

Title	移動通信におけるディジタル情報伝送の高品質化に関 する研究
Author(s)	田中, 宏和
Citation	大阪大学, 2001, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/1974
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

# 移動通信におけるディジタル情報伝送の 高品質化に関する研究

# 2001年1月

# 田中宏和



# 謝 辞

本論文は、大阪大学大学院工学研究科教授森永規彦博士の御指導のもとに、筆者が株式 会社東芝に在職中に行った研究成果をまとめたものである。本研究を遂行するにあたり一 貫して直接の懇篤なる御指導、御鞭撻を賜りました森永規彦教授に衷心より謝恩の意を表 します。

本論文をまとめるに際し、大阪大学大学院工学研究科教授小牧省三博士に懇切丁寧なる御教示、御助言を賜りました。ここに深く感謝の意を表します。

大阪大学在学中より通信工学全般および本研究に関して御指導、御教示を賜った大阪大 学大学院教授前田肇博士、同教授塩沢俊之博士、同教授池田博昌博士(現在東京情報大学 教授)、同教授北山研一博士、同教授河崎善一郎博士ならびに大阪大学産業科学研究所教授 元田浩博士に厚く感謝申し上げます。

また、大阪大学大学院工学研究科助教授塚本勝俊博士には筆者が大阪大学在学中、株式 会社東芝在職中を通じて、卒業研究をはじめ本研究に至るまで熱心な御教示と熱意溢れる 御激励を頂きました。ここに深く感謝の意を表します。

本研究に関し、折にふれて有益な御助言、御討論、御激励を頂きました大阪大学大学院 工学研究科助教授三瓶政一博士、同助教授原晋介博士、同助手宮本伸一博士ならびに奈良 先端科学技術大学院大学助教授岡田実博士に衷心より感謝申し上げます。

本研究の途上、熱心な御討論と有益な御助言、御協力を頂きました岡山県立大学情報工 学部助教授榊原勝己博士、ワイ・アール・ピー移動通信基盤技術研究所主任研究員山崎彰 一郎博士(現在株式会社東芝モバイルコンピューティング&コミュニケーション開発セン ター主務)に深謝いたします。また、株式会社東芝研究開発センター松嶋智子博士(現在 職業能力開発総合大学校情報工学科講師)には筆者が株式会社東芝入社当時の直接指導者 として御指導頂き、さらに本研究に関して貴重な機会と熱心な御教示を頂きました。ここ に深く感謝いたします。

本研究を遂行するに当たり、貴重な機会と御激励を頂きました株式会社東芝情報・通信 システム技術研究所所長鈴木秀夫氏(現在東芝デジタルメディアエンジニアリング株式会 社取締役)、同グループ長南重信氏(現在株式会社東芝コーポレート事業開発センターグル ープ長)、同主査高橋英博氏(現在株式会社東芝モバイルコンピューティング&コミュニケ ーション開発センター主幹)、同主査石部学氏(株式会社東芝モバイルコンピューティング &コミュニケーション開発センター部長)に厚く御礼申し上げます。

最後に本研究の完成まで著者を励まし続けてくれた妻に感謝します。

## 内容梗概

本論文は、著者が株式会社東芝に在職中に行った移動通信におけるディジタル情報伝 送の高品質化に関する研究をまとめたものであり、以下の5章で構成される。

第1章は序論であり、ディジタル移動通信において高品質の情報伝送を実現するに当たって考慮しなければならない伝送路特性やシステム設計要因に触れると共に、特に本論文で取り扱う、符号化変調方式、自動再送要求(ARQ)、マルチメディア多重化方式などのこれまでの研究状況について述べ、本論文の目的と意義について記す。

第2章では、帯域の拡大を許容したトレリス符号化変調(TCM)方式を提案し、その特 性解析を行う。TCM方式は一般にセットパーティショニングによるマッピングを行い、 符号化に必要な冗長成分を信号点多値数に転換する方式であるが、ここでは符号化によ る冗長成分を信号点多値数に転換するのではなく、帯域の拡大に割り当てる Symbol-rate-increased(SRI) TCM方式について考える。SRI TCM方式は、従来の TCM方 式に比べて簡単な回路を追加するだけでいっそう大きな符号化利得が得られる一方で、 帯域拡大率が変調多値数によって一意的に定まるという特徴がある。そこで SRI TCM 方式を一般化することにより、帯域拡大率を比較的自由に設定することが可能な方式、 シンボルレート可変 TCM方式を提案し、帯域拡大率と符号化利得の関係を明らかにす ると共に、加法性白色ガウス雑音(AWGN)伝送路およびレイリーフェージング伝送路上 における誤り率特性の評価を理論解析と計算機シミュレーションにより行う。

第3章では、受信バッファサイズを有限にした Selective-Repeat(SR)方式によるハイブ リッド ARQ のフェージング伝送路に対する特性を解析する。受信バッファサイズを有 限にした SR ARQ としてモード切替型 ARQ が良く知られているが、SR と組み合わせ るモードによってロジックの複雑度およびスループット特性が異なる。ここでは、送信 バッファに蓄えられた誤りのあるブロックを順番に繰り返し送信する Multicopy(MC)モ ードを提案し、SR+MC 方式の AWGN 伝送路上での ARQ のスループット特性を解析す ると共に、Round-Trip-Delay(RTD)とスループットの関係を明らかにする。さらに、 Reed-Solomon(RS)符号を用いた Type-I ハイブリッド ARQ のフェージング伝送路におけ る特性解析結果を示す。

第4章では、画像・音声・データなどを1つのパケットで伝送するマルチメディア多 重化方式の誤り訂正方式を提案しその性能について示す。ここでは、ITU-T 標準のマル チメディア多重化方式 H.223 を元に、画像やデータ等のストリームを短縮化 RS 符号と オプションの ARQ を利用して、伝送路の状態およびサービス品質(QoS)などに応じて保 護の強さを選択できる方式を提案する。MPEG-4 画像に本方式を用いて多重化したパケ ットのフェージング伝送路上での特性を計算機シミュレーションにより評価する。

第5章は結論であり、本論文で得られた結果を総括すると共に、今後の課題などについて述べる。

# 目 次

第1章 序論	1
1.1 研究の背景と目的	. 1
1.1.1 符号化変調方式	4
1.1.2ARQ	5
1.1.3 マルチメディア多重化方式	9
1.2 本論文の構成	11
第2章 シンボルレート可変トレリス符号化変調(TCM) 方式	13
2.1 緒言	13
2.2 シンボルレート可変 TCM 方式の概要	14
2.2.1 シンボルレート可変 TCM 方式の構成	14
2.2.2 シンボルレート可変 TCM 方式の基本特性	17
2.3 Pragmatic TCM 方式を用いたシンボルレート可変 TCM 方式	21
2.3.1 シンボルレート可変 Pragmatic TCM 方式の基本構成	22
2.3.2 AWGN 伝送路における特性	23
2.3.2.1 誤り率の導出	21
2.3.2.2 数值計算例	42
2.3.3 フェージング伝送路における特性	43
2.3.3.1 誤り率の導出	43
2.3.3.2 数值計算例	46
2.4 結言	49
第2音 バッファサイブを有限にした Selective-Peneet/SP) APO の特性解析	51
	-51
2.0 提案方式概要	52
3.2 ル来方式MAG 3.3 AWGN 伝送路における特性	55
3.5 AWON 国际 $2.5$ AWON 国际 $2.31$ スループットの道出	55
	50
3.3.2	62
3.4 / エーノン / L/L L L L L L L L L L L L L L L L L	62
J.F.I 山心町 ビノル 217 スループットの道出	64
	0 <del>4</del> 66
- 3.4.3 奴⊫미弁/则 2.5 結☰	71
	/1

v

第4章	むフェージング伝送路における短縮化 Reed-Solomon(RS)符号	号を用いた
	マルチメディア多重化方式	73
4.	1 緒言	73
4.	2 移動通信用マルチメディア伝送のシステムモデル	74
4.	3短縮化RS符号を用いたペイロード保護方式	81
4.	4 数值計算例	84
4.	5 結言	87
第5章	1 結論	89
参考文	「「「「「「」」」	91
付録		101
本論文	に関する原著論文	103

# 第1章

# 序 論

## 1.1 研究の背景と目的

現在、携帯電話をはじめとする移動通信システムの需要が急速に拡大している。それに 伴い、携帯電話システムも従来のアナログシステム(第1世代システム)からディジタル システム(第2世代システム)へと発展することで、加入者容量を増大させてきた [1]-[2]。 これらのシステムでは音声伝送が中心で、第2世代システムになって FAX や低速のデータ 伝送も実用化されるようになった [1]。移動通信システムは今後更に進歩し、International Mobile Telecommunications (IMT) -2000 に代表される第3世代システムによって、スムーズ なインターネット接続等ができる高速のデータ伝送や、動画像伝送が可能となる [1],[3]-[6]。第2世代システムでは9.6kbps (一部のパケット通信でも64kbps が上限)だった が、IMT-2000では 384kbps のサービスが可能となる。図 1.1 に世界の主な携帯電話システ ムの発展の流れを示す。図 1.1 にもあるように、日本は次のステップとして第3世代シス テムに移行することになるが、欧州では第2.5世代と呼ばれる GSM phase 2+が次のステッ プとなる。この GSM phase 2+システムでは General Packet Radio Service (GPRS)と呼ばれる 既存のGSM網を拡張したパケット通信によるデータ通信サービスが提供される[1].[7]-[9]。 Internet Protocol (IP)と X.25 をサポートし、サービス開始当初は 115.2kbps の通信サービス が可能となる。また、GSM phase 2+システムでは GPRS と並んで High-Speed Circuit-Switched Data (HSCSD)と呼ばれる最大 57.6kbps の回線交換型データ通信サービスも提供される。一 方、米国でも TDMA 方式の IS-136 システムは IS-136 Revolution B と呼ばれる第 2.5 世代シ ステムが次のステップとなり、43.2kbpsのパケット通信によるデータ通信サービスが提供 される[1],[7]。CDMA 方式の cdmaOne は今後 IMT-2000 準拠の cdma2000 に移行する予定 である。第3世代システムは大きく分けて3方式に分類できる。2つは CDMA 方式で、 日本及び欧州がIMT-2000の方式として提案しているW-CDMA方式と米国が提案している cdma2000、そして3つ目は2.5世代システムのGSM phase 2+と IS-136 Revolution B が統合



図 1.1 世界の主な携帯電話システムとその発展の過程 [1],[3]

された新しい TDMA 方式の Enhanced Data Rates for GSM Evolution (EDGE)である [1],[4],[5],[10]-[12]。

また、ディジタル・コードレス電話システムも携帯電話システムと並んで主要な移動通 信システムの1つである。表 1.1 に世界の主なディジタル・コードレス電話システムの仕様 を示す。ディジタル・コードレス電話システムは、自動車や電車内では使用できない等、 携帯電話システムに比べて不利な点がいくつかあるものの、低消費電力、高い音声品質、 高速ディジタル通信が可能といった利点も備えており、中でも PHS は 1995 年のサービス 開始以来、約2年間で 700万加入を確保するなど著しい伸びを示した。PHS は音声だけで なく、データ伝送などの非音声サービスの無線アクセス手段としても期待されている。1997 年に 32kbps のディジタル・ベアラサービスを開始し、現在は 64kbps サービスが行われて いる。この 64kbps サービスを利用すれば、例えば ISDN サービスや良質の動画伝送も可能 となる。更に次のフェーズとして高速無線パケットサービスも検討されている[13]。

