

２・４・５　数 値 計 算

応答の速い船およびおそい船について計算した結果はつぎのとおりである。

（１）　応答の速い船

一例として，海上保安大学校練習船新「こじま」について計算した。新「こじま」の要目はつぎのとおりである。

排水量：1,193.2 ton，　喫水線長：66 m

舵面積(A_R)：6.23 m^2，舵面積比 $A_R / L \times d = 1/34.62$

この船はδ_{max}の値にもよるが，（２・２９）式で検討してみると第２・１４図の応答の速い船に属する。最高16.9 ktの船であるが，13.2 ktにおける δ = 15°および25°のＺ操縦試験の結果から求めた操縦性指数 T，K の値はつぎのとおりである。

δ = 15°のとき　T = 8.31 sec，K = 0.1047 $1/\mathrm{sec}$

δ = 25°のとき　T = 5.7 sec，K = 0.0806 $1/\mathrm{sec}$

この指数を用い船が13.2 kt で直進中，ψ = 90° 回頭し，新コースに最短時間で入るための操舵切換点の時間と，そのときの旋回角ψを計算して示したものが第２・１６図である。ただし第２・１６図の —— はδ_{max} = 15°，u_{max} = 15°/7.2 sec，—·— はδ_{max} = 25°，u_{max} = 25°/9.2 sec の場合のものである。

第２・１７図の —— および－－－は，舵輪角に対する実際舵角の遅れを考慮に入れた操舵号令発令時刻の舵角，ならびにそのときの旋回角の値を示したものである。

（2） 応答のおそい船

ある貨物船[14]の満載状態について計算した。この船の要目はつぎのとおりである。

$$L \times B \times D \times d_m = 150^m \times 20.5^m \times 12.9^m \times 9.23^m$$

$$\triangle = 19{,}000^{ton}, \quad V = 18^{kt}, \quad \triangle / L^2 d = 0.089,$$

$$K' = 1.25, \quad T' = 1.55$$

$$K = \frac{V}{L} K' = 0.077 \ {}^1/_{sec}$$

$$T = \frac{L}{V} T' = 24.3 \ sec$$

となる。この船で使用舵角 $\delta_{max} = 10°$，使用操舵速度 $u_{max} = 10°/5\,sec$ とし，旋回角 $\psi = 90°$ の場合の最適操舵を計算してみる。

$$\xi_1 = \frac{\psi}{K T^2 u_{max}} = 1.013, \quad D = \frac{\delta_{max}}{T u_{max}} = 0.2055$$

となるので，（2・29）式で検討してみると，第2・15図の応答のおそい船になる。この場合の最適操舵の計算結果を示したものが第2・18図である。

2・4・6 実船実験結果

（1） 結　　果

応答の速い船の例として，前述の新「こじま」を実際に操船し，つぎに述べる4種の操舵法を試みた。試験場所は安芸灘，風向115°，風力3m／sec，主機毎分回転数236，速力約13ktの状況のもとで右回りおよび左回りに $\psi = 90°$ 旋回するため，$|\delta| \leq \delta_{max} = 15°$ および $|\delta| \leq \delta_{max} = 25°$ の操舵試験を行なった。結果は第2・19図～第2・22図に示すとおりである。図の —·— は計算値，——— は実測値である。

（2） 誤差の原因

第2・19図，第2・20図に見るように，$\delta_{max} = 15°$ の操舵では，計算値と実測値は，きわめてよく一致している。このわずかの差は，風の影響と考え

られる。

第2・21図，第2・22図のδ_{max}＝25°のときは計算値と実測値の時間差が，δ_{max}＝15°のときに比べ，わずかではあるが大きくなっている。しかし右旋回のときも左旋回のときも，ψがほとんど1°～2°の範囲内の誤差で90°旋回していることは，充分満足すべきものと思う。これらわずかの差の原因は，風だけではなく他にもあるものと考えられる。手動操舵では実際の舵角を計算のとき用いた値に正確に一致させることは不可能である以上，この程度の誤差はやむをえないものと考えられる。

第３章　最適操舵法から見た最適操舵速度

船の操舵機の操舵速度については，従来船舶設備規程や日本海事協会，A. B. 等の船級協会で規定している。

これらの規則は，いずれも要約すれば「２８秒以内に片玄３５°から他玄30°まで転舵するに充分なもの」という画一的なものであり，船の大小，操縦性指数の値などによる相違はないのである。数百トンの小型船でも数十万トンのタンカーでも，また操舵に対する応答の速い旋回圏の小さな船でも，応答のおそい旋回圏の大きな船でも，同じ規則が適用されるのである。

操舵機の力量は，操船者の立場から言えば，大きければ大きいほど操舵速度が速くなるから好ましいが，他方設計者の立場から言えば，船の操縦運動性能とマッチした最適力量をもつ操舵機を装備することが望まれるわけである。

従来操船に際し，あて舵の量はわが国はもちろん諸外国においても商船，軍艦を問わず７°とされている。これは常用舵角１５°の約半分である。このあて舵７°についてはなんら理論的根拠はなく，ただ第２章２・２・２で述べたように比較的小型で応答の速い船では，あて舵を充分とることが実際上むずかしいこと，および旧海軍にあった「半量修正」という思想によったもののようである。

自動制御の最適制御理論に基づく最適操舵法によれば，操船に際しての操作量すなわち舵角は，与えられた範囲にわたって正負とも最大限に利用すべきである[11]。　あて舵は「半量」の７°に限るべきではなく，常用舵角なら正負とも１５°一杯に用いるべきである。本章ではこのような観点から，船の操縦運動性能にマッチした最適な操舵速度を求めることとする。

３・１　最適操舵速度

船の操舵の形は応答の速い船では第２・１２図，応答のおそい船では第２・13図に示すようになる。

操舵機の力量は，大きければ大きいほど操舵速度が大きくなり，操船上は望ましいけれども，操舵機の大きさや駆動電動機の所要動力などの点から考えれば，できるだけ小さなものにしたい。このような見地からすれば，操船にあたって，ある与えられた操舵速度と舵角を最大限に利用することが要求される。すなわち与えられた操舵速度を用いて操舵する場合，使用舵角の絶対値をＤとすれば，あて舵も－Ｄ一杯まで用いることである。

一方必ずしも変針時間を最短にするものではないが，実用上最も妥当な目安と考えられるので，第２・１３図の $L_2=0$ となるような操舵速度を標準として取る。つまり操舵機力量と船の操縦運動性能とのマッチングポイントとして，「あて舵は－Ｄ一杯までとることが可能でなければならないが，－Ｄ一杯までとったら直ちに舵中央にもどすこととし，－Ｄ一杯のままある時間保持する必要はない」こととする。

この考えから，ある与えられた条件のもとで操舵機をフルに用い，かつ最適操舵を行なうには，第２・１２図のｂのような操舵をすることになる。

第２・１４図の応答の速い船の場合には（２・４５）式，また第２・１５図の応答のおそい船の場合は（２・５２）式の成り立つことが示されている[15]。すなわち応答の速い船では

$$1+\sqrt{(1-e^{-D})(1-e^{-\frac{L_2^2+\xi_1}{D}})}=e^{L_2}$$

$$1+\sqrt{(1-e^{-D})(1-e^{-L_1-D})}=e^{\sqrt{D(L_1+D)-\xi_1}}$$

応答のおそい船では

$$(1-e^{-D})(1+e^{-L_1-L_2-3D})=(1-e^{-2D})e^{-L_2-D}$$

$$D(L_1-L_2)=\xi_1$$

が成り立つ。第２・１２図のｂのような操舵をするには，応答の速い船の場合

は（２・４５）式で $L_2=D$ に，応答のおそい船の場合は（２・５２）式で $L_2=0$ にすればよい。そうすると（２・４５），（２・５２）式の第１式はそれぞれつぎのようになる。

$$1+\sqrt{(1-e^{-D})(1-e^{-D}\cdot e^{-\xi_1/D})}=e^{D} \qquad (3\cdot1)$$

$$(1-e^{-D})(1+e^{-3D}\cdot e^{-L_1})=(1-e^{-2D})e^{-D} \qquad (3\cdot2)$$

（３・１）式の場合，船がその舵角に対する定常旋回角速度に達するほどの旋回角 ψ を対象とするときは，ξ_1 は D に比べてかなり大きく，また $D>0$ であるので $e^{-D}e^{-\xi_1/D}\ll1$ となる。同様に（３・２）式の場合 L_1 も D に比べて相当大きいので $e^{-3D}e^{-L_1}\ll1$ となる。よって（３・１），（３・２）式はつぎのようになる。

$$1+\sqrt{(1-e^{-D})}=e^{D} \qquad (3\cdot3)$$

$$(1-e^{-D})=(1-e^{-2D})e^{-D} \qquad (3\cdot4)$$

なお（３・３）式はつぎのようにしても求められる〔16〕。応答の速い船の第２・１４図で $L_2=D$，応答のおそい船の第２・１５図で $L_2=0$ にすると，あて舵－D に対する旋回角速度 η は第３・１図のようになる。舵を一定角速度で動かしている間は，船はランプ入力をうけていると考えられるから，（２・２６）式の $\eta'+\eta=\zeta$ で $\zeta=\tau$ なるランプ入力に対する応答は（２・２７）式となる。すなわち，

$$\eta(\tau)=\tau-1+e^{-\tau}$$

上式で $\tau=2D$ とすると

$$\eta(2D)=2D-1+e^{-2D} \qquad (3\cdot5)$$

となり，またあて舵一杯から舵中央までもどす間の η は

$$\eta(-D)=-D-1+e^{D} \qquad (3\cdot6)$$

となる。そして第３・１図から

$$\eta(2D)+\eta(-D)\equiv D \qquad (3\cdot7)$$

が成り立つようにDを定める。したがって（３・５），（３・６）および（３・７）式から，つぎの式が成り立つ。

$$e^{D}+e^{-2D}-2=0 \qquad (3\cdot 8)$$

この（３・８）式は（３・３）式 $1+\sqrt{1-e^{-D}}=e^{D}$ と同じもおである。

よって（３・３）式あるいは（３・４）式からDを求めることができ，$D=t_1/T$ であるので，船の操縦性指数の一つTが与えられれば，操舵に必要な時間 t_1，したがって操舵速度が定まり，これをもとにして操舵機の力量を決定することができる。

操縦性指数K，Tの値は，Z操縦試験の結果から求められるものであるが，一次系近似式の成立を前提とすれば操舵速度，したがって t_1 の値によって影響されない。よって船の操縦性指数の一つTが定まれば，（３・３），（３・４）式からD，したがって t_1 を求めることができ，その結果その船の操縦運動性能にマッチした最適操舵速度を決定することができる。（３・３）式および（３・４）式からDを求めると，いずれも $D=0.48$ となる。よって転舵所要時間は，その船のTの４８％が最適であるということになる。このことは使用舵角の大小にかかわらず成り立つ。なぜならば使用舵角が小さければ，船の回頭角速度は小さく，大きければ回頭角速度も大きくなるので当然なことである。

しかし操舵機の力量を決定する場合は，使用舵角の最大値は３５°であるので，３５°について t_1 を求め，これを設計の基準とすべきものと考える。なお船によっては，Tの値は積荷の状態，船の速度や使用舵角の大小によって，著しく異なるものもあるので，このような場合，操舵機力量決定の計算に際しては，その船の考えうる最小のTを用いるべきであろう。

Tに対する t_1 および２ t_1 の関係を第３・２図に示す。

３・２　最適操舵速度の検討

前節で求めたように舵中央からあて舵一杯までの所要時間は，Tの0.48倍となるので，片玄35°から他玄30°までの転舵所要時間はTの0.96倍となる。したがって最適操舵速度の基準は「片玄35°から他玄30°までの転舵所要時間は，その船の操縦性指数の一つTの0.96倍」ということになる。

従来の「片玄35°から他玄30°まで28秒」という基準は，Tが29秒程度の船に適していることを，第3・2図から知ることができる。多くの船が1万トン以下であって，数十万トンの巨大船が出現する以前に，この基準が定められたものであることを考えれば，このことは当然なことであろう。

またこの基準によればTの小さな捕鯨船などは，従来の基準に比べ操舵速度が速くなるので，一見奇異に感ぜられる。しかしながらこのことは，現に「片玄35°から他玄30°まで7秒」で操舵している捕鯨船が，かなりあるということを考えると，当然なことで，この基準はむしろ現実の理論的裏づけとなっていると考えることができる。捕鯨船では操舵速度を大きくし，船の操縦運動に対する応答を速くすれば，それだけ捕獲率が上がり利潤が高まるからであろう。

他方Tの大きな巨大船の場合は，この基準によると従来の基準に比べ，操舵速度は一見著しくおそくなるように考えられる。しかしながら巨大タンカーなどの場合，Z操縦試験の結果によると，舵角δ_0を10°，15°，20°と大きくするにしたがってTは小さくなり，35°Z操縦試験結果からのTが最も小さくなっている。一例としてL×B×Dが276m×43m×22.2mのD.W. 162,000tonのタンカーの16.5kt，35°Z操縦試験の場合のTは32.4秒となっている[14]。前述のように操舵機力量決定に際して用いるTは，その船の最小のTであるべきであるので，操舵時間t_1，したがって最適操舵速度は従来のものに比べ，それほどおそくはならない。このタンカーでは「片玄35°から他玄30°まで31秒」程度になる。

3・3　最適操舵速度の実際的推定法

前述の考察は，操縦性指数の一つTが既知であるという前提で進めてきた。しかしながらTの値は，船体，機関が完成し操舵機の取りつけが終って試運転を行ない，その際のZ操縦試験結果をまって，はじめて決定されるものである。操舵機なしではZ操縦試験もできず，したがってTを求めることはできない。前述の考察はこのような矛盾を含んでいる。

そこで最適操舵速度の実際的推定法としては，つぎのような方法が考えられる。

船体の長さ，幅，喫水，肥瘠係数や舵面積などの値が定まれば，経験的にK'，T'のおおよその値が推定できる。したがって船の速度を与えれば，Tのおおよその値を知ることができる。このTをもとにし，それの48％をt_1とすればよい。

3・4　最適操舵における舵の切換時刻〔16〕

ここでは最適操舵速度を用いて，ただ1回のあて舵によって所定の回頭角を旋回し終わる操舵を，最適操舵とすると，第3・3図の切換点①，②，③，④の時刻は，つぎのように簡単に求めることができる。

$D = t_1/T$，したがってDに相当する実時間をt_1とすれば$t_1 = 0.48T$すなわち舵を零度から$+\delta_{max}$までとるのに要する時間は0.48T秒である。つぎにL_1は，最適操舵速度の場合，船の最適操舵法〔15〕における（2・52）式

$D(L_1 - L_2) = \xi_1$　で　$L_2 = 0$とおくことができるから$L_1 = \xi_1/D$となる。一方$\xi_1 = \psi_1/KT^2u_{max}$，$D = \delta_{max}/Tu_{max}$であるから$L_1 = \psi_1/KT\delta_{max}$となる。したがって$L_1$に相当する実時間$L_1T$は$L_1T = \psi_1/K\delta_{max}$となる。このようにして①，②③，④点における実時間$t_{①}$，$t_{②}$，$t_{③}$，$t_{④}$はつぎのようになる。

$$t_{①} = 0.48\ T$$

$$\left.\begin{aligned} t_{②} &= 0.48\,T + \psi_1/K\delta_{max} \\ t_{③} &= 1.44\,T + \psi_1/K\delta_{max} \\ t_{④} &= 1.92\,T + \psi_1/K\delta_{max} \end{aligned}\right\} \qquad (3\cdot 9)$$

なお③の時刻におけるηの値は，つぎのように求めることができる。D＝0.48のとき

$$\eta(2D) = 2\times 0.48 - 1 + e^{-2\times 0.48} = 0.848$$

したがって

$$\frac{\eta(2D)}{D} = \frac{0.343}{0.48} = 0.715$$

すなわちこのような操舵速度ならば，どんな旋回性能の船でも，船の旋回角速度がその舵角に対する定常旋回角速度の約72％だけ減少した点で，あて舵をもどし始め，舵中央にもってゆけばよいことになる。

3・5　数値計算

(1)　応答の速い船

応答の速い船について，操舵機の力量を増加し最適操舵を実施した場合を計算し，増加前と比較したものが第3・4図である。t_1を7.2秒から4秒に短縮しても，操舵所要時間，したがって変針所要時間は，操舵機力量増加前の77.2秒に対し増加後は73.3秒となり，約4秒しか短縮できない。

(2)　応答のおそい船

応答のおそい船について，操舵機の力量を減少し最適操舵を実施した場合を計算し，減少前と比較したものが第3・5図である。t_1を5秒から11.7秒に延ばしても，操舵所要時間，したがって変針所要時間は，操舵機力量減少前の159.2秒に対し減少後は163.8秒となり，5秒しか延びていない。この5秒弱の延びは160秒に比べ，わずかである。

以上2つの例から，操舵機の力量を増減することにより操舵速度を増減した

結果，変針所要時間は４～５秒短縮あるいは延長されることを知った。操舵機力量の増減が何％程度か求めなければ，明確な結論を出すことはできないが，力量減少によって変針所要時間が数秒程度しか延びないことから，応答のおそい船の操舵機の力量を減少し操舵速度を船の操縦運動性能にマッチさせた場合のメリットは，大きいように考えられる。

第４章　操舵速度と衝突回避性能

前章では最適操舵法におけるあて舵の見地から操舵速度を求めたが，操舵速度を衝突回避性能という観点から見ることもできる。

船の衝突については，制限水路航行中の船の衝突を，気体分子の衝突に対比し気体分子運動論を適用した研究〔17〕，２船をそれぞれその長さに等しい直径の円でおきかえ，海上衝突予防法上の義務船のみが避航運動を行なう場合，両円が接するときを衝突の限界とみなした研究〔18〕，衝突回避のための２船間の相対運動論〔19～21〕，艦艇の衝突回避運動論〔22〕，２船の針路交角を種々に変えて衝突の確率を求めた研究〔23〕などがある。これらは海上交通工学における水路の交通量と交通容量の問題，あるいは操船者の立場からみた衝突回避の方法論，さらに２船の針路交角，距離を種々に変えて各場合の衝突確率を求め衝突回避作戦や衝突回避のための操縦性能を定性的に論じたものなどであって，衝突回避のため操舵装置のもつべき性能を定量的に取り扱ったものは，まったく見あたらない。

衝突回避のため船の具備すべき操縦性能を定めるにあたり，両船の最初の距離，方位角および針路交角をどのように設定するかは，議論の分かれるところである。

古くから操船者の間では，経験に基づくつぎのような衝突回避の操船法が行なわれている。真向かいに行き会う２船が，船の長さＬの数倍の至近距離で相手船を発見したときは，面舵一杯をとり相手船の船首がかわった点で，取舵一杯をとり，キックを利用して両船の船尾の接触を防ぐ。また針路上同程度の至近距離に障害物を発見したときも，同様な操船法をとる。一方最近，数年間にわたる海難審判庁裁決録による衝突事例の研究〔24〕が行なわれ，衝突前なんらかの回避措置をとったときの２船間の距離が明らかにされた。これによると

３Ｌが現実的にもっともきびしい条件であるように理解される。

ここでは，衝突回避のため船のもつべき操縦性能の一つをとりあげているので，両船の相互位置は極限の状態について考えなければならない。したがってこの場合は，海上衝突予防法第２１条但書の「……　衝突を避けるため最善の協力動作をしなければならない」状態とみなされる。このような極限の状態では，両船をその長さに等しい円で近似することは適当でなく，ここでは両船を小判型図形に近似した。そして２つの小判型図形の接するときをもって，衝突とみなした。

本章では，このようにして真向かいに行き会う場合両船間距離を現実的に最もきびしい条件に設定し，この条件のもとで衝突回避のために船のもつべき回頭遅れの限界値を求め，この値から，０°から３５°まで操舵するのに要する時間と船の操縦性指数の１つＴとの関係を，定量的に求めることとする。また針路交角をもつ場合は，方位角と針路交角を種々に変えて組み合わせ，各組み合わせにつき，真向かいに行き会う場合から求めた回頭遅れの限界値を適用し，そのときの衝突回避のために必要な２船間の限界距離を求めてみる。

４・１　回避措置をとったときの２船間距離

昭和３８，３９年度海難審判庁裁決録からとった衝突事例について，トン数別に，衝突回避のための措置をした衝突前の距離に対する衝突発生割合を示したのが第４・１表[24]である。第４・１表は，同航，反航，横切，霧中を含めたものである。この第４・１表は，回避措置をした衝突前の距離として，Ｌ～３Ｌ，３Ｌ～６Ｌという表示をしているので明確ではないが，おおよそ３Ｌを中心として発生割合がピークに達していると考えられ，このことは各トン数別船舶に共通している。ことに小型鋼船と思われる１００トン以上５００トン未満の船舶には，この傾向が著しく現われている。海難審判庁裁決録の衝突事例による

3 L は注目に値する。

したがってここでは，回避措置をした衝突前の2船間距離を3 L と設定する。なお問題を簡単にするため，2船は同じ長さで速さも同じ同形船であるとし，2船間距離は真向かいに行き会う場合は船首から船首までとしたので，中央から中央までは4 Lとなる。また2船が針路交角をもつ場合は，義務船の中央から権利船の中央までとする。

4・2　真向かいに行き会う場合の回頭遅れ

回頭遅れの考えは，T を進路安定性を表わす指数，t_1 を舵中央から指定舵角をとり終るまでの時間とすれば，船が操舵開始後（$T + t_1/2$）秒だけ直進し，その後回頭し始めるというものである。

2船が真向かいに行き会う場合は，アドバンスよりも，むしろ回頭遅れの方が，衝突回避に強く影響を与える。針路交角がある場合でも，アドバンス中に占める回頭遅れの割合が，普通の船ではおおよそ2／3 もあるので，やはり回頭遅れは重視されるべきであろう。

衝突2船は大きさ，性能ともにまったく同じ同形船とし，そして両船を小判型図形に置き換えることにする。真向かいに行き会う2船が，船の長さ Lの3倍のところで相手船を初認し，ただちに回避措置として互いに面舵一杯をとったものとする。ここでは問題を簡単にするために，互いに船首がかわった点で取舵一杯をとりキックを利用して船尾の接触を避ける操舵は考えないことにする。この場合，もし衝突を回避できなかったとすれば，両船が同じ速さの同形船であるから，第4・1図に示すように衝突の起こる点は 3 L の中央 1.5 L のところである。また両船とも原針路から船体が完全にぬけ出さなければ衝突は起きるから，両船の接触場所は互いに船尾左玄側となる。ここで，

L ：船の長さ（m），　B ：船の幅（m），　ℓ_P ：重心と転心との距離（m）

V：船の速さ(m/sec), ψ：回転角(deg), T：進路安定性を表わす指数(sec)

K：旋回力を表わす指数(1/sec), t_1：舵中央から指定舵角を取り終るまでの時間(sec), t_2：衝突が起こるまでの時間(sec), δ：指定舵角(deg)

とする。もし衝突が起こるとすれば，第4・1図からつぎの(4・1)，(4・2)式が成り立つことがわかる。

$$\int_0^{t_2} V\cos\psi\,dt-\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)\cos\psi=2L-\ell_P \qquad (4\cdot1)$$

$$\int_0^{t_2} V\sin\psi\,dt-\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)\sin\psi=\frac{B}{2} \qquad (4\cdot2)$$

また回頭角ψはつぎの式で表わされる。

$$\psi=K\delta_0\left\{t-\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+e^{-t/T}\left(e^{t_1/T}-1\right)\frac{T^2}{t_1}\right\} \qquad (4\cdot3)$$

実際にはψは小さいので，$\cos\psi\fallingdotseq 1$ とすると(4・1)式から

$$t_2=\frac{1}{V}\left(2.5L-\frac{B}{2}\right) \qquad (4\cdot4)$$

となり，また$\sin\psi\fallingdotseq\psi$とすると，(4・2)，(4・3)式から

$$K\delta_0 V\int_0^{t_2}\left\{t-\left(T+\frac{t_1}{2}\right)e^{-t/T}\left(e^{t_1/T}-1\right)\frac{T^2}{t_1}\right\}dt$$
$$-K\delta_0\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)\left\{t_2-\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+e^{-t_2/T}\left(e^{t_1/T}-1\right)\frac{T^2}{t_1}\right\}=\frac{B}{2} \qquad (4\cdot5)$$

となる。(4・4)，(4・5)式からつぎの(4・6)式が求まる。

$$T(2L-\ell_P)\left(1+\frac{t_1}{2T}\right)+T\left\{VT-\left(VT+\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)e^{-(2.5L-B/2)/VT}\right\}$$
$$\times\left(1-e^{t_1/T}\right)\frac{T}{t_1}=\left(\frac{1.5L}{2}+\frac{B}{4}-\ell_P\right)\left(\frac{2.5L-B/2}{V}\right)-\frac{B}{2K\delta_0} \qquad (4\cdot6)$$

(4・6)式において

$$C_1=T(2L-\ell_P),\quad C_2=T\left\{VT-\left(VT+\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)e^{-(2.5L-B/2)/VT}\right\}$$
$$C_3=\left(\frac{1.5L}{2}+\frac{B}{4}-\ell_P\right)\left(\frac{2.5L-B/2}{V}\right)-\frac{B}{2K\delta_0},\quad \kappa=\frac{t_1}{T}$$

とおくと(4・6)式は

$$C_1\left(1+\frac{\kappa}{2}\right)+C_2\left(1-e^{\kappa}\right)\frac{1}{\kappa}=C_3$$

あるいは

$$\frac{C_1}{2C_2}\kappa^2+\frac{C_1-C_3}{C_2}\kappa+1=e^{\kappa} \qquad (4\cdot7)$$

となる。(4・7)式からL，B，ℓ_P，K，T，V，δ_0が与えられると，

$\kappa = t_1 / T$ を求めることができる。このときのκの値は，衝突する限界のTに対するt_1の値である。このδ_0 / t_1より速い操舵速度で操舵すれば，衝突は起こらない。そしてこのときの限界回頭遅れは $VT(1+\frac{\kappa}{2})$ であり，回頭遅れをこの限界値以下に押えれば，衝突は回避できる。

なお（4・7）式の根のうち $VT(1+\frac{\kappa}{2}) < 1.5L$ を満足するもののみをとるのは当然である。また $t_1 = 0$，すなわち操舵速度無限大と仮定すると $\kappa = 0$ となり，$VT < 1.5L$ となる。したがって（4・7）式は $T < 1.5L/V$ を満足するTをもつ船にのみ適用される。

4・3　針路交角のある場合の限界距離

針路交角のある場合については，第4・2図に示すような5つの基本的衝突状態が考えられる[22]。このうち追い越しは，ここでは両船が同じ速力であるので，除外する。したがって，主として横切りの場合につき，方位角と針路交角を種々に変えて組み合わせ，各場合につき操舵時間t_1を変え，そのときの衝突回避限界距離を求めてみる。

海上衝突予防法第21条によれば「…… 2隻の船舶のうち1隻が他の船舶の進路を避けなければならない場合は，他の船舶は，その針路および速力を保たなければならない」し，さらに切迫した極限の状態では「ただし，その船舶は，なんらかの事由により両船舶が間近かに接近したため進路を避けなければならない船舶の動作のみでは衝突を避けることができないと認めたときは，衝突を避けるために最善の協力動作をしなければならない」ことになっている。つまり比較的余裕のあるときは権利船に針路および速力の保持を，極限状態では最善の協力動作を命じている。

したがって，この場合は権利船が針路および速力を保つときと，協力動作をするときとの2つに分けなければならない。

4・3・1　権利船が針路および速力を保つ場合

権利船が針路および速力を保持した場合を，第4・3図に示す。第4・3図で

θ ： 義務船からみた権利船の方位角

ϕ ： 2船の針路交角

とする。第4・3図における権利船左玄側の航跡を示す直線が(4・8)式であり，義務船船尾左玄側の航跡を示す円が(4・9)式である。したがって(4・8)式の直線と(4・9)式の円が交わらないことが衝突回避のための条件である。そこで(4・8)式の直線と(4・9)式の円とが交わらないで接するときの限界の回頭遅れ $V(T+t_1/2)$ を求め，船の回頭遅れがこの限界の回頭遅れより小さくなるように，操舵機力量を増加し，t_1 を減少すれば衝突は避けられる。

第4・3図に示すように，義務船の中央から権利船中央までの距離を nL とする。第4・3図から，自己の針路を直進する権利船の左玄船側の軌跡を表わす式は，

$$y=nL(\cos\theta+\sin\theta\cdot\cot\phi)-\frac{B}{2}\operatorname{cosec}\phi-x\cdot\cot\phi \qquad (4\cdot8)$$

となり，義務船が右旋回して定常旋回運動に入ったときの船尾左玄船側の軌跡を表わす式は，

$$\left(x-\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left\{y-V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)-\ell_P\right\}^2 =\left\{\frac{B}{2}+\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2}\right\}^2 \qquad (4\cdot9)$$

となる。(4・8)式の直線と(4・9)式の円が接するときが衝突の限界であるので，その限界のときの回頭おくれを求める。(4・8)，(4・9)式から，

$$\left(x-\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left\{nL(\cos\theta+\sin\theta\cdot\cot\phi)-\frac{B}{2}\operatorname{cosec}\phi-x\cdot\cot\phi -V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)-\ell_P\right\}^2=\left\{\frac{B}{2}+\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2}\right\}^2$$

ここで

$$R=\frac{V}{K\delta_0},\quad k_1=nL(\cos\theta+\sin\theta.\cot\phi)-\frac{B}{2}\operatorname{cosec}\phi-\ell_P$$

$$k_2=\cot\phi,\quad k_3=\frac{B}{2}+\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2},\quad \gamma=V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)$$

とすると，つぎのようになる。

$$(x-R)^2+(k_1-\gamma-k_2x)^2=k_3^2 \qquad (4\cdot10)$$

（4・10）式から x を求めると，

$$x=\frac{(R+k_1k_2-\gamma k_2)\pm\sqrt{(R+k_1k_2-\gamma k_2)^2-(1+k_2^2)(R^2+\gamma^2+k_1^2-2k_1\gamma-k_3^2)}}{(1+k_2^2)}$$

となる。（4・8）式の直線と（4・9）式が接するためには（4・10）式の x は重根でなければならない。したがって回頭遅れ γ は，つぎのようになる。

$$\gamma=k_1-k_2R\pm k_3\sqrt{1+k_2^2} \qquad (4\cdot11)$$

船の実際の運動から考えて（4・11）式の負号をとり，回頭遅れは，つぎの式となる。

$$V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)=nL(\cos\theta+\sin\theta.\cot\phi)-\frac{B}{2}\operatorname{cosec}\phi-\ell_P$$
$$-\frac{V}{K\delta_0}\cot\phi-\left\{\frac{B}{2}+\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2}\right\}\sqrt{1+\cot^2\phi} \qquad (4\cdot12)$$

したがって衝突が起こらないためには

$$V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)<nL(\cos\theta+\sin\theta.\cot\phi)-\frac{B}{2}\operatorname{cosec}\phi-\ell_P$$
$$-\frac{V}{K\delta_0}\cot\phi-\left\{\frac{B}{2}+\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2}\right\}\sqrt{1+\cot^2\phi} \qquad (4\cdot13)$$

でなければならない。あるいは回頭遅れが定まっているときには，衝突の起こらないためのｎの値は

$$n>\frac{V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+\frac{B}{2}\operatorname{cosec}\phi+\ell_P+\frac{V}{K\delta_0}\cot\phi+\left\{\frac{B}{2}+\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2}\right\}\sqrt{1+\cot^2\phi}}{(\cos\theta+\sin\theta.\cot\phi)L} \qquad (4\cdot14)$$

となる。

4・3・2　権利船が協力動作をする場合

極限状態の協力動作には速力の変更は当然含まれているが，ここでは速力は一定として，操舵のみによる協力動作をとることにする。

この場合は θ と ϕ の組み合わせにより，第４・４図に示すような，いくつかの協力動作が考えられる。両船ともに右回頭，義務船左回頭権利船右回頭およ

び両船とも左回頭である。義務船の左回頭は，法第１９条「２隻の動力船が，互いに進路を横切る場合であって，衝突のおそれがあるときには，他の船舶を右玄側に見る船舶は，他の船舶の進路を避けなければならない」の違反になるように考えられるが，この場合は極限状態であるので，法第２１条但書の「……最善の協力動作をしなければならない」に該当するから，法第１９条違反にはならない。

両船が衝突する限界は，第４・４図に示すように両船船尾外側の航跡を示す円が，互いに接するときである。第4・4図(a)の両船とも右回頭の場合，義務船権利船それぞれの旋回中心の座標をx_1，y_1および x_2，y_2とすると，

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{V}{K\delta_0} \\ y_1 &= V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+\ell_P \\ x_2 &= -\left\{V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+\ell_P\right\}\sin\phi+\frac{V}{K\delta_0}\cos\phi+nL\sin\theta \\ y_2 &= \left\{V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+\ell_P\right\}\cos\phi+\frac{V}{K\delta_0}\sin\phi+nL\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (4\cdot15)$$

となる。したがって，

$$\left.\begin{aligned} x_1-x_2 &= \left\{V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+\ell_P\right\}\sin\phi-\frac{V}{K\delta_0}(\cos\phi-1)-nL\sin\theta \\ y_2-y_1 &= \left\{V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+\ell_P\right\}(\cos\phi-1)+\frac{V}{K\delta_0}\sin\phi+nL\cos\theta \end{aligned}\right\} \qquad (4\cdot16)$$

また両船の旋回中心距離は

$$2\left\{\frac{B}{2}+\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2}\right\}$$

であるので，つぎの式が成立する。

$$\begin{aligned} &\left[\left\{V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+\ell_P\right\}\sin\phi-\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)(\cos\phi-1)-nL\sin\theta\right]^2 \\ &+\left[\left\{V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+\ell_P\right\}(\cos\phi-1)+\frac{V}{K\delta_0}\sin\phi+nL\cos\theta\right]^2 \\ &\qquad=\left[2\left\{\frac{B}{2}+\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2}\right\}\right]^2 \end{aligned} \qquad (4\cdot17)$$

(４・１７)式は nL に関し，二次の方程式となるので，それから nL を求めると，

$$nL=-\left[\frac{V}{K\delta_0}\{\sin(\theta+\phi)-\sin\theta\}+\left\{V\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+\ell_P\right\}\{\cos(\theta+\phi)\right.$$

$$
\begin{aligned}
&-\cos\theta\}\Big)+\sqrt{\Big[\frac{V}{K\delta_0}\{\sin(\theta+\phi)-\sin\theta\}+\{V(T+\frac{t_1}{2})+\ell_P\}} \\
&\times\{\cos(\theta+\phi)-\cos\theta\}\Big]^2+2\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2(1+\cos\phi)-2\{V(T+\frac{t_1}{2}) \\
&+\ell_P\}^2(1-\cos\phi)+4\Big\{\left(\frac{B}{2}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2 \\
&+B\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2}\Big\}
\end{aligned}
\qquad (4\cdot18)
$$

となる。nL は正でなければならないので，(4・17)式のnLの根のうち，平方根の前の符号の正のみをとったのが(4・18)式である。同様にして，第4・4図(b)，(d)の義務船左回頭権利船右回頭の場合は，

$$
\begin{aligned}
nL=&-\Big[\frac{V}{K\delta_0}\{\sin(\theta+\phi)+\sin\theta\}+\{V(T+\frac{t_1}{2})+\ell_P\}\{\cos(\theta+\phi)-\cos\theta\}\Big] \\
&+\sqrt{\Big[\frac{V}{K\delta_0}\{\sin(\theta+\phi)+\sin\theta\}+\{V(T+\frac{t_1}{2})+\ell_P\}\{\cos(\theta+\phi)-\cos\theta\}\Big]^2} \\
&+2(1-\cos\phi)\Big[\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2-\{V(T+\frac{t_1}{2})+\ell_P\}^2\Big]+4\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)\{V(T+\frac{t_1}{2})+\ell_P\}\sin\phi \\
&+4\Big\{\left(\frac{B}{2}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2+B\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2}\Big\}
\end{aligned}
\qquad (4\cdot19)
$$

となる。さらに第4・4図(c)の両船とも左回頭の場合は

$$
\begin{aligned}
nL=&+\Big[\frac{V}{K\delta_0}\{\sin(\theta+\phi)-\sin\theta\}-\{V(T+\frac{t_1}{2})+\ell_P\}\{\cos(\theta+\phi)-\cos\theta\}\Big] \\
&+\sqrt{\frac{V}{K\delta_0}\{\sin(\theta+\phi)-\sin\theta\}-\{V(T+\frac{t_1}{2})+\ell_P\}\{\cos(\theta+\phi)-\cos\theta\}\Big]^2} \\
&+2\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2(1+\cos\phi)-2\{V(T+\frac{t_1}{2})+\ell_P\}^2(1-\cos\phi)+4\Big\{\left(\frac{B}{2}\right)^2 \\
&+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2+B\sqrt{\left(\frac{V}{K\delta_0}\right)^2+\left(\ell_P+\frac{L-B}{2}\right)^2}\Big\}
\end{aligned}
\qquad (4\cdot20)
$$

となる。各場合とも，衝突が起こらないためには，nL は(4・18)，(4・19)，(4・20)式で求まる値より大きくなければならない。

4・4　数値計算

小型鋼船の操縦性指数 K，T のデータはきわめて少なく，とくに衝突回避に用いる35°のような大舵角については，皆無のようである。そこでここでは5°，10°，15° Z操縦試験により求めた K，T の値から，舵角に対する $1/K'$，$1/T'$ のグラフをかき，外挿法によって35°に対する K'，T' を出し，これから K，T の値を定めた。

計算例の小型鋼船の要目は第４・２表のとおりである。比較のため海上保安大学校練習船新「こじま」についても計算した。新「こじま」のＫ，Ｔについては，３５°Ｚ操縦試験のものがないので２５°Ｚのものを代用することとした。各船とも $\ell_P = L/3$ とし，使用舵角は３５°とした。

４・４・１　３Ｌで真向かいに行き会う場合

（４・７）式の C_1，C_2，C_3 を A_1，B_1 船について計算し，（４・７）式から回頭遅れが1.5Ｌより小さい κ の値を求めた。A_1 船では $\kappa = 0.755$，B_1 船では 0.23 新「こじま」では 1.490 となった。　したがって０°から３５°まで舵角をとるのに要する時間 t_1 は，つぎのようになる。

