



Title	光ファイバを用いた粒径測定装置の開発とその応用に関する研究
Author(s)	辰野, 恭市
Citation	大阪大学, 1988, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/196
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

光ファイバを用いた粒径測定装置の開発と
その応用に関する研究

辰 野 恭 市

内容梗概

本論文は、著者が開発を進めてきた「光ファイバを用いた粒径測定装置の開発とその応用に関する研究」の成果をまとめたもので、本文8章から構成されている。以下、各章ごとに内容の概要をのべる。

第1章 緒論

本章では、微小粒子径（直径）の測定を必要としている分野を数例（二相流中の液滴、大気中のエアロゾル、セラミック微粉体、クリーンルームのダスト）紹介し、そのうちタービン中の水滴を測定対象として、光ファイバを用いた粒径測定装置を開発した本研究の目的と意義を明らかにする。

第2章 微小粒子の測定法

この章では微小粒径の測定法について概観したのち、タービン中の水滴の測定法として、散乱光強度の角度分布（散乱光強度分布）を測定する前方微小角散乱法を選択したこと、及びこの方法を用いた従来の装置について述べる。

第3章 光ファイバを用いた粒径測定装置（実験装置）

タービン中の水滴を測定するための第一ステップとして、 $0.1\mu\text{m}$ まで測定できる光ファイバを用いた粒径測定装置（実験装置）を試作した。本章では、前方微小角散乱法に光ファイバを導入するために、測定原理となる散乱理論をFraunhofer回折理論からMie散乱理論に変えたこと、測定粒径範囲の下限を $5\mu\text{m}$ から $0.1\mu\text{m}$ まで下げるための改良点について述べたのち、既知粒径のポリスチレン粒子による装置の評価結果をしめす。光ファイバの導入は、測定粒径範囲を拡大し、いろいろな環境（タービン内など）で装置を使用することを可能ならしめ、以後の研究の発展に大きく寄与した。

第4章 散乱光強度分布から粒径分布への変換法

従来、散乱光強度分布から粒径分布に変換する際、粒径分布の分布関数を仮定し、その分布パラメータを求める方法が用いられてきた。この方法では、仮定した分布関数が正しいかどうか検証できない。この章では、粒径分布の分布関数の型を仮定せず、任意の型の粒径分布を求めるために、著者が考案した散乱光強度分布から粒径分布への変換法（対数束縛積分方程式法と呼ぶ）について述べる。

第5章 試験用蒸気タービン中の水滴を測定するための粒径測定装置

この章では、第3章で示した試作装置に基づいて、試験用蒸気タービン中の水滴を測定するために試作した装置を紹介し、ポリスチレン粒子による検証結果を示したのち、10 MW試験用蒸気タービン中の水滴を測定した結果を示す。また、タービン中の水滴の径は $0.1 \sim 2 \mu\text{m}$ であることがわかったので、この範囲の粒径測定精度をあげるための改良について述べる。

第6章 粒子密度（数密度）・湿り度の計測

この章では、粒子密度・湿り度の測定方法として、光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法を採用することにより、従来広く用いられてきた透過光を測定する方法に比して大幅に測定精度を向上できたことを、ポリスチレン粒子を測定した結果により示す。

第7章 光ファイバ粒径測定装置の改良

第6章で行ったポリスチレン粒子の測定結果では、 $0.3 \mu\text{m}$ 以下の粒子密度の測定精度が悪いことがわかった。この章では、粒子密度の測定精度を向上するために、散乱光強度分布を正確に表す変換式を導出し、この変換式の解法

を示した。またポリスチレン粒子を測定し、測定精度が向上したことを確認した。

第8章 結論

この章では、第2章から第7章までの研究成果を総括し、本研究の結論としている。

目 次

第1章 緒 論	1
第2章 微小粒子の測定法	4
§ 2. 1 緒言	4
§ 2. 2 いろいろな微小粒子の測定法	4
§ 2. 3 写真画像法	6
§ 2. 4 ホログラフィー法	6
§ 2. 5 光の散乱を用いた方法	7
2. 5. 1 光の散乱理論	7
(1) Rayleigh散乱理論	7
(2) Mie 散乱理論	10
(3) Fraunhofer回折理論	14
2. 5. 2 前方微小角散乱法	16
2. 5. 3 光減衰法	17
2. 5. 4 フォトカウント法	18
§ 2. 6 蒸気タービン中の水滴を測定 する方法の選択	19
2. 6. 1 測定法の選択	19
2. 6. 2 前方微小角散乱法を用いた 従来の装置と問題点	19
§ 2. 7 結言	21
参考文献	21
第3章 光ファイバを用いた粒径測定装置（実験装置）	25
§ 3. 1 緒言	25
§ 3. 2 光ファイバを用いた粒径測定装置と測定原理	25

§ 3.3 改良点	28
3.3.1 光ファイバを用いたこと	28
3.3.2 測定粒径範囲の下限を $5\mu\text{m}$ から $0.1\mu\text{m}$ に下げたこと	28
(1) $i(D, \theta)$ をMie 散乱理論 に基づいて計算したこと	28
(2) 測定散乱角範囲を拡大したこと	29
3.3.3 散乱光強度分布から粒径分布 への変換法の考案	31
§ 3.4 ポリスチレン粒子による検証	32
3.4.1 測定粒径範囲と測定精度の評価	33
3.4.2 測定粒径範囲を下げるための 改良の有効性	34
(1) Mie 散乱理論	34
(2) 測定散乱角範囲の拡大	35
§ 3.5 測定可能な粒子密度と透過率 (多重散乱の影響)	35
§ 3.6 結言	38
参考文献	39
第4章 散乱光強度分布から粒径分布への変換法	41
§ 4.1 緒言	41
§ 4.2 対数束縛積分方程式法	42
(1) 積分の近似とその解	42
(2) 条件(C. 1)のもとでの最小二乗解	45
(3) 条件(C. 2)のもとでの最小二乗解	46

§ 4. 3	計算アルゴリズム	48
§ 4. 4	理論値による変換法の評価	50
4. 4. 1	ピークが2つある場合の変換	50
4. 4. 2	条件 (C. 1), (C. 2)	
	を付加した効果	51
4. 4. 3	r の与え方の妥当性	52
§ 4. 5	結言	55
	参考文献	55
第5章 試験用蒸気タービン中の水滴を		
	測定するための粒径測定装置	57
§ 5. 1	緒言	57
§ 5. 2	装置	57
§ 5. 3	ポリスチレン粒子による検証	60
§ 5. 4	試験用蒸気タービン中の水滴の測定	63
§ 5. 5	Ar レーザを用いた粒径測定装置	63
5. 5. 1	改良点	63
5. 5. 2	ポリスチレン粒子による検証	66
§ 5. 6	結言	68
	参考文献	69
第6章 粒子密度(数密度)・湿り度の計測		
§ 6. 1	緒言	71
§ 6. 2	粒子密度の測定法	71
6. 2. 1	透過率を測定する従来の方法	71
6. 2. 2	光のエネルギーに換算した	
	散乱光強度を測定する方法	73

§ 6. 3	湿り度の算出法	76
§ 6. 4	ポリスチレン粒子による検証	78
§ 6. 5	試験用蒸気タービン中の水滴の 粒径分布・湿り度の測定	82
§ 6. 6	結言	83
	参考文献	84
第7章	光ファイバ粒径測定装置の改良	86
§ 7. 1	緒言	86
§ 7. 2	散乱光強度分布を正確に表す変換式の導出	86
§ 7. 3	散乱光強度分布から粒径分布への変換法	88
7. 3. 1	変換法の概要	89
7. 3. 2	積分の近似	89
7. 3. 3	形式的な解	93
7. 3. 4	Newton法による実際の解の求め方	95
§ 7. 4	ポリスチレン粒子による検証	96
7. 4. 1	粒径分布の測定	96
7. 4. 2	粒子密度の測定	98
7. 4. 3	湿り度の測定	100
§ 7. 5	結言	100
	参考文献	103
第8章	結論	104
	謝辞	108
	研究業績	109

第1章 緒 論

微小粒子の径（本論文では特に断らない限り、粒径は直径を意味している。）を測定することは、非常に多くの工業分野で必要とされている。その例を数例紹介する。

例1）蒸気タービン中の水滴の測定¹⁾

蒸気タービンの効率が1%upすれば、100万KWの発電プラント1につき年間4.6億円の燃費の節約になると言われている。ただし燃費4円/1000Kcal, 実稼働期間7.2か月として計算した。効率を上げるために、蒸気タービンの出口温度を下げていくと、蒸気の一部が凝縮して、水滴を含んだ湿り蒸気となる。この湿り蒸気の水滴の粒径分布、粒子密度（数密度）を測定することは、蒸気のエンタルピを求め、タービンの効率を算出したり、水滴によるさまざまな損失を評価する上で、必要不可欠である

例2）大気中の浮遊粒子（エアロゾル）の測定²⁾

大気汚染は、地球上の生物の生息環境を破壊するという大問題である。東京では、粒子密度の環境基準値（ $100\mu\text{g}/\text{m}^3$ ）に達する地域は、50%程度あると言われており、石油から石炭への燃料転換が検討され始め、大気汚染の問題も再び注目されている。汚染の原因・状態を正確に把握し、大気汚染を低減するために、大気中の微小浮遊粒子の粒径分布・粒子密度を測定する装置の開発が望まれている。

例3）燃料の液滴の測定³⁾

ディーゼル機関、ガスタービンのように、燃料を噴霧し燃焼させる方法では噴霧された燃料の粒径が、排出ガス濃度、出力、燃費率改善に大きな影響を与える。例えば、燃料の粒径が大きいと、中心の温度が低いために炭化水素やススができやすく、出力の低下、大気汚染を招く。

例4）セラミック微粉体の測定⁴⁾

セラミック焼結体の特性は、粉体の粒径に大きく依存する。例えば、粉体の径が均一でないと、粗い粒子は焼結体の材料強度の低下の原因となり、一方、非常に小さな粒子は、化学反応を起こしやすいために、焼結する際いろいろな問題を引起す。

例5) L S I 製造用クリーンルーム内のダストモニタ⁵⁾

L S I の不良品を作る大きな原因の一つは、空気中に浮遊しているダストが L S I に付着することである。したがって L S I 製造用クリーンルーム内のダストの粒径及び数をオンラインでモニタすることが、歩留りを向上させる上で必要となる。

以上のようなさまざまな工業分野で微小粒径及び粒子密度を測定する要求、特に測定物を捕集せず、ありのままの状態で測定する要求がある。

本研究の目的は、この様な要求を満足する粒径測定装置を開発することである。著者は、いろいろな粒子のうち蒸気タービンの水滴を測定対象として、その粒径分布・粒子密度を測定する光ファイバ粒径測定装置の開発を行った。ちなみに、開発した装置は、大気中の浮遊粒子やセラミック粉体の測定にも適用できるものである。

本論文は、この光ファイバを用いた粒径測定装置に関するもので、前方微小角散乱法（散乱光強度の角度分布を測定する方法）を用いた装置に光ファイバを導入し、タービン中の水滴の粒径分布を測定できるようにするための改良、測定粒径範囲の下限を $5\mu\text{m}$ から $0.1\mu\text{m}$ まで下げるための改良と、粒子密度・湿り度を測定できるようにするための改良について述べたものである。

参考文献

- 1) トロヤノフスキー；原子力タービン（第3章湿り蒸気タービンの作動），

タービン研究会編 (1978) 65

2) 菅野ほか; エアロゾル粒径分布の変動と地域性, 電子技術総合研究所彙報
; Vol. 50, No. 4 (1986) 56

3) 前田; 噴霧・粒子のレーザー計測, 日本機械学会第492 回講習会教材、
(1979-10)37

4) R. Roebuck, E. A. Almond; Measurement of Particle Size of Ultrafine (Submicrometre) WC Powder, Powder Metallurgy, Vol. 29, No. 2 (1986) 119

5) R. P. Donovan et al; Real Time Measurements of Single Submicron
Aerosol Particles in Clean Rooms, Solid State Technology, (1985-9)

139

第2章 微小粒子の測定法

§ 2. 1 緒言

この章では微小粒径の測定法、特に光の散乱を利用した測定法について概観したのち、タービン中の水滴の測定法として前方微小角散乱法と呼ばれる方法を選択したこと、及びこの方法を用いた従来の装置について述べる。

§ 2. 2 いろいろな微小粒子の測定法

いろいろな微小粒子の大きさ、及び粒子密度を図2. 1に、これらの粒子を測定する方法を表2. 1にまとめた。図2. 1の()内の数字は使用可能な測定法で、表2. 1内の番号に対応する。以下、これらのうち代表的な方法について説明する。

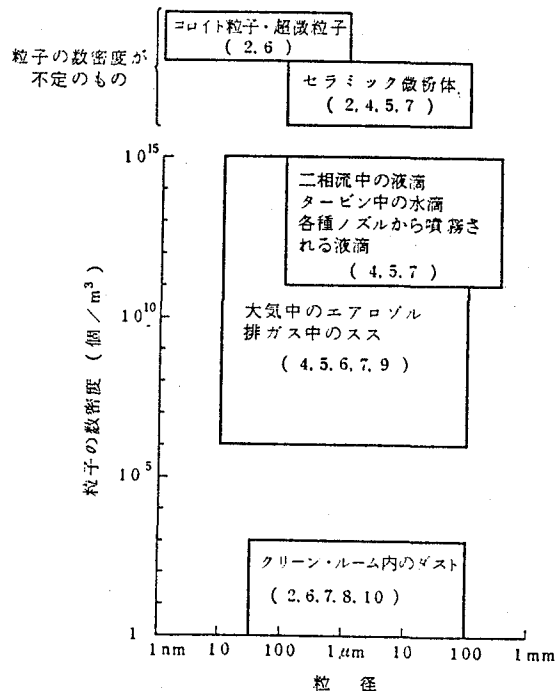


図2. 1 いろいろな微小粒子の大きさ及び粒子密度

表 2.1 いろいろな微小粒子測定法

1) この番号は図1の()内に対応している。

分類	番号 ¹⁾	名称	方法	測定粒徑	長所・欠点	参考文献
拡大像を測長する 方法	1	写真画像法	光学系により拡大した像の大きさを測長する。	10 μ m ~	• すべての形状の粒子を測定できる。 • 固体の粒子の測定に適している。 • 小さい液体の測定に適さない。 • ホログラフ法は位置も測定できる。	1), 3), 25)
	2		走査型電子顕微鏡により拡大した像の大きさを測長する。	10 nm ~		
	3	ホログラフ法	ホログラフの再生像の大きさを測長する。	10 μ m ~		1), 4)
光の散乱を利用した方法	4	前方微小角散乱法	多数の粒子による散乱光強度の角度分布を測定し、計算で粒徑分布へ変換する。	100 nm ~ 1 μ m	• 粒子密度が大きい場合の測定に適している。 • 液体の測定に適している。	1), 10), 11), 12)
	5	光減衰法	多数の粒子に波長の異なる光を照射し、透過率を測定し、計算で粒徑分布へ変換する。	100 nm ~ 5 μ m	• 測定に要する時間が短い(数秒)	1), 13)
	6	フォトカウント法	ある散乱角での、1個の粒子による散乱光強度から粒徑を求める。	100 nm ~ 1 mm	• 粒子密度の小さい場合の測定に適している。	15), 16), 17), 14), 24)
	7	偏光比法	ある散乱角での、1個の粒子による散乱光の偏光成分の比から粒徑を求める。	100 nm ~ 500 nm	• 測定すべき散乱光強度が小さい。	18), 26)
温度による屈折率の変化を測定する方法	8	光子相関法	少数のブラウン運動をしている粒子による散乱光強度の時間変化の自己相関々数より拡散係数を求め、粒徑を推定する。	0.5 nm ~ 3 μ m	• 非常に小さい粒子を測定できる。	22)
	9	熱拡散干渉法	CO ₂ レーザをパルス状に発光し、粒子に吸収させ、温度を上げると屈折率が変化する。この屈折率変化を干渉計で測定し、粒徑を推定する。	1 nm ~ 10 μ m	• 非常に小さい粒子を測定できる。	21)
	10	電気移動度分折法	粒子を帯電させ、粒子の動きにより移動度が異なることを利用して、ある大ききの粒子をふるい分けする。	5 nm ~ 10 μ m	• 非常に小さい粒子を測定できる。	20)

§ 2. 3 写真画像法¹⁾

測定対象が固体の場合に多く用いられる方法で、光学顕微鏡・走査型電子顕微鏡を用いて、被測定粒子の拡大像を作り、写真に記録したのちその大きさをスケールを用いて読取る。

液体の場合は、グリセリン・シリコン油を散布したガラス板上に粒子を受け止め、拡大写真を撮って測定する。ノズルから噴霧された液体の場合は、受止めることが難しいので直接写真を撮ったのち拡大して測定する。この場合、粒子の速度が 500 m/sec にも達するので、ストロボと高速シャッターを用いて撮影しなければならない。また粒径も小さいので高感度・高解像度のフィルムが必要となる。

写真を撮る方法は、固体の粒子の測定に対しては汎用性・信頼性のある方法であるが、多数の粒子を一つずつ測定するので時間を要すること、 $10\text{ }\mu\text{m}$ 以下の液体の粒子を測定することが難しいという欠点がある。

最近、写真から粒径を読取る際の労力を軽減するために、写真をタブレット上に置き、測定者が写真上の粒子の像を円で近似してなぞることによりマイクロコンピュータに入力し、直径を求める方法²⁾、あるいは粒子の像を直接TVカメラを用いてマイクロコンピュータに入力したのち、自動的に像の輪郭の抽出を行い、大きさ³⁾を求める方法などが用いられている。

§ 2. 4 ホログラフィー法¹⁾

写真をとる方法と本質的に同じであるが、三次元の像が得られることが特徴である。したがって粒子位置も合わせて測定したい場合に有用である。また写真では、結像位置にない粒子の像は大きく撮影され、大きな誤差要因となるが、ホログラフィーの場合、この点は問題ない。

最近、TVカメラを用いて直接、マイクロコンピュータにホログラムを入力

し、ホログラムから直接、粒径を求める方法⁴⁾も提案されている。

§ 2. 5 光の散乱を用いた方法

上記の二つの方法は、粒子の像を拡大して直接その大きさを測定する直接測定法であるが、これから説明する光の散乱を利用した方法は、粒子が球であるという仮定のもとに、測定した散乱光強度を粒径へ変換する間接測定法である。液体の粒子の場合、表面張力により球になっていること、写真を撮る方法では $10\mu\text{m}$ 以下の液体の粒子を測定することが難しいことから、光の散乱を利用した方法が広く用いられている。

2. 5. 1 光の散乱理論^{5)~7)}

光の散乱を利用した方法の基礎となる Rayleigh 散乱理論、Mie 散乱理論、Fraunhofer 回折理論について簡単に説明しておく。ここでは、光の 1 波長の中に十分多数の分子が含まれ、粒子を屈折率 m の連続的な媒質とみなせる場合について考える。また、この節では c. g. s. 単位系で式を表した。

(1) Rayleigh 散乱理論

粒子（中性）による光の散乱とは、照射光により粒子を構成する分子に光の周波数で振動する電子分極が誘起され、この振動する電気双極子により電磁波が放射されることである^{6), 8)}。

Rayleigh 散乱理論は、波長に比して粒径が非常に小さく、粒子及びその近傍で光の電場の強度 E が一定であると近似できる場合に適用できる。いま、図 2. 2 に示すように z 方向に進む直線偏波光を照射した場合を考えると、空間的に一様な電場 $E_0 e^{i\omega t}$ により、粒子の構成分子に電子分極が誘起され、粒子全体として

$$p_0 e^{-i\omega t} = \alpha E_0 e^{-i\omega t} \quad (2.1)$$

なる電気双極子モーメントが生じる。ここで、分極率 α はLorentz-Lorenzの公⁸⁾式により

$$\alpha = \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} a^3, \quad (2.2)$$

で与えられる。ここで m は粒子の屈折率、 a は粒子の半径である。図2. 2のように座標系をとると、(2. 1)式で表される電気双極子により放射される電場は

$$E_r = k^3 \left(\frac{2}{(kr)^3} - \frac{2i}{(kr)^2} \right) \cos \gamma \cdot p e^{i(kr - \omega t)} \quad (2.3a)$$

$$E_\theta = k^3 \left(\frac{1}{(kr)^3} - \frac{i}{(kr)^2} - \frac{1}{(kr)} \right) \sin \gamma p e^{i(kr - \omega t)} \quad (2.3b)$$

で与えられる。^{6), 9)}ここで k は波数で、光の波長を λ とすると、 $k = 2\pi/\lambda$ であ

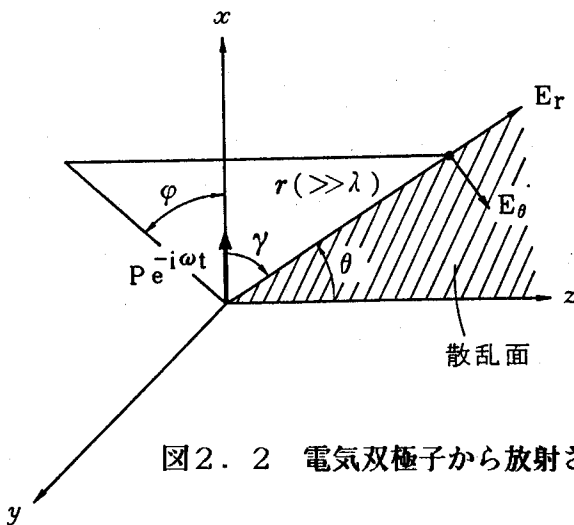


図2. 2 電気双極子から放射される光の電場

る。波長に比して十分遠方 ($r \gg \lambda$) においては、(2.3b) 式の $1/(kr)^3$, $i/(kr)^2$ の項は無視できて

$$E_\theta = -\frac{k^2}{r} \sin \gamma \, p \, e^{i(kr - \omega t)} \quad (2.4)$$

となる。

光の強度はPoyntingベクトルの時間平均

$$I = \overline{\mathbf{E} \times \mathbf{H}} = \frac{c}{8\pi} |E|^2 \quad (2.5)$$

で与えられる。(2.5) 式に(2.4) 式を代入し、 $p = \alpha E_0$ とおくと

$$I_0 = \frac{c E_0^2}{8\pi r^2} k^4 \alpha^2 \sin \gamma \quad (2.6)$$

となる。

偏光していないインコヒーレントな単色光を照射した場合の散乱光強度は、散乱面（入射光と測定している散乱光の進む方向で決まる面）に垂直な照射光（強度 $I_0/2$ ）による電気双極子放射の強度 I_φ と散乱面に平行な照射光（強度 $I_0/2$ ）による電気双極子放射の強度 I_θ の和として

$$\begin{aligned} I &= I_\varphi + I_\theta \\ &= \frac{(1 + \cos^2 \theta) k^4 \alpha^2}{2r^2} I_0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

と求まる。ここで、 I_φ は(2.6) 式において $\gamma = 90^\circ$ とおて

$$I_\varphi = \frac{k^4 \alpha^2}{r^2} \cdot \frac{I_0}{2} \quad (2.8a)$$

I_θ は(2.6) 式において $\gamma = 90^\circ - \theta$ とおいて

$$I_{\theta} = \frac{k^4 \alpha^2}{r^2} \cos^2 \theta \frac{I_0}{2} \quad (2.8b)$$

と求まる。(2.8a), (2.8b) 式を導く際

$$I_0 = \frac{c}{8\pi} |E_0|^2 \quad (2.9)$$

をもちいた。

(2) Mie 散乱理論

粒子の径が大きくなり、光の電場が粒子及び粒子の近傍で一様と考えられなくなると、(2.1) (2.2) 式で誘起される電気双極子モーメントを求めることができず、光の電場の空間的な強度分布を考慮しなければならない。

Mie 散乱理論は、粒子を誘電率 $\epsilon (=n^2)$ の球とみなし、図2.3に示すよう

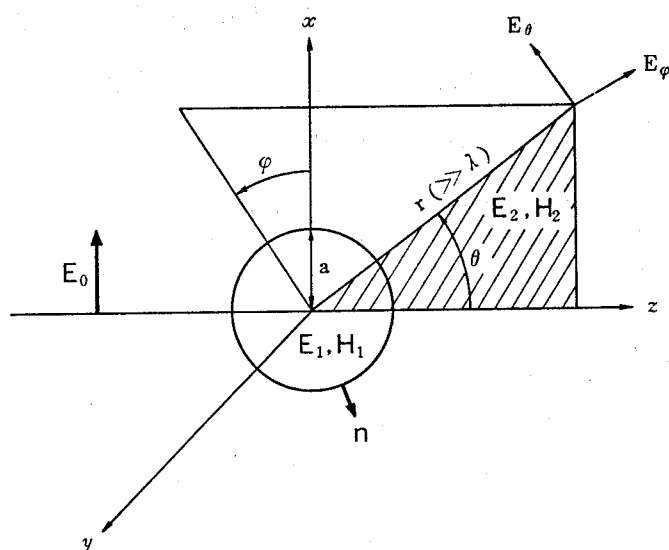


図2.3 Mie 散乱理論により求める光の電場

に z 方向に進む平面波

$$\mathbf{E}_0 = E_0 e^{i(kz - \omega t)} \quad (2.10)$$

を照射したときの散乱光強度を、Maxwell の方程式を解くことにより求めるもので、すべての粒径範囲の粒子の散乱光強度を求めることができる。例えば、圧力 $0.05 \sim 1 \text{at}$ ($4.9 \times 10^3 \sim 9.8 \times 10^4 \text{ Pa}$) の空気中で、粒径（直径）が $0.01 \mu\text{m}$ の水滴により可視光が散乱される場合には、水滴には約 3×10^3 個の水の分子が含まれることになり、粒子を連続体とみなしてよいと考えられるので、この理論を適用することができる。

実際に

$$\left(\Delta - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{E} = 0 \quad (2.11a)$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \mathbf{H} = 0 \quad (2.11b)$$

v : 光速

を

$$\mathbf{n}_a \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = 0 \quad (2.12a)$$

$$\mathbf{n}_a \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0 \quad (2.12b)$$

$$\mathbf{n}_a \cdot (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = 0 \quad (2.12c)$$

$$\mathbf{n}_a \cdot (m_2^2 \mathbf{E}_2 - m_1^2 \mathbf{E}_1) = 0 \quad (2.12d)$$

なる $r = a$ における境界条件のもとに解いてやると、 $r \gg \lambda$ の点においては

$$E_\theta = H_\varphi = -\frac{i}{kr} e^{i(kr - \omega t)} E_0 \cos \varphi S_2(\theta) \quad (2.13a)$$

$$-E_\varphi = H_\theta = -\frac{i}{kr} e^{i(kr - \omega t)} E_0 \sin \varphi S_1(\theta) \quad (2.13b)$$

で与えられる。ここで

$$S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \{a_n \pi_n(\cos \theta) + b_n \tau_n(\cos \theta)\} \quad (2.14a)$$

$$S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \{b_n \pi_n(\cos \theta) + a_n \tau_n(\cos \theta)\} \quad (2.14b)$$

なる無次元の関数であり、 π_n 、 τ_n は

$$\pi_n(\cos \theta) = \frac{1}{\sin \theta} P_n^1(\cos \theta) = \frac{dP_n(\cos \theta)}{d \cos \theta} \quad (2.15a)$$

$$\begin{aligned} \tau_n(\cos \theta) &= \frac{d}{d\theta} P_n^1(\cos \theta) \\ &= \cos \theta \cdot \pi_n(\cos \theta) - \sin^2 \theta \frac{d\pi_n(\cos \theta)}{d \cos \theta} \end{aligned} \quad (2.15b)$$