このように、これからの移動通信ネットワークでは、音声はもとより動画像や高速デー タの伝送が可能となるため、インターネット接続やビデオ・音楽配信、テレビ電話サービ スといったモバイル・マルチメディアへの関心が益々高まることが予想され、それに伴い これまで以上にディジタル情報伝送の高品質化技術が必要不可欠となる。

-2-

	CT2	CT2+	DECT	PHS	
サービス地域	欧州	カナダ	欧州	日本	
Duplexing	TDD	TDD	TDD	TDD	
Frequency band (MHz)	864-868	944-948	1880-1900	1895-1918	
Carrier spacing (kHz)	100	100	1728	300	
Number of carriers	40	40	10	77	
Bearer channels/carrier	1	1	12	4	
Bit rate (kbps)	72	72	1152	384	
Modulation	GFSK	GFSK	GFSK	$\pi$ /4 DQPSK	
Speech coding	ADPCM	ADPCM	ADPCM	ADPCM	
	32kbps	32kbps	32kbps	32kbps	
Mean TX power (mW)	5	5	10	10	
Peak TX power (mW)	10	10	250	80	
Frame duration (ms)	2	2	10	5	

#### 表 1.1 世界の主なディジタル・コードレス電話システムの比較[1]

一方でモバイル・マルチメディアシステムの設計においては、その伝送品質を劣化させ る様々な外乱要因を考慮する必要がある。中でもフェージングは最も対策を必要とする要 因の1つである。また同時に、加入者容量、伝送される情報量の増大に伴い、周波数利用 効率の向上を図る方法や、効率の良いデータ伝送プロトコル、そして音声・画像・データ と言った、QoSがそれぞれ異なるメディアに対して、適切に誤り保護をかける技術も必要 となる。そこで本論文では、これらの課題を解決する技術として、符号化変調方式、自動 再送要求 (ARQ: Automatic Repeat reQuest)、マルチメディア多重化方式を取りあげ、それ ぞれ以下の検討を行うことを研究の目的とする。

- 1. フェージング環境下で、高い符号化利得、高い周波数利用効率が得られる符号化変 調方式を提案し、その性能を解析する。
- 2. 簡単なプロトコル且つ小さいバッファサイズで実現でき、伝送路状態の悪いところ でも高いスループットが得られる ARQ を提案し、フェージング伝送路上での Hybrid ARQ の特性を解析する。
- 3. 音声・画像・データ等の異なる QoS に対応できるマルチメディア多重化方式に適し た誤り訂正方式を提案し、そのフェージング伝送路上での特性を示す。

次にこれら3つの個々の技術に関して、従来の研究について概括し、本研究の占める位置 と意義を明らかにしていく。

#### 1.1.1 符号化変調方式

そもそも符号化と変調を一体化することによってディジタル通信システムの特性の改善 を図るというアイデアは1972年に今井・平川によって初めて提案された[14]。同時期に海 外では1974年にMasseyによって同様の概念[15]が提案され、Ungerboeckはこの考え方の 具体的な手法、すなわち、セット・パーティショニングによるマッピングを行い、符号化 に必要な冗長成分を信号点多値数に転換する方法を示し、トレリス符号化変調(TCM)方 式として1976年に発表した[16]。そしてTCM方式を世界的なコンセンサスにまで高めた のは1982年に発表されたUngerboeckの論文である[17]。その後多くの研究者によって符 号化変調方式に関する研究が活性化することになる。Calderbank、Mazoは変調出力を符号 化器入力ビットの積の級数展開として表現する新しい表現法を紹介した[18]。また、 Ungerboeckの2次元TCM方式に拡張する研究がCalderbank、Sloane、 Wei らによって行われた[19]-[22]。

TCM 方式の研究は当初は加法性白色ガウス雑音(AWGN: Additive White Gausian Noise) 伝送路における研究を主としていた。しかし、TCM 方式は帯域を拡大することなく高い符 号化利得を得ることができるため、帯域制限の厳しい移動通信に適しており、フェージン グ伝送路に TCM 方式を応用する研究も活発に行われようになった。Wilson、Leung 及び Divsalar、Simon はフェージング伝送路に TCM 方式を適用する際は十分なダイバーシチが 必要であることを指摘している[23],[24]。Divsalar、Simon は Chernoff bound を用いたライ ス・フェージング伝送路上での TCM 方式の特性を文献[25]で解析により示し、フェージン グ伝送路上での符号設計基準を文献[24]で明らかにしている。文献[24]の中で、Divsalarら はフェージング伝送路上での復号誤り特性は AWGN 伝送路で重要なパラメータであった トレリスの自由ユークリッド距離ではなく、最短エラーイベントパスの長さ(符号の有効 長)とブランチ距離の積によって決定されること、そしてこれらをパラメータとして決定 したトレリス符号が必ずしも最大の自由ユークリッド距離を有するとは限らないというこ とを明らかにした。これは、これまで AWGN 伝送路上の符号設計基準として用いられて きたユークリッド距離がフェージング伝送路上では必ずしも設計基準とならないというこ とを示したという点で注目すべき成果である。更に Divsalar らはこれらの結果をもとに Multiple Trellis Coded Modulation (MTCM)方式のフェージング伝送路に適した設計方法につ いても検討している[26]。また、Wilson, Schegel, Costello, Jamali, Le-Ngnoc, Du, Vacetic 等多 くの研究者がこの最短エラーイベントパスの長さとブランチ距離の積に基くフェージング 伝送路に適した TCM 方式の研究を行っている[23],[27]-[29]。例えば Schegel, Costello らは、 符号化率 2/3の 8PSK について、systematic 畳み込み符号による具体的な最適符号の探索を 行い、8 状態、16 状態の最適符号は Ungerboeck 符号と同じであること、32 状態以上の最 適符号では Ungerboeck 符号よりも自由ユークリッド距離が小さいことを明らかにしてい る[27]。また、フェージング伝送路上での、より厳密な特性解析を行うための研究も精力 的になされている。例えば、Cavers, Ho によってレイリー・フェージング伝送路上の正確

-4-

なペアワイズ誤り率の導出を元にした特性解析が行われている[30]。McKay らはフェージ ング上における TCM 方式の BER の下界と上界の改善を行っている[31]。また、伝送路状 態情報(CSI: Channel State Information)を用いたレイリー・フェージング伝送路における タイトなペアワイズ誤り率及び BER の上界、下界を Chernoff bound の解析と同程度の簡単 さで求める手法が Slimane,Le-Ngoc によって紹介されている[32]。

一方で実現性の点から考慮すると、Ungerboeck が提案した TCM 方式は周波数利用効率 の低下は防げるが、信号点多値数の増加に伴う隣接信号点間の平均距離が等価的に減少す る。すなわち2<sup>m</sup> PSK/QAM に Ungerboeck の提案したトレリス符号化変調方式を採用した 場合、TC-2<sup>m+1</sup> PSK/QAM となる。これはモデム設計時に信号点の多値化に伴う雑音マージ ンが低下するため回路各部に要求される条件が厳しくなり、特に移動通信システムにおい てはフェージングによって受信信号レベルが変動するため、非常に大きな問題となる。

この問題を解決するための有力な手段として Symbol-rate-increased (SRI) TCM<sup>+</sup>方式 [33]-[35]が注目されている。SRI TCM 方式は冗長成分を信号点多値数に転換するのではな く、信号の帯域拡大に割り当てるため、変調多値数が増加をしないので、信号点の多値化 に伴う雑音マージンが低下を抑えることができる上、従来のトレリス符号化変調方式に比 べて簡単な回路を追加するだけでいっそう大きな符号化利得が得られる。一方で、SRI TCM 方式は高い符号化利得が得られる反面、変調信号の多値数によって帯域拡大率が一意に定 まり、一般に 2<sup>m</sup>PSK/QAM に SRI TCM 方式を適用した場合、帯域拡大率は m/(m-1)となる。 SRI TCM 方式の移動通信システムへの適用を考えるとき、変調方式としては EDGE 等にも 用いられている 8PSK や 16PSK/QAM 等への適用が一般的であると考えられる。従って、 そのままこれらの変調方式に用ると帯域拡大率は 16 PSK/QAM で 4/3(133.3%)、8 PSK で 3/2 (150%)と非常に大きくなってしまい、システム設計の観点からは帯域拡大率をできる だけ小さく、かつ所望の特性が得られることが望ましい。そこで、本研究では、SRI TCM 方式を一般化することで、帯域拡大率及び周波数利用効率を比較的自由に設定できる方式 を提案し、その有効性を理論解析及び計算機シミュレーションにより明らかにする。

#### 1.1.2 ARQ

ARQ は誤り訂正符号(FEC: Forward Error Correction)と並んで代表的な誤り制御方式の1 つであり、ディジタル・データ通信システムにおいては、その高い信頼性を確保する手段 の1つとして広く採用されている[36],[37]。IMT-2000 システム等においても、高品質のデ ータ伝送方式の実現には必要不可欠の技術である。

基本となる ARQ プロトコルは大きく分けて Stop-And-Wait (SAW)、Go-Back-N (GBN)、

<sup>†</sup> この方式は、例えば文献[34]では Symbol-rate-increased TCM, 文献[35]では Signal POints Reduced Trellis (SPORT) coded modulation と、異なる2つの名前で呼ばれている。本論文では、表現を統一して Symbol-rate-increased TCM を用いることとする。

Selective-Repeat (SR) の3つに分類される。SAW プロトコルは1つのブロックが送信され ると受信側からの応答があるまで送信は停止される。ACK が送られてきたら次のブロック が送信され、NAK が送られてきた場合には、もう一度同じブロックが送信される。GBN プロトコルは受信側から送られてくる応答信号を待たずに連続的にブロックを送信し、受 信側から NAK が送られてきたら、その時点で送信中のブロックが終了した後、誤りのあ ったブロックまで戻って再送する。この方式は伝送路の状態がよく、Round Trip Delay

(RTD)が短いシステムにおいては非常に効率の良い方式であるが、伝送路の状態が悪く、 RTD が長いシステムにおいては極端に効率が劣化する。SR プロトコルは3つのプロトコ ルの中で最も効率の良い方式で、受信側から NAK が送られてきたブロックのみ再送を行 う。しかしこの方式は受信側では常時連続する順でブロックを受信するわけではないので、 複雑な論理と受信側に膨大なバッファ(理論的には無限大)が必要という問題がある。

これまでにも上記3つの基本方式をベースに改良を行ったさまざまな方式が提案されて いる[38]-[43]。中でもよく知られている方式の1つに受信バッファサイズを有限にしたSR ARQとしてモード切替型ARQがある。これは、最初はSRによる伝送(SRモードと呼ぶ) を行い、同じ番号のブロックが所定の回数連続して誤ったときにもう1つのモードに切り 替えることで、できるだけSRによる高い伝送効率を維持しながら有限のバッファサイズ を実現する方法である。この方法では、SRモード以外のもう1つのモードの特性が方式全 体の特性に大きな影響を与える。すなわち、もう1つのモードがスループット特性の優れ た方式であれば理想的なSRプロトコルのスループット特性からの劣化が少なく高い特性 を維持することが可能となる。また、そのモードが簡単なプロトコルであればあるほど、 方式全体が簡単なプロトコルで実現できる。その最も代表的な方式は、以下に示す Miller、 Lin が提案している3つのモード切替型SR方式である[42]。文献[42]ではこれら3つの方 式のスループットを理論解析により求め、3つの方式の特性及び複雑度を比較検討してい る。

