

| | |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| Title | 琵琶湖流域の水循環に関するシステム理論的研究 |
| Author(s) | 清水, 光 |
| Citation | 大阪大学, 1977, 博士論文 |
| Version Type | VoR |
| URL | https://hdl.handle.net/11094/1940 |
| rights | |
| Note | |

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

琵琶湖流域の水循環に関する
システム理論的研究

昭和52年2月

清 水 光

目 次

| 記 号 表 | | iii |
|-------|------------------|-----|
| 第 1 章 | 序 論 | 1 |
| 第 2 章 | 水循環の基本的考察と数学的記述 | 4 |
| § 2.1 | 水循環 | 4 |
| 2.1.1 | 水循環プロセス | 4 |
| 2.1.2 | 流出解析 | 6 |
| § 2.2 | 琵琶湖流域の水循環モデル | 12 |
| 2.2.1 | 琵琶湖の水収支 | 12 |
| 2.2.2 | 琵琶湖流域の水循環モデル | 13 |
| 第 3 章 | 非線形状態推定 | 17 |
| § 3.1 | 非線形スムージング | 17 |
| § 3.2 | カルマン・フィルターの応用 | 22 |
| 第 4 章 | 琵琶湖流域の水循環モデル | 27 |
| § 4.1 | 野洲川流出モデル | 27 |
| 4.1.1 | 野洲川流域の観測データとその処理 | 27 |
| 4.1.2 | 野洲川流出モデル | 29 |
| § 4.2 | 琵琶湖流域の水循環モデルの設定 | 33 |
| 4.2.1 | 琵琶湖流域の観測データとその処理 | 33 |
| 4.2.2 | 琵琶湖流域の水循環モデルの設定 | 45 |

| | | |
|-------|---------------------------|----|
| 第5章 | 琵琶湖流域の水循環プロセスの 内部構造の推定 | 52 |
| § 5.1 | 非線形スミージングによる推定 | 52 |
| § 5.2 | カルマン・フィルターの応用による推定 | 60 |
| 第6章 | 水循環モデルの精度の検討 | 62 |
| 第7章 | 結 論 | 66 |
| | 謝 辞 | 69 |
| | 参考文献 | 70 |
| | 本研究に関連する講演発表と論文 | 72 |

記号表

記号は、全て本文中で説明しているが、便宜上、ここで、主な記号の意味や次元、それに観測量についてはその単位を一覧表にまとめた。

| | | |
|--------------------|---|------------------------------------|
| α | : | 降水量の係数 |
| α_i | : | タンクモデルの <i>i</i> 段目の流出パラメター |
| β_i | : | タンクモデルの <i>i</i> 段目の浸透パラメター |
| δ | : | ディラックのデルタ関数 |
| λ | : | 未知乗数ベクトル (4×1) |
| ξ | : | 未知乗数 |
| ε_{dx} | : | 琵琶湖の平均日流入量の絶対推定誤差 |
| ε_{dy} | : | 野洲川の平均日流入量の絶対推定誤差 |
| ε_i | : | 適当に小さい正の数 |
| ε_{mx} | : | 琵琶湖の月流入量の推定誤差 |
| ε_{my} | : | 野洲川の月流量の推定誤差 |
| A | : | 係数行列 (4×4) |
| B | : | 係数行列 (4×4) |
| C | : | 係数ベクトル (4×1) |
| $C_{i,j}$ | : | <i>i</i> 地域 <i>j</i> 地帯の降水量の高度別割増率 |
| F | : | 係数行列 (4×4) |
| G | : | 係数行列 (4×4) |
| H | : | 二次関数 |
| I | : | 非線形関数 |
| J | : | 動作指標 |
| K | : | 修正ゲインベクトル (4×1) |
| M | : | 推定誤差の分散行列 (4×4) |

- N : 推定の最終時刻 (各月の日数)
 P : 推定誤差の分散行列 (4×4)
 $P(0)$: 初期貯留高の分散行列 (4×4)
 P_{eb} : 直接地表流出につながる流域の降水量
(雨量と融雪高の和) (4×1)
 Q : 不規則入力の分散行列 (4×4)
 R : 観測雑音の分散値
 $S_{i,j}$: i 地域 j 地帯の融雪高, mm
 $S_{m,b}$: 流域融雪高, mm
 T : 推定の最終時刻
 a : 時間おくれのない琵琶湖の流入高の割合
 $a_{i,j}$: i 地域 j 地帯の琵琶湖流域に対する面積比
 a_m : 降水量の月別係数
 b : 1日の時間おくれをもつ琵琶湖の流入高の割合
 b : 定数ベクトル (4×1)
 d : 定数
 f_i : 琵琶湖流域からの流入高, mm
 f_m : 流出閾値 (4×1)
 f_0 : 琵琶湖の総放流高, mm
 h_i : タンクモデルの i 段目における流出孔の高さ,
mm
 h_e : 琵琶湖の水位 (鳥居川の水位を基準とする), mm
 Δh_e : 琵琶湖の水位の増分, mm
 l : 長日
 $l_{i,j}$: i 地域 j 地帯の中間高度, m
 m : タンクモデルのパラメターの修正係数 ($2 > m > 1$)
 m_r : 流域雨量の割増し率
 m_t : 太陽の放射熱や大気からの熱伝達等による
融雪高の係数

| | | |
|-----------|---|---------------------------|
| n | : | タンクモデルのパラメタ-の修正係数 (17m70) |
| (n) | : | 計算の繰り返し回数 |
| P_b | : | 流域降水量, mm |
| $P_{i,j}$ | : | i 地域 j 地帯の降水量, mm |
| r_a | : | 流域雨量, mm |
| $r_{i,j}$ | : | i 地域 j 地帯の雨量, mm |
| r_e | : | 湖面雨量, mm |
| r_y | : | 野洲川流域の雨量, mm |
| $t_{i,j}$ | : | i 地域 j 地帯の気温, °C |
| u | : | 不規則入力 (4x1), mm |
| v | : | 観測雑音, mm |
| v_e | : | 湖面蒸発高, mm |
| w | : | 不規則入力 (4x1), mm |
| x | : | タンクモデルの貯留高 (4x1), mm |
| y | : | 琵琶湖の観測流入高, mm |
| z | : | 観測雑音, mm |
| z_{el} | : | 琵琶湖の推定平均日流入量, m^3/s |
| z_{ey} | : | 野洲川の推定平均日流量, m^3/s |
| z_i | : | タンクモデルの i 段目の流出高, mm |
| z_{ol} | : | 琵琶湖の観測平均日流入量, m^3/s |
| z_{oy} | : | 野洲川の観測平均日流量, m^3/s |
| z_s | : | タンクモデルの全流出高, mm |
| $-$ | : | 平均値 |
| \sim | : | 観測値を得る前の推定値 |
| \wedge | : | 観測値を得た後の推定値 |
| $'$ | : | 行列の転置 |

なお、雨量や降水量、融雪高、それに蒸発散高や流出高、流入高、水位、放流高、および観測雑音、等は、特にことわらない限り日単位で表わした。

第1章 序論

水は、古来、我々の生活に欠くことのできない資源の一つであった。早くから水を利用し、治めるために土木工事が盛んに行われ、それとともに水に関する知識も豊富になった。

水が循環して一つの閉じた系を構成しているということは、レオナルド・ダ・ビンチ（1452～1519）によって初めて明らかにされたといわれている。しかし、蒸発→凝結→降水→浸透という水の循環が正しく理解されるようになったのは、最近（19世紀中葉以降）になってからである⁽¹⁾。その後、科学の急速な発展とともに、水循環の降水から貯留、蒸発散、流出、そして蒸発に至るプロセスについて詳しく検討されるようになった。例えば、降水量の算定については、降水量の分布が等しいと考える算術平均、流域を降水量分布に応じて分割し各面積比を乗じる荷重平均、観測点間の線分の垂直二等分線により流域を分割するティーセン法、雨量分布に基づいて雨量線図をひく方法、および雨量と高度の関係より求める方法、等の静的な方法が一般に用いられてきた⁽²⁾。また、最近では、レーダにより雨量分布を観測し、雨量計による観測値と併用する方法^{(3),(4)}や観測点間の時間や空間に関する相関を用いる方法^{(5),(6)}等の動的な方法が提案されている。降水は流域の地表や地中に貯えられるが、この貯留された量に関して、地表部についてはライシメータを用いて浸透量や保留量が測定され、地中部については地下水等の滞留時間が放射性同位元素を用いて測定されている⁽¹⁾。つぎに、流域に貯えられた水が、地表面や水面、それに樹木等を通して大気中へ水蒸気の形

で失われる量、すなわち蒸発散高は、実際的には蒸発計に
よる観測値が参考にされ、また、理論的には可能蒸発散^{注1)}
や土壤水分⁽⁷⁾、さらにはエネルギー収支⁽⁸⁾等に基づいて算定
されている。最後に、流出については、入出力（降水量、
河川流量）データから、流域の流出特性を数学的に表わし
た回帰分析や因子分析⁽⁹⁾、確率モデル⁽¹⁰⁾、および G M D H
（Group Method of Data Handling）⁽¹¹⁾、等により、また、流出
の物理的屬性を抽出したタンクモデル⁽³⁾や H S P（Hydro-
comp Simulation Program）⁽¹²⁾、等によって解析されている。

以上のように、現在まで、水循環プロセスについて詳し
い研究がなされてきたが、これらの研究の殆んどは、水循
環プロセスの個々を別々に扱ったものであった。しかし、
実際には、各プロセス相互の間には密接な関係がある。例
えば、流域降水量は、後の貯留や蒸発散、それに流出のプ
ロセスのもとになる基本的量であり、降水から流出までの
プロセスが明らかである場合には、流出量から逆に降水量
を推定することも可能になる。また、前述のように、多く
の方法によって降水量や貯留量、および蒸発散高、等が個
々に計算されてきたが、いずれも実測が難しいため、これ
らの計算精度を一般的に明らかにすることができなかった。
しかし、降水から流出に至るプロセスについては、すで
に菅原によって、実際の流出機構をうまく抽象化した氏自
身のタンクモデルを用いて、日流量や洪水流量の解析が詳
しく行われている^{(13), (14)}。また、近畿の水がメとよばれて
いる琵琶湖においては、水位や放流量等が比較的精度良く
観測されている。以上の点に留意すると、これらの観測量
に基づき、システム理論的な状態推定法を用いることによ
って、貯留高や蒸発散高等の水循環プロセスの内部構造を
ある程度推定できるものと期待される。

注1) 一般に、密に地表面を覆った緑草地に十分な水を供給した場合
に失われる蒸発散量。

このような観点から、本研究は、まず、琵琶湖流域を対象に、タンクモデルを用い、流域の貯留高を状態変数に選んで離散形動的システムを導き、琵琶湖の水収支関係式を観測機構とする、日単位の水循環モデルを導いた。つぎに、比較的良く整った水位と放流データに基づいて、システム理論的な状態推定法をそのモデルに適用し、今まで一般的に求めることのできなかつた降水量や貯留高、蒸発散高、および水位観測雑音、等を推定し、これらの結果から逆に琵琶湖流域における“水循環”をめぐる自然現象の内部構造をより深く理解することを目的とする。水循環モデルは、流出の非線形特性を反映して非線形動的システムとして記述されるが、最小二乗法に基づく非線形状態推定^{(15),(16)}を行うと、水循環プロセスにおいて最も根本的量となる降水量や内部構造を構成する貯留高、それに、推定精度に直接影響を与える観測雑音、等を推定することができ、また、タンクモデルの各段の貯留高を推定することによって初めて蒸発散高も明らかにすることができた。さらに、これらの結果を基に、水循環モデルの精度およびその改善について考察することも可能になった。このようにして、降水から蒸発に至る水循環プロセスの内部構造を推定するのに、システム理論的方法が有効であることを確かめることができた^{(17),(18)}。

第2章 水循環の基本的考察と数学的記述

§ 2.1 水循環

2.1.1 水循環プロセス

水は、自然環境において、Fig. 2.1 に示されるように降水 → 貯留 → 蒸発散 → 流出 → 蒸発 → 凝結 → 降水のプロセスを循環し、その絶対量は地球上において保存されている。なお、ここで、後の参考のため、文献^{(1),(2)}等を

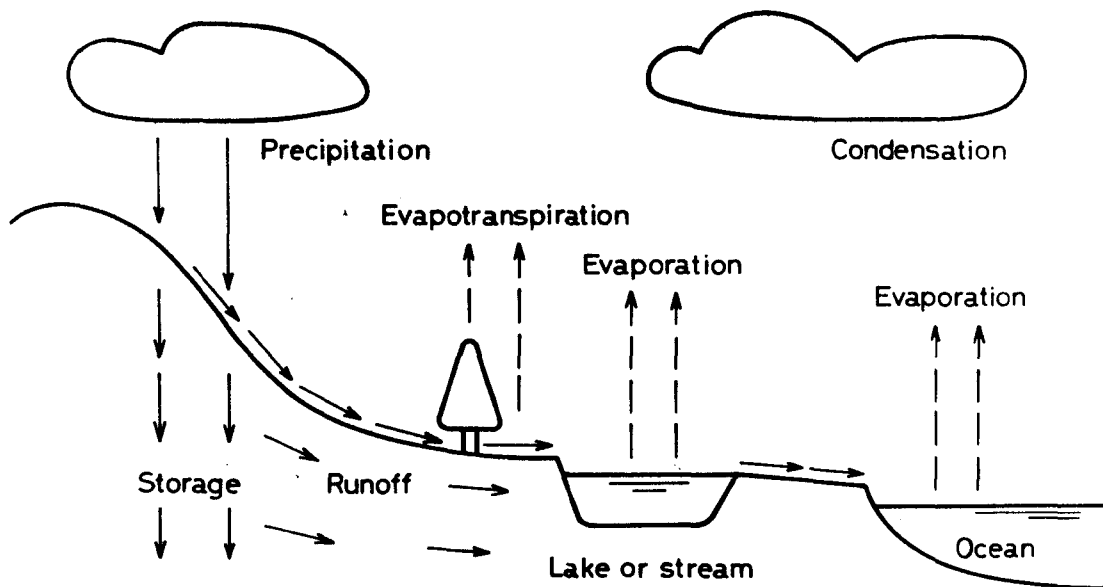


Fig. 2.1 Hydrologic cycle

参考に、降水から蒸発に至る水循環プロセスについて簡単にまとめた。

降水

降水は、大気中から地表に到達する全ての水をさし、

一般に雨か雪、或いはあられ等の形態をとる。降水量の分布は、一般に低地よりも山地において多く、大気の状態や地形の影響を受けて複雑になる場合が多い。したがって、流域の降水量を精度よく算定する問題は、従来から水文学において重要な研究テーマの一つとなってきた。今までに、算術平均や荷重平均による方法や、テーセン法、等雨量線法、雨量-高度法、等が提案され、また、最近では、レーダー観測から雨量強度分布を求め、これと雨量計による観測値を併用する方法や、観測点間の時間や空間に関する相関を利用する方法等も提案されている。しかし、これらの方法で算定した場合にどの程度の計算誤差を生じるのかについては、殆んど明らかにされていない。

貯留

降水は地表面や地中に貯留され、その時間は、地形や土壌、地層、等によって異なる。流域の地表および地中に貯留されている量は、河川への流出量や流域の蒸発散量を直接支配する基本的な量である。現在、この貯留に関して、放射性同位元素をトレーサーとして地表水や地下水等の滞留時間が直接測定されている。しかし、貯留されている量そのものを推定する一般的な方法に至っては、殆んど未開拓のようである。

蒸発散

蒸発散とは、水が水面や地表面を通して大気中へ水蒸気として運ばれる蒸発と、植物を通しての蒸発（これを蒸散とよんでいる）の両者を含んだ用語である。蒸発散量については、従来、蒸発計やライシメータ等を用いて観測され、また、最近では、大気の大擾乱の実測から水蒸気の輸送量を算出したり、可能蒸発散や土壌水分を考慮した推定方法等が提案されている。しかし、蒸発散の現象は、大気や地表、それに地中、等の状態に関係して複雑で、実際に広い流域

に適用できるかどうか、或いは適用した場合の推定精度、等については、殆んど明らかにされていない。⁽¹⁹⁾

流出

流域に貯えられた水から蒸発散高を差し引いた残りの貯留水が、流出に寄与する。この貯留水の地中における分布は、実際には複雑で流出解析も難しくなるが、一般に理論的な接近を可能にするために、地表流出、地中流出、地下流出、の3つの成分から、流出は成り立っていると考えられている。⁽²⁰⁾従来、流出解析には、大きく分けて、物理的構造のアナロジーによる方法^{(3),(12)}、物理的構造には関係なく、数学的に記述する方法^{(9),(10),(11)}の2つがある。本研究のように、流域の内部構造にまで立ち入って議論する場合には、言うまでもなく前者による方法が適している。

蒸発

土壌面からの蒸発は、大気や地表、および地中、の状態に関係し、また、水面からの蒸発は、大気や水面、それに貯留水の状態に関係し、これらの効果を全て考慮に入れた観測、或いは推定が最も望ましい。しかし、実際問題として、実行することは不可能に近い。そこで、従来から Dalton の式や蒸発計による観測値等が使用され、また、最近ではエネルギー収支に基づいて湖面蒸発量を推定する方法等も提案されている。しかし、蒸発散と同様に、それらの推定精度については殆んど明らかにされていない。

2.1.2 流出解析

タンクモデル

降水から流出に至るプロセスの解析には、以下に述べるような現実の流出現象の非線形特性をうまく抽象化した菅原のタンクモデルを用いた。

流域に貯えられた水は各地層を通して流出すると考える

方が現実的であるが、一般には、計算と観測上の制限から集中的に分布しているとして、地表流出、地中流出、それに地下流出、の3つの成分から成り立っていると考えられている。

ごく簡単に言えば、地表流出とは降水が地表面を流れて河川へ流出することで、地中流出は降水が一度地表から地中へ浸透し、帯水層を通して流出することであり、地下流出はさらに下部の帯水層から流出することであるが、明確な定義は見当たらないようである。流出時間は地表流出が最も短く、地中流出、地下流出となるにつれて長くなる。タンクモデルは、これらの成分を Fig. 2.2 のように4段の直列貯留型モデルで表わしたものである。したがって、1段目が地表流出、2段目が地中流出、3段、4段目が地下流出にそれぞれ対応

していると考えられる。流出は、横についている流出孔から生じ、4段目以外では閾値が設けられている。これは、乾いた状態で少しの降水があっても樹木や土壌を湿らす程度で直接流出にはつながらない降水量（いわゆる欠損雨量）の効果を表わしている。1段目に2つの流出孔が設けられているのは、地表流出の非線形特性を表わしたものである。一方、地表から地中、地下、への浸透は、下についている浸透孔を通して生じ、最も下層部の地下水は不透水層にさえぎられて全て流出するものと考えられる。降水量 $P_{eb,1}(k)$ はこのモデルの入力として1段目の上部から入れる。また、