A_1 船：$t_1 = 0.755\,T = 0.755 \times 3.7 \fallingdotseq 2.8$ sec

B_1 船：$t_1 = 0.323\,T = 0.323 \times 7.7 \fallingdotseq 2.5$ sec

新「こじま」：$t_1 = 1.490\,T = 1.490 \times 5.7 \fallingdotseq 8.5$ sec

また回頭遅れ（$T' + t_1'/2$）　は

A_1 船：$(T' + t_1'/2) = T\dfrac{V}{L}\left(1 + \dfrac{\kappa}{2}\right)$

$$= 3.7 \times \frac{3.35}{29.6}\left(1 + \frac{0.755}{2}\right) = 0.58$$

B_1 船：$(T' + t_1'/2) = T\dfrac{V}{L}\left(1 + \dfrac{\kappa}{2}\right)$

$$= 7.7 \times \frac{4.53}{30}\left(1 + \frac{0.323}{2}\right) = 1.35$$

新「こじま」：$(T' + t_1'/2) = T\dfrac{V}{L}\left(1 + \dfrac{\kappa}{2}\right)$

$$= 5.7 \times \frac{6.8}{66}\left(1 + \frac{1.490}{2}\right) = 1.02$$

となり，いずれも1.5以下となっている。

４・４・２　針路交角のある場合

（１）　権利船が針路および速力を保持するとき

（４・１４）式によって衝突の起こらないためのｎの値を求める。この場合，t_1 としては，操舵速度無限大すなわち $t_1 = 0$，真向かいに行き会いの場合求めた $t_1 = 2.8$ sec，2.5 sec　および　8.5 sec，　さらに現行規程の $t_1 = 14$ secの３つにつ

いて計算した。またθとϕについては，第4・3表の8つの組み合わせについて行なった。計算結果を第4・3表に示す。第4・3表から，操舵機力量をいかに増大し操舵速度を大きくしても，A_1，B_1船ではnを3.4以下にはできないことがわかる。t_1を2.8 sec，2.5 secあるいは8.5 secにとると，$t_1=0$のときに比べ，nはθとϕの組み合わせによって0.2～0.7と，わずかながら増大する。t_1を現行の14 secにすると，さらに0.8～2.9とかなり増大する。

小型船では，舵角35°という大舵角のときのTを用いるため，Tの値は小さくなるので，回頭遅れに及ぼすt_1の影響は大きく，したがって衝突回避に与えるt_1の影響もまた大きくなる。nがおおよそ3以下では，この場合衝突は不可避である。

（2） 権利船が協力動作をするとき

第4・4表に示すθとϕの組み合わせについて，nの値を求めた。この場合も$t_1=0$にしても，同航横切の$\theta=60°$，$\phi=45°$および$\theta=75°$，$\phi=45°$のときは別にして，A_1，B_1船ではnは3.7より小さくならない。また$t_1=0$のときのnに比べ，$t_1=2.8$ sec，2.5 sec，8.5 secにしたときのnは，おおよそ0.3ほど大きくなっている。これに反し，$t_1=2.8$ sec，2.5 sec，8.5 secのときのnに比べ，$t_1=14$ secのときのnは，おおよそ0.9増大している。

なお第4・4表中，B_1船で$\theta=45°$，$\phi=120°$，$t_1=14$ secのときnが求まらないのは，（4・20）式の平方根の中が負になるからである。このことはB_1船では$t_1=14$ secのとき，$\theta=45°$，$\phi=120°$の組み合わせでは衝突が起こらないことを意味している。このとき第4・4図（c）の場合両船とも回避のための操舵をせず，互いに原針路上を直進すれば衝突は起こらない。（4・18），（4・19），（4・20）式とも，平方根の中の正負により，衝突の存在が判別できる。

第4・4表中，回頭欄のR－Rは義務船右回頭権利船右回頭，L－Rは義務船

左回頭権利船右回頭，L－L は両船とも左回頭を意味している。

第５章　操舵機馬力一定の条件下で操舵速度がアドバンスと回頭遅れに及ぼす影響

第３章および第４章で操舵速度を求めたので，この操舵速度をもとにして操舵機力量を決定すれば，船の操縦運動性能にマッチした操舵機となるであろう。

操舵機馬力一定の条件下で，操舵時間がアドバンスと回頭遅れに及ぼす影響については，すでに日本海難防止協会報告書[25]に発表されている。日本海難防止協会報告書における計算では，舵軸トルクを舵面積比 α の 1.5 乗に比例させているが，このことは舵のアスペクト比が一定であるということを条件としている。しかしながら実際には舵面積の大幅の増加は，アスペクト比の低下をまねかざるをえず，これを考慮することが必要となる。

舵面積を大幅に増大するのに際し，舵の高さ一定という制限は，実状に即しているものと考えられる。そこで本章では，舵高さ一定という制限下で，舵面積の変化に伴うアスペクト比の変化を考慮にいれた場合，操舵機馬力一定の条件下で操舵時間がアドバンスと回頭遅れに及ぼす影響を検討する。

５・１　舵アスペクト比の影響を考慮しない場合

日本海難防止協会報告書に発表されているアスペクト比の変化を考慮しない場合の結論の要旨は，つぎのようである。

操舵機馬力を一定に押えて操舵時間を増すと，すなわちゆっくり舵をとると舵軸トルクを大きくとることができるから，大きい舵を装備できる。操舵時間の増加はアドバンスを増大し，舵面積の増加はアドバンスを減少させることを考えると，操舵機馬力一定の条件下にアドバンスを最小ならしめる操舵時間と舵面積の組み合わせが存在するはずである。この最適値問題はつぎのようにして解かれる。

旋回航跡の面から考えてみると，最大アドバンスは近似的に次式で示される。

$$\frac{\mathrm{Max}\,D_A}{L} = \frac{V}{L}\left(T+\frac{t_1}{2}\right)+\frac{R_S}{L} = \frac{V}{L}\left(T+\frac{1}{K\delta_0}\right)+\frac{V}{L}\cdot\frac{t_1}{2}$$

$$= T'+\frac{1}{K'\delta_0}+\frac{t_1'}{2} \qquad (5\cdot1)$$

ここに R_S は定常旋回半径，t_1 は操舵に要する時間である。また

$K' = K/\left(\frac{V}{L}\right)$, $T' = T\left(\frac{V}{L}\right)$, $t_1' = t_1\left(\frac{V}{L}\right)$ である。

R/L は宝田の図表[26]を数式化すると，$B/d = 2.50$ ，イーブンキールの場合に対し

$$\frac{R}{L} = \frac{0.0070}{[1-0.070/(\nabla/L^2d)]}\cdot\frac{1}{\alpha}, \quad \alpha \equiv \frac{A_R}{Ld} \qquad (5\cdot2)$$

となる。

一方，普通操船程度の舵角による旋回におけるT'指数は，舵面積比に大きく影響されるが，35° 旋回におけるT'指数は舵面積比の大小にはほとんど関係しないので，一定とみなしてよい。その理由は35° 旋回のような強い運動では速力低下が大きく，そのために推進器スリップが強く，これが舵位置における横流れによる舵力減少を打ち消してしまうので，見掛上，舵の旋回抵抗が消失するからである。

ここでは多数実船資料による実績に従い，35° 旋回におけるT'指数としてつぎの値を用いる。

痩 型 船 $\nabla/L^2d = 0.10$ に対し $T' = 1.2$

肥 大 船 $\nabla/L^2d = 0.13$ に対し $T' = 1.0$

また操舵機馬力をHP，水の密度をρとすれば，操舵機馬力の無次元値 P は次式となる。

$$P = \frac{\alpha^{1.5}}{t_1'} = \frac{HP}{(\rho/2)LdV^3}\cdot C_P \qquad (5\cdot3)$$

したがって $t_1' = \alpha^{1.5}/P$ となる。(5・1)，(5・2)および(5・3)式からアドバンスD_Aは

$$\frac{D_A}{L} = T' + \frac{0.0070}{[1-0.070/(\nabla/L^2d)]}\cdot\frac{1}{\alpha}+\frac{\alpha^{1.5}}{2P} \qquad (5\cdot4)$$

となり，D_A/L を最小にするαは

$$\log a = \frac{1}{2.5} \log \left[\frac{0.007}{1-0.070/(\nabla/L^2 d)} P \frac{1}{0.75} \right] \qquad (5\cdot5)$$

となる。同じく最適操舵時間 t_1 は

$$t_1 = \left(\frac{L}{V}\right) \frac{a^{1.5}}{P} \qquad (5\cdot6)$$

が得られる。実績に従い，第５・３図，第５・４図中の表に示すように，代表的な船舶数種類を選び，現状と同等の操舵機馬力を与えて操舵時間 t_1 を変化し，アドバンスの変化の模様とそのときの a を（５・４），（５・６）式で計算すると，第５・３図，第５・４図に点線で示す曲線群が得られる。小型船では現状よりも速い操舵と小さい舵が，大型船では現状よりもおそい操舵と大きい舵が，アドバンスに関するかぎり有利であるという結論が得られている。

つぎに回頭おくれについては，普通程度舵角の操船における T′ 指数は舵面積比の増加とともに減少するから，この場合には回頭遅れを最小にする操舵時間と舵面積比との組み合わせが存在する。

多数実船の１０°Z 操縦試験の結果を $(L^2 d/\nabla)\cdot(A_R/Ld)\cdot(1/K')$ 対 $(1/T')$ および A_R/LdK' 対 A_R/Ld の形に整理した資料〔14〕から T′ を求めると

$$T' = \frac{0.27\ \nabla/L^2 d}{(A_R/Ld) - 0.20(\nabla/L^2 d - 0.075)} \qquad (5\cdot7)$$

となる。したがって５°～１５°操舵における回頭遅れの無次元値は大略次式で表わされる。

$$\left(T + \frac{t_1}{2}\right)\frac{V}{L} = \frac{0.27\ \nabla/L^2 d}{(A_R/Ld) - 0.20(\nabla/L^2 d - 0.075)} + \frac{a^{1.5}}{2P}\cdot\frac{\delta_0}{35} \qquad (5\cdot8)$$

ここに t_1 は δ_0 だけ操舵するのに要する時間である。アドバンスの場合と同様第５・５図中の表に示す船につき，（５・７），（５・８）式によって計算すると第５・５図に点線で示す曲線群が得られる。この曲線群から，回頭遅れに関するかぎり，小型船では操舵時間を短くし舵面積を小さくすることは得策ではない。これはアドバンスのほうからの結論とは逆である。大型船ではアドバンスからの結論と同様，操舵時間を長くしても舵面積の増加をはかることが得策である。

5・2　舵アスペクト比の影響を考慮した場合の操舵機馬力

舵高さ一定という現実の条件から起こるアスペクト比の変化を考慮にいれると，5・1 に述べてある結論には，ある程度の修正が必要となるであろう。以下これを検討する。

操舵機馬力＝直圧力×舵軸から圧力中心までの距離×操舵速度×常数

いま舵面積を A_R，舵高さを h＝一定とすると，舵の横幅は A_R/h となるので舵軸から圧力中心までの距離は A_R に比例する。

直圧力の式は種々あるが，アスペクト比 λ を考慮したものに，つぎに示す岡田の式[27]がある。

$$N=\frac{\rho}{2}V^2A_R\left\{2.41\left(1.3-\frac{1}{2\lambda}\right)(1-w_a)^2(1+k\cdot S^{1.5})\right\}\sin\alpha'$$

このほか藤井の式[28]がある。藤井の式は岡田の式のなかの $2.41\left(1.3-\frac{1}{8\lambda}\right)$ が $6.13\frac{\lambda}{\lambda+2.25}$ となっている。試みに両者を比較してみたところ，第5・1 図に示すような差がでた。そこで両者の結果を，アスペクト比の異なる各種の舵について行なったFischerの実験結果[29]と比較してみた。岡田の式は，λ が0.8，1 のような小さいところで，藤井の式は λ が2，3，5のような大きいところで，比較的よく合うことがわかった。そこで式の形は，あとで用いるのに便利なため，岡田の式の形をとり，$1.00\leqq\lambda\leqq2.50$ で両者よりも，さらにFischerの結果とよく一致する式を，新たに求めた。結果は第5・1 図の実線で示したものであり，次式となる。

$$3.88\left(0.99-\frac{1}{2\lambda}\right) \qquad (5\cdot9)$$

(5・9)式を用いると操舵機馬力は次式となる。

$$HP=\frac{\rho}{2}V^2A_R\left\{3.88\left(0.99-\frac{1}{2\lambda}\right)(1-w_a)^2(1+k\cdot S^{1.5})\right\}\sin\alpha'$$
$$\times\frac{Ld}{A_R}\cdot\frac{A_R}{Ld}\cdot C_1\cdot A_R\cdot\frac{Ld}{Ld}\cdot\frac{C_2}{t_1'}\left(\frac{V}{L}\right)\cdot\mathrm{const}$$

ここで $\frac{1}{\lambda}=\frac{A_R}{h^2}$ であり，また $3.88(1-w_a)^2(1+k\cdot S^{1.5})\sin\alpha'=C_n'$ とおくと

$$HP=\frac{\rho}{2}V^2A_RC_n'\left(0.99-\frac{A_R}{2h^2}\right)\cdot\frac{Ld}{A_R}\cdot\frac{A_R}{Ld}\cdot C_1\cdot A_R\cdot\frac{Ld}{Ld}\cdot\frac{C_2}{t_1'}\left(\frac{V}{L}\right)\cdot\mathrm{const}$$

$$=\frac{\rho}{2}V^3\frac{L^2d^2}{L}\cdot 0.99C_N'\cdot C_1\cdot C_2\cdot\frac{\alpha^2}{t_1'}\cdot \mathrm{const}$$

$$-\frac{\rho}{2}\cdot V^3\cdot\frac{L^3d^3}{L}\cdot\frac{C_N'\cdot C_1\cdot C_2}{2h^2}\cdot\frac{\alpha^3}{t_1'}\ \mathrm{const}$$

となり，さらに $0.99C_N'\cdot C_1\cdot C_2\cdot \mathrm{const}=1/C_{P_1}$ とおくと，

$$HP=\frac{\rho}{2}Ld^2V^3\cdot\frac{1}{C_{P_1}}\cdot\frac{\alpha^2}{t_1'}-\frac{\rho}{2}Ld^2V^3\cdot\frac{1}{C_{P_1}}\cdot\frac{Ld}{1.98h^2}\cdot\frac{\alpha^3}{t_1'}$$

あるいは

$$t_1'=\frac{\rho}{2}Ld^2V^3\cdot\frac{1}{HP\ C_{P_1}}\cdot\alpha^2-\frac{\rho}{2}Ld^2V^3\cdot\frac{1}{HP\ C_{P_1}}\cdot\frac{Ld}{1.98h^2}\cdot\alpha^3 \qquad (5\cdot10)$$

となる。ここで操舵機馬力の無次元値 P_1 を次式のようにおく。

$$P_1=\frac{HP\cdot C_{P1}}{\rho/2\cdot Ld^2V^3} \qquad (5\cdot11)$$

よって

$$t_1'=\frac{1}{P_1}\left(1-\frac{Ld}{1.98h^2}\cdot\alpha\right)\alpha^2 \qquad (5\cdot12)$$

また α は，操舵機馬力 P_1 が与えられたとき，操舵時間 t_1' を変化すると，それに対応した値が次式から求められる。

$$\frac{1}{1.98}\cdot\frac{Ld}{h^2}\cdot\frac{1}{t_1'}\alpha^3-\frac{1}{t_1'}\alpha^2+P_1=0 \qquad (5\cdot13)$$

5・3　アドバンスを最小にする舵面積比

アドバンスは（5・1），（5・2）および（5・12）式からつぎのようになる。

$$\frac{D_A}{L}=T'+\frac{0.0070}{[1-0.070/(\nabla/L^2d)]}\cdot\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{t_1'}{2}$$

$$=T'+\frac{0.0070}{[1-0.070/(\nabla/L^2d)]}\cdot\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{\alpha^2}{2P_1}-\frac{Ld\,\alpha^3}{3.96h'P_1} \qquad (5\cdot14)$$

よって D_A/L を最小にする α は次式から求められる。

$$\frac{Ld}{1.32h^2P_1}\cdot\alpha^4-\frac{1}{P_1}\cdot\alpha^3+\frac{0.0070}{[1-0.070/(\nabla/L^2d)]}=0 \qquad (5\cdot15)$$

5・4　回頭遅れを最小にする舵面積比

回頭遅れは（5・7）および（5・12）式からつぎのように示される。

$$\left(T'+\frac{t_1'}{2}\right)=\frac{0.27\ \nabla/L^2d}{\alpha-0.20(\nabla/L^2d-0.075)}\cdot\frac{1}{2P_1}\cdot\frac{\delta_0}{35}\left(1-\frac{Ld}{1.98h^2}\alpha\right)\alpha^2 \qquad (5\cdot16)$$

よって $\left(T'+\frac{t_1'}{2}\right)$ を最小にする α は次式から求められる。

$$\frac{Ld}{1.32h^2P_1}\cdot a^4-\left\{\frac{1}{P_1}+\frac{Ld}{3.3h^2P_1}\cdot(\nabla/L^2d-0.075)\right\}a^3$$
$$+\frac{0.4}{P_1}(\nabla/L^2d-0.075)+\frac{Ld}{33h^2P_1}(\nabla/L^2d-0.075)^2\Big\}a^2$$
$$-\frac{0.04}{P_1}(\nabla/L^2d-0.075)^2a+\frac{35}{\delta_0}\cdot 0.27\quad\nabla/L^2d=0 \qquad (5\cdot 17)$$

5・5　数値計算

（5・13），（5・14）および（5・15）式は係数 Ld/h^2 が定まらないと計算できない。そこで $Ld/h^2=(d/h)^2\cdot(L/d)$ とし，d/h および L/d を多数の実船資料から求めることにした。L/d は次式に示す日本海難防止協会報告書のものを用いた。

$$\left.\begin{array}{ll}\log 20\cdot d/L=0.59-0.23\ \log L & 200\geqq L\geqq 10\\ 2\cdot d/L=0.114 & 300\geqq L\geqq 200\end{array}\right\} \qquad (5\cdot 18)$$

d/h の資料はないので，約150隻の実船資料を集めた。それが第5・2図である。第5・2図から標準として次式が求まる。

$$h/d=0.635+6.14/L \qquad (5\cdot 19)$$

（5・18）および（5・19）式を用いることによって，（5・13）式から各 t_1' に対応する a を，さらに（5・15）式から D_A/L を最小にする a を求めることができる。

（5・13），（5・14）および（5・15）式から求めたアドバンスの計算結果は，第5・3図，第5・4図の実線群である。また（5・16）式から求めた回頭遅れの計算結果は第5・5図の実線群である。

アドバンスに関しては，第5・3図および第5・4図から，アスペクト比の影響を考慮した場合は，考慮しない場合に比べ，つぎのことが言いうる。

（1）　L が30～100m 程度の小型船では，アドバンスの最小値は，さらに小さくなる。しかしLが150m 以上の大型船では，きわめてわずかではあるが，大きくなる。

（2） アドバンスが最小値になるときの操舵時間 t_1 の値は，L が30～100m程度の小型船の場合は小さくなるが，150m以上の大型船では大きくなる。

（3） 舵面積比 α の値は，現行規程の片玄操舵時間 $t_1=15$ 秒より小さい場合には，いずれの船でも大きくなるが，$t_1=15$ 秒より大きい場合には，小型船では小さくなるが，大型船では大きくなる。このことは（2）にあるようにアドバンスが最小値になるときの t_1 の値が，大きくなることから当然である。

回頭遅れに関しては，第5・5図からアスペクト比の影響を考慮した場合は，考慮しない場合に比べ，つぎのことが言いうる。

（4） L が50mの小型船については，現行規程の $t_1=15$ 秒より小さい場合には回頭遅れは小さくなるが，$t_1=15$ 秒より大きい場合には一般に大きくなる。しかしその差はわずかである。

（5） L が100mの船については，差はわずかであるが，L が200mの船は操舵時間 t_1 が大きくなるに従って差は大きくなる。L が100mの船については t_1 を45秒，L が200m の船については t_1 を39秒で計算を打ち切ったのは，t_1 がそれぞれ40秒，35秒になると，λ が1以下になり，（5・9）式の精度が低下するからである。

結　　論

本研究で得られた主要な結論はつぎのとおりである。

1. 電動油圧操舵機の先進角，したがって操舵機時定数の影響は，船の進路安定性を表わす指数Tが小さい船ほど顕著に現われる。操舵機時定数は2秒程度であるので，Tが10秒前後の小型船，捕鯨船，巡視船などは，操舵装置の他の部分はそのままとして先進角のみを減少することにより，船の操縦性能を改善することができる。

舵の慣性モーメントがあまり大きくないので，現在用いられている先進角の値5°～10°では，舵運動部分による始動時の慣性抵抗モーメントは，舵の計画最大舵軸トルクの数百分の一にすぎない。この見地からすれば先進角は5°～10°よりも，はるかに小さくしてもよい。先進角を零にすると舵の始動時の角加速度が非常に大きくなるので，零にはできない。先進角減少の限界は，テレモータ受動筒からポンプの間ならびに舵柄からポンプの間にあるリンク機構と緩衝ばねの設計にある。先進角の最小値は，現在の5°～10°の $1/2$ ～ $1/3$ が限度のようである。

船の横流れ角を考慮に入れれば，小型船の場合先進角をつけ転舵終期の舵の角速度を減少して，電動機負荷の軽減をはかる必要はない。

2. 無次元化した船の操縦運動方程式を用いて，位相面上に操縦運動のトラジエクトリを描いた図を作っておくと，船の操縦性指数T，Kの値で，使用舵角に応じ各船固有のあて舵最適切換点を容易に決定できる。ただこの方法では実際のてい形操舵をく形操舵で近似置換せざるを得ないので，使用舵角が大きくなると計測値と実測値との誤差が大きくなる。

これに反しポントリヤーギンの最大原理を用いた最適操舵法は，位相面による方法に比べ，はるかに精度の高いことが確かめられた。それは最大原理によると精密なてい形操舵で理論計算が進められるから，誤差を生じないのである。この最大原理を用いた方法によれば，捕鯨船や巡視船のように速い応答を要求される船でも，また応答のおそい巨大船でも，最適操舵が高い精度で実現できる。

3. 操舵速度に関し，操舵装置は現行規程の「２８秒以内に片舷３５度から他玄３０度まで転舵するのに充分なもの」という画一的な基準でなく，その船の操縦運動性能にマッチした力量にすべきである。最適操舵法のあて舵の観点からすると，最適操舵速度の基準は「片玄３５度から他玄３０度までの操舵所要時間は，その船の操縦性指数の１つＴの0.９６倍」とすべきである。

4. 操舵時間 t_1 を，船首間３Ｌ真向かいに行き会う場合から求めることは，衝突回避に対する有効性および海難審判裁決事例に照らして妥当と考えられる。

針路交角のある場合は，船首間３Ｌ真向かいに行き会う場合から求めた t_1 を用いたときのｎ値を，現行規程の $t_1 = 14$ 秒のときのｎ値と比較すると，計算例の小型鋼船では１程度小さくなっているので，t_1 を小さくすることは衝突回避に有効である。しかしながら $t_1 = 0$ に短縮したときのｎ値は，真向かいに行き会う場合から求めた t_1 を用いたときのｎ値に比べ，わずか0.3程度しか小さくならないので，$t_1 = 0$ は操舵機馬力無限大を意味することからメリットはないと言える。

針路交角をもつ行き会いの場合は，権利船の針路速力保持，協力動作のいずれを問わず，いかに操舵機力量を増大しても，中央間３Ｌでは衝突は不可避である。針路交角をもつことが多いとみられる衝突事例からみれば，３Ｌ

の距離でも回避できる性能をもつことが要望されるが，３Ｌで回避するには操舵機力量を増大して t_1 を短縮するだけでは回避は不可能で，Ｔの減少，さらにＫの増大にまたなければならない。つまり操舵機の問題からはなれて船体と舵の問題となる。

第４・３表および第４・４表からわかるように，$\theta=22.5°$のときは $\phi=105°\sim140°$ の範囲では，権利船は針路および速力を保持し，むしろ協力動作をしないほうが，より安全である。$\theta=22.5°$，$\phi=150°$および $\theta=45°$，$\phi=90°\sim120°$では協力動作をするほうが，はるかに有効である。

5. 小型鋼船の３Ｌ真向かい衝突回避の条件から求めた操舵時間 $2t_1$ と最適操舵のあて舵の観点から求めた $2t_1$ とを比較すると，船にもよるが一般的には，前者は後者の0.98Ｔより幾分大きくなるようである。このことと最適操舵速度のメリットとを考慮すると，小型船では３Ｌ真向かい衝突回避の条件から求めた操舵速度を採用し，また巨大船では最適操舵のあて舵の観点から求めた操舵速度を採用するのがよいと考えられる。

6. 操舵時間とアドバンスとの関係に関しては，舵軸トルクに対するアスペクト比の影響を考慮すると，考慮しないときに比べ，定量的には若干の差異は出るが，定性的には同じ結論となる。すなわち現行規程 $t_1=14$ 秒に対し，小型船は操舵速度を大きく，舵面積を小さくし，大型船では操舵速度を小さく，舵面積を大きくしたほうが有利である。

回頭遅れに関しては，アスペクト比の影響を考慮すると，考慮しないときに比べ，小型船では若干の差異はあるが，定性的には同じである。大型船では実状に即した操舵時間の範囲－例えば５０秒以内－では回頭遅れの最小値は存在しないと考えられる。

なおアスペクト比一定の条件下では，t_1 を大きくするに従って舵面積を増大すると，やがてキールラインより下に舵が出てくる。大型船では舵面積を大きくしたほうが有利であるので，このような可能性が大きい。小型船については，アドバンス，回頭遅れともアスペクト比の影響を考慮しても考慮しない場合に比べ，定量的には若干の差はあるが，定性的には同じで，現行規程１４秒よりも操舵速度を大きくし，舵面積を小さくしたほうが有利である。

本論文を完結するにあたり懇篤なる御指導を賜わった大阪大学工学部中村彰一教授に対し，深く感謝の意を表する。また本研究の遂行にあたり終始指導助言を賜わった広島大学・大阪大学野本謙作教授，有益な助言を賜わった東京工業大学寺野寿郎教授，東京大学工学部元良誠三教授，東京大学工学部北森俊行助教授に感謝の意を表する。さらに実船実験につき，海上保安大学校練習船「こじま」乗組員各位の御協力に対し感謝の意を表する。

以　上

付　　録

Z操縦試験による船の操縦性指数の算定法について

緒　　言

船の操縦運動は，つぎに示すように一次系に近似でき，そして旋回力を表わす指数Kと，進路安定性を表わす指数Tとは，Z操縦試験から逐次近似法によって求められることが報告されている[2]。

$$T\frac{d\dot{\psi}}{dt}+\dot{\psi}=K\delta$$

また旋回試験においても同様に一次系近似ができ，定常旋回状態における前記の指数 K_S，T_S は，定常旋回角速度 $\dot{\psi}_S$ と，船の肥瘠度，舵面積比などよりなる係数 k_n とから求められることが報告されている[3]。

前者の場合はZ操縦試験結果から逐次近似による計算，後者の場合は旋回試験結果のほかに係数 k_n を必要とする。

ところで自動制御論的見地からみれば，Z操縦は一種のオン－オフサーボメカニズムによるオン－オフ動作であり，Z操縦の Zig－Zag 曲線をみると，船は制御機構－この場合は操舵手－によって自励振動を起こしており，持続振動状態にあるものと考えることができる。そこでこのことに着目しZ操縦をオン－オフ動作とみなし，これに非線形制御理論を適用した。非線形制御理論によるオン－オフサーボメカニズムの解析には種々あるが，ここではKochenburgerの記述関数[30]と位相面を利用する方法[31]とを用いた。まず記述関数法によりT，Kの概算値を求め，これをもとにし，さらに位相面を利用してT，Kの値を決定した。この方法によれば，Z操縦による船の運動曲線さえ与えられれば計算ができ，そのうえ計算が簡単であり，かつあらかじめ位相面を用意しておくと，ただちにT，Kの値を求めることができる便利さがある。

6・1　操舵機構の伝達関数

船の操縦運動は次式に示すように一次系に近似できる。

$$T\frac{d\dot{\psi}}{dt}+\dot{\psi}=K\delta \qquad (6\cdot1)$$

ここに$\dot{\psi}$は船の旋回角速度，δは実際の舵角，T は船の進路安定性を表わす指数，K は旋回力を表わす指数である。またコンパスは積分機構として作用しているので，船とコンパスを組み合わせた要素は線形となり，これを $G_L=G_S\cdot G_C$ で表わせば線形要素伝達関数はつぎのようになる。

$$G_L(s)=\frac{K}{s(1+Ts)} \qquad (6\cdot2)$$

Z 操縦試験では第6・1図に示すように一定舵角$+\delta_0$やとり，その位置に舵角を保持し，船が回頭して旋回角ψが舵角$+\delta_0$に等しくなったとき，一定操舵速度で反対玄に$-\delta_0$だけ転舵し，その位置に舵角を保持し船が回頭しψが$-\delta_0$に等しくなったとき，再び反対玄に$+\delta_0$だけ転舵し，このような操作を繰り返す。この場合船の手動操縦系のブロックダイヤグラムは第6・2図になり，操舵手はヒステレシス特性をもつ非線形要素として作用していることになる。いま操舵手と操舵機とを組み合わせた非線形要素の伝達関数を $G_R=G_Q\,G_E$ とし，船とコンパスを組み合わせた線形要素の伝達関数を $G_L=G_S\,G_C$ とすれば，第6・2図は第6・3図のようになる。

このように不連続性が対称な要素で，それへの入力信号の平均値が要素の対称の中心と一致して起こり，かつ不連続要素からの出力信号の加えられる船が低域フィルタ特性をもつものと考えられる場合，線形系に対する周波数応答法が近似的に応用できるのである。この場合の不連続要素は第6・4図(a)のようなヒステレシス特性とみることができる。この要素に同図(b)に示す入力

$$\psi=\psi_0\sin\omega t \qquad (6\cdot3)$$

が加えられたときは，操舵に要する時間を考慮すると，定常出力は同図(c)のてい形波になる。てい形波出力δの入力ψに対する遅れ角γ'は，

$$\gamma' = \left(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}\right) + \mu \qquad (6\cdot4)$$

となる。つぎにこのてい形波 δ をフーリエ級数で表わせば

$$\delta(t) = \frac{4\delta_0}{\pi}\left\{\left(\frac{\sin\mu}{\mu}\right)\sin\omega t + \frac{1}{3^2}\left(\frac{\sin 3\mu}{\mu}\right)\sin\omega t + \cdots\cdots + \frac{1}{(2n+1)^2 a}\left(\frac{\sin(2n+1)\mu}{\mu}\right)\sin(2n+1)\omega t + \cdots\cdots\right\} \qquad (6\cdot5)$$

となる。ここで第1項の基本波調和成分のみをとり，高調波を無視することにする。高調波成分は基本波成分に比べて小さいこと，および出力信号の加えられる船は低域フィルタとみなすことができるので，高調波成分の減衰量の大きいことなどを考慮すれば，この処置は理解できるものである。よってこのようなヒステレシス特性の非線形要素の近似伝達関数 $G_R(\psi_0)$ は，

$$G_R(\psi_0) = \frac{4\delta_0}{\pi\psi_0}\left(\frac{\sin\mu}{\mu}\right), \angle -\left\{\left(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}\right) + \mu\right\} \qquad (6\cdot6)$$

となる。あるいは，

$$-G_R^{-1}(\psi_0) = \frac{\pi\psi_0}{4\delta_0}\left(\frac{\mu}{\sin\mu}\right), \angle\left\{\left(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}\right) + \mu\right\} - \pi \qquad (6\cdot7)$$

となる。(6・6)式から明らかなように G_R は ψ_0 の関数である。第6・5図は $G_R(\psi_0)$ と $G_L(s)$ とを用いたブロックダイヤグラムである。

第6・5図に示すこの不連続制御回路の一巡周波数特性は，

$$G(\psi_0, j\omega) = G_R(\psi_0)\cdot G_L(j\omega) = \frac{4\delta_0}{\pi\psi_0}\left(\frac{\sin\mu}{\mu}\right), \angle -\left\{\left(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}\right) + \mu\right\}\cdot\frac{K}{j\omega(1+j\omega T)} \qquad (6\cdot8)$$

となる。安定限界条件は

$$1 + G(\psi_0, j\omega) = 0 \qquad (6\cdot9)$$

であるので，$G(\psi_0, j\omega) = -1$ となる。よって

$$G_L(j\omega) = -G_R^{-1}(\psi_0) \qquad (6\cdot10)$$

したがって(6・2)，(6・7)および(6・10)から次式が成立する。

$$\frac{K}{j\omega(1+j\omega T)} = \frac{\pi\psi_0}{4\delta_0}\left(\frac{\mu}{\sin\mu}\right), \angle\left\{\left(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}\right) + \mu\right\} - \pi \qquad (6\cdot11)$$

6・2　極線図とT，K

もしTおよびKが既知で伝達関数 $G_L(j\omega)$ がわかっているならば，(6・11)

式左辺の$G_L(j\omega)$は線形要素を一括した伝達関数のベクトル軌跡として，$\omega=0\sim\infty$に対し極線図上に描かれる。（６・１１）式右辺もまた振幅ψ_0の変化に対する軌跡として同じ極線図上に描かれる。したがって第６・６図に示すように$G_L(j\omega)$の軌跡と$-G_R^{-1}(\psi_0)$の軌跡とを一つの極線図上に描くならば，両軌跡の交点が（６・１１）式を表わすわけである。このことから逆にＴおよびＫが不明な場合，G_Lの形がわかっているときは，（６・１１）式の成立する状態で系を作動させ，その試験成績からψ_0，δ_0，h'，μおよびωを求め，ＴとＫを決めることができるはずである。（６・１１）式の成立する状態では，系は一定振幅ψ_0，振動数ωの自励振動を起こしていることになる。もしなんらかの原因で振幅ψがψ_0より小さくなったとしても，やがてψは増大し第６・６図の交点Ｅにおける振幅，すなわちψ_0になって持続振動となる。また逆にψがψ_0より大きくなったときでも，やがてψは減少し，交点Ｅの振幅ψ_0に落ち着き持続振動となる[32]。

そこでψ_0，δ_0，h'，μをＺ操縦試験曲線から求め，それらを（６・１１）式右辺に入れれば$-G_R^{-1}(\psi_0)$軌跡上の１点を確定することができ，一方そのときのωを同様に試験曲線から読みとって（６・１１）式左辺に入れると，ＴおよびＫはつぎのようにして算出することができる。

$$G_L(j\omega)=\frac{K}{j\omega(1+j\omega T)}$$

$$=-\frac{KT}{1+\omega^2T^2}-j\frac{K}{\omega(1+\omega^2T^2)} \qquad (6\cdot12)$$

よって，

$$-\frac{KT}{1+\omega^2T^2}=\frac{\pi\psi_0}{4\delta_0}\left(\frac{\mu}{\sin\mu}\right)\cos\left\{\left(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}\right)+\mu-\pi\right\}$$

$$=-\frac{\pi\psi_0}{4\delta_0}\left(\frac{\mu}{\sin\mu}\right)\cos\left\{\left(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}\right)+\mu\right\} \qquad (6\cdot13)$$

$$-\frac{K}{\omega(1+\omega^2T^2)}=\frac{\pi\psi_0}{4\delta_0}\left(\frac{\mu}{\sin\mu}\right)\sin\left\{\left(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}\right)+\mu-\pi\right\}$$

$$=-\frac{\pi\psi_0}{4\delta_0}\left(\frac{\mu}{\sin\mu}\right)\sin\left\{\left(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}+\mu\right\}\right. \qquad (6\cdot14)$$

よって，

$$T=\frac{1}{\omega}\cot\left\{\left(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}\right)+\mu\right\} \qquad (6\cdot15)$$

$$K = \frac{\pi\psi_0}{4\delta_0}\left(\frac{\mu}{\sin\mu}\right)\cdot\omega\cdot(1+\omega^2T^2)\cdot\sin\left\{\left(\sin^{-1}\frac{h}{\psi_0}\right)+\mu\right\} \qquad (6\cdot16)$$

なお（６・１３），（６・１４）式右辺は，それぞれ極線図上の軌跡交点の実軸，虚軸の読みを表わす。

６・３　位相面によるＴ，Ｋの決定

６・３・１　位　相　面

Kochenburger の記述関数法により求められたＴ，Ｋは，高調波成分を無視したものであるので，精度はかならずしも高いとは言い難い。そこで記述関数法によるＴ，Ｋの値をもとにして，位相面を用いその精度を高めることにする。

Ｚ操縦の場合，舵角 δ は $\pm\delta_0$，$\pm\frac{\delta_0}{t_1}t$ の４種に分けられる。ここに t_1 は舵角０から δ_0 までの所要時間である。したがって船の操縦運動方程式は次式で示される。

$$T\frac{d\dot{\psi}}{dt}+\dot{\psi} = +K\frac{\delta_0}{t_1}t \qquad 0\leqq t\leqq t_1 \qquad (6\cdot17)$$

$$= +K\delta_0 \qquad t_1\leqq t\leqq t_2 \qquad (6\cdot18)$$

$$= +K\delta_0 - K\frac{\delta_0}{t_1}t \qquad t_2\leqq t\leqq t_3 \qquad (6\cdot19)$$

$$= -K\delta_0 \qquad t_3\leqq t\leqq t_4 \qquad (6\cdot20)$$

（６・１７）～（６・２０）式の解から，ψ を横軸，$\dot{\psi}$ を縦軸とした位相面に多数の曲線の群ができる。この場合（６・１７），（６・１９）式の曲線は複雑となりかつ転舵切換時間が比較的短く，全体に与える影響が少ないと考えられるので第６・７図の点線に示すような置き換えをする。第６・７図の斜線を施した部分の操舵効果は，互いにかなり相殺されるものと考えられるので，この置き換えの全体に与える影響はきわめて少ないものと言うことができる。したがって（６・１７）～（６・２０）式はそれぞれつぎのようになる。

$$T\frac{d\dot{\psi}}{dt}+\dot{\psi} = 0 \qquad 0\leqq t\leqq t_1 \qquad (6\cdot21)$$

$$= +K\delta_0 \qquad t_1\leqq t\leqq t_2 \qquad (6\cdot22)$$

$$= 0 \qquad t_2 \leqq t \leqq t_3 \qquad (6\cdot23)$$

$$= -K\delta_0 \qquad t_3 \leqq t \leqq t_4 \qquad (6\cdot24)$$

ただしZ操縦試験の最初の出発の時は，(6・21)式のように$\delta = 0$では発動しないので，(6・22)式のように$+K\delta_0$を与えるものと考える。

