



Title	長大吊橋の架設を対象とする基本設計に関する研究
Author(s)	岩城, 康雄
Citation	大阪大学, 1982, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1946
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

長大吊橋の架設を対象とする
基本設計に関する研究

昭和57年2月

岩 城 康 雄

(目 次)

(頁)

第1章 序 論	1
(参考文献)	9

第2章 吊橋架設系の静力学的解析に関する研究	11
1 有限変位理論による解法	11
1-1 2次元有限変位理論による厳密解法	11
(1) まえがき	11
(2) 基本式	12
(a) 軸力部材の基本式	12
(b) 曲げ部材の基本式	13
(c) 軸力と曲げを受ける部材	15
(d) 温度変化の考慮	16
(e) 釣合方程式	16
(3) ケーブル構造の大変形解析例	18
(4) 吊橋補剛桁架設状態の計算	20
(a) 計算法	20
(b) 計算上の仮定	20
(c) 計算の対象とした吊橋	20
(d) 吊材引込力の計算法	23
(5) まとめ	23
1-2 3次元有限変位理論による厳密解法	24
(1) 基本式	24
(a) 軸力部材の基本式	24
(b) 一般棒部材の基本式	25
(c) 釣合方程式	29
(2) 計算例	29
1-3 2次元有限変位理論による実用解法	29
(1) 基本式	30
(a) 軸力部材の基本式	30
(b) 軸力と曲げ剪断力を伴う部材の基本式	31
(c) 座標変換マトリックス	32
(2) 計算例	32

2 橫度理論による近似解法	33
2-1 解析法	33
(1) まえがき	33
(2) 水平張力の基本式	33
(a) ケーブルの釣合方程式	33
(b) ケーブルの適合条件	34
(c) 仮定	35
(d) 吊材張力 q	35
(e) 水平張力 H_p	37
(3) 標準的な吊橋の解	37
(a) 水平張力 H_p	37
(b) ケーブルの水平変位 ξ	40
(c) 鉛直変位 η の修正	41
(d) フリーケーブル状態	42
(e) 補剛桁の断面力, 吊材張力	42
(f) 計算手順	42
(4) 本理論の適用性	43
2-2 計算例	45
2-3 まとめ	51
3 耐風索を有する架設系の簡易計算法	52
3-1 解析法	52
(1) 耐風索を設けない場合	52
(2) 架設先端に耐風索およびケーブルストラットを設けた場合	54
(3) 架設先端に耐風索を設け, ストラットのない場合	56
3-2 計算例	57
3-3 耐風索の効果と変形防止法の提案	59
4 塔基部の解析	59
4-1 解析例	61
(1) 構造のモデル化と荷重条件	61
(2) 解析結果(ケース1)	65
4-2 塔基部のプレストレス導入時期の提案	73
(参考文献)	74
第3章 吊橋の架設基本設計の合理化に関する実験的研究	77
1 架設工法と模型実験の概要	77
1-1 架設工法の概要	77
1-2 模型実験の概要	78
(1) 模型の概要	78
(2) 実験の内容	82

(a) 鉛直載荷試験	82
(b) 水平載荷試験	82
2 完成系の載荷試験結果	84
(1) 活荷重載荷試験	84
(2) 水平横荷重の載荷試験	84
3 架設工法に関する実験結果	86
3-1 架設途中の変形と応力	86
3-2 逐次剛結法による補剛桁のブロック架設	92
(1) ハンガー引込量と引込力	92
(2) 架設ヒンジの閉合方法	94
(3) 補剛桁最終ブロックの閉合方法	94
(4) 側径間支保工支持による架設工法	94
4 耐風索の効果に関する実験	98
4-1 実験結果	98
(参考文献)	100

第4章 吊橋架設系の耐風安定性に関する実験的研究	101
1 主塔架設時の耐風安定性	101
1-1 風洞実験の概要	102
1-2 実験結果	105
(1) 模型の応答	105
(a) 完成自立系基本模型の応答	106
(b) 風向特性	106
(c) 架設機械の影響	106
(d) 外部減衰付加による変化	106
(e) 架設系の応答	107
(2) 空気力	109
(a) $V - \delta$ 曲線	109
(b) $\eta - \delta$ 曲線	109
1-3 実験のまとめ	111
1-4 制振方法の提案	112
2 ト拉斯補剛吊橋の架設時耐風安定性	116
2-1 対象吊橋の架設工法	116
2-2 風洞実験の概要	120
2-3 2次元実験結果のモード解析による3次元化	123
2-4 耐風安定性を考慮した架設工法の提案	124
(参考文献)	131

第5章 結論	133
謝辞	137

表目録	139
図目録	141
記号一覧表	145

第 1 章

序 論

第1章 序論

(従来の吊橋の技術的発展過程)

吊橋の理論は、1823年 Navier による吊橋についての弾性理論の時代を経て、1888年に Melan による撓度理論の発表¹⁾により、長大吊橋解析の基礎理論が確立された。L. S. Moisseiff はこの理論を初めて吊橋の設計に取り入れ、1906年ニューヨークの Manhattan 橋(中央径間 $\ell = 448\text{ m}$)が建設された。

撓度理論は、支間長が大きな吊橋には極めて有利であるため、その後吊橋の支間長は急速に長大化し、1931年、O.H. Ammann により George Washington 橋($\ell = 1,067\text{ m}$),²⁾ 1937年に J.B. Strauss の設計による Golden Gate 橋($\ell = 1,280\text{ m}$),^{3),4)} そして 1940 年、L.S. Moisseiff は遂に撓度理論の有利性を極限(桁高/支間 = 1/380)にまで取り入れた Tacoma Narrows 橋($\ell = 885\text{ m}$)を設計したが、1940年に完成して僅か 3 ヶ月後、 19 m/s の風によりねじれ振動を起して落橋⁵⁾した。

この事故の原因究明は、F.B. Farquharson 等によって行われ、本橋に用いられたプレートガーター型式の空力不安定性によるものであることが明らかにされた。⁶⁾

この旧 Tacoma Narrows 橋の事故を契機として、長大吊橋の耐風安定性の重要さが強く認識され、その後空気力学的に安定性の高いトラス補剛桁が広く採用された。例えば、1948年建設された Delaware Memorial 橋(アメリカ, $\ell = 655\text{ m}$), 1956年の Tancarville 橋(フランス, $\ell = 608\text{ m}$), 1957年の Mackinac 橋(アメリカ, $\ell = 1,158\text{ m}$), 1964年の Forth Road 橋(イギリス, $\ell = 1,006\text{ m}$), Verrazano Narrows 橋(アメリカ, $\ell = 1,298\text{ m}$), 1966年の Salazar 橋(ポルトガル, $\ell = 1,013\text{ m}$), そして我国においても 1962年の若戸大橋($\ell = 367\text{ m}$), 1973年の関門橋($\ell = 712\text{ m}$)などがある。

一方、トラス補剛桁に代わる耐風性の高い断面として、薄肉箱桁がイギリスの N.P.L. (National Physical Laboratory) の Scruton 等により研究され、1966年 Severn 橋⁷⁾(イギリス, $\ell = 988\text{ m}$)として実現し、1974年には Bosphorus 橋($\ell = 1,074\text{ m}$), そして 1981 年遂に世界最長の Humber 橋⁸⁾($\ell = 1,410\text{ m}$)を完成するに至った。

このように、薄肉箱桁の有利性が注目されて来たが、この型式の吊橋は低風速で渦励振現象があり、その抑制方法が確立されていないこと、通路と鉄道の併用吊橋では、上段に道路部、下段に鉄道部を配置するのに不適当であること、更に迎角をもつ強風に対してはフランジャー風速が非常に低下するなどの理由により、強風地域では依然としてトラス補剛桁型式が主流をなしているのが現状である。

このように、吊橋はその構造特性と耐風性の立場から研究開発されて、漸く近代長大吊橋の形態をとろうとしつつあるものと考えられる。我国の長大吊橋に関する研究は、1940 年頃から始めたが、特に 1963 年に本州四国連絡橋に関する技術調査が開始されてから飛躍的に発展し、既にその成果は国際的に高く評価されるに至った。

(橋梁の長大化と吊橋)

近年、橋梁の長大化は内外を問わず目覚ましいものがある。特に我国では、本州四国連絡橋をはじめとして数多くの長大橋が建設中あるいは計画されている。

中央径間が400m以上を仮に長大橋梁と定義すれば、橋梁型式としてはトラス、箱桁、アーチ橋は、経済性および構造の面ですでに適用限界スパンを越えている。それに適応できる橋梁型式は、古来から発達してきた吊橋のほかに、最近脚光を浴びてきた斜張橋がある。斜張橋の既設ないし実施計画中の最大スパンは、現状では400mないし800mであり、可能性としては1,300m位までは検討されている。⁹⁾しかしこのような超長大斜張橋については、架設中に横風を受ける場合などの問題点もあり、実現性には未だかなりの歳月を要するものと思われる。

一方吊橋は、経済性、構造、架設などあらゆる面で無理がなく、しかも適用スパンは、3,000mにも達するといわれている。¹⁰⁾したがって、我国においても中央スパンが1,000m級の橋梁には、すべて吊橋型式が採用されているのが現状である。本研究は、主として中央径間1,000m前後の鉛直吊材を有するトラス補剛吊橋の主塔及び吊構造部の架設を対象とする。

(長大吊橋の架設計画の基本的な考え方)

ところで、吊橋の架設は建設地点の地理的条件のほかに気象条件に大きく左右されるることは言を俟たないが、特に我国では、毎年のように襲来する台風あるいは春一番のような強風、突風、更に時には地震による影響などを考慮に入れた架設方法、あるいは架設手順などに工夫をこらす必要がある。一般に、橋梁を建設するに当り、架設計画が立てられるが、通常の橋梁では、この段階で設計が完了している場合が多く、架設工法については工法の種類を予め選定し、それに基いて設計を進めて行く段階で、架設工法により設計断面あるいは構造そのものの変更を要することはまれである。

しかし、スパンが1,000m級の長大吊橋になると、前述の通り自然条件を考慮した架設工法を前提として設計を進める必要がある。例えば、耐風安定性を考慮した架設工法として、逐次剛結工法を取り入れた場合でも、鋼床版のデッキ全面載荷した状態で架設すると、耐風限界風速が極端に下がり、危険を伴うおそれがある。そのため鋼床版を半分だけ設置しながら架設を進め、補剛桁構造を閉合して剛性を高めてからでなければ残りの半分を設置できない場合もある。このような場合の実施設計は、架設工法、架設手順などの架設の基本計画と並行して進め、さらに耐風安定性を風洞実験により検証しつつ、相互にフィードバックを繰り返して初めて最終的な実施設計図が完了することになる。そして又同時に架設基本計画と風洞実験も完了していかなければならない。

一般に、設計業務は、主として完成系の解析により断面決定を行う。また架設基本計画では、架設系の解析により架設工法の決定、設計断面の検討、実施計画では詳細な架設計算、施工管理資料の作成等の基本設計を行う。

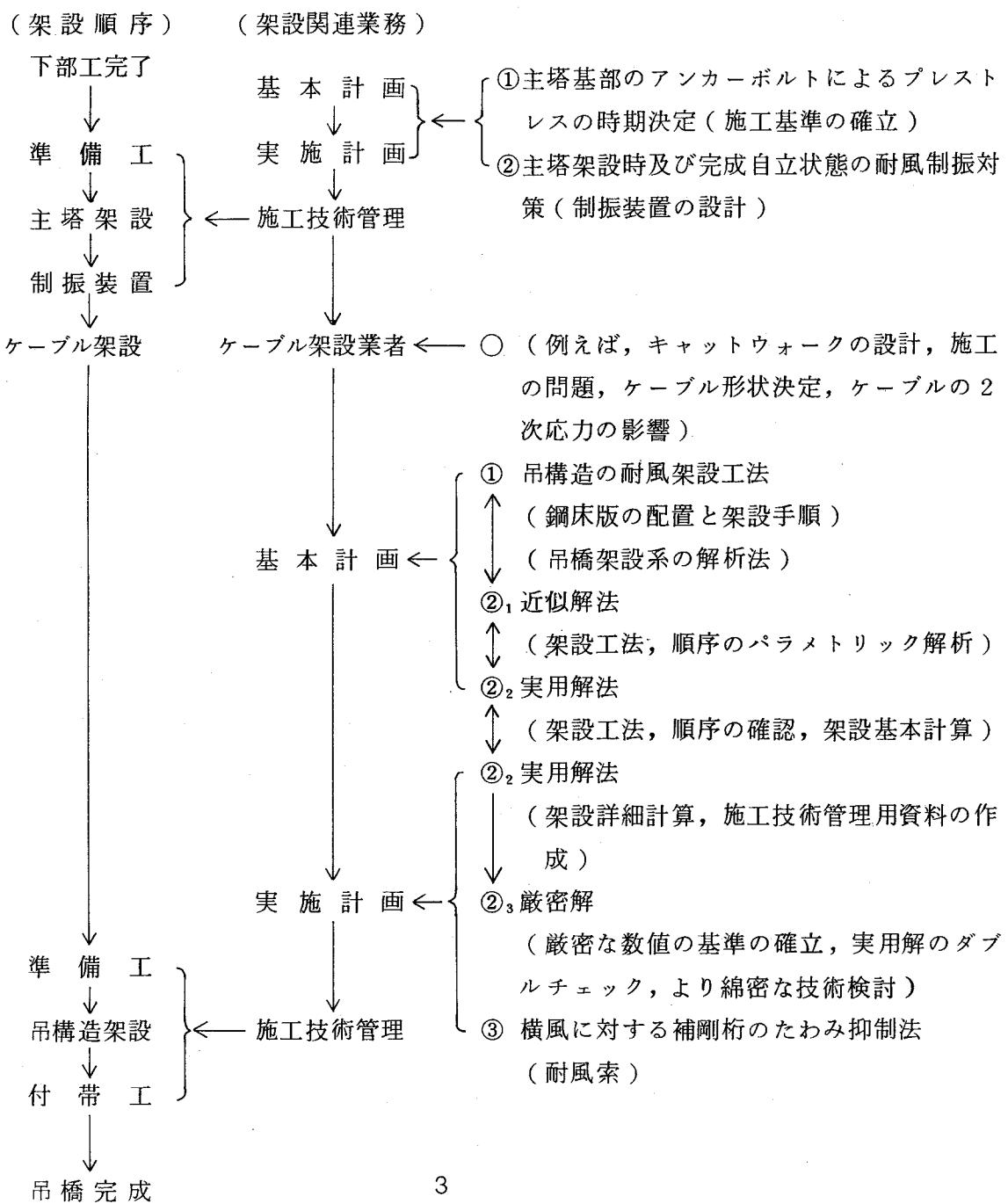
それに対して、長大吊橋のように高度の力学的知識を必要とする場合には、一般に架設計画における基本設計は設計技術者あるいはその経験者が行うのが通例であり、また架設の技術管理業務も有能な設計技術者が関与する例が多い。従って、設計技術者は完成系、架

設系を問わず高度な構造解析能力を有する必要がある。さらに風洞実験との関連において、構造物の空気力学的性状に関する知識もある程度要求されるのは当然のことと思われる。さらに付言すれば製作上の知識、例えば溶接、製作誤差、溶接ひずみ、材質、疲労など非常に広範な知識が要求される。又以上のような広範な知識と理解があって初めて信頼できる合理的な設計が得られ、同時に安全且つ適正な架設計画が立てられることになる。

上述の主旨からすれば、長大吊橋の架設時における重要な諸問題に関する研究開発を前以って進めておくことが不可欠の要件となる。

(長大吊橋架設時の研究課題)

そこで、長大吊橋の上部工架設時における主要な技術的研究課題を、上部工架設順序に従って、架設基本計画、実施計画、現地技術管理の各業務と関連づけて、フローチャートで示すと次の通りである。



この内本研究は、主塔及び吊構造の架設を対象とする上記の重要な研究課題の解明のため行われるものである。なおケーブル架設関係は本研究の対象外とする。

(架設時の静力学的解析)

本論文において最も基本的研究として、架設中の吊橋のように、大変形を伴う場合の静力学的解析手法の確立、及びその実験的検証、並びに近似解法の開発について論じる。

長大吊橋の架設基本計画、実施計画、技術的検討、技術管理用資料の作成などを行う必要があるため、架設途中における吊橋の性状を適確に把握する解析手法の理論体系を整備しておくことが必要条件である。

ところで、吊橋の解析法は、前述の撓度理論のような古典膜理論の段階から脱却して、^{11), 12)} 1949年 Pugsley^{13)~26)} は等間隔に設けられた吊材の実状に忠実な構造モデルを取り、離散吊材理論を開拓した。Pugsley 以後は、大型計算機の高度利用の道が開かれるようになり、吊橋を非線形構造物と考えて、有限変位理論による厳密解を求めるようとする気運に向い、数多くの研究^{27)~30)} がなされた。しかし、これらの研究は、主として完成系の設計を対象とした解析法であり、架設系の極端に大きな変形、すなわち所謂非線形大変形の問題を取扱うには不十分である。

我国においては、前述の通り過酷な耐風安定条件から、逐次剛結法などが必要となるため、架設系を含む解析法が急速に発展した。まず閑門橋の架設を契機として、^{27), 28)} 後藤茂夫、²⁹⁾ 長谷川鎌一、³⁰⁾ 大坂憲司、などの研究が発表された。

これらの解法は、有限変位理論に基づいた離散化モデルについての変位法により、マトリックス表示されているが、いづれもひずみと変位の関係式及びそれから展開されるひずみエネルギー式における高次の微小項を省略している。本研究は、これらを省略することなく、そのままの形で表示する方法を提案するもので、更にこれを3次元的に拡張する。これにより正確な数値解を提供し、従来の実用的解法に対する評価の基準を確立し、更に詳細な技術検討、あるいは実用解法に対するダブルチェックを要する問題に対処できるようにするのが目的である。

次に、通常の架設状態において、実用的に十分な精度がえられる実用解法を、2次元有限変位理論より誘導し、上述のひずみエネルギー式の高次の項、補剛桁のせん断変形及び工学的見地から必要な因子を考慮に入れることにする。この解法は、前述の文献 27) ~ 29) と同程度の精度を有するものである。又本研究では、基本設計の立場から後述の各工法について検討し、一つの有用な工法を提案し、その有効性を立証するため、縮尺 1/25、全長 60m の大型立体模型による実験的研究を行い、同時に上述の理論解を検証することにする。この模型は3次元の力学的相似を精密に満足するものであり、同規模のものに文献 41) があるだけで、他はすべて小規模であり、而も2次元模型による実験が見られるに過ぎない。従って従来の架設工法に関する実験は、構造上及び精度上不十分であると考えられた。

架設基本計画の初期の段階において、架設時の応力、変位の性状を把握し、架設工法、手順の適正化を計るためのパラメトリック解析を必要とする場合、対話形式の計算の実施に有利な簡易解法が必要な場合が多いが、このような解法は見当らない。そのため本研究は、撓度理論を拡張し、適当な仮定を設けて誘導した近似解法を提供しようとするものである。

(補剛桁の従来の架設工法)

一般に、吊構造、特に補剛桁の従来の架設工法について概観する。架設工法を力学的に分類すると、(1)架設される相互の補剛桁ブロックを架設の都度連結して行き、架設された補剛桁に曲げと振り剛性を持たせることにより、耐風安定性を高める逐次剛結工法と、(2)架設される補剛桁ブロックを、ケーブルよりハンガーで吊して、ブロック相互間に鉛直曲げ剛性を持たせないヒンジ工法に分けられる。このヒンジ工法は、一般に橋軸直角方向の横風に対して剛性を持たせるため、補剛桁上端を相互に連結し、下端は架設時の大きな変形に順応できるように連結しない場合が多い。

特に欧米の場合は、架設時に遭遇する最大風速が低い(最大35m/s前後が想定される)ため、このような工法が支配的である。例えば、アメリカにおいても、長大吊橋の建設地点はすべて北方又は内陸部:即ちカリフォルニア州のGolden Gate橋、ミシガン州のMackinac橋、ニューヨーク州のGeorge Washington橋、Verrazano Narrows橋など、カリブ海のハリケーンなどの影響を直接受けない地域にあるため、耐風性を考慮する必要がなかったためと想像される。欧州においても、台風のような強風はなく、せいぜい35m/s前後の季節風がある程度である。

その点我国では、本州四国連絡橋をはじめとして、殆どの架設地点が直接台風の影響を受け、特に鳴門海峡では過去最大風速48m/s(地上10m換算)を記録し、基準風速50m/sとして、補剛桁の架設される高さに換算した設計風速は、73m/sにもなる。このような過酷な自然条件から生れたのが、逐次剛結工法であり、関門橋にはじめて採用されたもので、³³⁾ 我国特有の工法とも言えよう。

次に架設部材の規模によって分類すると、本研究の対象とするトラス補剛桁の場合、(1)トラスの各弦材、腹材などを個々に連結して行く単材架設工法、(2)トラスの片面の2乃至4パネルを組立てたものを架設ブロック単位とする面材架設工法、(3)面材を橋断面全部に亘り立体的に組立てたブロックを単位とするブロック架設工法、(4)それを橋軸方向に数ブロック以上全組みしたものをブロック単位として、フローティングクレーンなどにより一括架設する大ブロック工法などがある。この内よく用いられるのが面材架設工法であり、例えば1937年のGolden Gate橋、³¹⁾ 1964年のForth Road橋、³²⁾ 1973年の関門橋³³⁾などがある。

ブロック架設工法も古くから用いられ、例えば1931年のGeorge Washington橋²⁾は、トラス2パネル分(重量W=200t), 1957年のMackinac橋³⁴⁾は2パネル分(24.4m W=100~150t), 1964年のVerrazano Narrows橋³⁵⁾は4パネル(30.2m, W=180~394t), 1966年のSalazar橋³⁶⁾はVerrazano Narrows橋と同じ4パネル(46.4m, 330t)のブロック架設工法を用いた。又箱型断面の補剛桁は、当然のことながらブロック架設工法が用いられ、例えば1966年建設のSevern橋⁷⁾は、吊構造デッキの長さ18.29m, 重量130tの箱型ブロックをメーンケーブル上のリフティングクレーンにより、水面上のバージから吊上げるブロック工法を、1974年のBosphorus橋、^{37), 38)} 1981年のHumber橋⁸⁾もSevern橋と同じ工法により架設された。

補剛桁の架設順序も数種類に分類される。例えば、3径間の主な吊橋の架設順序を挙げると、(1)中央径間中央と、側径間の両橋端部より、主塔側に向って架設されたものには、

Verrazano Narrows 橋³⁵⁾、と Severn 橋⁷⁾ がある。この工法は風の影響が比較的弱い地方では有効であろう。(2)側径間の橋端部と主塔部より、対象に中央径間中央に向って架設されたものには、George Washington 橋²⁾ があるが、その後この工法は余り用いられていない。(3)両主塔より中央径間中央及び側径間橋端に向って架設されたものは最も多く、古くは Golden Gate 橋³¹⁾ をはじめとして、Mackinac 橋³⁴⁾、Forth Road 橋³²⁾、Salazar 橋³⁶⁾、関門橋³³⁾ 等が挙げられる。

(補剛桁架設時の耐風対策)

以上、近代吊橋の従来の架設工法の概要について述べたが、補剛桁の架設時の耐風対策については、海外では静的空気力による橋軸直角方向のたわみの抑制又は突風などによる架設部材間の接触を防止するために、前述の通り補剛桁上端部を相互に連結し、下端部を自由にしたピン結合工法(ヒンジ工法)が殆んどであり、本格的な耐風対策を講じた例は見受けられない。その中で、特に耐風対策が考慮されたと思われる例として、Forth Road 橋³²⁾ が挙げられる。スコットランドの強い季節風を受けるこの橋は、各幅 7.3 m の 2 つの車道の鋼床版を、全幅載荷した状態で架設した場合について風洞実験が行われ、22.4 m/s でフラッター振動が発生することがわかった。そのため各車道の一部を取除いた状態では、44.7 m/s まで安定であることを確認して、これを架設工法に取り入れている。

次に吊構造架設途中の耐風安定性に関する研究については、後述の通りの研究があるが、海外では前述の通り、Forth Road 橋³²⁾ 以外には見当らない。我国のような過酷な気象条件に対して、架設中の安全性を確保するために、多くの問題が残されており、これについて十分な研究が実施されなければならない。本文はその中の最も重要な問題について調査研究した結果について述べるものである。

即ち、本研究は、耐風安定性の高い架設工法を、2 次元バネ支持剛体模型による風洞実験により求め、更に信頼を高めるため、これを吊橋架設系全体についての、即ち 3 次元化した場合の応答についての評価を行い、耐風安定性を考慮した架設工法、手順などの提案を行おうとするものである。

前述の Forth Road 橋³²⁾においては、橋軸直角方向の横風による横たわみを抑制するため、架設桁の先端付近にワイヤーロープによる V 字形クロスブレーシングを設置している。このような仮設の対角線状クロスブレーシングが、アメリカで建設された長大吊橋に必要となった報告はないようである。我国においても、長大吊橋の架設実績が少く、理論的、実験的な研究報告も見当らない。

そのため、本研究は風による横たわみを抑制する経済的で有効な耐風索を提案し、その耐風抑制効果を理論的に立証すると共に、実験的にもそれを実証しようとするものである。

(主塔の従来の架設工法)

次に、本研究の対象としている主塔の架設に関する発展過程を概観する。吊橋が長大化するにつれて、塔の高さも高くなり、通常のデリッククレーン等では能力、経済性の面で困難となる。1909年、ニューヨークの Manhattan 橋のタワーの架設に初めて Traveling Derrick Crane が使用されたが、これが近年クリーパークレーン(Creeper Crane)

と称せられているものである。この工法は、主塔の塔柱にクリーパークレーンを装着し、主塔を上方へ架設するにつれて塔柱を利用して自力で上昇し、更に上方の塔部材を架設していくので、塔の高さに関係なく施工できる利点がある。従って、高層な主塔の建設には最も有力な架設工法として、殆んどの長大吊橋に使用され今日に至っている。³⁹⁾

一方大型フローティングクレーンの建造と共に大重量のタワープロックの一括架設⁴⁰⁾や、タワークレーンによる方法³³⁾なども、条件によっては利用されることがある。

(主塔架設時の課題)

主塔の架設において、最も重要な課題は、(1)主塔基部のアンカーボルトによるプレストレス導入時期、(2)主塔架設時及び完成自立状態における、風による振動抑制法が挙げられる。

主塔の基部は、一般にアンカーボルトによりプレストレスされるが、従来行われていたプレストレス導入の時期と大きさでは、設計条件が十分満足されていないという疑問が残っていた。即ち、塔柱の現場添接部の外観と経済性を考慮した設計にするため、設計条件として、母材断面の施工条件をメタルタッチとすることにより、添接部の伝達力の $\frac{1}{2}$ を母材断面の支圧力で、残りの $\frac{1}{2}$ を高力ボルトで負担するものとしている。そのため、プレストレスの導入時期と大きさが適正を欠くと、塔柱基部の添接部断面に変形を生じて、設計条件、すなわちメタルタッチの条件を満足していないことがある。

本研究は、主塔基部のプレストレス導入の時期と大きさに関して、有限要素法(FEM)により変位解析を行い、その結果に基づいて原因を究明し、適正な施工基準を確立しようとするものである。

次に、長大吊橋主塔の架設段階における風の影響について、従来どのような耐風対策が講じられたかについて述べる。1964年に完成されたイギリスのエジンバラ近郊にある Forth Road 橋は、主塔を 140m の高さまで架設した時、9m/s の風で振幅約 1 m の振動が発生し、更に主塔が完成した自立状態(塔高 148m)においては、振幅 2.3 m (倍振幅)に達し、塔上の作業員は振りまわされて打撲傷を負ったり、船酔い状態になった。このような振動は初めての経験であったが、次に架設される Severn 橋では、風洞実験によりこの現象が渦励振であることが確認された。⁷⁾ それ以来、長大吊橋の塔架設時には、主塔の制振対策が必要であるにも拘らず、具体的対策について、適切な方法が得られなかつたため、その後の実橋でもこのような架設時の渦励振が起った例がある。

このような危険な状態は、ケーブルが張渡されるまで続くので、その期間中の施工性、作業の安全性より制振対策は重要な課題となった。

主塔の風による振動応答の研究及びその制振方法については、後述の通り、多くの実験的研究がなされているが、これらの現象に関する研究は、未だ日も浅く、理論的にも従来はカルマン渦の作用によるものという仮定の上で、簡単な断面形状をもつ場合に対して発振風速を近似的に推測する程度に過ぎず、振動発生機構については不明確のままでその都度実験的手法による発振風速の予測に頼らなければならないのが現状である。

本研究は、このような現状に鑑み、主塔架設時の耐風対策を立てるために、まず架設時の風による性状について、立体空力弹性模型による風洞実験を実施し、主塔の模型に作用する渦励振時の空気力を用いて合理的な制振方法を考案し提案しようとするものである。

(本論文の内容の要約)

長大吊橋の上部構造の架設基本計画及び実施詳細計画の立案時において、架設工法、架設手順などの技術的検討及び施工時の技術管理資料の提供など、架設を対象とする基本設計段階における重要な学術的、技術的問題点を解決するため、理論解析的研究及び実験的研究を実施する。更にその成果に基づき、実橋の施工に関連して、架設工法、架設手順、施工基準などについての提案を行うもので、次の各章からなる。

第1章序論においては、本問題に関する従来の研究経過、本論文の研究内容の概要及び目的について論じる。

第2章吊橋架設系の静力学的解析に関する研究においては、先ず、(1)厳密な解法を有限変位理論により誘導し、従来の解法に見られるようなひずみと変位の関係式及びそれから展開されるひずみエネルギー式などにおける高次微小項の省略がなく、高次項を含む形で表示する方法を提案し、更にこれを3次元的に拡張する。これにより正確な力学量の評価が可能になる。そして従来の実用的近似解法に対する評価の基準を与え、更に詳細な技術的検討あるいは実用解法に対するダブルチェックを要する問題に対処できるようにする。このようにして架設計画の技術的根拠となる架設計算において、実橋の構造及び架設の性状を正確に評価することを可能にする。(2)通常の架設状態においては(1)の厳密解と比較して実用的に十分な精度が得られる実用解法を2次元有限変位理論より誘導し、ひずみエネルギー式の高次の項、補剛桁のせん断変形及び工学的見地から必要な因子を考慮した方法を提示し、架設の詳細な実施計画、技術管理用資料のデーター作成などの便に供する。(3)架設基本計画の初期の段階において、架設時の応力、変位の性状を把握し、架設工法、架設手順の最適化を得るためのパラメトリック解析を行い、対話型式の計算を実施するのに有利な近似解法を提案する。(4)架設中の横風に対する耐風索の設置方法を提案してその効果の理論的確認を行い、設計の便に供するための簡易解法を誘導する。(5)FEMにより塔基部の応力、変形について解析を行い、主塔基部のアンカーボルトによるプレストレス導入の最適時期を決定し、それに対する施工基準を提案する。

第3章吊橋の架設基本設計の合理化に関する実験的研究においては、一つの有用な架設工法を提案し、その有効性を立証するために実施した大型立体模型による実験的研究について述べ、同時に上述の理論解の検証を行い、更に横風の障害に対処するため、上述の耐風索の効果を実証する。

第4章吊橋架設系の耐風安定性に関する実験的研究においては、長大吊橋の架設時に最も重要な動的外力として作用する空気力学的応答について実験を行い、(1)主塔架設時の風による性状について、立体空力弹性模型による風洞実験を実施するなどの調査研究を行って、主塔の渦励振による空気力を、制振方法の設計解析に考慮し、合理的な制振方法の提案を行う。(2)補剛桁架設途中の耐風性状について、2次元バネ支持剛体模型による風洞実験を実施し、その結果を用いて、吊橋架設系全体の3次元的応答について考察を加え、耐風安定性を考慮した架設工法、手順などの提案を行う。

第5章結論においては、本論文の成果を要約して述べる。

(参 考 文 献)

- 1) Melan J. : Theorie der eisernen Bogenbrücken und Hängebrücken, Handbuch der Ingenieurwissenschaften, Leipzich, 2nd edition, 1888.
- 2) Ammann O.H., et al.: George Washington Bridge, the Port of New York Authority, Reprinted from Transactions, ASCE, 97, 1933.
- 3) 平井 敦: 鋼橋Ⅲ, 技報堂, 1967.
- 4) 小西一郎: 鋼橋, 設計編Ⅱ, 丸善, 1976.
- 5) 神戸市調査室: 旧タコマ・ナロウズ橋の落橋, 調査月報, №4, 昭39年12月号, 12頁, 1964.
- 6) Farquharson F.B., et al. : Aerodynamic Stability of Suspension Bridges with special reference to the Tacoma Narrows Bridge, Bull. Univ. of Washington Eng'g. Exp. Station, No. 116, 1949.
- 7) Hyatt K.E. : Severn Bridge, Fabrication and Erection, Paper No. 7084, Proc. of the Institute of Civil Engineers, Vol. 41, Sept. 1968.
- 8) Hotz R. : Die weitestgespannte Brücke der Welt kurz vor ihrer Vollendung, Der Stahlbau, Heft 6, 1980.
- 9) Leonhardt F., Zellner W. : Vergleiche zwischen Hängebrücken und Schräkgabel-brücken für Spannweiten über 600 m, Publication of the IABSE, Vol. 32-1, S.127-165, 1972.
- 10) Freeman Fox & Partners 社カタログ, 1976.
- 11) Pugsley A.G. : A Flexibility Coefficient Approach to Suspension Bridge Theory, Proc. ICE, 32, 1949.
- 12) Pugsley A.G. : A Simple Theory of Suspension Bridges, Structural Engineering, 31, 3, 1953.
- 13) Bowen C.F., Charlton T.M. : A Note on the Approximate Analysis of Suspension Bridges, Structural Engineering, 45, 7, 1967.
- 14) Boynton R.M., Werth A.R., Geyer W.F. : Tagus River Suspension Bridges, Analysis of Superstructure by a Linearized Deflection Theory, Proc. Symposium on Suspension Bridges, 1966.
- 15) 倉西茂: 行列による吊橋の構造解析, 土木学会論文集, 第81号, 1962.
- 16) 倉西茂: 連続吊橋についての研究, 土木学会論文集, 第84号, 1962.
- 17) Brotton D.M., Williamson N.M., Millar M. : The Solution of Suspension Bridge Problems by Digital Computers, Part I, Structural Engineering, 41, 4, 1963.
- 18) Brotton D.M., Arnold G. : The Solution of Suspension Bridge Problems by Digital Computers, Part II, Structural Engineering, 41, 7, 1963.
- 19) Brotton D.M. : A General Computer Programme for the Solution of Suspension Bridge Problems, Structural Engineering, 44, 5, 1966.
- 20) Janiszewski T. : Suspender Tension Method for Bridge Analysis, Proc. ASCE, 93, ST 5, 1967.

- 21) Saafan A.S. : Theoretical Analysis of Suspension Bridges, Proc. ASCE, 92, ST 4, 1966.
- 22) Fukuda T. : Analysis of Multispan Suspension Bridges, Proc. ASCE, 93, ST 3, 1967.
- 23) Fukuda T. : Analysis of Longitudinally Loaded Suspension Bridges, Proc. ASCE, 94, ST 4, 1968.
- 24) Borges J.F., Lima C.S., Arantes e Oliveira E.R. : Matrix Analysis of Suspension Bridges, Symposium on the Use of Computers in Civil Engineering, Paper 14, Lisbon, 1964.
- 25) Borges J.F., Lima C.S., Arantes e Oliveira E.R. : Studies concerning the Structural Solution and the Design Method adopted for the Tagus River Suspension Bridge, Symposium on Suspension Bridges, Lisbon, 1966.
- 26) Tezcan S.S. : Stiffness Analysis of Suspension Bridges by Iteration, Symposium on Suspension Bridges, Lisbon, 1966.
- 27) 後藤茂夫 : 有限変形法による吊橋の解法, 土木学会論文集, 第 156 号, 1968.
- 28) 後藤茂夫ほか : 非線形有限変形法(大変形法)によるトラスの大変形解析とその応用プログラム, 土木学会論文集, 第 194 号, 1971.
- 29) 長谷川鎌一, 原田康夫 : 吊橋の構造解析, 横河橋梁技報, 1, 1, 1972.
- 30) 大坂憲司ほか : 長大つり橋補剛トラスの架設に関する研究, 三菱重工技報, Vol. 7, No. 7, 1970.
- 31) The Report of the Chief Engineer to the Board of Directors of the Golden Gate Bridge and Highway District, California, 1937.
- 32) Anderson J.K., et al. : Forth Road Bridge, Paper No. 6890, Proc. of the Institution of Civil Engineers, Vol. 32, 1965.
- 33) 日本道路公団 : 関門橋工事報告書, 土木学会, 1977.
- 34) Steinman D.B., Gronquist C.H. : Mackinac Bridge-Longest Bridge Cables Ever Constructed, Civil Engineering, Jan. 1959.
- 35) Kinney J.W., Rothman H., Stahl F. : Verrazano Narrows Bridge-Fabrication and Construction of Superstructure of Bridge Proper, ASCE Structural Engineering Conference and Annual Meeting, Conference Reprint 135, Oct., 1964.
- 36) Ministerio das Obras Publicas : Gabinete da Ponte sobre o Tejo, Portugal, 1966.
- 37) The British Contractors : The Bridge over the Bosphorus (Turkey), Acier-Stahl-Steel, 5, 1974.
- 38) Schröter H.J. : Zum Bau der Bosphorus-Brücke, Der Stahlbau, 3, 1973.
- 39) 長大橋技術研究会 : 長大吊橋の架設, 1971.
- 40) 楠 淳一ほか : 南海橋の設計と施工, 橋梁, 11, 1971.

第 2 章

吊橋架設系の静力学的解析に関する研究

第2章 吊橋架設系の静力学的解析に関する研究

1 有限変位理論による解法

前述の通り，架設計画，架設工法あるいは施工技術管理用データの作成時等において，又詳細設計段階においても，信頼できる数値あるいは技術的検討ならびにその検証を要する場合がある。このような場合には，信頼できる厳密な解析手段を保有しておく必要がある。それは又ダブルチェックの機能としても有効であろう。このような観点から，まず2次元有限変位理論による厳密解を誘導し，これを更に3次元に拡張する。次に計算時間と手数を削減するために，通常の架設状態では厳密解と実用上同程度の精度を有する実用解法を誘導し，架設実施計画及び施工技術管理用データの作成の便に供する。

1-1 2次元有限変位理論による厳密解法^{1),13)}

本研究は，吊橋の解析，特に架設途中の変形と応力を厳密に計算するために，初期張力と変形後の力の釣合いを考慮した非線形有限変位理論式を誘導し，マトリックス変位法の一種である漸化変位法の形にまとめる。この方法における構造全体系の剛性マトリックスは3対角形となるため，漸化と反復のマトリックス演算を行う上で，演算時間およびメモリーを節約することができる。従って，例えば大変形を伴うケーブル構造および3径間吊橋の任意の架設段階における変位と応力などの数値を，十分な精度で求めることが可能である。

(1) まえがき

吊橋は，ケーブルという可撓性部材を主な構成部材としているため，変位が大きく，特に架設中の完成系からのたわみは，スパン1000 m級で10 m以上に達する。従って，吊橋に荷重が作用すると，荷重と変位の関係は，一般的に非線形挙動として取扱われ，特に架設系に対しては，有限変位理論の高次の項まで考慮した，いわゆる非線形有限変位理論を展開しなければならない。

非線形有限変位理論による解析については，種々の論文^{2)~10)}が発表されているが，それらの文献において共通して見られることは，部材のひずみと変位の適合条件式において，非線形項のいずれかの高次微小項が省略されている。

著者らは，部材の伸びと変位の関係を級数表示することなく，正確な幾何学的関係から変形して高次項の省略のない完全な厳密式を誘導し，初期部材力の存在を考慮して非線形有限変位理論式を展開する。

解析の手法としては，まず構造物をユニット分割し，ユニットごとに釣合方程式を立て，最後にユニットの集積である構造物全体系の剛性マトリックスが3対角形となる漸化変位法^{11),12)}を適用して，メモリーと演算時間の節約をはかっている。本解法によれば，極端な大変形挙動を示す構造に対しても，十分な精度で解析できることをフリーケーブルの例題で示す。又吊橋架設系の例題として，3径間吊橋の架設計算の方法と計算例を示す。

なお本理論によるプログラムASOP110¹⁴⁾に汎用性をもたせることにより，吊橋の完

成系，架設系はもちろん，一般に曲げ剛性をもつ骨組構造物の大変形解析，2次応力解析にも適用できる。

(2) 基 本 式

(a) 軸力部材の基本式

変形前に部材端軸力（初期軸力） F_0 を有して釣合っている部材A Bが、部材端にある節点A及びBに付加荷重を受けて変形し、新しい釣合状態に入ったとき、部材端軸力は $F_0 + F$ に変る（図-1）。図-1における幾何学的関係から、変形後の部材長 L' は、

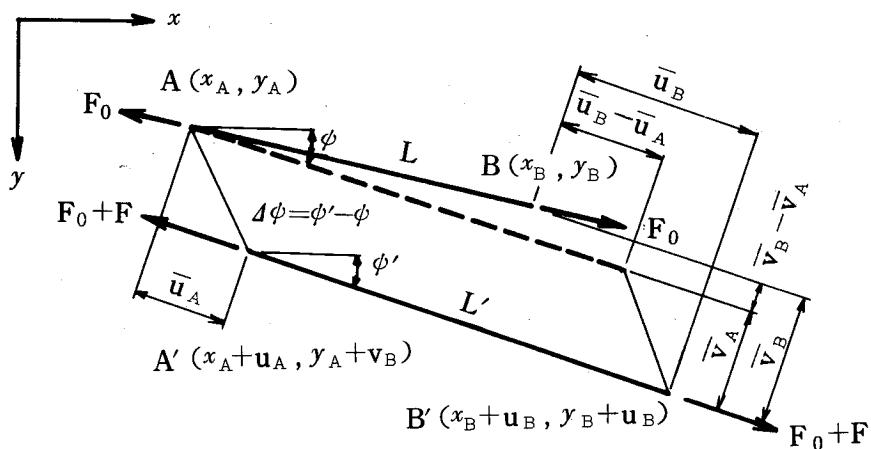


図-1 軸力部材

こゝに、 \bar{u}_A, \bar{u}_B はそれぞれ節点A及びBのL'方向の変位である。

付加荷重によって生じる部材 A B の伸び ΔL は、

$$\Delta L = L' - L = (\bar{u}_B - \bar{u}_A) - L (1 - \cos \Delta \phi) \dots \dots \dots (2)$$

\bar{v}_A, \bar{v}_B をそれぞれ節点A及びBのL'に垂直な方向の変位とすれば、

$\sin \Delta\phi = (\bar{v}_B - \bar{v}_A) / L$ の関係から、

(3)式は、部材軸方向を基準とする局所座標で表わされているので、これを全体座標系に変換すると、

$$dL = [\cos\phi' + p \sin\phi', \sin\phi' - p \cos\phi'] \cdot \begin{bmatrix} u_B - u_A \\ v_B - v_A \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (4)$$

たゞし $p = \sin A\phi / (1 + \cos A\phi)$, ϕ' は変形後の部材軸と x 軸のなす角また, 付加荷重によって生じる部材端軸力の増分 F は,

$$F = (EA/L) \cdot 4L \\ = k_1 [\cos \phi' + p \sin \phi', \sin \phi' - p \cos \phi'] \cdot \left[\frac{u_B - u_A}{v_+ - v_-} \right] \dots \dots \dots (5)$$

たゞし、 $k_1 = EA/L$ 、EA：部材A Bの伸び剛性

F の x, y 方向の成分を F_x, F_y とすれば、

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V} &= \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi' \\ \sin \phi' \end{bmatrix} (F_0 + F) - \begin{bmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{bmatrix} F_0 \\
 &= \left\{ \frac{F_0}{L'} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \left[-\frac{F_0}{L'} \begin{bmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{bmatrix} + k_1 \begin{bmatrix} \cos \phi' \\ \sin \phi' \end{bmatrix} \right] (\cos \phi' + p \sin \phi', \sin \phi' - p \cos \phi') \right\} \\
 &\quad \times \begin{bmatrix} \mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A \\ v_B - v_A \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

故に簡潔に表わすと、

$$V = K (U_B - U_A) \quad \dots \dots \dots (6)$$

こゝに、

$$\mathbf{K} = \frac{\mathbf{F}_0}{L'} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \left[-\frac{\mathbf{F}_0}{L'} \begin{bmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{bmatrix} + k_1 \begin{bmatrix} \cos \phi' \\ \sin \phi' \end{bmatrix} \right] \times (\cos \phi' + p \sin \phi', \sin \phi' - p \cos \phi')$$

$$\mathbf{U}_B - \mathbf{U}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A \\ v_B - v_A \end{bmatrix}$$

したがって、部材A Bの付加荷重により生じた部材端軸力と部材端変位の関係は、全体座標系で表わすと次の通りである。

$$\begin{bmatrix} V_A \\ -V_B \end{bmatrix} = I \cdot \left[\begin{bmatrix} -\bar{K}_E & \bar{K}_E \\ \bar{K}_E & -\bar{K}_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{K}_G & \bar{K}_G \\ \bar{K}_G & -\bar{K}_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{F}_E & \bar{F}_E \\ \bar{F}_E & -\bar{F}_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{F}_G & \bar{F}_G \\ \bar{F}_G & -\bar{F}_G \end{bmatrix} \right] \cdot J \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} \dots \dots \dots (7)$$

上式において、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{K}}_E &= k_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{K}}_G = k_1 \begin{bmatrix} 0 & -p \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{F}}_E = \frac{\mathbf{F}_0}{L'} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathbf{F}}_G &= \frac{\mathbf{F}_0}{L'} \begin{bmatrix} -\cos 4\phi & p \cos 4\phi \\ \sin 4\phi & -p \sin 4\phi \end{bmatrix}, \\ \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} I_0 & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1}, \quad I_0 = \begin{bmatrix} \cos \phi' & -\sin \phi' \\ \sin \phi' & \cos \phi' \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)_{1-6}$$

ここに, I , J はそれぞれ力及び変位の局所座標系から全体座標系への座標変換マトリックスである。

(b) 曲げ部材の基本式

初期部材端力として、曲げモーメント M_0 およびせん断力 S_0 が作用している部材ABが、付加荷重の載荷により変形し、新しい釣合状態を生じたとする（図-2）。 M_0 によ

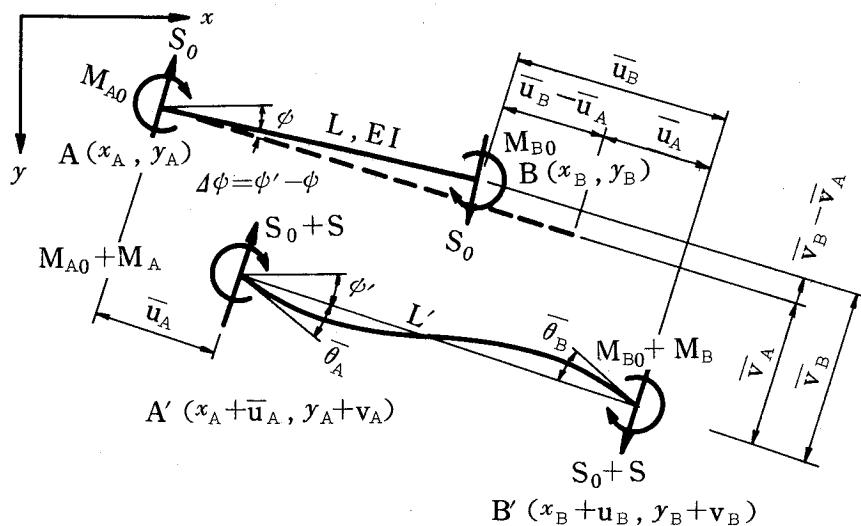


図-2 曲げ部材

る部材のたわみ角を基準原点として0とすれば、節点回転角 θ は、付加荷重により生じる接線回転角 $\bar{\theta}$ と、部材回転角 $\Delta\phi$ との和で表わされるから、節点A及びBにおいて、

$$\theta_A = \bar{\theta}_A + \Delta\phi \quad , \quad \theta_B = \bar{\theta}_B + \Delta\phi \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

$\Delta\phi$ を次式のように変形し、全体座標系の変位で表わせば、

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \sin\Delta\phi - \sin\Delta\phi + \frac{\Delta\phi}{\sin\Delta\phi} \cdot \sin\Delta\phi \\ &= \frac{1}{L} [-\sin\phi', \cos\phi'] \left[\frac{u_B - u_A}{v_B - v_A} \right] - \frac{1-q}{L} \cdot [-\sin\phi', \cos\phi'] \cdot \left[\frac{u_B - u_A}{v_B - v_A} \right] \dots\dots(9) \end{aligned}$$

こゝに、 $q = A\phi / \sin A\phi$

したがって、(8)および(9)式から次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{\theta}_A &= \theta_A + \frac{1}{L} [\sin \phi' \quad -\cos \phi'] \cdot \left[\frac{\mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A}{v_B - v_A} \right] \\
 &\quad - \frac{1-q}{L} [\sin \phi' \quad -\cos \phi'] \cdot \left[\frac{\mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A}{v_B - v_A} \right] \\
 \bar{\theta}_B &= \theta_B + \frac{1}{L} [\sin \phi' \quad -\cos \phi'] \cdot \left[\frac{\mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A}{v_B - v_A} \right] \\
 &\quad - \frac{1-q}{L} [\sin \phi' \quad -\cos \phi'] \cdot \left[\frac{\mathbf{u}_B - \mathbf{u}_A}{v_B - v_A} \right]
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (10)$$

1) 曲げモーメント

図-2において、AおよびB点に接線回転角 θ_A および θ_B を生じさせるのに必要な材端モーメントを、 M_A および M_B とすれば、 M_A および M_B は、付加荷重による付加材端モーメントそのものである。

$$\left. \begin{array}{l} EI\bar{\theta}_A = M_A \cdot L/3 - M_B \cdot L/6 \\ EI\bar{\theta}_B = -M_A \cdot L/6 + M_B \cdot L/3 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (11)_{1,2}$$

たゞし、EI：部材A Bの曲げ剛性

(11)式を連立して解き， $k_2 = 2 EI/L$ ， $k_3 = 6 EI/L^2$ とおいて，

(10)式を代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} M_A &= 2k_2\theta_A + k_2\theta_B + \{k_3 + (q-1)k_3\}[\sin\phi' - \cos\phi'] \cdot \left[\frac{u_B - u_A}{v_B - v_A} \right] \\ M_B &= k_2\theta_A + 2k_2\theta_B + \{k_3 + (q-1)k_3\}[\sin\phi' - \cos\phi'] \cdot \left[\frac{u_B - u_A}{v_B - v_A} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

2) せん断力

図-2におけるモーメントのつり合いから、

$$S = - \frac{M_A + M_B}{L} - \frac{S_0 + S}{L} \cdot 4L \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

上式の第2項は軸力との連成を考慮したもので、曲げのみの場合は $\Delta L = 0$ となる。

(13)式に(4)および(12)式を代入し, $k_4 = 12 EI/L^3$ とおけば,

$$S = -k_3 \theta_A - k_3 \theta_B - \{k_4 + (q-1)k_4\} [\sin \phi' - \cos \phi'] \cdot \left[\frac{u_B - u_A}{v_B - v_A} \right] - \frac{S_0 + S}{L} [\cos \phi' + p \sin \phi' \sin \phi' - p \cos \phi'] \cdot \left[\frac{u_B - u_A}{v_B - v_A} \right] \dots \dots \dots (14)$$

3) 基本式

初期部材端力として、曲げモーメント M_0 及びせん断力 S_0 の作用している部材 A B の、付加荷重による部材端力と部材端変位の関係を表わす基本式は、(12), (14)式を重ね合わせることにより得られる。これを全体座標系に変換して示すと、

$$\begin{bmatrix} V_A \\ -V_B \end{bmatrix} = I \cdot \left[\begin{bmatrix} -\bar{\alpha}'_{EO} \bar{\beta}_{EO} \\ \bar{\alpha}_{EO} \bar{\beta}'_{EO} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{\alpha}_{GO} \bar{\alpha}_{GO} \\ \bar{\alpha}'_{GO} \bar{\alpha}'_{GO} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{\gamma}_{EO} \bar{\gamma}_{EO} \\ \bar{\gamma}_{EO} \bar{\gamma}'_{EO} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{\gamma}_{GO} \bar{\gamma}_{GO} \\ \bar{\gamma}'_{GO} \bar{\gamma}_{GO} \end{bmatrix} \right] \cdot J \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} \dots \dots \dots (15)$$

こゝに

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}'_{EO} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 & k_3 \\ 0 & -k_3 & -2k_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{\alpha}_{EO} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 & k_3 \\ 0 & k_3 & k_2 \end{bmatrix} \\ \bar{\beta}'_{EO} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 & -k_3 \\ 0 & k_3 & -2k_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{\beta}_{EO} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_2 \end{bmatrix} \\ \bar{\alpha}_{GO} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (q-1)k_4 & 0 \\ 0 & -(q-1)k_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\alpha}'_{GO} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (q-1)k_4 & 0 \\ 0 & (q-1)k_3 & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{\gamma}_{EO} &= \frac{S_0 + S}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\gamma}_{GO} = \frac{S_0 + S}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ I &= \begin{bmatrix} I_0 & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} = J^{-1}, \quad I_0 = \begin{bmatrix} \cos\phi' & -\sin\phi' & 0 \\ \sin\phi' & \cos\phi' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ V_A &= \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix}_A, \quad V_B = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix}_B, \quad U_A = \begin{bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{bmatrix}_A, \quad U_B = \begin{bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{bmatrix}_B \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)_{1 \sim 14}$$

(c) 軸力と曲げを受ける部材

初期部材端力として、軸力 F_0 , 曲げモーメント M_0 , せん断力 S_0 の作用している部材 A B の、付加荷重による全体座標系に関する部材端力と部材端変位の関係を表わす基礎方程式は、軸力部材の基本式(7)と曲げ部材の基本式(15)を重ね合わせることにより得られる。

$$\begin{bmatrix} V_A \\ -V_B \end{bmatrix} = I \cdot \left[\begin{bmatrix} -\bar{\alpha}'_E \bar{\beta}_E \\ \bar{\alpha}_E \bar{\beta}'_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{\alpha}_G \bar{\alpha}_G \\ \bar{\alpha}'_G \bar{\alpha}'_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{F}_E \bar{F}_E \\ \bar{F}_E \bar{F}_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{F}_G \bar{F}_G \\ \bar{F}_G \bar{F}_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{\gamma}_E \bar{\gamma}_E \\ \bar{\gamma}_G \bar{\gamma}_G \end{bmatrix} \right] \cdot J \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} \dots \dots \dots (16)$$

上式において、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}'_E &= \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 & k_3 \\ 0 & -k_3 & -2k_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{\alpha}_E = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 & k_3 \\ 0 & k_3 & k_2 \end{bmatrix} \\ \bar{\beta}'_E &= \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 & -k_3 \\ 0 & k_3 & -2k_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{\beta}_E = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_4 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\alpha}_g &= \begin{bmatrix} 0 & -p k_1 & 0 \\ 0 & (q-1) k_4 & 0 \\ 0 & -(q-1) k_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\alpha}'_g = \begin{bmatrix} 0 & -p k_1 & 0 \\ 0 & (q-1) k_4 & 0 \\ 0 & (q-1) k_3 & 0 \end{bmatrix} \\
 \bar{F}_E &= \frac{F_0}{L'} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_G = \frac{F_0}{L'} \begin{bmatrix} -\cos \Delta\phi & p \cos \Delta\phi & 0 \\ \sin \Delta\phi & -p \sin \Delta\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \bar{r}_E &= \frac{S_0 + S}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{r}_G = \frac{S_0 + S}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \bar{r}_{E0} \quad &= \bar{r}_{G0}
 \end{aligned}
 \right\} \dots \text{[16] } 1 \sim 10$$

[16]式を更に簡潔にすれば、

$$\begin{bmatrix} V_A \\ -V_B \end{bmatrix} = I \cdot \begin{bmatrix} -\lambda' & \mu' \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \cdot J \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda' & \mu' \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} \quad \dots \text{[17]}$$

こゝに λ' , λ , μ' , μ はそれぞれ[16]式の局所座標系剛性マトリックスを加え合せたものであり、 λ' , λ , μ' , μ はそれぞれこれを全体座標系に変換した剛性マトリックスである。[16]式の右辺の第1項は、微小変位理論における剛性マトリックスであり、第2項は、部材の剛体回転に伴う非線形項を含み、第3, 第4項は初期軸力の影響を考慮したものであり、第5, 第6項は初期せん断力の影響を考慮したものである。

(d) 温度変化の考慮

温度変化を考える場合は、初期軸力 F_0 を

$$F_0 \rightarrow F_0 - k_1 \cdot \alpha \cdot t \cdot L \quad \dots \text{[18]}$$

ただし、 α : 線膨張係数

t : 温度変化

とおきかえ、部材端に、次式で表わす荷重を付加荷重として加算すればよい。

$$\eta = I \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot k_1 \cdot \alpha \cdot t \cdot L \quad \dots \text{[19]}$$

(e) 約合方程式

任意の節点における約合式は、その節点に連結されているすべての部材の付加荷重による部材端力の増分と、節点に作用する付加荷重とのつり合いから求められる。

$$\sum_{r,s} (V_A - V_B)_{r,s} + P_{r,s} = 0 \quad \dots \text{[20]}$$

構造物をユニット分割し、たとえば図-3に示す [r] ユニットの節点 [r, s] のつり合いを考えると、

$$(\lambda_1, \dots, \lambda_\ell)_{r-1} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_\ell \end{bmatrix}_{r-1} + (\lambda_1 \dots \lambda_{s-1}, \sigma_s, \mu_{s+1}, \dots, \mu_m)_r \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_m \end{bmatrix}_r$$

$$(\mu_1, \dots, \mu_n)_{r+1} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}_{r+1} + P_{r,s} = 0 \quad \dots \text{[21]}$$

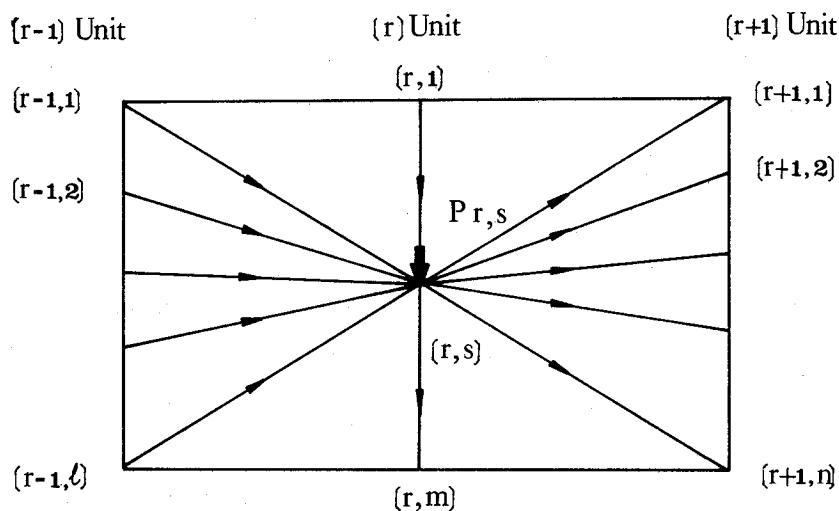


図-3 節点 $[r, s]$ の力の釣合

たゞし、

$$\sigma_{r,s} = -(\mu'_1 + \dots + \mu'_{r-1})_{r-1} - (\mu'_1 + \dots + \mu'_{s-1} + \lambda'_{s+1} + \dots + \lambda'_m)_r - (\lambda'_1 + \dots + \lambda'_{n+1})_{r+1}$$

$$\mu'_{r,s} = -(\eta_1 + \dots + \eta_{r-1})_{r-1} - (\eta_1 + \dots + \eta_{s-1})_r + (\eta_{s+1} + \dots + \eta_m)_r + (\eta_1 + \dots + \eta_n)_{r+1} + P_{r,s}$$

$P_{r,s}$ は $[r, s]$ に作用する外力であり、

$$P_{r,s} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ M \end{bmatrix}_{r,s}$$

$[r]$ ユニットの全節点、すなわち $s = 1, 2, \dots, m$ まで考え、一つの式にまとめれば、

$$A_{r-1}\{U\}_{r-1} + B_r\{U\}_r + C_{r+1}\{U\}_{r+1} + \{P'\}_r = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

(22)式は、 $[r]$ ユニットのつり合い方程式であり、(22)式をすべてのユニット $[k]$ 個について適用し、構造全体系のつり合い方程式を求めれば、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_2 \\ A_1 & B_2 & C_3 \\ A_2 & B_3 & C_4 \\ \vdots \\ A_{K-2} & B_{K-1} & C_K \\ A_{K-1} & B_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{U\}_1 \\ \{U\}_2 \\ \{U\}_3 \\ \vdots \\ \{U\}_{K-1} \\ \{U\}_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \{P'\}_1 \\ \{P'\}_2 \\ \{P'\}_3 \\ \vdots \\ \{P'\}_{K-1} \\ \{P'\}_K \end{bmatrix} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

(23)式によるマトリックスは、3対角形マトリックスの形で表示されており、掃出法による漸化方式ですべての節点の変位を求めることができる。しかし各要素中には、未知数 4ϕ を含んでおり、反復計算を行わねばならない。初期値として、 $4\phi = 0$ すなわち変位を 0 として剛性マトリックスを計算し、(23)式から変位を求める。その変位を用いて剛性マトリックスを修正し、あらためて変位を計算するという手順を繰返し、(23)式の収束条件を満足するまで反復計算を行えばよい。

$$(u^{(n)} - u^{(n-1)})/u^{(n)} \leq \varepsilon, \quad (v^{(n)} - v^{(n-1)})/v^{(n)} \leq \varepsilon \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

たゞし、 $u^{(n)}$ 、 $v^{(n)}$ ：n回反復計算後の鉛直、水平変位

$$u^{(n-1)}, v^{(n-1)} \in \mathbb{R}^{n-1} \quad \text{and} \quad u \in \mathbb{R}^n \quad \text{and} \quad v \in \mathbb{R}^n$$

ϵ : 収束誤差

実際には、収束を速めるためニュートンラプソン法が用いられる。

(3) ケーブル構造の大変形解析例

図-4のように、各節点に 20 t の集中荷重の作用する初期放物線形状のケーブル構造に、付加荷重として図-5のような荷重を載荷した時の変形と付加張力を計算する。その変形と付加張力の加わった状態に、更に図-5の付加荷重を載荷するという計算を 4 回繰返して行う（ケース 1）。すなわち、最終状態では、合計節点荷重が節点 4 に下向きに 40 t、節点 8 に上向きに 40 t かゝることになり、他の節点では 0 となる。

計算結果は図-6 及び表-1に示すとおり、例えば節点6の水平変位 $u = 0.0000001\text{m}$ 、節点3と9はそれぞれ 3.9347932m , -3.9347936m であり、有効数字7桁まで完全に一致している。