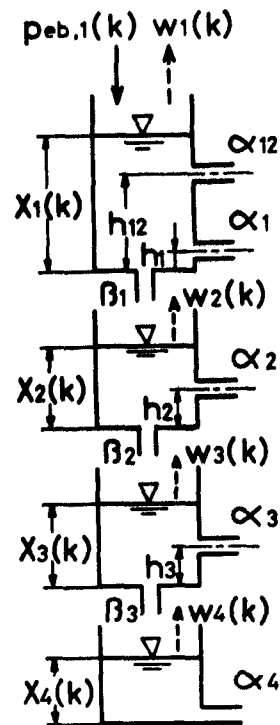


Fig. 2.2 Four-tank model

流域の地表面や水面および樹木から大気中へ失われる蒸発散 $W_i(k)$, ($i=1,2,3,4$), は, タンクモデルの貯留高 (Fig. 2.2 の $X_i(k)$) から差し引かれる。以上が, タンクモデルの基本的考えと物理的意味のあらましである。

タンクモデルの計算法

次に, タンクモデル各段の貯留高 $X_i(k)$ と流出高 $R_i(k)$ ($i=1,2,3,4$) の計算について述べる。なお, ここで, 貯留高や流出高は, それぞれ貯留量や流出量を面積で割って, 高さの単位に換算した用語で, 雨量や蒸発の観測単位に一致させたものである。今後, 水循環に関する他の諸量についても, 統一して高さで表わすことにする。流出や浸透は毛細管流出に従うものと考えると, 以下の関係式が成立する。

1 段目

$$X_1(k) = X_1(k-1) - \alpha_1 I[X_1(k-1) - h_1] - \alpha_{12} I[X_1(k-1) - h_{12}] - \beta_1 X_1(k-1) + P_{eb,1}(k) - W_1(k) \quad (2.1)$$

$$R_1(k) = \alpha_1 I[X_1(k) - h_1] + \alpha_{12} I[X_1(k) - h_{12}] \quad (2.2)$$

2 段目

$$X_2(k) = X_2(k-1) - \alpha_2 I[X_2(k-1) - h_2] - \beta_2 X_2(k-1) + \beta_1 X_1(k) - W_2(k) \quad (2.3)$$

$$R_2(k) = \alpha_2 I[X_2(k) - h_2] \quad (2.4)$$

3 段目

$$X_3(k) = X_3(k-1) - \alpha_3 I[X_3(k-1) - h_3] - \beta_3 X_3(k-1) + \beta_2 X_2(k) - W_3(k) \quad (2.5)$$

$$Z_3(k) = \alpha_3 I [X_3(k) - h_3] \quad (2.6)$$

4段目

$$X_4(k) = X_4(k-1) - \alpha_4 X_4(k-1) + \beta_3 X_3(k) - W_4(k) \quad (2.7)$$

$$Z_4(k) = \alpha_4 X_4(k) \quad (2.8)$$

全流出高 $Z_5(k)$ は各段の流出高の総和

$$Z_5(k) = \sum_{i=1}^4 Z_i(k) \quad (2.9)$$

より求められる。ここで、 α_i は流出パラメター、 β_i は浸透パラメター、 h_i は流出孔の閾値、をそれぞれ表わしている。また、蒸発散高が貯留高を上まわる $W_i(k) > X_i(k)$ の時は、 $X_{i+1}(k)$ から不足分 $W_i(k) - X_i(k)$ を差しひく。

タンクモデルのパラメター推定法

タンクモデルのパラメターを求める客観的、数学的方法がないので、ここでは試行錯誤的方法について述べる⁽³⁾。すでに代表的な河川で作られたタンクモデルの例を1つ選び、それを初期モデルとして、実測流量と推定流量のハイドログラフ^{注2)}を比較しながら Fig. 2.3 に示すような手順でパラメターを推定する。なお、ここで、パラメター修正時に留意すべき点を列記しておいた。

(a) 河川流出の減衰は指数関数的であり、流量測定誤差はほぼ流量に比例し、また、流量変化が大きいこと、等からハイドログラフは半対数方眼紙に描くこと。

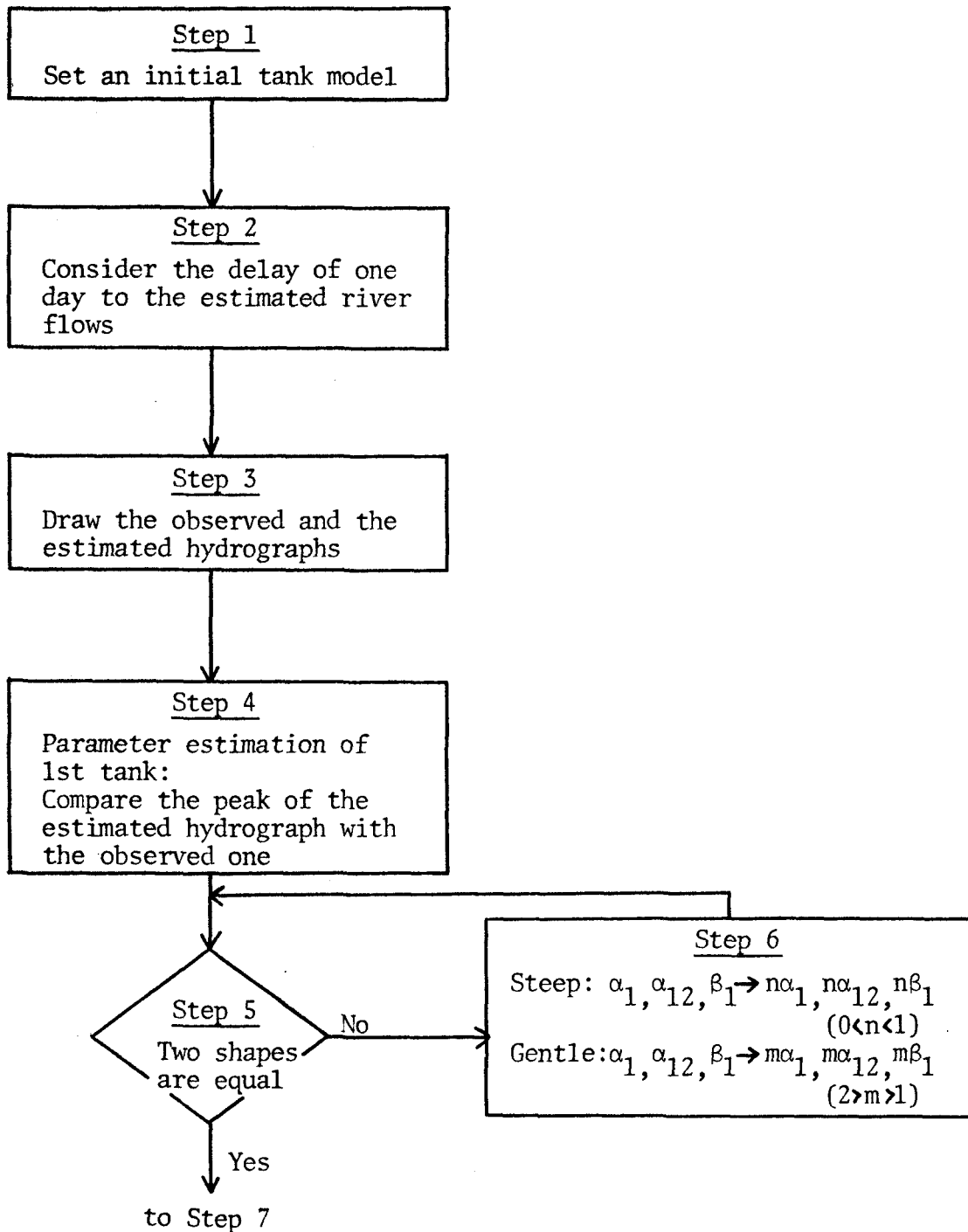
(b) ハイドログラフの大体の形を合わせたいとか、形を似させたいとかの目的をしぼること。

(c) 孔の位置、流出パラメター、浸透パラメターを全部

注2) 縦軸に河川流量、横軸に時間をとり、河川流量の時間変化を表わしたグラフ。

一度に変えたりすると、どのパラメーターがどう効くのがわからなくなるので、同時に多数のパラメーターを変えないこと。

(d) いったん、ゆきすぎの修正をし、それからもどれば、3度目にはいいところに落ち着く。初めのうちは思い切ってパラメーターを動かしてみることに。



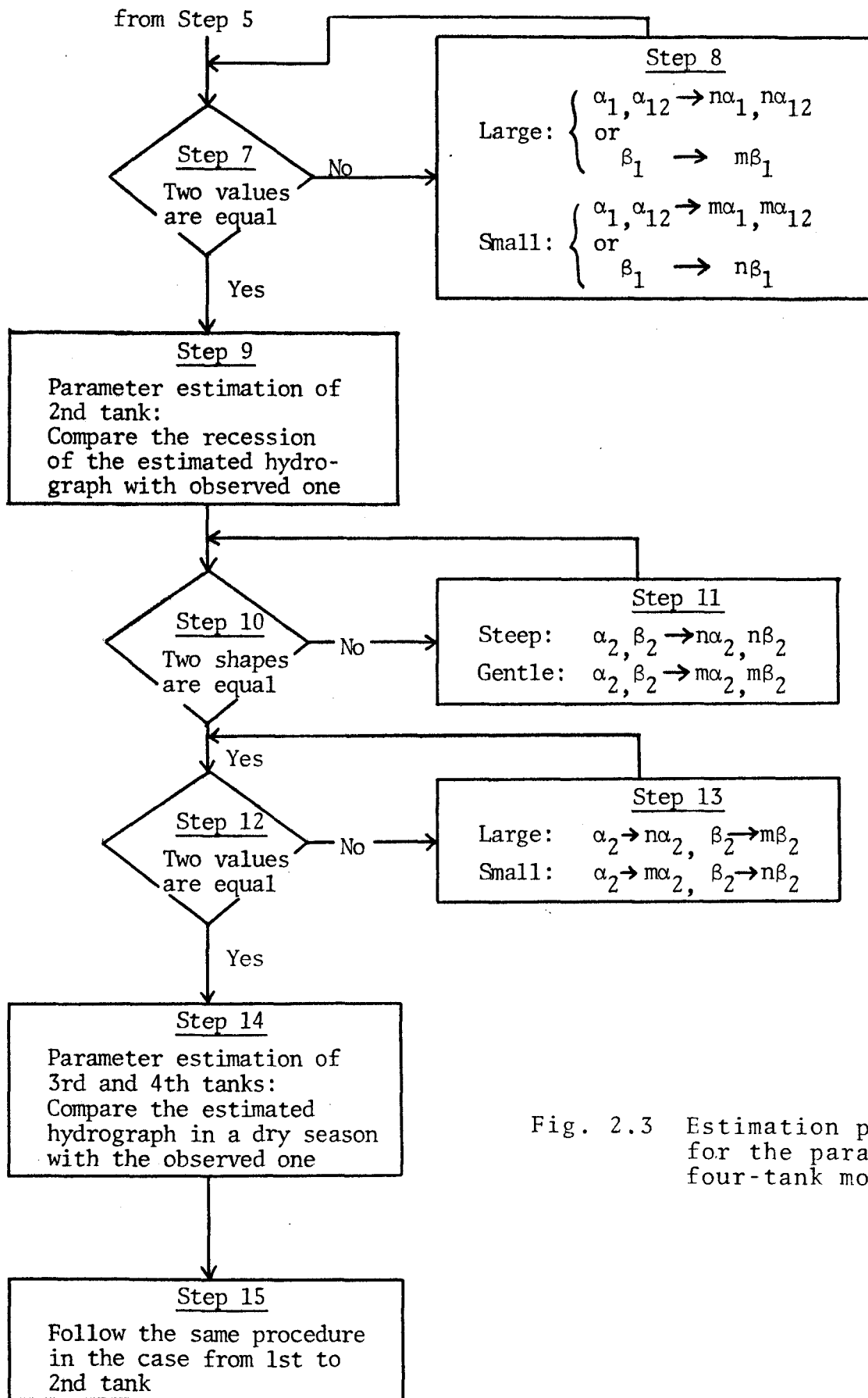


Fig. 2.3 Estimation procedure for the parameter of four-tank model

§ 2.2 琵琶湖流域の水循環モデル

2.2.1 琵琶湖の水収支

ここで、水循環のうち、Fig. 2.4 で表わされる降水から蒸発に至る琵琶湖流域の水循環プロセスについて考える。

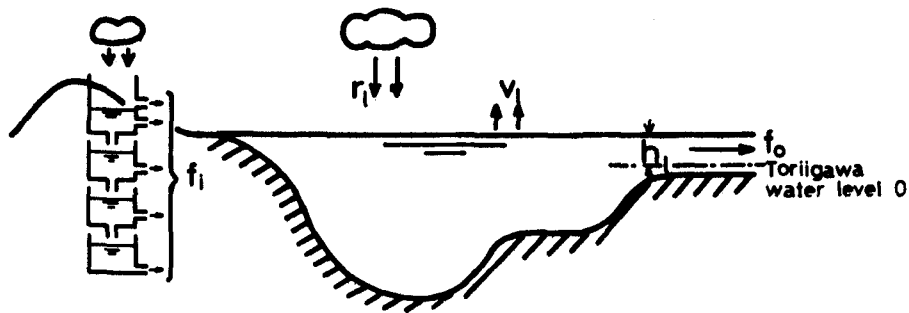


Fig. 2.4 Water balance in the basin of Lake Biwa

いま、琵琶湖の水収支を考えると、収入は流域からの流入 f_i と湖面雨量 r_2 よりなり、支出は瀬田川と琵琶湖疏水からの放流 f_o と湖面蒸発 v_2 よりなる。表現を簡潔にするために、流域からの地表流出の時間おくれは 1 日以内で、農業用水や工業用水、上水道用水等の取水や、ダム貯水の影響は無視できると考えると、琵琶湖の日単位水収支関係式は次のように表わされる。

$$\Delta h_2(k) + f_o(k) = a f_i(k) + b f_i(k-1) + r_2(k) - v_2(k) \quad (2.10)$$

ここで、 k は日、 $\Delta h_x(k) = h_x(k+1) - h_x(k)$, h_x は水位,
 Δh_x は水位の増分, f_o は総放流高, f_i は流域からの流
 入高 (総放流高, 流入高ともに琵琶湖水位に換算し mm 単
 位), r_x は湖面雨量, v_x は湖面蒸発高を, また, α ,
 α は k , $(k-1)$ 日における流入高の割合をそれぞれ表わし
 ている。

2.2.2 琵琶湖流域の水循環モデル

つぎに, 水収支関係式 (2.10) 式とタンクモデルの計
 算式 (2.1) 式から (2.8) 式に基づいて琵琶湖水循環モ
 デルを求める。まず, 貯留高を状態変数に選ぶと, 状態方
 程式はタンクモデルの計算法に従って

$$X(k) = F X(k-1) - G \{ f_m [X(k-1)] - P_{eb}(k) + W(k) \} \quad (2.11)$$

と表わされ, また, 観測機構は水収支関係式 (2.10) 式
 に基づいて

$$y(k) = \alpha f_i [X(k)] + \alpha f_i [X(k-1)] + r_x(k) - v(k) \quad (2.12)$$

と表わされる。ここで,

$$X(k) \triangleq [X_1(k), X_2(k), X_3(k), X_4(k)]' \quad (2.13)$$

$$P_{eb}(k) \triangleq [P_{eb,1}(k), 0, 0, 0]' \quad (2.14)$$

$$W(k) \triangleq [W_1(k), W_2(k), W_3(k), W_4(k)]' \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned}
 f_i[x(k)] \triangleq z_s(k) &= \alpha_1 I[x_1(k) - h_1] + \alpha_{12} I[x_1(k) - h_{12}] \\
 &\quad + \alpha_2 I[x_2(k) - h_2] + \alpha_3 I[x_3(k) - h_3] \\
 &\quad + \alpha_4 x_4(k)
 \end{aligned}
 \tag{2.16}$$

$$I[x(k)] \triangleq \begin{cases} x(k) & x(k) \geq 0 \\ 0 & x(k) < 0 \end{cases}
 \tag{2.17}$$

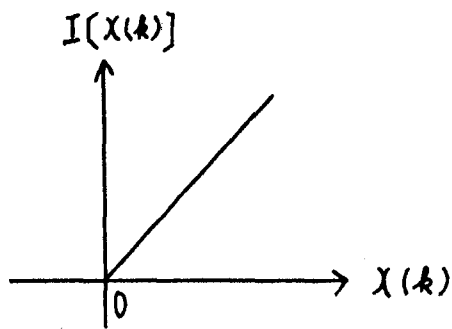


Fig. 2.5 function $I[x(k)]$

$$a + b \triangleq 1
 \tag{2.18}$$

$$F \triangleq \begin{bmatrix} 1 - \beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 (1 - \beta_1) & 1 - \beta_2 & 0 & 0 \\ \beta_1 \beta_2 (1 - \beta_1) & \beta_2 (1 - \beta_2) & 1 - \beta_3 & 0 \\ \beta_1 \beta_2 \beta_3 (1 - \beta_1) & \beta_2 \beta_3 (1 - \beta_2) & \beta_3 (1 - \beta_3) & 1 - \alpha_4 \end{bmatrix}
 \tag{2.19}$$

$$G \triangleq \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 & 1 & 0 & 0 \\ \beta_1 \beta_2 & \beta_2 & 1 & 0 \\ \beta_1 \beta_2 \beta_3 & \beta_2 \beta_3 & \beta_3 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

$$f_m[x(k)] \triangleq \begin{pmatrix} \alpha_1 I[x_1(k) - h_1] + \alpha_{12} I[x_1(k) - h_{12}] \\ \alpha_2 I[x_2(k) - h_2] \\ \alpha_3 I[x_3(k) - h_3] \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

と定義する。ただし、'は転置を、 $v(k)$ は観測雑音、 $w(k)$ は琵琶湖の日流入高を表わす。

また、確率過程 $x(0)$, $w(k)$, $v(k)$ については次のように仮定した。

$$E[x(0)] = \overline{x(0)} \quad (2.22)$$

$$E[w(k)] = \overline{w(k)} \quad (2.23)$$

$$E[v(k)] = \overline{v(k)} \quad (2.24)$$

$$E\{[x(0) - \overline{x(0)}][x(0) - \overline{x(0)}]'\} = P(0) \quad (2.25)$$

$$E \{ [w(k) - \overline{w(k)}] [w(j) - \overline{w(j)}]' \} = Q(k) \delta(k-j)$$