なる散乱角 θ の関数である。ここで $P_n^1(\cos \theta)$ は Legendre の陪多項式、 $P_n(\cos \theta)$ は Legendre の多項式、また、 a_n 、 b_n は粒子の半径 a の関数で

$$a_n = \frac{\psi'_n(y)\psi_n(x) - m\psi_n(y)\psi'_n(x)}{\psi'_n(y)\zeta_n(x) - m\psi_n(y)\zeta'_n(x)} \quad (2.16a)$$

$$b_n = \frac{m\psi'_n(y)\psi_n(x) - \psi_n(y)\psi'_n(x)}{m\psi'_n(y)\zeta_n(x) - \psi_n(y)\zeta'_n(x)} \quad (2.16b)$$

$$x = ka = \frac{2\pi a}{\lambda} \quad (2.16c)$$

$$y = mka \quad (2.16d)$$

と書ける。ここで

$$\psi_n(x) = (\pi x/2)^{1/2} J_{n+1/2}(x) \quad (2.17a)$$

$$\zeta_n(x) = (\pi x/2)^{1/2} H_{n+1/2}^{(2)}(x) \quad (2.17b)$$

で、 $J_{n+1/2}(x)$ 、 $H_{n+1/2}^{(2)}(x)$ は第1種のBessel関数、及びHankel関数であり、 ψ'_n 、 ζ'_n はxあるいはyによる ψ_n 、 ζ_n の微分を表す。

ここで、偏光していないインコヒーレントな単色光を照射した場合を考えると、散乱面（入射光と測定している散乱光の進む方向で決まる面）に平行な偏光の散乱光強度 I_θ 、散乱面に垂直な偏光の散乱光強度 I_φ は、

$$I_\theta = \frac{|S_2(\theta)|^2}{k^2 r^2} \frac{I_0}{2} \quad (2.18a)$$

$$I_\varphi = \frac{|S_1(\theta)|^2}{k^2 r^2} \frac{I_0}{2} \quad (2.18b)$$

となり、散乱光強度 I は

$$I = I_\varphi + I_\theta = \frac{|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2}{2k^2 r^2} I_0 \quad (2.19)$$

と求めることができる。

(2.19), (2.14a), (2.14b) 式で表される散乱光強度の級数表示で、 a の係数のみを考え、その他の係数を0と置くと、

$$|S_1(\theta)|^2 = \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2 x^6 = \alpha^2 k^6 \quad (2.20a)$$

$$|S_2(\theta)|^2 = \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2 x^6 \cos^2 \theta = \alpha^2 k^6 \cos^2 \theta \quad (2.20b)$$

となり、(2.19) 式は、Rayleigh散乱理論により求めた散乱光強度 (2.7) 式に一致する。

(3) Fraunhofer回折理論

波長に比して粒径が非常に大きい場合は、これまでの散乱理論とは、全く異なるFraunhofer回折理論を適用することができる。この理論は、コヒーレントで平行なビームを照射したときに、粒子の各微小領域から同位相の電気双極子

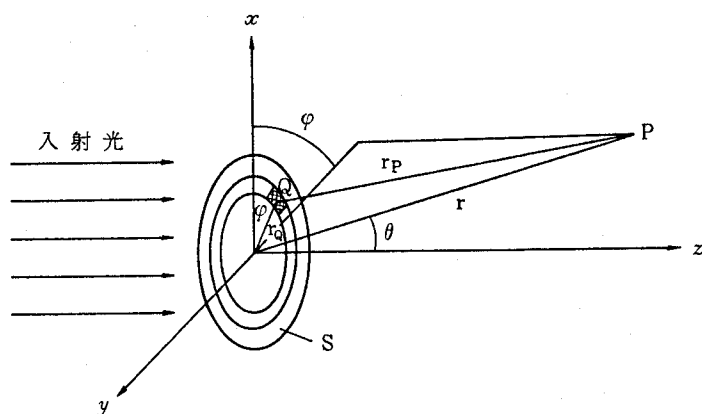


図2.4 Fraunhofer回折理論の考え方

放射（2次波）が起り、この放射波の干渉を無限遠で観測したときの強度として散乱光強度を求めるものである。

図2. 4に示すように、球を円板で近似し、円板の各点から発せられた2次波がP点で干渉すると考える。 r_P は

$$r_P = r - (r_Q \cos \varphi_Q \cos \varphi + r_Q \sin \varphi_Q \sin \varphi) \sin \theta \quad (2.21)$$

で与えられる。ここでは $r_Q \cos \varphi_Q$, $r_Q \sin \varphi_Q \ll r$ であるので、 r^2 に比して $r_Q^2 \cos^2 \varphi_Q$, $r_Q^2 \sin^2 \varphi_Q$ を無視した。点Pにおける干渉光の振幅 u_P は

$$u_P = \frac{u_0}{r\lambda} \int_S e^{-ikr_P} ds \quad (2.22)$$

で与えられる。ここで積分は円盤全体にわたる。実際に積分を実行して、2乗すると、干渉光、すなわち散乱光の強度 I は

$$I = \frac{I_0}{\lambda^2 r^2} G^2 D^2 \quad (2.23)$$

となる。ここで

$$D = \frac{2J_1(x \sin \theta)}{x \sin \theta} \quad (2.24)$$

で、 J_1 は第1種1次のBessel関数、 x は粒径パラメータで、粒子の半径を a とすると、 $x = k a \sin \theta$ であり、 G は円板の面積で、 $G = \pi a^2$ である。

次に光の散乱を利用した代表的な方法の測定原理と特徴を述べる。

2. 5. 2 前方微小角散乱法^{10) ~12)}

図2. 5に測定原理をブロック図で示す。レーザ光（単色、平行ビーム）を多数の粒子に照射し、粒子による散乱光の散乱角方向の強度分布（以後散乱光強度分布と呼ぶ）を測定する。測定した散乱光強度分布 $I(\theta)$ は、粒径 D の1粒子による散乱光強度分布 $i(D, \theta)$ の重ね合わせとして、

$$I(\theta) = \int i(D, \theta) n(D) dD \quad (2.25)$$

と表わすことができる。ここで D は粒径（粒子の直径）、 θ は散乱角、 $n(D)$ は粒径分布である。あらかじめ、 $i(D, \theta)$ のテーブルをミニコンピュータ内に格納しておき、(2. 25) 式を用いて粒径分布 $n(D)$ を求める。この方法の特徴は、粒子密度が高い場合に適用でき、粒径測定範囲が比較的広いことである。

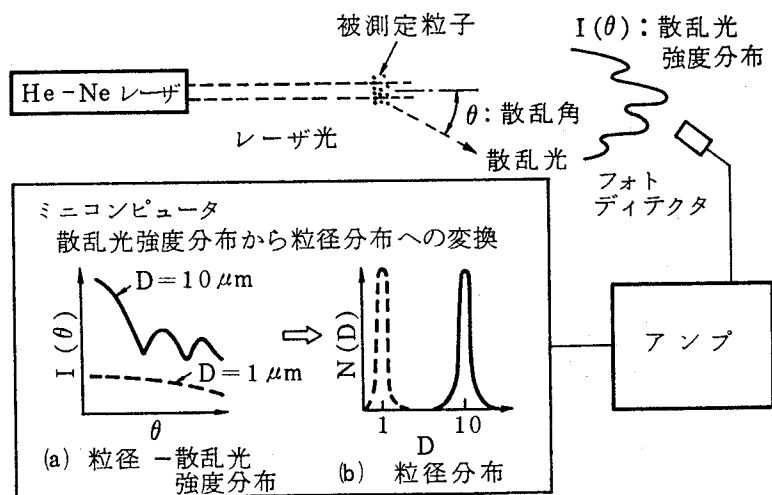


図2. 5 前方微小角散乱法の測定原理

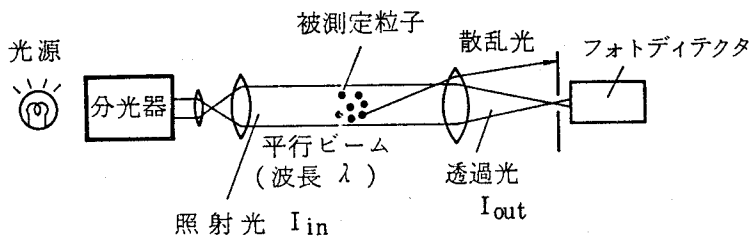
2. 5. 3 光減衰法¹²⁾

図2. 6に測定原理をブロック図で示す。いろいろな波長の光を多数の被測定粒子に照射して透過率を測定する。測定した透過率 $T(\lambda)$ は、

$$T(\lambda) = \exp[-A \int C(D, \lambda) n(D) dD] \quad (2.26)$$

と表わすことができる。ここで、 A は照射される被測定粒子の粒子数、 $C(D, \lambda)$ は粒径 D の1個の粒子による波長 λ の光の散乱断面積である。あらかじめ、 $C(D, \lambda)$ のテーブルをミニコンピュータ内に格納しておき(2.26)式を用いて粒径分布 $n(D)$ を求める。

この方法の特徴は、透過率のみを測定するので、測定系を小型化できることである。しかし、 $C(D, \lambda)$ が、波長 λ に依存しないRayleigh散乱理論・Fraunhofer回折理論を適用できる粒径範囲、すなわち、波長に比して粒径が十分小さい範囲($D \ll \lambda$)や十分大きい範囲($D \gg \lambda$)にある粒子を測定できず、波長とほぼ同じ大きさの粒子の測定が可能である。



$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = \exp \left\{ -A \int C(D, \lambda) n(D) dD \right\}$$

$C(D, \lambda)$: 全散乱断面積

↓ 計算で変換
粒径分布 $n(D)$

図2. 6 光減衰法の測定原理

2. 5. 4 フォトカウント法^{14), 15)}

図2. 7に測定原理をブロック図で示す。スリット1、スリット2の像をレンズ1、レンズ2を用いて測定点Pに作り、この像により規定される測定視野を形成する。すなわち、この測定視野に粒子が存在するときのみ、フォトデクタに散乱光が受光される。この測定視野内に1個の粒子が間欠的に入ってきたときの散乱光パルスの高さ、すなわち 90° 方向の散乱光強度から粒径を求める。

この方法の特徴は、クリーンルーム内のダストモニタなど粒子密度が小さい場合に適用できること、測定粒径範囲が広いこと、散乱光パルスの幅より速度を求めることができることである。この方法では、測定視野内の照射光強度が一樣でないと、測定視野内の粒子の通過位置により散乱光強度が異なり、大きな誤差を生じる。この点を解決するために、回折フィルタを用いたり、¹⁶⁾特殊なレンズを用いて、¹⁷⁾照射光強度を一樣にすることが試みられている。

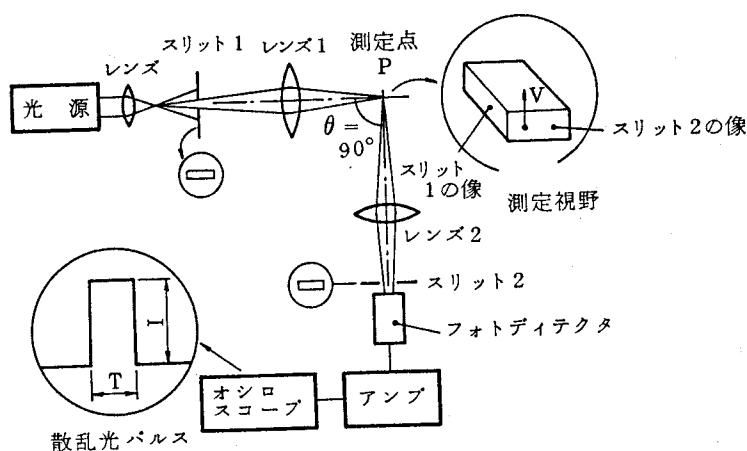


図2. 7 フォトカウント法の測定原理

§ 2. 6 蒸気タービン中の水滴を測定する方法の選択

2. 6. 1 測定法の選択

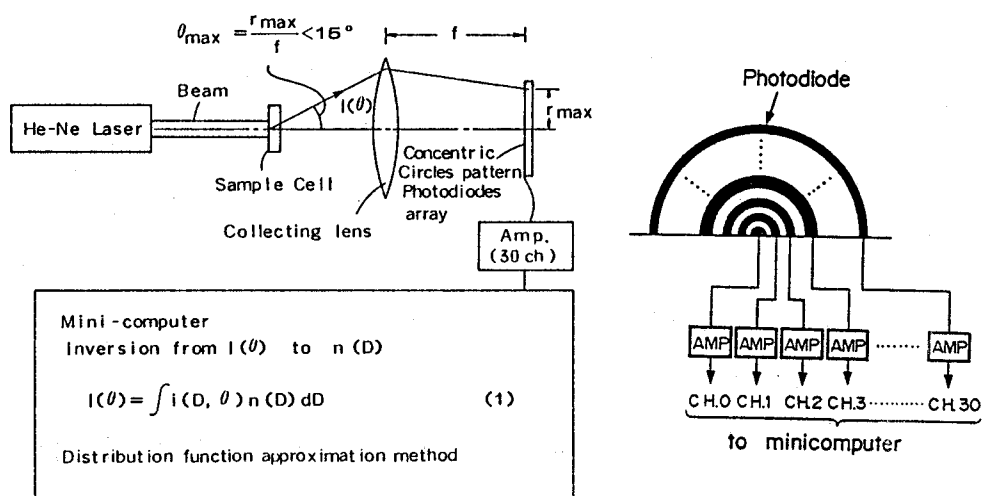
表 2. 1 に挙げた測定方法のうち、タービン中の水滴（粒径 $0.1 \sim 5 \mu\text{m}$ 、速度 300 m/s 、粒子密度 10^{13} 個/m^3 以上）を測定する方法として、前方微小角散乱法を選択した。この方法を選択した理由は、以下のとおりである。

- ① 微小水滴は表面張力により球になっている。
- ② 粒子密度が高い場合に適用できる。
- ③ 粒子の速度が大きい場合でも、定常流とみなせる場合には、適用できる。
- ④ 光の散乱を利用した方法のうちでは、比較的測定精度が高く、測定粒径範囲が広い。
- ⑤ 写真を撮る方法は、粒径が小さく、且つ、速度が大きいので測定できない。
- ⑥ フォトカウント法は、粒子密度が高いので適用できない。
- ⑦ 透過率を測定する方法は、波長とほぼ同じ大きさの粒子しか測定できない。

2. 6. 2 前方微小角散乱法を用いた従来の装置と問題点

図 2-8 に前方微小角散乱法を用いた従来の装置^{23), 27)~29)}のブロック図を示す。この装置の測定原理は、Fraunhofer 回折理論に基づいている。被測定粒子に単色・平行でコヒーレントな光を照射し、被測定粒子による散乱光強度分布を、受光レンズと、受光レンズの焦点面においた同心円状のフォトダイオードにより測定する。

この測定系により、無限遠からのコヒーレント光の回折を無限遠で観測する



(a) 装置全体のブロック図

(b) 同心円状シリコン
フォトダイオード

図2. 8 前方微小角散乱法を用いた従来の装置²⁷⁾

というFraunhofer回折の条件を満足させている。一方、ミニコンピュータ内に、Fraunhofer回折理論に基づいて計算した粒径 D の1個の粒子による散乱光強度分布 $i(D, \theta)$ を格納しておき、(2.25)式を用いて散乱光強度分布から粒径分布 $n(D)$ へ変換する。粒径分布 $n(D)$ への変換法は、粒径分布の分布関数(正規分布、対数正規分布など)を仮定し、(2.25)式により最小二乗近似になるように分布パラメータ(平均粒径・標準偏差など)を決定するという方法である。

この装置では、①Fraunhofer回折理論に基づいているために、波長より粒径が十分大きい場合にしか適用できない。例えば光源にHe-Neレーザを用いた場合、波長が $0.6328\mu\text{m}$ であるので、波長より10倍程度大きい約 $5\mu\text{m}$ 以下の粒子を測定できない。②受光レンズの口径・焦点距離の制限から測定散乱角は

約 15° 以下であるために小さい粒子を測定できない(3.3.2(2)参照)、
③散乱光強度分布から粒径分布への変換の際に粒径分布 $n(D)$ の分布関数を
仮定しているが、この仮定が正しいかどうか検証する方法がない、④タービン
中で水滴による散乱光強度分布を測定することができない、などの欠点がある。

また、この装置では、散乱光強度分布のパターン(例えば最大値を1として
表示した散乱光強度分布)を測定することにより、粒径 D の粒子が含まれてい
る割合として表示した粒径分布(相対値)を求めている。

§ 2. 7 結言

微小粒径の測定法、特に光の散乱を利用した測定法について概観し、タービン中の水滴の粒径分布を測定する方法として前方微小角散乱法を選択した。また、この方法を用いた従来装置の問題点を明らかにした。問題点は、①タービン中で水滴による散乱光強度分布を測定することができないこと、② $5\mu\text{m}$ 以下の粒子を測定できないこと、③散乱光強度分布から粒径分布への変換の際に粒径分布 $n(D)$ の分布関数を仮定する必要があり、この仮定が正しいかどうか検証する方法がないことである。

参考文献

- 1) B. J. Azzopardi; Measurement of Droplet Size, Int. J. Heat Transfer, Vol. 22 (1979) 1245
- 2) R. Roebuck, E. A. Almond; Measurement of Particle Size of Ultrafine (Submicrometre) WC powder, Powder Metallurgy, Vol. 29, No. 2 (1986) 119
- 3) G. P. Bertollini et al; Image Processing System to Analyze Droplet Distribution, Optical Engineering, Vol. 24, No. 3 (1985) 464

- 4) 村上; インラインホログラムのデジタル画像解析による粒径・位置の計測法、応用物理、Vol.56, No.2(1987)211
- 5) Van de Hulst; Light Scattering by Small Particles, Dover Publication(1981)
- 6) 砂川; 理論電磁気学, 紀伊国屋書店(1965)
- 7) 井沢; レーザー光散乱計測の開発に関する研究, 学位論文, 大阪大学(1970)
- 8) 藤原, 山口; 光学・電子光学Ⅱ(朝倉物理学講座12), 朝倉書店(1965)
- 9) 応用物理学会光学懇話会編; 結晶光学, 森北出版(1975)
- 10) J.Swithenbank et al; A Laser Diagnostic Technique for the Measurement of Droplet and Particle Size Distribution, AIAA Paper, No. 76-69(1976- 1)
- 11) 中山、新井; レーザー回折による局所液滴粒径・粒度分布の測定、日本機械学会論文集B、Vol.49, No.442(1984)
- 12) T.W.Alger, W.H.Giedt; A Light Scattering Technique for Determining Droplet Size Distributions in Two-phase Liquid-Dominated Nozzle Jets; The 1st International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems, Tokyo(1978-8) 301
- 13) P.T.Walters; Wetness and Efficiency Measurements in L.P.Turbines with an Optical Probe as an Aid to Improving Performance, Trans. of ASME, J. of Engineering for Gas Turbine and Power, Vol.109(1987)85
- 14) 前田; 噴霧・粒子のレーザ計測, 日本機械学会第492回講習会教材, (1979-10)
- 15) D.Allano et al; Droplet sizing using a top-hat laser beam Technique, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 17, No. 43(1984)

- 16) Wai-Hon Lee; Method for Converting a Gaussian Laser Beam into a Uniform Beam, Optics Communication, Vol. 36, No. 6 (1981) 469
- 17) D. Shafer; Gaussian to flat-top intensity distributing lens, Optics and Laser Technology, Vol. 14, No. 3 (1982) 159
- 18) 高橋; 基礎エアロゾル工学、養賢堂(1978)
- 19) 菅野ほか; エアロゾル粒径分布の変動と地域性、電子技術総合研究所彙報 Vol. 50, No. 4 (1986) 56
- 20) 茂木ほか; 排ガス中のサブミクロン粒子の測定技術、石川島播磨技報 Vol. 25, No. 6 (1985) 372
- 21) D. U. Fluckiger et al; Composition Measurement of Aerosols of Submicrometer Particles by Phase Fluctuation Absorption Spectroscopy, Applied Optics, Vol. 24, No. 11 (1985) 1668
- 22) M. E. Weill et al; Mean Diameters and Number Densities in Premixed Flat Flames $\text{CH}_4\text{-O}_2$ by Diffusion Broadening Spectroscopy, Applied Optics, Vol. 25, No. 10 (1986) 1676
- 23) L. G. Dodge; Comparison of Performance of Drop-sizing Instruments, Applied Optics, Vol. 26, No. 7 (1987) 1328
- 24) R. P. Donovan et al; Real Time Measurements of Single Submicron Aerosol Particles in Clean Rooms, Solid State Technology (1985-9) 139
- 25) S. R. Hoon et al; An Automated Micrograph Image Size Analyser, J. Phys. E: Sci. Instrum., Vol. 18 (1985) 389
- 26) 中山ほか; He-Cd レーザを用いた Mie 散乱理論に基づく超微粒子径の測定、第 22 期日本機械学会講演論文集、No. 845-1 (1984-3)
- 27) MALVERN カタログ (代理店丸文), パーティクルサイザ-2600 シリーズ
- 28) T. Yamaguchi, Y. Ohyama; A Study on the Measurement of Particle Size Di

stribution with Diffraction Systems, Bulletin of the JSME, Vol. 25, No. 210(1982)1931

- 29) 新井ほか；レーザ回折を応用した粒径測定装置の特性と噴霧の粒径分布の測定，日本機械学会論文集（B），Vol. 50, No. 449(1984)98

第3章 光ファイバを用いた粒径測定装置（実験装置）

§ 3. 1 緒言

これまでにタービン中の水滴を測定した例は非常に少ない。これ等の例では、光減衰法^{1)~4)}、フォトカウント法^{5), 6)}に光ファイバを導入して、タービン中の水滴による透過光や散乱光を測定することにより、粒径を測定している。光減衰法は、原理上光の波長と同程度の大きさの粒子しか測定できない。また、フォトカウント法は、測定視野内に粒子が1個ずつ間欠的に入るようにしなければならないので、タービン中の水滴のように粒子密度が高い場合には、測定視野内に粒子が2個以上入る確率が高く、大きな測定誤差を生じる恐れがある。

第2章でタービン中の水滴を測定する方法として前方微小角散乱法が適していることを述べた。しかし、この方法を用いた従来の装置では、タービン中の水滴による散乱光強度分布を測定することが難しいこと、粒径 $5\mu\text{m}$ 以下の粒子を測定することができないという欠点があった。⁷⁾

著者は、これらの欠点を克服し、タービン中の水滴を測定できる光ファイバ粒径測定装置を開発した。⁷⁾この章では、試作した実験装置を例にとりて、開発した光ファイバ粒径測定装置の特徴、すなわち改良点について述べる。主な改良点は、前方微小角散乱法に光ファイバを導入し、タービン中の水滴による散乱光強度を測定できるようにしたこと、及び測定粒径範囲の下限を $5\mu\text{m}$ から $0.1\mu\text{m}$ へ下げたことである。また既知粒径のポリスチレン粒子による試作装置の性能評価、及び多重散乱の影響が現れない粒子密度の範囲について検討した結果をしめす。

§ 3. 2 光ファイバを用いた粒径測定装置と測定原理

図3. 1に光ファイバを用いた粒径測定装置のブロック図を示す。単色・平

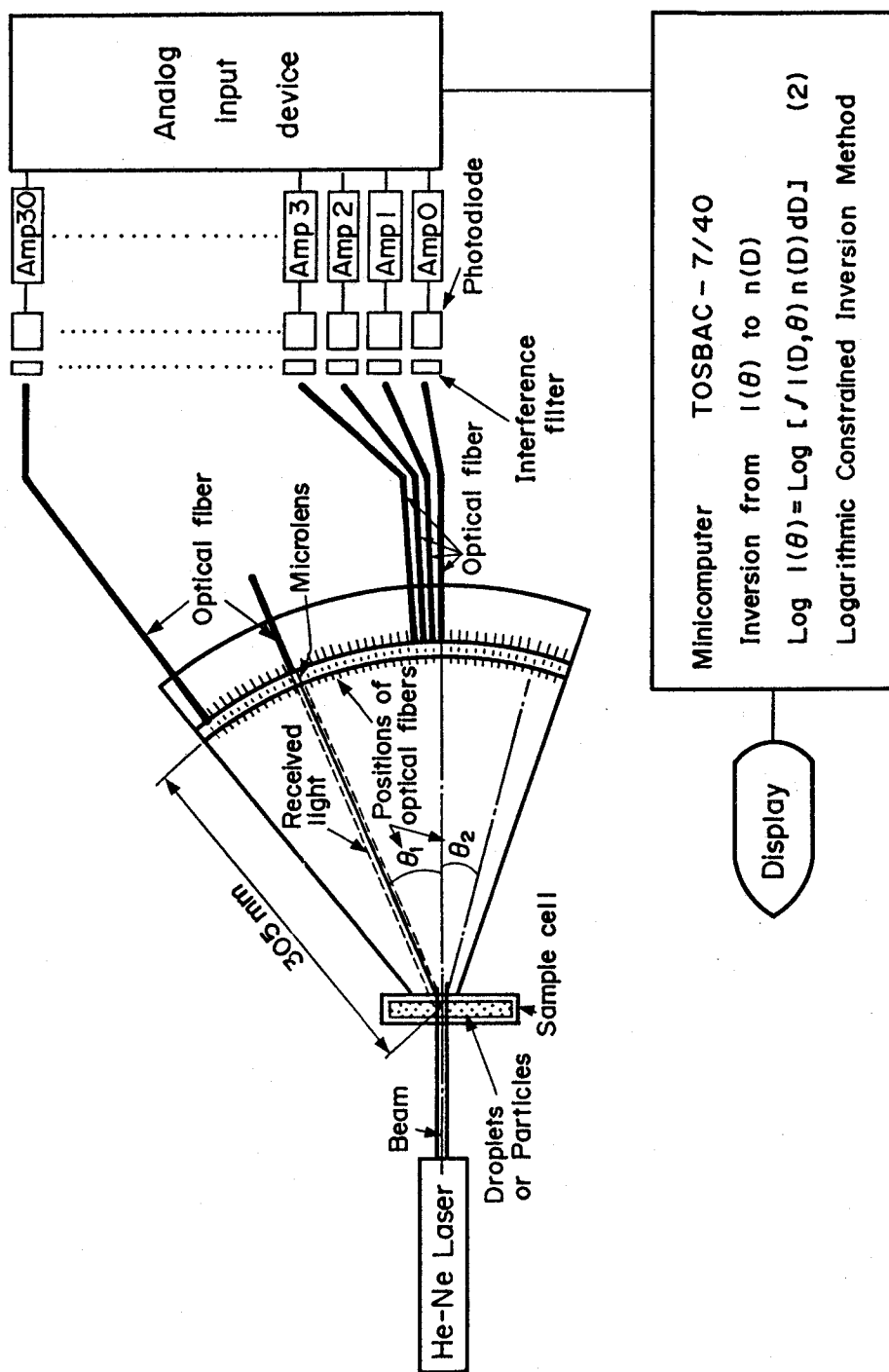


図3. 1 光ファイバを用いた粒径測定装置（実験装置）のブロック図

行なHe-Neレーザ光を多数の被測定粒子（図3.1では試料セル内の粒子）に照射し、被測定粒子による散乱光を測定すべき散乱角に配置した光ファイバを用いて受光し、干渉フィルタで迷光を除去したのち、フォトダイオード・対数アンプを用いて電気信号に変換して、アナログ入力装置を通してミニコンピュータに入力する。試作装置では、 θ_1 は $0 \sim 30^\circ$ を 1° 毎に、 θ_2 は $1.5^\circ \sim 14.5^\circ$ を 1° 毎になるように、光ファイバを配置する穴をあけることにより、 $0 \sim 30^\circ$ を 1° 毎、あるいは、 $1^\circ \sim 15^\circ$ を 0.5° 毎の散乱光強度分布を測定できるようになっている。 0.5° 毎に配置するときは、 θ_1 、 θ_2 と交互に光ファイバを配置する。