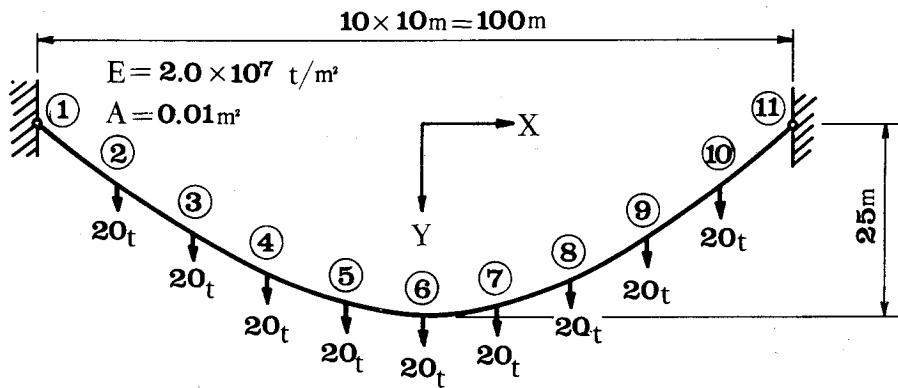


図-4 初期応力を受けるケーブル構造

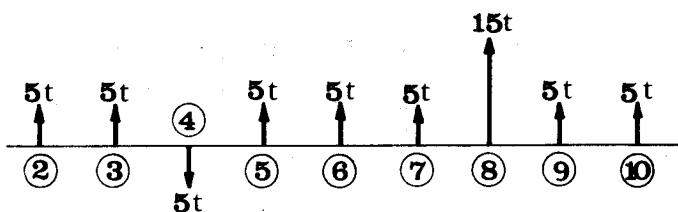


図-5 付加荷重

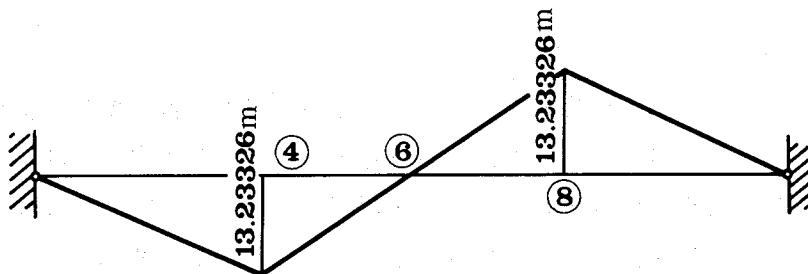


図-6 変形後の形状

次に図-6における形状と張力を初期条件として、図-5に示す荷重と逆向きの荷重を連続して4回載荷し、図-4に示す形状にもどるかどうかを計算（ケース2）した結果が表-2である。

表-2を表-1と対比して、例えば上述の節点6の水平変位 $u = 0.0000005\text{m}$ 、節点3と9はそれぞれ -3.9347924m , 3.9347934m であり、有効数字は6桁と、前回よりの計算誤差の集積により1桁の桁落ちが見られる。

以上の計算結果から大きな変形を伴う構造解析にも適用できることが確認できた。なお変位の収束誤差 $\epsilon = 10^{-8}$ としたときのC.P.U. 時間は、IBM 370/168を使用して1ケース当たり17秒であった。

表-1 ケース1の結果

節点	変位		座標	
	u (m)	v (m)	x (m)	y (m)
2	2.5486322	-4.1676715	-37.4513678	4.8323285
3	3.9347932	-6.7829968	-26.0652068	9.2170032
4	4.3642450	-7.7667394	-15.6357550	13.2332606
5	2.3310121	-17.5093814	-7.6689879	6.4906186
6	-0.0000001	-24.9999992	-0.0000001	0.0000008
7	-2.3310124	-30.4906168	7.6689876	-6.4906168
8	-4.3642454	-34.2332590	15.6357546	-13.2332590
9	-3.9347936	-25.2170017	26.0652064	-9.2170017
10	-2.5486327	-13.8323271	37.4513673	-4.8323271

表-2 ケース2の結果

節点	変位		座標	
	u (m)	v (m)	x (m)	y (m)
2	-2.5486315	4.1676695	-39.9999993	8.9999980
3	-3.9347924	6.7829934	-29.9999992	15.9999966
4	-4.3642440	7.7667347	-19.9999990	20.9999953
5	-2.3310115	17.5093762	-9.9999994	23.9999948
6	0.0000005	24.9999936	0.0000004	24.9999944
7	2.3310124	30.4906117	10.0000000	23.9999949
8	4.3642453	34.2332547	19.9999999	20.9999957
9	3.9347934	25.2169986	29.9999998	15.9999969
10	2.5486323	13.8323249	39.9999996	8.9999978

(4) 吊橋補剛桁架設状態の計算

(a) 計算方法

吊橋架設状態の計算の出発点は、形状が既知である完成状態を考える方法、すなわち、完成状態における形状および部材力を初期データとして、補剛桁を架設順序とは逆に順次取去る方法が合理的であると思われる。フリーケーブルを出発点とし、順次補剛桁を取付けていく方法は、フリーケーブルの状態が既知でなく、結局は完成状態から逆算しなければならないからである。

補剛桁の任意の架設段階における計算は、図-7に示すように、完成状態から補剛桁を除去し、その補剛桁分の自重を補剛桁節点に逆向きに載荷するという手順をとればよい。図-7において、 P_r はケーブル節点ではなく吊材下端に載荷し、吊材には完成状態における吊材張力 F_{n0} を初期張力として考慮する。

$$F_{h0} = (\ell_h - \ell_{h0}) \cdot E_h A_h / \ell_{h0} \quad \dots \dots \dots \quad (25)$$

たゞし、 ℓ_h ：完成状態における吊材長

ℓ_{b0} : 無応力状態における吊材長

$E_h A_h$: 吊材の伸び剛性

(b) 計算上の仮定

計算を行うまでの仮定を次に列挙する。

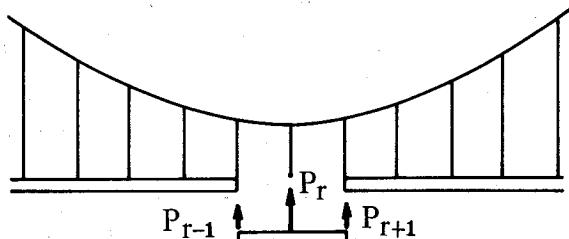


図-7 架設系

- 1) 部材はすべて節点間で直線とする。したがって、ケーブルは折れ線多角形であると考えられる。また、ケーブルは橋軸方向に等分布な荷重であると仮定する。
 - 2) 吊材の傾斜および伸びを考慮する。
 - 3) スプレーサドルの支持条件を考慮する。
 - 4) 塔の剛性を考慮する。すなわち、塔頂部に換算ばねを考えるというモデル化はしない。

(c) 計算の対象とした吊橋

3径間2ヒンジ吊橋を計算の対象とし,その構造諸元を図-8および表-3に示す。補剛桁および塔は変断面としている。架設工法は中央径間,側径間ともトラベラークレーンにより,面材を逐次剛結法¹⁵⁾により架設するものと想定する。架設順序を図-9に示し,架設機器類としてはトラベラークレーン(55t/台),足場など実際に即したもの考慮し,それらの重量を図-10に示す。吊材張力を許容応力度内におさめるために,架設ヒンジを中心径間に4ヶ所設置する。

以上を考慮した各架設段階における補剛桁の鉛直変位を図-11に、曲げモーメントを図-12に示す。図示の変位は、完成状態（ステップ12）を基準として求めたものである。補剛桁の最大鉛直変位は、ステップ3で3.9m、ケーブルの最大鉛直変位は、ステップ4で10.7mにも達する。補剛桁を閉合したステップ10では、架設機器類の載荷によ

り、補剛桁は中央径間中央部分で下向きに変位しているが、架設機器類を取去ったステップ11では全径間にわたり上向きに変位し、負の曲げモーメントが働いている。この変位は、閉合後に載荷される後死荷重により完成状態で解消され曲げモーメントは0になる。一連の架設計算で、各ステップの平均収束反復回数は、収束誤差を 10^{-5} として8回程度、IBM 370/168のC.P.U.時間で、反復計算1回当たり4.5秒程度であった。

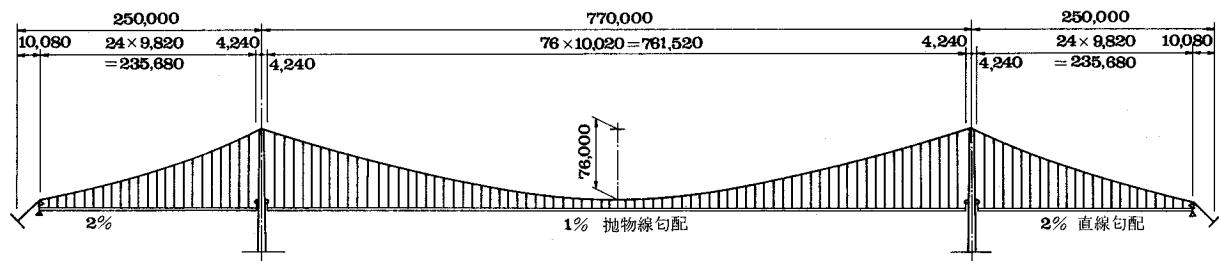


図-8 計算対象吊橋

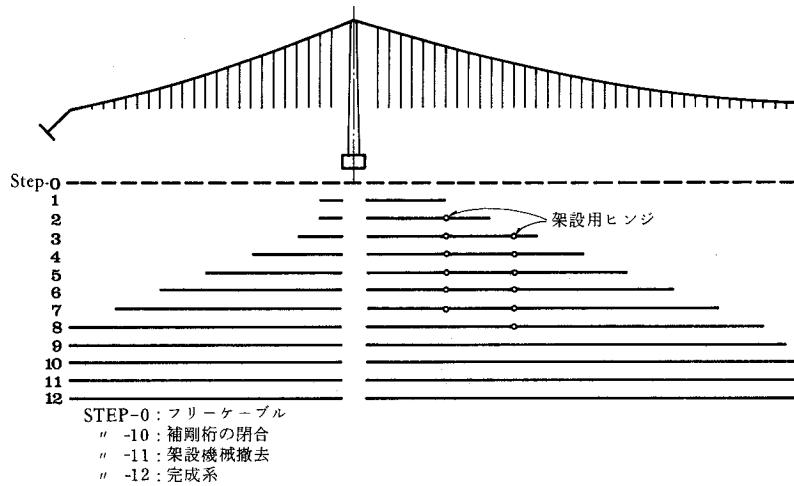


図-9 架設順序

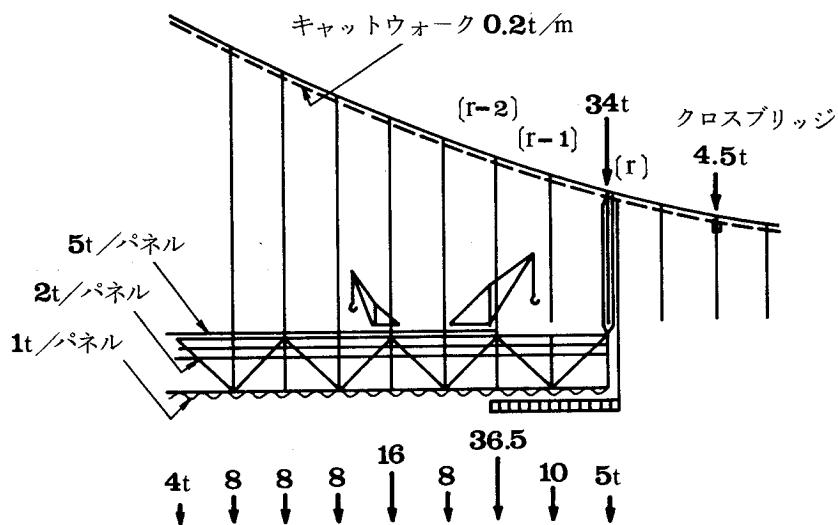


図-10 架設機器の重量

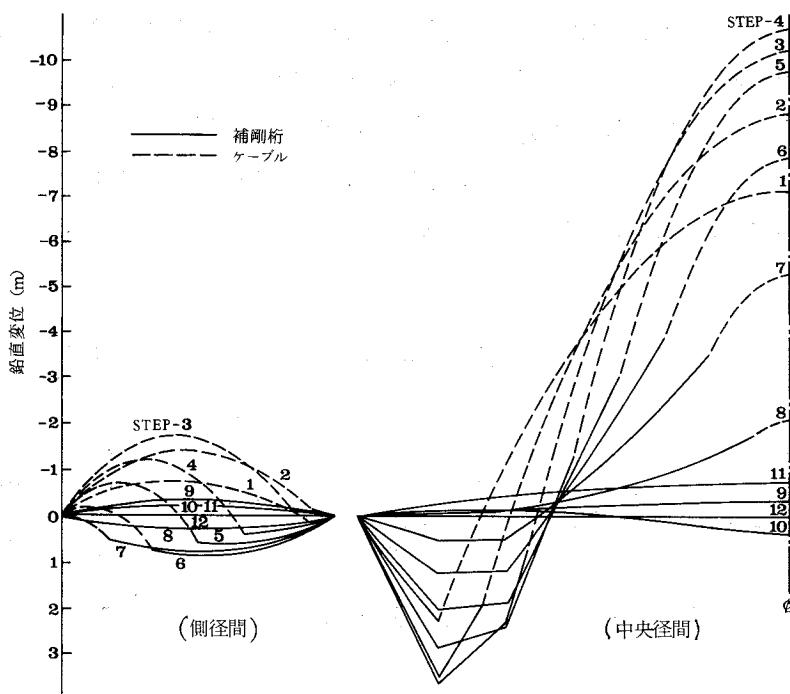


図-11 補剛桁の鉛直変位

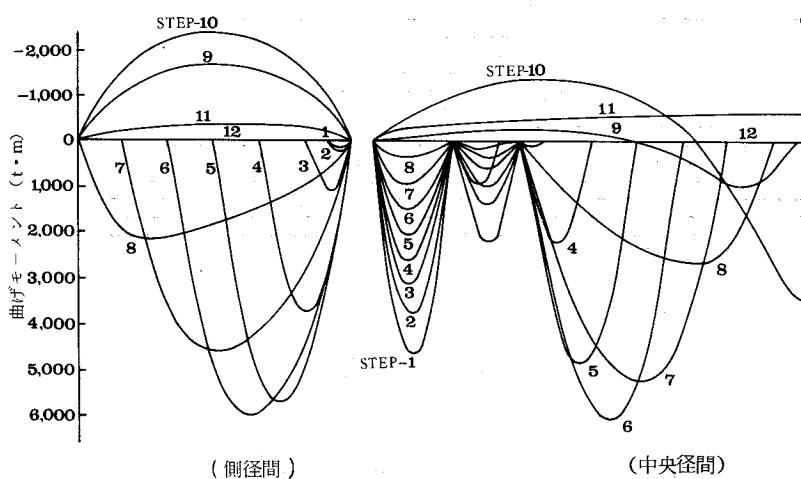


図-12 補剛桁の曲げモーメント

表-3 断面諸元

	断面積 A (m ²)	断面2次モーメント I _x (m ⁴)	ヤング率 E (t/m ²)	重量 (t/m)	
				中央径間	側径間
ケーブル	0.2426	—	2.0×10^7	2.366	2.535
ハンガー	0.00608	—	1.4×10^7	—	—
補剛桁	0.0804 ~0.1278	1.6281 ~2.5865	2.1×10^7	8.225	8.020
塔	0.6714 ~0.9458	1.5480 ~3.8986	2.1×10^7	—	—

(d) 吊材引込力の計算法

逐次剛結法により吊橋を架設する場合に必要となる吊材引込力の計算法について簡単に述べる。図-10において、[r-2]まで吊材が定着されており、新たに[r-2]～[r]に補剛桁を連結し、[r]で吊材を引込むことを考える。吊材引込み時には、[r-1]、[r]の吊材には応力が作用せず、先端[r]の引込装置には大きな張力が作用するが、伸びを考える必要はないから、[r-1]の吊材断面積を0、[r]の吊材断面積を無限大にすればよい。また吊材を引込むために必要な余裕量を見込んで引込力を求めるためには、[r]の吊材に、(26)式で表わされる温度変化をインプットすればよい。

$$t = -d / \alpha \cdot \ell \quad (\text{°C}) \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

ただし、d：吊材を引込むために必要な余裕量

ℓ：吊材長

こゝで温度に着目したのは、温度変化は部材の変形に関係なく常に部材方向に作用し、しかも断面積に関係のないことが好都合だからである。

(5) まとめ

変形後における力のつり合いと初期部材力を考慮に入れた非線形大変形理論式の誘導と、これを用いての簡単な例題および吊橋の架設計算例について概略を述べた。これらをまとめると次のとおりである。

- 1) 大きな変形を伴う構造物を対象にして、本文で導いた非線形大変形理論式は、十分な精度でもって厳密解析に適用され得る。
- 2) 構造全体系の剛性マトリックスが3対角形に構成されているために、大きな次元数の逆マトリックス計算が不要である。逆マトリックス計算の次元数は、1ユニットに含まれる節点数の3倍ですむ。
- 3) 演算時間およびメモリーは、節点数の自乗に比例するのではなく、ユニット数に比例するので節約される。例えば3径間2ヒンジ吊橋の架設計算において、総節点数268に対して、1回の反復計算に要するC.P.U.時間は4.5秒程度である（IBM 370/168使用）。
- 4) 計算は掃出法による漸化計算と、収束のための反復計算の繰返しにもかゝわらず、誤差の集積による発散が起らない。
- 5) 吊橋の任意の架設状態の変形と応力を容易に求めることができ、また温度変化や荷重の変更に対しても容易に対処することができる。
- 6) 逐次剛結法の架設において、吊材の引込みに要する引込力および引込量の計算ができる。

長径間吊橋の架設中における挙動は、架設工法、架設順序、架設ヒンジの位置などにより大きく異なり、試行錯誤しながらも、最適な方法を見出さなければならない。又工法および架設の基本計画が決定した後においては、各部材の応力、変形について詳細な検討および正確な数値が必要であり、更に架設時においては、施工計画を忠実に実施するための各種施工管理用のデータが必要である。このような場合に、本理論解は厳密な数値を提供すると共に後述の実用的な解析法による数値のダブルチェック機能としても有用である。

1-2 3次元有限変位理論による厳密解法

前節の2次元有限変位理論を3次元に拡張したものである。なお数式、記号等は2次元の場合を流用するものとし、簡単な説明にとどめる。

(1) 基 本 式

(a) 軸力部材の基本式

変形前に部材端軸力（初期軸力） F_0 を有し、釣合っている部材ABを考える（図-13）。部材ABに付加荷重を受けて変形し、新しい釣合状態を形成したとする。そのとき部材端軸力は、 $F_0 + F$ に変化し、部材長は L から $L' = L + 4L$ に変化する。 F を求めると、

$$F = \frac{EA}{L} \cdot \Delta L = \frac{EA}{L} \{ (\bar{u}_B - \bar{u}_A) - (1 - \cos \Delta \phi) L \}$$

したがって、部材端軸力の変形後の局所座標系における \bar{x} ， \bar{y} ， \bar{z} 軸方向の変化量は、

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}_x &= F + F_0 (1 - \cos \Delta \phi) \\ \bar{F}_y &= F_0 \cdot \sin \Delta \phi \\ \bar{F}_z &= F_0 \cdot \sin \Delta \omega \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$\text{ここで, } \sin 4\phi = \frac{\sqrt{(\bar{v}_B - \bar{v}_A)^2 + (\bar{w}_B - \bar{w}_A)^2}}{L}$$

$$\sin \Delta\phi = \frac{\overline{\mathbf{v}}_B - \overline{\mathbf{v}}_A}{L}$$

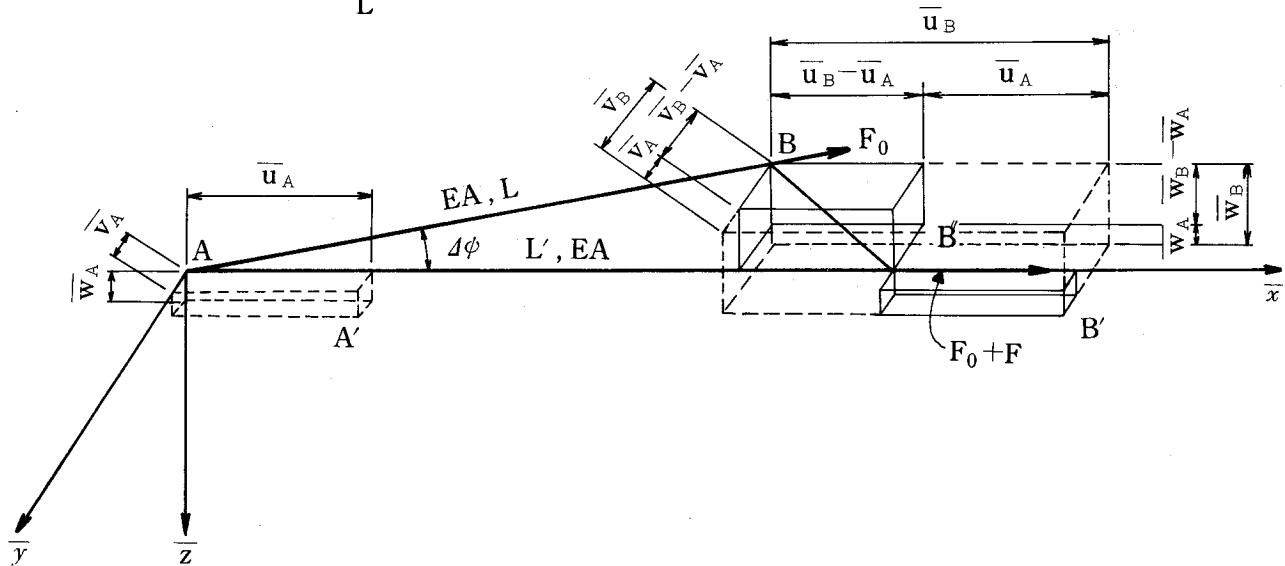


図-13 軸力部材（局所座標系）

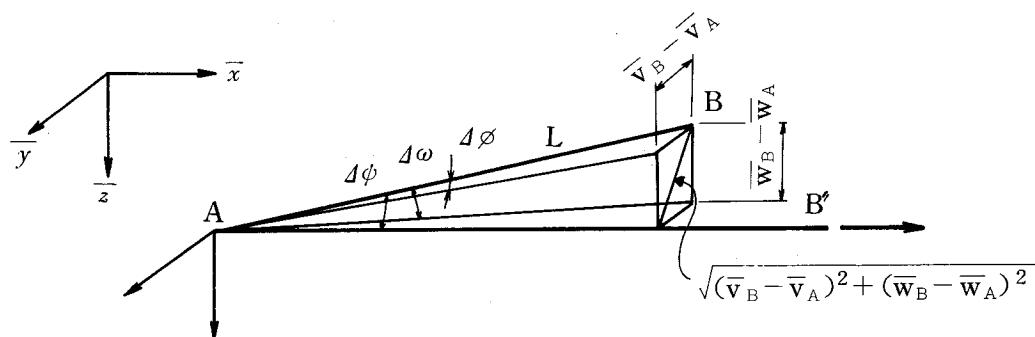


図-14 $\Delta\phi$, $\Delta\theta$ および $\Delta\omega$ の関係

$$\sin \Delta \omega = \frac{\overline{w}_B - \overline{w}_A}{L} \quad (\text{図-14 参照})$$

今 $1 - \cos A\phi = \frac{\sin^2 A\phi}{1 + \cos A\phi}$ とおけば、局所座標系 \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} 軸方向の部材端力 \bar{F}_x , \bar{F}_y , \bar{F}_z はその方向の変位成分 \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} の関数として表わされ、これをマトリックス表示すれば、

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_A \\ -\bar{V}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{K}_E & \bar{K}_E \\ \bar{K}_E & -\bar{K}_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{K}_G & \bar{K}_G \\ \bar{K}_G & -\bar{K}_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{F} & \bar{F} \\ \bar{F} & -\bar{F} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{U}_A \\ \bar{U}_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\eta} \\ -\bar{\eta} \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (2)$$

上式において、

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_A &= \begin{bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \\ \bar{F}_z \end{bmatrix}_A, \quad \bar{V}_B = \begin{bmatrix} \bar{F}_x \\ \bar{F}_y \\ \bar{F}_z \end{bmatrix}_B, \quad \bar{U}_A = \begin{bmatrix} \bar{u}_A \\ \bar{v}_A \\ \bar{w}_A \end{bmatrix}, \quad \bar{U}_B = \begin{bmatrix} \bar{u}_B \\ \bar{v}_B \\ \bar{w}_B \end{bmatrix} \\
 \bar{K}_E &= \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{K}_G = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & -p_\phi & -p_\omega \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 \bar{F} &= \frac{F_0}{L} \begin{bmatrix} 0 & p_\phi & p_\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{\eta} = - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} EA \cdot \alpha t
 \end{aligned}
 \quad \left. \right\} \dots \dots \dots (2)_{1 \sim 10}$$

(2)式の右辺第1項は微小変位理論における剛性マトリックスであり、第2項は部材の剛体回転 $\Delta\phi$ の影響を含む剛性マトリックス、第3項は初期軸力を考慮した場合の剛性マトリックス、そして第4項は温度変化の項である。

上式は局所座標系であるので、これを全体座標系に変換するには、前節と同様に力の射影子 $\tilde{\mathbf{T}}$ および変位の射影子 $\tilde{\mathbf{J}}$ を乗することにより次のようになる。

$$\begin{bmatrix} V_A \\ -V_B \end{bmatrix} = \tilde{I} \cdot \left[\begin{bmatrix} -\bar{K}_E & \bar{K}_E \\ \bar{K}_E & -\bar{K}_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{K}_G & \bar{K}_G \\ \bar{K}_G & -\bar{K}_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{F} & \bar{F} \\ \bar{F} & -\bar{F} \end{bmatrix} \cdot \tilde{J} \right] \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \end{bmatrix} + \tilde{I} \cdot \begin{bmatrix} \eta \\ -\eta \end{bmatrix} \dots \dots (3)$$

上式において、

$$\tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{I}}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{I}}_0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{J}}^{-1} \quad , \quad \tilde{\mathbf{I}}_0 = \begin{bmatrix} \cos \alpha' & -\sin \phi' & -\cos \phi' \cos \gamma' \\ \cos \beta' & \cos \phi' & -\sin \phi' \cos \gamma' \\ \cos \gamma' & 0 & \cos \omega' \end{bmatrix} \quad \left. \quad \right\} \dots \dots \dots (3)_{1 \sim 6}$$

$$\mathbf{V}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_x \\ \mathbf{F}_y \\ \mathbf{F}_z \end{bmatrix}_A \quad , \quad \mathbf{V}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_x \\ \mathbf{F}_y \\ \mathbf{F}_z \end{bmatrix}_B \quad , \quad \mathbf{U}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix}_A \quad , \quad \mathbf{U}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix}_B$$

又 $\cos \alpha'$, $\cos \beta'$, $\cos \gamma'$ は変形後の部材 $A'B'$ の x , y , z 軸に対する方向余弦 , ϕ' , ω' はそれぞれ部材 $A'B'$ の x y 平面への射影と x 軸のなす角及び x y 平面となす角すなわち , $\phi' \equiv \angle B''A'B'''$, $\omega' \equiv \angle B'''A'B''$ (図-15参照) 。

(b) 一般棒部材の基本式

初期部材端力として軸力 F_0 , せん断力 S_0 , 曲げモーメント M_0 が作用し, 釣合状態

にある部材 A B を考える。部材 A B に付加荷重が載荷され、部材端力が $F_0 + F$, $S_0 + S$, $M_0 + M$ に変化したとする。

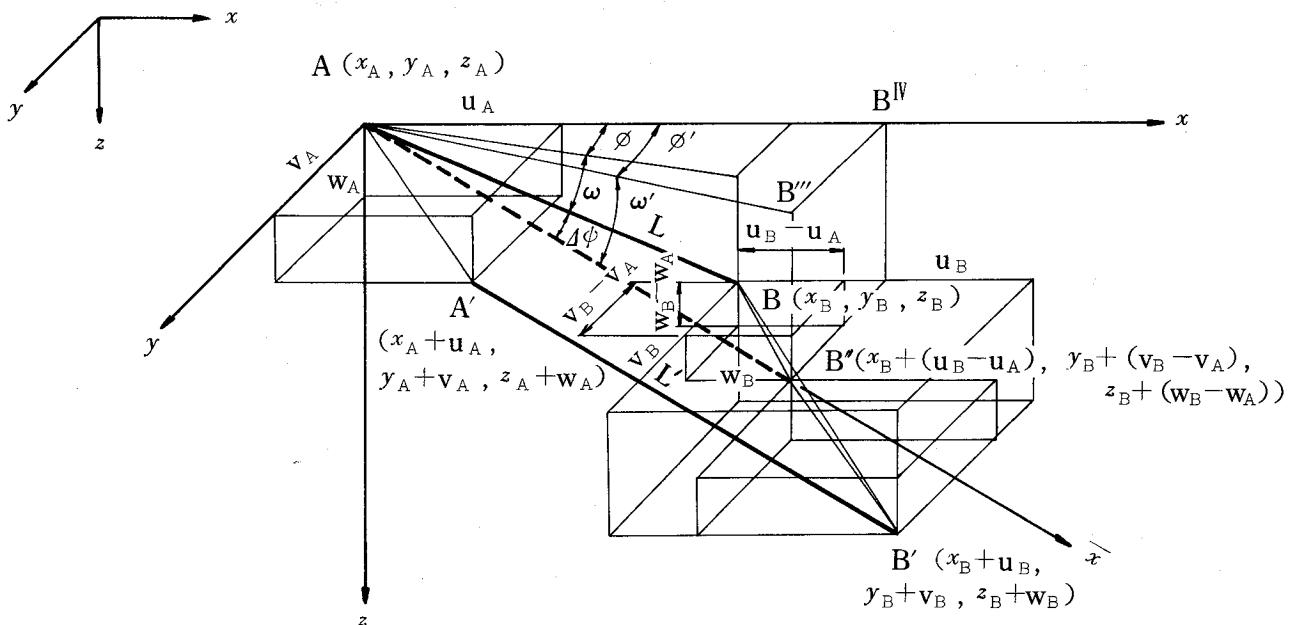


図-15 軸力部材（全体座標系）

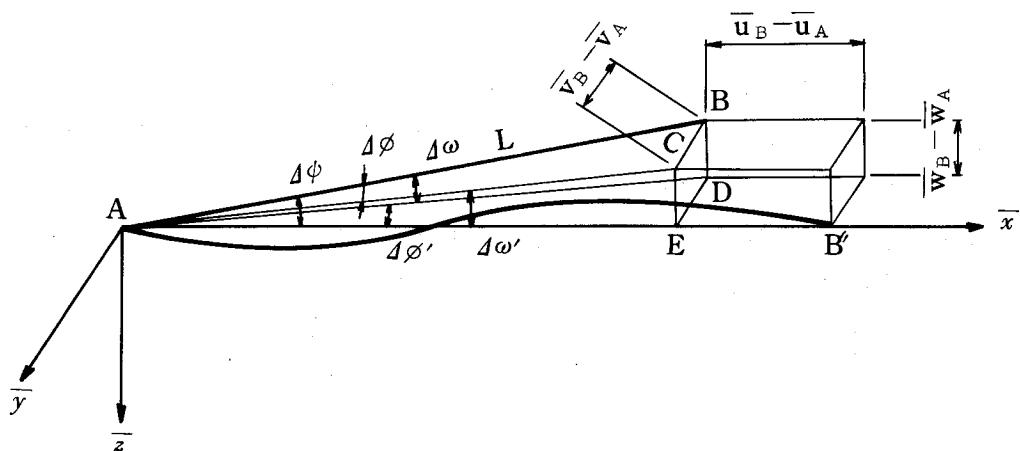


図-16 曲げ部材（局所座標系）

図-16 は変形後の部材軸方向を \bar{x} 軸とした局所座標系（右手系、ただし \bar{y} , \bar{z} 軸は断面主軸に一致させる）における曲げ部材 A B の変形前後の関係を示す。S, M を求めるのにわかり易いように、部材 A B を \bar{x} \bar{z} 平面および \bar{x} \bar{y} 平面に投影して \bar{M}_z , \bar{S}_z , \bar{M}_y , \bar{S}_y を求める。ねじりについては非線形項は考えず、部材 A B のねじり角を $\bar{\theta}_x$ とし、ねじり剛度を G J とすれば、

$$\bar{T} = \frac{GJ}{L} (\bar{\theta}_{xB} - \bar{\theta}_{xA}) = k_5 (\bar{\theta}_{xB} - \bar{\theta}_{xA})$$

こゝに、 $k_5 = GJ/L$,

又 \bar{S}_{y0} , \bar{S}_{z0} , \bar{S}_y , \bar{S}_z の \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} 軸への分力に分割して \bar{F}_x , \bar{F}_y , \bar{F}_z で表わす。

最終的に一般棒部材の全体座標系における部材端力と変位の関係をマトリックス表示すると、

$$\begin{bmatrix} V_A \\ -V_B \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{T}}' \cdot \left[\begin{bmatrix} -\bar{\alpha}'_E & \bar{\beta}'_E \\ \bar{\alpha}'_E & -\bar{\beta}'_E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{\alpha}'_G & \bar{\beta}'_G \\ \bar{\alpha}'_G & -\bar{\beta}'_G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{\gamma} & \bar{\delta} \\ \bar{\delta} & -\bar{\gamma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\bar{\delta} & \bar{\delta} \\ \bar{\delta} & -\bar{\delta} \end{bmatrix} \right] \cdot \tilde{\mathbf{J}}' \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_A \\ \mathbf{U}_B \end{bmatrix} \quad \dots(4)$$

上式において、

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} \quad \bar{\delta} = \begin{bmatrix} \bar{F} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{T}}' = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{I}}'_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{I}}'_0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{J}}'^{-1}, \quad \tilde{\mathbf{I}}'_0 = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{I}}_0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{I}}_1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{I}}_0 = \begin{bmatrix} \cos \alpha' & -\sin \phi' & -\cos \phi' \cos \gamma' \\ \cos \beta' & \cos \phi' & -\sin \phi' \cos \gamma' \\ \cos \gamma' & 0 & \cos \omega' \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{I}}_1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha' & \cos \phi' \cos \gamma' & -\sin \phi' \\ \cos \beta' & \sin \phi' \cos \gamma' & \cos \phi' \\ \cos \gamma' & -\cos \omega' & 0 \end{bmatrix}$$

前節と同様の考え方により、

$$\bar{\alpha}'_E = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_y 4}{\cos^2 \Delta \omega} & 0 & 0 & \frac{k_y 3}{\cos \Delta \omega} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_z 4}{\cos^2 \Delta \phi} & 0 & 0 & \frac{k_z 3}{\cos \Delta \phi} \\ 0 & 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_y 3}{\cos^2 \Delta \omega} & 0 & 0 & -\frac{2k_y 2}{\cos \Delta \omega} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_z 3}{\cos^2 \Delta \phi} & 0 & 0 & -\frac{2k_z 2}{\cos \Delta \phi} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\alpha}_E = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_y 4}{\cos^2 \Delta \omega} & 0 & 0 & \frac{k_y 3}{\cos \Delta \omega} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_z 4}{\cos^2 \Delta \phi} & 0 & 0 & \frac{k_z 3}{\cos \Delta \phi} \\ 0 & 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_y 3}{\cos^2 \Delta \omega} & 0 & 0 & \frac{k_y 2}{\cos \Delta \omega} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_z 3}{\cos^2 \Delta \phi} & 0 & 0 & \frac{k_z 2}{\cos \Delta \phi} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\beta}_E = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_y 4}{\cos^2 \Delta \omega} & 0 & 0 & -\frac{k_y 3}{\cos \Delta \omega} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_z 4}{\cos^2 \Delta \phi} & 0 & 0 & -\frac{k_z 3}{\cos \Delta \phi} \\ 0 & 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_y 3}{\cos^2 \Delta \omega} & 0 & 0 & \frac{k_y 2}{\cos \Delta \omega} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_z 3}{\cos^2 \Delta \phi} & 0 & 0 & \frac{k_z 2}{\cos \Delta \phi} \end{bmatrix} \dots(4)_{1 \sim 10}$$

こゝに $\Delta\omega$, $\Delta\phi$ はそれぞれ \bar{y} 軸, \bar{z} 軸まわりの部材回転角, k_{y_i} , k_{z_i} はそれぞれ \bar{z} 軸及び \bar{y} 軸まわりの曲げにおける k_i 値, ($i = 2, 3, 4$)

$$\bar{\beta}'_E = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{y4}}{\cos^2 \Delta\omega} & 0 & 0 & -\frac{k_{y3}}{\cos \Delta\omega} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{z4}}{\cos^2 \Delta\phi} & 0 & 0 & -\frac{k_{z3}}{\cos \Delta\phi} \\ 0 & 0 & 0 & k_5 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{y3}}{\cos^2 \Delta\omega} & 0 & 0 & -\frac{2k_{y2}}{\cos \Delta\omega} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{z3}}{\cos^2 \Delta\phi} & 0 & 0 & -\frac{2k_{z2}}{\cos \Delta\phi} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\alpha}'_g = \begin{bmatrix} 0 & -p_\phi k_1 & -p_\omega k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (q_{\phi'}-1)k_{y4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (q_{\omega'}-1)\frac{k_{z4}}{\cos^2 \Delta\phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(q_{\phi'}-1)k_{y3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(q_{\omega'}-1)\frac{k_{z3}}{\cos^2 \Delta\phi} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\alpha}_g = \begin{bmatrix} 0 & -p_\phi k_1 & -p_\omega k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (q_{\phi'}-1)\frac{k_{y4}}{\cos^2 \Delta\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (q_{\omega'}-1)\frac{k_{z4}}{\cos^2 \Delta\phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (q_{\phi'}-1)\frac{k_{y3}}{\cos^2 \Delta\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (q_{\omega'}-1)\frac{k_{z3}}{\cos^2 \Delta\phi} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\beta}_g = \begin{bmatrix} 0 & -p_\phi k_1 & -p_\omega k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (q_{\phi'}-1)\frac{k_{y4}}{\cos^2 \Delta\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (q_{\omega'}-1)\frac{k_{z4}}{\cos^2 \Delta\phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(q_{\phi'}-1)\frac{k_{y3}}{\cos^2 \Delta\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(q_{\omega'}-1)\frac{k_{z3}}{\cos^2 \Delta\phi} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\beta}'_g = \begin{bmatrix} 0 & -p_\phi k_1 & -p_\omega k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (q_{\phi'}-1)\frac{k_{y4}}{\cos^2 \Delta\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (q_{\omega'}-1)\frac{k_{z4}}{\cos^2 \Delta\phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (q_{\phi'}-1)\frac{k_{y3}}{\cos^2 \Delta\omega} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (q_{\omega'}-1)\frac{k_{z3}}{\cos^2 \Delta\phi} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots \dots (4)_{10 \sim 15}$$

$$\bar{r} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\bar{S}_{y0}}{L \cos \Delta \omega} & \frac{\bar{S}_{z0}}{L \cos \Delta \phi} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{S}_{y0} + \bar{S}_y}{L} & a & p_\omega \frac{\bar{S}_{z0} + \bar{S}_z}{L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{S}_{z0} + \bar{S}_z}{L} & p_\phi \frac{\bar{S}_{z0} + \bar{S}_z}{L} & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \cdots (4)_{16}$$

$$\left. \begin{aligned} a &= p_\phi \frac{\bar{S}_{y0} + \bar{S}_y}{L} + p_{\phi'} \frac{\bar{S}_{y0}}{L \cdot \cos \Delta \omega}, \quad b = p_\omega \frac{\bar{S}_{z0} + \bar{S}_z}{L} + p_{\omega'} \frac{\bar{S}_{z0}}{L \cos \Delta \phi} \\ p_{\phi'} &= \frac{\sin \Delta \phi'}{1 + \cos \Delta \phi'}, \quad p_{\omega'} = \frac{\sin \Delta \omega'}{1 + \cos \Delta \omega'}, \quad q_{\phi'} = \frac{\Delta \phi'}{\sin \Delta \phi'}, \quad q_{\omega'} = \frac{\Delta \omega'}{\sin \Delta \omega'} \end{aligned} \right\} \cdots (4)_{17 \sim 24}$$

$$k_{yi} = k_i \frac{I_y}{I}, \quad k_{zi} = k_i \frac{I_z}{I}, \quad (i = 2, 3, 4)$$

こゝに $p_{\phi'}$, $p_{\omega'}$ 及び $q_{\phi'}$, $q_{\omega'}$ はそれぞれ \bar{z} 軸及び \bar{y} 軸まわりの部材回転角の影響を表わす係数である。

曲げのみを受ける部材の剛性マトリックスは、(4)_{1~15} 式において、 $k_1 = k_5 = 0$ とおいたものになる。

(c) 釣合方程式

任意の節点における釣合い式は、その節点に連結されているすべての部材の付加荷重による部材端力の増分と、節点に作用する付加荷重との釣合いから求められる。これをすべてのユニットについて考えれば、構造全体系の釣合い方程式がえられることは前節の 2 次元の場合と同じであり、その形も同じ 3 対角形になるのでこゝでは省略する。

(2) 計算例

計算例としては、第 3 章の模型実験における完成系の偏載荷重に対する理論値として示している。実験値との誤差は 2 ~ 3 % であり、実験における計測誤差を考えれば、非常によく一致しているものと思われる(図-68 参照)。

1-3 2 次元有限変位理論による実用解法¹⁶⁾

本解法は、有限変位理論の非線形項として、初期部材力および 2 次の変形項までを考慮した一種の近似解法である。すなわち前節の厳密解が部材の伸びおよび変位の関係式を、ティラー展開せずにそのままの形で含まれているのに対して、本解法はティラー展開の 2 次の項までにとどめ高次の項を省略している。したがって一種の近似解法ともいえるが、工学的、実用的には十分な精度で求められるので、一般的にはこれをもって精密解と考えられている(たとえば文献 2)。

本解法の部材ひずみエネルギーについては高次の項を考慮して、大変形を伴う架設系の解析に対処する。更にせん断変形を考慮し、又非抗圧部材の存在する場合も取扱える実用的な解析プログラムが作成できるよう配慮する。その精度については後述の通り通常の架

設状態では前述の厳密解とよく一致している。次に本解法の基本式の概要について簡単な説明を加えておく。

(1) 基 本 式

(a) 軸力部材の基本式

図-17に示す軸力部材について、ひずみ量は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} &= \frac{\mathbf{u}_2 - \mathbf{u}_1}{L} = \frac{DU}{L} \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} &= \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{L} = \frac{DV}{L} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$\varepsilon_x = \sqrt{\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2} - 1 \quad \dots \dots \dots (2)$$

(2)式をティラー展開して高次の項を省略すると、

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \dots \dots \dots \quad (3)$$

ひずみエネルギーは、部材断面積をA, ヤング係数をEとすれば、

$$\begin{aligned}
 U_x &= \frac{1}{2} \int_V E \epsilon_x^2 \cdot dV + \int_V \frac{F_0}{A} \epsilon_x dV \\
 &= \frac{EA}{2} \int_0^L \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]^2 \cdot dx + F_0 \int_0^L \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] dx \\
 &= \frac{EA}{2} \frac{(u_2 - u_1)^2}{L} + \frac{EA}{2} \frac{(u_2 - u_1)(v_2 - v_1)^2}{L^2} + \frac{EA}{8} \frac{(v_2 - v_1)^4}{L^3} \\
 &\quad + F_0 \left[\frac{u_2 - u_1}{L} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_2 - v_1}{L} \right)^2 \right] \cdot L \quad \dots \dots \dots (4)
 \end{aligned}$$

従って増分断面力は

$$\left. \begin{aligned} f_{x1} &= \frac{\partial U_x}{\partial u_1} + F_0 = \frac{EA}{L} \left[(u_1 - u_2) + \frac{-(v_1 - v_2)}{2L} (v_1 - v_2) \right] \\ f_{y1} &= \frac{\partial U_x}{\partial v_1} = \frac{EA}{L} \left[\frac{N}{EA} (v_1 - v_2) + \frac{-(v_1 - v_2)^2}{2L^2} (v_1 - v_2) \right] \\ f_{x2} &= \frac{\partial U_x}{\partial u_2} - F_0 = -f_{x1} \\ f_{y2} &= \frac{\partial U_x}{\partial v_2} = -f_{y1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (5)_{1 \sim 5}$$

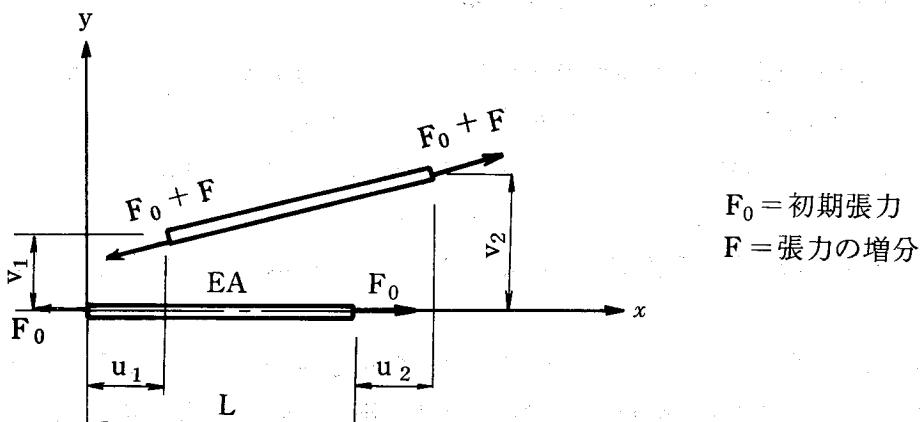


図-17 軸力部材

たゞし、

$$N = \frac{EA}{L} (-u_1 + u_2) + F_0$$

これをマトリックス表示すれば、

$$F = KU \dots \dots \dots (6)$$

こゝに $F = \{f_{x1}, f_{y1}, f_{x2}, f_{y2}\}$, $U = \{u_1, v_1, u_2, v_2\}$

F, U はそれぞれ増分断面力、増分変位の列ベクトルを表わす。

$$K = K_0 + K_1 + K_2 \dots \dots \dots (7)$$

$$K_0 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad K_1 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & -\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha & 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (7)_{1 \sim 3}$$

$$K_2 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & \beta & 0 & -\beta \\ 0 & r & 0 & -r \\ 0 & -\beta & 0 & \beta \\ 0 & -r & 0 & r \end{bmatrix}$$

$$\text{たゞし, } \alpha = \frac{F_0}{EA} + \frac{DU}{L}, \quad \beta = \frac{DV}{2L}, \quad r = \frac{DV^2}{2L^2}$$

(7)式で K_0 は微小変位理論の項、 K_1 は初期軸力を伴う有限変位項、 K_2 は2次の有限変位項である。

(b) 軸力と曲げ剪断力を伴う部材の基本式

(7)式の微小変形マトリックス K_0 において、曲げと剪断力の影響を考慮すれば、列ベクトルに部材のたわみ角 θ の変位が加わるので、次の6次のマトリックスになる。

$$K_0 = E \begin{bmatrix} \frac{A}{\ell} & 0 & 0 & -\frac{A}{\ell} & 0 & 0 \\ \frac{12I}{\ell^3} \bar{\alpha} & \frac{6I}{\ell^2} \bar{\alpha} & 0 & -\frac{12I}{\ell^3} \bar{\alpha} & \frac{6I}{\ell^2} \bar{\alpha} & \\ \frac{4I}{\ell} \bar{\beta} & 0 & \frac{6I}{\ell^2} \bar{\alpha} & \frac{2I}{\ell} \bar{r} & & \\ \frac{A}{\ell} & 0 & 0 & & & \\ & \frac{12I}{\ell^3} \bar{\alpha} & -\frac{6I}{\ell^2} \bar{\alpha} & & & \\ & & \frac{4I}{\ell} \bar{\beta} & & & \end{bmatrix} \dots \dots \dots (8)$$

たゞし、

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{1+\phi}, \quad \bar{\beta} = \frac{1+\phi/4}{1+\phi}, \quad \bar{r} = \frac{1-\phi/2}{1+\phi}$$

$$\phi = \frac{12EI}{GA_s \ell^2}$$

GA_s : 柄の剪断剛性

EI : 曲げ剛性

こゝに $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$, \bar{r} は補剛柄の剪断変形を考慮したときの剛性マトリックスにかかる係数である。

曲げ, 剪断力の影響は, 微小変位理論のみを考慮するものとすれば, (7)式の K_1, K_2 は u, v, θ の列ベクトルに直して次のようになる。

$$K_1 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 & -\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha & 0 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad K_2 = \begin{bmatrix} 0 & \beta & 0 & 0 & -\beta & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & -r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta & 0 & 0 & \beta & 0 \\ 0 & -r & 0 & 0 & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdots (9)_{1,2}$$

(c) 座標変換マトリックス

部材が全体座標に対して角度 α をなしているときには, 座標変換マトリックス C は,

$$C = \begin{bmatrix} D & O \\ O & D \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots (10)_{1,2}$$

したがって, 全体座標系の剛性マトリックスを K^* とすれば,

$$K^* = C^T \cdot K \cdot C \cdots (11)$$

で表わされる。

(11)式を用いて繰返し計算すれば解ける。収束を早めるためニュートンラブソン法を用い, 更にバンドマトリックスを用いて消去法により計算されるが, 詳細については省略する。

(2) 計算例

本研究の2次元有限変位理論による厳密解と本実用解を比較するため, 第3章の模型実験の対象となった実橋の架設系について, 水平張力, 補剛柄の曲げモーメント, せん断力, 架設先端ハンガー張力, サグの変化, 塔頂水平変位, 補剛柄及びケーブルの水平, 鉛直変位等の変形, 応力を計算した結果, 両者の差異は 0.4 % 以内であった。従って通常の架設変形状態では, 本実用解法が実用上十分な精度を有することが立証されたものと思われる。なお上述のケースについての計算時間は IBM 370/168 の C.P.U. で 8 秒, 厳密解の 29 秒に対し, 時間短縮は 1/3.6 であった。

計算速度は, たとえば節点数 190, 部材数 260 の架設系を解いた場合, 収束条件を 10^{-3} として, C.P.U. 時間は約 1.5 秒 (IBM 370/168 使用), 繰返し回数はニュートンラブソン法を使用して平均 6 回であった。本解法は又第3章の実験値と対比するための理論値として使用した。

なお本解法によるプログラムの特徴として次のことが言える。

- 1) 計算速度が早く実用的に十分な精度を有している。
- 2) 非抗圧部材に対する処理機能を有している。
- 3) 部材に張力 (プレストレ兹) を導入できる。
- 4) 温度変化, 剪断変形を考慮できる。

2 摶度理論による近似解法¹⁷⁾

2-1 解析法

(1) まえがき

近年，有限変位理論による吊橋の解析法は各界で研究開発され，本四橋をはじめとする大型プロジェクトの実施計画に広く利用されている（例えば文献1, 2, 15, 16）。

特に架設計画の解析計算においてその精度，信頼性，実用，応用の面で十分にその機能を全うしており一応完成の域に達したと思われる。しかしながら，これらの解析法の殆んどは離散化モデルについての変位法に基いてマトリック表示し大型電子計算機の機能を有効に利用しているので，一旦インプットすれば比較的短時間で計算し図形表示してくれるが，その前段階であるインプットまでの作業などにかなりの時間を要すること，更に又多くのパラメータを変化させて定性的，定量的に概括検討を要する基本設計の段階においてはかなりの時間と費用を要することは否めない。このような段階では精度よりも吊橋性状の大要を把握することが必要な場合が多い。そこで適当な近似解法を用いて，まず吊橋の可能な架設工法による性状の大要を把握し，架設工法についてのある程度の結論を見出してから，最終的に有限変位理論¹⁸⁾などにより精算するのが望ましいと思われる。

以上の主旨からすれば，撶度理論を今一度見直すことも解決の一手段と思われる。撶度理論による解法は，完成系では従来から比較的厳密な解あるいは線形解が数多くの文献で見られ，今日でも設計段階で多用されているが^{19), 20)}，架設系では完成系に比し，そのたわみが極端に大きいこともあり，特に補剛桁の曲げ剛性を考慮したたとえば逐次剛結工法のような場合については，文献21), 22)を除いては代数解法あるいは離散的解法が見受けられるにすぎず，又かなりの手数を要するように思われる。

本研究は，撶度理論を拡張して，特に架設系におけるケーブルの鉛直大変形および水平変位を考慮に入れ，これを積分可能にするための適当な仮定を設けて簡単な実用解を導き出そうとするものである。

次に標準的な吊橋例を対象に実用計算式を示し，有限変位理論との比較検討を加える。又この解法が，一般に鉛直吊材を有する吊橋の架設を対象とする基本計画立案時に，現在までに慣用されている架設工法，架設順序等の適正化のための検討などに適用できることを示す。

(2) 水平張力の基本式

(a) ケーブルの釣合方程式

吊橋の完成系から，除荷によりある架設系にケーブルが変形するとき，ケーブルの微小要素は図-18に示す状態にあるものとする。

今完成系のケーブルにかかる総死荷重を w_d ，変形後（架設系）の位置におけるケーブルの全鉛直分布荷重を q_v ，そのときの全水平張力を H として，ケーブルの微小要素の釣合条件から q_v を求める²³⁾と次のとおりになる。

$$q_v(x+\xi, y+\eta) = -H \left[\frac{\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{d^2\eta}{dx^2}}{(1 + \frac{d\xi}{dx})^2} - \frac{\frac{dy}{dx} + \frac{d\eta}{dx}}{(1 + \frac{d\xi}{dx})^3} \cdot \frac{d^2\xi}{dx^2} \right] - \frac{dH}{dx} \cdot \frac{\frac{dy}{dx} + \frac{d\eta}{dx}}{(1 + \frac{d\xi}{dx})^2}$$

今、 H は橋軸方向に一定であると仮定すれば、 $\frac{dH}{dx} = 0$ 、又完成系の座標に関するケーブルの鉛直分布荷重を \bar{q}_v とすれば、 $\bar{q}_v dx = q_v (dx + d\xi)$ でなければならないから、

$$\bar{q}_v = -H \left[\frac{\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{d^2\eta}{dx^2}}{(1 + \frac{d\xi}{dx})} - \frac{\frac{dy}{dx} + \frac{d\eta}{dx}}{(1 + \frac{d\xi}{dx})^2} \cdot \frac{d^2\xi}{dx^2} \right] \dots \dots \dots (1)$$

ここで撓度理論で常用されているMelanの基礎方程式²⁴⁾から導いたものは上式において $\frac{d\xi}{dx} = 0, \frac{d^2\xi}{dx^2} = 0$ であり次のような慣用の式がえられる。

$$\bar{q}_v = -H \left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{d^2\eta}{dx^2} \right) \dots \dots \dots (1)_1$$

次にケーブル全体系の釣合条件から

$$\eta = \frac{M(x)}{H} - y = \frac{M_p - H_p y}{H} \dots \dots \dots (2)$$

こ^トに $M(x)$ はケーブルに作用する鉛直荷重による全モーメントを表わし、 H_p, M_p は夫々完成系からの水平張力およびモーメントの変化分を示す。

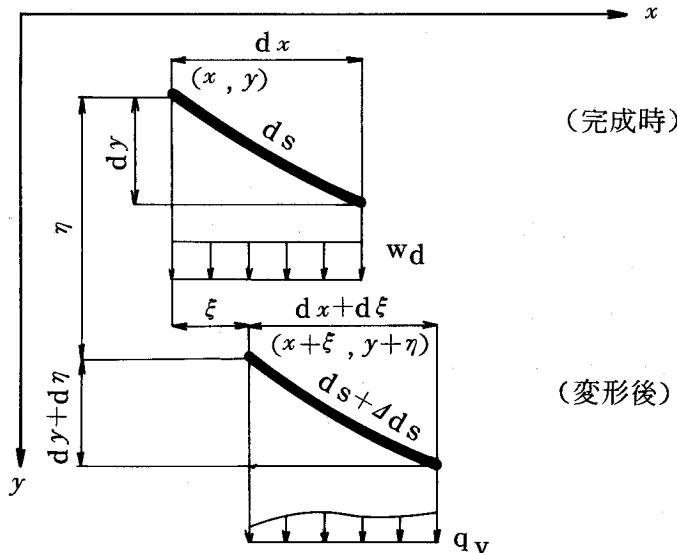


図-18 ケーブルの微小要素

(b) ケーブルの適合条件

ケーブルの微小要素について図-18に示すとおり変形前後の関係から

$$ds = (dx^2 + dy^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$(ds + dds)^2 = (dx + d\xi)^2 + (dy + d\eta)^2$$

こゝに $4ds$ はケーブルの応力および温度変化による伸びであるから

こゝに E_c , A_c はそれぞれケーブルのヤング係数, 断面積, α , t はそれぞれケーブルの線膨張係数, 温度変化を示す。

上式から $d\delta$ を求めるが、架設系の極端に大きな変形を考慮して Taylor 展開の 2 次項までとれば、

$$d\xi = \frac{ds}{dx} \cdot \frac{d^2s}{dx^2} \cdot dx - \frac{dy}{dx} \cdot \frac{d\eta}{dx} \cdot dx + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{d^2s}{dx^2} \right)^2 - \left(\frac{d\eta}{dx} \right)^2 \right\} dx \quad \dots \dots \dots (4)$$

上式の最終項が2次項であり，完成系の場合は一般に無視されているものである。

今ケーブルの固定点間を c , c' とすれば ,

$$\int_C^{C'} d\xi = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

これより水平張力を求めることができるわけであるが、一般には困難であるので次のような仮定を設けることにより簡易化される。

(c) 仮 定

(5)式には未知関数 \bar{q}_v が入り直接積分することはできない。架設系の場合 \bar{q}_v はケーブルの自重あるいは実際にはキャットウォークの自重を含む w_c と吊材にかかる荷重 q よりなり、 $\bar{q}_v = w_c + q$ とおくことができる。ここで w_c は一般に一様分布と考えて差支えない。又 q は完成系はともかく、架設系においては剛結された補剛桁のたわみに比しケーブルの変形が極端に大きいため、殆んど一様分布と考えてもその影響は小さいと考えられる。たとえば有限変位理論による計算値は図-19に示すとおりであり、逐次剛結された補剛桁両端の僅かな領域を除けば、一般に等価な一様分布荷重におきかえて差支えないと考えられる。

以上の考え方から q は未知の一様分布荷重と仮定した。なおその他の仮定は一般の撓度理論と同じであり、たとえば水平張力は全径間一定、吊材は常に鉛直であり伸びは無視するものとする。又、完成系のケーブル形状は、抛物線と仮定する。

(d) 吊材張力 q

今簡単な例として図-20の場合について説明する。 q を吊材張力とし、 \bar{p} を完成系から除荷される等分布荷重、 w_c をケーブル、キャットウォークなどの自重とすれば、(1)式の \bar{q}_v は次のように表わされる。

$$\bar{q}_v = w_d - \bar{p} + q = w_c + q$$

これを(1)式に代入して q を求め、 $q = k p$ とおいて p を架設時に補剛桁にかかる全等分布死荷重とすれば、補剛桁の死荷重に対するケーブルの分担率 k の値は次のように求められる。

$$k = \frac{1}{(1 + \frac{d\xi}{dx}) + am^2} \left\{ 8n(\frac{j}{i}) + am^2 - (\frac{i}{i})(1 + \frac{d\xi}{dx}) + (\frac{j}{i}) \frac{\frac{dy}{dx} + \frac{d\eta}{dx}}{1 + \frac{d\xi}{dx}} (\frac{d^2\xi}{dx^2} \ell) \right\} \dots (6)$$

$$\text{こゝに } n = f/\ell, m = \bar{x}/\ell, i = p/\bar{p}, \bar{i} = w_c/\bar{p}, \bar{j} = H/\bar{p}\ell$$

ℓ : ケーブル支間

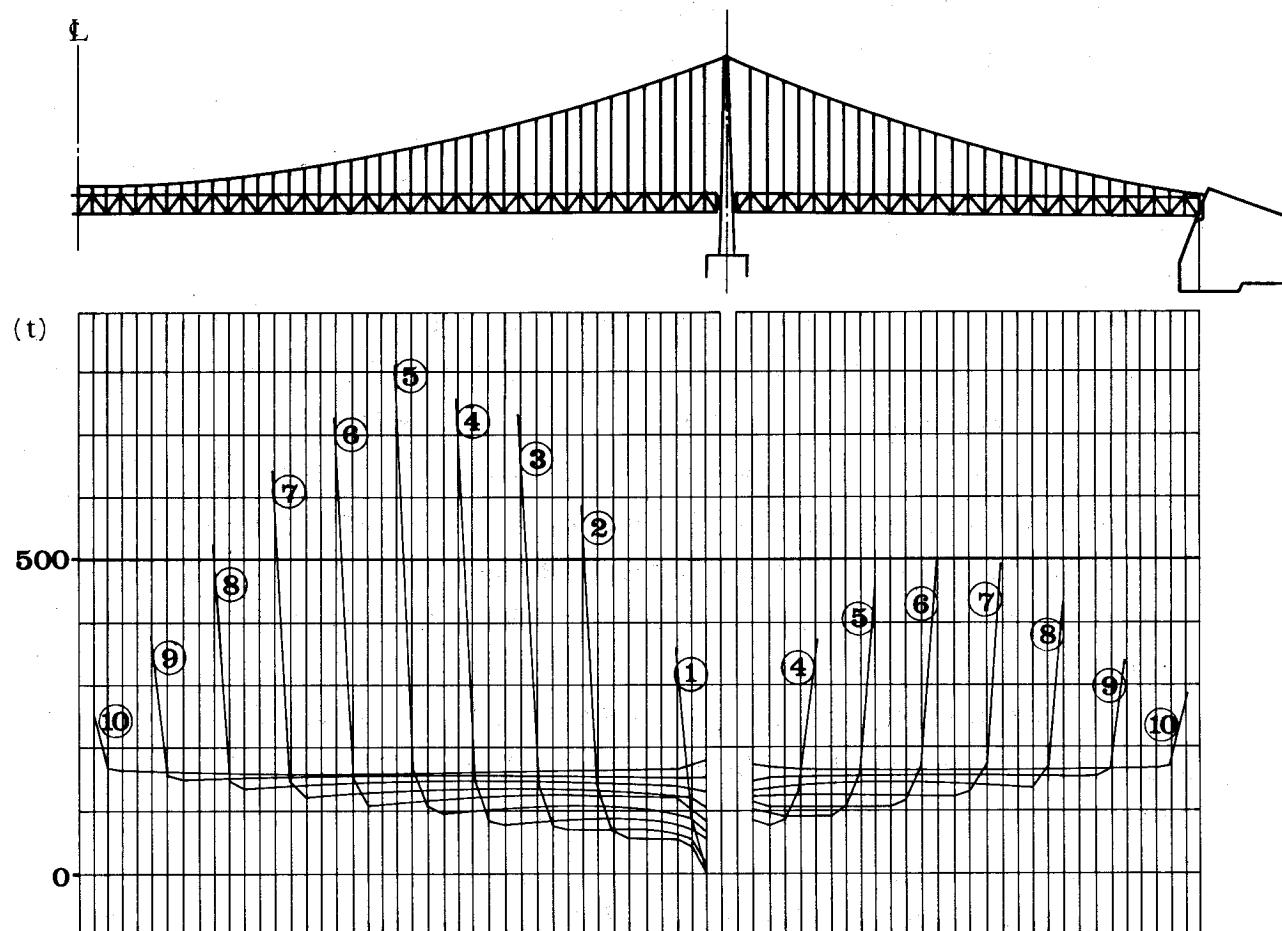
f : 完成系ケーブルのサグ

I : 補剛桁の断面 2 次モーメント

E : 鋼材のヤング係数

$$a = \bar{a}H, \bar{a} = \frac{5\ell^2}{48EI}$$

\bar{a} は補剛桁架設長 $m\ell$ の等分布荷重による中央点のたわみに等しいたわみを与える等曲げモーメントから求められる値である。



O:架設 STEP

図-19 吊材張力の分布

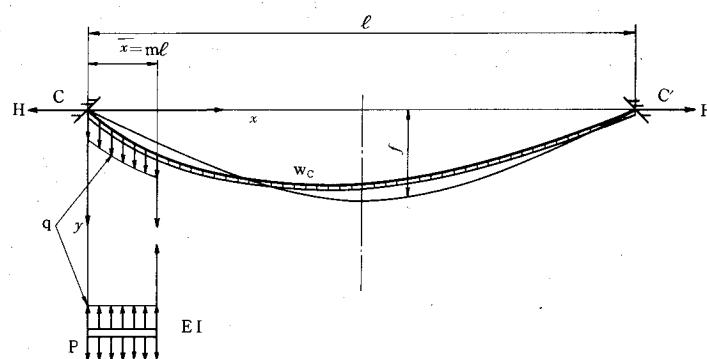


図-20 ケーブルにかかる荷重

又(6)式中の $\frac{d\xi}{dx}$, $\frac{d^2\xi}{dx^2}$, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d\eta}{dx}$ は, q の値を架設長について一定と仮定したから, その代表値として補剛桁架設長の中央点, 即ち $x = \frac{\bar{x}}{2} = \frac{1}{2}m\ell$ 点の値をとるものとする。それらの値は後述する。

