

Title	道路網における交通制御に関する研究
Author(s)	長瀬, 久明
Citation	大阪大学, 1980, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1973
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

道路網における交通 制御に関する研究

長瀬久明

昭和55年2月

大阪大学大学院基礎工学研究科

目次

頁

総論		1
記号表		
第1章	幹線道路における信号機の列 を通過する交通流のシミュレ ーション	12
第1節	まえがき	12
第2節	交通流の連続体モデル	15
§1.2.1	基礎方程式の導出	15
§1.2.2	拡散方程式への変換	17
§1.2.3	拡散方程式の解	23
§1.2.4	拡散係数の決定法	25
第3節	周期的定常状態	30
§1.3.1	交差点および信号の条件	30
§1.3.2	計算法1	32
§1.3.3	計算法2	37
第4節	数値計算例	41
§1.4.1	単独信号機区間のシミュ レーション	41

§1.4.2	複数信号機区間のシミュレーション	45
第2章	経路配分を考慮した道路網における交通渋滞の制御	57
第1節	まえがき	57
第2節	道路網のモデリング	59
第3節	問題の定式化	69
第4節	数値計算例	76
第5節	検討	89
§2.5.1	システム最適と利用者最適	89
§2.5.2	渋滞時の交通制御の目標	90
§2.5.3	近接2交差点の取扱い	92
§2.5.4	最終条件	93
§2.5.5	計算時間	94
結 論		95
文 献		100

総論

この論文は著者が本学大学院在学中に行った、交通流および交通渋滞の制御に関する研究をまとめたものである。本文を総論、第1章、第2章、および結論の4部分から構成している。

総論ではまず道路交通問題全般についてその現状と対策を概説し、現在の交通渋滞を解消することの困難性に触れる。次に道路交通問題に関して交通需要が多い場合を扱った諸研究について述べ、あわせて本研究の意義を述べる。

第1章、第2章では各研究主題について報告する。

結論ではそれらから得られた結果をまとめる。

さて、まず最初に道路交通の現状を概観しよう。今日では種々の交通手段が開発され用いられているが、最近数十年間の著しい変化

のひとつは自動車交通の発達である。これに伴って多くの社会的問題が発生している[1]。それらのうちの主なものは、交通事故、交通渋滞、騒音、振動、排気ガス、などである。交通事故に対しては種々の対策が実施されており、ある程度効果があがっている。これに対して交通渋滞に対してはそれほど効果があがっていない。なぜならば、現在では自動車交通に対する需要は大変多く、需要のピーク時に渋滞を生じないようにするにはかなり広い道路面積が必要であり、その確保は容易ではない。しかも、もしそれだけの道路を新設すれば、それが刺激となつてさらに新しい需要を喚起することは明らかである。結論として、より便利な交通手段が新たに開発されるか、あるいは道路交通が極めて高くつくような状況にならない限り、現在の交通渋滞は解消しないといえよう。

交通問題に対する関心が深まるに従って、これに関する研究活動[2,3]やデータの収集

[4,5] が盛んになった。大都市では自動車専用
の高架道路を建設することにより、道路用地
の不足に対処してきた。これが有料道路で
ある場合にはある程度のサービス水準を維持
することが要求されるため、数理的手法を用
いた流れの制御が研究されている[6-8]。一
般の道路に対しては交通管制センターの建設
による集中的交通管制がめざされている。す
なわち、各都市に交通管制センターを建設し、
交通制御専用の電子計算機を備え[9]、この
計算機と交通信号機や流量測定器などを通信
回線で結び[10]、1都市内の各所の交通状態
の把握、対策の決定、その実施などの作業を、
時々刻々、自動的にやらせるのである[11]。
計算機に記憶させてあるプログラムによって
対策が決定されるから、それらの改良が交通
制御に関する研究の具体的な目標ともなる。

これらの対策と並行して、より抜本的な対
策も必要である。たとえば、現存する各種の
交通手段を、より効果的に組み合わせ用い

ること [13]，交通計画を含めた都市計画のための手法の開発 [14,15]，より便利な交通手段の開発 [16,17] などである。

以上，部分的ではあるが道路交通問題およびその対策の現状について述べた。次に，一般道路において交通需要が非常に多い場合を考えよう。

交通需要がそれほど多くない場合については，自動車どうし，あるいは自動車と信号との相互作用や流れの性質が微分方程式，確率論などを用いて解析されている [18-21]。また，道路の容量の奥測 [22]，青信号時間における排出率の奥測 [23]，信号の周期と交差点の交通処理能力との関係 [24] など，基礎的なパラメータの奥測・推定もなされている。これらのパラメータは交通渋滞時の対策を考える際に必要である。

交通渋滞を考える際，空間的な範囲として (i) 1 交差点 [48]，(ii) 幹線道路に沿って設置された一連の信号機列，(iii) 道路網，などが考

えられる。われわれは第1章においては(ii)の場合を、第2章においては(iii)の場合を考える。次にその要旨を述べよう。

まず、(ii)の一連の信号機についてであるが、これらをまとめて制御することは交通需要の多少にかかわらず、この道路区間の交通処理能力を高めるために極めて重要であるため、すでに多くの手法が考えられている[25-29]。そこで、われわれはこれらの手法により求められた信号パラメータの効果を検討するための、計算機によるシミュレーションモデルを考える。それらは個々の車を個別に取扱う微視的モデル(たとえば文献[27])と、車群として取扱う巨視的モデル(たとえば文献[30])とに大別される。われわれは後者に属する交通流の連続体モデルを考える。それは微視的モデルに比べるとはるかに単純であるが、従来用いられてきた巨視的モデルよりも少し複雑である。交通量が多くなると、信号機区間における流れは大きな車群を

形成する。それゆえ、道路がすいている時に比べると個々の車の特徴（希望速度など）は表面に現われにくくなる。また、この車群は走行中にいくらか拡散する。われわれの考える『やや複雑な巨視的モデル』は、このような交通流の挙動を、適度の精密さで表わしていると考えられる。

次に第2章で扱う(iii)の場合であるが、道路網に対する交通渋滞対策は現実的には大変重要であるが、十分な研究がなされているとはいえない。第2章では交通渋滞の発生時刻から解消時刻までを考えて問題を定式化している。ただし、交通渋滞とは信号交差点において青信号時間の終了の時点で信号待ち行列が残存している状態を意味している。また、信号を制御すると同時に、交通流には利用可能な経路が複数本ある場合を考え、各経路への配分量をも制御している。動的な経路配分についてはいくつかの研究[31-33]があるが、同時に信号制御を考えた研究は見当らない。

記号表

第 1 章

- a : 定数 $4q_m / (\rho_j)^2$
 $A(x)$: 変数 $\exp\{4q_m x / (\nu \rho_j)\}$
 $c(t, x)$: 変数 $-a(2\rho - \rho_j)$
 d : 青信号の開始時刻の差で定義された
 信号 1, 2 の間のオフセット
 $f(x)$: 初期密度分布
 $\tilde{f}(x)$: 1 周期後の密度分布
 g_1 : 上流側の信号(信号 1)の青信号時間
 g_2 : 下流側の信号(信号 2)の青信号時間
 i : 離散化された時刻につけられた番号
 j : 離散化された位置につけられた番号
 J : 信号待ち行列長の時間積分値
 $K(t)$: 任意の連続関数
 l : 信号機区間の距離
 M : 赤信号時間 $[g_2, T]$ の分割数
 N : 信号間距離 $[0, l]$ の分割数
 $q(t, x)$: 流量
 $\hat{q}(t, 0)$: 周期的流入流量

- q_m : $v=0$ の場合の最大流量
 q_0 : 信号 1 のじゅうぶん上流での一定流量
 r_1 : 上流側の信号(信号 1)の赤信号時間
 r_2 : 下流側の信号(信号 2)の赤信号時間
 R : 定数 $v \cdot \Delta t / (\Delta x)^2$
 $s(t)$: 信号待ち行列長
 $S(t)$: 任意の連続関数
 t : 時間
 Δt : 微小な時間間隔
 T : 信号の周期
 U_j : 変数 $w(i \cdot \Delta t, j \cdot \Delta x)$
 $U(t, x)$: 変数 $\exp(-x^2/4vt)$
 $v(t, x)$: 速度
 V_j : 変数 $w\{(i+1)\Delta t, j \cdot \Delta x\}$
 $w(t, x)$: 変数 $\varphi \cdot \exp\{-\int_0^t K(\tau) d\tau\}$
 x : 道路に沿った距離
 Δx : 微小な長さ
 x_R : $v = 2x_R q_m / \rho_j$ をみたす拡散の特性距離
 ν : 拡散係数
 $\rho(t, x)$: 密度

$\hat{\rho}(t, x)$: 周期的密度分布

ρ_j : $\nu=0$ の場合の最大密度

ρ_0 : 信号 1 のじゅうぶん上流での一定密度

$\varphi(t, x)$: 変数 $\exp\left\{-\frac{1}{2\nu} \int_0^x c(t, y) dy\right\}$

第 2 章

a_{ij} : g_{ij} の最小値

b_{ij} : g_{ij} の最大値

D_1 : OD 交通流 OD1 の到着地点

D_2 : OD 交通流 OD2 の到着地点

$g_{ij}(p \cdot \Delta t)$: 交差点 (i, j) における信号の, OD1 に対する実効青時間が信号周期に占める割合

$h_{ij}(p \cdot \Delta t)$: 交差点 (i, j) における信号の, OD2 に対する実効青時間が信号周期に占める割合

i : $1 \leq i \leq m$ をみたす整数

(i, j) : 経路 i と経路 j との交差点

j : $m+1 \leq j \leq m+n$ をみたす整数

J : 目的関数の値

- k : $1 \leq k \leq m+n$ をみたす整数。ほかの意味
 で用いる時はそのつど断っている。
- l_{ij} : 交差点 (i, j) における信号のむだにな
 る時間が信号周期に占める割合
- m : OD1 が流れる経路の数
- M_i : 定数
- M_{ij} : $(i, j-1)$ と (i, j) を結ぶリンクの容量
- n : OD2 が流れる経路の数
- N : 整定数
- $N \cdot \Delta t$: 問題の最終時刻
- N_j : 定数
- N_{ij} : $(i-1, j)$ と (i, j) を結ぶリンクの容量
- O_1 : OD 交通流 OD1 の出発地点
- O_2 : OD 交通流 OD2 の出発地点
- $OD1$: 地点 O_1 から地点 D_1 へ至る交通流
- $OD2$: 地点 O_2 から地点 D_2 へ至る交通流
- p : $0 \leq p \leq N-1$ をみたす整数
- $q_k(p \cdot \Delta t)$: 経路 k に配分された交通量
- $Q_1(p \cdot \Delta t)$: OD1 の単位時間当りの発生量
- $Q_2(p \cdot \Delta t)$: OD2 の単位時間当りの発生量

$q_k^{\max}(p \cdot \Delta t)$: q_k の最大値

$q_k^{\min}(p \cdot \Delta t)$: q_k の最小値

r_{ij} : (i, j) の OD1 に対する最大排出率

s_{ij} : (i, j) の OD2 に対する最大排出率

v_{ij} : x_{ij} に対する重み係数

w_{ij} : y_{ij} に対する重み係数

$x_{ij}(p \cdot \Delta t)$: (i, j) に OD1 が作る待ち行列の台数

$y_{ij}(p \cdot \Delta t)$: (i, j) に OD2 が作る待ち行列の台数

x_{ij}^0 : x_{ij} の初期値

y_{ij}^0 : y_{ij} の初期値

Δt : 微小な時間間隔

ξ_{ij} : 整数

$\xi_{ij} \cdot \Delta t$: $(i, j-1)$ と (i, j) を結ぶリンクの走行所要時間

η_{ij} : 整数

$\eta_{ij} \cdot \Delta t$: $(i-1, j)$ と (i, j) を結ぶリンクの走行所要時間

第1章 幹線道路における信号機

の列を通過する交通流の

シミュレーション

この章では比較的狭い間隔で信号機が設置されているような1本の幹線道路を対象とし、信号に従って停止、発進を繰返しながらここを走る交通流を解析する。

第1節 まえがき

現在、交差点に設置されている交通信号機の大部分は定周期式信号機であり、その基本的パラメータは、周期、スプリット（1周期のうち各方向に対して与えられる青信号時間の割合）、オフセット（隣あう信号との位相のずれ）の3種類である。これらのパラメータを交通状態、制御の目的などに応じた値に

調節することは重要な問題であり、種々のパラメータ設定法が提案されている。たとえば、ダイナミック・プログラミングの手法を用いる方法 [25]、1 信号機区間を対象とし、車の待ち時間を最小にするようなパラメータを求める方法 [26]、逐次近似により最適なオフセットパターンを求める方法 [28] などである。

これらの研究においては、交通流の数式モデルとして、一定の密度をもった車群が一定の速度で走行するという、最も単純なモデルが用いられることが多い。しかし一般道路において普通に観察されるように、車群の密度が高いほどその走行速度は低い。また、計算機シミュレーションの結果として、車群の速度が時速 5 km 程度変化した場合、もとのオフセットが実状に適さなくなる場合があることが報告されている [34]。それゆえ、単純な交通流モデルを用いて得られた最適パラメータが実際の交通流に対してどの程度有効であるかは、精密な交通流モデルにより検討される

必要がある。そこでわれわれは精密な交通流モデルのひとつである、交通流の連続体モデル [35] について考える。

交通流の連続体モデルは Lighthill と Whitham [36] によって提唱されて以来、交通流のもつ種々の性質の理論的解明に用いられてきた [35, 37]。第1章では、これを交差点間の交通流の解析と信号による制御に適用できるように定式化している。

信号機にはさまれた1区間を考え、その区間内の交通流の密度の時間、空間的变化を調べる。その密度分布は適当な条件のもとでは信号の周期に同期して周期的に変動するので、そのような分布を繰返し計算によって求めるアルゴリズムを提案する。最後に、それを用いたシミュレーションの結果を示す。

第2節 交通流の連続体モデル

§1.2.1 基礎方程式の導出

幹線道路の片側を考え、信号から次の信号までの1区間内の交通流を数式モデル化しよう。道路に沿った長さを x とし、時刻 t における交通流の密度を $\rho(t, x) \text{ km}^{-1}$ 、流量を $q(t, x) \text{ s}^{-1}$ とする。単位はそれぞれ、 km 当りの存在台数および秒当りの通過台数を表している。この2変数 ρ, q は十分なめらかで、時間微分および空間微分は自由にできると仮定しておく。

道路の分岐点以外では交通流は保存されるとすると、流れに関する連続の式

$$\rho_t + q_x = 0 \quad (1.2.1)$$

が成り立つ^(注1)。流量と密度の静的な関係は

(注1) 添字の t, x はそれぞれ時間および空間に関する偏微分を表している。

Whitham [35] に従って図 1.2.1 に示すような
2 次関数形

$$q = -a\rho(\rho - \rho_j), \quad a = \frac{4q_m}{(\rho_j)^2}, \quad 0 \leq \rho \leq \rho_j \quad (1.2.2)$$

で近似する。この形は Prigogine ら [37] の実測データの最も簡単な近似として、交通流の解析に用いられている [21, 35]。ここでは、それに加えて密度のこう配 ρ_x の効果（交通流の拡散効果）を考慮して

$$q = -a\rho(\rho - \rho_j) - \nu\rho_x, \quad \nu > 0 \quad (1.2.3)$$

が成り立つと仮定する [35]。ただし、正定数 ν は拡散効果の強度を表し、正定数 ρ_j, q_m は $\nu=0$ の場合の最大密度、最大流量をそれぞれ

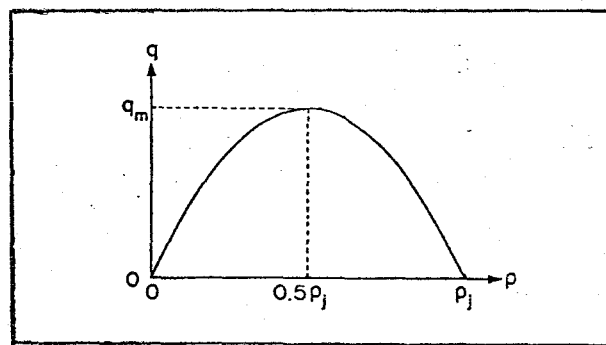


図 1.2.1 密度 ρ と流量 q の関係の 2 次関数形による近似

表す。一般に，自動車の運転手は前方の混雑の度合いにより自分の車の速度を加減している。式(1.2.3)の第2項はこの効果を表している。式(1.2.1)，(1.2.3)が本章における基礎方程式である。

§1.2.2 拡散方程式への変換

基礎方程式(1.2.1)，(1.2.3)をひとつにまとめて変数変換し，拡散方程式を導こう。

式(1.2.3)より

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial \rho_x} \frac{\partial \rho_x}{\partial x} \quad (1.2.4)$$

である。この式と式(1.2.1)より

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial \rho_x} \frac{\partial \rho_x}{\partial x} = 0 \quad (1.2.5)$$

を得る。ところで，式(1.2.3)より

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \rho} = -a(2\rho - \rho_j), \quad a = \frac{4v_m}{(\rho_j)^2} \quad (1.2.6)$$

であるから，上式の右辺の関数を $c(\rho)$ とお

くと次の3式が成り立つ。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial c}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \quad (1.2.7)$$

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.2.8)$$

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial p} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (1.2.9)$$

式(1.2.5)に $\partial c / \partial p$ をかけ, 上記の3式を用いると Burgers 方程式

$$\frac{\partial c}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial c}{\partial x} - \nu \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 0 \quad (1.2.10)$$

を得る。この式は流体力学とくに乱流理論においては重要な非線形方程式である。

以下では式(1.2.10)を $0 \leq x < \infty$, $0 \leq t < \infty$, あるいは $0 \leq x \leq l$, $0 \leq t < \infty$ の領域で考えよう。

式(1.2.10)に Cole-Hopf 変換 [35]

$$\varphi(t, x) = \exp \left\{ -\frac{1}{2\nu} \int_0^x c(t, y) dy \right\} \quad (1.2.11)$$

$$c(t, x) = -2\nu \frac{\varphi_x}{\varphi} \quad (1.2.11)'$$

を施して変数 φ で表すと

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\varphi_t - \nu \varphi_{xx}}{\varphi} \right) = 0 \quad (1.2.12)$$

を得る。したがって、積分定数を $K(t)$ として

$$\varphi_t - \nu \varphi_{xx} - K(t) \varphi = 0 \quad (1.2.13)$$

を得る。 $K(t)$ は次のようにして求まる。基礎方程式 (1.2.3) の右辺を

$$P = \frac{1}{2} \left(P_j - \frac{c}{a} \right) \quad (\text{注2}) \quad (1.2.14)$$

を用いて変数 c に変換し、続いて式 (1.2.11)'

を用いて変数 φ に変換すると

$$q_t = q_m - \frac{\nu^2}{a} \cdot \frac{\varphi_{xx}}{\varphi} \quad (1.2.15)$$

を得る。他方、Cole-Hopf 変換 (1.2.11) で $x=0$

とおくと $\varphi(t, 0) = 1$, したがって、 $\varphi_t(t, 0) = 0$

を得る。よって、式 (1.2.13) から

$$K(t) = -\nu \frac{\varphi_{xx}(t, 0)}{\varphi(t, 0)} \quad (1.2.16)$$

(注2) 式 (1.2.6) より $c = -a(2P - P_j)$ である。

を得る。式 (1.2.15), (1.2.16) より

$$K(t) = \frac{a}{\nu} \{ q(t, 0) - q_m \}. \quad (1.2.17)$$

式 (1.2.13) にさらに変数変換

$$w(t, x) = \varphi(t, x) \exp \left\{ - \int_0^t K(\tau) d\tau \right\} \quad (1.2.18)$$

を施すと, 最終的に拡散方程式

$$w_t = \nu w_{xx} \quad (1.2.19)$$

を得る。式 (1.2.19) の初期条件は式 (1.2.14), (1.2.11), および (1.2.18) より

$$w(0, x) = \varphi(0, x)$$

$$= \exp \left[\frac{a}{2\nu} \int_0^x \{ 2p(0, y) - p_j \} dy \right],$$

$$0 \leq x < \infty \quad (1.2.20)$$

となる。また, $x=0$ における境界条件は式 (1.2.17), (1.2.18) および $\varphi(t, 0) = 1$ より

$$w(t, 0) = \exp \left[- \frac{a}{\nu} \int_0^t \{ q(\tau, 0) - q_m \} d\tau \right],$$

$$0 \leq t < \infty \quad (1.2.21)$$

となる。最後に、 $x=l$ における境界条件は次のようにして定まる。式 (1.2.13), (1.2.15) を $x=l$ で考えると

$$K(t) = \frac{\varphi_t(t, l)}{\varphi(t, l)} + \frac{a}{\nu} \{ q(t, l) - q_m \} \quad (1.2.22)$$

