



Title	X線スペクトルに関するクーレンアンプの式の補正について
Author(s)	鈴木, 正吾
Citation	日本医学放射線学会雑誌. 1969, 29(5), p. 535-539
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/19065
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

X線スペクトルに関するクーレンアンプの 式の補正について

東北大学医学部放射線医学教室 (主任 星野文彦教授)

鈴木正吾

(昭和43年12月12日受付)

Correction of Kulenkampff's Equation for X-Ray Spectrum

By

Shogo Suzuki

Department of Radiology, Faculty of Medicine, University of Tohoku

(Director: Prof. F. Hosino)

Kulenkampff solved empirical equation of X-ray spectral energy distribution in 1922. That equation is as follows.

$$I_{\lambda} = aZ \left\{ \left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda} + bZ \right) \right\} \frac{1}{\lambda_0}$$

Today, we are using often this equation. However, this equation is not in conformity with true X-ray spectrum, because, absorption curves of calculated values by Kulenkampff's equation donot agree between absorption curves by measurement and Radiation physics Laboratory in N.B.S., now, that non agreement is corrected by a compensate of 2nd part of Kulenkampff's equation. And, corrected Kulenkampff's equation of X-ray energy spectram is as follows.

$$I_{\lambda} = aZ \left\{ \frac{3}{2} \frac{1}{\lambda_0} - \left(\frac{1}{\lambda} + 0.660 \right) \right\} \frac{1}{\lambda_0}$$

Calculated absorption curves by this equation have almost no difference between them.

I. 緒言

X線撮影に関する諸問題の理論的な解析には、X線管より発生するX線スペクトル分布を必要とすることが多く、その分布を表わした数式が特に重要である。Greening等¹⁾²⁾³⁾は減弱曲線を基に、ラプラス変換の手法を用いてスペクトル分布を求めたが、その数式化は行っていない。スペクトル分布の数式化されたものとしては、Heitler⁴⁾により量子論を用いて計算されているが、適用エネルギーが大きすぎる。また古くは、Kramer⁵⁾によつて算出されたもの、あるいはKulenkampff⁶⁾により実験式として求められたものがある。これは

数式が簡単で計算に有利であること、その他にあまり適当な式がないこと等で、現在もしばしばこのKulenkampffの式が使用されている。しかしこの式の導出した実験の内容を検討してみれば、X線管電圧が7~12KVの範囲で行われており、現在診断等で使用されている数10KV~100KV前後のX線管電圧のスペクトルに適用出来るかどうか、はなはだ疑問である。適用の可否を決める方法としていくつか考えられるが、ここではKulenkampffの式から計算によつて求めた減弱曲線と測定値およびN.B.S.のRadiation Physics Laboratoryで測定された減弱曲線⁷⁾とを比較検討す

ることによつて行い、その補正式を導くことを試みた。

II. 実験方法及び結果

1) Kulenkampff の式の適否

Kulenkampff の実験によれば、振動数が ν から $\nu+d\nu$ の間にある X 線の強度 I_ν は式 (1) で与えられる。

$$I_\nu d\nu = a \left\{ Z(\nu_0 - \nu) + bZ^2 \right\} d\nu \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 a, b は定数、 $b = 0.025$ 、 ν_0 は最大振動数、 Z は対陰極の原子番号である。

波長分布に変換すれば式 (2) が得られる。

$$I_\lambda d_\lambda = ac \left\{ Zc \left(\frac{1}{\lambda_0 \lambda^2} - \frac{1}{\lambda^3} \right) + \frac{bZ^2}{\lambda^2} \right\} d\lambda \dots \dots \dots (2)$$

式 (1) および (2) の積分値は X 線の発生エネルギーを表す。ところが我々はエネルギー測定は困難であるが、線量測定は容易である。そこで式 (2) を線量分布に変換した方が都合がよい。線量分布に変換するには、空気のエネルギ-吸収係数 ($a\mu_\lambda$) を式 (2) に乗じて線量-波長分布の式、式 (3) が得られる。

$$I_{D_\lambda} d_\lambda = kac \cdot a\mu_\lambda \left\{ Zc \left(\frac{1}{\lambda_0 \lambda^2} - \frac{1}{\lambda^3} \right) + \frac{bZ^2}{\lambda^2} \right\} d\lambda$$

$$= a\mu_\lambda \left\{ A \left(\frac{1}{\lambda_0 \lambda^2} - \frac{1}{\lambda^3} \right) + B \frac{1}{\lambda^2} \right\} d\lambda \dots \dots \dots (3)$$