(e) 水平張力 H_p

(5)の条件式に(2)~(4)式を代入すると, 一般に y , η が 2 次曲線で両端において 0 となる場合, 水平張力 H_p の基本式は次のようになる。

$$H_p = \frac{\left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d^2\eta}{dx^2} \right) \int_c^{c'} \mathcal{M}_p dx + H (L_t + L'_t) \alpha t}{-\left(\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{2} \frac{d^2\eta}{dx^2} \right) \int_c^{c'} y dx + \frac{H}{E_c A_c} (L_E + L'_E)} \quad \dots \dots \dots (7)$$

こゝに L_E , L_t はそれぞれ後述のようにケーブルの伸びおよび温度変化の項にかかる定着点 (C , C') 間にわたる定積分であり, L'_E , L'_t は第 1 項に比し高次の微小項を示す。

又 $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{1}{2} \frac{d^2\eta}{dx^2}$ はそれぞれの積分区間で一定値又は 0 となり, $\frac{1}{2} \frac{d^2\eta}{dx^2}$ は第 1 項に比し高次の微小項に相当する。

(3) 標準的な吊橋の解

(a) 水平張力 H_p

図-21 に示すような 3 径間吊橋を想定し, 塔側より逐次剛結工法で架設して行く場合の水平張力 H_p を求める。たゞし, 実際の架設においては施工管理の簡明さと応力変形のバランスをよくするため, 一般に左右対称に架設される場合が多いので, 解析においても簡単のため対称荷重の場合について述べることにする。

図-21 の場合について(7)式を求めるとき,

$$H_p = \frac{8n\bar{p}\ell(1-\varepsilon)\bar{M} + 8\gamma n_1 \bar{p}_1 \ell_1 (1-\varepsilon_1) \bar{M}_1 + (\delta + \delta_1) - H \left(\frac{L_t}{\ell} \right) (1 + \varepsilon_t) \alpha t}{\frac{16}{3} \left\{ n^2 (1-\varepsilon) + 2\gamma n_1^2 (1-\varepsilon_1) \right\} + (4 + 4_1) + \frac{H}{E_c A_c} \left(\frac{L_E}{\ell} \right) (1 + \bar{\varepsilon})} \quad \dots \dots \dots (8)$$

こゝに側径間に関する記号にはサフィックス 1 をつけて表わすこととする,
上式において,

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= \frac{1}{2} m^2 \left(1 - \frac{3-k}{3} m \right) i + m (1-m) i p - \frac{1}{12} \\ \bar{M}_1 &= \frac{1}{2} m_1^2 \left(1 - \frac{3-k_1}{3} m_1 \right) i_1 + m_1 (1-m_1) i p_1 - \frac{1}{6} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)_{1,2}$$

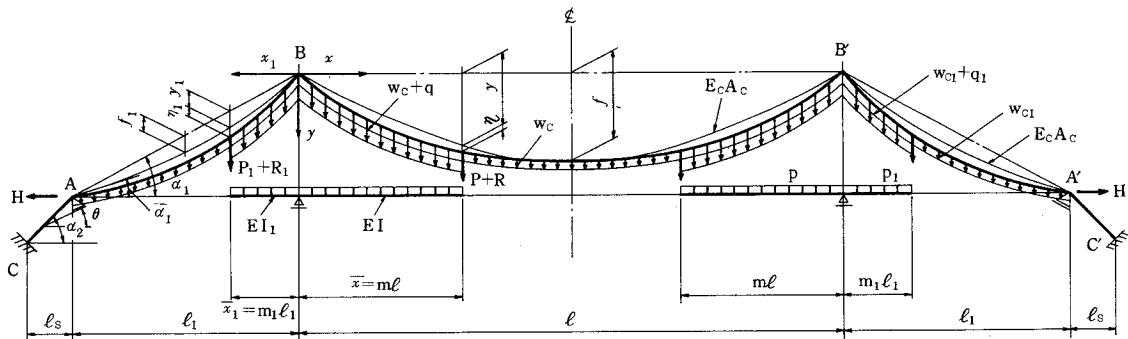


図-21 標準的な吊橋

こゝに $i_p = P/\bar{p}\ell$, P は架設機械などを想定した等価集中荷重を示す。水平張力 H , H_p を含む高次微小項としては、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \frac{1}{16n} (1+8n) \left(\frac{\bar{p}\ell}{H} \right) \\ \epsilon_1 &= \frac{1}{16n_1} (1+8n_1) \left(\frac{\bar{p}_1\ell_1}{H} \right) \\ \bar{\epsilon} &= \left(\frac{L'_E}{L_E} \right), \quad \epsilon_t = \frac{L'_t}{L_t} \\ \delta &= \frac{1}{2} k_i \left(\frac{\bar{p}\ell}{H} \right) \cdot \bar{p}\ell \cdot \bar{M}_\delta \\ \bar{M}_\delta &= \left[\frac{3+k}{6} m_i + i_p - \frac{1}{6} (3-2m) \right] m^2 \\ \delta_1 &= \frac{1}{2} r k_1 i_1 \left(\frac{\bar{p}_1\ell_1}{H} \right) \bar{p}_1\ell_1 \bar{M}_{\delta_1} \\ \bar{M}_{\delta_1} &= \left[\frac{3(1-m_1)+k_1}{6} m_1 i_1 + (1-m_1) i_p - \frac{1}{6} (3-2m_1) \right] \cdot m_1^2 \\ \Delta &= \frac{2}{3} k n m^2 (3-2m) \left(\frac{\bar{p}\ell}{H} \right) i \\ \Delta_1 &= \frac{2}{3} r k_1 n_1 m_1^2 (3-2m_1) \left(\frac{\bar{p}_1\ell_1}{H} \right) i_1 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (8)_{3 \sim 12}$$

こゝに、

$$j = \frac{H_p}{p\ell}, \quad j_1 = \frac{H_p}{p_1\ell_1}, \quad r = \ell_1/\ell$$

α : ケーブルの線膨張係数, t : 温度変化 ($^{\circ}\text{C}$)

定数項としては、(たゞし、 L'_t/ℓ , L'_E/ℓ は H_p を含む高次微小項の係数)

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_E}{\ell} &= 1 + 8n^2 + 4\epsilon + 2r \left(1 + \frac{3}{2} \tan^2 \alpha_1 + 8n_1^2 + 4\epsilon_1 \right) + 2r_s \cdot C_s \cdot \sec \bar{\alpha}_1 \\ \frac{L'_E}{\ell} &= \frac{1}{2} \frac{H_p}{E_c A_c} \left\{ 1 + \frac{3}{3} n^2 + \frac{8}{3} 4\epsilon + 2r \left(1 + 2 \tan^2 \alpha_1 + \frac{3}{3} n_1^2 + 4\epsilon'_1 \right) \right. \\ &\quad \left. + 2r_s \cdot C_s \cdot \sec^2 \bar{\alpha}_1 \right\} \\ 4\epsilon &= \frac{9}{5} n^4, \quad 4\epsilon_1 = \frac{3}{8} \tan^4 \alpha_1 + 12n_1^2 \tan^2 \alpha_1 + 4\epsilon', \quad 4\epsilon' = \frac{9}{5} n_1^4 \\ 4\epsilon'_1 &= \frac{8}{3} 4\epsilon_1 \quad (4\epsilon, \epsilon_1, 4\epsilon', 4\epsilon'_1 \text{ はケーブル伸びの2次ひずみの項}) \\ C_s &= \frac{1 + \tan \frac{1}{2} (\bar{\alpha}_1 + \alpha_2) \cdot \tan \alpha_1}{1 + \tan \frac{1}{2} (\bar{\alpha}_1 + \alpha_2) \cdot \tan \alpha_2} \cdot \sec^2 \alpha_2 \\ \frac{L_t}{\ell} &= 1 + \frac{1}{3} n^2 + 2r \left(1 + \tan^2 \alpha_1 + \frac{1}{3} n_1^2 \right) + 2r_s \cdot C_s \\ \frac{L'_t}{\ell} &= \frac{H_p}{E_c A_c} \left\{ 1 + 8n^2 + 4\epsilon + 2r \left(1 + \frac{3}{2} \tan^2 \alpha_1 + 8n_1^2 + 4\epsilon_1 \right) \right. \\ &\quad + 2r_s \cdot C_s \sec \bar{\alpha}_1 \left. \right\} + \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{3} n^2 + 2r \left(1 + \tan^2 \alpha_1 + \frac{1}{3} n_1^2 \right) \right. \\ &\quad + 2r_s \cdot C_s \left. \right\} \cdot \alpha t \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (8)_{13 \sim 21}$$

こゝに, $r_s = \ell_s/\ell$

側径間の k_1 の値については、中央径間の k の式(6)にサフィックス 1 を付けて次のように表わされる。

$$k_1 = \frac{1}{(1 + \frac{d\xi_1}{dx_1}) + a_1 m_1^2} \left[8 n_1 (\frac{j_1}{i_1}) + a_1 m_1^2 - (\frac{i_1}{i_1}) (1 + \frac{d\xi_1}{dx_1}) + (\frac{j_1}{i_1}) \frac{\frac{dy}{dx_1} + \frac{d\eta_1}{dx_1}}{1 + \frac{d\xi_1}{dx_1}} (\frac{d\xi_1^2}{dx_1^2} \cdot \ell_1) \right] \dots \dots \dots (6)'$$

上式において、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\xi_1}{dx_1} &= \frac{H_p}{E_c A_c} (1 + \frac{3}{2} \bar{\beta}_1^2) - \beta_1 (1 - m_1) (\frac{\bar{p}_1 \ell_1}{H}) \bar{\mathcal{R}}_1 + (1 + \bar{\beta}_1^2) \alpha t \\ \frac{d^2\xi_1}{dx^2} \ell_1 &= -24 (\frac{H_p}{E_c A_c}) n_1 \bar{\beta}_1 (1 + \frac{1}{2} \bar{\beta}_1^2) + 8 n_1 (1 - m_1) (\frac{\bar{p}_1 \ell_1}{H}) \cdot \bar{\mathcal{R}}_1 \\ &\quad + \bar{a}_1 (\bar{p}_1 \ell_1) (1 - k_1) i_1 \cdot m_1^2 \cdot \bar{\beta}_1 - 8 n_1 \bar{\beta}_1 \cdot \alpha t \\ \frac{d\eta_1}{dx_1} &= -(1 - m_1) (\frac{\bar{p}_1 \ell_1}{H}) \bar{\mathcal{R}}_1 \\ \frac{dy}{dx_1} &= \bar{\beta}_1 = \tan \alpha_1 + 4 n_1 (1 - m_1) \\ \bar{\mathcal{R}}_1 &= \frac{1}{2} m_1 i_1 + i_{p_1} - \frac{1}{2} - 4 n_1 j_1 \end{aligned} \right\} (6)'_{1 \sim 5}$$

こゝに、

$$a_1 = \bar{a}_1 H, \quad \bar{a}_1 = \frac{5 \ell_1^2}{48 E I_1}, \quad \bar{j}_1 = H / \bar{p}_1 \ell_1, \quad i_{p_1} = P_1 / \bar{p}_1 \ell_1$$

なお上式の $\frac{d\xi_1}{dx_1}$, $\frac{d^2\xi_1}{dx_1^2}$, $\frac{d\eta_1}{dx_1}$ は式(2), (3), (4)から求められ、前述の通り架設長の中

央点 $x = \frac{\bar{x}_1}{2} = \frac{1}{2} m_1 \ell_1$ の値を示す。

又中央径間の k の値は(6)式で与えられるが、式中の $\frac{d\xi}{dx}$, $\frac{d^2\xi}{dx^2}$ などの値についてはこの場合には次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\xi}{dx} &= \frac{H_p}{E_c A_c} \{ 1 + 24 n^2 (1 - m)^2 \} - 4 n (1 - m) (\frac{\bar{p}\ell}{H}) \bar{\mathcal{R}} \\ &\quad + \{ 1 + 16 n^2 (1 - m)^2 \} \alpha t \\ \frac{d^2\xi}{dx^2} \ell &= -96 n^2 (1 - m) (\frac{H_p}{E_c A_c}) \{ 1 + 8 n^2 (1 - m)^2 \} + 8 n (\frac{\bar{p}\ell}{H}) \bar{\mathcal{R}} \\ &\quad + 4 \bar{a} (\bar{p}\ell) (1 - k) i n m^2 (1 - m) - 64 n^2 (1 - m) \alpha t \\ \frac{d\eta}{dx} &= (\frac{\bar{p}\ell}{H}) \bar{\mathcal{R}} \\ \frac{dy}{dx} &= 4 n (1 - m) \\ \bar{\mathcal{R}} &= \frac{1}{2} m (1 + i) + i_p - \frac{1}{2} - 4 n j (1 - m) \end{aligned} \right\} (6)_{1 \sim 5}$$

次に参考までに単径間の吊橋の場合についての解を示しておく。(8)式において側径間の吊材に関する項を消去し、 $\bar{\alpha}_1 = \alpha_1$ とおけば次式のようになる。

$$H_p = \frac{\frac{8}{3}n^2(1-\varepsilon) + \frac{16}{3}n^2(1-\varepsilon) + \frac{H}{E_c A_c}(\frac{L_E}{\ell})(1+\bar{\varepsilon})}{\frac{16}{3}n^2(1-\varepsilon) + 4 + \frac{H}{E_c A_c}(\frac{L_E}{\ell})(1+\bar{\varepsilon})} \quad \dots \dots \dots (8)'$$

上式において、

$$\frac{L_E}{\ell} = 1 + 8n^2 + 4\varepsilon + 2r(1 + \frac{3}{2}\tan^2\alpha_1 + \frac{3}{8}\tan^4\alpha_1) + 2r_s \cdot C_s \cdot \sec\alpha_1$$

$$\frac{L'_E}{\ell} = \frac{1}{2} \frac{H_p}{E_c A_c} \left\{ 1 + \frac{32}{3}n^2 + \frac{8}{3}4\varepsilon + 2r(1 + 2\tan^2\alpha_1 + \tan^4\alpha_1) + 2r_s \cdot C_s \cdot \sec^2\alpha_1 \right\}$$

$$\frac{L_t}{\ell} = 1 + \frac{16}{3}n^2 + 2r(1 + \tan^2\alpha_1) + 2r_s \cdot C_s$$

$$\frac{L'_t}{\ell} = \frac{H_p}{E_c A_c} \left\{ 1 + 8n^2 + 4\varepsilon + 2r(1 + \frac{3}{2}\tan^2\alpha_1 + \frac{3}{8}\tan^4\alpha_1) + 2r_s \cdot C_s \sec\alpha_1 \right\} + \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{16}{3}n^2 + 2r(1 + \tan^2\alpha_1) + 2r_s \cdot C_s \right\} \alpha t$$

$$C_s = \frac{1 + \tan\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \tan\alpha_1}{1 + \tan\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \tan\alpha_2} \cdot \sec^2\alpha_2$$

$\rightarrow (8)'_{1 \sim 5}$

(b) ケーブルの水平変位

図-18 からもわかるように、完成系のケーブルのある点に着目すると、変形により鉛直方向に η だけ変位すると同時に水平方向には ξ だけ変位して釣合を保つ。したがって真の η の値は水平変位 ξ を考慮したものでなければならない。

今図-21 に示す架設先端 \bar{x} における水平変位を $\bar{\xi}$ (右方向を正) とすれば、(4)式を固定点、例えばケーブルアンカ一点から積分して、

$$\bar{\xi} = \xi_B + \int_0^{\bar{x}} d\xi \quad \dots \dots \dots (9)$$

により求めることができる。

こゝに ξ_B は塔頂の水平変位である。今、スプレーサドルの水平変位を ξ_A とすれば、

$$\xi_B = \xi_A + \xi_{BA} - \int_0^{\ell_1} d\xi_1 \quad \dots \dots \dots (10)$$

こゝに、 ξ_{BA} はスプレーサドルが傾斜角 θ で移動することにより塔頂に生じる水平変位を示す。

又、 ξ_B は今の場合対称荷重であるから、中央径間中央の水平変位は起らない。したがって、中央径間中央から積分して、

$$\xi_B = - \int_0^{\frac{\ell}{2}} d\xi \quad \dots \dots \dots (10)'$$

によっても求められる。

なおスプレーサドルの水平移動量 (ξ_A) を求めておくと、

$$\xi_A = \frac{\xi_{BA}}{1 + \tan\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) \tan\alpha_1} \quad \dots \dots \dots (11)$$

上式において、

$$\left. \begin{aligned} \xi_{BA} &= \frac{H_p}{E_c A_c} \left(\frac{L_{EA}}{\ell} \right) (1 + \bar{\varepsilon}_A) \ell + \left(\frac{L_{tA}}{\ell} \right) (1 + \bar{\varepsilon}_{tA}) \alpha t \cdot \ell \\ \frac{L_{EA}}{\ell} &= C_s \cdot r_s \cdot \sec \bar{\alpha}_1 \\ \frac{L_{tA}}{\ell} &= C_s \cdot r_s \\ \bar{\varepsilon}_A &= \frac{1}{2} \frac{H_p}{E_c A_c} \cdot \sec \bar{\alpha}_1 \quad , \quad \bar{\varepsilon}_{tA} = \frac{E_p}{E_c A_c} \cdot \sec \bar{\alpha}_1 + \frac{1}{2} \alpha t \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)_{1 \sim 5}$$

又塔頂部の水平移動量 (ξ_B) は (10)' 式により積分して、

$$\xi_B = - \left[\frac{H_p}{E_c A_c} \left(\frac{L_{E0}}{\ell} \right) (1 + \bar{\varepsilon}_{E0}) + A \xi_0 + \left(\frac{L_{t0}}{\ell} \right) (1 + \bar{\varepsilon}_{t0}) \alpha t \right] \ell \quad \dots \dots \dots (12)$$

上式において、

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_{E0}}{\ell} &= \frac{1}{2} (1 + 8n^2 + A\varepsilon) \\ \frac{L'_{E0}}{\ell} &= \frac{1}{4} \frac{H_p}{E_c A_c} \left(1 + \frac{32}{3}n^2 + \frac{8}{3}A\varepsilon \right) \\ \frac{L_{t0}}{\ell} &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{16}{3}n^2 \right) \\ \frac{L'_{t0}}{\ell} &= \frac{1}{2} \frac{H_p}{E_c A_c} (1 + 8n^2 + A\varepsilon) + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{16}{3}n^2 \right) \alpha t \\ \bar{\varepsilon}_{E0} &= \frac{L'_{E0}}{L_{E0}} \quad , \quad \bar{\varepsilon}_{t0} = \frac{L'_{t0}}{L_{t0}} \\ A \xi_0 &= -4 \left(\frac{\bar{p}\ell}{H} \right) \left[n (1 - \varepsilon) \left(\bar{m} - \frac{2}{3}n j \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{16} \left(\frac{\bar{p}\ell}{H} \right) k i \left\{ \bar{m}_\delta - \frac{4}{3}n j (3 - 2m) m^2 \right\} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)_{1 \sim 7}$$

(c) 鉛直変位 η の修正

今までのケーブルにかかる荷重は、完成系の形状を基準にしていたが、前述のとおり水平方向にも変位するから次のことを考慮する必要がある。

- 1) 完成系ケーブルのある着目点 (x) は変形後 ($x + \xi$) 点に移動する。
- 2) 塔頂部の水平移動によりケーブル支間 ℓ は $\ell - 2\xi_B$ に変化する。
- 3) ケーブルの大きな変形により完成系に仮定したケーブルにかかる荷重密度が変化する。

以上のことを考慮に入れて変形後の着目点 ($x + \xi$) における $m(x + \xi)$ を求め直し、これを m' とする。ここで $m' = m(x + \xi)$ は H_p を求めたときの $m(x)$ とは異なるから、当然前に求めた H_p も変るが、 H_p への影響は小さいものとして繰返計算しないことにする。以上から η を求めると、

$$\eta = \frac{m'}{H} - y \quad , \quad m' = m'_{wc} + m'_{q} + m'_{p+R} \quad \dots \dots \dots (13)$$

たゞし m' の値は、水平変位として架設先端の ξ を基準とし、他の点は比例配分されて線形的に内挿した変位をとるものとして単純化する。

(d) フリーケーブル状態

フリーケーブルの場合の水平張力 H_p は(8)式において $k = k_1 = 1$, $m = m_1 = 0$, $i = i_1 = 0$ とおいて

$$H_p = \frac{-\frac{2}{3} \{ n \bar{p} \ell (1-\epsilon) + 2 r n_1 \bar{p}_1 \ell_1 (1-\epsilon_1) \} - H \left(\frac{L_t}{\ell} \right) (1+\epsilon_t) \alpha t}{\frac{16}{3} \{ n^2 (1-\epsilon) + 2 r n_1^2 (1-\epsilon_1) \} + \frac{H}{E_c A_c} \left(\frac{L_E}{\ell} \right) (1+\bar{\epsilon})} \quad \dots \dots \dots (14)$$

第1次近似式としては , $\epsilon = \epsilon_1 = \bar{\epsilon} = \epsilon_t = 0$, $H = 0$ とおいて ,

$$H_p = \frac{-(n \bar{p} \ell + 2 r n_1 \bar{p}_1 \ell)}{8 (n^2 + 2 r n_1^2)} \quad \dots \dots \dots (15)$$

次に塔頂水平変位 (セットバック量) は(12)式より $\bar{w} = -\frac{1}{12}$ であるから ,

$$\xi_B = (-) \left[\frac{H_p}{E_c A_c} \left(\frac{L_{E0}}{\ell} \right) (1+\bar{\epsilon}_{E0}) + 4 \xi_0^* + \left(\frac{L_{t0}}{\ell} \right) (1+\bar{\epsilon}_{t0}) \alpha t \right] \cdot \ell \quad \dots \dots \dots (16)$$

上式において ,

$$4 \xi_0^* = \frac{1}{3} \left(\frac{\bar{p} \ell}{H} \right) n (1-\epsilon) (1+8 n j) \quad \dots \dots \dots (17)_1$$

各径間のサグ変化量は ,

$$\left. \begin{aligned} \eta_C &= \frac{w_c}{8H} \ell (\ell - 2 \xi_B) - f \\ \eta_{C1} &= \frac{w_{C1}}{8H} \ell_1 (\ell_1 - \xi_A + \xi_B) - f_1 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (17)_{1,2}$$

(e) 補剛桁の断面力 , 吊材張力

補剛桁の曲げモーメント M , 剪断力 Q は ,

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{1-k}{2} p x (m\ell - x) \\ Q &= \frac{1-k}{2} p (m\ell - 2x) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (18)_{1,2}$$

吊材張力一般部は両隣の吊材間隔をそれぞれ λ_1 , λ_2 とすれば ,

$$T_h = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} k p \quad \dots \dots \dots (19)_1$$

架設先端部は ,

$$T_{hm} = P + R + \frac{1}{2} \lambda_1 k p \quad \dots \dots \dots (19)_2$$

で表される。側径間についても同様で , サフィックス 1 をつけておく。

(f) 計算手順

各架設ステップについて , 最初 $H_p = 0$, $\epsilon = \epsilon_1 = \bar{\epsilon} = 0$, $\delta = \delta_1 = 4 = 4_1 = 0$, とおいてスタートし , k , k_1 を求め , 第1回目の $H_p^{(1)}$ から $H^{(1)} = H_d + H_p^{(1)}$ がえられる。これから , k , k_1 , ϵ , ϵ_1 , $\bar{\epsilon}$, 4 , 4_1 , などを求めて第2回目の $H^{(2)}$ を求め , 第 n 回目の誤差 $\frac{H^{(n-1)} - H^{(n)}}{H^{(n-1)}} \leq \sigma$ を満足するまで繰返して収束させる。 H が求まれば , 変位 ξ , η , およびすべての断面力がえられる。これをフローチャートと示すと 図-22 のとおりである。

(4) 本理論の適用性

これまで主として単径間，3径間の2ヒンジ補剛吊橋について述べたが，多径間吊橋についても適用できることは容易に理解されよう。

次に上記吊橋の架設工法には種々のものが考えられるが，代表的に3径間吊橋について説明すると図-23(a)～(d)が考えられる。この場合，架設ブロックをすべてヒンジ結合で架設する工法では補剛桁の曲げ剛性を無視できるので，前述の $k=1$ における簡単な求められる。逐次剛結で架設する工法では，(a)は既述のとおりであり，(b)～(d)についても(a)と同様の考え方で求められることは容易に理解されよう。

逐次剛結工法では，たとえば図-24の(a)は，架設ブロック（自重W）をトラベラークレーン又はリフティングクレーンで架設先端に張出し結合する場合，(b)は張出し結合されたブロック先端の吊材をセットするための引込み力 T_p を作用させる場合，(c)は最終ブロックを閉合するためのサーチャージ (P_w) を載荷する場合などについて解析する必要がある。これらに共通する力学系は，外力として鉛直荷重と端部曲げモーメントの組合せにより成立っていることである。この内鉛直荷重については前述の理論により追加荷重として解析できることがわかるのでこゝでは割愛する。

端部曲げモーメントによる影響について少し説明を加えておく。

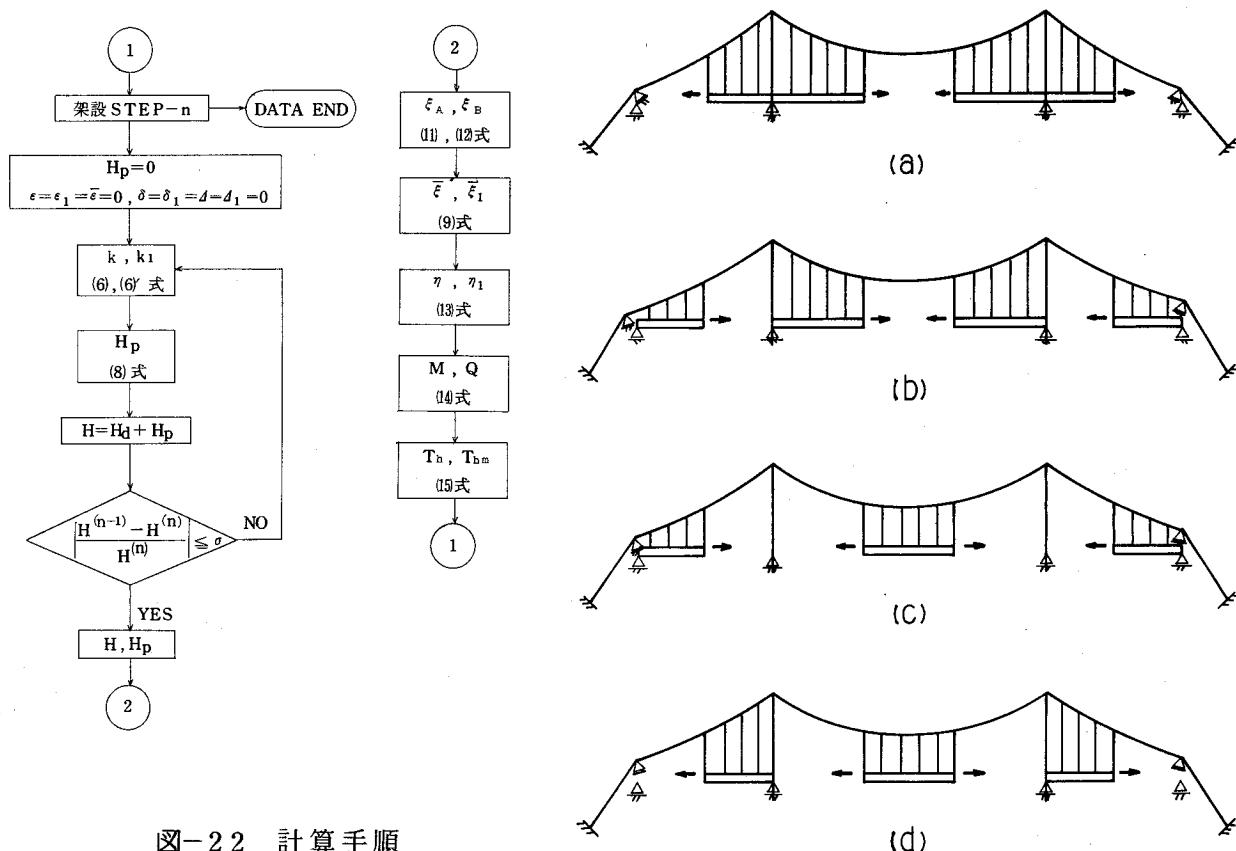


図-22 計算手順

図-23 架設順序

図-24 (a)において架設先端 $m\ell$ に M_w が働くとき、先端吊材には $R_{MW} = \frac{M_w}{m\ell}$ が加わると同時に、中間の吊材には補剛桁の曲げ剛性と水平張力の影響で q_M が作用する。したがって先端吊材には $R_M = R_{MW} - \frac{1}{2} q_M m\ell$ 、中間吊材には q_M が追加されることになる。

すなわち、 $q = q_0 + q_M$ 、 $R = R_0 + R_M$ 、(6)式及び(6)_{1~5}式で $\bar{a} = \bar{a}_0 + \bar{a}_M$ 、こゝに、

$$\bar{a}_0 = \frac{5\ell^2}{48EI} \quad \bar{a}_M = \frac{M_w}{2EI} - \frac{1}{i_p \bar{p} m^2}, \quad i_p \text{ の代りに } i_p + i_M \text{ とおき}, \quad i_M = \frac{M_w}{m \bar{p} \ell^2}$$

として k を求めることができる。次に(8)_{1~12}式の中に含まれる k 及び、 M_p の中の i_p の代りに $(i_p + i_M)$ を入れて H_p を求め収束させればよい。

次に3径間連続補剛吊橋において、たとえば図-25(a)のように塔部橋脚にて連続した状態で架設する場合には先ず H = 一定と考えれば、(a)の状態は(b)の2ヒンジの状態に(c)の連続条件を満たす支点モーメント M_s を加えることによりえられる。²¹⁾ この場合架設先端吊材部は弾性支持されているものと考えて、たとえば弾性支持された3連モーメントの定理などにより M_s を求めれば、あとは上述の方法と同じようにして k および H_p を求め、変位および断面力を算出することができる。

以上により一般的に鉛直吊材を有する吊橋の架設計算に適用できることが予想される。なお吊材は常に引張力が作用する場合に限定する。非抗圧材としての取扱いは繁雑となり、本理論の主旨ではないのでこゝでは言及しない。

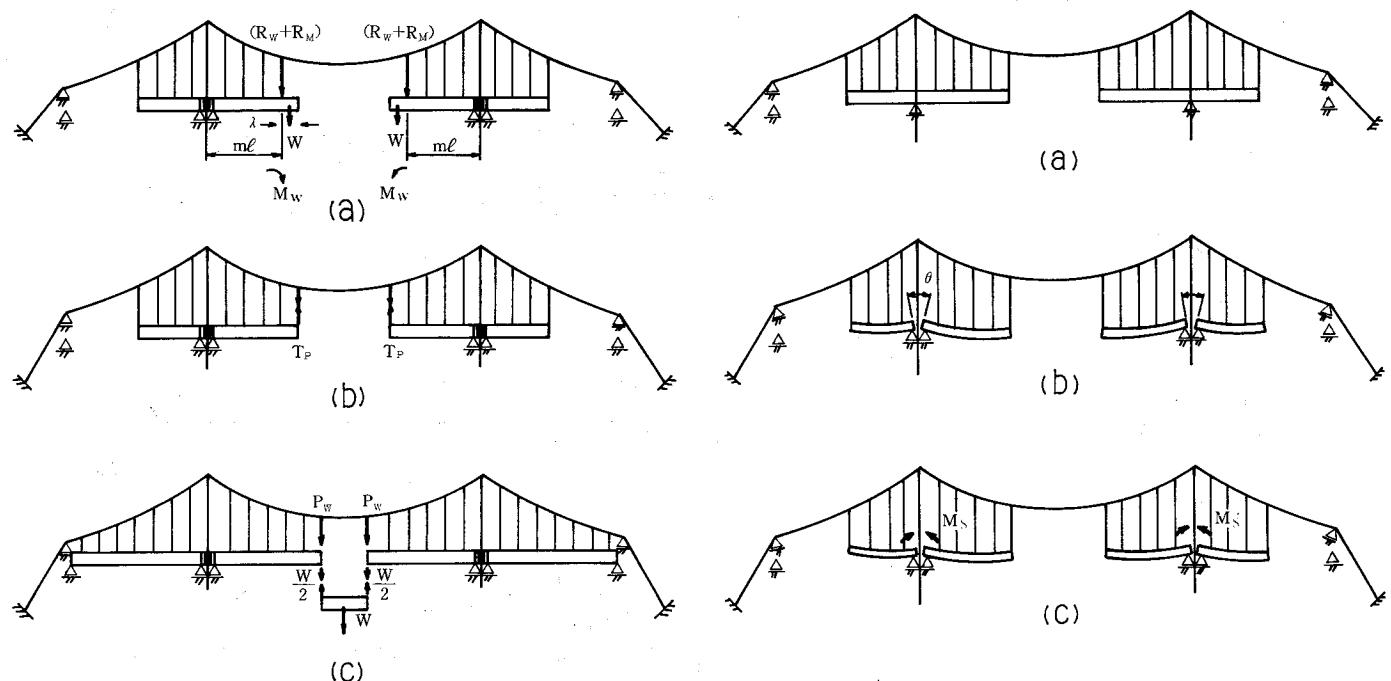


図-25 連続補剛桁

図-24 外力

2-2 計 算 例

標準的な吊橋として図-21に示す3径間吊橋の解を(3)で説明した。この数式に表-4に示す諸元を入れて計算した結果は次のとおりである。

図-26, 表-5(a)は架設各STEPの補剛桁およびケーブルの完成系からの鉛直変位を示す。実線および点線(解法①)はそれぞれ有限変位理論による実用解法において吊材張力による伸びを無視した場合の補剛桁およびケーブルの変位であり, 本理論解(●印, 解法②)は全般に亘りよく一致していることがわかる。有限変位理論との誤差は表-5(a)からわかるように, たわみの大きいところで1~7%程度, 誤差の最大は, たわみ量で214mm(2.9%)である。

図-27, 表-5(b)は補剛桁の曲げモーメントを示す。この場合も全般に亘りよく一致し最大曲げモーメントの誤差は1~2%程度である。

図-28, 表-5(c)は剪断力を示す。補剛桁端部で側径間の一部に多少の誤差(12%)がみられるが, 傾向はよく一致していることがわかる。なお架設時の初期検討段階では, この程度の誤差であれば十分であると思われる。

図-29, 表-5(d)は吊材張力を示す。図からわかるように吊材の性状をよく表現している。架設計画において最も必要な値は架設先端吊材張力であるが, 表-5(d)から誤差は0~7%程度であることがわかる。

図-30は, フリー-ケーブル状態(STEP-0)の完成系からの変位を誇張して描いたものであるが, 表-5からも塔頂水平変位(セットバック量)の誤差4mm(0.8%)程度, サグの変化量の相違の最大値は133mmで, その誤差は2.5%程度であり十分実用に供することができるものと思われる。

なお架設先端の水平変位は, 表-5からわかるように, 水平変位最大のSTEP-3で1.2mにもなる。

従って, 架設系ではこの大きな水平変位を考慮に入れることが, 本解法の解析精度の向上に寄与しているものと思われる。

表-4 計 算 諸 元

ℓ	864.4 m	ℓ_1	312.2 m	ℓ_s	17.678 m
f	79.857 m	f_1	10.483 m	α_1	15.537 °
EI	$1.956 \times 10^8 \text{ tm}^2$	EI_1	$1.870 \times 10^8 \text{ tm}^2$	α_2	45 °
w_d	20.47 t/m	w_{d1}	20.60 t/m	$\bar{\alpha}_1$	8.178 °
\bar{p}	14.834 t/m	\bar{p}_1	14.697 t/m	$E_c A_c$	$1.126 \times 10^7 \text{ t}$
P	210 t	P_1	210 t		
p	12.08 t/m	p_1	11.98 t/m		

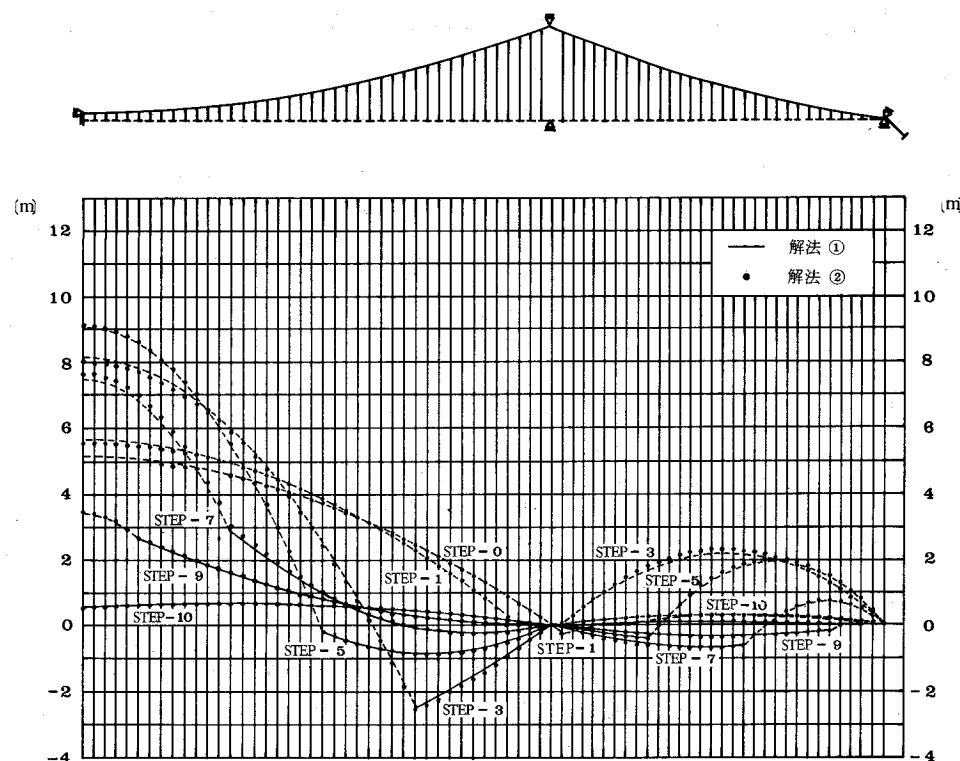


図-26 補剛桁およびケーブルの鉛直変位

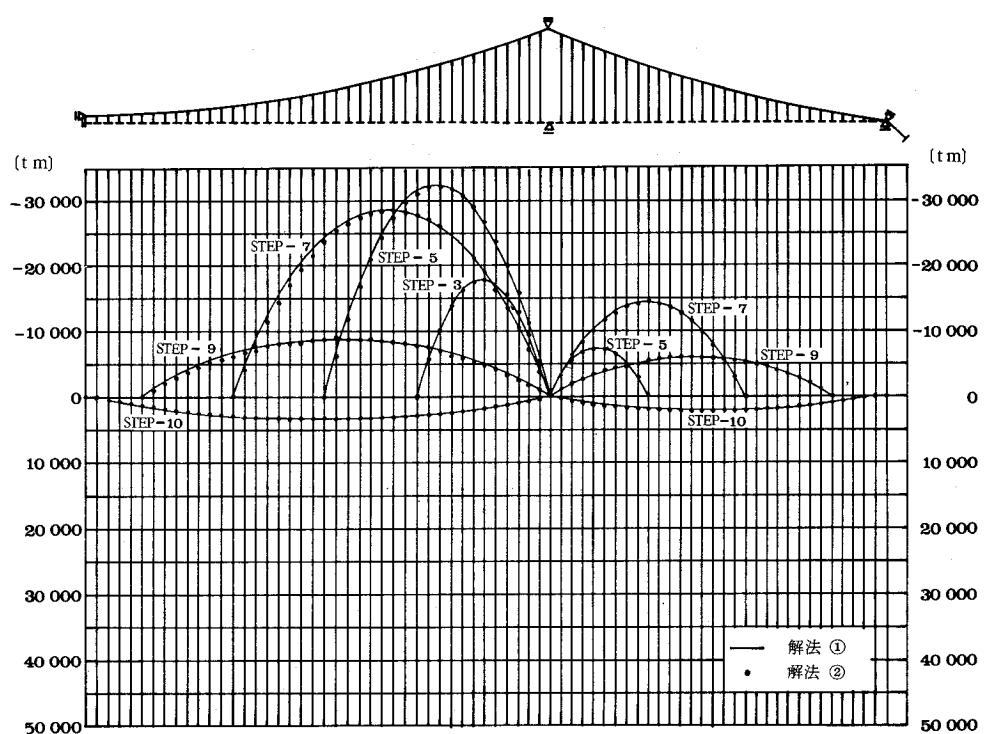


図-27 補剛桁の曲げモーメント

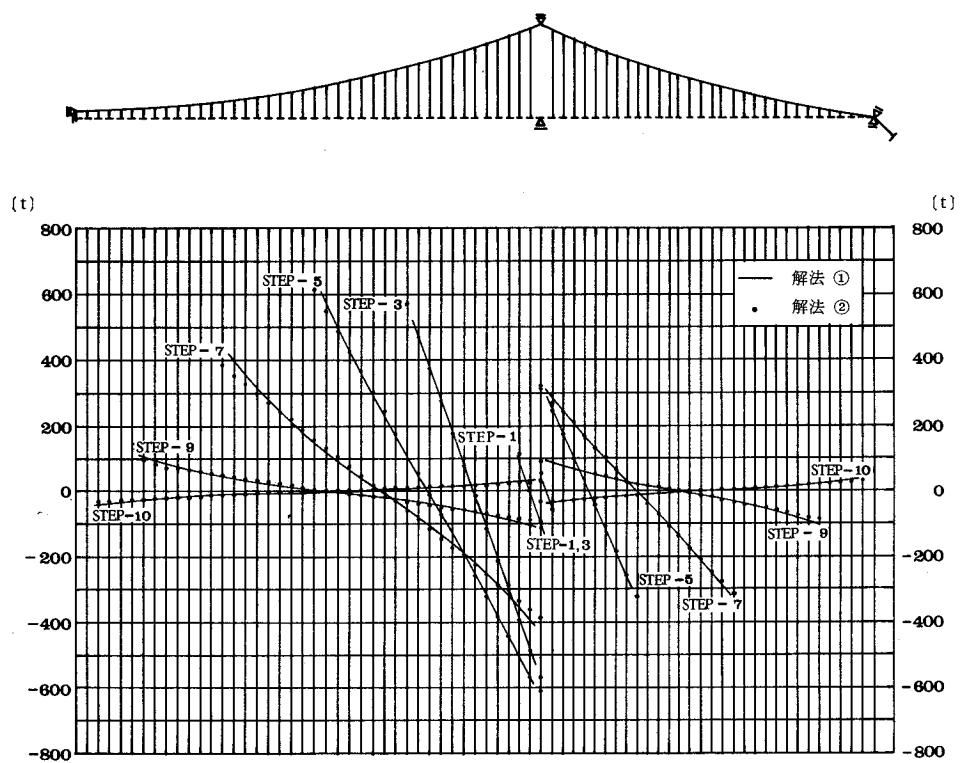


図-28 補剛桁の剪断力

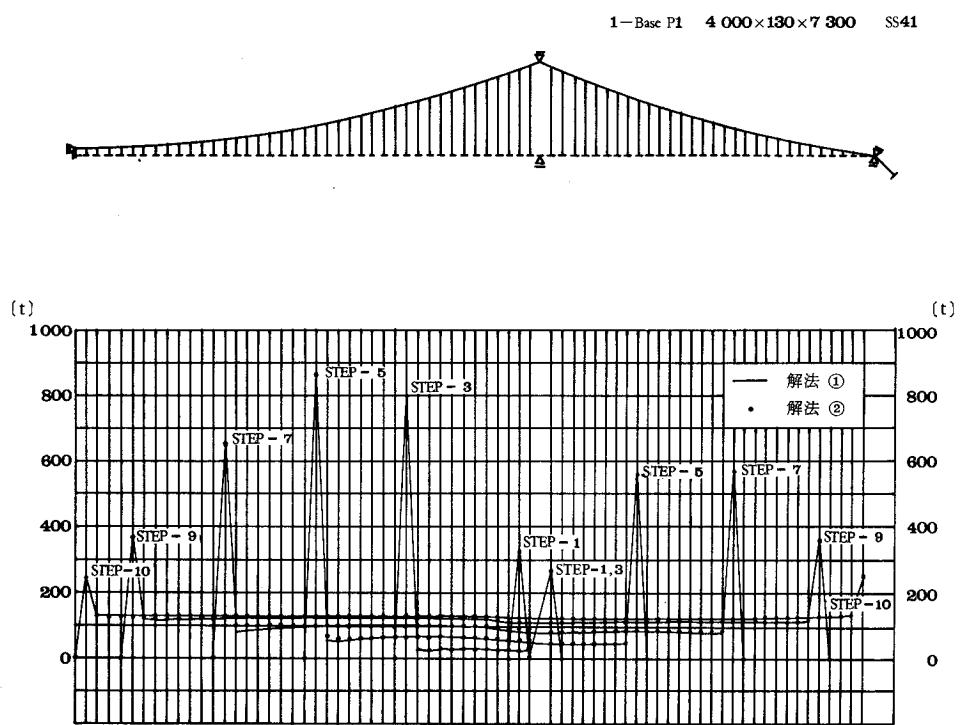


図-29 吊材張力

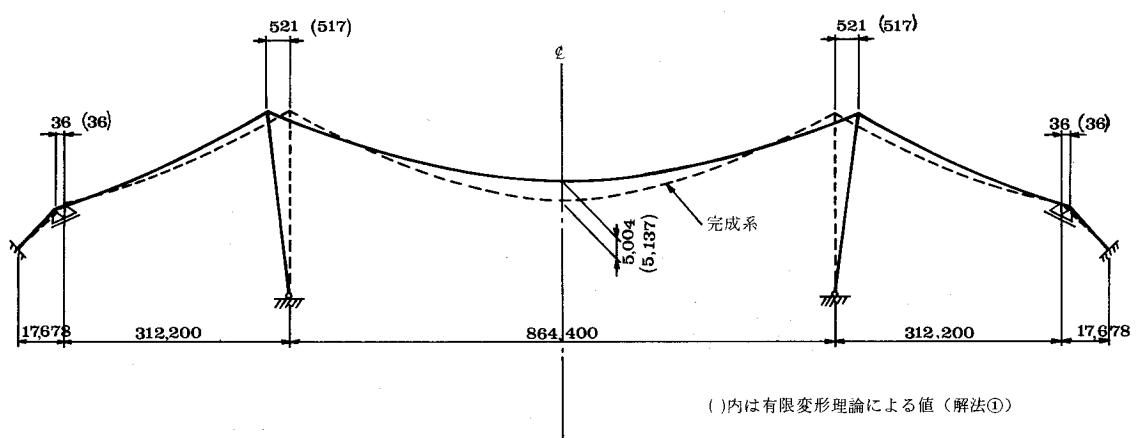


図-30 フリー ケーブル 状態

表-5 計算結果

架 設 スティ ンレス	解 法	H _p (t)	H (t)	(a) ケーブル鉛直変位(m), 上向(+) 中央径間中央 (η_c)			(b) 植剛析最大曲げモーメント(t-m) 中央径間(M _{max})		
				中央径間(中央 ($\bar{\eta}$))		側径間 ($\bar{\eta}_1$)	中央径間(M _{max})		側径間(M _{1max})
		①	16.879	7.062	5.137	—	—	—	—
0	②	16.900	7.041	5.004	—	—	—	—	—
	②-①	21	-21	-0.133	—	—	—	—	—
	△	0.1	-0.3	-2.6	—	—	—	—	—
1	①	16.746	7.195	5.629	-0.266	-0.253	5.63	0	0
	②	16.764	7.177	5.537	-0.273	-0.284	5.73	0	0
	②-①	18	-18	-0.092	-0.007	-0.031	10	0	0
	△	0.1	-0.3	-1.6	2.6	—	1.8	—	—
3	①	14.946	8.995	8.150	-2.483	0.0216	17.766	0	0
	②	14.977	8.964	7.990	-2.573	0.0146	17.814	0	0
	②-①	31	-31	-0.16	-0.090	-0.007	4.8	0	0
	△	0.2	-0.3	-2.0	3.6	—	0.3	—	—
5	①	12.157	11.784	9.053	-0.250	-0.396	32.153	7.230	7.231
	②	12.141	11.800	9.120	-0.193	-0.449	32.154	7.231	7.231
	②-①	-16	16	0.067	0.057	-0.053	1	1	1
	△	-0.1	0.1	0.7	—	—	0	0	0
7	①	8.581	15.360	7.464	2.828	-0.656	28.395	14.254	14.254
	②	8.526	15.415	7.678	3.034	-0.687	28.399	14.122	14.122
	②-①	-55	55	0.214	0.206	-0.031	4	-1.32	-1.32
	△	-0.6	0.4	2.9	7.3	4.7	0	0	0
9	①	4.641	19.300	3.408	2.617	-0.206	8.643	5.870	5.870
	②	4.623	19.318	3.480	2.689	-0.216	8.770	5.854	5.854
	②-①	-18	18	0.072	0.072	-0.010	127	-16	-16
	△	-0.4	0.1	2.1	2.8	4.8	1.5	-0.3	-0.3
10	①	2.632	21.309	0.582	0.549	-0.0382	-3.466	-2.356	-2.356
	②	2.646	21.295	0.552	0.518	-0.0406	-3.512	-2.346	-2.346
	②-①	14	-14	-0.030	-0.031	-0.0024	-4.6	-10	-10
	△	0.5	-0.1	—	-5.6	6.3	1.3	0.4	0.4

注： ①：有限変形理論値 ②：本理論値 $\triangle = \frac{\text{②} - \text{①}}{\text{①}} (\%)$

表-5 (続き)

架設ステップ	解法	(c) 最大せん断力(t)		(d) 架設桁吊材先端張力(t)		(e) ケーブル水平変位(m), 中央径間側 \oplus	
		中央径間(Q _{max})	側径間(Q _{max})	中央径間(T _{hm})	側径間(T _{hm})	塔頂変位(ξ_B)	スプレーサードル(ξ_A)
0	①	—	—	—	—	-0.517	-0.0357
	②	—	—	—	—	-0.521	-0.0357
	②-①	—	—	—	-0.004	0	—
1	△	—	—	—	—	0.8	—
	①	56.3	0	327	270	-0.528	-0.0354
	②	115	57.6	328	270	-0.531	-0.0354
3	②-①	58.7	57.6	1	0	-0.003	0
	△	—	—	0.3	0	0.6	0
	①	526	0	799	270	-0.169	-0.0314
5	②	571	50.8	797	270	-0.150	-0.0316
	②-①	45	50.8	-2	0	0.019	-0.0002
	△	8.6	—	-0.3	0	—	—
7	①	611	-290	885	559	-0.254	-0.0253
	②	614	-325	857	559	-0.241	-0.0257
	②-①	3	35	-28	0	0.013	-0.0004
9	△	0.5	-12.1	-3.2	0	—	—
	①	422	-313	696	583	-0.351	-0.0178
	②	386	-314	646	566	-0.346	-0.0180
10	②-①	-36	1	-50	-17	0.005	-0.0002
	△	-8.5	-0.3	-7.2	-2.9	-1.4	1.1
	①	112	-99.0	386	369	-0.213	-0.00968
10	②	92.5	-90.1	364	356	-0.217	-0.00977
	②-①	-19.5	-8.9	-22	-13	-0.004	-0.00009
	△	-17.4	9.0	-5.7	-3.5	1.9	0.9
10	①	-44.6	36.9	229	250	-0.0735	-0.00564
	②	-33.3	31.2	242	246	-0.0727	-0.00559
	②-①	11.3	-5.7	13	-4	0.0008	0.0005
50	△	—	—	5.7	-1.6	-1.1	-0.9
	△	—	—	—	—	—	—
	△	—	—	—	—	—	—

注：①：有限変形理論値 ②：本理論値 $\triangle = \frac{\text{②}-\text{①}}{\text{①}} \times \%$

2-3 まとめ

鉛直吊材で構成される吊橋の架設状態における解析法として、従来の撓度理論を拡張して、高次の変形量および水平変位を考慮に入れた場合の解析法を提案し、考えられる吊橋の型式および架設工法に適用できることを示した。

又、標準的な3径間吊橋の解を示し、計算例を挙げて有限変位理論と比較して最大数%前後の誤差で一致し、近似計算法として実用上有用であることを示した。

これにより、架設工法、手順などの適正化のためのパラメトリック解析、及びフィードバック時の繰返し計算における対話型式の実施に有利な解法がえられた。

3 耐風索を有する架設系の簡易計算法

補剛桁の架設中，橋軸直角方向に強風あるいは台風に遭遇することがあり，横風による補剛桁の水平たわみによって桁端あるいはタワーリングなどに損傷を受けるおそれが多く考えられる。本文で提案する耐風索はこれを防止する対策として考えられる。その効果については第3章の模型実験によって確認されたので，本解析法はそれを立証すると共に，架設計画の基本設計に使用する目的で開発されるものである。

一般に，^{25)～27)}補剛吊橋が横風を受ける場合の静的解析は，完成系については古くから種々の解析法がある。又最近では有限変位理論により，完成系のみならず架設系についても多くの文献（例えば文献2）が見られる。しかしながら，本文のような耐風索を設置する場合は，立体的な要素を考慮する必要から，たとえば3次元有限変位理論などが有力であるが，演算時間よりも前作業などに時間をとられ余り得策ともいえない。又撓度理論の思想からこれを厳密に立体的に解くことも同様にして複雑であり，これを取扱った文献もあまり見受けられない。

本文は前節の撓度理論から出発した近似解法を受けつき，実用的な仮定を設けて簡易に解く方法について述べる。

3-1 解析法

この解析法は主として次の仮定に基いている。

- 1) ケーブル水平張力は一定とする。
- 2) 架設系の補剛桁のねじれによる変形は，ケーブルおよび補剛桁の横変位に比し極端に小さいので，補剛桁は水平方向にのみ変位するものとする。
- 3) 架設中の補剛桁の中間吊材張力は橋軸方向に一定とする。
- 4) 吊材は常に橋軸と直角の平面にあり，伸びは無視する。

(1) 耐風索を設けない場合

今図-31(a)のように，補剛桁の架設を主塔側より逐次剛結法により架設する場合について述べる。たゞし，図-31は単径間を示すが，吊橋の主塔は一般に，橋軸直角方向への曲げ剛性が大きく，補剛桁およびケーブルの横方向変位に比べればその変位は1%以下が予想されるので無視できる。それ故主塔すなわちケーブル両端は固定されているものとして取扱って差支えなく，したがって側径間を有する吊橋においても，それぞれのスパンについて独立して考えればよい。

図-31(a)に示すように，補剛桁が両端支点から対称に $x_1=m\ell$ まで架設されたとき，図-31(b)に示すように，ケーブルにケーブル自身にかかる橋軸単位長当り風荷重 p_c および補剛桁にかかる風荷重 p_f をうけるものとする。その場合，ケーブルと補剛桁は吊材で連結されているので，架設桁の区間 $m\ell$ では，図-32(a)に示すように，吊材を通じて補剛桁からケーブルへ r だけ荷重伝達があったものとし， r は一様とする。すなわち， r は完成系では変化するが，架設系特に問題としている架設の初期，すなわちスパンの $1/8$ ～ $1/4$ 程度までの架設状態では r は小さく，殆んどが架設先端の吊材からケーブルに伝達されるので，前節の撓度理論の仮定にならったものである。したがって r は図-31(b)に

示すとおり、架設長の $1/2$ 、すなわち $x_1/2$ の点におけるケーブルと補剛桁の吊材を介しての連結条件から求めた r で代表される。すなわち、図-32(a)の状態で釣合関係にあるものとする。又架設先端の吊材とケーブルの力の伝達は、図-32(b)に示すとおりである。

図-31(b)において、 $\frac{x_1}{2}$ 点のケーブルの横たわみ u_c はケーブルの釣合条件から、水平張力 H を一定として、

$$u_c = \frac{m_c}{H} = \frac{1}{8H} [p_c x_1 (2\ell - x_1) + r x_1^2 + 2 p_f x_1^2] \quad \dots \dots \dots (1)$$

補剛桁の横方向曲げ剛性を $E I_y$ とすれば、C 点のたわみ v_c は、

$$v_c = \frac{1}{2} v_1 + \frac{2 \times 5 x_1^4}{384 E I_y} (p_f - r) \quad \dots \dots \dots (2)$$

又図-32(b)の釣合いから、

$$v_1 - u_1 = \frac{R_1}{T_{h_1}} \cdot h_1, \quad \therefore v_1 = u_1 + \frac{R_1}{T_{h_1}} \cdot h_1 \quad \dots \dots \dots (3)$$

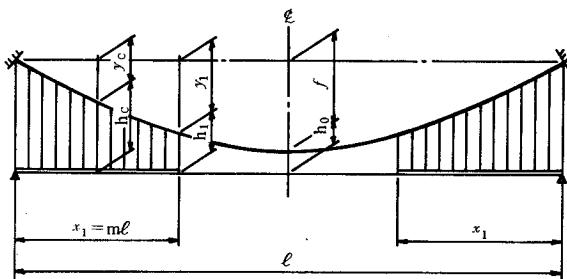
架設中の補剛桁を両端ヒンジとして、その反力 R_1 は、

$$R_1 = \frac{p_f - r}{2} x_1 \quad \dots \dots \dots (4)$$

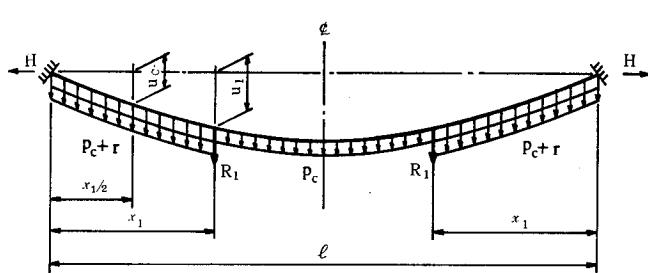
次に x_1 点のケーブルの釣合条件から、

$$u_1 = \frac{m_1}{H} = \frac{1}{2H} [p_c x_1 (\ell - x_1) + p_f x_1^2] \quad \dots \dots \dots (5)$$

$$\text{故に}, v_1 = \frac{1}{2H} [p_c x_1 (\ell - x_1) + p_f x_1^2] + \frac{p_f - r}{2} x_1 \frac{h_1}{T_{h_1}} \quad \dots \dots \dots (3)'$$



(a)



(b)

図-31 ケーブルの横荷重

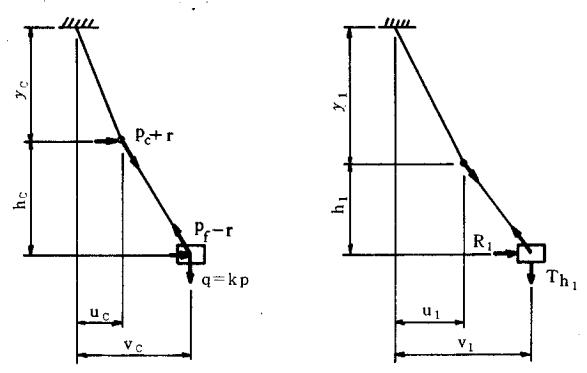


図-32 ケーブルの分担力

図-32(a)の釣合条件から

(6)式に(1)～(5)式を代入して r を求めると、

$$r = \frac{1}{1+\lambda_1+2\mu_1+\nu_1} \left[(2\mu_1+\nu_1) p_f - p_c \right] \quad \dots \dots \dots (7)$$

こゝに, $x_1 = m\ell$, $n = f/\ell$, $n_0 = h_0/\ell$, $q = kp$ (k , p は前章と同じ) とすれば,

$$\left. \begin{aligned}
 \lambda_1 &= \frac{8Hh_c}{q x_1^2} = \frac{\lambda}{km} \left[\frac{1}{m} (n + n_0) - n (2 - m) \right] \\
 \lambda &= \frac{8H}{p \ell} \\
 \mu_1 &= \frac{5}{48} \left(\frac{Hx_1^2}{EI_y} \right) = m^2 \mu \\
 \mu &= \frac{5}{48} \left(\frac{H\ell^2}{EI_y} \right) \\
 \nu_1 &= \frac{2Hh_1}{T_{h_1} x_1} = \frac{2H}{T_{h_1}} \left[\frac{1}{m} (n + n_0) - 4n(1 - m) \right]
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)_{1 \sim 3}$$

r が求まれば、一般に $u(x)$ は、

$$u(x) = \frac{1}{H} \left[-\frac{p_c}{2} x (\ell - x) + R_1 x + \frac{r}{2} x (2m\ell - x) \right], \quad (0 \leq x \leq m\ell)$$