(6・21)～(6・24)式を無次元化し，位相面に一般性を持たせるほうが便利である。いま$t = T\tau$，$\psi = TK\delta_0 x$とおいて変数を変換すると，(6・21)～(6・24)式はそれぞれ次式で表わされる。

$$\frac{dx'}{d\tau} + x' = 0 \qquad (6\cdot25)$$

$$= +1 \qquad (6\cdot26)$$

$$= 0 \qquad (6\cdot27)$$

$$= -1 \qquad (6\cdot28)$$

初期条件を$\tau = 0$で$x' = x_0'$，$x = x_0$とおいて上式を解くと(6・25)，(6・27)式は，

$$x' = x_0' e^{-\tau} \qquad (6\cdot29)$$

$$x = x_0 + x_0' - x_0' e^{-\tau} \qquad (6\cdot30)$$

となる。よって(6・29)，(6・30)式からτを消去すると，

$$x = x_0 + x_0' - x' \qquad (6\cdot31)$$

となる。また(6・26)，(6・28)式を解くと

$$x' = (x_0' \pm 1)e^{-\tau} \mp 1 \qquad (6\cdot32)$$

$$x = (x_0 + x_0' \pm 1) - (x_0' \pm 1)e^{-\tau} \mp \tau \qquad (6\cdot33)$$

となる。また(6・32)式から

$$\log_e|x' \pm 1| = \log_e|x_0' \pm 1| - \tau \qquad (6\cdot34)$$

(6・34)式を用い(6・32)，(6・33)式からτを消去すると

$$x = x_0 + x_0' \mp \log_e|x_0' \pm 1| - x' \pm \log_e|x' \pm 1| \qquad (6\cdot35)$$

となる。よって(6・31)および(6・35)式はそれぞれ

$$x = C_1 - x' \qquad (6\cdot36)$$

ただし　$C_1 = x_0 + x'_0$

$$x = C_2 - x' \pm \log_e |x' \pm 1| \qquad (6\cdot37)$$

ただし　$C_2 = x_0 + x'_0 \mp \log_e |x'_0 \pm 1|$

となる。なお（6・37）式の場合について，時間τは（6・32）式のところで初期条件　$\tau = 0$ で$x' = 0$ とおくと，

$$x' = \pm e^{-\tau} \mp 1 \qquad (6\cdot38)$$

となり，x'軸上に時間τを目盛ることができる。

第6・8図はxを横軸，x'を縦軸とする位相面に（6・36）式および（6・37）式を満足する直線および曲線の群を描いたものである。すなわちC_2を種々に変えることにより，（6・37）式は図の実線で示す曲線群で表わされ，C_1を変えることにより（6・36）式は図の点線で示す直線群で表わされる。第6・8図のτ目盛は（6・38）式によりx'軸上に目盛ったもので，この目盛は（6・37）式の曲線群のみに対するものであり，（6・36）式の直線群に対するものは別に用意しなければならないのであるが，ここでは用いないので省略した。

6・3・2　位相面の利用

T，Kの値を位相面から求めるにはつぎの順序による。

(a)　Z操縦試験結果の曲線から転舵開始時における旋回角速度$\dot{\psi}_{②}$（第6・1図のt_2あるいはt_4などにおける$\dot{\psi}$の値）を求めておく。

(b)　Z操縦の曲線から転舵終了時における旋回角ψ_2（第6・1図のt_3などにおけるψの値）を求めておく。

(c)　転舵開始に対応する切換開始線のx_1はこのとき$\psi_1 = \delta_0 = h$であるから，T，Kの概算値をT_1，K_1とすれば，

$$x_1 = \frac{\psi_1}{T_1 K_1 \delta_0} = \frac{1}{T_1 K_1}$$

(d) 転舵終了に対応する切換終了線のx_2は，

$$x_2 = \frac{\psi_2}{T_1 K_1 \delta_0}$$

(e) $x - x'$面上に切換線x_1，x_2を書き入れる。そうすると第6・8図太線のように$x - x'$面上に閉曲線が描ける。これがZ操縦における船の運動の軌跡である。

(f) $x - x'$面上の転舵開始点ⓛにおけるx'の値$x'_{ⓛ}$を読みとる。$x'_{ⓛ} = \frac{\dot{\psi}_{ⓛ}}{\delta_0 K}$であるから求める指数Kは次式で決定される。

$$K = \frac{\dot{\psi}_{ⓛ}}{\delta_0 x'_{ⓛ}} \qquad (6・39)$$

(g) $x - x'$面上の$x = 0$における点ⓜの時間$\tau_{ⓜ}$を読みとる。この時間$\tau_{ⓜ}$は，船がⓝからⓜに来るまでの時間で，Z操縦の$1/4$周期に相当する。したがってZ操縦の一周期の時間をZ曲線からT_0と読みとったとすれば，

$$\tau_{ⓜ} = \frac{T_0}{4T}$$

であるから，求める指数Tは次式で決定される

$$T = \frac{T_0}{4\tau_{ⓜ}} \qquad (6・40)$$

6・4　T，Kの位相面による修正

第6・8図の位相面は，転舵時の方程式(6・17)，(6・19)式を(6・21)，(6・23)式に置き換えたことを除外すれば，(6・21)～(6・24)式の解をそのまま描いたものであるから，記述関数法と異なり精度は高い。したがって位相面から求めたTは，充分信頼できるものと考えられる。

またKについてはつぎのことが言いうる。船の運動は(6・1)式で表わされるが，定常旋回では，$\frac{d\dot{\psi}}{dt} = 0$　であるから$\dot{\psi} = K\delta$，したがって$K = \frac{\dot{\psi}}{\delta}$，すなわち旋回力指数Kは定常旋回の角速度$\dot{\psi}$を舵角で割ったものに等しい。ところでZ操縦においては，転舵開始時刻t_1の旋回角速度は定常旋回の角速度にきわめて近いと言うことができるけれども，かならずしも100％一致しておらず船によっては99％以上のものもあるし，90％程度のものもあると考えられ

る。このことから$x-x'$面より$x'_{ⓛ}$を読みとり（6・39）式を計算することは$\dot{\psi}_{ⓛ}$を修正してKを決定していることになる。

なお，$x-x'$面の曲線は対数目盛を用いているので，x'目盛の1に近いところや，τ目盛の数値の大きなところは読みにくく，そのうえ不正確である。そこで$x-x'$面の曲線を描くとき用いた数表を別途用意し，図上から読みにくいところは，これらの数表を用いて出すと，正確に決めることができる。

6・5　数 値 計 算

以上の理論をもとにして，貨物船，タンカー，巡視船など4隻について計算を行なった。

6・5・1　記述関数法によるT，Kの概算値

Z操縦記録から$\delta_0(=h')$，ψ_0，$\dot{\psi}$ および転舵所要時間t_1を読みとり，（6・15），（6・16）式による計算を行なった結果を第6・1表にまとめた。

6・5・2　位相面によるT，Kの決定

概算値のT，Kをもとにして，位相面に転舵切換線$x=x_1$，x_2 を入れて，船の運動軌跡を描き，この軌跡から$x'_{ⓛ}$（第6・8図のⓛ点の縦軸をx'目盛で読んだ値）および$^1/_4$ 周期に相当する$\tau_{ⓜ}$（第6・8図のⓜ点の縦軸をτ目盛で読んだ値）を読みとり，またZ操縦曲線から転舵開始時の旋回角速度$\dot{\psi}_{ⓛ}$を読みとれば，（6・39），（6・40）式からT，Kが決定される。これらをまとめたものが第6・2表である。

なお切換線はT，Kの概算値によって決められるのであるから，概算値が多少変化すると切換線の位置をまた多少移動する。したがって$x'_{ⓛ}$の値は変化するが，その程度はきわめて小さく，Kに与える影響は無視できる程度である。またTに与える変化も小さい。

6・5・3　実測値と計算値の比較

（6・17）～（6・20）式の解はそれぞれ次式のように求められる。

$0 \leqq t \leqq t_1$

$$\dot{\psi} = \frac{K\delta_0}{t_1}\{t - T(1 - e^{-t/T})\} \tag{6・41}$$

$$\psi = \frac{K\delta_0}{t_1}[\frac{t}{2} - T\{t - T(1 - e^{-t/T})\}] \tag{6・42}$$

$t_1 \leqq t \leqq t_2$

$$\dot{\psi} = K\delta_0 + (\dot{\psi}_1 - K\delta_0)e^{-t/T} \tag{6・43}$$

$$\psi = K\delta_0 t + \psi_1 + T(\dot{\psi}_1 - K\delta_0)(1 - e^{-t/T}) \tag{6・44}$$

ただし$\dot{\psi}_1$，ψ_1は $t = t_1$ における旋回の角速度と角度を表わす。

$t_2 \leqq t \leqq t_3$

$$\dot{\psi} = K\delta_0 - \frac{K\delta_0}{t_1}t + \frac{K\delta_0}{t_1}T + (\dot{\psi}_2 - K\delta_0 - \frac{K\delta_0}{t_1}T)e^{-t/T} \tag{6・45}$$

$$\psi = K\delta_0 t - \frac{K\delta_0}{t_1}\cdot\frac{t^2}{2} + \frac{K\delta_0}{t_1}Tt + \psi_2 + T(\dot{\psi}_2 - K\delta_0 - \frac{K\delta_0}{t_1}T)(1 - e^{-t/T}) \tag{6・46}$$

ただし$\dot{\psi}_2$，ψ_2は $t = t_2$ における旋回の角速度と角度を表わす。

$t_3 \leqq t \leqq t_4$

$$\dot{\psi} = -K\delta_0 + (\dot{\psi}_3 + K\delta_0)e^{-t/T} \tag{6・47}$$

$$\psi = -K\delta_0 t + \psi_3 + T(\dot{\psi}_3 + K\delta_0)(1 - e^{-t/T}) \tag{6・48}$$

ただし$\dot{\psi}_3$，ψ_3は $t = t_3$ における旋回の角速度と角度を表わす。

第6・2表のT，Kを用い，（6・41）～（6・48）式によってZ曲線を計算によって求めたものと，実測値と比較してみる。

第6・9図（a），（b），（c），（d）はそれぞれ船A_2，B_2，C，Dのものであり，図の実線は実測値，鎖線は計算値を表わす。図示のようにA_2，B_2，Dは比較的よく一致し，Cは行き過ぎが多少目立つけれども，途中はかなりよく一致している。もともと船の操縦運動を（6・1）式のように一次式で表現すること自体近似であるので，この式をもとにしたT，Kがこの程度実測値と一致すれば，その精度はまず満足すべきものと考えてよい。

結　　論

（1）記述関数法によって概算値を出し，位相面で修正するこの方式で求めたＴ，Ｋの値は，充分な精度をもっている。

（2）記述関数法によるＴ，Ｋの概算値の計算は簡単であり，また無次元数 $x-x'$ の位相面を１枚作っておけば，どんなＺ操縦にも利用でき，ただちにＴ，Ｋの値を算出することができる。

（3）転舵時の操縦運動方程式（６・１７），（６・１９）式を（６・２１），（６・２３）式のように置き換えず（６・１７），（６・１９）式をそのまま位相面に描いたものを用いれば，精度を一段と高めうる可能性がある。

記　号　表

A	操舵機ラム断面積
A_R	舵　面　積
a	舵前縁より舵軸中心までの距離
B	船　の　幅
B_R	舵　の　幅
b	油圧ポンプの最大偏心量
D	$=\dfrac{\delta_{max}}{Tu_{max}}$
d	吃　水
h	舵の高さ
HP	操舵機馬力
K	旋回力を表わす指数
K'	旋回力を表わす指数の無次元値
k'	舵輪角に対するテレモータ受動筒変位の比例定数
L	船の長さ
ℓ_P	船の重心と転心との距離
N	舵に加わる直圧力
n	義務船権利船間距離をLの倍数で表わした数
P	アスペクト比の影響を考慮しないときの操舵機馬力の無次元値
P_1	アスペクト比の影響を考慮したときの操舵機馬力の無次元値
Q_P	油圧ポンプ吐出量
$Q_{P\,max}$	油圧ポンプ最大吐出量
Q_R	舵軸トルク
R	舵柄半径

R_s　定常旋回半径

s　複素演算子

T　進路安定性を表わす指数

T'　進路安定性を表わす指数の無次元値

T_E　操舵機時定数

t　時　間

t_1　舵中央から指定舵角を取り終わるまでの時間

t_1'　舵中央から指定舵角を取り終わるまでの無次元時間

u　操舵速度

u_{max}　操舵速度の最大値

V　船の速度

V_R　舵にあたる水流の速度

v　$= u/u_{max}$

X　油圧ポンプの偏心腕変位

X_0　ラム変位

x　舵前縁より圧力中心までの距離

y　テレモータ受動筒変位

α　舵面積比　$\alpha = \frac{A_R}{Ld}$

δ　舵　角

δ_a　先　進　角

δ_{max}　舵角最大値

δ_0　指定舵角

δ^*　舵　輪　角

ζ　$= \frac{\delta}{Tu_{max}}$

η　$= \frac{\dot{\psi}}{KTu_{max}}$

η_P　油圧ポンプ容積効率

θ　義務船からみた権利船の方位角

κ　$= t_1 / T$

λ　舵のアスペクト比

ξ　$= \dfrac{\psi}{KTu_{max}}$

ρ　水の密度

τ　$= t / T$

ϕ　義務船と権利船の針路交角

ψ　旋　回　角

Ω　旋回角速度

ω　角周波数

∇　船の排水容積

参　考　文　献

〔1〕 樋口道之助：操舵テレモータの起動筒と受動筒との行程差について
造船協会誌，346号，1958，P. 261

〔2〕 野本謙作，田口賢士：船の操縦性について（2）
造船協会論文集，101号，1957，P. 57

〔3〕 元良誠三：船の操縦性指数について
造船協会論文集，104号，1958，P. 63

〔4〕 岡田正次郎：舵性能に及ぼす操舵速度の影響について
造船協会論文集，103号，1958，P. 81

〔5〕 Arche M. Nickerson, Vernon A. Olsen：Steering Gears and Their Selection, 1952

〔6〕 志波久光：模型試験による舵の研究
造船協会論文集，106号，1959，P. 35

〔7〕 舵軸トルク測定小委員会：実船における舵軸トルク測定について
造船協会誌，348号，1958，P. 383

〔8〕 R. Oldenburger：Optimum Nonlinear Control, Trans, ASME, Vol. 79, No. 3, 1957, P. 527

〔9〕 L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze, E. F. Mishchenko 著，K. N. Trirogoff 訳：the Mathematical Theory of Optimal Processes, J. Wiley, 1962

〔10〕 高橋安人：最大原理による最適制御論
計測と制御，3巻，1号，1964，P. 1

〔11〕 山本平彌：船の最適操舵法について
日本航海学会誌，30号，1963，P. 65

〔12〕 R.Bellman : Dynamic Programmig, Princeton Univ. Press., 1957

〔13〕 高橋安人ほか：ポントリヤーギン最大原理の応用若干，計測と制御 2巻，5号，1963，P.318

〔14〕 野本謙作：船の操縦性
造船協会誌，424号，1964，P.794

〔15〕 山本平彌：船の最適操舵法
造船協会論文集，121号，1967，P.20

〔16〕 山本平彌：船の操舵機の最適舵角速度
海上保安大学校研究報告，第2部，1967，P.119

〔17〕 藤井彌平：避航と衝突の確率について
日本航海学会創立20周年記念論文集，1968，P.63

〔18〕 鞠谷宏士：船の衝突回避限界について
日本航海学会誌，36号，1967，P.87

〔19〕 J.Garcia-Frias : the Sector Rule and the Collision Problem, the Journal of the Institute of Navigation, Vol.18, No.2, 1965, P.141

〔20〕 J.S.Morrel : the Physics of Collison at Sea, the Journal of the Institute of Navigation, Vol.XIV, No.2, 1961, P.163

〔21〕 Relative Movement and the Collision Problem, the Journal of the Institute of Navigation, Vol.X, No.2, 1957, P.184

〔22〕 Davis Newton Lott : Collision Prevention, D. Van Nostrand Co., Newyork, 1947

〔23〕 大久保功，松尾稔：船の衝突に関する確率的な研究
東大卒業論文，1965

〔24〕 長沢彰三：衝突の実態
日本航海学会誌，41号，1969，P.7

〔25〕 日本海難防止協会：航海設備等の基準および改善に関する研究報告書
1966

〔26〕 宝田直之助：実船解析による旋回性能の研究
造船協会論文集，110号，1961，P.57：111号，1962，P.73

〔27〕 岡田正次郎：船の背後に置かれた舵の性能に関する実験結果について
造船協会論文集，105号，1959，P.57

〔28〕 藤井　斉：舵特性に関する実験的研究
大阪大学提出学位論文，1961

〔29〕 Fischer，H.：Berchnung der Ruder-Kraft，W.R.H.，
Vol.19，1938

〔30〕 R.J.Kochenburger：A Frequency Responce Method
for Analyzing and Synthesizing Contactor Servomecha-
nism，Trans，AIEE，Vol.69，1950，P.270

〔31〕 L.A.MacColl：Fundamental theory of Servomechanism，
V.Nostrand，Newyork，1945

〔32〕 高橋安人：自動制御理論
岩波書店，1954，P.169

図　表　目　次

第１章　　頁

第１・１表　舵の要目　1

第１・１図　操舵機のブロック線図　2

第１・２図　操舵機の伝達関数　2

第１・３図　手動操舵のブロック線図　2

第１・４図　操舵機時定数と旋回軌跡との関係　3

第１・５図　舵輪角と舵角　4

第１・６図　舵角と舵軸トルクとの関係　4

第１・７図　操舵機時定数と舵輪角，舵角および舵角速度との関係　5

第１・８図　舵角と操舵馬力　6

第１・９図　先進角と舵の回転モーメント　7

第１・10図　操舵機のリンク機構　8

第２章

第２・１表　旧「こじま」の要目　9

第２・１図　操舵の置き換え　10

第２・２図　操縦運動の位相面表示　11

第２・３図　位相面上の最適制御　12

第２・４図　最適制御の時間的経過　13

第２・５図　切換時期の早遅　13

第２・６図　切換点の計算値（旧こじま）　14

第２・７図　操舵号令発令時刻　15

第２・８図　切換点の移動　15
第２・９図(a) 旧「こじま」実験結果　16
（δ：+15°→ −15°）
第２・９図(b) 旧「こじま」実験結果　17
（δ：+15°→ −7°）
第２・９図(c) 旧「こじま」実験結果　18
（δ：+20°→ −7°）
第２・９図(d) 旧「こじま」実験結果　19
（δ：+30°→ −7°）
第２・10 図　線形系の最適制御の型　20
第２・11 図　応答の形　20
第２・12 図　応答の速い場合　21
第２・13 図　応答のおそい場合　21
第２・14 図　入力vに対する状態変数の形　22
（応答の速い船）
第２・15 図　入力vに対する状態変数の形　23
（応答のおそい船）
第２・16 図　最適切換点の計算値　24
（応答の速い船）
第２・17 図　実際の操舵号令発令時の舵角と旋回　25
角（応答の速い船）
第２・18 図　最適切換点の計算値（応答のおそい船）　26
第２・19 図　計算値と実測値の比較（取舵 15 度）　27
第２・20 図　計算値と実測値の比較（面舵 15 度）　28
第２・21 図　計算値と実測値の比較（取舵 25 度）　29

第2・22図　計算値と実測値の比較（面舵25度）　30

第3章

第3・1図　最適操舵速度におけるあて舵　31
第3・2図　片玄35度から他玄30度までの最適操舵時間とTとの関係　31
第3・3図　最適操舵法　32
第3・4図　応答の速い船の計算　33
第3・5図　応答のおそい船の計算　33

第4章

第4・1表　衝突前の2船間の距離　34
第4・2表　計算例の小型鋼船の要目　35
第4・3表　権利船が針路，速力を保つときのnの値　36
第4・4表　権利船が協力動作をするときのnの値　37
第4・1図　真向かいに行き会う場合　38
第4・2図　針路交角のある場合の基本的衝突状態　39
第4・3図　権利船が針路，速力を保持する場合　40
第4・4図(a)　権利船が協力動作をする場合（$\theta=225^\circ$, $\phi=135^\circ$, R－R）　41
第4・4図(b)　権利船が協力動作をする場合（$\theta=45^\circ$, $\phi=105^\circ$, L－R）　42
第4・4図(c)　権利船が協力動作をする場合　43

($\theta=45^\circ$, $\phi=120^\circ$, L－L)

第４・４図(d) 権利船が協力動作をする場合 44

($\theta=60^\circ$, $\phi=45^\circ$, L－R)

第５章

第５・１図 アスペクト比と直圧力の係数 45

第５・２図 船の長さと吃水に対する舵高さの比との関係 46

第５・３図 操舵機馬力一定の条件下で操舵時間がアドバンスに及ぼす影響 47

（小型鋼船およびタンカー）

第５・４図 操舵機馬力一定の条件下で操舵時間がアドバンスに及ぼす影響 48

（一般貨物船）

第５・５図 操舵機馬力一定の条件下で操舵時間が回頭遅れに及ぼす影響 49

附　録

第６・１表 記述関数法によるＴ，Ｋの概算値 50

第６・２表 位相面によるＴ，Ｋの値 51

第６・１図 Ｚ操縦試験記録 52

第６・２図 手動操縦系 53

第６・３図 線形，非線形伝達関数の分離 53

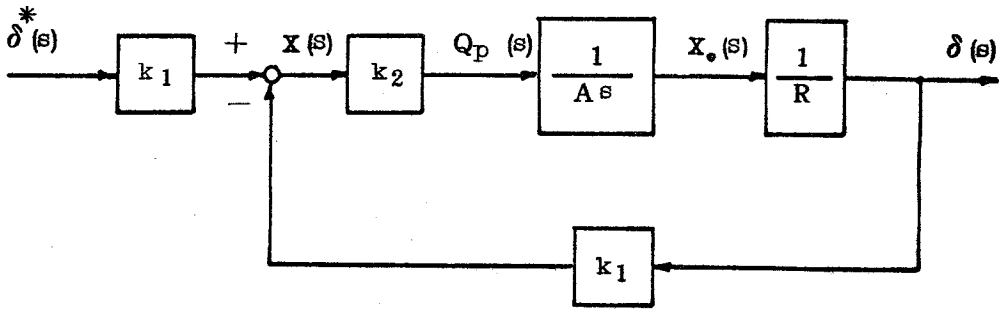
第６・４図 非線形要素の入出力の関係 54

第６・５図 非線形伝達関数と線形伝達関数 54

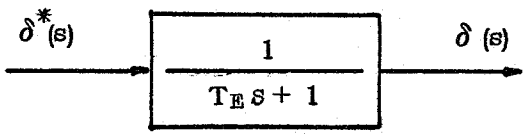
第６・６図　極線図上の伝達関数軌跡　55
第６・７図　操舵の近似置き換え　55
第６・８図　位相面上でのリミットサイクル　56
第６・９図(a)　Ｚ操縦試験の実測値と計算値との比較　57
第６・９図(b)　Ｚ操縦試験の実測値と計算値との比較　58
第６・９図(c)　Ｚ操縦試験の実測値と計算値との比較　59
第６・９図(d)　Ｚ操縦試験の実測値と計算値との比較　60

第1・1表 舵 の 要 目

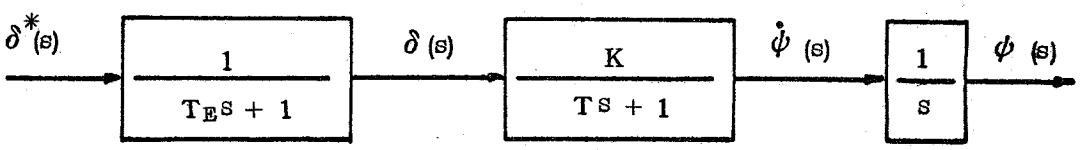
トン数	舵面積 A_R (m^2)	バランス比	舵の慣性モーメント I_C ($Kg.m.sec^2$)	先進角 δ_a (rad)	油圧ポンプ最大吐出量 $Q_{P\,max}$ (cm^3/sec)	操舵機ラム断面積 A (cm^2)	舵柄半径 R (cm)	舵輪角速度 δ_o^*/t_1 (rad/sec)	最大舵軸トルク $Q_{P\,max}$ (ton-m)
450	3.26	1/2.02	39.2	0.125(=7.15°)	212	154	26	0.051	2.6
17,000	20.40	1/2.52	2,787.0	0.113(=6.5°)	2,090	572	56	0.061	48.6
46,850	32.82	1/2.79	6,685.2	0.113(=6.5°)	6,650	660×2	75	0.061	114.0