ただし、 $A = kZac^2$ 、 $B = kacbZ^2$ である。したがつて発生線量 D_0 は式 (3) を積分することによつて得られる。また吸収物体の厚さ x を透過した後の線量 D_x は式 (5) で与えられる。

$$D_0 = \int_{\lambda_0}^{\infty} I_{D_\lambda} d\lambda \dots \dots \dots (4)$$

$$D_x = \int_{\lambda_0}^{\infty} I_{D_\lambda} \cdot \exp(-\mu_\lambda \cdot x) d\lambda \dots \dots \dots (5)$$

ただし、 μ_λ は波長 λ における吸収物体の吸収係数である。 $a\mu_\lambda$ 、 μ_λ の値はデータブック⁸⁾の値を使用した。

式 (3) の定数 A, B 間には $A \gg B$ なる関係があるので、式 (3) の第 2 項は無視出来て、式 (6) を得ることが出来る。

$$D_x = K \int_{\lambda_0}^{\infty} a\mu_\lambda \left(\frac{1}{\lambda_0 \lambda^2} - \frac{1}{\lambda^3} \right) \cdot \exp(-\mu_\lambda \cdot x) \cdot d\lambda \dots \dots \dots (6)$$

$$x) d\lambda \dots \dots \dots (6)$$

Kulenkampff の式による減弱曲線の計算には式 (6) を用いて、図形積分を行うことにより求めた。

一方、減弱曲線の測定には、線量計として、Victoreen γ -Meter, chamber は No. - 130 を使用した。X 線発生装置は KXO-8 型を使用し、 $0.5\mu F$ のコンデンサ 2 個を直列にしたものを X 線管と並列に接続して、X 線管電圧波形を完全な定電圧にしている。X 線管のガラスと等質のガラスフィルタを用いて測定した減弱曲線とアルミニウムを用いたそれとを比較して、Table 1 のごとく各電圧におけるガラスの Al 当量を得た。X 線管の厚さは 1.5mm 前後であることから、その Al 当量は 1mm とした。線量測定距離は 1m、吸収物体は Al を使用し、散乱線を除くため、X 線管

Table 1. Aluminium Equivalents of glass of X-ray tube

Tention of X-ray tube (constant potential, KV)	mmAL
40	0.7
50	0.7
60	0.8
70	0.8
80	0.9
90	0.9

Fig. 1. Schema of apparatus for measurement of absorption curves.

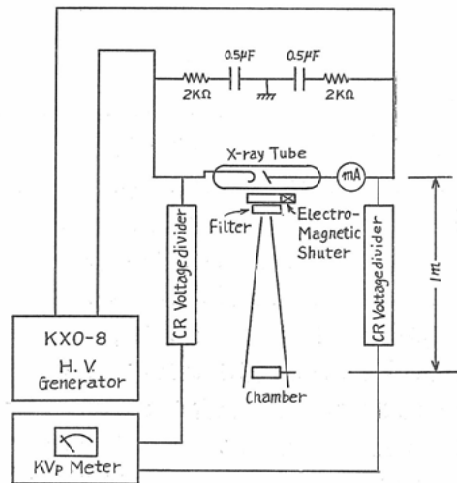
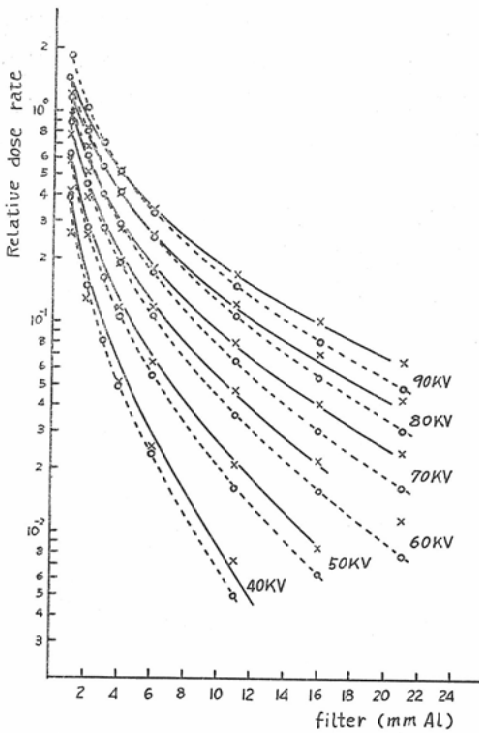


Fig. 2. Comparison between absorption curves by Kulenkampff's equation (o), measured (x) and N.B.S.-R.P.L. () .