補剛桁の曲げモーメント $M(x)$ は、

(2) 架設先端に耐風索およびケーブルストラットを設けた場合

図-33(b)のように、架設先端 x_1 に耐風索およびケーブル間隔を保持するためのストラットを設けた場合、左右ケーブルは水平横方向に同じ変位を起すが、耐風索は伸びにより、 $4u_1$ だけ変位し、ケーブルと補剛桁の横断面形状は平行四辺形となる。又横荷重の分担は左右ケーブル同じと考えることができる。したがって片側のケーブルについてのみ考えればよい。

前と同様にして，変位および断面力を求める

$$\left. \begin{aligned} u_c &= \frac{1}{8H} [p_c x_1 (2\ell - x_1) + r x_1^2 + 2 p_f x_1^2] \\ v_c &= \frac{1}{2} (u_1 + 4u_1) + \frac{2 \times 5 x_1^4}{384 EI_y} (p_f - r) \\ u_1 &= \frac{1}{2H} [p_c x_1 (\ell - x_1) + p_f x_1^2] \\ v_1 &= u_1 + 4u_1 \end{aligned} \right\} \dots \text{[11]}_{1 \sim 4}$$

こゝに、

$$A u_1 = A d_1 \frac{d_1}{B} = \frac{2 R_1}{E_b A_b} \left(\frac{d_1}{B} \right)^2 d_1$$

$$A d_1 = \frac{D_1}{E_b A_b} \cdot d_1 = \frac{2 R_1}{E_b A_b} \left(\frac{d_1}{B} \right) d_1$$

d_1 , $4d_1$ は耐風索の長さ及び伸び , B : ケーブル間隔

$$R_1 = \frac{p_f - r}{2} x_1$$

$$D_1 = 2R_1 \left(\frac{d_1}{B} \right) \quad : \text{耐風索の部材張力}$$

$E_b A_b$: 耐風索の伸び剛性

r は次の釣合条件より求める

$$v_c - u_c = \frac{h_c}{q} r \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

(12)式に(11)式を入れて r を求めると

こゝに, λ_1, μ_1 は(8)式に同じであり,

$$\bar{\nu}_1 = \frac{4H}{E_b A_b} \left(\frac{d_1}{B} \right)^2 \left(\frac{d_1}{m\ell} \right)$$

又一般にケーブルの変位 u および補剛桁の曲げモーメント M は、式(13)の r を代入して(9), (10)式で示される。

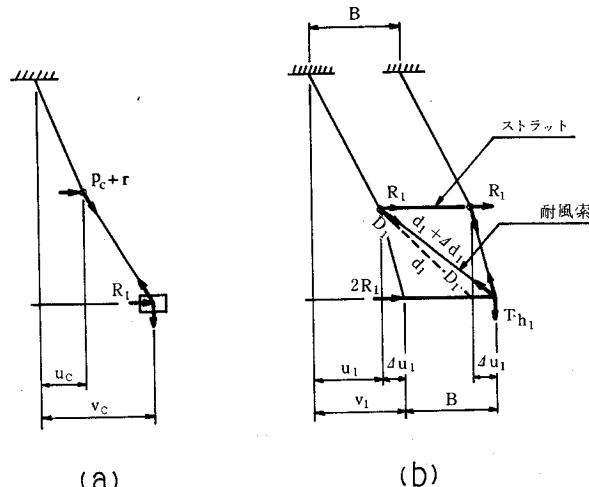


図-33 ケーブルの分担力

(3) 架設先端に耐風索を設け、ストラットのない場合

この場合は、たとえば図-35(a)(b)のように、左右ケーブルには異った分担荷重が作用するため、ケーブル変位もそれぞれ異なる。

図-35(b)より、

$$\left. \begin{aligned} v_1 - u_2 &= \frac{\bar{R}_2}{T h_1} \cdot h_1 \\ 2R_1 &= \bar{R}_1 + \bar{R}_2 \\ \Delta u_1 &= \frac{\bar{R}_1}{E_b A_b} \cdot \left(\frac{d_1}{B} \right)^2 \cdot d_1 \\ \Delta d_1 &= \frac{D_1}{E_b A_b} \cdot d_1 \\ D_1 &= \bar{R}_1 \frac{d_1}{B} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

の関係がある。又図-34及び図-35(a)より

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{2H} \left[p_c x_1 (\ell - x_1) + r_1 x_1^2 + 2\bar{R}_1 x_1 \right] \\ v_1 = v_2 = u_1 + \Delta u_1 & \\ 2R_1 = (p_f - \frac{r_1 + r_2}{2}) x_1 & \\ u_2 &= \frac{1}{2H} \left[p_c x_1 (\ell - x_1) + r_2 x_1^2 + 2\bar{R}_2 x_1 \right] \\ u_{c1} &= \frac{1}{8H} \left[p_c x_1 (2\ell - x_1) + 3r_1 x_1^2 + 4\bar{R}_1 x_1 \right] \\ v_{c1} &= \frac{1}{2} (u_1 + \Delta u_1) + \frac{5x_1^4}{384E I_y} (2p_f - r_1 - r_2) \\ u_{c2} &= \frac{1}{8H} \left[p_c x_1 (2\ell - x_1) + 3r_2 x_1^2 + 4\bar{R}_2 x_1 \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (15)_{1 \sim 8}$$

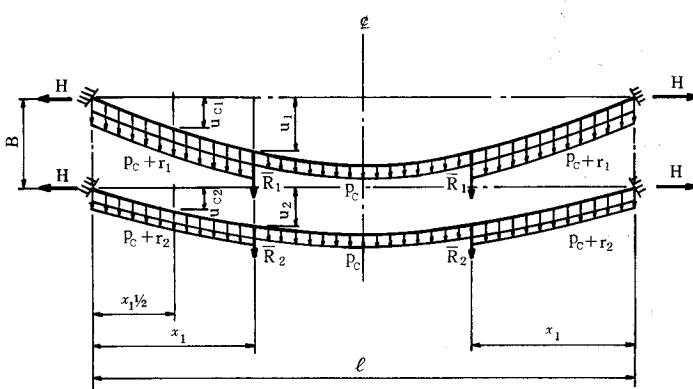
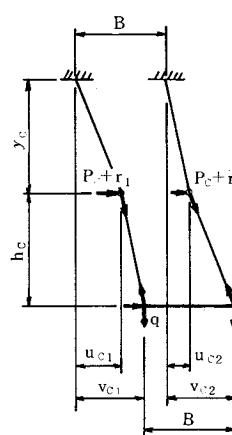
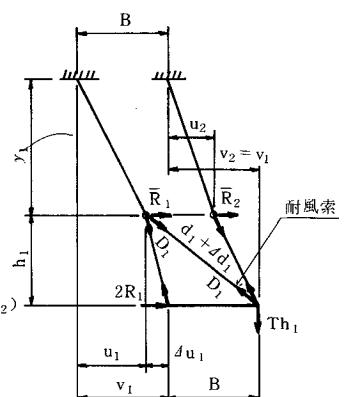


図-34 ケーブルの横荷重



(a)



(b)

図-35 ケーブルの分担力

$$v_{c2} = v_{c1}$$

釣合条件から、(図-35(a)参照)

$$\left. \begin{aligned} v_{c1} - u_{c1} &= \frac{h_c}{q} r_1 \\ v_{c2} - u_{c2} &= \frac{h_c}{q} r_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (16)_{1,2}$$

(16)式に(14), (15)式を代入して, 次の r_1 , r_2 の連立方程式をうる。

$$\left. \begin{array}{l} a_1 r_1 + a_2 r_2 + \nu_0 p_c + a_3 p_f = 0 \\ b_1 r_1 + b_2 r_2 + (1 - \bar{\nu}_0) p_c - b_3 p_f = 0 \end{array} \right\} \quad \dots \dots \dots (17)_{1,2}$$

(17)式から r_1 , r_2 を求めると,

$$r_1 = \frac{1}{b_1 - \alpha a_1} [\{ \alpha \nu_0 - (1 - \bar{\nu}_0) \} p_c + (\alpha a_3 + b_3) p_f] \quad \dots \dots \dots (18)_{1,2}$$

$$r_2 = \frac{1}{b_2 - \beta a_2} [\{ \beta \nu_0 - (1 - \bar{\nu}_0) \} p_c + (\beta a_3 + b_3) p_f]$$

上式において、

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= 4 + \nu_1 - (4 - \mu_1) \nu_0, & b_1 &= (1 + \lambda_1 + \mu_1) + (4 - \mu_1) \bar{\nu}_0 \\ a_2 &= \nu_1 + (1 + \lambda_1 + \mu_1) \nu_0, & b_2 &= \mu_1 - (1 + \lambda_1 + \mu_1) \bar{\nu}_0 \\ a_3 &= (4 - 2\mu_1) \nu_0 - 2(2 + \nu_1), & b_3 &= 2\mu_1 + (4 - 2\mu_1) \bar{\nu}_0 \\ \alpha &= \frac{b_2}{a_2}, & \beta &= \frac{b_1}{a_1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)_{3 \sim 12}$$

(λ_1 , μ_1 , ν_1 , $\bar{\nu}_1$ は(8) , (13)式と同じ)

$$\nu_0 = \frac{8 + 2\nu_1 + \bar{\nu}_1}{8 + \bar{\nu}_1}, \quad \bar{\nu}_0 = \frac{\bar{\nu}_1}{8 + \bar{\nu}_1}$$

\overline{R}_1 を求めると、

$$\overline{R}_1 = \frac{m\ell}{8 + \overline{\nu}_1} [p_c + (4 - 2\mu_1) p_f - (4 - \mu_1) r_1 + (1 + \lambda_1 + \mu_1) r_2] \quad \dots \dots \dots (19)$$

一般にケーブル変位 $u(x)$ を求めると、図-34 より、

$$\left. \begin{aligned} u_1(x) &= \frac{1}{H} \left[\frac{p_c}{2} x (\ell - x) + \bar{R}_1 x + \frac{r_1}{2} x (2m\ell - x) \right], \quad (0 \leq x \leq m\ell) \\ u_1(x) &= \frac{1}{H} \left[\frac{p_c}{2} x (\ell - x) + \bar{R}_1 m\ell + \frac{r_1}{2} m^2 \ell^2 \right], \quad (m\ell \leq x \leq \frac{\ell}{2}) \end{aligned} \right\} \dots \quad (20)$$

$u_2(x)$ については、上式の \bar{R}_1 を \bar{R}_2 、 r_1 を r_2 におきかえればよい。

補剛桁の曲げモーメントは、

3-2 計 算 例

2節の計算例に示す架設時の各ステップに対し、今架設時風荷重として設計風速の70%、すなわち設計風荷重の1/2が作用したものとすれば、 $p_f = 1.782 \text{ t/m}$ 、 $p_c = 0.282 \text{ t/m}$ となる。このときの横たわみを計算すると図-36～38のとおりとなる。実線は補剛桁のたわみ、点線はケーブルのたわみを示す。図-36は耐風索のない場合、図-37は耐風索とストラット付、図-38は耐風索のみの場合である。耐風索のみの場合は、図-38に示すとおり左右ケーブルの横たわみは別々の動きをすることがわかる。

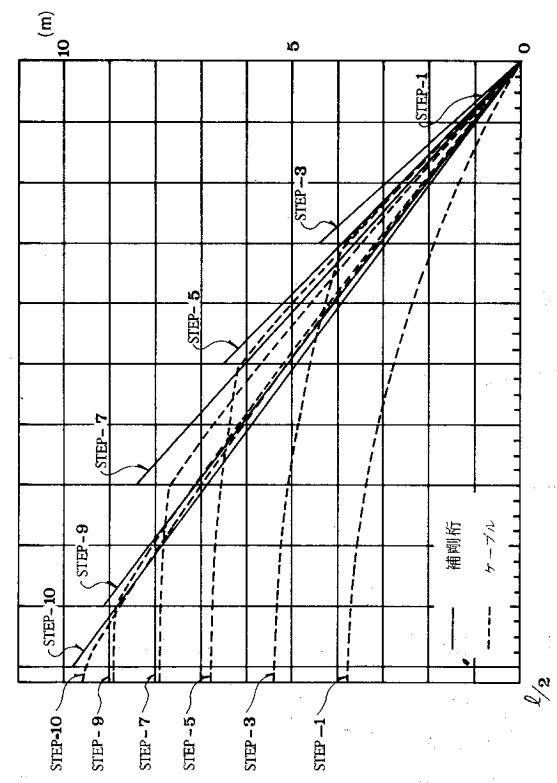


図-38(a) 横たわみ (耐風索のみ)(載荷ケーブル側)

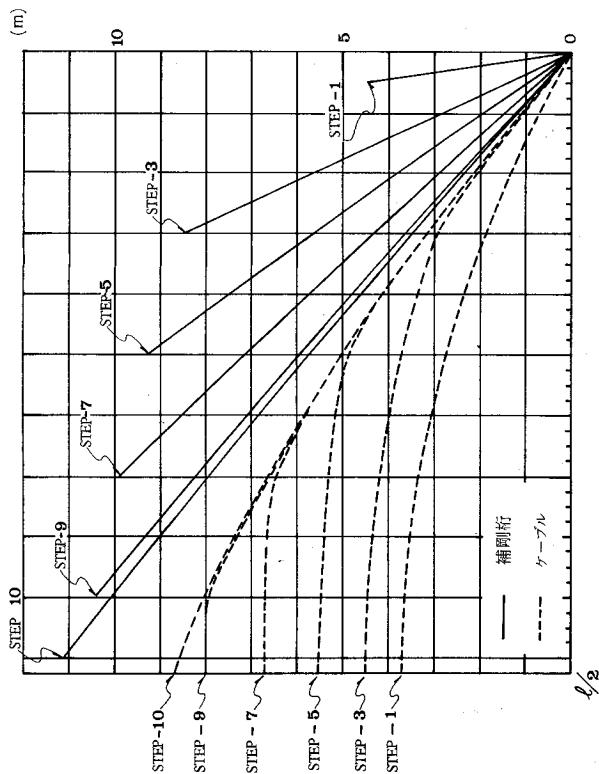
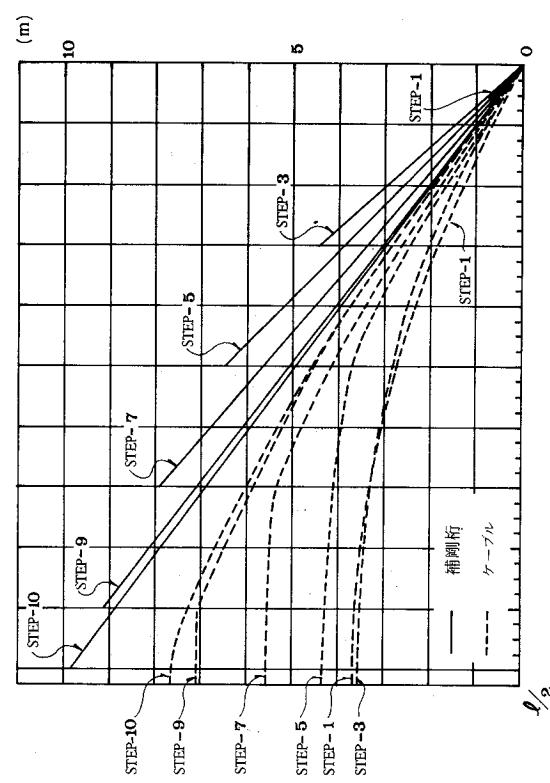


図-36 横たわみ (耐風索なし)



5

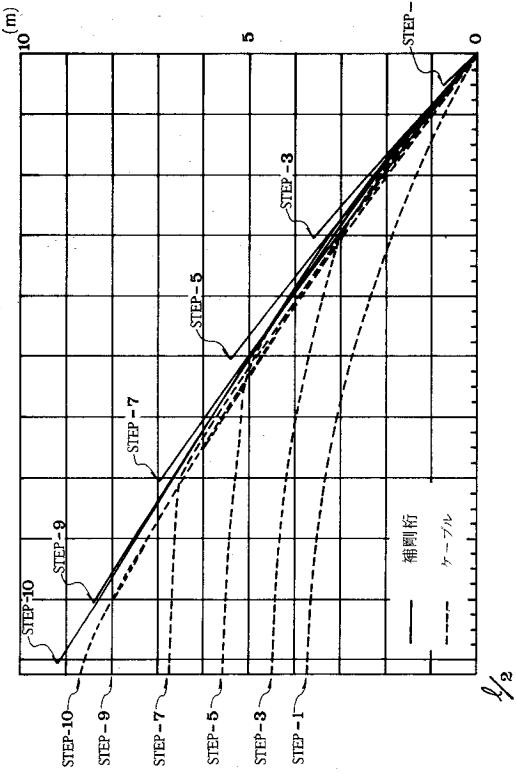


図-37 横たわみ (耐風索とストラット付)

図-38(b) 横たわみ (耐風索のみ)(無載荷ケーブル側)

3-3 耐風索の効果と変形防止法の提案

前項の解式を用いて、数値計算により耐風索の効果を検討し、補剛桁の横風による変形防止の方策を提案するものである。

前項の計算例をまとめて、耐風索の有無、ストラットの有無による相異を比較すると図-39に示すとおりとなり、ストラット付の場合が最もたわみが抑制されていることがわかる。しかし架設作業、経済性を考慮すれば、耐風索のみの場合でも補剛桁の横たわみは、 $1/8 l$ 付近では耐風索のない場合の約 $1/2$ に減少し、十分抑制の目的を達するものと思われる。この場合は、通常の架設作業中に耐風索を取付ける必要はなく、気象情報によって耐風索取付けの準備をし、台風襲来の可能性が判断された時、耐風索の締付け作業に入れればよい。

本案の変形防止法の特徴としては、

- 1) 経済的である。
- 2) 取付、取はずしが簡単である。
- 3) 架設作業に支障を来たさない。
- 4) 変形防止の効果が大きいので、架設時の耐風安全性が高められる。

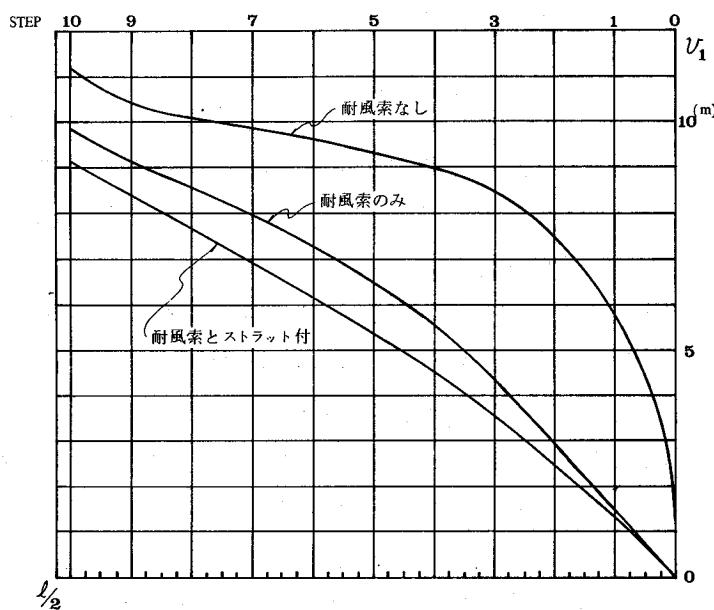


図-39 補剛桁の架設先端横たわみ (v_1)

4 塔基部の解析

吊橋主塔の架設工法としては、大きく分けて主塔を全組して、これをクレーンで一気に架設する一体工法と、塔柱をブロックに分割して架設するブロック積上げ工法がある。吊橋が長大化するにつれて、クレーン能力と経済性を考慮すると、分割数は多くなる傾向にあり、例えば中央スパンが 1000 m 前後になれば、殆どの場合塔柱ブロックの積上げ方式をとるのが常道である。特に低成長期に入り、工期短縮よりも経済性を重視するようになると、その傾向が更に強くなるものと思われる。

塔柱ブロックは、一般に製作工場のクレーン能力、建屋内の幅、クレーン下高さ、塔柱端面の切削能力、仮組能力、輸送および建設現場の自然条件などにより、その寸法形状と重量が決定される。例えばスパン 1000 m 級の吊橋主塔では、クリーパークレーン能力は 90~100 t が限度であるから、塔柱中間部のブロックの長さは、12~15 m であり、しかもこれが 1 塔柱について図-40 のように縦に 3 分割されている。しかしながら、塔柱基部は図-41 のようにアンカーボルトにより、コンクリート橋脚部に応力を伝達するための力学的構造が必要である。そのため重量が増加すること、および応力を均一に伝達する必要から、一体構造となり、基部ブロックの鉛直方向長さは中間塔柱ブロックの長さの $1/3 \sim 1/5$ 位となる。これは特に製作工場の能力にも支配されることがある。したがって塔柱基部断面の幅は、鉛直方向の長さより長くなるのが一般的である。このことはスパン 700m 以上の既設の吊橋のみならず、現在建設が計画されている長大吊橋についても一般的に言えることである。又塔柱は、一般にコンクリート橋脚基礎とアンカーボルトで連結され、アンカーボルトは又、外力を考慮してプレストレスが導入されるが、架設中においても、例えばクリーパークレーンの搭載、架設作業、あるいは風、地震などの外力による曲げモーメントに抵抗し、しかも基部底面が浮き上がり、隙間を生じないように、架設の各段階に応じて、一定のプレストレスを導入しておく必要がある。しかしプレストレスの回数は施工面から考えると、作業の繁雑と工期、工数の無駄を省くため、少ないほど有利である。したがって一般には、1 回目にフルプレストレッシングの 80~100% を締付けている。このような場合に、80~100% のプレストレスを塔柱架設のどの段階で与えるかが、技術的な問題である。それは過去の架設において、図-42 のように、第 1 段目でアンカーボルトを 100% 近く締付けたため、基部の応力伝達機構が十分に働くかず、基部天端面がカマボコ形に変形し、この変形が上部に積上げられる塔柱ブロック端面との間に隙間を生じ、この隙間が上部の塔柱を積上げて架設完了してもなお残ることがわかった。ところが、塔柱の添接部の設計条件は、塔柱断面の $1/2$ を母材断面で、残りを高力ボルトで負担することになっており、これに対応して、架設時の塔柱端面はメタルタッチが要求されている。²⁸⁾ メタルタッチとは、施工基準²⁸⁾ によれば、表面粗さを 12 S 以下、すき間の許容差を 0.2 mm とし、0.04 mm のすきまゲージの停止率が 50% 以上となっている。したがって、果してこの設計条件、施工基準を満足しているかどうかが問題である。

本文はこのような問題を解決するために、我国で建設設計画中の塔柱基部の断面について、プレストレスによる応力と変形の性状を F.E.M. により求め、過去の現象を説明すると共に、施工基準の試案を提供するものである。

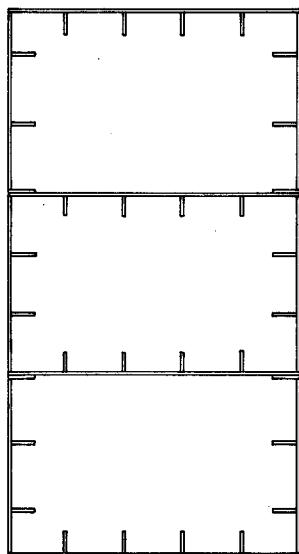


図-40 主塔断面形状

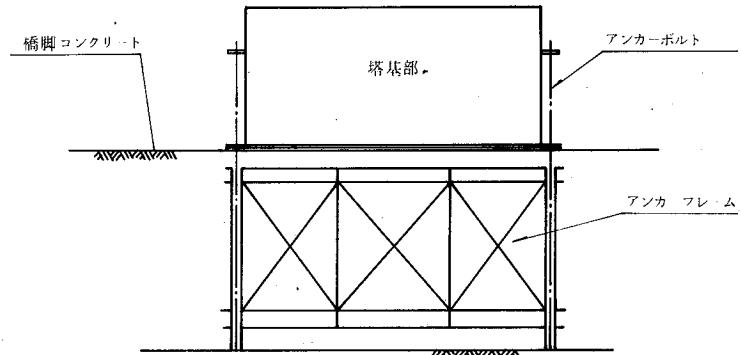


図-41 塔基部と橋脚

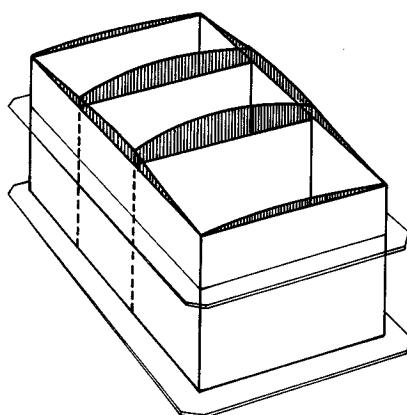
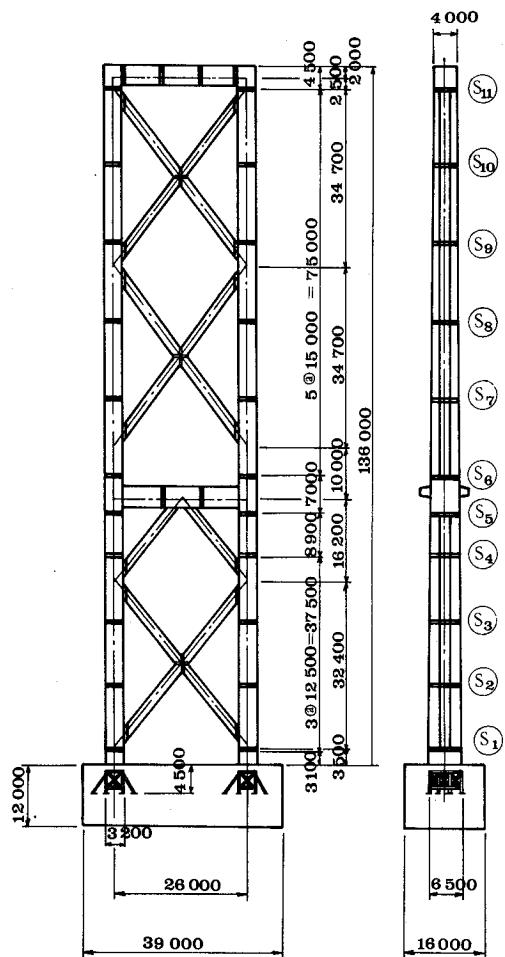


図-42 塔基部の変形



4-1 解析例

図-43 主塔一般図

図-43の主塔について、塔基部（架設第1段目）をコンクリート橋脚に埋込まれたアンカーフレームを介して、アンカーボルトにより締付けた場合の塔基部およびコンクリート橋脚基礎を一体構造として、その応力と変形をF.E.M(MISA)²⁹⁾により解析する。

図-44 に基部断面構造を示す。

(1) 構造のモデル化と荷重条件

- 1) 構造は対称性により $1/4$ 構造について解析する。主塔基部第1段の高さ 3.1 m を対象とし、基礎部は岩盤まで 12 m を考慮する。

塔柱基部の多室構造は実構造と同一とし、各アンカーボルトの両側の2枚のリブプレートは、一枚に換算し、各アンカーボルトの中心の位置に配置する。又このリブの上に溶接されている頂板（板厚9.0mm）の応力分布を考慮する。

基礎部には立体要素を用いる。

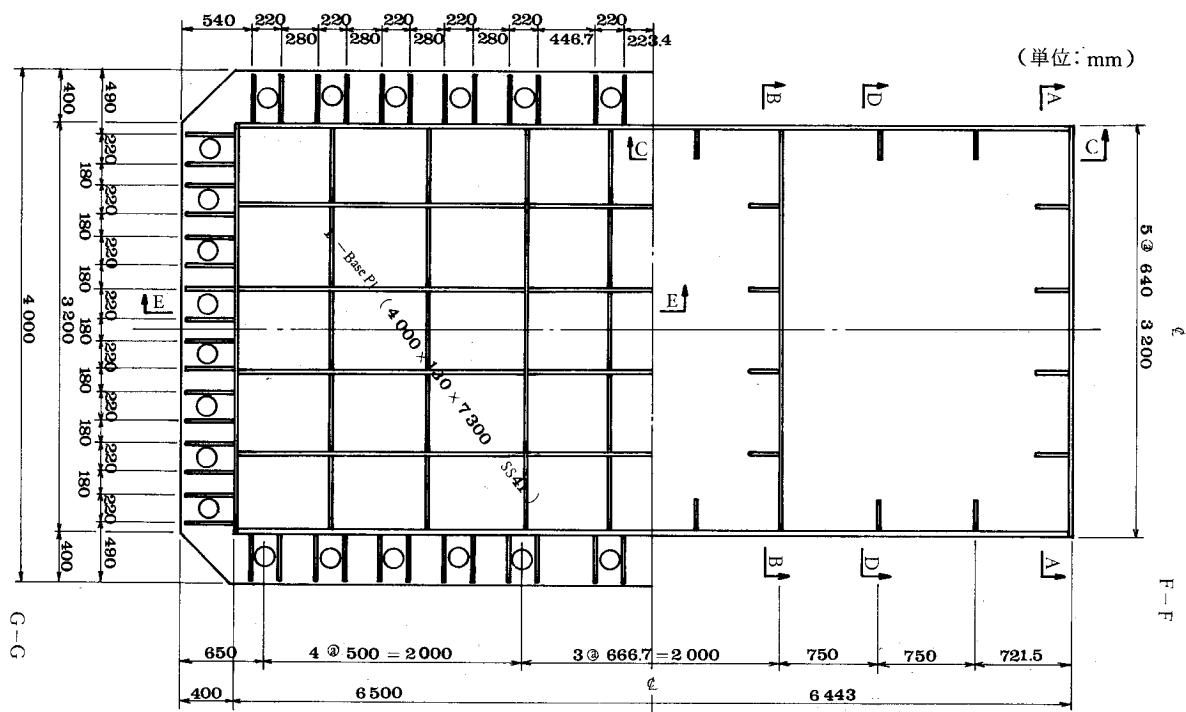
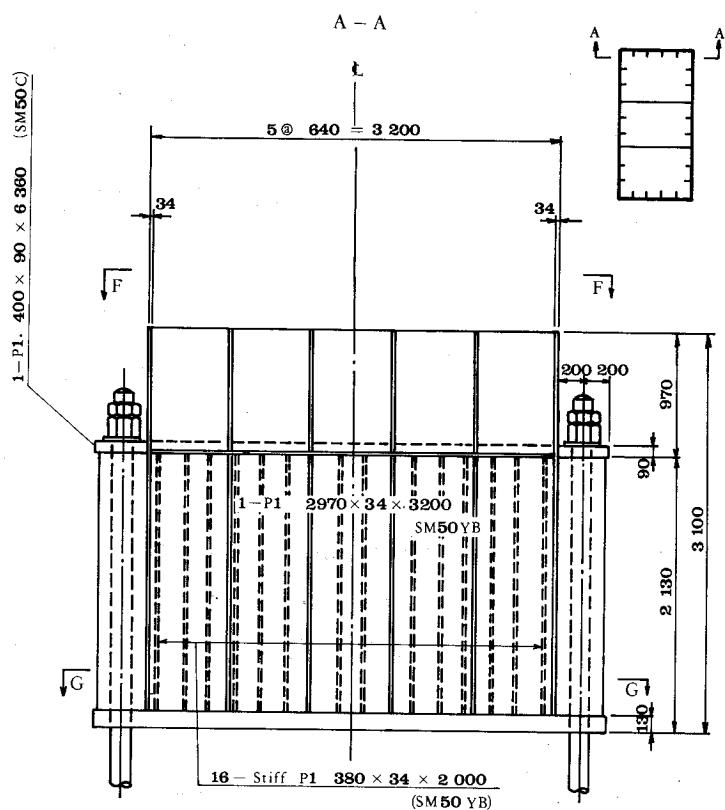


図-4-4(a) 基部断面



(单位: mm)

図-4.4(b) 断面A-A

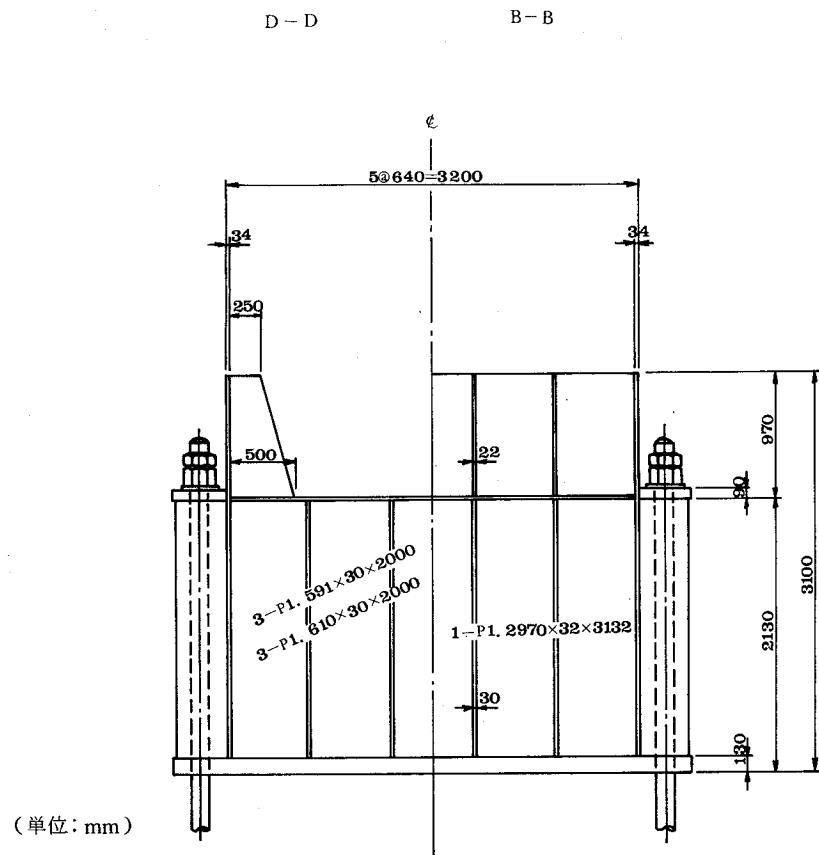


図-4-4(c) 断面D-D, B-B

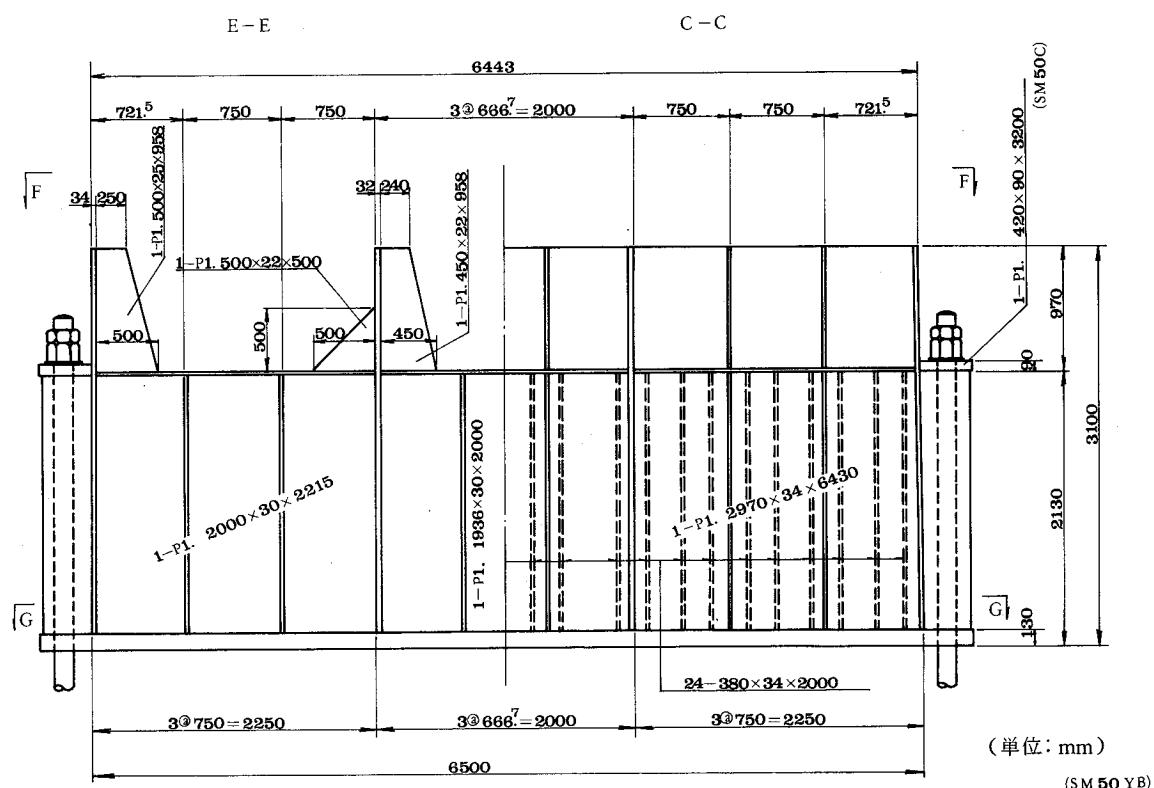


図-44(d) 断面E-E', C-C

各部材の要素特性は次のようにある（図-45 参照）。

P_1, P_2	Membrane & Bending 要素	三角形又は四辺形 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \nu = 0.3$
$D_1 \sim D_5$	Membrane "	
リブのフランジ	Bending "	
底板	Solid "	
基礎		(5又は6面体 $E = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \nu = 1/6$)

2) 荷重条件

(ケース1) :

アンカーボルトのプレストレス力をリブの上端に、それぞれ 170t (プレストレス 100%) を次のようにアンカーボルトのワッシャーの幅 (260mm) に分布荷重として下向きに作用させる。

$$w = 170,000 / 26 = 6,538.46 \text{ kg/cm}$$

基礎中に、深さ 4m の位置の水平面 (アンカーフレームのアンカーボルト着力面) と、板 P_1, P_2 の交線上に、次の線分布荷重を上向きに作用させる。

$$w' = 170,000 \text{ kg} \times 40 \text{ 本} / (650 + 320) \times 2 = 3,505.15 \text{ kg/cm}$$

(ケース2) :

主塔に軸力 10,000t が作用し、塔第1段上面に等分布に下向きに作用させる。なお両ケースの荷重の定数倍の組合せも容易にアウトプットできるようにする。

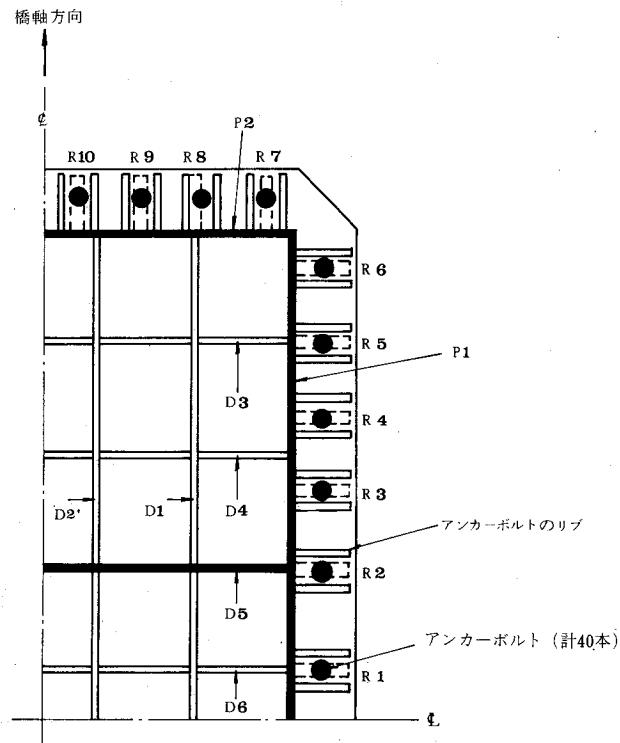


図-45 部材名称

3) 拘束条件

対称面には対称条件を導入する。

4) 要素分割

塔基部および基礎の全体構造の対称 $1/4$ を要素分割する。これを外側から見ると、図-46 のようになる。更に塔基部 $1/4$ の要素分割のみを取出して、対称面側（内側）から見ると、図-47 のようになる。

(2) 解析結果（ケース1）

ケース1について計算した結果、 P_1, P_2, D_5 の変位を図-48に示す。これをそれぞれ P_1, P_2, D_5 の平面について示すと、図-49、図-50、図-51 のようになる。又 P_1, P_2 および $R_1 \sim R_{10}$ の主応力をそれぞれ図-52、図-53に示す。底面の変位は図-54 のようになる。基部全体についての変位を示すと、図-55、又基礎上面の変位を図-56に示す。

図-48 のデータに基いて、塔基部第1段の上端面鉛直変位 w を取出して示すと、図-57 のようになり、更に隅角部の変位を基準とした相対鉛直変位 Δw で表わすと、図-58 のようになる。又塔第1段下面の直応力を示すと図-59 のようになる。

図-58 からわかるように、塔基部上端面の相対変位の最大は、塔柱の中間壁 D_5 の中央で、 $\Delta w_{max} = 0.273 \text{ mm}$ に達している。これは前述の施工基準の密着精度 0.2 mm を満足していない。又上面の凸型変形により、塔柱断面が傾斜し、第2段目以降の塔柱ブロックを積上げて行った場合、塔頂部の傾斜が単純計算で、

$$0.169 \text{ mm} \times 2 \times \frac{136}{3.2} = 14 \text{ mm}$$

となり、第1段目の塔柱傾斜誤差だけで、全体誤差の施工基準²⁸⁾ である $\frac{136,000}{10,000} = 13.6 \text{ mm}$ を超過することになる。したがって、第1段目からアンカーボルトに全プレストレスを導入すると、施工基準を満足しないことになる。

以上のような変位を生じた原因として、次の要因が考えられる。

1) アンカーボルトの配置が図-44(a)でわかるように、塔外壁に沿い、中間仕切り壁にないため、中間仕切り壁に Shear lag の影響を受ける。

2) アンカーボルトの間隔が、塔断面の短辺に密で、長辺に粗であるため、長辺の相対変位が大きい。

3) 長辺のアンカーボルトの配置が隅角部近辺が密で、中央部が粗であるため、中央相対変位が大きい。

4) 基本的要因として、塔基部の高さ 3.1 m と断面の長辺の比が $3.1/6.5 = \frac{1}{2}$ であるため、プレストレスの応力分布が塔柱断面に対して一様でない場合は、shear lag の影響を受け易い。

0 250mm — 構造

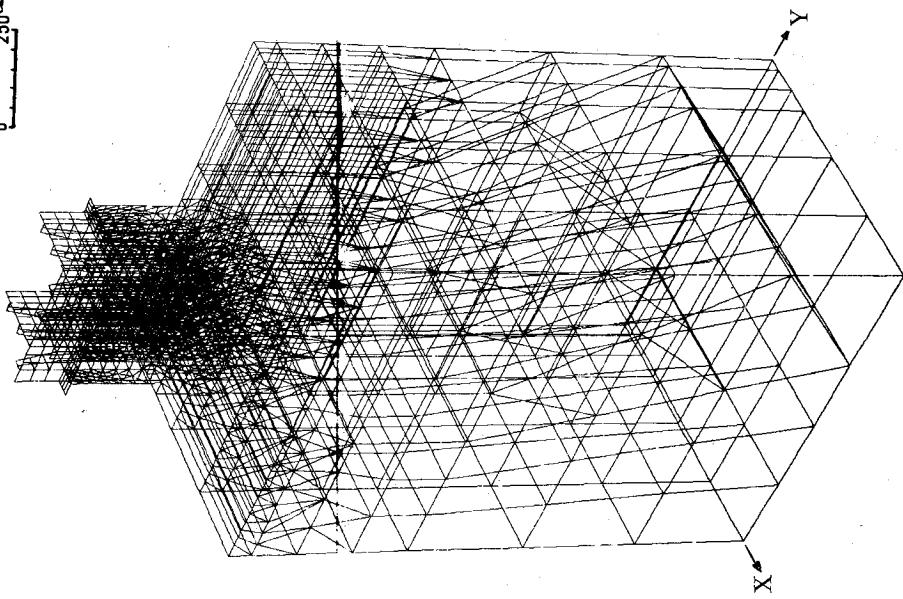


図-46 “外側”から見た構造図(自動分割後)

0 50mm — 構造

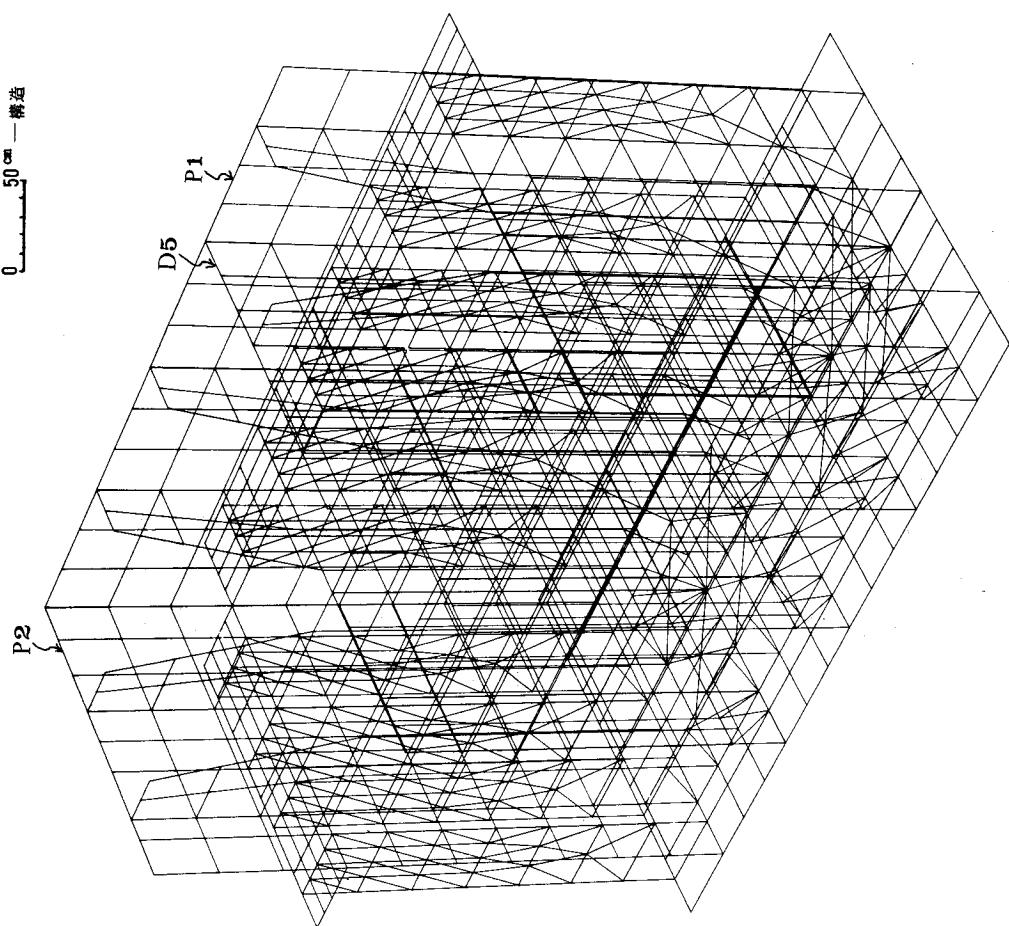


図-47 対称面側から見た塔基部構造図(自動分割後)

図-48 P1, P2, D5 の変位図
(その1)

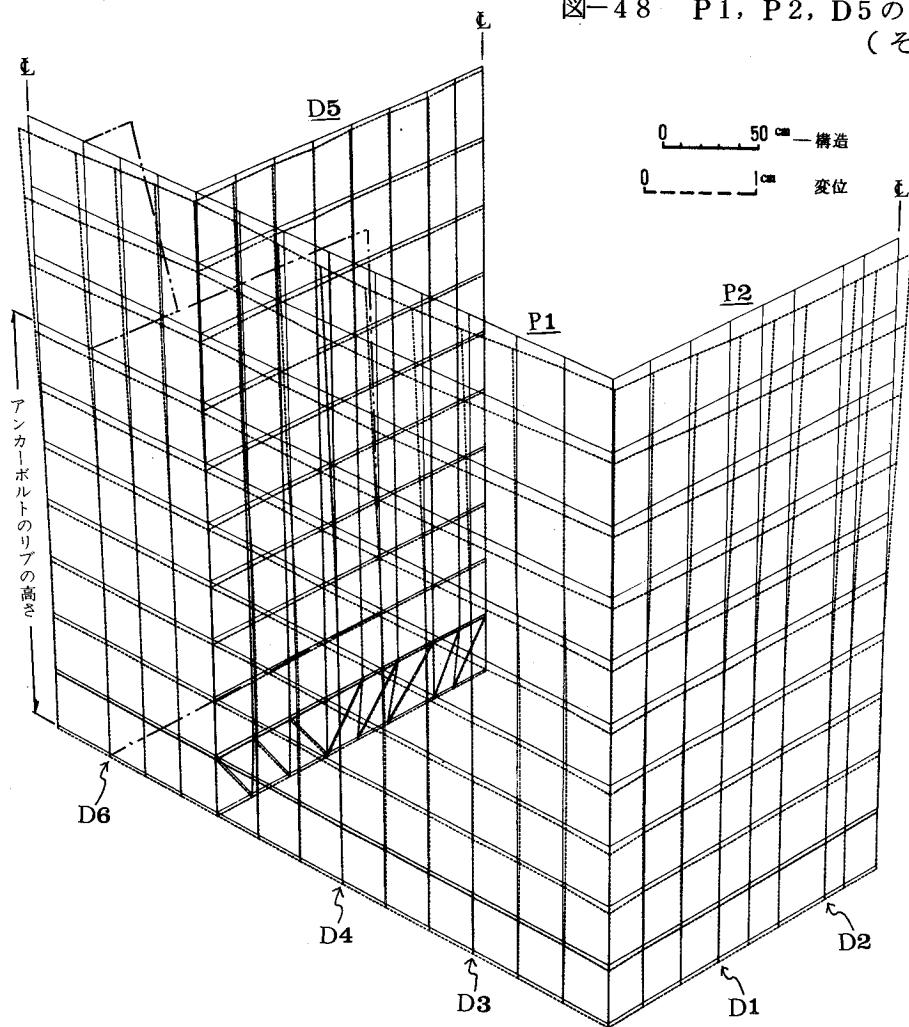
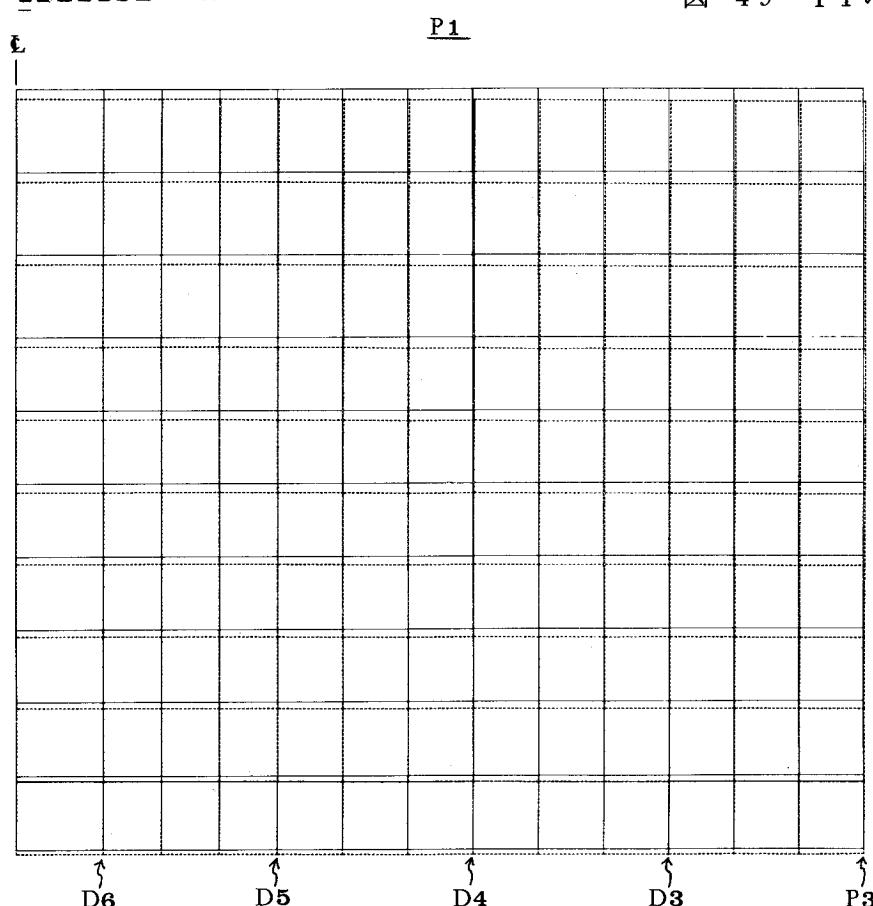


図-49 P1 の変位図



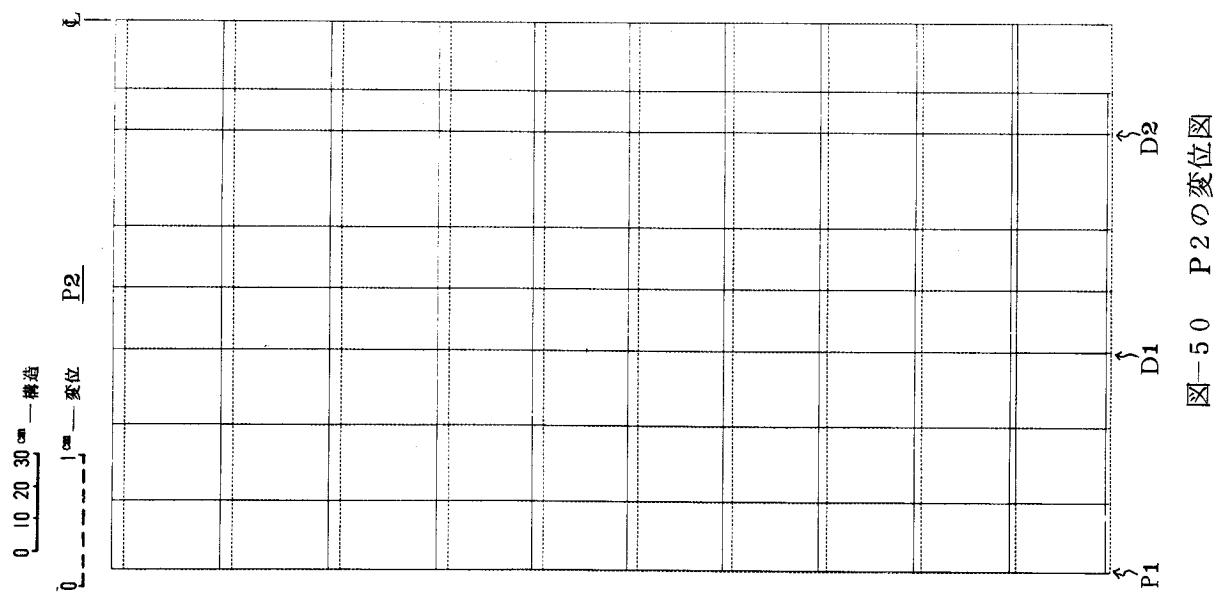


図-50 P2 の変位図

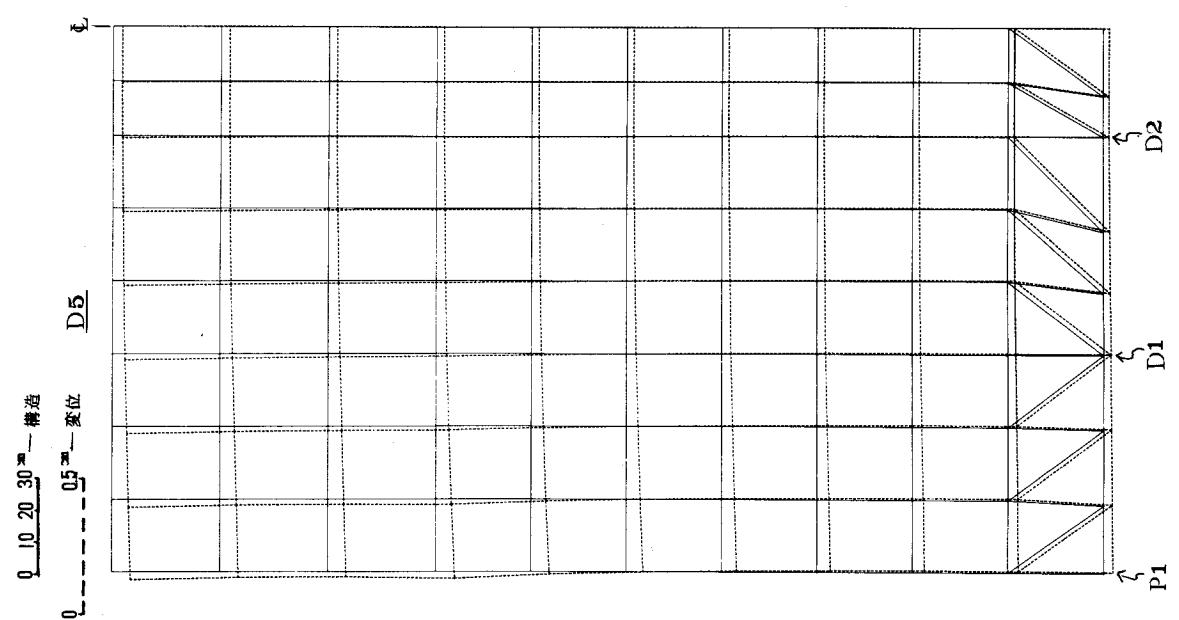


図-51 D5 の変位図

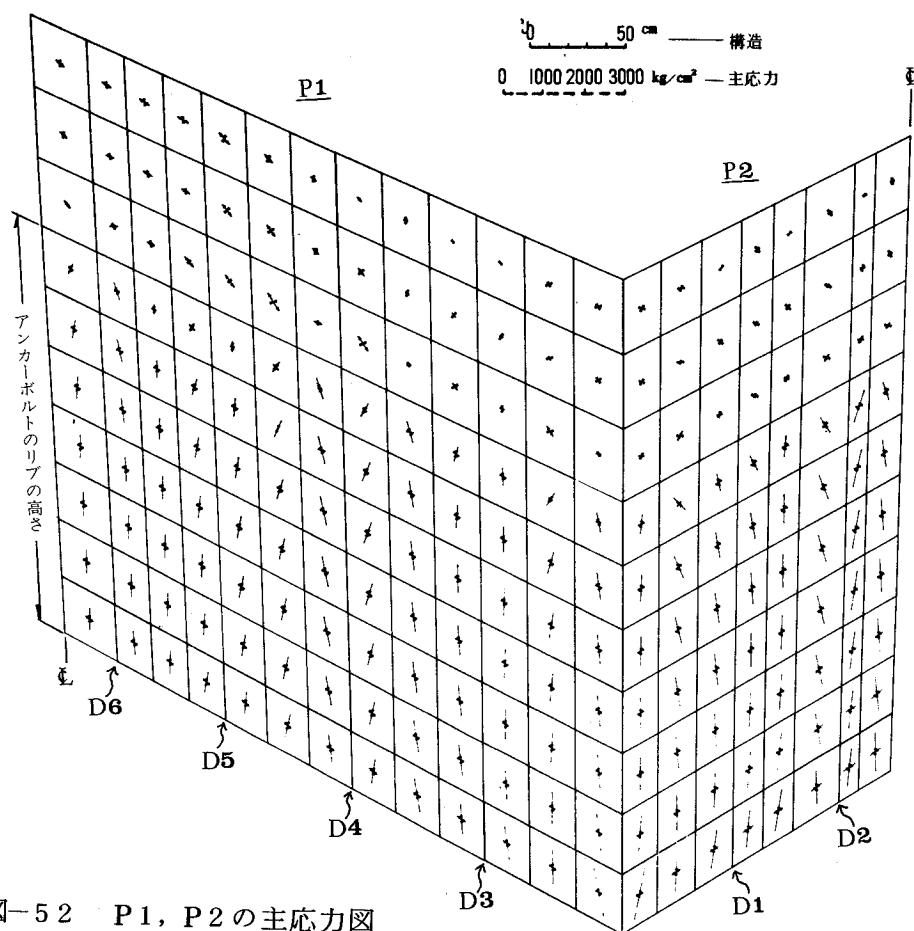


図-52 P1, P2 の主応力図

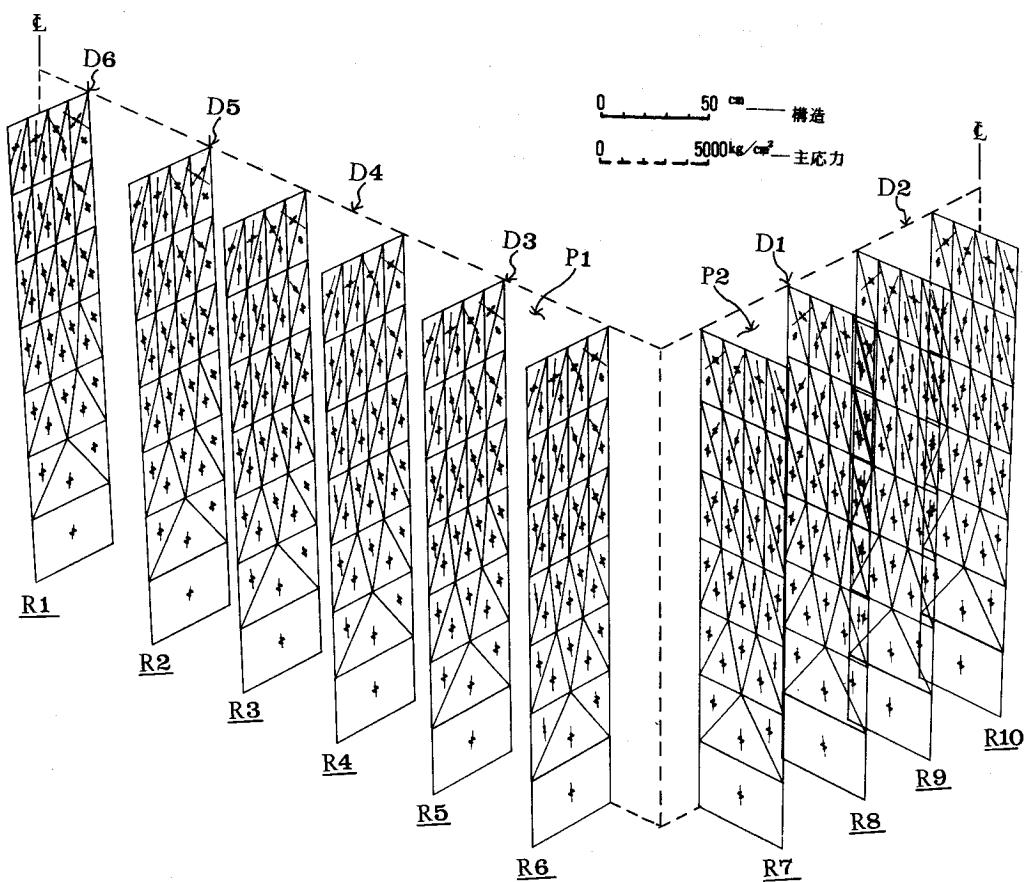


図-53 アンカーボルトのリブR1～R10の主応力図

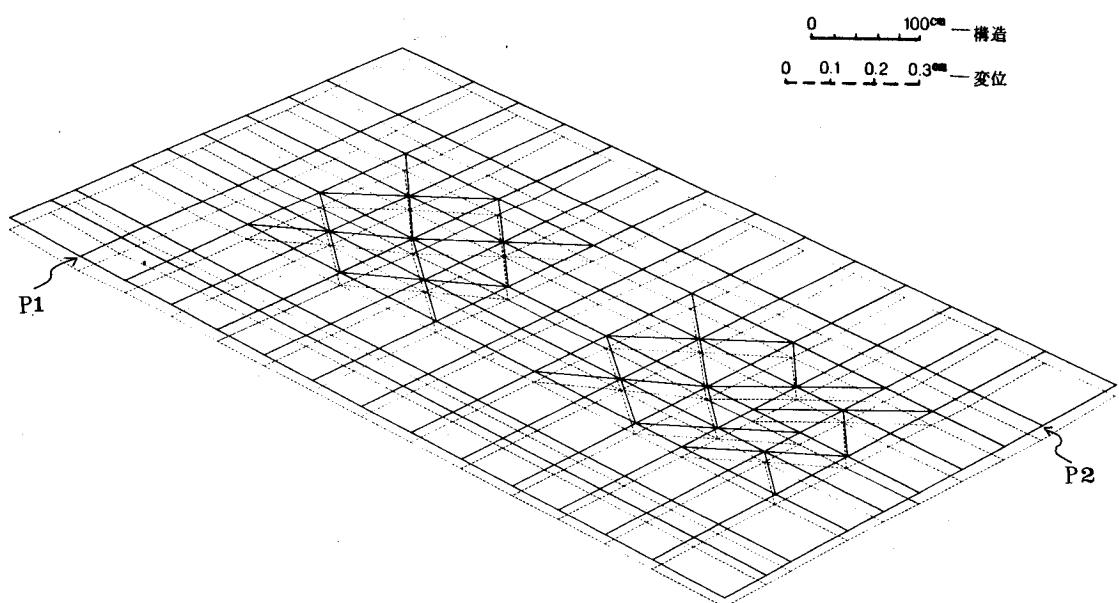


図-5 4 底板の変位図 ($t = 130\text{ mm}$)