一方、被測定粒子が球形で、屈折率 m がわかっていれば、1個の粒子による散乱光強度 $i(\theta, D, m, \lambda)$ は、Mie 散乱理論により計算できる⁸⁾。ここで、 θ は散乱角、 D は粒径（粒子の直径）、 λ は照射光の波長である。屈折率が同じ粒子を、照射光の波長を変えないで測定することに限定すれば、1個の粒子による散乱光強度は、散乱角 θ と粒径 D のみの関数として、 $i(D, \theta)$ と表わすことができる。測定した多数の粒子による散乱光強度の角度分布（散乱光強度分布） $I(\theta)$ は、1個の粒子の散乱光強度 $i(D, \theta)$ の重ね合わせとして、

$$I(\theta) = \int i(D, \theta) n(D) dD \quad (3.1)$$

と表わせる。ここで、 $n(D)$ は粒径分布（粒径が D である粒子の数を示す分布関数）である。あらかじめ、いろいろな粒径 D 、散乱角 θ に対する $i(D, \theta)$ を計算しミニコンピュータ内に格納しておけば、(3.1)式を用いて、測定した散乱光強度分布 $I(\theta)$ から粒径分布 $n(D)$ に変換できる。実際の変換には、(3.1)式に代えて

$$\log I(\theta) = \log \left[\int i(D, \theta) n(D) dD \right] \quad (3.2)$$

を用いた。その理由は、散乱光強度分布の強度範囲が広いので対数を用いてレンジを圧縮するためである（（3.1），（3.2）式の解の一意性については第4章を参照のこと）。ただし、（3.1），（3.2）式は多重散乱（散乱された光が再度散乱されること）の影響が無視できる場合に成り立つ。

§ 3.3 改良点

試作した光ファイバ粒径測定装置の改良点は次のようなものである。

3.3.1 光ファイバを用いたこと

この装置において、単色でインコヒーレントな光を照射した場合の1個の粒子による散乱光 $i(D, \theta)$ を Mie 理論により求めておくことにより、Frounhofer⁸⁾回折に基ずいた従来の装置と異なり観測面を無限遠方にとる必要も照射光がコヒーレントである必要もなくなった。したがって多モード光ファイバで照射光を導き、測定すべき散乱角に光ファイバを配置するだけで、散乱光強度分布を測定することが可能になった。このことにより、粒径測定装置を使用することができる環境を大幅に拡大でき、タービン中の水滴も測定することが可能となった。

3.3.2 測定粒径範囲の下限を $5\mu\text{m}$ から $0.1\mu\text{m}$ に下げたこと

次の（1），（2）の改良により、測定粒径範囲を $5\mu\text{m}$ から $0.1\mu\text{m}$ に下げた。

（1） $i(D, \theta)$ を Mie 散乱理論に基ずいて計算したこと。

Mie 散乱理論は、2. 5. 1 (2) で述べたようにMaxwell の方程式を球形粒子の境界条件のもとに解くことにより散乱光強度を求める理論である。したがって、すべての球形粒子の散乱光強度を正確に計算できる。従来は、 $i(D, \theta)$ としてFraunhofer回折理論に基づいた値を用いていたが、この理論は照射光波長に比して粒径が十分大きい場合に、無限遠で観測した回折光強度を求めるものである。したがって、He-Neレーザ（波長 $0.6328\mu\text{m}$ ）を用いると、約 $5\mu\text{m}$ （波長の約10倍）以下の粒子には適用できない。図3. 2にMie 散乱理論に基づいて計算した $i(D, \theta)$ 、すなわち真の $i(D, \theta)$ とFraunhofer回折理論に基づいて計算した $i(D, \theta)$ を比較したものを示す。図3. 2を見るとわかるように、Fraunhofer回折理論が適用できるのは $5\mu\text{m}$ 以上の粒子による0次回折光に対してであり、 $2\mu\text{m}$ 以下の場合には0次回折光にも適用できなくなる。

(2) 測定散乱角範囲を拡大したこと。

光ファイバにより散乱光を受光しているので、任意の散乱角における散乱光

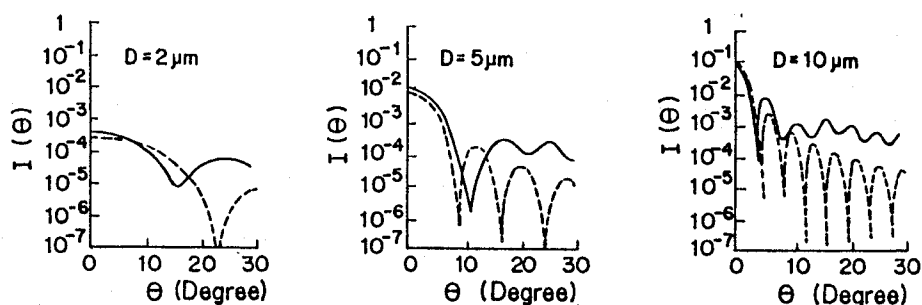


図3. 2 Mie 散乱理論に基づいて計算した $i(D, \theta)$ （実線）とFraunhofer回折理論に基づいて計算した $i(D, \theta)$ （破線）の比較

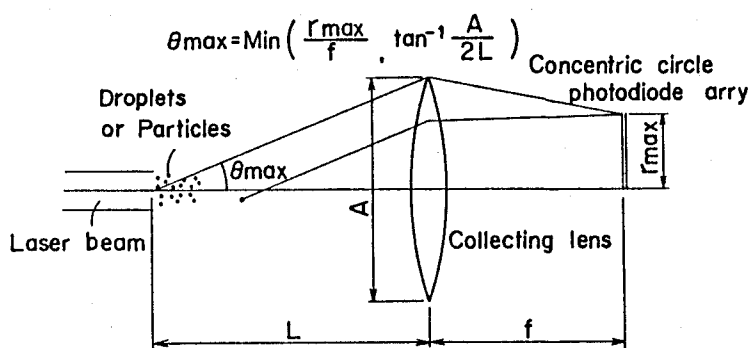


図3. 3 前方微小角散乱法を用いた従来装置の
散乱光強度分布の測定系

を測定することができる。試作装置では、 $0^{\circ} \sim 30^{\circ}$ の範囲を 1.0° 毎に 31 本の光ファイバを配して散乱光強度分布を測定している。また光ファイバの先端にマイクロレンズを付けることにより、散乱光の受光量を大きくし、且つ設置した散乱角に平行な光のみを光ファイバに導いている。

従来の粒径測定装置⁹⁾では、図3. 3に示すように、受光レンズの焦点面に同心円状・シリコンフォトダイオード・アレイを置き、観測面を無限遠に置いたときと等価な位置で散乱光強度分布を測定している。この測定系では、同心円状シリコンフォトダイオード・アレイの半径を $r_{\max}$ 、受光レンズの焦点距離を f 、口径 A 、被測定粒子から受光レンズまでの距離を L とすると、最大測定散乱角 $\theta_{\max}$ は、 $r_{\max} / f$ と $\tan^{-1}(A/2L)$ のうちの小さい方の値となる。ここで A は 50 mm 、 f は 50 mm 、 $r_{\max}$ は 15 mm 程度が限度であるので、最大測定散乱角 $\theta_{\max}$ は $15^{\circ} \sim 17^{\circ}$ である。

図3. 4に粒径が $0.1 \sim 0.5 \mu\text{m}$ の粒子による散乱光強度分布を示す。測定散乱角範囲が 15° 程度だと、それぞれの粒径の粒子による散乱光強度分布を区別することができないが、測定散乱角範囲を 30° まで拡大すれば、それぞれの散乱光強度分布を区別することが可能となる。すなわち、これらの小

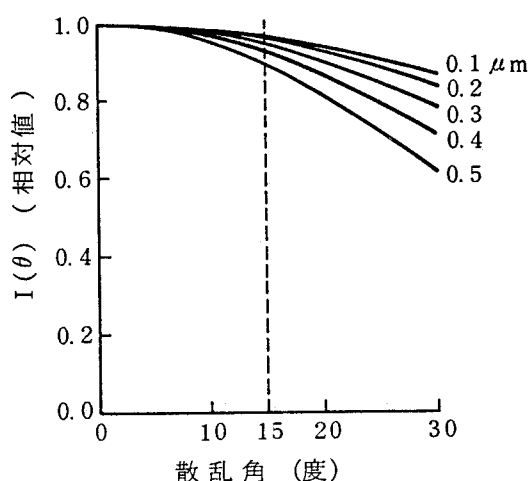


図3.4

粒径0.1～0.5 μm の粒子
による散乱光強度分布（水滴に
よるHe-Ne レーザ光の散乱）

さな粒子を測定することが可能になる。

また、受光レンズによる散乱光が散乱光強度分布測定時の主なバックグラウンドノイズになっていたが、受光レンズが不要となるので、バックグラウンドノイズが低減され、被測定粒子が少ない場合にも粒径分布を測定することが可能となった。

3.3.3 散乱光強度分布から粒径分布への変換法の考案。

変換法として従来は、粒径分布の分布関数（たとえば正規分布）を仮定して、（3.1）式の右辺が左辺の散乱光強度分布の最小二乗近似になるように分布パラメータ（たとえば、平均、標準偏差）を決定する方法を用いていた。この方法は、あらかじめピークが一つの分布関数を仮定するため、ピークが二つ以上ある粒径分布を求めることができなかった。

そこで、（3.2）式の積分方程式を直接解く方法（対数束縛積分方程式法）¹⁰⁾を考案し、散乱光強度分布から粒径分布へ変換した。この方法は粒径分布の

形について前もって仮定を置く必要がなく、任意の型の粒径分布を求めることができる。この変換法については、第4章で詳しく述べる。

§ 3. 4 ポリスチレン粒子による検証

3. 4. 1 測定粒径範囲と測定精度の評価

一次試作した光ファイバ粒径測定装置により平均粒径 D が $0.1 \sim 12 \mu\text{m}$ の粒子が測定できることを、粒径が既知であるポリスチレン粒子（ダウケミカル社製、商品名ユニフォーム・ラテックス・パーティクル）を用いて検証した。

図3. 5にその結果を示す。実線は実際の粒径分布、点線は試作した装置により測定した粒径分布、一点鎖線は従来の装置（MALVERN 2600D）により測定した粒径分布である。ここで、 $0.109 \sim 1.091 \mu\text{m}$ の粒子については測定散乱角を $1^\circ, 2^\circ, \dots, 30^\circ$ 、 $2.02 \sim 11.9 \mu\text{m}$ の粒子については測定散乱角を $1^\circ, 1.5^\circ, 2.0^\circ, \dots, 15^\circ$ とした。測定した粒径分布と実際の粒径分布は、ほぼ一致し、試作した粒径測定装置により $0.1 \sim 11.9 \mu\text{m}$ の粒子を測定できることが検証されている。また従来の装置により測定した粒径分布より試作した装置により測定した粒径分布のほうが実際の粒径分布に近く、試作した装置のほうが測定精度が高いことがわかる。ただし、 $0.109, 0.312 \mu\text{m}$ の場合は従来の装置では測定できない。

図3. 5から試作装置の性能を見積もると、

粒径測定範囲	$0.1 \sim 12 \mu\text{m}$	
粒径測定精度	平均粒径	$\pm 5\%$ （フルスケール）
	分解能	$\pm 5\%$ （フルスケール）

である。ここでフルスケールとは散乱光強度分布から粒径分布へ変換する際に（3. 2）式の積分範囲として設定した測定すべき粒径範囲〔 $D_{\min}$ 、 $D_{\max}$ 〕

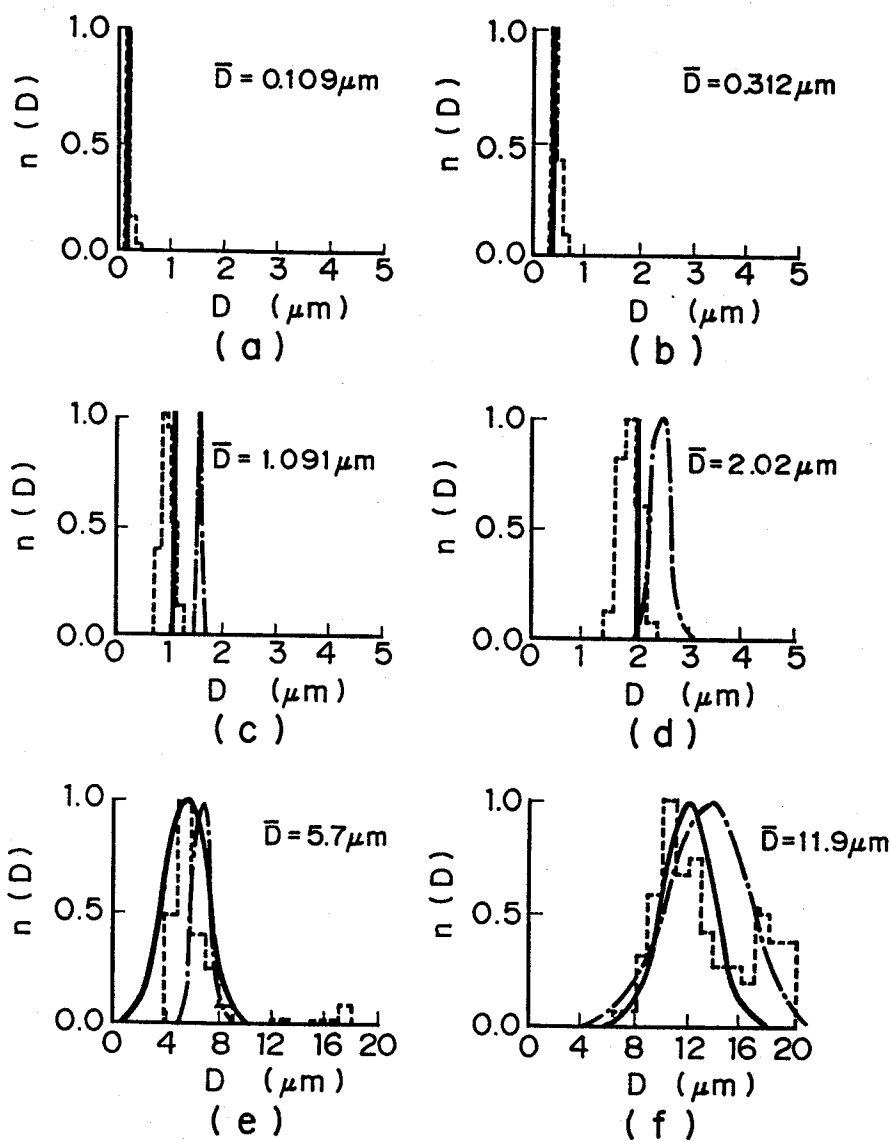


図3. 5 光ファイバを用いた粒径測定装置（実験装置）
によるポリスチレン粒子の測定結果

(——— 真の粒径分布
 - - - - - 実験装置により測定した分布
 - · - · - 従来装置 (MALVERN 2600D) により測定した分布)

のことで、たとえば $1.091\mu\text{m}$ の場合 $[0, 4](\mu\text{m})$ に設定した。ただし、 $[D_{\min}, D_{\max}]$ をいくら小さく設定しても最小分解能は $0.1\mu\text{m}$ である。

3.4.2 測定粒径範囲をさげるための改良の有効性

次に3.3.2で述べた測定粒径範囲を下げるための改良が有効であることを示す。

(1) Mie 散乱理論

$0.312\mu\text{m}$ のポリスチレン粒子による散乱光強度分布を、Mie 散乱理論に基づいて計算した $i(D, \theta)$ を用いて変換した結果と、Fraunhofer散乱理論に基づいて計算した $i(D, \theta)$ を用いて変換した結果とを比較したものを図3.6に示す。図3.6に示したようにMie 散乱理論に基づいて計算した $i(D, \theta)$ を用いたほうが実際の粒径分布に近い。

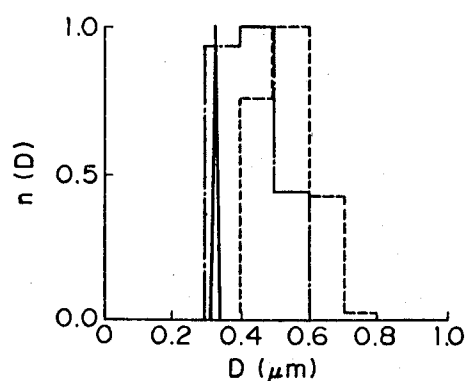


図3.6

Mie 散乱理論に基づいて計算した $i(D, \theta)$ を用いて変換した結果と、Fraunhofer回折理論に基づいて計算した $i(D, \theta)$ を用いて変換した結果との比較

(— 真の粒径分布
 - - - Mie 散乱理論に基づいた場合
 Fraunhofer散乱理論に基づいた場合)

(2) 測定散乱角範囲の拡大

3.3.2(2)で示したように測定散乱角範囲を拡大した効果は明らかであるが、ここで $0.312\mu\text{m}$ のポリスチレン粒子を測定した場合についてその効果を示す。図3.7に測定散乱角 θ を 1.0° , 1.5° , 2.0° , 2.5° , …… 15.0° とした場合の粒径分布と、 1° , 2° , 3° , 4° , …… 30° とした場合の粒径分布を比較した。図3.7から明らかなように、測定散乱角範囲を 30° まで広げることにより、 $0.312\mu\text{m}$ の粒子の径を測定できるようになった。

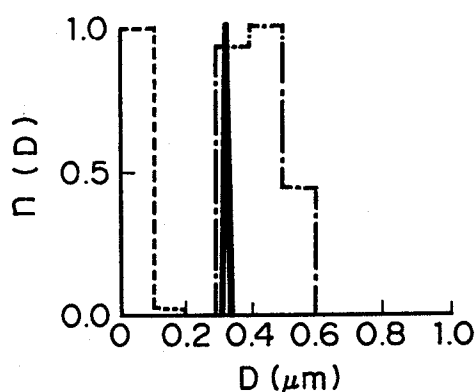
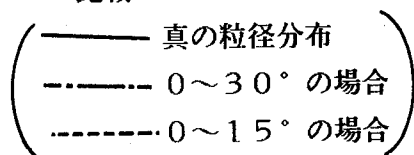


図3.7

測定散乱角範囲が $0\sim15^\circ$ の場合と $0\sim30^\circ$ の場合の比較



§3.5 測定可能な粒子密度と透過率 (多重散乱の影響)

前方微小角散乱法では、測定した散乱光強度は1粒子による散乱光強度の重ね合わせとして表わせる。すなわち多重散乱の影響が無視できる範囲内の粒子密度(粒子の数密度)の場合に、その粒径分布を測定することができる。この節では、測定可能な最大粒子密度、およびそのときの透過率の測定結果から、透過率を測定することにより多重散乱の影響がないかどうか判断できることを示す。

0.312 , 1.091 , $5.7\mu\text{m}$ の粒子について、散乱光路長(照射ビ

ームが粒子により散乱される領域の長さ)を0.2~10.0mmにした場合の測定可能な最大粒子密度、およびそのときの透過率を表3.1に示す。最大粒子密度の求め方を粒径1.091 μ m, 散乱光路長2mmの場合について説明すると、図3.8に示すように粒子密度を10倍ずつ($10^7 \sim 10^9$ 個/ cm^3)変化させ、散乱光強度分布を測定し、理論値(Mie 散乱理論に基づいて計算した値)と比較して、理論値との差が大きくなれば多重散乱の影響が現れていると判断する。図3.8では 10^8 個/ cm^3 が測定可能な最大粒子密度である。表3.1中に測定可能な最大粒子の場合の全散乱粒子による全散乱断面積も示しておいた。すなわち全散乱断面積とは(3.3)式により定義したものである。

$$\sigma_{\max} = n_{\max} \times l \times S \times c(D) \quad (3.3)$$

ここで $\sigma_{\max}$ は全散乱断面積、 $c(D)$ は1粒子による散乱断面積、 $n_{\max}$ は測定可能な最大粒子密度、 l は散乱光路長、 S はビームの断面積である。

表3.1をみると、散乱光路長が短いほど、また粒径が小さいほど測定可能な最大粒子密度は大きい、全散乱断面積 $\sigma_{\max}$ に注目すると、

$$\sigma_{\max} \leq 3 \times 10^{-2} (\text{cm}^2) \doteq \text{ビームの断面積} \quad (3.4)$$

という関係にある。すなわち全散乱断面積がビームの断面積より小さければ、多重散乱の影響を無視できることを示している。

全散乱断面積がビームの断面積に等しくなる粒子密度 $N_{\max}$ の場合の透過率 $I_{\text{out}} / I_{\text{in}}$ は

$$\begin{aligned} I_{\text{out}}/I_{\text{in}} &= \exp(-l \times N_{\max} \times c(D)) \\ &= \exp(-1) = 0.37 \end{aligned} \quad (3.5)$$

表3. 1 測定可能な最大粒子密度とそのときの透過率

D	ℓ (mm)	0.2	0.5	1.0	10.0
0.312	$n_{\max} (P/cm^3)$	10^{11}	10^{11}	10^{10}	10^9
	$I_{out}/I_{in} (\%)$	77	50	74	88
	$\sigma_{\max} (cm^2)$	1×10^{-2}	3×10^{-2}	1×10^{-2}	6×10^{-3}
1.091	$n_{\max}$	10^9	10^8	10^8	10^7
	I_{out}/I_{in}	70	95	66	84
	$\sigma_{\max}$	2×10^{-2}	4×10^{-3}	2×10^{-2}	8×10^{-3}
5.7	$n_{\max}$	10^7	10^7	10^7	10^6
	I_{out}/I_{in}	98	83	50	76
	$\sigma_{\max}$	3×10^{-3}	8×10^{-3}	3×10^{-2}	2×10^{-2}

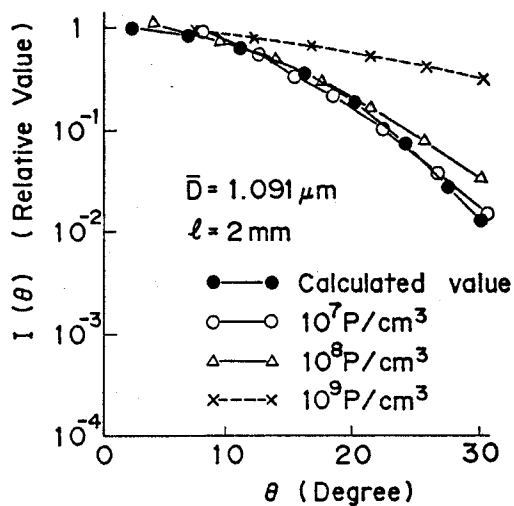


図3. 8 粒子密度が $10^7 \sim 10^9$ 個/ cm^3 の場合の散乱光強度分布。 10^9 個/ cm^3 になると明らかに多重散乱の影響が現れ、理論値との差が大きくなっている。

と粒径、散乱光路長にかかわらず37%となる。一方、測定した最大粒子密度の場合の透過率は50%以上ある。

上記の結果より、少し余裕を見積って、透過率が50%以上あれば多重散乱の影響を無視でき、粒径分布を測定できると判断してよい。逆に、透過率が50%以上になるように散乱光路長を設定してやればよい。^{11) 12)}

§ 3. 6 結言

タービン中の水滴を測定するための第1ステップとして、光ファイバを用いた粒径測定装置（実験装置）を開発した。装置の改良点及び性能を以下に列挙する。

1. 単色でインコヒーレントな光を照射した場合の1個の粒子による散乱光 $i(D, \theta)$ をMie 散乱理論に基づいて求めることにより、光ファイバを用いて散乱光強度分布を測定することができるようにした。このことにより、タービン中で、水滴による散乱光強度分布が測定できるようになった。
2. $i(D, \theta)$ をMie 散乱理論により計算したこと（従来 $i(D, \theta)$ として、Fraunhofer回折理論により計算していた）、及び測定散乱角範囲を15° から30° まで拡大することにより、測定粒径範囲の下限を5 μm から0.1 μm まで下げた。
1. 2. の改良により、タービン中の水滴を測定することが出来る見通しが得られた。
3. 散乱光強度分布から粒径分布への変換法を考案することにより、粒径分布の形について前もって仮定を置く必要がなく、任意の型の粒径分布を求めることができるようになった。
4. 試作した装置により、粒径が既知であるポリスチレン粒子を測定した結果、粒径測定範囲は0.1~12 μm 、粒径測定精度は、平均粒径については

フルスケールの±5%，分解能もフルスケールの±5%であることを確認した。ここで、フルスケールは測定すべき粒径範囲 $[D_{\min}, D_{\max}]$ のことである。

5. 測定法として採用した前方微小角散乱法は、多重散乱の影響が無視できる範囲の粒子密度の粒子に対して適用できる。多重散乱の影響があるかないかを判定する方法として、透過率が50%以上あれば、多重散乱の影響を無視してよいことを示した。

参考文献

- 1) J.S.Wyler, K.J.Desai; Moisture Measurements in a Low Pressure Steam Turbine Using a Laser Light Scattering Probe, Trans. of ASME, J. of Engineering for Power, Vol. 100 (1978) 544
- 2) F.Kreitmeier et al; An Investigation of Flow in a Low-Pressure Wet Steam Model Turbine and its Use for Determining Wetness Losses, I Mech. E, C178/79 (1979)
- 3) P.T.Walters, P.C.Skingley; An optical Instrument for Measuring the Wetness Fraction and Droplet Size of Wet Steam Flows in LP Turbines, I. Mech. E, C141/79 (1979)
- 4) P.T.Walters: Wetness and Efficiency Measurements in L.P. Turbines with an Optical Probe as an Aid to Improving Performance, Trans. of ASME, Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, Vol. 109, No. 1 (1987) 85
- 5) A.Ederhof, G.Dibelius: Determination of Droplet Sizes and Wetness Fraction in Two-phase-flows Using Lightscattering Technique. Sixth

- Thermodynamics and Fluid Mechanics Convention, Instn. Mech. Engrs, C60/7
6(1976)
- 6) D.E.Metzger et al; Heat and Mass Transfer in Rotating Machinery,
Hemisphere Publishing (Washington)(1984)539
- 7) 辰野、光ファイバを用いた粒径測定装置の開発、計測自動制御学会論文集
、Vol.21, No.4(1985)389
- 8) Van de Hulst; Light Scattering by Small Particles, Dover Publication
(1981)
- 9) MALVERN(代理店丸文)、パーティクルサイザ-2600シリーズカタログ
- 10) 辰野、レーザーを用いた粒径測定装置における散乱光強度分布から粒径分
布への変換法、計測自動制御学会論文集、Vol.19, No.10(1983)53
- 11) T.W.Alger, W.H.Giedt; A Light Scattering Technique for Determining
Droplet Size Distributions in Two-phase Liquid-Dominated Nozzle
Jets; The 1st International Conference on Liquid Atomization and Spray
Systems, Tokyo(1978-8)301
- 12) 新井ほか; レーザ回折を応用した粒径解析装置の特性と噴霧の粒径分布の
測定、日本機械学会論文集(B), Vol.50, No.449(1984)98

第4章 散乱光強度分布から粒径分布への変換法

§ 4. 1 緒言

散乱光強度分布 $I(\theta)$ から粒径分布 $n(D)$ への変換法としては、

$$I(\theta) = \int i(D, \theta) n(D) dD \quad (4.1)$$

において、粒径分布の分布関数の型、たとえば対数正規分布などを仮定し、その分布パラメータ（平均など）を最小二乗法で決定する方法が従来より用いられてきた。

また、 $i(D, \theta)$ として Fraunhofer 回折理論に基ずいた値を用いた場合、変換式は $\theta \ll 1$ の場合に Bessel-Fourier 変換とみなせるので、逆変換をすることにより、粒径分布を求めることができる。¹⁾