#### SR+ST Scheme1

この方式は、SR モードと誤ったブロックを ACK が返るまで連続して送信する Stutter (ST) モードを組み合わせる方式で、SR モードで動作している時に、受信側で最初に誤 りがあると判断されたブロックがv回の再送に対して全て NAK と送信側で判断された場 合に、モードを SR から ST に切り替えて送信を行う。そして、誤ったブロックを連続的に 送信し、ACK が送信側で受け取られれば、SR モードに戻って次のブロックを伝送する。

#### <u>SR+ST Scheme 2</u>

この方式は、SR モードとST モードを組み合わせたSR+ST Scheme 1 に改良を加えて論 理を簡単にした方式である。最初SR モードで動作していて、この状態をいま flag not set (FNS) state と呼ぶ。そして、ある第 *i* 番目のブロックが 2 回連続して NAK となると、flag set (FS) state になる。FS state になると、最初に NAK となった第 *i* 番目のブロックを連続 的 (ST モード) に、ACK となるまで送信する。その後第 *i* 番目のブロックの次に NAK と なったブロックについて同じように ACK となるまで連続的に送信する。そして送信バッファ内にある全ての再送ブロックが ACK となれば再び SR モード (FNS state) に戻る。 SR+ST Scheme 1 は送信バッファ内にある NAK となったブロックについて、各再送ブロックが何回目の NAK であるかによってそれぞれ再送するモードが異なるため各ブロックの 再送回数を常に監視しておく必要がある。これに対して SR+ST Scheme 2 は送信バッファ 内にある NAK となったブロックに対して全て同じモード (SR 或いは ST) で再送される ため第 *i* 番目のブロックの再送回数のみカウントしておくだけでよいので、SR+ST Scheme 1 に比べて簡単な論理で実現することができる。但しバッファのオーバーフローを防ぐた めバッファサイズは 2N 個分必要となる。

#### <u>SR+GBN Scheme</u>

この方式は、SR モードで動作している時に、受信側で最初に誤りがあると判断されたブ ロックが v回の再送に対して全て NAK と送信側で判断された場合に、モードを SR から GBN に切り替えて送信を行う。そして上記の最初に誤りがあると判断されたブロックが、 送信側で ACK と判断されれば再び SR モードに戻って伝送を行う。

これら3つの方式は同じ受信バッファサイズの下で比較すると、スループット特性が優 れた方式ほど論理が複雑になるという傾向があり、SR+GBN Scheme、SR+ST Scheme 1、 SR+ST Scheme 2の順で特性が良いが、 SR+ST Scheme 2、SR+ST Scheme 1、SR+GBN Scheme の順に簡単な論理で実現できる。RTD を N としたときの上記 3 方式の比較を SR、 GBN 方式と共に表 1.2 に示す。

また、フェージング伝送路等の誤りの多い伝送路上で ARQ を用いると、再送ブロック の数が多くなり、スループットが非常に劣化することがよくある。そこで、スループット を改善する有力な手段の1つとして、ARQと誤り訂正符号を組み合わせた Hybid ARQ が ある。Hybrid ARQ には主として Type-I Hybrid ARQ と Type-II Hybrid ARQ の2種類が広く 知られている。Type-I ARQ は情報系列を誤り訂正符号によって符号化したブロックを常に 送信する方法で、伝送路誤りが大きい場合は誤り訂正符号の効果によって ARQ のみの場 合に比べて高いスループットを得ることができる反面、伝送路誤りが小さい場合はARO のみの場合に比べてスループット特性が下がるという特徴がある。Wicker は誤り訂正符号 にRS符号を用いたType-I Hybrid ARQを移動通信に適用したときの特性について検討して いる[44],[45]。文献[44]では、RS符号の各符号語の中で発生する誤りの数の変動を最小限 にするために、フェージングによる伝送路の誤りの変動をシンボルインターリーブによっ て平均化している。更に RS 符号の誤り訂正能力の範囲内で、訂正させるシンボル数を変 化させて、ブロック内の残留誤り率及びスループット特性を理論解析とシミュレーション により比較検討している。文献[44]では更に検討を深めて、ビットインターリーブとシン ボルインターリーブの違いによるスループット特性の比較検討、消失訂正を行ったときの スループットの理論解析による導出及びシミュレーションによる評価を行っている。また、 Rasmussen, Wicker は TCM 方式と Type-I Hybrid SR ARQ を組み合わせた方式について、フ

ARQ Scheme	Throughput ( $\eta$ )	Required Receiver	Relative Complexity of Tx/Rx Logic *;simplest
		Buffer Size	*****;most complex
Ideal SR	$P_c^{\dagger}$	Infinite	Not Practical
SR+ST Scheme 1	$\frac{P_c}{1+NP_c(1-P_c)^{\nu+1}}$	N(v+1)	***
SR+ST Scheme 2	$\frac{P_c}{1 + NP_c(1 - P_c)^2 + NP_c^2(1 - P_c)P_{NN}^{\$}}$	2 <i>N</i>	**
SR+GBN Scheme	$\frac{P_c}{1+N(1-P_c)^{\nu+1}}$	$\nu(N+1)$	****
GBN	$\frac{P_c}{1+N(1-P_c)}$	1	*

#### 表 1.2 モード切替型 ARQ の特性比較[42]

ェージング伝送路上での特性を解析している[46],[47]。その他パンクチャド畳み込み符号 を用いた Type-I Hybrid SR ARQ とダイバーシチを組み合わせた場合のスループット及び残 留誤り率を求め、最大尤度比合成に基づくダイバーシチによる特性の改善効果ついても検 討されている[48]。

これに対して、Type-II Hybrid ARQ は最初の送信ブロックは ARQ のみのときと同じく誤 り検出機能のみを付加して伝送し、受信側でそのブロックに誤りが検出されたときそのブ ロックを一旦バッファに保存すると同時に送信側に対して NAK を送る。すると第1回目 の再送ブロックには元のブロックの情報系列から生成された誤り訂正符号のパリティ系列 が送信される。受信側では受け取った再送ブロックとバッファに保存されていた誤りのあ る最初のブロックを組み合わせて誤り訂正を行う。それでも誤りが訂正できない場合は送 信側に対して NAK を送って2回目の再送を要求する。2回目の再送ブロックは最初の送信 ブロックのコピーでも或いは別のパリティでも良い。このパリティ系列を再送するという Type-II Hybrid ARQ は Metzner によって最初に提案された[49],[50]。Metzner の方式はその 後様々な方式の修正や拡張が行われ、多くの研究成果が発表された[51]-[58]。このうち Lin,Yu の方式は誤り訂正符号に符号化率 1/2 のインバーティブル符号を用いる方式で、 Type-II Hybrid ARQ の中でも最も注目すべき方式の 1つである。符号化率 1/2 のインバーテ ィブル符号は *k* bit の情報系列から生成される誤り訂正及び検出可能な(2*k,k*)符号で、*k* ビッ トのパリティ系列から逆操作を行うことで *k* ビットの情報系列を復元することが可能で あると同時に、この符号のもつ誤り訂正能力以下の誤りに対しては誤り訂正も可能な符号

‡ P<sub>c</sub>:ブロックが正しく受け取られる確率。

 $P_{NN} = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=2j}^{2N-2} (-1)^{j} \cdot \binom{N}{j+1} \cdot \binom{2N-2-2j}{2N-2-k} (1-P_{c})^{k+2} P_{c}^{2N-2-k}$ 

である[36]。この符号を適用することで、パリティ系列が再送されてきたときでも、その ブロックに誤りが無ければ、そのブロックだけから正しく情報系列を復元することができ るようになる。また、バッファに蓄えられるブロックを1つに制限して最も新しい2つの ブロックのみから誤り訂正するのではなく、過去に送られた全てのブロックをバッファに 蓄積しておいて、それらを全て組み合わせて誤り訂正を行う Code Combining 法が Chase, Kallel らによって研究されている[59],[60]。文献[60]では畳み込み符号に対して Code Combining 法を適用したときの最適な符号の生成多項式を具体的に求めている。さらに Kallel はこの Code Combining 法を用いて Type-II Hybrid ARQ を一般化した Type-III Hybrid ARQ を提案している[61]。フェージング伝送路上での Type-II Hybrid ARQ の適用に関する 研究では、例えば Eroz, Fuja によって MTCM と Type-II Hybrid ARQ を組み合わせた方式を 陸上移動通信システムに適用したときの特性評価が行われている[62]。また、文献[63]では 陸上移動通信システムとして GSM (PCS1900)に適用したときの畳み込み符号を用いた Type-II Hybrid ARQの検討も行われている。ここでは伝送路を有限インターリーブによる ブロック・レイリー・フェージング伝送路を仮定している。そしてスループット特性は理 想的なインターリーブよりも優れていることを理論解析により評価している。その他、文 献[64]では適応変調方式を用いたTDMA-TDDシステムにType-II Hybrid ARQを適用したと きの特性について検討されている。ここでは、まず無線マルチメディアサービスの1つで あるデータ伝送について、高いスループットを確保する手段の1つとして適応変調方式と ARO を組み合わせる方式を提案し Hybrid ARO の具体的実現方法としてパンクチャド畳み 込み符号を用いた Type-II Hybrid ARQ を取り上げて、スループットの改善効果を評価検討 している。

モバイル・マルチメディアシステムに適した ARQ 方式としては、①端末の小型化が実 現できること、②伝送路状態の悪いところでも高いスループットが得られることが要求さ れる。そこで、本論文では、小さいバッファサイズかつ簡単な論理で実現できるモード切 替型 SR ARQ 方式の提案を行う。そして AWGN 伝送路における特性解析を行うことで誤 りの多い状態で特に高いスループットが得られる方式であることを明らかにする。次にフ エージング対策として Type-I Hybrid ARQ を用いた場合の特性解析を行うことにより、フ ェージング伝送路上における提案方式の有効性を明らかにする。

#### 1.1.3 マルチメディア多重化方式

マルチメディア多重化方式は一般に画像・音声・データ等を1つのパケットで伝送する 方式で、MPEG-2の Transport Stream(TS)などが衛星放送等で既に実用化されている。一方 で移動通信システムでの動画像伝送の研究に関しては、主に動画像情報を直接物理レイヤ にマッピングする方法が研究されている[65]-[71]。また、これらの研究の中では、ARQを 用いて誤った画像フレームを再送するアルゴリズムの提案や検討が多く行われている [65]-[70]。例えば文献[65]では、リアルタイムの動画像符号化方式として ITU-T H.261 を用 いた CDMA システムにおいて、伝送路状態が劣悪になるなど、ARO による再送回数が増 大すると送信側の ARO バッファがオーバーフローする。その際、階層符号化された2種 類の画像符号化器出力のうち、重要度の低い画像符号化系列を一部送信しないようにする ことで、再送による遅延を少なくし、それでも間に合わない場合には画像符号化器の符号 化レートを下げることで符号化情報量そのものを削減するように制御する方法を提案し ている。或いは再送による遅延を少なくするために伝送路状態に応じて H.263 符号化の符 号量制御と再送回数を制限した ARQ を組み合わせる方式も検討されている[68]。しかしな がら、テレビ電話のようなリアルタイムで音声と動画像を同時に伝送するシステムにはマ ルチメディア多重化方式が必要不可欠な技術である。移動通信システムにおけるマルチメ ディア多重化方式として現在最も有力な方式の1つとして、ITU-T H.223 Annex A, B, C が ある[72]-[75]。これらの多重化方式は、回線交換型のマルチメディアシステム ITU-T H.324[76]を移動通信環境でも適用できるように拡張した H.324 Annex C (一般に H.324M) と呼ばれる)システムで用いられる多重化方式である。これは、「誤り耐性を強化した H.223 Annex A.B.C 多重化方式を用いる移動端末は、ITU-T V.34 モデムに置き換え可能な、 どのような無線回線インターフェースを実装してもよい|等の例外事項を除いて H.324 と 同じである。H.324 には制御プロトコル(H.245 [77])、多重化(H.223 [78], H.223 Annex A, B, C)、画像(H.263 [79], MPEG-4 visual<sup>\*\*</sup> [80]等)、音声(G.723.1 [81]等)を含む全てのシ ステムアーキテクチャが記述されている。H.223 多重化方式は低ビットレートの画像と音 声を多重化する最初の方式であると言うことができよう。そして、H.223 Annex A.B.C も 最初の移動通信用マルチメディア多重化方式である。この H.223 Annex に関連する検討も これまでに多くなされている[82]-[88]。このうち、文献[82]-[85]は Annex B の多重化パケ ットヘッダにおける誤り保護方式に関する研究で、誤り訂正符号化された多重化パケット ヘッダを複数に分割した後、多重化パケット内の複数カ所に離間して配置することで時間 インターリーブ効果を利用した方式を提案している。特に文献[84]では、多重化パケット ヘッダのヘッダ情報を符号化率 1/2 のインバーティブル符号を用いて符号化した後2つに 分割し、多重化パケットの先頭と最後尾に離間して配置することで、先頭に配置されたへ ッダ又は最後尾に配置されたヘッダのうちどちらか一方が正しく受信されれば元のヘッ ダ情報が復元できる仕組みになっている上、両方に誤りがあったとしても2つのヘッダを 組み合わせて誤り訂正復号が可能な方法を提案している。