(2.26)

$$E \{ [v(k) - \overline{v(k)}] [v(j) - \overline{v(j)}] \} = R(k) \delta(k-j)$$

(2.27)

なお、初期貯留高 $x(0)$ 、不規則入力 $w(k)$ 、観測雑音 $v(k)$ 、は、お互いに無相関であると仮定した。

第3章 非線形状態推定

§ 3.1 非線形スムージング

琵琶湖流域の水循環モデルは、非線形の流出関数 $f_0[x(k)]$ および $f_n[x(k)]$ を用いて、(2.11)式、(2.12)式のように非線形差分方程式で表わすことができた。琵琶湖の日流入高 $y(k)$ の観測誤差は10%以下で、他の雨量や河川流量の観測精度に比べて良い。そこで、観測値 $y(k)$ から水循環システムの状態量である流域の貯留高 $x(k)$ を推定することにより、今まで得られなかった高い精度で、貯留高 $x(k)$ をはじめ、不規則入力 $w(k)$ や観測雑音 $v(k)$ が求められるものと思われる。そこで、この非線形システムの状態推定法について考えてみた。

まず、ある期間の観測データ全てを用い、その期間全体の推定誤差を最小にするように各時刻の状態を推定していくスムージングについて考えた。最小二乗推定の立場より、動作指標 $J(T)$ は次のように設定した。⁽¹⁵⁾

$$J(T) = \frac{1}{2} \| x(0) - \overline{x(0)} \|_{P(0)}^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^T \| w(k) - \overline{w(k)} \|_{Q(k)}^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^T \frac{1}{R(k)} [v(k) - \overline{v(k)}]^2 \quad (3.1)$$

ここで、 $\|x\|_A^2$ は二次形式 $\langle x'Ax \rangle$ を表わし、また、スムージング期間は $k=1, 2, \dots, T$ までとした。目的は、この $J(T)$ を最小にするような $x(0)$ 、 $w(k)$ 、 $v(k)$ を求めることであるが、

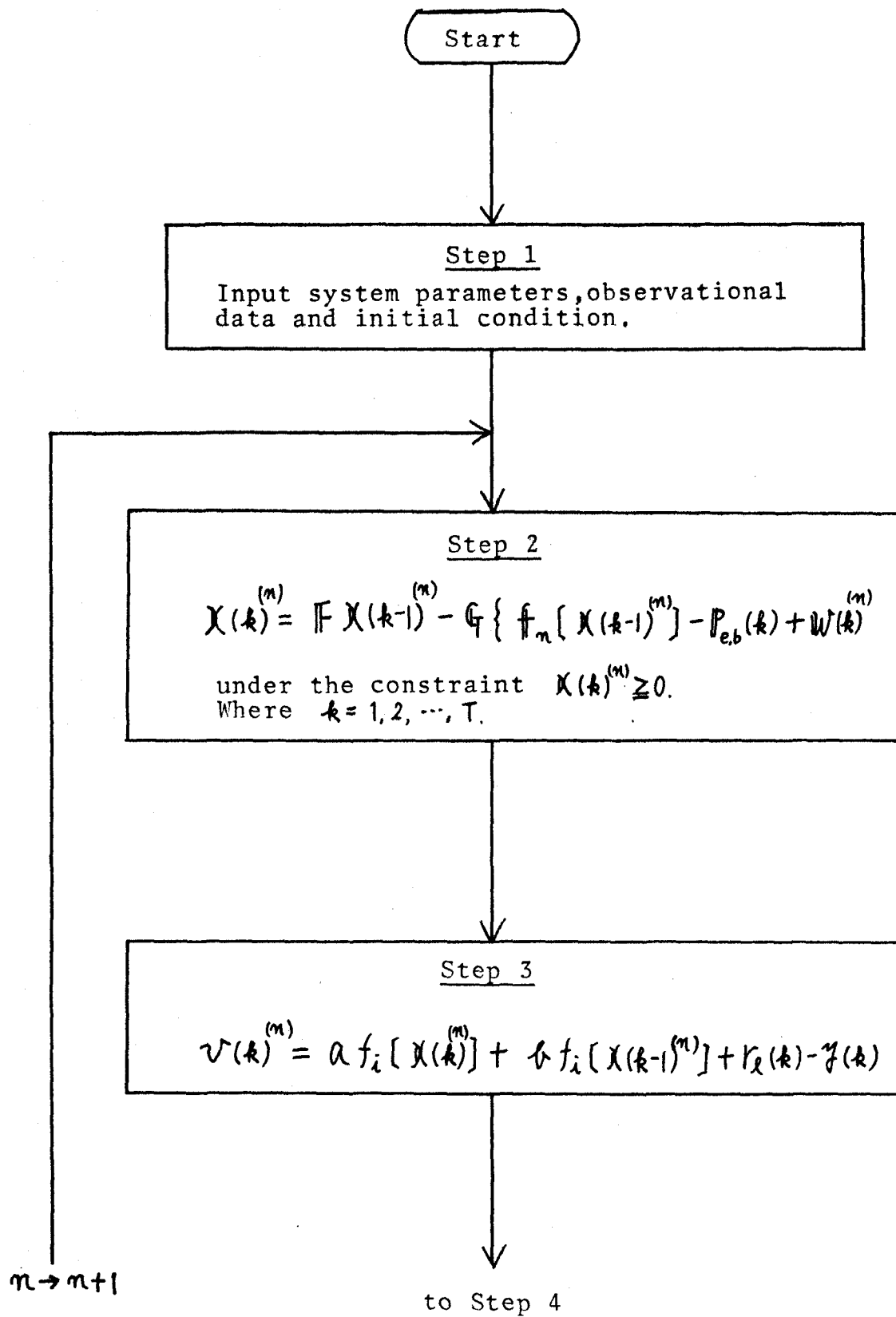
その時、状態 $x(k)$ は (2.11) 式に従い、観測量 $y(k)$ は (2.12) 式によって $x(k)$ に依存する。そこで、4個の未知乗数からなるベクトル $\lambda(k)$ とスカラー $\xi(k)$ を導入し、これらの式を拘束条件に加えて関数 $H(T)$ を次のように定義した。

$$H(T) = -J(T)$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{k=1}^T \lambda'(k) \left\{ x(k) - Fx(k-1) + G [f_m[x(k-1)] - P_{eb}(k) \right. \\
 & \left. + w(k) \right\} + \sum_{k=1}^T \xi(k) \left\{ y(k) - \alpha f_i[x(k)] - \alpha f_i[x(k-1)] \right. \\
 & \left. - r_2(k) + v(k) \right\}
 \end{aligned}$$

(3.2)

そうすると、スムージングの問題は、結局、状態変数に関する方程式 (2.11) 式と観測機構 (2.12) 式の拘束条件のもとで $H(T)$ を最大にするような未知パラメータ $x(0)$, $x(k)$, $w(k)$, $v(k)$ を求める問題に帰着した。そして、この問題は、各パラメータの $H(T)$ を最大にする必要条件に基づき、勾配法を利用してパラメータを逐次改良していくことにより、近似的に解くことができる。参考までにそのアルゴリズムを示すと Fig. 3.1 のようになる。ここで、 (m) は計算の繰り返し回数を表わし、 ε_1 , $\varepsilon_2^{(m)}$, $\varepsilon_3^{(m)}$ は適当に小さい正数をそれぞれ表わしている。このように、最初状態変数の初期値 $x(0)^{(0)}$ を設定し、あと計算手順に従って各パラメータを $k=1$ から T まで求め、未知乗数 $\lambda(k)$ については最終値 $\lambda(T)$ を与えて逆順に求めていく。つぎに、



to Step 2

Step 4

$$\xi(k)^{(m)} = \frac{1}{R(k)} [v(k)^{(m)} - \bar{v}(k)]$$

Step 5

By using $\lambda(T)^{(m)} = a \xi(T)^{(m)} \partial f_i[x(T)] / \partial x(T)$

$$\lambda(k)^{(m)} = \left\{ F' - \left(\frac{\partial f_n^{(m)}[x(k)]}{\partial x(k)} \right)' G' \right\} \lambda(k+1)^{(m)} + a \xi(k)^{(m)} \frac{\partial f_i^{(m)}[x(k)]}{\partial x(k)} + b \xi(k+1)^{(m)} \frac{\partial f_i^{(m)}[x(k)]}{\partial x(k)}$$

Step 6

$$\frac{\partial H^{(m)}}{\partial w(k)} = G' \lambda(k)^{(m)} - Q(k)^{-1} [w(k)^{(m)} - \bar{w}(k)]$$

$$\frac{\partial H^{(m)}}{\partial x(0)} = \left\{ \left(\frac{\partial f_n^{(m)}[x(0)]}{\partial x(0)} \right)' G' - F' \right\} \lambda(1)^{(m)} - b \xi(1)^{(m)} \frac{\partial f_i^{(m)}[x(0)]}{\partial x(0)} - P(0)^{-1} [x(0)^{(m)} - \bar{x}(0)]$$

$n \rightarrow n+1$

to Step 7

to Step 2

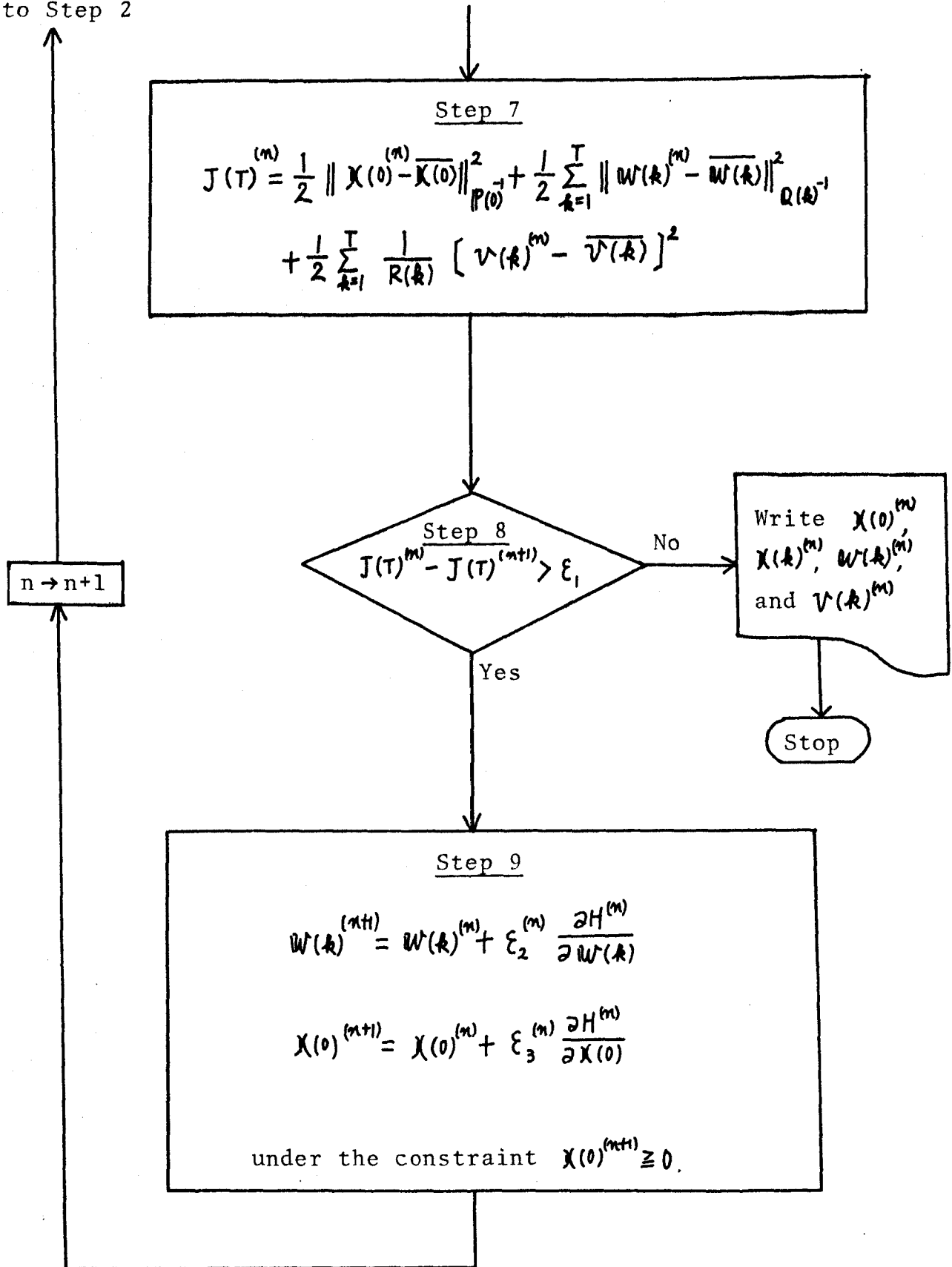


Fig. 3.1 State-estimation algorithm by nonlinear smoothing

勾配 $\partial H^{(m)} / \partial W(k)$, $\partial H^{(m)} / \partial X(0)$ を計算し, その勾配に応じて逐次パラメータを修正していく。そして, 動作指標の減少が十分小さくなったところで, (2.11)式と(2.12)式の拘束条件のもとで必要条件を満足する解が近似的に得られたものと考えた。以上のように, 非線形2点境界値問題を勾配法を利用して逐次近似的に計算していくことにより, 未知パラメータ $X(0)$, $X(k)$, $W(k)$, および $v(k)$ を推定することができた。

§ 3.2 カルマン・フィルターの応用

水循環モデル (2.11)式と(2.12)式の流出関数 $f_i[X(k)]$ および $f_n[X(k)]$ は, 大域的には非線形であるが, 部分的には線形な関数である。そこで, 線形システムの場合に, 最小二乗誤差の意味で最適状態推定値を保証するカルマン・フィルターを, 部分線形関数を含む水循環モデルに応用した。いま, 状態方程式 (2.11)式と観測機構 (2.12)式を一般の形に書き直すと

$$X(k) = A[X(k-1)]X(k-1) + B \cdot U(k) \quad (3.3)$$

$$y(k) = C[X(k)]'X(k) + \varepsilon(k) \quad (3.4)$$

と表わされる。ここで,

$$A[X(k-1)] = F - G f_n[X(k-1)] \quad (3.5)$$

$$B = G \quad (3.6)$$

$$C[x(k)]'x(k) = a f_i[x(k)] \quad (3.7)$$

という関係が成り立ち、また、不規則入力 $u(k)$ と観測雑音 $z(k)$ の平均値と分散値については、それぞれ

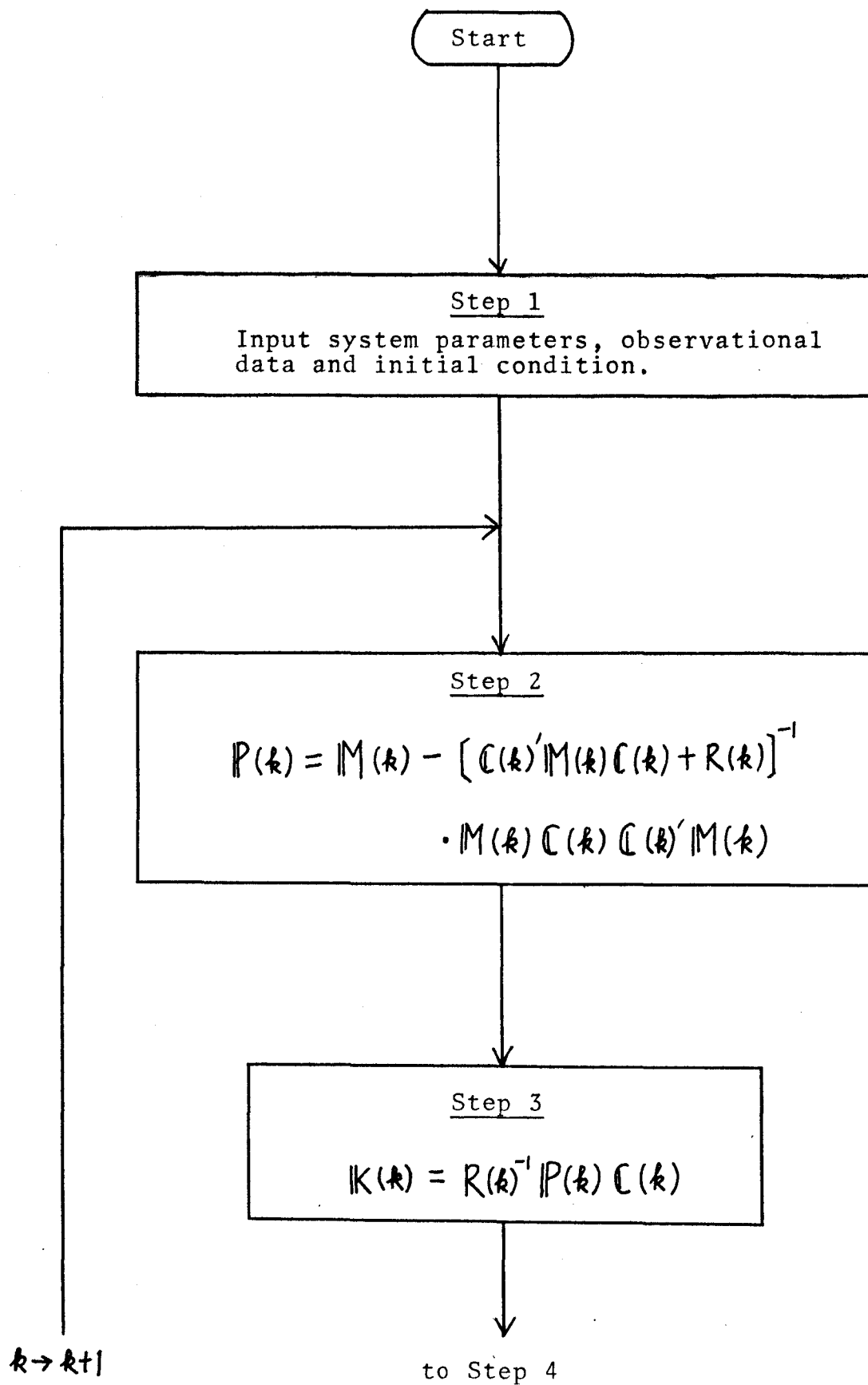
$$E[u(k)] = P_{eb}(k) - \overline{w(k)} - b(k) \quad (3.8)$$

$$E[z(k)] = r_e(k) - \overline{v(k)} + a d(k) + b f_i[x(k-1)] \quad (3.9)$$

$$E\{[u(k) - \overline{u(k)}][u(i) - \overline{u(i)}]'\} = Q(k) \delta(k-i) \quad (3.10)$$

$$E\{[z(k) - \overline{z(k)}][z(i) - \overline{z(i)}]\} = R(k) \delta(k-i) \quad (3.11)$$