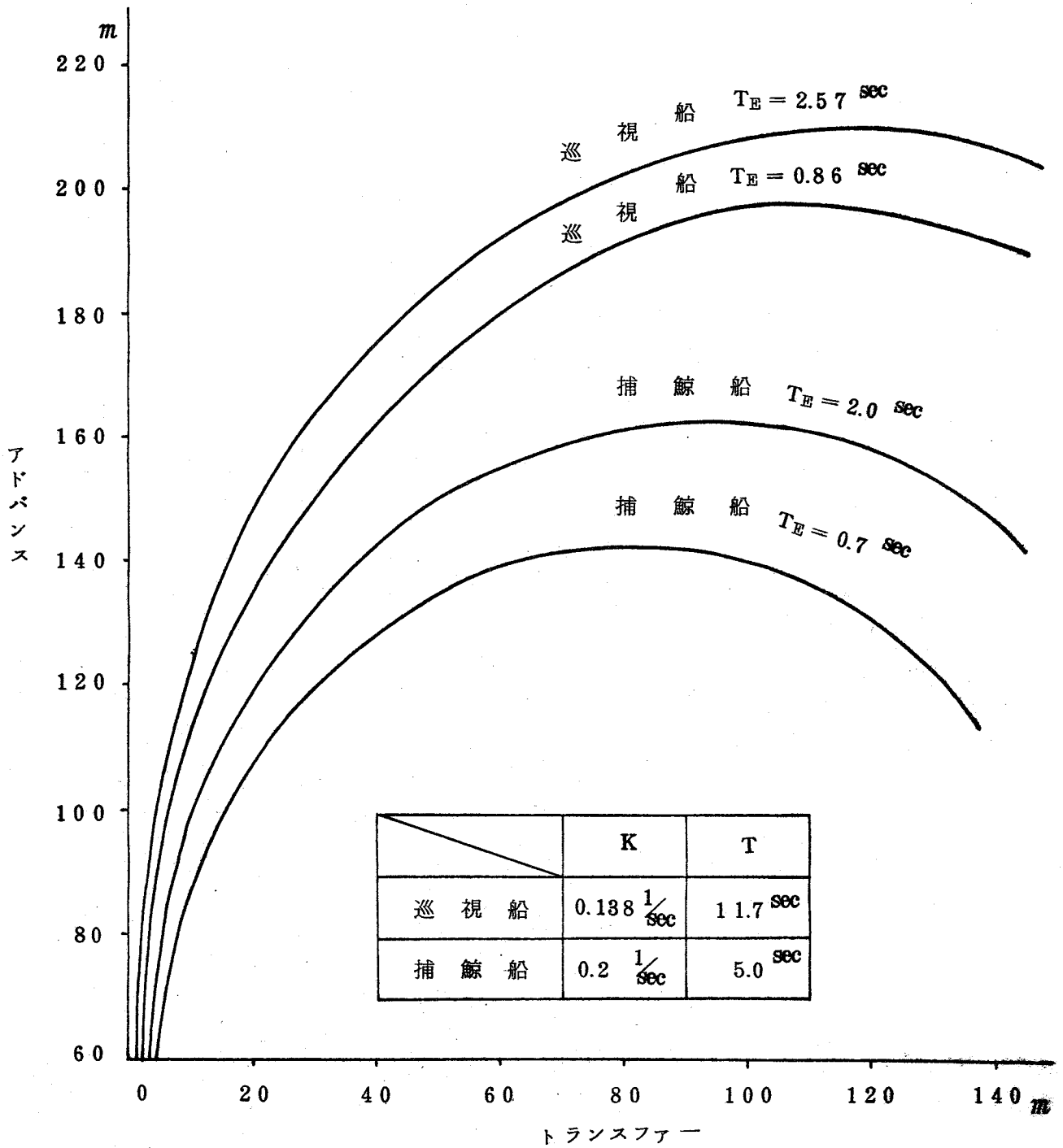
第1・1図　操舵機のブロック線図



第1・2図　操舵機の伝達関数

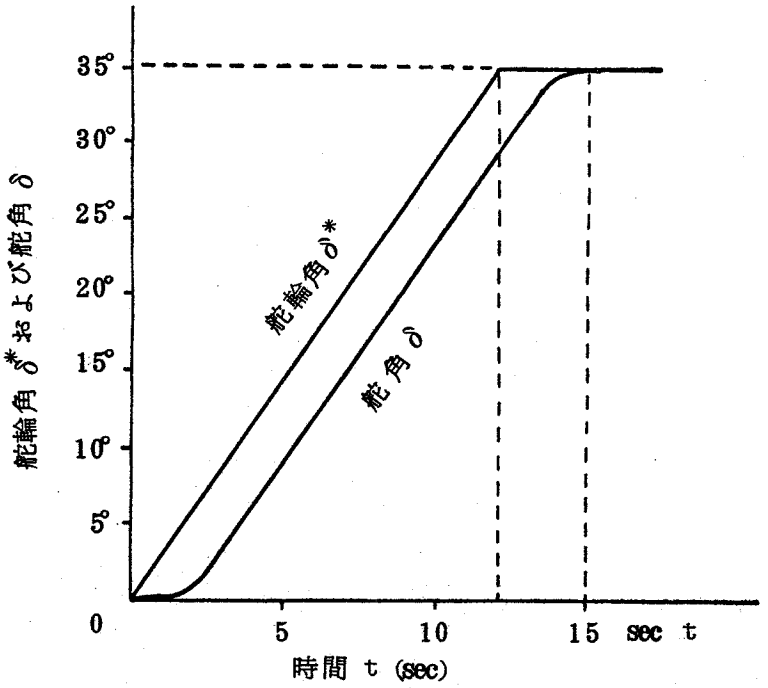


第1・3図　手動操舵のブロック線図

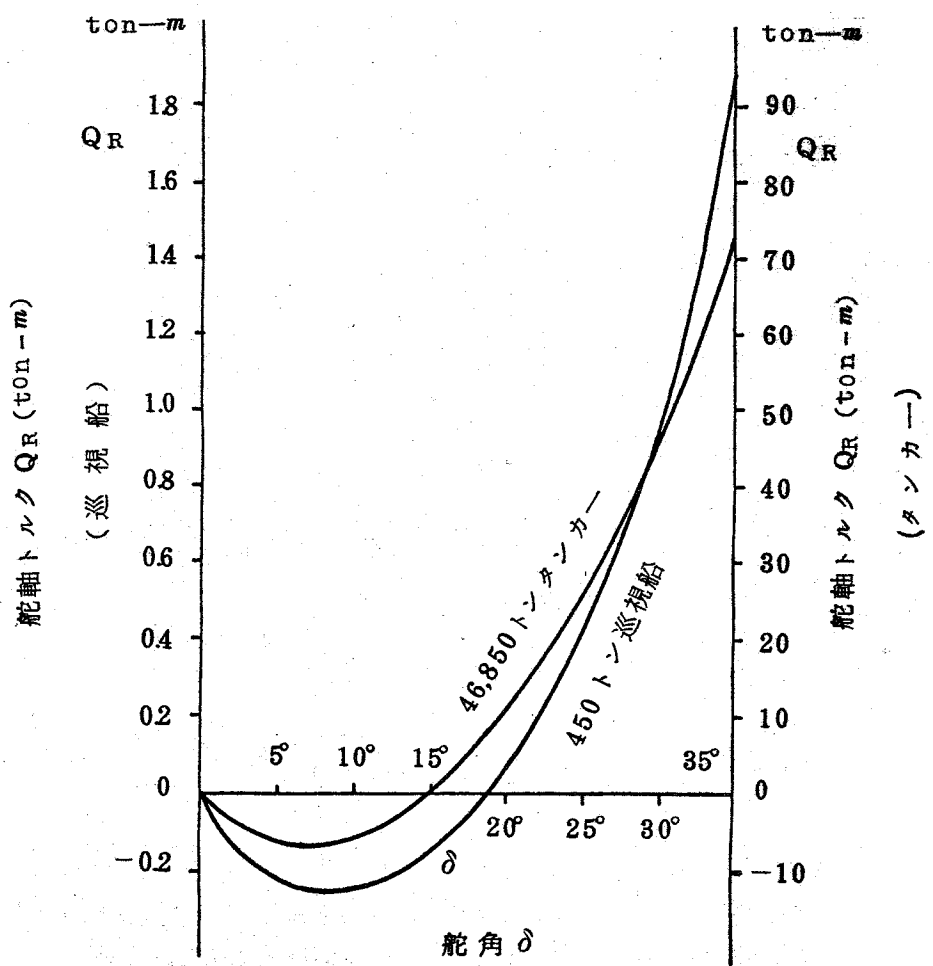


	K	T
巡視船	0.138 1/sec	11.7 sec
捕鯨船	0.2 1/sec	5.0 sec

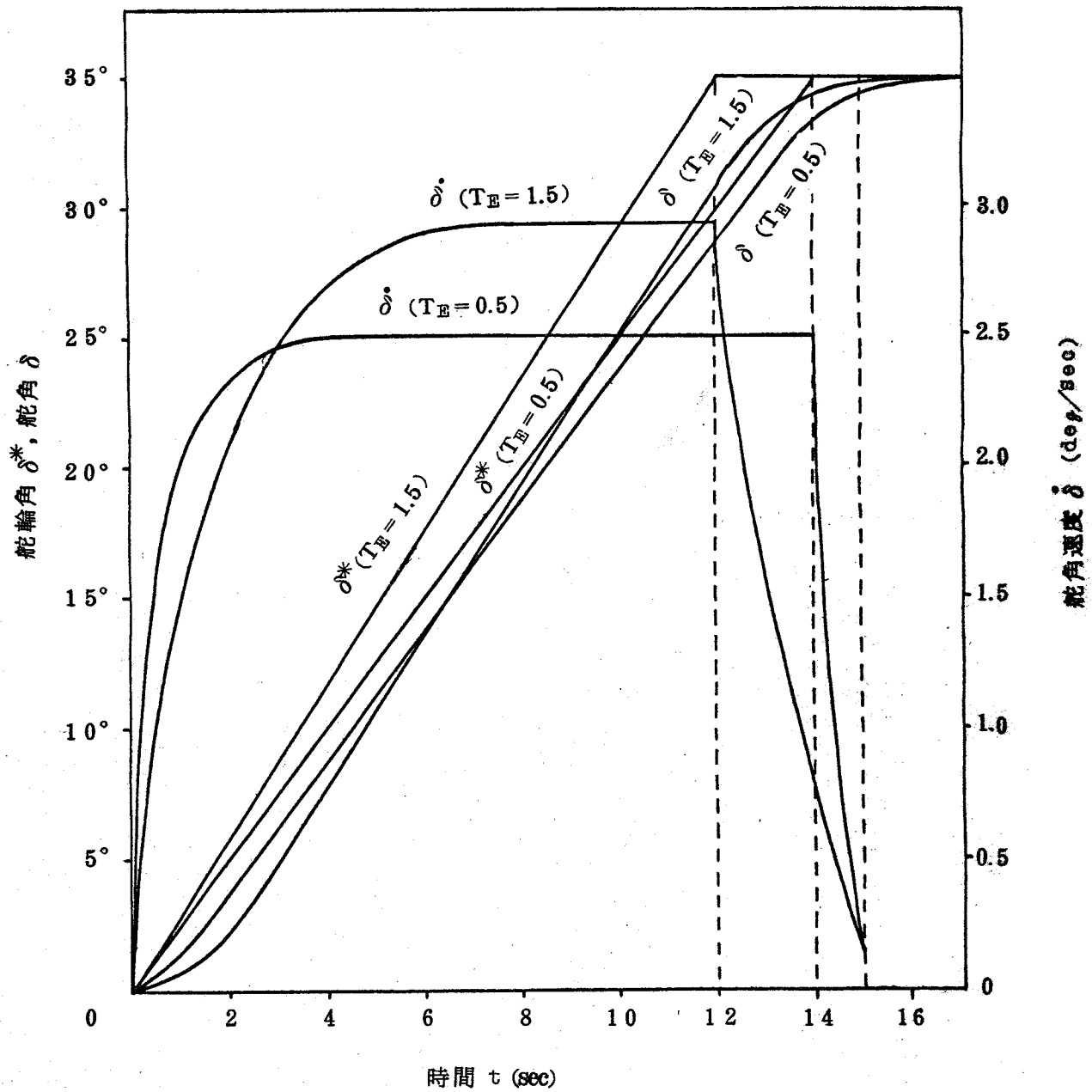
第1・4図　操舵機時定数と旋回軌跡との関係



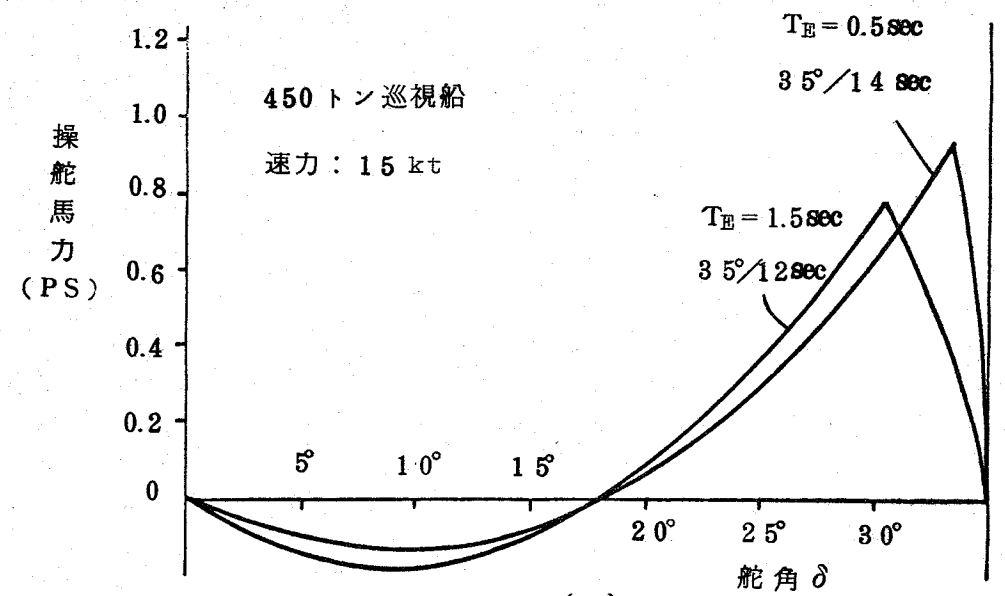
第1・5図　舵　輪　角　と　舵　角



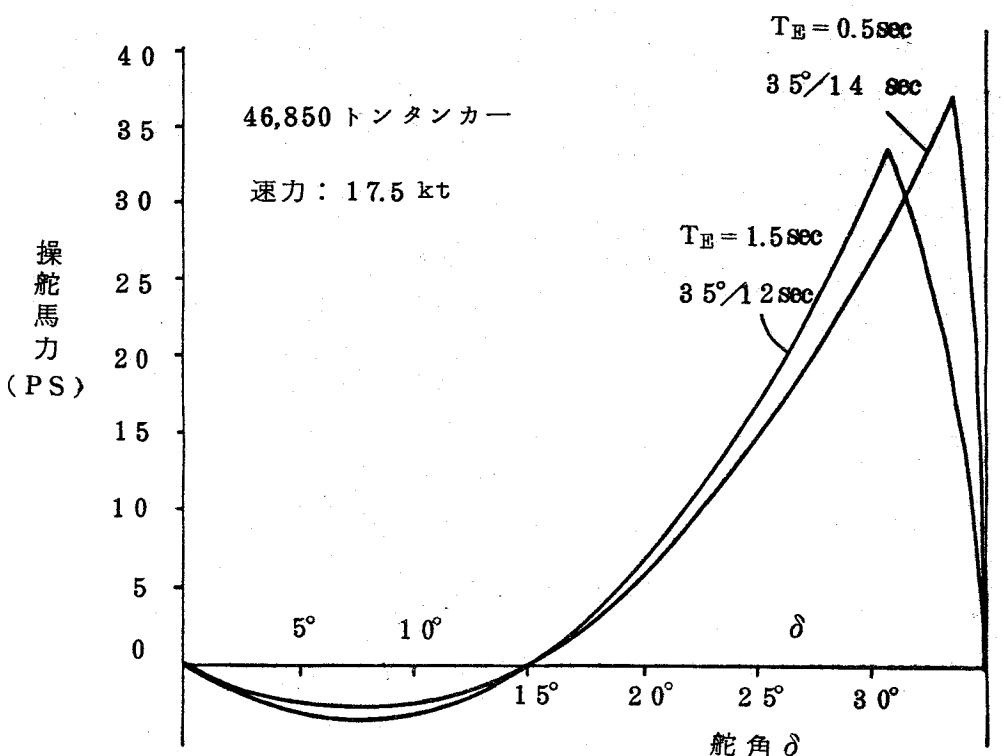
第1・6図　舵角と舵軸トルクとの関係



第1・7図　操舵機時定数と舵輪角，舵角および舵角速度との関係

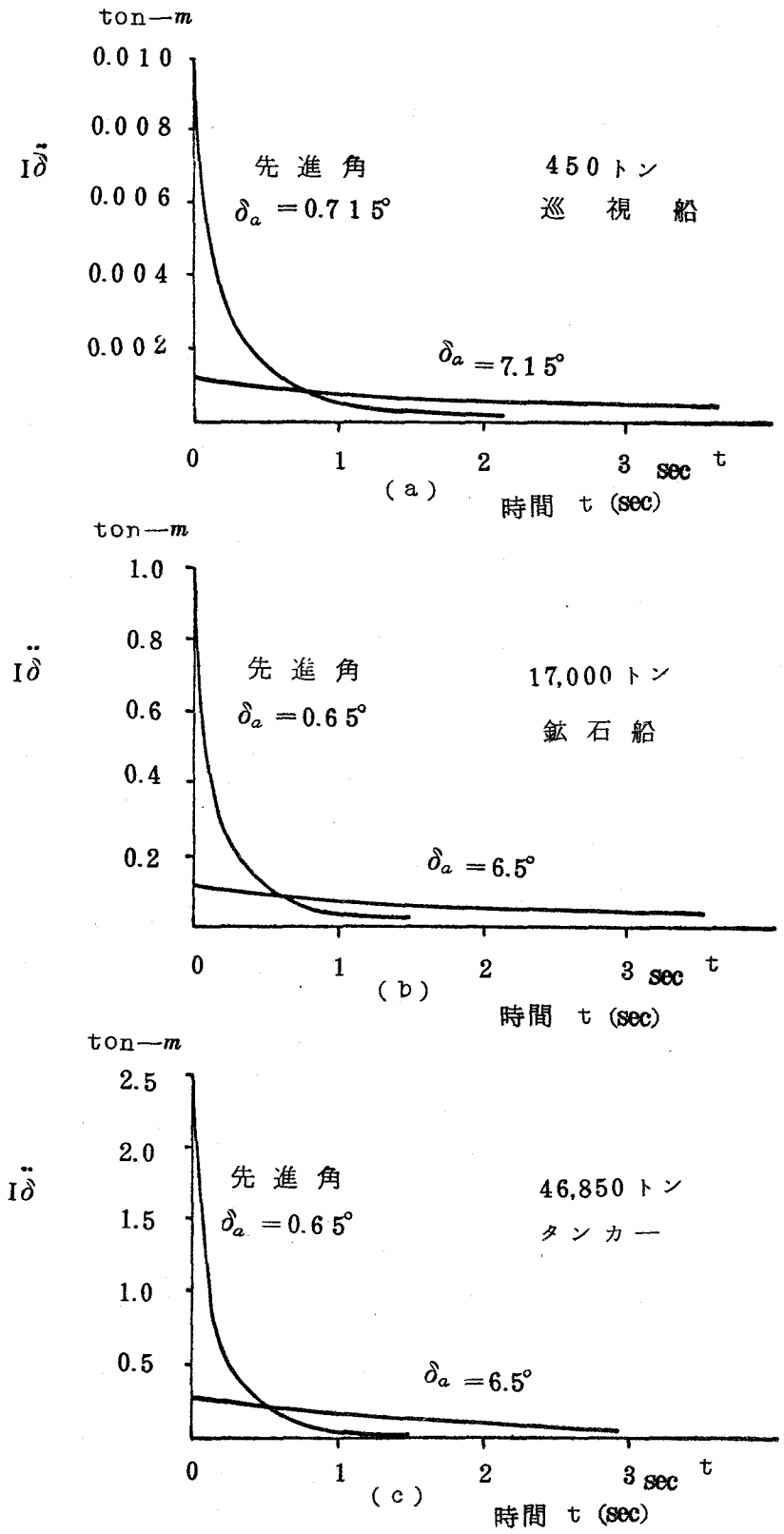


（a）

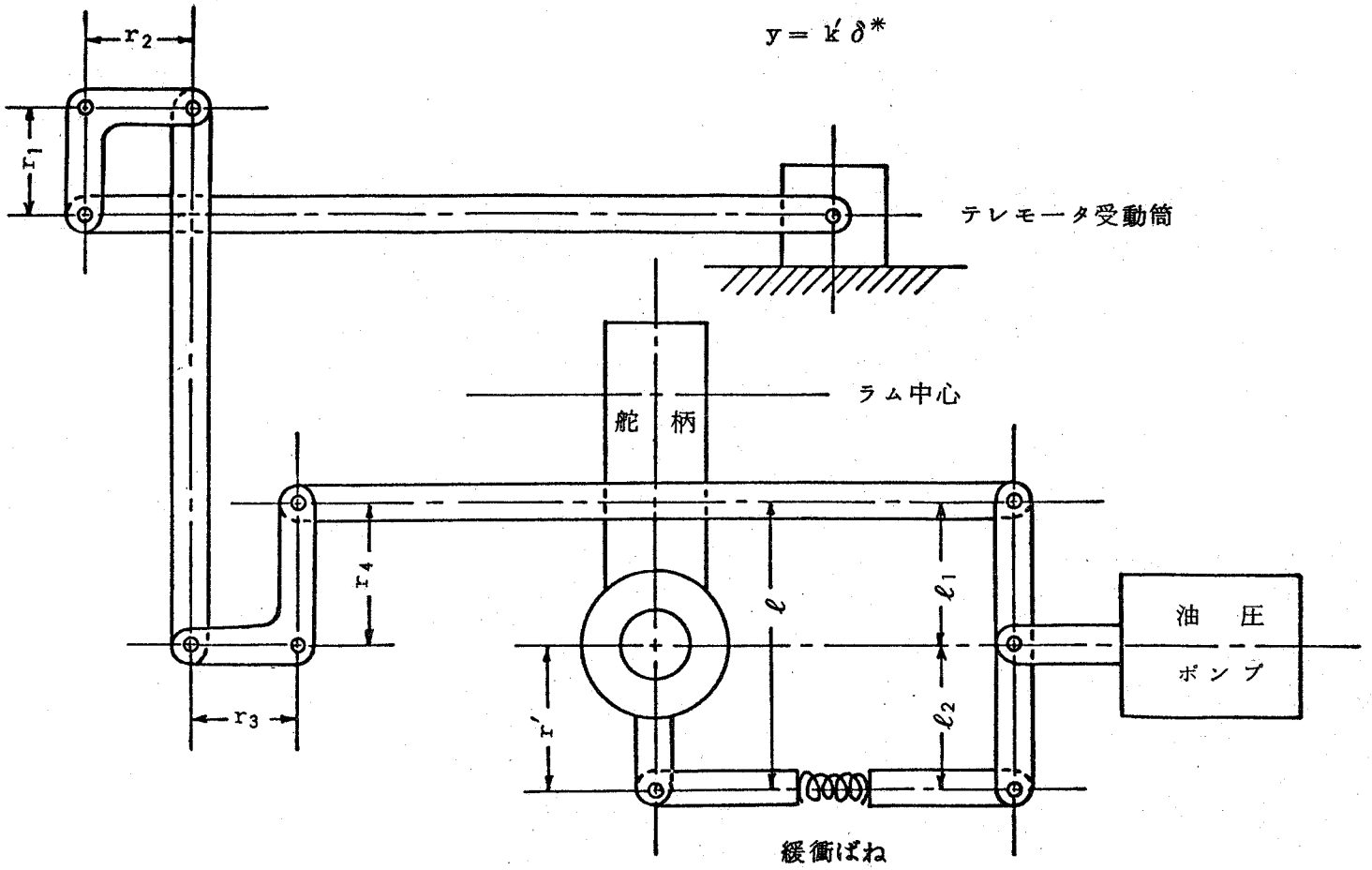


（b）

第1・8図　舵角と操舵馬力



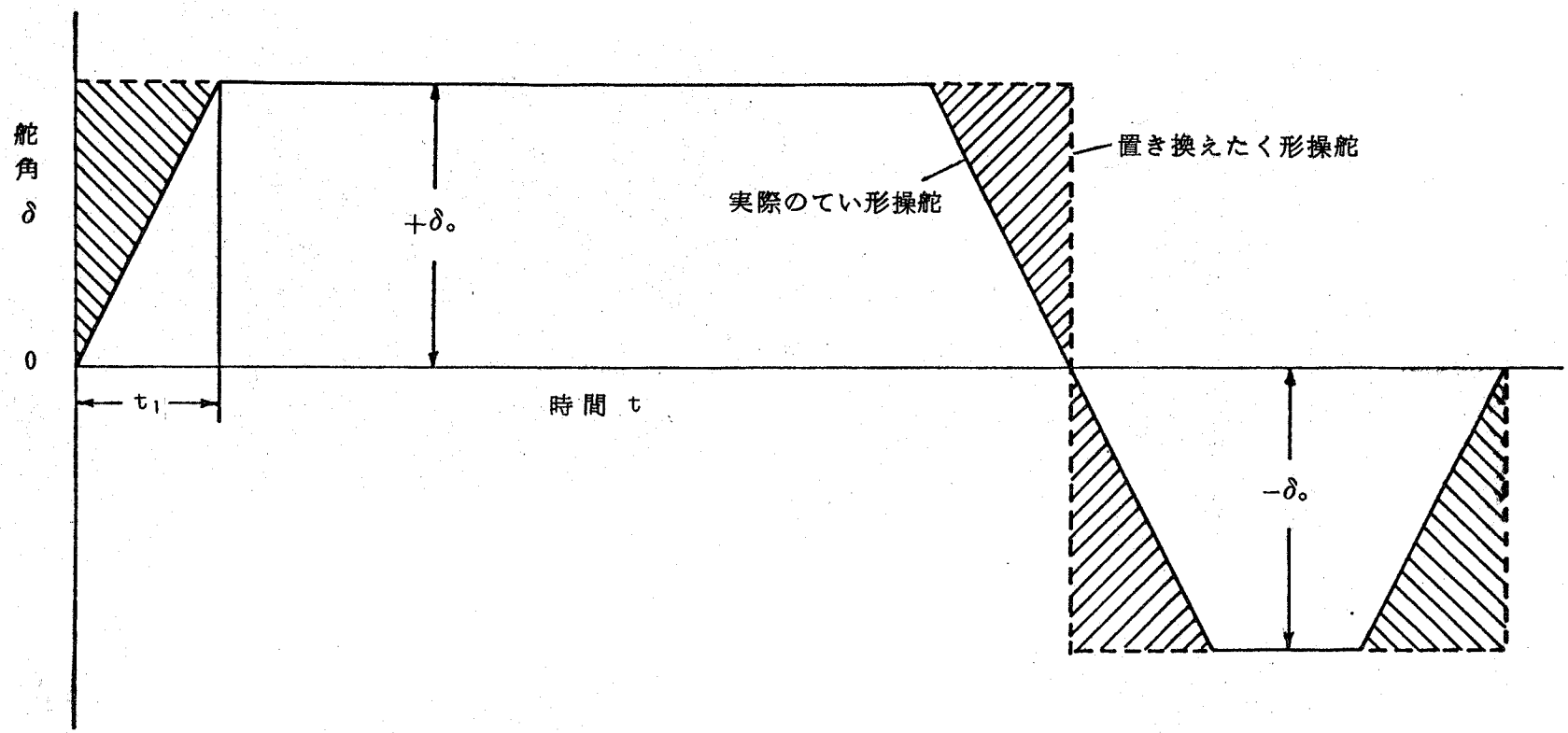
第1・9図　先進角と舵の慣性抵抗モーメント



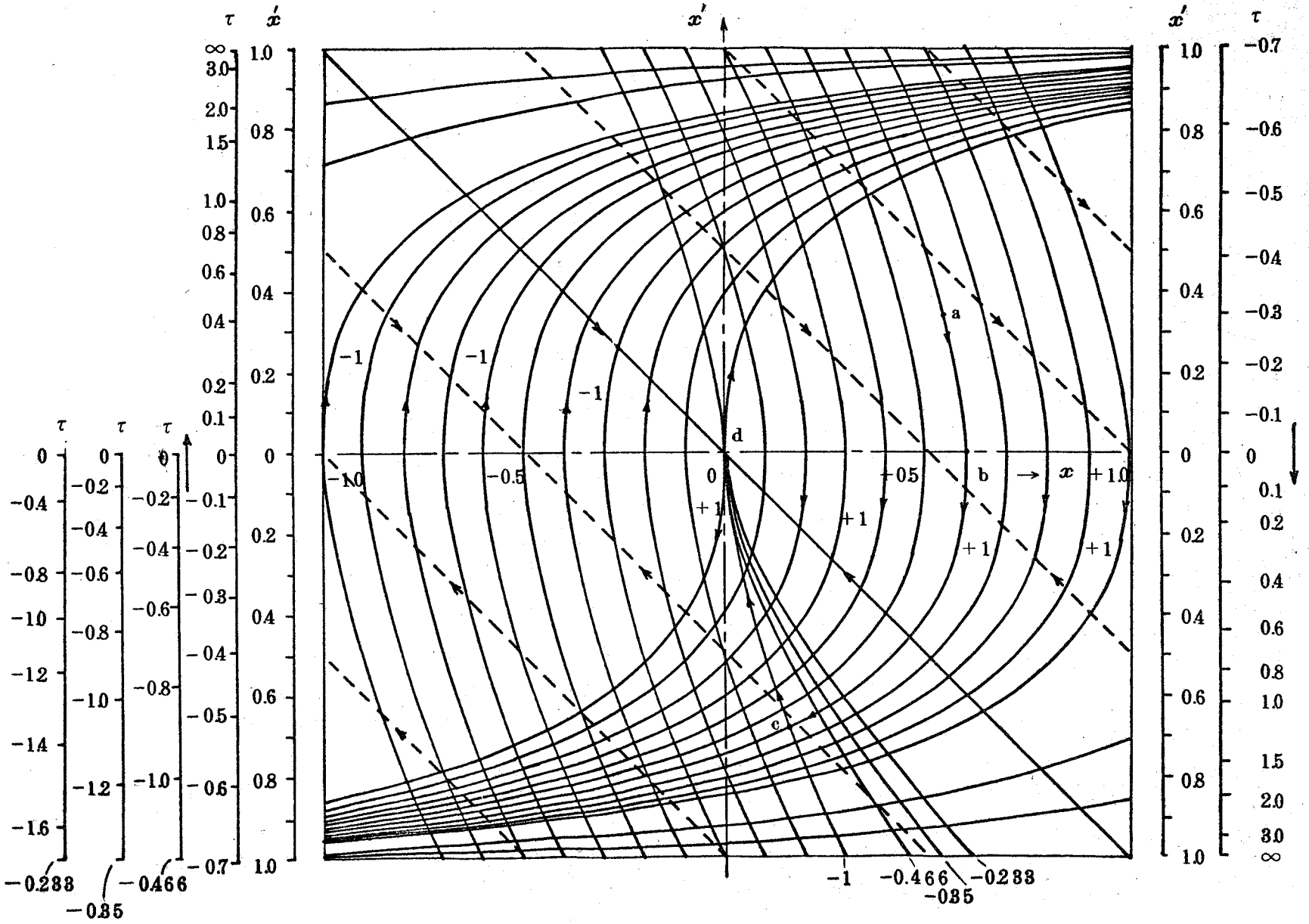
第1・10図 操舵機のリンク機構

第2・1表　旧「こじま」の　要　目

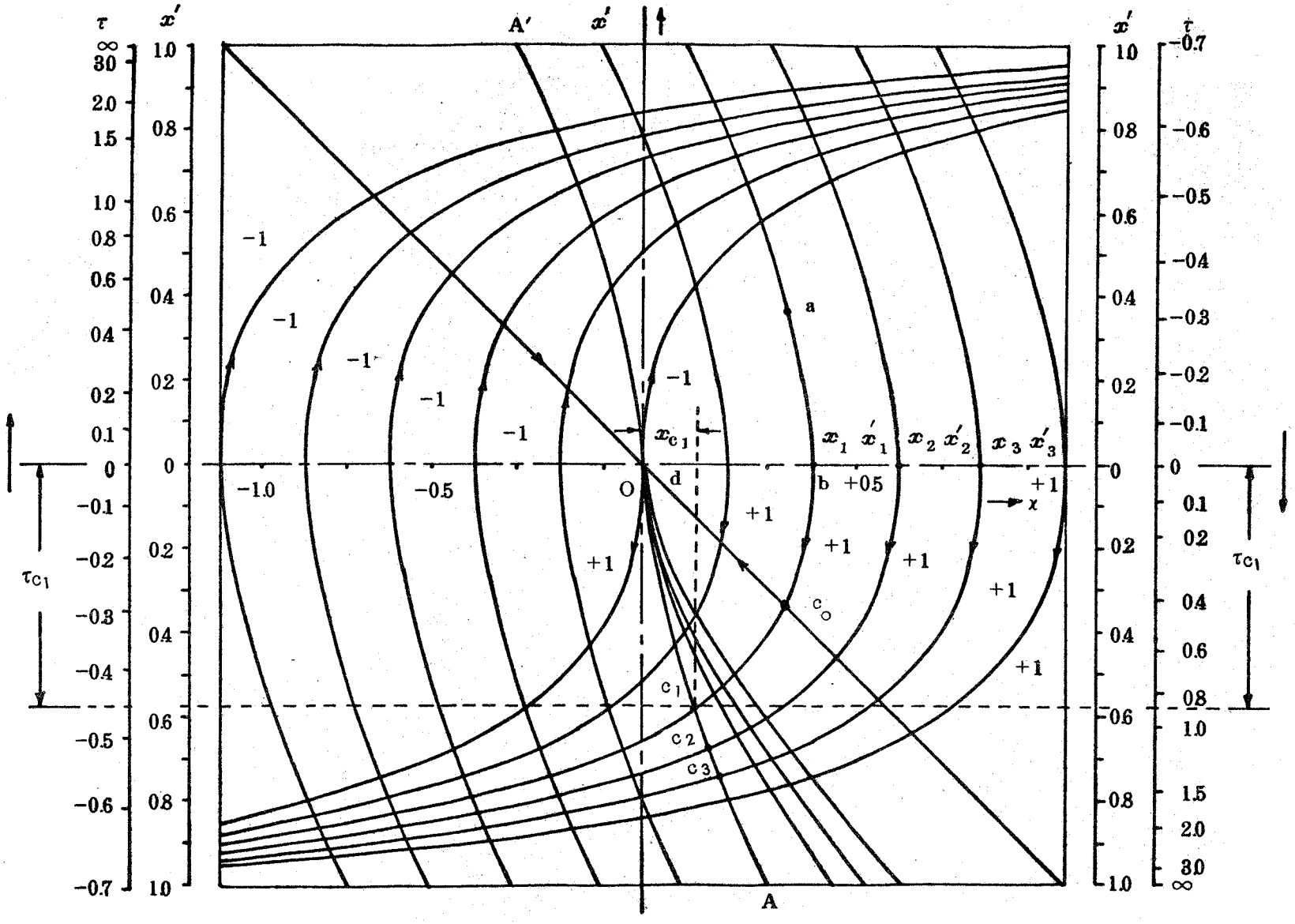
トン数	長　さ (m)	幅 (m)	主機軸馬力 × 軸　数	最大速力 (kt)	T (sec)	K (1／Sec)
1,109.6	72.5	9.1	1600 ps ×2	16.18	16.9	0.0948



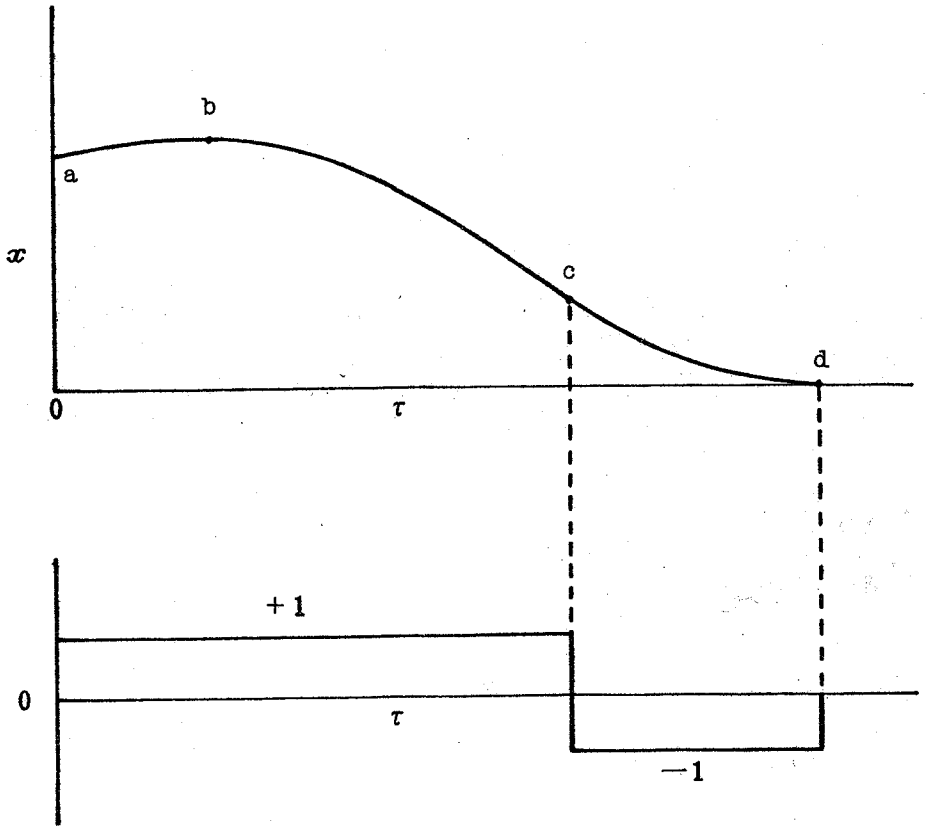
第2・1図 操舵の置き換え



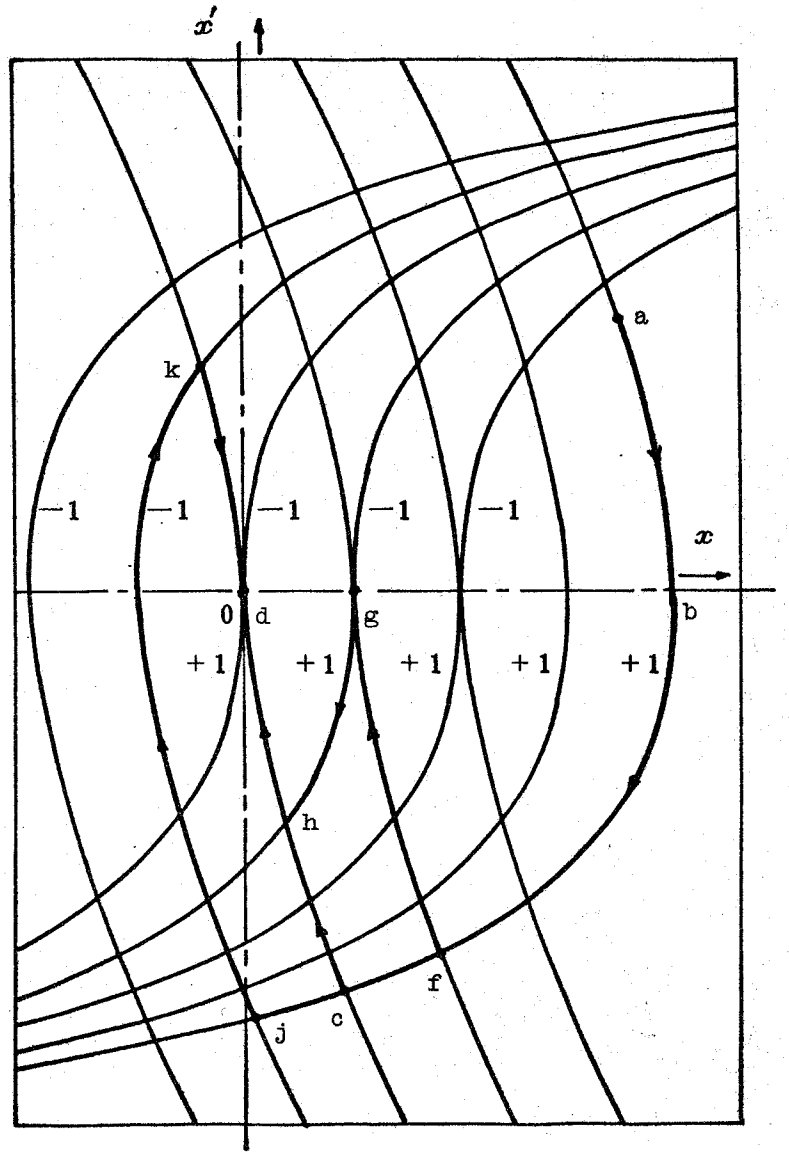
第2・2図　操縦運動の位相面表示



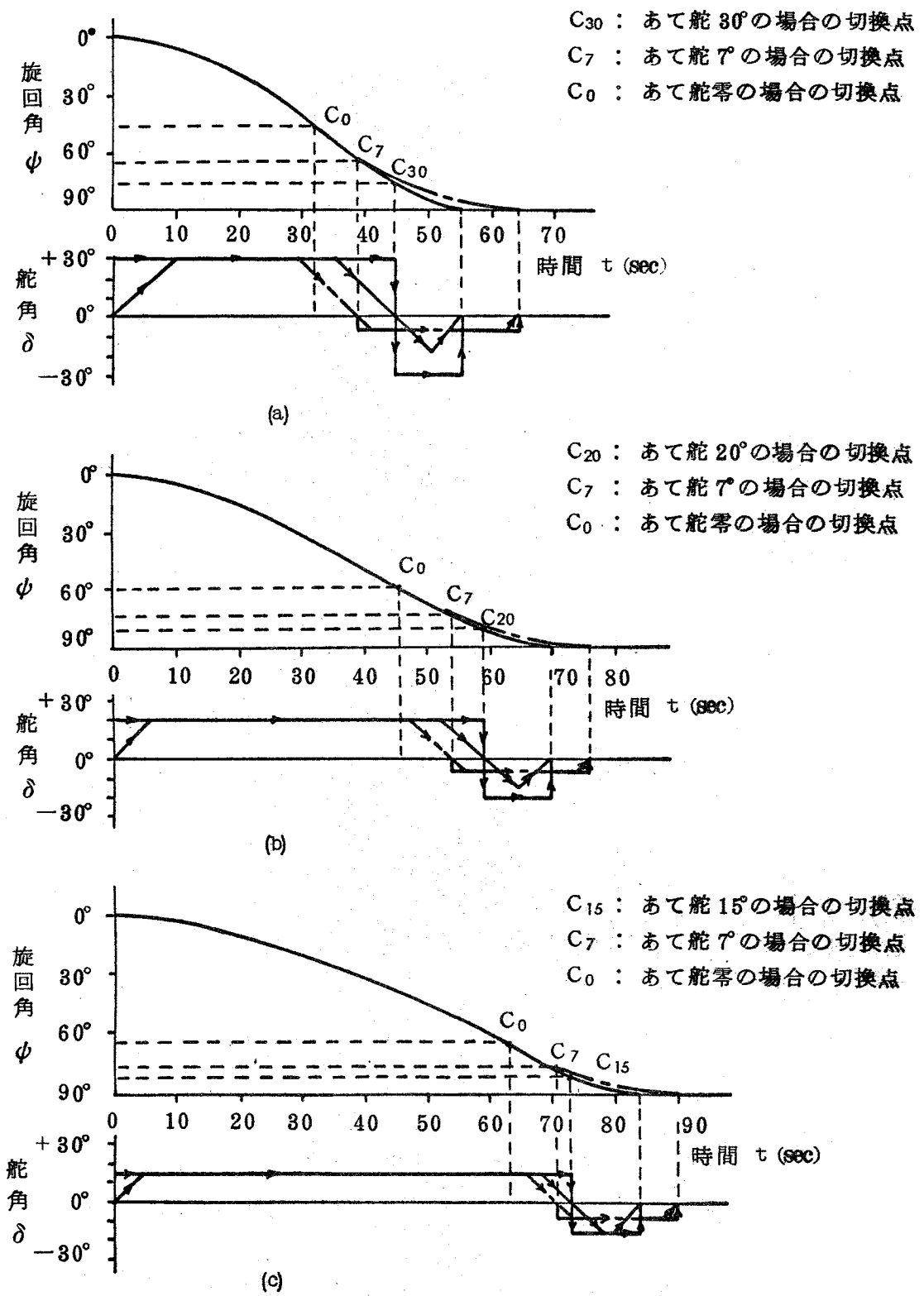
第2・3図 位相面上の最適制御



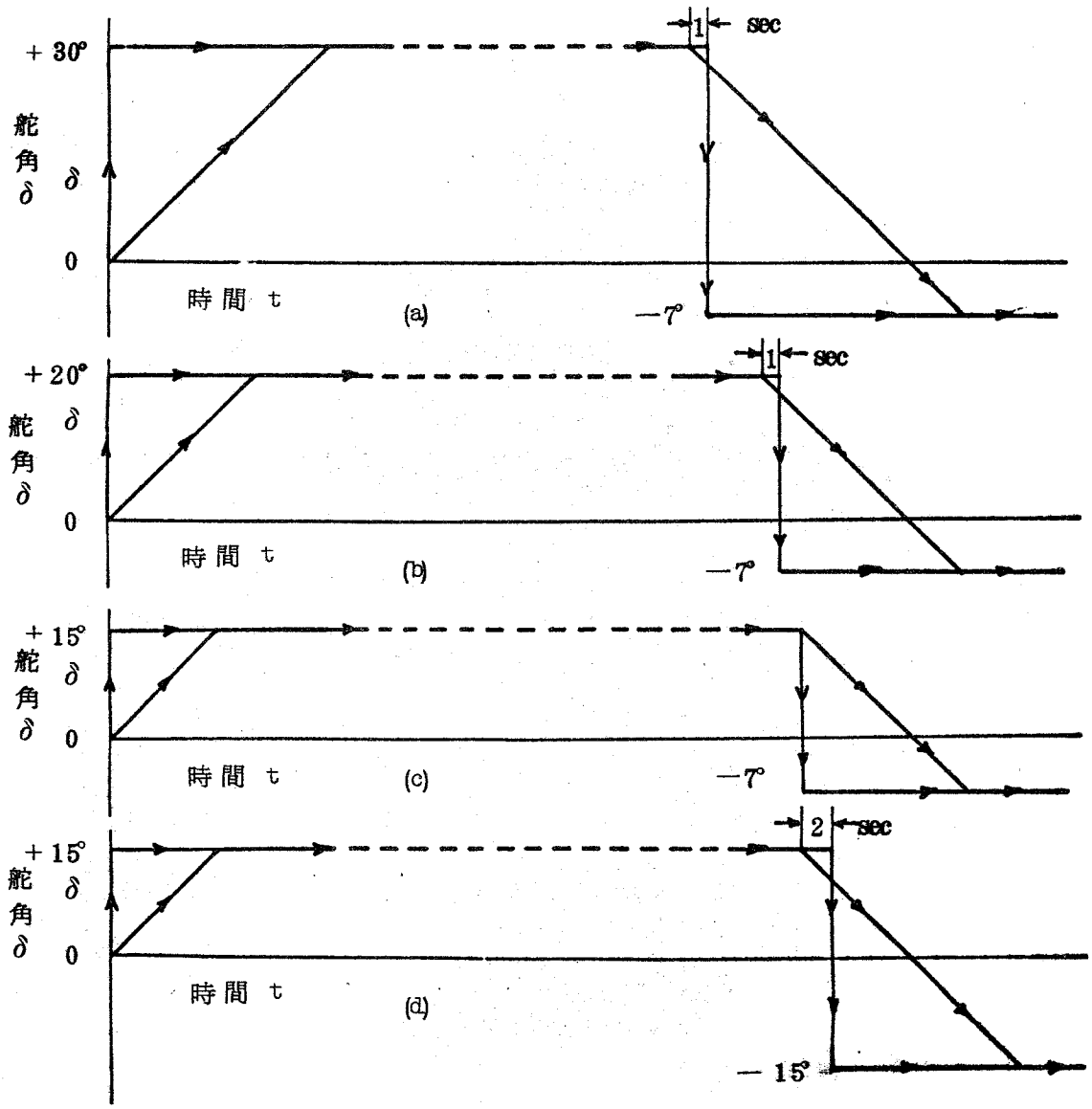
第2・4図　最適制御の時間的経過



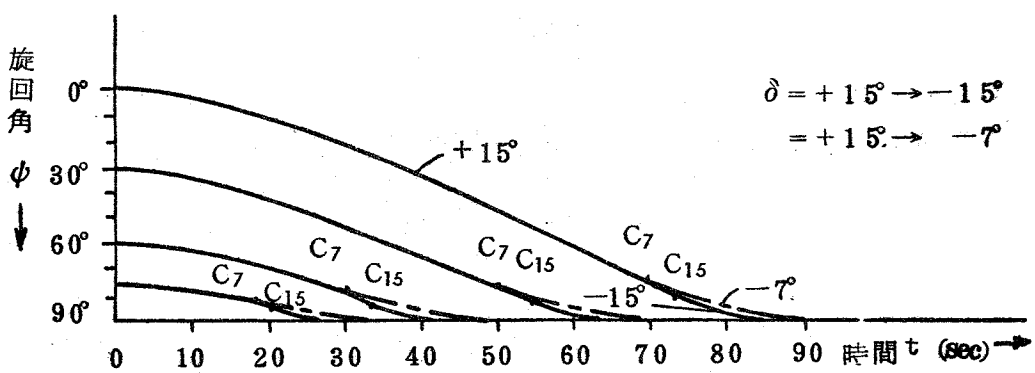
第2・5図　切換時期の早遅



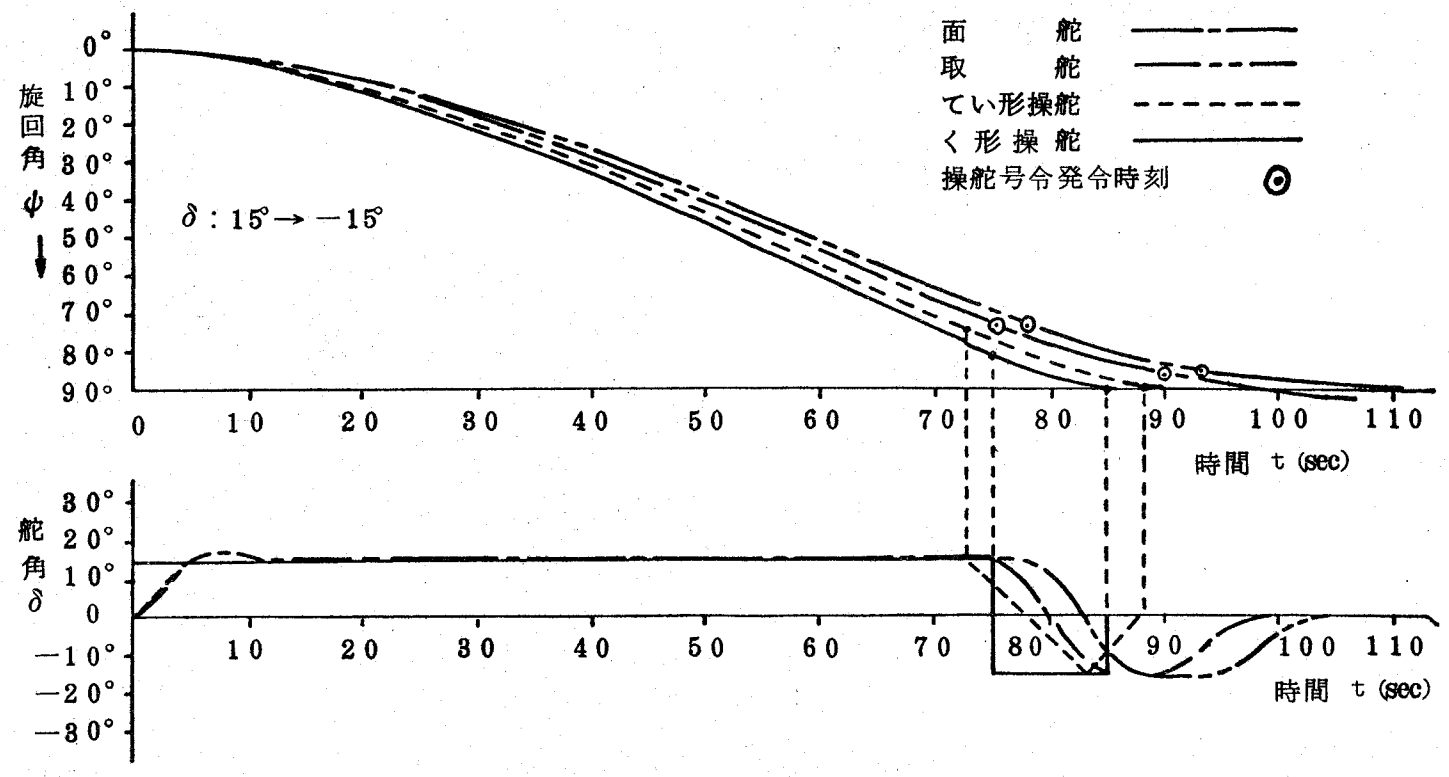
第2・6図　切換点の計算値(旧「こじま」)