本論文では、バースト誤りに強く、小型実装が可能な多重化パケットのペイロード誤り 訂正方式を提案し、そのフェージング伝送路上での特性を検討する。ペイロード誤り訂正 方式は例えば画像ビットストリームやデータ系列そのものに対して独立に所望の強さの誤 り訂正符号化を行うことで QoS の異なるメディアに対して最適な誤り保護をかける技術 である。ペイロード誤り訂正方式としては、H.223 Annex Cが既に提案されているが、誤

-10-

<sup>\*\*</sup> これ以降は特に断らない限り MPEG-4 と略す。

り訂正符号としてr=1/4、K=5の Rate Compatible Punctured Convolutional(RCPC)符号を用いている。この符号は畳み込み符号であるため、画像情報系列のような可変長の情報系列 に対して符号化するのに適しているのと、パンクチャド符号化で伝送路状態に応じて符号 化率を柔軟に設定できるという特徴がある。その反面、畳み込み符号はビット誤り訂正符 号であるため、フェージング伝送路上で効果を出すには十分なインターリーブが必要とな る。しかしながら、深いインターリーブは伝送遅延が問題となるため H.223 Annex C にオ プションで規定されているインターリーブは伝送遅延を最小限に抑えた浅いものとなって いる。また、実装面では MPEG-4 や H.263 等の画像符号化、H.223 多重化の殆どの処理は オクテット単位で処理されるのに対して、H.223 Annex C の RCPC 符号化・復号処理部分 はビット単位で処理する必要があるため、この部分の処理速度の低下や回路規模の増大の 原因になり得るという問題がある。本論文ではこれらの問題を解決するため、バースト誤 りに強く、且つオクテット単位で処理が可能な *GF*( $2^{8}$ )上の RS 符号を適用した誤り訂正方 式を提案し、その原理とフェージング伝送路上における特性を明らかにすることで、その 有効性を示す。

### 1.2 本論文の構成

本論文では以上に述べたモバイル・マルチメディアシステムにおける情報伝送の高品質 化に関する3つの目的に添って行った研究成果をまとめたものであり、5章より構成され る。

第1の目的については、第2章で帯域の拡大を比較的自由に設定可能なシンボルレート 可変 TCM 方式を提案し、その特性を解析することで、改善効果を明らかにする。第2の 目的については、第3章で SR+MC ARQ を提案する。その特性を解析し、他方式と比較検 討することで、その有効性を明らかにする。第3の目的については、第4章で RS 符号を 適用したマルチメディア多重化方式を提案し、従来方式との特性を比較検討することで提 案方式による改善を示す。

# 第2章

# シンボルレート可変

# トレリス符号化変調(TCM)方式

#### 2.1 緒言

Ungerboeck が提案した TCM 方式は、セット・パーティショニングによるマッピングを 行い、符号化に必要な冗長成分を信号点多値数に転換することで、ディジタル通信システ ムの特性の改善を図ることが可能な方式である[17],[89]-[91]。この TCM 方式は符号化に伴 う冗長成分による帯域の拡大がないため周波数利用効率の低下は防げるが、2<sup>m</sup> PSK/QAM に TCM 方式を採用した場合、TC-2<sup>m+1</sup> PSK/QAM となり信号点多値数の増加に伴う隣接信 号点間の平均距離が等価的に減少する。すなわち、これはモデム設計時に信号点の多値化 に伴う雑音マージンが低下するため、回路各部に要求される条件が厳しくなるという問題 がある。例えば移動通信システムの場合、フェージングによる変動やアンプの非線形ひず み等の影響が大きいため特に条件が厳しくなる。

この問題を解決するための有力な手段として SRI TCM 方式が提案されている。この方式 は符号化による冗長成分を信号点多値数に転換するのではなく、信号の帯域拡大に割り当 てるもので、従来の TCM 方式に比べて速度変換器等の簡単な回路を追加するだけでいっ そう大きな符号化利得が得られる。SRI TCM 方式は高い符号化利得が得られる反面、速度 変換に伴うシンボルレートの増加する割合、すなわち帯域拡大率が変調信号の多値数によ って一意に定まる。一般に 2<sup>m</sup> PSK/QAM に SRI TCM 方式を適用した場合、帯域拡大率は *m/(m-1)*となる。移動通信システムのように 8PSK や 16PSK/QAM への適用を考えると、 帯域拡大率は例えば 16 PSK/QAM で 4/3(133.3%)、8 PSK で 3/2 (150%)と大きくなってしま うため、システム設計の観点からは帯域拡大率をできるだけ小さく、かつ所望の特性が得 られることが望ましい。

そこで、本論文では SRI TCM 方式を一般化することにより、変調方式に依存することな く帯域拡大率を比較的自由に設定することが可能となるシンボルレート可変 TCM 方式を 第2章 シンボルレート可変トレリス符号化変調(TCM)方式

提案し、その性能について示す。2.2 では、シンボルレート可変 TCM 方式の概要について 説明し、その基本特性として 256QAM に適用したときの加法性白色ガウス雑音(AWGN) 伝送路における誤り率特性を計算機シミュレーションにより示し、Ungerboeck の TCM 方 式との特性比較を行う。更に本方式は帯域拡大率と符号化利得がトレードオフの関係にあ ることを定量的に示す。次に 2.3 では、Pragmatic TCM 方式[92]を適用したシンボルレート 可変 TC-MPSK について、AWGN 伝送路およびレイリー・フェージング伝送路上における 誤り率特性の評価を理論解析と計算機シミュレーションにより行う。

### 2.2 シンボルレート可変 TCM 方式の概要

#### 2.2.1 シンボルレート可変 TCM 方式の構成

図 2.1 に提案方式のブロック構成図を示す。 $m ビットの入力信号系列(各 R bps)が速度 変換器で<math>m_1 ビットの信号系列(A R_1 bps)とm_2 ビットの信号系列(A R_2 bps)の2種類 の異なる伝送速度の信号系列に変換される。$ ここで、

$$m_1R_1 + m_2R_2 = mR$$

なる関係が成り立つ。

m2ビットの信号系列は直接マッピング装置に入力され、m1ビットの信号系列は符号化率



図 2.1 シンボルレート可変 TCM 方式の一般構成図

(2.1)

rのトレリス符号化器で符号化された後マッピング装置に入力される。ただし、符号化率 rは帯域拡大率が m/(m-1)よりも小さくなるときには式(2.2)を、大きくなるときには式(2.3) を満足する。

$$\frac{m - m_2 - 1}{m - m_2} < r < 1 \tag{2.2}$$

$$0 < \frac{m - m_2 - 1}{m - m_2} < r \tag{2.3}$$

マッピング装置ではmビットの入力に対してセット・パーティショニングに基づき、2<sup>m</sup>値 PSK/QAM 信号へのマッピングを行う。マッピング装置に入力されるmビットの信号系列は各ビット $R_2$  bps でなければならないことより $R_1$ 、 $R_2$ の関係は次式のようになる。

$$m_1 R_1 = r(m - m_2) R_2 \tag{2.4}$$

式(2.1)、(2.4)より $R_1$ 、 $R_2$ はそれぞれ、

$$R_1 = \frac{r(m - m_2)m}{m_1\{(m - m_2)r + m_2\}}R$$
(2.5)



図 2.2 シンボルレート 可変 TCM 方式の 256 QAM への応用例

$$R_2 = \frac{m}{(m - m_2)r + m_2}R$$
(2.6)

となる。

以上より、帯域拡大率 R<sub>2</sub> / R は次式で表される。

$$\frac{R}{R_2} = \frac{m}{(m - m_2)r + m_2}$$
(2.7)

式(2.7)からわかるように、トレリス符号化器の符号化率rが式(2.2)を満たすときは帯域拡大率をm/(m-1)より小さな任意の値に、また式(2.3)を満たすときは任意の大きな値に設定できる。

図 2.2 に 256QAM に提案方式を適用した場合の例を示す。これは *r*=3/4 のトレリス符号 を用いて構成され、速度変換器で $R_1 = \frac{24}{15}R$  bps の速度を持つ 1 ビットの信号系列と  $R_2 = \frac{16}{15}R$  bps の 5 ビットの信号系列に変換される。そしてこのうち $R_2 = \frac{16}{15}R$  bps の信号 系列はそのままマッピング装置に入力され、 $R_1 = \frac{24}{15}R$  bps の信号系列は *r*=3/4 のトレリス 符号によりトレリス符号化されたのちマッピング装置に入力される。従って式(2.7)より、



図 2.3 SRI-TCM の 256QAM への応用例

この場合の帯域拡大率は16/15つまり106.7%となる。

図 2.1 のシンボルレート可変 TCM 方式おいて符号化率  $r \ e(m-m_2-1)/(m-m_2)$ とする とき SRI TCM 方式と等しくなる。一般に SRI TCM 方式は  $m \ U = n \ D$ 、力信号系列を速度 変換装置で $m-n \ U = n \ D$  (通常n=1) に変換し、 $m-n \ U = n \ D$ 、の人力信号系列に対してトレリ ス符号化変調方式を適用する方式である。図 2.3 に 256QAM へ応用したときの送信側の例 を示す[33]-[35]。これは、図 2.1 においてm=8,  $m_2=5$ ,  $m_1=2$ とした場合とみなすこ とができる。図 2.3 において、8  $U = n \ D$ 、の人力信号が速度変換器で 7  $U = n \ D$ 、成りの 5  $U = n \ D$ 、のうちの 2  $U = n \ D$ 、のトレリス符号化を行い、残りの 5  $U = n \ D$ 、のうちの 2  $U = n \ D$  では人力される。マッピング装置では人力された 8  $U = n \ D$ の信号をセット・パーティショニングによりマッピングを行う。そしてマッピングされ た信号は 256QAM 変調器により変調される。このとき速度変換器で 8  $U = n \ D$ の信号系列か らから 7  $U = n \ D$  での信号系列に変換する際帯域が拡大し、帯域拡大率は 8/7 となる。以上よ り、提案方式は SRI TCM 方式を含む一般化した方式であることがわかる。