を得る。式 (1.2.17), (1.2.22) より

$$\frac{\varphi_t(t, l)}{\varphi(t, l)} = \frac{a}{\nu} \{ q(t, 0) - q(t, l) \} \quad (1.2.23)$$

したがって、積分定数を $S(x)$ として

$$\varphi(t, l) = \exp \left[\frac{a}{\nu} \int_0^t \{ q(\tau, 0) - q(\tau, l) \} d\tau + S(x) \right] \quad (1.2.24)$$

この式で $t=0$ とおくと $\varphi(0, l) = \exp \{ S(x) \}$ を得る。また、式 (1.2.18) より $w(0, x) = \varphi(0, x)$ である。したがって、 $w(0, l) = \exp \{ S(x) \}$ を得る。式 (1.2.18) で $x=l$ とおいて得る

$$w(t, l) = \varphi(t, l) \exp \left\{ - \int_0^t K(\tau) d\tau \right\} \quad (1.2.25)$$

に式 (1.2.24), (1.2.17) および $w(0, l) = \exp \{ S(x) \}$

を用いると最終的に， $x=l$ における境界条件

$$w(t, l) = w(0, l) \exp\left[-\frac{a}{\nu} \int_0^t \{q(\tau, l) - q_m\} d\tau\right],$$

$$0 \leq t < \infty \quad (1.2.26)$$

を得る。

このように，非線形の Burgers 方程式は変換 (1.2.11)', (1.2.18) により線形の拡散方程式に変換された。そしてその初期条件は式 (1.2.20) により初期密度分布から，境界条件は式 (1.2.21), (1.2.26) により境界における流量から求められることがわかった。

§1.2.3 拡散方程式の解

前項をまとめると次の [i], [ii] のようになる。

[i] 交通流が式 (1.2.1), (1.2.3) に従い, 初期密度分布 $\rho(0, x)$, $0 \leq x < \infty$ と境界における流量 $q(t, 0)$, $0 \leq t < \infty$ とが既知の時, 任意の (t, x) (ただし $t > 0, x > 0$) における密度 ρ と流量 q を求めるという問題は, 変換 (1.2.11)', (1.2.18) により拡散方程式の初期値・境界値問題

$$w_t = \nu w_{xx} \quad (1.2.19)$$

$$w(0, x) = \exp \left[\frac{a}{2\nu} \int_0^x \{ 2\rho(0, y) - \rho_j \} dy \right],$$

$$0 \leq x < \infty \quad (1.2.20)$$

$$w(t, 0) = \exp \left[-\frac{a}{\nu} \int_0^t \{ q(\tau, 0) - q_m \} d\tau \right],$$

$$0 \leq t < \infty \quad (1.2.21)$$

に変換された。

[ii] 交通流が式 (1.2.1), (1.2.3) に従い, 初期

密度分布 $\rho(0, x)$, $0 \leq x \leq l$ と境界における流量 $q(t, 0)$, $q(t, l)$, $0 \leq t < \infty$ とが既知の時, 任意の (t, x) (ただし $t > 0$, $l > x > 0$) における密度 ρ と流量 q を求めるという問題は, 変換 (1.2.11), (1.2.18) により拡散方程式の初期値・境界値問題 (1.2.19), (1.2.21), および

$$w(0, x) = \exp \left[\frac{a}{2\nu} \int_0^x \{ 2\rho(0, y) - \rho_j \} dy \right],$$

$$0 \leq x \leq l \quad (1.2.27)$$

$$w(t, l) = w(0, l) \exp \left[-\frac{a}{\nu} \int_0^t \{ q(\tau, l) - q_m \} d\tau \right],$$

$$0 \leq t < \infty \quad (1.2.26)$$

に変換された。

この問題の解は [i] の場合 $t > 0$, $x > 0$ に対して

$$w(t, x) = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{4\pi\nu t}} \{ U(t, x-y) - U(t, x+y) \} w(0, y) dy$$

$$+ \int_0^t \frac{x}{\sqrt{4\pi\nu(t-\tau)^3}} U(t-\tau, x) w(\tau, 0) d\tau$$

$$(1.2.28)$$

と表される [38]。ただし $U(t, x) = \exp(-x^2/4\nu t)$

である。[iii]の場合の解の公式 [38] は後で用いないのでここでは省略する。

式 (1.2.11)', (1.2.18) より

$$c(t, x) = -2\nu \frac{w_x}{w} \quad (1.2.29)$$

が成立することがわかる。さらに、式 (1.2.14), (1.2.3) を用いると、 w から c , c から ρ , ρ から q が求まる。

§1.2.4 拡散係数の決定法

この章の交通流モデルにおけるパラメータは ρ_j , q_m , および ν である。ここでは拡散係数 ν の値について考えよう。

基礎方程式 (1.2.3) で $q=0$ とおくと

$$\rho_x = -\frac{a}{\nu} \rho (\rho - \rho_j) \quad (1.2.30)$$

を得る。この式の子自明解

$$\rho(x) = \frac{A(x)}{1+A(x)} \rho_j, \quad A(x) = \exp\left(\frac{4q_m}{\nu\rho_j} x\right) \quad (1.2.31)$$

は完全に停止している信号待ち行列の密度分布を表していると考えられる。ただし，解 (1.2.31) は条件 $\rho|_{x=0} = \rho_j / 2$ のもとで式 (1.2.30) を解いたものである。その概形を図 1.2.2 に示す。この曲線は $x=0, \rho = \rho_j / 2$ の点に関して奇関数であり，また $\lim_{x \rightarrow \infty} \rho(x) = \rho_j, \lim_{x \rightarrow -\infty} \rho(x) = 0$ をみたす。この曲線の，点 $x=0, \rho = \rho_j / 2$ における接線が $\rho=0, \rho = \rho_j$ と交わる点の座標をそれぞれ $-x_R, x_R$ とすると，この直線の方程式

$$\rho(x) = \frac{q_m}{v} x + \frac{1}{2} \rho_j \quad (1.2.32)$$

が $\rho(x_R) = \rho_j$ をみたすことから

$$v = \frac{q_m}{\rho_j} 2 x_R \quad (1.2.33)$$

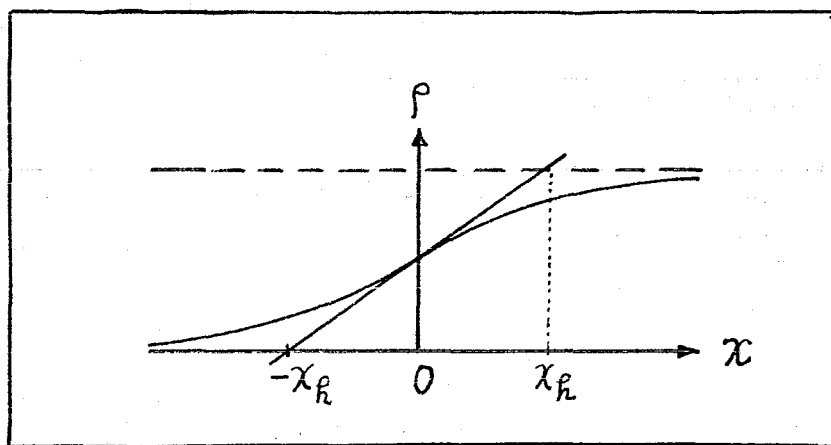


図 1.2.2 流量ゼロをみたす密度分布

の関係が ρ と x_h の間に成り立つことがわかる。
この関係を式 (1.2.31) に用いると

$$\rho(x_h) = \frac{e^2}{1+e^2} \rho_j \approx 0.88 \rho_j \quad (1.2.34)$$

を得る。結局、信号待ち行列の尾部において、密度が $0.12 \rho_j$ から $0.88 \rho_j$ まで変化する距離が $2x_h$ であると考えられる。したがって、観察によって $2x_h$ を決めれば式 (1.2.33) から ρ が決まる。

また、次のようなシミュレーションも ρ の決定に有用であろう。図 1.2.3 は赤信号のため停止していた車群が発進している様子である。車群は次第に拡散しているが、この程度は ρ の大きさによって異なる。図 1.2.4 には種々の ρ の値に対する、発進開始時刻より 25 秒後の密度分布を示す。したがって、実交通流における拡散の程度を観察し、それに近い密度分布を与える ρ を採用すればよい。

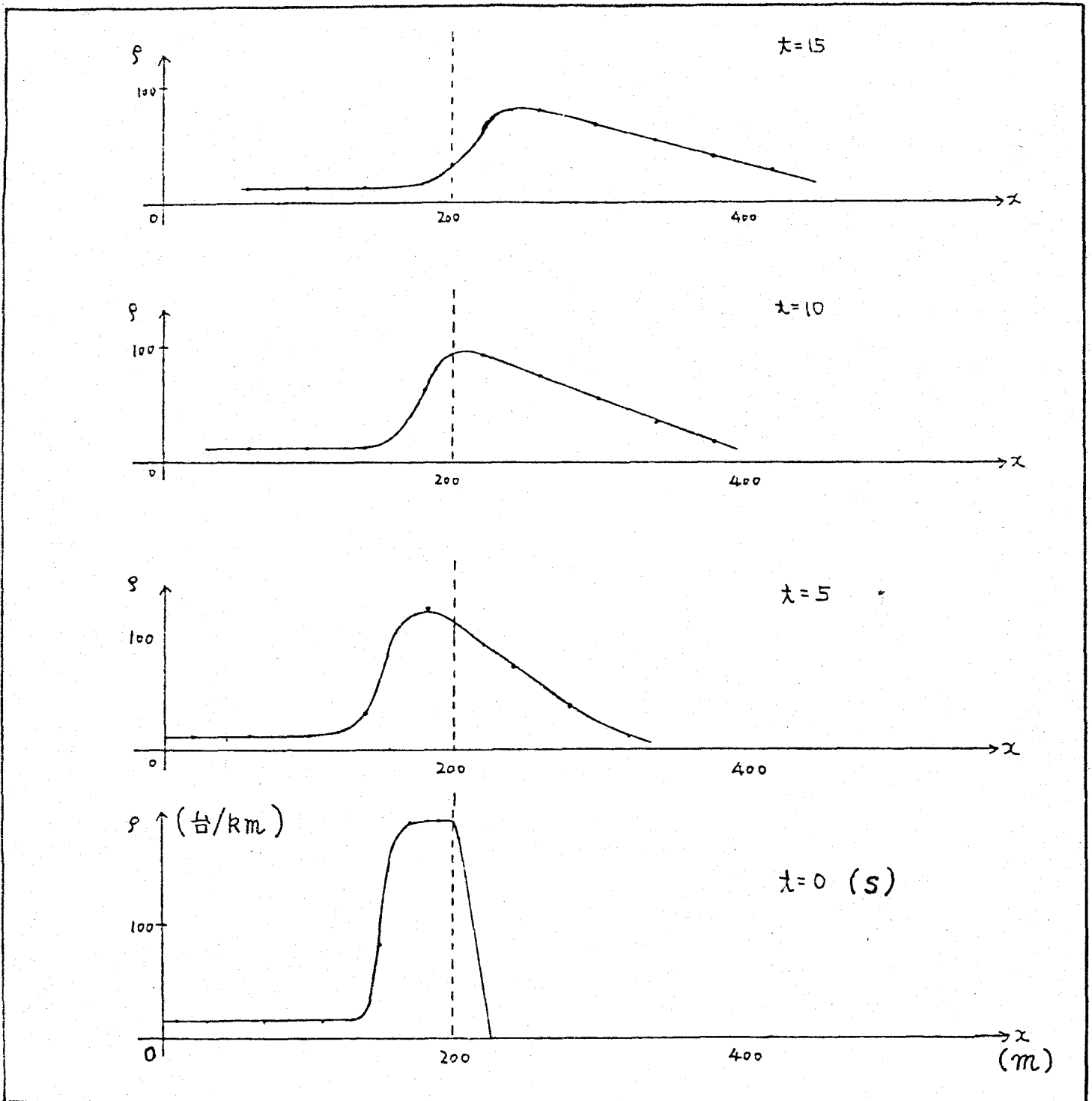


図 1.2.3 車群の拡散のシミュレーション
 ($\nu = 0.085$)

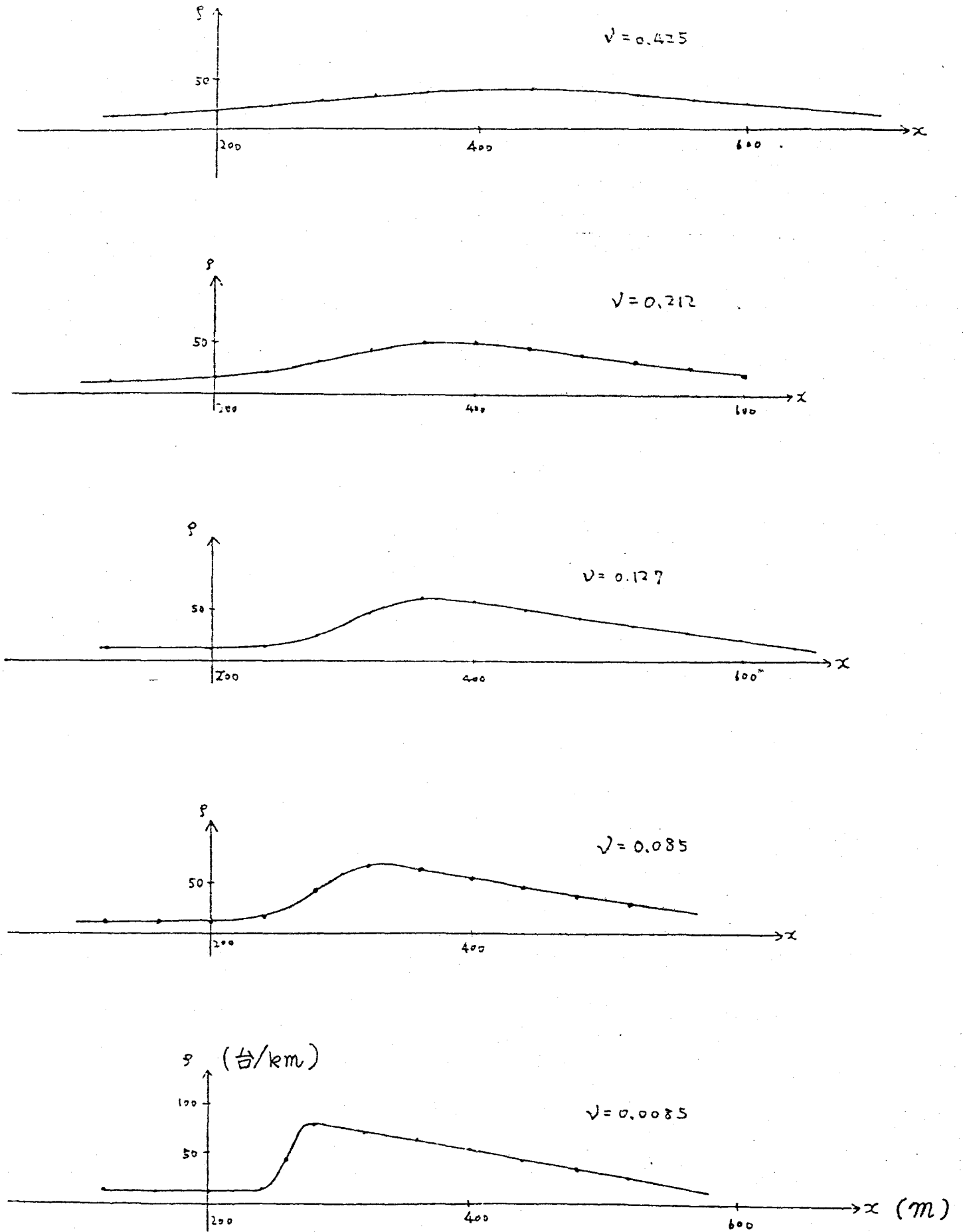


図 1.2.4 拡散係数と拡散の程度
(発進開始より 25 秒後)

第 3 節 周期的定常状態

§1.3.1 交差点および信号の条件

次の条件をみたすような，ある信号機からその隣の信号機までの 1 区間を考える（図 1.3.1 を参照）。

- i) 区間内では道路の幅員は一定とし，流れは保存されるとする。
- ii) 交通流は一方通行とし，上流，下流の信号機の位置をそれぞれ $x=0, l$ とする。上流の信号を信号 1，下流を信号 2 とする。
- iii) 信号 1, 2 は共通の周期 T をもつ。 T は

$$T = g_i + r_i, \quad i=1, 2 \quad (1.3.1)$$

をみたす。ここに g_i, r_i はそれぞれ信号 i

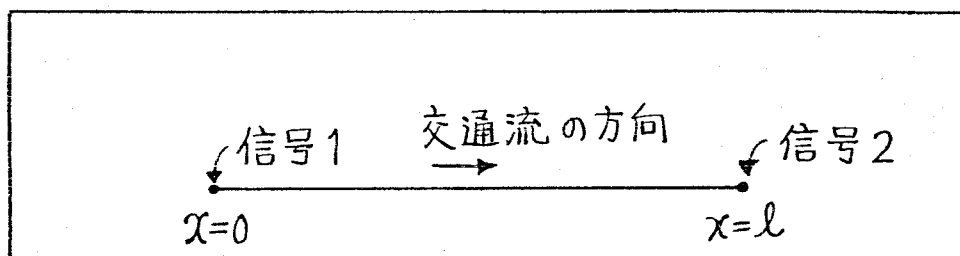


図 1.3.1 1 信号機区間の略図

の青信号時間，赤信号時間である。黄信号は赤信号に含めて考える。

iv) 点 $x=0$ からこの区間に流入する車の流量は周期 T の周期関数で，既知とする。

上のような諸条件のもとでは，初期密度分布 $p(0, x)$ ， $0 \leq x \leq l$ が任意に与えられた場合，この区間内の密度分布は，じゅうぶん時間がたてば周期的定常状態へおちつくと考えられる。すなわち

$$p(t+T, x) = p(t, x), \quad t \gg 0, \quad 0 \leq x \leq l \quad (1.3.2)$$

が成立する。この分布を繰返し計算によって求めるため，時刻を図 1.3.2 のように定めておく。ここで， d は信号 1 に対する信号 2 のオフセットであり，青信号の開始時刻の差で定義している。信号 2 のパラメータは， $0 < g_2 < T$ ，

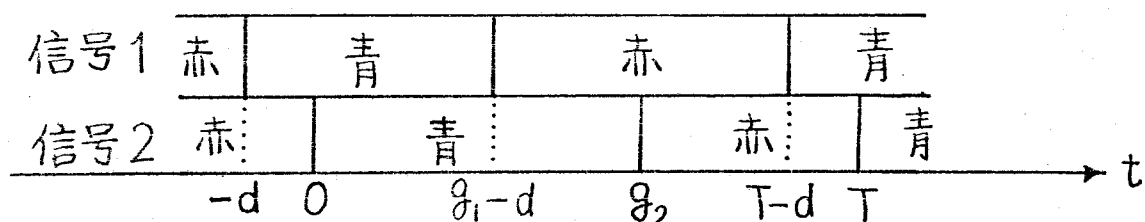


図 1.3.2 信号の動作

$0 \leq d < T$ の範囲内で任意に設定できるとする。

また，条件 iv) の周期的流入流量を

$$\hat{q}(t, 0), \quad 0 \leq t < T \quad (1.3.3)$$

とし，式 (1.3.2) を満たす周期的密度分布を

$$\hat{p}(t, x), \quad 0 \leq t < T, \quad 0 \leq x \leq l \quad (1.3.4)$$

と表しておく。

§1.3.2 計算法 1

周期的流入流量 (1.3.3) および g_1 を除くすべてのパラメータ ($l, f_j, g_m, \nu, T, g_2, d$) が与えられた時，周期的密度分布 (1.3.4) を求めるアルゴリズムについて述べる。

まず，この密度分布の $t=0$ における初期分布

$$\hat{p}(0, x), \quad 0 \leq x \leq l \quad (1.3.5)$$

を繰返し計算によって求める。このため，図

1.3.3 に示すように，1 周期を信号 2 が青の時間 $0 \leq t \leq g_2$ (ステップ 1) と赤の時間 $g_2 \leq t \leq T$ (ステップ 2) に分ける。

ステップ 1 (青信号時間)