しかし、 $i(D, \theta)$ として Mie 散乱理論に基ずいた値を用いた場合に、 $n(D)$ の分布関数を仮定せずに $n(D)$ を求めるためには (4.1) の積分方程式を解かねばならない。^{2)~4)} この積分方程式を解くには、(4.1) の積分を細分し、連立方程式で近似したのち、この連立方程式を解く。この際連立方程式は状態の悪い方程式となり、散乱光強度分布 $I(\theta)$ に少しでも誤差が含まれていると、解は大きく振動する。^{3)~5)} 著者は、この振動を抑えるために束縛条件を付加して、連立方程式の解を求める方法を考案した。⁵⁾

この章では、考案した変換法（対数束縛積分方程式法と呼ぶ）について述べる。

対数束縛積分方程式法の概要は、

$$\log[I(\theta)] = \log \left[\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} i(D, \theta) n(D) dD \right] \quad (4.2)$$

を次の二つの条件のもとに、その最小二乗解を求める方法である。

粒径分布 $n(D)$ が滑らかな関数である。 (C.1)

粒径分布 $n(D)$ が正あるいは0である。 (C.2)

解法は (4.2) 式を連立方程式で近似し、条件 (C.1) の束縛条件のもとでの最小二乗解を Lagrange の未定乗数法により求め、この解が条件 (C.2) のもとでの Kuhn - Tucker の定理を満足するよう粒径分布 ($n(D)$ を n_1 、 n_2 、 n_3 ……で代表する。) を選択するものである。ここで、Lagrange の未定乗数の与え方を工夫し、条件 (C.2) のもとでの Kuhn - Tucker の定理を導きだした。また、(4.1) 式にかえて (4.2) 式を用いる理由は、散乱光強度分布が広範囲わたっているので、対数を用いてレンジを圧縮するためである。以下、対数束縛積分方程式法について詳しく説明する。

§ 4.2 対数束縛積分方程式法

(1) 積分の近似とその解

まず (4.1) 式を用いる。測定すべき粒径範囲を $[D_{\max}, D_{\min}]$ とし、この区間を N 分割すると

$$I(\theta) = \sum_{j=1}^N \int_{D_{j-1}}^{D_j} i(D, \theta) n(D) dD \quad (4.3)$$

となる。ここで分割小区間 $[D_{j-1}, D_j]$ 内で $n(D)$ が一定して $n(D_j)$ と近似すれば

$$\int_{D_{j-1}}^{D_j} i(D, \theta) n(D) dD = \left[\int_{D_{j-1}}^{D_j} i(D, \theta) dD \right] n(D_j) \quad (4.4)$$

となる。

$$\int_{D_{j-1}}^{D_j} i(D, \theta) dD \triangleq i_s(D_j, \theta) \quad (4.5)$$

とおけば、(4.3)式は

$$I(\theta) = \sum_{j=1}^N i_s(D_j, \theta) n(D_j) \quad (4.6)$$

となる。散乱光強度分布の測定点を $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ とすると

$$\begin{pmatrix} I(\theta_1) \\ I(\theta_2) \\ \vdots \\ I(\theta_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_s(D_1, \theta_1) i_s(D_2, \theta_1) \cdots i_s(D_N, \theta_1) \\ i_s(D_1, \theta_2) i_s(D_2, \theta_2) \cdots i_s(D_N, \theta_2) \\ \vdots \\ i_s(D_1, \theta_k) i_s(D_2, \theta_k) \cdots i_s(D_N, \theta_k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n(D_1) \\ n(D_2) \\ \vdots \\ n(D_N) \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

となる。ここで

$$I \triangleq \begin{pmatrix} I(\theta_1) \\ I(\theta_2) \\ \vdots \\ I(\theta_k) \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

$$G \triangleq \begin{pmatrix} i_s(D_1, \theta_1) i_s(D_2, \theta_1) \cdots i_s(D_N, \theta_1) \\ i_s(D_1, \theta_2) i_s(D_2, \theta_2) \cdots i_s(D_N, \theta_2) \\ \vdots \\ i_s(D_1, \theta_k) i_s(D_2, \theta_k) \cdots i_s(D_N, \theta_k) \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

$$n \triangleq \begin{pmatrix} n(D_1) \\ n(D_2) \\ \vdots \\ n(D_N) \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_N \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

とおけば

$$I = Gn \quad (4.11)$$

とベクトル表示できる。(4.2)式を近似するために、対数変換のための行列

$$T = \begin{pmatrix} \frac{\log I(\theta_1)}{I(\theta_1)} & 0 & \cdots & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ 0 & & \ddots & 0 \\ \vdots & & & \frac{\log I(\theta_k)}{I(\theta_k)} \\ 0 & \cdots & 0 & \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

を左側から乗じると、

$$TI = TGn \quad (4.13)$$

となる。これを

$$\tilde{I} = \tilde{G}n \quad (4.14)$$

とおく。(4.14)式の最小二乗解は

$$n = (\tilde{G}^* \tilde{G})^{-1} \tilde{G}^* \tilde{I} \quad (4.15)$$

ここで $\tilde{G}^*$ は $\tilde{G}$ の転置行列を示す。

で与えられ、 $(\tilde{G}^* \tilde{G})^{-1}$ が存在すれば解は一意にきまる。しかし、 $\tilde{G}^* \tilde{G}$ の固有値の最大値 $\lambda_{\max}$ と最小値 $\lambda_{\min}$ の比 $\lambda_{\max} / \lambda_{\min}$ が大きいためにわずかな誤差があっても解 n に大きな影響を与え、解が振動する(図4.3

(a) 参照)。この振動をおさえるために、 $n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_N$ が滑らかであるという条件(条件(C.1))、具体的には粒径分布 $n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_N$ の3次の差分の2乗和、すなわち

$$q = \sum_{j=1}^{N-3} (n_j - 3n_{j+1} + 3n_{j+2} - n_{j+3})^2 \quad (4.16)$$

をある値以下に押えるという条件を付加する。粒径分布の形は、上に凸である2次関数を、軸をずらして重ね合せたものに近い形をしている。そこで3次以上の変動成分を少し押えるためにこの条件を付加した。また粒径範囲〔 $D_{\min}$ 、 $D_{\max}$ 〕を粒径分布が存在する範囲よりおおきくとったために n_1 、 n_2 、……、 n_N 、の中に負の値をもつものが現れる。(図4.3(a)、(b)参照) そこで、 n_1 、 n_2 、……、 n_N が正あるいは0であるという条件(条件(C.2))を付加する。

(2) 条件(C.1)のもとでの最小二乗解

条件(C.1)のもとでの最小二乗解は、Lagrangeの未定乗数法により未定乗数を γ として

$$(\tilde{G}n - \tilde{I})^*(\tilde{G}n - \tilde{I}) + \gamma n^* H n \quad (4.17)$$

を最小にすればよい。(4.17)式では、(4.16)式を次のようにベクトル表示した

$$q = (Kn)^*(Kn) = n^* K^* K n = n^* H n \quad (4.18)$$

ここで

$$K \triangleq \begin{pmatrix} 0 & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & & \\ 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & \dots & \\ 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 0 \dots \\ & & \vdots & & & & \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

$$H \triangleq K^* K \quad (4.20)$$

とおいた。(4.17)式を最小にする n は

$$n = (\tilde{G}^* \tilde{G} + \gamma H)^{-1} \tilde{G}^* \tilde{I} \quad (4.21)$$

である。ここで、Lagrangeの未定乗数 γ に適当な値を与えてやらねばならない。

γ として $\tilde{G}^* \tilde{G}$ の正の固有値の相乗平均値を用いれば適当な束縛を与えることができた。また、 $(\tilde{G}^* \tilde{G} + \gamma H)^{-1}$ が存在すれば解は一意に決まる。

(3) 条件 (C. 2) のもとでの最小二乗解

(4.21)式で求めた n が正あるいは0である条件のもとでの最小二乗解であるための条件を導き出す。条件付きの最小二乗解についてつぎのKuhn - Tuckerの定理がある。⁶⁾

《Kuhn - Tuckerの定理》

n が $En \geq h$ という条件のもとで $(\tilde{G}n - \tilde{I})^*(\tilde{G}n - \tilde{I})$ を最小にする解であるためには、

$$E^* y = \tilde{G}^*(\tilde{G}n - \tilde{I}) \quad (4.22)$$

なる y が

$$r_j = 0 \text{ なる } j \text{ に対しては } y_j \geq 0 \quad (4.23)$$

$$r_j > 0 \text{ なる } j \text{ に対しては } y_j = 0 \quad (4.24)$$

ここで

$$r = En - h \quad (4.25)$$

である。

を満足しなければならない。

このKuhn - Tuckerの定理を、 $\mathbf{n} \geq 0$ なる条件のもとで(4.17)式を最小にする場合に適用する。Kuhn - Tuckerの定理の(4.22)式の右辺は

$$\varphi(\mathbf{n}) = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{n} - \tilde{\mathbf{I}})^*(\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{n} - \tilde{\mathbf{I}}) \quad (4.26)$$

の勾配(gradient)である。すなわち

$$\nabla \varphi(\mathbf{n}) = \tilde{\mathbf{G}}^*(\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{n} - \tilde{\mathbf{I}}) \quad (4.27)$$

である。これを

$$\varphi'(\mathbf{n}) = \frac{1}{2}[(\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{n} - \tilde{\mathbf{I}})^*(\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{n} - \tilde{\mathbf{I}}) + \gamma \mathbf{n}^* \mathbf{H} \mathbf{n}] \quad (4.28)$$

の場合に適用すると

$$\nabla \varphi'(\mathbf{n}) = \tilde{\mathbf{G}}^*(\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{n} - \tilde{\mathbf{I}}) + \gamma \mathbf{H} \mathbf{n} \quad (4.29)$$

となる。また、 $\mathbf{n} \geq 0$ の条件はKuhn - Tuckerの定理において $\mathbf{E}$ を単位マトリックス、 $\mathbf{h}$ を0ベクトルとおけばよい。したがって

$$\mathbf{r}_j = \mathbf{n}_j \quad (4.30)$$

となる。これらをKuhn - Tuckerの定理に代入すると $\mathbf{n} \geq 0$ の条件のもとで(4.17)式を最小にする $\mathbf{n}$ が満たすべき次の定理を導くことができる。

《定理》

$\mathbf{n}$ が $\mathbf{n} \geq 0$ という条件のもとで $(\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{n} - \tilde{\mathbf{I}})^*(\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{n} - \tilde{\mathbf{I}}) + \gamma \mathbf{n}^* \mathbf{H} \mathbf{n}$ を最小にする解であるためには

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{G}}^*(\tilde{\mathbf{G}}\mathbf{n} - \tilde{\mathbf{I}}) + \gamma \mathbf{H} \mathbf{n} \quad (4.31)$$

なる $\mathbf{y}$ が

$n_j = 0$ なる j に対しては $y_j \geq 0$

$n_j > 0$ なる j に対しては $y_j = 0$

を満足しなければならない。

この定理を満足する

$$\mathbf{n} = (\tilde{\mathbf{G}}^* \tilde{\mathbf{G}} + \gamma \mathbf{H})^{-1} \tilde{\mathbf{G}}^* \tilde{\mathbf{I}} \quad (4.21)$$

を求めれば、条件 (C. 1)、(C. 2) を満足する (4. 14) 式の最小二乗解、すなわち (4. 2) 式の最小二乗解を求めることができる。

この方法で、著者が考案したことは、①条件 (C. 1) と条件 (C. 2) を同時に満足する解を求めるようにしたこと、このために $\mathbf{n}$ が満たすべき《定理》を導いたこと、② γ として $\tilde{\mathbf{G}}^* \tilde{\mathbf{G}}$ の正の固有値の相乗平均値をもちいれば適当な束縛を与えることができたことである。

§ 4. 3 計算アルゴリズム

以上説明した対数束縛積分方程式を計算機プログラムで実行するときのアルゴリズム⁶⁾の流れを図4. 1に示す。 $\mathbf{n}$ として0を初期設定し、Newton法を用いて $\mathbf{n} \geq 0$ なる条件のもとでの最小二乗解を求めている。STEP 6～STEP 10で $n_j \geq 0$ なるすべての j に対する (4. 21) 式の $\mathbf{n}$ を計算し、STEP 11, STEP 4, STEP 5で、著者が導いた《定理》の条件を満足しているかどうかチェックしている。STEP 12～STEP 14では、STEP 10で正でない z_j があった場合に、1回目の解 $\mathbf{n}$ と2回目の解 $\mathbf{z}$ より、その変化の方向で最も近い境界 ($n_q = 0$) 上の点を新しい $\mathbf{n}$ とし、 q を集合 P から集合 Z へ移し、STEP 8～STEP 10へ戻って、新しい $\mathbf{z}$ を求める。これらのSTEPを《定理》を満足するまで繰返す。

STEP

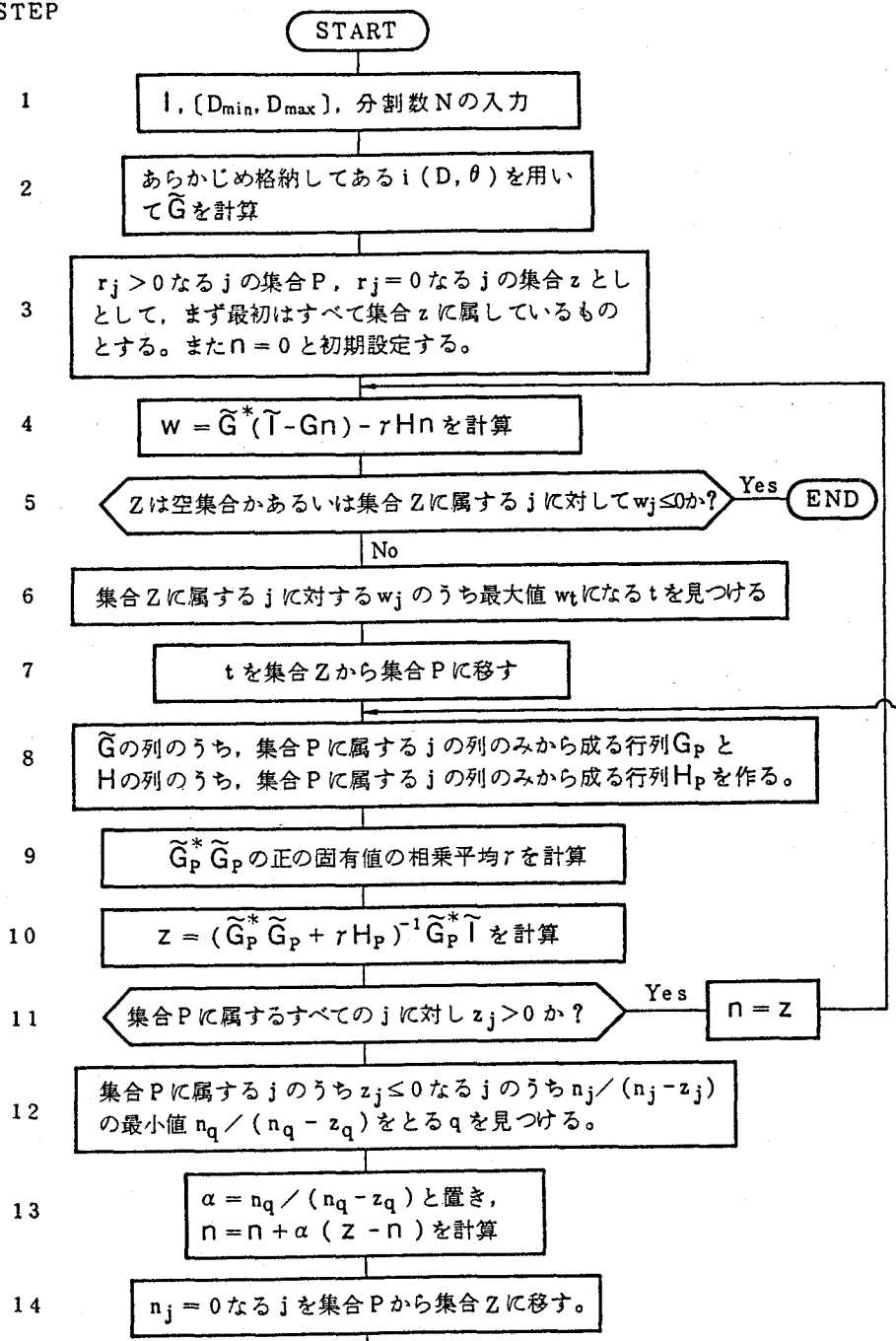


図4. 1 対数束縛積分方程式法を計算機プログラムで実行するときのアルゴリズムの流れ

§ 4. 4 理論値による変換法の評価

対数束縛積分方程式法を用いて、理論的に計算した散乱光強度分布から粒径分布へ変換し、次の点について評価した。

- (1) ピークが2つある粒径分布の場合にも、正しく変換できることの検証
- (2) 条件 (C. 1), (C. 2) を付加した効果
- (3) r の与え方の妥当性

用いた散乱光強度分布は、ある粒径分布を仮定し、仮定した粒径分布から

$$I(\theta) = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} i(D, \theta) n(D) dD \quad (4.34)$$

を用いて計算した値で、測定値を模擬するために有効桁を2桁にした値である。ここで1個の粒子による散乱光強度 $i(D, \theta)$ は、Mie 散乱理論により計算した値を用いた。変換する際に使用した計算機はTOSBAC-7/40である。

4. 4. 1 ピークが2つある場合の変換

ピークが2つある粒径分布を仮定した場合にも、正しく変換できることを示す。仮定した粒径分布は、①平均粒径 $2.0 \mu\text{m}$ 、標準偏差 $0.5 \mu\text{m}$ の正規分布と②平均粒径 $10.0 \mu\text{m}$ 、標準偏差 $1.0 \mu\text{m}$ の正規分布が10:1の割合、すなわち①×10+②、で存在する分布である。図4.2(a)に対数束縛積分方程式法により変換した粒径分布、図4.2(b)に分布関数を仮定する方法により変換した粒径分布を示す。ここで分布関数として正規分布を仮定した。図4.2(a), (b)を比較するとわかるように、従来の分布関数を仮定する方法では正しい分布を求めることはできないが、対数束縛積分方程式法ではピークが二つある分布の場合でも正しい粒径分布を求めることができる。

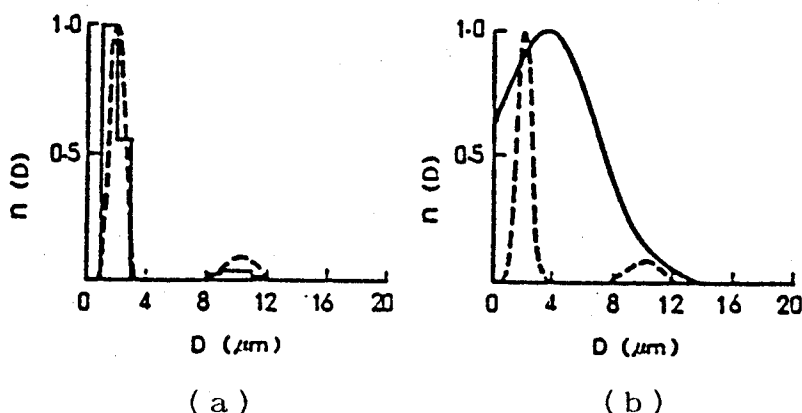


図4. 2 ピークが2つある粒径分布を求める場合の比較

(a) 対数束縛積分方程式法を用いた場合

(b) 従来の分布関数の型を仮定する方法を用いた場合

(----- 仮定した分布
—— 変換して求めた分布)

4. 4. 2 条件 (C. 1)、(C. 2) を付加した効果

(4. 14) 式を解く際に条件 (C. 1)、(C. 2) を付加した。その効果を調べるために、これらの条件がある場合とない場合を比較した (図4. 3)。図4. 3 (a) の条件 (C. 1)、(C. 2) とともにない場合は、 $\tilde{G} * \tilde{G}$ の固有値の最大値と最小値の比 (最大値 5.06×10^{-1} , 正の最小値 2.12×10^{-9}) が大きいため解が振動し、正しい解を求めることができない。条件 (C. 1) を付加することにより、 $\tilde{G} * \tilde{G}$ の固有値 (最大値 5.06×10^{-1} , 最小値 3.31×10^{-4}) が改善され、図4. 3 (b) に示すように解の振動が小さくなっている。図4. 3 (c) は条件 (C. 2) を付加した場合で、変換した粒径分布は仮定した粒径分布をほぼ再現しているが、5~6 μm の位置にせのピークが現れている。図4. 3 (d) は条件 (C. 1)、(C. 2) とともに付加した場合で、変換した粒径分布は仮定した粒径分布をよく再現し

ている。このように (4. 14) 式を解く際、条件 (C. 1)、(C. 2) を付加することにより正しい解を求めることができるようになった。

4. 4. 3 γ の与え方の妥当性

(4. 21) 式を計算する場合、Lagrange の未定乗数 γ を与えてやらねばな

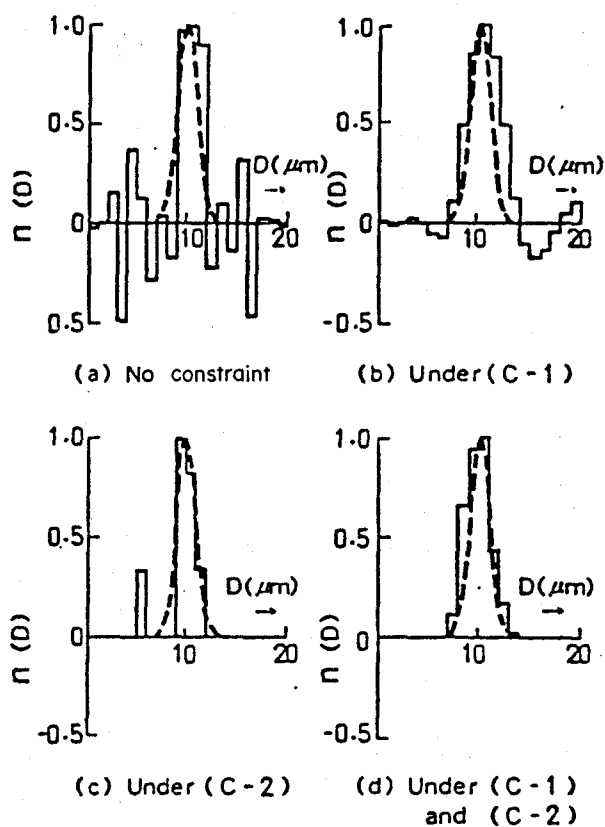


図4. 3 (C. 1), (C. 2) の条件を付加した効果

らない。この r は n_j の滑らかさの程度を決めるものである。 r としての正の固有値の相乗平均値を与えてやればよいことを以下に示す。

図4.4は r として 1.0×10^{-6} (図4.4(a)), $\tilde{G} * \tilde{G}$ の固有値の相乗平均値 1.332×10^{-5} (図4.4(b)), 1.0×10^{-4} (図4.4(c))を与えて変換したときの粒径分布(実線)と仮定した粒径分布(破線)を比較したものである。ここで、仮定した分布は、平均粒径 $10.0 \mu\text{m}$ 、標準偏差 $1.0 \mu\text{m}$ の正規分布であり、粒径範囲 $[D_{\min}, D_{\max}]$ を $[0, 20]$ (μm)、分割数 N を20、測定散乱角 θ を 0.5° 、 1.0° 、 1.5° 、 $\dots$ 、 15° とした。 n_j が滑らかになる r の大きい場合(図4.4(c))は仮定した分布より変換した分布のほうが分散が大きく、 r が小さくなるにつれて、変換した分布の分散が小さくなっている。 r として $\tilde{G} * \tilde{G}$ の固有値の相乗平均を与えた場合(図4.4(b))は、適当な滑らかさを与えたことになり、仮定した分布と変換した分布が一致している。

図4.5は図4.4と同様に平均粒径 $10.0 \mu\text{m}$ 、標準偏差 $1.0 \mu\text{m}$ の正規分布を仮定した場合であるが、散乱光強度分布の測定点を 1.0° 、 2.0° 、 $\dots$ 、 30° にした場合である。図4.5(a)は $r = 1.0 \times 10^{-7}$ 、図4.5(b)は $r =$ 固有値の相乗平均値 3.771×10^{-6} 、図4.5(c)は $r = 1.0 \times 10^{-5}$ の場合である。図4.6は粒径分布として平均粒径 $0.5 \mu\text{m}$ 、標準偏差 $0.1 \mu\text{m}$ の正規分布を仮定し、粒径範囲を $[0, 2]$ (μm)、分割数 N を20、測定散乱角 θ を 1.0° 、 2.0° 、 3.0° 、 $\dots$ 、 30.0° とした場合である。図4.6(a)は、 $r = 1.0 \times 10^{-6}$ の場合、図4.6(b)は $r =$ 固有値の相乗平均値 2.622×10^{-5} の場合、図4.6(c)は $r = 1.0 \times 10^{-4}$ の場合である。図4.5、図4.6においても、 r として $\tilde{G} * \tilde{G}$ の正の固有値の相乗平均値を与えた場合が、仮定した分布と変換した分布の一致が良い。また図4.4(b)、図4.5(b)、図4.6(b)において、散乱光強度分布の測定散乱角 θ や粒径範囲 $[D_{\min}, D_{\max}]$

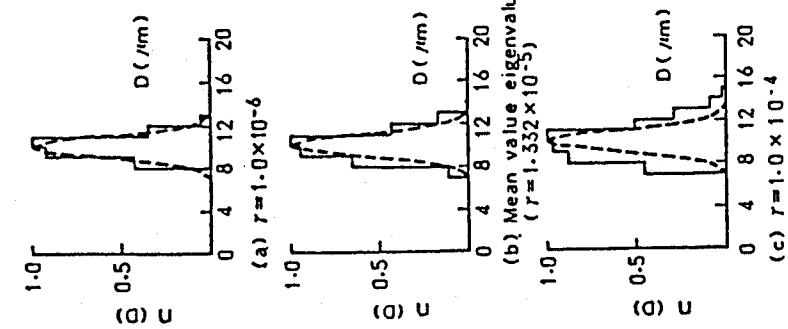


図4.4 γ の与え方の妥当性 I
平均 $10.0 \mu\text{m}$, 標準偏差 $1.0 \mu\text{m}$, θ が $0.5 \sim 15^\circ$ の場合
(----- 仮定した分布)
(—— 変換して求めた分布)

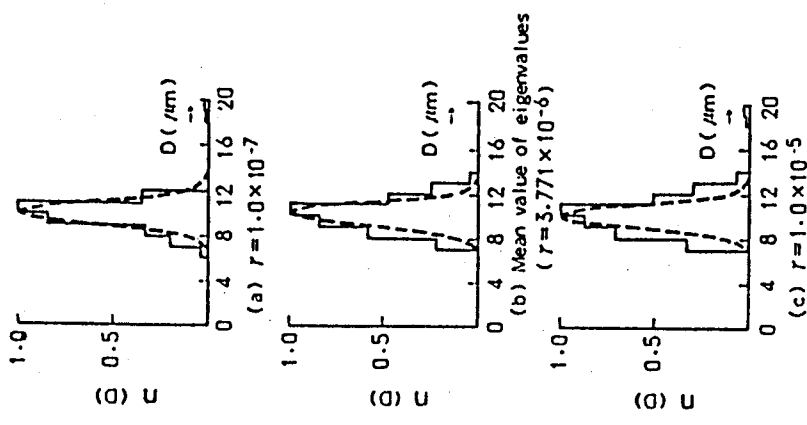


図4.5 γ の与え方の妥当性 II
平均 $10.0 \mu\text{m}$, 標準偏差 $1.0 \mu\text{m}$, θ が $1.0 \sim 30^\circ$ の場合
(----- 仮定した分布)
(—— 変換して求めた分布)