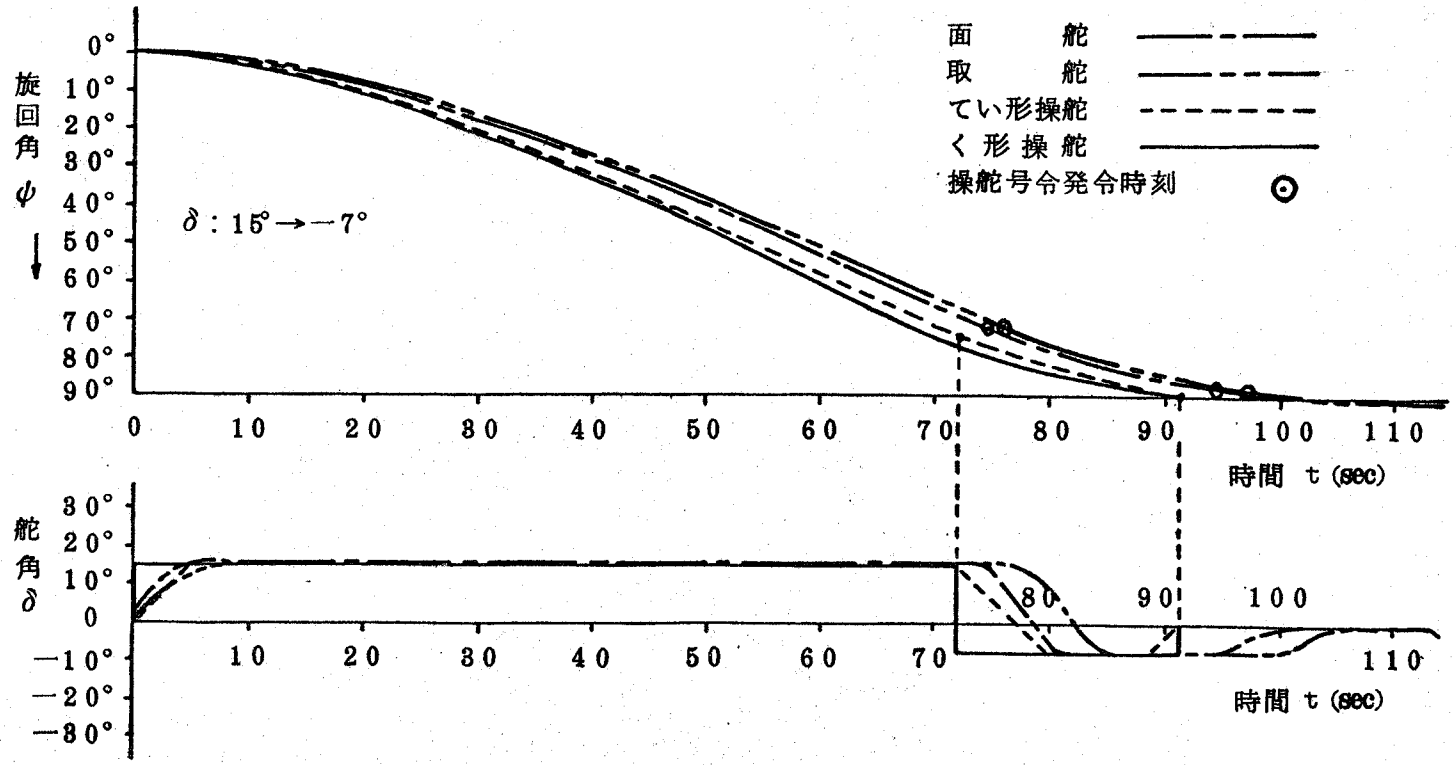
第2・7図 操舵号令発令時刻



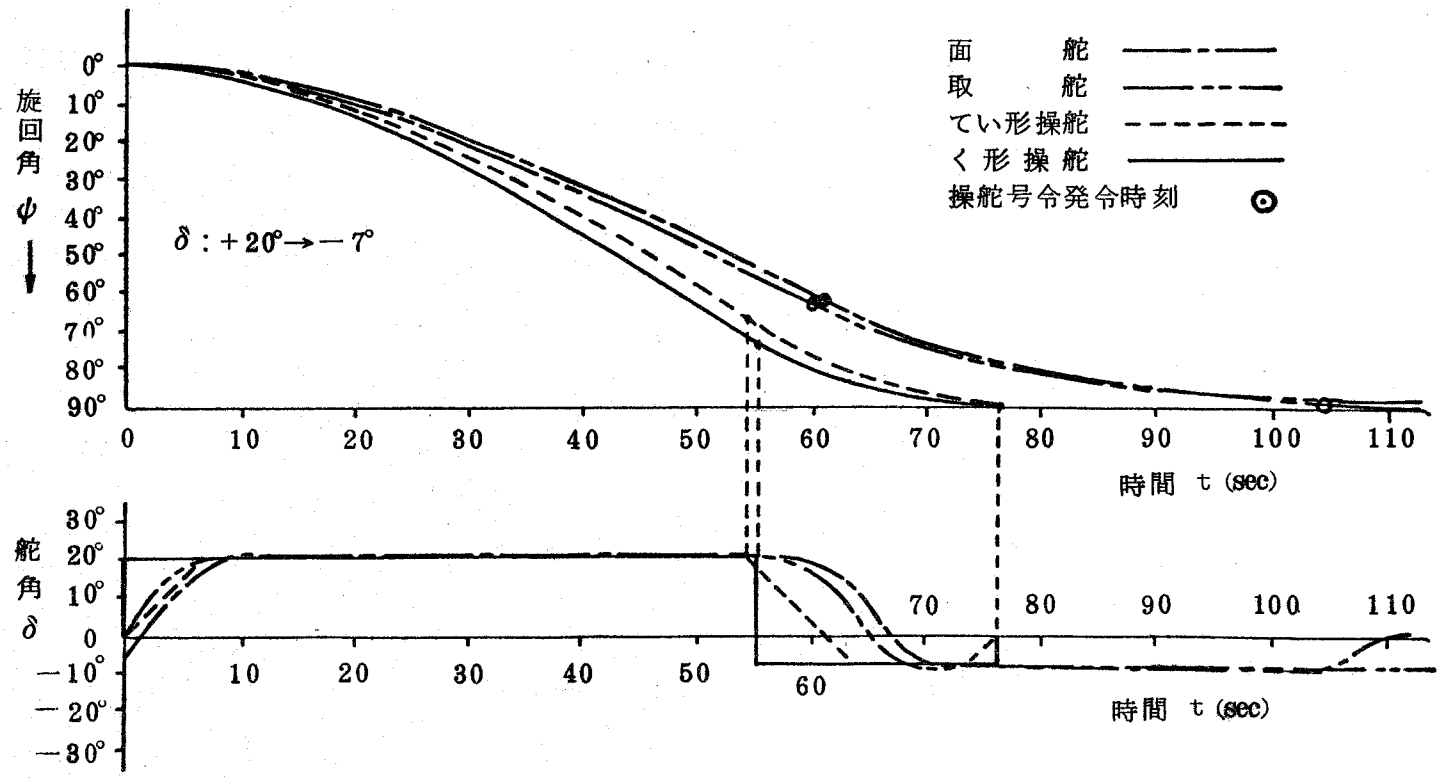
第2・8図 切換点の移動



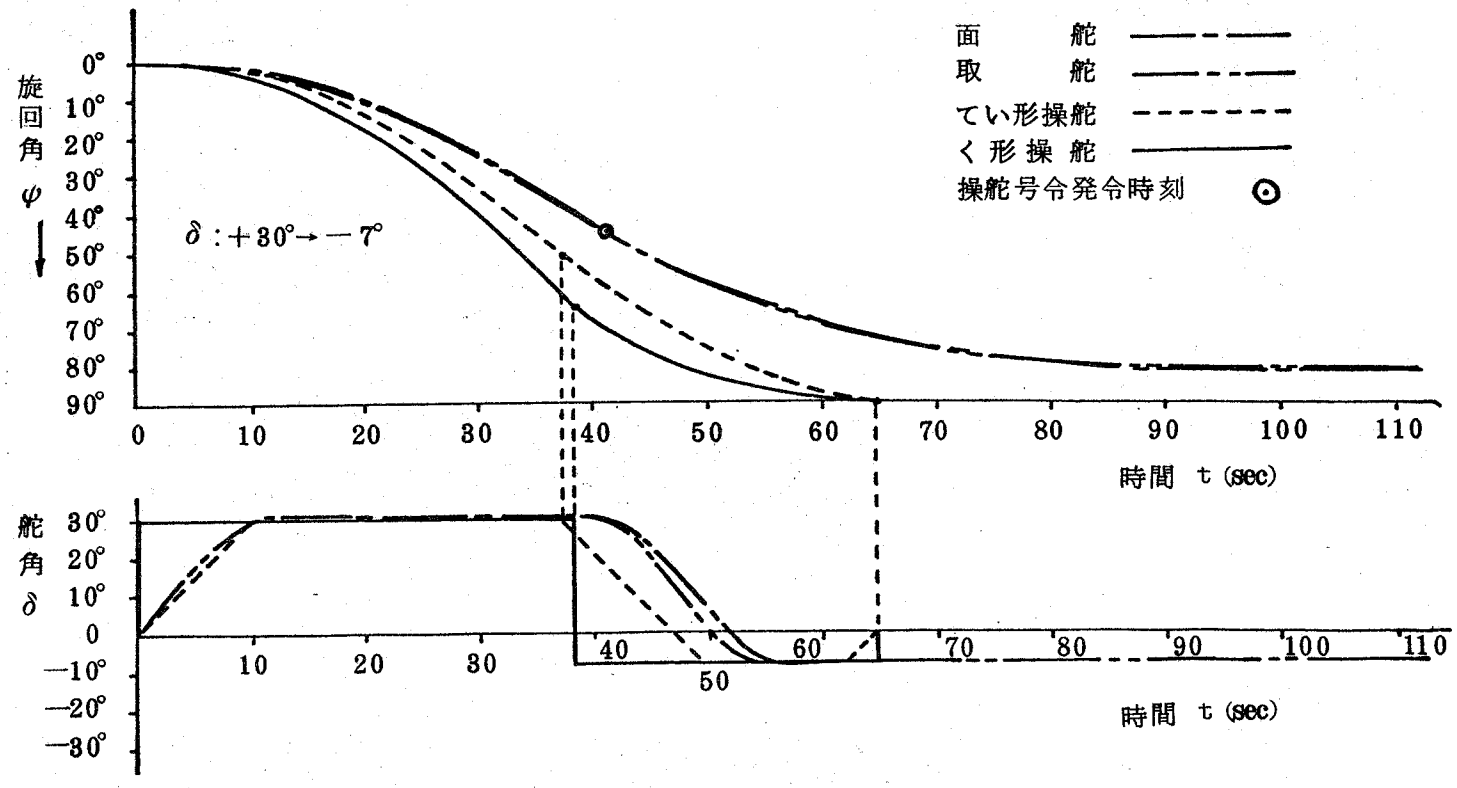
第2・9図(a) 旧「こじま」実験結果(δ：15°→−15°)



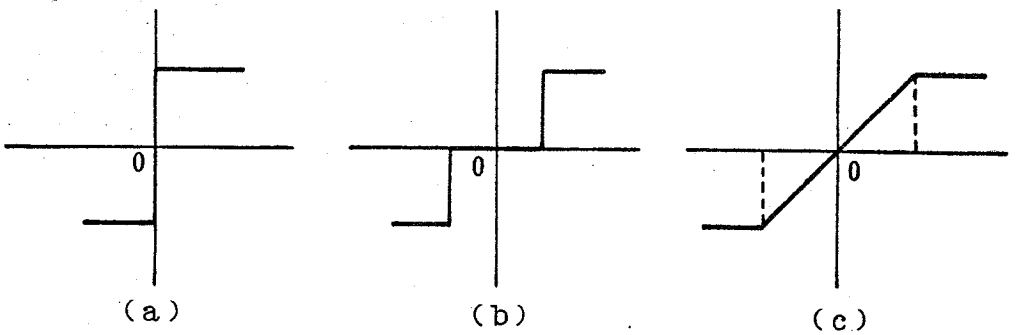
第2・9図(b)　旧「こじま」実験結果(δ：+15°→−7°)



第2・9図(c)　旧「こじま」実験結果(δ：+20→−7°)



第2・9図(d)　旧「とじま」実験結果(δ：+30→−7°)