と表わされる。なお、 $b(k)$ と $d(k)$ は、それぞれ流出関数 $f_n[x(k)]$ と $f_i[x(k)]$ の定数項である。このように、部分線形システムは、状態変数に依存した係数マトリクス $A[x(k-1)]$ 、 $C[x(k)]$ を用いて表わすことができた。カルマン・フィルターによる状態推定は、状態 $x(s)$ ($1 < s < T$) を推定するのに $k=1, 2, \dots, s-1, s$ までの観測データを用い、スムージングのように、それから先 ($k=s+1, \dots, T$) の観測データは使わない。参考までに、このカルマン・フィルターの考えを応用したアルゴリズムを示すと Fig. 3.2 のようになる。ここで、 $C(k) = C[\hat{x}(k)]$ で、 $M(k)$ 、 $P(k)$ は状態変数 $x(k)$ の推定誤差の分散行列、 $K(k)$ は修正ゲイン、 $\hat{x}(k)$ は観測値 $y(k)$ を得る前の推定値、



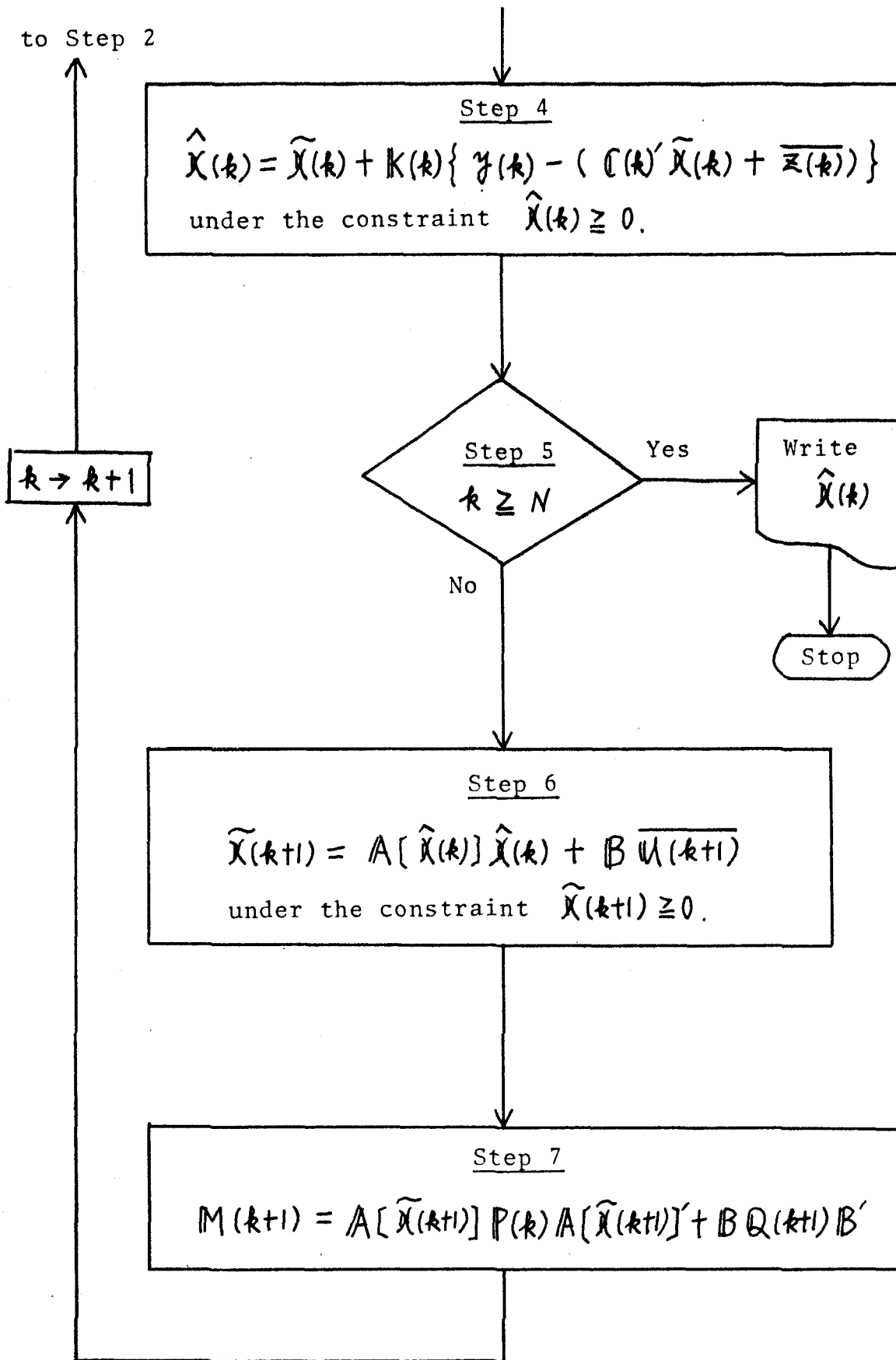


Fig. 3.2 State-estimation algorithm by the application of Kalman filter

$\hat{x}(k)$ は観測値 $y(k)$ を得た後の推定値, N は推定の最終時刻をそれぞれ表わしている。まず, 初期条件 $\hat{x}(-1)$, $C(-1)$, $\hat{x}(0)$, $M(0)$, を設定し, あと計算手順に従って $\hat{x}(k)$, $\hat{x}(k+1)$ ($k=0, 1, \dots, N$) を求めていく。

なお, 非線形スージングあるいはカルマン・フィルターの応用のいずれの方法においても, システムの非線形性と状態変数の制約条件によって, 最適な推定値の得られる理論的保証はないが, 近似的推定法の一つとして有用なものと思われる。

第4章 琵琶湖流域の水循環モデル

§ 4.1 野洲川流出モデル

4.1.1 野洲川流域の観測データとその処理

観測データ

琵琶湖流域の水循環の実態を明らかにするためには、琵琶湖流域全体の流出機構を求めておく必要がある。そこで、ここでは、まず、琵琶湖流域における主要河川の一つで、観測データの最も整っている野洲川流域についてその流出モデルを求め、つぎに、これを琵琶湖流域全体に用いた。野洲川流域の雨量や流量等の観測地点を示すと Fig. 4.1 のようになる。

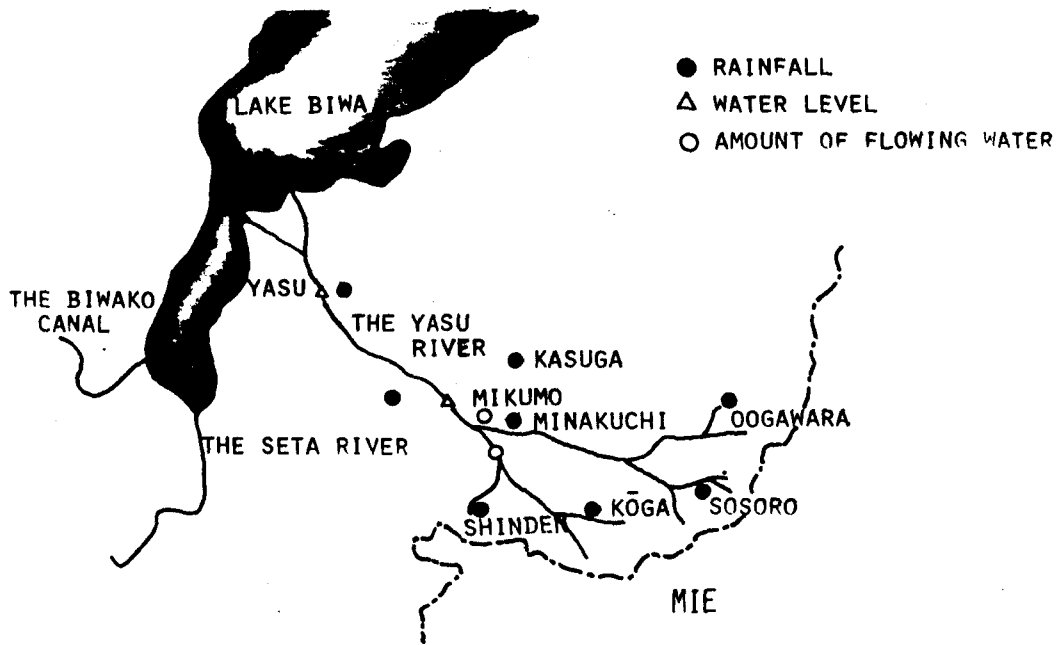


Fig. 4.1 Observatories in the basin of the Yasu River

河川の流量は、水位と流量の関係（H-Q曲線）をあらかじめ求めておき、通常は水位を観測し、H-Q曲線を利用して求められている。これは、簡便で最もよく使われている方法であるが、大雨等によって河床が変動した場合に相当大きな誤差を生じる。雨量は、雨量計（径20cm）により、また、蒸発高は、小型蒸発計（径20cm、深さ10cm）によって観測されている。つぎに、これらの観測データの処理についてまとめた。

野洲川流量

野洲川の水位は野洲と三雲の2地点で観測されているが、下流の野洲は伏流水や農業用取水等の影響を受けるので、上流側の三雲における観測値を用いた。三雲の水位は1日に午前6時と午後6時の2回観測されており、これらの算術平均から平均日水位を求め、H-Q曲線から平均日流量を求めている。

流域雨量

三雲の流量を用いる関係から、流域の日雨量は、その上流側にある6つの観測地点（春日、水口、新田、甲賀、笠路、大河原）より求めた。これらの地点は、いずれも平地或いは平地近くにあるが、一般に雨量は平地よりも山地に多いので、ここでは、雨量の割増しを考慮して次式によって流域日雨量 $r_T(k)$ を求めた。

$$r_T(k) \triangleq P_{eb,1}(k) = m_T \cdot \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 r_{T,i}(k) \quad (4.1)$$

上式で、 m_T は雨量の割増し率を表わし、ここでは1.3とした（4.1.2参照）。また、 $r_{T,i}(k)$ は各地点の観測日雨量を表わしている。なお、日雨量の観測時間は、午前9時から翌日の午前9時までとなっている。この算定式は、

最も簡単な降水量算定法である算術平均法と、雨量-高度法を割増し率でおきかえたものの簡単な併用と考えることもできる。

流域蒸発散高

野洲川流域に近い瀬田川河畔の蒸発計による観測値を用いた。観測時間は、日雨量と同じく午前9時から翌日の午前9時までとなっている。

4.1.2 野洲川流出モデル

初期流出モデル

流域日雨量と野洲川の平均日流量の観測データを基に、タンクモデルのパラメーター推定の手順 (Fig. 2.3 参照) に従って野洲川の日単位流出モデルを求めていくことができるが、まず、初期モデルを設定しておく必要がある。幸いにも、すでに琵琶湖流域の近くの名張川 (奈良, 三重) について菅原によって詳しく検討され、Fig. 4.2 のような日単位流出モデルが得られているので、これを初期モデルに選んだ。

野洲川流出モデル

昭和46, 47年の流域日雨量, 野洲川平均日流量, および瀬田川の蒸発高の観測データを用い, 実測日流量とタンクモデルによって求めた推定日流量の二つのハイドログラフを比較しながら, パラメーター推定の手順に従って試行錯誤的に野洲川流域の

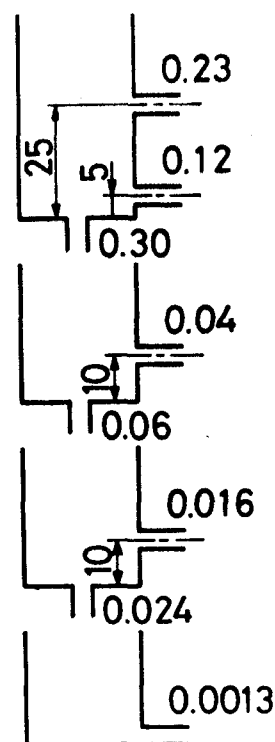


Fig. 4.2 Initial four-tank model

流出モデルを求めた。なお、冬期は積雪の影響等で複雑になるため、ここでは、4月から11月までの観測データに基づいて流出モデルのパラメータを求めた。このようにして、最終的に得られた野洲川流出モデルを示すと Fig. 4.3 のようになる。

Fig. 4.2 の名張川流出モデルと比較して最も相違のある点は1段目の浸透パラメータが小さくなっていることである。菅原らの調査によると、名張川流域はザル田が多いということなので、それがこのような違いとなって表われたのではないかとと思われる。なお、パラメータの推定において、モデルの入力である雨量は、割増しを考えここでは1.3倍が適当と思われた。

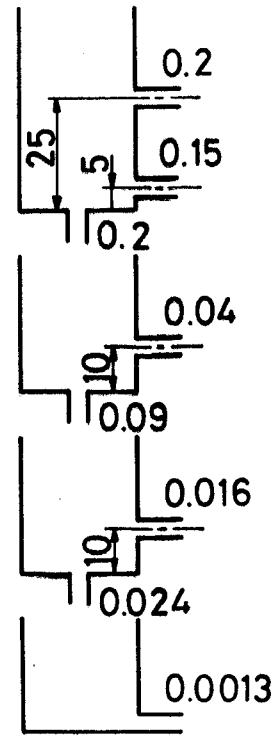


Fig. 4.3 Four-tank model of the Yasu river flows

野洲川流量の推定

野洲川流出モデルは Fig. 4.3 で表わされたが、これを用いて野洲川平均日流量を推定した。その一例として、昭和46年7月の推定結果を Fig. 4.4 に示した。結果は、観測値と良く一致している。また、46年4月から8月までにおける各月の野洲川平均日流量の絶対推定誤差 ϵ_{dy} を

$$\epsilon_{dy} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{|Z_{ey}(k) - Z_{oy}(k)|}{Z_{oy}(k)} \times 100 \quad (4.2)$$

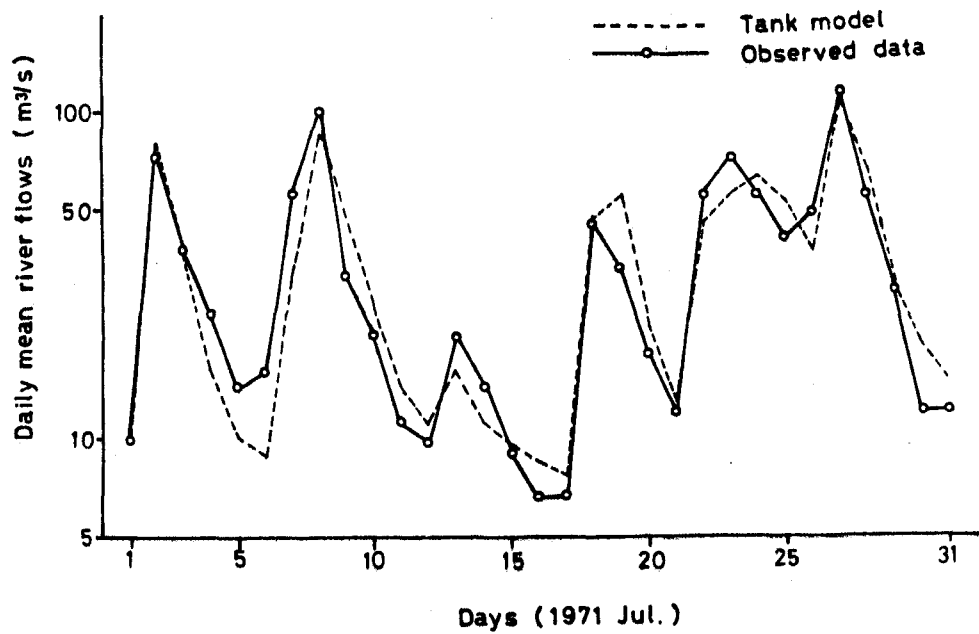


Fig. 4.4 Daily mean river flows of the Yasu River

より求めた。ここで、 $\sum_{k=1}^N \varepsilon_{ey}(k)$ と $\sum_{k=1}^N \varepsilon_{oy}(k)$ は、それぞれ野洲川の推定平均日流量、観測平均日流量を、 N は各月の日数を表わしている。この結果をグラフで表わすと Fig. 4.5 のようになる。全般に 20% 余りの推定誤差で、これは、一般に流量の観測誤差が 10 ~ 20% 程度^{(3),(21)} あると考えると、最初の試行結果としてほぼ妥当なものと思われる。つぎに、同じく昭和 46 年の 4 月から 8 月までの野洲川月流量の推定誤差 ε_{my} を次式より求めた。

$$\varepsilon_{my} = \frac{\sum_{k=1}^N \varepsilon_{ey}(k) - \sum_{k=1}^N \varepsilon_{oy}(k)}{\sum_{k=1}^N \varepsilon_{oy}(k)} \times 100 \quad (4.3)$$

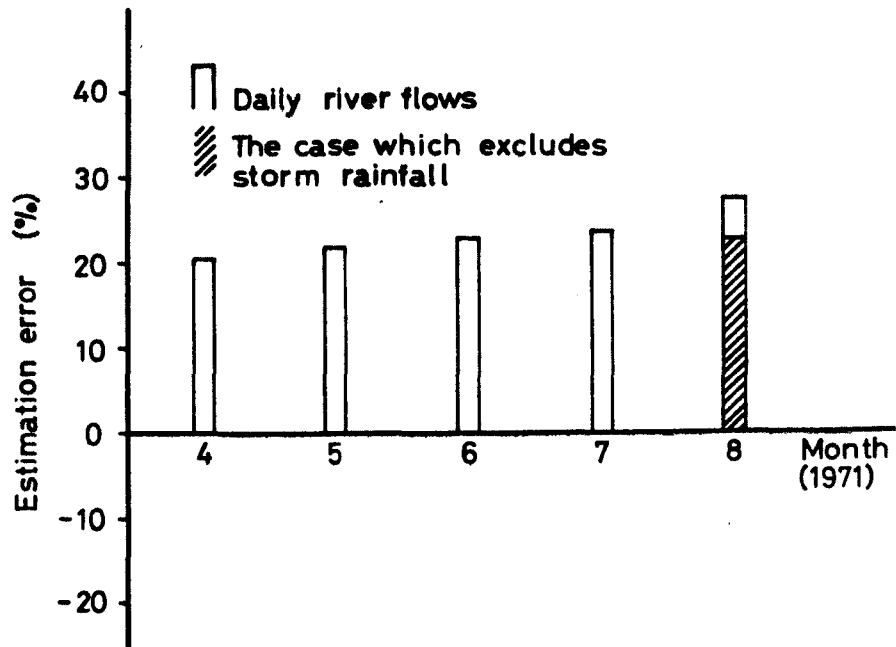


Fig. 4.5 Absolute estimation error for the daily mean river flows of the Yasu River