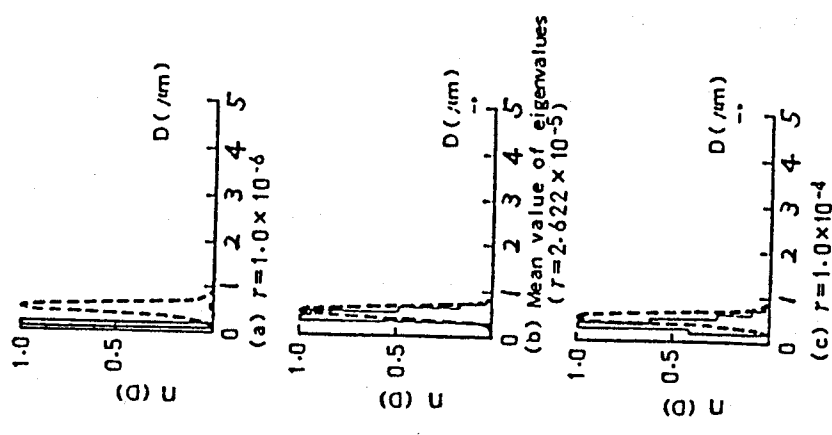


図4.6 γ の与え方の妥当性 III
平均 $0.5 \mu\text{m}$, 標準偏差 $0.1 \mu\text{m}$, θ が $1.0 \sim 30^\circ$ の場合
(----- 仮定した分布)
(—— 変換して求めた分布)

が変化しているが、 γ として $\tilde{G}^* \tilde{G}$ の正の固有値の相乗平均値を用いれば、自動的に適当な滑らかさを与えたことになる。以上のように γ として $\tilde{G}^* \tilde{G}$ の正の固有値の相乗平均値を用いるとうまくいくので、この値を γ として用いることにした。

§ 4. 5 結言

散乱光強度分布から粒径分布への変換法として、粒径分布の分布関数を仮定せず、任意の型の粒径分布を求めることができる方法（対数束縛積分方程式法）を考案した。

この方法は、

$$\log[I(\theta)] = \log \left[\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} i(D, \theta) n(D) dD \right] \quad (4.2)$$

を次の2つの条件のもとに、その最小二乗解を求めるものである。

粒径分布 $n(D)$ が滑らかな関数である。 (C. 1)

粒径分布 $n(D)$ が正あるいは0である。 (C. 2)

解法は、(4. 2)式を連立方程式で近似し、条件(C. 1)の束縛条件のもとでの最小二乗解をLagrangeの未定乗数法により求め、この解が条件(C. 2)のもとでのKuhn-Tuckerの定理を満足するように、0でない n_j を選択する、というものである。

参考文献

- 1) 清水、石丸；フーリエ変換による逆散乱問題の一解法、応用物理、Vol.52, No.4(1983)354
- 2) H.Hochstadt; Integral Equations, John Wiley & Sons(New York)(1973)

- 3) S. Twomey: Introduction to the Mathematics of Inversion in Remote Sensing and Indirect Measurement, Elsevier(1977)
 - 4) 田辺; 不適切問題へのアプローチ、数理科学, NO. 153(1976-3)60
 - 5) 辰野; レーザーを用いた粒径測定装置における散乱光強度分布から粒径分布への変換法、計測自動制御学会論文集、Vol. 19, No. 10(1983)53
 - 6) C. L. Lawson, and R. J. Hanson: Solving Least Squares Problems, Prentice-Hall(1974)
 - 7) 戸川: マトリックスの数値計算、オーム社(1971)
 - 8) J. H. Wilkinson: The Algebraic Eigenvalue Problem, Oxford(1965)
- 考案した方法と比較する上で次の文献を挙げておく。
- 9) T. W. Alger: Polydisperse-Particle-Size-Distribution Function Determined from Intensity Profile of Angularly Scattered Light, Appl. Opt., Vol. 18, No. 20(1979)3494
 - 10) M. Z. Hansen; Atmospheric Particle Analysis Using Angular Light Scattering, Applied Optics, Vol. 19, No. 20(1980)3441
 - 11) S. Re Fiorentin; A New Method for Determination of Particle-size Distribution Function from Small Angle Scattering Data, J. Appl. Phys. Vol. 53, No. 1(1982)245
 - 12) 赤池; 情報量基準 A I C とは何か、数理科学、No. 153(1976-3)5
 - 13) 竹内; 情報統計量の分布とモデルの適切さの規準、数理科学, No. 153 (1976-3)12

第5章 試験用蒸気タービン中の水滴を測定するための粒径測定装置

§ 5. 1 緒言

これまでに、タービン中の水滴を測定した例は非常に少なく、ほとんどが平均粒径を推定しているにすぎない。^{1)~6)} 著者は、第3章で示した実験装置に基づいて、実際にタービン中の水滴の粒径分布を測定できる粒径測定装置を開発した。この章では、開発した粒径測定装置を紹介し、ポリスチレン粒子による検証結果を示したのち、10 MW試験用蒸気タービン中の水滴を測定した結果^{7), 8)}を示す。また、タービン中の水滴の径は、 $2.0 \mu\text{m}$ 以下であることがわかったので、この範囲の粒径測定精度を上げるための改良について述べる。⁹⁾

§ 5. 2 装置

図5. 1に試験用蒸気タービン中の水滴を測定するための粒径測定装置のブロック図、図5. 2に装置の写真、図5. 3に測定プローブ先端部の写真を示す。光ファイバ（多モード光ファイバ）を通して、タービン中に挿入した測定プローブ先端のコリメータレンズまでHe-Neレーザ光を導き、平行ビームに形成して散乱領域に照射する。照射光は散乱領域に存在する水滴により散乱され、その散乱光を 0° 、 1° 、 1.5° 、 2° 、 2.5° …… 6.5° 、 7° 、 8° 、 9° 、…… 23° に配置した30本の光ファイバにより受光する。受光用の光ファイバとして、散乱光の受光量を大きくするためにコア径 $400 \mu\text{m}$ の大口径光ファイバを用いている。光ファイバにより受光された散乱光は、干渉フィルタ・フォトディテクタ・アンプを通してミニコンピュータに入力され、粒径分布へ変換される。

この装置と一次試作装置の違いを以下に述べる。

- ①He-Neレーザ光を光ファイバを用いて被測定粒子の近傍まで導いたこと。

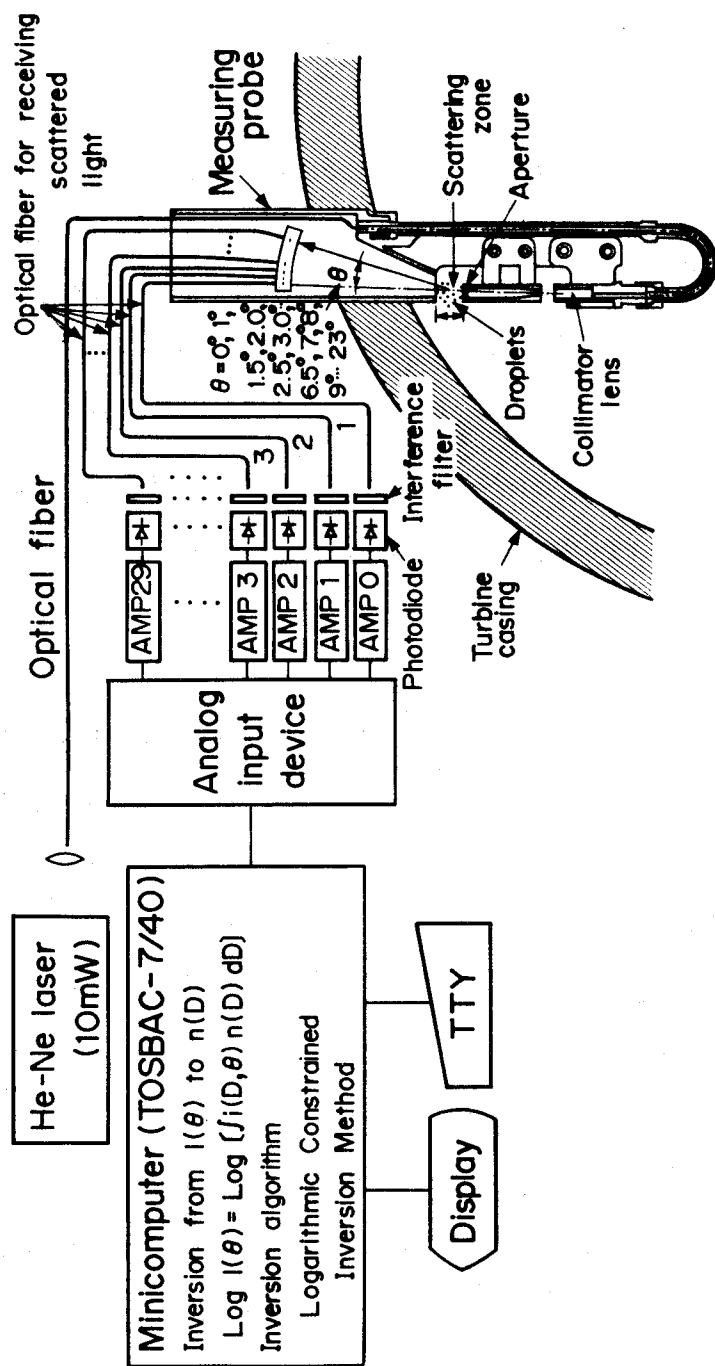


図5. 1 試験用タービン中の水滴を測定するための粒径測定装置のブロック図

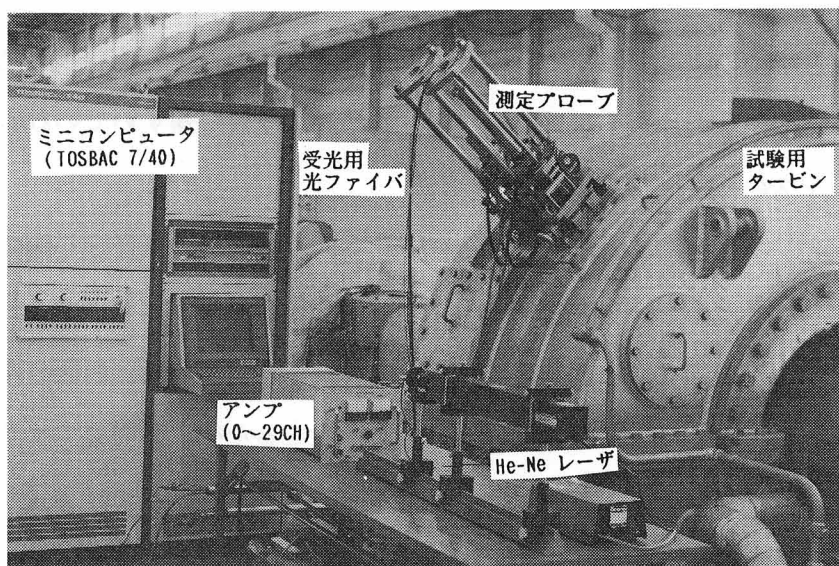


図5. 2 装置全体の写真

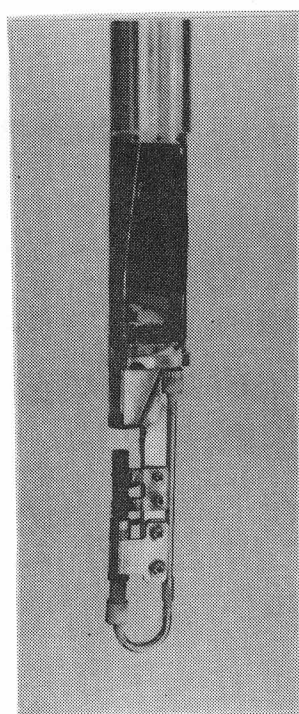


図5. 3 測定プローブ先端部

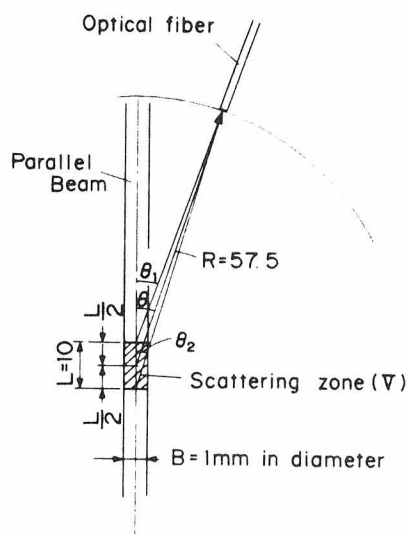


図5. 4

散乱領域の大きさと受光用
光ファイバに受光される散
乱光の散乱角との関係

このことにより照射光のコヒーレンスが大巾に低下するが、著者の開発した装置は、Mie 散乱のうちインコヒーレント光の散乱理論に基づいているので、コヒーレンスの低下は問題とならない。

②タービン中に散乱光強度の測定系を挿入できるように、直径34mmの測定プローブとして測定系を小型化した。(図5.3参照)

③被測定粒子の存在する散乱領域(散乱光路長)を制限した。制限した理由は次の2つである。(イ)測定プローブを小型化するために、受光ファイバにマイクロレンズ付きのものを使えなかった。そこで、図5.4に示すように散乱領域の大きさ L を限定することにより、散乱角 θ に設置した受光ファイバには散乱角 θ で散乱された光が受光されるとみなせるようにするため。(ロ)散乱光強度分布 $I(\theta)$ から粒径分布への変換式

$$I(\theta) = \int i(D, \theta) n(D) dD \quad (5.1)$$

は、多重散乱の影響がない場合に成立する。したがって多重散乱の影響があらわれないように被測定粒子数を制限するため。

④コリメータレンズによる散乱光が散乱光強度分布測定時の主なノイズ源である。このノイズを低減するために、Apertureを設けた。このことにより、被測定粒子数が少ない場合や粒径が小さい場合、すなわち散乱光強度が小さい場合にも、粒子による散乱光強度分布を測定することが可能となった。

⑤コリメータ・レンズ及び受光用の光ファイバに水滴が付着することを防止するためにエアパージを行なった。

§5.3 ポリスチレン粒子による検証

装置の性能を評価するために、平均粒径 $0.109 \sim 5.7 \mu\text{m}$ のポリスチレン粒子(ダウケミカル社製ユニフォーム・ラテックス・パーティクル)を測

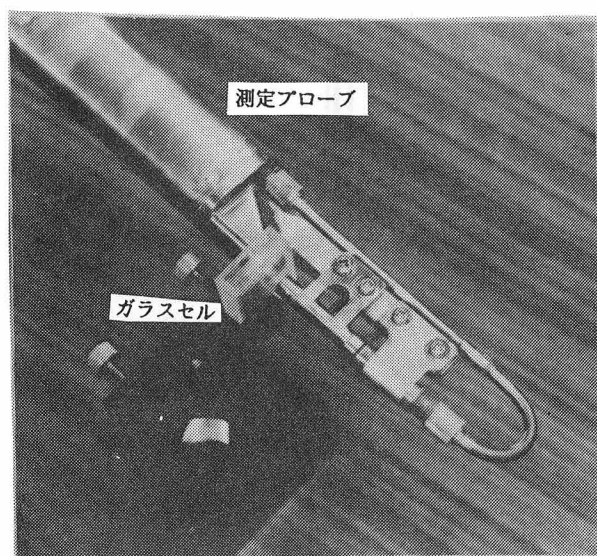


図5. 5
ポリスチレン粒子を測定しているときの様子

定した。ここでポリスチレン粒子は水と懸濁させ、ガラスセルにいれて測定した。図5. 5にポリスチレン粒子を測定している時の様子を示す。

図5. 6にポリスチレン粒子を測定した結果を示す。図中の縦軸 $n(D)$ は、平均粒径を比較するのに都合が良いように、 $n(D)$ の最大値を1として表示したものである。分散が小さい粒子の場合、開発した装置により測定した粒径分布は、分散が大きく測定されているが平均粒径は非常に良く一致している。

図5. 6から装置の性能を評価すると、粒径測定範囲は $0.1 \sim 5.0 \mu\text{m}$, 平均粒径の測定誤差は、 $1.0 \mu\text{m}$ 未満の場合 $0.1 \mu\text{m}$ 以下、 $1.0 \sim 5.0 \mu\text{m}$ の場合平均粒径の10%以下であった。以上のように開発した粒径測定装置は、実用上十分な精度で $0.1 \sim 5.0 \mu\text{m}$ の粒子を測定できることがわかった。

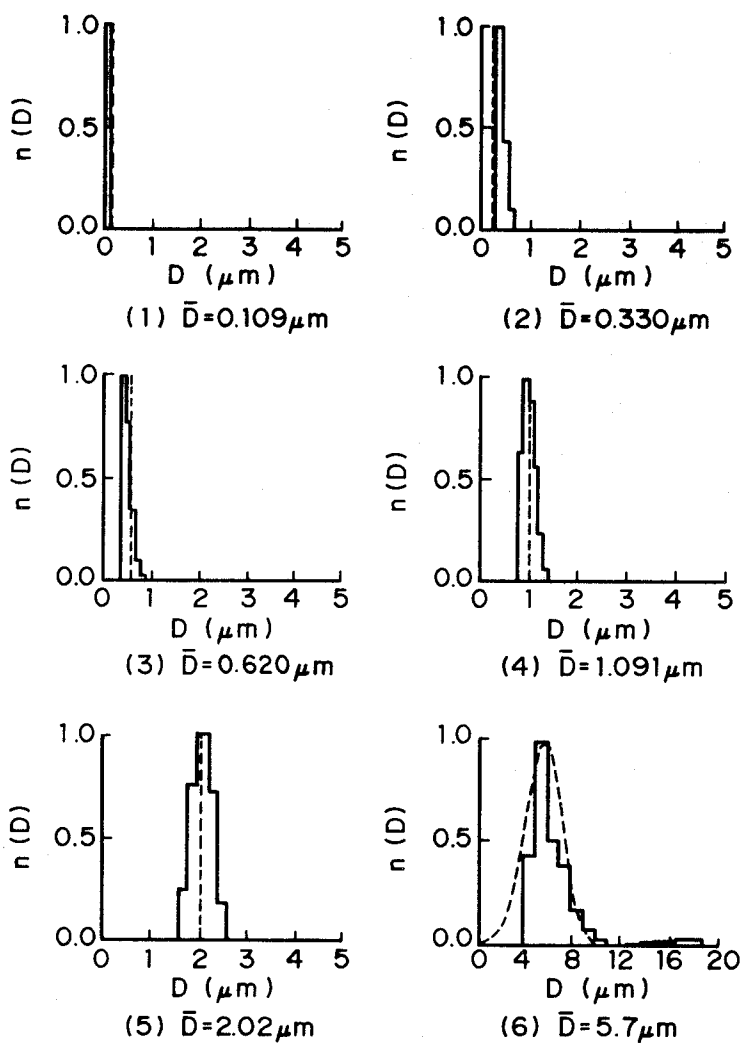


図5.6 試験用蒸気タービン中の水滴を測定するための
粒径測定装置によるポリスチレン粒子の測定結果

(——— 測定した粒径分布)
(- - - - - 真の粒径分布)

§ 5. 4 試験用蒸気タービン中の水滴の測定

図5. 7に測定を行なった10 MW試験用蒸気タービンを示す。このタービンは高出力タービンの小型モデルとなっている。ボイラから蒸気変換弁をとおして高圧タービンへ過熱蒸気が供給され、蒸気の温度・圧力は蒸気変換弁により調節している。過熱蒸気は、高圧・低圧タービンで仕事をし、湿り蒸気となる。このタービンでは、スプレによる注水ではなく、蒸気の膨脹のみにより水滴を発生させているので、実際のタービン中と同様の自然な湿り蒸気を得られる。

測定は、低圧タービン最終段動翼出口において、動翼半径方向 $h = 0.24, 0.46, 0.67, 0.89$ (h は翼根から測定した値で、羽根長さにより無次元化されている。)の4点で行なった。測定プローブをタービン内に挿入したときの様子を図5. 8に示す。図5. 9に湿り度6% (湿り度とは、単位体積中の全蒸気の重さに対する水の重さの比のこと) のときに測定した水滴の粒径分布を示す。図5. 9に示したようにタービン中の水滴の粒径分布は次のような特徴がある。①粒径は $2\mu\text{m}$ 以下である。②平均粒径が大きい場合は分散も大きい。③翼先端部 (図5. 9 (1)) では、翼中央部 (図5. 9 (2)), (3)), 翼根部 (図5. 9 (4)) に比して粒径が大きい。

§ 5. 5 Ar⁺ レーザを用いた粒径測定装置

5. 5. 1 改良点

タービン中の水滴を測定した結果、粒径は $2\mu\text{m}$ 以下であった。そこで、 $2\mu\text{m}$ 以下の粒径測定精度を向上するために、装置の改良を行った。改良した装置は、図5. 1に示した装置とほとんど同じで、小さな粒子による散乱光強度分布から粒径を判別することが容易なように、次の2点について改良されている。

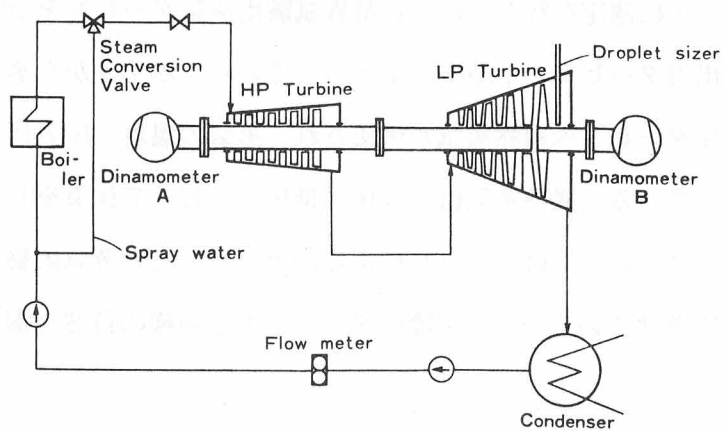


図5. 7 10MW試験用蒸気タービンと測定位置

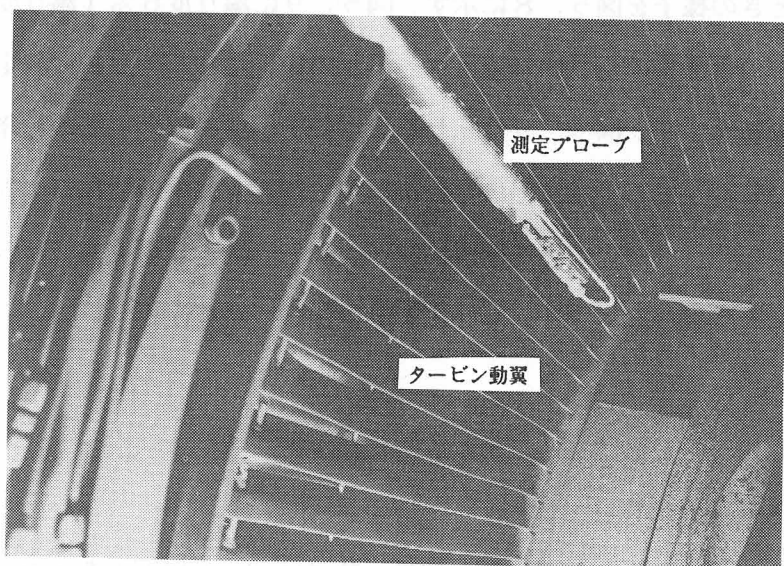


図5. 8 測定プローブをタービン内に挿入したときの様子

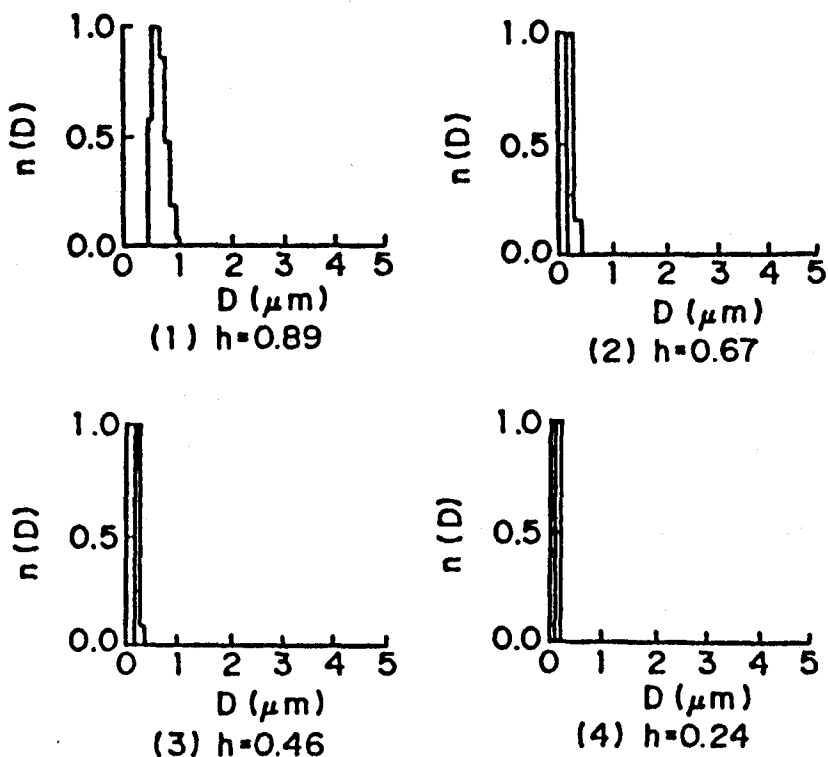


図5. 9 試験用蒸気タービン中の水滴の測定結果
(平均湿り度6%, ここで平均湿り度とは
動力計で測定したタービン出力より求めた
湿り度のことである。)

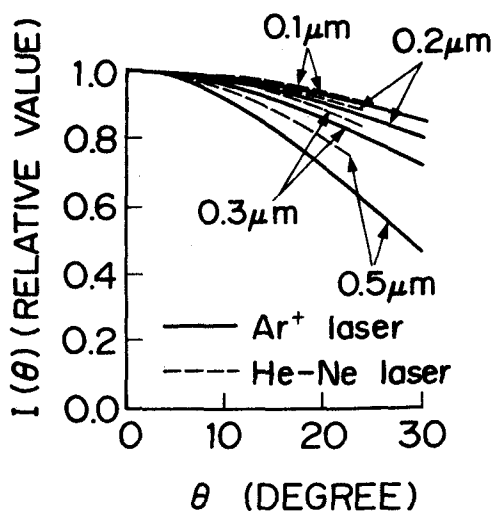


図5. 10

Ar^+ レーザを用いた粒径測定
装置により測定した散乱光強度
分布 (実線) と先に開発したHe
-Ne レーザを用いた粒径測定装
置により測定した散乱光強度分
布 (破線) の比較

①光源をHe-Neレーザ($\lambda=0.6328\mu\text{m}$, 出力10mW)から波長の短いAr⁺レーザ($\lambda=0.488\mu\text{m}$, 出力5mW)に変えた。

②測定散乱角範囲を $0^\circ\sim 23^\circ$ から $0^\circ\sim 30^\circ$ に変えた。

図5.10に粒径 $0.1\sim 0.5\mu\text{m}$ の粒子による散乱光強度分布(計算値)を示す。図5.10中破線はHe-Neレーザ光を照射し $0\sim 23^\circ$ で測定することを想定した場合、すなわち先に開発した装置(図5.1)により測定する場合で、実線はAr⁺レーザ光を照射し $0\sim 30^\circ$ で測定することを想定した場合、すなわち改良した装置により測定する場合である。この図からわかるように、2つの改良により、小さい粒子($0.1\sim 0.5\mu\text{m}$)の場合でも散乱光強度分布から粒径を区別することが容易になっている。