球に出来るだけ近づけた。定電圧を得るために、二次側にコンデンサが入っているので、X線照射時間の制御は従来の一次側の制御では困難であり、X線放射口にあらかじめ校正された電子管タイマと組合せられた電磁シャッターを用いて行つた。X線管電圧の測定には波高電圧計⁹⁾を用い、管電流(2mA一定)の測定にはmA計を陽極側に直接接続して、漏洩電流等の誤差をさけた。これらを Fig.1 に示す。

Kulenkampff の式による計算値 (○印)、測定値 (×印) および N.B.S. の減弱曲線を実線で示すと、Fig 2 のごとくなる。

Fig 2 によれば、Kulenkampff の式により求めた減弱曲線は、測定値および N.B.S. のそれよりも減衰が大きく、管電圧が大きくなる程その傾向は著しい。すなわち線質的に云えば軟いことを示している。このことから Kulenkampff の式はこのままの形では実際のスペクトル分布を適切に表

現していないことになり、X線管より発生するスペクトルは短波長側がもつと多く含まれているものと思われる。

2) Kulenkampff の式の補正

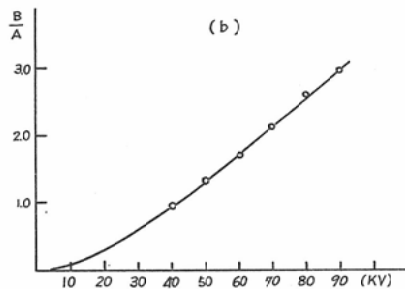
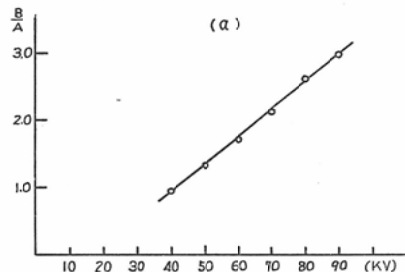
Kulenkampff の式が実際のスペクトルに合う様にするためには、もつと短波長側が大きくなければならないことが解つた。そこで式 (3)の第二項が第一項に比べて無視出来ない大きさであると仮定するならば、実際のスペクトルに合う補正式を得ることが出来る。ここで式 (3)を式 (7)に変形し A/B の値がいかなる値を取れば、各電圧とも減弱曲線が合致するかを検討した。

$$I_{D_2}d\lambda = \mu_2 A \left\{ \left(\frac{1}{\lambda_0 \lambda^2} - \frac{1}{\lambda^3} \right) + \frac{B}{A} \frac{1}{\lambda^2} \right\} d\lambda \dots (7)$$

B/A の各電圧に対する値は Table 2 のごとく得られ、その近似式は式 (8), (9)として得られた (Fig. 3)。

Fig. 3. Apprximate equation of B/A.

- (a). $\frac{B}{A} = 0.0400 (KV) - 0.660$
- (b). $\frac{B}{A} = 0.00602 (KV)^{1.38}$



$$\frac{B}{A} = 0.0400(KV) - 0.660 \dots (8)$$

$$\frac{B}{A} = 0.00602 (KV)^{1.38} \dots (9)$$

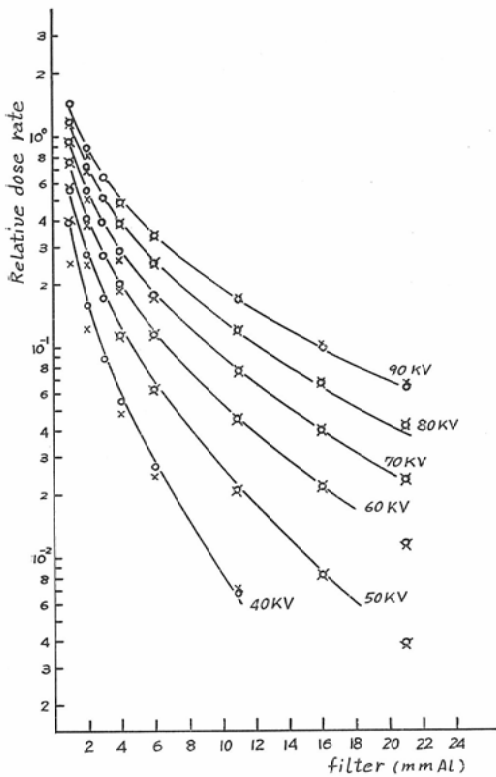
式 (8), (9)での計算値も Table 2 に示した。ここで補正式の形の複雑化をさけることと、実験電

Table 2. B/A values

(1); Calculation by 0.0400 (KV) - 0.660
 (2); Calculation by 0.00602 (KV)^{1.38}

KV	B/A	(1)	(2)
40	0.943	0.940	0.977
50	1.33	1.34	1.34
60	1.71	1.74	1.70
70	2.13	2.14	2.12
80	2.61	2.54	2.53
90	2.97	2.84	2.98

Fig. 4. Comparison between absorption curves by corrected Kulenkampff's equation (o), measured (x) and N.B.S. (—).