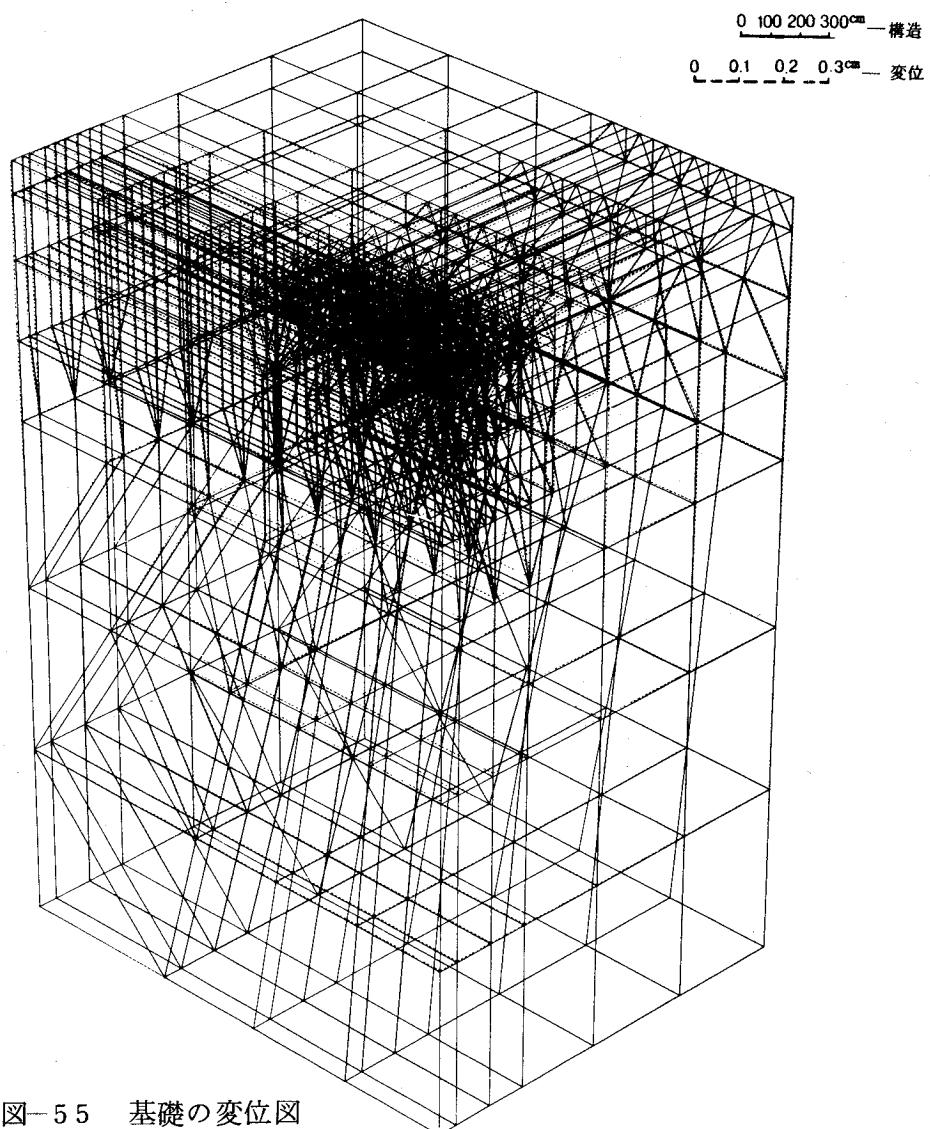


図-5 5 基礎の変位図

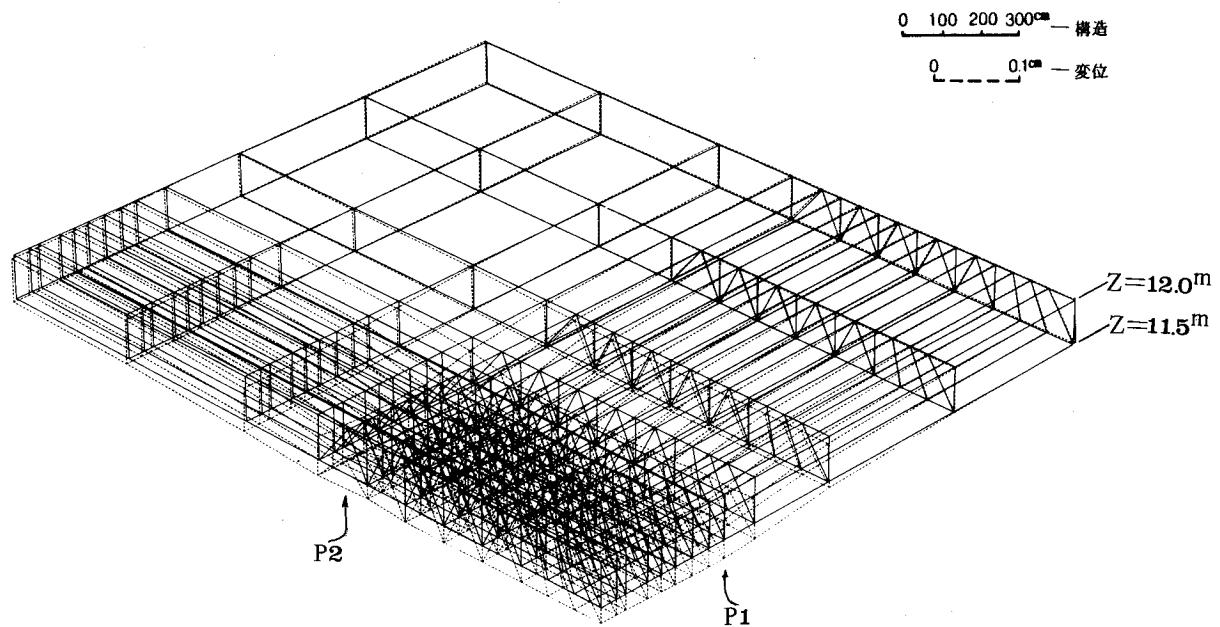


図-5 6 基礎上面の変位図

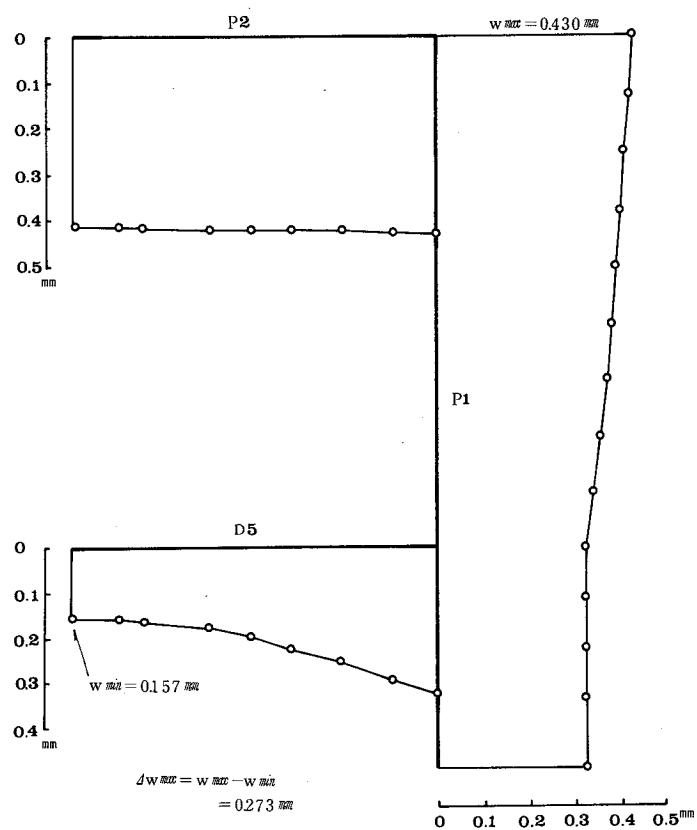


図-5 7 塔第一段上面鉛直変位 w

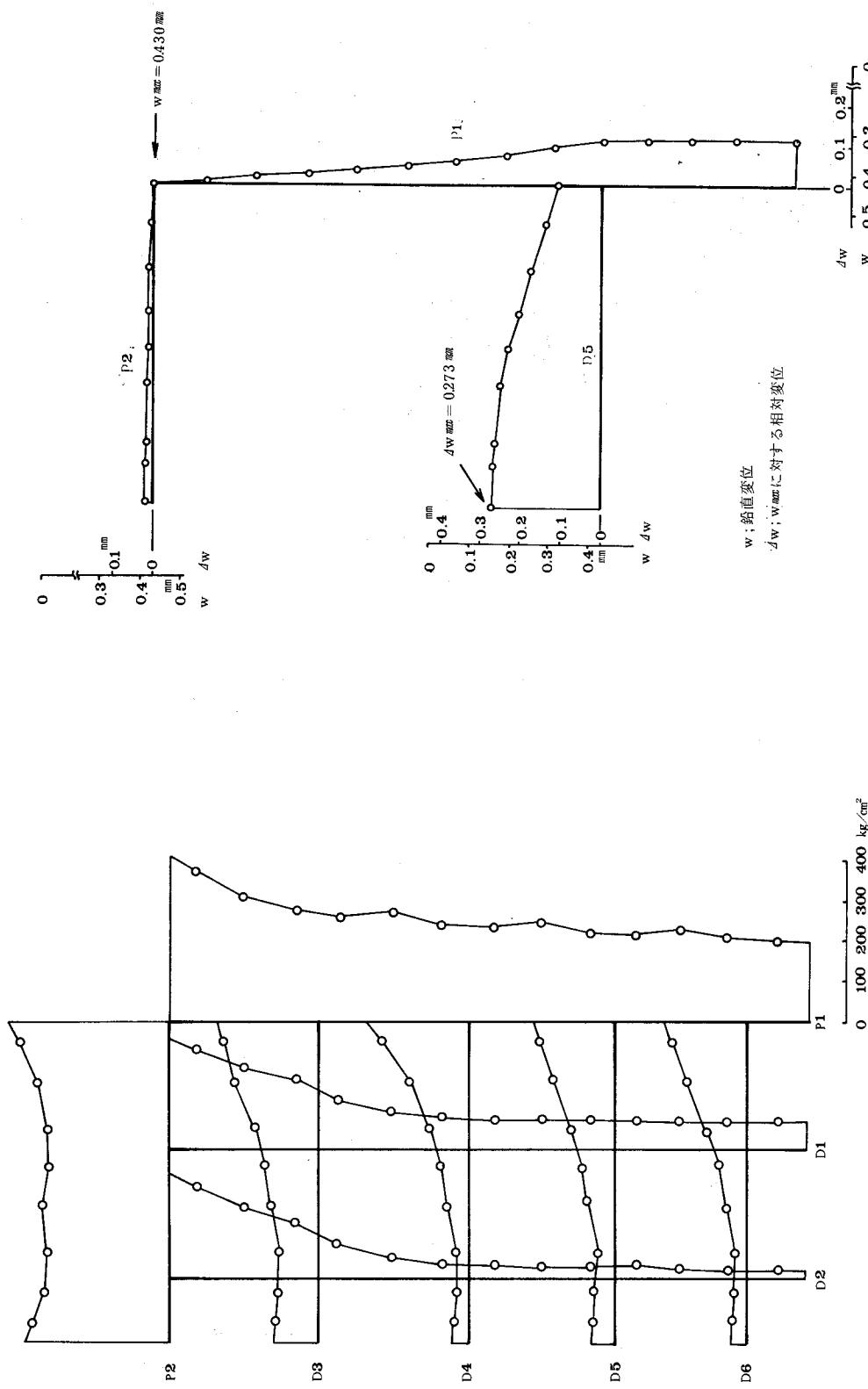


図-5-8 塔第一段上面, 相対鉛直変位

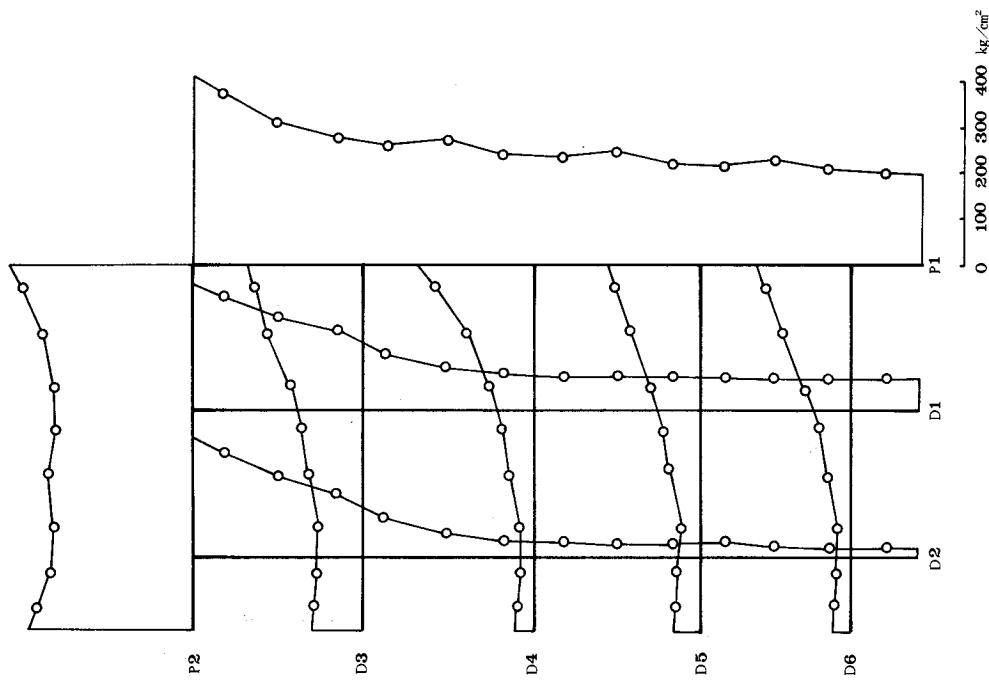


図-5-9 塔第一段下面の直応力 σ_z

4-2 塔基部のプレストレス導入時期の提案

前述のとおり、第1段目から全プレストレスを導入することは基準を満足しない。しかし架設作業中に、塔底面が浮上り、隙間を生じて砂などの介入を防止するために、最小限いくらかのプレストレスを導入しておく必要がある。今図-60に示すとおり、塔柱第4段まで積上げた状態までは、独立した塔であり、まだクリーパークレーンは塔柱に搭載されておらず、又横継構も連結されていない。このような状態での外力は、風又は地震が最大となる。試算によると、アンカーボルトのプレストレスは全プレストレスの10%内外で十分であることがわかった。したがって、塔基部第一段において、10%前後のプレストレスを導入し、第4段までブロックを積上げ、高力ボルトで剛結しておく。次に第4段までを完了した段階ではじめて全プレストレスを導入する。

その理由は、Saint Venantの原理³⁰⁾により、塔柱の高さと塔柱断面の長辺幅の比が $40.6/6.5 \div 6 > 1.2$ であり、shear lagによる塔柱上端面の変形の影響がなくなるからである。したがって又この場合、安全側に見込んで最小限 $6.5 \times 2 = 13.5$ m以上の高さ、すなわち第2段までの高さが $15.6 \text{ m} > 13.5 \text{ m}$ であるから、第2段～第4段の間に全プレストレスを導入しておけばよいことになる。又施工条件によっては、第2段あるいは第4段までを一体に組立てておいて、現場まで輸送し、クレーン船などにより設置する場合は、第1回目の10%のプレストレスは省略され、始めから100%のプレストレスを導入することも可能である。

以上の提案については、既に建設中の吊橋主塔の特記仕様書などに考慮されるようになったことを付言しておく。

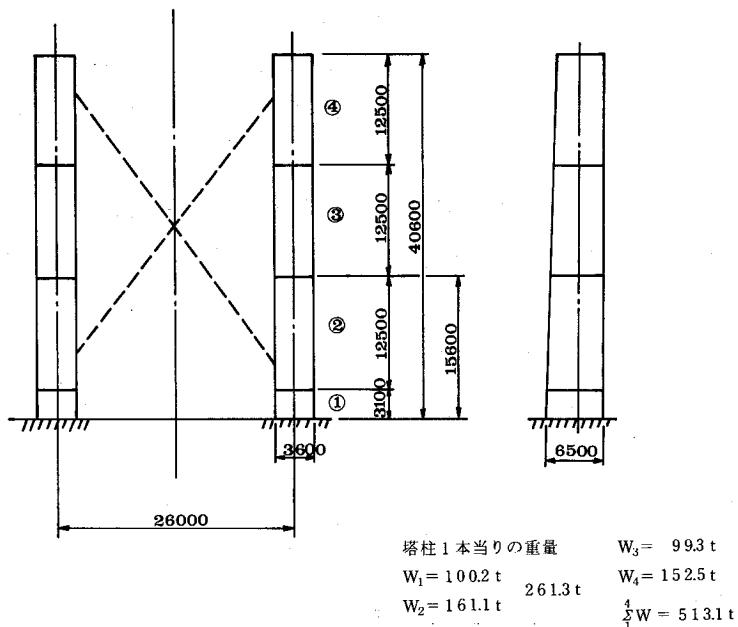


図-60 プレストレス10%導入後の
4ブロック積上げ時の塔基部の応力照査

(参考文献)

- 1) 岩城康雄, 浦野芳郎, 木村克正: 吊橋の2次元大変形解析, 三井造船技報, 97号, 1975.
- 2) 後藤茂夫: 有限変形法による吊橋の解法, 土木学会論文集, 156号, 8, 1968.
- 3) 後藤茂夫ほか: 非線形有限変形法(大変形法)によるトラスの大変形解析とその応用プログラム, 土木学会論文報告集, 194号, 10, 1971.
- 4) 堀井健一郎ほか: 骨組構造の大変形解析, 土木学会論文報告集, 191号, 1971年, 7月.
- 5) 長谷川鎧一, 原田康夫: 吊橋の構造解析, 横河橋梁技報, Vol.1, №1, 1972.
- 6) 藤野勉, 大阪憲司: 任意形式のツリ橋の静的構造解析法, 三菱重工技報, Vol.3, №6, 1966.
- 7) 夏目正太郎, 谷本勉之助: 吊橋の静力学的構造解析について, 土木学会第25回年次学術講演会, 1970.
- 8) 谷本勉之助ほか: 長大橋の架設中の変形(演算子法), 土木学会第27回年次学術講演会, 1972.
- 9) 前田幸雄ほか: 増分法による平面骨組構造物の大変形解析の加速計算法, 土木学会論文報告集, 第223号, 3, 1974.
- 10) 新家徹ほか: 大変形法によるつり橋の解析とその応用, 神戸製鋼技報R&D, Vol.24, №2, 1974.
- 11) 吉沢孝和, 谷本勉之助: 演算子法による構造解析, 土木学会第23回年次学術講演会, 1968.
- 12) 浜野浩幹ほか: 漸化変形法による骨組構造物の解析, 土木学会第25回年次学術講演会, 1968.
- 13) 木村克正ほか: 演算子法による吊橋有限変位理論および実施的例題, 土木学会第29回年次学術講演会, 1974.
- 14) 岩城康雄ほか: 三井造船, Technical Manual, ASOP 110, 1974.
- 15) 長谷川鎧一ほか: 逐次剛結法による吊橋の補剛ゲタ架設, 橋梁と基礎, Vol.4, №4, 1970.
- 16) 岩城康雄ほか: 吊橋の構造解析, 三井造船, Technical Manual, STAT III, 1978.
- 17) 岩城康雄: 吊橋架設系の近似解法, 土木学会論文報告集, (1981年12月投稿受付)
- 18) 16) 参照.
- 19) 平井敦: 鋼橋III, 第10章第1節, 技報堂, 9, 1967.
- 20) Peery D.J. : An Influence Line Analysis for Suspension Bridge, Proc. ASCE, 80, 1954.
- 21) Lie K. : Praktische Berechnung von Hängebrücken nach der Theorie II. Ordnung, Der Stahlbau, Heft 14, 15, 1941.
- 22) Berg P., Kollmeier H. : Beiträge zum Hängebrückenbau, Veröffentlichung des Instituts für Statik und Stahlbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 8, 1965.
- 23) West H.H., Robinson A.R. : Continuous Method of Suspension Bridge Analysis, Proc. ASCE, Dec. 1968.

- 24) Melan J. : Theorie der eiserne Bogenbrücken und Hängebrücken, Handbuch der Ingenieurwissenschaften, Leipzig, 2nd edition, 1888.
- 25) Selberg A. : Berechnung des Verhaltens von Hängebrücken unter Windbelastung, Der Stahlbau, Heft 21, 22, Okt. 1941.
- 26) Topaloff B. : Stationärer Winddruck auf Hängebrücken, Der Stahlbau, Heft 5, Mai 1951.
- 27) Moisseiff L.S. : Suspension Bridges under the Action of Lateral Forces, Trans. ASCE, Vol. 98, 1933.
- 28) 本州四国連絡橋公団：鋼橋等製作基準，1977.
- 29) 三井造船(株)：Technical Manual, MISA, 1976.
- 30) 小松定夫：薄肉構造物の理論と計算 I, 山海堂, 1.26, PP.84, 1969.

第 3 章

吊橋の架設基本設計の合理化に関する実験的研究

第3章 吊橋の架設基本設計の合理化に関する実験的研究^{1), 2)}

序論で述べたとおり、我国のように台風の襲来が多発する気象条件においては、吊橋完成系のみならず架設系の耐風性を考慮した架設工法および耐風対策が不可避の事項となっている。このような気象条件下の架設工法としては、種々の検討がなされた結果、逐次剛結工法が衆目の一致する妥当な工法として、関門橋を初めとして我国に定着した感がある。

逐次剛結法は、曲げおよび振り剛性が高くなるので、突風、強風による部材間の衝突による損傷のみならず耐風性能の向上が期待される。実験に先立ち、逐時剛結法を基本工法とする種々の工法を検討した結果、後述のとおり独自の工法を案出した。

本実験は、本文で提案する架設工法の解析的追随性、妥当性および施工管理の面における管理データーの信頼性などを確認すると共に、架設途中の変形、応力などの力学的特性の把握と解析手法の裏づけをえようとするものである。

実験は、側径間にハンガーのない3径間連続補剛トラスで構成された吊橋を対象として、大型3次元模型を製作し、本文で提案する架設工法に従い、理論計算値と実験値について検討を加える。本模型は長大吊橋の代表例として取り上げたものである。

試験内容としては、架設途中の静的および動的試験に分かれるが、動的試験については本研究の対象外であるので、本章では静的試験について述べることにする。

1 架設工法と模型実験の概要

1-1 架設工法の概要

まず本工法の決定経過について概略を述べる。工法決定に当り、架設途中の応力が許容値を越えないなどの静力学的条件と、耐風、耐震性の良好であることなどの動力学的条件を満たすことは言うまでもなく、工期、工数、機材などの経済性、安全性さらに現地の状況など、多方面から検討を加えなければならない。

そこで各種試算の結果、塔部より補剛桁を順次張出し、中央径間については架設1ブロック（2パネル分）をリフティングクレーン（以下L.C.と略す）によって一括架設するブロック架設工法を、側径間については、2パネルずつの面材（片側補剛トラス面）架設を行い、現場継手は逐次剛結法を、さらに補剛桁および架設先端吊材の応力を緩和するために、中央径間に架設ヒンジを2ヶ所設ける工法を採用した。又側径間に架設される補剛トラスは、中央径間の補剛トラスと塔支点上で連続トラスとして連結されており、中央径間のトラスと力学的バランスをとりながら完全に張出して架設される。そして塔支点上の曲げモーメントが許容限界85,700 tmに達する直前に、一旦橋端近くの支保工上に支持される。次に支保工上のジャッキを操作して、さらに橋端まで張出し、端支点の支承に設置する。なお工法比較に際しては、次の事項に着目して検討を行った。

- 1) 逐次剛結工法と全ヒンジ工法（全補剛桁を架設ブロック個々には剛結せず、吊下げた状態で架設し、最後に全ブロックを剛結完成させる）。
- 2) ブロック架設と面材、単材架設。

3) 架設ヒンジの有無。

4) 側径間補剛桁の架設を、架設用ハンガーで支持するか支保工で支持するかの得失。

1) については、耐風安定性の面から逐次剛結法を、2) については、工期、工数の面からブロック架設を採用し、3) については、架設ヒンジを設けない場合、補剛桁およびハンガーの応力が許容値を超過するため架設ヒンジを設けるものとした。4) については、工期、経済性の面から可能な限り片持梁で張出すことにより、地形を利用して高さの低くなった地点に支保工を設けて支持し、ジャッキにより補剛桁端を端支点に設置する方法を採った。

以上のほか、部材搬入はすべて海上より行うものとし、中央径間は直接海上より、側径間は塔部で海上より吊込むものと想定した。

1-2 模型実験の概要

実験は、以上の架設工法を決定した上で、更に実験計画について検討を重ね、次のような事項について調査した。

1) 完成系および架設途中の応力、変形と前章の実用解法の検証。

2) 逐次剛結法による補剛桁のブロック架設工法について、

a) ハンガーの引込量と引込力の関係

b) 架設ヒンジの閉合検証

c) 最終ブロックの閉合方法の検討

d) 側径間支保工支持による補剛桁架設におけるジャッキアップ量と反力の関係

3) 架設途中の横荷重に対する応力、変形

4) 横荷重（風荷重）に対する耐風対策としての耐風索の効果の検証

(1) 模型の概要

模型は、図-61 のように中央径間 940m の吊橋を対象とし、3 次元的に忠実に相似させ、細部の挙動が実橋のそれを再現しうることを目標として、長さ縮尺を $1/n = 1/25$ 、重さの縮尺を $1/m = 1/1636$ とした。

本実験で取扱うこれらの諸物理量に関する実橋と模型の相似条件は、Buckingham の π 定理³⁾ により導いたものである。表-6 に m 、 n を用いた相似率を示す。模型の主ケーブルは、直径 1.06mm のピアノ線 70 本で構成されたパラレルワイヤーストランド（PWS-70）を、ハンガーは、その素線 1 本を使用した。また図-62 に示すように、補剛桁は 2 本の溝形鋼より成り、曲げ剛性を 2 軸について相似させるとともに、上下面にプレッシングを配してねじり剛性も相似させている。塔についても、曲げ剛性およびねじり剛性を再現しており、ケーブルはスプレーサドルを介して滑らかにすべるよう工夫されている。

実験に先立ち、模型各部材の重量および曲げ剛性の測定を行い、設計値との比較検討を行って、計算に反映させている。断面諸元および死荷重については、実橋と模型とを対比させたものを表-7、8 に示す。なお、表-8 中に *印を付したものは、模型の自重のみでは設計値を満足しないので、その不足分を付加荷重として取付けた。

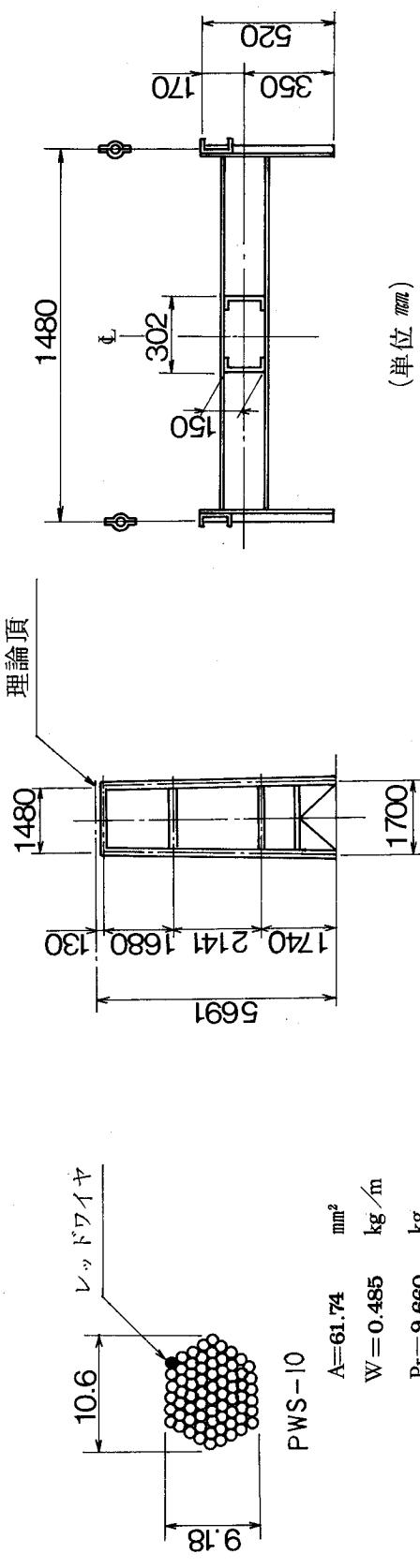
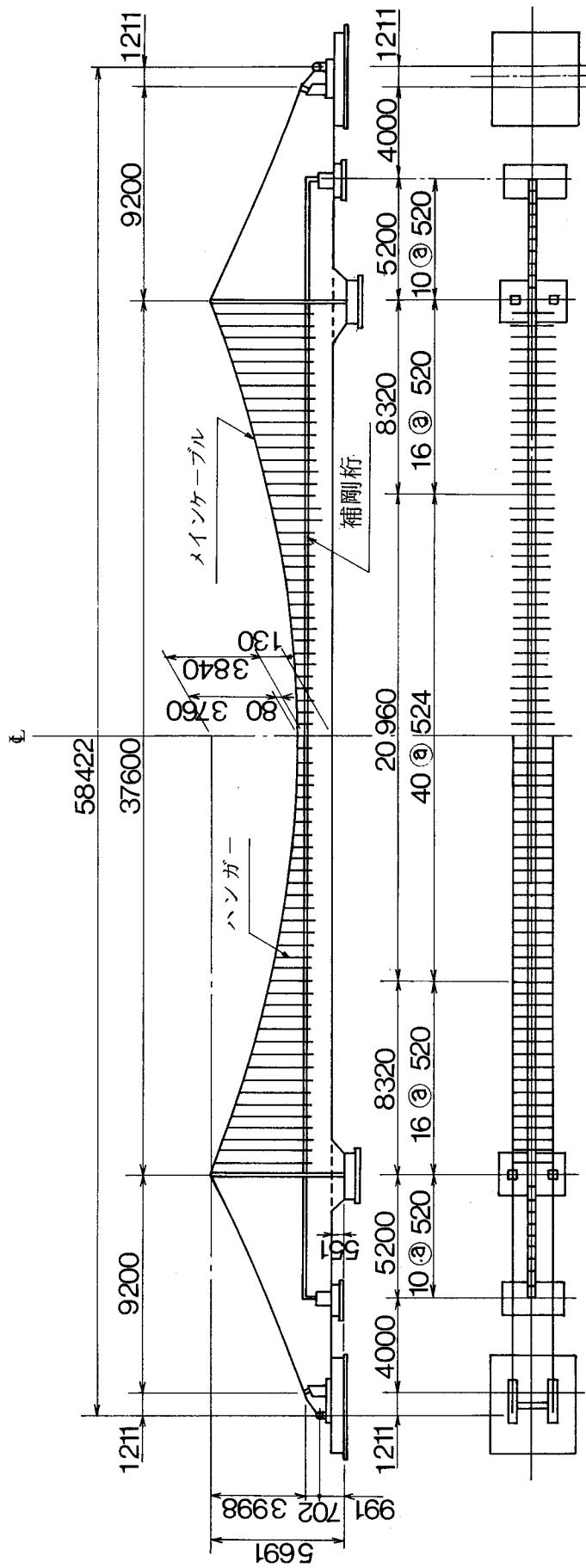


図-61 模型の全体形状

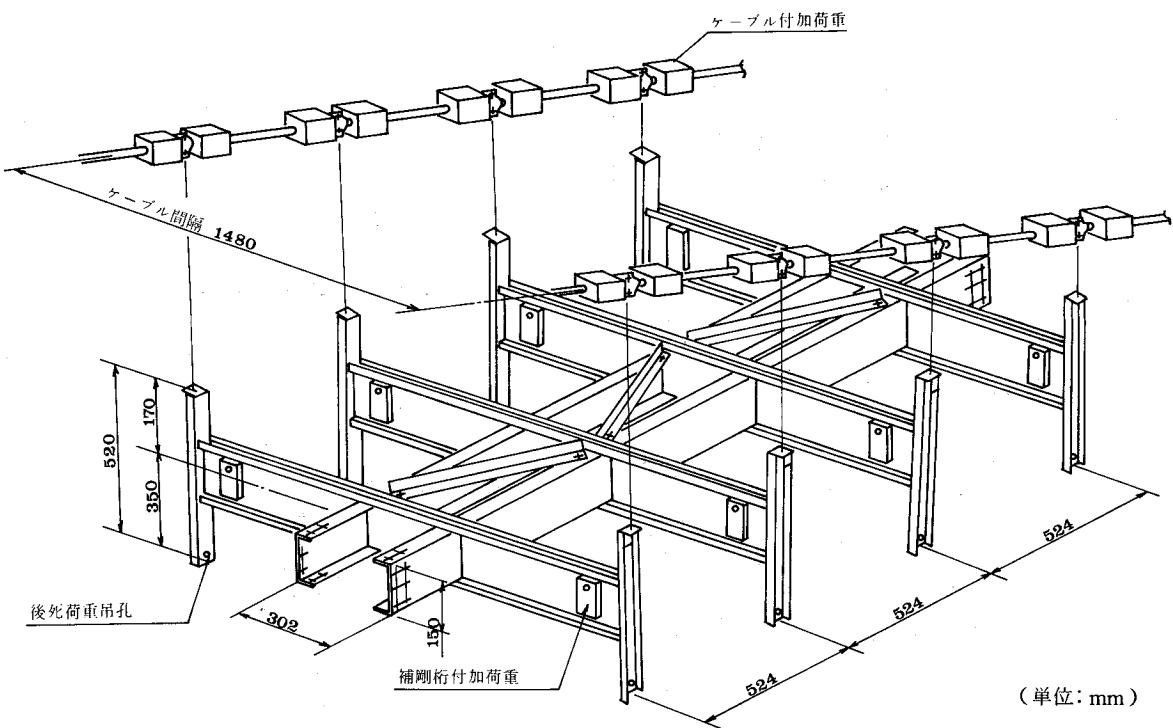


図-62 補剛桁概略図（中央径間部）

表-6 相似則による実橋と模型の関係

物理量	実橋	模型
ヤング係数	E_p	E_m
長さ	ℓ_p	$\ell_m = \ell_p (1/n)$
断面積	A_p	$A_m = A_p (E_p/E_m) (1/mn^2)$
断面2次モーメント	I_p	$I_m = I_p (E_p/E_m) (1/mn^4)$
純ねじり定数	J_p	$J_m = J_p (E_p/E_m) (1/mn^4)$
集中荷重	P_p	$P_m = P_p (1/mn^2)$
分布荷重	W_p	$W_m = W_p (1/mn)$
曲げモーメント	M_p	$M_m = M_p (1/mn^3)$
せん断力	Q_p	$Q_m = Q_p (1/mn^2)$
伸び	$\Delta\ell_p$	$\Delta\ell_m = \Delta\ell_p (1/n)$
ひずみ	ϵ_p	$\epsilon_m = \epsilon_p$
たわみ	y_p	$y_m = y_p (1/n)$
たわみ角	ϕ_p	$\phi_m = \phi_p$
応力	σ_p	$\sigma_m = \sigma_p (E_p/E_m)$
ばね定数	K_p	$K_m = K_p (1/mn)$
質量慣性モーメント	$I_{p,p}$	$I_{p,m} = I_{p,p} (1/mn^4)$
振動数	f_p	$f_m = f_p \sqrt{n}$

表-7 模型と実橋の断面諸元

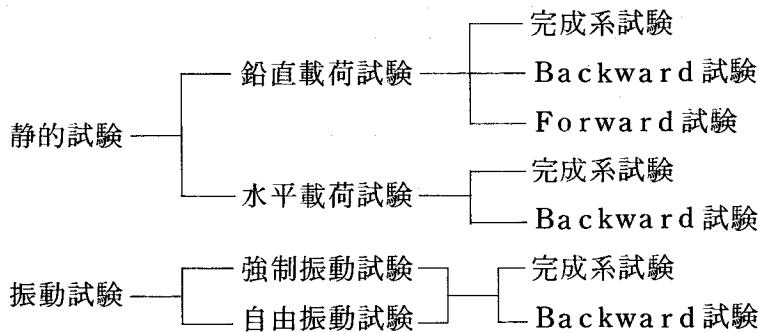
分類		諸元	記号	相似数	模型	実橋
補剛桁	側径間	重量	W	$m \cdot n$	表-8 参照	
		水平軸回りの断面2次モーメント	I_x	$m \cdot n^4$	153.26 cm^4	48.138 m^4
	中央径間	鉛直軸回りの断面2次モーメント	I_y	$m \cdot n^4$	4629.18 cm^4	295.834 m^4
		純ねじり定数	J	$m \cdot n^4$	417.82 cm^4	26.701 m^4
塔柱	側径間	重量	W	$m \cdot n$	表-8 参照	
		水平軸回りの断面2次モーメント	I_x	$m \cdot n^4$	362.00 cm^4	23.134 m^4
	中央径間	鉛直軸回りの断面2次モーメント	I_y	$m \cdot n^4$	2210.79 cm^4	141.283 m^4
		純ねじり定数	J	$m \cdot n$	274.06 cm^4	17.514 m^4
ケーブル	ケーブル	橋軸直角方向軸回りの断面2次モーメント	I_z	$m \cdot n^4$	225.23 cm^4	14.394 m^4
		橋軸方向軸回りの断面2次モーメント	I_x	$m \cdot n^4$	175.89 cm^4	11.240 m^4
		純ねじり定数	J	$m \cdot n^4$	105.40 cm^4	6.736 m^4
ハンガー	ハンガー	重量	W	$m \cdot n$	表-8 参照	
		断面積	A	$m \cdot n^2$	61.78 mm^2	6317.005 cm^2
		ヤング係数	E		$2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$	$2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
補剛桁	補剛桁	重量	W	$m \cdot n$	表-8 参照	
		断面積	A	$m \cdot n^2$	0.8825 mm^2	90.236 cm^2
		ヤング係数	E		$2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$	$14 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
補剛桁の質量慣性モーメント		I_p	$m \cdot n^4$		82.06 $kg \text{ cm sec}^2$	$5.244 \times 10^3 \text{ tm sec}^2$

表-8 死荷重に関する実橋と模型の対比（一橋当たり）

分類		閉合前死荷重		閉合後死荷重	
		実橋	模型	実橋	模型
補剛桁	側径間	32.66 t/m	*79.85 kg/m	27.12 t/m	66.31 kg/m
	中央径間	25.12 "	*61.42 "	9.82 "	24.01 "
ケーブル	側径間	11.22 "	*27.44 "		
	中央径間	11.28 "	*27.58 "		
ハンガー	中央径間	0.76 "	* 1.86 "		

(2) 実験の内容

実験は、下記のように静的試験と振動試験に大別されるが、本文は鉛直載荷と水平載荷試験とから成る静的試験について述べる。



(a) 鉛直載荷試験

図-63 のように、Backward 試験と Forward 試験の 2 種類について行った。前者は実際の架設とは逆に桁を取りはずしていくケースであり、後者はフリーケーブル状態から順次架設する実際と同じ順序のケースである。両者は物理的には全く同じ結果が得られるはずであるが、各種要因により誤差が生じることが考えられるので、両者を対比させることにした。本実験の測定項目および測定位置は、図-64 に示すとおりである。

(b) 水平載荷試験

図-65 に示すように、5 つの架設ステップについて行った。架設途中の風荷重に等価な横荷重を集中荷重 P にかえ、中央径間側の架設先端と既に架設された桁の中央点に載荷し、さらに荷重 P を $5, 10, 15 \text{ kg}$ の 3 段階に変化させて計測した。

耐風索の効果検証試験として、耐風索の設置位置は、実質的効果を考慮して STEP-2 ではⒶ、STEP-3 ではⒷ、STEP-5-1, 5-2 ではⒸのみの場合とⒶ, Ⓑの場合とした。

耐風索の取付け要領は図-66 に示す。耐風索は、取付け時に 5 kg のプレストレスを導入した。これはピンバイスの下部調整ナットを締付けることにより行い、張力の管理は張力計で行った。

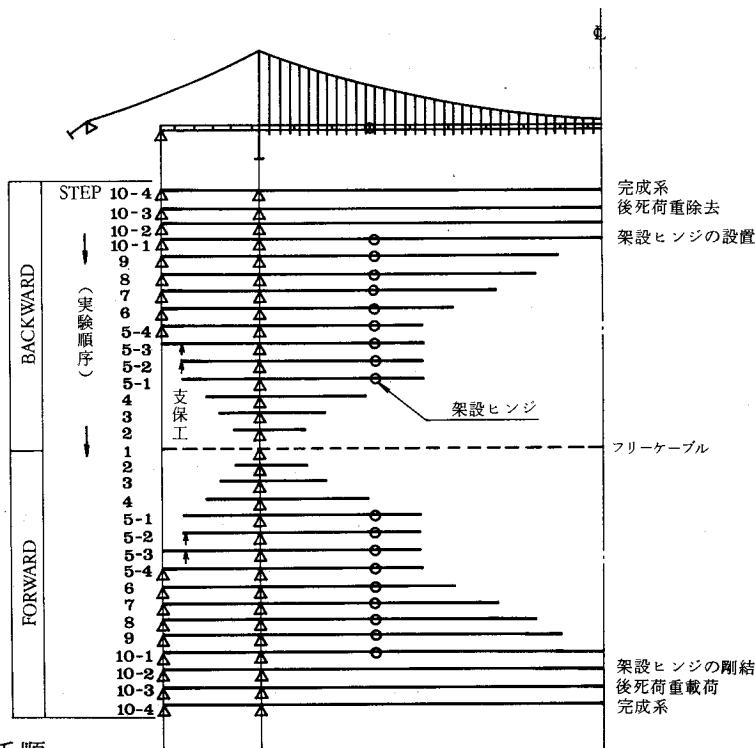


図-63 実験手順

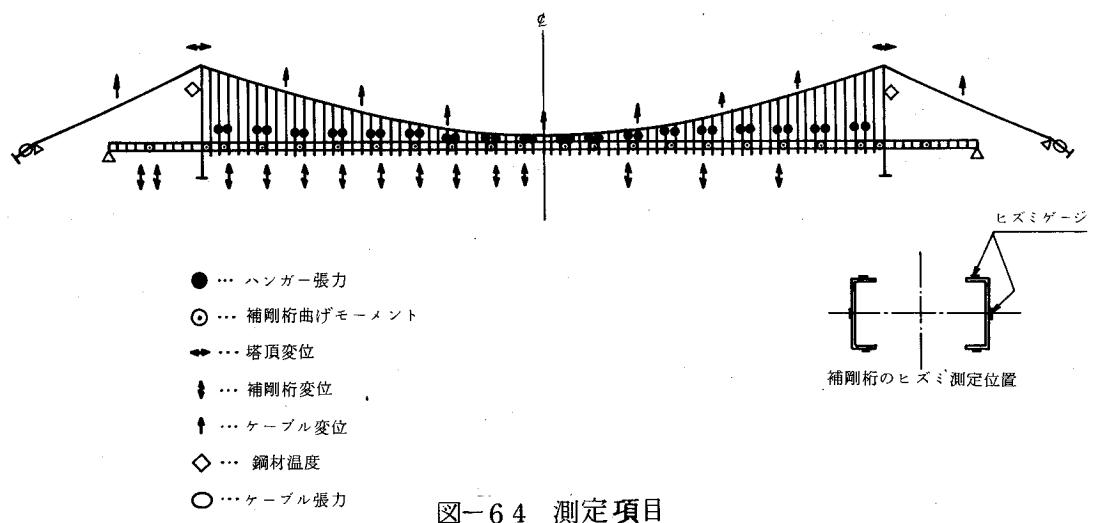


図-6 4 測定項目

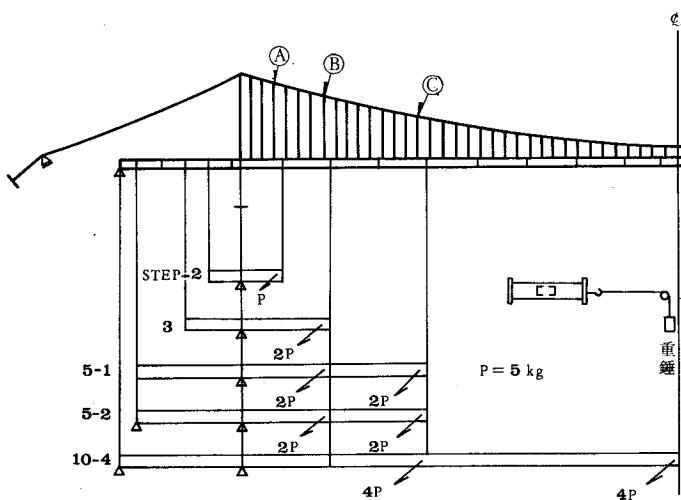


図-6 5 水平載荷試験要領

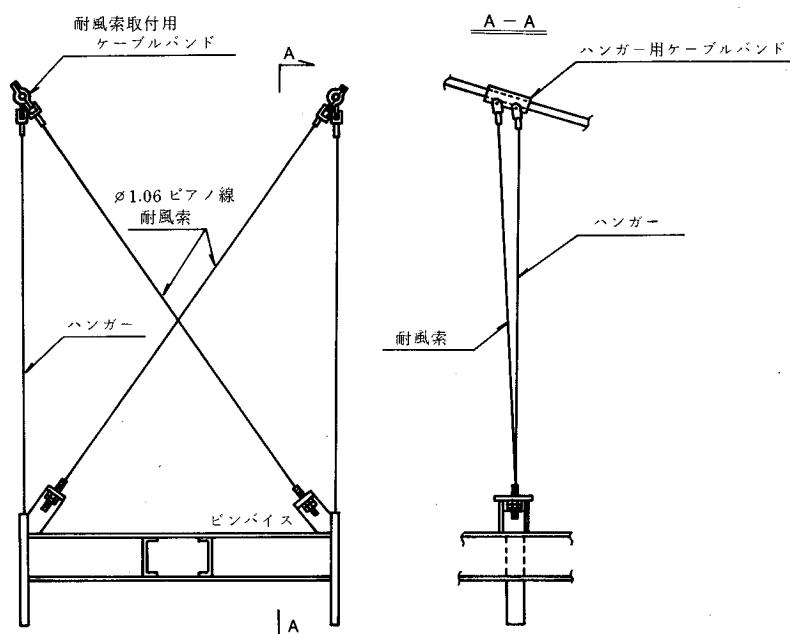


図-6 6 耐風索取付け要領

2 完成系の載荷試験結果

(1) 活荷重載荷試験

架設系の実験に先立ち、本解析法の検証のため、特に完成系の載荷試験を行った。すなわち、図-68 からもわかるとおり、自動車荷重、列車荷重を想定して対称載荷および偏心載荷を行い、補剛桁の鉛直変位を測定した。

その結果は図-67, 68 に示すとおり、対称載荷の場合は、中央径間中央で実験値 35.9 mm (平均) に対し、理論値 (本研究の実用解法) 38.8 mm で、その誤差は 8.1 % であり、実験値にバラツキが見られたが理論値とおむね一致し、実験値の対称性すなわち模型の対称性も保たれていた。偏心載荷の場合、実験値と理論値 (本研究の 3 次元有限変位解法) は、中央径間中央での載荷側と非載荷側の実験値 (理論値) はそれぞれ 38.1 mm (37.1 mm), 10.1 mm (9.8 mm)、その誤差は 2.7 %, 3.1 % でよく一致しており、偏心載荷の挙動の一部を把握することができた。

従って、本研究の有限変位 3 次元解法及び 2 次元実用解法は、完成系に対して十分な精度で適応することがほど確認されたものと思われる。

(2) 水平横荷重の載荷試験

横風を想定した格点集中荷重におきかえ、水平横荷重を載荷した。ケーブルおよび補剛桁の水平変位は、図-69 に示すように、いずれも実験値がやゝ大き目の値となっているが、これは載荷重および変位が小さいための測定誤差とも考えられる。しかし、中央径間中央のケーブルおよび補剛桁の実験値 (理論値) は、それぞれ 12.0 mm (12.0 mm), 15.0 mm (14.3 mm) であり、その誤差は 0 %, 4.5 % であった。したがって一般に、完成系の理論値はおむね実験値と一致しているものと思われる。

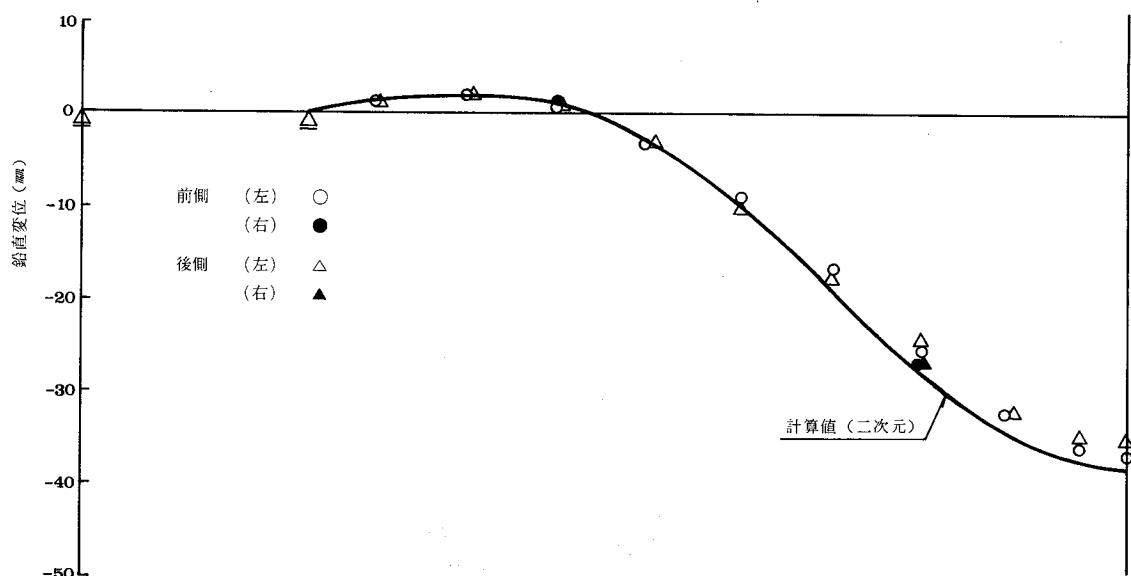
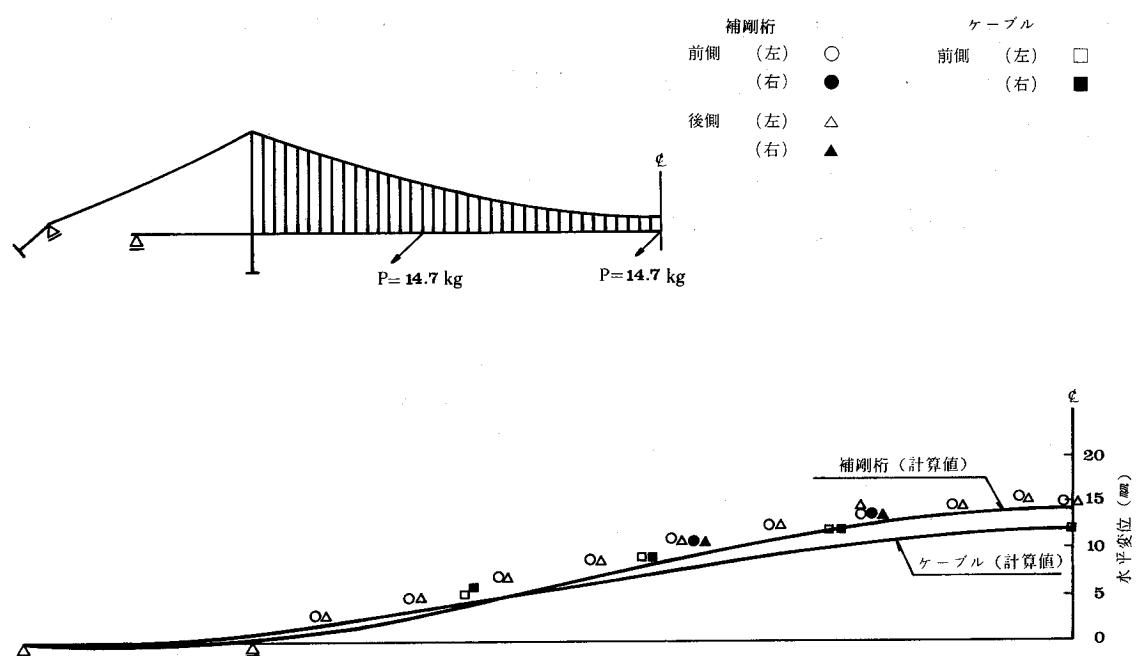
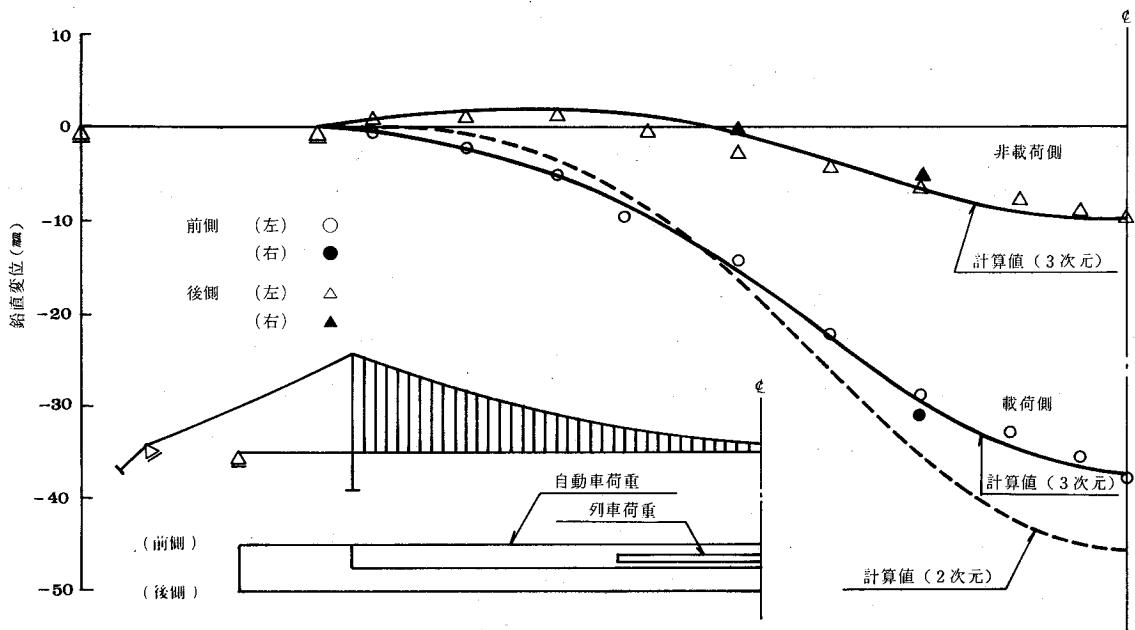


図-67 対称荷重による補剛桁の鉛直変位 (完成系)



3 架設工法に関する実験結果

3-1 架設途中の変形と応力

中央径間サグの変化の最大値は、図-70 および表-9 に示すとおり、STEP-6 で 425 mm (理論値 447 mm) であり、その誤差は 4.9 %、またフリーケーブル状態の STEP-1 では、237 mm (235 mm) となり、その誤差 0.9 % であった。補剛桁は図-71 および表-10 に示すとおり、STEP-8 で中央径間の架設先端変位が最大となり、架設ヒンジ部は STEP-5-2 で最大変位を生じた。又側径間が片持ち状態となる架設ステップでは、STEP-5-1 で中央径間側に誤差が生じているが、最大変位に比べればその値が小さいので、測定誤差とも思われる。したがって、全体としては変形の挙動はよく一致しているものと思われる。

補剛桁の曲げモーメントは、図-72, 73 に示すように、STEP-5-1 の塔支点で最大となり、側径間の張出し長の許容限界を示している。

ケーブル張力の各ステップによる変化は、図-74 に示すとおり、おもねよく一致している。

ハンガー張力は一例として図-75 のとおり、STEP-7 のみについて示したが、架設先端のハンガーおよび架設ヒンジ部のハンガーの特性がよく現われている。厳密には張力分布にバラツキが見られるが、これはケーブル格点の形状誤差による影響が大きいためと思われる。また張力分布のバラツキが全体系の挙動に及ぼす影響は小さいものと考えられる。したがって、全体的には実験値と理論値は比較的よい一致を示したものと言えよう。塔頂水平変位および塔基部曲げモーメントは、それぞれ 図-76, 表-11 および 図-77 に示すとおり、両者よく一致している。なお STEP-1 で塔頂水平変位は 22.4 mm であり、実橋換算すると 560 mm となる。

以上の結果から全般的にみれば、理論値はかなりよい精度で一致しており、本文の実用解法は架設系に対しても十分な精度で適応できることが確認されたものと思われる。

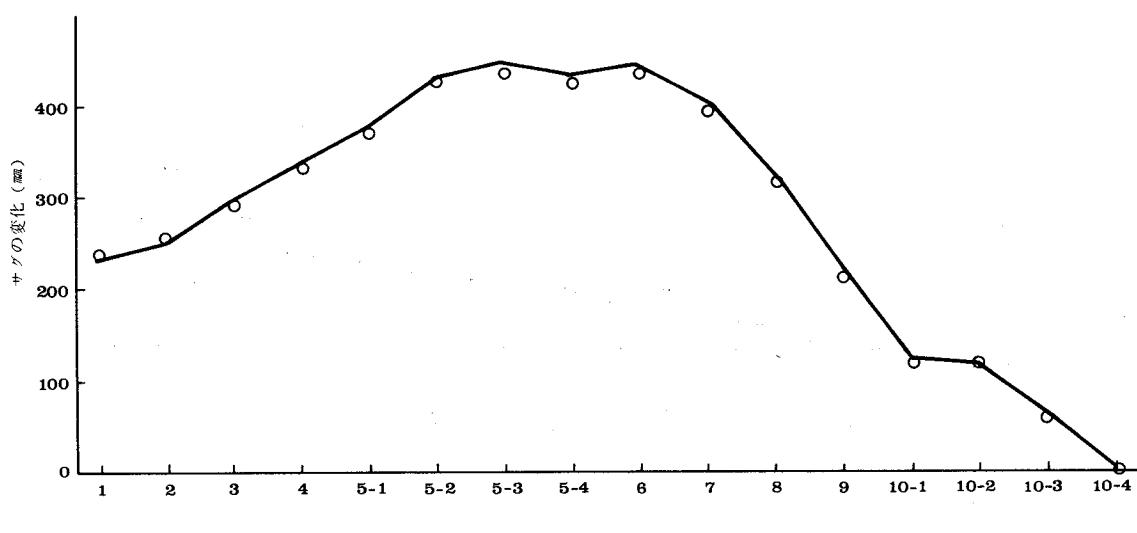


図-70 中央径間中央のサグの変化

表-9 中央径間中央のサグの変化

単位: mm

架設ステップ	実験値	計算値	誤差(%)
STEP - 1	237	235	+0.9
2	253	242	+4.5
3	290	287	+1.0
4	331	338	-2.1
5-1	364	377	-3.4
5-2	414	431	-3.9
5-3	418	427	-2.1
5-4	426	437	-2.5
6	425	447	-4.9
7	390	406	-3.9
8	312	325	-4.0
9	213	219	-2.7
10-1	120	123	-2.4
10-2	117	118	-0.8
10-3	62	64	-3.1
10-4	0	0	±0.0

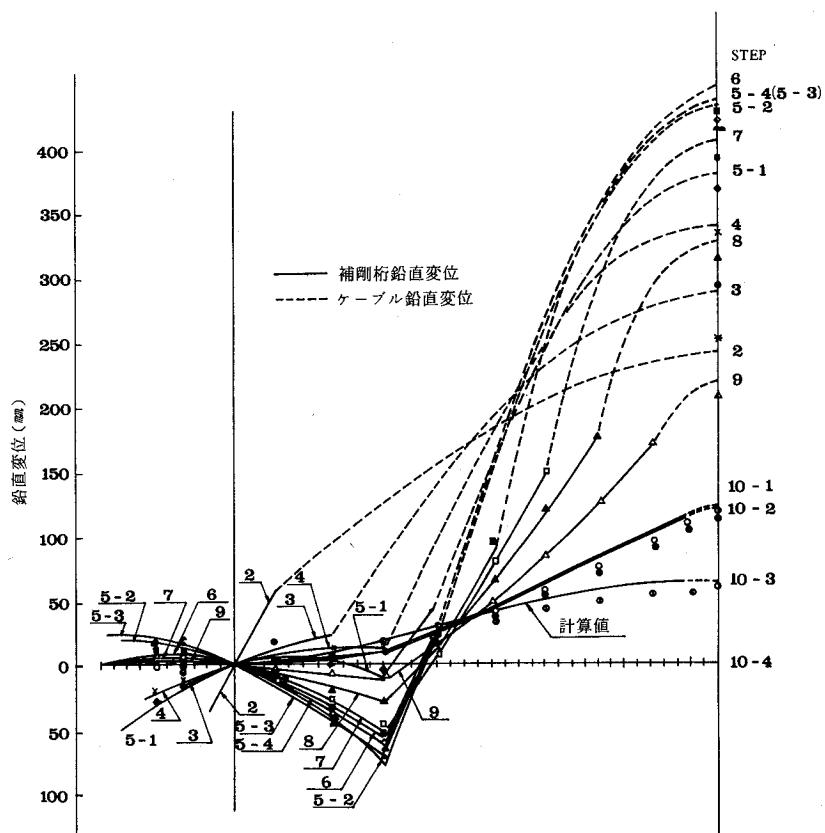


図-71 補剛桁の鉛直変位

表-10 補剛桁の鉛直変位

単位 (mm)