前節の式 (1.2.28) を用いて $\rho(g_2, x)$, $0 \leq x \leq l$, を求める。このために必要な初期密度分布 $\rho(0, x)$, $0 \leq x < \infty$ および境界における流量 $q(t, 0)$, $0 \leq t \leq g_2$ は

$$\rho(0, x) = \begin{cases} f(x), & 0 \leq x \leq l \\ 0 & , l < x < \infty \end{cases} \quad (1.3.6)$$

$$(1.3.7)$$

$$q(t, 0) = \hat{q}(t, 0), \quad 0 \leq t \leq g_2 \quad (1.3.8)$$

のように与える。 $f(x)$ は最初は適当に与えれ

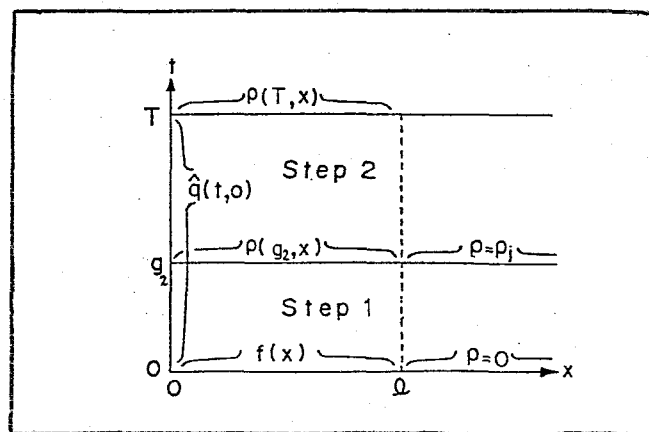


図 1.3.3 周期的密度分布の繰返し計算

ばよい。時刻 $t=0$ で信号 2 が青に切り替わることを考えて式 (1.3.7) の仮定をおく。境界における流量 (1.3.8) には (1.3.3) を用いる。

式 (1.3.6), (1.3.7) を式 (1.2.20) に代入すると拡散方程式 (1.2.19) の初期条件が求まり、式 (1.3.8) を式 (1.2.21) に代入すると境界条件が求まる。これらの条件を解の公式 (1.2.28) に用いて $w(q_2, x)$, $0 < x \leq l$ を求める。これに式 (1.2.29), (1.2.14) を用いると

$$p(q_2, x), \quad 0 < x \leq l \quad (1.3.9)$$

が求まる。

ステップ 2 (赤信号時間)

ステップ 1 と同様に、式 (1.2.28) を用いて $p(T, x)$, $0 < x \leq l$, を求める。このために必要な初期密度分布 $p(q_2, x)$, $0 \leq x < \infty$, および境界における流量 $q(t, 0)$, $q_2 \leq t \leq T$, は (1.3.9) および

$$p(q_2, x) = p_j, \quad l < x < \infty \quad (1.3.10)$$

$$q(t, 0) = \hat{q}(t, 0), \quad g_2 \leq t \leq T \quad (1.3.11)$$

のように与える。時刻 $t=g_2$ で信号 2 が赤に切り替わることを見て式 (1.3.10) の仮定をおく。境界における流量 (1.3.11) には (1.3.3) を用いる。

ステップ 1 と同様に計算すると

$$\rho(T, x), \quad 0 < x \leq l \quad (1.3.12)$$

が求まる。以上の二つのステップで、密度分布 (1.3.6) から出発した場合の 1 周期後の密度分布 (1.3.12) が求まった。

次に

$$\tilde{f}(x) = \rho(T, x), \quad 0 \leq x \leq l \quad (1.3.13)$$

とおき、これを改めて $f(x)$ とおいて式 (1.3.6) の右辺に用い、再びステップ 1, 2 を実行する。(1.3.12) が $f(x)$ に一致すれば、これが周期解を与える初期分布 (1.3.5) である。

(1.3.5) が求まればこれを式 (1.3.6) の右辺に用いて再びステップ 1, 2 を実行する。その

際, ステップ 1 で

$$w(t, x), \quad 0 < t \leq g_2, \quad 0 < x \leq l \quad (1.3.14)$$

を求め, ステップ 2 で

$$w(t, x), \quad g_2 < t \leq T, \quad 0 < x \leq l \quad (1.3.15)$$

を求める。(1.3.14), (1.3.15) に式 (1.2.29) を用いると w から c が求まり, さらに式 (1.2.14) を用いると最終的に周期的密度分布 (1.3.4) が求まる。

以上のアルゴリズムで求めているのは有限区間 $0 < x \leq l$ における密度分布であるが, 半無限区間における解である, 式 (1.2.28) を用いている。このために $0 \leq x < \infty$ における初期密度分布が必要であり, 式 (1.3.7), (1.3.10) のような仮定をおいている。

§1.3.3 計算法 2

計算法 1 のステップ 2 では

$$\rho(g_2, x) = \rho_j, \quad l < x < \infty \quad (1.3.10)$$

の仮定をおき，半無限区間における解である，式(1.2.28)を用いた。この方法とは別に，

$$q(t, l) = 0, \quad g_2 \leq t \leq T \quad (1.3.16)$$

を赤信号の効果として用い，有限区間の解の公式 [38] を用いる方法が考えられる。ところが，その公式は式(1.2.28)よりも一層複雑であるので，ここでは差分法を用いた解法について考えよう。

計算に必要な初期密度分布はステップ 1 により，(1.3.9)から

$$\rho(g_2, x), \quad 0 < x < l \quad (1.3.9)'$$

のように与えられ，境界における流量は

$$q(t, 0) = \hat{q}(t, 0), \quad g_2 \leq t \leq T \quad (1.3.11)$$

$$g(t, l) = 0, \quad g_2 \leq t \leq T \quad (1.3.16)$$

のように与えられている。

拡散方程式を差分法によって解く方法には陽解法, Crank-Nicolson の陰解法 [39] などがある。Crank-Nicolson の陰解法では陽解法に比較して複雑な計算を要するが, 解が発散せず, かつ誤差が少ないという長所を有している。この解法の要点を述べよう。

Crank-Nicolson の陰解法では拡散方程式を次のように差分化する。

$$\begin{aligned} & \frac{w(i+1, j) - w(i, j)}{\Delta t} \\ &= \frac{\nu}{2} \left\{ \frac{w(i+1, j+1) - 2w(i+1, j) + w(i+1, j-1)}{(\Delta x)^2} \right. \\ & \quad \left. + \frac{w(i, j+1) - 2w(i, j) + w(i, j-1)}{(\Delta x)^2} \right\}. \end{aligned} \quad (1.3.17)$$

ただし, 上式の i, j はそれぞれ $i\Delta t, j\Delta x$ の意味である。区間 $0 \leq x \leq l$ を N 個に分割すれば,

式 (1.3.17) で $j=1, \dots, N-1$ である。

次に、時刻 $i\Delta t, (i+1)\Delta t$ における w をそれぞれ U, V とおこう。

$$U_j = w(i, j), \quad j=0, \dots, N. \quad (1.3.18)$$

$$V_j = w(i+1, j), \quad j=0, \dots, N. \quad (1.3.19)$$

ここで、 $U_j, j=0, \dots, N$ および V_0, V_N を既知、 $V_j, j=1, \dots, N-1$ を未知とし、式 (1.3.17) を書き直して得られる

$$-V_{j-1} + 2\left(\frac{1}{R} + 1\right)V_j - V_{j+1}$$

$$= U_{j-1} + 2\left(\frac{1}{R} - 1\right)U_j + U_{j+1}, \quad j=1, \dots, N-1,$$

$$R = \nu \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (1.3.20)$$

をみたす $V_j, j=1, \dots, N-1$ を求める。図 1.3.4 で

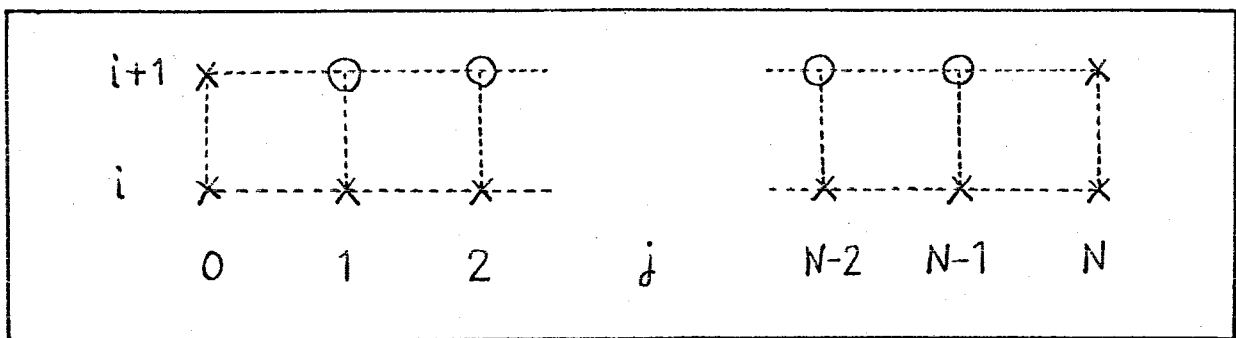


図 1.3.4 Crank-Nicolson の陰解法

は既知の点を \times 印で，未知の点を \circ 印で示している。赤信号時間 $t_2 \leq t \leq T$ を M 個に分割すれば，式 (1.3.17)，図 1.3.4 で $i=0, \dots, M-1$ である。明らかに， $i=0$ の時は初期条件から $u_j, j=0, \dots, N$ が求まる。また， v_0, v_N は常に境界条件から求まる。このようにして， $N-1$ 個の等式と未知数をもつ連立一次方程式 (1.3.20) が繰返し解かれ，最後に $w(T, j\Delta x), j=1, \dots, N-1$ が求まる。これを式 (1.2.29), (1.2.14) により逆変換して密度 ρ が求まる。

これで計算法 2 におけるステップ 2 を終える。ステップ 2 以外は計算法 1, 2 は同じである。

第4節 数値計算例

§1.4.1 単独信号機区間のシミュレーション^[46]

一方通行の道路における1信号機区間を考えよう。この区間に流入する交通流の平均流量を q_0 とする。計算法1により、この区間内の周期的密度分布を求めた。その分布が

$$\rho(t, x) > 0.75 \rho_j \quad (1.4.1)$$

をみたせば点 (t, x) に信号待ち行列があると判定した。信号パラメータのよさを評価するための基準としては、信号待ち行列長 $s(t)$ の積分値

$$J = \int_{g_2}^T s(t) dt \quad (1.4.2)$$

を用いた。計算に用いたパラメータの値を表1.4.1に示した。

まず、信号1の点 $x=0$ における、この区間に流入する車の流量を図1.4.1に示す。この

流入流量を境界条件に用い、周期的密度分布を求めた。その分布は信号のパラメータや区間の長さなどにより様々である。図 1.4.2 にオフセット d と評価量 J との関係を示す。この図から、信号間距離が長くなるに従って曲線がゆるやかにになっていることがわかる。これは流れの拡散のためであろう。図 1.4.2 をかきかえて、信号間距離 l を横軸に、オフセット d を縦軸にとったのが図 1.4.3 である。ただし、オフセットの最適値のみをプロットしている。

(*) ρ_0, q_0 は式(1.2.2)によりむすばれている

$$\rho_i = 400 \text{ [台/km]}$$

$$l = 0.4, 0.5, 0.6 \text{ [km]}$$

$$\rho_0 = 80 \text{ [台/km]}^{(*)}$$

$$x_R = 0.01 \text{ [km]}$$

$$q_m = 0.6 \text{ [台/s]}$$

$$T = 90 \text{ [s]}$$

$$q_0 = 0.384 \text{ [台/s]}^{(*)}$$

$$r_2 = \frac{5}{12} T \text{ [s]}$$

表 1.4.1 §1.4.1 の計算例におけるパラメータの値

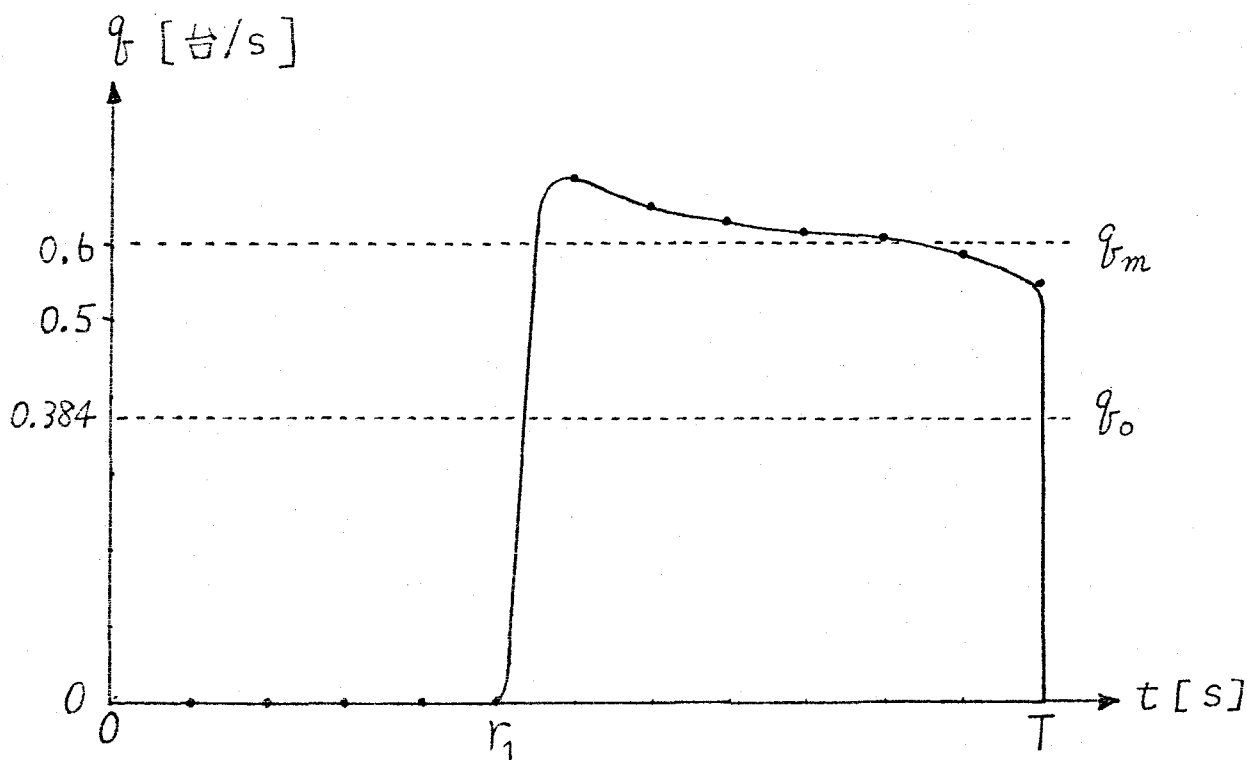


図 1.4.1 信号機区間への流入流量

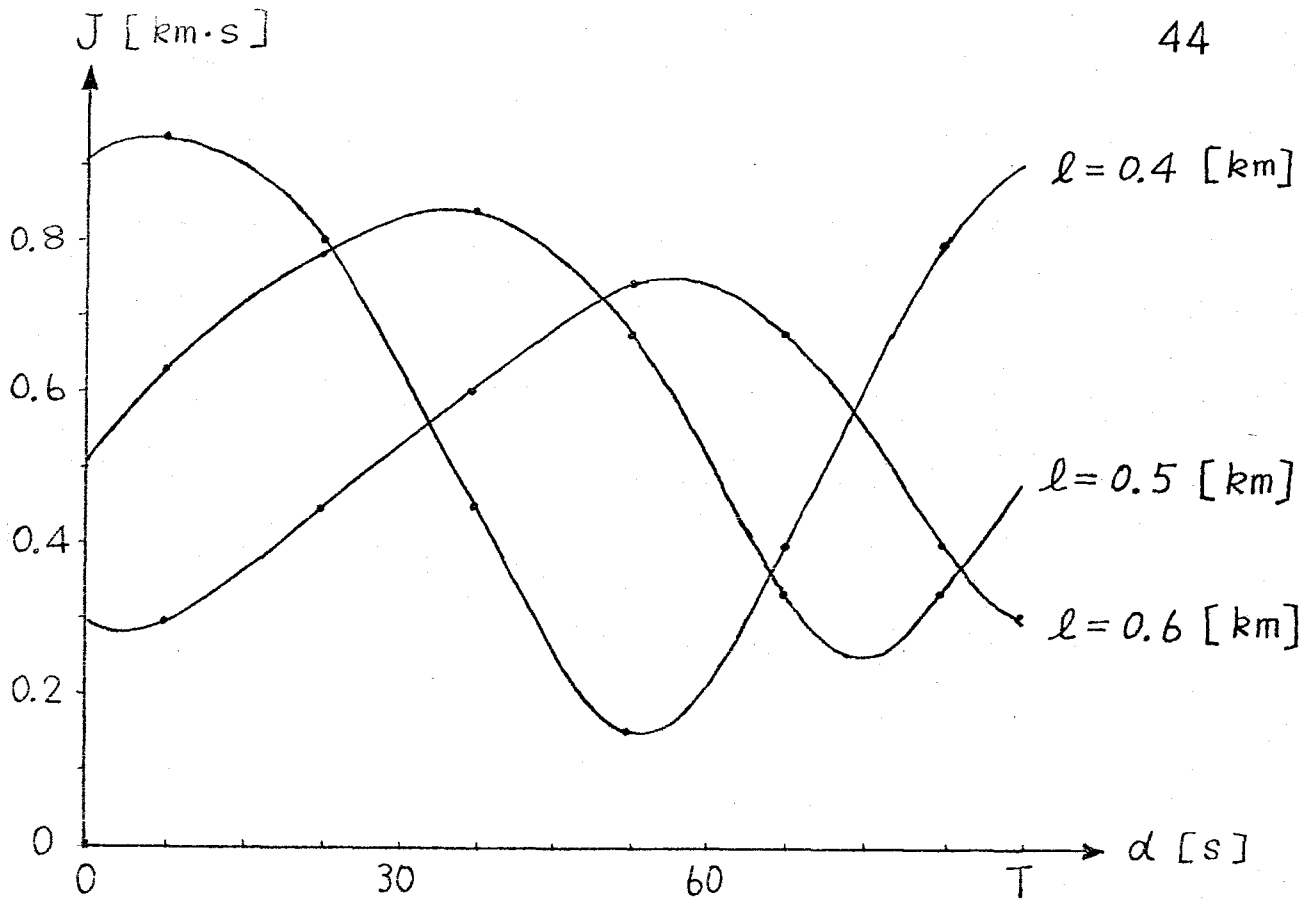


図 1.4.2 オフセットと評価量 ($r_2 = \frac{5}{12} T$)

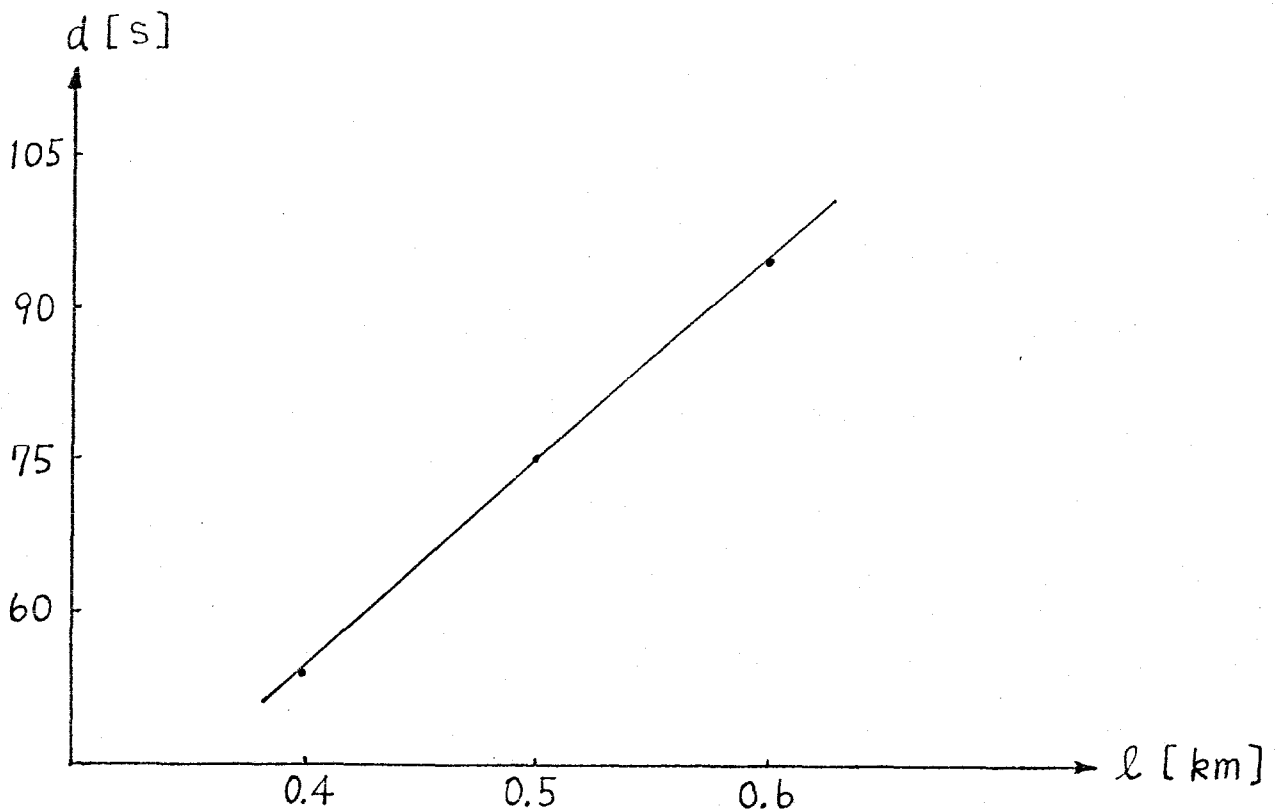


図 1.4.3 信号間距離と最適オフセット

§1.4.2 複数信号機区間のシミュレーション

図 1.4.4 のような路線モデルを考えよう。文献 [25] ではこの路線モデルに対して、ダイナミック・プログラミングの手法を用いて最適オフセットを求めている。ここではこの最適オフセットの効果をも、われわれのモデルを用いてシミュレーションすることにより調べよう。