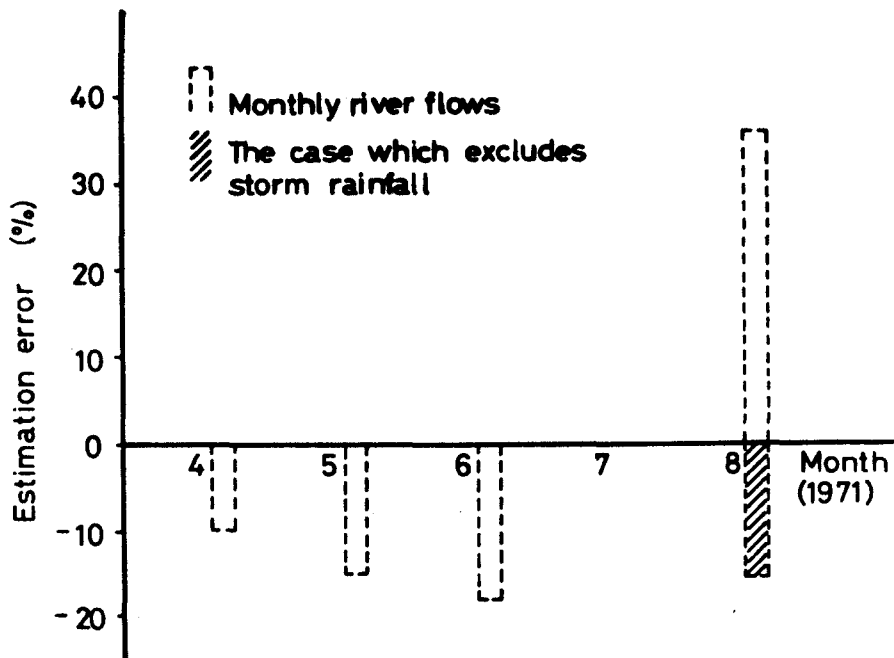


Fig. 4.6 Estimation error for the monthly river flows of the Yasu River

この計算結果をグラフで表わすと Fig. 4.6 のようになり、全般に平均日流量の推定誤差より小さくなっている。これは、一つには (4.3) 式からわかるように、日流量の月合計から求めているため、流出の時間おくれの影響が殆んど無くなったことが原因していると考えられる。なお、8月においては平均日流量、月流量ともに推定誤差が大きくなっているが、これらの原因については第6章で検討する。

§ 4.2 琵琶湖流域の水循環モデルの設定

4.2.1 琵琶湖流域の観測データとその処理

(1) 観測データ

琵琶湖流域には、上記の野洲川流域以外にも幾つかの大きな河川がある。しかし、現在のところ、日流量が観測されているのは野洲川だけであるということと、最初の試みとして、琵琶湖流域の流出モデルをできるだけ簡単に表わしたいという考えから、前述の Fig. 4.3 で表わされる野洲川流出モデルを琵琶湖全流域の流出モデルに用いた。琵琶湖流域の雨量や蒸発高、琵琶湖水位、の観測地点を示すと Fig. 4.7 のようになる。雨量は雨量計により、蒸発高は小型蒸発計により、また、琵琶湖水位はロボット水位計によって、それぞれ観測されている。

つぎに、冬期の計算に関係する琵琶湖流域の気温と降水量の観測地点について Fig. 4.8 に示した。冬期の降水は、雨と雪からなり地域による気候特性の違いが著しく現われるので、流域雨量と融雪量は、Fig. 4.9 に示すように流域を4分割し、各流域についてさらに高度によって4地帯にわけて、算定した。これに関連して、降水量の観測地点は図のように多くとり、また、融雪量の計算のために、

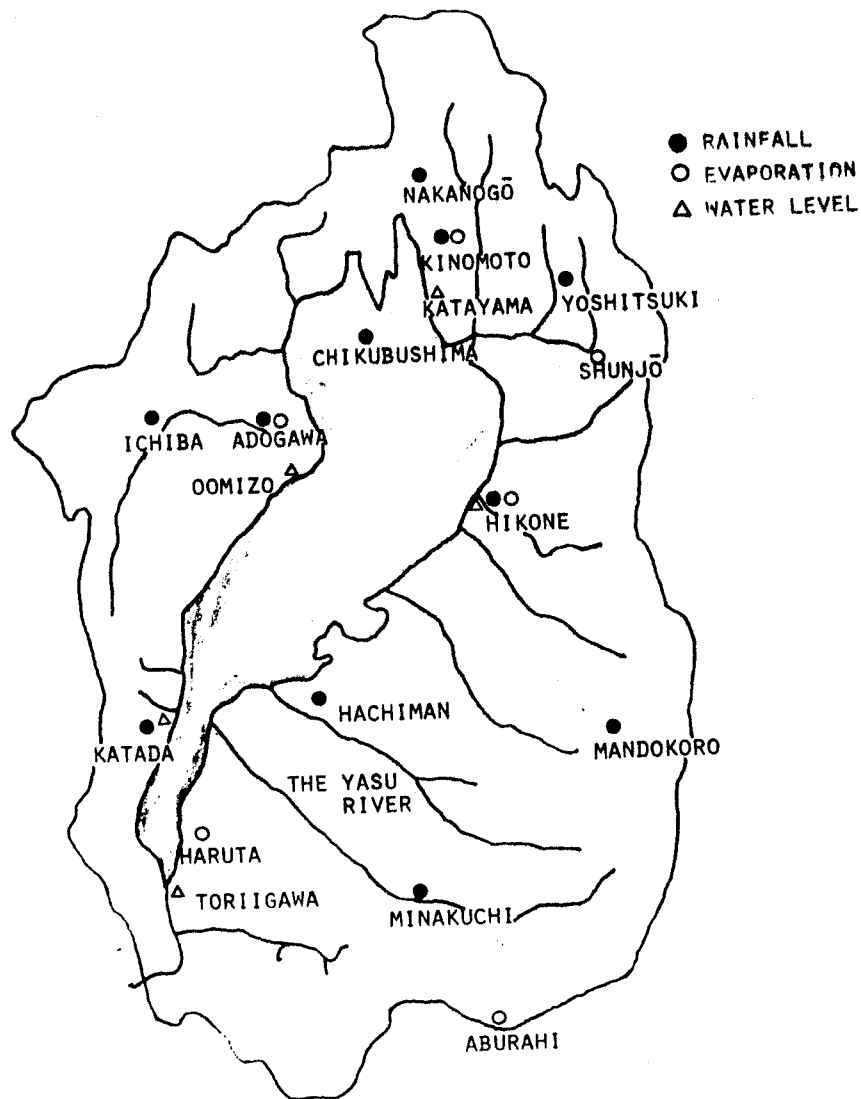


Fig. 4.7 Observatories in the basin of Lake Biwa

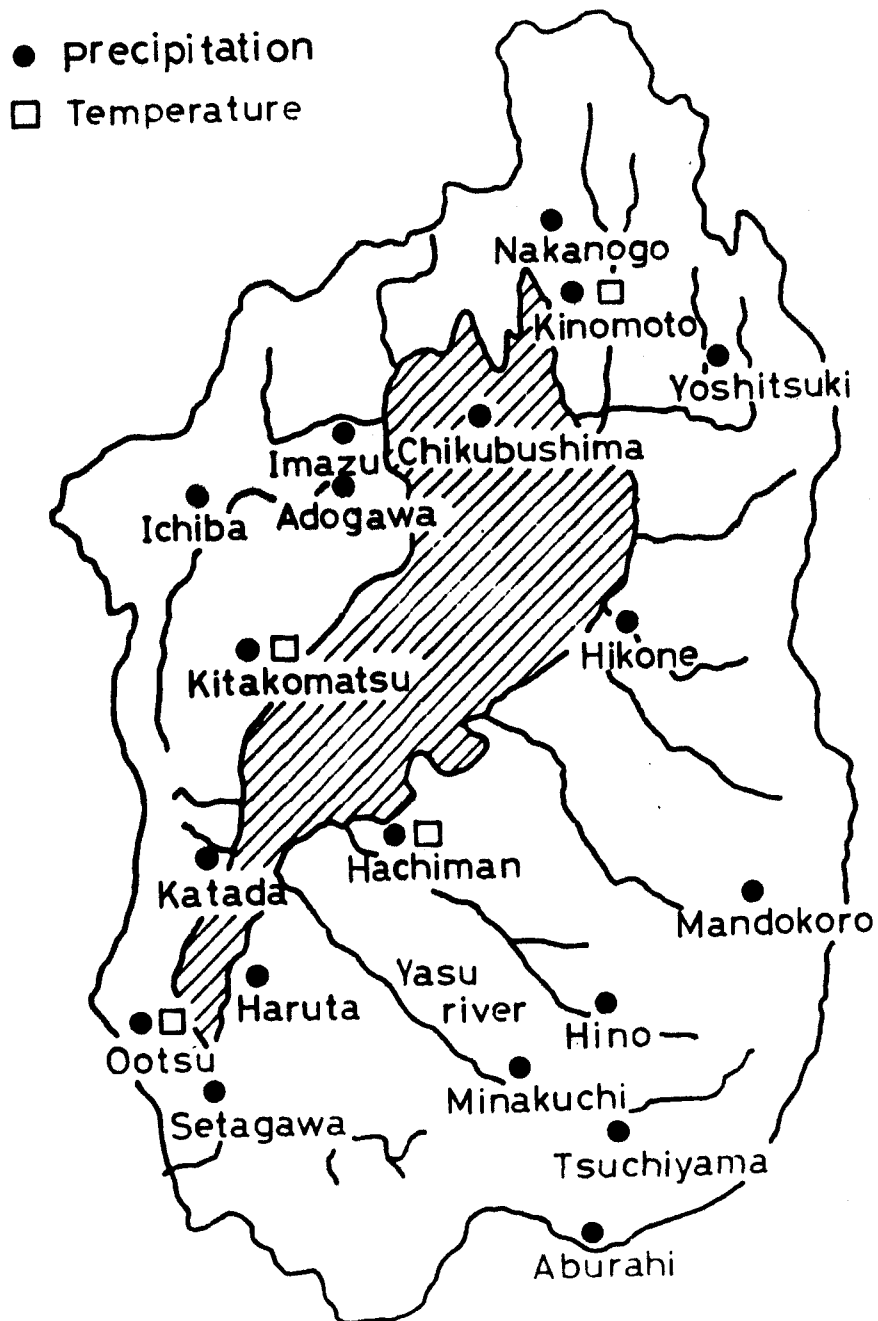


Fig. 4.8 Observatories for the temperature and the precipitation in the basin of Lake Biwa

気温が必要になった。

(2) 観測データの処理

流域降水量

冬期を除く4月から10月までの琵琶湖流域全体の降水量は、5地点（水口、政所、中え郷、吉槻、市場）の雨量観測値より求めた。流域全体において雨量の分布は等しいと考え、流域の日雨量 $r_b(k)$ は次の算術平均により算定した。

$$r_b(k) \triangleq p_{eb,1}(k) = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 r_{a,i}(k) \quad (4.4)$$

ここで、 $r_{a,i}(k)$ は各地点の観測日雨量を表わしている。なお、降雪の影響のない4月から10月においては、この流域雨量 $r_b(k)$ が、そのまま直接流出につながる降水量 $p_{eb,1}(k)$ になる。

一方、冬期の降水は雨と雪よりなり、地域と高度によって降水量と積雪に著しい相違がみられるので、以下のように流域を分割して、流域降水量 $p_b(k)$ と流域融雪高 $S_{m,b}(k)$ を計算した。まず、流域を気候特性と地理的条件に基づいて4つの地域（東、西、南、北）に分割し、さらに各地域を高度によって4つの地帯に分割した。この結果を図に表わすと Fig. 4.9 のようになった。これらの分割に基づいて i 地域 j 地帯の降水量 $p_{i,j}(k)$ は、降水量の高度別割増率 $C_{i,j}$ や月別係数 a_m 等を導入して

$$p_{i,j}(k) = \alpha p_{i,1}(k) (1 + a_m C_{i,j}) \quad (4.5)$$

より求めた。⁽¹⁴⁾ ここで、 α は降水量に掛ける乗数で、

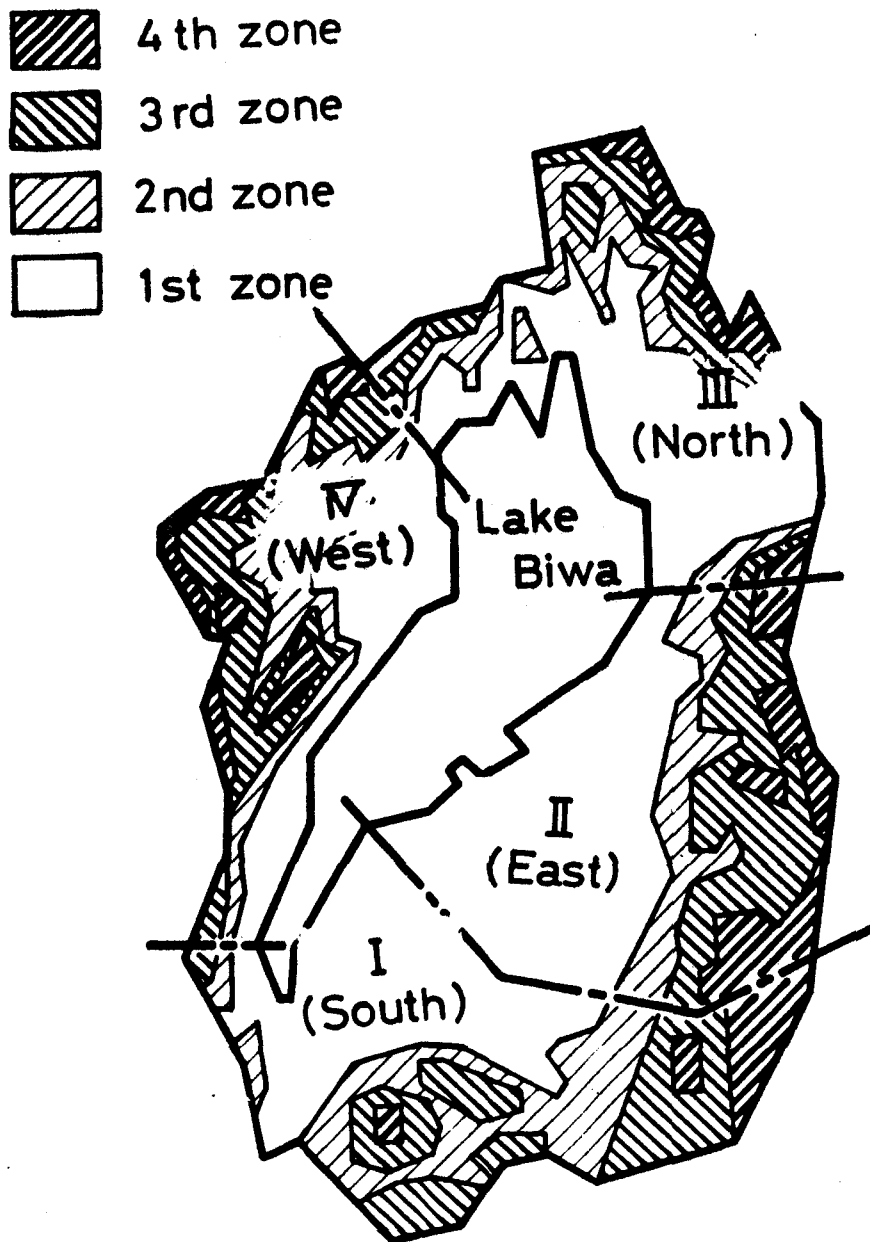


Fig. 4.9 Division for the basin of Lake Biwa

$P_{i,1}(k)$ は最低地帯 (1st zone, 高度の低い順に 1st, 2nd, 3rd, zone ..., と表わした。) の降水量を表わしており, これは観測値の算術平均より求めた。いま, i 地域 j 地帯の琵琶湖流域に対する面積比を $a_{i,j}$ とすると, 琵琶湖流域降水量 $P_b(k)$ は

$$P_b(k) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 a_{i,j} P_{i,j}(k) \quad (4.6)$$

より求められる。なお, 降水の内容は, 気温が $0(^{\circ}\text{C})$ を越えると雨になり, $0(^{\circ}\text{C})$ 以下で雪になると考えた。また, 長日の i 地域 j 地帯の融雪高 $S_{i,j}(k)$ は, 雨滴による融雪高 $\frac{1}{80} r_{i,j}(k) \cdot t_{i,j}(k)$ と太陽放射熱や大気からの熱伝達等による融雪高 $m_t t_{i,j}(k)$ の和をとって, 式

$$S_{i,j}(k) = \frac{1}{80} r_{i,j}(k) \cdot t_{i,j}(k) + m_t \cdot t_{i,j}(k) \quad (4.7)$$

より算定した。ここで, m_t は気温の係数で経験的な値の 6 とし, $t_{i,j}(k)$ は i 地域 j 地帯の気温であり, 次のようにして求めた。 i 地域の気温観測点の高度を $l_{i,0}$, 気温を $t_{i,0}$ とし, 気温の高度による低下率を 100 m につき $0.7(^{\circ}\text{C})$ として

$$t_{i,j} = t_{i,0} - \frac{0.7}{100} (l_{i,j} - l_{i,0}) - (j-1) \Delta t_i \quad (4.8)$$

によって計算した。ここで, i 地域の各地帯の高度差 Δl_i は, 最高地点, $l_{i,\max}$ と最低地点, $l_{i,\min}$ との差を四分割して

$$\Delta l_i = \frac{1}{4} (l_{i,\max} - l_{i,\min}) \quad (4.9)$$

より求め、各地帯間の温度差 Δt_i は

$$\Delta t_i = \frac{0.7}{100} \times \Delta l_i \quad (4.10)$$

より求め、 i 地域の最低地帯の中間高度 $l_{i,1}$ は

$$l_{i,1} = l_{i,\min} + \frac{1}{2} \Delta l_i \quad (4.11)$$

よりそれぞれ求めた。ただし、(4.7)式で算定した融雪高は、当然のことながら積雪高を越えることはない。以上の(4.5)式から(4.11)式までの計算を利用して、冬期の地表流出につながる流域降水量(タンクモデルの入力) $P_{e,b,1}(k)$ は、流域雨量 $r_b(k)$ と流域融雪高 $S_{m,b}(k)$ の和をとって、次式

$$P_{e,b,1}(k) = r_b(k) + S_{m,b}(k) \quad (4.12)$$

より計算した。ここで、流域融雪高 $S_{m,b}(k)$ は

$$S_{m,b}(k) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 a_{ij} S_{ij}(k) \quad (4.13)$$