表 2.1 に m=8 としたときの r と m<sub>2</sub> の組み合わせの例とそのときの帯域拡大率を示す。こ こではトレリス符号の具体的構成例として、原符号を r=1/2 の最適畳み込み符号とするパ ンクチャド符号[93]を用いた構成例について検討する。これはマッピング方法、具体的な 変調多値数等を除いて、基本的に 2.3 で提案する Pragmatic TCM を適用した方式と同じ構 成法である。例として表 2.1 に幾つかのパンクチャド符号とそれを用いた提案方式 TC-256QAM の帯域拡大率を示す。

#### 2.2.2 シンボルレート可変 TCM 方式の基本特性

TCM 方式の漸近的符号化利得 G<sub>cu</sub> は次式で求められる[89]。

$$G_{c.u} = 10\log_{10}\left\{\frac{d_{free}^2}{d_{free.u}^2} \cdot \frac{E_{s.c}}{E_{s.u}}\right\}$$
(2.8)

表 2.1 シンボルレート可変 TC-256QAM における r, m,と帯域拡大率

<i>m</i> <sub>2</sub>	r (%)						
	7/8	6/7	5/6	4/5	3/4	2/3	1/2
4	106.7	107.7	109.1	111.1	114.3*	120.0	133.3
5	104.9	105.7	106.7	108.1	110.3	114.3*	123.1
6	103.2	103.7	104.3	105.3	106.7	109.1	114.3*

\*:SRI TC-256QAM

ここで、 $d_{free}^2$ 、 $d_{free,u}^2$ はそれぞれ符号化及び無符号化方式の2乗自由ユークリッド距離、 $E_{s,c}$ 、  $E_{s,u}$ はそれぞれ符号化及び無符号化方式の平均信号エネルギとする。今、2<sup>m</sup> QAM 及び TC-2<sup>m+1</sup> QAM の信号点空間の最小信号点間距離 $\Delta_0$ が等しい場合、 $E_{s,c} / E_{s,u} \cong 2$ となる。 また、 $d_{free}^2$ は以下の式で定義される[89]。

$$d_{free} = \min\{\Delta_{\tilde{m}+1}, d_{free}(\tilde{m})\}$$
(2.9)

ここで、 $\Delta_{\tilde{m}+1}$ はパラレル・トランジション間の最小ユークリッド距離、 $d_{free}(\tilde{m})$ は畳み込み符号の自由ユークリッド距離を示す。

一方、シンボルレート可変 TCM 方式の漸近的符号化利得  $G_{vs}$  は式(2.8)から帯域拡大率分を差引くことで求められる。また、変調信号の多値数が符号化しても一定であることから、符号化及び無符号化方式の平均信号エネルギは一定、すなわち  $E_{sc}$  /  $E_{su}$  =1となる[34]。したがって、

$$G_{vs} = 10 \log_{10} \left\{ \frac{d_{free}^2}{d_{free.u}^2} / \frac{m}{(m - m_2)r + m} \right\}$$
(2.10)

となる。これより、 $d_{free}^2$ の大きい符号、或いは帯域拡大率の小さい符号ほど高い漸近的符号化利得が得られる。

表 2.2 に、*r* = 3/4, *K*=6 におけるシンボルレート可変 TC-256QAM 方式、SRI TC-256QAM の漸近的符号化利得を求め、Ungerboeck 符号化による TC-512QAM との比較を示す。

表 2.2 帯域拡大率と漸近的符号化利得

Trellis codes : K=6

Scheme	$\Delta^2_{ar{m}+1}/\Delta^2_0$	$d^2_{free}/\Delta_0^2$	Bandwidth Expansion Ratio (%)	Asymptotic Coding Gain (dB)
SRI TC-256QAM	8.0	6.0	114.3	7.20
	4.0	4.0	106.7	5.74
Proposed Scheme	4.0	3.0	104.3	4.58
	4.0	2.0	103.2	2.87
Ungerboeck Type TC-512QAM	8.0	6.0	100.0	4.77

表 2.2 において、シンボルレート可変 TC-256QAM 方式と SRI TC-256QAM は帯域拡大率が 大きくなるにつれて漸近的符号化利得も大きくなることがわかる。これは式(2.10)において、 帯域拡大率が増大することによって生じる利得の劣化量よりも、 $d_{free}$ が大きくなることに よって生じる利得の増加量の方が大きいことを示している。一方、Ungerboeck 符号による TC-512QAM の漸近的符号化利得は、式(2.8)より  $d_{free}$  と $E_{s,c} / E_{s,u}$ に依存する。式(2.8)の  $E_{s,c} / E_{s,u}$ は式(2.10)の $\frac{m}{(m-m_2)r+m_2}$ に比べると比較的大きな値となる。従って、TC-512QAM

の漸近的符号化利得は  $d_{free} = 6\Delta_0^2$  と大きいにも関わらず提案方式の 104.3%の漸近的符号化 利得とほぼ同じになっている。



図 2.4 シンボルレート 可変 TC-256 QAM の BER 特性

次に、シンボルレート可変 TC-256QAM 方式の帯域拡大率 106.7%、104.3%、103.2%の 3 つの場合について、AWGN 伝送路における誤り率特性を計算機シミュレーションにより求 めた。図 2.4 に SRI TC-256QAM と共に提案方式の誤り率特性を示す。図 2.4 より、SRI TC-256QAM も含めた提案方式の特性は帯域拡大率が大きくなるにつれて高い符号化利得 が得られることがわかる。例えば BER=10<sup>-5</sup> レベルにおける符号化利得は、SRI TC-256QAM が帯域拡大率 114.3%で 5.1dB、帯域拡大率 106.7%、104.3%、103.2%のときにそれぞれ 4.3dB、 3.5dB、2.7dB となる。

また、図 2.5 に提案方式、RS 符号、BCH 符号の BER=10<sup>-5</sup>を得るのに必要な  $E_b/N_0$ と帯 域拡大率の関係を示す。ただし、RS 符号と BCH 符号の符号長は 255 とした。図 2.5 から も分かるように、提案方式は RS 符号、BCH 符号に比べていずれの帯域拡大率においても 優れた特性を示している。また、Ungerboeck 符号を用いた TC-512QAM は $E_b/N_0$ =19.4dB で、提案方式の 104.3%の場合とほぼ等しい。所要  $E_b/N_0$ と帯域拡大率がトレードオフの 関係にあることがこの図からも明らかであるが、帯域拡大率が 110%程度を境にして、そ れよりも小さいところでは帯域拡大率が増大するにつれて所要  $E_b/N_0$ は減少して行くの に反して、110%よりも大きいところでは帯域拡大率が増大しても所要  $E_b/N_0$ はほとんど 減少しない。すなわちこのことより、256QAMを帯域制限の厳しいシステムに適用する際、 110%よりも小さい帯域拡大率でも有効であることがわかる。



図 2.5 BER=10<sup>-5</sup>を得るための所要 $E_b/N_0$ 

## 2.3 Pragmatic TCM 方式を用いたシンボルレート可変 TCM 方式

本章では、シンボルレート可変 TCM 方式を Pragmatic TCM 方式を用いて構成するシン ボルレート可変 Pragmatic TCM 方式について検討する。Pragmatic TCM 方式は符号化率 r=1/2の符号化器・復号器を用いてr=m/(m+1)のトレリス符号を構成し、 Sectorized-Gray-Coded マッピングを行い、2<sup>m+1</sup>値変調信号を生成する TCM 方式である。こ の方式の主な特徴は、①従来から幅広く用いられているr=1/2の最適畳み込み符号化器・ ビタビ復号器で構成されているため実現が容易である上、シンボルレート可変 TCM 方式 のトレリス符号の構成にパンクチャド符号を用いて最適な符号構成が実現できる、②パラ レル・トランジションの数で変調多値数を設定するため適応的に任意の変調多値数を選択 でき、それらは全て共通の符号化器・復号器に若干の変更を加えるだけで実現できる、③ AWGN 伝送路における漸近的符号化利得がほぼ理想的な利得が得られる等が挙げられる。 ただし、この方式は AWGN 伝送路での最適マッピングを基本としているため、フェージ ング伝送路にそのまま適用するとパラレル・トランジションの誤り率特性の劣化が著しい。 そこで、Alamouti らはパラレル・トランジションの誤り率の劣化がより少ない Double-Gray-Coded マッピングを提案している[94]-[95]。そこで、本章におけるシンボルレ ート可変 Pragmatic TCM 方式の検討も Double-Gray-Coded マッピングに基づくマッピング を行う方式について検討する。



図 2.6 シンボルレート可変 Pragmatic TCM 方式の一般構成

## **2.3.1** シンボルレート可変 Pragmatic TCM 方式の基本構成

シンボルレート可変 Pragmatic TCM方式の一般構成を図2.6に示す。速度mR (bps)のディ ジタル信号系列は速度変換器に入力された後、 $R_1$  (bps)の速度を持つ1ビットの信号系列と、  $R_2$  (bps)の速度を持つm-2ビットの信号系列に変換される。ここで、m-2の値は伝送路 状態推定器からの伝送路情報に基づいて所定の値に設定される。このm-2ビットの信号 系列はその後多値変調マッピング装置に直接入力され、1ビットの信号系列は符号化率rの 畳み込み符号化器に入力される。多値変調マッピング装置では、mビットの入力信号に対

してDouble-Gray-Codedマッピングに基づいてマッピングを行い、速度 $mR_2$  (bps)の2<sup>m</sup> 値変調信号を出力する。

これよりR,  $R_1$ ,  $R_2$ の関係は、

$$R_1 + (m-2)R_2 = mR \tag{2.11}$$

が成り立つ。 式(2.1)、(2.4)と同様に、 R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub> はそれぞれ

$$R_1 = \frac{2rm}{2r + m - 2}R$$
(2.12)

$$R_2 = \frac{m}{2r + m - 2}R$$
(2.13)

#### と表される。

また、このとき帯域拡大率は、

$$\frac{R_2}{R_0} = \frac{m}{2r+m-2}$$
(2.14)

となる。

図 2.7 は、図 2.6 を元に構成される Pragmatic TCM 方式の構成を示す。これは図 2.6 にお けるr=3/4、 $m_2$ が変調方式に応じて $m_2=0,1,2$ のいずれかの値をとる場合に相当する。具 体的には $m_2=0$ のとき TC-QPSK、1のとき TC-8PSK、2のとき TC-16PSK とする。表 2.3 に符号化率 $r \ge m_2$ 、式(2.14)で導かれる帯域拡大率の関係を示す。

#### 表2.3 シンボルレート可変 Pragmatic TC-2<sup>m</sup> PSKにおける *r*, *m*,と帯域拡大率

<i>m</i> <sub>2</sub>				r (%)			
	7/8	6/7	5/6	4/5	3/4	2/3	1/2
0	114.3	116.7	120.0	125.0	133.3	150.0	200.0
1	109.1	110.5	112.5	115.4	120.0	116.7	150.0
2	106.7	107.7	109.1	111.1	114.3	120.0	133.3

## **2.3.2 AWGN** 伝送路における特性

## 2.3.2.1 誤り率の導出

TCM 方式の BER 特性の限界式は generating function を用いて求めることができる [94]-[96]。

今、長さ*L*の2つの符号化シンボル系列を*X<sub>L</sub>* = (*x*<sub>1</sub>,*x*<sub>2</sub>,...,*x<sub>L</sub>*)及び*X'<sub>L</sub>* = (*x*<sub>1</sub>',*x*<sub>2</sub>',...,*x'<sub>L</sub>*)、 *P*(*X<sub>L</sub>* → *X'<sub>L</sub>*)をペアワイズ誤り率とする。このとき、エラーイベント誤り率は以下のような上界式で表すことができる[94]。

$$P(e) \le \sum_{L=1}^{\infty} \sum_{X'_L} \sum_{X_L \neq X'_L} P(X_L) P(X_L \to X'_L)$$

$$(2.15)$$



図 2.7 シンボルレート可変 Pragmatic TC-2<sup>m</sup>PSK の構成 (r=3/4)