まず、文献 [25] の概要を記そう。対象とする区間と各交差点で与えられているスプリット（青信号時間 / 周期）を図 1.4.4 に示し、用いられているパラメータの値を表 1.4.2 に示す。路線全体で生ずる総遅れ時間を評価にとり、ダイナミック・プログラミングの手法を用いて最適オフセットを求めている。交通流が交差点を通過する際の挙動はかなり単純化されている。最適オフセットと比較するため、平等オフセット、優先オフセットが扱われている。これらを表 1.4.3 に示す。

区間名	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	
距離 [m]	120	270	160	110	300	
スプリット	0.46	0.38	0.45	0.42	0.44	0.50

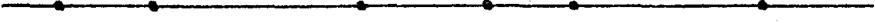


図 1.4.4 路線モデル [25]

系統速度	40 [km/h]
発進飽和交通流量	0.85 [台/s]
交通量 (上り, 下りとも)	720 [台/h]
信号周期 (全信号に共通)	100 [s]

表 1.4.2 交通流のパラメータ [25]

(注) オフセットは 赤信号の開始時刻のずれ / 信号周期 で定義している

区間	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
下り優先オフセット	0.05	0.77	0.14	0.11	0.74
平等オフセット	0	0.5	0	0	0.5
D.P. オフセット	0.11	0.46	0.09	-0.05	0.47

表 1.4.3 下り方向のオフセット [25]

この文献のモデルとわれわれのモデルとの対応を次のようにとろう。まず、最大流量 q_m は発進飽和流量に等しくとる。次に、定常状態における速度と密度の関係は式(1.2.3)および $q = \rho \cdot v$ から

$$v(t, x) = -a(\rho - \rho_j), \quad a = \frac{4q_m}{(\rho_j)^2} \quad (1.4.3)$$

となる。ところが、文献[25]では常に時速40 km/hの定速走行を仮定している。そこで $\rho_j = 200$ とした。これにより、 $v|_{\rho=0} = 61.2$ [km/h]、また $\rho|_{v=40} \approx 70$ [台/km]となり、ほぼ妥当と思われる。これを図1.4.5に示す。表1.4.4にわれわれのモデルで用いたパラメータを示す。これらを用いて計算した結果を表1.4.5、および図1.4.7 - 図1.4.12に示す。

表1.4.5には各区間における信号待ち行列の積分値(1.4.2)が記されている。次に、最後の6枚の図の見方を図1.4.6により説明しよう。横方向に距離、縦方向に時間をとっている。図中に

- (i) 青信号の開始時刻における密度分布
- (ii) 赤信号の開始時刻における密度分布
- (iii) 下流の方向への流出流量曲線
- (iv) 信号待ち行列の成長過程

の4種類の計算結果が書かれている。いずれも周期的定常状態における値である。

表1.4.5から、平等オフセットが最も良い結果を与え、D.P.オフセットはや々劣り、優先オフセットはさらに劣っているといえよう。この順番は文献[25]の微視的なシミュレーションの結果においても同じである。この原因はもとの交通流モデルが単純すぎるためと考えられている[25]。また、表1.4.5から、下り優先オフセットを実施した場合の下り方向の流れが、この6例中最も評価量の値が大きい。これより、われわれのモデルとの間のパラメータの対応が不適切なことも考えられる。

$$(*) \hat{q}_l(t, 0) = 0.2, t \geq 0$$

信号周期 : 100 [s], 最大密度 : 200 [台/km]

最大流量 : 0.85 [台/s], x_R : 0.007 [km]

流入流量 : 0.2 [台/s] : 一定 $(*)$

表 1.4.4 計算に用いたパラメータ

(*) 開始区間とは計算を始めるための準備区間である

区間	下り優先オフセット		平等オフセット		DPオフセット	
	下り	上り	下り	上り	下り	上り
開始 ^(*)	1.04	—	1.04	—	1.04	—
(1)	0.08	0.53	0.13	0.08	0.07	0.08
(2)	2.27	0.54	1.23	0.15	1.35	0.21
(3)	0.07	2.18	0.07	0.07	0.07	0.07
(4)	0.14	0.20	0.08	0.08	0.08	0.08
(5)	2.59	0.60	0.52	1.12	0.57	1.35
開始 ^(*)	—	1.24	—	1.24	—	1.24
小計	6.19	5.29	3.07	2.74	3.18	3.03
計	11.48		5.81		6.21	