より求めた。なお、ここで、各地域の面積や各地帯の定数

を示すと Table 4.1 のようになる。

Table 4.1 Area and parameters of each region and each zone

| Region | Area (km ²) | a _{ij} | | α | C _{ij} | | a _m | |
|--------|-------------------------|-----------------|-------|-----|-----------------|------|----------------|------|
| | | | | | | | | |
| I | 861 | a ₁₁ | 0.117 | 1.0 | C ₁₁ | 0 | Nov. | 0 |
| | | a ₁₂ | 0.068 | | C ₁₂ | 0.16 | Dec. | 0.33 |
| | | a ₁₃ | 0.063 | | C ₁₃ | 0.32 | Jan. | 0.66 |
| | | a ₁₄ | 0.024 | | C ₁₄ | 0.32 | Feb. & Mar. | 1.00 |
| II | 774 | a ₂₁ | 0.156 | 0.9 | C ₂₁ | 0 | Nov. | 0 |
| | | a ₂₂ | 0.024 | | C ₂₂ | 0.24 | Dec. | 0.33 |
| | | a ₂₃ | 0.044 | | C ₂₃ | 0.48 | Jan. | 0.66 |
| | | a ₂₄ | 0.020 | | C ₂₄ | 0.48 | Feb. & Mar. | 1.00 |
| III | 912 | a ₃₁ | 0.132 | 0.9 | C ₃₁ | 0 | Nov. | 0 |
| | | a ₃₂ | 0.072 | | C ₃₂ | 0.32 | Dec. | 0.33 |
| | | a ₃₃ | 0.043 | | C ₃₃ | 0.64 | Jan. | 0.66 |
| | | a ₃₄ | 0.037 | | C ₃₄ | 0.64 | Feb. & Mar. | 1.00 |
| IV | 622 | a ₄₁ | 0.074 | 1.0 | C ₄₁ | 0 | Nov. | 0 |
| | | a ₄₂ | 0.055 | | C ₄₂ | 0.40 | Dec. | 0.33 |
| | | a ₄₃ | 0.033 | | C ₄₃ | 0.80 | Jan. | 0.66 |
| | | a ₄₄ | 0.033 | | C ₄₄ | 0.80 | Feb. & Mar. | 1.00 |

流域蒸発散高

琵琶湖流域において、蒸発計により蒸発高の観測されている地点のうち、山間部にある油日の観測値を流域蒸発散高として用いた。

琵琶湖水位

琵琶湖の水位は、5地点（彦根、片山、大溝、堅田、鳥居川）で毎時間観測され、各地点の日平均水位は

24時間平均より求められている。このうち、鳥居川観測所は、瀬田川河畔に位置し、瀬田川の放流量や南湖における静振現象等の影響を受けて、他の4地点と異なった変動を示す。そこで、彦根、片山、大溝、堅田、の4地点の観測値を用い、各地点の水位変動は等しいとして、次の算術平均より琵琶湖の日平均水位 $h_e(k)$ を求めた。

$$h_e(k) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 h_{e,i}(k) \quad (4.14)$$

ここで、 $h_{e,i}(k)$ は各地点の日平均水位を表わしている。

琵琶湖総放流高

琵琶湖からの放流は、瀬田川と琵琶湖疏水からだけである。ここで、瀬田川の放流量は、洗堰からの放流量と宇治発電所への送水量より成っている。したがって、琵琶湖からの総放流高 $f_o(k)$ は次式より求めることができる。

$$f_o(k) = f_{oa}(k) + f_{ou}(k) + f_{oc}(k) \quad (4.15)$$

ここで、 $f_{oa}(k)$ 、 $f_{ou}(k)$ 、 $f_{oc}(k)$ は、それぞれ、洗堰からの放流高、宇治発電所への送水高、琵琶湖疏水からの放流高、を表わしている。

湖面雨量

琵琶湖の湖面上への雨量 $r_e(k)$ は、最も簡単に、湖面全体において雨量の分布は等しいとして、湖岸及び湖上の6地点（彦根、木之本、八幡、堅田、安曇川、竹生島）の観測値の算術平均をとり、次式で算定した。

$$r_e(k) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 r_{e,i}(k) \quad (4.16)$$

ここで、 $r_{e,i}(k)$ は各地点の観測日雨量を表わしている。

湖面蒸発高

湖面からの蒸発高 $v_e(k)$ は、湖岸の蒸発計による観測値を用いて求めた。湖面全体において蒸発高は等しいとして、次式

$$v_e(k) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 v_{e,i}(k) \quad (4.17)$$

より算定した。ここで、 $v_{e,i}(k)$ は、治田、安曇川、木之本、の観測値である。

(3) 琵琶湖の流入量の推定

以上の算定法に基づき、野洲川流出モデルを琵琶湖全流域に適用して、琵琶湖の平均日流入量および月流入量を推定した。その一例を昭和46年7月について示すと Fig. 4.10 のようになった。全般的に傾向は良く似ている。中旬に推定誤差の大きい日があるが、これは、観測データや気象条件等から判断して農業用水取水の影響ではないかと思われる。また、昭和46年の4月から10月までについて琵琶湖の日流入量と月流入量の推定誤差を求めた。まづ、琵琶湖の平均日流入量の絶対推定誤差 ϵ_{dl} は、次の式

$$\epsilon_{dl} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{|\Sigma_{el}(k) - \Sigma_{ol}(k)|}{\Sigma_{ol}(k)} \times 100 \quad (4.18)$$

より求めた。ここで、 $\Sigma_{el}(k)$ と $\Sigma_{ol}(k)$ は、それぞれ、琵琶湖の推定平均日流入量（これは、(2.16)式の $f_i[x(k)]$ より計算できる）、観測平均日流入量を表わしている。計算結果は Fig. 4.11 のようになり、推定誤差は野洲川平均

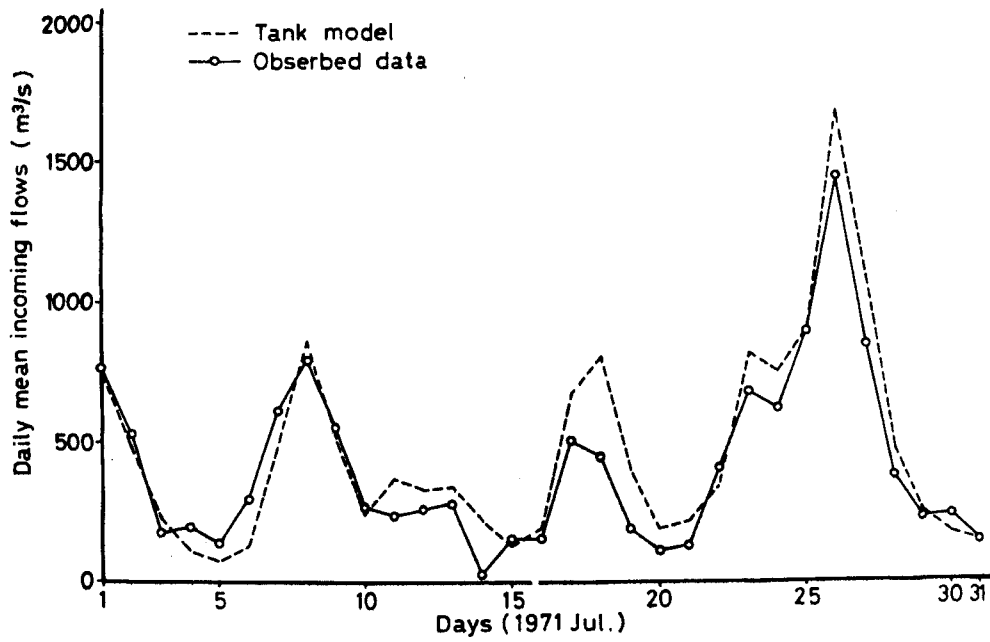


Fig. 4.10 Daily mean incoming flows of Lake Biwa

日流量の場合に比べて相当大きくなった。また、琵琶湖の月流入量の推定誤差 ϵ_{ml} を次の式

$$\epsilon_{ml} = \frac{\sum_{k=1}^N z_{el}(k) - \sum_{k=1}^N z_{ol}(k)}{\sum_{k=1}^N z_{ol}(k)} \times 100 \quad (4.19)$$

より求めた。その計算結果を示すと、 Fig. 4.12 のように

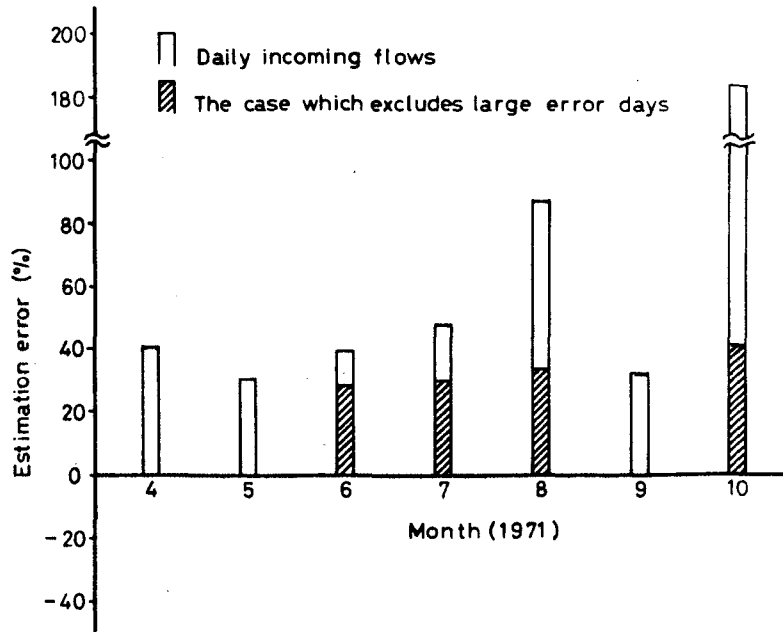


Fig. 4.11 Absolute estimation error for the daily mean incoming flows of Lake Biwa

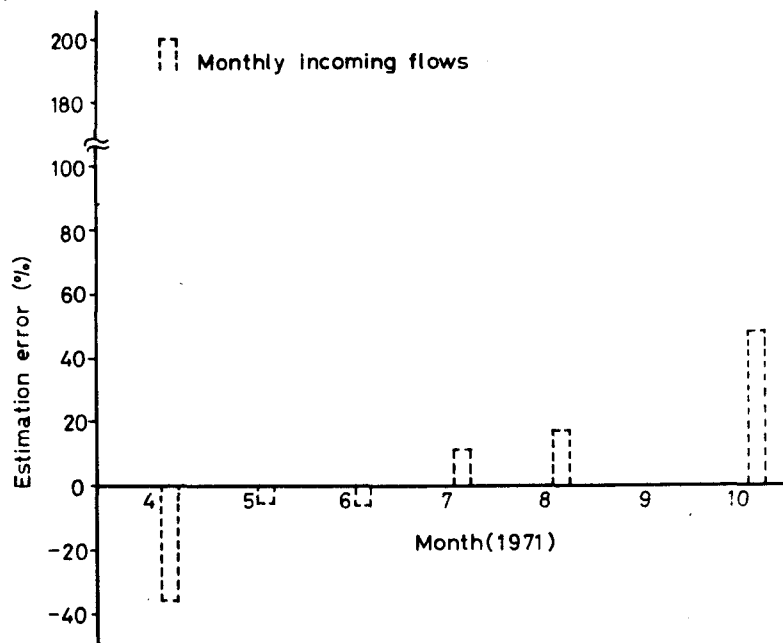


Fig. 4.12 Estimation error for the monthly incoming flows of Lake Biwa

平均日流入量の場合に比べて推定誤差が小さくなった。これは、月流入量を平均日流入量の総和から求めているため、流入の時間おくれや農業用水取水の影響等が小さくなって、このような結果が得られたのではないかと思われる。なお、先に述べた算定法とこれらの結果の詳細については第6章で述べる。

4.2.2. 琵琶湖流域の水循環モデルの設定

モデルの定数

琵琶湖流域の水循環モデルは、第2章 2.2.2 で数学的に記述された。ここでは、このモデルに現われた係数マトリクスや係数等の数値を求めた。

まず、状態方程式に関する係数マトリクス F , G を流出パラメーターと浸透パラメーターの推定値を用いて求めると、

$$F = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.16 & 0.91 & 0.0 & 0.0 \\ 0.014 & 0.082 & 0.976 & 0.0 \\ 0.0 & 0.002 & 0.023 & 0.999 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

$$G = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.2 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.018 & 0.09 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.002 & 0.024 & 1.0 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

となった。タンクモデルの入力となる降水量 $P_{eb}(k)$ が上段から下段へ伝わる因果システムであるため、下三角マトリクスになっている。

つぎに、観測機構において流入の時間おくれの割合を示す係数 a, b の値を、(2.10)式に最小二乗法を適用して次式

$$a = \frac{\sum_{k=1}^N [f_i(k) - f_i(k-1)] [f_i(k-1) + r_2(k) - \Delta h_2(k) - f_0(k) - v_2(k)]}{\sum_{k=1}^N [f_i(k) - f_i(k-1)]^2} \quad (4.22)$$

$$b = 1 - a \quad (4.23)$$

より求めた。これらの推定値を昭和46年4月から昭和47年3月までについて示すと、Table 4.2 のようになった。

Table 4.2 Coefficient for the basin lag time of surface runoff

| Month Coe. | 46/4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 47/1 | 2 | 3 |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| a | 0.43 | 0.54 | 0.34 | 0.53 | 0.84 | 0.92 | 0.49 | 0.50 | 0.62 | 0.74 | 0.68 | 0.36 |
| b | 0.57 | 0.46 | 0.66 | 0.47 | 0.16 | 0.08 | 0.51 | 0.50 | 0.38 | 0.26 | 0.32 | 0.64 |

大雨ほど流出は速くなり、46年8月、9月、の a の値が大きいのは、台風時における豪雨による流出の影響が現われ

ているものと思われる。

初期貯留高, 不規則入力, 観測雑音

初期貯留高や不規則入力, および観測雑音は, (2.22)式から (2.27)式のように, 独立で非定常な確率過程で表わされた。状態推定を実行するに当って, これらの平均値や分散値が必要になるが, ここでは, 昭和46年と昭和47年の観測データや試行結果等に基づいて次のように設定した。

まず, 計算開始時における初期貯留高は未知であるが, 平均値 $\overline{x(0)}$ と分散値 $P(0)$ について, それぞれ

$$\overline{x(0)} = \begin{pmatrix} 50 \\ 40 \\ 40 \\ 1000 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

および

$$P(0) = \begin{pmatrix} 400 & & & \\ & 100 & & \\ & & 25 & \\ & & & 10 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

と設定した。

つぎに, 不規則入力 $w(k)$ について考えると, これの物理的内容は流域蒸発散や流域降水量 (降雨量, 降雪量等)

の算定誤差となる。平均値 $\overline{W(k)}$ は、流域降水量算定誤差の平均値は 0 と考えて、

$$\overline{W(k)} = \begin{pmatrix} W_{1a}(k) \\ W_{2a}(k) \\ W_{3a}(k) \\ W_{4a}(k) \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

とおいた。なお、ここで

$$W_a(k) = \sum_{i=1}^4 W_{ia}(k) \quad (4.27)$$

なる関係が成立する。ただし、 $W_a(k)$ は流域山間部の油日における蒸発高の観測値である。分散 $Q(k)$ は、流域雨量 $r_a(k)$ 10 (mm) を境に分けて設定した。つまり、 $r_a(k) < 10$ (mm) では蒸発散が、 $r_a(k) \geq 10$ (mm) では蒸発散は小さく、雨量のばらつきによる雨量算定誤差が、それぞれ不規則入力として入ってくると考えた。まづ、 $r_a(k) < 10$ (mm) の場合は、46年4月から10月までについて

$$Q(k) = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

で、46年11月から47年3月までについては、蒸発散が小さくなるので

$$Q(k) = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

と設定した。また、 $r_m(k) \geq 10$ (mm) の場合は、46年4月から6月までと10月については比較的降雨形態が穏やかであると考えて

$$Q(k) = \begin{pmatrix} 170 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

とおき、46年7月から9月までは、降雨の地域性が著しく

$$Q(k) = \begin{pmatrix} 1400 & 0 & 0 \\ 0 & 70 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

とおいた。46年11月から47年3月までについては、降水量の地域性を考慮して、琵琶湖流域を4分割(東,西,南,北)

して流域降水量を算定しているために、流域降水量の算定誤差は小さいとして

$$Q(k) = \begin{pmatrix} 30 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

とおいた。なお、分散値をいづれも 3×3 次元で設定しているのは、タンクモデルの4段目からの蒸発散は無いと考えたことによる。

最後に、観測雑音 $v(k)$ について考えると、この物理的内容は、湖面蒸発、水位観測雑音、放流量測定誤差、および湖面雨量算定誤差、等である。湖面蒸発を除いた雑音や誤差の平均値は0であると考えて、観測雑音の平均値 $\overline{v(k)}$ は

$$\overline{v(k)} = v_e(k) \quad (4.33)$$

とおいた。ここで、 $v_e(k)$ は (4.17) 式より求めた湖面蒸発高である。また、分散値 $R(k)$ は、不規則入力と同様に、湖面雨量 $r_e(k)$ 10 (mm) を境に分けて設定した。すなわち、 $r_e(k) < 10$ (mm) では、湖面蒸発、水位観測雑音、放流量測定誤差が、 $r_e(k) \geq 10$ (mm) では、これらに比べて湖面雨量のばらつきが大きく、それによる雨量算定誤差が、それぞれ観測雑音として現われると考えた。このようにして求めた分散値を示すと Table 4.3 のようになった。46年の7月から9月の $r_e(k) \geq 10$ (mm) なる日に、

Table 4.3 Variance of observation noise

| Month Rainfall | 46/4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 47/1 | 2 | 3 |
|-------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|------|----|----|
| $r_1(k) < 10$ | 13 | 13 | 13 | 20 | 13 | 35 | 10 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 |
| $r_1(k) \geq 10$ | 125 | 125 | 125 | 800 | 800 | 800 | 125 | 70 | 70 | 70 | 70 | 70 |

分散値を大きくしたのは、降雨の地域性の著しいことによった。

なお、ここでは、不規則入力と観測雑音はお互いに無相関であると考えたが、厳密には、流域蒸発散と湖面蒸発の間に相関があるものと思われる。しかし、琵琶湖流域全体を一つの流出モデルで表わした現段階においては、その影響はきわめて小さいものと思われる。