架設ヒンジ部				中央径間先端			測径間(塔部より6-ペネル目)		
	実験値	計算値	誤差(%)	実験値	計算値	誤差(%)	実験値	計算値	誤差(%)
STEP 2				16.0	59.1	-73.0			
3				10.0	25.4	-60.6			
4				10.0	10.7	-6.5	-24.0	-25.0	-4.0
5-1	-10.0	-10.3	-2.9	31.0	40.1	-22.7	-31.0	-37.0	-16.2
5-2	-59.5	-63.1	-5.7	20.3	24.3	-16.0	18.3	20.9	-12.0
5-3	-58.5	-58.8	-0.6	22.0	25.4	-13.3	20.3	23.3	-12.9
5-4	-50.0	-56.2	-10.0	26.0	30.7	-15.3	6.8	7.6	-10.5
6	-57.5	-61.3	-6.2	97.0	93.1	-4.2	6.9	7.7	-10.3
7	-48.0	-51.3	-6.4	150	154.0	-2.6	6.1	6.8	-10.3
8	-32.0	-33.0	-3.0	177	187.2	-5.4	4.8	5.3	-9.3
9	-9.0	-9.6	-6.3	168	172.5	-2.6	2.9	3.5	-17.1
10-1	9.0	8.4	-7.0	107	116.0	-7.8	2.0	2.1	-4.8
10-2				105	110.5	-5.0	1.5	1.8	-16.7
10-3							1.0	1.2	-16.7
10-4							0	0	± 0

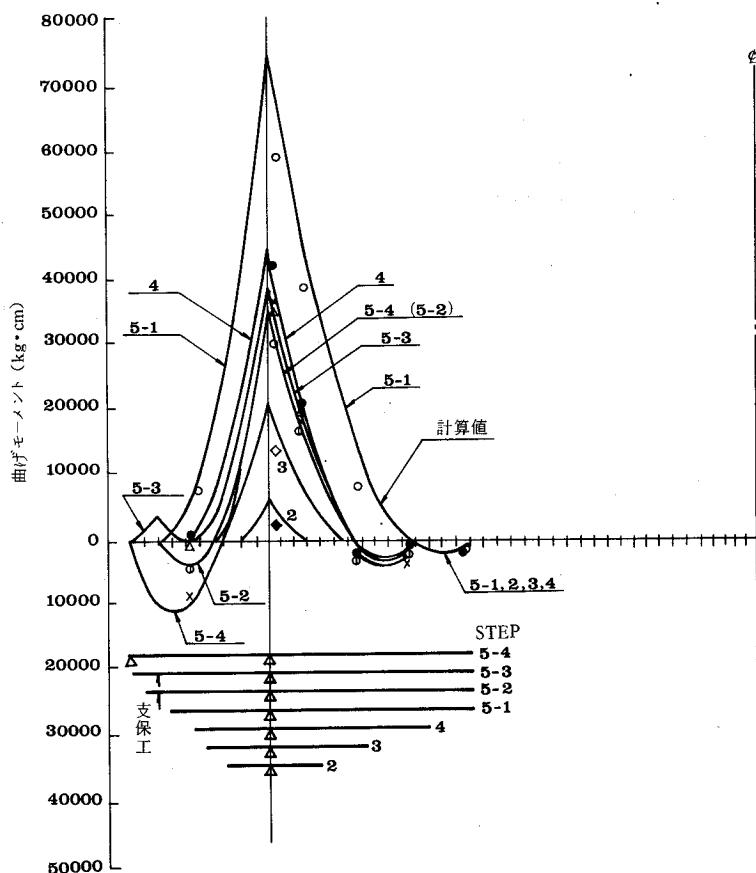


図-72 補剛桁の曲げモーメント（その1）

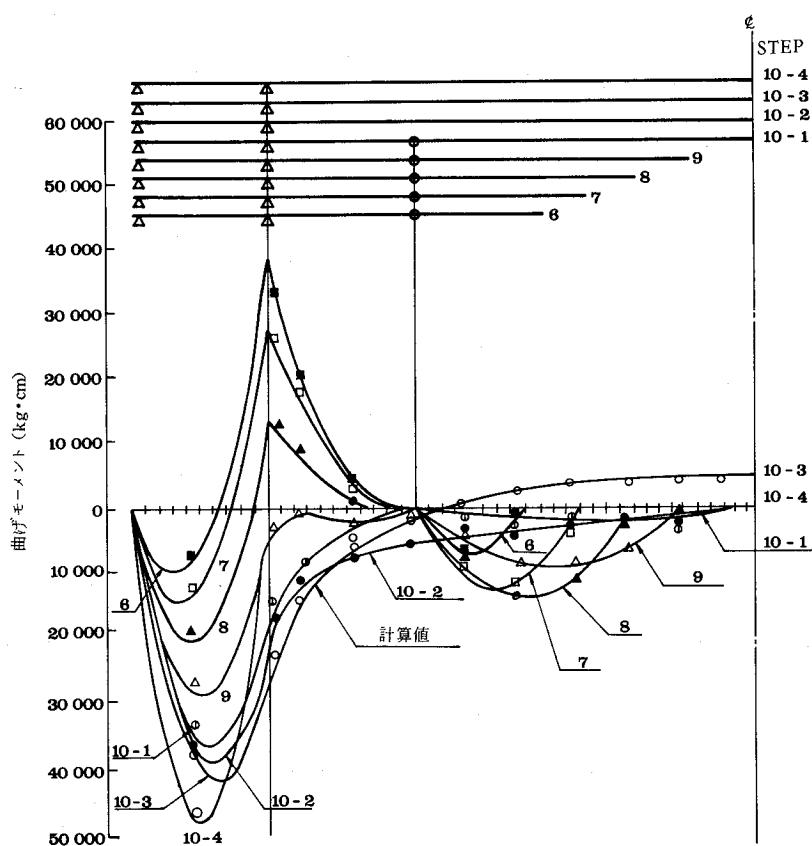


図-73 補剛桁の曲げモーメント（その2）

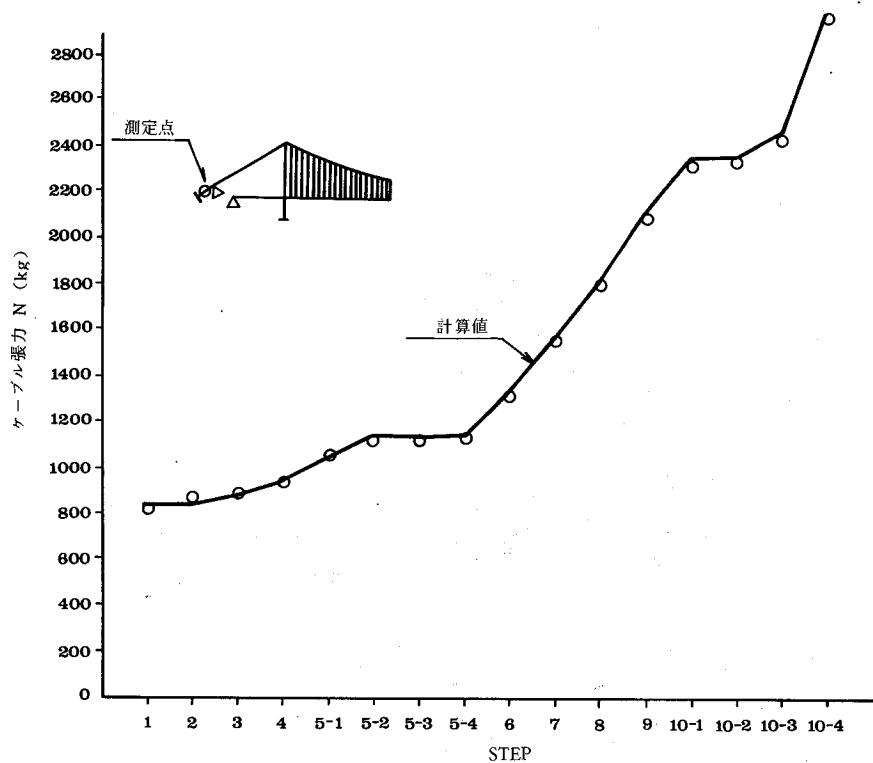


図-74 ケーブル張力

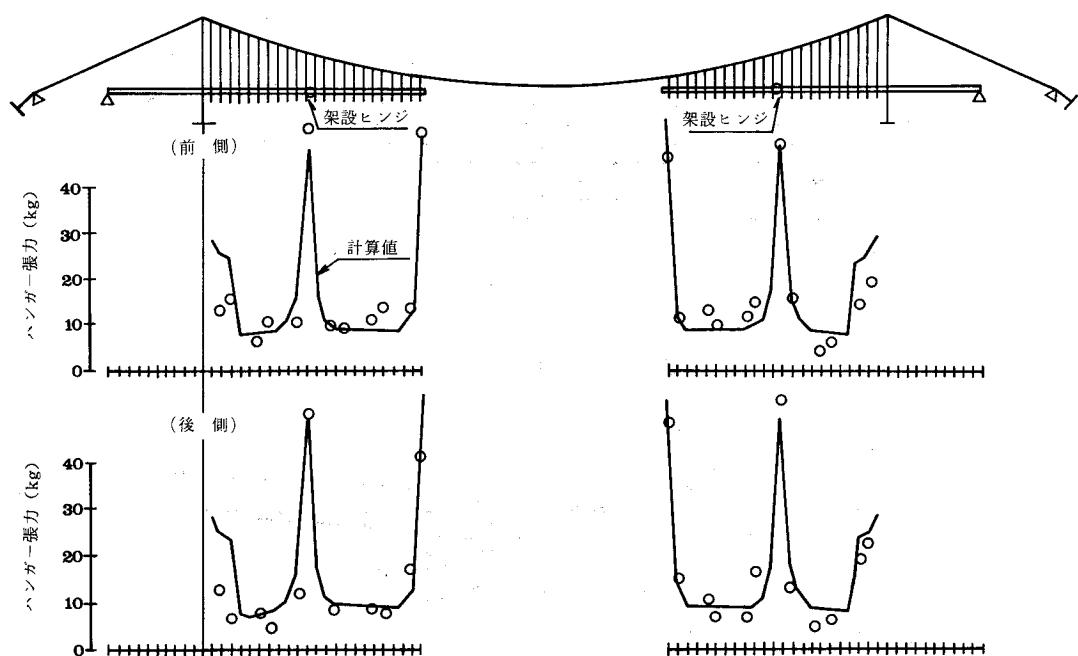


図-75 ハンガー張力 (STEP-7)

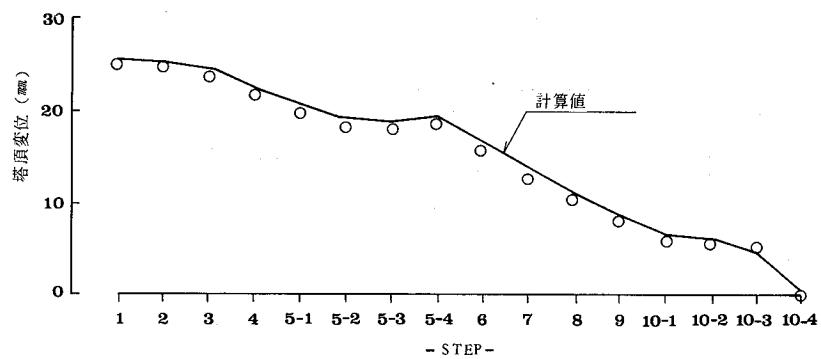


図-76 塔頂変位

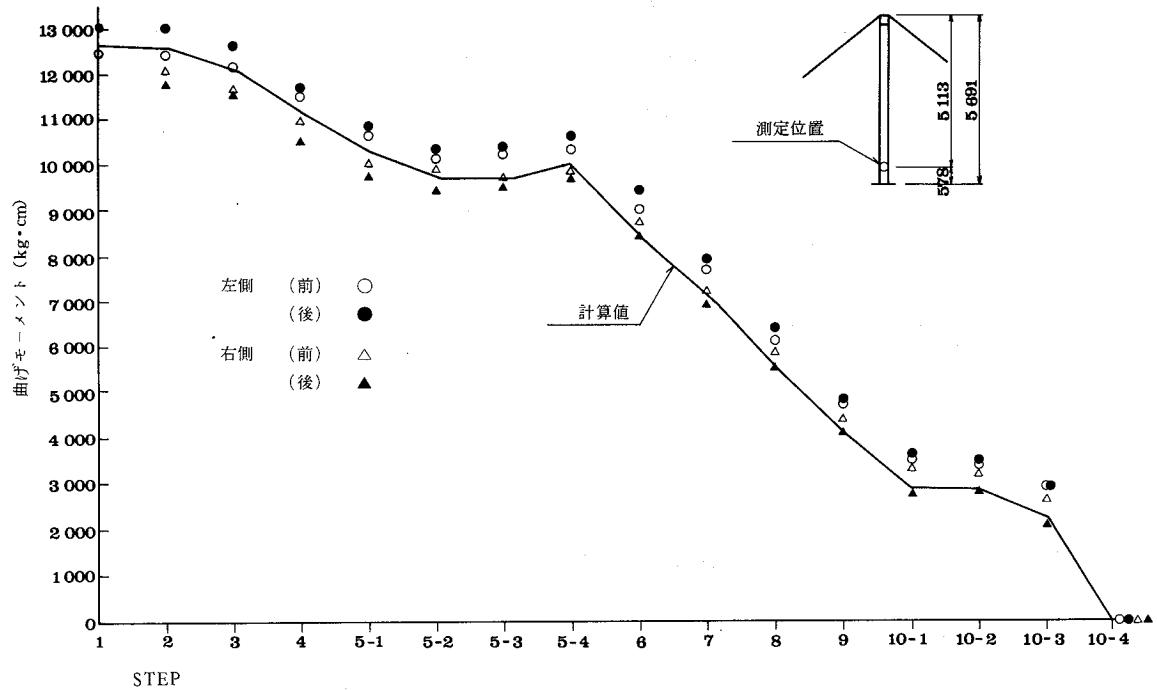


図-77 塔基部曲げモーメント

表-11 塔頂の水平変位

単位: mm

架設ステップ	実験値	計算値	誤差(%)
STEP - 1	22.4	24.4	-8.2
2	22.3	23.8	-6.3
3	20.8	22.7	-8.4
4	19.6	21.3	-8.0
5-1	18.2	19.5	-6.7
5-2	16.8	18.2	-7.7
5-3	16.8	18.1	-7.1
5-4	17.5	18.7	-6.4
6	15.2	16.1	-5.6
7	12.6	13.4	-6.0
8	10.1	10.6	-4.7
9	7.7	8.1	-4.9
10-1	5.8	5.8	± 0
10-2	5.8	5.7	+1.8
10-3	4.7	4.7	± 0
10-4	0	0	± 0

3-2 逐次剛結法による補剛桁のブロック架設

(1) ハンガー引込量と引込力

実橋においては、1ブロック(2パネル)の補剛桁トラスを海上よりL.C.により吊込み、既設トラスと連結する。さらにL.C.の余剰能力により、所定のハンガー位置まで引込み、定着を行う逐次剛結法を採用する。この工法は、特に引込時の引込量と引込力の関係が問題になる。実験では、引込装置の機能を検討するため、ハンガー定着部の調整ナットの移動量(引込量)とハンガー張力(引込力)との関係を調べた。図-78に引込要領を、図-79にその結果を示す。

図-79からわかるように、引込み初期段階では、引込量と引込力の関係は線形的に変化しているが、引込量が増加するにしたがい、非線形的な性状が現わってくる。これは先端ハンガーと架設ヒンジ部ハンガーとの中間部のハンガーの引張力が順次ゼロとなり、非抗圧材として作用するためである。実用解法に使用したプログラムは、非抗圧材に対する処理機能を有しており、理論値も非線形となり、実験値によく追随していることがわかる。⁴⁾参考までに、STEP-4で引込量 $\Delta Y = 16 \text{ mm}$ に対して、引込力 $\Delta P = 42 \text{ kg/Bridge}$ 必要であるが、これを実橋に換算すると、 $\Delta Y = 400 \text{ mm}$ 、 $\Delta P = 430 \text{ t/Bridge}$ となる。

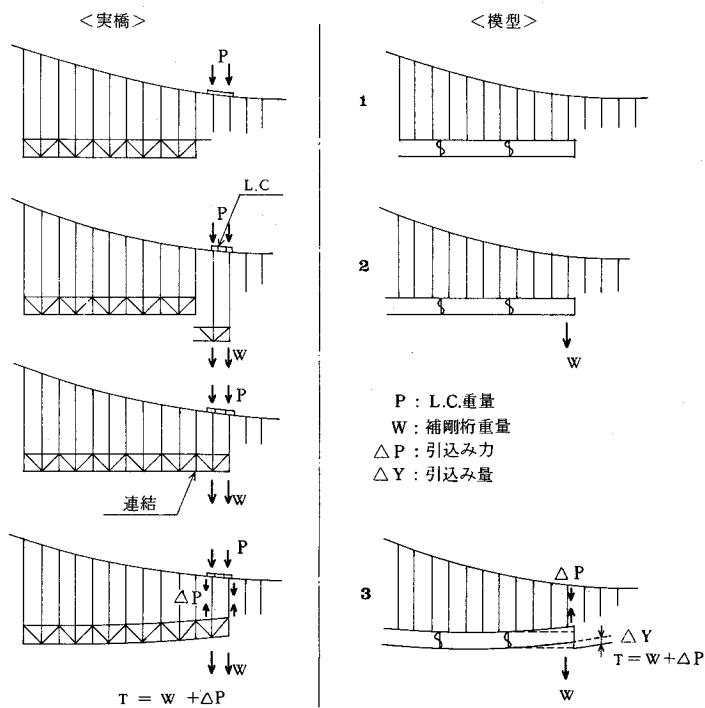


図-78 ハンガー引込み要領

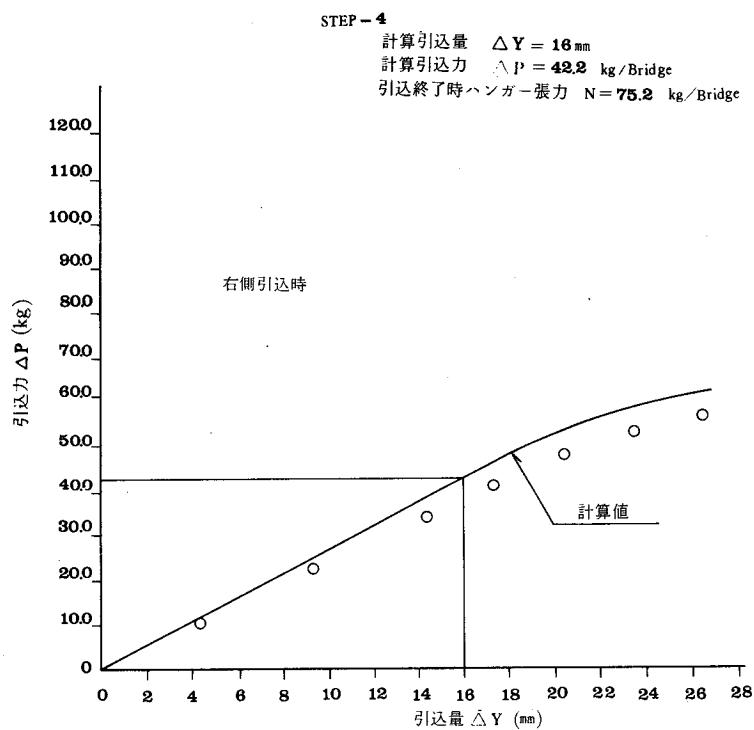


図-79 引込量と引込力の関係

(2) 架設ヒンジの閉合方法

逐次剛結法により補剛桁架設を行う場合、架設途中で補剛桁の曲げモーメントおよび架設先端のハンガー張力に過大な応力を生じる結果となり、またハンガー引込みのために大きな引込力が必要となるなどの理由により、架設ヒンジを挿入する方法が有効である。実験では、塔より11番目と12番目の格点の中間に架設ヒンジを設けて(図-63参照)、その挙動と閉合方法について検証した。各ステップとヒンジ部の桁下縁の開き角を図-80に示す。

架設ヒンジ部の桁の開き角が最小になるのは、STEP-10-1であり、ほとんどゼロに等しくなっている。さらにヒンジを完全に閉合するためには、何らかの外力を加える必要がある。実験は補剛桁先端に図-81の要領で閉合用サーチャージを載荷して、荷重とヒンジの開き角との関係を調べた。

その結果は図-82に示すように、荷重と開き角は、ほど線形的な関係にあり、単位開き角に対してサーチャージ荷重が $\Delta P = 12,000 \text{ kg/rad}$ となっている。参考までに、相似則より実橋に換算すると、閉合用サーチャージとして、 $P = 680 \text{ t}$ 要することになる。実際には、ケーブル上に載荷されているL.C.の移動による閉合方法が最も有効となろうが、今回は補剛桁に載荷した場合についての実験結果を示したものである。したがって架設ヒンジの閉合方法は、L.C.などの架設機器の自重を利用し、それらの位置を解析的に決定しておき、最終的にはL.C.を微動させることにより、微調整を行うことも可能であることがわかった。

(3) 補剛桁最終ブロックの閉合方法

補剛桁の最終ブロック閉合前の添接部端面が、解析結果から上向きになっており、最終ブロックを閉合するためには、外的に力を加えなければならない。図-83にその閉合要領を示す。実験では、補剛桁先端の直上ケーブルに荷重を載荷して、それを除々に増加させることにより閉合を行った。図-84に示すように、 $P = 72 \text{ kg/Bridge}$ で補剛桁端面が鉛直になることがわかった。これは実橋に換算すると、 $P = 740 \text{ t/Bridge}$ である。いま、L.C. 30kg、ブロック重量 100 kg であるから、 $P' = 72 - 100/2 - 30 = -8 \text{ kg}$ であり、これを実橋に換算すると、L.C. 307t、ブロック 1,022t として、 $P' = -78 \text{ t}$ であり、L.C.を中央径間中央より少し塔側へ対称に移動させることにより、容易に閉合することが可能である。したがって、予め解析においてL.C.の位置を決定してやればよい。

したがって施工に先立ち、予め解析により技術管理資料を作成しておくことが、施工の技術管理上不可欠の事項となる。

(4) 側径間支保工支持による架設工法

側径間補剛桁は、塔部より中央径間側とほとんど同時に張出し架設を行うものとする。しかしながら、塔部より8パネルの架設状態で、中間支点曲げモーメントが許容限界に近づくので、支保工により支持し、さらに端支点に向って張出して行って、最終先端ブロックが端支点に設置可能なように、補剛桁を揚げ越しておく必要がある。実験では、STEP-5-2でジャッキアップ量(扛上量)とその反力の関係を調べた。その結果は図-85に示すように、ジャッキアップ量と反力の関係はほぼ直線的に変化し、理論値とおむねよく一致していることがわかる。したがって、いま略算のため直線と仮定すれば、単位ジャッキアップ量に対して、反力の計算値は $R = 15 \text{ kg/cm}$ となるので、たとえばSTEP-5-1

で側径間の桁端たわみが, $Y_0 = 5.2$ cm であり, さらに端支点に設置するための余裕量 $Y_1 = 2.0$ cm を考慮すると, 全ジャッキアップ量は $Y = 7.2$ cm, 反力 $R = 15 \times 7.2 = 108$ kg となる。実橋に換算すると, $Y = 1.8$ m に対し, $R = 1,100$ t/Bridge の能力をもつジャッキが必要となることがわかる。したがって, 本工法は実橋においても現実的に可能な範囲にあるものと思われる。

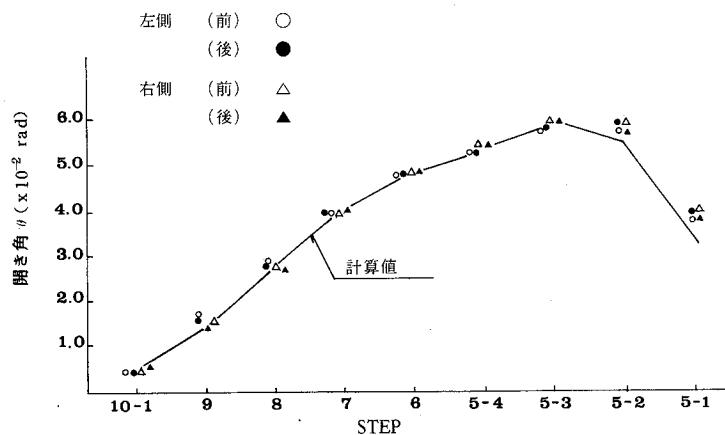


図-8 0 各架設ステップの架設ヒンジの開き角

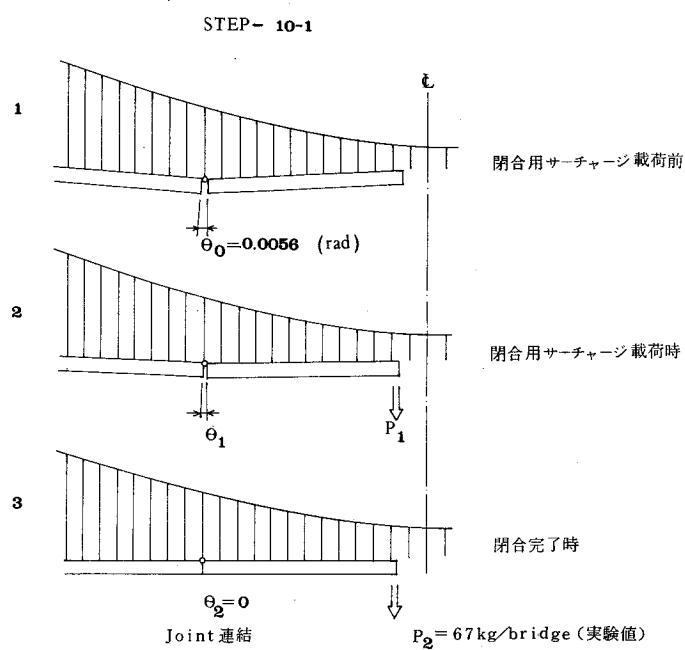


図-8 1 架設ヒンジの閉合要領

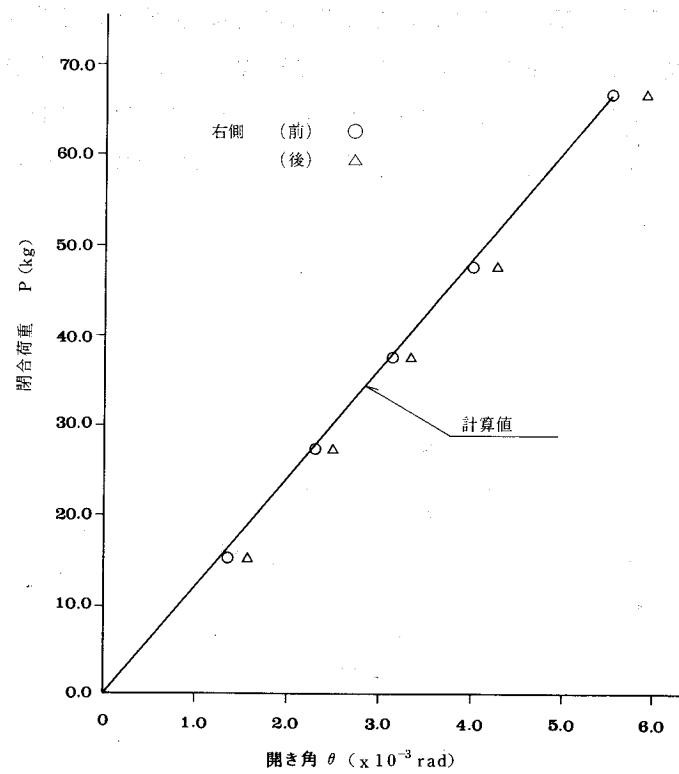


図-8 2 架設ヒンジの閉合荷重

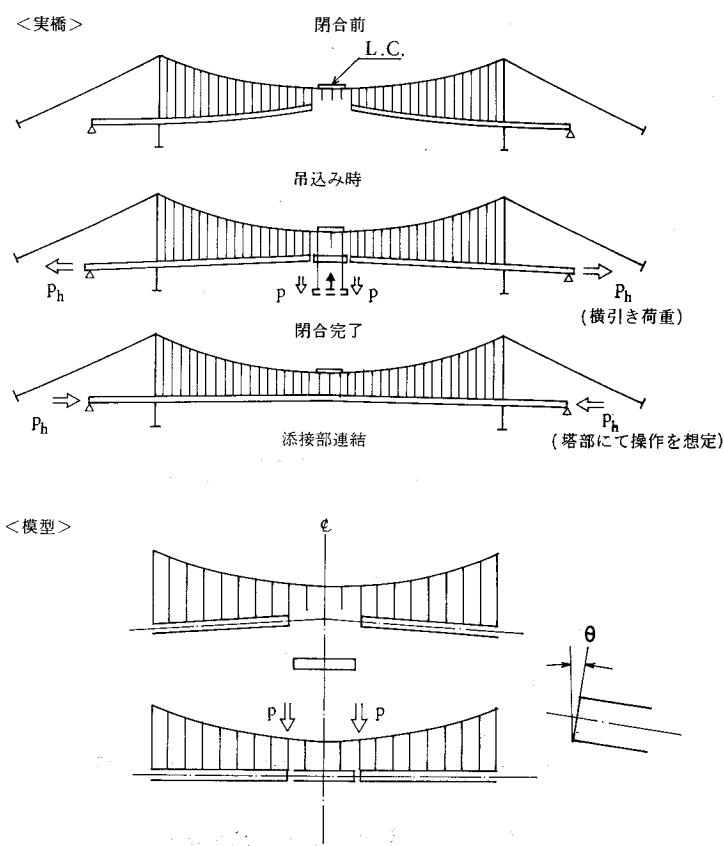


図-8 3 最終ブロックの閉合

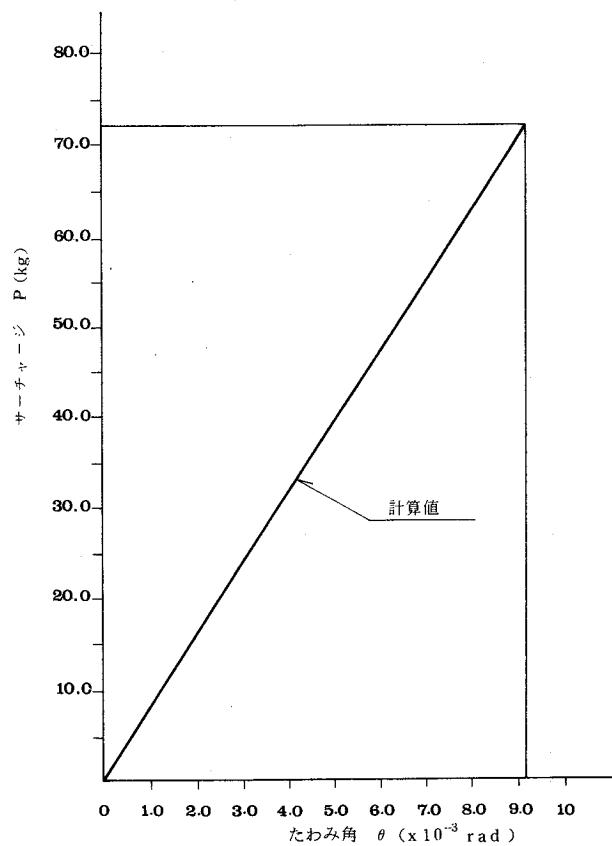


図-84 最終ブロック閉合用サーチャージ

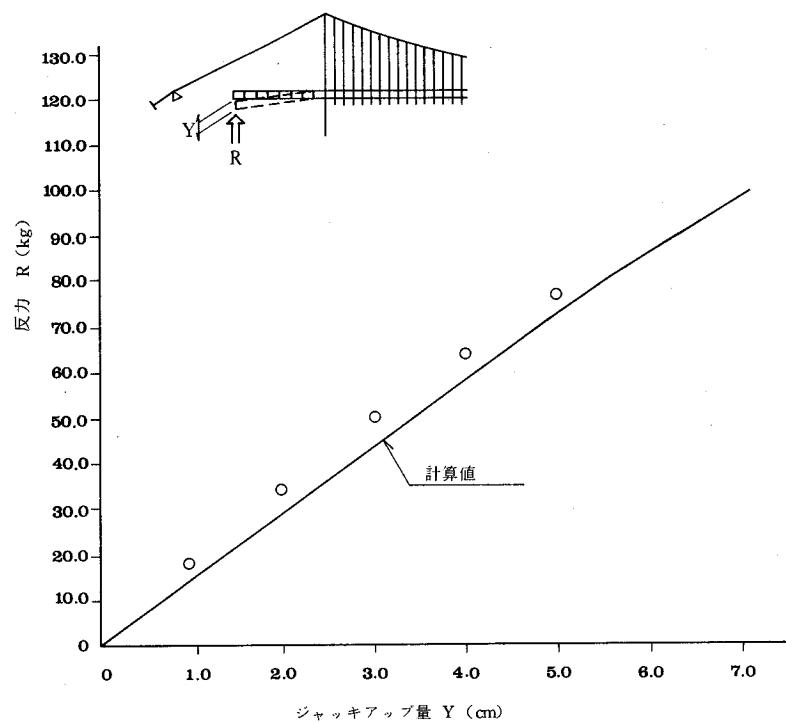


図-85 ジャッキアップ量と反力の関係

4 耐風索の効果に関する実験

架設時、萬一台風に遭遇して横風を受けると、動的にはたとえばフラッターなどを起し易く、前以て構造的にまたは架設工法により限界風速を上げておくなどの対策は当然必要であるが、静的な横風を受けた場合でも、本実験の実橋のようにスパンが1000m級の吊橋では、10m以上の横たわみを生じることが解析からも想像される。しかも架設段階の初期、すなわちスパンの1/8を架設した段階においてすでに最大となり、その後の閉合まで同程度のたわみを生じていることが予想される。したがって架設初期からスパンの1/8前後までの間に、横たわみが急激に増大することになる。このことは横たわみによる補剛桁の回転角が、架設初期において最大となるため、塔部の桁端は1.5m位塔側に回転し、同時に補剛トラス端支点を支持しているタワーリングが、回転によりねじれて損傷を受けるなどの現象が起ることになる。又この回転を防止するため、主塔壁で補剛トラス端部を固定すると、塔壁には破壊的大反力がかかる。この横風による損傷を防止する合理的、経済的な耐風対策は未だ見当らないのが現状である。そのため、本文で提案する耐風索について、その効果を検証することにした。

4-1 実験結果

図-86～88に示すとおり、耐風索を設置した場合の補剛桁変位は、設置しない場合に比して約50%減少しており、前章の簡易計算結果と同程度の効果があることを実証している。

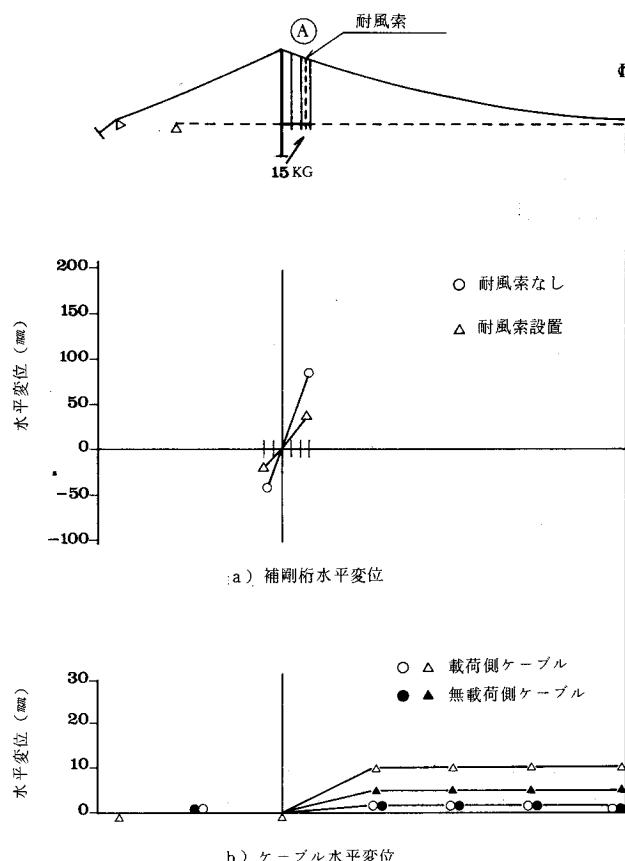


図-86 耐風索の効果 (STEP-2)

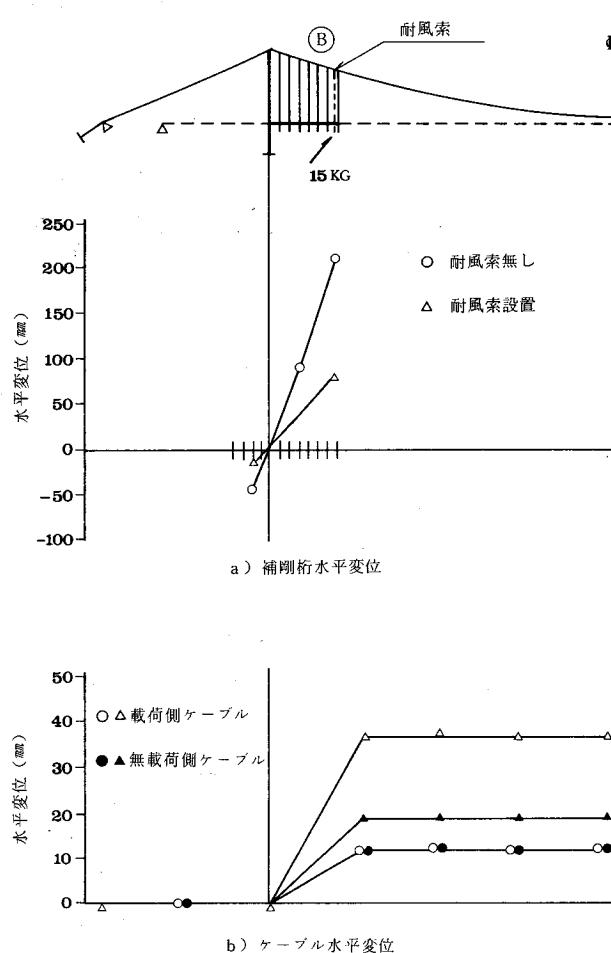


図-87 耐風索の効果 (STEP-3)

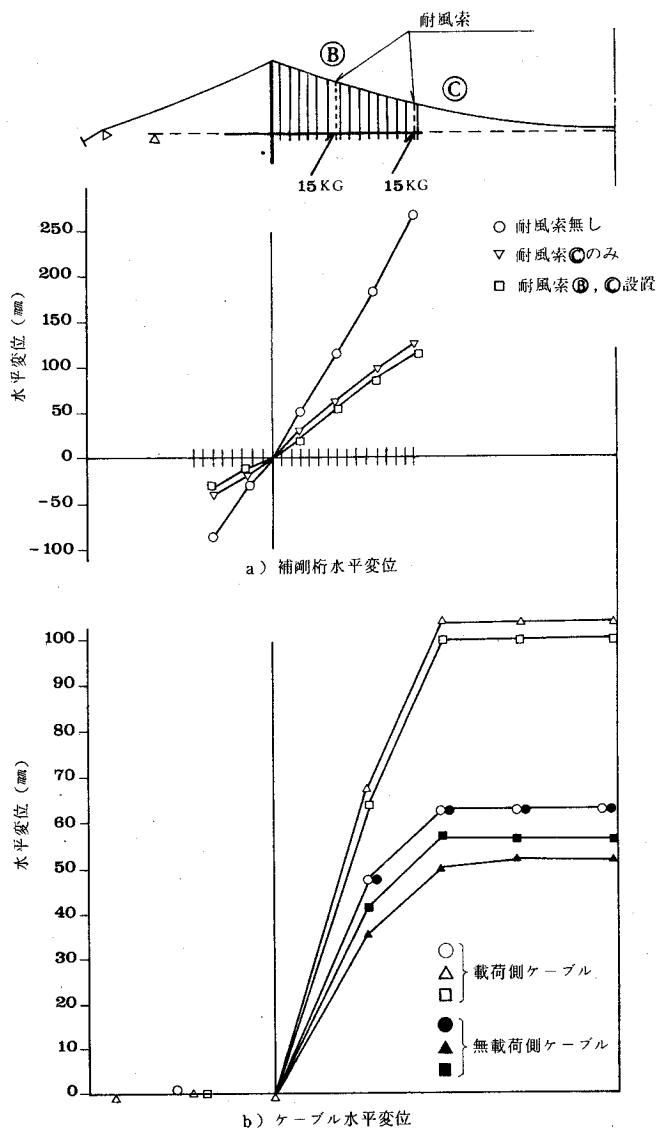


図-88 耐風索の効果 (STEP-5-1)

図からわかるとおり、補剛桁変位が抑制される代りに、ケーブルの変位は逆に増加して、ケーブルの横荷重負担率が増大していることを示している。

また耐風索を2ヶ所設けた場合は、架設先端吊材部に1ヶ所設けた場合に比べ、補剛桁の変位は約5%しか小さくならず、2ヶ所に設けたための効果は顕著ではなかった。したがって架設桁先端に1ヶ所設けるのが最も効果的であることがわかった。

(参考文献)

- 1) 岩城康雄ほか：長大吊橋の三次元模型による架設実験，橋梁，Vol.15，No.7,8,1979.
- 2) Iwaki ,Y., et al. : Statical Model Tests of Suspension Bridge under Construction, Proc. of IABSE , 投稿中.
- 3) 江守一雄, D. J. シューリング共著：模型実験の理論と応用，技報堂 5 , 1973.
- 4) 第2章文献 16) 参照。

第 4 章

吊橋架設系の耐風安定性に関する実験的研究

第4章 吊橋架設系の耐風安定性に関する実験的研究

長大吊橋の上部工架設期間は、主塔、ケーブル、補剛桁とも、それぞれ1年以上を要し、主塔の建設開始から補剛桁の閉合完了までの全工期は、3～6年にも及んでいる。したがって我国のように、台風襲来の確率が高い地域での建設には、いずれかの建設時期に台風あるいは強風に遭遇する確率は高いものとなる。それ故、吊橋の架設中に、各構造要素が風によりどのような挙動を示すか、その性状を十分把握して耐風安定性の高い架設工法を研究しておかねばならない。

過去における風による動力学的事故としては、架設中の主塔が比較的低い風速で大きな振動を起し、架設作業に支障を来たした例¹⁾、完成間もない吊橋の19m/sの風速による有名な落橋事故²⁾などの報告がある。上記の事故の原因は、主塔については渦励振、落橋事故は補剛桁のねじりフラッター振動によるものであることが実験的にも証明されている。しかしながらこれらの現象を理論的に予測することは困難であり、必ず風洞実験による検証が不可欠事項として義務づけられているのが現状である。

本章は、風洞実験によって、主塔架設時の空力弾性的性状を把握し、実験によりえられた空気力から空力減衰率を導出し、これを振動抑制システムの解析に導入して検討し、その結果を総合して新しい制振装置を提案する。又補剛桁の架設時のねじりフラッター現象を、2次元バネ支持模型の実験結果の空気力から、3次元的にモード解析を行い、フラッター限界風速を評価し、鋼床版デッキの配置と架設順序を指定する新しい耐風架設工法を提案する。

1 主塔架設時の耐風安定性

従来より高層な長大吊橋主塔を架設する場合、架設の各段階および主塔の架設完了状態においては、主塔は橋脚基礎上に自立した構造物であるため、吊橋完成時のように、主塔はケーブルにより支持されておらず、したがって固有振動周期も長く、比較的低風速の風により、渦励振あるいはギャロッピングによる振動を起し易い。したがって架設作業および主塔構造強度に支障を来たすおそれがあり、何らかの振動抑止対策を考えねばならない。そのための第1段階として、長大吊橋主塔の風による挙動、すなわち渦励振現象などの空力弾性特性を実験的に考察する。このため、3次元空力弾性全体模型を用いて、自由振動法による風洞実験を実施し、その結果、円柱や矩形柱などの鈍い断面柱にみられるような渦励振現象を確認するだけでなく、高調波振動、振動履歴などの非線形的諸現象も観察する。さらに動的空気力から、この振動が自励的に発振していることを示すとともに、リミットサイクルの振動を示すなどの空力特性を明らかにする。

最後に実験結果よりえられた空気力を利用して、一つの制振方法を提案し、その妥当性について説明を加える。

1-1 風洞実験の概要³⁾

主塔の風による振動は、その前縁から発生する渦^{3,6)} 及び後流に生じる渦と、塔構造物の共振現象であり、渦励振として知られているものである。渦励振は通常、構造断面が円形や矩形あるいはH断面などいわゆる鈍い断面の物体に共通してみられるが、現象が非常に複雑であるため、その定式化は必ずしも十分ではなく、個々について風洞実験に依存しているのが現状である。

これまで種々の基本断面に関する空力安定性や、^{4)~7)} 煙突、^{8),9)} 吊橋主塔^{10)~13)} などの実際構造物の耐風安定性について、多くの実験が行われた。

こゝにとり上げる塔は、これまでの例以上に高層で、フレキシブルな構造物である。本実験には、3次元空力弹性模型を用い、自由振動法による風洞実験を実施して検討した。¹⁴⁾これにより従来の研究で知られている渦励振現象¹⁴⁾を確認するとともに、自励的な特徴や非線形振動特性を含め、本構造物に特有と思われる耐風安定性を詳細に調べた。風洞実験は、吊橋主塔が完成自立状態の場合、および架設途中の代表的な段階の場合について、それぞれの振動の風速、風向特性を定常状態だけでなく、過渡状態も含めて調べることを目的として行った。同時に、塔に架設機械を装着した場合の影響、塔に外的減衰を付加したときの変化、後流渦の特性および動的空気力について調べた。

本研究の対象とした塔は、高さ 180m のトラス横綫構造型式であり、実験には縮尺 1/100 の3次元空力弹性全体模型を用いた。模型は、完成系と架設系の2種類、さらにこれとは別に、着脱可能な架設機械の模型を製作した。図-89 に完成系、架設系模型の形状寸法と部材断面を示す。

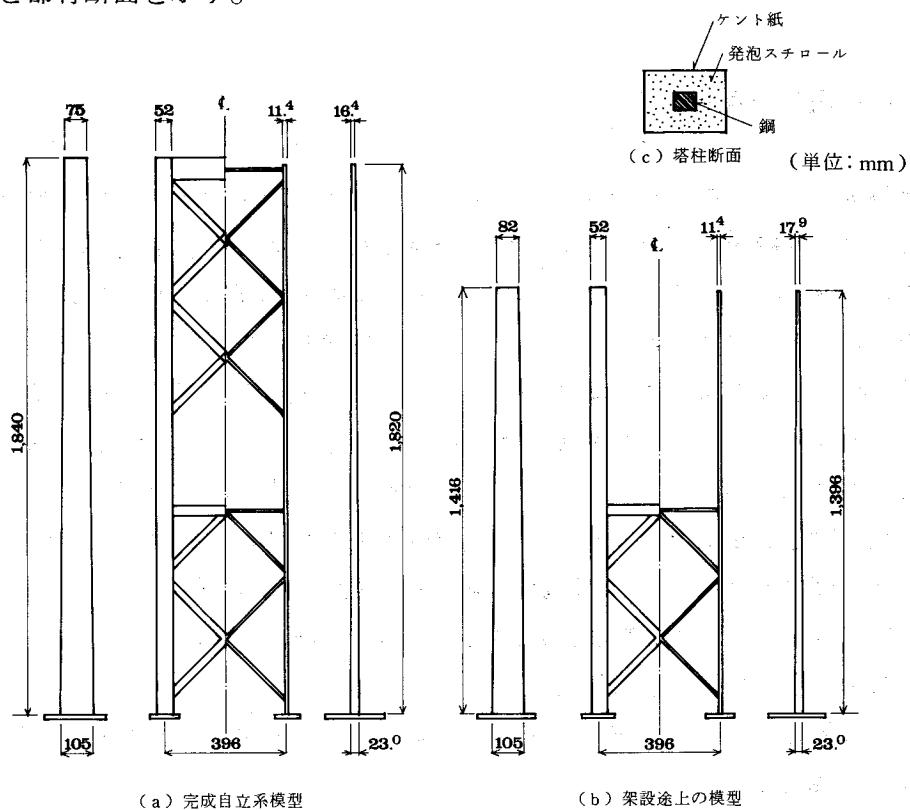


図-89 塔模型の形状

模型の実橋に対する相似は、幾何学的形状相似とともに、次の力学的相似を満たす必要がある。^{8), 9)}

$$\left. \begin{array}{ll} a) \text{ 質量パラメータ} & 2M/\rho D^2 \\ b) \text{ 風速パラメータ} & V/ND \\ c) \text{ 減衰パラメータ} & \delta_s \\ d) \text{ レイノルズ数} & VD/\nu \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (1)$$

たゞし、

M : 構造物の振動モードを考慮した単位長当たりの質量 ($= \int m f(\xi)^2 d\xi / \int f(\xi)^2 d\xi$)

D : 構造物の代表長さ。こゝでは塔頂部の橋軸に平行な辺長とする。

V : 風速

N : 構造物の振動数

δ_s : 構造物の対数減衰率

ρ : 空気密度, ν : 空気の動粘性係数

ここで、実際の構造物の δ_s は未知であるが、本四橋耐風設計基準¹⁵⁾によれば、 $\delta_s = 0.01$ となっており、非常に小さいため通常の風洞実験模型では基準を満足できず 0.05~0.1 の範囲が多いが、本実験模型は種々の工夫考案の結果、これを 0.03 程度に改良したため、今までに計測できなかった応答を観測することができた。またレイノルズ数 Re は、実物構造物では $10^7 \sim 10^8$ のオーダーとなり、風洞実験で一致させることは困難である。しかし塔が角柱部材から構成されているため、その影響は小さいと考え無視した。

表-12に模型の相似率より計算した構造特性値と実測値を示し、よく相似されていることがわかる。また想定した原型構造特性の計算値を表-13に、このうち代表的な完成系固有振動モードを図-90に示す。

実験は、表-14に示す14ケースを設定し、広範囲な風速領域について詳細なデータを得た。又、模型の定常振動だけでなく、過渡状態をも調べるために、各設定風速に対して次の三つの状態を自由振動法によって調べた。

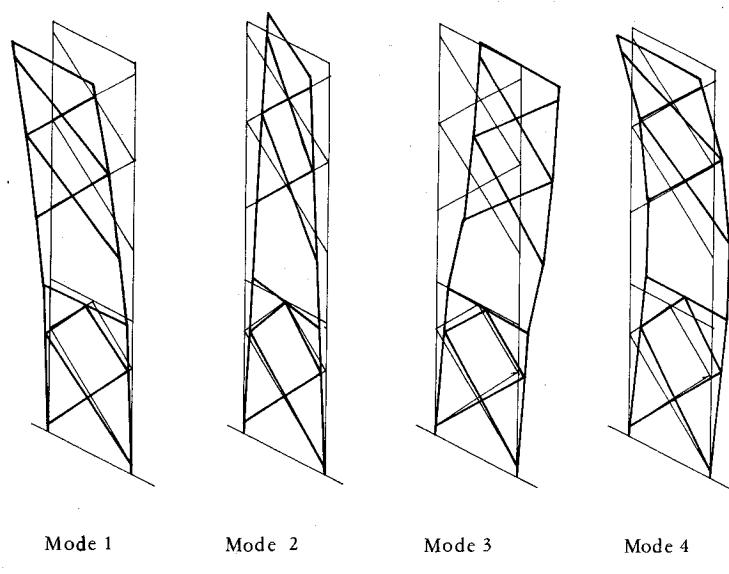


図-90 固有振動モードの例

表-12 模型の特性値

特性値	模型	完成系				架設系			
		測定値	計算値	測定値	計算値	測定値	計算値	測定値	計算値
重量 W	(kg)	8.7	8.689	10.1	10.102	6.3	6.105	7.7	7.518
曲げ剛性 EI	(kg·cm ²)	3.88×10^6	4.10×10^6	—	4.10×10^6	4.26×10^6	4.34×10^6	—	4.34×10^6
振り剛性 GJ	(kg·cm ²)	1.12×10^6	1.37×10^6	—	1.47×10^6	0.328×10^6	0.320×10^6	—	1.42×10^6
曲げ1次N	(Hz)	4.61	4.68	3.76	3.86	9.65	9.69	6.77	6.71
質量 M	(kg/m)	0.0290	—	0.0317	—	0.0228	—	0.0259	—
振り1次N _θ	(Hz)	5.24	—	7.84	—	3.76	—	7.56	—
曲げ2次N _{B2}	(Hz)	13.8	13.9	10.2	11.2	11.6	11.0	11.4	14.5
δ _{Sθ}		0.0689	—	0.0657	—	0.0916	—	0.103	—
δ _{SB2}		26.5	26.7	24.8	23.6	—	—	—	—
		0.0258	—	0.0331	—	—	—	—	—

即ち、

- a) 定常振動
- b) 模型静止状態から振動が成長する発散過程
- c) 定常振幅以上の変位を与えて、定常振幅へ減衰する減衰過程

表-13 実塔の特性値（計算値）

特性値	実塔		完成系		架設系	
	—	エレクター付き	—	エレクター付き	—	—
重量 W (t)	9.242	10.819	—	—	—	—
曲げ剛性 EI ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	9.99×10^8	9.99×10^8	10.4×10^8	10.4×10^8	—	—
捩り剛性 GJ ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	2.98×10^8	3.0×10^8	0.811×10^8	1.41×10^8	—	—
曲げ1次 N (Hz)	0.224	0.174	0.464	0.303	—	—
捩り1次 N_θ (Hz)	0.625	0.465	0.543	0.453	—	—
曲げ2次 N_{B2} (Hz)	1.33	1.25	—	—	—	—

表-14 模型の設定状態

状態	模型		完成系		架設系	
	$\beta = 0^\circ$	$\beta = 90^\circ$	Model A-1	Model B-1	Model A-2	Model B-2
エレクター付	$\beta = 0^\circ$	$\beta = 90^\circ$	A-4	A-3	A-5	A-6
	10°		A-4	A-3	A-5	A-6
ダンパー付	$\delta_s = 0.07$	$\delta_s = 0.15$	A-7	A-8	—	—

1-2 実験結果

(1) 模型の応答

各風速に対する模型の振動応答を、図-91～95に示す。図の横軸は風洞風速 V および無次元風速 V_r を、縦軸は模型片振幅 y および無次元片振幅 η 、ならびにねじれ角 θ を示している。なお無次元表示は次式にもとづいている。

$$\left. \begin{array}{l} V_r = V/ND \\ \eta = y/D \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (2)$$

したがって、実塔の風速、振幅は、その N 、 D を用いて換算すればよい。

(a) 完成自立系基本模型の応答

図-91に示したケースA-1の主な振動応答は、模型が $V_r = 9.8 \sim 12.5$ (実橋換算で $V_p = 16.5 \sim 21.0 \text{ m/s}$) の範囲で曲げ1次振動し、 $V_r = 11.3$ ($V_p = 19.0 \text{ m/s}$) で最大振幅 $\eta = 0.24$ ($y_p = 1.8 \text{ m}$) 以上になった。更に $V_r = 32$ ($V_p = 53.8 \text{ m/s}$) 近くからねじり1次振動が発生し、風速の上昇とともに振幅が増大して $\theta = 5.4^\circ$ 以上になった。

このほか、次のような非線形振動現象が現われ注目された。

- 1) 共振風速の約 $1/2$ の風速 ($V_p = 9.5 \text{ m/s}$) で曲げおよびねじりの渦励振に対する高調波的振動
- 2) 振幅最大点が線形応答の共振風速より高い風速側にずれる、漸硬バネ的非線形性○
- 3) 振動履歴、跳躍現象 (①, ②, ③)

(b) 風向特性

風向が 10° 傾いた場合を図-92に示した。ストローク数の増加により、発振風速が低下するが、曲げ応答はほとんど変らない。一方ねじり振動は大きく減少している。

風向が 90° になると、図-95に示した架設系モデルBを除いて、もはや振動発生はなく、静的たわみが見られるだけであった。静的たわみについては省略する。

(c) 架設機械の影響

塔頂部に形状、重量の大きい構造物が付加された場合は、図-93からわかるように、振幅が半減している。これは塔頂部形状変化の影響もあるが、質量パラメータ $2M/\rho D^2$ の増大によるものと思われる。特にねじりの減少は著しい。架設系の図-95においても同様である。

(d) 外部減衰付加による変化

完成系に外部減衰を付加し、構造系の減衰率を変えた場合の応答を図-94に示す。減衰率の低下とともに、発振風速は同じであるが、応答曲線が大きく高風速側に伸び、非線形

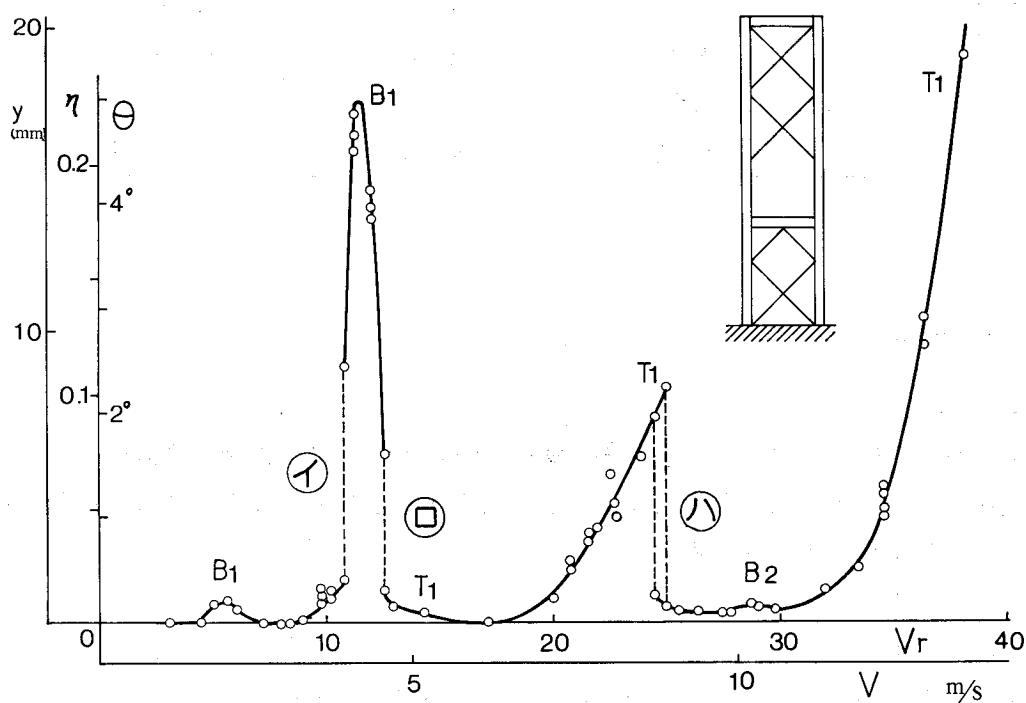


図-91 空力応答 (V-A) 曲線 (Model A-1)

振動現象が現われている。又、この図から耐風抑止策としての付加減衰量の概略推定ができるることを示している。

(e) 架設系の応答

塔頂水平材および上部横綫材のない架設途中のモデルBの応答を図-95に示した。図から曲げ1次振動は著しく大きい振幅となっている。これは質量減衰パラメータ $2M/\rho D^2 \cdot \delta_s$ が小さいこと、部材間の干渉が減少したことによるものと考えられる。曲げ共振風速の1/2風速での高調波的振動や跳躍現象は、この場合も認められる。一方、二つの塔柱が逆位相のねじり振動は、減衰率が大きいこともあり小さい。また風向 90° の場合は、構造系の面内振動が発生し、こゝでも明確に漸硬バネ的非線形性が認められ、矩形断面柱の空力特性に対応している。

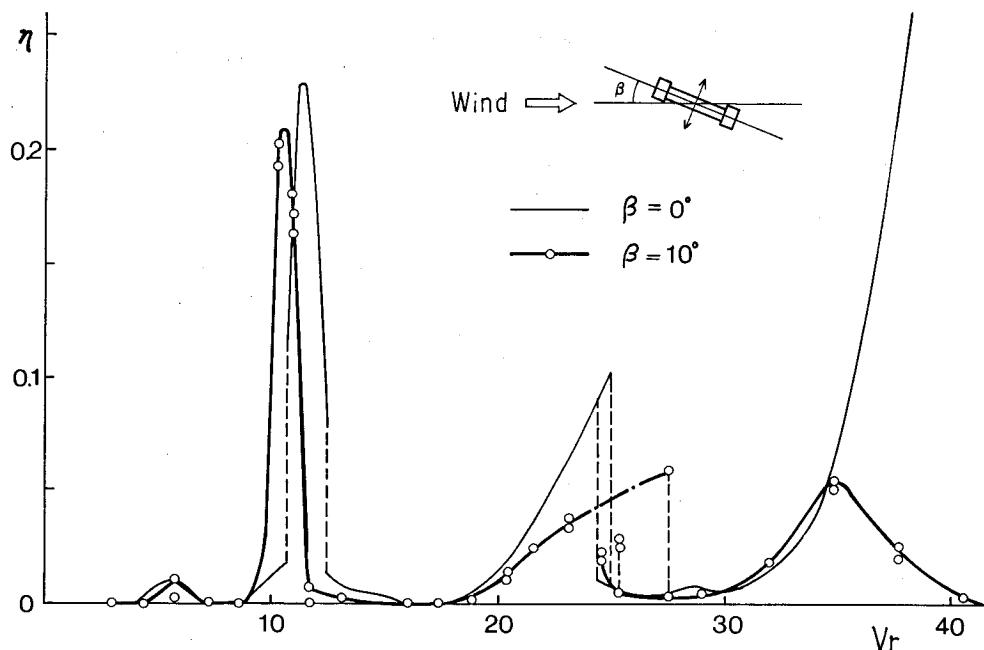


図-92 空力応答 (V-A) 曲線 (Model A-2, $\beta = 10^\circ$)