表 1.4.5 各オフセットによる, 各方向,

$$\text{各区間の評価量 } J = \int_{g_2}^T s(t) dt$$

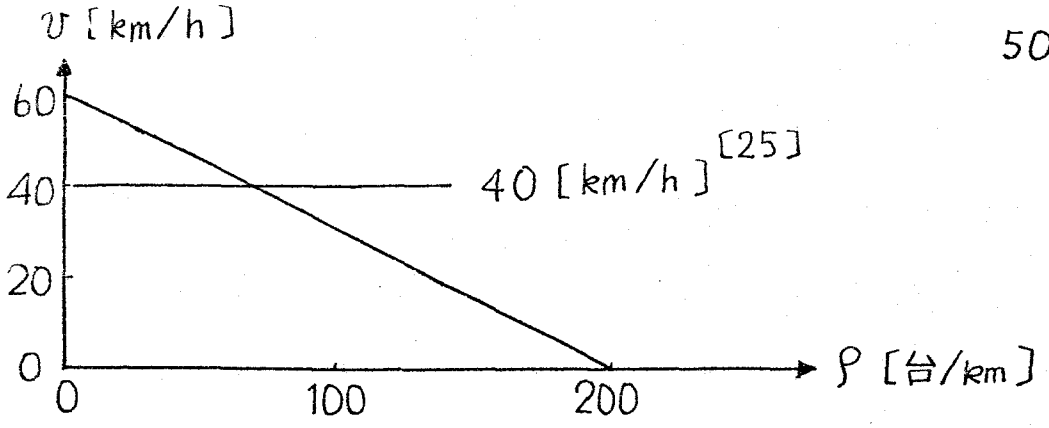


図 1.4.5 密度と速度の関係

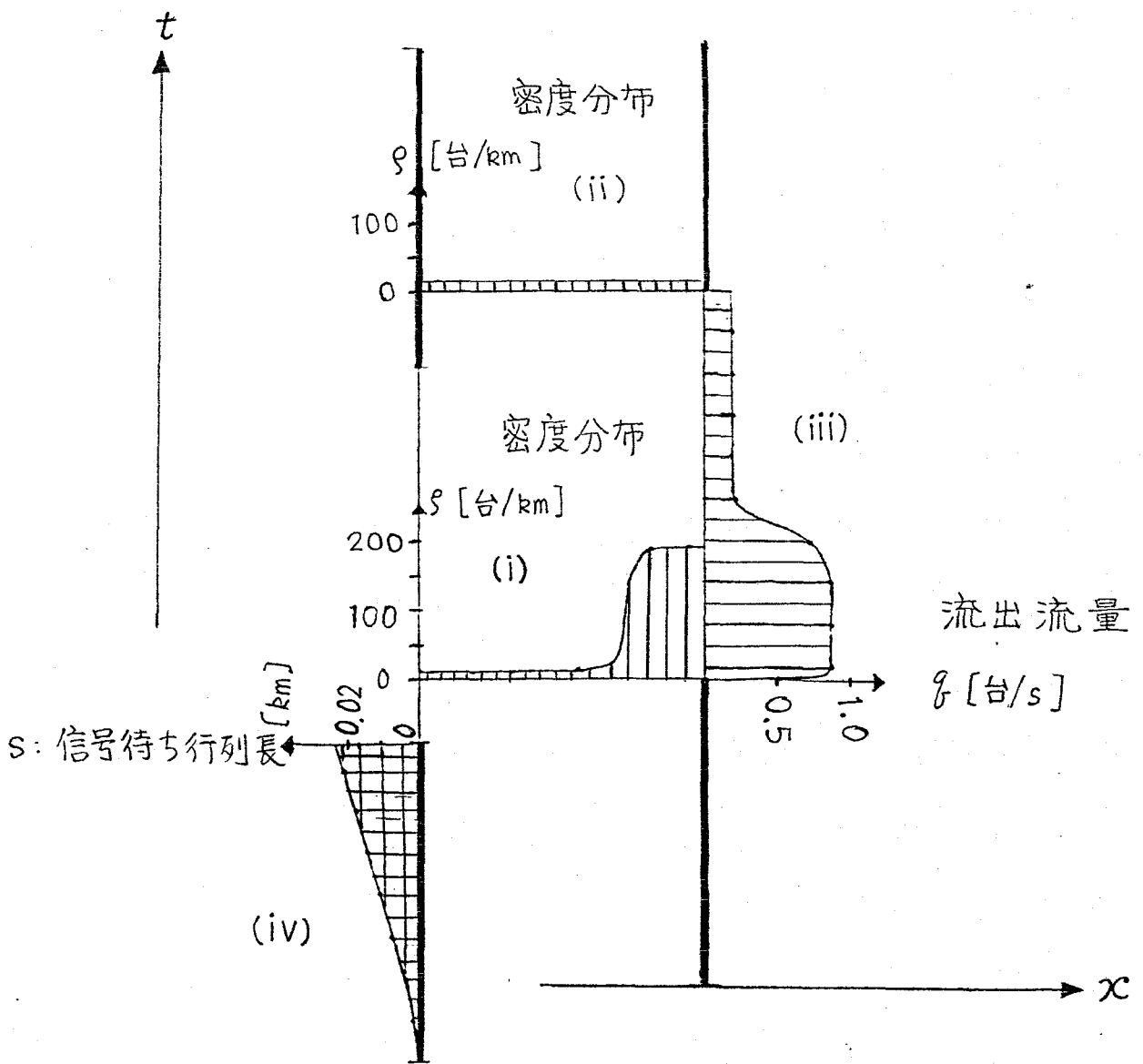


図 1.4.6 図 1.4.7 - 図 1.4.12 の説明図

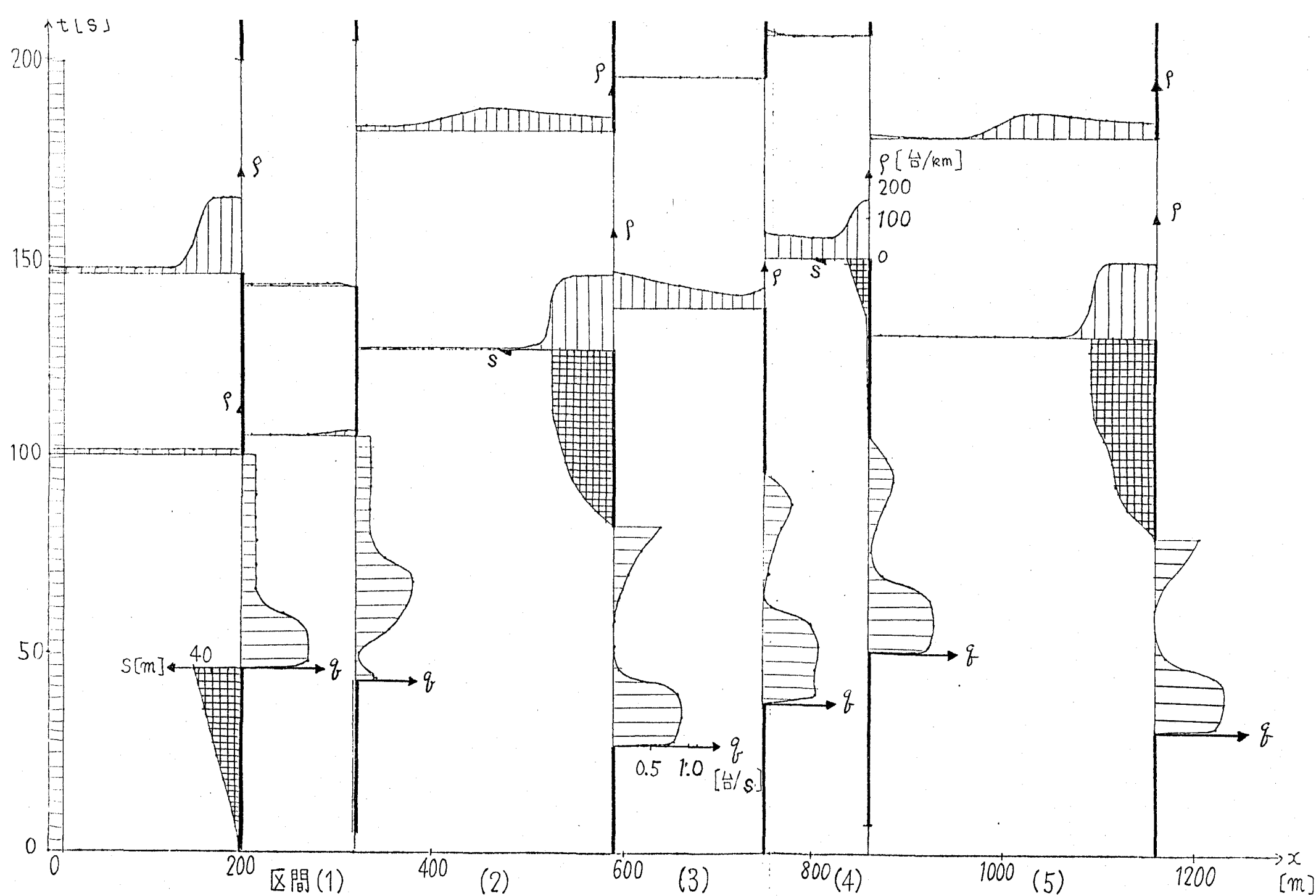


図 1.4.7 優先オフセット，下り方向

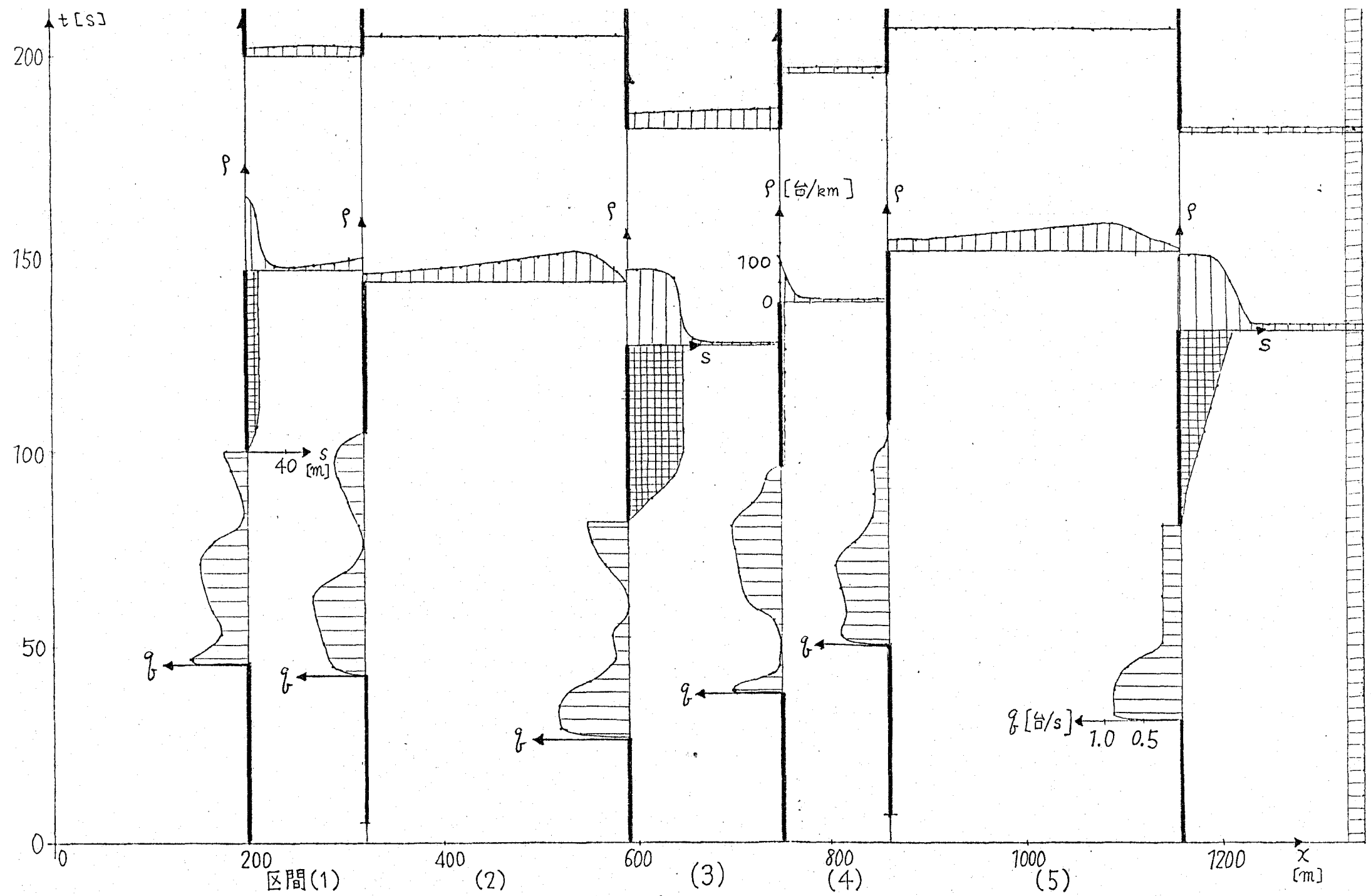


図 1.4.8 優先オフセット, 上リ方向

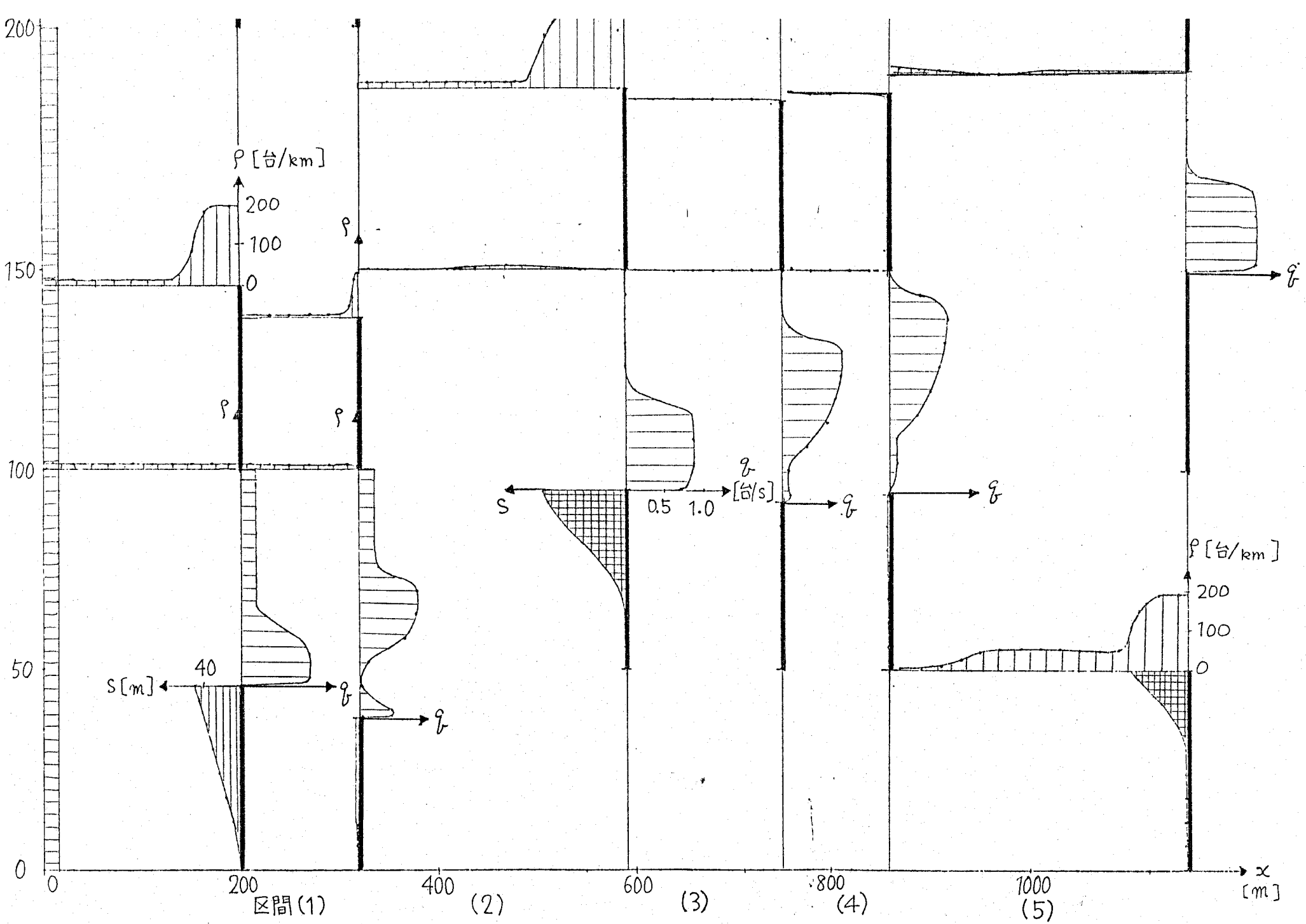


図 1.4.9 平等オフセット, 下り方向

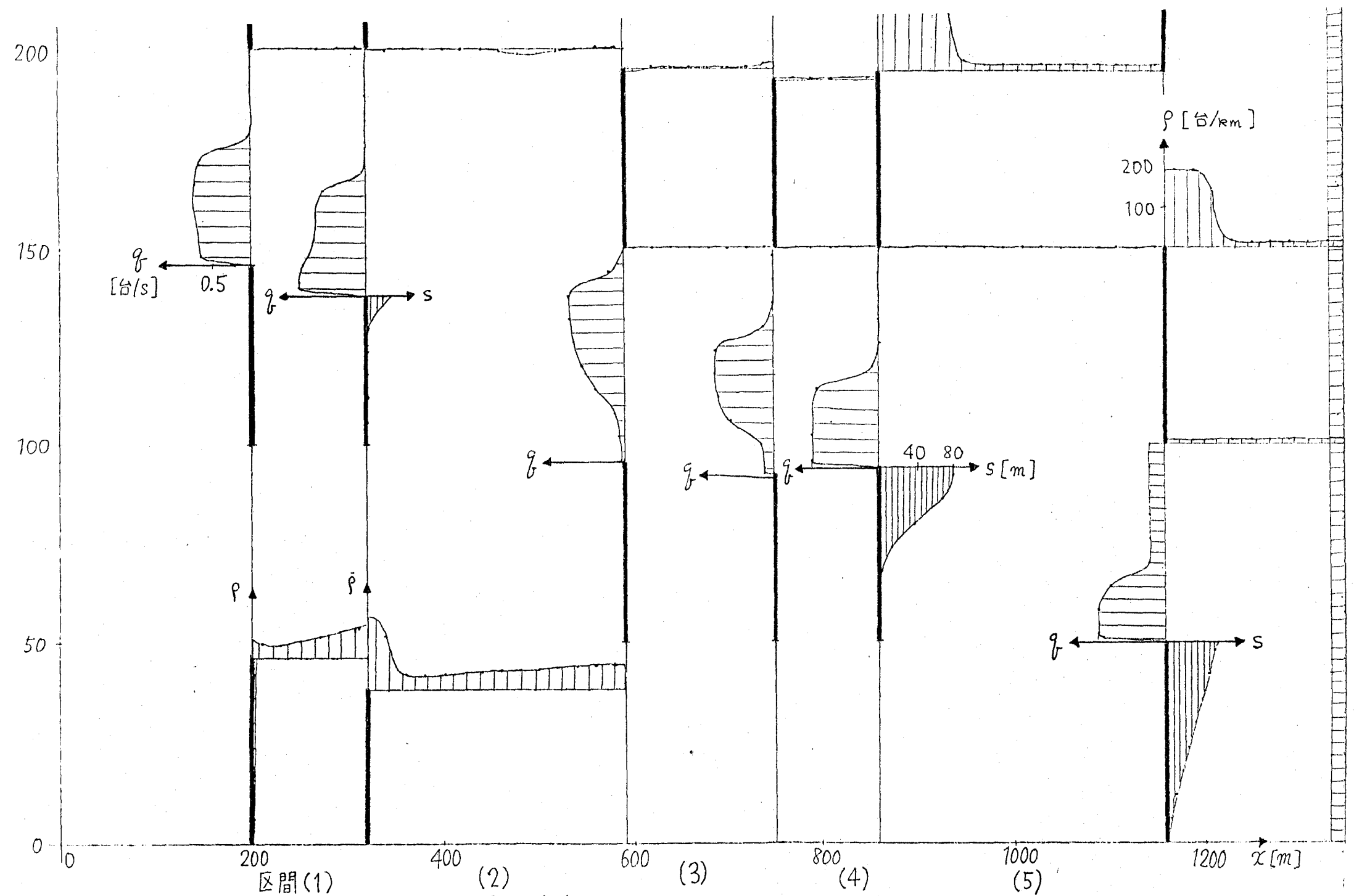


図 1.4.10 平等オフセット, 上り方向

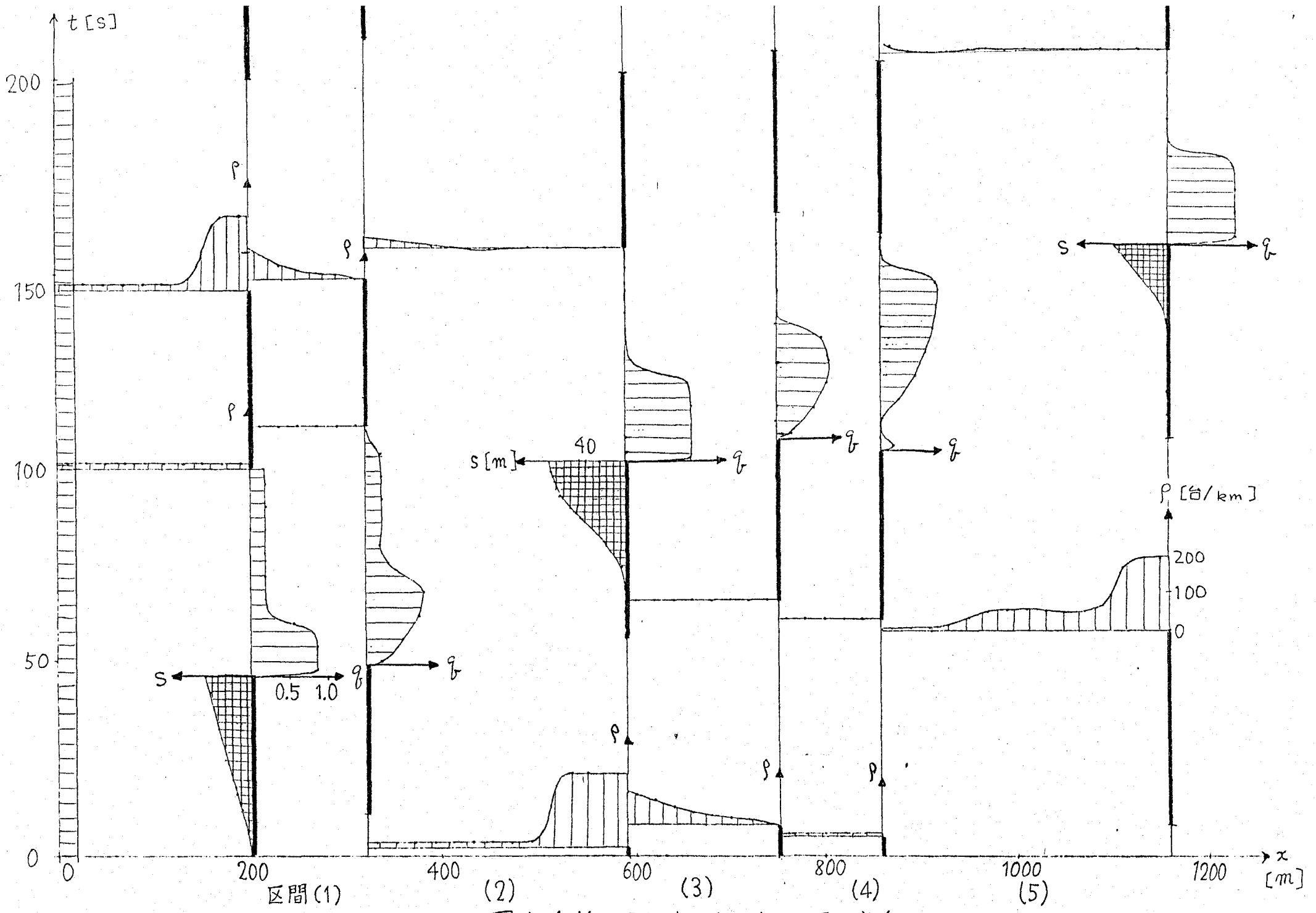


図 1.4.11 DP オフセット, 下リ方向

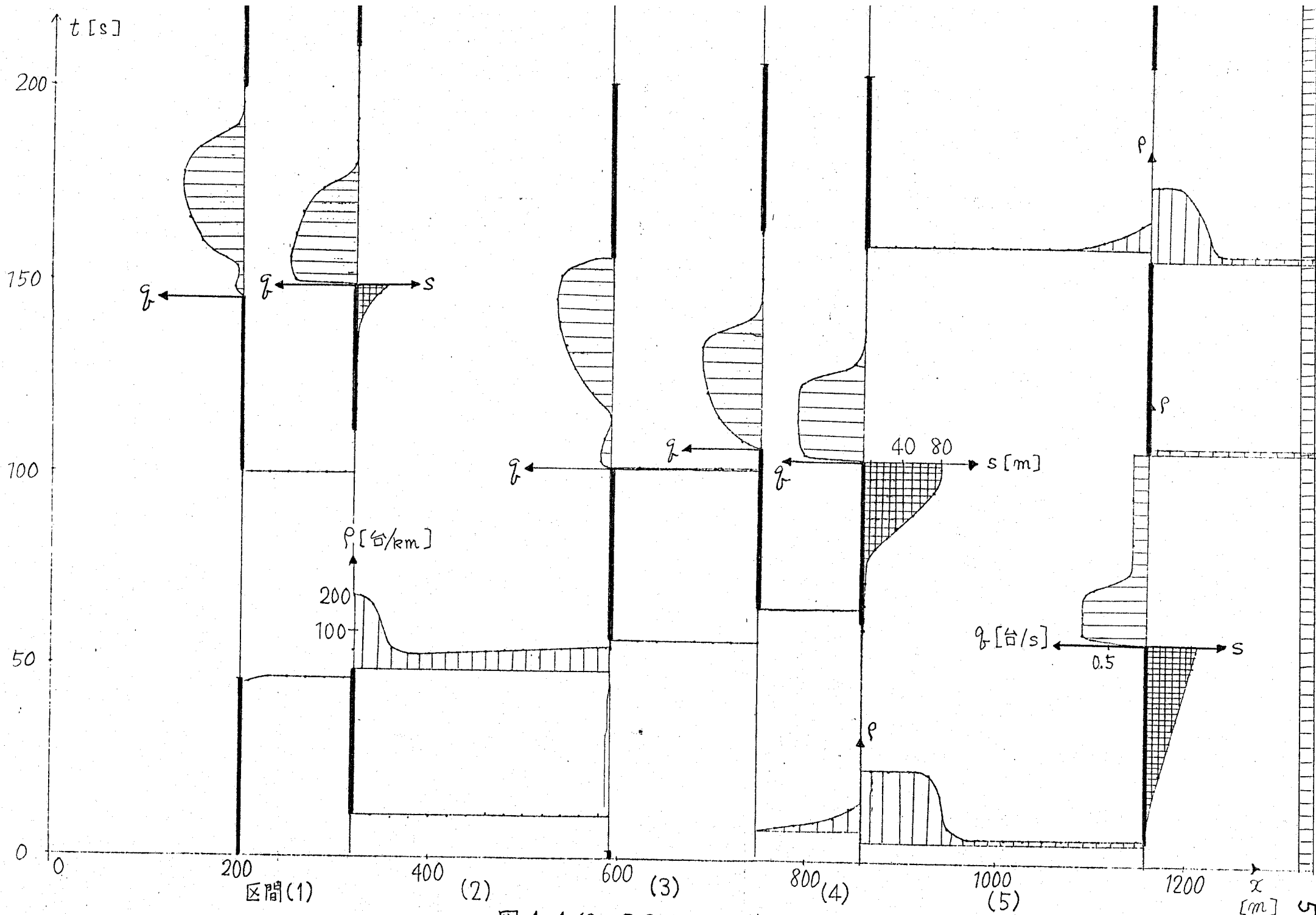


図 1.4.12 DPオフセット, 上り方向

第2章 経路配分を考慮した道路 網における交通渋滞の 制御 [47]

この章では道路網上の交通流の制御について考える。交通需要が対象道路網の処理能力以上となり、道路網の内部で交通渋滞が見られるような時間帯を考える。そして、そのような時間帯における交通流の制御問題を考察する。

第1節 まえがき

道路網を対象とし、交通需要が多い場合についての研究がいくつかなされている。文献 [40, 41] では市街地の格子状道路網を対象として、最適な信号パラメータを求める問題が扱われている。文献 [42] の例題では、交通流が

集中しやすい1区域を対象とし，その区域内に存在する十数個の信号待ち行列を信号によって制御している。また，車がその目的地点へ到達するために複数本の経路が利用可能な場合を考え，交通需要を各経路へ最適に配分するような問題も扱われている [31-33]。ただし，考えられている時間的・空間的範囲は一様ではない。文献 [32] は比較的ミクロな問題であり，待ち行列長の，赤信号時間における増加，青信号時間における減少，などが解析される。文献 [31, 33] はこれよりもマクロな定式化であり，1信号機区間内に存在する車の台数を変数にとり，区間内でのミクロな動きは無視されている。これらに対して，われわれは信号待ちの行列に属している車の台数を基本的変数とし，信号の現示と経路への配分を同時に最適化するような問題を考えよう。この問題は一種の最適制御問題となる。次に，問題が容易に線形計画の問題に帰着できることを示す。最後に，それを用いた数値計算例を示す。

第2節 道路網のモデリング

格子状の道路網を考える。図 2.2.1 に示すように、2種類の交通流、OD1 と OD2 がこの道路網を利用しているとする。OD1 の 出発地点 (Origin) を O_1 、到着地点 (Destination) を D_1 とする。OD2 のそれらを O_2, D_2 とする。このように、交通流にその発生 (出発) 地点と消滅 (到着) 地点とをあわせて考え、これを OD 交通という。また、両地点の組を OD

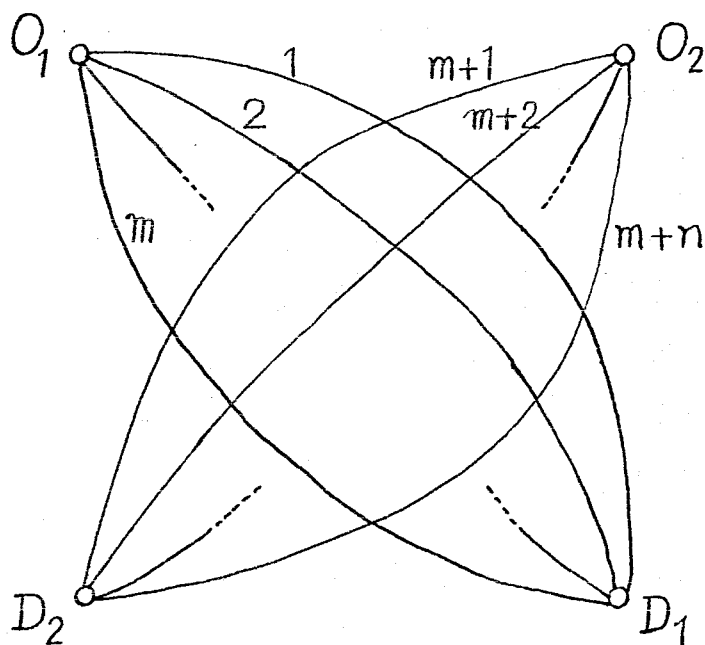


図 2.2.1 対象道路網の模式図

ペアという。同じ OD ペアをもつ交通流は途中の経路にかかわらずひとつとみなされ、OD ペアの一方が異なれば別の交通流とみなされる。われわれは渋滞を生ずる最も基本的な場合、すなわち、図 2.2.1 に示すような、互いに交差する 2 種類の OD 交通流を考える。

交通流 OD1 は m 本の経路を利用し、交通流 OD2 は n 本の経路を利用するとしよう。これらの経路に対して、図 2.2.1 に示すように、経路 1, ..., 経路 $m+n$ と名前をつけよう。次に、記号 i は OD1 が利用する経路, $1, \dots, m$ の 1 つを表し、記号 j は $m+1 \leq j \leq m+n$ をみたすとしよう。

図 2.2.1 から明らかかなように、交通需要がある程度をこえると交差点に待ち行列が発生、成長する。次に、出発地点 O_1, O_2 で発生する交通需要 $Q_1(p, \Delta t), Q_2(p, \Delta t)$ を定義しよう。これらはそれぞれ O_1, O_2 で単位時間あたりに発生する交通需要 (台数) である。ここに Δt は時間間隔を表す定数, p は $0 \leq p \leq N-1$ をみたす整

数である。また、時刻 $0, N \cdot \Delta t$ は渋滞の発生時刻および解消時刻である。これらはまた、以下に定式化する問題の初期時刻および最終時刻である。車の台数は本来離散量であるが、本論文では取扱いの都合上、連続量とみなしている。

出発地点 O_1, O_2 において各々の車はひとつの経路へ流入するから、単位時間あたりに経路 k ($k=1, \dots, m+n$) へ流入する車の台数を $q_k(p \cdot \Delta t)$, $p=0, \dots, N-1$ とおくと

$$Q_1(p \cdot \Delta t) = \sum_{i=1}^m q_i(p \cdot \Delta t) \quad (2.2.1)$$

$$Q_2(p \cdot \Delta t) = \sum_{j=m+1}^{m+n} q_j(p \cdot \Delta t) \quad (2.2.2)$$

が成り立つ。ただし、 $p=0, \dots, N-1$ である。また、 q_k は

$$0 \leq q_k^{\min}(p \cdot \Delta t) \leq q_k(p \cdot \Delta t) \leq q_k^{\max}(p \cdot \Delta t),$$

$$k=1, \dots, m+n \quad (2.2.3)$$

のように、その最大値と最小値が限られてい

るであろう。

経路 i ($i=1, \dots, m$) と経路 j ($j=m+1, \dots, m+n$) の交差点を (i, j) と表そう。ある交差点から次の交差点までの道路区間は リンク と呼ばれる。車があるリンクを走行するために要する時間について考えよう。本章ではこの時間を、リンクごとに定まる定数で、 Δt の整数倍の値をとると仮定しよう。このことは、交通流の速度がリンクごとに定まり、密度や流量には関係しないと仮定することと同じ意味である。この時間を次のように表そう。

$\xi_{i, m+1} \cdot \Delta t$: O_1 から $(i, m+1)$ までの所要時間。
 $i=1, \dots, m$

$\xi_{ij} \cdot \Delta t$: $(i, j-1)$ から (i, j) までの所要時間。
 $i=1, \dots, m, j=m+2, \dots, m+n$

$\eta_{1j} \cdot \Delta t$: O_2 から $(1, j)$ までの所要時間。
 $j=m+1, \dots, m+n$

$\eta_{ij} \cdot \Delta t$: $(i-1, j)$ から (i, j) までの所要時間。
 $i=2, \dots, m, j=m+1, \dots, m+n$

ここで ξ_{ij}, η_{ij} など"は正の整数である。記号

る、 γ はそれぞれ、OD1, OD2 が走行するリンクに用いられている。

リンクを走行するための所要時間は実は交通量などの関数である。しかし、われわれは道路網が渋滞しているような場合を考えているから、ある程度以上の交通量が常に継続していると考えられる。さらに交通量が増加した場合は交差点に長い信号待ち行列ができ、この待ち時間が長くなるが、リンクを走行する際の速度はあまり変わらない。このような理由から、所要時間を定数とした。

次に、交差点 (i, j) に設置された信号機について考えよう。信号の1周期は、各方向に対する青信号の時間、およびそれ以外の時間、の3部分からなっている。そこで、OD1, OD2 に対して与えられる実効青時間の、信号周期に対する割合をそれぞれ、 $g_{ij}(p \cdot \Delta t)$, $h_{ij}(p \cdot \Delta t)$ と表す。これらは

$$g_{ij}(p \cdot \Delta t) + h_{ij}(p \cdot \Delta t) + l_{ij} = 1 \quad (2.2.4)$$

によって関係づけられている。ここに l_{ij} はむだになる部分が信号周期に占める割合である。 l_{ij} は信号周期に依存するが、われわれが考えている時間帯では周期は固定されていると仮定して定数とする。各方向に対する青信号時間は通常

$$0 < a_{ij} \leq g_{ij}(p \cdot \Delta t) \leq b_{ij} \quad (2.2.5)$$

と制限されている。式(2.2.4), (2.2.5) から, $h_{ij}(p \cdot \Delta t)$ に対しても

$$1 - l_{ij} - b_{ij} \leq h_{ij}(p \cdot \Delta t) \leq 1 - l_{ij} - a_{ij} \quad (2.2.6)$$