終りに、ここで利用した観測データの出所について記しておく。野洲川流域の雨量や流量、それに琵琶湖の水位や放流量については、近畿地方建設局琵琶湖工事事務所（大津市）より、また、蒸発高は、滋賀県農業試験所（湖西湖北分場）や近畿農政局滋賀統計情報事務所、および塩野義製薬株式会社（油日ラボラトリーズ）より、それぞれ提供していただいた。また、琵琶湖流域の降水量や気温は気象月表を利用した。

第5章 琵琶湖流域の水循環プロセスの 内部構造の推定

§ 5.1 非線形スムージングによる推定

降水量

水循環システムの入力である降水量は、後の水循環プロセスのもとになる基本的量で、この算定は大変重要である。しかし、今まで、この算定誤差を明らかにする一般的方法はなく、経験的に見積られていただけであった。しかし、流域の降水 → 貯留 → 流出特性の物理的意味を抽出したタンクモデルを用いると、この雨量算定誤差が不規則入力として陽な形で式に表わされ、不規則入力の平均値や分散値を 4.2.2 のように設定すると、パラメータに関する勾配を用いて逐次近似的に不規則入力を推定する

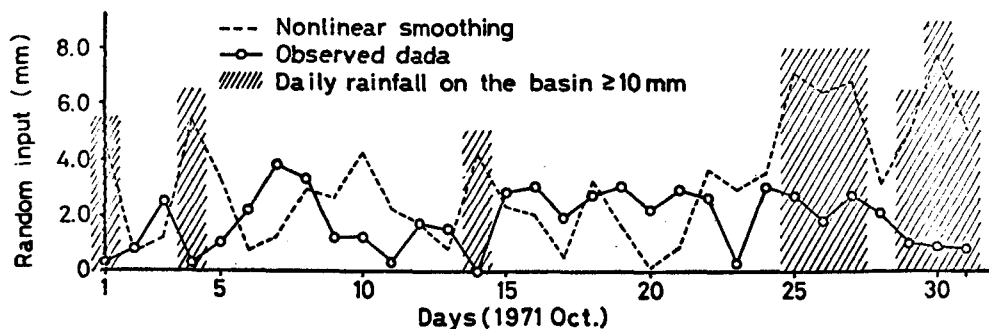


Fig. 5.1 Comparison of estimated quantities of random input $\hat{w}(k)$ with observed data $\bar{w}(k)$

ことができた。その一例を昭和 46 年 10 月 について示すと Fig. 5.1 のようになった。流域雨量が 10 (mm) 以上の日は、4.2.2 で考えたように蒸発散高は一般に小さく、推定値は主として流域雨量算定誤差を表わしているものと思われる。なお、ここでは最も簡単に考え、雨量分布は流域全体において等しいとして算術平均より流域雨量を求めた。しかし、10 月の場合は雨量のばらつきが大きく、図のような流域雨量算定誤差を生じ、一個月平均では 38% にも及んだ。

つぎに、雨量の他に融雪量を含む冬期の降水量を推定した。冬期には降水量の地域性が顕著になるため、流域を 4 分割し、さらに各地域を高度別に 4 分割して、直接流出に

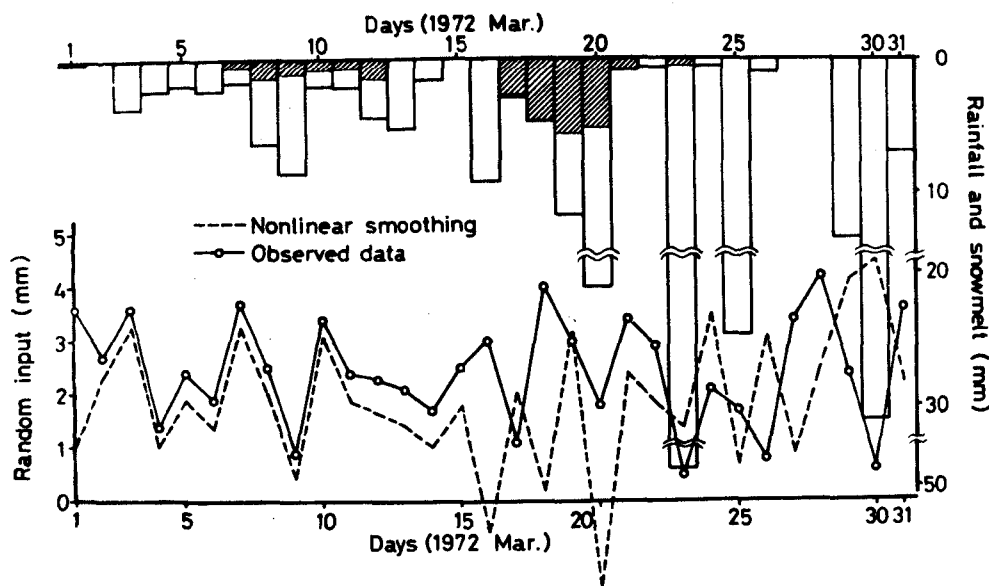


Fig. 5.2 Comparison of estimated quantities of random input $\hat{w}(k)$ with observed data $\bar{w}(k)$ under the snowmelt effect. Shaded bar chart indicates daily quantities of snowmelt

つながらる流域降水量 $P_{eb,1}(k)$ (流域雨量と流域融雪量の和でタンクモデルの入力となる) を算定した。推定した昭和47年の冬は、他の年度に比べて積雪量の少ない年であった。ここでは、そのうち、比較的融雪量のある3月の流域降水量算定誤差について Fig. 5.2 に示した。前半は雨量、融雪量が小さく、不規則入力(ここでは流域蒸発散高)をよく推定することができたのに対し、後半は雨量が大きく、融雪量も少しあって、推定値がばらついた。

年間を通じて、降雨の穏やかであった春から初夏にかけては算術平均により、また、秋から冬にかけても流域を分割した荷重平均と降水量の割増しを考慮することによって、流域降水量 $P_{eb,1}(k)$ を数 mm 程度の誤差で算定できるということが、非線形スモーキングを用いることによって初めて明らかになった。

貯留高

降水は、流域の地表や地中、および地下に貯えられる。これらの量は河川流出高を決定し、また、地表部や地中部の貯留高は流域蒸発散高を決定する重要な変数の一つである。しかし、これらの量を直接観測することは広域面では殆んど不可能に近く、今まではブラックボックスも同然の取り扱いであった。幸いにも、タンクモデルはこの貯留高を基本的な変数に選んでおり、琵琶湖流域の水循環モデルは、この貯留高を状態変数として表わすことができた。そこで、第3章で述べたパラメターの勾配を利用した逐次近似によるスモーキングを適用した結果、流域の貯留高 $X(k)$ を近似的に推定することができた。この結果の一例を示すと Fig. 5.3 のようになった。これは、計算を開始した昭和46年4月の1ヶ月について示したもので、1段目は雨量の影響を直接受けて大きく変動し、2段目は少し遅れてゆるやかに変動し、3段目、4段目となるにつれて時間

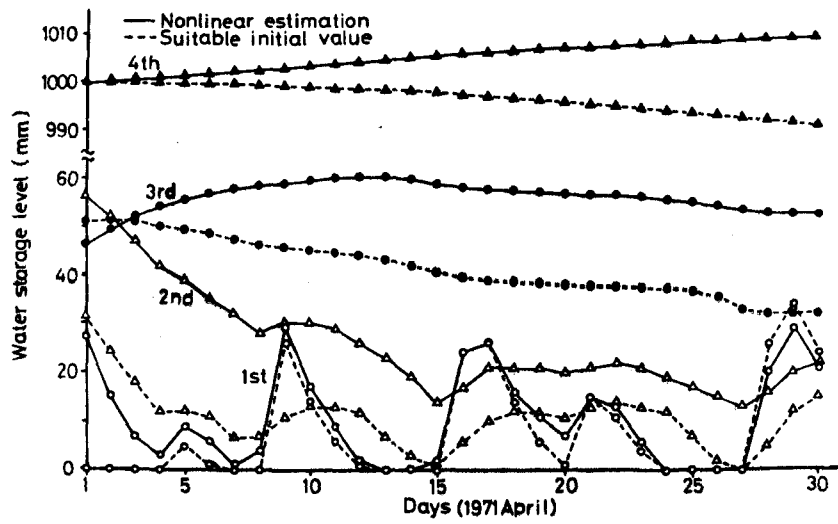


Fig. 5.3 Comparison between unestimated and estimated values of water storage levels $X(k)$

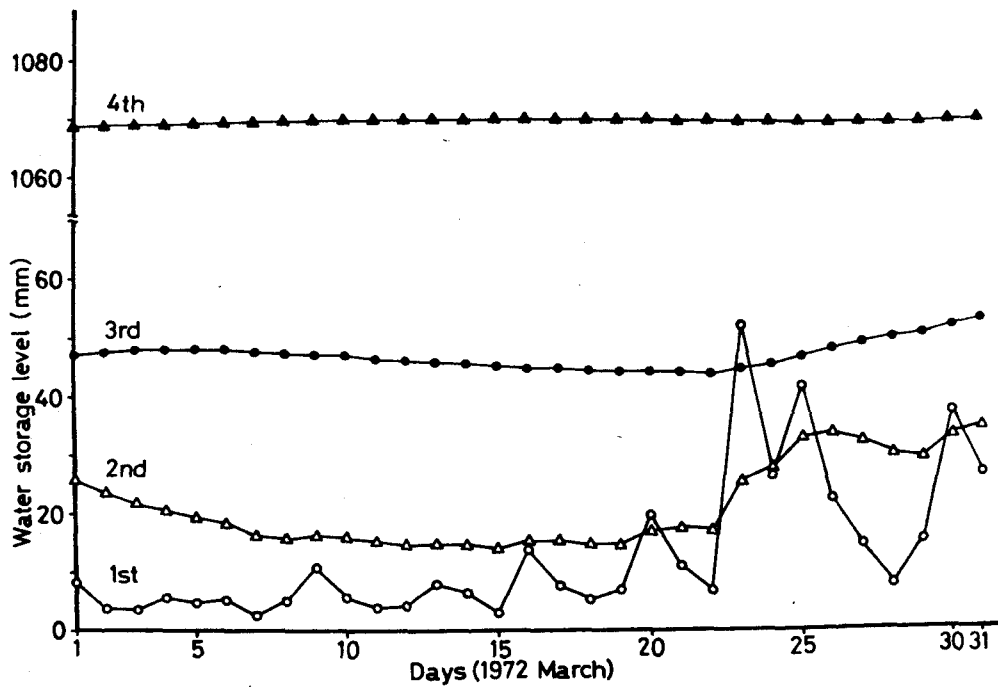


Fig. 5.4 Water storage levels $X(k)$ under the snowmelt effect

おくれは大きくなり、変動も小さくなっている。4月の一ヶ月間の観測データに基づいて貯留高の初期値を推定することにより、観測データをみて適当に設定した場合には相当大きな誤差のあることがわかった。1段目の誤差の影響はすぐになくなり、2段目も時間の経過とともに小さくなっていく。しかし、3段目と4段目は時間おくれが大きいいため、一ヶ月の範囲では両者の差がだんだん大きくなっていく。

つぎに、冬期の流域貯留高について推定した。一例として昭和47年3月の推定結果を Fig. 5.4 に示した。降雨の少ない上旬から中旬にかけて、1段目の貯留高の変動が小さい。これは、降雨量の小さい日においても、流域の積雪が降雨や日射によって解けたことによるものと思われる。

全般的に、春から秋にかけては、地表部の貯留高は雨量の影響を直接受けて大きく変動するが、積雪のある冬期においては、融雪のため常に地表部に水の貯留のあることがわかった。

蒸発散高

地表および地中に貯えられた水は、水面や地表面、樹木等を通して大気中へ水蒸気として運ばれていく。この量、すなわち蒸発散高、を実際に測定することは難しく、広域面からの蒸発散高に至っては、実測することは不可能に近い。そこで、従来から蒸発計による観測値が参考にされ、経験的に、実際の蒸発散高は蒸発計による観測値の60~80%程度といわれてきた。^{(3),(21)}しかし、第2章で求めた琵琶湖流域の水循環モデルによると、この蒸発散高はシステムの不規則入力として表わすことができた。そこで、流域山間部の油日の観測値を平均値とし、不規則入力のパラメーターに関する勾配を利用してスムージングを行った結果、この不規則入力を推定することができた。この結果の一例

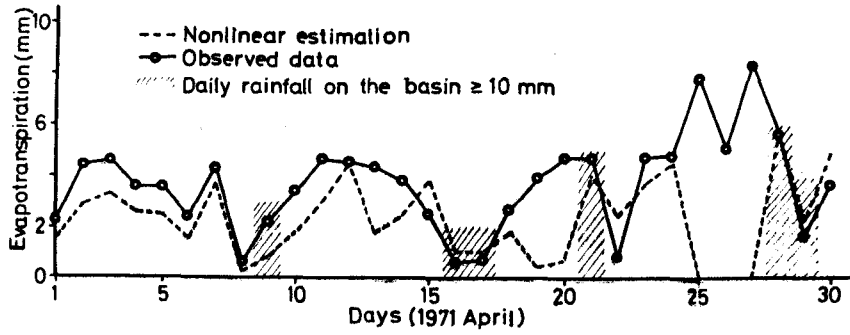


Fig. 5.5 Comparison of estimated quantities of evapotranspiration with observed data

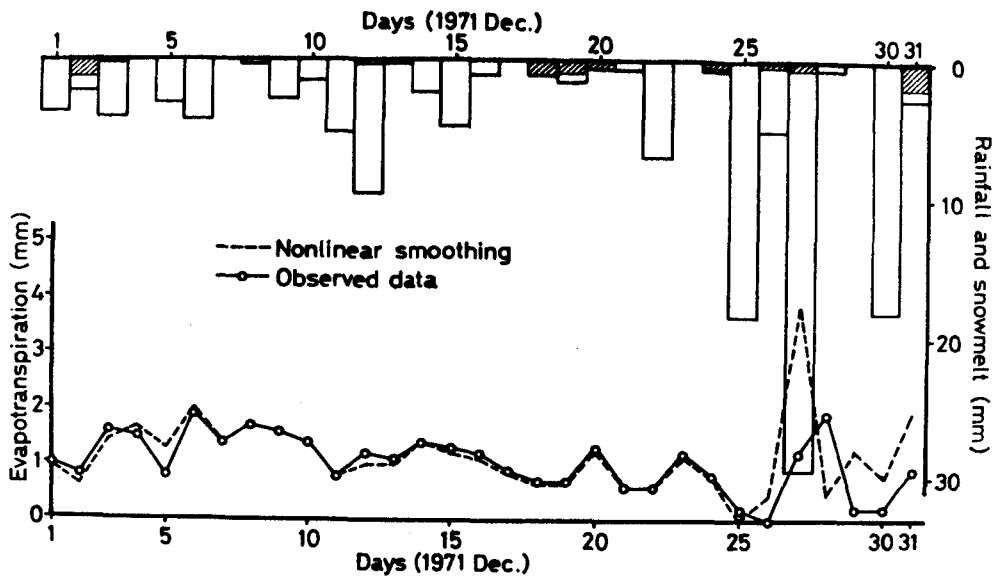


Fig. 5.6 Comparison of estimated quantities of evapotranspiration with observed data in winter season. Shaded bar chart indicates daily quantities of snowmelt

を示すと Fig. 5.5 のようになった。これは昭和46年4月について示したもので、全般的な傾向は蒸発計による観測値にはほぼ一致した。推定値が観測値に比べて小さく出ているところがあるが、これは、Fig. 5.3 に現われているように地表部の貯留高が少ないことによるものと思われる。一个月間の月蒸発散高を計算しても、推定値は観測値の62%となり、経験的な値に一致した。

つぎに、冬期の流域蒸発散高の一例を Fig. 5.6 に示した。これは、融雪のため地表部が常に潤っていて十分な蒸発散があり、また、降水量の地域性を考慮した荷重平均によって流域降水量が精度良く算定されていることによるものと思われる。

観測雑音

観測雑音は、湖面蒸発、水位観測雑音、湖面雨量算定誤差、放流量算定誤差、等からなり、今まで、これらの量がどの程度あるのか、或いは全体の量がどのように現われるのかについては全く明らかにされていなかった。しかし、この量は、観測データから状態を推定する場合の推定精度に直接影響を及ぼす重要な量である。そこで、湖岸の蒸発計による蒸発高を平均値に設定し、Fig. 3.1 のように、状態変数 $X(k)$ と不規則入力 $W(k)$ の逐次近似された値を利用すると、この観測雑音 $v(k)$ を推定することが初めて可能になった。その結果の一例を昭和46年8月について示すと Fig. 5.7 のようになった。推定値は、湖面蒸発高のまわりで変動している。これらの値は、湖面蒸発や水位観測雑音等からなる全体の量であるが、湖面蒸発や水位、湖面雨量、放流量、等の観測データを調べることによって、観測雑音の主な物理的原因を知ることができた。例えば、上旬は水位観測雑音、中旬は農業用水取水、そして、月末の大きな観測雑音は台風時における豪雨がダム群

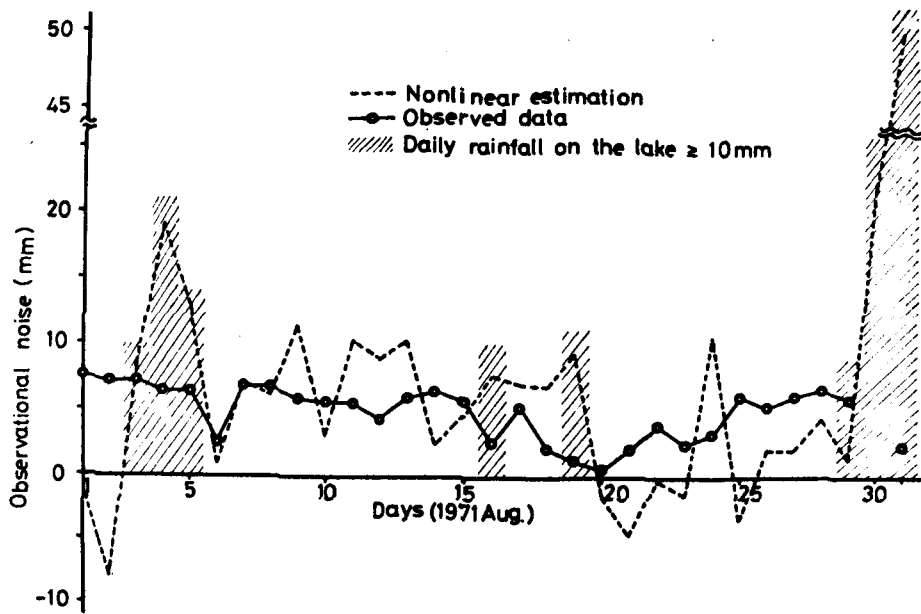


Fig. 5.7 Comparison of estimated quantities of observation noise $\hat{v}(k)$ with observed data $\bar{v}(k)$ for observation noise $v(k)$