受信機で最尤検波が行われたとすると、 $P(X_L \rightarrow X'_L)$ は、

$$P(X_L \to X'_L) = \mathcal{Q}\left( (d_M(X_L, X'_L) \sqrt{\frac{E_s}{2N_0}} \right)$$
(2.16)

$$d_{M}^{2}(X_{L}, X_{L}') = \left\| f_{M}(X_{L}) - f_{M}(X_{L}') \right\|^{2} = \sum_{n=1}^{L} \left\| f_{M}(x_{n}) - f_{M}(x_{n}') \right\|^{2}$$
(2.17)

となる。但し、 $Q(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^{2}}{2}\right) dt$ 、 |||| をユークリッド距離、 $f_{M}(\cdot)$ を $E_{s}$ で正規化さ

れた MPSK 信号点空間への非線形マッピング関数とする。 ここで、

$$Q\left(\sqrt{x+y}\right) \le Q\left(\sqrt{x}\right) \exp\left(-\frac{y}{2}\right) \qquad x \ge 0, y \ge 0$$
(2.18)

更に、

$$d_M^2(X_L, X_L') - d_{free}^2 \ge 0$$
(2.19)

なる関係を用いると式(2.16)のペアワイズ誤り率は、

$$P(X_{L} \to X_{L}') \leq Q \left( d_{free} \sqrt{\frac{E_{s}}{2N_{0}}} \right) \exp \left( -\frac{E_{s}}{4N_{0}} \left( d_{M}^{2} \left( X_{L}, X_{L}' \right) - d_{free}^{2} \right) \right)$$

$$= Q \left( d_{free} \sqrt{\frac{E_{s}}{2N_{0}}} \right) \exp \left( \frac{E_{s}}{4N_{0}} d_{free}^{2} \right) \exp \left( -\frac{E_{s}}{4N_{0}} \sum_{n=1}^{L} d_{M}^{2} \left( x_{n}, x_{n}' \right) \right)$$

$$= Q \left( d_{free} \sqrt{\frac{E_{s}}{2N_{0}}} \right) \exp \left( \frac{E_{s}}{4N_{0}} d_{free}^{2} \right) \prod_{n=1}^{L} \exp \left( -\frac{E_{s}}{4N_{0}} d_{M}^{2} \left( x_{n}, x_{n}' \right) \right)$$

$$(2.20)$$

となる。ここで、

$$T(D) = \sum_{L=1}^{\infty} \sum_{X_L} P(X_L) \sum_{X_L \neq X'_L} \prod_{n=1}^{L} D^{d_M^2(x_n, x'_n)} ; D = \exp(-\frac{E_s}{4N_0})$$
(2.21)

$$P(e) \le Q\left(d_{free}\sqrt{\frac{E_s}{2N_0}}\right) D^{d_{free}^2} T(D)$$
(2.22)

と表すことができる。一般にT(D)は遷移関数と呼ばれる。

この遷移関数T(D)を導出するためには、任意の状態pから分離して、ちょうどLステップ後に別の状態qに合流する全てのパスを考慮する必要がある。全ての情報シンボルが等確率2<sup>-n</sup>で生起すると仮定すると、 $\widetilde{N} \times \widetilde{N}$ の error weight matrix を定義することができる。 ここで $\widetilde{N}$ は状態数を表す。今、状態pから状態qへ遷移した時の出力シンボルを $x_{p \to q}$ とし、このシンボルに誤りパターン $e_i$ が付加された時の error weight matrix の要素を $G_{pq}(e_i)$ と

すると、 $G_{pq}(e_i)$ は以下のようになる。

$$G_{pq}(e_i) = \frac{1}{2^{-n}} \sum D^{\left\| f_M(x_{p \to q}) - f_M(x_{p \to q} \oplus e_i) \right\|^2}$$
(2.23)

式(2.23)において、 $D^{\|f_M(x_{p \to q})-M(x_{p \to q} \oplus e_i)\|^2}$ はシンボル $x_{p \to q} \& (x_{p \to q} \oplus e_i)$ の間の誤り率の上界 を表している。ところで、誤り系列 $E_L = (e_1, e_2, e_3, \cdots e_L)$ とすると error weight matrix は次 のように計算できる。

$$G(E_{L}) = \prod_{n=1}^{L} G(e_{n})$$
 (2.24)

要素 (p,q)を状態 p から q にちょうど L ステップの誤り系列  $E_L$ が付加されて遷移する確率 とする。今この matrix のすべての要素を加算し、状態 p の確率を掛けると、誤り系列  $E_L$ の全ての状態遷移に対する誤り率が求まる。そして、L があらゆる長さの誤り系列に対す る確率を積算すれば、

$$T(D) = \frac{1}{\widetilde{N}} [1]_{\mathbb{I} \times \widetilde{N}} \left( \sum_{L=1}^{\infty} \sum_{E_L \neq 0} \prod_{n=1}^{L} G(e_n) \right) [1]_{\widetilde{N} \times \mathbb{I}}$$
(2.25)

-25-
が得られる。ここで、 $[1]_{\tilde{m}\times\tilde{n}}$ は各要素が 1 の $\tilde{m}\times\tilde{n}$  matrix を示す。式(2.25)の右辺の()で囲まれた項の要素を *G* で表す。

ところで、誤り系列 $E_L = (e_1, e_2, e_3, \dots e_L)$ の各ベクトルは独立に扱うことはできない。 そこで、誤りベクトル間の関係を表した error-state diagram を用いる。そしてビット誤り率 を求めるために error-state diagram のラベルを誤りビットがカウントできるように修正する。 これは $G_{pq}(e_i)$ に $I^{\tilde{k}}$ を掛けることで求めることができる( $\tilde{k}$  はその遷移で生じる誤りビッ ト数)。ここで、Pragmatic TCM 方式は error-state diagram の行列のラベル $G(e_i)$  を任意の行 (列)の要素の和に置き換えることができる[94]-[95]。これによって計算は全てスカラ演 算のみで行うことが可能となる。このスカラ・ラベルを error-weight profile  $W(e_i)$ で表す。 trellis diagram にパラレル・トランジションが存在するとき、その系列の要素それぞれに対 応する $I^{\tilde{k}}$ を掛ける必要がある。こうして生成された新しい関数T(D,I)をIについて微分し、

*I*=1とすればシンボル誤り率が得られ、更にそのシンボル誤り率を平均情報ビット数*m*<sub>ave</sub>で割ることによって、ビット誤り率が得られる。

では、例として畳み込み符号の符号化率r=3/4、拘束長 K=3の場合について求める。 最初に遷移関数T(D,I)を求める。このパンクチャド符号の error-state diagram は、図 2.8 の ように表すことができる[97]。図 2.8 において、 $X_a$ 、 $X_b$ は状態 00 を 2 つに分割したもので、  $X_1, X_2, X_3$ はそれぞれ状態 01、10、11 に対応する。よって error-state diagramの遷移は式(2.26)、 (2.27)以下のように表される。



 $\boxtimes$  2.8 error-state diagram (*r*=3/4, *K*=3)

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_7 & g_6 & g_{12} \\ g_5 & g_8 & g_{14} \\ g_{11} & g_{13} & g_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_3 \\ g_2 \end{bmatrix} X_a$$
(2.26)

$$X_{b} = \begin{bmatrix} g_{9} & g_{10} & g_{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{1} \\ X_{2} \\ X_{3} \end{bmatrix} + g_{4} X_{a}$$
(2.27)

$$\mathbb{CCC}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} g_7 & g_6 & g_{12} \\ g_5 & g_8 & g_{14} \\ g_{11} & g_{13} & g_{16} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_3 \\ g_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} g_9 & g_{10} & g_{15} \end{bmatrix}, \quad h = g_4 \succeq$$

すると、式(2.26)、(2.27)は、それぞれ

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{F}X_a \tag{2.28}$$

$$X_b = \mathbf{B}\mathbf{X} + hX_a \tag{2.29}$$

となる。式 (2.28)、(2.29)より、

$$X_{b} = (\mathbf{B}[\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{F} + h)X_{a}$$
(2.30)

となり、遷移関数T(D,I)は次式のように求められる。

$$T(D,I) = \frac{X_b}{X_a} = \mathbf{B}[\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{F} + h$$
(2.31)

よって、ビット誤り率は次式のように求められる[94]。

$$P_{b} \leq \frac{1}{m_{ave}} \mathcal{Q}\left(d_{free} \sqrt{\frac{E_{s}}{2N_{0}}}\right) D^{d_{free}^{2}} \frac{\partial T(D, I)}{\partial I} \bigg|_{I=1; D=\exp\left(-\frac{E_{s}}{4N_{0}}\right)}$$
(2.32)

式(2.32)を更に厳密な表現をすると、パラレル・トランジションによるビット誤り率 P を 用いて、

$$P_{b} \leq P_{\parallel} + \frac{1}{m_{ave}} \mathcal{Q} \left( d_{free} \sqrt{\frac{E_{s}}{2N_{0}}} \right) D^{d_{free}^{2}} \frac{\partial T(D, I)}{\partial I} \right|_{I=1; D=\exp\left(-\frac{E_{s}}{4N_{0}}\right)}$$
(2.33)

となる。

#### A: TC-OPSK

図 2.9 に trellis diagram、図 2.10 に QPSK の信号点空間を示す。 図 2.9(a)より、状態遷移行列は通常遷移部分 $\Omega_n$ の状態遷移行列 S とパンクチャド遷移部分

 $\Omega_p$ の状態遷移行列  $\mathbf{S}_p$ に分けることができる。  $\mathbf{S}$  は[94]から、

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{00} & s_{01} & \cdots & s_{03} \\ s_{10} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ s_{30} & \cdots & \cdots & s_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 00 & 11 & \phi & \phi \\ \phi & \phi & 01 & 10 \\ 11 & 00 & \phi & \phi \\ \phi & \phi & 10 & 01 \end{bmatrix}$$
(2.34)

となる。上記行列の要素  $s_{pq}$ は状態 p(図中  $X_p)$ から q(図中  $X_q)$ へ遷移したときの出力を表している。ここで例えば  $s_{02}$ は  $X_0$ から  $X_2$ へ遷移したときの出力値で、図 2.9(a)よりこのような遷移は取り得ないので  $\phi$  (null)とする。同様に  $\mathbf{S}_p$ も

$$\mathbf{S}_{p} = \begin{bmatrix} 00 & 10 & 01 & 11 \\ 11 & 01 & 10 & 00 \\ 01 & 11 & 00 & 10 \\ 10 & 00 & 11 & 01 \end{bmatrix}$$
(2.35)

と表すことができる。例えばこの行列の要素  $s_{p02}$ は puncture 部分における  $X_0$  から  $X_2$ への遷移の出力、すなわち図 2.9(a)の  $X_0 \rightarrow X_1$ の出力 x1 と  $X_1 \rightarrow X_2$ の出力 0x を合わせて 01 と表している。

上記状態遷移行列Sより、error-weight profile は、通常遷移部分では

$$W(e_i) = \frac{1}{2} \left\{ D^{\left\| f_4(s_{00}) - f_4(s_{00} \oplus e_i) \right\|^2} + D^{\left\| f_4(s_{01}) - f_4(s_{01} \oplus e_i) \right\|^2} \right\}$$
(2.36)