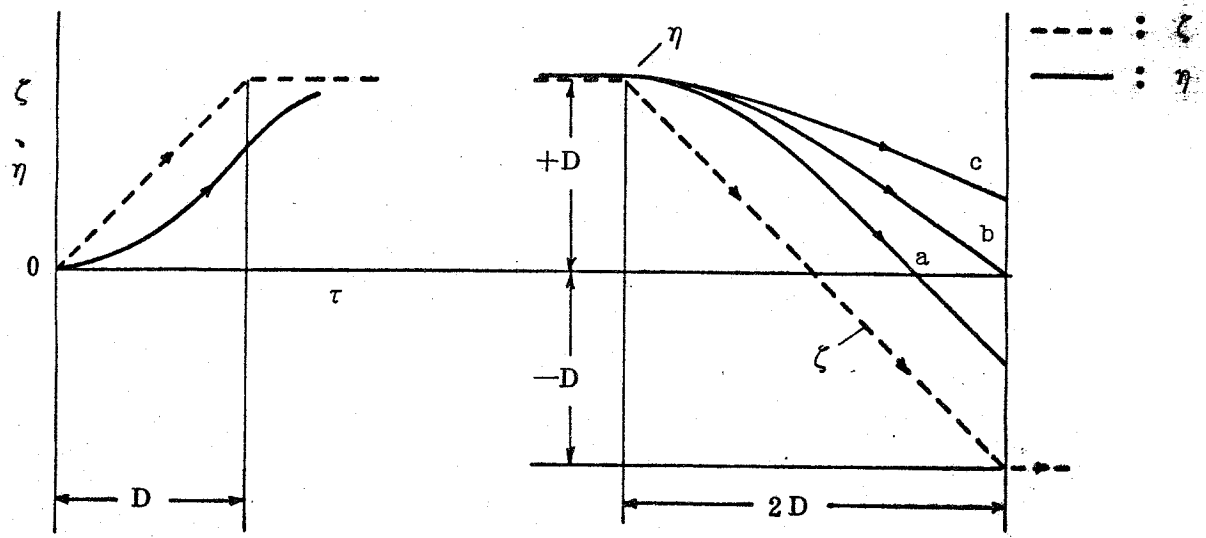


第2・10図　線形系の最適制御の型

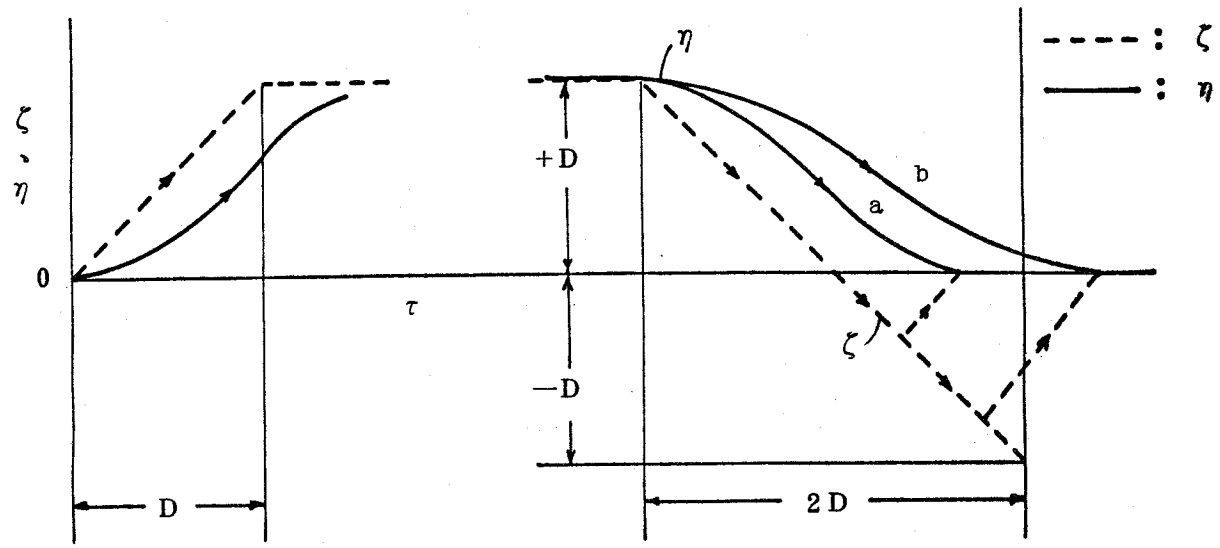
(a)　バンバン制御

(b)　零つきバンバン制御

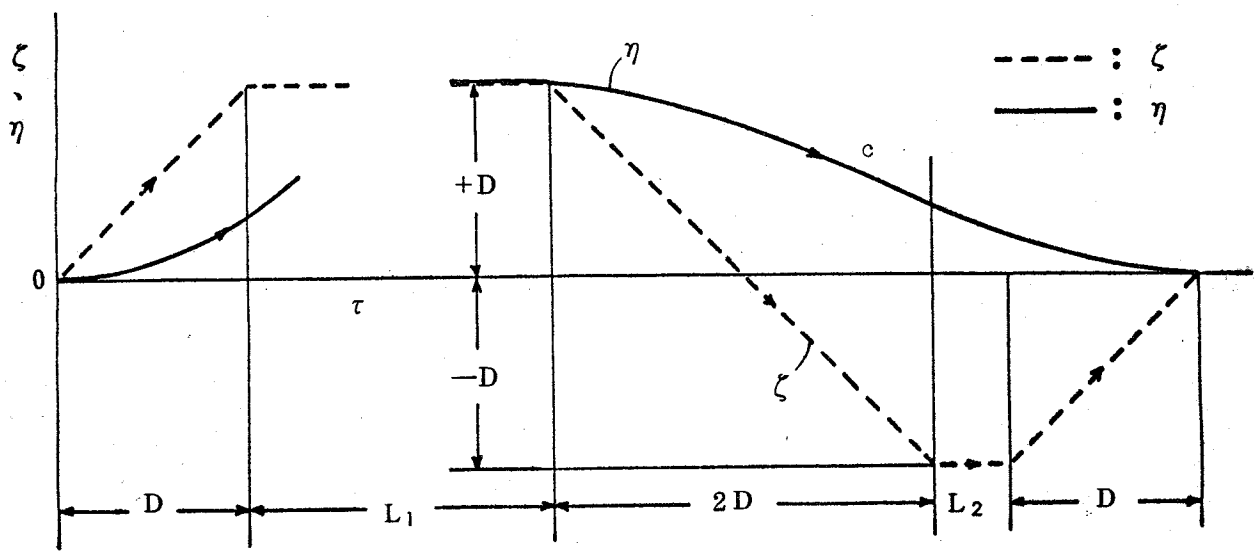
(c)　連続制御



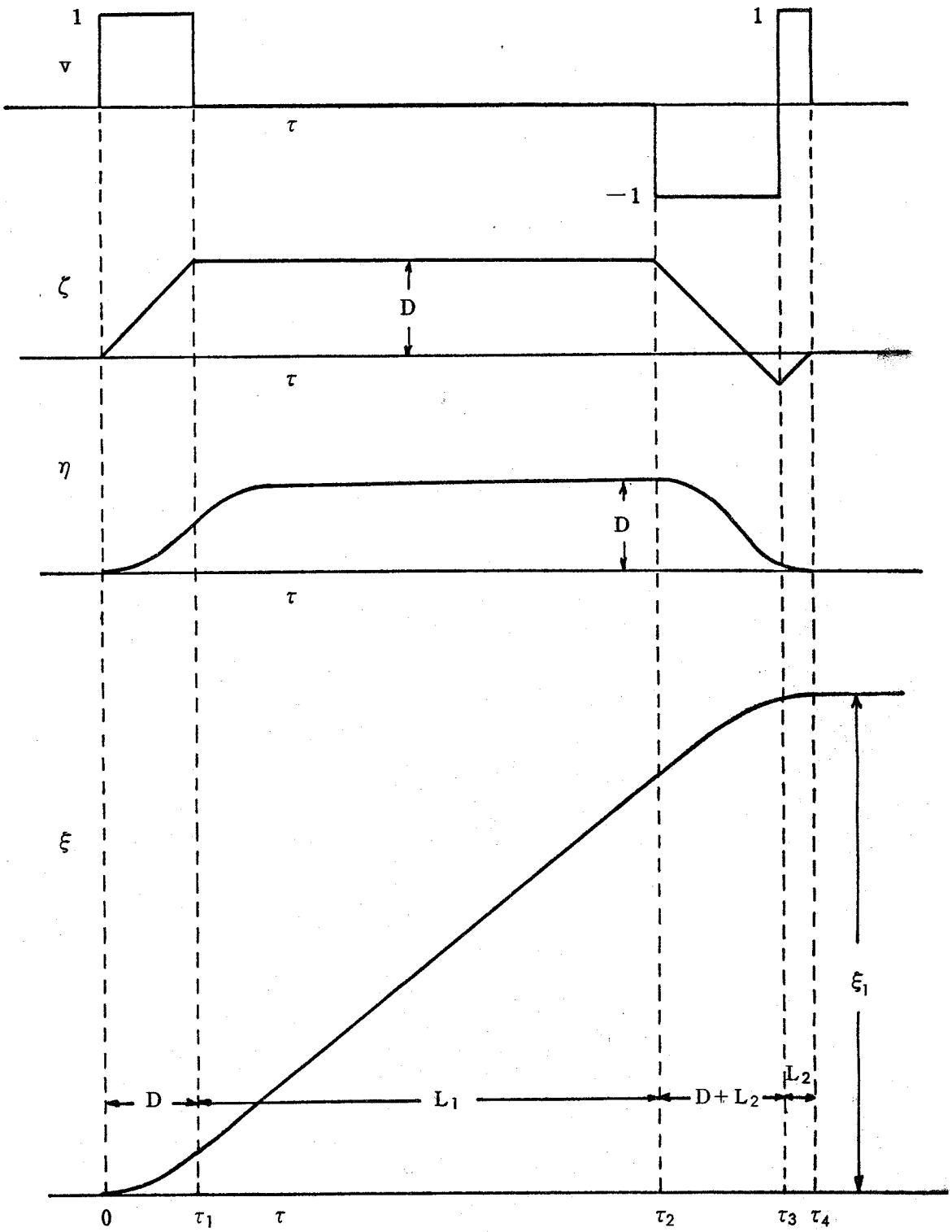
第2・11図　応　答　の　形



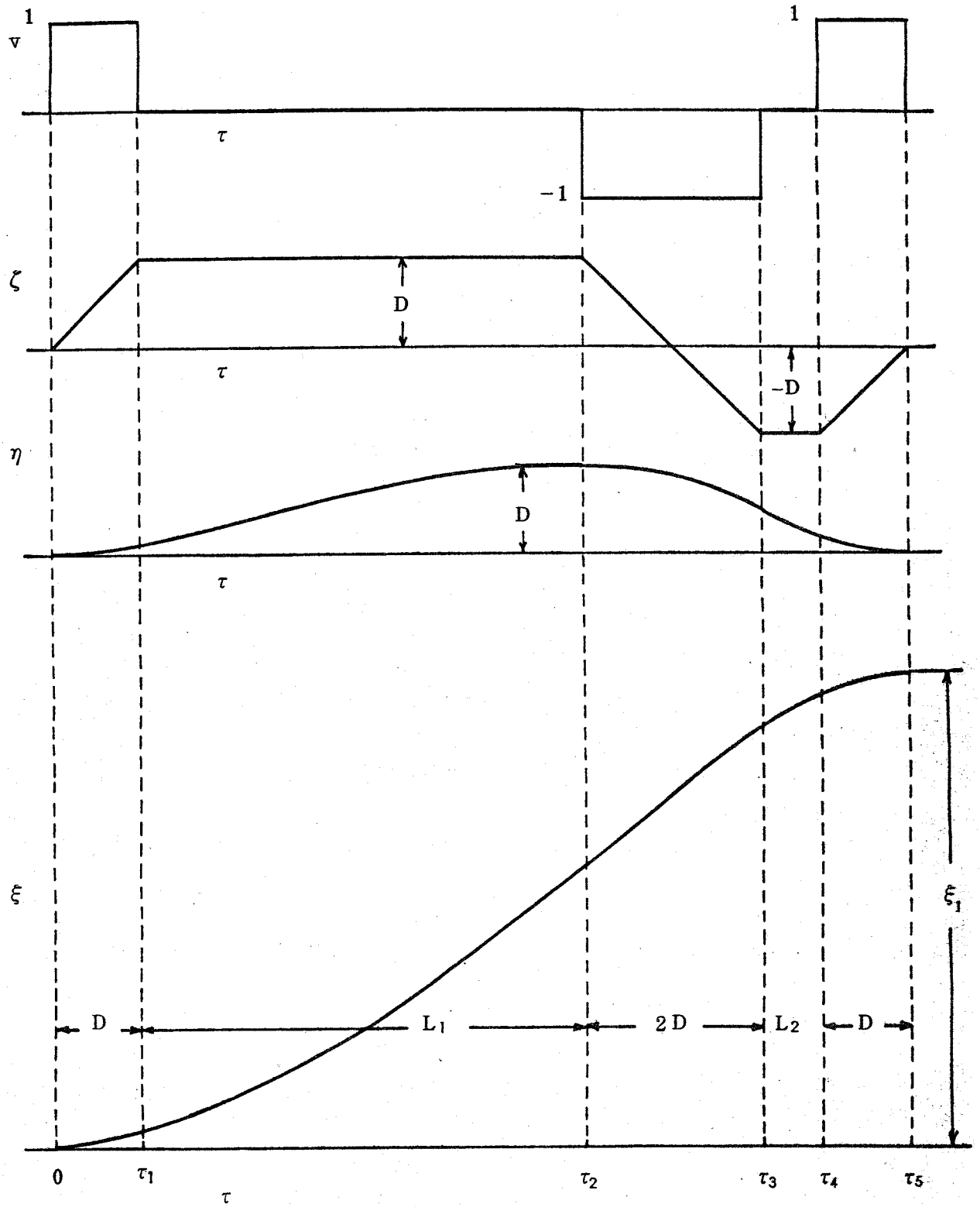
第2・12図 応答の速い場合



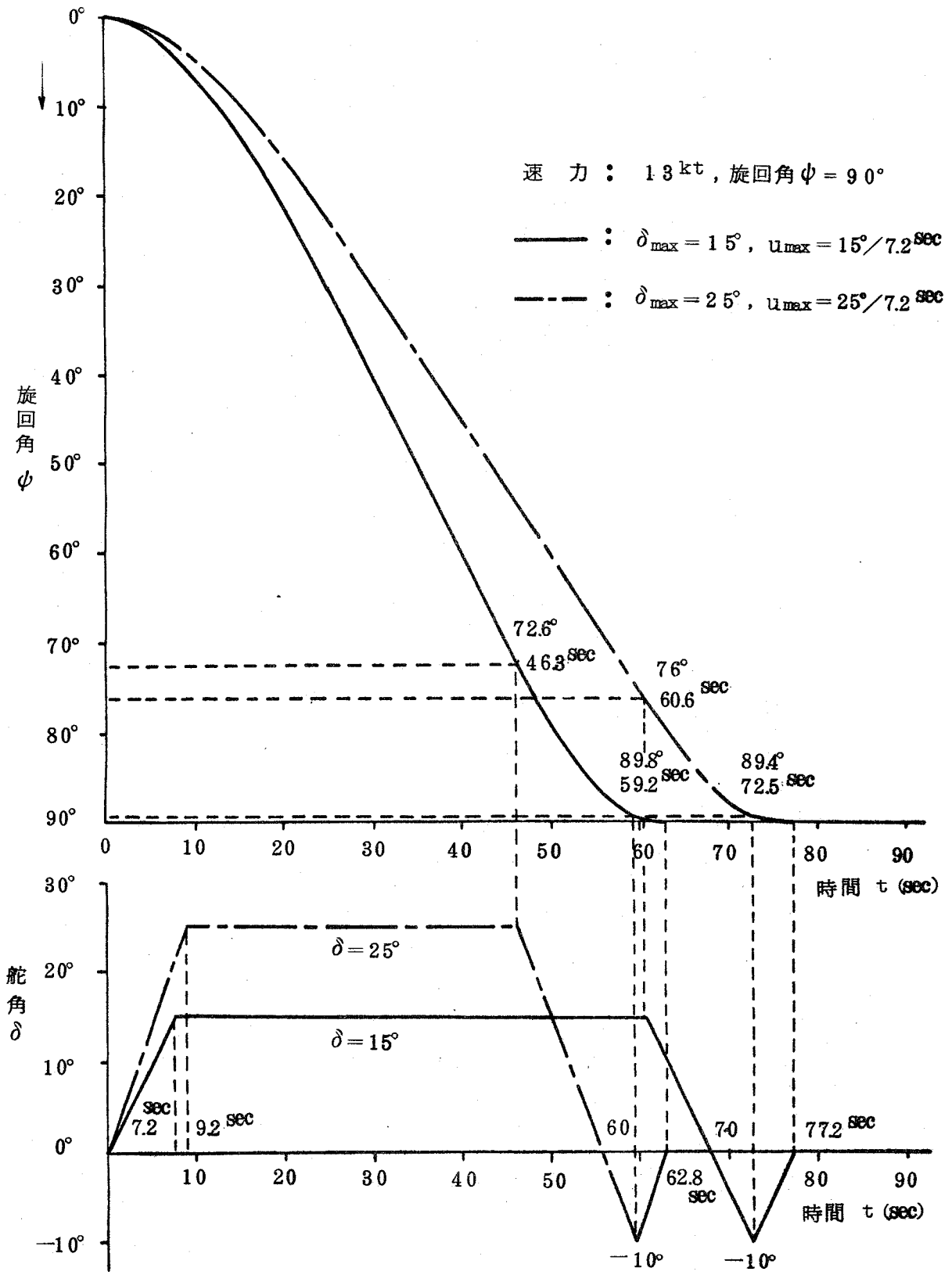
第2・13図 応答のおそい場合



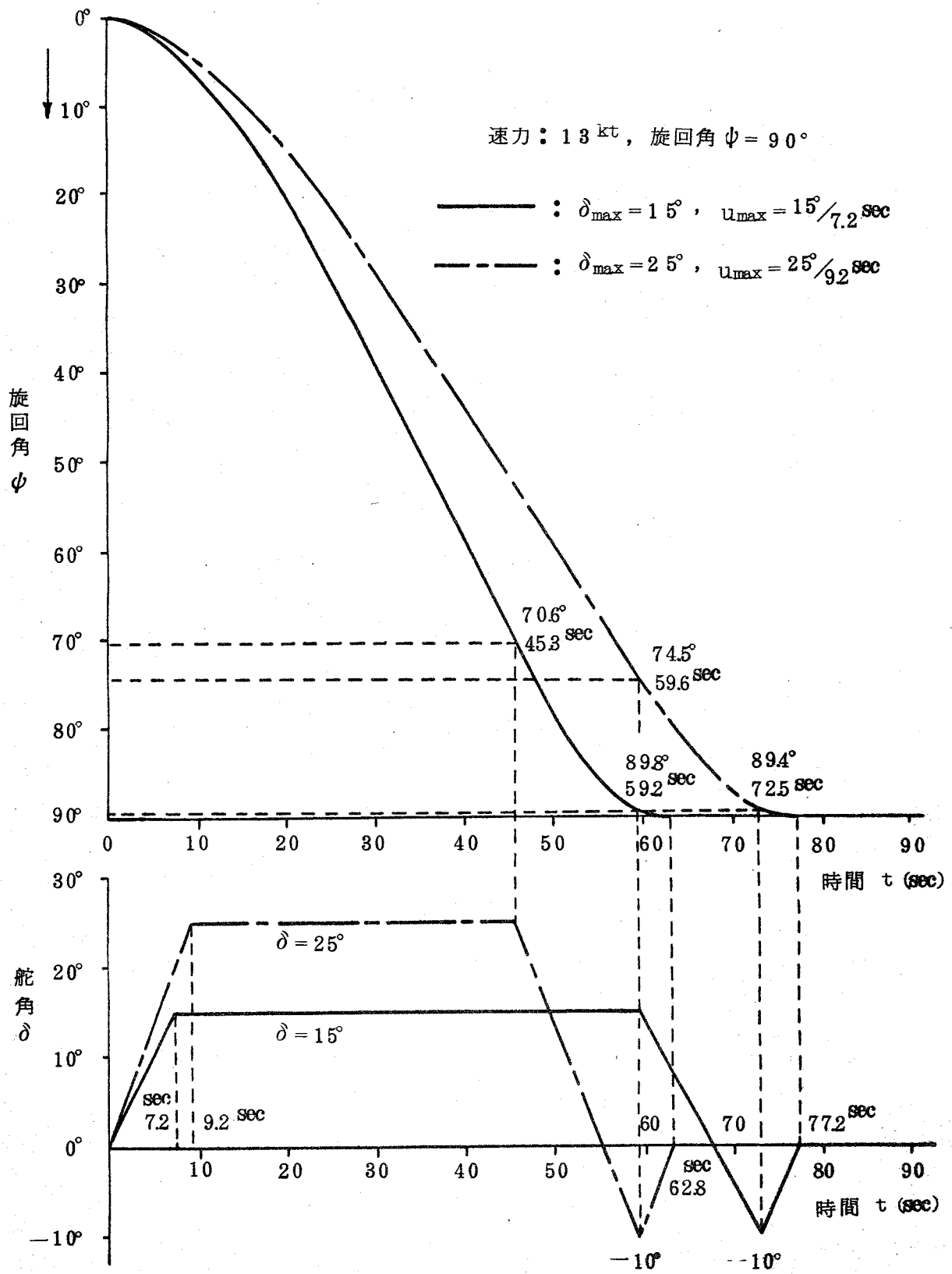
第2・14図　入力 v に対する状態変数の形（応答の速い船）



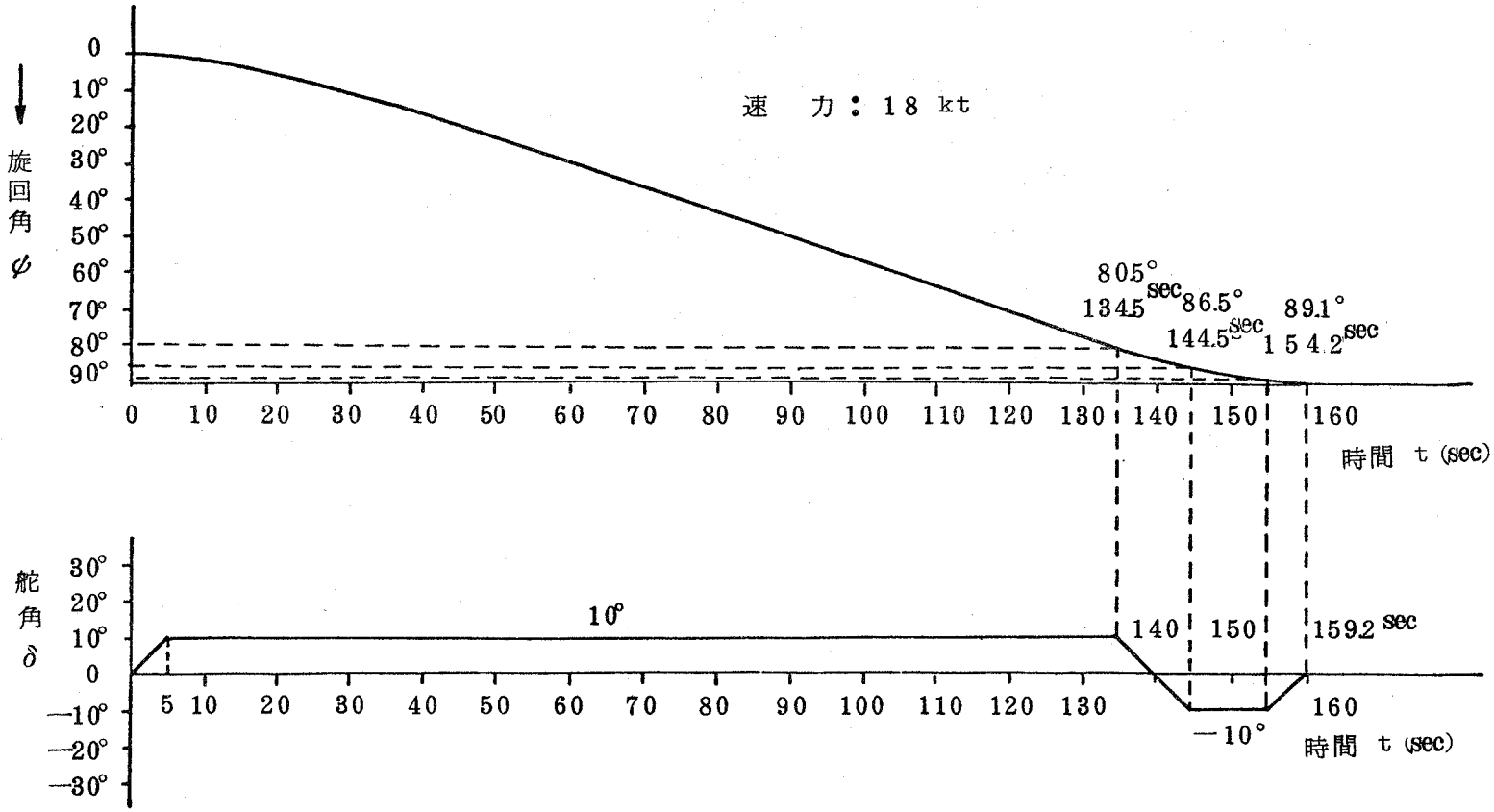
第2・15図　入力 v に対する状態変数の形（応答のおそい船）



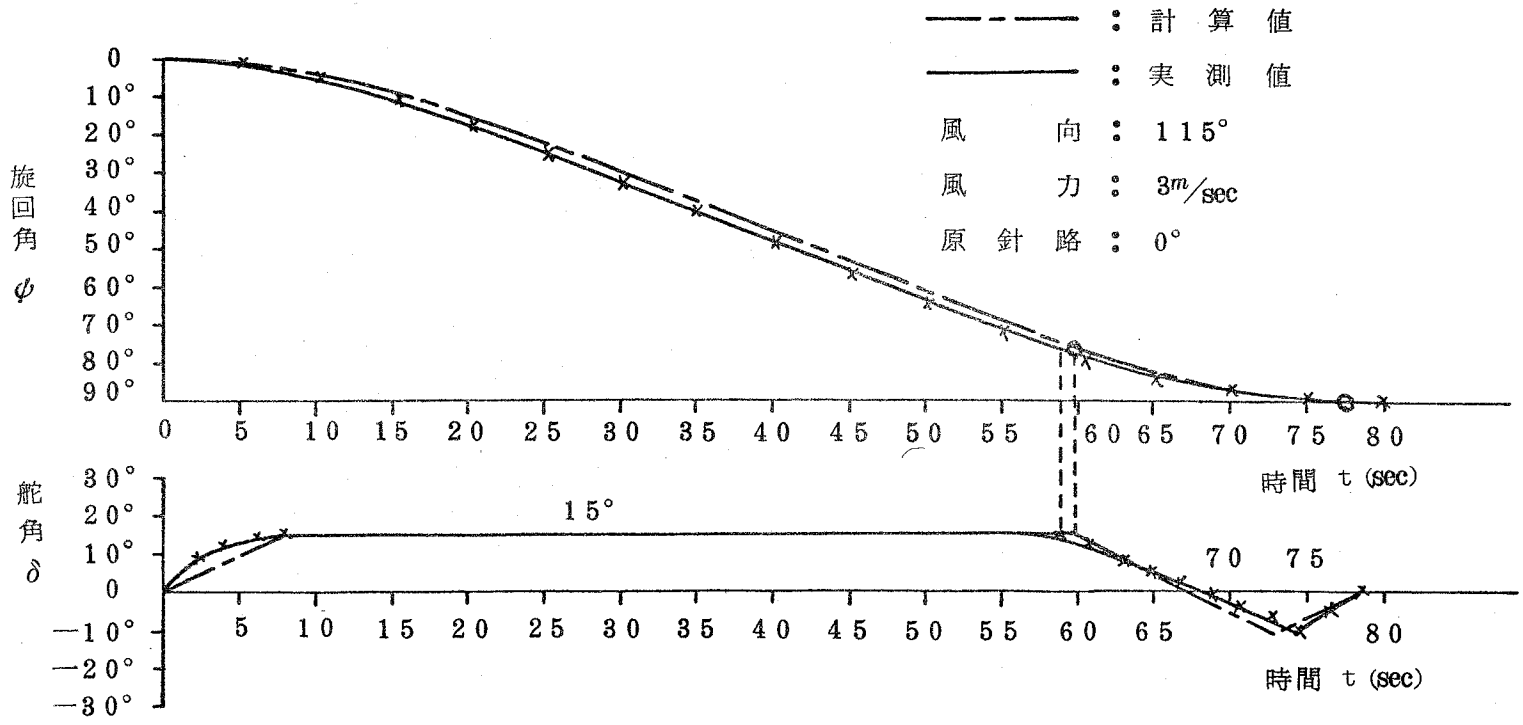
第2・16図　最適切換点の計算値（応答の速い船）



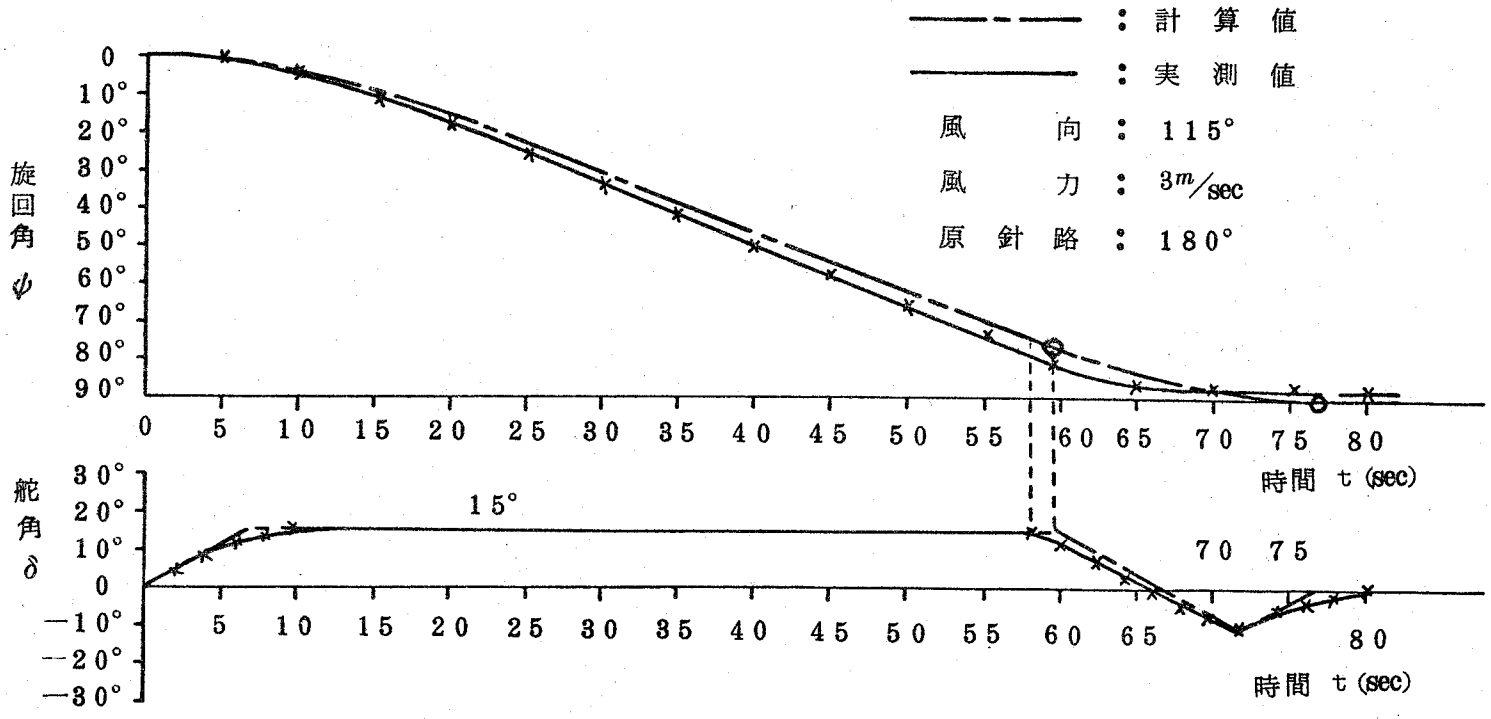
第2・17図　実際の操舵号令発令時の舵角と旋回角（応答の速い船）



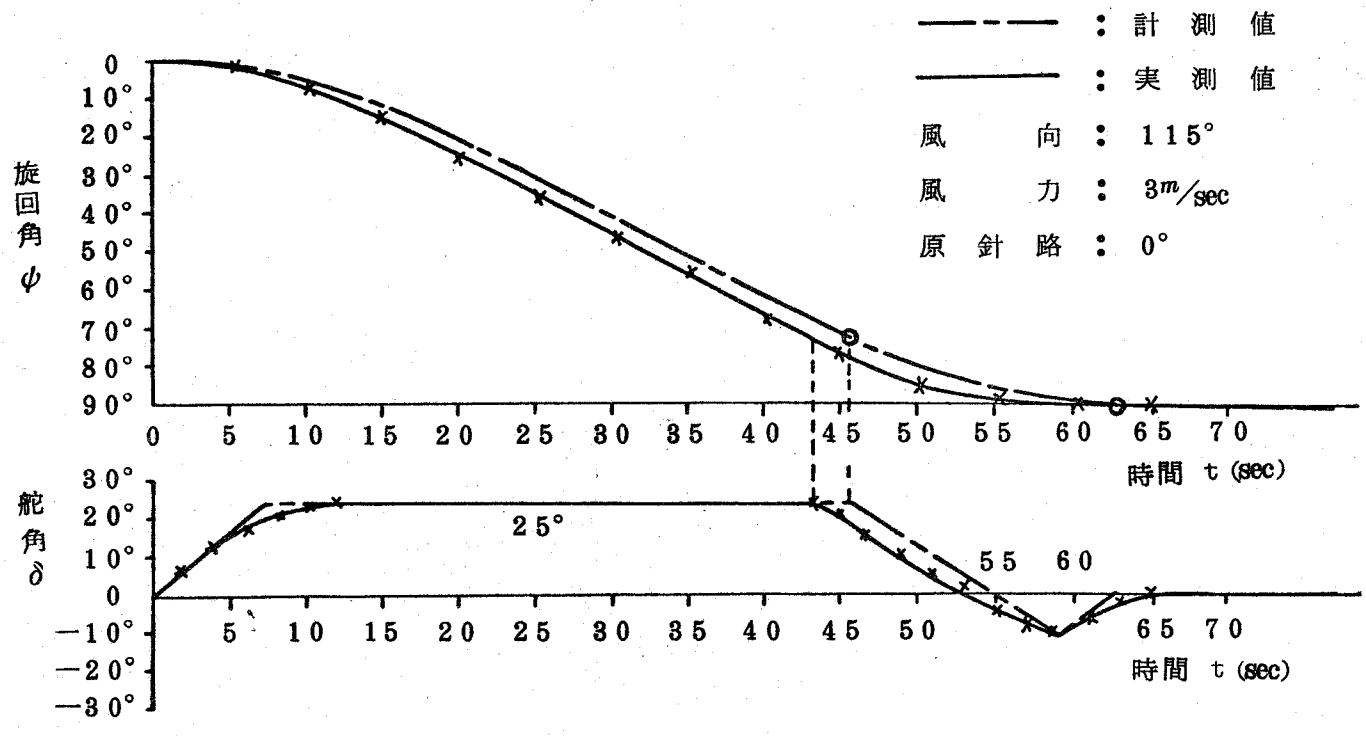
第2・18図　最適切換点の計算値（応答のおそい船）



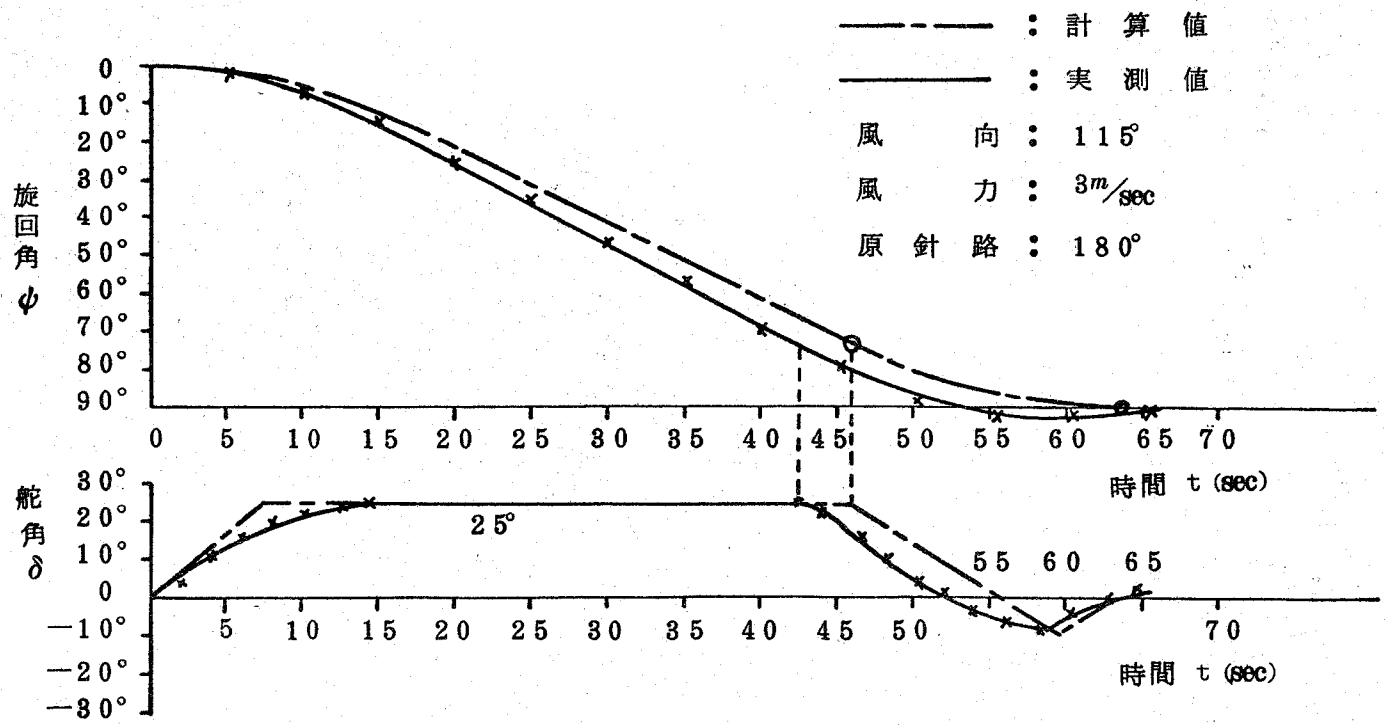
第2・19図　計算値と実測値の比較（取舵15度）



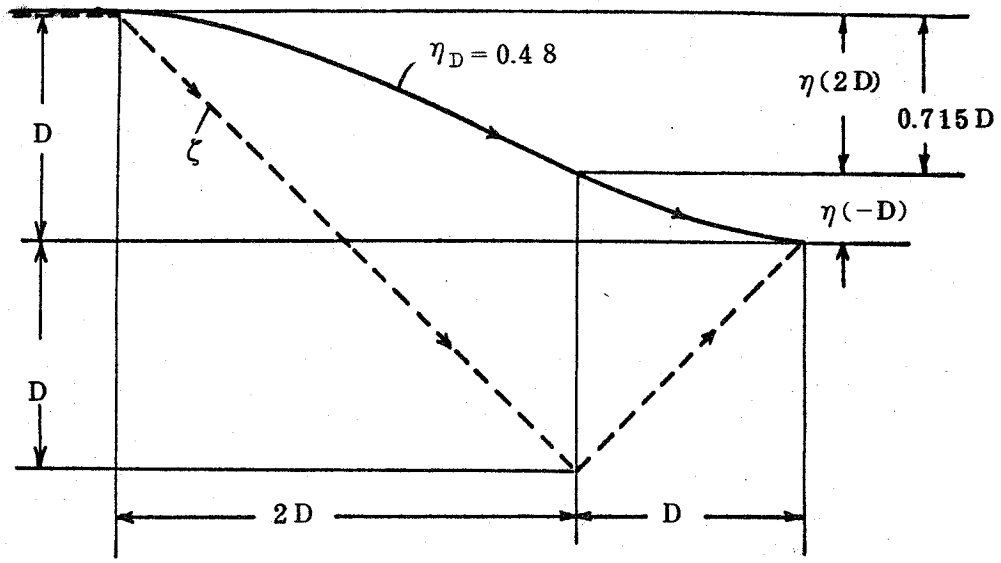
第2・20図　計算値と実測値の比較（面舵15度）



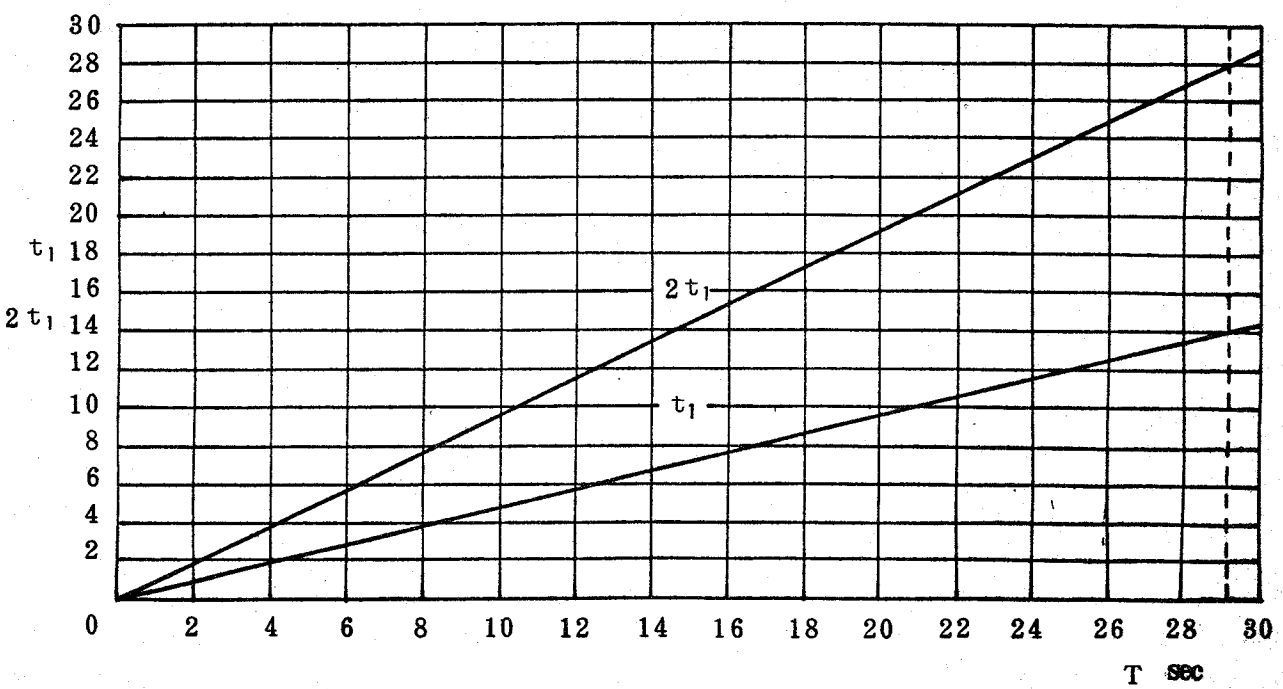
第2・21図　計算値と実測値の比較（取舵25度）



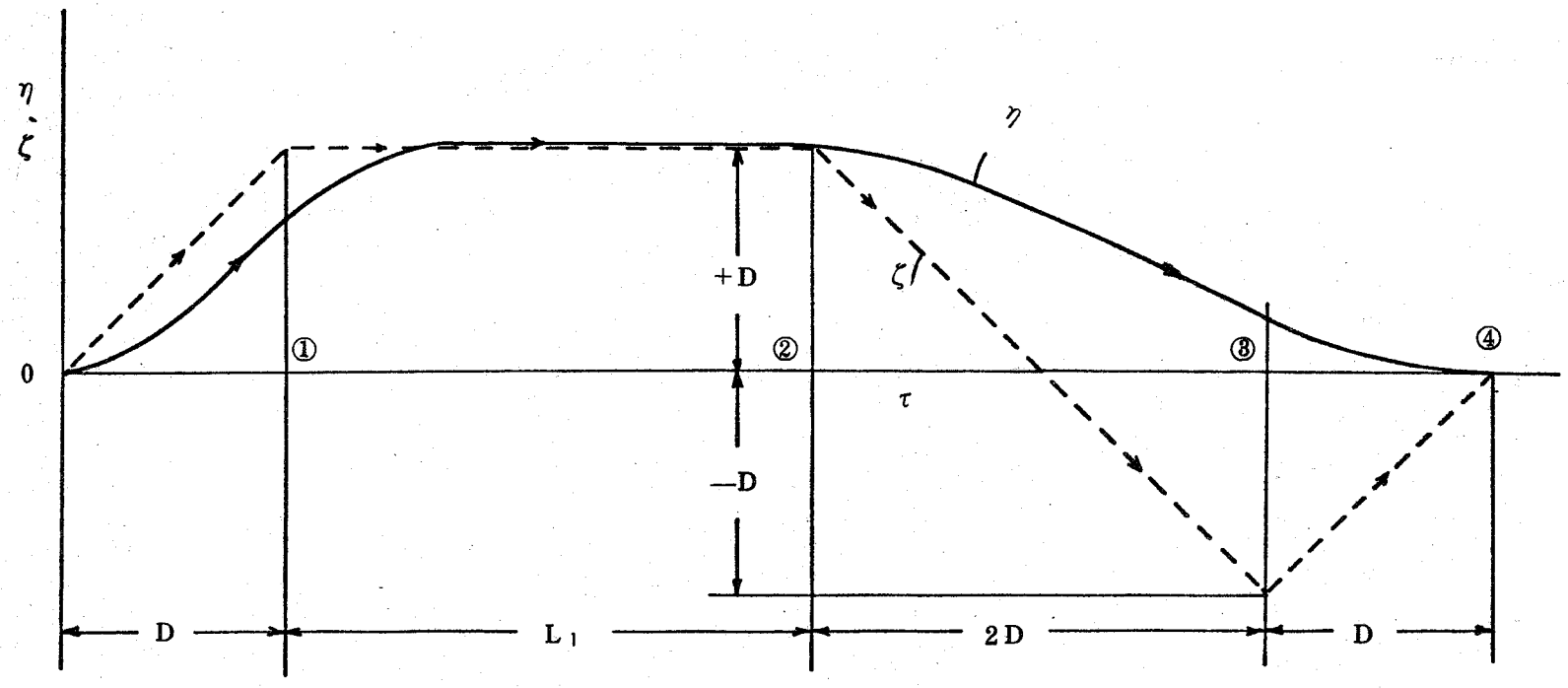
第2・22図　計算値と実測値の比較（面舵25度）



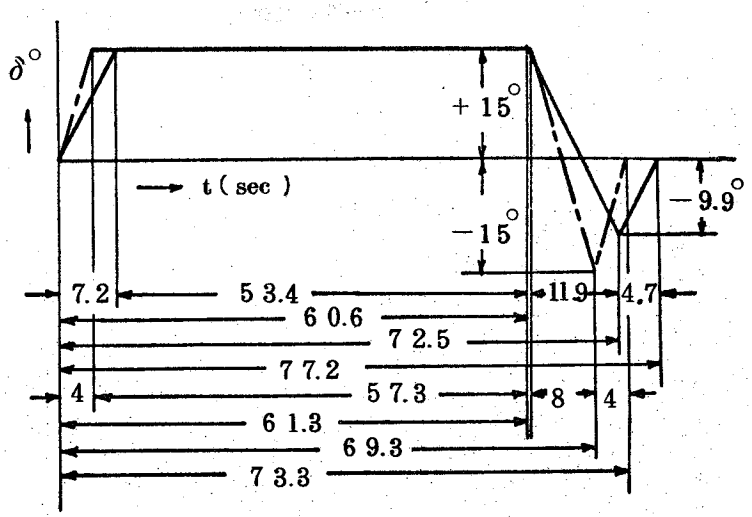
第3・1図　最適操舵速度におけるあて舵



第3・2図　片玄35度から他玄30度までの最適操舵時間とTとの関係



第3・3図　最　適　操　舵　法

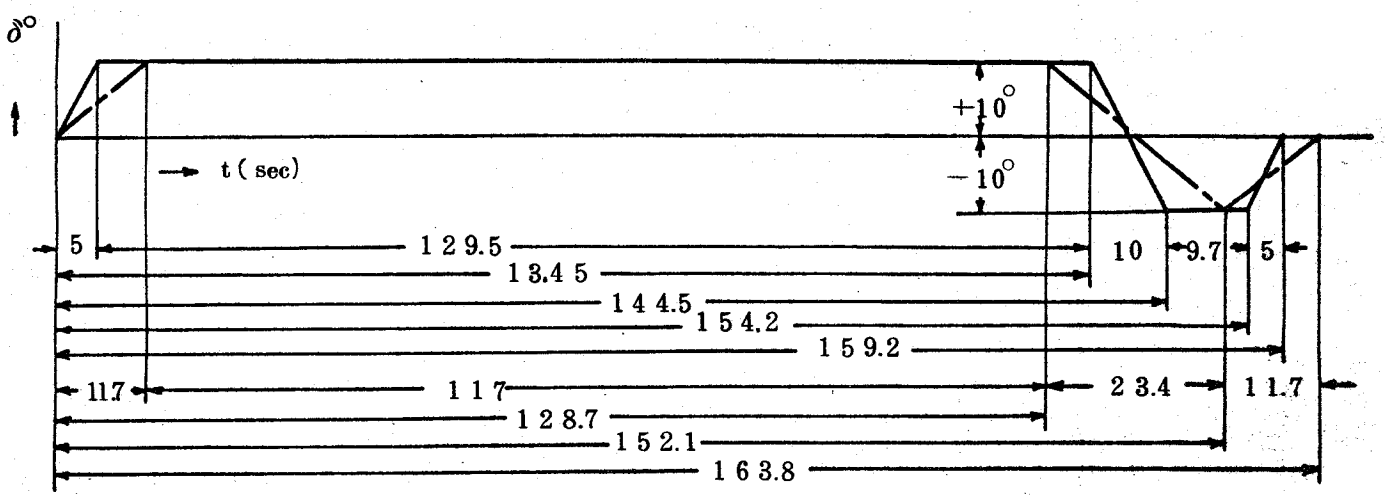


T=8.31 sec , K=0.1047 1/sec , $\delta_{max}=15^\circ$

——— : $t_1=7.2$ sec, $D=\frac{t_1}{T}=0.864$

—·—·— : $t_1=4$ sec, $D=\frac{t_1}{T}=0.48$

第3・4図 応答の速い船の計算



T=24.3 sec, K=0.0771 1/sec, $\delta_{max}=10^\circ$

——— : $t_1=5$ sec, $D=\frac{t_1}{T}=0.206$

—·—·— : $t_1=11.7$ sec, $D=\frac{t_1}{T}=0.48$

第3・5図 応答のおそい船の計算

第4・1表　衝突前の2船間の距離

5トン未満の船舶				5トン以上20トン未満の船舶			
0 m	46.7%	56.1%	89.4%	0 m	32.5%	85.5%	94.9%
3L以下	9.4%			L	12.0%		
3L～6L	33.3%			L～3L	41.0%		
6L～10L	4.0%			3L～5L	9.4%		
10L～200m	5.7%			5L～10L	1.7%		
200m 以上	1.0%			10L 以上	3.4%		
20トン以上100トン未満の船舶				**100トン以上500トン未満の船舶**			
0 m	21.0%	74.5%	90.7%	0 m	13.5%	75.1%	92.6%
0m～L	11.4%			0m～L	8.0%		
L～3L	42.1%			L～3L	53.6%		
3L～6L	16.2%			3L～6L	17.5%		
6L以上	9.3%			6L～10L	4.0%		
				10L 以上	3.4%		
500トン以上3,000トン未満の船舶				**3,000トン以上の船舶**			
0 m	12.6%	79.3%	91.9%	0 m	14.6%	67.3%	100%
0m～L	31.5%			0m～L	20.0%		
L～3L	35.2%			L～3L	32.7%		
3L～6L	12.6%			3L～6L	32.7%		
6L～10L	8.1%						

第 4・2 表　計算例の小型鋼船の要目

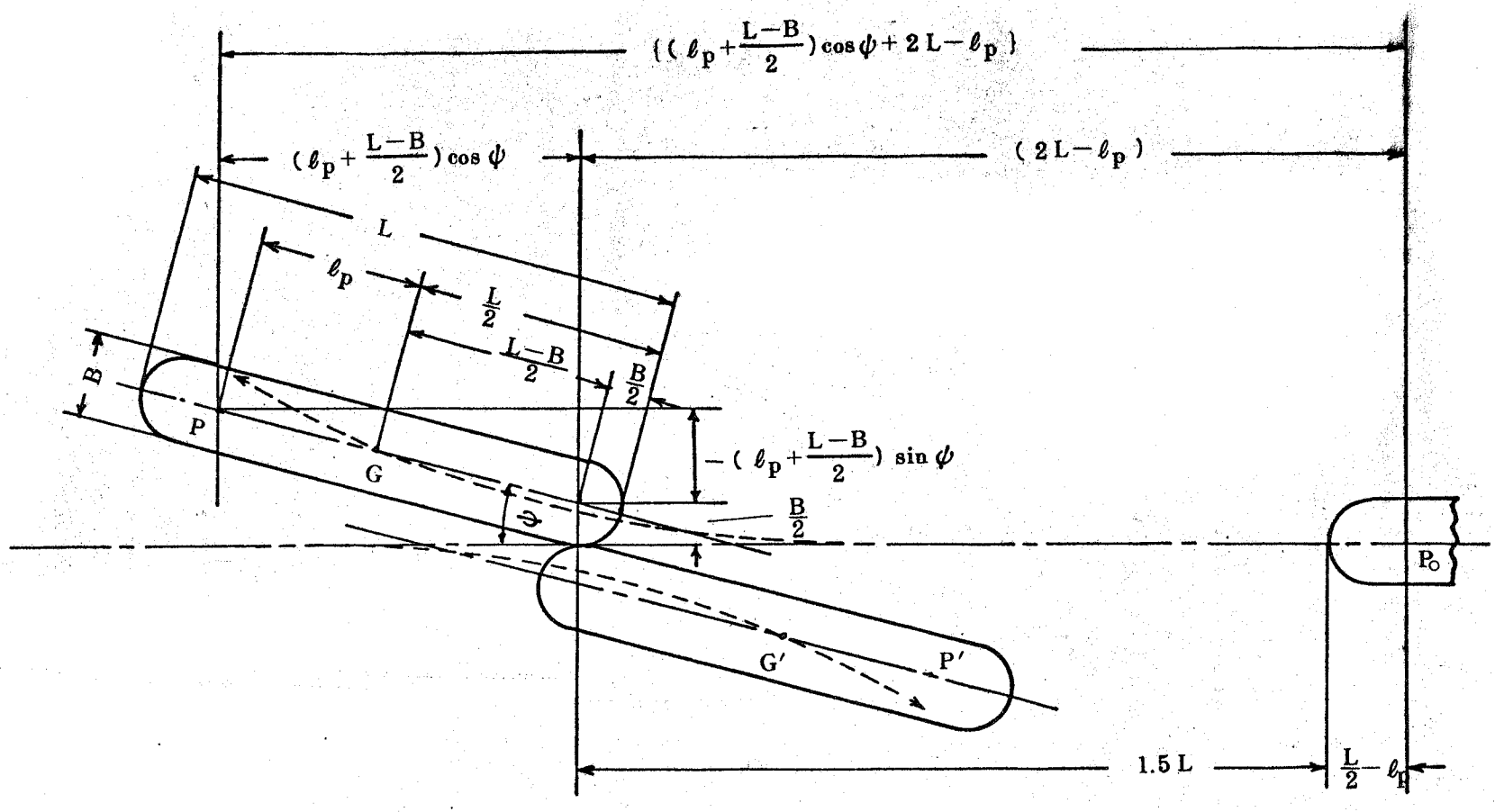
船　名	L×B×D (m)	V (kt)	T (sec)	K (1/sec)
A_1	29.6× 7.6×3.3	6.5	3.7	0.0547
B_1	30.0× 5.5×2.5	8.8	7.7	0.1720
新「こじま」	66.0×10.3×5.4	13.2	5.7	0.0806

第４・３表　権利船が針路，速力を保つときのｎの値

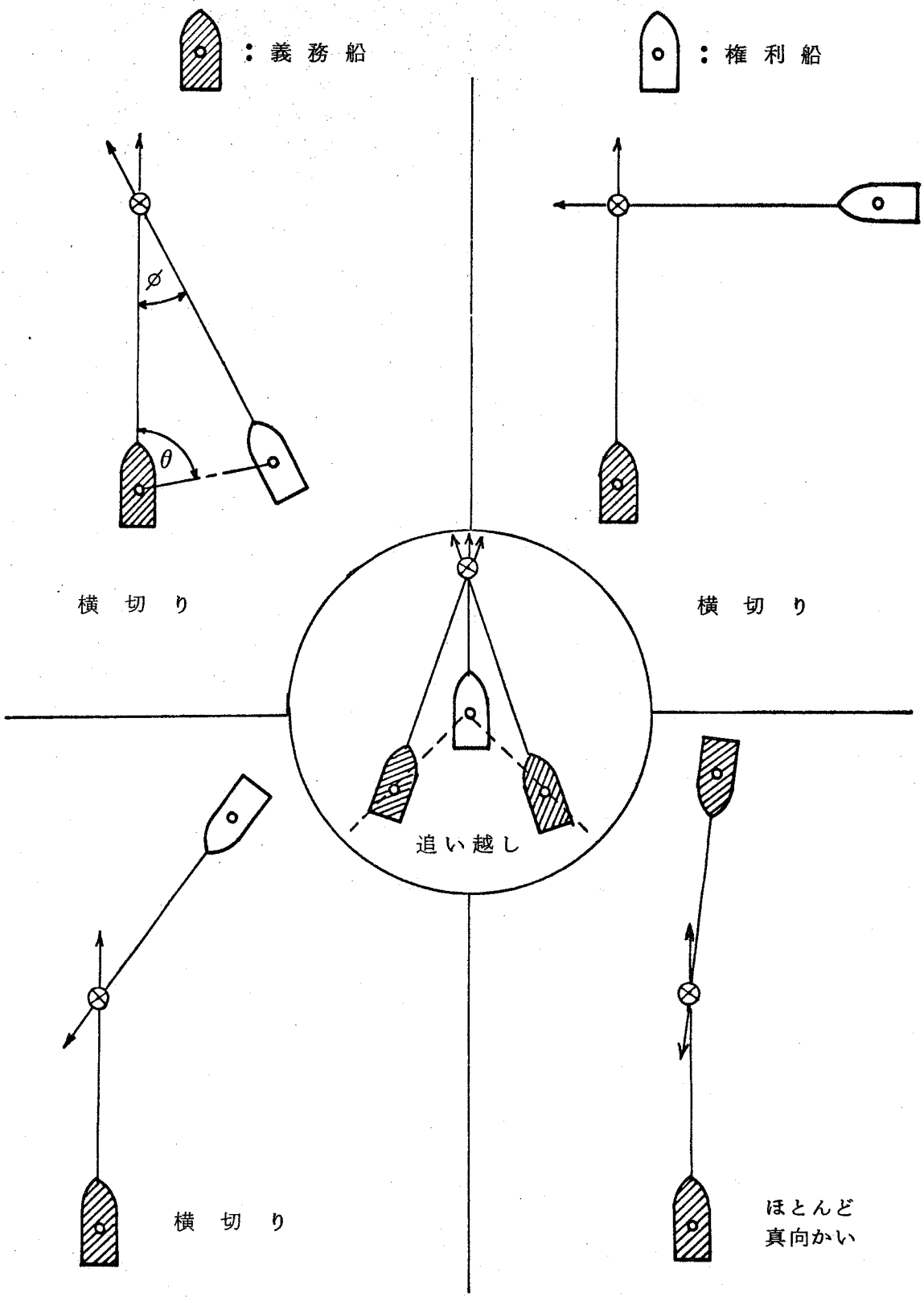
船名	$\theta°$ / $\phi°$ / t_1 (Sec)	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	45	45	45
		105	120	135	140	150	90	105	120
A_1	0	4.2	4.0	4.2	4.5	7.0	5.7	6.6	9.4
	2.8	4.4	4.2	4.5	4.8	7.6	5.9	7.0	9.9
	14	5.2	5.1	5.7	6.2	10.0	6.8	8.2	12.0
B_1	0	3.4	3.6	4.3	4.9	8.6	4.4	5.4	8.3
	2.5	3.6	3.8	4.7	5.3	9.3	4.7	5.7	9.0
	14	4.7	5.1	6.3	7.2	12.6	5.9	7.4	11.9
新「こじま」	0	3.3	3.3	3.7	4.1	6.9	4.5	5.2	7.6
	8.5	3.8	3.9	4.5	5.0	8.6	5.1	6.0	9.1
	14	4.1	4.3	5.0	5.6	9.7	5.5	6.5	10.0