5.5.2 ポリスチレン粒子による検証

図5.11に平均粒径が $0.109\sim 2.02\mu\text{m}$ のポリスチレン粒子を測定した結果を示す。図5.11中には、先に開発した装置による測定結果も破線で示した。両者を比較すると明らかなように、測定精度が大幅に改良されている。ポリスチレン粒子を測定した結果(図5.11)から、装置の精度を評価すると、測定粒径範囲は $0.1\sim 2.0\mu\text{m}$ であり、平均粒径 $\bar{D}$ の測定誤差は $D<1\mu\text{m}$ では $0.03\mu\text{m}$ 以下、 $D\geq 1$ では、 $0.15\mu\text{m}$ 以下で、分散の測定誤差は $D<1\mu\text{m}$ では $0.15\mu\text{m}$ 以下、 $D\geq 1$ では $0.25\mu\text{m}$ 以下である。ここで、平均粒径として粒径分布が最大値をとる粒径 D_{peak} 、分散として $D_{\text{peak}}/2$ の点での粒径分布の巾をとった。

改良した装置によるタービン中の水滴の粒径分布の測定については、§6.5で粒子密度・湿度の測定結果と共に述べる。

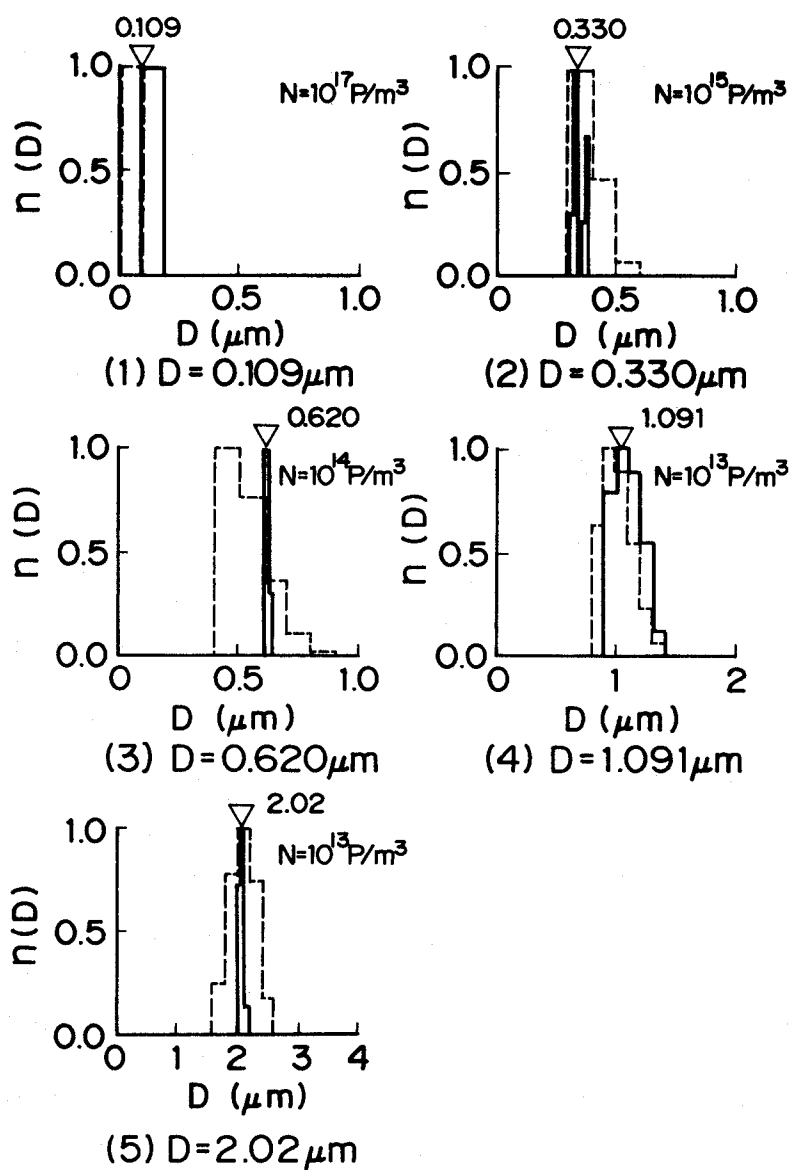


図5.11 Ar^+ レーザを用いた粒径測定装置によるポリスチレン粒子の測定結果。Pは個を表している。

(— Ar^+ レーザを用いた装置
 - - - - - 先に開発したHe-Ne レーザを用いた装置)

§ 5. 6 結言

I. 試験用低圧タービン中の水滴を測定できる光ファイバ粒径測定装置を試作した。試作した装置の特長・性能は次のとおりである。

1. He-Neレーザ光を光ファイバを用いて被測定粒子の近傍まで導いたこと。このことにより、照射光のコヒーレンスが大巾に低下するが、著者の開発した装置は、Mie 散乱のうちインコヒーレント光の散乱理論に基づいているので、コヒーレンスの低下は問題とならない。
2. タービン中に散乱光強度の測定系を伸入できるように、直径34 mmの測定プローブ内に散乱光強度の測定系を収納した。
3. コリメータレンズによる散乱光を遮蔽するために、開口を設けた。このことにより、バックグラウンドノイズが大巾に低減され、散乱光強度が小さい場合、すなわち粒子密度が小さい場合や、粒径が小さい場合にも、粒子による散乱光強度分布を測定することが可能となった。
4. コリメータレンズ、及び受光用の光ファイバに水滴が付着することを防止するためにエアパージを行った。
5. 試作装置によりポリスチレン粒子を測定した結果、装置の性能は、測定粒径範囲は0.1～5.0 μm で、平均粒径測定誤差は、平均粒径が1.0 μm 以下の場合0.1 μm 以下、平均粒径が1.0～5 μm の場合は平均粒径の10%以下であった。

II. 試作した装置を用いて、試験用低圧タービン中の水滴の粒径分布を測定した。測定結果を以下に箇条書きにする。

1. 粒径は2 μm 以下で、大部分は1 μm 以下であった。
2. 平均粒径が大きい場合は分散も大きい。
3. 翼先端部では、翼中央部、翼根部に比して粒径が大きい。

Ⅲ. タービン中の水滴は $2\mu\text{m}$ 以下であった。したがって、この範囲の粒径測定精度を上げるための改良を行った。改良点、及び改良装置の測定精度は以下のとおりである。

1. 光源をHe-Neレーザ($\lambda=0.6328\mu\text{m}$)から波長の短いAr⁺レーザ($\lambda=0.488\mu\text{m}$)に代えた。
2. 測定散乱角範囲を $0\sim 23^\circ$ から $0\sim 30^\circ$ に拡大した。
3. 改良装置により、ポリスチレン粒子を測定した結果、粒径測定範囲は $0.1\sim 2\mu\text{m}$ であり、平均粒径測定誤差は粒径Dが $1\mu\text{m}$ 以下の場合 $0.03\mu\text{m}$ 以下、Dが $1\mu\text{m}$ 以上の場合 $0.15\mu\text{m}$ 以下で、分散の測定誤差は、Dが $1\mu\text{m}$ 以下の場合、 $0.15\mu\text{m}$ 以下、Dが $1\mu\text{m}$ 以上の場合 $0.25\mu\text{m}$ 以下であった。

参考文献

- 1) J.S.Wyler, K.J.Desai; Moisture Measurements in a Low Pressure Steam Turbine Using a Laser Light Scattering Probe, Trans. of ASME, J. of Engineering for Power, Vol. 100(1978)544
- 2) F.Kreitmeier et al; An Investigation of Flow in a Low-Pressure Wet Steam Model Turbine and its Use for Determining Wetness Losses, I Mech. E, C178/79(1979)
- 3) P.T.Walters, P.C.Skingley; An optical Instrument for Measuring the Wetness Fraction and Droplet Size of Wet Steam Flows in LP Turbines, I. Mech. E, C141/79(1979)
- 4) P.T.Walters: Wetness and Efficiency Measurements in L.P. Turbines

- with an Optical Probe as an Aid to Improving Performance, Trans. of ASME, Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, Vol. 109, No. 1 (1987) 85
- 5) A. Ederhof, G. Dibelius: Determination of Droplet Sizes and Wetness Fraction in Two-phase-flows Using Lightscattering Technique. Sixth Thermodynamics and Fluid Mechanics Convention, Instn. Mech. Engrs, C60/76 (1976)
- 6) D. E. Metzger et al; Heat and Mass Transfer in Rotating Machinery, Hemisphere Publishing, Washington (1984) 539
- 7) K. Tatsuno and S. Nagao; Water Droplet Size Measurements in an Experimental Steam Turbine Using an Optical Fiber Droplet Sizer, Trans. of ASME, Journal of Heat Transfer, Vol. 108 (Nov. 1986) 939
- 8) 辰野、長尾; 光ファイバを用いた粒径測定装置—タービン中の水滴径の測定、第2回センシング・フォーラム(計測自動制御学会主催)(1985. 4)
- 9) 辰野; Arレーザを用いた光ファイバ粒径測定装置、電気学会生産設備管理研究会資料、PFC-87-9 (1987)
- 10) W. D. Bachalo, M. J. Houser; Phase/Doppler Spray Analyzer for Simultaneous Measurements of Droplet Size and Velocity Distribution, Optical Engineering, Vol. 23, No. 5 (1984) 583
- 11) M. J. Houser, W. D. Bachalo; Particle Sizing and Spray Analysis, Proceedings of SPIE, Vol. 573 (1985) 57

第6章 粒子密度（数密度）・湿り度の計測

§ 6. 1 緒言

粒径分布だけでなく、粒子密度（数密度）を測定することは、タービン中の湿り蒸気の湿り度（単位体積中の全蒸気の重さに対する水の重さの比）を求め、エンタルピを算出する上で重要である。

粒子密度を測定する方法としては、透過率を測定する方法が広く用いられて^{1)~4)}いる。しかしながら、この方法では、測定する量、すなわち透過率の対数に粒子密度が比例するので、測定精度が低いという欠点があった。特に粒子密度が小さい場合には、透過率はほとんど100%近くになり、粒子密度の測定誤差が非常に大きくなる。

この章では、粒子密度の測定法として、散乱光強度分布の測定系を絶対校正⁵⁾し、光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法を採用することにより、従来広く用いられてきた透過率を測定する方法に比して大幅に測定精度を向上できることを示し、この方法を用いて、粒径分布・粒子密度が既知であるポリスチレン粒子を測定することにより、粒子密度・湿り度を測定できることを検証する。またこの装置を用いて試験用タービン中の水滴の粒径分布・湿り度を測定した結果を示す。

§ 6. 2 粒子密度の測定法

6. 2. 1 透過率を測定する従来の方法

従来、粒径分布 $n_r(D)$ が既知である場合には透過率を測定することにより、次のように粒子密度 N を求めている。

まず、粒子密度 N を定義しておく。単位体積中に存在する粒径 D の粒子数で表わした粒径分布を $n_p(D)$ とすると、

$$n_p(D) = N n_r(D) \quad (6.1)$$

で定義したものである。ここで、 $n_r(D)$ は確率密度関数として表わした粒径分布のことで、

$$\int n_r(D) dD = 1 \quad (6.2)$$

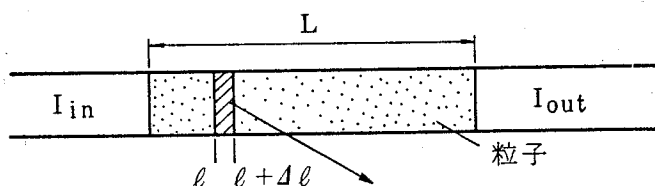
で規格化したものである。

そうすると、図6. 1に示すように、透過率 $T (= I_{out} / I_{in})$ は

$$T = \exp \left[-L \int C(D) n_p(D) dD \right] \quad (6.3)$$

であたえられる。ここで $C(D)$ は散乱断面積、 L は散乱光路長である。また水による可視光の吸収は小さいので、散乱による光の減衰のみを考慮している。

(6. 1) 式を (6. 3) 式に代入して N について解くと、



$[\ell, \ell + d\ell]$ 内の粒子による全散乱光 $= [\int C(D) n_p(D) dD] d\ell$

ℓ における透過光強度 I とすると I は

$$\frac{dI}{d\ell} = - \int C(D) n_p(D) dD$$

を満足する。

図6. 1 透過光の減衰の様子

$$N = - \frac{1}{L \int C(D) n_r(D) dD} \ln T \quad (6.4)$$

が得られる。

この方法では、(6.4)式をみるとわかるように、測定する量 T の対数に、粒子密度が比例するので、粒子密度の変化の割には透過率 T が変化せず、感度が低いという欠点がある。例えば、被測定粒子が少ない場合には透過率は95%以上になり、レーザ光の変動を1%とすると、透過率の測定精度は少なくとも1%はあることになり、粒子密度の測定誤差が非常に大きくなる。

6. 2. 2 光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法

これまでは、散乱光強度分布のパターン、たとえば最大値を1とした相対値で表示された散乱光強度分布を測定することにより、単位体積中に存在する粒子に対する粒径 D の粒子の割合として表示した粒径分布を求めている。ここでは、散乱光強度分布の測定系の較正を行い、光のエネルギーに換算した散乱光強度分布 $I_{opt}(\theta)$ を測定することにより、単位体積中に存在する粒径 D の粒子数で表わした粒径分布 $n_p(D)$ を求める。 $I_{opt}(\theta)$ の大きさは、ほぼ粒子密度 $n_p(D)$ に比例するので、エネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法は粒子数が小さい場合にも精度良く粒径分布 $n_p(D)$ を求めることができる。以下、この方法について説明する。

光のエネルギーに換算された散乱光強度分布は、図6. 2に示すように入射光の散乱による減衰を考慮して

$$I_{opt}(\theta) = \int_0^L dI d\ell$$

$$= \int_0^L \{ I_{in}(\ell) \int i(D, \theta) \pi B^2 n_p(D) dD \} d\ell \quad (6.5)$$

と表わせる。ここで ΔI は散乱位置が ℓ と $\ell + \Delta \ell$ の領域に含まれる粒子による散乱光強度、 $I_{in}(\ell)$ は散乱位置が ℓ の点での照射光強度で、 ℓ が0から ℓ までの領域に含まれる粒子による散乱減衰を考慮して

$$I_{in}(\ell) = I_0 \exp \left[-\ell \int C(D) n_p(D) dD \right] \quad (6.6)$$

である。また、 π は円周率、 B は照射ビームの半径、 L は散乱光路長、 I_0 は ℓ

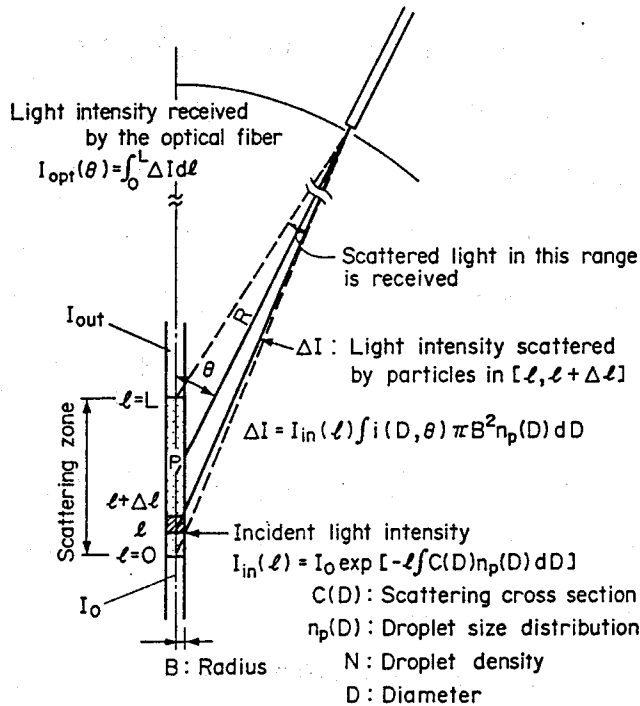


図6. 2 粒子による照射ビームの減衰を考慮した場合の散乱光強度

= 0 における照射レーザービームの強度である。

(6. 6) 式を (6. 5) 式に代入したのち、(6. 1) 式を代入すると

$$I_{\text{opt}}(\theta) = \int_0^L \{ I_0 \exp[-\ell \int C(D) N n_r(D) dD] \\ \times \int i(D, \theta) \pi B^2 N n_r(D) dD \} d\ell \quad (6.7)$$

となる。(6. 7) 式で、散乱角 θ は粒子位置 ℓ によらず一定であると近似し、 ℓ の関数でないものを積分の外に出して ℓ による積分を実行すると

$$I_{\text{opt}}(\theta) = I_0 \pi B^2 N \left\{ \frac{1 - \exp[-LN \int C(D) n_r(D) dD]}{N \int C(D) n_r(D) dD} \right\} \\ \times \int i(D, \theta) n_r(D) dD \quad (6.8)$$

となる。ここで、

$$X(D) \triangleq \int C(D) n_r(D) dD \quad (6.9)$$

$$A \triangleq I_0 \pi B^2 \quad (6.10)$$

と置くと

$$I_{\text{opt}}(\theta) = \frac{A \{ 1 - \exp[-LN X(D)] \}}{X(D)} \int i(D, \theta) n_r(D) dD \quad (6.11)$$

となる。ここで

$$C_s \triangleq \frac{A \{1 - \exp[-\text{LN}X(D)]\}}{X(D)} \quad (6.12)$$

と置くと

$$I_{\text{opt}}(\theta) = C_s \int i(D, \theta) n_r(D) dD \quad (6.13)$$

となる。 $n_r(D)$ を従来と同じ方法で求め、(6.2)により規格化しておけば

$$C_s = \frac{I(\theta)}{\int i(D, \theta) n_r(D) dD} \quad (6.14)$$

により C_s が求まる。 C_s が求まると(6.12)式に代入して N について解くと

$$N = \frac{-1}{\text{LN}X(D)} \ln \left(1 - \frac{C_s X(D)}{A} \right) \quad (6.15)$$

と粒子密度 N が求まる。 N が求まれば(6.1)式により単位体積中に存在する粒子数として表示された粒径分布 $n_p(D)$ が求まる。

図6.3に、透過率を測定する方法と光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法により粒子密度を測定した場合の誤差を推定した結果を示す。図中破線は透過率 T の測定誤差が $\pm 1\%$ の場合、実線は C_s ((6.14)式)の測定誤差が $\pm 1\%$ の場合の粒子密度の測定誤差を示したものである。図より明らかに、光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法のほうが、測定精度が高いことがわかる。

§6.3 湿度の算出法

単位体積中に存在する粒子数として表示された粒径分布 $n_p(D)$ が求まると、

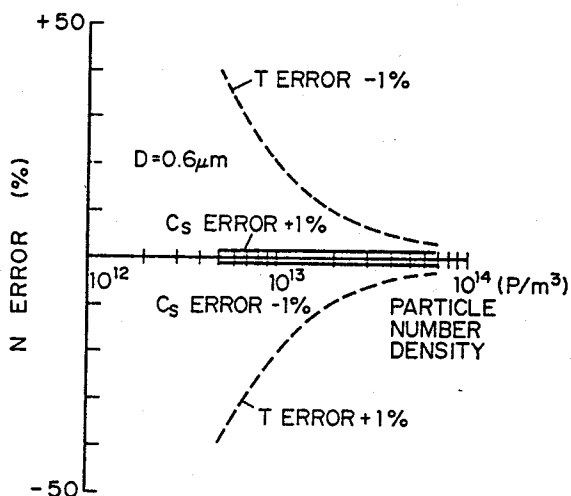


図6. 3

透過光を測定する方法による粒子密度の測定誤差（破線）と光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法による粒子密度の測定誤差（実線）の推定。 P/m^3 は $1 m^3$ 内に含まれる粒子数を表す。

単位体積内に含まれる全水滴（液相）の体積 V_L は、

$$V_L = \int \frac{\pi D^3}{6} n_p(D) dD \quad (6.16)$$

である。一方、蒸気（気相）の体積 V_g は

$$V_g = 1 - V_L \quad (6.17)$$

である。水と蒸気の重量密度をそれぞれ ρ_L 、 ρ_g とすると、単位体積あたりの全蒸気（液相＋気相）の重量 W_t は

$$W_t = \rho_L V_L + (1 - V_L) \rho_g \quad (6.18)$$

で水の重量 W_L は

$$W_L = \rho_L V_L \quad (6.19)$$

である。したがって、湿り度 Y は

$$Y = \frac{W_L}{W_t} = \frac{\rho_L V_L}{\rho_L V_L + (1 - V_L) \rho_g} \quad (6.20)$$

と求まる。ここで、 ρ_g 、 ρ_L は蒸気の圧力（あるいは温度）を測定すれば飽和蒸気表よりその値を知ることができる。

§ 6. 4 ポリスチレン粒子による検証

粒径分布・粒子密度が既知であるポリスチレン粒子（ダウケミカル社製、商品名ユニフォーム・ラテックス・パーティクル）を用いて上記の方法を検証した。

ポリスチレン粒子は水に懸濁させ、ガラスセルに入れて測定した。また真の粒子密度はポリスチレンと水の重さを天秤で測定することにより求めた。

光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法では、測定した散乱光強度分布を光のエネルギーに換算する必要がある。ここで照射ビームの強度 I は 1 W/m^2 と仮定する。換算は次のようにして行う。粒径 $0.620 \mu\text{m}$ 、粒子密度 10^{14} 個/m^3 のポリスチレン粒子を光路長 5 mm の試料セルに入れて、分布 $I_p(\theta)$ を測定し、一方 (6. 7) 式において $I = 1 \text{ W/m}^2$ としたときの $I_c(\theta)$ を計算すれば、換算係数 $T(\theta)$ を

$$T(\theta) = \frac{I_c(\theta)}{I_p(\theta)} \quad (6.21)$$

と求めることができるので、測定した散乱光強度分布 $I(\theta)$ に $T(\theta)$ を乗ずることにより光のエネルギーに換算できる。

図 6. 4 に、光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法と透過光を測定する方法による粒子密度の測定誤差の比較を示す。図 6. 4 は粒径 $0.620 \mu\text{m}$ のポリスチレン粒子の粒子密度を測定したときのもので、○は光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法、●は透過率を測定する方

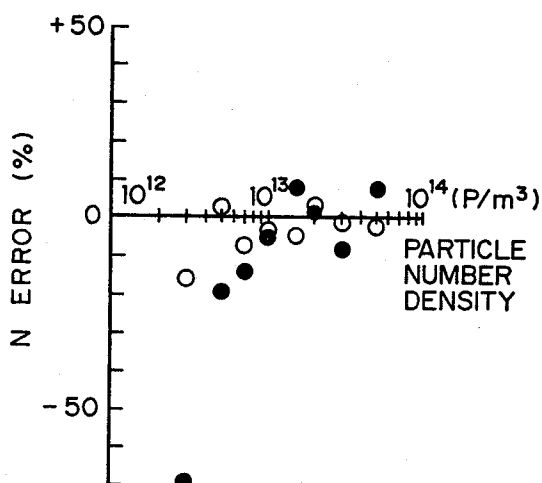


図6. 4

透過率を測定する方法による粒子密度の測定誤差(●)と光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法による粒子密度の測定誤差(○)の比較。ポリスチレン粒子を測定した場合。

法である。図より明らかに粒子密度が小さい場合は光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法のほうが誤差が小さい。

図6. 5にいろいろな粒径の場合の粒子密度の測定結果を示す。これらの粒子密度は、圧力が0. 05 at (4.9×10^3 Pa) の飽和蒸気の湿り度が0~15%の場合に相当する。0. 2 μm 以下の場合、湿り度15%以下の粒子密度では散乱光強度が小さいため、散乱光強度分布を測定できなかった。したがって粒径分布も粒子密度も測定できなかった。図6. 5に示したように、0. 33 μm の場合は、測定した粒子密度と真の粒子密度との一致は良くないが、0. 399 μm 以上の場合は両者よく一致している。図6. 5より粒子密度の測定誤差を評価すると、0. 399 μm 以上の場合は65%以下であった。

図6. 6に、測定した粒子密度(図6. 5)から計算した湿り度を示す。湿り度を求める際は、ポリスチレン粒子、圧力が0. 05 at (4.9×10^3 Pa) の飽和蒸気中の水滴とみなし、 ρ_g は0. 0348, ρ_l は994. 9

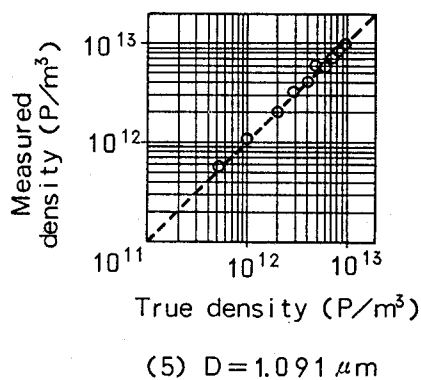
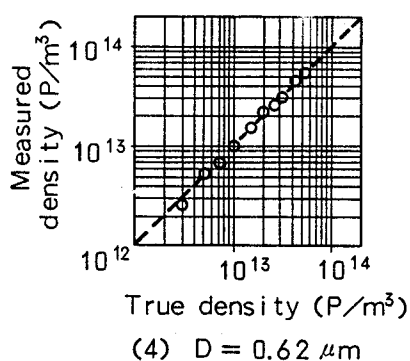
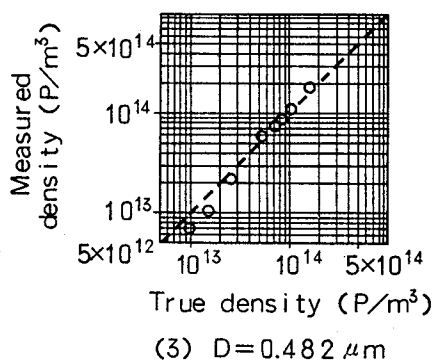
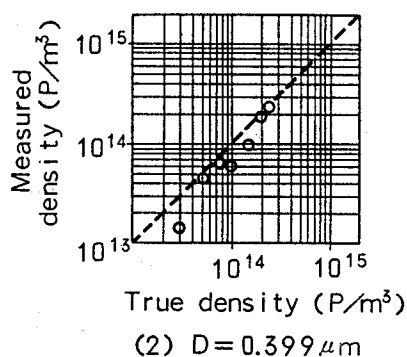
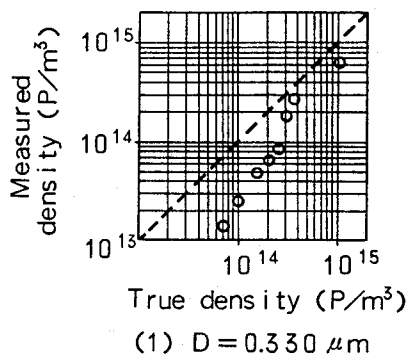


図6. 5 ポリスチレン粒子の粒子密度の測定結果と真の値の比較
 (真の値と測定値が一致すると、破線上に測定点(○)が並ぶ。
 図中Pは個数を意味する。)

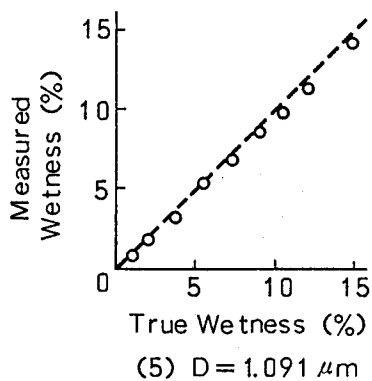
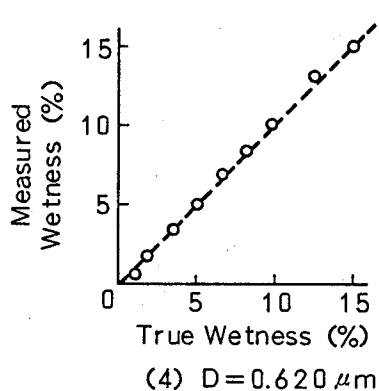
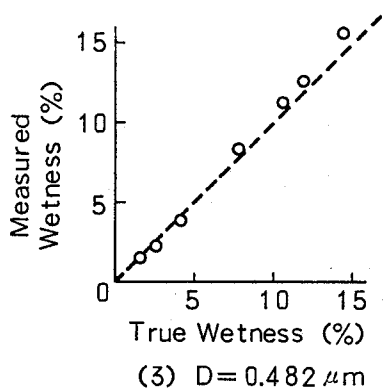
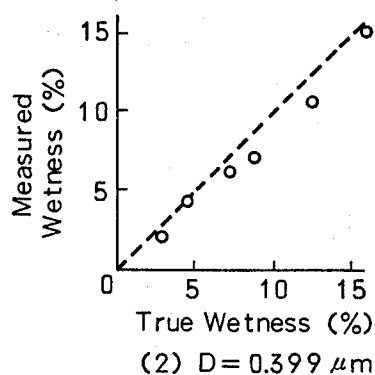
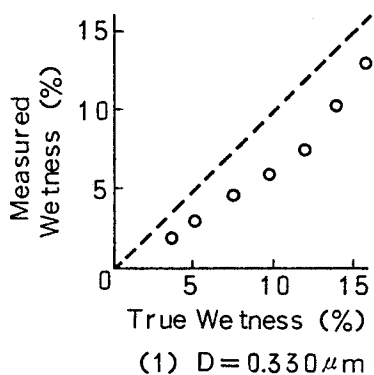