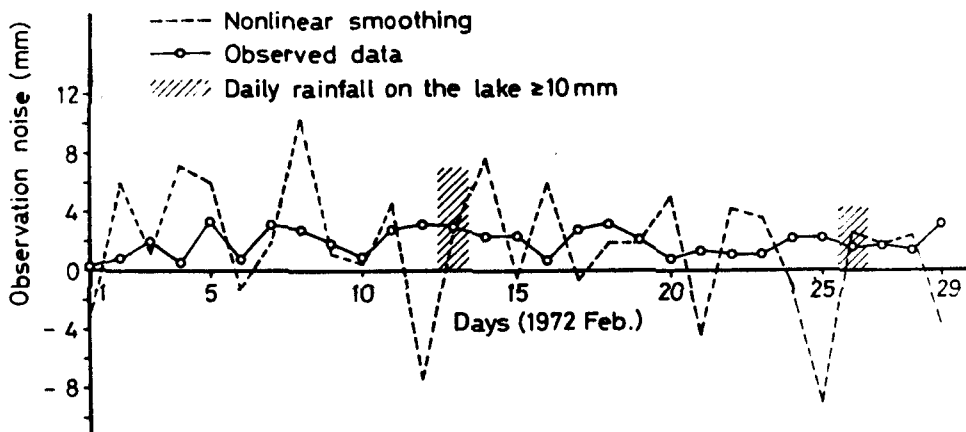


Fig. 5.8 Comparison of estimated quantities of observation noise $\hat{v}(k)$ with observed data $\bar{v}(k)$ for observation noise $v(k)$ in winter season

へ貯水された，等の影響であることがわかった。また，20日過ぎに推定値が平均的に湖面蒸発高の観測値より小さくなっているが，これは，その後に見られる非常に大きな観測雑音を相殺するようなスムージング作用のためと考えられる。

また，冬期の例として，昭和47年2月の結果を Fig. 5.8 に示した。全般にばらつきが小さく，観測精度の良い例といえる。

§ 5.2 カルマン・フィルターの応用による推定

貯留高

推定時刻までの観測データに基づいて状態推定を行うカルマン・フィルターの考えを部分線形システムで表わされる水循環モデルに応用した。この方法は，勾配を利用し

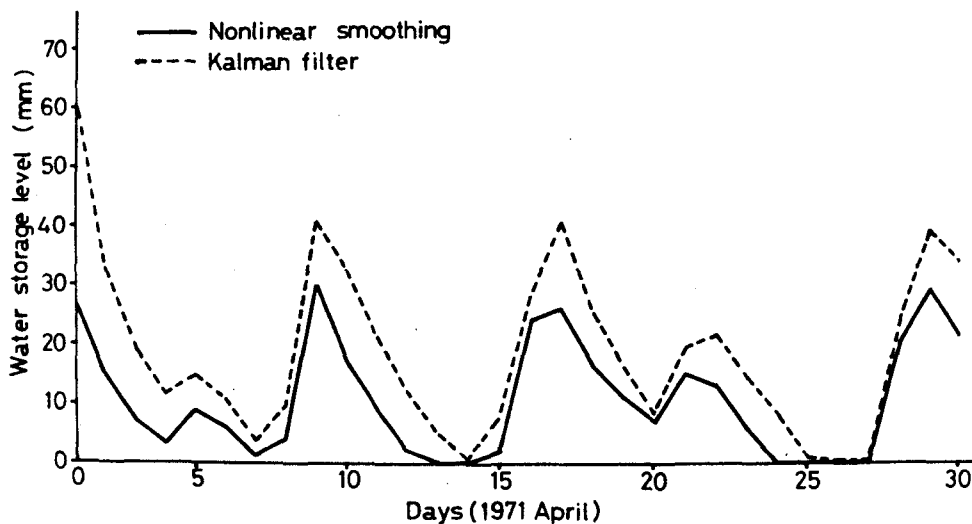


Fig. 5.9 Comparison of two estimated values of the water storage level $X_1(t)$ for the top tank, one is by smoothing and the other is by filtering

て逐次近似していく非線形スムージングに比べて計算がより簡単である。結果の一例として、昭和46年4月の1段目の貯留高について Fig. 5.9 に示した。貯留高の時間的变化の傾向はスムージングによる推定結果と似ているが、1段目の入力である雨量の大きい日に推定値が大きくなった。これは、雨量の大きい日における観測雑音の分散 $R(k)$ の設定や流出の非線形特性等の影響を受けて、修正ゲイン $K(k)$ が大きく算定されたためと考えられる。

第6章 水循環モデルの精度の検討

流出モデル

まづ、琵琶湖流域の水循環モデルにおいて中心的役割を果たす流出モデルの精度について考察した。ここでは、現実の流出機構の物理的特徴をうまく抽出した菅原のタンクモデルを用いた。このモデルのパラメータは、Fig. 2.3で示した試行錯誤的な方法によって求めることができ、野洲川流域については Fig. 4.3 に示されるようになった。このモデルによって野洲川平均日流量や月流量を推定した結果、平均日流量は流量の観測精度近くで求められ、月流量はもっと精度良く求められた。観測データの制約と流出モデルを簡潔に表わしたい考えから、この野洲川流出モデルを琵琶湖全流域に適用して琵琶湖流域の流出解析を行った。近似の当然の結果として、琵琶湖平均日流入量の推定誤差は野洲川平均日流量の場合に比べて大きくなったが、琵琶湖月流入量については、流入の時間おくれの影響が殆んどなくなり、4月と10月を除いてむしろ精度が良くなった。したがって、琵琶湖流域の水循環の内部構造を、水位と放流量の観測データから推定することを目的とする本研究においては、妥当な流出モデルであろうと思われる。

降水量

春から秋にかけての流域雨量は、最も簡単に流域の雨量分布は等しいと考えて算定した。一ヶ月間の非線形スムージングにより流域雨量算定誤差を推定した結果、全般的に数mm程度の算定誤差で求められた。しかし、月によっては降雨の偏りが著しくなり、大きい算定誤差を生じた。例えば、46年7月では26%、10月では38%の誤差を

生じた。これに対して、琵琶湖流域を気候特性と地理的条件に基づいて4分割し、各地域に面積比のウエイトをつけて流域降水量を求めると（これを荷重平均と呼んだ）、7月は20%、10月は27%と減少し、全般を通じて、やはり降雨の地域性を考慮した方が精度良く算定できることが、逐次近似に基づく非線形スモーキングの結果より明らかになった。

また、冬は、降雨の他に降雪があり、他の季節に比べて地域や高度による降水量の偏りが大きくなるものと思われる。そこで、流域を気候特性と地理的条件に基づいて4分割し、さらに各地域を高度別に4地帯に分けた。このようにして、各地帯毎に雨量や積雪量、それに融雪量を算定していくと、当然の結果として、算術平均によって求めた他の季節に比べて、全般的に精度良く流域降水量を算定することができた。しかし、ここで考察した昭和47年の冬は融雪量が少ないため、(4.13)式による流域融雪高の算定が妥当かどうかについての判断を下すことは難しい。

貯留高

流域の貯留高は、河川流出高や流域蒸発散高を求める場合の基礎になる重要な量であるが、観測することは殆んど不可能に近く、推定する一般的方法もなかった。とくに、計算開始時の初期貯留高を精度良く設定することは、我々のような素人にとっては難しい。例えば、Fig. 5.3で示されたように、計算開始時点で、観測データをみて適当に設定した場合でも、大きな誤差を生じる可能性がある。そして、この設定誤差が、Fig. 4.11やFig. 4.12に示されるような4月の琵琶湖平均日流入量や月流入量の大きな誤差の要因になっている。これに対し、初期貯留高の平均値や分散値を観測データや試行結果等から設定し、(3.1)式のような総合的な動作指標のもとに、4月の一ヶ月間の観測

データに基づいて貯留高を推定すると、初期貯留高をはじめ、各段の貯留高の時間的变化を一般的に推定することができた。

蒸発散高

広域面からの蒸発散高は、流域の水循環をはじめ、水収支を考えるうえからも重要な量である。それにもかかわらず、今まで、実際に広域面からの蒸発散高を日単位のきめ細かさで推定できる一般的な方法はなかった。しかし、流域の蒸発計による観測データを利用し、§ 3.1 で述べたような状態推定法を用いると、システムの不規則入力 $W(k)$ の推定結果として、この流域蒸発散高を求めることができた。したがって、流域降水量が精度良く算定された春から初夏、および晩秋から冬にかけて、比較的精度良く流域蒸発散高を推定することができた。流域蒸発散高は、負の入力という意味をもつから、その推定精度は流域降水量の推定精度と密接な関係をもつ。

観測雑音

この物理的内容は、主に、湖面蒸発、水位観測雑音、湖面雨量算定誤差、および放流量測定誤差であった。従来、一般的に、湖面蒸発高は蒸発計による観測値より小さく、水位観測精度は数 mm 程度で、また、放流量の測定誤差は 10% 以内である、と言われてきた。しかし、今まで、これらの個々の量、および全体の量を推定する一般的な方法はなく、殆んど明らかになされていなかった。しかし、平均値と分散値を適当に設定し、(3.1)式のように動作指標の一部に観測雑音の二乗誤差を組み込み、状態変数 $X(k)$ と不規則入力 $W(k)$ の逐次近似された値を用いることによって、初めてこの観測雑音を一般的に推定することができた。計算の結果、推定値は全般的に湖面蒸発高のまわりでばらついた。天候が穏やかで湖面蒸発高が推定できるという

日は少なく、多くの場合、水位観測雑音や湖面雨量のばらつきの影響を受けて変動した。観測雑音が1(cm)以上になるのは一ヶ月に数日程度で、その原因は、水位観測雑音が湖面雨量算定誤差による場合が多かった。

また、この観測雑音の推定結果より、夏期の天候の穏やかな日における農業用水取水や、豪雨時に流域のダム群へ貯水される量、等水循環モデルに組み入れることの難しい影響まで推定することができた。46年の8月において、野洲川平均日流量や月流量、それに琵琶湖平均日流入量の推定に大きな誤差を生じた第一の原因は、台風時(台風23号)の豪雨が流域のダム群へ貯水された影響に基づくことが、関係者に問い合わせた結果、ほぼ明らかになった。

第7章 結 論

本研究では、琵琶湖流域の降水から、貯留 → 蒸発散 → 流出 → 蒸発 に至る水循環プロセスの内部構造をシステム理論的な状態推定法によって検討した。従来から、水循環プロセスの個々については、主として水文学や土木工学等を中心に詳細に検討されてきた。また、降水 → 貯留 → 蒸発散 → 流出 に至るプロセスについては、菅原や Crawford-Linsley⁽¹²⁾ により、流域の物理的特性をうまく抽出したモデルを用いて詳しく解析されてきた。しかし、水循環プロセス相互の間には密接な関係があって、降水から蒸発に至るプロセスは一つのシステムとして考察することが基本的に必要であり、また、河川流量や降水量、蒸発散高、等の観測精度や流域の初期貯留高の設定にも問題があること、等から、従来、流域降水量や貯留高、蒸発散高、さらには水位観測雑音、等を一般的に精度良く推定することは困難であった。

そこで、本研究では、近畿の水がめとよばれ、しかも雨量や水位、それに放流量、等の観測データの豊富な琵琶湖流域を対象に、流出の非線形特性等、流域の物理的特徴をうまく抽出した菅原のタンクモデルを用い、それと水収支関係式とを組み合わせることによって、降水から蒸発に至る水循環プロセスを非線形動的システムとして記述した。すなわち、河川流出や蒸発散高の算定の基礎になる流域の貯留高を状態変数に選び、タンクモデルの計算式を用いて状態方程式を導き、つぎに、琵琶湖の水位や放流量が比較的精度良く（一般に、流域降水量や河川流量等より精度が良い）観測されていることに注目して、琵琶湖の日単位

水収支関係式を観測機構として、水循環モデルを設定した。そして、この水位や放流量の観測データに基づいて、非線形差分方程式で表わされた水循環モデルに、スムージングとカルマン・フィルターの応用による二つの非線形状態推定法を適用した結果、流域降水量の算定誤差や初期貯留高、それに蒸発散高や水位観測雑音、等を日単位のきめ細かさである程度明らかにすることができた。つまり、流域の降水量においては、雨量の地域性による算定誤差や冬期降水量の高度による変化や融雪量等を、貯留高においては、その初期値ならびに地表部や地中部、地下部における貯留高の変動を、それぞれ推定することができた。また、蒸発散高においては、流域の土壌水分を考慮に入れて計算することができ、天候の穏やかな時期には日単位で精度良く推定することができた。観測雑音においては、水位の観測雑音や湖面雨量の算定誤差、さらに、夏期の農業用水や豪雨時におけるダム群への貯水の影響等、一般に水循環モデルに組み込むことの難しいものまで日単位で推定することができた。

このようにして、降水から蒸発に至る水循環プロセスを一つのシステムとして表わし、比較的精度よく観測されている水位や放流量の観測データに基づいて、今まで明らかにされていなかった流域降水量や貯留高、蒸発散高、および水位観測雑音、等の水循環の内部構造を一般的に推定することができるシステム理論的な方法を提案することができた。

特に、冬期においては、降水量や融雪量に関するパラメータが入り流出解析が複雑になるが、さらに計算と考察を遡めていけば、降水量の高度変化や融雪量をより明らかにすることができるものと思われる。また、カルマン・フィルターの考えによる状態推定も、例えば時間に関して逆向きに

計算する⁽¹⁶⁾ こと等によって、さらに改善できるかもしれない。

謝 辞

本研究は、昭和49年から大阪大学基礎工学部において始めたもので、研究を進めていくに当って多くの方々の御協力を得た。とくに、研究のヒント及び方向を示され、常に叱咤激励して下さった有本卓教授に、ここに、改めて深甚の謝意を捧げます。また、研究の内容について適切な御助言をいただいた今市憲作教授、須田信英教授に、心から感謝の意を表します。

最後に、貴重な観測データ並びに有益な御助言をいただいた琵琶湖工事事務所をはじめとする関係者の方々、常に暖かい御指導、御鞭撻をいただいた有本研究室の松井剛一先生、門田良実先生、高坂澄雄氏、研究の最初から計算等を手伝っていただいた大学院生久保和夫君、本論文作成に当って図面等を手伝っていただいた四回生大幸洋一君をはじめ、有本研究室の皆様は厚く御礼申し上げます。

参考文献

- (1) 樞根 勇, "水の循環" 共立出版 (1973)
- (2) 川畑 幸夫, "水文気象学" 地人書館 (1961)
- (3) 菅原正巳, "流出解析法" 共立出版 (1972)
- (4) G.L. Austin and L.B. Austin, "The Use of Radar in Urban Hydrology" *Journal of Hydrology*, 22, 131/142 (1974)
- (5) Ignacio Rodriguez - Iturbe and José M. Mejía, "On the Transformation of point Rainfall to Areal Rainfall" *Water Resources Research*, 10, 729/735 (1974)
- (6) Ignacio Rodriguez - Iturbe and José M. Mejía, "The Design of Rainfall Networks in Time and Space" *Water Resources Research*, 10, 713/728 (1974)
- (7) H. Item, "A Model for the Water Regime of a Deciduous Forest" *Journal of Hydrology*, 21, 201/210 (1974)
- (8) S. J. Balsenga, "Estimating Energy Budget Components to Determine Lake Huron Evaporation" *Water Resources Research*, 11, 661/666 (1975)
- (9) 日野 幹雄, 石川 和秀, "河川流量の長期および短期予測について" *土木学会論文報告集*, 第236号, 59/70 (1975)
- (10) R. A. Rao and R. L. Kashyap, "Stochastic Modeling of River Flows" *IEEE Trans. Automatic Control*, AC-19, 874/881 (1974)

- (11) S. Ikeda, M. Ochiai, and Y. Sawaragi, "Sequential GMDH algorithm and its application to river flow prediction," IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, 6, 473/479 (1976)
- (12) 島津康男, 岸保勘三郎, 高野健三, "自然の数理" 筑摩書房 (1975)
- (13) 科学技術庁資源調査会, "水資源の循環機構に関する調査報告" 科学技術庁資源調査会報告第47号 (1969)
- (14) 菅原正巳, "琵琶湖低水流量解析" 琵琶湖総調 X125, No. 373, 1/121 (1972)
- (15) A. E. Bryson and M. Frazier, "Smoothing for Linear and Nonlinear Dynamical Systems" U.S. Air Force Tech. Rept. ASD-TDR-63-119, 353/364 (1963)
- (16) 有本 卓, "カルマン・フィルタ-" 産業図書 (1977)
- (17) S. Arimoto and H. Shimizu, "A System-Theoretic Study of the Hydrologic Cycle in the Basin of Lake Biwa" Proc. of the IFAC Symposium on Environmental Systems Planning, Design and Control, Kyoto, Aug. (1977)
- (18) 清水 光, 久保和夫, 有本 卓, "琵琶湖流域の水の循環に関するシステム理論的考察" 計測自動制御学会論文集, 13, No. 2 (掲載予定) (1977)
- (19) L. Wartena, "Basic Difficulties in Predicting Evaporation" Journal of Hydrology, 23, 159/177 (1974)
- (20) Ray K. Linsley and Joseph B. Franzini, "Water-Resources Engineering" McGraw-Hill (1972)
- (21) 榎根 勇, "水収支観測値の精度について" 東京教育大学地理学研究報告 XIII, 129/137 (1969)

本研究に関連する講演発表と論文

- 1975 (1) 清水, 久保, 有本, “琵琶湖の水収支に関するシステム論的考察(第1報)” システムシンポジウム講演論文集
- (2) 清水, 久保, 有本, “琵琶湖の水収支に関するシステム論的考察” 第14回SICE学術講演会予稿集
- 1976 (3) 清水, 久保, 有本, “琵琶湖の水収支に関するシステム理論的考察(第2報)” 第2回システムシンポジウム講演論文集
- (4) 清水, 久保, 有本, “琵琶湖水循環プロセスの内部構造の非線形状態推定” 第19回自動制御連合講演会(前刷)
- (5) 久保, 清水, 有本, “琵琶湖流入量の予測モデルについて” 第2回システムシンポジウム講演論文集
- 1977 (6) 清水, 久保, 有本, “琵琶湖流域の水の循環に関するシステム理論的考察” 計測自動制御学会論文集, 13, No.2 (掲載予定)
- (7) S. Arimoto and H. Shimizu, “A System-Theoretic Study of the Hydrologic Cycle in the Basin of Lake Biwa” Proc. of the IFAC Symposium on Environmental Systems Planning, Design and Control, Kyoto, Aug. (1977)