第 4・4 表　権利船が協力動作をするときのnの値

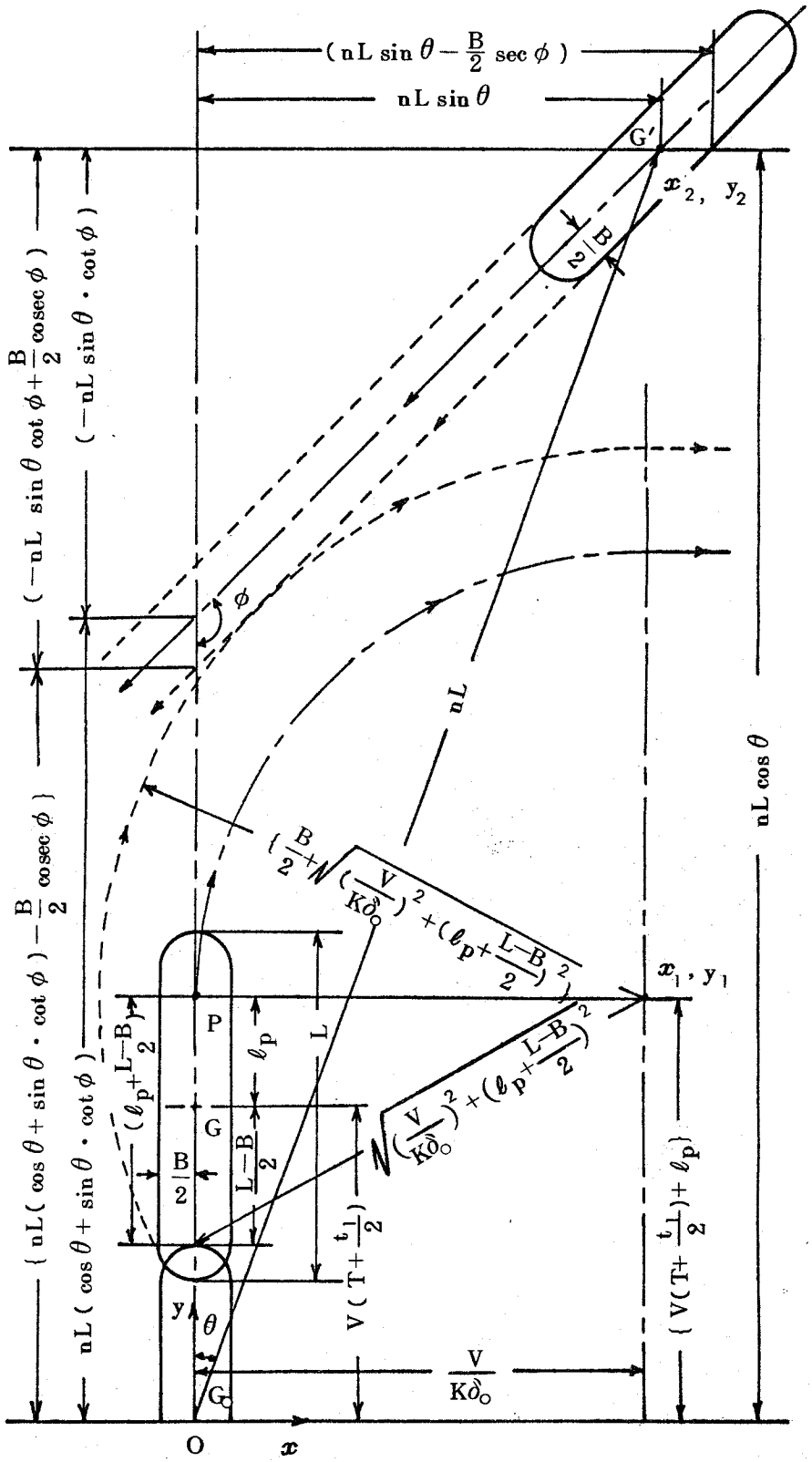
船名	$\theta°$	22.5	22.5	22.5	22.5	22.5	45	45	45	60	75
	$\phi°$	105	120	135	140	150	90	105	120	45	45
	回頭	R−R	R−R	R−R	R−R	R−R	L−R	L−R	L−L	L−R	L−R
	t_1 (sec)										
A_1	0	4.4	4.3	4.9	5.1	5.7	3.4	4.3	3.7	1.5	1.5
	2.8	4.5	4.5	5.2	5.5	6.0	3.7	4.5	3.8	1.6	1.6
	14	5.2	5.3	6.4	6.8	7.5	4.6	5.5	4.0	2.1	2.1
B_1	0	3.7	4.0	4.9	5.2	5.7	3.5	4.0	3.3	1.9	1.9
	2.5	3.8	4.3	5.3	5.5	6.1	3.8	5.0	3.5	2.1	2.1
	14	4.4	5.4	6.8	7.3	7.9	5.0	6.3	—	2.7	2.7
新「ことぶき」	0	3.4	3.5	4.2	4.4	4.9	3.0	3.5	3.0	1.5	1.5
	8.5	3.9	4.1	4.7	5.0	5.9	3.6	4.2	3.4	1.8	1.8
	14	4.2	5.8	5.5	5.9	6.6	4.0	4.7	3.6	2.0	2.0



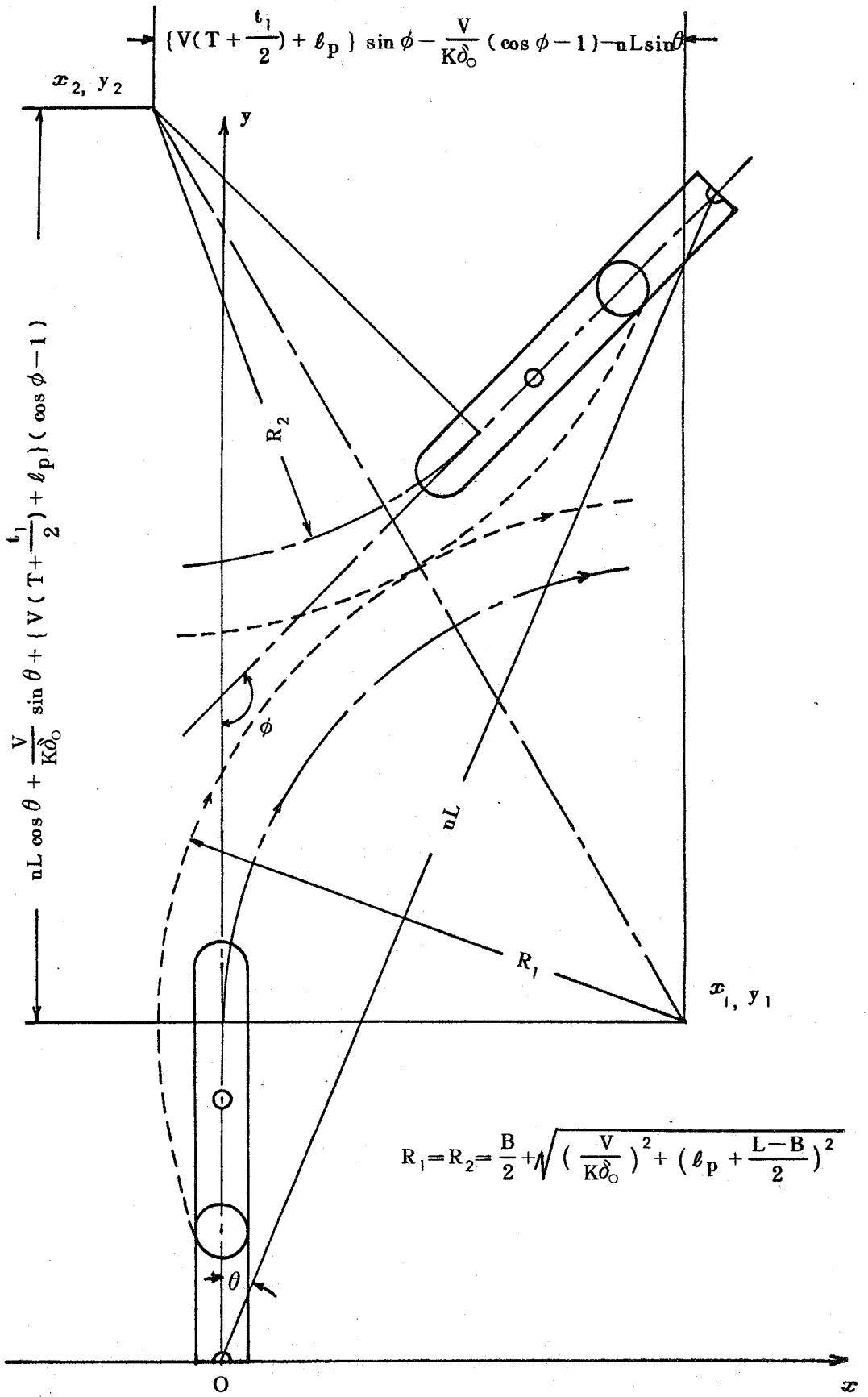
第4・1図　真向かいに行き会う場合



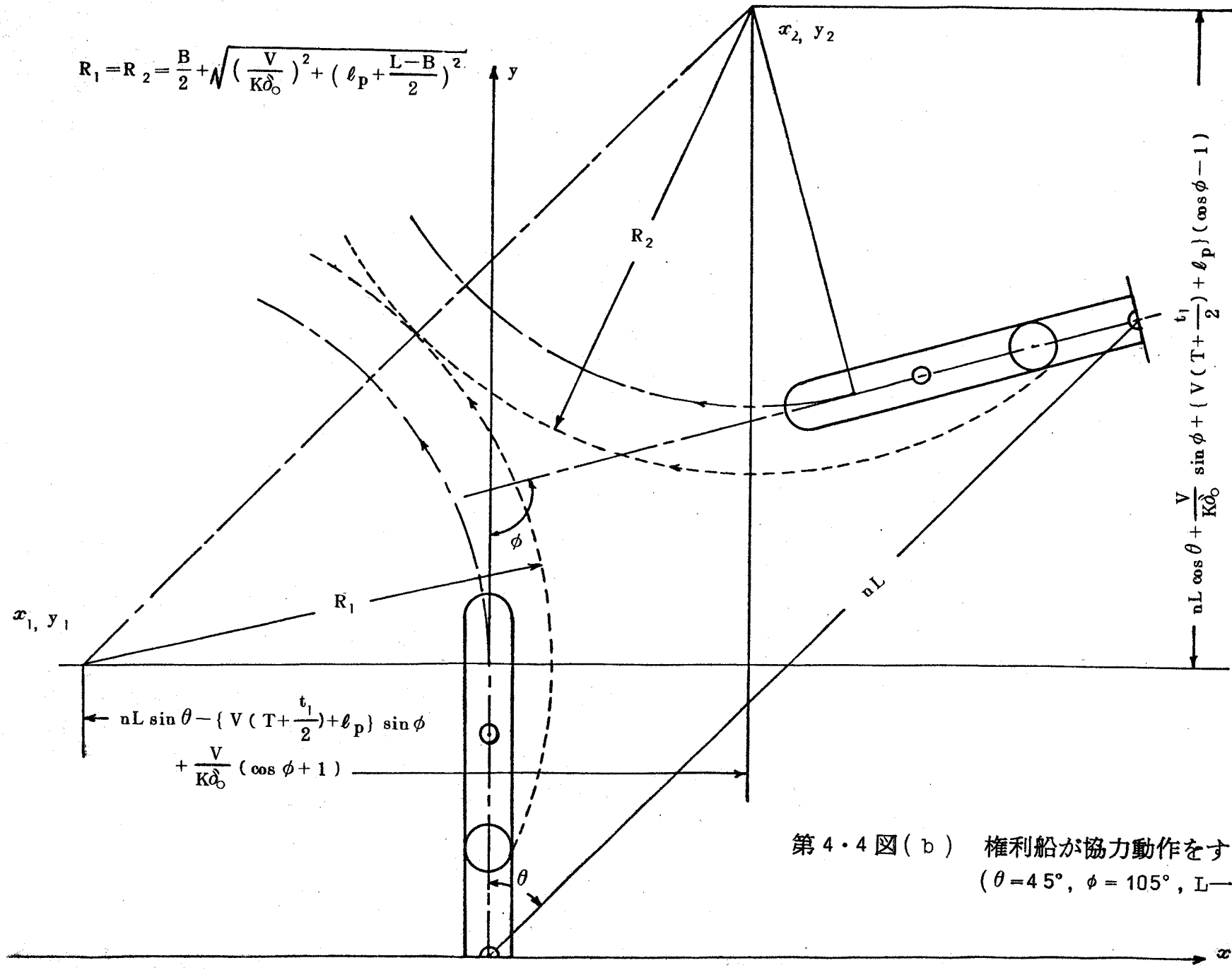
第4・2図　針路交角のある場合の基本的衝突状態



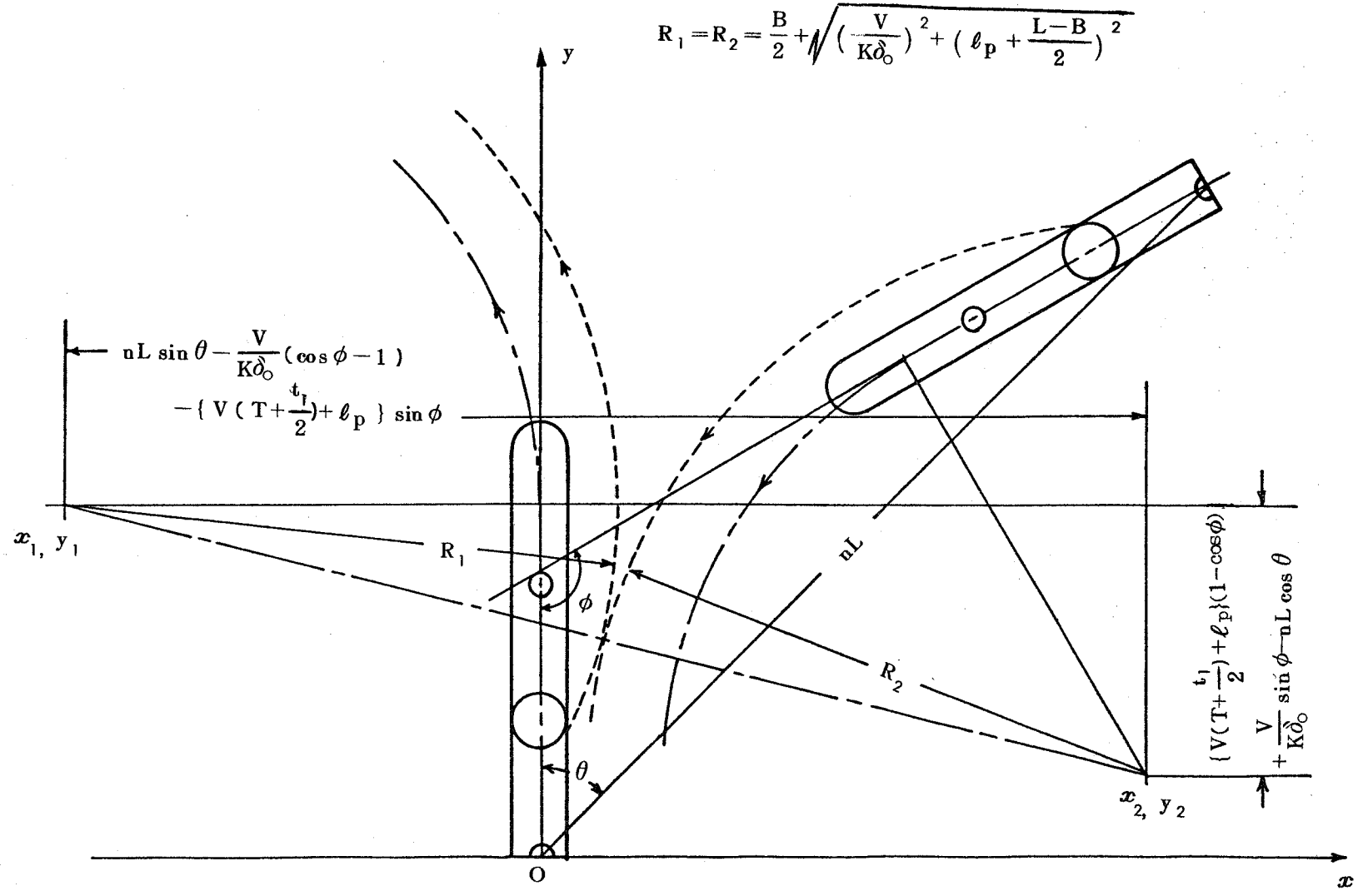
第4・3図　権利船が針路，速力を保持する場合



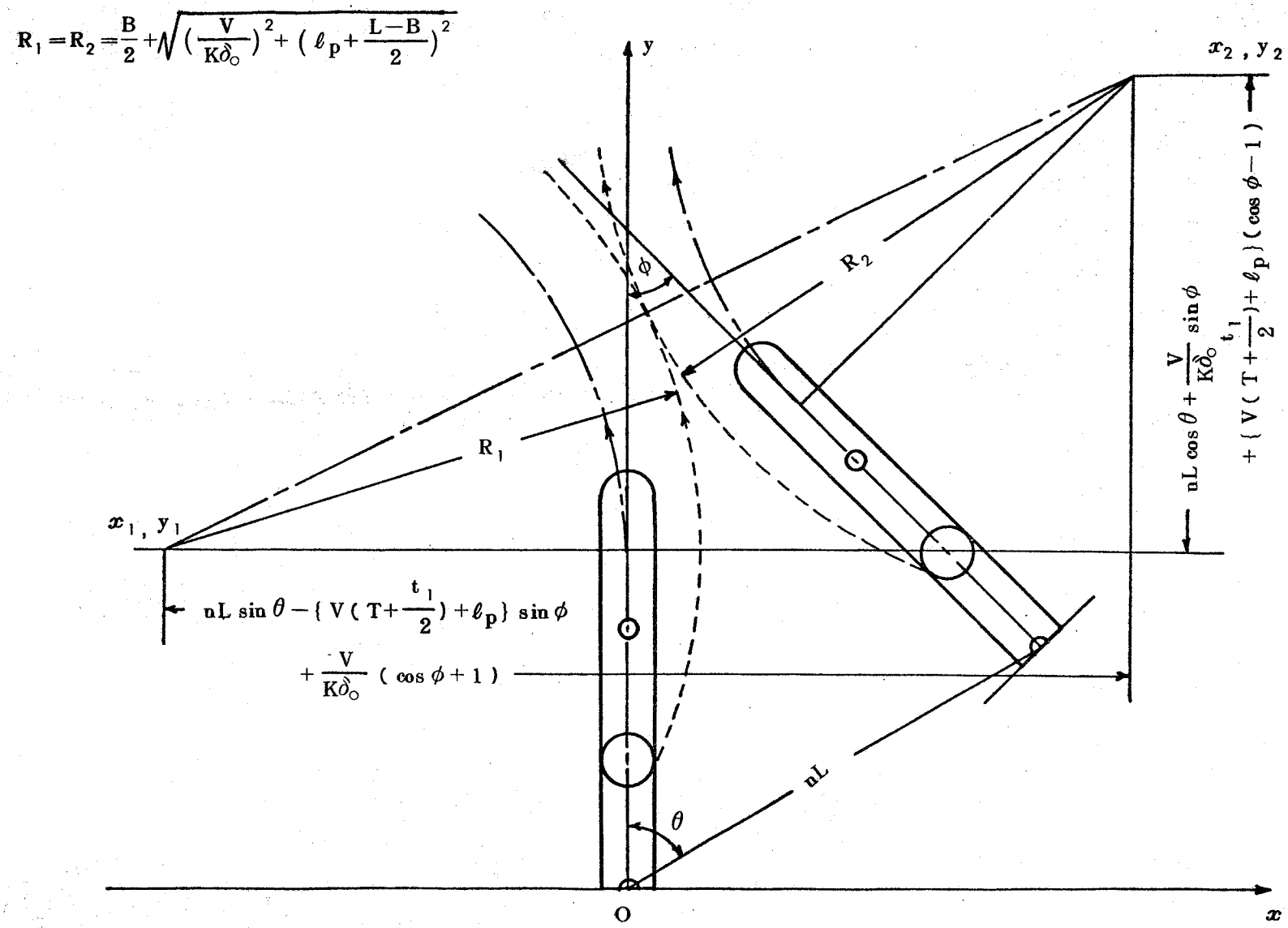
第4・4図(a)　権利船が協力動作をする場合($\theta=22.5°$, $\phi=135°$, R−R)



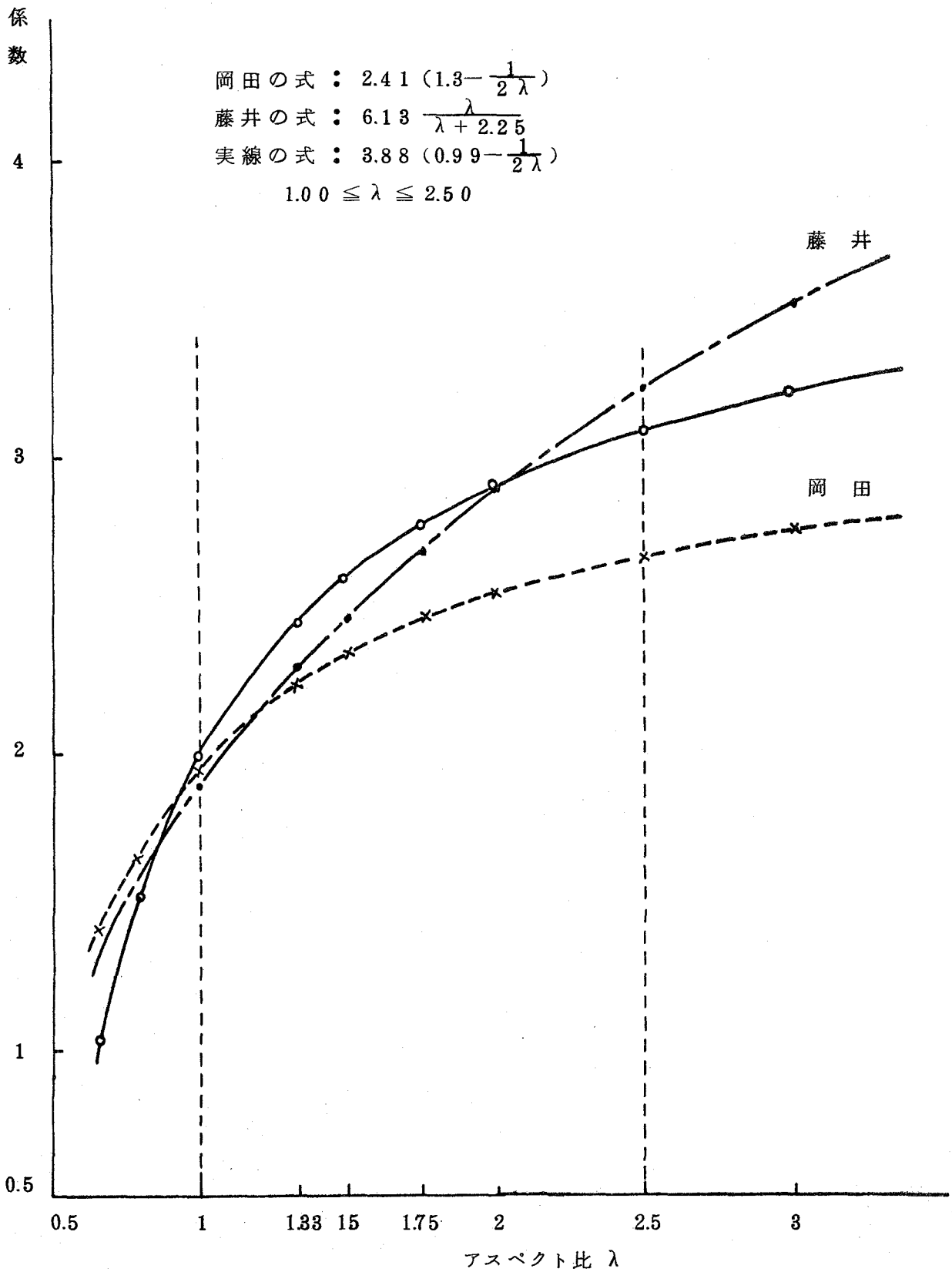
第4・4図(b)　権利船が協力動作をする場合
($\theta = 45°$, $\phi = 105°$, L—R)



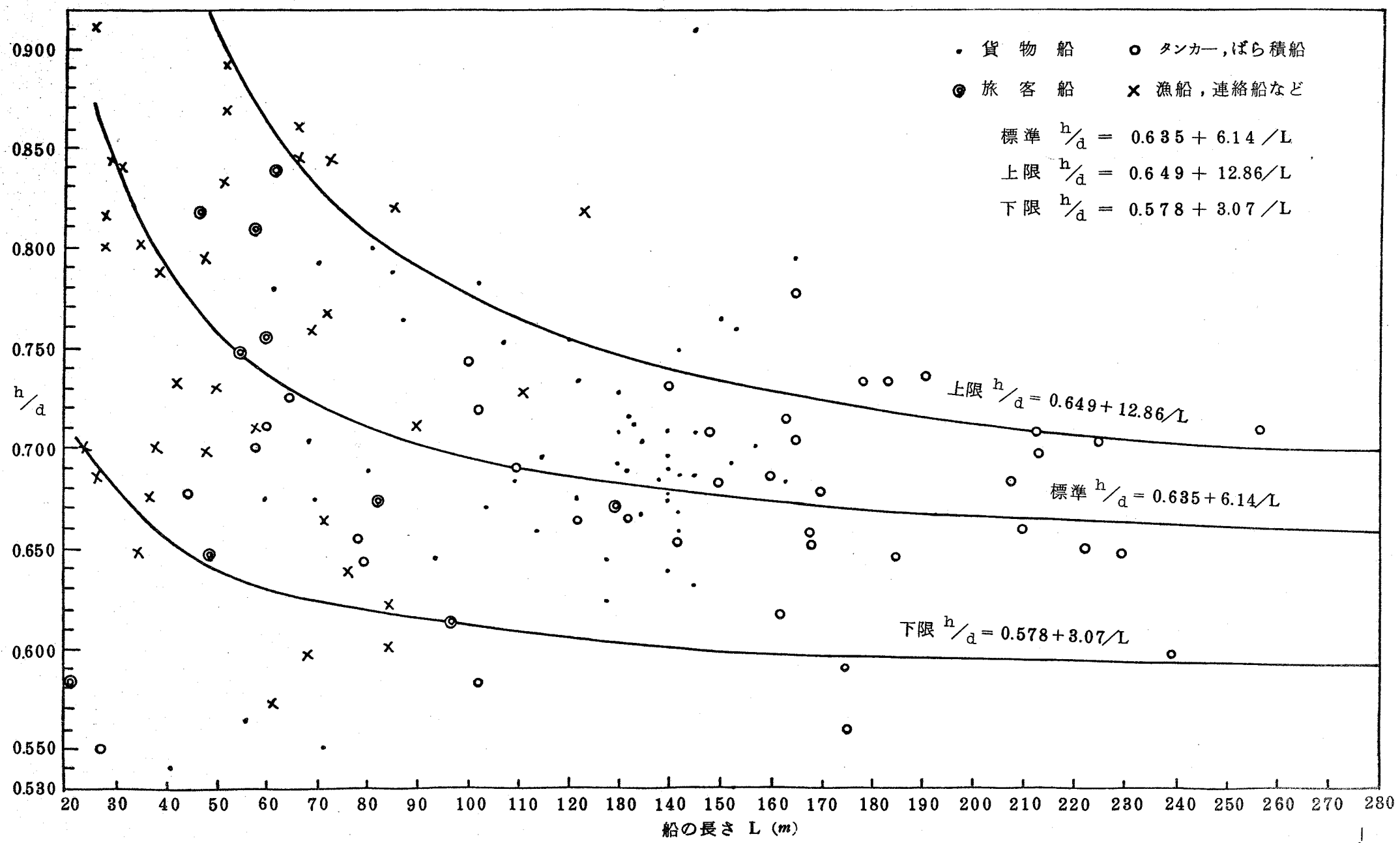
第4・4図(c)　権利船が協力動作をする場合(θ=45°, ϕ=120°, L−L)



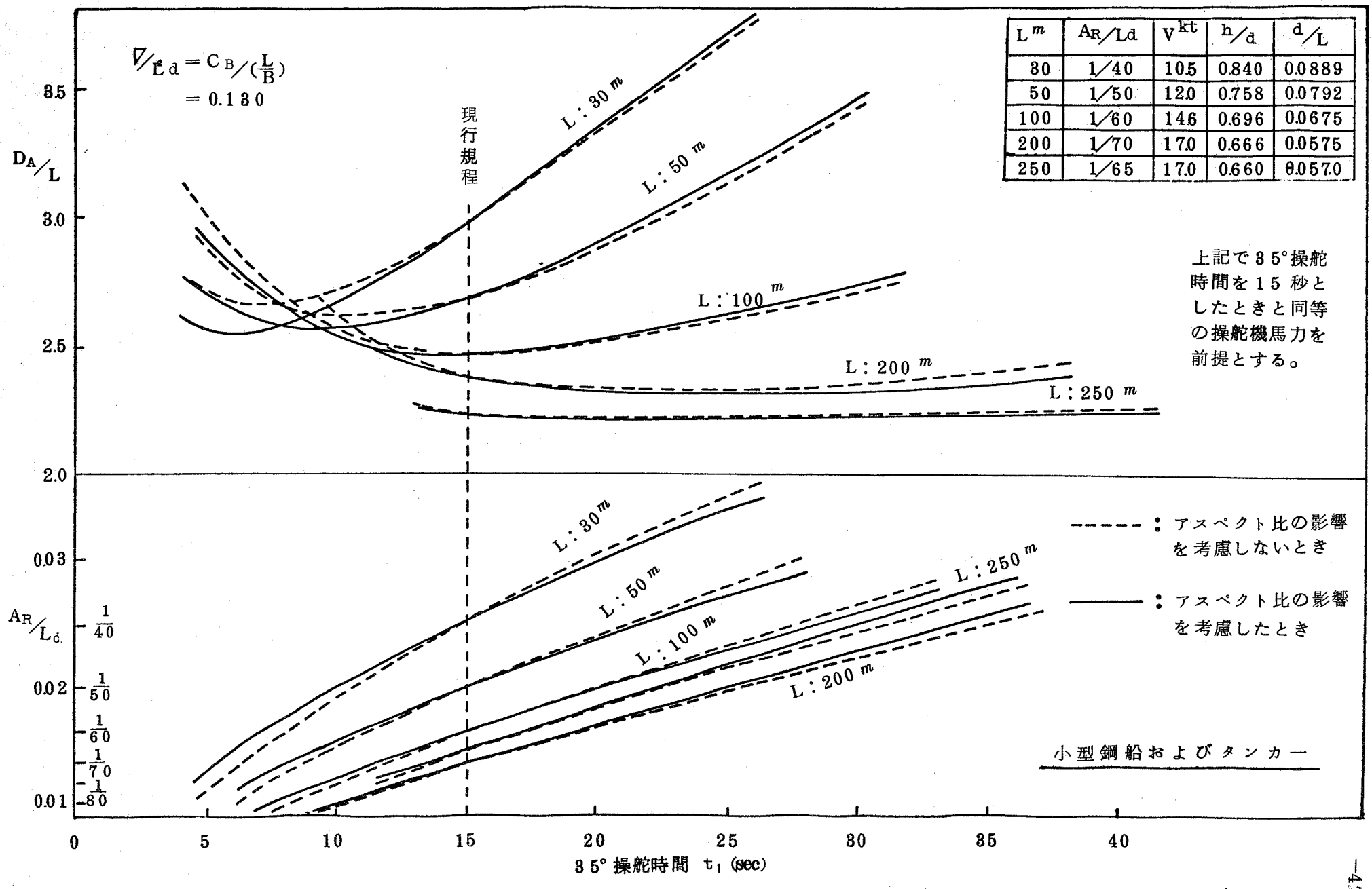
第4・4図(d)　権利船が協力動作をする場合($\theta=60°$, $\phi=45°$, L−R)



第5・1図　アスペクト比と直圧力の係数

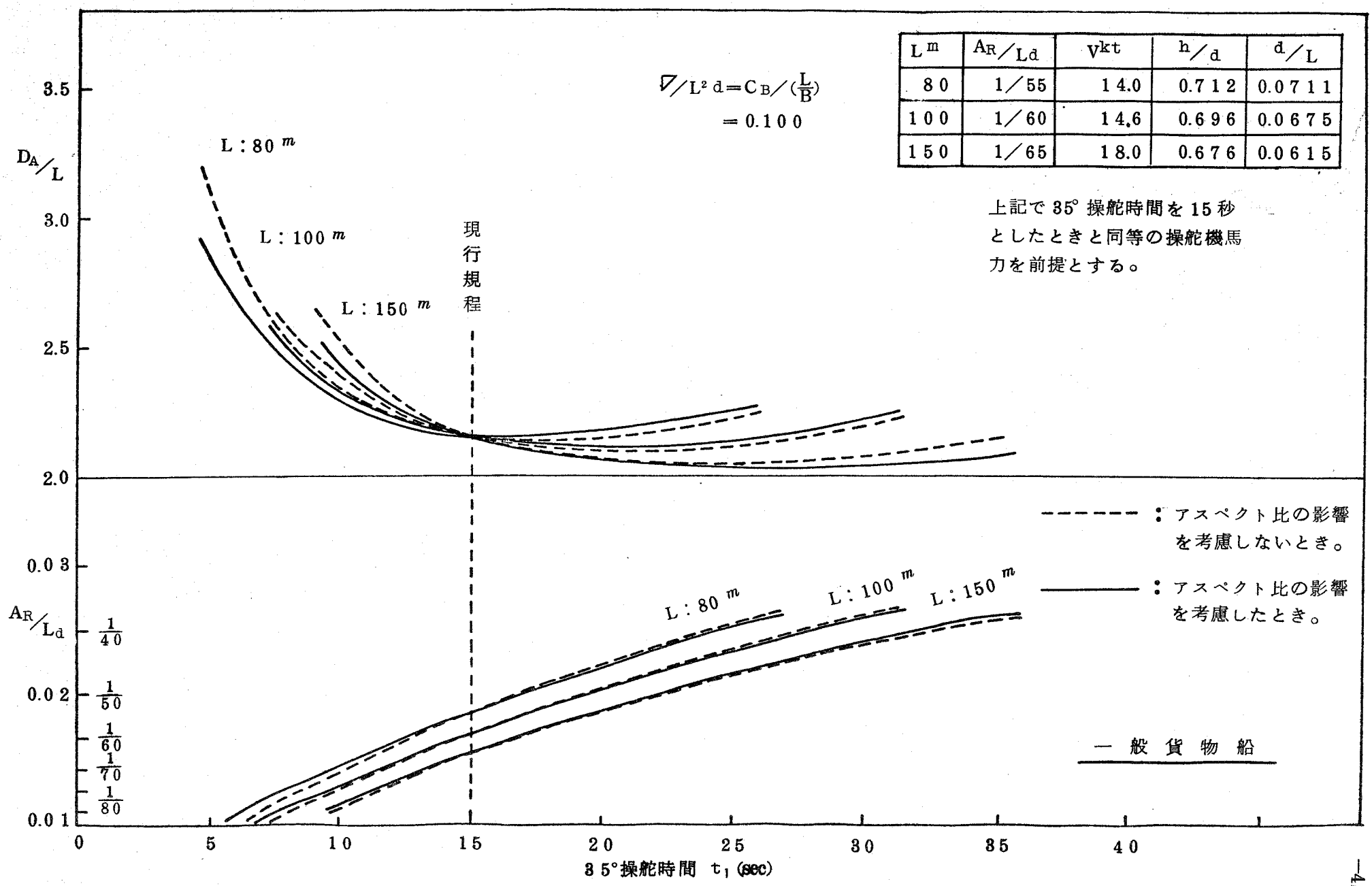


第5・2図　船の長さと吃水に対する舵高さの比との関係



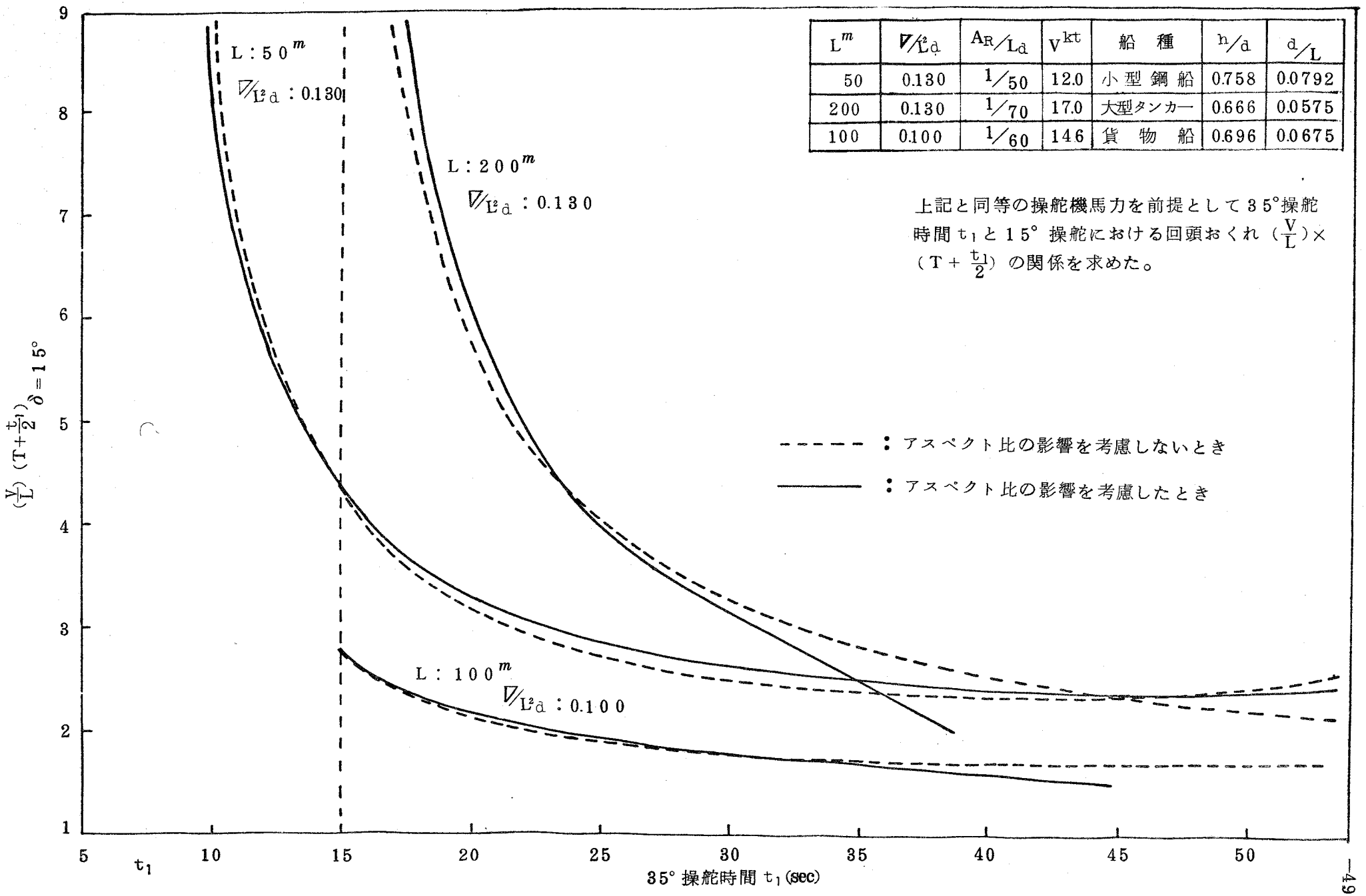
L m	AR/Ld	V kt	h/d	d/L
30	1/40	10.5	0.840	0.0889
50	1/50	12.0	0.758	0.0792
100	1/60	14.6	0.696	0.0675
200	1/70	17.0	0.666	0.0575
250	1/65	17.0	0.660	0.0570