図6. 6 測定した粒子密度から計算した湿り度と真の値の比較
(真の値と測定値が一致すると、破線上に測定点(○)が並ぶ。)

(kg/m^3)とした。粒子密度の場合と同様、湿り度の場合についても、 $0.399\mu\text{m}$ 以上の場合は、真の湿り度と測定した湿り度の一致は良く、 $0.399\mu\text{m}$ 以上の場合の測定誤差は湿り度で1.2%以下である。また粒子密度・湿り度の誤差要因を調べた結果、それは相対粒径分布 $n_r(D)$ の測定誤差であることがわかった。

以上の検証実験の結果、粒径が $0.4\mu\text{m}$ 以上の場合については、光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法を用いることにより、粒子密度・湿り度の測定が可能であることがわかった。

§6.5 試験用蒸気タービン中の水滴の粒径分布・湿り度の測定

10MW試験用蒸気タービンの最終段動翼出口において、蒸気中に含まれる水滴の粒径分布・湿り度の測定を行った。図6.7, 図6.8に測定結果を示す。図中にパラメータとして示した湿り度 Y_d は、動力計を用いて測定したタービン出力からエンタルピをもとめ、そのエンタルピから算出した平均湿り度である。

測定結果は次のことを示している。

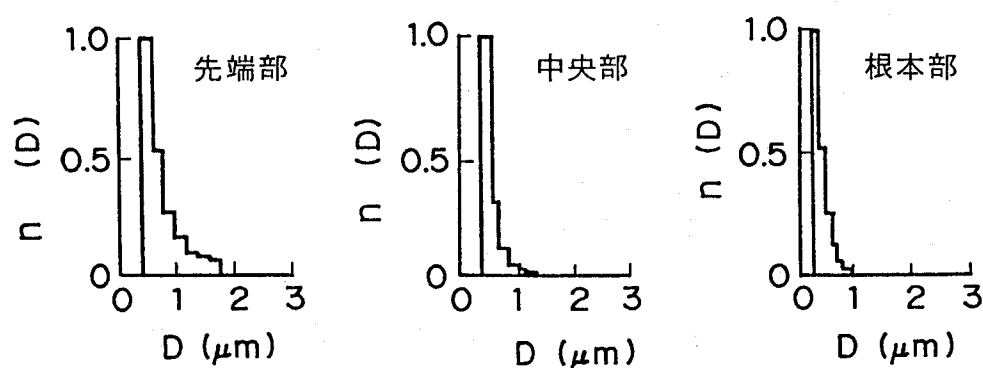


図6.7 試験用蒸気タービン中の水滴の粒径分布
(平均湿り度 $Y_d = 10.2\%$ の場合)

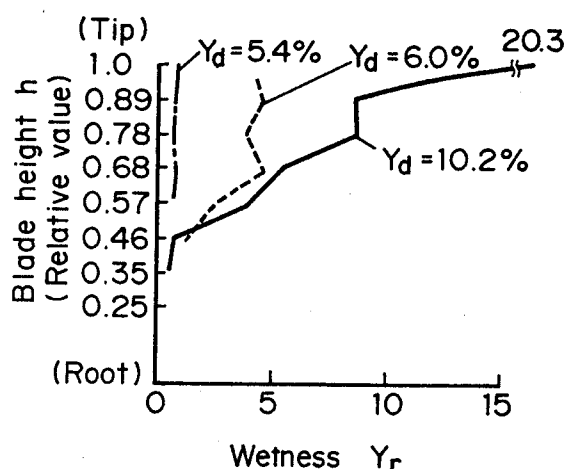


図6.8
試験用蒸気タービン動翼
半径方向の湿り度の分布

- ①平均湿り度が大きくなるにつれて、翼先端部の湿り度が著しく増加する。
- ②湿り度が大きい翼先端部では、大きい粒子の含まれる割合が大きい。
- ③粒子の大部分は $1\mu\text{m}$ 以下で、平均粒径は $0.4\sim 0.6\mu\text{m}$ であった。
- ④粒径分布は対数正規分布に近い型をしており、粒子の径の成長速度が粒径に比例していることを示していると考えられる⁶⁾。

この測定の結果、平均湿り度がある程度大きくなるとタービンの最終段では、翼先端部での湿り度が非常に大きくなり、翼先端部に侵食防止策をほどこしたり、水滴（ドレイン）を排除したりする必要があること、一方、翼中央より翼根部にかけては、湿り度の変化は少なく、翼先端部のみに侵食防止策やドレイン排除の対策を講じればよいことなどがわかった。

§6.6 結言

I. 粒子密度・湿り度の測定方法について検討した。

1. 測定方法として、光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定する方法を採用することにより、従来広く用いられてきた透過光を測定する方法に比

して大幅に測定精度を向上することができた。

2. ポリスチレン粒子により蒸気の湿り度0～15%の場合に相当する粒子密度・湿り度の測定精度を評価した結果、粒径が0.4 μm 以上の場合には粒子密度測定誤差は65%以下、湿り度の測定誤差は湿り度で1.2%以下であった。粒径が0.4 μm 未満の場合は測定精度が大幅に低下した。

II. これまでに開発してきた装置を用いて試験用蒸気（低圧）タービン中の水滴の粒径分布・湿り度を測定した結果、次のことがわかった。

1. 平均湿り度が大きくなるにつれて、翼先端部の湿り度が著しく増加する。
2. 湿り度が大きい翼先端部では、大きい粒子の含まれる割合が大きい。
3. 粒子の大部分は1 μm 以下で、平均粒径は0.4～0.6 μm であった。
4. 粒径分布は対数正規分布に近い型をしており、粒子の径の成長速度が粒径に比例していることを示していると考えられる。

以上のタービン中の水滴の測定結果より、翼先端部のみに浸食防止策やドレイン除去の対策を講じれば良いことなどがわかった。

参考文献

- 1) J.S.Wyler, K.J.Desai; Moisture Measurements in a Low Pressure Steam Turbine Using a Laser Light Scattering Probe, Trans. of ASME, J. of Engineering for Power, Vol. 100 (1978) 544
- 2) F.Kreitmeier et al; An Investigation of Flow in a Low-Pressure Wet Steam Model Turbine and its Use for Determining Wetness Losses, I Mech. E, C178/79 (1979)
- 3) P.T.Walters, P.C.Skingley; An optical Instrument for Measuring the

Wetness Fraction and Droplet Size of Wet Steam Flows in LP Turbines
, I. Mech. E, C141/79(1979)

- 4) P.T.Walters: Wetness and Efficiency measurements in L.P.Turbines
with an Optical Probe as an Aid to Improving Performance, Trans. of AS
ME, Journal of Engineering for Gas Turbine and Power, Vol.109, No.1, pp.
85-91(1987)
- 5) 辰野、梅田；光ファイバを用いた粒径測定装置による粒子密度・湿り度の
計測、第3回流体計測シンポジウム（計測自動制御学会主催）(1986)65
- 6) 高橋：基礎エアロゾル工学，養賢堂（1978）129
- 7) 長尾；蒸気タービンにおける湿り蒸気の挙動と影響、ターボ機械、Vol.14
, No.6(1985)13
- 8) 鈴木ほか；5 2 インチ蒸気タービン最終段翼、東芝レビュー、Vol.41, No
5(1986)463

第7章 光ファイバ粒径測定装置の改良

§ 7. 1 緒言

試験用蒸気タービン中の水滴を測定するために開発した $A r^+$ レーザを用いた¹⁾ 粒径測定装置では、光ファイバを測定すべき角度 θ_f に設置し、 θ_f に設置された光ファイバには、 θ_f に散乱された光のみが受光される。すなわち散乱光の発生源は点と見なすことができると仮定していた。しかしながら実際には、 $A r^+$ レーザを用いた粒径測定装置では、 $\theta_f = 30^\circ$ に設置した光ファイバには $26.9^\circ \sim 33.7^\circ$ の間に散乱された散乱光が受光される。またポリスチレン粒子を測定した際、粒子密度により測定粒径が変化した(図7. 3 (1) 参照)。そこで、被測定粒子の存在する散乱領域の大きさ及び照射ビームの減衰を考慮し、粒径が小さい場合にも精度良く測定できるように改良した。

この章では、改良の基本となった散乱光強度分布を正確に表す変換式の導出とその解法について説明したのち、ポリスチレン粒子による検証結果を示す。

§ 7. 2 散乱光強度分布を正確に表す変換式の導出

図7. 1を参照しながら、受光用ファイバに受光される散乱光強度を正確に表わす式を導く。この式が粒径分布 $n_p(D)$ を求める際の変換式となる。ここで求める粒径分布 $n_p(D)$ は、単位体積中に存在する粒径 D の粒子の粒子数で表わしたものである。散乱領域は $l = 0$ から $l = L$ までで、 l を散乱位置と呼ぶ。受光用光ファイバは散乱位置 $l = L/2$ の点 P に対し照射ビームの中心から θ_f の角度に配置されている。また照射ビーム径は点 P から受光用ファイバまでの距離に比して十分小さいと仮定して、照射ビームの半径方向の位置による散乱角 θ への影響は無視する。

受光用光ファイバに受光される散乱光強度 $I_{opt}(\theta_f)$ ($\theta_f = \theta_1, \theta_2,$

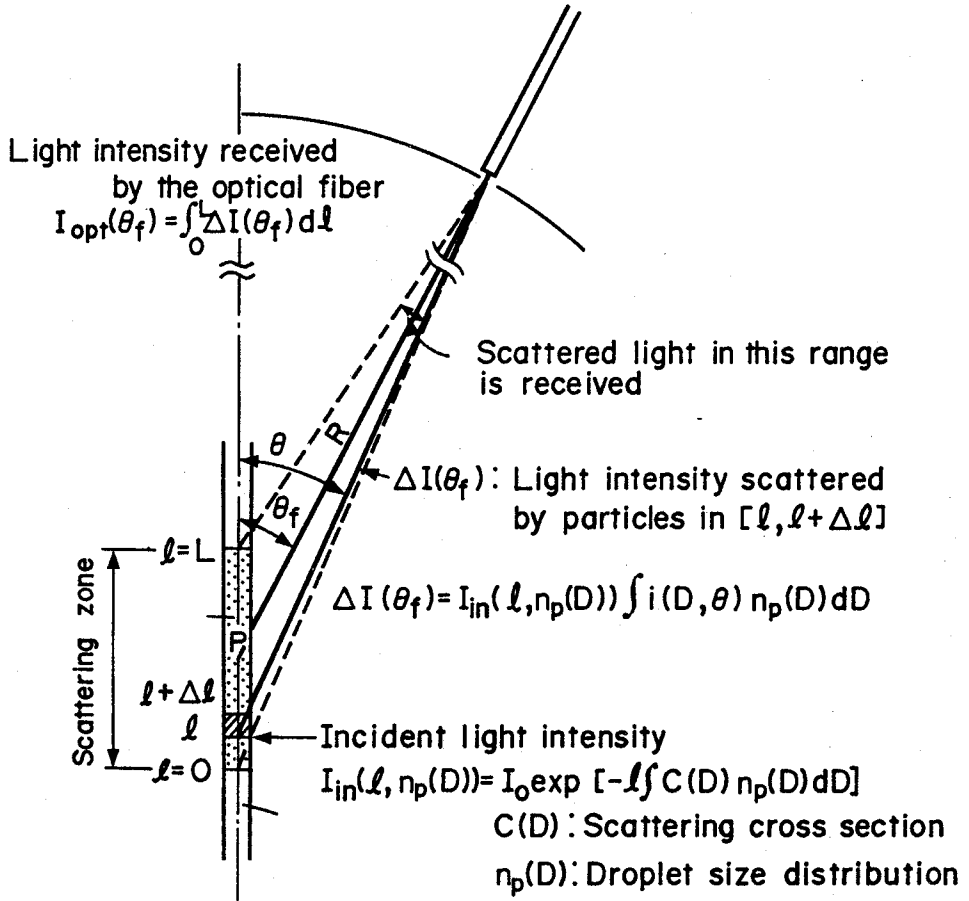


図7. 1 散乱角 θ_f に配置された受光用光ファイバに受光される散乱光強度

, ……………, θ_k) は、被測定粒子が存在する散乱領域内の微小区間 $[\ell, \ell + \Delta \ell]$ 内の粒子による散乱光強度 $\Delta I(\theta_f)$ を $\ell = 0$ から $\ell = L$ まで積分したものである。すなわち

$$I_{\text{opt}}(\theta_f) = \int_0^L \Delta I(\theta_f) d\ell \quad (7.1)$$

である。 $\Delta I(\theta_f)$ は

$$\Delta I(\theta_f) = I_{\text{in}}(\ell, n_p(D)) \int i(D, \theta) n_p(D) dD \quad (7.2)$$

である。ここで $I_{\text{in}}(\ell, n_p(D))$ は散乱位置 ℓ における照射ビームの強度で、 $\ell = 0$ から $\ell = \ell$ までの区間に存在する粒子による散乱減衰を考慮すると

$$I_{\text{in}}(\ell, n_p(D)) = I_0 \exp[-\ell \int C(D) n_p(D) dD] \quad (7.3)$$

である。ここで I_0 は照射ビームの $\ell = 0$ における強度、 $C(D)$ は粒径 D の 1 個の粒子による散乱断面積である。したがって導出すべき $I_{\text{opt}}(\theta_f)$ は (7.3) 式を (7.2) 式に代入したのち (7.1) 式に代入して

$$I_{\text{opt}}(\theta_f) = \int_0^L \{ I_0 \exp[-\ell \int C(D) n_p(D) dD] \cdot \int i(D, \theta) n_p(D) dD \} d\ell \quad (7.4)$$

で与えられる。(7.4) 式で注意することは右辺の θ が θ_f ではなく、 θ_f と ℓ の関数で、

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{R \cdot \sin \theta_f}{R \cdot \cos \theta_f + \left(\frac{L}{2} - \ell \right)} \right] \quad (7.5)$$

であることである。

§ 7.3 散乱光強度分布から粒径分布への変換法

7. 3. 1 変換法の概要

粒径分布 $n_p(D)$ を求めるには、多数の受光用光ファイバに受光された散乱光強度分布 $I_{opt}(\theta_f)$ ($\theta_f = \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$) を測定し、あらかじめミニコンピュータ内に記憶されている種々の粒径の1粒子による散乱光強度 $i(D, \theta)$ と散乱断面積 $C(D)$ のテーブルを使用し、(7. 4) 式を粒径分布 $n_p(D)$ について解けばよい。

解法の概要は、(7. 4) 式の粒径に関する積分区間を細分し連立方程式に近似すると係数が $n_p(D)$ の関数である非線型連立方程式となり、この非線型連立方程式をNewton法を用いて解く、というものである。Newton法において、線型近似した連立方程式は状態の悪い方程式となるので、次の2つの条件のもとでの最小二乗解を求める。①粒径分布の変化は滑らかである、具体的には3次の差分の和を小さくする、②粒径分布 $n_p(D)$ は正か0である。線形近似した連立方程式の解き方は第4章で述べた対数束縛積分方程式法と同じであるが、ここでは測定粒径が小さいため散乱光強度分布の強度範囲が広くないので対数変換をしなかった。

以下解法について詳しく説明する。

7. 3. 2 積分の近似

粒径 D の積分範囲、すなわち測定すべき粒径範囲を $[D_{min}, D_{max}]$ とすると、(7. 2), (7. 3) 式は

$$\Delta I(\theta_f) = I_{in}(\ell, n_p(D)) \int_{D_{min}}^{D_{max}} i(D, \theta) n_p(D) dD \quad (7.6)$$

$$I_{in}(\ell, n_p(D)) = I_0 \exp[-\ell \int_{D_{min}}^{D_{max}} C(D) n_p(D) dD] \quad (7.7)$$

となり、(7. 6) 式を(7. 1) 式に代入すると、

$$I_{opt}(\theta_f) = \int_0^L \{ I_{in}(\ell, n_p(D)) \int_{D_{min}}^{D_{max}} i(D, \theta) n_p(D) dD \} d\ell \quad (7.8)$$

となる。ここで $I_{in}(\theta, n_p(D))$ は D の関数ではなく、 $n_p(D)$ の関数であることに注意して、 ℓ と D の積分の順序を入れ換えると、

$$I_{opt}(\theta_f) = \int_{D_{min}}^{D_{max}} \left\{ \int_0^L I_{in}(\ell, n_p(D)) i(D, \theta) d\ell \right\} n_p(D) dD \quad (7.9)$$

となる。 $[D_{min}, D_{max}]$ を N 分割すると

$$I_{opt}(\theta_f) = \sum_{j=1}^N \int_{D_{j-1}}^{D_j} \left[\int_0^L I_{in}(\ell, n_p(D)) i(D, \theta) d\ell \right] n_p(D) dD \quad (7.10)$$

となる。ここで $D_0 = D_{min}$ 、 $D_N = D_{max}$ である。分割小区間 $[D_{j-1}, D_j]$ 内の $n_p(D)$ を $n_p(D_{j-1})$ 、 $n_p(D_j)$ により直線補間して

$$n_p(D) = n_p(D_{j-1}) + \frac{n_p(D_j) - n_p(D_{j-1})}{D_j - D_{j-1}} (D - D_{j-1}) \quad (7.11)$$

とし、

$$i_s'(D, \theta_f, n_p(D)) \triangleq \int_0^L I_{in}(\ell, n_p(D)) i(D, \theta) d\ell \quad (7.12)$$

と置き、(7.10) 式に代入すると、

$$I_{opt}(\theta_f) = \sum_{j=1}^N \int_{D_{j-1}}^{D_j} i_s'(D, \theta_f, n_p(D)) \left[n_p(D_{j-1}) + \frac{n_p(D_j) - n_p(D_{j-1})}{D_j - D_{j-1}} \right. \\ \left. \cdot (D - D_{j-1}) \right] dD \quad (7.13)$$

となる。(7.13) 式を $n_p(D_{j-1})$ と $n_p(D_j)$ に関する項に分けると

$$I_{opt}(\theta_f) = \sum_{j=1}^N \int_{D_{j-1}}^{D_j} \{ i_s'(D, \theta_f, n_p(D)) (1 - \frac{D - D_{j-1}}{D_j - D_{j-1}}) n_p(D_{j-1}) + i_s'(D, \theta_f, n_p(D)) (\frac{D - D_{j-1}}{D_j - D_{j-1}}) n_p(D_j) \} dD \quad (7.14)$$

$$= \sum_{j=1}^N \{ [\int_{D_{j-1}}^{D_j} i_s'(D, \theta_f, n_p(D)) (1 - \frac{D - D_{j-1}}{D_j - D_{j-1}}) dD] n_p(D_{j-1}) + [\int_{D_{j-1}}^{D_j} i_s'(D, \theta_f, n_p(D)) (\frac{D - D_{j-1}}{D_j - D_{j-1}}) dD] n_p(D_j) \} \quad (7.15)$$

となる。ここで、

$$i_{s1}(D_j, \theta_f, n_p(D)) \triangleq \int_{D_{j-1}}^{D_j} i_s'(D, \theta_f, n_p(D)) (1 - \frac{D - D_{j-1}}{D_j - D_{j-1}}) dD \quad (7.16)$$

$$i_{s2}(D_j, \theta_f, n_p(D)) \triangleq \int_{D_{j-1}}^{D_j} i_s'(D, \theta_f, n_p(D)) (\frac{D - D_{j-1}}{D_j - D_{j-1}}) dD \quad (7.17)$$

と置くと、(7.15)式は

$$I_{opt}(\theta_f) = \sum_{j=1}^N \{ i_{s1}(D_j, \theta_f, n_p(D)) n_p(D_{j-1}) + i_{s2}(D_j, \theta_f, n_p(D)) n_p(D_j) \} \quad (7.18)$$

となる。和を展開すると、

$$\begin{aligned} I_{opt}(\theta_f) = & i_{s1}(D_1, \theta_f, n_p(D)) n_p(D_0) \\ & + \{ i_{s2}(D_1, \theta_f, n_p(D)) + i_{s1}(D_2, \theta_f, n_p(D)) \} n_p(D_1) \\ & + \{ i_{s2}(D_2, \theta_f, n_p(D)) + i_{s1}(D_3, \theta_f, n_p(D)) \} n_p(D_2) \\ & + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [i_{s2}(D_{N-1}, \theta_f, n_p(D)) + i_{s1}(D_N, \theta_f, n_p(D))] n_p(D_{N-1}) \\
& + i_{s1}(D_N, \theta_f, n_p(D)) n_p(D_N)
\end{aligned} \tag{7.19}$$

となる。ここで

$$\begin{aligned}
i_s(D_j, \theta_f, n_p(D)) & \triangleq i_{s2}(D_{j-1}, \theta_f, n_p(D)) + i_{s1}(D_j, \theta_f, n_p(D)) \\
& \text{(at } j = 1, 2, \dots, N-1) \\
& \triangleq i_{s2}(D_N, \theta_f, n_p(D)) \quad \text{(at } j = N)
\end{aligned} \tag{7.20}$$

と置き、 $n_p(D_0) = n_p(D_{\min}) = 0$ を考慮して、(7.19)式の第1項を消去すると、(7.19)式は

$$I(\theta_f) = \sum_{j=1}^N i_s(D_j, \theta_f, n_p(D)) n_p(D_j) \tag{7.21}$$

となる。受光用光ファイバを配置した角度を $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ とすると、

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} I_{opt}(\theta_1) \\ I_{opt}(\theta_2) \\ \vdots \\ I_{opt}(\theta_k) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} i_s(D_1, \theta_1, n_p(D)) & i_s(D_2, \theta_1, n_p(D)) & \dots & i_s(D_N, \theta_1, n_p(D)) \\ i_s(D_1, \theta_2, n_p(D)) & i_s(D_2, \theta_2, n_p(D)) & \dots & i_s(D_N, \theta_2, n_p(D)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ i_s(D_1, \theta_k, n_p(D)) & i_s(D_2, \theta_k, n_p(D)) & \dots & i_s(D_N, \theta_k, n_p(D)) \end{pmatrix} \\
&\times \begin{pmatrix} n_p(D_1) \\ n_p(D_2) \\ \vdots \\ n_p(D_N) \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{7.22}$$

となる。ここで、

$$\mathbf{I}_{\text{opt}} \triangleq \begin{pmatrix} I_{\text{opt}}(\theta_1) \\ I_{\text{opt}}(\theta_2) \\ \vdots \\ I_{\text{opt}}(\theta_k) \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_k \end{pmatrix} \quad (7.23)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{n}_p) \triangleq \begin{pmatrix} i_s(D_1, \theta_1, n_p(D)) & i_s(D_2, \theta_1, n_p(D)) & \cdots & i_s(D_N, \theta_1, n_p(D)) \\ i_s(D_1, \theta_2, n_p(D)) & i_s(D_2, \theta_2, n_p(D)) & \cdots & i_s(D_N, \theta_2, n_p(D)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ i_s(D_1, \theta_k, n_p(D)) & i_s(D_2, \theta_k, n_p(D)) & \cdots & i_s(D_N, \theta_k, n_p(D)) \end{pmatrix} \quad (7.24)$$

$$\mathbf{n}_p \triangleq \begin{pmatrix} n_p(D_1) \\ n_p(D_2) \\ \vdots \\ n_p(D_k) \end{pmatrix} \triangleq \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_k \end{pmatrix} \quad (7.25)$$

と置けば、(7.22)式は

$$\mathbf{I}_{\text{opt}} = \mathbf{G}(\mathbf{n}_p) \mathbf{n}_p \quad (7.26)$$

とベクトル表示できる。ここで(7.24)式のマトリックスを $\mathbf{G}(\mathbf{n}_p)$ と表したのは、粒径 D_j 、散乱角 θ の関数であるとともに粒径分布 $\mathbf{n}$ の関数であることを強調するためである。

7.3.3 形式的な解

(7.26)式の最小二乗解は、形式的に

$$\mathbf{n}_p = (\mathbf{G}(\mathbf{n}_p)^* \mathbf{G}(\mathbf{n}_p))^{-1} \mathbf{G}(\mathbf{n}_p)^* \mathbf{I}_{\text{opt}} \quad (7.27)$$

で与えられる。ここで $\mathbf{G}(\mathbf{n}_p)^*$ は $\mathbf{G}(\mathbf{n}_p)$ の転置行列である。

しかし、 $G(n_p)^* G(n_p)$ の固有値の最大値 $\lambda_{\max}$ と最小値 $\lambda_{\min}$ の比 $\lambda_{\max} / \lambda_{\min}$ が非常に大きい、すなわち (7. 26) 式が状態の悪い方程式であるために、測定値 I_{opt} に少しでも誤差があると解 n_p に含まれる誤差が非常に大きくなる。そこで①粒径分布は滑らかな関数である、具体的には $n_1, n_2, \dots, n_j, \dots, n_N$ の3次の差分の2乗和 q

$$q = \sum_{j=1}^{N-3} (n_j - 3n_{j+1} + 3n_{j+2} - n_{j+3})^2 \quad (7.28)$$

を小さく押えるという条件と、②粒径分布 $n_1, n_2, \dots, n_N$ は正あるいは0であるという条件のもとにおける (7. 26) 式の最小二乗解は形式的に

$$n_p = (G(n_p)^* G(n_p) + \gamma H)^{-1} G(n_p)^* I_{\text{opt}} \quad (7.29)$$

で、且つ次の条件を満足するものである。

《条件》

$$y = G(n_p)^* (G(n_p) \cdot n_p - I_{\text{opt}}) + \gamma H n_p \quad (7.30)$$

なる y の要素が

$$n_j = 0 \text{ なる } j \text{ に対しては } y_j \geq 0 \quad (7.31)$$

$$n_j > 0 \text{ なる } j \text{ に対しては } y_j = 0 \quad (7.32)$$

である。

(7. 29), (7. 30) 式において

$$H \equiv K^* K \quad (7.33)$$

$$K \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 3 & -1 & 0 & \dots \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (7.34)$$

であり、 γ はLagrangeの未定乗数で、 $G(n_p)^* G(n_p)$ の正の固有値の相乗平均値を用いればよい。

7. 3. 4 Newton法による実際の解の求め方

しかしながら(7. 29)式は形式的な解である。なぜなら $G(n_p)$ は n_p の関数であるからである。そこでNewton法を用いる。すなわち、初期値を n_p^0 と置いて、《条件》を満足する

$$n_p^1 = (G(n_p^0) * G(n_p^0) + \gamma H)^{-1} G(n_p^0) * I_{opt} \quad (7.35)$$

を求め、順次、《条件》を満足する

$$n_p^{j+1} = (G(n_p^j) * G(n_p^j) + \gamma H)^{-1} G(n_p^j) * I_{opt} \quad (7.36)$$