なる制限が課せられていることがわかる。

次に信号待ち行列について考えよう。交通流 OD1 が交差点 (i, j) の手前に作る行列の車の台数を $x_{ij}(p \cdot \Delta t)$ とする。また, OD1 が (i, j) を通過する場合の最大排出率を r_j [台/s] とする。これは交差点の形状によって定まる定数である。さて, 待ち行列をなしている車の台数 $x_{ij}(p \cdot \Delta t)$ は次の差分方程式をみたす。

$$x_{ij} \{ (p+1)\Delta t \} = x_{ij}(p \cdot \Delta t)$$

$$+ \Delta t \left\{ r_{i,j-1} g_{i,j-1}((p-\xi_{ij})\Delta t) - r_{ij} g_{ij}(p \cdot \Delta t) \right\},$$

$$i=1, \dots, m, \quad j=m+2, \dots, m+n. \quad (2.2.7)$$

この式の右辺の $\{ \}$ の中の 2 項は単位時間あたりの到着台数および流出台数である。ここで、青信号の時間は常時、最大限に利用されていると仮定している。

交差点 $(i, m+1)$ の手前にできる待ち行列を表す式の形は、式 (2.2.7) とはやや異なる。交通流 OD1 は O_1 を出発し、時間 $\xi_{i,m+1} \Delta t$ 後にこの交差点に到着する。ゆえに

$$x_{i,m+1} \{ (p+1)\Delta t \} = x_{i,m+1}(p \cdot \Delta t)$$

$$+ \Delta t \left\{ q_i((p-\xi_{i,m+1})\Delta t) - r_{i,m+1} g_{i,m+1}(p \cdot \Delta t) \right\},$$

$$i=1, \dots, m \quad (2.2.8)$$

となる。式 (2.2.7) とは $\{ \}$ の中の第 1 項が異

なる。交通流 OD2 についても同様な形の式

$$y_{1j} \{ (p+1)\Delta t \} = y_{1j} (p \cdot \Delta t) + \Delta t \left\{ q_j \{ (p - \eta_{1j}) \Delta t \} - s_{1j} h_{1j} (p \cdot \Delta t) \right\} \quad (2.2.9)$$

$$y_{ij} \{ (p+1)\Delta t \} = y_{ij} (p \cdot \Delta t) + \Delta t \left\{ s_{i-1,j} h_{i-1,j} (p - \eta_{ij}) \Delta t - s_{ij} h_{ij} (p \cdot \Delta t) \right\} \quad (2.2.10)$$

が成り立つ。ただし、 $j = m+1, \dots, m+n$ であり、式 (2.2.10) では $i = 2, \dots, m$ である。また、変数 y, s はそれぞれ x, r に対応している。

式 (2.2.7) ~ (2.2.10) は飽和あるいは過飽和の状態にある交差点に対して成り立つが、不飽和の状態にある交差点に対しては成り立たない。以下にやや詳しく説明しよう。

青信号時間を適当に調節すれば、各方向について青信号時間を全部消費してちょうど需要を全部処理できる時、交差点はちょうど飽和しているという。この時、 $x_{ij} (p \cdot \Delta t) = 0$, y_{ij}

$(p \cdot \Delta t) = 0$ が成り立つ。それ以上の需要があり、少なくとも一方向の待ち行列を処理しきれない時、交差点は過飽和であるといい、少なくとも x_{ij} , y_{ij} の一方が正の値をとる。需要がそれ以下であり、青信号の途中で待ち行列が解消する時、交差点は不飽和であるといい、 x_{ij} , y_{ij} のうち少なくとも一方が負の値をとる。しかし、実際には待ち行列長はゼロを保ち、かわりに排出率がその最大値 r_{ij} あるいは s_{ij} よりも小さい値に変わる。つまり式(2.2.7)~(2.2.10)は不飽和な交差点を正しく表さない。そのため、次節で問題を定式化する際、

$$x_{ij}(p \cdot \Delta t) \geq 0, \quad y_{ij}(p \cdot \Delta t) \geq 0 \quad (2.2.11)$$

と状態変数を非負に制限し、交差点が不飽和にならないよう配慮している。

次の場合にも注意する必要がある。あるリンクが車で一杯であり、このリンクへの流入が不可能の場合、上流側の信号が青であっても車は流入できない。このような事態が発生

しないように、拘束条件

$$x_{ij}(p \cdot \Delta t) \leq M_{ij}, \quad y_{ij}(p \cdot \Delta t) \leq N_{ij} \quad (2.2.12)$$

をおく必要がある。ここに、 M_{ij}, N_{ij} はそれぞれ x_{ij}, y_{ij} が存在するリンクの容量である。

第3節 問題の定式化

この節では前節のモデルを用いて、広域的な交通渋滞の制御問題を定式化しよう。

制御の目的であるが、考える時間帯は交通需要のピーク時であり、道路網の内部には信号待ち行列が生じているから、『道路網内部で発生する信号待ち時間の総計』を目的関数としよう。ところで、この量は『信号待ち行列長の時間積分』と同じである。これは次の式(2.3.1)で表現され、われわれの問題は次のように記述される。

$$\text{評価関数 } J = \Delta t \cdot \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=m+1}^{m+n} \{ v_{ij} x_{ij}(p \cdot \Delta t) + w_{ij} y_{ij}(p \cdot \Delta t) \} \quad (2.3.1)$$

を、次のシステム方程式、等式および不等式拘束条件のもとで最小化せよ。

$$x_{i,m+1} \{ (p+1)\Delta t \} = x_{i,m+1} (p \cdot \Delta t) + \Delta t \left\{ g_i \left((p - \xi_{i,m+1}) \Delta t \right) - r_{i,m+1} g_{i,m+1} (p \cdot \Delta t) \right\}, \quad i=1, \dots, m \quad (2.3.2a)$$

$$x_{i,j} \{ (p+1)\Delta t \} = x_{i,j} (p \cdot \Delta t) + \Delta t \left\{ r_{i,j-1} g_{i,j-1} \left((p - \xi_{i,j}) \Delta t \right) - r_{i,j} g_{i,j} (p \cdot \Delta t) \right\},$$

$$i=1, \dots, m, \quad j=m+2, \dots, m+n \quad (2.3.2b)$$

$$y_{1,j} \{ (p+1)\Delta t \} = y_{1,j} (p \cdot \Delta t) + \Delta t \left\{ g_j \left((p - \eta_{1,j}) \Delta t \right) - s_{1,j} h_{1,j} (p \cdot \Delta t) \right\}, \quad j=m+1, \dots, m+n \quad (2.3.2c)$$

$$y_{i,j} \{ (p+1)\Delta t \} = y_{i,j} (p \cdot \Delta t) + \Delta t \left\{ s_{i-1,j} h_{i-1,j} \left((p - \eta_{i,j}) \Delta t \right) - s_{i,j} h_{i,j} (p \cdot \Delta t) \right\},$$

$$i=2, \dots, m, \quad j=m+1, \dots, m+n \quad (2.3.2d)$$

$$0 \leq x_{ij}(p \cdot \Delta t) \leq M_{ij}, \quad 0 \leq y_{ij}(p \cdot \Delta t) \leq N_{ij},$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = m+1, \dots, m+n \quad (2.3.3)$$

$$Q_1(p \cdot \Delta t) = \sum_{i=1}^m q_{\tau_i}(p \cdot \Delta t) \quad (2.3.4a)$$

$$Q_2(p \cdot \Delta t) = \sum_{j=m+1}^{m+n} q_{\tau_j}(p \cdot \Delta t) \quad (2.3.4b)$$

$$q_{\tau_k}^{\min}(p \cdot \Delta t) \leq q_{\tau_k}(p \cdot \Delta t) \leq q_{\tau_k}^{\max}(p \cdot \Delta t),$$

$$k = 1, \dots, m+n \quad (2.3.5)$$

$$g_{ij}(p \cdot \Delta t) + h_{ij}(p \cdot \Delta t) + l_{ij} = 1,$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = m+1, \dots, m+n \quad (2.3.6)$$

$$0 < a_{ij} \leq g_{ij}(p \cdot \Delta t) \leq b_{ij},$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = m+1, \dots, m+n \quad (2.3.7)$$

ただし，初期行列台数は

$$x_{ij}(0) = x_{ij}^0 \geq 0, \quad y_{ij}(0) = y_{ij}^0 \geq 0,$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = m+1, \dots, m+n \quad (2.3.8)$$

であり，交通流の初期状態は

$$q_i(p \cdot \Delta t), p = -\xi_{i, m+1}, \dots, -1, i = 1, \dots, m \quad (2.3.9a)$$

$$q_j(p \cdot \Delta t), p = -\eta_{1j}, \dots, -1, j = m+1, \dots, m+n \quad (2.3.9b)$$

$$g_{ij}(p \cdot \Delta t), p = -\xi_{ij}, \dots, -1, \begin{matrix} i = 1, \dots, m, \\ j = m+2, \dots, m+n \end{matrix} \quad (2.3.10a)$$

$$h_{ij}(p \cdot \Delta t), p = -\eta_{ij}, \dots, -1, \begin{matrix} i = 2, \dots, m, \\ j = m+1, \dots, m+n \end{matrix} \quad (2.3.10b)$$

であり，最終行列台数は

$$x_{ij}(N \cdot \Delta t) = 0, y_{ij}(N \cdot \Delta t) = 0, \begin{matrix} i = 1, \dots, m, \\ j = m+1, \dots, m+n \end{matrix} \quad (2.3.11)$$

と指定し，OD交通流の交通需要は

$$Q_k(p \cdot \Delta t), k = 1, 2 \quad (2.3.12)$$

と与えられる。ただし， $p = 0, \dots, N-1$ 。

この問題は多種類の拘束条件と複数個のむだ時間を含む最適制御問題である。以下に若干の説明を補足しよう。

目的関数 (2.3.1) における v_{ij} , w_{ij} はそれぞれ x_{ij} , y_{ij} に対する重みを表す正定数である。これらの値は対応する待ち行列の考慮の度合いを表している。

式 (2.3.2a-d) に含まれている時間おくれ $\xi_{ij}\Delta t$, $\eta_{ij}\Delta t$ のためにデータ (2.3.9a)~(2.3.10b) が必要になり, このデータにより時刻ゼロにおける交通流の状態が指定される。すなわち, $q_i(p\cdot\Delta t)$, $q_j(p\cdot\Delta t)$, $g_{ij}(p\cdot\Delta t)$, および $h_{ij}(p\cdot\Delta t)$ は $p \geq 0$ の場合は未知の制御変数であるが, $p \leq -1$ では道路網内の初期状態を指定するためのデータであり, 与えておく必要がある。

式 (2.3.2a-d) は不飽和な交差点の状態を正しく表さないので, 拘束条件 (2.3.3) によって x_{ij} , y_{ij} の値を非負で, かつリンク容量以下に限っている。したがって, この条件が満たされる範囲で最適解を探すことになる。

初期行列台数は与えられている。いっぽう, 最終時刻 $N\Delta t$ と最終行列台数は指定する必要がある。経験的に妥当な N を用い, 式 (2.3.11)

のようにおくのが妥当であろう。

次に初期時刻の決め方を述べよう。OD交通の需要量は渋滞時間帯を含むじゅうぶん長い時間で既知とする。交通需要が漸増するに従い、各交差点は次々と過飽和の状態になるであろう。ここで、われわれの問題の初期時刻としては、最後まで不飽和の状態であった交差点がちょうど飽和した時刻を採用すればよい。拘束条件(2.3.3)のため、それよりも早い時刻は採用できない。

以上の準備が完了すると、問題を解くことに着手できる。その前に、実際の道路網を扱う際に有用と思われる拘束条件を述べる。それは、交通流OD1の場合は

$$\Delta t \cdot \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{j=m+1}^{m+n} x_{ij}(p \cdot \Delta t) \leq M_i \quad (2.3.13)$$

であり、交通流OD2の場合は

$$\Delta t \cdot \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{i=1}^m y_{ij}(p \cdot \Delta t) \leq N_j \quad (2.3.14)$$

である。これは経路*i*または*j*を利用してい

る車の信号待ち時間の総計に対して設けられた最大値である。利用する経路によって目的地に到着する時刻が大きく異なるような場合、これらの条件を追加することにより、より公平な解をうるであろう。

さて、この問題の解を求めることを次に考えよう。この問題は本来は、動的な最適制御問題であるが、線形計画の問題とみなすことができる。

等式ならびに不等式(2.3.2a)~(2.3.7)は線形計画問題の拘束条件とみなされる。状態変数 $x_{ij}(p \cdot \Delta t)$, $y_{ij}(p \cdot \Delta t)$, $p=1, \dots, N-1$ と操作変数 $g_{ij}(p \cdot \Delta t)$, $h_{ij}(p \cdot \Delta t)$, $g_k(p \cdot \Delta t)$, $p=0, \dots, N-1$, $k=1, \dots, m+n$ はいずれも線形計画問題の未知変数とみなされる。目的関数(2.3.1)はそのまま線形計画問題の目的関数とみなされる。このようにみなせば、われわれの問題は $N(3mn+2)$ 個の等式拘束条件, $N(4mn+m+n)$ 個の不等式拘束条件, および $N(4mn+m+n)$ 個の未知変数をもつ線形計画の問題である。

第4節 数値計算例

道路網の簡単な例として、図 2.4.1 に示すような $m=n=2$ の場合、すなわち、各々の OD 交通流が 2 本の経路を利用しうるような場合を考えよう。この場合、状態変数は 8 個、操作変数は 6 個である。この例で 3 種類の数値計算の結果を次に示そう。

計算例に用いたパラメータの値を表 2.4.1 に、OD 交通の需要量を図 2.4.2 に示す。計算例における初期時刻および交通流の初期状態は図 2.4.2 のデータを用いて決められる。

例 1 : 拘束条件 (2.3.13), (2.3.14) は無く、リン

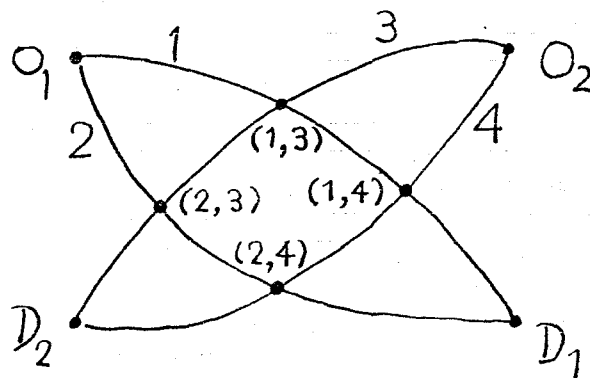


図 2.4.1 道路網の例 ($m=n=2$)

クの容量 M_{ij}, N_{ij} は十分大きい。

例 2 : 例 1 に次の 2 個の拘束条件を加えた。

(i) 行列台数 $y_{14}(p \cdot \Delta t)$ には最大値の制限

$$y_{14}(p \cdot \Delta t) \leq 250 \text{ [台]} \quad (2.4.1)$$

がある。また, (ii) 待ち行列 $x_{23}(p \cdot \Delta t)$ によって生じる信号待ち時間の総量も

$$\Delta t \sum_{p=1}^{N-1} x_{23}(p \cdot \Delta t) \leq 100 \text{ [台 \cdot 時間]} \quad (2.4.2)$$

のように制限されている。

例 3 : 動的な制御は加えられない。すなわち, 各 OD 交通需要 Q_1, Q_2 は $[0, N \cdot \Delta t]$ を通じて一定の比率で各経路に配分され, 信号もまた一定の比率で各方向にサービスする。

これらの例においては初期行列台数 (2.3.8) は 0 に調節されている。初期行列台数を 0 にもってゆくような配分と信号制御が初期時刻の前で常に存在するとは限らないが, ここでは次の手続きを繰返し実行してそれを得た。

なお、この操作は各交差点で一斉に渋滞が生じるようにするという効果がある。しかし必須の操作ではない。

初めに、OD交通需要のデータ(図2.4.2)から初期時刻をおおまかに予測し、拘束条件(2.3.4a)~(2.3.7)をみたす制御を任意にひとつ定める。これを用いて渋滞の様子を調べる。すると各交差点は別々の時刻に飽和するであろうから、その時刻が接近するように制御を修正する。

例1, 例2では最適解はミンフレックス法[43]により、大阪大学大型計算機センターのACOS 77 NE AC / 700 を用いて得られた。計算時間は例1に227秒, 例2に252秒かかった。例3ではシステム方程式を必ず時間を進めて解いた。この場合の計算時間は1秒以下であった。

例1の計算結果は図2.4.3~5に, 例2の結果は図2.4.6~8に, そして例3の結果は表2.4.2と図2.4.9に示されている。例1~3にお

ける目的関数の値は表 2.4.3 に示されている。

数値計算の結果について少し考察しよう。
最適経路配分 (図 2.4.3, 図 2.4.6) を見ると、
何回か切替えを行っているようにも見受けら
れる。しかし、最適信号制御 (図 2.4.4, 図 2.
4.7) ではそのような傾向は認められない。共
通していることは、制御が許容領域の境界値
をとらないことも多いということであるが、
これは主として状態変数に対する拘束条件の
ためであろうと考えられる。最適な信号待ち
台数 (図 2.4.5, 図 2.4.8) から、最初に出会う
交差点では長く待たされるが、2 番目の交差
点ではごく短い時間待たされるのみであるこ
とがわかる。また、 y_{14} を比較すると拘束条
件 (2.4.1) の効果が明らかにわかり、 x_{23} を比
較すると拘束条件 (2.4.2) が効いていることが
わかる。

$r_{13} = 2.0$	$v_{13} = 2$	$\xi_{13} = 0$	$a_{ij} = 0.3$ [無次元]
$r_{14} = 2.0$	$v_{14} = 2$	$\xi_{14} = 2$	$b_{ij} = 0.6$
$r_{23} = 1.1$	$v_{23} = 1$	$\xi_{23} = 2$	$l_{ij} = 0.1$
$r_{24} = 1.1$	$v_{24} = 1$	$\xi_{24} = 2$	$q_{rk}^{\min} = 0$ [台/s]
$s_{13} = 1.3$	$w_{13} = 1$	$\eta_{13} = 0$	$q_1^{\max} = 0.7 r_{13}$
$s_{14} = 2.1$	$w_{14} = 2$	$\eta_{14} = 2$	$q_2^{\max} = 0.7 r_{23}$
$s_{23} = 1.3$	$w_{23} = 1$	$\eta_{23} = 2$	$q_3^{\max} = 0.7 s_{13}$
$s_{24} = 2.1$	$w_{24} = 2$	$\eta_{24} = 1$	$q_4^{\max} = 0.7 s_{14}$
[台/s]	[無次元]	[無次元]	$\Delta t = 4$ [min]