となり、パンクチャド遷移部分では、入力情報ビットが2ビットであることを考慮して、







### 図 2.10 QPSK の信号点空間

$$\mathcal{W}_{p}(e_{i}) = \frac{1}{4} \left\{ D^{\left\|f_{4}(s_{00}) - f_{4}(s_{00} \oplus e_{i})\right\|^{2}} + D^{\left\|f_{4}(s_{01}) - f_{4}(s_{01} \oplus e_{i})\right\|^{2}} + D^{\left\|f_{4}(s_{02}) - f_{4}(s_{02} \oplus e_{i})\right\|^{2}} + D^{\left\|f_{4}(s_{03}) - f_{4}(s_{03} \oplus e_{i})\right\|^{2}} \right\}$$

$$(2.37)$$

となる。図 2.10 及び式(2.36)、(2.37)より、W(e)、 $W_p(e)$ はそれぞれ以下の表のようになる。

E	Error weight profile $(r = 3/4, K = 3)$					
e <sub>i</sub>	$W(e_i)$	$W_p(e_i)$				
00	1	1				
01	$D^{d_1^2} = D^2$	$D^{d_1^2} = D^2$				
10	$D^{d_1^2} = D^2$	$D^{d_1^2} = D^2$				
11	$D^{d_2^2} - D^4$	$D^{d_2^2} - D^4$				

表 2.4 シンボルレート可変 Pragmatic TC-QPSK の Error weight profile (r=3/4, K=3)

文献[97]より、パンクチャド符号の trellis diagram は図 2.9(b)のように描き換えることがで きる。例えば、図 2.9(b)において  $X_0 \rightarrow X_1$  は図 2.9(a)の  $X_0 \rightarrow X_0$  と  $X_0 \rightarrow X_1$  及び  $X_0 \rightarrow X_2$  と  $X_2 \rightarrow X_1$ の 2 通りある。これを 0/00 10/10; 1/11 01/11 と表すと、全てのパタ ーンは表 2.5 のようになる。

	$X_p \rightarrow X_q$	Input/Output	Symbols
<b>g</b> 1	$X_0 \rightarrow X_1$	0/00 10/10 ;	1/11 10/01
g <sub>2</sub>	$X_0 \rightarrow X_3$	0/00 11/11 ;	1/11 11/00
<b>g</b> <sub>3</sub>	$X_0 \rightarrow X_2$	0/00 01/01 ;	1/11 01/10
g4	$X_0 \rightarrow X_0$	1/11 11/11	
g5	$X_1 \to X_2$	0/01 01/00 ;	1/10 01/11
g <sub>6</sub>	$X_2 \rightarrow X_1$	0/11 10/10 ;	1/00 10/01
g <sub>7</sub> .	$X_1 \rightarrow X_1$	0/01 10/11 ;	1/10 10/00
g <sub>8</sub>	$X_2 \rightarrow X_2$	0/11 01/01 ;	1/00 01/10
<b>g</b> 9	$X_1 \rightarrow X_0$	0/01 00/01 ;	1/10 00/10

#### 表 2.5 シンボルレート可変 Pragmatic TC-QPSK の 入出カシンボル (r=3/4,K=3)

<b>g</b> 10	$X_2 \rightarrow X_0$	0/11 00/00 ;	1/00 00/11
<b>g</b> 11	$X_1 \rightarrow X_3$	0/01 11/10 ;	1/10 11/01
<b>g</b> <sub>12</sub>	$X_3 \rightarrow X_1$	0/10 10/11 ;	1/01 10/00
<b>g</b> 13	$X_2 \rightarrow X_3$	0/11 11/11 ;	1/00 11/00
<b>g</b> <sub>14</sub>	$X_3 \rightarrow X_2$	0/10 01/00 ;	1/01 01/11
<b>g</b> 15	$X_3 \rightarrow X_0$	0/10 00/01 ;	1/01 00/10
<b>g</b> <sub>16</sub>	$X_3 \rightarrow X_3$	0/10 11/10 ;	1/01 11/01

$$\begin{array}{ll} g_{1} = W(00) \cdot W_{p}(10)I + W(11)I \cdot W_{p}(01)I & g_{9} = W(01) \cdot W_{p}(01) + W(10)I \cdot W_{p}(10) \\ g_{2} = W(00) \cdot W_{p}(11)I^{2} + W(11)I \cdot W_{p}(01)I^{2} & g_{10} = W(11) \cdot W_{p}(00) + W(00)I \cdot W_{p}(11) \\ g_{3} = W(00) \cdot W_{p}(01)I + W(11)I \cdot W_{p}(10)I & g_{11} = W(01) \cdot W_{p}(10)I^{2} + W(10)I \cdot W_{p}(01)I^{2} \\ g_{4} = W(11)I \cdot W_{p}(11)I^{2} & g_{12} = W(10) \cdot W_{p}(11)I + W(01)I \cdot W_{p}(00)I \\ g_{5} = W(01) \cdot W_{p}(00)I + W(10)I \cdot W_{p}(11)I & g_{13} = W(11) \cdot W_{p}(11)I^{2} + W(00)I \cdot W_{p}(00)I \\ g_{6} = W(11) \cdot W_{p}(10)I + W(00)I \cdot W_{p}(01)I & g_{14} = W(10) \cdot W_{p}(00)I + W(01)I \cdot W_{p}(11)I \\ g_{7} = W(01) \cdot W_{p}(01)I + W(00)I \cdot W_{p}(00)I & g_{15} = W(10) \cdot W_{p}(01) + W(01)I \cdot W_{p}(10)I \\ g_{8} = W(11) \cdot W_{p}(01)I + W(00)I \cdot W_{p}(10)I & g_{16} = W(10) \cdot W_{p}(10)I^{2} + W(01)I \cdot W_{p}(01)I^{2} \\ \end{array}$$

式(2.38)を式(2.31)に代入することで畳み込み符号の符号化率r=3/4, K=3のTC-QPSKの 遷移関数T(D,I)を求めることができる。そして更にT(D,I)を級数展開する等[96]により、

$$d_{free}^2 = 6.0$$
 (2.39)

が得られる。

この場合、提案方式の平均情報ビット数*m*<sub>ave</sub>はr=3/4のとき1.5になることを考慮して、 式(2.33)、(2.38)、(2.39)から、ビット誤り率の上界式は以下のように求められる。

$$P_{b} \leq \frac{2}{3} \mathcal{Q}\left(\sqrt{\frac{6E_{s}}{2N_{0}}}\right) \exp\left(\frac{6E_{s}}{4N_{0}}\right) \frac{\partial T(D,I)}{\partial I} \bigg|_{I=1;D=\exp\left(-\frac{E_{s}}{4N_{0}}\right)}$$
(2.40)

#### B: TC-8PSK

r=3/4、K=3のTC-8PSK におけるビット誤り率特性の理論解析は、TC-QPSK について 行ったのと同じ方法で求めることができる。唯一異なる点はパラレル・トランジションが 1ビット分存在することである。図 2.11 に 8PSK の信号点空間を示す。 同様に状態遷移行列と error-weight profile を求めると以下のようになる。

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 000;100 & 011;111 & \phi & \phi \\ \phi & \phi & 001;101 & 010;110 \\ 011;111 & 000;100 & \phi & \phi \\ \phi & \phi & 010;110 & 001;101 \end{bmatrix}$$
(2.41)

$$\mathbf{S}_{p} = \begin{bmatrix} 000;100 & 010;110 & 001;101 & 011;111 \\ 011;111 & 001;101 & 010;110 & 000;100 \\ 001;101 & 011;111 & 000;100 & 010;110 \\ 010;110 & 000;100 & 011;111 & 001;101 \end{bmatrix}$$
(2.42)

$$W(e_i) = \frac{1}{4} \left\{ \sum_{\text{parallel}} D^{\|f_8(s_{00}) - f_8(s_{00} \oplus e_i)\|^2} + \sum_{\text{parallel}} D^{\|f_8(s_{01}) - f_8(s_{01} \oplus e_i)\|^2} \right\}$$
(2.43)



#### 図 2.11 8PSK の信号点空間

$$W_{p}(e_{i}) = \frac{1}{8} \left\{ \sum_{parallel} D^{\|f_{8}(s_{00}) - f_{8}(s_{00} \oplus e_{i})\|^{2}} + \sum_{parallel} D^{\|f_{8}(s_{01}) - f_{8}(s_{01} \oplus e_{i})\|^{2}} + \sum_{parallel} D^{\|f_{8}(s_{02}) - f_{8}(s_{02} \oplus e_{i})\|^{2}} + \sum_{parallel} D^{\|f_{8}(s_{03}) - f_{8}(s_{03} \oplus e_{i})\|^{2}} \right\}$$
(2.44)

式(2.43)、(2.44)から error weight profile  $W(e_i)$ 、 $W_p(e_i)$ はそれぞれ表 2.6 のようになる。

e <sub>i</sub>	$W(e_i)$	$W_p(e_i)$
000	1	1
001	$D^{d_1^2}$	$D^{d_1^2}$
010	$(D^{d_1^2} + D^{d_3^2})/2$	$(D^{d_1^2} + D^{d_3^2})/2$
011	$D^{d_2^2}$	$D^{d_2^2}$
100	$D^{d_4^2}$	$D^{d_4^2}$
101	$D^{d_3^2}$	$D^{d_3^2}$
110	$(D^{d_1^2} + D^{d_3^2})/2$	$(D^{d_1^2} + D^{d_3^2})/2$
111	$D^{d_2^2}$	$D^{d_2^2}$

表 2.6 シンボルレート可変 Pragmatic TC-8PSK の Error weight profile (r=3/4, K=3)

表2.5と同様に $X_p \to X_q$ の遷移をする際の入出力シンボルの組み合わせを列挙すると下の表2.7のようになる。

### 表 2.7 シンボルレート可変 Pragmatic TC-8PSK の 入出カシンボル (r=3/4,K=3)

	$X_p \to X_q$		Input/Output	Symbols	
g <sub>1</sub>	$X_0 \rightarrow X_1$	00/000 010/010; 00/000 110/110;	10/100 010/010; 10/100 110/110;	01/011 010/001; 01/011 110/101;	11/111 010/001 11/111 110/101
<b>g</b> 2	$X_0 \rightarrow X_3$	00/000 011/011; 00/000 111/111;	10/100 011/011; 10/100 111/111;	01/011 011/000; 01/011 111/100;	11/111 011/000 11/111 111/100