を求めることにより $n_p^2, n_p^3, \dots, n_p^j, n_p^{j+1} \dots\dots$

を求め

$$\left| n_p^{j+1} - n_p^j \right| < \varepsilon \quad (7.37)$$

を満足するまで反復すれば粒径分布 n_p を求める事ができる。(7. 37)式の ε は収束を判定するための最大許容誤差である。

§ 7. 4 ポリスチレン粒子による検証

粒径分布・粒子密度が既知であるポリスチレン粒子をもちいて上記の方法を検証した。§ 6. 4と同様、ポリスチレン粒子は水と懸濁させ、ガラスセルに入れて測定した。また散乱光強度分布を光のエネルギーに換算するために、粒径 $0.620\mu\text{m}$ 、粒子密度 10^{14} 個/ m^3 のポリスチレン粒子を光路長5mmのガラスセルに入れたものを用いて、散乱光強度分布の測定系を較正した。

7. 4. 1 粒径分布の測定

図7. 2に比較的粒子密度が大きい場合のポリスチレン粒子（粒径 $0.109\sim 1.091\mu\text{m}$ ）の粒径分布（相対値）を測定した結果を示す。図中の実線は改良した装置による測定結果、破線は従来のAr⁺レーザを用いた装置による測定結果である。また真の粒径分布は分散が非常に小さいので粒径の位置を▽印で示した。改良した装置による測定結果は、粒径が $0.620\mu\text{m}$ 、 $1.091\mu\text{m}$ の場合については従来の装置による測定結果より分散が大きい、粒径が $0.399\mu\text{m}$ 以下の場合については従来の装置による測定結果より測定精度が向上していることを示している。

図7. 3に粒子密度を変化させた場合の平均粒径の測定誤差を示す。○印は改良した装置による誤差、●は従来の装置による誤差である。粒径 $0.620\mu\text{m}$ の場合（図7. 3（3））を除いて、改良した装置の測定誤差は従来の装置の測定誤差より小さくなっている。特に粒径 $0.330\mu\text{m}$ 、 $1.091\mu\text{m}$ （図7. 3（1）、（4））の場合の測定誤差が改善されている。図7. 3から改良した装置の粒径測定誤差を評価すると、誤差は $0.1\mu\text{m}$ 以下である。

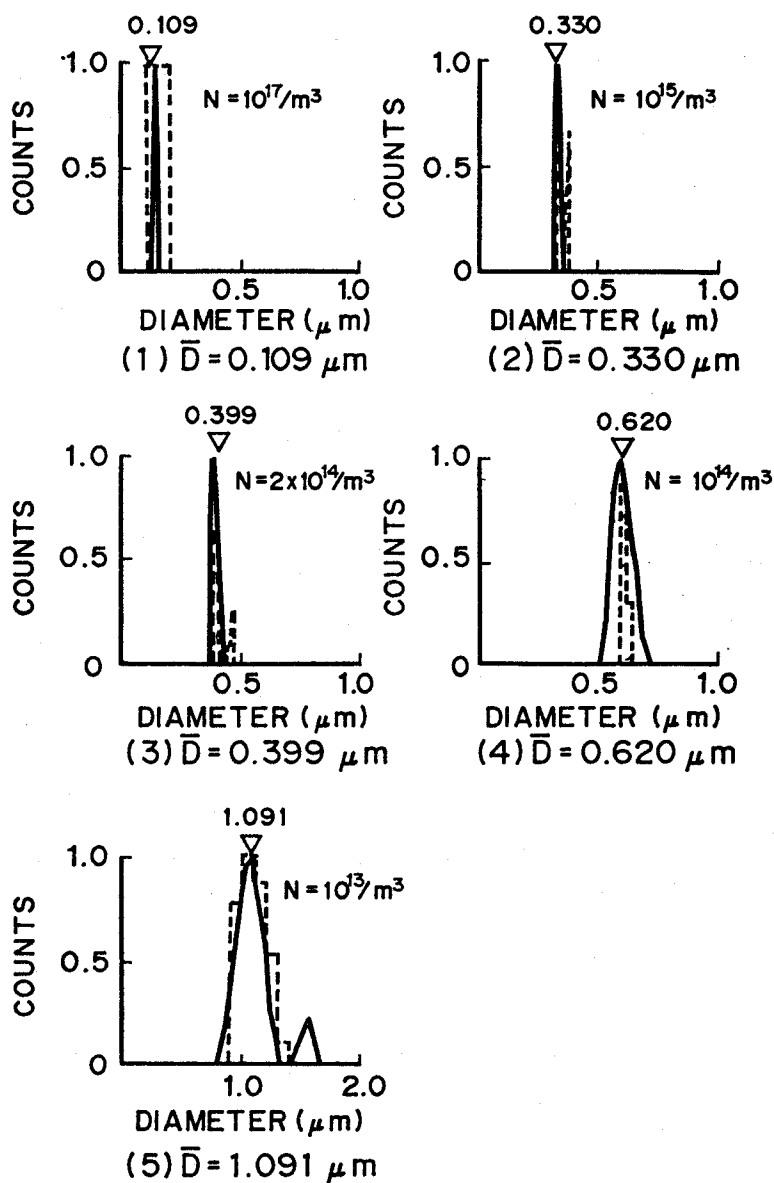


図7. 2 比較的粒子密度が大きい場合のポリスチレン粒子の粒径分布(相対値)を測定した結果

(——— 改良した装置
 ----- 先に開発した Ar^+ レーザを用いた装置)

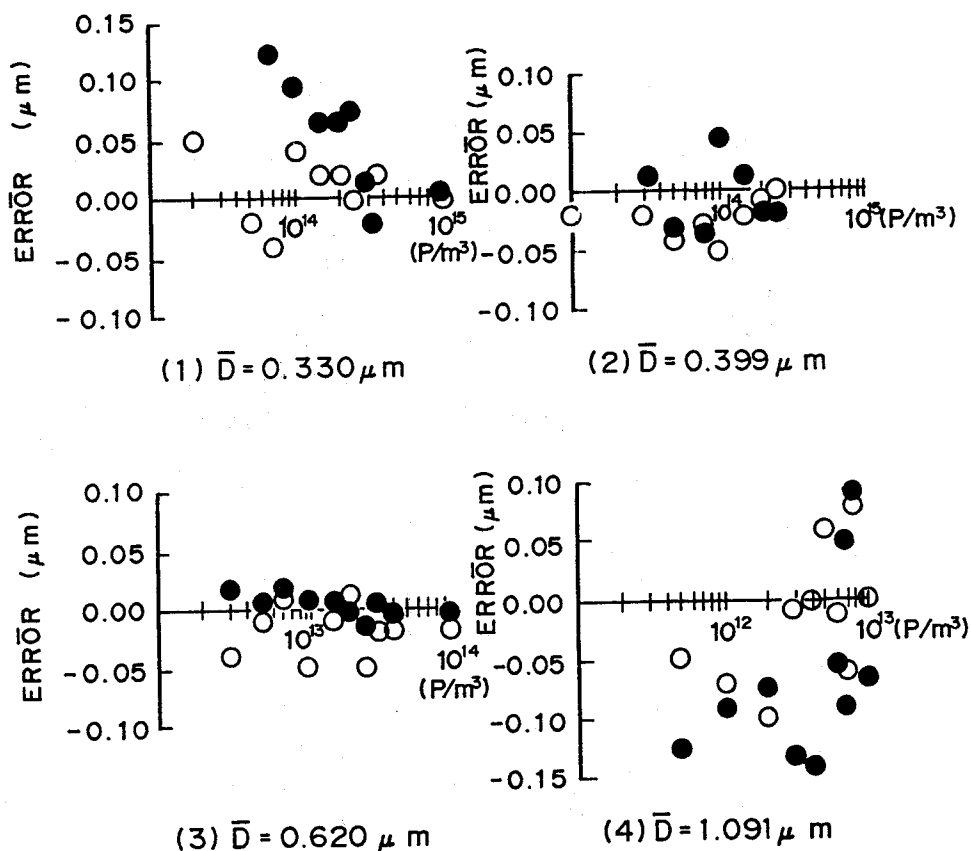


図7. 3 ポリスチレン粒子の粒子密度を変えた場合の平均
粒径の測定誤差

(○ 改良した装置
 (● 先に開発したAr⁺レーザを用いた装置)

7. 4. 2 粒子密度の測定

図7. 4に湿り度が0～15%に相当する粒子密度のポリスチレン粒子の粒子密度を測定した結果を示す。粒径が0. 109 μmの場合は、湿り度0～15%に相当する粒子密度の粒子による散乱光強度が小さいため、散乱光強度分布を測定できなかった。したがって粒径分布も測定できなかった。図7. 4は、天秤で測定した真の粒子密度と改良した装置測定した粒子密度(○印)、及び従来の装置により測定した粒子密度(●印)を比較したもので、測定値が真の

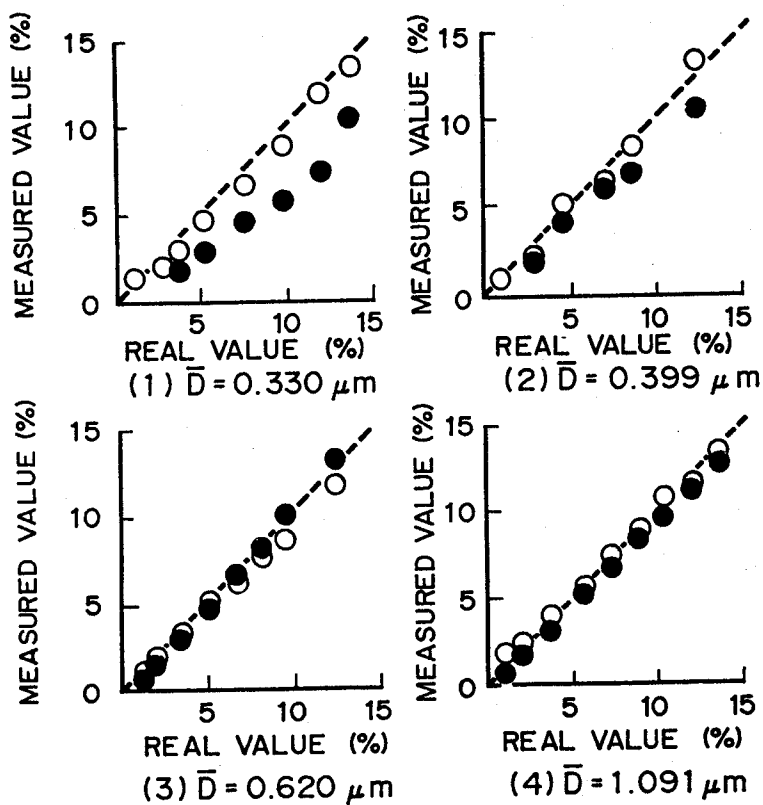


図7. 4 ポリスチレン粒子の粒子密度の測定結果と真の値の比較

○ 改良した装置
 ● 先に開発した Ar^+ レーザを用いた装置
 真の値と測定値が一致すると、○●が破線上に並ぶ。

値に一致すれば破線上にデータを示す点（○、●印）が並ぶ。図7.4（1）、（2）に示すように粒径の小さい $0.330\mu\text{m}$ 、 $0.399\mu\text{m}$ の場合、従来の装置に比して改良した装置の粒子密度の測定精度が向上している。図7.4より粒径 $0.330\mu\text{m}$ 以上の場合の測定誤差は100%以下である。

7.4.3 湿り度の測定

ポリスチレン粒子を0.05atの飽和蒸気中の水滴と見なして、測定した粒径分布 $n(D)$ から湿り度 Y を計算してみた。

図7.5に湿り度の計算結果を示す。図7.4と同様に、○印は改良した装置により測定した粒径分布を用いて計算した湿り度、●印は従来の装置により測定した粒径分布を用いて計算した湿り度であり、真の湿り度と測定した湿り度が一致すると破線上にデータを示す点（○、●印）が並ぶ。図7.5より明らかに改良した装置による湿り度の測定精度は、従来の装置による湿り度より向上していることがわかる。特に小さな粒子（粒径 $0.330\mu\text{m}$ 、 $0.399\mu\text{m}$ ）の場合には測定精度が大幅に向上していることがわかる。図7.5より湿り度0～15%の範囲における測定誤差は、粒径 $0.33\mu\text{m}$ 以上の場合1.4%以下であった。ここで測定誤差とは、（測定した湿り度）－（真の湿り度）のことである。

§7.5 結言

粒径分布・粒子密度の測定精度を向上するために改良を行なった。改良点、及び改良装置の測定精度は以下のとおりである。

1. 第5章で示した粒径測定装置では、測定すべき散乱角 θ_f に設置した光フ

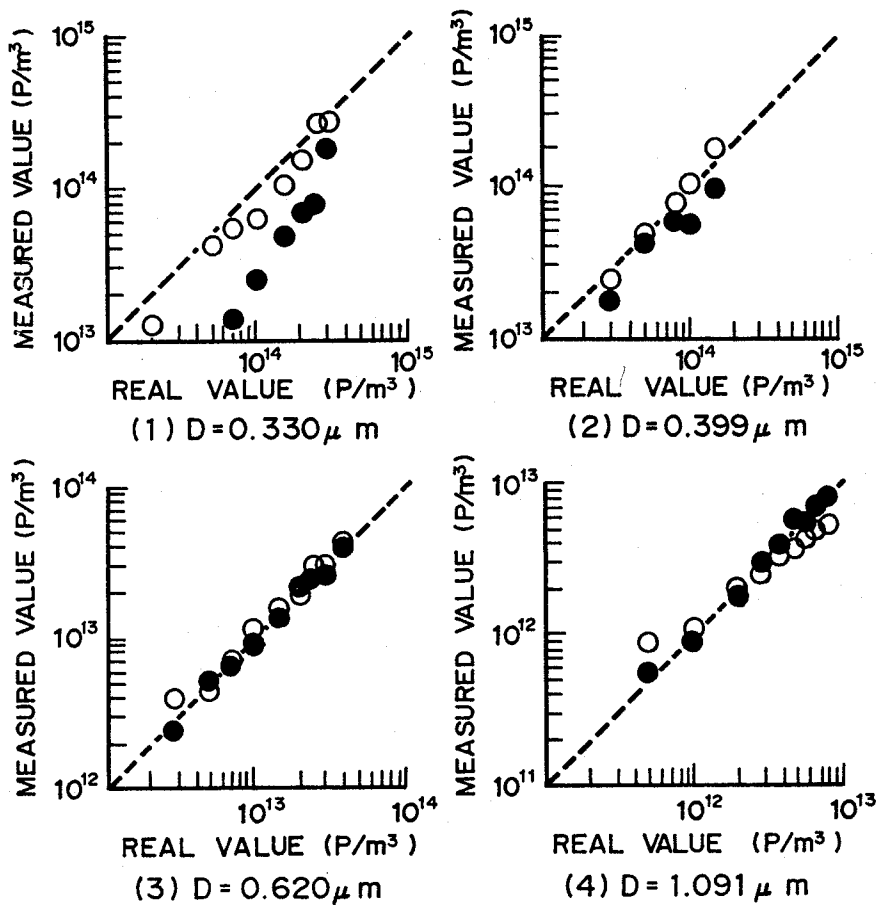


図7. 5 測定した粒子密度より計算した湿り度と真の値の比較

○ 改良した装置
 ● 先に開発したAr⁺レーザを用いた装置
 真の値と測定値が一致すると、○●が破線上に並ぶ。

ファイバには、 θ_f に散乱された光のみが受光されると仮定していた。しかしながら、例えば $\theta_f = 30^\circ$ に設置した光ファイバには $26.9^\circ \sim 33.7^\circ$ の間に散乱された散乱光が受光される。そこで、被測定粒子の存在する散乱領域の大きさ及び照射ビームの減衰を考慮して、散乱光強度分布を正確に表わす式

$$I_{opt}(\theta_f) = \int_0^L \{I_0 \exp[-\ell \int C(D) n_p(D) dD] \cdot \int i(D, \theta) n_p(D) dD\} d\ell \quad (7.4)$$

を導出し、この式をNewton法を用いて解くことにより、より精度よく粒径分布を求めることができるように改良した。

2. 改良した装置により、湿り度0～15%に相当するポリスチレン粒子の粒径分布・粒子密度を測定した結果、測定精度は次のとおりであった。ここで、測定したポリスチレン粒子は、粒径が $0.109 \sim 1.091 \mu m$ のものである。

①平均粒径の測定誤差は、 $0.1 \mu m$ 以下である。

②粒子密度の測定誤差は $0.33 \mu m$ 以上の場合について、100%以下である。

③湿り度の測定誤差は $0.33 \mu m$ 以上の場合について、湿り度で1.4%以下であった。

$0.2 \mu m$ 以下の場合には湿り度0～15%に相当する粒子密度の粒子による散乱光強度が小さく散乱光強度分布を十分なS/Nで測定することができなかったため、粒径分布・粒子密度を測定することができなかった。

参考文献

- 1) 辰野 ; Arレーザーを用いた光ファイバ粒径測定装置, 電気学会設備管理研究会, PFC-87-9(1987)
- 2) K.Tatsuno ; Improvements on the Optical Fiber Droplet Sizer, JJAP(投稿中)

第8章 結論

いろいろな粒子の粒径分布・粒子密度をオンライン (i n - s i t u) で測定できるように、前方微小角散乱法に光ファイバを導入した粒径測定装置を開発した。この装置をタービン中の水滴の測定に適用し、有用な知見を得た。開発した装置の特徴・性能、及びタービン中の水滴の測定結果を以下に総括する。

I. まず、実験室で改良点を検証するための実験装置を試作し、この装置に以下の改良を施した。

1. 単色でインコヒーレントな光を照射した場合の1個の粒子による散乱光 $i(D, \theta)$ を M i e 散乱理論に基づいて計算することにより、光ファイバを用いて散乱光強度分布を測定することができるようにした。光ファイバの導入により、タービン中の水滴などいろいろな環境下の粒子による散乱光強度分布を測定することが可能となった。
2. $i(D, \theta)$ を M i e 散乱理論により計算したこと（従来は Fraunhofer 回折理論により計算していた）、及び測定散乱角範囲を $0^\circ \sim 15^\circ$ から $0^\circ \sim 30^\circ$ まで拡大することにより、測定粒径範囲の下限を $5 \mu\text{m}$ から $0.1 \mu\text{m}$ まで下げた。測定散乱角範囲の拡大は光ファイバの導入により可能となった。
3. 散乱光強度分布から粒径分布への変換法として、粒径分布の分布関数を仮定せず、任意の型の粒径分布を求めることができる方法を考案した。

この方法は

$$\log[I(\theta)] = \log\left[\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} i(D, \theta) n(D) dD\right] \quad (4.2)$$

を次の2つの条件のもとに、その最小二乗解を求めるものである。

粒径分布 $n(D)$ の3次の差分の2乗和を小さな値に押える。(C. 1)

粒径分布 $n(D)$ が正あるいは0である。(C. 2)

II. Iの実験装置に基づいて、試験用低圧タービン中の水滴の測定できる粒径測定装置を試作した。また、タービン中の水滴を測定した結果から粒径は $2\mu\text{m}$ 以下であることがわかったので、この範囲の粒径測定精度を上げるための改良を施した。以下、試作した装置の特徴、タービン中の水滴の測定結果と測定精度を上げるための改良を列挙する。

1. He-Neレーザー光を光ファイバを用いて被測定粒子の近傍まで導いた。このことにより照射光のコヒーレンスが大幅に低下するが、開発した装置は、Mie散乱理論のうちインコヒーレント光の散乱を利用したものである。コヒーレンスの低下は問題とならない。
2. タービン中に散乱光強度の測定系を挿入できるように、直径 34mm の測定プローブ内に散乱光強度分布の測定系を収納した。
3. バックグラウンドノイズとなるコリメータレンズによる散乱光を遮蔽するために、開口を設けた。
4. 試験用低圧タービン中の水滴の粒径分布を測定した結果、次のことがわかった。
 - ①粒径は $2\mu\text{m}$ 以下で、大部分は $1\mu\text{m}$ 以下であった。
 - ②平均粒径が大きい場合は分散も大きい。
 - ③翼先端部では、翼中央部、翼根部に比して粒径が大きい。
5. $0.1\sim 2\mu\text{m}$ の範囲の粒径分布の測定精度を向上するために、光源をHe-Neレーザー($\lambda=0.6328\mu\text{m}$)からAr⁺レーザー($\lambda=0.488\mu\text{m}$)に代えた。この結果、平均粒径の測定誤差を小さくすることができた。

Ⅲ. Ar⁺レーザーを用いた装置により、粒子密度・湿り度を測定することを検討し、試験用低圧タービン中の水滴の粒径分布・粒子密度・湿り度の測定を試みた。結果は以下のとおりである。

1. 粒子密度の測定方法として、光のエネルギーに換算した散乱光強度分布を測定することにより、従来広く用いられてきた透過光を測定する方法に比して大幅に測定精度を向上することができた。
2. ポリスチレン粒子により蒸気の湿り度0～15%の場合に相当する粒子密度・湿り度の測定精度を評価した結果、粒径が0.4 μm 以上の場合には粒子密度測定誤差は65%以下、湿り度の測定誤差は、湿り度で1.2%以下であった。粒径が0.4 μm 未満の場合は散乱光強度が小さいため測定不可能か、測定精度が非常に低かった。
3. 試験用蒸気タービン中の水滴を測定した結果、次のことがわかった。
 - ①平均湿り度が大きくなるにつれて、翼先端部の湿り度が著しく増加する。
 - ②湿り度が大きい翼先端部では、大きい粒子の含まれる割合が大きい。
 - ③粒子の大部分は1 μm 以下で、平均粒径は0.4～0.6 μm であった。
 - ④以上の結果より、翼先端部のみに浸食防止策やドレイン除去の対策を講じれば良いことがわかった。

Ⅳ. 粒径分布・粒子密度の測定精度を向上するための改良を行なった。改良点及び改良装置の測定精度は以下のとおりである。

1. Ar⁺レーザーを用いた粒径測定装置では、測定すべき散乱角 θ_f に設置した光ファイバには、 θ_f に散乱された光のみが受光されると仮定していた。しかしながら、例えば $\theta_f = 30^\circ$ に設置した光ファイバには $26.9^\circ \sim 33.7^\circ$ の間に散乱された散乱光が受光される。そこで、被測定粒子の存在する散乱領域の大きさ及び照射ビームの減衰を考慮して、散乱光強度分

布を正確に表わす式を導出し、この式をNewton法を用いて解くことにより、より精度よく粒径分布を求めることができるように改良した。

2. 改良した装置により、湿り度0～15%に相当するポリスチレン粒子を測定した結果、測定精度は次のとおりであった。ここで、測定したポリスチレン粒子は、粒径が0.109～1.091 μm のものである。

①平均粒径の測定誤差は、0.1 μm 以下である。

②粒子密度の測定誤差は、0.33 μm 以上の場合について、100%以下である。

③湿り度の測定誤差は、0.33 μm 以上の場合について、湿り度で1.4%以下であった。

0.2 μm 以下の粒子は湿り度0～15%に相当する粒子密度の粒子による散乱光強度が小さく散乱光強度分布を十分なS/Nで測定することができなかったので、粒径分布・粒子密度を測定することができなかった。

謝辞

本研究を結ぶに当たって、御懇切な御教示と御指導を賜った大阪大学横山昌弘教授に心より感謝の意を表すと共に、種々御指導を賜った大阪大学藤井克彦教授、平木昭夫教授、鈴木胖教授、加藤義章教授、山中龍彦教授、黒田英三教授、白藤純嗣教授に深く感謝の意を表します。

また、筆者が大阪大学工学部在学中以来、御指導を賜った大阪大学犬石嘉雄名誉教授、ならびに、大阪大学吉野勝美助教授に深く感謝いたします。

また、株式会社東芝・総合研究所において、入社以来御指導・御激励いただいた株式会社東芝・四宮康雄氏、浅野都司氏、荻原宏康氏、高松茂行氏に深く感謝いたします。

また、直接、実験・解析に協力いただいた株式会社東芝・長尾進一郎氏、梅田利也氏、渡辺郁男氏、ならびに研究の過程において種々有益な御討論を戴いた株式会社東芝総合研究所エネルギー機器研究所測制グループの緒氏に感謝いたします。

さらに、本研究にあたり御協力いただいた株式会社東芝・中本泰発氏、関矢英士氏、荒木達雄氏、桧佐彰一氏、ならびに関係各位に深く感謝の意を表します。

また、従来装置を借用させていただいた群馬大学・工学部中山満茂教授、講演会などでの御討論を通して御指導いただいた東京大学工学部山崎弘郎教授、株式会社富士電機総合研究所石塚宏氏に感謝いたします。

最後に、ワープロにより論文の清書をしてくれた妻・仁美をはじめとする家族の激励と、ベストを尽くすことを身をもって教えてくれた両親に深く感謝します。

研究業績

学会誌発表論文

1. Emission Spectra of Phthalocyanine Crystals , J. Phys. Soc. Jpn. , Vol. 34(1973)441
2. レーザを用いた粒径測定装置における散乱光強度分布から粒径分布への変換法, 計測自動制御学会論文集、Vol.19(1983)53
3. 光ファイバを用いた粒径測定装置の開発, 計測自動制御学会論文集、Vol. 21(1985)389
4. Water Droplet Size Measurements in an Experimental Steam Turbine Using an Optical Fiber Droplet Sizer, Trans. ASME, J. Heat Transfer, Vol.108(1986)939
5. Improvements on an Optical Fiber droplet Sizer , Jpn. J. Appl. Phys. 投稿中
6. 光ファイバを用いた粒径測定装置による粒子密度・湿り度の測定, 電気学会論文誌, 投稿中

その他の論文

1. Electrical and Optical Properties of Phthalocyanine Single Crystals Ⅲ, Tech. Rep. Osaka Univ., Vol.22(1972)1074
- 2) 微小粒径測定技術, 電気学会誌, ミニ解説 (Vol.107, No.10 掲載予定)
- 3) 光ファイバを用いた粒径測定, 計測と制御, ふぁいる (投稿中)

国際学会発表

1. Preliminary Investigations of On-line AE Monitoring System for

Nuclear Power Plant ,The 3rd Accoustic Emission Symposium, Tokyo(1976)167

2. Development of an Optical Fiber Droplet Sizer, IECON'84, Tokyo(1984)1070

3. Water Droplet Size Measurements in an Experimental Steam Turbine Using an Optical Fiber Droplet Sizer, 1984 ASME Winter Annual Meeting ,84-WA/HT-57, New Orleans (1984)

研究会・シンポジウム発表

1. モデルシミュレータによる交流車両の高調波解析および低減対策, 第14回鉄道におけるサイバネティクス利用国内シンポジウム(1977)
2. 光ファイバを用いた粒径測定装置, 第2回センシング・フォーラム, (1985)
3. 光ファイバを用いた粒径測定装置による粒子に密度・湿り度の計測, 第3回流体計測シンポジウム(1986)
4. Arレーザを用いた光ファイバ粒径測定装置, 電気学会・生産設備管理・産業システム情報化合同研究会, PFC-87-9, IIS-87-4(1987)

学会一般講演

1. 交流電车主回路特性計算のための主回路計算モデルについての考察(Ⅱ)
昭和53年電気学会全国大会
2. 交流回生を行う電船用主変圧器と転流重なり角について, 昭和53年電気学会全国大会
3. 交流電车主回路の計算機シミュレーションについての評価, 昭和54年電気学会全国大会

4. 光の散乱を利用した粒径測定装置（Ⅰ），第25回自動制御連合講演会(1982)
5. 光の散乱を利用した粒径測定装置（Ⅱ），第25回自動制御連合講演会
6. 光ファイバ液滴計の試作，第22回計測自動制御学会学術講演会(1983)
7. 液滴計による蒸気タービン内の水滴径の測定，第14回ターボ機械協会設立10周年記念講演会(1983)
8. 光ファイバを用いた粒径測定装置による粒子密度・湿り度の測定，昭和62年電気学会産業応用部門全国大会(1987.8 発表予定)