圧が40~90KVの範囲での補正式であるとし、式(8)を採用した。式(8)は Duane-Hunt の式を用いて波長の式に変換すれば式(10)を得る。

$$\frac{B}{A} = 0.496 \frac{1}{\lambda_0} - 0.660 \dots \dots (10)$$

式(10)を(7)に代入すれば、Kulenkampff の補正式、式(11)を得る。

$$I_{D\lambda} d\lambda = A_a \mu_{\lambda} \left\{ \left(\frac{1}{\lambda_0 \lambda^2} - \frac{1}{\lambda^3} \right) + \left(0.496 \frac{1}{\lambda_0} - 0.660 \right) \frac{1}{\lambda^2} \right\} d\lambda \dots \dots (11)$$

補正式、式(11)によつて計算された減弱曲線と測定値および N.B.S. のそれとの三者の比較を Fig. 4 に示す。Fig. 4 の結果は補正前の Fig. 2 に比べて、実験誤差の範囲内で良い一致をみている。

式(11)は、その大きさを線量で表わしたものであるので、エネルギーの形に戻しておく

$$I_{\lambda} = KZ \left\{ 1.496 \frac{1}{\lambda_0} - \left(\frac{1}{\lambda} + 0.660 \right) \right\} \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\doteq KZ \left\{ \frac{3}{2} \frac{1}{\lambda_0} - \left(\frac{1}{\lambda} + 0.660 \right) \right\} \frac{1}{\lambda^2} \dots \dots (12)$$

ただし、λは Å 単位である。

III. 考 察

補正式による計算値、測定値および N.B.S. の減弱曲線の三者を比較した Fig. 4 において、補正式による計算値と、N.B.S. の値との一致は非常にいいが、測定値の一部との一致が悪い。まず、40KVでの不一致は、X線の実効電圧がかなり低いと考えられ、その為測定に使用した chamber のエネルギー依存性による誤差であると思われる。同様に考え、各電圧での filter の厚さが 1 mm (附加 filter は零で、吸収物体は X線管壁のみ) および 2 mm 近辺での誤差も同じ原因と思われる。

減弱曲線の計算および測定には 40~90KV まで 5KV 間隔で行っているが、図表には 10KV 間隔でのせた。

通常使用している X線スペクトルを求めるために、この補正式を使用するには、まず X線管電圧、電流波形を測定しなければならない。なぜならば、一般の X線装置は、高圧変圧器の一次側に正弦波を加えても二次側の X線線管電圧波形は必ずしも正弦波にならない⁹⁾ので、管電圧の波高値が決つてもその波形は決まらないからである。したがつて X線管電圧、電流波形の瞬時値にこの式を適用し、そのスペクトル分布を求めなければならない。ところが補正式は 40KV 未満について実験を行っていないので、40KV 未満の瞬時値には適用出来ないが、幸のことに通常の X線撮影ではこ

これらの低い電圧でのX線の写真効果は非常に小さい⁹⁾ことである。このことからこの補正式は実用に起用することが可能と思われる。

21回総会及び昭和43年11月第37回日本医学放射線学会北日本地方会にて発表した。

IV. 結 論

文 献

測定値および N.B.S. の減弱曲線と Kulenkampff の式を基にして計算された減弱曲線とを比較検討することにより次の結論を得た。

- 1) Greening, J.R.: Brit. J. Rad. 20 (1947), 71.
- 2) Jones, D.E.A.: Brit. J. Rad. 13 (1940), 95.
- 3) 江藤秀雄: 日医放誌, 15 (1955), 617.
- 4) Heitler, W.: 沢田克郎訳, 輻射の量子論(上). 248 (1957), 吉岡書店.
- 5) Kramer, H.A.: Phil. Mag. 46 (1923), 836.
- 6) Kulenkampff, H.: Ann. der phys. 69(1922), 548.
- 7) Glasser, O., Quimby, E.H., Taylor, L.S. and Weatherwax, J.L.: Physical Foundation of Radiology, P.B. Hoeber, 246 (1959).
- 8) 木村健二郎編: 放射線データブック, 地人書館
- 9) 青柳泰司: 日放技誌, 21 (1965), 131.

1) Kulenkampff の式は現在診断等で使用されているX線管電圧の範囲のX線スペクトルには適用出来ない。

2) X線管電圧に40~90KVの定電圧を用いて、この範囲内でのスペクトルに適用出来るような Kulenkampff の補正式を得ることが出来た。

本論文の要旨は昭和40年4月日本放射線技術学会第