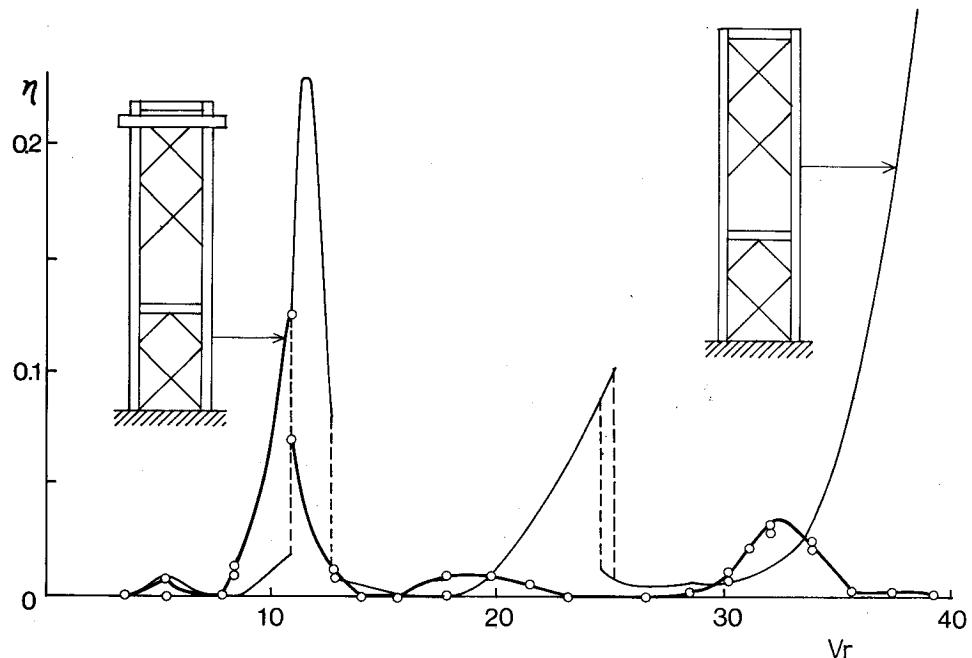


図-93 空力応答 (A-V) 曲線 (Model A-4 エレクター付)

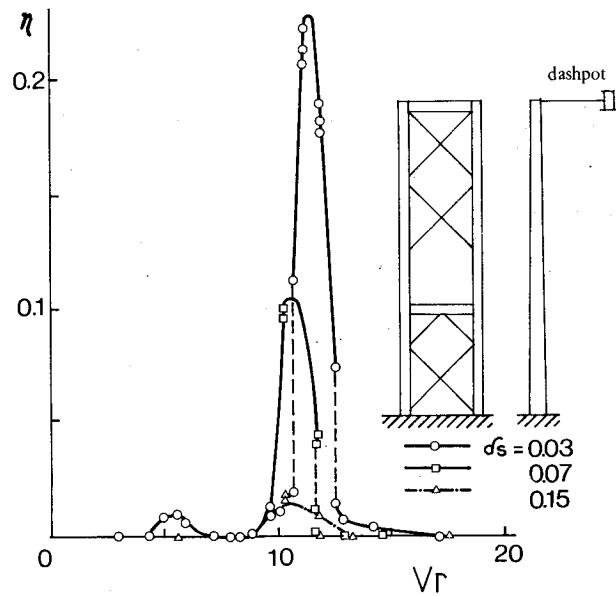


図-9 4 空力応答 (V-A) 曲線 (Model A-7, 8 ダンパー付)

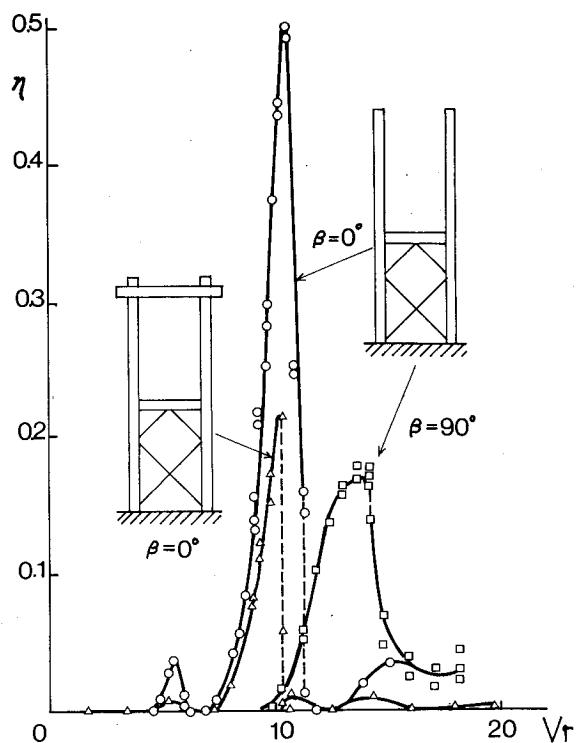


図-9 5 空力応答 (V-A) 曲線 (Model B-1, 3, 4 架設途中)

(2) 空 气 力

基本断面柱において、振動に起因する空気力は、断面形状ばかりでなく振幅にも大きく依存し、非線形振動現象を呈することが知られている。そこで本構造物についても、空気力を次のようなモデルで求め、その特性を明らかにした。いま 1 自由度のバネ質点系を構成する 2 次元物体が、流れに垂直方向に $y(t) = y_0 \cdot e^{i2\pi n t}$ で表わされる定常運動をしているときの空気力を、振動の速度と変位に同相な二つの成分に分け、無次元化して複素表示すると、次式で示される。

$$\frac{F(t)}{\rho V^2 D} = - (k a + i 2 \pi C a) \frac{\eta}{V r^2} \quad \dots \dots \dots (3)$$

こゝに、

$$k_a = \frac{2M}{\rho D^2} 2\pi^2 \left(1 - \frac{N_0^2}{N^2}\right) \dots \dots \dots (4)$$

$$C_a = \frac{2M}{\rho D^2} \cdot \delta_a \quad \dots \dots \dots (5)$$

で表わされ， k_a, C_a すなわち， N, δ は形状， $V_r, \eta, \dot{\eta}$ の関数である。こゝで N_0 ， N はそれぞれ静止空気中および気流中での模型の振動数， δ_s, δ はそれぞれの対数減衰率である。 δ_a は空力減衰率と称し，各風速における自由振動波形より，振動の一サイクル中では振幅を一定とし，その振幅に応じた空気力が働いているとして δ を求め，(6)式から求められる。自由振動法により， N, δ を計測し，(4)，(5)式を用いて k_a, C_a を求めると，(3)式から空気力が決まる。

模型の質量パラメータ $2M/\rho D^2$ が大きい場合、模型の振動数 N は、 N_0 とほとんど変わらず、振動変位同相成分 k_a の空気力への寄与は近似的に無視できる。従って空気力を振動速度に同相な成分である空力減衰パラメータ C_a で表わす。こゝでは、2次元での δ を高さ方向に積分したものとなっている3次元模型塔頂部での振幅の発散、減衰率 δ について考える。以下 C_a あるいは δ_a と V_r , η との関係を示す。

(a) $V - \delta$ 曲線

完成系モデルの応答波形より、 $\eta = 0.05, 0.1, 0.15$ で Ca を曲げ 1 次共振風速を含む範囲で、図-96 に示した。 Ca は V_r に対し、 V_r が 10.7 付近で正から負に転じ、11.3 で負の最大値を経て、12.0 で再び正に戻る関係にあり、渦励振であることを特徴づけ、負の減衰率が塔を発振させている。なお曲げ 1 次共振風速の $1/2$ の、 $V_r = 5.8$ 附近でも若干負の減衰を呈している。

図-97に、架設系モデルの $\kappa = 0.1$ の場合を示しているが、前と同様の現象を呈し、たゞ発振風速がずれているだけである。

(b) $\eta - \delta$ 曲線

模型が大振幅振動を起す共振風速での振幅 η と δa の関係を図-98, 99 に示す。いずれも δa は負であり、振幅に依存している。すなわち共振点においては、空気力 C_a は負の減衰力となって振動を成長させ、振幅とともに $|\delta a|$ が減少し、これが構造減衰に等しいとき、 $\delta = 0$ 、すなわち $-\delta a = \delta_s$ となってリミットサイクルに至る自励的な振動系を構成している。

図から明らかなように、共振域での $\delta_a - \eta$ の関係は、測定した範囲内で双曲線近似ができる。このような関係で示せるのは、共振域のごく限られた風速のみであって、風速がずれると近似曲線から離れ、 $|\delta_a|$ は小さくなる。

図-98によれば、外部減衰付加のケースが同時に示されており、 δ_s が異なっても δ_a はほど一致することから、同じ振幅では作用する空気力も同じであることがわかる。従って、任意の δ_s に対するリミットサイクルでの振幅をこの曲線から推定することができ、逆に所定の振幅に抑制するために必要な δ_s を推定することができる。したがって、この関係を用いて耐風制振対策のための設計を行うことが可能となる。図-99は架設機械を搭載した場合を比較しており、異なる質量パラメータの場合でも、 C_a で表わすと空気力が一致することを示している。

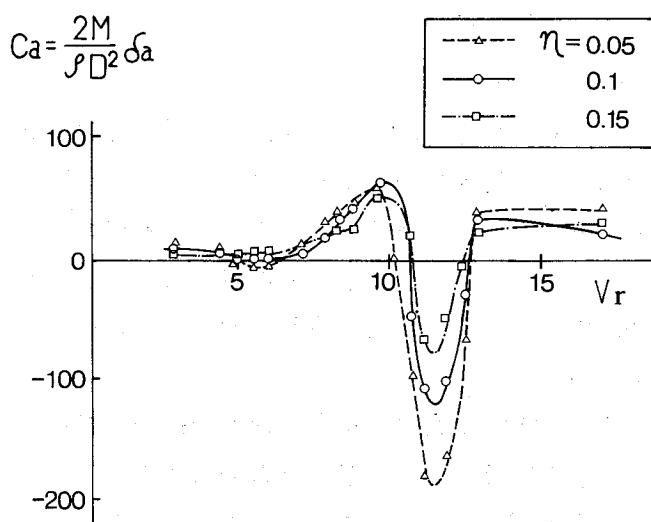


図-96 完成系 $\alpha = 0^\circ$ の $(V_r - C_a)$ 曲線

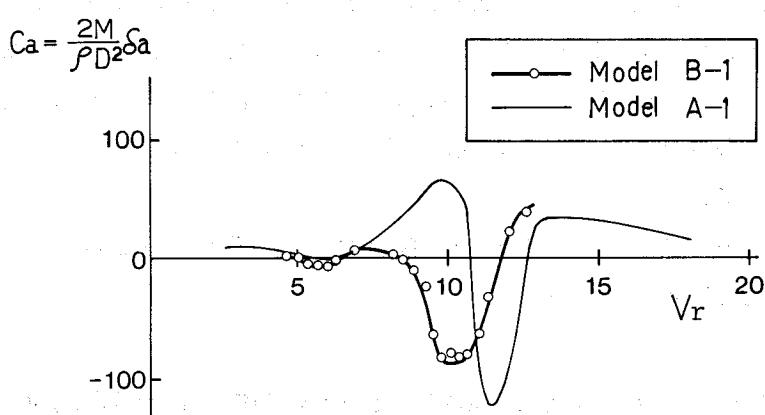


図-97 架設系の $(V_r - C_a)$ 曲線

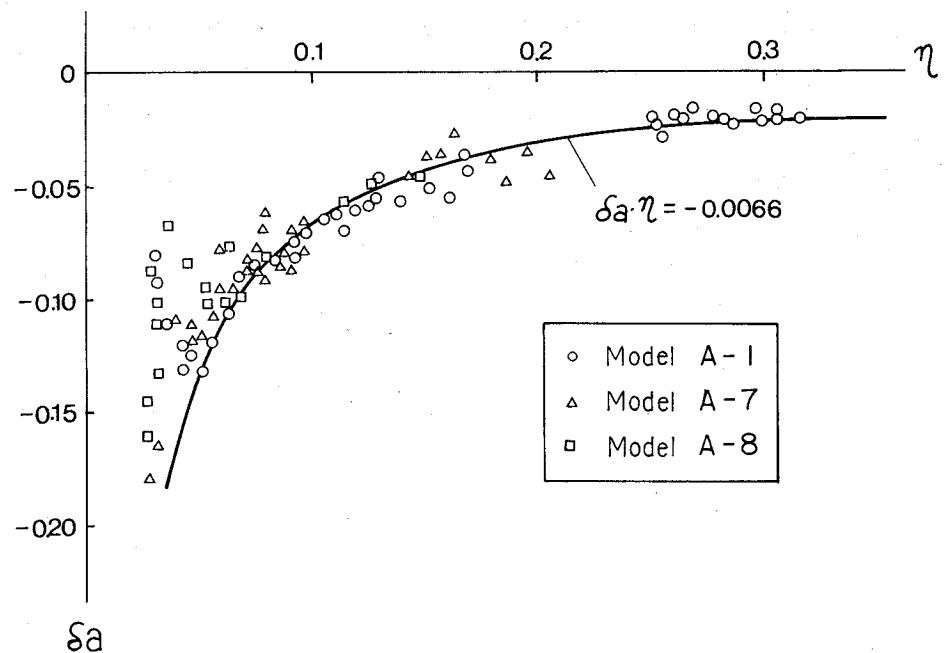


図-98 $\eta - \delta_a$ 曲線

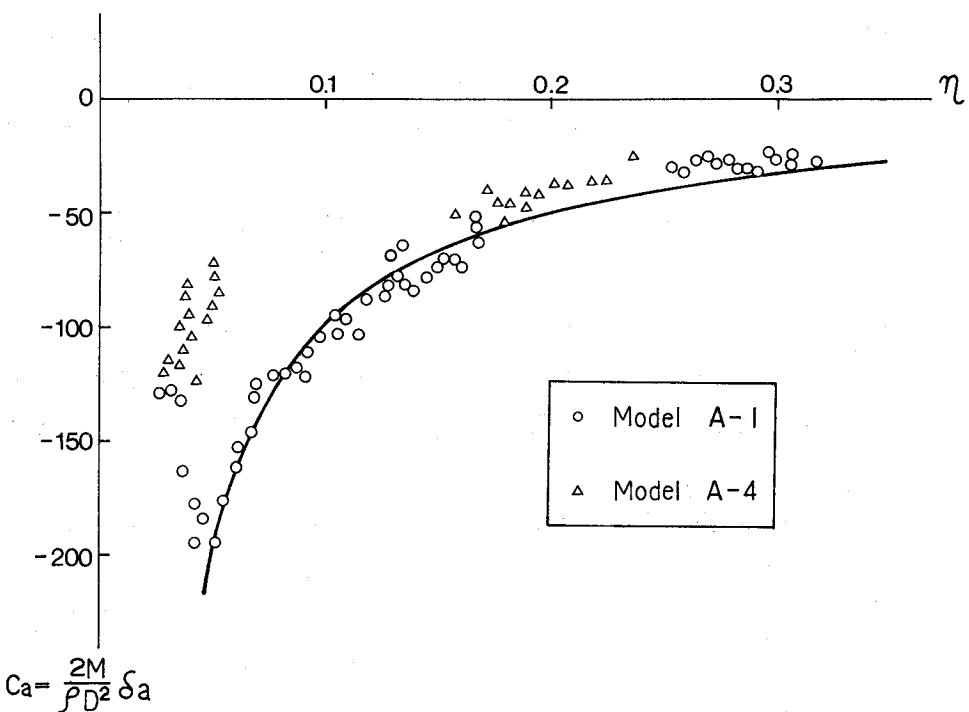


図-99 $C_a - \eta$ 曲線

1-3 実験のまとめ

長大吊橋主塔の風洞実験を実施し、従来から指摘されてきた渦励振を考察するなかで、塔に特有と思われる空力特性を把握することができた。これらをまとめると次のとおりである。

1) 橋軸と直角方向あるいはその近辺の風向の風による渦励振現象が確認され、自立状態にある限り、架設系のどの状態でも振動発生の可能性があり、主塔架設時には制振対策が必要である。

2) 従来ほとんど注視されなかったねじり振動が確認され、振幅も大きく、発生風速も十分高くないので注意が必要である。

3) 同時に、さらに低風速で振動が確認され、振幅は大きくなないが、架設作業上支障ないか検討しておく必要がある。この風速は共振風速の $1/2$ である。

4) その他高調波的振動のほかに、跳躍現象、履歴現象および漸硬バネ的非線形振動などが認められた。したがって、線形な強制振動的見方では、振動発生が予測されない場合があることを示した。

5) 空気力を空力減衰率で表わし、風速と空力減衰率の関係で示し、共振域で空気力の負減衰により、振動が発生することを示した。

6) 任意の構造減衰に対し、塔の振動振幅を推定し、また必要な付加減衰量を求めることを示した。すなわちこれにより耐風制振法の設計が可能となることを示した。

1-4 制振方法の提案^{26), 35)}

主塔の風洞実験結果からも制振対策が必要であることがわかったが、自立状態の塔に生じる風による振動の振幅を、安全適正な値以下に抑止するための制振対策として、一般に考えられている方法は、振動発生の主体が先の実験で確認された渦励振によるものであることから、

1) 塔の剛性を上げ固有振動数を高めて、その地域で経験される値以上に共振風速を上げる。

2) 塔の質量や減衰性を増大させて、振動振幅の低下をはかる。

3) 塔の全体形状、あるいは断面形を空力励振を起し難い形状に改善する。

4) 塔に生じる剥離渦および後流渦を消滅させるため、抑流板および整流板などを付加して空気の流れを変える。

などが考えられるが、経済性を無視すれば 1) は問題外として 3), 4) は未だ問題点が多く実用性に欠けるため今後の研究課題である。

現在最も多く用いられている制振方法は 2) に挙げた外部減衰を付加する方法であり、なかでも塔頂から斜めに張ったケーブルとその端部に取付けた減衰器とから成る、いわゆるケーブルダンパーシステムなる制振装置が研究され広く実施してきた。^{8), 11), 16), 17), 22)~25)}

この種の装置としては、

1) 端部を単に固定して、ケーブル自身の減衰を期待したスティケーブル方式（トラワイヤー方式）。

2) 端部のブロックを傾斜台上で滑動させたクーロン摩擦利用によるスライディング方式

3) 水の抵抗を利用した水中ブロック方式

などがある。

以上の方はそれぞれ実施されたが、制振効果については十分な結果がえられていないようである。その原因は主塔の励振と減衰機構の作動条件がかなり微妙であるためで、一

定の条件下に設計された機能をもつ減衰器が必要であることがわかった。

また従来行われてきた解析の多くは、比較的簡単な力学モデルにもとづいた初步的方法である。

本文に提案する制振方法もケーブルダンパーシステムの手段をとり入れたものであるが、開発の過程として、まず塔とケーブルと減衰機構の振動応答を忠実に解析した。又従来よりもさらに高層な主塔が海中にあるため、制振用ケーブルおよび系の規模が大きくなつて、ケーブルの自重による影響や、初期張力の影響、さらに大変形にもとづく幾何学的非線形性の影響や、張力の時間変動による影響など、無視するにはあまりにも重要な問題を含むようになり、従つて系が大規模であるために生じ得る動的特性を解析し、いかなる状態のもとで問題となり、どのような場合に単純なモデル化が妥当なものになるのかを検討した。^{26), 27), 35)}

解析方法は、塔と制振装置から成る振動系を、多自由度バネ質点系のモデルに置換し、これに対する非線形項を含む運動方程式を導いた。さらに実用的見地から、線形化やより単純なモデル化を行い動特性の把握を容易にした。

以上の振動解析に用いられた空気力は当然前述の風洞実験より求められたものである。先の実験のうち、ケースA-1に対応した強制振動モデルについて計算すると、模型の対数構造減衰率が $\delta_s = 0.029$ のとき、共振風速で実塔換算塔頂振幅 180 cm であったことから、起振力 $f_0 = 8.8 \text{ t}$ がえられ、ブロック式簡易モデルについてブロック重量W減衰器 C_1 を変えて、塔頂振幅を計算すると、図-100 のようになり実験結果とよく一致している。図から制振諸元に無関係に、ほど反比例関係にあることが示されている。したがつて、塔に作用する起振空気力の大きさは一定であると考えて差支えない。このことは外部減衰付加を重ねた $\eta - \delta$ 曲線が一致する実験結果と符号している。

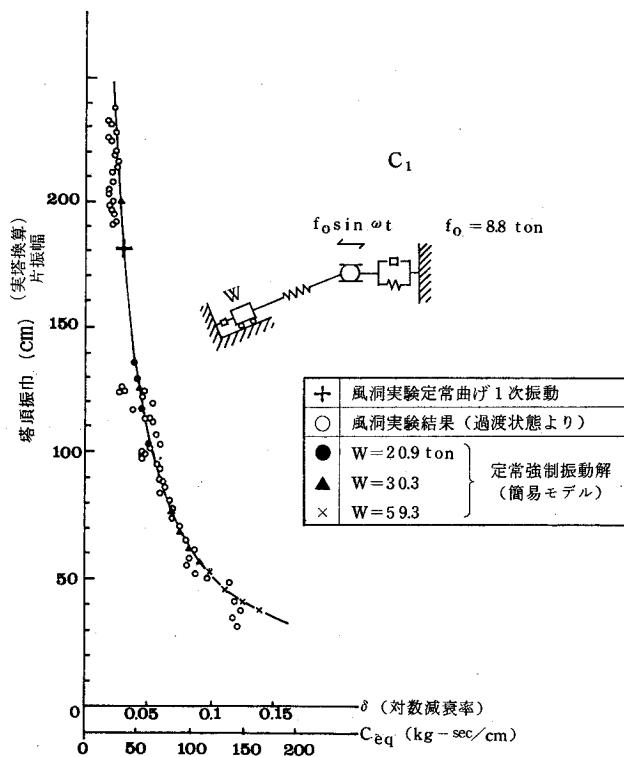
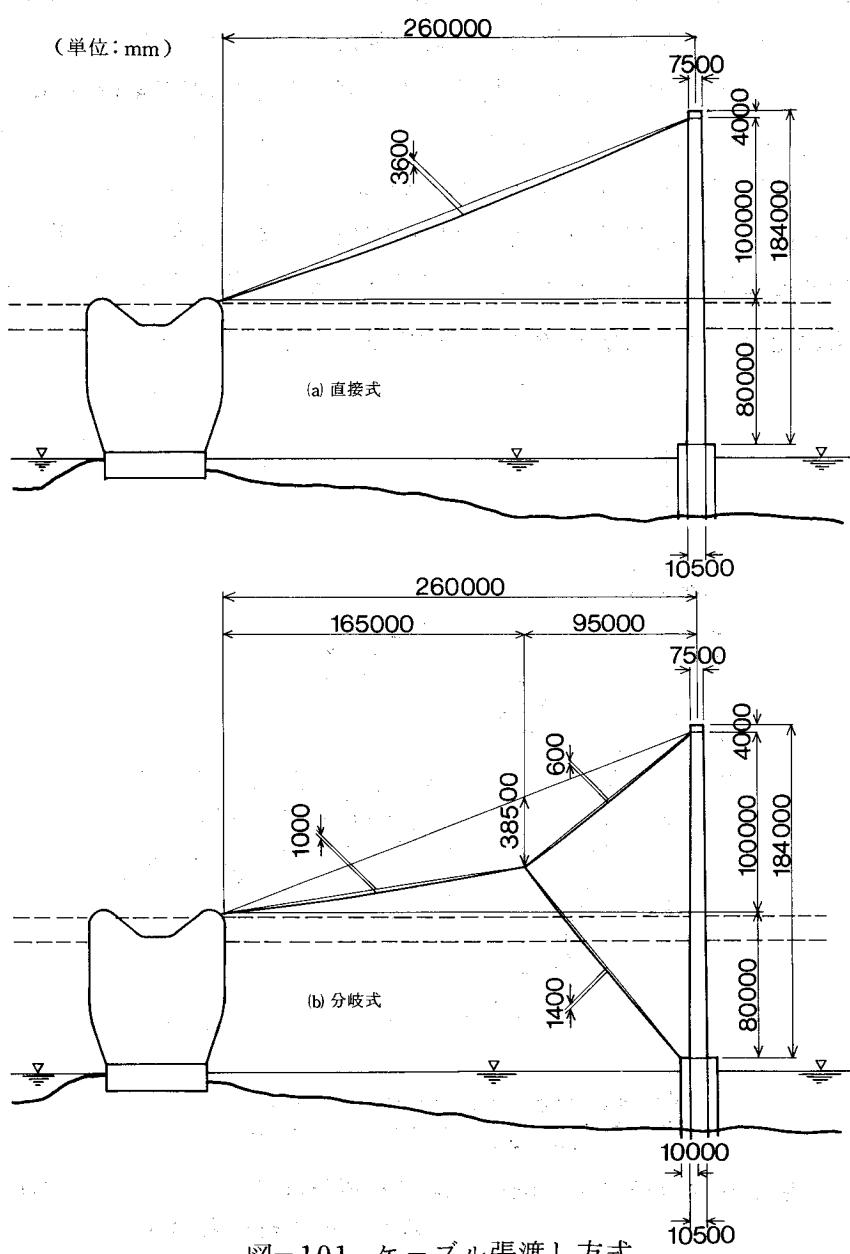


図-100 塔頂振巾～対数減衰率の関係（風洞模型実験結果と、一定起振力定常強制振動簡易モデル解析解との比較）

上述の解析手段により制振方法を検討した。たとえば図-101は海中基礎をもつ塔のケーブルダンパー方式を示しているが、図-101(a)は主塔の規模も大きく、海上航路を閉鎖できないため、アンカー基礎まで張渡さなければならない。そのため制振用ケーブル長が長く大がかりとなり、その作動性についても検討の必要がある。そこで図-101(b)に示すように、張渡しケーブルの途中から分岐させその端部に減衰器を設けた分岐方式が考えられる。図-102に(a)の直接方式と(b)の分岐方式を比較した。図に示すように、分岐方式はブロック重量が半減するとともに、減衰器 C_1 も小容量で同一効果を有することがわかる。しかし分岐方式の C_1 は比較的鋭いピークをもつため、減衰器の諸元設定誤差が制振効果に大きく影響するものと考えられる。又直接方式の簡易モデル解析と多自由度線形解析の結果を併記したが、 C_1 のピークに 20 % もの差異がみられた。同様の計算を上記の対象より規模の小さい系について行ってみたが、このように大きな差はなかった。したがって上記の例のような大規模の振動解析には、その応答に十分忠実な解法を選択する必要がある。



ケーブルと減衰器で構成されるダンパーの動特性から、長大高層な塔にはブロック方式がすぐれていることが明らかであるが、従来のブロックと傾斜台との摩擦による方法は、一定の摩擦係数設定、維持に信頼性が期待できず、滑動開始時の作動性にも問題があると考えられる。そこで、これまでの検討結果を総合して、図-103に示すような制振装置を開発した。これは、ブロックを傾斜台で振動させるが、摩擦を極力除去するため、車輪を介し、また減衰係数の明確なオイルダンパーを、それに直列させたものである。検討の結果、傾斜台の摩擦による減衰係数をオイルダンパーのそれの10%以下に抑えられることができ、これによって、作動の安定化がはかられ、適正なブロック重量とオイルダンパー容量により、確実な振動抑止効果が期待される。

前述の風洞実験の対象とする主塔に、図-101(b)に示す分岐方式を採用し、図-103の制振装置を設置した場合の設計例として表-15の諸元をえた。表に示すとおり、ブロック重量は16t、ダンパーの減衰係数は20 kg s/cm (図-102参照)を使用して、励振時の最大塔頂振幅4.6m (構造対数減衰率 $\delta_s = 0.01$)は0.28m、56 galに制振された。

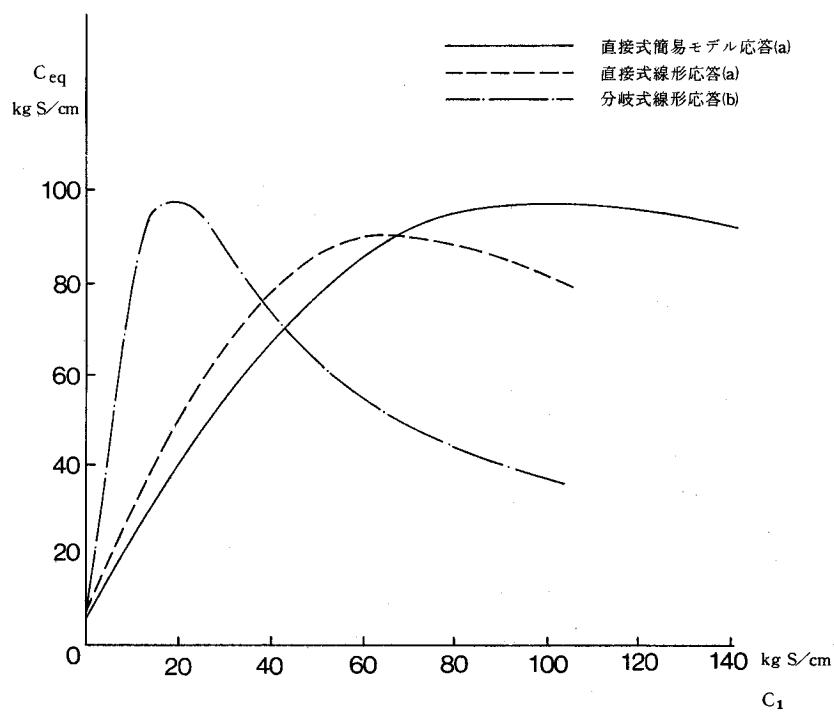


図-102 直接式と分岐式の関係 (等価減衰係数 C_{eq})

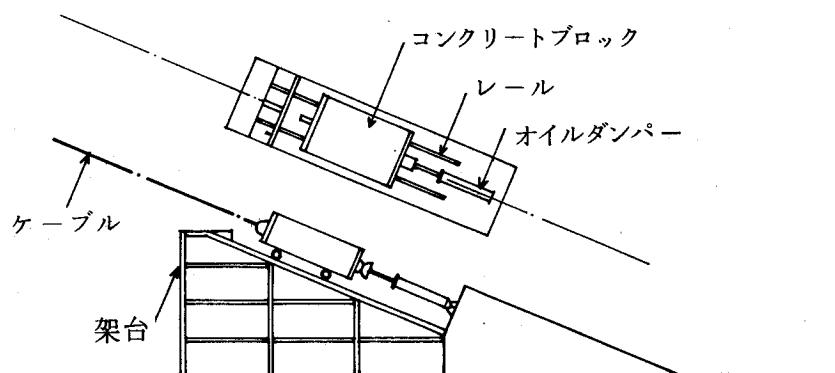


図-103 制振装置

表-15 ダンパー設計例

振動次数	1次	2次	3次	4次
固有振動数 (Hz)	0.224	0.623	0.779	1.31
固有モード	橋軸方向 曲げ1次	振り1次	直角方向 曲げ1次	橋軸方向 曲げ2次
共振風速 (m/sec)	19	52	—	110

制振装置	無	有
ブロッカ重量	—	16t
ブロッカ振巾	—	60cm
減衰係数	—	20kg·s/cm
ダンパーストローク	—	120cm
塔頂最大振巾	4.6m	28cm
振動数	0.224Hz	0.224Hz
塔頂最大加速度	913gal	56gal

2 ト拉斯補剛吊橋の架設時耐風安定性

本研究は、図-104に示すようなト拉斯で補剛された中央径間876mの3径間吊橋を対象とし、架設時における耐風安定性能を向上させるための架設工法を立案し、その耐風性を調べるため、2次元バネ支持剛体模型による風洞実験結果を利用し、3次元動的モード解析を行い、吊橋全体系の動的挙動を評価し、検討するものである。すなわち図-104の道路部鋼床版デッキを全面載荷して架設する場合、フランジャー限界風速が低下するため、部分載荷して架設を進めなければならないが、工期を早めるために、どの段階で全面敷設できるかを明らかにする必要があり、これを閉合間近い架設ステップについて検討する。

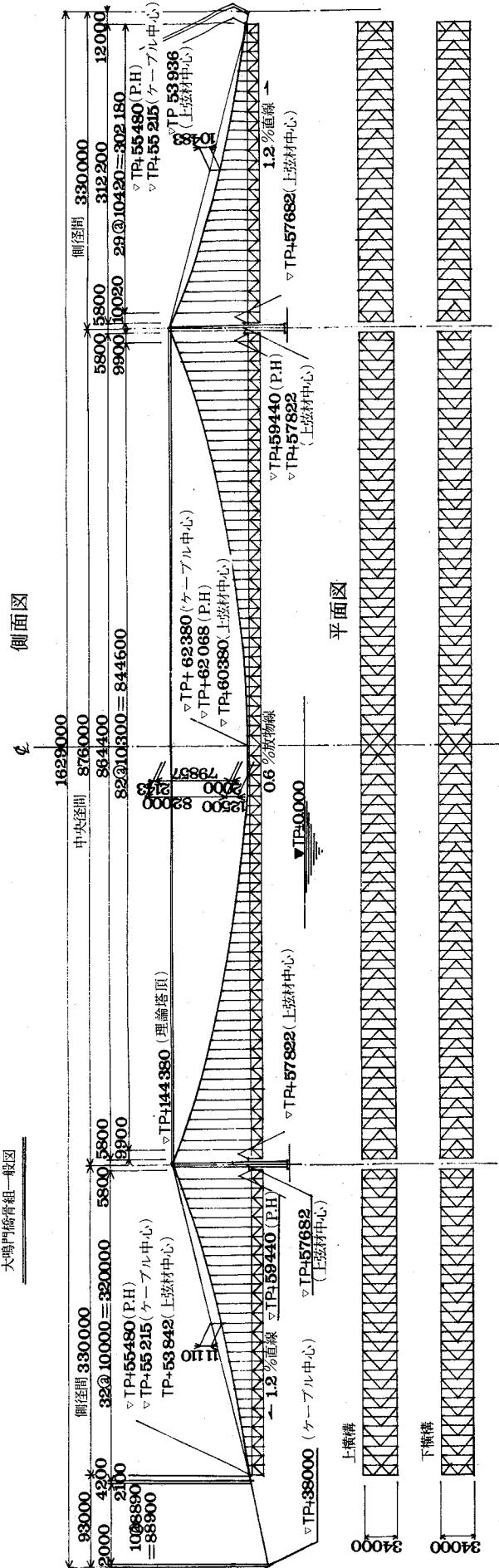
又実験および解析結果より、耐風安定性を考慮した架設工法を見出し、これを提案するものである。なおこれまでに行われた架設系の耐風安定性に関する研究で、不安定振動を取りあげた例は多いが、本研究の対象とする実橋のように厳しい気象条件と実際の架設作業に即した架設工法の研究は余り見受けられない。

2-1 対象吊橋の架設工法

対象とする図-104の吊橋の架設工法のうち、補剛ト拉斯の架設工法は、我国の気象条件を考慮して、耐風安定性の面から、最も安全な工法として逐次剛結工法が一般化されている。この工法は、たとえば図-105に示すとおり、両塔側より中央径間および側径間の中央に向って、左右対称に、変形および応力のバランスをとりながら補剛桁を張出し、補剛ト拉斯の架設ブロックをその都度高力ボルトで連結して、剛結合状態にしながら、吊材を完成状態の所定の長さまで補剛ト拉斯に引込み、これを繰返して最終的に中央径間中央で補剛ト拉斯桁を閉合して完成させるものである。

大鳴門橋骨組一般図

侧面図



断面図（中央径間一般部）

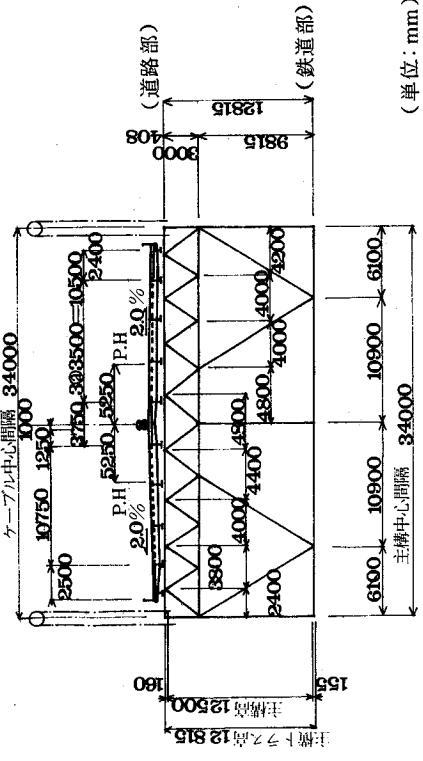


図-104 実験対象の吊橋一般図

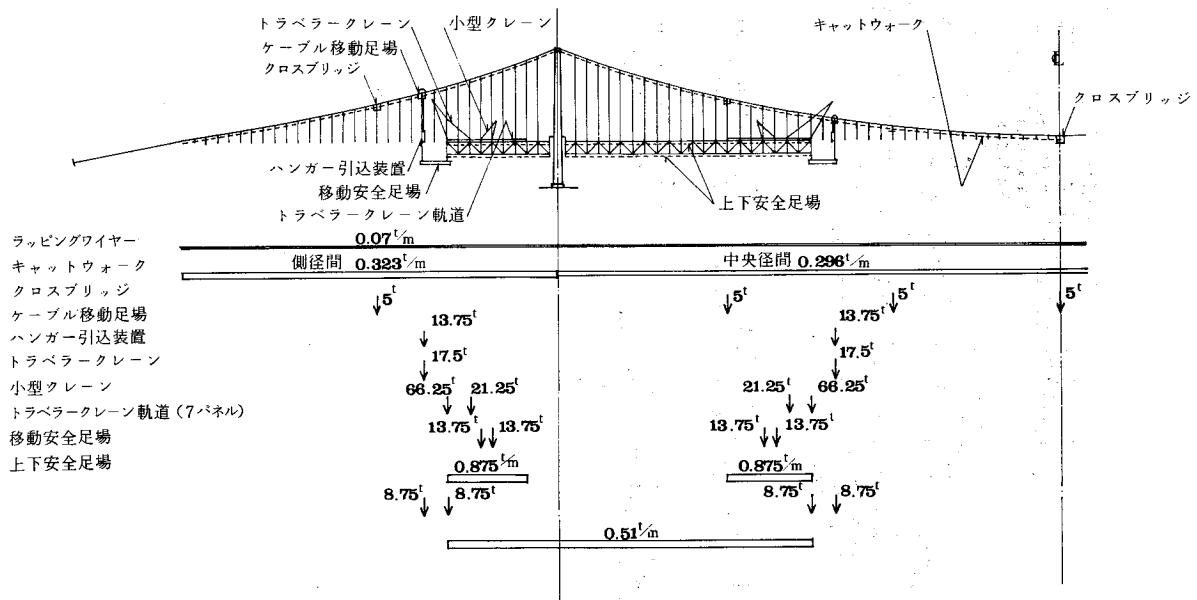


図-105 架設時仮設設備荷重配置

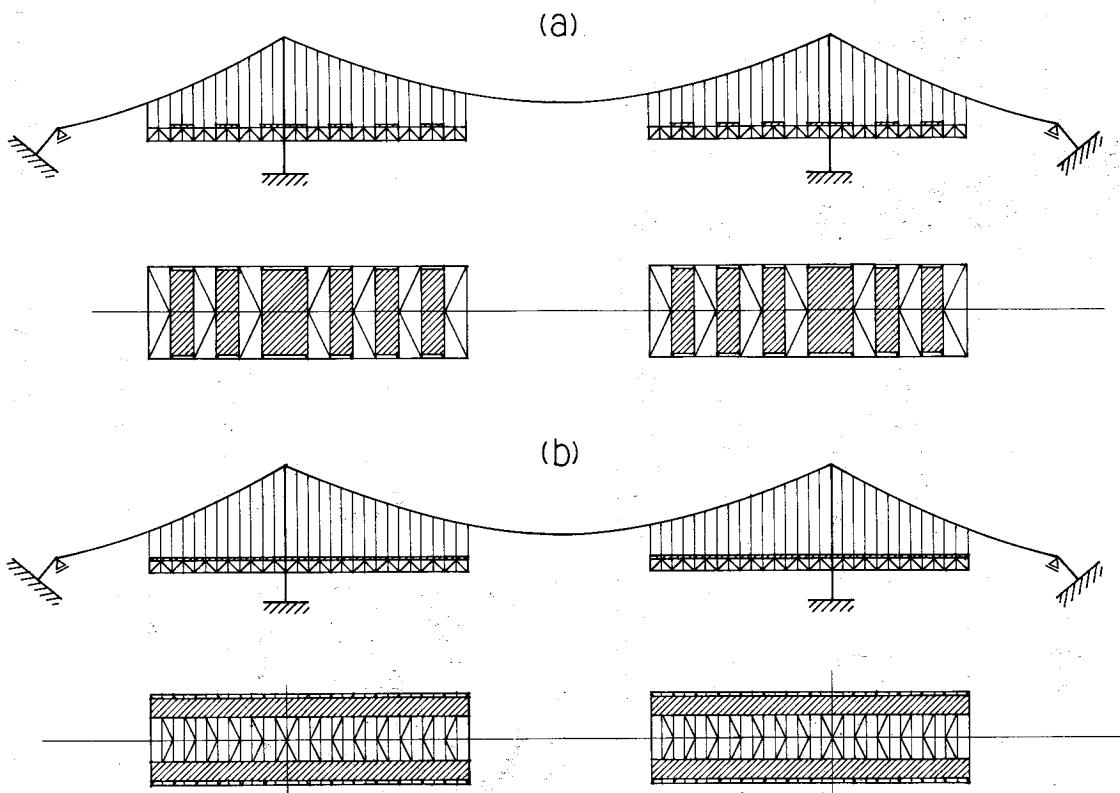
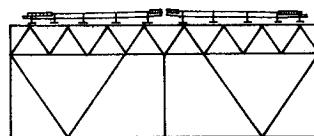


図-106 床版配置

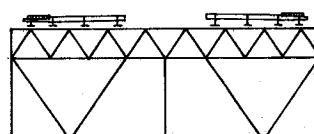
その際、耐風安定上最も重要なことは、各架設段階（ステップ）で道路部の鋼床版デッキをどのように配置すればよいかである。すなわち、対象とする吊橋の鋼床版を全載して架設した場合には、フラッター限界風速が低下し、許容限界風速を満足しないためにとらなければならない耐風架設工法を検討することである。

鋼床版を部分載荷する場合の鋼床版の配置方法には、図-106に示す方法がある。図-106(a)は耐風性はよくなるが、実際に架設作業を行う場合には、たとえばトラベラークレンを走らせるのに支障を来たすなどが考えられ、問題がある。(b)は架設作業を考慮した縦割りに配置するもので、本文で提起する工法である。鋼床版縦割りの方法には、図-107に示すとおり、(a)の全面載荷に対して、(b)は架設作業、架設機械配置の都合などから、鋼床版を両外側から先に配置し、架設のいづれかのステップで(a)に移行して完成させるものである。(c)は(b)の耐風安定性が許容限界を満足しない場合に止むをえずとられる配置である。架設工費の面では多少の割増しとなるが、架設の作業面では問題はない。(c)の場合も架設のいづれかのステップで(a)の全載状態に移行し、架設の工期を短縮し、工数低減をはかろうとするものである。架設ステップは、図-108に示すとおりSTEP-0のフリーケーブル状態から、補剛トラスの閉合を100%とするSTEP-5までの5段階に分けて検討した。又架設用ヒンジは中央径間に左右に2ヶ所づつ設けている。

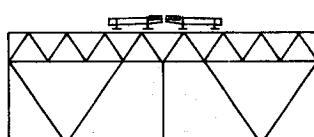
Type A



Type B



Type C



Type D

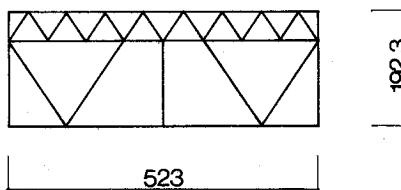


図-107 トラス断面形状

2-2 風洞実験の概要²⁸⁾

実験に先立ち、対象吊橋の架設時振動特性を計算により調べた。図-108の6ケースについて、表-16に示すように各架設ステップの振動特性の変化を求めた。図-109は架設ステップと固有振動数の変化を図示したものである。図-110はその振動モードを示す。

架設中のどの架設ステップで最低の限界風速になるかを予測することは、吊橋の構造形態、諸元などにより異なるため、非常にむづかしいとされている。³⁴⁾これらに関する研究は多くなされているが、^{29)~34)}まだ結論は見出されていないようである。

本研究は、補剛桁に作用する空気力は架設ステップによって変わらない、すなわち2次元バネ支持振動試験よりえられた非定常空気力係数 A_2^* と換算風速 V/BN の関係は換算質量や振動数比が変化しても変わらないと考え、文献³³⁾から A_2^* の V/BN による変化を放物線近似すれば次式が推定される。

$$V_{cr}/BN \propto \sqrt{M}$$

たゞし、 V_{cr} ：限界風速（この場合ねじりフラッター）

M ：極慣性モーメント

B, N ：代表幅およびねじり固有振動数

したがって、完成時の V_{cr} に対する架設時のあるステップにおける限界風速 V_F は、減衰性、流れ特性、さらに断面の幾何学的形状などが同じ場合、上式から

$$\frac{V_F}{V_{cr}} = \frac{N_F}{N} \sqrt{\frac{M_F}{M}}$$

たゞし、サフィックス F は架設系を表わす。

上式から最低の限界風速を与えるのは、架設長が完成時の 75~97.5% 近くであることがわかった。したがって本実験は架設長 97.5% の STEP-4 について行うこととした。

表-16 架設時固有振動数
(NASTRANによる)

モード 架設 ステップ	たわみ1次		ねじり1次		振動数比	
	対称	逆対称	対称	逆対称	対称	逆対称
0 フリーケーブル	0.1338	0.1228	0.1454	0.1229	1.09	1.00
1 25%	0.1396	0.1208	0.1529	0.1798	1.10	1.49
2 50%	0.1433	0.1189	0.1967	0.2728	1.37	2.29
3 75%	0.1357	0.1138	0.2865	0.2782	2.11	2.44
4C 97.5% C	0.1492	0.1269	0.3162	0.3472	2.12	2.74
4C+A " C+A	0.1458	0.1242	0.3111	0.3432	2.13	2.76
4A " A	0.1510	0.1275	0.3025	0.3366	2.00	2.64
5 完成系	0.1447	0.1316	0.3016	0.3922	2.08	2.98

注) ステップ4のA, Cは、それぞれ鋼床版全面敷設および中央分離帯部分敷設を示す。

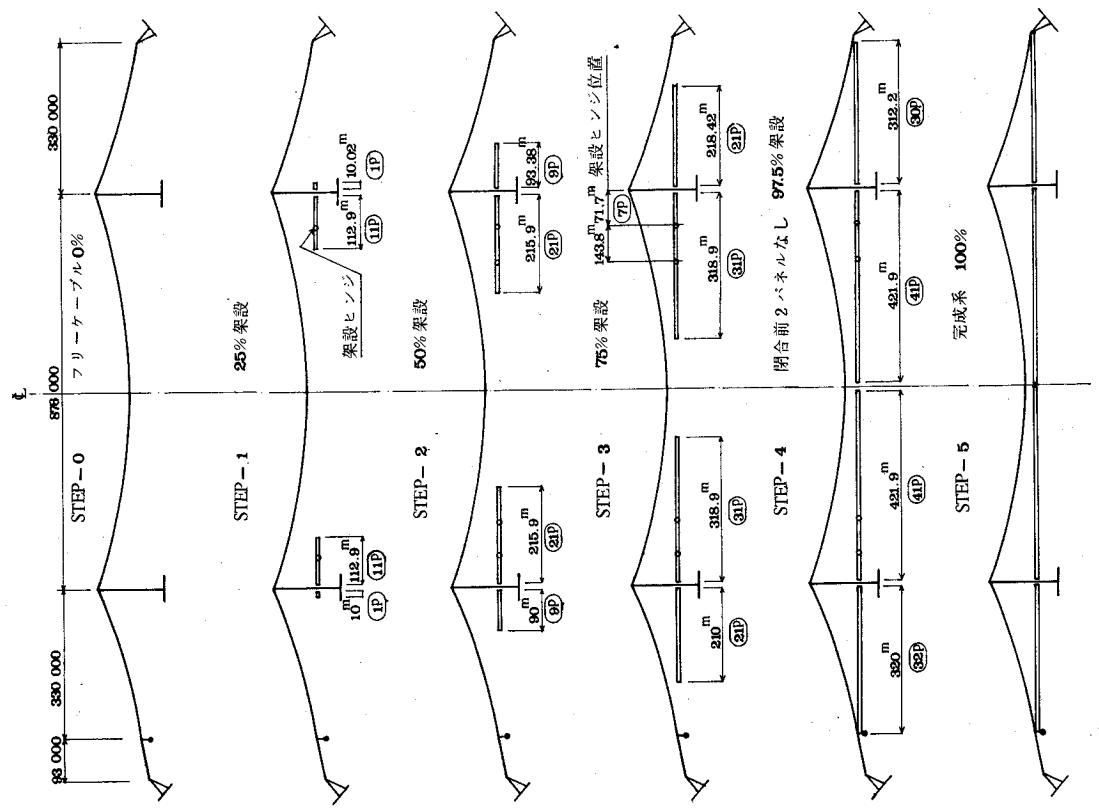


図-108 架設段階図

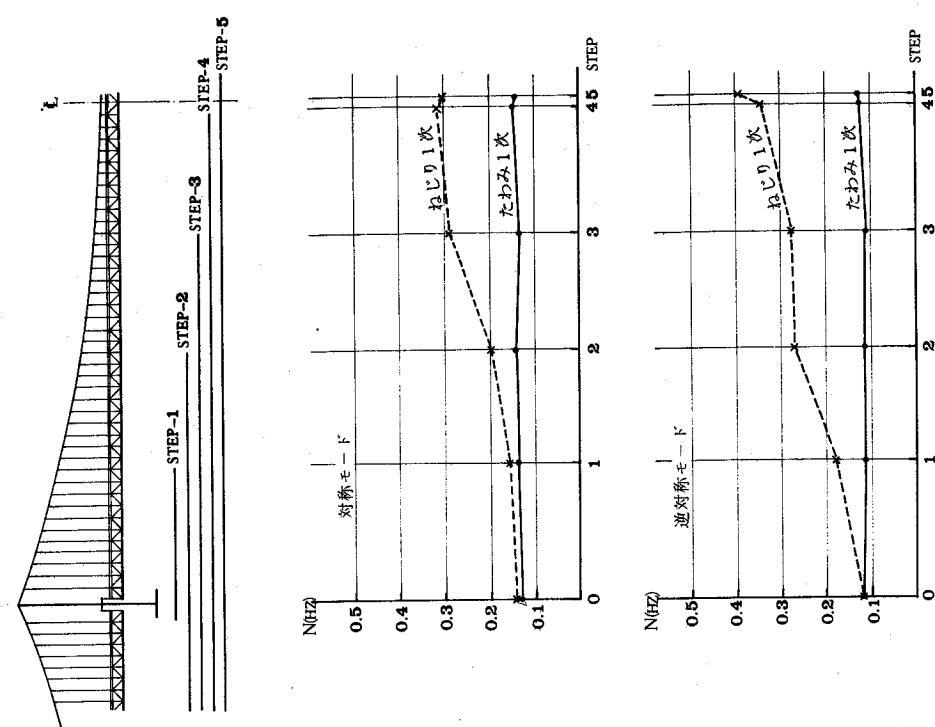


図-109 固有振動数の架設ステップ変化

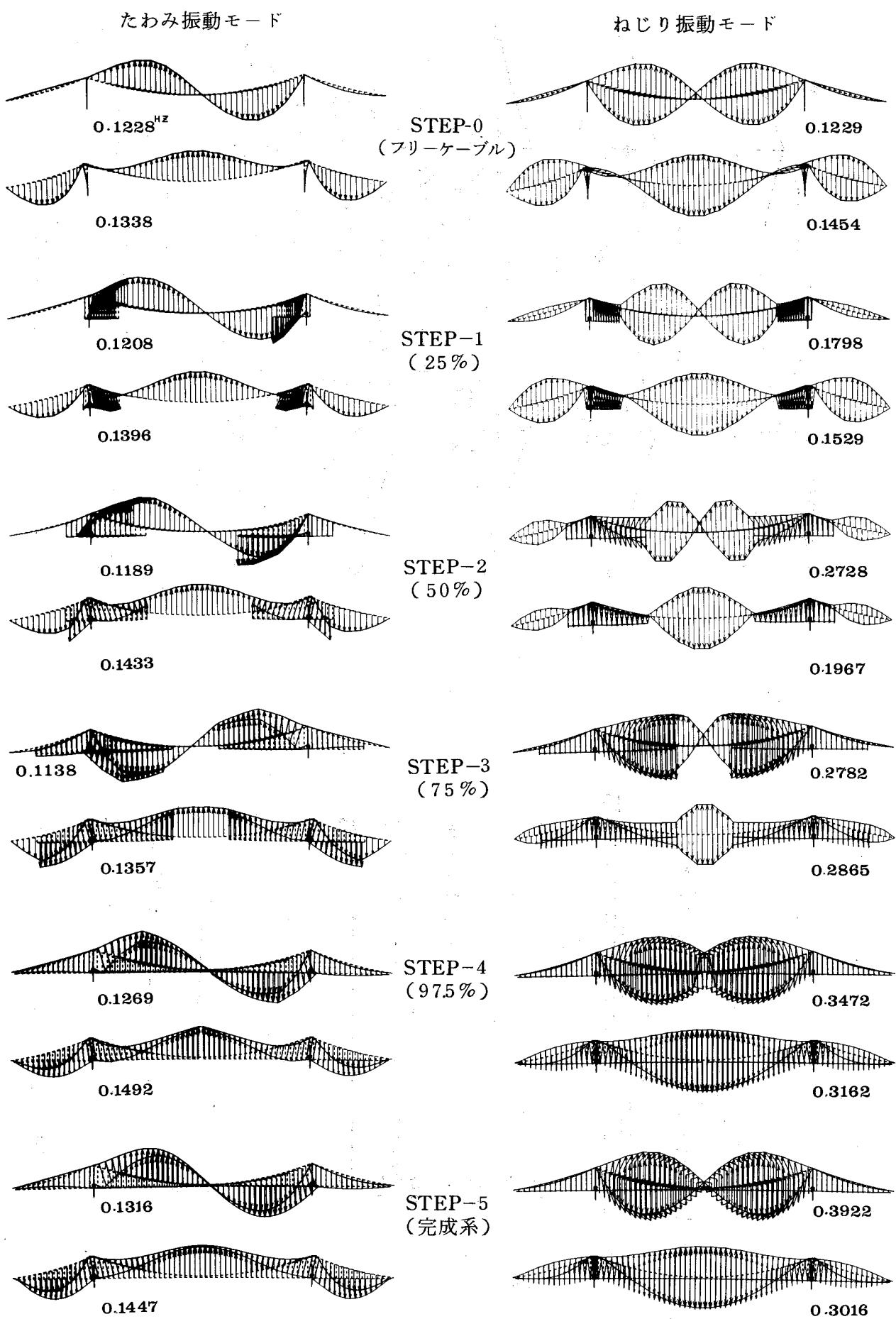


図-110 固有振動モード図

実験は、図-107に示すA, B, C, Dの4タイプの縮尺1/65 2次元剛体部分模型によって、以下の実験を行った。

- 1) 静的空気力試験
- 2) バネ支持振動試験

バネ支持振動試験は、A, B, Cタイプの架設ステップ4について行い、Cタイプで発振しないことがわかったので、Dタイプについては行わなかった。

試験結果は次のとおりである。

- 1) 三分力試験

図-111は、A, B, C, Dタイプの抗力係数 C_D 、揚力係数 C_L 、モーメント係数 C_M と迎角-14°～+14°について示した3分力図である。図から、 C_D は各タイプとも類似した迎角変化を示した。 C_L はA, B, Cの順に小さくなり同じ傾向を示すが、Dタイプはわずかではあるが負勾配を示した。

- 2) バネ支持振動試験

図-112は、A, B, Cタイプについて迎角±5°の範囲でV-A, V- δ 曲線で示したものである。図からわかるように、タイプAは+5°で30m/s, +3°でも60m/sで発振が見られる。従って、鋼床版を全面敷設して架設することは、耐風安定性が悪く、設計風速(73m/s)に安全係数1.2を乗じた許容限界風速(89m/s)を満足しない。したがってタイプB, C, Dのうちから採用しなければならない。次にタイプBについても、タイプAと殆んど変らず、耐風安定性の改善が認められない。したがって鋼床版の部分載荷の配置はタイプCに決定された。図-113は、タイプA, CのV-A- δ 曲線を示す。それぞれ迎角+3°, +5°について対比させている。

2-3 2次元実験結果のモード解析による3次元化

そこで、鋼床版全面敷設のタイプAを全架設長（この場合完成系の97.5%）の何%までをどの位置に設置すれば、許容限界風速内に入るかについて、3次元モード解析により求めることにした。計算に用いた2次元空気力は図-113より求められる。すなわち、空気力の形状変化をタイプA, Cで、振幅の変化をA-V- δ 曲線より求めることができる。この非定常空気力を3次元モード補正すれば、吊橋全体の架設系に関するA-V- δ 曲線が³³⁾えられる。

今、3次元モード解析の検証のため、タイプA, Cについて、それぞれ架設長100%すなわち、全橋長に亘り同じタイプの鋼床版が一様に配置された場合について実験値と、3次元モード解析値を比較すると、図-114のようになる。図からタイプAのフラッターフ風速は61m/sで両者一致している。すなわちこの場合、2次元実験値は3次元の場合と一致しており、3次元モード解析が妥当な結果を与えていていることを証明している。

図-115は、タイプAとCの橋軸方向配置と割合を変化させた場合の3次元モード補正されたV- δ 図（ $\alpha=3^\circ$ ）を示す。

図からわかるように、鋼床版を塔側より全面載荷（タイプA）した場合(a)には、架設長の60%まで達してもフラッターフ風速が90m/s以上あるのに対し、タイプAをスパン中

央から敷設する場合(b)は、20%でもすでに80m/s以下に低下する。したがって振動モードが支間中央部で大きい対称ねじりモードに対しては、中央の空気力すなわち中央の鋼床版形状に支配され、その影響が非常に大きいことを示している。

図-116は図-115の場合をA-V-θ図で示したものである。

2-4 耐風安定性を考慮した架設工法の提案

以上の実験結果よりえられた3次元モード解析の結果から、次の事項が判明した。

- 1) 架設中の補剛トラスは、鋼床版を全面敷設した場合(タイプA)、閉合直前近くで、フッターレンジ風速が低下する。したがって施工の安全性を考慮して部分敷設の方法が望ましい。
- 2) 部分敷設の方法としては、架設機械の搭載および架設作業の面などから、鋼床版縦割方式がよい。
- 3) 縦割方式の内、鋼床版を両外側に敷設する方法(タイプB)は、やはり限界風速が低下し好ましくない。
- 4) 鋼床版を中央に敷設する方法(タイプC)は、許容限界風速以下ではフッターを起さず、耐風安定性が高い。
- 5) タイプCとタイプAの組合せにより、架設工期を短縮する方法として、架設長97.5%までタイプCの鋼床版を敷設した段階で、塔側よりタイプAを60%まで敷設することができる。