表 2.4.1 計算に用いたパラメータ

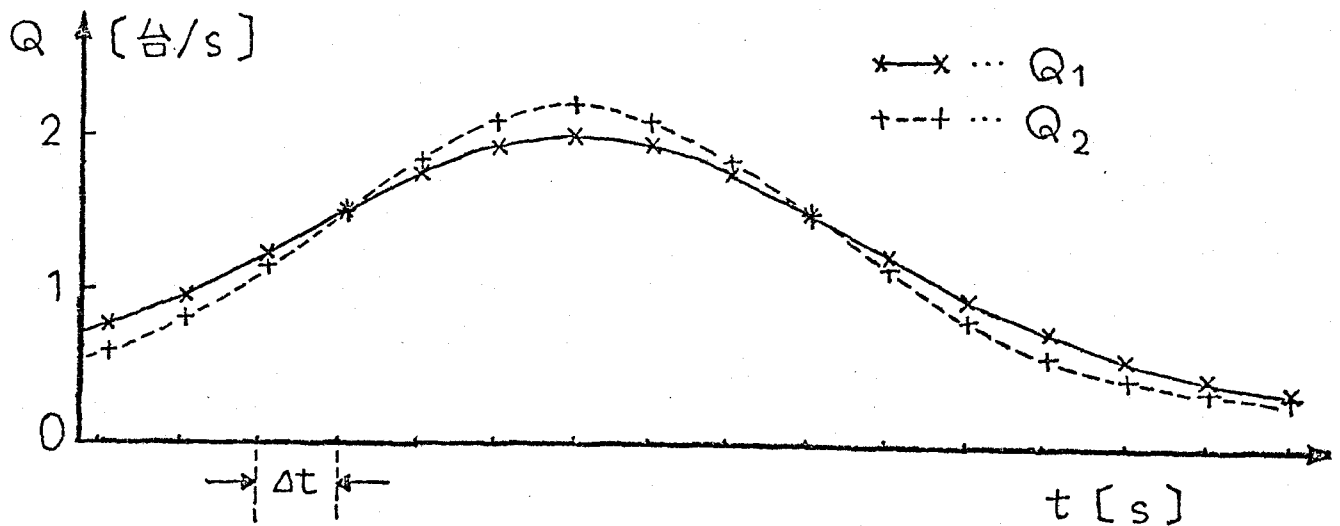


図 2.4.2 OD交通需要

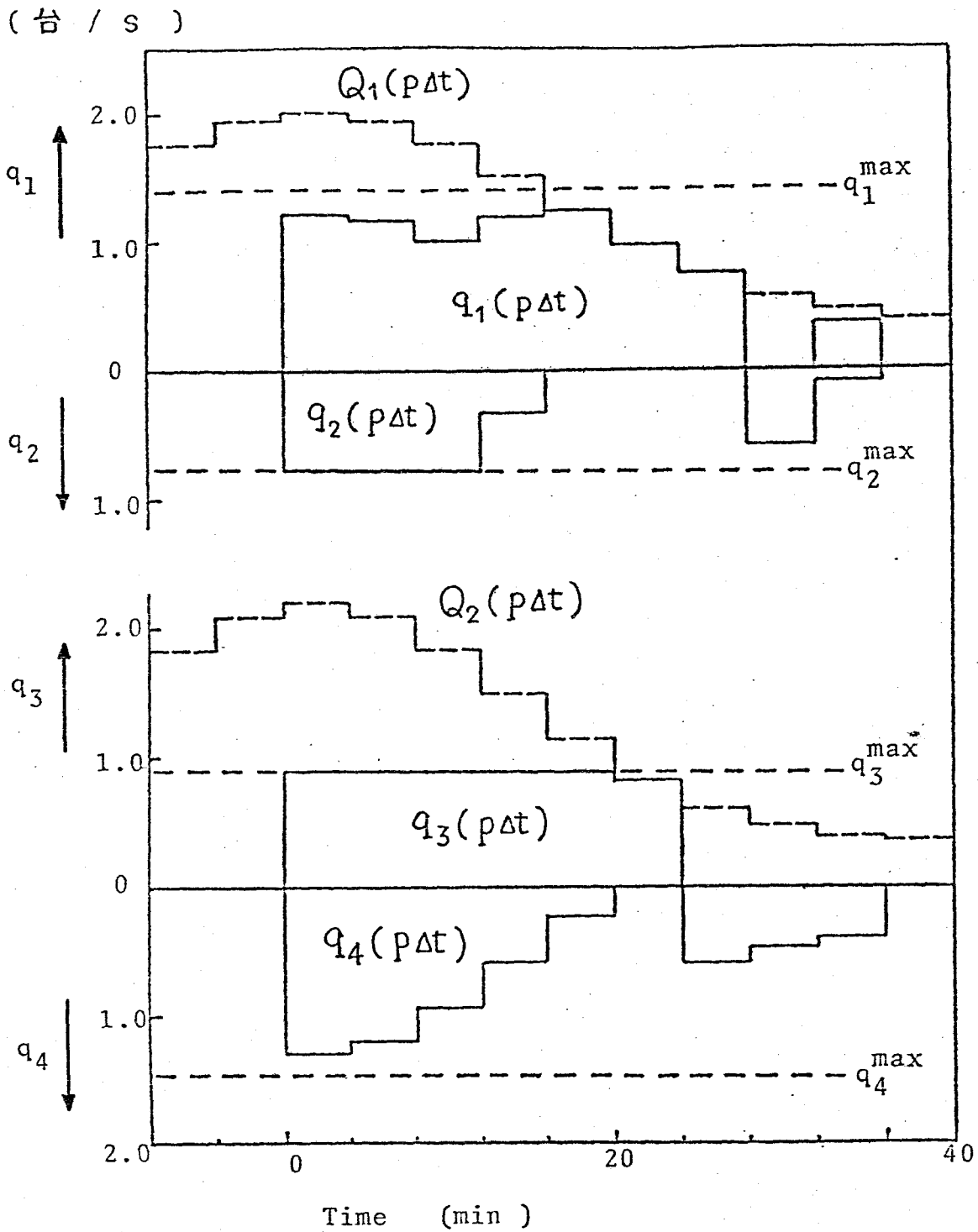


図 2.4.3 OD 交通需要 (点線) と例 1 における最適な経路配分

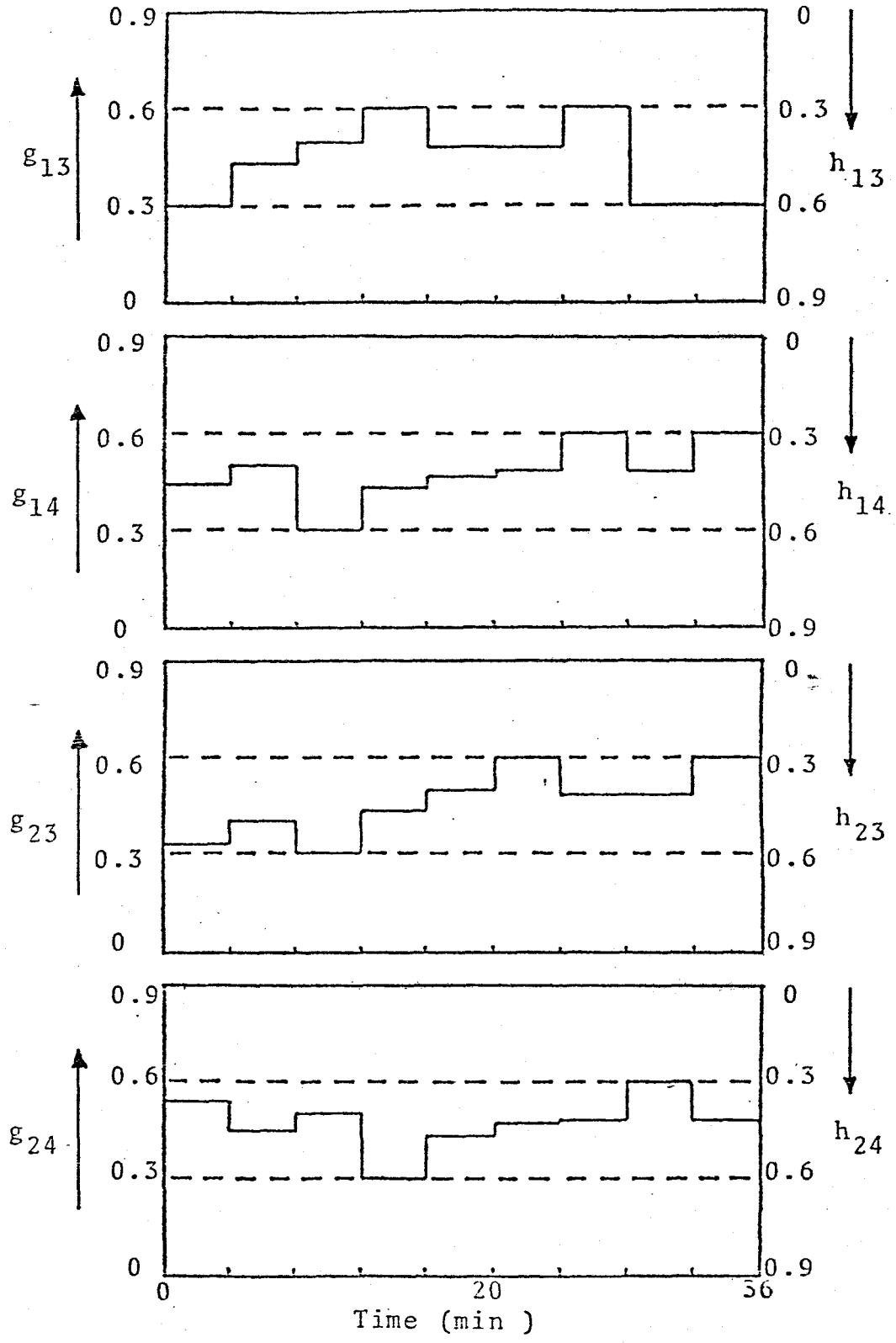


図 2.4.4 例 1 における最適な信号制御

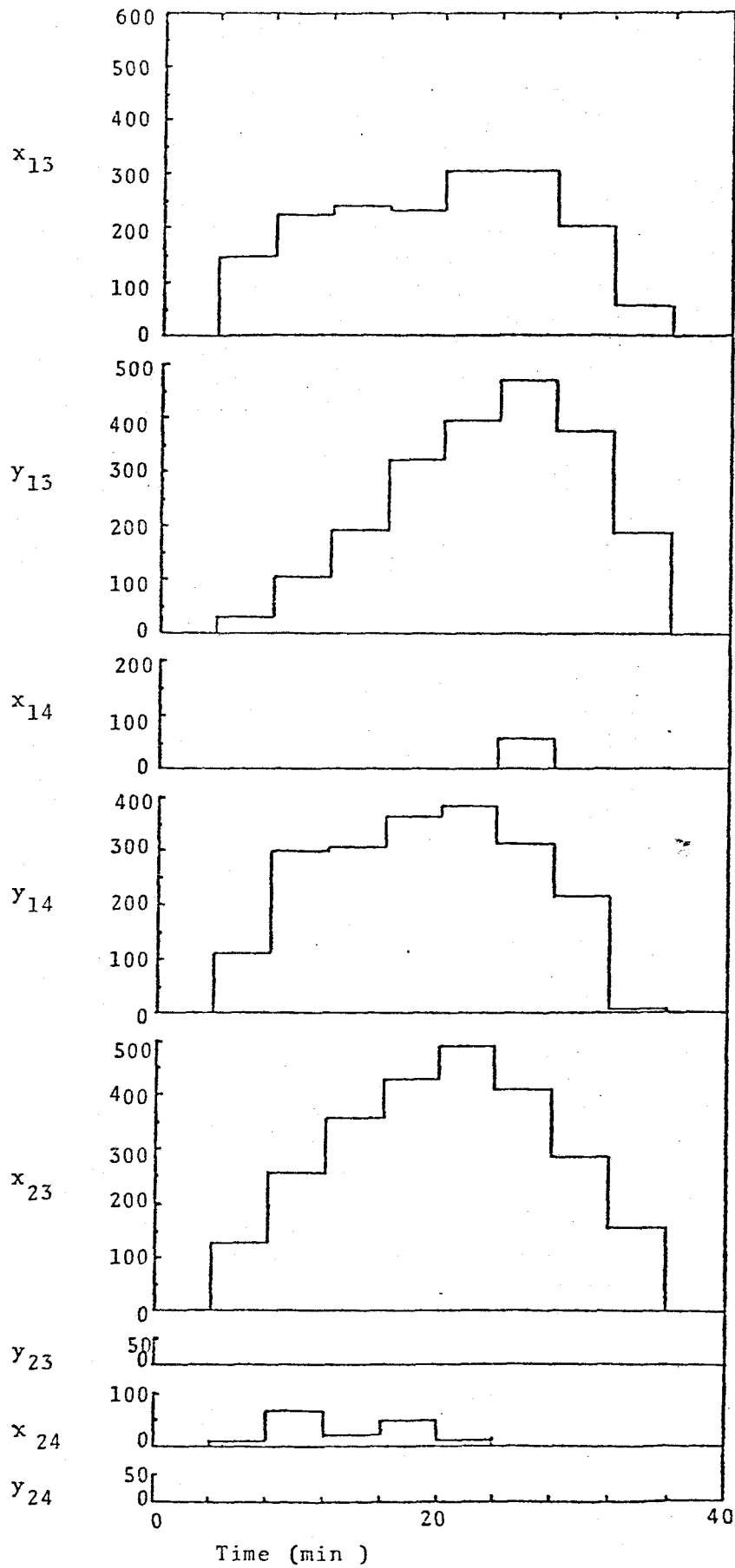


図 2.4.5 例 1 における最適な待ち行列台数

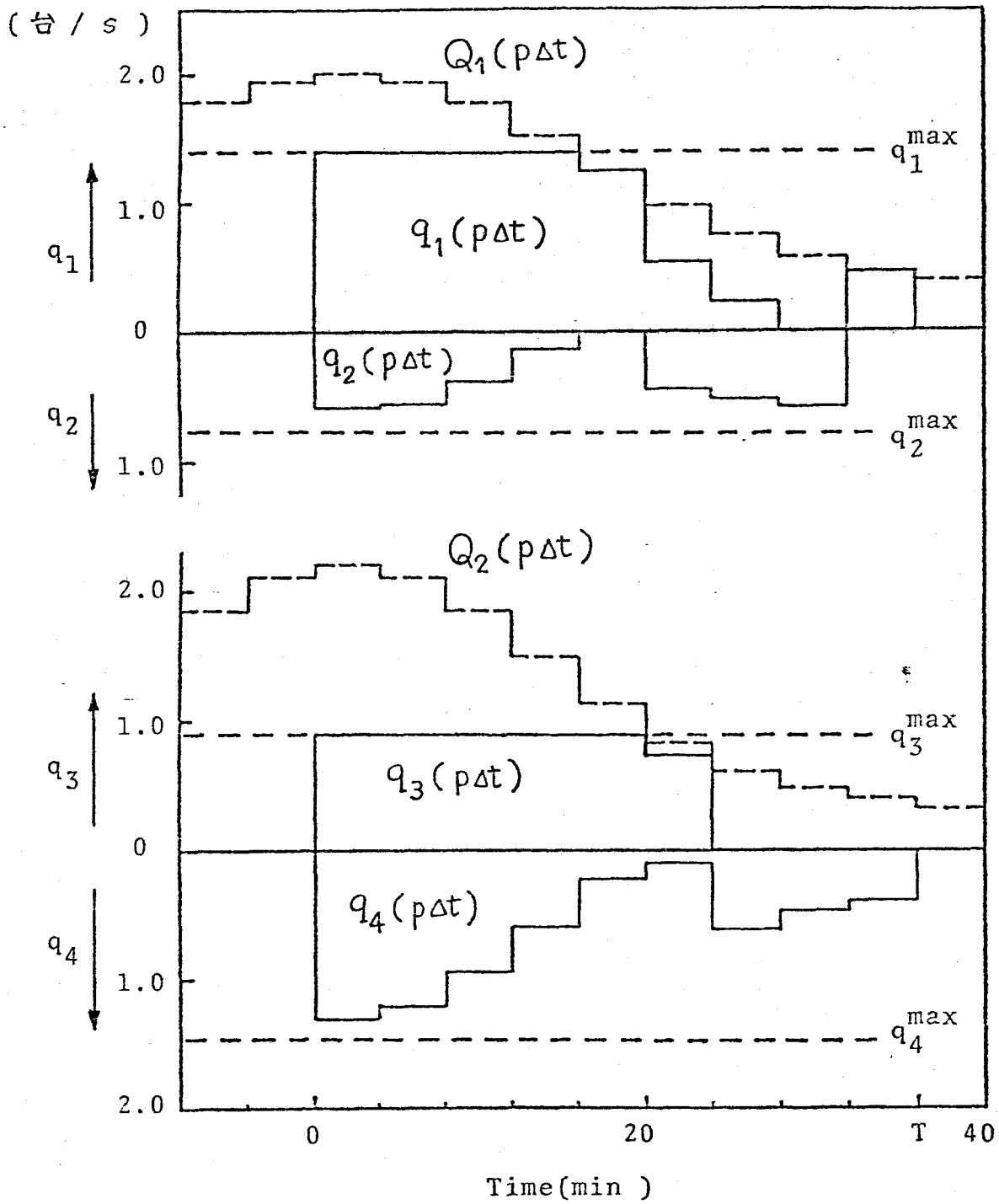


図 2.4.6 OD 交通需要 (点線) と例 2 における最適な経路配分

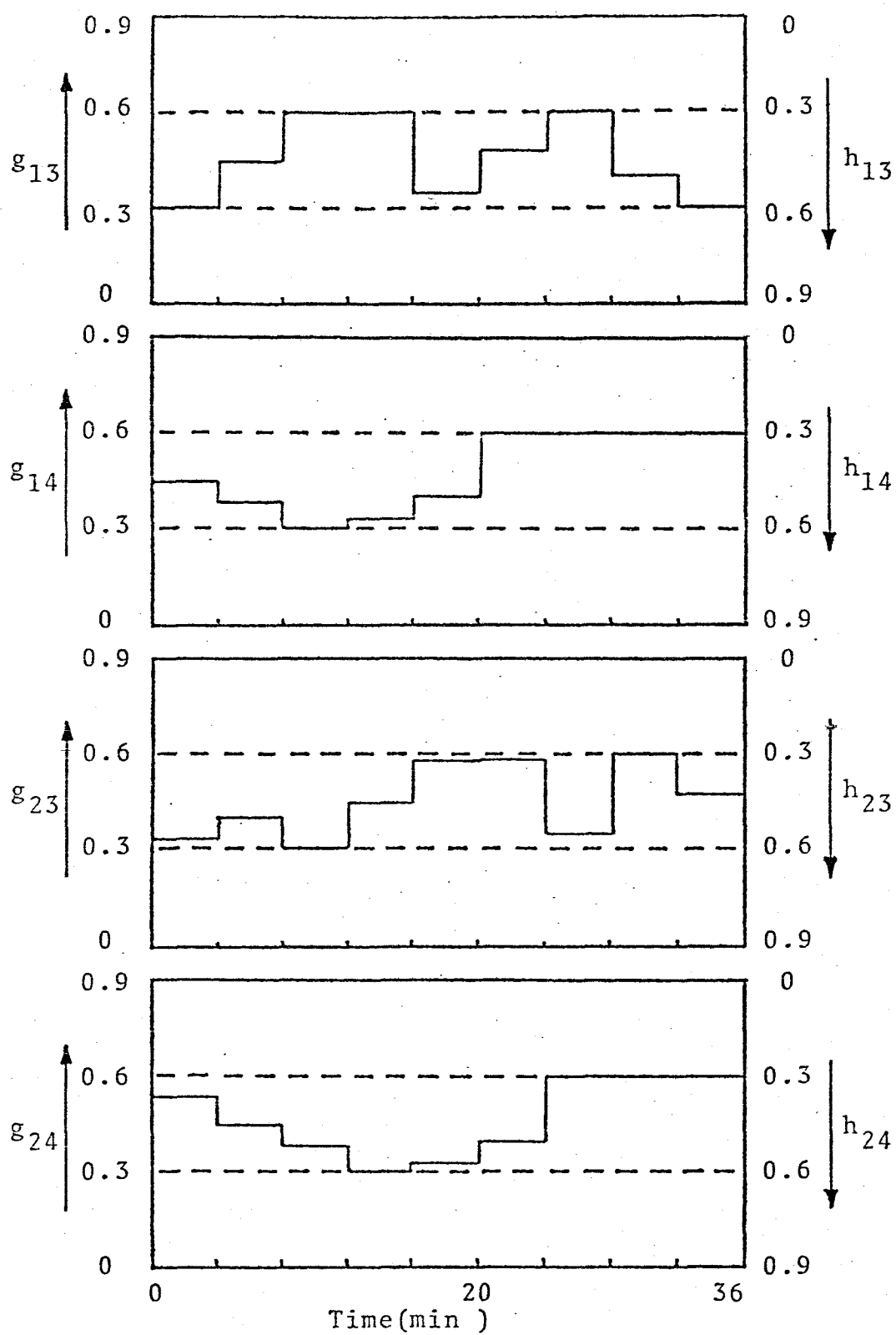


図 2.4.7 例 2 における最適な信号制御

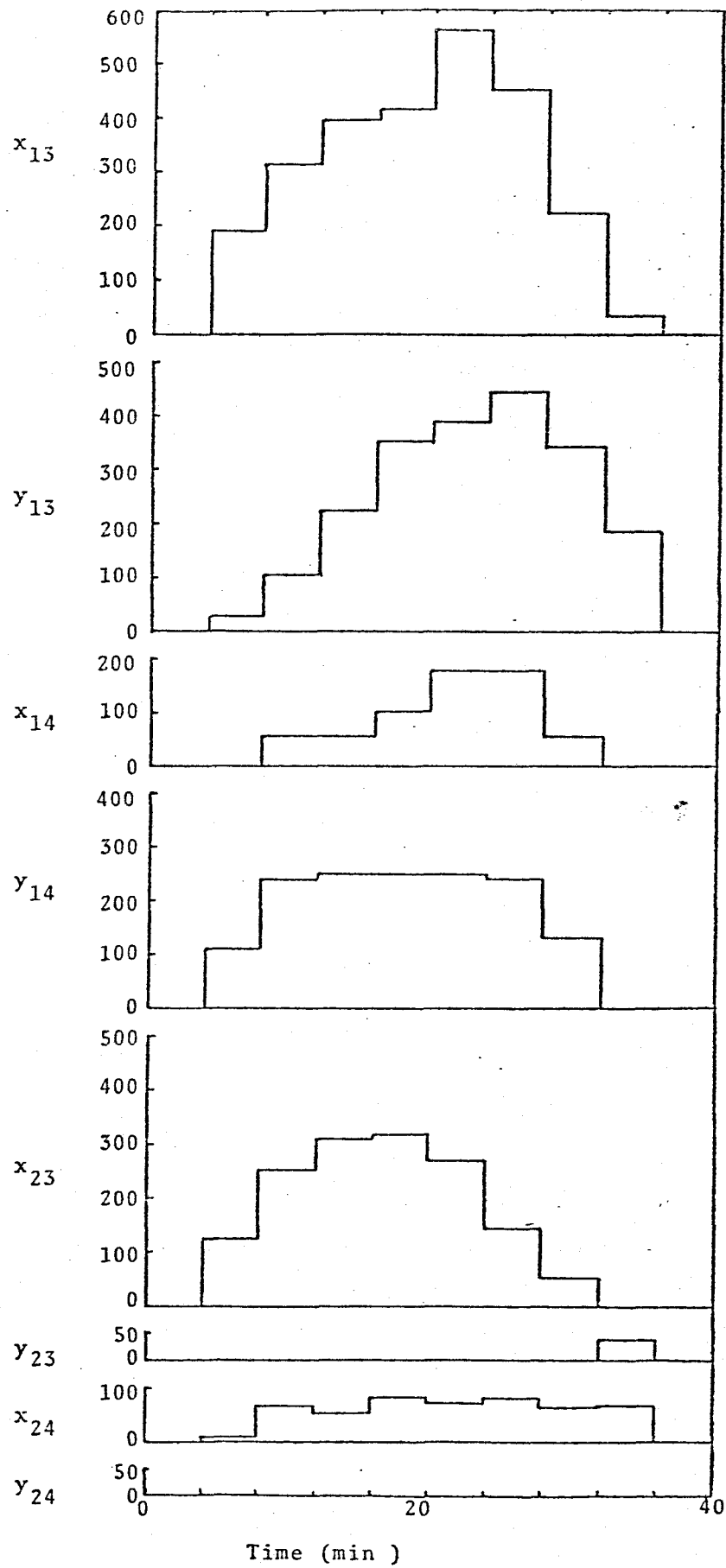


図 2.4.8 例 2 における最適な待ち行列台数

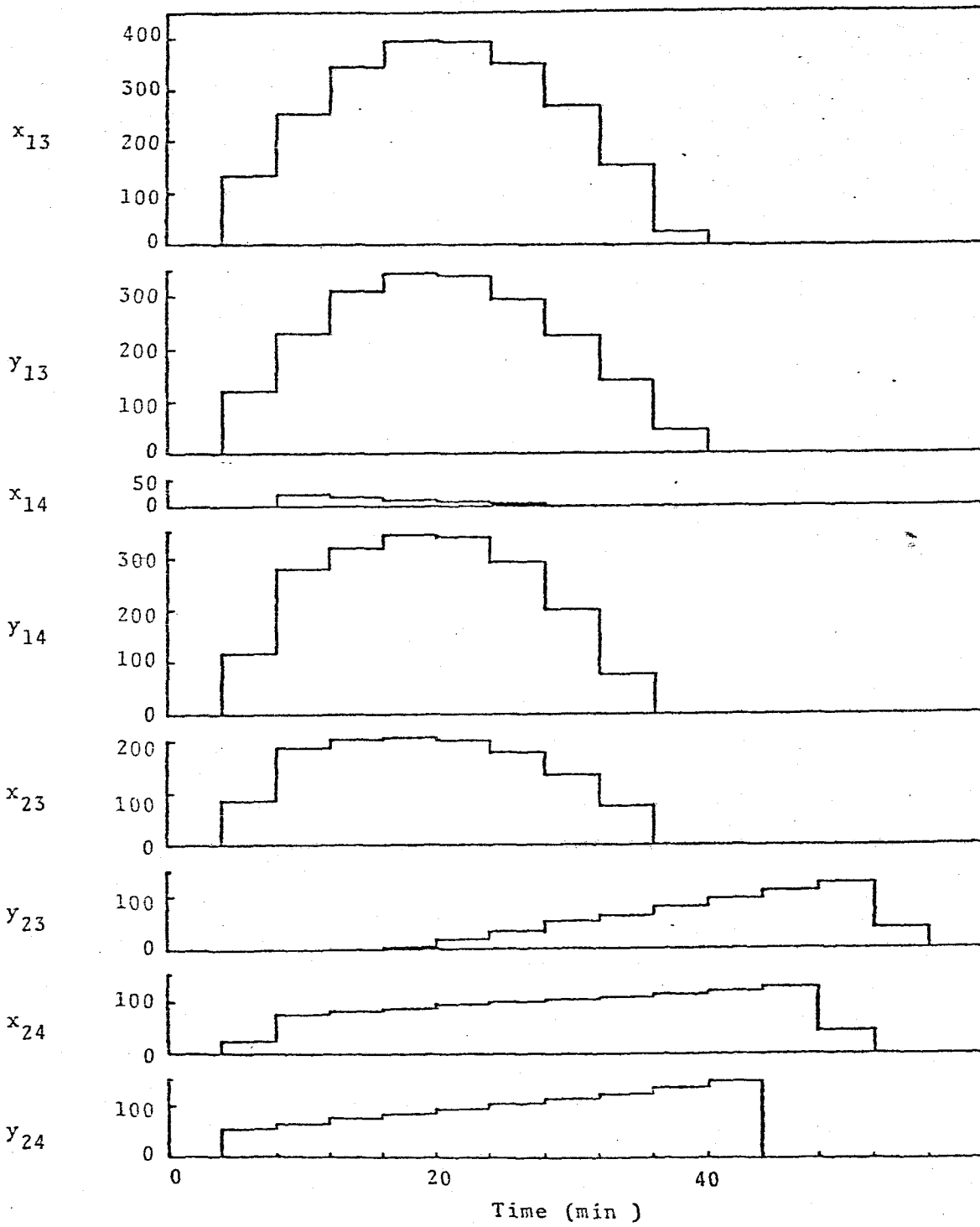


図 2.4.9 例 3 における待ち行列台数

$$\frac{g_1}{g_2} = 0.71$$

$$g_{13} = 0.44$$

$$g_{23} = 0.49$$

$$\frac{g_3}{g_4} = 0.5$$

$$g_{14} = 0.45$$

$$g_{24} = 0.47$$

表 2.4.2 例 3 における操作量の値

例	1	2	3
J (台・時間)	820.4	904.5	1045.0

表 2.4.3 目的関数の値

第5節 検討

この節では本章で扱った問題におけるいくつかの留意点について順次検討する。

§2.5.1 システム最適と利用者最適

本章では「総渋滞量を最小化する」という「システム最適」の形で問題を定式化し、操作量として信号制御と経路配分を考えている。信号は交通流に対して強制的であるが、車両の経路については現在は各車両の運転手にまかせられている。ところが、将来のシステムとしては、交通管制センタと各車両にとう載した通信機器との間で相互に情報を交換し、きめ細かい制御を行うことが目ざされている[44,45]。ここでは動的な経路指定により望ましい配分比を実現することも考えられており、その際には本章のような動的配分に関する研究が有用と考えられる。

§2.5.2 渋滞時の交通制御の目標

対象としている道路網で渋滞の発生が不可避であるような場合には、その時間帯では次のような諸条件をある程度考慮できるような制御手法が必要であろう。

- (a) 渋滞解消時刻ができるだけ早いこと。
- (b) 発生する渋滞の合計量ができるだけ少ないこと。
- (c) 特定の交差点には意味のない余裕が生じたり、渋滞が集中したりしないこと。
- (d) 特定の交差点における渋滞量を少なくしたい時、それをある程度考慮できること。
- (e) 渋滞が特定のOD交通流、あるいは特定の経路に配分された交通流に集中しないこと。

これらの諸条件のうち、(a)、(b)はシステム最適の考えに、(e)は利用者最適の考えに属すといえよう。個々の交差点に関する条件、(c)、

(d)も無視し得ない。また、(a), (b)は一般的には同時にはみたされない。

さて、われわれの手法ではこれらの条件は次のように取り扱われる。前節で述べたように、われわれは与えられるOD交通需要から渋滞発生時刻を求めて $t=0$ とし、次に渋滞解消時刻 $t=T$ を指定し、最後に線形計画問題を解く。ここで整数 N ($N \cdot \Delta t = T$) をかえて繰返し問題を解けば、少なくとも1個の実行可能解が存在する N の範囲、 $N_1 \leq N \leq N_2$ を得る。条件(a)をみたすのは $N=N_1$ の場合の解である。また、条件(b)をみたすのはこれらのうちで目的関数の値を最小にするものである。条件(c), (d)はパラメータ v_{ij} , w_{ij} , a_{ij} , b_{ij} , M_{ij} , N_{ij} , $q_k^{\max}(p \cdot \Delta t)$ および $q_k^{\min}(p \cdot \Delta t)$ を調節することにより取り扱われる。ただし、データやパラメータの値によっては実行可能解なしという場合もありうる。条件(e)はおおまかには上記のパラメータや、計算例2で追加した拘束条件(2.3.13), (2.3.14)により調節可能である。

§2.5.3 近接2交差点の取扱い

次に，複数個の交差点が近接している場合には特別な配慮が必要であることを示そう。

一般に2個の交差点が近接していると，両者を結ぶ道路リンクは非常に短いので，第1章で考えたような信号オフセットの適否により，この2交差点の処理能力に大きな差が生じる。2交差点 $(i, j-1)$, (i, j) の信号間のオフセットが不適切であれば，(i)この短いリンクはすぐに車で一杯になり，信号 $(i, j-1)$ の青信号がむだになる，(ii)この短いリンクに車が存在せず，信号 (i, j) の青信号がむだになる，などの事態が発生する。青信号時間の一部がむだになれば本章の定式化は無効になってしまう。そこでその回避のために，実際の青信号時間のうち利用される部分だけを $g_{i,j-1}$, g_{ij} とし，むだになる部分は $l_{i,j-1}$, l_{ij} に加える。信号間のオフセットが適当であればこのような問題は生じない。

§2.5.4 最終条件

考えている道路網全体で同時刻に渋滞を解消させるという条件

$$x_{ij}(N \cdot \Delta t) = 0, \quad y_{ij}(N \cdot \Delta t) = 0, \\ i = 1, \dots, m, \quad j = m+1, \dots, m+n \quad (2.3.11)$$

は、道路網が広くなるほど困難になるだろう。そこでこの条件を一般化して

$$x_{ij}(N_{ij} \cdot \Delta t) = 0, \quad y_{ij}(N_{ij} \cdot \Delta t) = 0, \\ i = 1, \dots, m, \quad j = m+1, \dots, m+n \quad (2.5.1)$$

とし、各交差点ごとに最終時刻を考えてみよう。前節の数値計算例で用いた道路網では経路の幅員は出発地点から目的地まで一定であった。このような場合に上述の考えを適用すれば、各交差点はリンク走行の所要時間だけの時間おくれをもって、上流の交差点から順次、最終時刻を迎えることになる。

§2.5.5 計算時間

最後に、われわれの問題を計算機を用いて解く際に必要な計算時間について考えよう。その大部分は線形計画問題を解くための時間である。それはシンプレクス法を用いる場合、(i)シンプレクス表の更新回数、と(ii)その1回の更新に要する時間、とに比例する。前者(i)はほぼ未知変数の数に比例し、後者(ii)はシンプレクス表の行数と列数とに比例する。これら3者をかけあわせ、次数の低い項を省略すると最終的に計算時間はほぼ $\alpha N^3 m^3 n^3$ に比例することがわかる。ただし、 α は定数、 N は渋滞時間帯の分割数、 m 、 n はそれぞれOD1、OD2が利用する経路の数である。

結論

本研究で得られた結果をまとめて述べよう。

第1章では1本の幹線道路に着目し、比較的近接して信号機が設置されているような区間を扱った。交通流の連続体モデルを用い、2つの信号機によって区切られた1信号機区間内における、交通流の周期的定常状態を求める問題を定式化した。この問題は拡散方程式の初期値・境界値問題を繰返し解くことに帰着された。次に、この問題の解の数値計算法を2種類示した。それらは、(1)拡散方程式の解の公式を数値積分する方法、(2)拡散方程式を差分近似して解く方法、である。簡単な例題として近接した2交差点を考え、種々のオフセット値に対する周期的定常状態を求め、これらを比較して信号待ち時間を最小にするオフセット値を見出した。次に、やや実際的な例題として6交差点を考え、他の方法で求められた3種類のオフセット・パターンの良否

を検討するために、このモデルを用いてシミュレーションを実施した。これらの例題では少ない場合は数回、多い場合でも10回以内の繰返し回数で周期的定常状態へ収束した。ただし、交通量が多過ぎて処理しきれない場合には当然、収束しない。これらの結果をまとめると、われわれのモデルに関して次のことがいえる。

1. 交通流の平均的挙動を表す数学モデルとして、連続体モデルは矩形波モデルよりも精密である。
2. 数個の信号に対しては最適オフセットを見出すことができる (§1.4.1 参照)。
3. 与えられた信号パラメータの良否を検討するためのシミュレーションに用いることができる (§1.4.2 参照)。

次に、第2章では第1章よりも広い地域を対象とし、その地域内の幹線道路網を扱った。交通量がその道路網の処理能力を上回り、交通渋滞が生じているような時間帯を考えた。

信号待ちの車両の台数を基本的変数にとり、この道路網で信号待ちによって失われる時間の総合計を最小にするような最適制御問題を定式化した。そのための操作量としては信号の各方向に対する青信号時間、およびOD交通需要の各経路への配分量を考えた。簡単な道路網について、線形計画法を用いてこの問題を解き、渋滞が緩和されていることを示した。この問題では、たとえば次のような配慮が可能である。