第5・3図　操舵機馬力一定の条件下で操舵時間がアドバンスに及ぼす影響(小型鋼船およびタンカー)



L m	A_R/L_d	V kt	h/d	d/L
80	1/55	14.0	0.712	0.0711
100	1/60	14.6	0.696	0.0675
150	1/65	18.0	0.676	0.0615

第5・4図　操舵機馬力一定の条件下で操舵時間がアドバンスに及ぼす影響(一般貨物船)



L^m	∇/L^2d	A_R/Ld	V^{kt}	船　種	h/d	d/L
50	0.130	1/50	12.0	小型鋼船	0.758	0.0792
200	0.130	1/70	17.0	大型タンカー	0.666	0.0575
100	0.100	1/60	146	貨物船	0.696	0.0675

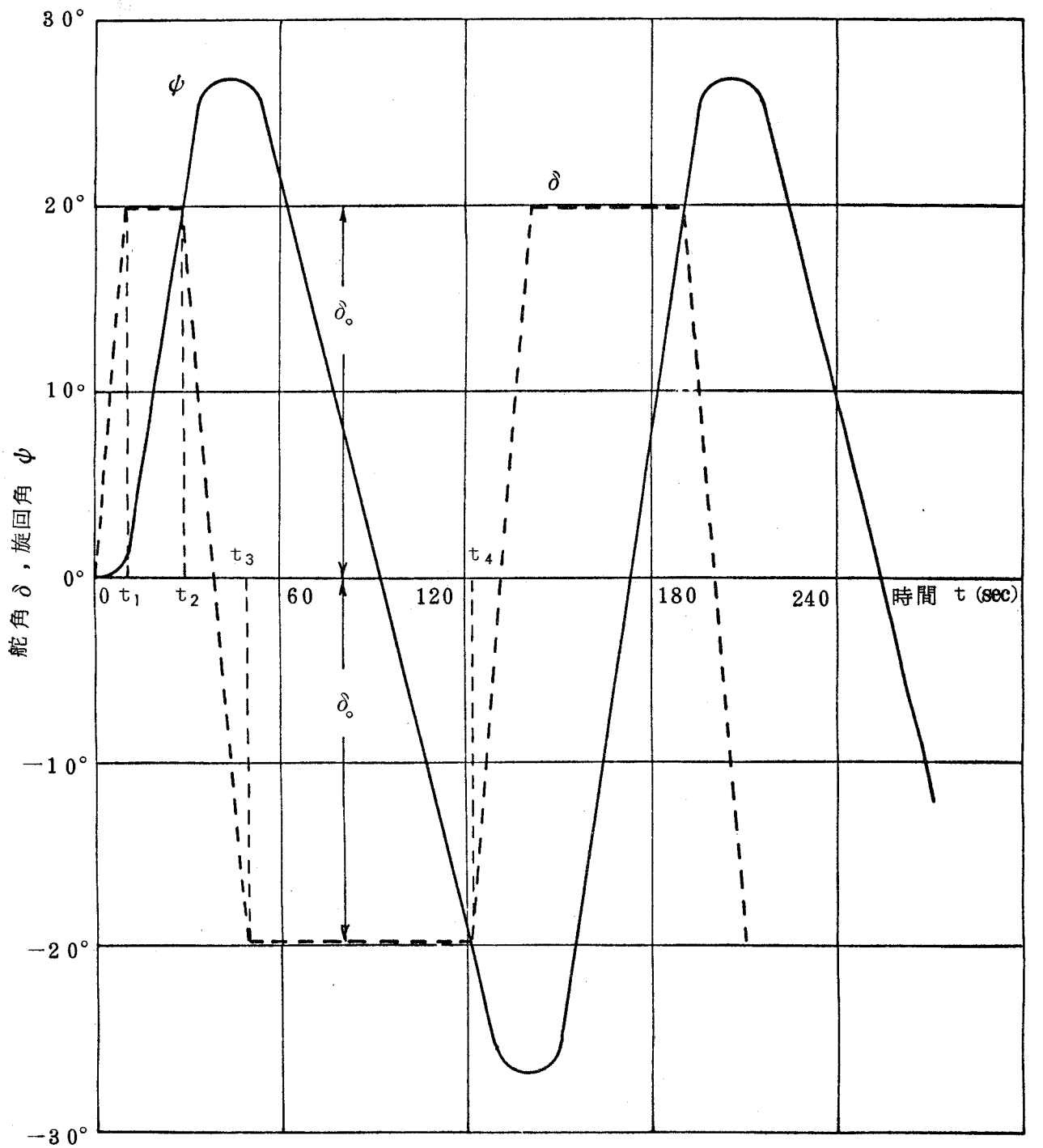
第5・5図　操舵機馬力一定の条件下で操舵時間が回頭遅れに及ぼす影響

第 6・1 表　記述関数法によるＴ，Ｋの概算値

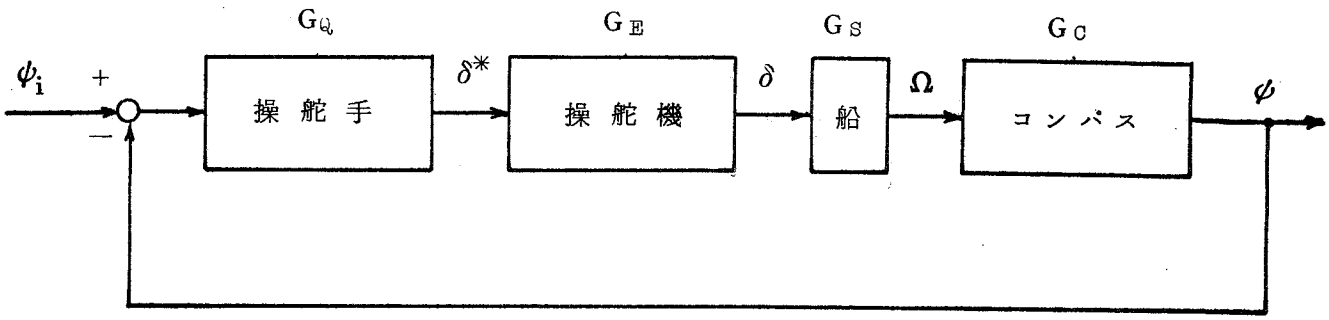
船名	舵角 $\delta_0(=h')$	旋回角 ψ_0	周期 T_0 (Sec)	転舵所要時間 t_1 (Sec)	遅れ角 μ	$\frac{\pi}{4}\frac{\psi_0}{\delta_0}\frac{\mu}{\sin\mu}$	$\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0}$	$(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0})+\mu$	$(\sin^{-1}\frac{h'}{\psi_0})+\mu-180°$	概算値	
										T_1 (Sec)	K_1 (1/Sec)
A_2	16°	21°	120	5	15°5′	1.04	49°32′	64°37′	−115°23′	9.0	0.0612
B_2	20°	33°	226	6	9°34′	1.30	37°18′	46°52′	−133°8′	33.7	0.0495
C	30°	66°	112.5	10.5	33°30′	1.83	27°1′	60°31′	−119°29′	9.7	0.116
D	20°	26°	160	6	13°30′	1.03	50°22′	63°52′	−116°8′	12.5	0.0451

第6・2表　位相面法によるT，Kの値

船名	概算値		転舵終了時の旋回角度 ψ_2	転舵開始時の旋回角速度 $\dot{\psi}_{②}$ (deg/sec)	周期 T_0 (sec)	x_1	x_2	$\dot{x}_{②}$	$\tau_{ⓜ}$	T (sec)	K (1/sec)
	T_1 (sec)	K_1 (1/sec)									
A_2	9.0	0.0612	21°	0.83	120	1.81	2.39	0.995	3.6	8.3	0.0503
B_2	33.7	0.0495	28.5°	0.94	226	0.60	0.86	0.93	1.87	30.0	0.0506
C	9.7	0.116	66°	3.89	112.5	0.89	1.95	0.975	2.8	11.0	0.133
D	12.5	0.0451	26°	0.30	160	1.78	2.31	0.995	3.3	12.1	0.0402



第6・1図　Z 操縦試験記録

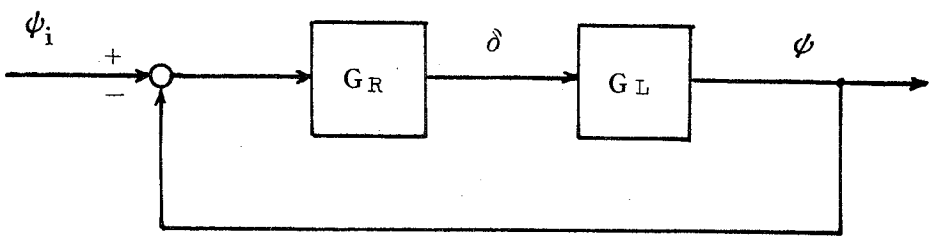


ψ_i：指示コース　ψ：実際コース　δ^*：指示舵角　δ：実際舵角

Ω：旋回角速度　G_Q：操舵手伝達関数　G_E：操舵機伝達関数

G_S：船の伝達関数　G_C：コンパスの伝達関数

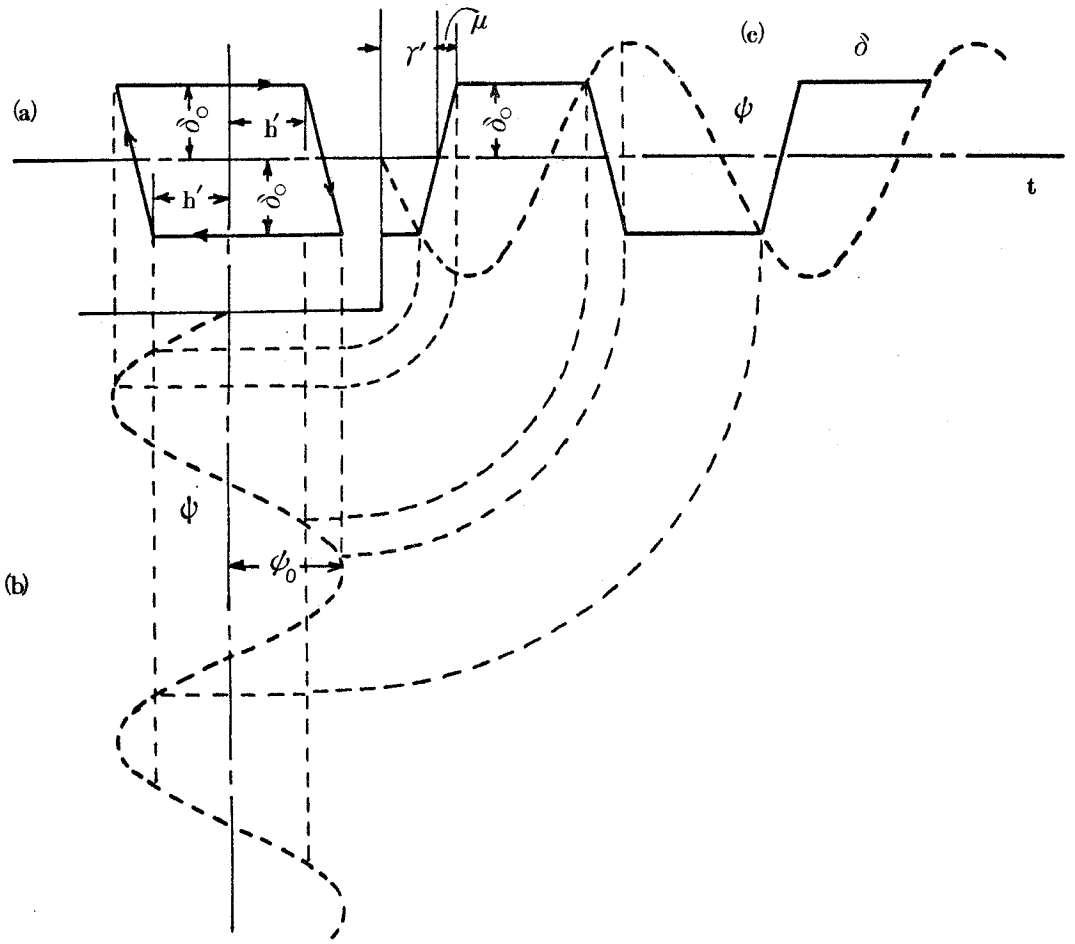
第6・2図　手　動　操　縦　系



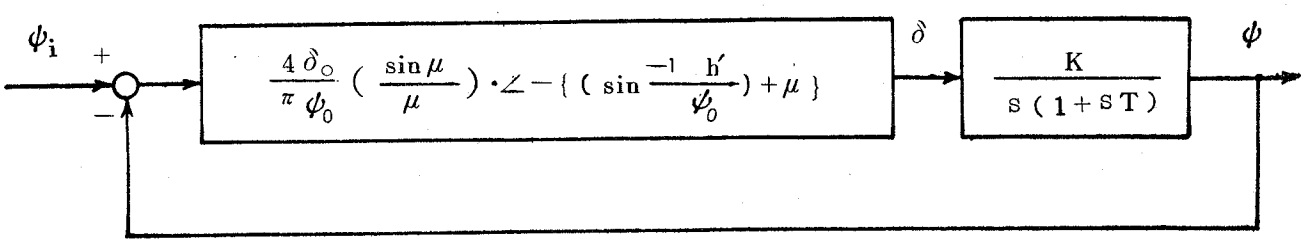
$G_R = G_Q \cdot G_E$：非線形要素伝達関数

$G_L = G_S \cdot G_C$：線形要素伝達関数

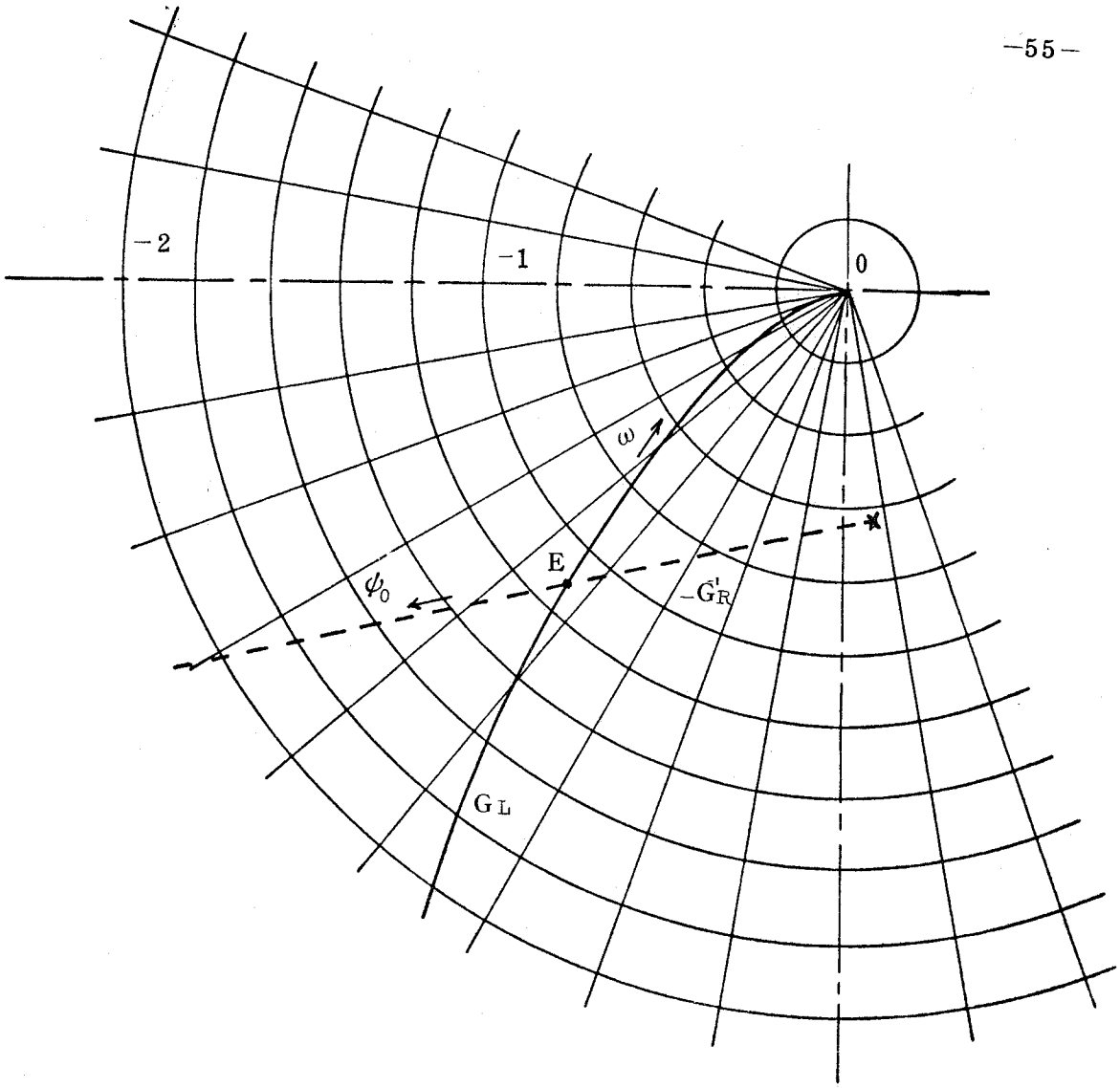
第6・3図　線形，非線形伝達関数の分離



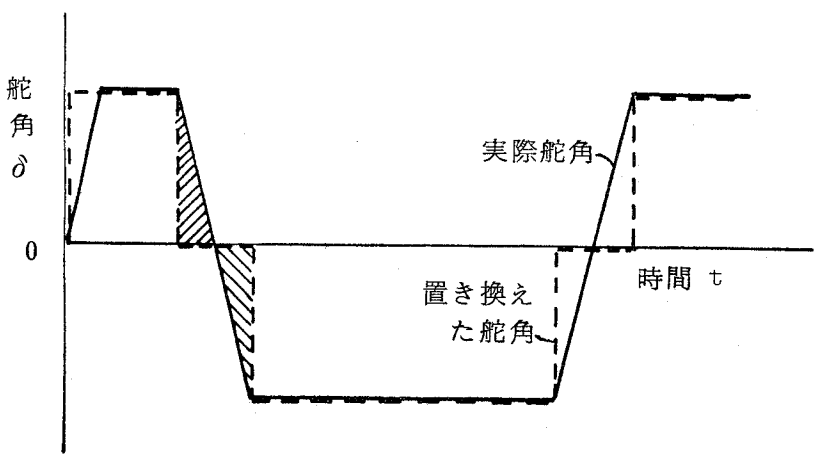
第6・4図　非線形要素の入出力の関係



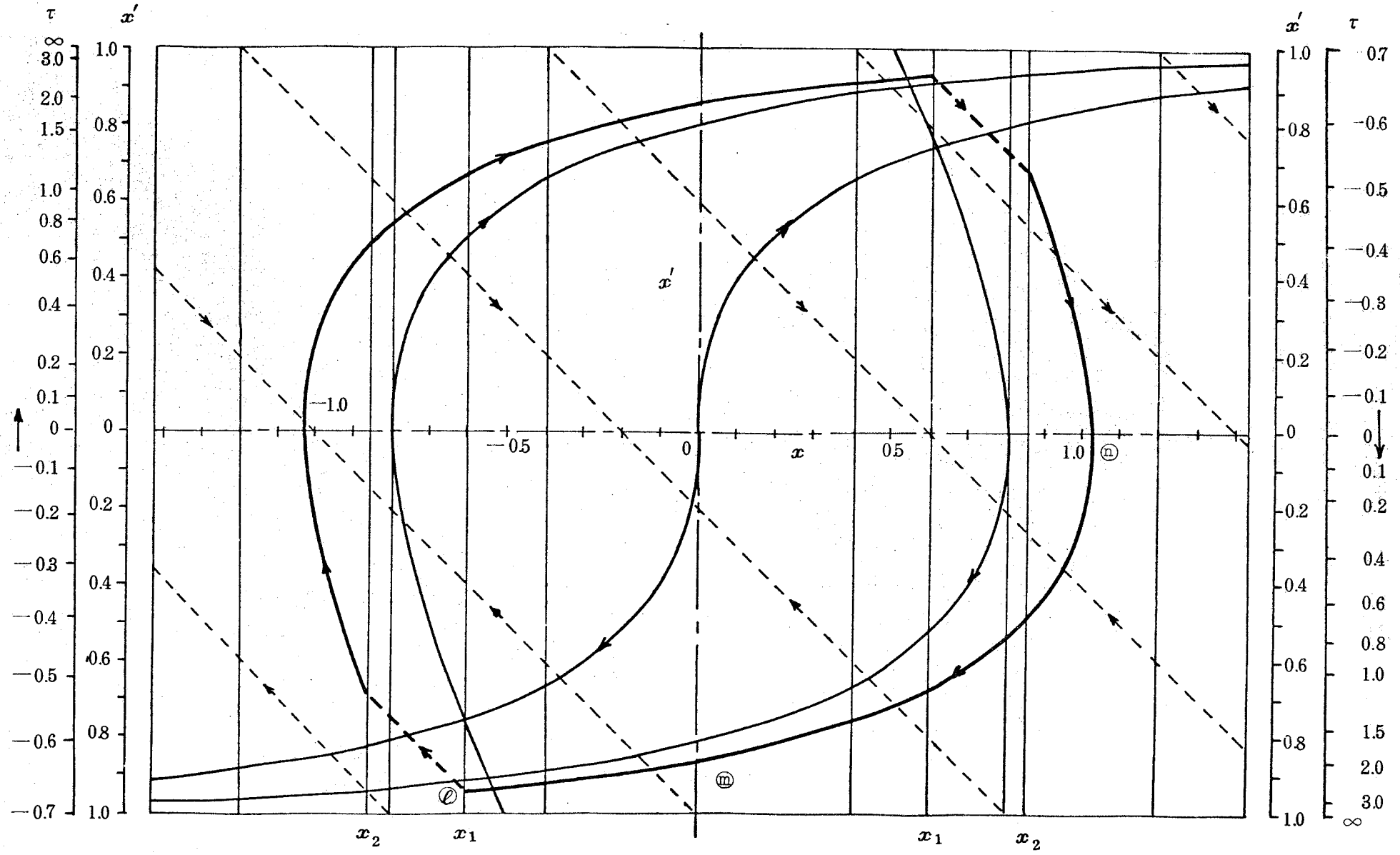
第6・5図　非線形伝達関数と線形伝達関数



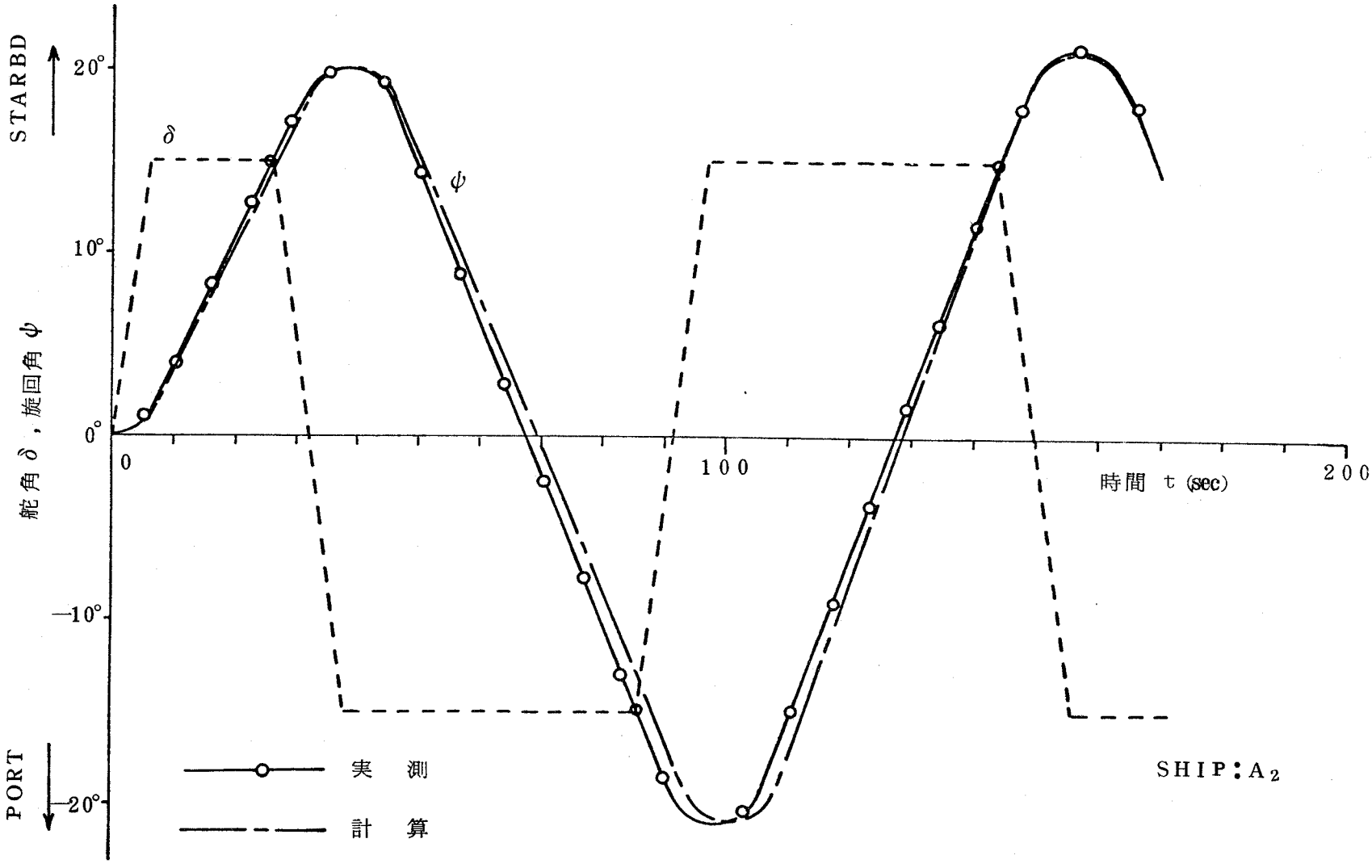
第6・6図　極線図上の伝達関数軌跡



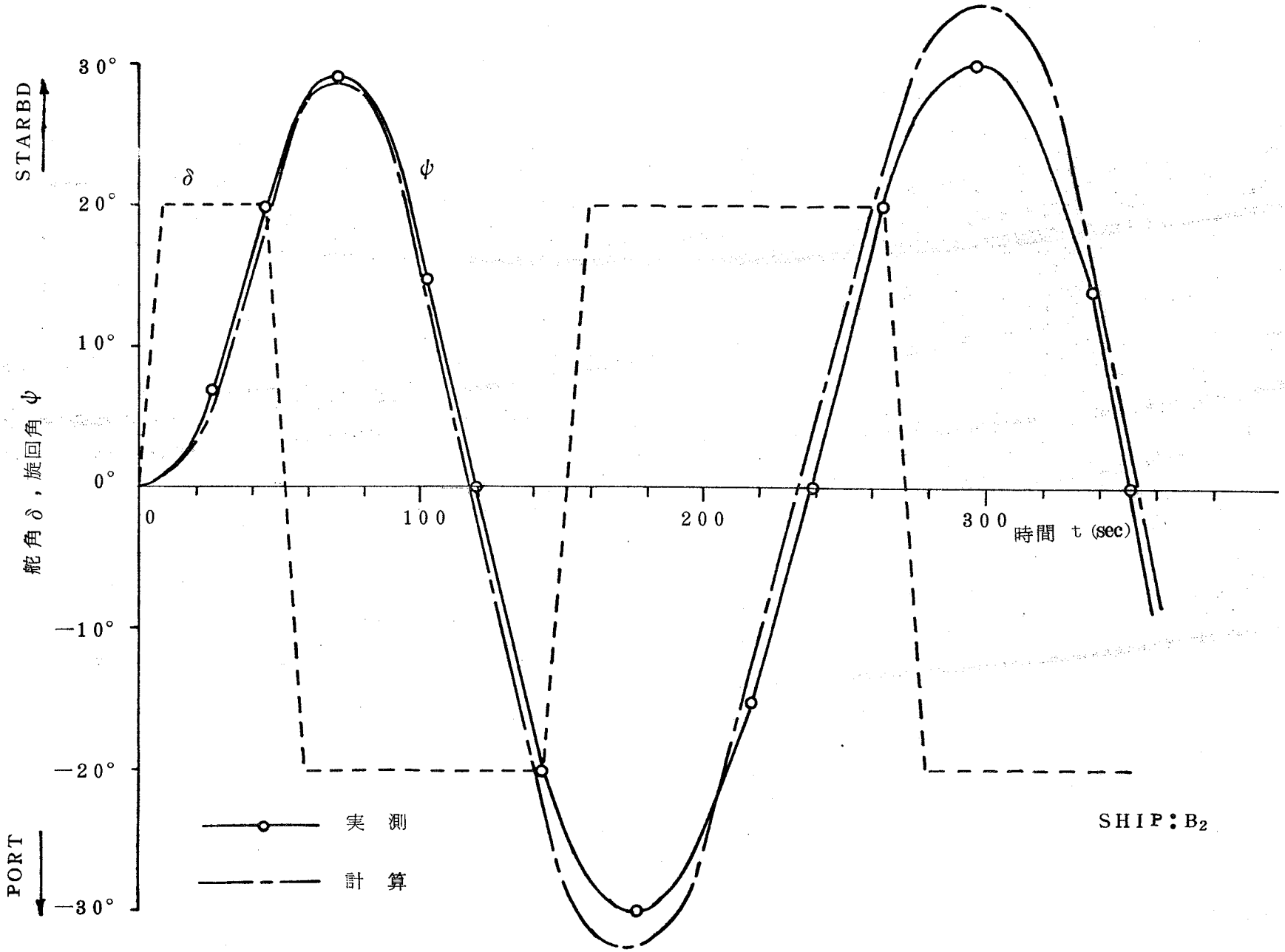
第6・7図　操舵の近似置き換え



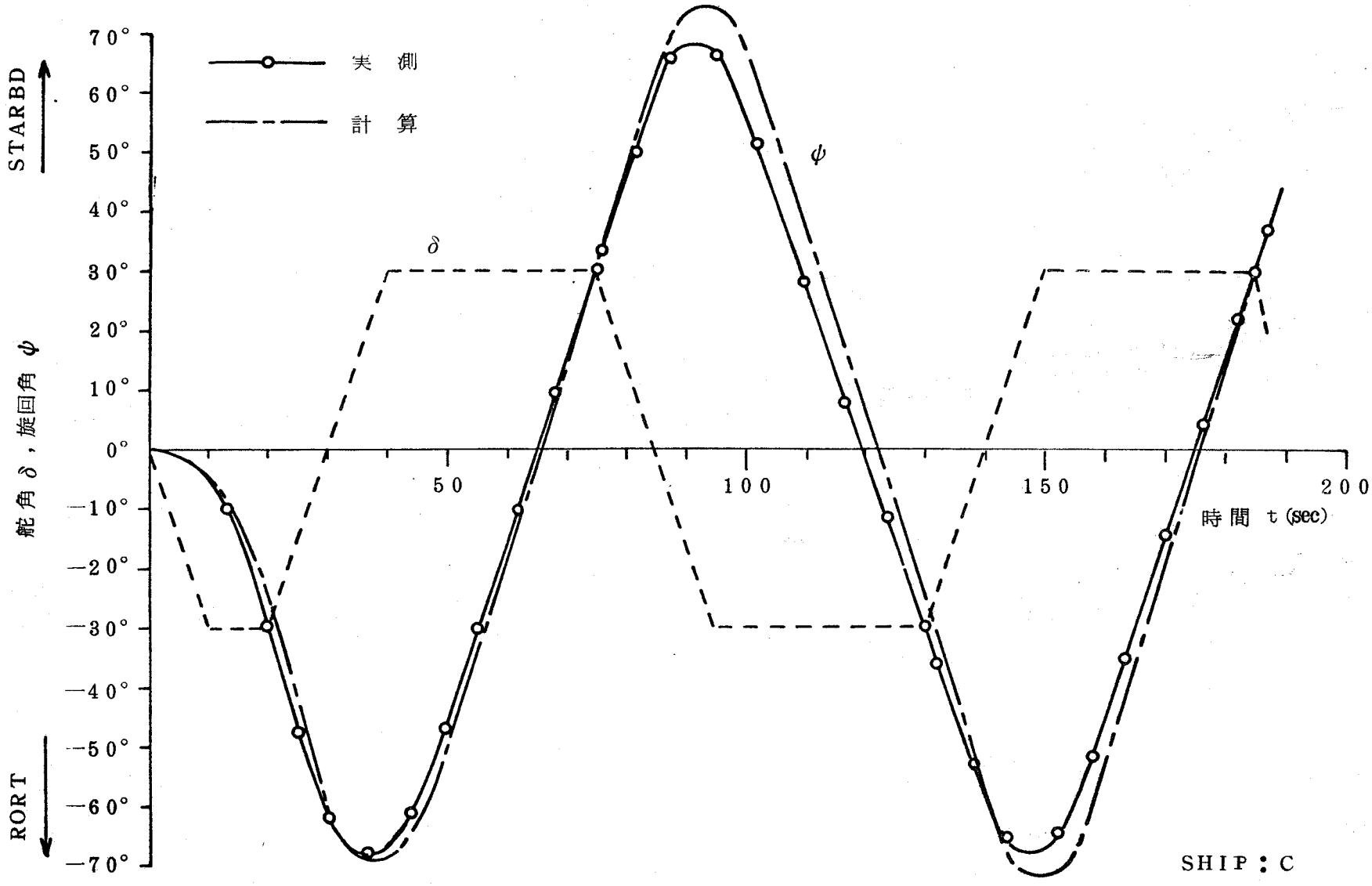
第6・8図　位相面上でのリミットサイクル



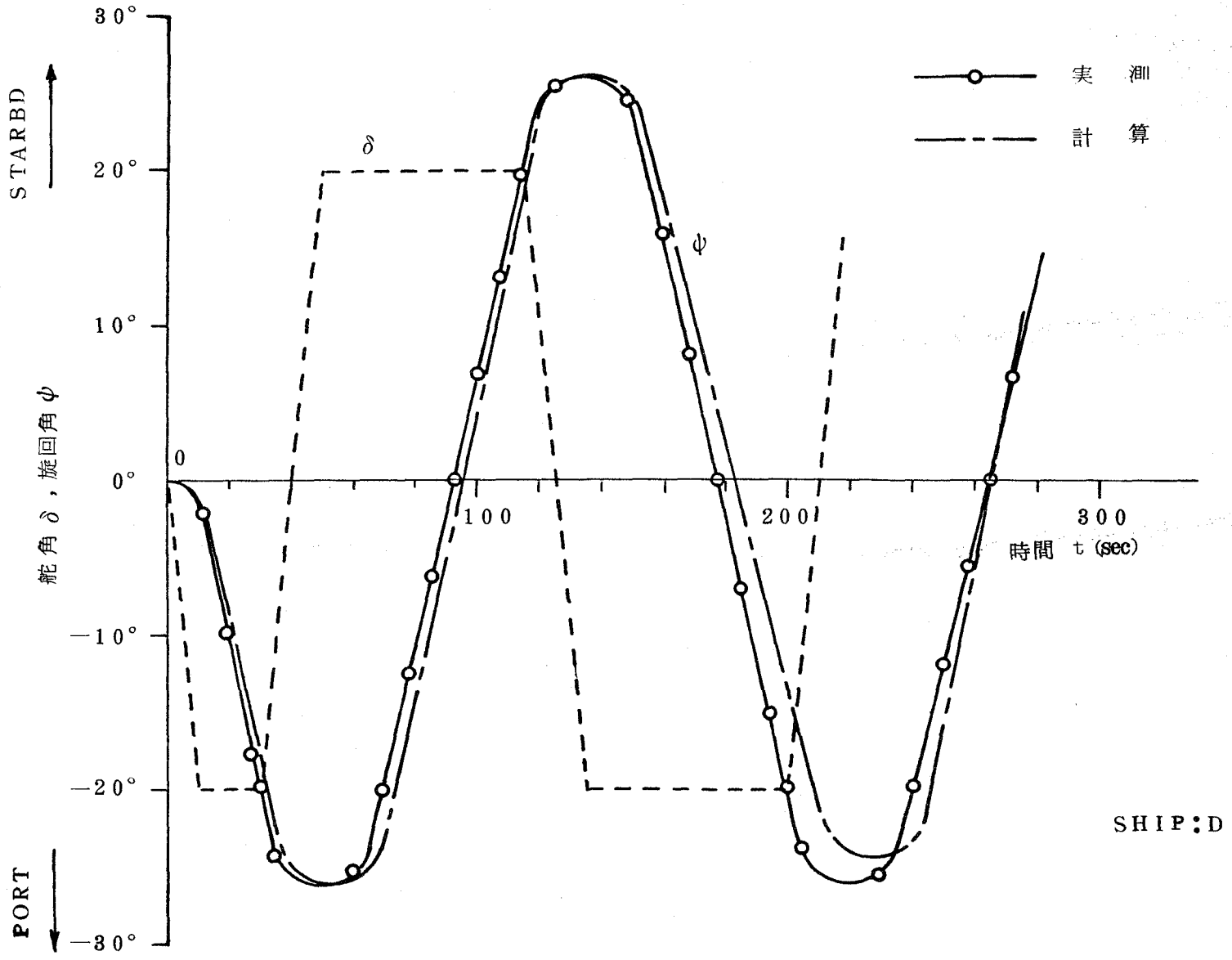
第6・9図(a)　Z操縦試験の実測値と計算値との比較



第6・9図(b)　Z操縦試験の実測値と計算値との比較



第6・9図(c)　Z操縦試験の実測値と計算値との比較



第6・9図(d)　Z操縦試験の実測値と計算値との比較