以上のことから、架設工法として提案するものである。すでに縦割タイプC方式は実施面でも採用されるに至った。

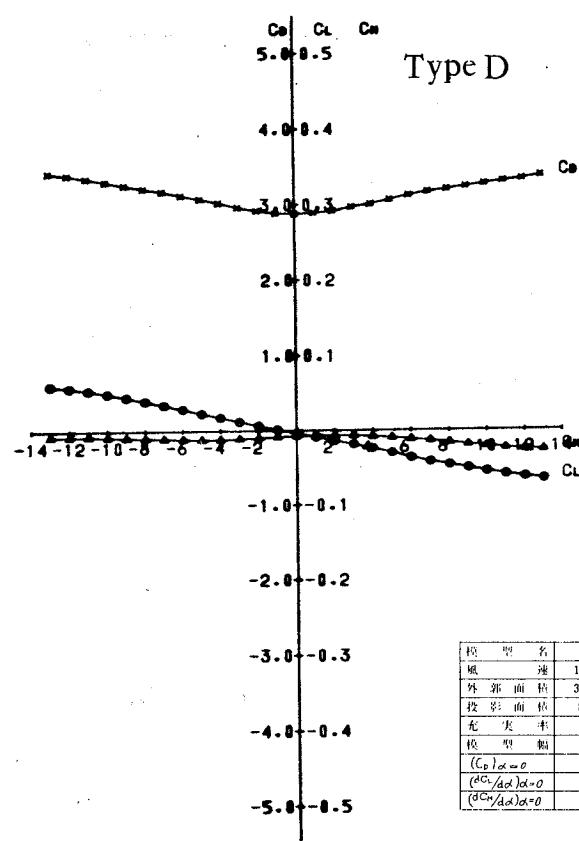
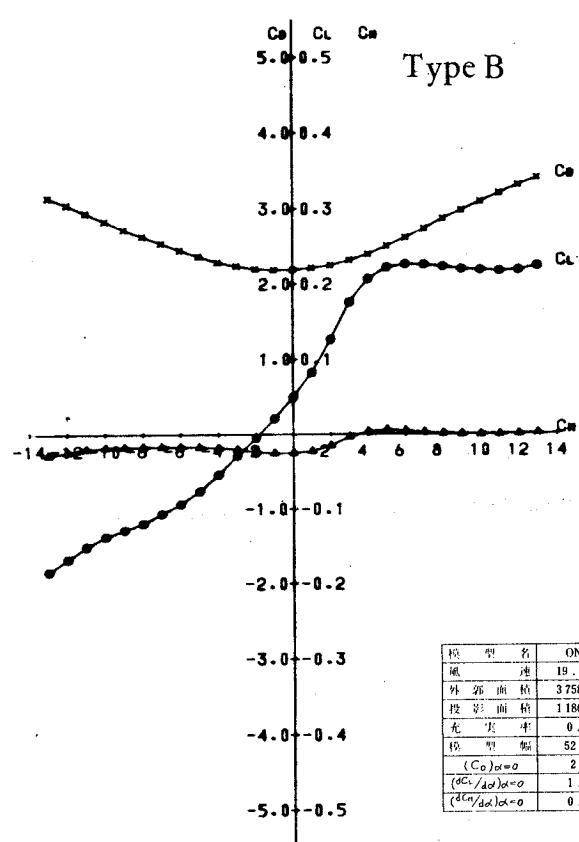
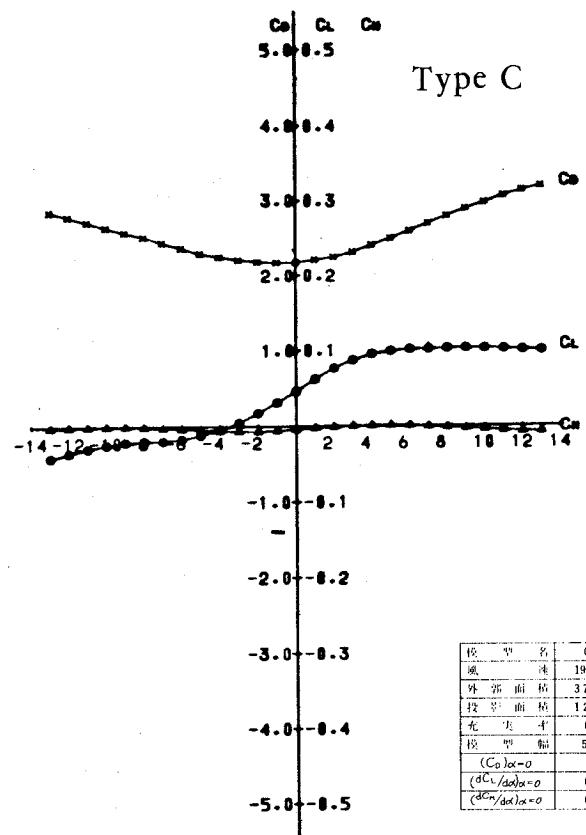
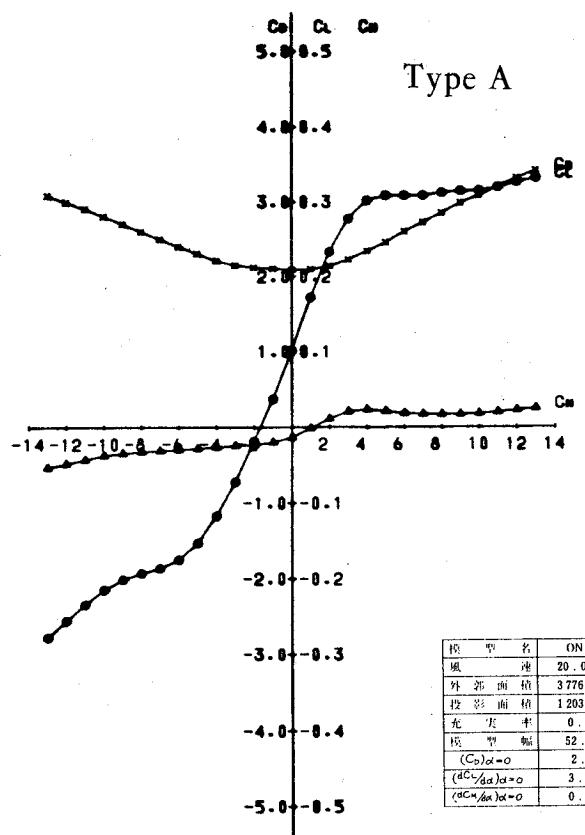
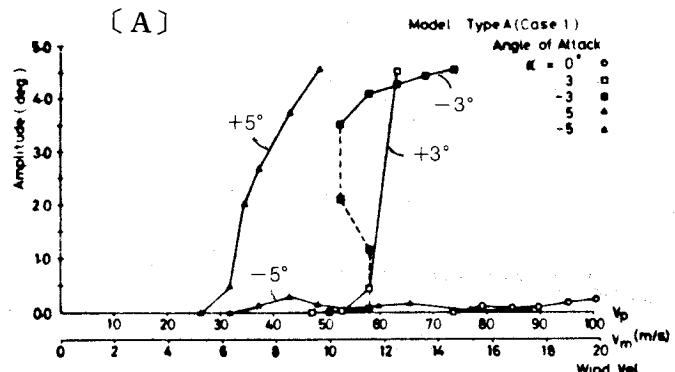
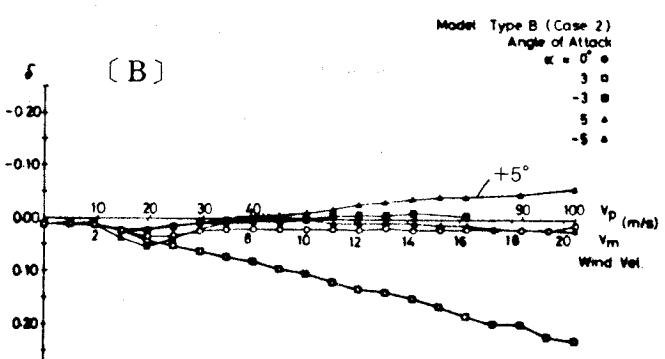
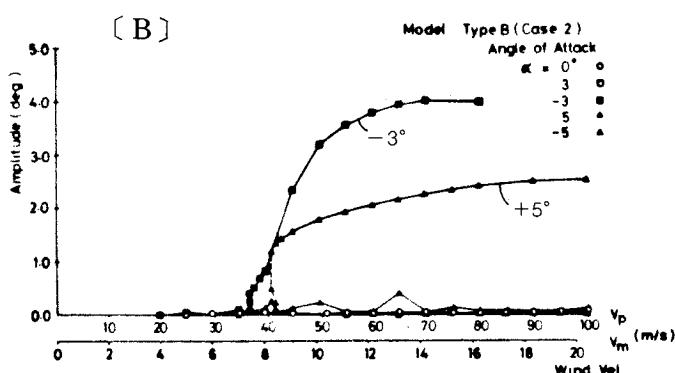
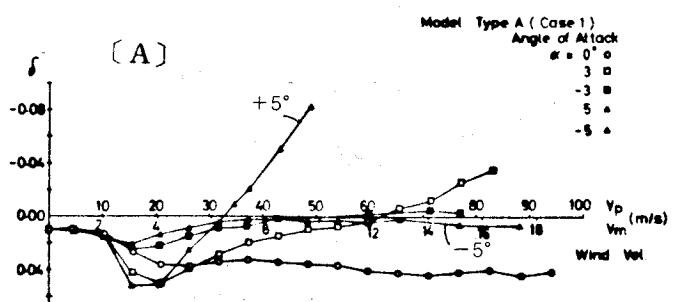


図-111 静的空気力係数の迎角変化

(a) 風速・振幅曲線
(V-A 図)



(b) 風速・減衰率曲線
(V- δ 図)



Model Type C は発張せず

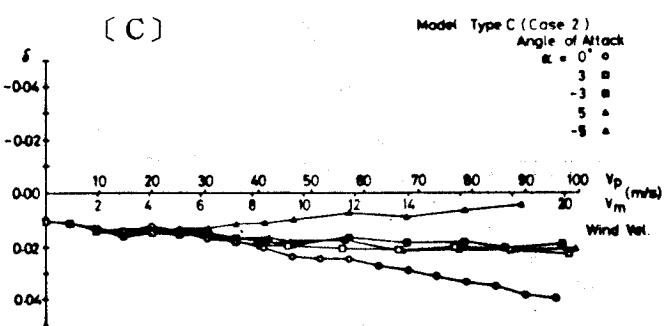
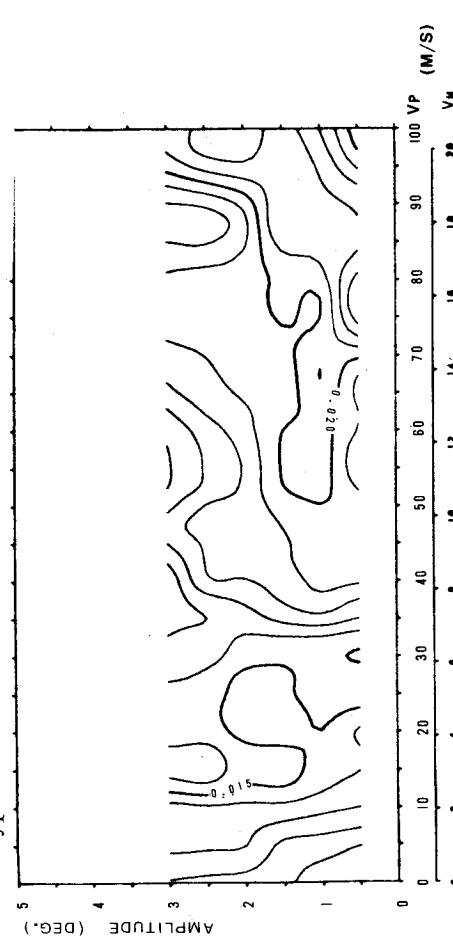


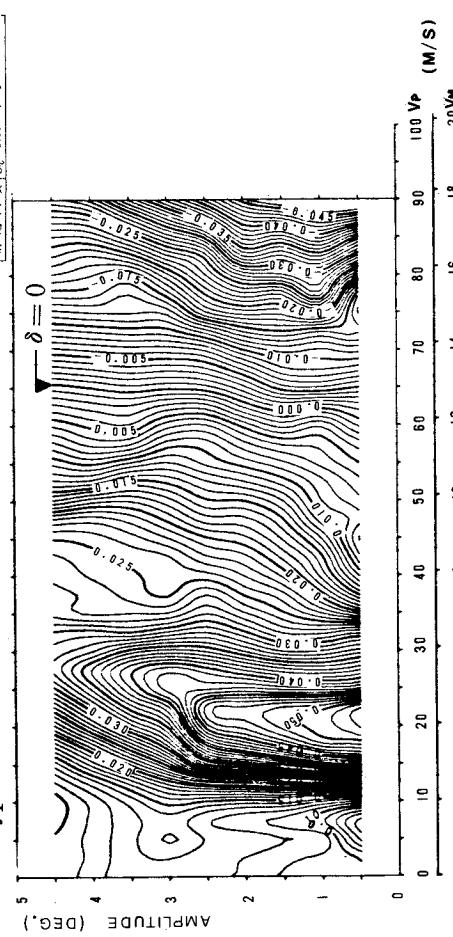
図-112 応答曲線 (V-A 図および V- δ 図)

植物主要部分	
茎	長 52 . 3cm
葉	長 37 . 19 . 23cm
花	長 16 . 159 . 2cm
果實	半 2 . 0%

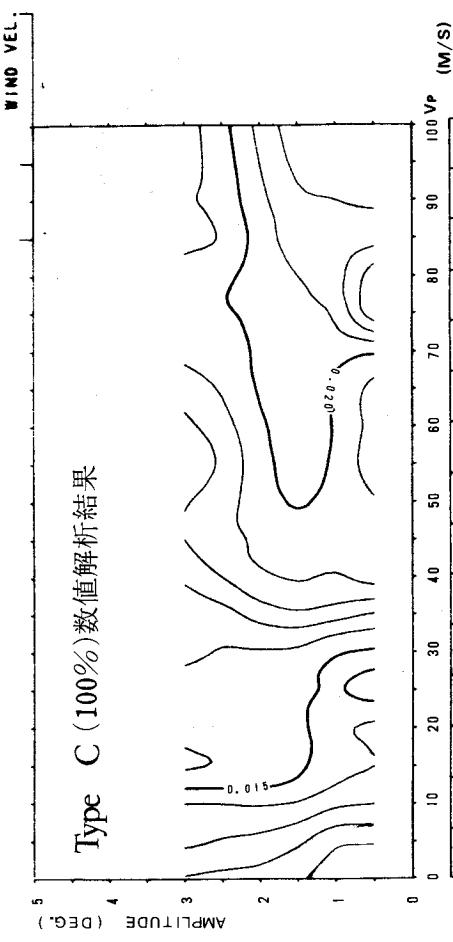
Type C バネ支持試験結果



Type A バネ支持試験結果



Type A (100%)數值解析結果



Type C (100%)數值解析結果

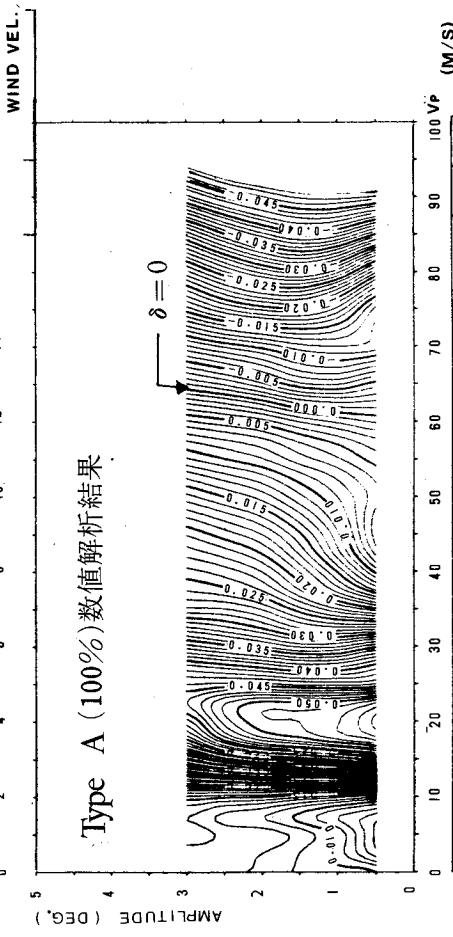


図-114 架設時吊橋の動的応答曲線
(バネ支持試験と数値解析結果のV-A- δ 図)

FIG. V-A-DELTA MODE . . . TORSION

V-A-DELTA MODE ... TORSON

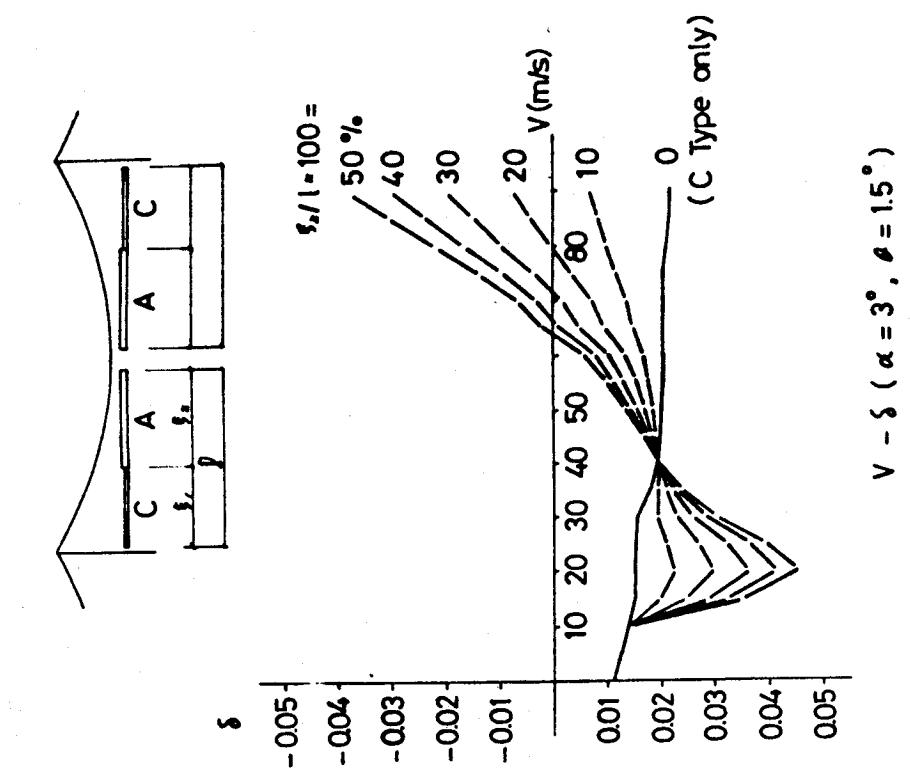
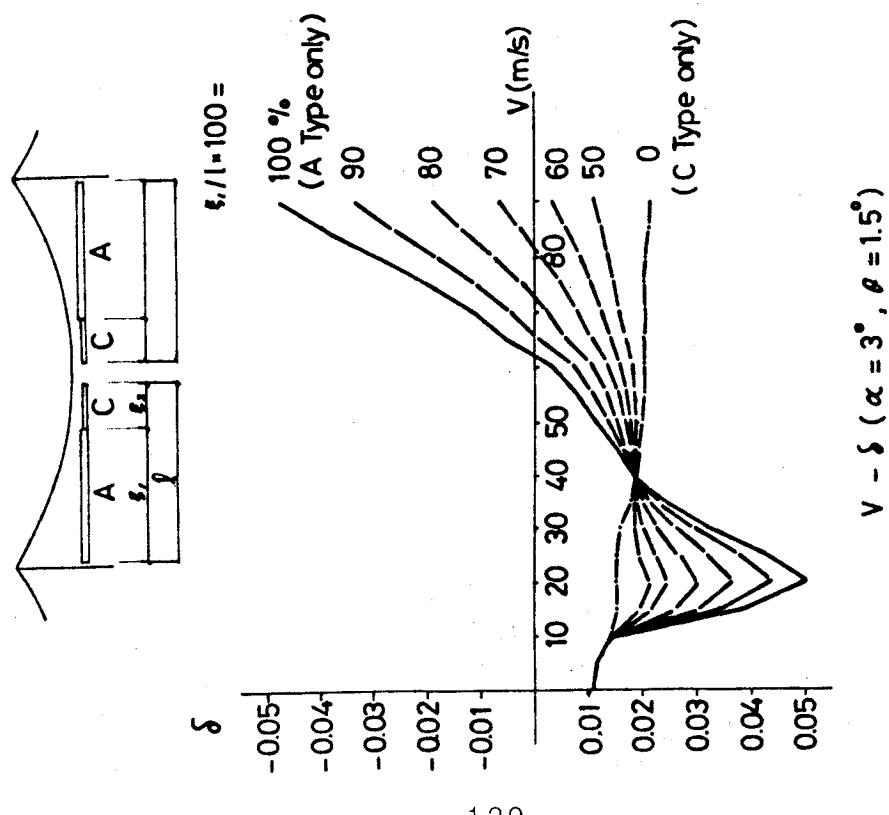


図-115 架設時吊橋の動的応答曲線
(3次元補正されたV- δ 図)

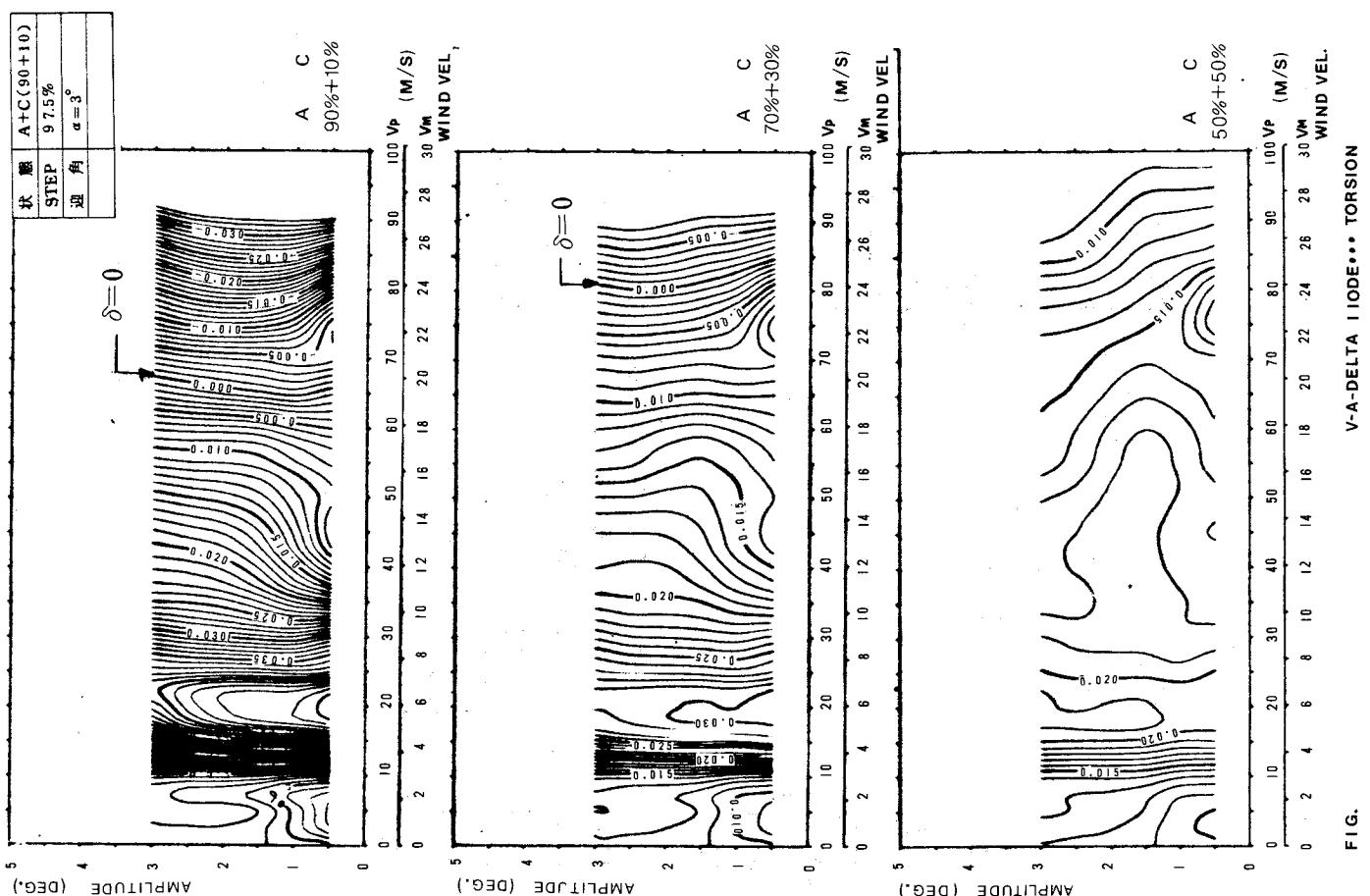
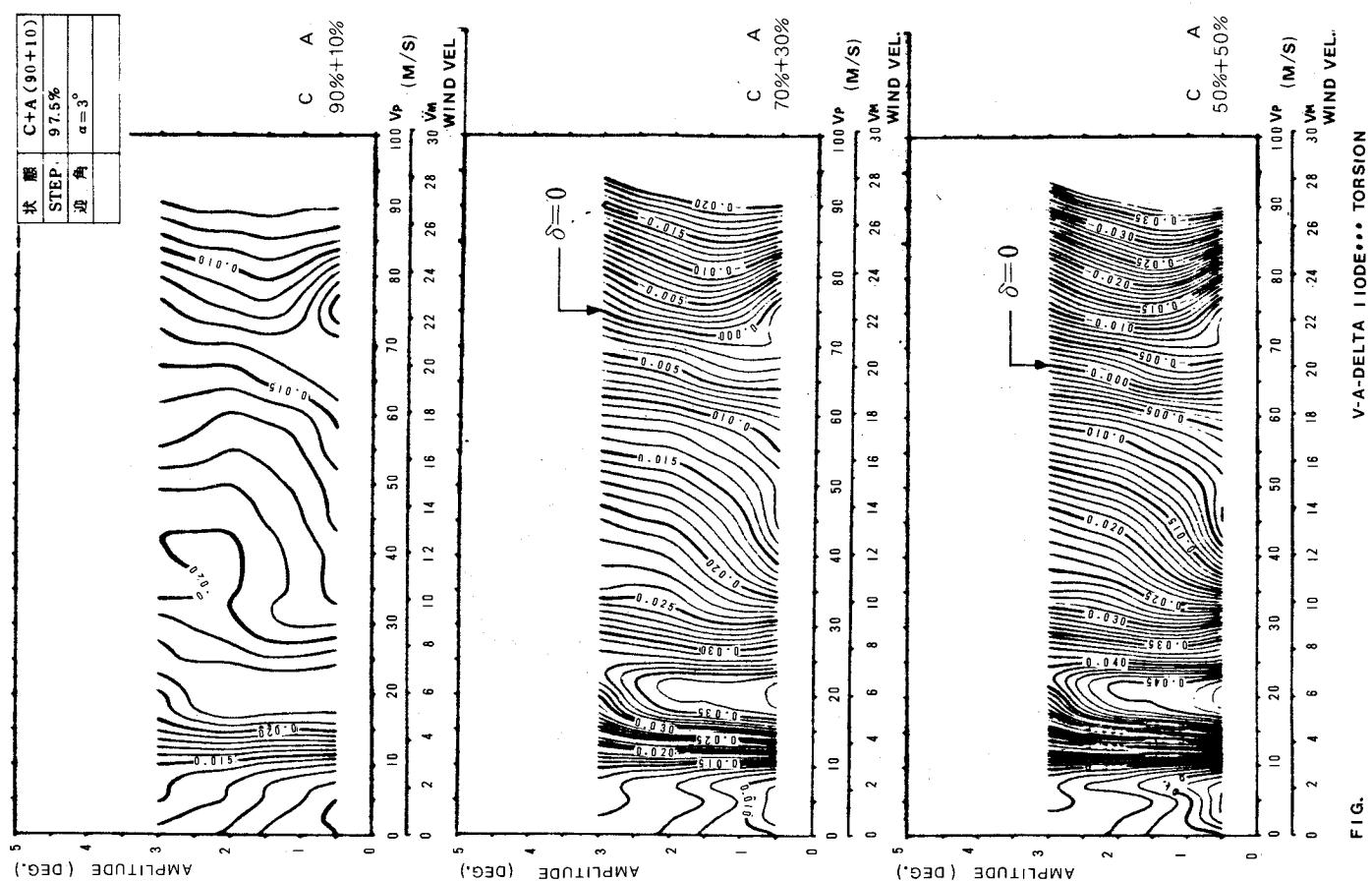


図-116 架設時吊橋の動的応答曲線（3次元補正されたV-A- δ 図）

(参考文献)

- 1) Anderson J.K. : Forth Road Bridge, Proc. Institution of Civil Engineer, Vol. 32, 1965.
- 2) Farquharson F.B., et al. : Aerodynamic Stability of Suspension Bridges with Special Reference to the Tacoma Narrows Bridge, Bull. Univ. of Washington Eng'g. Exp. Station, Part I, 1949.
- 3) 池ノ内昌弘, 佐藤哲也, 手島清美: 吊橋主塔の耐風安定性に関する風洞実験, 三井造船技報, 104号, 1973.
- 4) Bishop R.E.D., Hassan A.Y. : The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder Oscillating in a Flowing Fluid, Proc. Roy. Soc., London, A277, 1963.
- 5) Farquharson N., Parkinson G.V. : Surface and Wake Flow Phenomena of the Vortex-excited Oscillation of a Circular Cylinder, Trans. ASME, J. Eng'g. for Industry, PP. 831-837, 1967-11.
- 6) Nakamura, Y., Mizota T. : Galloping and Vortex Excitation of a Rectangular Block, Rep. Res. Ins. App. Mech., Kyushu Univ., Vol. XIX, No. 64, PP. 225-236, 1972-1.
- 7) Otsuki Y., Washizu K., Tomigawa H., Ohya A. : A Note on the Aeroelastic Instability of a Prismatic Bar with Square Section, J. Sound and Vibration, 34 (2). PP. 233-248, 1974.
- 8) Scruton, C. : On the Wind-excited Oscillations of Stacks, Towers and Masts, Proc. Symp. Wind Effects on Buildings and Structures, NPL, Teddington, Vol. I, H.M.S.O. London, 1965
- 9) Wooton, L.R., Scruton C. : Aerodynamic Stability, Proc. Seminar, the Modern Design of Sensitive Structures, The Institution of Civil Engineers, London, Paper 5, PP. 65-71, 1971.
- 10) Scruton, C. and Walshe D. E. : (3)セバン橋のタワーの空気安定性, 神戸市調査室調査月報, №4, PP. 33-45, 12, 1954.
- 11) 大久保忠良, 成田信之: 関門吊橋主塔の耐風性に関する実験報告, 建設省土木研究所, 5, 1969.
- 12) 京都大学工学部土木工学教室: 長大つり橋に関する動的耐風設計法の研究, 昭和47年度研究報告書, 1973.
- 13) 高久達将, 堤大三郎: 架設時の吊橋主塔の耐風安定性と制振方法, 橋梁と基礎, PP. 5-12, 2, 1974.
- 14) 中村泰治: 構造物のフラッタ, 日本航空宇宙学会誌, Vol. 21, №235, PP. 491-501, 8, 1973.
- 15) 本州四国連絡橋公団: 耐風設計基準, 3, 1976.
- 16) 神戸市: タワーに及ぼされる空気力学的影響, 神戸市調査月報, №33, PP. 98-99, 5, 1967.
- 17) 辻松雄, 高久達将, 藤沢伸光, 石井紘: 架設時の吊橋主塔の耐風安定性と制振方法, 橋梁と基礎, 2, 3, 4, 1974.

- 18) 漆原熙：振動における幾何剛性効果について，日本機械学会講演論文集，No.730-3, 1973.
- 19) Davenport A.G., Steels G.N. : Dynamic Behavior of Massive Guy Cables, J. of the Structural Division, ASCE, Vol. 91, No. ST2, 1965.
- 20) 例えば，デン・ハルトック：機械振動論，コロナ社，1960.
- 21) 手島清美，池ノ内昌弘，佐藤哲也：塔状構造物の耐風安定性に関する研究，土木学会第30回年次学術講演会講演概要集，第1部，I-216, 10, 1975.
- 22) 牛尾正之，森田利夫，南条正洋：つり橋主塔の制振対策の一試案について，日立造船技報，Vol. 32, 9, 1971.
- 23) 宇野名右衛門：吊橋主塔の耐風安定性に関する一考察，石川島播磨技報，Vol. 10, No. 4, 7, 1970.
- 24) 楠淳一，宇野名右衛門：南海橋の設計と施工，橋梁，PP. 48, 11, 1971.
- 25) 中尾好昭，山下正弘，高野重昌，田中博喜：長大つり橋架設時のタワーの耐風安定性に関する研究，三菱重工技報，Vol. 7, No. 7, 1970.
- 26) 南真和，遠山泰美，井上浩男，佐藤哲也：吊橋塔の架設時耐風制振対策，三井造船技報，104号，1980.
- 27) 井上浩男，南真和，遠山泰夫：吊橋主塔架設時耐風対策の一試案について，土木学会第31回年次学術講演会概要集，第1部，PP. 371-372, 10, 1976.
- 28) 井上浩男，池ノ内昌弘，佐藤哲也：トラス補剛吊橋架設時の耐風安定性について，土木学会第35回年次学術講演会概要集，第1部，PP. 629-630, 9, 1980.
- 29) 白木福次，田中，松井：長大つり橋補剛桁架設時の耐風性，三菱重工技報，Vol. 7, No. 7, PP. 61-71, 1970.
- 30) 白石，浦田，酒井：長大吊橋の架設時における耐風安定性に関する一考察，土木学会論文報告集，250号，PP. 1-8, 6, 1976.
- 31) 横山，成田：吊橋架設時の耐風性について，土木学会第31回年次学術講演会概要集，第1部，PP. 366-367, 10, 1976.
- 32) 深田，奥田，小川，大西：吊橋架設時の耐風安定性に関する研究（第1報），川崎技報，63号，PP. 210-214, 3, 1977.
- 33) 松本，白石，岡南：架設時吊橋の二次元部分実験による耐風性の評価について，土木学会第33回年次学術講演会，PP. 235-236, 1978.
- 34) 伊藤学：“長大吊橋の架設時における耐風安定性に関する一考察”への討議，土木学会論文報告集，265号，PP. 141-143, 9, 1977.
- 35) Iwaki Y., et al : Study on Technique for Preventing Wind-induced Oscillation of the Tower of Suspension Bridge during Erection, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, (執筆予定)
- 36) Komatsu S., Kobayashi H. : Vortex-induced Oscillation of Bluff Cylinders, J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 6, 1980.

第 5 章

結 論

第5章 結論

長大吊橋を安全で経済的に建設し、而もその要求された品質と機能を十分にもたらせるためには、高度な工学的知識と広い経験の上に、新しい研究開発が常に要求されている。

本研究は、そのうち特に長大吊橋の主塔とトラス補剛桁の架設を対象として取上げ、架設基本計画および実施計画時に必要とする基本設計に関する事項についてまとめたものである。

研究の成果として、次の事項が挙げられる。

(1) 吊橋架設系の静力学的解析に関する研究において、

1) 従来の解法に見られるひずみと変位の関係式及びそれから展開されるひずみエネルギー式などにおける高次の微小項を省略することなく、そのままの形で表示する厳密解法を、有限変位理論より誘導し、更にこれを3次元に拡張した。

その結果、極端に大きな変形を伴う、非線形大変位の構造物を厳密に解析できることを、数値解析例により立証した。

又、立体大型模型実験の偏心載荷試験において、最大2～3%の誤差内で実験値と一致した。

これにより、正確な数値解を提供し、従来の実用的近似解に対する評価の基準を確立し、更に高度な技術的検討、あるいは実用解法に対するダブルチェックを要する問題の解決手段として、一般に広く実用に供することができる。

2) 吊橋の通常の架設状態において、1)の厳密解と比較して、実用的に十分な精度が得られる実用解法を、2次元有限変位理論より誘導し、ひずみエネルギーの高次の項、補剛桁のせん断変形及び工学的見地から必要な因子を考慮した方法を提案した。

その結果、長大吊橋の架設時のすべての応力、変位について、1)の厳密解と0.4%以内の誤差で一致した。又計算時間は1)の数分の1に改善された。

これにより、架設工法決定後の基本計画、詳細な実施計画および架設作業時の技術管理用データの作成などの架設計画ならびに架設技術管理のための解析業務に広く実用に供することができる。

3) 挠度理論を拡張して、ケーブルの高次変形項および水平変位を考慮した、架設系の近似解法を提案した。

その結果、2)の有限変位理論による実用解法と比較して、概ね数%の誤差で一致することを立証した。

又一般に、鉛直吊材を有する吊橋架設系の、通常の架設工法に適用できることを示した。

これにより、架設基本計画の初期の段階において、架設時の応力、変形の性状を把握し、架設工法、架設手順の適正化を計るためのパラメトリック解析を行い、対話型

式の解析を行うのに有利な解法として一般に実用に供することができる。

- 4) 架設時の強風による補剛桁の横たわみを抑制するための耐風索を提案し、耐風索の横たわみ抑制効果を、理論的に求めるための簡易解法を誘導した。その結果、補剛桁の最も危険な架設段階であるスパンの1/8張出し状態において、補剛桁先端の横たわみを約1/2に減少させ、耐風索の抑制効果を立証した。これにより、本耐風索は、強風下において主塔と補剛桁の接触による損傷を防止するための、経済的で有力な抑制方法として今後広く実用に供することができる。また本簡易解法は、耐風索の設計解析の有力な手段として活用することができる。
- 5) 主塔架設時の塔柱基部が、アンカーボルトによるプレストレスによって、塔柱添接部断面に変形を生じ、設計条件及び施工基準を満足しないことを、FEMによる解析により立証し、それらの条件を満足するためのプレストレスの導入時期及びその大きさを規定する新しい基準を提案し、公的に基準の内容が考慮された。

(2) 吊橋の架設基本設計の合理化に関する実験的研究において、

- 1) 一つの有用な架設工法を提案し、その架設工法に関する大型立体模型による架設実験を行い、本実用解法が、非線形の変形及び応力に対して、十分な精度で一致した。
これにより、本架設工法の有効性、及び本実用解法の妥当性を実証して精確な技術管理用データーの提供を可能にした。
- 2) 架設時の横風による補剛桁の横たわみを抑制する耐風索の効果に関する実験を行い、スパンの1/8付近の補剛桁先端部の横たわみが約1/2に減少することを確認した。
これにより、本研究の耐風索に関する簡易解法の妥当性と、本耐風索の耐風抑制効果の有効性を実証した。

(3) 吊橋架設系の耐風安定性に関する実験的研究において、

- 1) 主塔架設時の風による挙動を、空力弾性立体模型を用いて風洞実験を行い、明確な空力応答特性を観察すると共に、渦励振が架設の中間段階においても励起するおそれがあり、注意を喚起した。
- 2) 共振時の空気力を実験値より導き出して、制振装置の設計解析に利用できることを示した。
- 3) 長大吊橋主塔の架設時制振方法としては、ケーブルダンパーシステムが合理的であることを示し、減衰振動機構の解析は、大規模なケーブルシステムになれば誤差が大きいので、より忠実な解析法が必要であること、減衰器の諸元設定誤差が制振効果に鋭敏に影響することを示した。
- 4) これらを総合して、減衰装置にオイルダンパーとブロックを組合せた新しい方式による適確な制振装置を提案し、公的にその有用性が認められた。従って今後広く実用に供することができる。
- 5) 道路部に鋼床版を有する補剛トラス架設時のねじりフラッター限界風速の低下を防止するため、鋼床版の配置を検討し、鋼床版縦割方式による耐風架設工法について、2次元バネ支持剛体模型を用いた風洞実験を実施し、計測された空気力から、吊橋架設系の全体系についての、即ち、モード解析により補正して3次元化した場合の応答

についての評価を行った。

- 6) 鋼床版を全載する架設工法は、風洞実験の結果、許容限界風速以下で、ねじれフラッター振動を起すことを確認した。
- 7) 鋼床版縦割方式による部分載荷と全載の組合せによる架設工法について、2次元風洞実験とその3次元的評価により検討を加え、架設工期を短縮する工法を提案した。鋼床版縦割方式は既に実用に供されている。

謝　　辞

本研究は、主として三井造船㈱本四事業室において、1972年より立案着手したものであり、終始懇切な御指導をいただいた、大阪大学小松定夫教授に深く感謝の意を表します。

大阪大学前田幸雄教授、五十嵐定義教授には、本論文について極めて有益な御討論ならびに御指導を賜わり、こゝに謹んで感謝の意を表します。

更に、本研究の実施に当り、本州四国連絡橋公団各位の御理解を得ると共に、三井造船㈱昭島研究所空力研究室長池ノ内昌弘博士、井上浩男研究員、千葉研究所構造強度研究室南真和室長、遠山泰美研究員、玉野研究所流体機械研究室手島清美博士、本社鉄構土木事業本部設計部佐藤哲也課長補佐、木村克正課長補佐の諸氏をはじめとして、多数の方々の御指導と御協力により遂行し得たものであって、こゝに心から感謝の意を表します。

表 目 錄

表- 1	ケース 1 の結果	19
表- 2	ケース 2 の結果	19
表- 3	断面諸元	22
表- 4	計算諸元	45
表- 5	計算結果	49
表- 6	相似則による実橋と模型の関係	80
表- 7	模型と実橋の断面諸元	81
表- 8	死荷重に関する実橋と模型の対比(一橋当たり)	81
表- 9	中央径間中央サグの変化	87
表- 10	補剛桁の鉛直変位	88
表- 11	塔頂の水平変位	92
表- 12	模型の特性値	104
表- 13	実塔の特性値(計算値)	105
表- 14	模型の設定状態	105
表- 15	ダンパー設計例	116
表- 16	架設時固有振動数	120

図 目 錄

図- 1	軸 力 部 材	12
図- 2	曲 げ 部 材	13
図- 3	節点 [r・s] の力の釣合	17
図- 4	初期応力を受けるケーブル構造	18
図- 5	付 加 荷 重	18
図- 6	変形後の形状	18
図- 7	架 設 系	20
図- 8	計算対象吊橋	21
図- 9	架 設 順 序	21
図- 10	架設機器の重量	21
図- 11	補剛桁の鉛直変位	22
図- 12	補剛桁の曲げモーメント	22
図- 13	軸力部材(局所座標系)	24
図- 14	$\Delta\phi$, $\Delta\theta$ および $\Delta\alpha$ の関係	24
図- 15	軸力部材(全体座標系)	26
図- 16	曲げ部材(局所座標系)	26
図- 17	軸 力 部 材	30
図- 18	ケーブルの微小要素	34
図- 19	吊材張力の分布	36
図- 20	ケーブルにかかる荷重	36
図- 21	標準的な吊橋	37
図- 22	計 算 手 順	43
図- 23	架 設 順 序	43
図- 24	外 力	44
図- 25	連続補剛桁	44
図- 26	補剛桁およびケーブルの鉛直変位	46
図- 27	補剛桁の曲げモーメント	46
図- 28	補剛桁の剪断力	47
図- 29	吊 材 張 力	47
図- 30	フリーケーブル状態	48
図- 31	ケーブルの横荷重	53
図- 32	ケーブルの分担力	53
図- 33	ケーブルの分担力	55
図- 34	ケーブルの横荷重	56
図- 35	ケーブルの分担力	56
図- 36	横たわみ(耐風索なし)	58

図- 37	横たわみ(耐風索とストラット付)	5 8
図- 38 (a)	横たわみ(耐風策のみ)(載荷ケーブル側)	5 8
図- 38 (b)	横たわみ(耐風索のみ)(無載荷ケーブル側)	5 8
図- 39	補剛桁の架設先端横たわみ(v_1)	5 9
図- 40	主塔断面形状	6 1
図- 41	塔基部と橋脚	6 1
図- 42	塔基部の変形	6 1
図- 43	主塔一般図	6 1
図- 44 (a)	基部断面	6 2
図- 44 (b)	断面 A - A	6 2
図- 44 (c)	断面 D - D, B - B	6 3
図- 44 (d)	断面 E - E, C - C	6 3
図- 45	部材名称	6 4
図- 46	“外側”から見た構造図(自動分割後)	6 6
図- 47	対称面側から見た塔基部構造図(自動分割後)	6 6
図- 48	P 1, P 2, D 5 の変位図	6 7
図- 49	P 1 の変位図	6 7
図- 50	P 2 の変位図	6 8
図- 51	D 5 の変位図	6 8
図- 52	P 1, P 2 の主応力図	6 9
図- 53	アンカーボルトのリブ R 1 ~ R 10 の主応力図	6 9
図- 54	底板の変位図($t = 130 \text{ mm}$)	7 0
図- 55	基礎の変位図	7 0
図- 56	基礎上面の変位図	7 1
図- 57	塔第1段上面鉛直変位 w	7 1
図- 58	塔第1段上面, 相対鉛直変位	7 2
図- 59	塔第1段下面の直応力 σ_z	7 2
図- 60	プレストレス10%導入後の4ブロック積上げ時の塔基部	7 3
図- 61	模型の全体形状	7 9
図- 62	補剛桁概略図(中央径間部)	8 0
図- 63	実験手順	8 2
図- 64	測定項目	8 3
図- 65	水平載荷試験要領	8 3
図- 66	耐風索取付け要領	8 3
図- 67	対称荷重による補剛桁の鉛直変位(完成系)	8 4
図- 68	偏載荷重による補剛桁の鉛直変位(完成系)	8 5
図- 69	水平荷重による水平変位(完成系)	8 5
図- 70	中央径間中央のサグの変化	8 6
図- 71	補剛桁の鉛直変位	8 7

図－ 72	補剛桁の曲げモーメント(その1)	89
図－ 73	補剛桁の曲げモーメント(その2)	89
図－ 74	ケーブル張力	90
図－ 75	ハンガー張力(STEP-7)	90
図－ 76	塔頂変位	91
図－ 77	塔基部曲げモーメント	91
図－ 78	ハンガー引込み要領	93
図－ 79	引込量と引込力の関係	93
図－ 80	各架設ステップの架設ヒンジの開き角	95
図－ 81	架設ヒンジの閉合要領	95
図－ 82	架設ヒンジの閉合荷重	96
図－ 83	最終ブロックの閉合	96
図－ 84	最終ブロック閉合用サーチャージ	97
図－ 85	ジャッキアップ量と反力の関係	97
図－ 86	耐風索の効果(STEP-2)	98
図－ 87	耐風索の効果(STEP-3)	98
図－ 88	耐風策の効果(STEP5-1)	99
図－ 89	塔模型の形状	102
図－ 90	固有振動モードの例	103
図－ 91	空力応答(V-A)曲線(Model A-1)	106
図－ 92	空力応答(V-A)曲線(Model A-2, $\beta=10^\circ$)	107
図－ 93	空力応答(V-A)曲線(Model A-4 エレクター付)	107
図－ 94	空力応答(V-A)曲線(Model A-7, 8 ダンパー付)	108
図－ 95	空力応答(V-A)曲線(Model B-1, 3, 4 架設途中)	108
図－ 96	完成系 $\alpha=0^\circ$ の $(\bar{V}-Ca)$ 曲線	110
図－ 97	架設系の $(\bar{V}-Ca)$ 曲線	110
図－ 98	$\eta - \delta_a$ 曲線	111
図－ 99	$Ca - \eta$ 曲線	111
図－ 100	塔頂振巾～対数減衰率の関係 (風洞模型実験結果と一定起振力定常強制振動簡易モデル解析解との比較)	113
図－ 101	ケーブル張渡し方式	114
図－ 102	直接式と分岐式の関係(等価減衰係数 C_{eq})	115
図－ 103	制振装置	115
図－ 104	実験対象の吊橋一般図	117
図－ 105	架設時仮設備荷重配置	118
図－ 106	床版配置	118
図－ 107	トラス断面形状	119
図－ 108	架設段階図	121
図－ 109	固有振動数の架設ステップ変化	121

図- 110 固有振動モード図	122
図- 111 静的空気力係数の迎角変化	125
図- 112 応答曲線 (V-A 図および V- δ 図)	126
図- 113 応答曲線 (V-A- δ 図)	127
図- 114 架設時吊橋の動的応答曲線 (バネ支持試験と 3 次元補正結果の V-A- δ 図比較)	128
図- 115 架設時吊橋の動的応答曲線 (3 次元補正された V- δ 図)	129
図- 116 架設時吊橋の動的応答曲線 (3 次元補正された V-A- δ 図)	130

記号一覧表

A	部材の断面積
A_c	ケーブルの断面積
A_h	吊材の断面積
A_b	耐風索の断面積
A_s	補剛桁のせん断断面積
A_{r-1}	$r-1$ ユニットの全体座標系剛性マトリックス
a	せん断力に関する幾何学的非線形項のマトリックス要素
$a = \bar{a}H$	
$a_1 = \bar{a}_1 H$	
$\bar{a} = \frac{5}{48} \cdot \frac{\ell^2}{EI}$	
$\bar{a}_1 = \frac{5}{48} \cdot \frac{\ell_1^2}{EI_1}$	
\bar{a}_0	架設先端の $M_w = 0$ のときの \bar{a}
\bar{a}_M	" の M_w による \bar{a}
a_1, a_2, a_3	r_1, r_2 の 2 元連立方程式の常数
B	ケーブルの間隔
B_r	r ユニットの全体座標系剛性マトリックス
b	せん断力に関する幾何学的非線形項のマトリックス要素
b_1, b_2, b_3	r_1, r_2 の 2 元連立方程式の常数
C_s	スプレーサドルの移動を考慮した係数
C_{r+1}	$r+1$ ユニットの全体座標系剛性マトリックス
C	全体座標系への変換マトリックス (6 × 6 要素)
C_a	無次元究力減衰パラメータ
D	構造物の代表長
D_1	耐風索の部材張力
$DU = u_2 - u_1$	
$DV = v_2 - v_1$	
D	全体座標系への変換マトリックス (3 × 3 要素)
d	吊材を引込むために必要な余裕量
d_1	耐風索の長さ
Δd_1	" の伸び
E	鋼材のヤング係数
E_c	ケーブルのヤング係数
E_h	吊材の "
E_b	耐風索の "
F	付加荷重による部材端軸力

F_0	部材の初期軸力
F_x, F_y, F_z	増分部材軸力の全体座標系の夫々 x, y, z 方向分力
$\bar{F}_x, \bar{F}_y, \bar{F}_z$	" の局所座標系の " "
F_{h0}	完成状態における吊材張力
$F(t)$	時間 t の空気力
F	局所座標系の部材端軸力のマトリックス
\bar{F}_E	" の初期軸力項の剛性マトリックス
\bar{F}_G	" の幾何学的非線形項の剛性マトリックス
f	完成系ケーブルのサグ (中央径間)
f_1	" " (側径間)
f_{x1}, f_{x2}	部材両端の付加荷重による x 方向軸力
f_{y1}, f_{y2}	" " y 方向軸力
G	せん断弾性係数
H	ケーブルの水平張力
H_d	完成系ケーブルの全死荷重水平張力
H_P	完成系からのケーブル水平張力の変化量
h_1	補剛桁架設先端 (x_1) の吊材長
h_c	補剛桁架設長の中央 ($\frac{x_1}{2}$) における吊材長
h_0	支間中央の吊材長
I	補剛桁の断面2次モーメント, 部材の断面2次モーメント
I_y	補剛桁の橋軸鉛直方向の断面2次モーメント (全橋)
I_y	z 軸まわり断面2次モーメント
I_z	y 軸まわり断面2次モーメント
$ $	全体座標系への変換マトリックス (6×6 要素)
$ _0$	" " (3×3 要素)
$\tilde{ }$	" " (3次元 12×12 要素)
$\tilde{ }_0$	" " (3次元 6×6 要素)
$i = p/\bar{p}$	
$i_1 = p_1/\bar{p}_1$	
$\bar{i} = w_c/\bar{p}$	
$\bar{i}_1 = w_{c1}/\bar{p}_1$	
$\bar{i}_P = P/\bar{p}\ell$	
$\bar{i}_{P1} = P_1/\bar{p}_1\ell_1$	
$i_M = M_w/m\bar{p}\ell^2$	
J	$ $ の転置マトリックス
\tilde{J}	$\tilde{ }$ の "
$j = H_p/\bar{p}\ell$	
$j_1 = H_p/\bar{p}_1\ell_1$	
$\bar{j} = H/\bar{p}\ell$	

$\bar{j}_1 = H/\bar{p}_1 \ell_1$	
K	剛性マトリックス
K_0	微小変位項の剛性マトリックス
K_1	初期軸力項の "
K_2	2次の有限変位項の "
K	全体座標系の剛性マトリックス
\bar{K}_E	局所座標系の微小変位項を含む剛性マトリックス
\bar{K}_G	" の幾何学的非線形項を含む剛性マトリックス
k	ユニット番号
$k = q/p$	
$k_1 = q_1/p_1$	
$k_1 = EA/L$	
$k_2 = 2EI/L$	$k_{y2} = 2EI_y/L$, $k_{z2} = 2EI_z/L$
$k_3 = 6EI/L^2$	$k_{y3} = 6EI_y/L^2$, $k_{z3} = 6EI_z/L^2$
$k_4 = 12EI/L^3$	$k_{y4} = 12EI_y/L^3$, $k_{z4} = 12EI_z/L^3$
k_a	空力系数
L	部材長
L'	変形後の部材長
$\Delta L = L' - L$	部材の伸び
L_E	ケーブルの積分項
L'_E	高次微小項にかかるケーブルの積分項
L_t	温度変化によるケーブルの積分項
L'_t	高次微小項にかかる温度変化によるケーブルの積分項
L_{EA}	L_E のアンカースパンに関する積分値
L_{tA}	L_t の "
L_{E0}	L_E の中央径間に関する積分値
L'_{E0}	高次微小項にかかる L_{E0}
L_{t0}	温度変化による L_t の中央径間に関する積分値
L'_{t0}	高次微小項にかかる L_{t0}
ℓ	支間長, 部材長, 節点番号
ℓ_1	側径間長
ℓ_s	アンカースパン長
ℓ_h	完成系における吊材長
ℓ_{h0}	無応力状態における吊材長
M	付加荷重による部材端曲げモーメント (26頁)
	補剛桁曲げモーメント (46頁)
	構造物の振動モードを考慮した単位長当たり質量 (109頁)
	完成系極慣性モーメント (120頁)
M_0	初期部材端曲げモーメント

M_A, M_B	夫々節点A, Bの付加荷重による部材端曲げモーメント
M_F	架設系極慣性モーメント
M_W	自重Wによる補剛桁端曲げモーメント
\bar{M}_y, \bar{M}_z	夫々 $\bar{x}\bar{y}$ 平面及び $\bar{x}\bar{z}$ 平面の付加荷重による曲げモーメント
M	ケーブルに作用する鉛直荷重による中央径間のモーメント
M_1	" 側径間のモーメント
M'	水平変位を考慮したケーブルの中央径間モーメント
M'_1	" 側径間モーメント
M_P	荷重Pによるケーブルの中央径間モーメント
M'_{WC}	ケーブルの水平変位を考慮した W_C によるケーブルのモーメント
M'_q	" q "
M'_{P+R}	" P+R "
\bar{M}	H の式における分子の中央径間積分値
M_1	" 側径間積分値
M_δ	δ にかかる積分値
$M_{\delta 1}$	δ_1 "
$m = \bar{x}/\ell$	節点番号
$m_1 = \bar{x}_1/\ell_1$	"
m_x, m_y, m_z	夫々全体座標系の x, y, z 軸に関する部材端モーメント
N	部材軸力, 構造物の固有振動数
N_0	静止空気中の構造物の固有振動数
N_F	架設系の構造物の固有振動数
$n = f/\ell$	
$n_1 = f_1/\ell_1$	
$n_0 = h_0/\ell$	
(n)	収束計算におけるn回目
P	集中荷重(中央径間)
P_1	" (側径間)
P_x, P_y	夫々付加荷重の x, y 方向分力
P	節点の付加荷重マトリックス
P'	温度変化を含む "
p	架設系補剛桁にかかる支間単位長当たり自重(中央径間)
p_1	" " (側径間)
\bar{p}	完成系から除荷される支間単位長当たり自重(中央径間)
\bar{p}_1	" " (側径間)
p_f	補剛桁にかかる橋軸直角方向の支間単位長当たり風荷重
p_c	ケーブル "
$p_\phi = \sin \Delta \phi / (1 + \cos \Delta \phi)$	
$p_{\phi'} = \frac{\sin \Delta \phi'}{1 + \cos \Delta \phi'}$	

p_ω	$= \sin \Delta\omega / (1 + \cos \Delta\phi)$
$p_{\omega'}$	$= \frac{\sin \Delta\omega'}{1 + \cos \Delta\omega'}$
Q	せん断力
$q = kp$	支間単位長当たり吊材張力 (中央径間)
$q = \Delta\phi / \sin \Delta\phi$	
$q_{\phi'} = \frac{\Delta\phi'}{\sin \Delta\phi'}$	
$q_{\omega'} = \frac{\Delta\omega'}{\sin \Delta\omega'}$	
q_1	支間単位長当たり吊材張力 (側径間)
q_v	$x + \xi, y + \eta$ 座標系に関するケーブルの全鉛直分布荷重
\bar{q}_v	x, y " "
q_M	M_w による吊材分布張力
q_0	M_w の作用しないときの吊材分布張力
R	架設桁先端の吊材張力 (中央径間)
R_1	" (側径間) , 風荷重によるケーブルへの伝達力
\bar{R}_1	架設桁先端の風荷重によるケーブルへの伝達力 (上流側)
\bar{R}_2	" " (下流側)
R_M	架設桁先端の曲げモーメントによる吊材張力
R_{MW}	" の M_w による吊材張力
r	補剛桁からケーブルへ伝達される風荷重 , ユニット番号
r_1	" (上流側)
r_2	" (下流側)
S	付加荷重による部材端せん断力
S_0	初期部材端せん断力
\bar{S}_y, \bar{S}_z	夫々 $\bar{x} \bar{y}$ 平面及び $\bar{x} \bar{z}$ 平面における S の分力
s	節点番号
ds	ケーブルの微小要素
Δds	" の伸び
\bar{T}	付加荷重による \bar{x} 軸のねじりモーメント
T_h	吊材張力
T_{hm}	架設先端 ($m\ell$) の吊材張力
T_{h1}	" (x_1) "
t	温度変化
U_x	x 方向ひずみエネルギー
U	変位マトリックス
U_A, U_B	夫々節点A, Bの全体座標系の剛性マトリックス
u_1, u_2	夫々付加荷重による部材両端の x 軸方向変位
	夫々風荷重による架設先端 (x_1) のケーブル上 , 下流側変位

u_c	風荷重による架設長の中央 ($\frac{1}{2}x_1$) のケーブル変位
u_{c1}, u_{c2}	夫々風荷重による架設長の中央 ($\frac{1}{2}x_1$) のケーブル上・下流側変位
u_A, u_B	夫々部材端A, Bの全体座標系の x 軸方向変位
\bar{u}_A, \bar{u}_B	" 局所 " \bar{x} "
Δu_1	耐風索の伸びによる架設先端 (x_1) のケーブル変位
$u^{(n)}$	収束計算における n 回目の u の値
V	風速
V_r	無次元風速
V_{cr}	完成系限界風速
V_F	架設系 "
V	付加荷重による部材端力マトリックス
v_1, v_2	夫々付加荷重による部材両端の y 軸方向変位
$v_{c1} = v_{c2}$	夫々風荷重による架設長の中央 ($\frac{1}{2}x_1$) の補剛桁上・下流側変位
v_c	風荷重による架設長の中央 ($\frac{1}{2}x_1$) の補剛桁変位
v_A, v_B	夫々部材端A, Bの全体座標系の y 軸方向変位
\bar{v}_A, \bar{v}_B	" 局所 " \bar{y} "
$v^{(n)}$	収束計算における n 回目の v の値
W	補剛桁自重
w_c	ケーブルの支間長当り自重
w_d	完成系の支間長当り全死荷重
w_A, w_B	夫々部材端A, Bの全体座標系の z 軸方向変位
\bar{w}_A, \bar{w}_B	" 局所 " \bar{z} "
x	全体座標系の x 座標
x_1	x 座標点・側径間座標
\bar{x}	x 座標点
y	全体座標系の y 座標
y_1	y 座標点・側径間座標
z	全体座標系の z 座標
α	鋼材の線膨張係数
$\frac{1}{\alpha} = 1/(1+\phi)$	
α'	変形後の部材A'B'の x 軸に対する方向余弦
α_1	側径間ケーブルの傾斜角
$\bar{\alpha}_1$	" のスプレーサドル点における接線角
α_2	アンカースパンケーブルの傾斜角
$\bar{\alpha}_E, \bar{\alpha}'_E$	局所座標系の軸力と曲げを伴う部材の剛性マトリックス
$\bar{\alpha}_G, \bar{\alpha}'_G$	" "
$\bar{\alpha}_{G0}, \bar{\alpha}'_{G0}$	局所座標系の曲げ部材の幾何学的非線形項の剛性マトリックス
$\bar{\alpha}_{E0}, \bar{\alpha}'_{E0}$	" の微小変形項の剛性マトリックス
β	部材A Bの y 軸に対する方向余弦

$$\beta = b_1/a_1$$

β' 変形後の部材 A'B の y 軸に対する方向余弦

$$\bar{\beta} = (1+\phi/4)/(1+\phi)$$

$$\bar{\beta}_1 = \tan \alpha_1 + 4 n_1 (1-m_1)$$

$\bar{\beta}_E, \bar{\beta}'_E$ 局所座標系の軸力と曲げを伴う部材の剛性マトリックス

$\bar{\beta}_{E0}, \bar{\beta}'_{E0}$ " の曲げ部材の微小変形項の剛性マトリックス

r 部材 A'B の z 軸に対する方向余弦

$$r = \ell_1/\ell$$

r' 変形後の部材 A'B の z 軸に対する方向余弦

$$\bar{r} = (1-\phi/2)/(1+\phi)$$

$$r_s = \ell_s/\ell$$

$\bar{\gamma}_E$ 局所座標系の軸力と曲げを伴う部材の剛性マトリックス

$\bar{\gamma}_{E0}$ " の曲げ部材のせん断力を含む剛性マトリックス

$\bar{\gamma}_G$ " の軸力と曲げを伴う部材の剛性マトリックス

$\bar{\gamma}_{G0}, \bar{\gamma}$ " の曲げ部材のせん断力を含む剛性マトリックス

δ H_P の式における分子の高次微小積分項 (中央径間)

$$\delta = \delta_s + \delta_a$$

δ_1 H_P の式における分子の高次微小積分項 (側径間)

δ_a 空力対数減衰率

δ_s 構造対数減衰率

$\bar{\delta}$ 局所座標系の軸力と曲げを伴う部材の剛性マトリックス

Δ H_P の式における分母の高次微小積分項 (中央径間)

Δ_1 " " (側径間)

ϵ 収束誤差

ϵ H_P の式における分子の高次微小積分項 (中央径間)

ϵ_1 " " (側径間)

$$\bar{\epsilon} = L'_E/L_E$$

ϵ_x 部材の x 方向ひずみ量

$$\epsilon_t = L'_t/L_t$$

$$\bar{\epsilon}_A = \frac{1}{2} \left(\frac{H_P}{E_C A_C} \right) \sec \bar{\alpha}_1$$

$$\bar{\epsilon}_{tA} = \frac{H_P}{E_C A_C} \sec \bar{\alpha}_1 + \frac{1}{2} \alpha t$$

$$\bar{\epsilon}_{E0} = L'_{E0}/L_{E0}$$

$$\bar{\epsilon}_{t0} = L'_{t0}/L_{t0}$$

$$\Delta \epsilon = 96 n^4/5, \Delta \epsilon' = 96 n_1^4/5 \text{ ケーブルの 2 次ひずみ項}$$

$$\Delta \epsilon_1 = \frac{3}{8} \tan^4 \alpha_1 + 12 n_1^2 \tan^2 \alpha_1 + \Delta \epsilon' \quad "$$

$$\Delta \epsilon'_1 = 8 \Delta \epsilon_1 / 3 \quad "$$

η	無次元片振幅
η	鉛直変位 (中央径間)
η_1	" (側径間)
η_c	" (中央径間中央)
η_{c1}	" (側径間中央)
η	温度変化の剛性マトリックス
θ	振動中のねじれ角
θ	スプレーサドルの移動傾斜角
θ_A, θ_B	全体座標系の夫々節点A, Bの節点回転角
$\bar{\theta}_A, \bar{\theta}_B$	" " 接線回転角
$\lambda = 8H/p\ell$	
$\lambda_1 = 8Hh_c/qx_1^2$	
λ_1, λ_2	吊材間隔
λ, λ'	全体座標系の剛性マトリックス
$\bar{\lambda}, \bar{\lambda}'$	局所 " "
$\mu = \frac{5}{48} \left(\frac{H\ell^2}{EI_y} \right)$	
$\mu_1 = m^2 \mu$	
ν	ボアソン比, 空気の動粘性係数
$\nu_0 = \frac{8 + 2\nu_1 + \bar{\nu}_1}{8 + \bar{\nu}_1}$	
$\bar{\nu} = \bar{\nu}_1 / (8 + \bar{\nu}_1)$	
$\nu_1 = 2Hh_1/T_{h_1}x_1$	
$\bar{\nu}_1 = \frac{4H}{E_b A_b} \left(\frac{d_1}{B} \right)^2 \left(\frac{d_1}{m\ell} \right)$	
ξ, ξ_1	ケーブルの水平変位
$\bar{\xi}, \bar{\xi}_1$	架設先端 (\bar{x}) のケーブル水平変位
ξ_A	スプレーサドルの水平変位
ξ_B	塔頂の水平変位
ξ_{BA}	スプレーサドルの移動による塔頂水平変位
$\Delta \xi_0$	ξ_B の中央径間積分項
$\Delta \xi_0^*$	ξ_B の " (フリーケーブル状態)
ρ	空気密度
σ	収束誤差
$\sigma_{r,s}$	全体座標系 s 節点, r ユニットの剛性マトリックス
ϕ	部材A Bの x y 平面への射影と x 軸のなす角
ϕ'	変形後の部材A' B'の "
$\Delta \phi$	z 軸まわりの部材回転角
$\phi = 12EI/GA_s \ell^2$	

ϕ	部材の x 軸となす角
ϕ'	変形後の部材の x 軸となす角
$\Delta\phi = \phi' - \phi$	付加荷重による部材回転角
ω	部材 A B の x y 平面となす角
ω'	" A B' "
$\Delta\omega = \omega' - \omega$	