1. 渋滞の解消時刻を指定できる。
2. ある交差点で、信号待ちの車両の台数をある値以下に制限できる（例2参照）。
3. ある交差点における渋滞量をある値以下に制限できる（例2参照）。

このように、種々の制約をみたす範囲で最適解を求めることができる。しかし、この問題には次のような制限がある。

1. 交通流は互いに交差する2つのOD交通流に限られる。

2. 交差点では直進のみとする。
3. かなり大きな線形計画問題を解く必要がある。

ふたつの章をまとめて考えると次のようなことが言えよう。第1章のモデルを用いると1本の幹線道路上の交通流の挙動を詳しく調べることができ、ある信号制御方式の交通処理能力などがわかる。ところが、交通需要がある程度以上になると信号制御では対応しきれなくなり、幹線道路上に交通渋滞が生ずる。このような場合、他に利用可能な経路があれば、交通需要の一部に対しその経路を指定することにより、渋滞の回避あるいは緩和が可能である。それには第2章で考察したように道路網全体を対象とし、経路配分を考える必要がある。これにより道路網全体を効率的に利用することが可能となる。

渋滞時間帯、あるいは交通混雑時における交通流の制御は実際には重要であるが、それに関する研究はじゅうぶんとはいえない。い

っほう、交通管制センターの建設は大都市から順次、地方の中核都市に対しても進められる予定である。このセンターで1都市全体の交通状況を把握することにより、広域的な交通制御が可能となる。ところが、そのための手法に関しては今後の研究と開発に待つ部分が多い。本研究は交通需要が多い場合を扱ったものといえるが、上記の方向の研究のひとつともなっている。

本研究を進めるにあたり、終始、懇切な御指導を賜わりました、大阪大学基礎工学部、坂和愛幸教授に心から感謝の意を表します。また、多くの有益な御助言を戴きました同学部木村英紀助教授、貴重な討論と激励を戴きました同学部井上雄二郎助手ならびに藤井信夫助手に厚く御礼申し上げます。また、第1章の数値計算に関しては当時の院生、茨木通雄君の熱心な協力を得ました。最後になりましたが、ここに深く感謝いたします。

文 献

1. 山本阿母里編：現代日本の交通問題(ジュリスト増刊総合特集, No. 2), 有斐閣 (1975)
2. 菅原操, 森地茂監修：交通計画の新しい方向 (第1回国際交通会議(ベルギー, 1973)論文集), 経営能率研究会 (1974)
3. 今野源八郎他監修：国際交通セミナー(ワシントン, 1972)資料集成, 経営能率研究会
4. 交通工学会編：道路交通テータブック, 交通工学会 (1976)
5. 交通工学会編：交通工学ハンドブック, 技報堂 (1973)
6. 佐佐木綱：都市高速道路の交通制御について, 制御工学, 14-2, 63/70 (1970)
7. 明神証：流入待ち行列を考慮したLP制御, 交通工学, 10-4, 15/23 (1975)
8. D. Tabak : Application of Modern Control and Optimization Techniques to Transportation Systems, Control and Dynamic Systems, vol. 10, C. Leondes(ed.), 345/434, Acad Press (1973)

9. 服部良之他：警察本部センタ交通管制システム, National Technical Report, 23-5, 766/778 (1977)
10. 鎌田健司：マイクロコンピュータのトラフィックカウンタへの応用, National Technical Report, 23-6, 1055/1060 (1977)
11. 長谷川利治：プロセスの計算機制御実施例, 交通関係, システムと制御, 18-10, 567/573 (1974)
12. 吉川良行：車両感知器による都市内交通総量推計手法の研究—都市における車両の走行特性について—, 交通工学, 13-6, 4/18 (1978)
13. 谷藤正三：総合交通計画, 技報堂 (1976)
14. 佐佐木綱：都市交通計画, 国民科学社 (1974)
15. 天野光三：交通計画におけるシステムズアプローチの可能性と限界, システムと制御, 21-3, 143/149 (1977)
16. 伊藤俊彦：交通のシステム化と新交通シ

- ステム, システムと制御, 19-3, 109/113
(1975)
17. 石井一郎: 新交通システム, 鹿島出版会
(1975)
18. D. C. Gazis (ed.) : Traffic Science, John Wiley &
Sons (1974)
19. D. C. Gazis, R. Herman, R. B. Potts : Car-Following
Theory of Steady-State Traffic Flow, Operations Research,
7-4, 499/505 (1959)
20. D. C. Gazis, R. Herman, R. W. Rothery : Nonlinear
Follow-the-leader Models of Traffic Flow, Operations
Research, 9-3, 545/567 (1961)
21. F. P. Preparata : Analysis of Traffic Flow on a
Signalized One-Way Artery, Transportation Science,
6-1, 32/51 (1972)
22. 村上良丸: 道路容量に関する一考察, 交
通工学, 10-5, 35/49 (1975)
23. 鹿田成則: 信号交差点における飽和交通
流量の観測結果について, 交通工学, 13
-4, 11/22 (1978)

24. 越正毅：系統交通信号におけるサイクル制御の研究，土木学会論文報告集，241，125/133（1975）
25. 枝村俊郎他：DPによる系統信号の最適化とシミュレーションによる検討，土木学会論文報告集，209，115/122（1973）
26. 米澤洋，小野耕司：一つの道路リンクにおける車輛の待ち時間を最小にする最適オフセット，システムと制御，20-6，322/330（1976）
27. 高羽禎雄他：交通制御方策検討のための自動車交通流のシミュレーション，生産研究，26-11，460/466（1974）
28. 越正毅：交通信号の系統制御オフセットパタンの一解法，土木学会論文集，147，40/47（1967）
29. 越正毅：交通信号制御手法に関する実験的研究，生産研究，26-11，467/475（1974）
30. 猪瀬博他：巨視的交通流モデルに基づく道路交通制御の理論，電気学会雑誌，87

- 8, 153/162 (1967)
31. 安西祐一郎, 林喜男: 都市交通流の動的配分問題, 計測自動制御学会論文集, 13-1, 28/34 (1977)
32. 小林洋, 高羽禎雄: 時間拡張ネットワークによる動的交通流配分, システム制御研究会資料 SC-77-2 (1977)
33. D.K.Merchant, G.L.Nemhauser: A Model and an Algorithm for the Dynamic Traffic Assignment Problems, *Transportation Science*, 12-3, 183/199 (1978)
34. 毛利正光, 本多義明: シミュレーションによる系統信号方式のスループバンドに関する二, 三の考察, 土木学会論文報告集, 171, 35/42 (1969)
35. G. B. Whitham: *Linear and Nonlinear Waves*, John Wiley & Sons (1974)
36. M. J. Lighthill, G. B. Whitham: A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads, *Proc. Roy. Soc. A*, 229, 281/345 (1955)
37. I. Prigogine, R. Herman: *Kinetic Theory of*

Vehicular Traffic, American Elsevier, N.Y. (1971)

38. 伊藤清三：偏微分方程式，培風館(1966)
39. G. D. スミス：電算機による偏微分方程式の解法，サイエンス社(1971)
40. 奥谷巖：街路網における複数信号機の周期およびスプリットの最適化，土木学会論文報告集，234，121/130(1975)
41. 奥谷巖：動的計画法による街路網における交通信号オフセットの最適化，土木学会論文報告集，221，59/71(1974)
42. H. Tamura：Multistage Linear Programming for Discrete Optimal Control with Distributed Lags，*Automatica*，13，369/376(1977)
43. J. L. Kuester，J. H. Mize：Optimization Techniques with Fortran，McGraw-Hill(1973)
44. 大山尚武他：実交通流における経路誘導の効果，計測自動制御学会論文集，13-3，302/307(1977)
45. 松本俊哲他：自動車総合管制システム，電子通信学会誌，62-8，870/887(1979)