		00/000 001/001	10/100 001/001	01/011 001/010	11/111 001/010
<b>g</b> 3	$X_0 \to X_2$	00/000 001/001;	10/100 001/001;	01/011 001/010;	11/111 001/010
		00/000 101/101;	10/100 101/101;	01/011 101/110;	11/111 101/110
g4	$X_0 \rightarrow X_0$	01/011 000/011;	11/111 000/011		ч. - С
	ů ů	01/011 100/111;	11/111 100/111		
g5	$X_1 \rightarrow X_2$	00/001 001/000;	10/101 001/000;	01/010 001/011;	11/110 001/011
	1 2	00/001 101/100;	10/101 101/100;	01/010 101/111;	11/110 101/111
$\mathbf{g}_{6}$	$X_2 \rightarrow X_1$	00/011 010/010;	10/111 010/010;	01/000 010/001;	11/100 010/001
	2 1	00/011 110/110;	10/111 110/110;	01/000 110/101;	11/100 110/101
<b>g</b> <sub>7</sub>	$X_1 \rightarrow X_1$	00/001 010/011;	10/101 010/011;	01/010 010/000;	11/110 010/000
-	1 1	00/001 110/111;	10/101 110/111;	01/010 110/100;	11/110 110/100
$g_8$	$X_2 \rightarrow X_2$	00/011 001/001;	10/111 001/001;	01/000 001/010;	11/100 001/010
	2 2	00/011 101/101;	10/111 101/101;	01/000 101/110;	11/100 101/110
g <sub>9</sub>	$X_1 \rightarrow X_0$	00/001 000/001;	10/101 000/001;	01/010 000/010;	11/110 000/010
-	1.0	00/001 100/101;	10/101 100/101;	01/010 100/110;	11/110 100/110
<b>g</b> 10	$X_2 \rightarrow X_0$	00/011 000/000;	10/111 000/000;	01/000 000/011;	11/100 000/011
	2 0	00/011 100/100;	10/111 100/100;	01/000 100/111;	11/100 100/111
<b>g</b> 11	$X_1 \rightarrow X_3$	00/001 011/010;	10/101 011/010;	01/010 011/001;	11/110 011/001
	1 3	00/001 111/110;	10/101 111/110;	01/010 111/101;	11/110 111/101
<b>g</b> <sub>12</sub>	$X_3 \rightarrow X_1$	00/010 010/011;	10/110 010/011;	01/001 010/000;	11/101 010/000
	5	00/010 110/111;	10/110 110/111;	01/001 110/100;	11/101 110/100
<b>g</b> <sub>13</sub>	$X_2 \rightarrow X_3$	00/011 011/011;	10/111 011/011;	01/000 011/000;	11/100 011/000
	2 3	00/011 111/111;	10/111 111/111;	01/000 111/100;	11/100 111/100
<b>g</b> <sub>14</sub>	$X_3 \rightarrow X_2$	00/010 001/000;	10/110 001/000;	01/001 001/011;	11/101 001/011
		00/010 101/100;	10/110 101/100;	01/001 101/111;	11/101 101/111
<b>g</b> 15	$X_3 \rightarrow X_0$	00/010 000/001;	10/110 000/001;	01/001 000/010;	11/101 000/010
		00/010 100/101;	10/110 100/101;	01/001 100/110;	11/101 100/110
<b>g</b> <sub>16</sub>	$X_3 \rightarrow X_3$	00/010 011/010;	10/110 011/010;	01/001 011/001;	11/101 011/001
		00/010 111/110;	10/110 111/110;	01/001 111/101;	11/101 111/101

以上より、 g1~g16は以下のように求められる。

$$\begin{split} g_{1} &= \left\{ W(000) + W(100)I \right\} \cdot \left\{ W_{p}(010)I + W_{p}(110)I^{2} \right\} + \left\{ W(011)I + W(111)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(001)I + W_{p}(101)I^{2} \right\} \\ g_{2} &= \left\{ W(000) + W(100)I \right\} \cdot \left\{ W_{p}(011)I^{2} + W_{p}(111)I^{3} \right\} + \left\{ W(011)I + W(111)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(001)I^{2} + W_{p}(101)I^{3} \right\} \\ g_{3} &= \left\{ W(000) + W(100)I \right\} \cdot \left\{ W_{p}(001)I + W_{p}(110)I^{2} \right\} + \left\{ W(011)I + W(111)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(010)I + W_{p}(110)I^{2} \right\} \\ g_{4} &= \left\{ W(011)I + W(111)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(000)I + W_{p}(100)I^{2} \right\} + \left\{ W(010)I + W(110)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(011)I + W_{p}(111)I^{2} \right\} \\ g_{5} &= \left\{ W(001) + W(101)I \right\} \cdot \left\{ W_{p}(000)I + W_{p}(100)I^{2} \right\} + \left\{ W(010)I + W(110)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(001)I + W_{p}(101)I^{2} \right\} \\ g_{6} &= \left\{ W(001) + W(101)I \right\} \cdot \left\{ W_{p}(010)I + W_{p}(110)I^{2} \right\} + \left\{ W(010)I + W(100)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(000)I + W_{p}(100)I^{2} \right\} \\ g_{7} &= \left\{ W(001) + W(101)I \right\} \cdot \left\{ W_{p}(011)I + W_{p}(111)I^{2} \right\} + \left\{ W(010)I + W(110)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(000)I + W_{p}(100)I^{2} \right\} \end{split}$$

$$\begin{split} g_8 &= \left\{ \mathcal{W}(011) + \mathcal{W}(111)I \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(001)I + \mathcal{W}_p(101)I^2 \right\} + \left\{ \mathcal{W}(000)I + \mathcal{W}(100)I^2 \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(010)I + \mathcal{W}_p(110)I^2 \right\} \\ g_9 &= \left\{ \mathcal{W}(001) + \mathcal{W}(101)I \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(001) + \mathcal{W}_p(101)I \right\} + \left\{ \mathcal{W}(010)I + \mathcal{W}(110)I^2 \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(010) + \mathcal{W}_p(110)I \right\} \\ g_{10} &= \left\{ \mathcal{W}(011) + \mathcal{W}(111)I \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(000) + \mathcal{W}_p(100)I \right\} + \left\{ \mathcal{W}(000)I + \mathcal{W}(100)I^2 \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(011) + \mathcal{W}_p(111)I \right\} \\ g_{11} &= \left\{ \mathcal{W}(001) + \mathcal{W}(101)I \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(010)I^2 + \mathcal{W}_p(110)I^3 \right\} + \left\{ \mathcal{W}(010)I + \mathcal{W}(110)I^2 \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(001)I^2 + \mathcal{W}_p(101)I^3 \right\} \\ g_{12} &= \left\{ \mathcal{W}(010) + \mathcal{W}(110)I \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(011)I + \mathcal{W}_p(111)I^2 \right\} + \left\{ \mathcal{W}(001)I + \mathcal{W}(100)I^2 \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(000)I + \mathcal{W}_p(100)I^2 \right\} \\ g_{13} &= \left\{ \mathcal{W}(010) + \mathcal{W}(110)I \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(000)I + \mathcal{W}_p(100)I^2 \right\} + \left\{ \mathcal{W}(000)I + \mathcal{W}(100)I^2 \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(001)I + \mathcal{W}_p(100)I^3 \right\} \\ g_{14} &= \left\{ \mathcal{W}(010) + \mathcal{W}(110)I \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(000)I + \mathcal{W}_p(100)I^2 \right\} + \left\{ \mathcal{W}(001)I + \mathcal{W}(101)I^2 \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(011)I + \mathcal{W}_p(111)I^2 \right\} \\ g_{15} &= \left\{ \mathcal{W}(010) + \mathcal{W}(110)I \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(010)I^2 + \mathcal{W}_p(110)I^3 \right\} + \left\{ \mathcal{W}(001)I + \mathcal{W}(101)I^2 \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(001)I^2 + \mathcal{W}_p(101)I^3 \right\} \\ g_{16} &= \left\{ \mathcal{W}(010) + \mathcal{W}(110)I \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(010)I^2 + \mathcal{W}_p(110)I^3 \right\} + \left\{ \mathcal{W}(001)I + \mathcal{W}(101)I^2 \right\} \cdot \left\{ \mathcal{W}_p(001)I^2 + \mathcal{W}_p(101)I^3 \right\} \\ (2.45) \end{split}$$

式(2.45)を式(2.31)に代入することでT(D,I)を求めることができる。またこの場合の $d_{free}^2$ は $d_{free}^2 = 2.586$ となる。

次にパラレル・トランジションのビット誤り率 P<sub>l</sub> は文献[94]より、TC-8PSK のとき

$$P_{\parallel} = \frac{1}{2} \mathcal{Q} \left( \sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \right) \tag{2.46}$$

で与えられる。

以上より、提案方式の平均情報ビット数*m<sub>ave</sub>はr*=3/4のとき2.5なることを考慮して、 式(2.31)、(2.33)、(2.45)、(2.46)から、ビット誤り率の上界式は以下のように求められる。

$$P_{b} \leq \frac{2}{5} \mathcal{Q}\left(\sqrt{\frac{1.293E_{s}}{N_{0}}}\right) \exp\left(\frac{0.644E_{s}}{N_{0}}\right) \frac{\partial T(D,I)}{\partial I} \bigg|_{I=1;D=\exp\left(-\frac{E_{s}}{4N_{0}}\right)} + \frac{1}{2} \mathcal{Q}\left(\sqrt{\frac{2E_{s}}{N_{0}}}\right)$$
(2.47)

#### C: TC-16PSK

r=3/4、K=3の提案 TC-16PSK におけるビット誤り率特性の理論解析は、TC-QPSK 及び TC-8PSK で行ったのと同じ方法で求めることができる。図 2.12 に 16PSK の信号点空間 を示す。 $d_i \in i$  個離れた2つの信号点間の距離とすると、図 2.12 より、MPSK における $d_i$ は一般に、

$$d_i = 2\sin\left(\frac{i\pi}{M}\right) \tag{2.48}$$

で与えられる。従って16PSKの場合、以下のようになる。

$$d_{1}^{2} = 0.152 \qquad d_{5}^{2} = 2.765$$

$$d_{2}^{2} = 0.586 \qquad d_{6}^{2} = 3.414$$

$$d_{3}^{2} = 1.235 \qquad d_{7}^{2} = 3.848$$

$$d_{4}^{2} = 2.000 \qquad d_{8}^{2} = 4.000$$
(2.49)

そして、error weight profile は表 2.8 のようになる。



#### 図 2.12 16PSK の信号点空間

$e_i$	$W(e_i)$	$W_p(e_i)$
0000	1	1
0001	$D^{d_1^2}$	$D^{d_1^2}$
0010	$(D^{d_1^2} + D^{d_3^2}) / 2$	$(D^{d_1^2} + D^{d_3^2})/2$
0011	$D^{d_2^2}$	$D^{d_2^2}$
0100	$D^{d_4^2}$	$D^{d_4^2}$
0101	$(D^{d_3^2} + D^{d_5^2}) / 2$	$(D^{d_3^2} + D^{d_5^2}) / 2$
0110	$(D^{d_1^2} + D^{d_3^2} + D^{d_5^2} + D^{d_7^2}) / 4$	$(D^{d_1^2} + D^{d_3^2} + D^{d_5^2} + D^{d_7^2}) / 4$
0111	$(D^{d_2^2} + D^{d_6^2}) / 2$	$(D^{d_2^2} + D^{d_6^2}) / 2$
1000	$D^{d_4^2}$	$D^{d_4^2}$
1001	$(D^{d_3^2} + D^{d_5^2}) / 2$	$(D^{d_3^2} + D^{d_5^2}) / 2$
1010	$(D^{d_1^2} + D^{d_3^2} + D^{d_5^2} + D^{d_7^2}) / 4$	$(D^{d_1^2} + D^{d_3^2} + D^{d_5^2} + D^{d_7^2}) / 4$
1011	$(D^{d_2^2} + D^{d_6^2}) / 2$	$(D^{d_2^2} + D^{d_6^2}) / 2$
1100	$D^{d_8^2}$	$D^{d_8^2}$
1101	$D^{d_7^2}$	$D^{d_7^2}$
1110	$(D^{d_5^2} + D^{d_7^2}) / 2$	$(D^{d_5^2} + D^{d_7^2}) / 2$
1111	$D^{d_6^2}$	$D^{d_6^2}$

### 表 2.8 シンボルレート可変 Pragmatic TC-16PSK の Error weight profile (r=3/4, K=3)

また $X_p \to X_q$ の遷移をする際の入出力シンボルの組み合わせを列挙すると表2.9のよう になる。

### 表 2.9 シンボルレート可変 Pragmatic TC-16PSK の 入出カシンボル (r=3/4,K=3)

	$X_p \to X_q$	· · · ·	Input/Output	Symbols	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		000/0000 0010/0100;	010/0100 0010/0010;	100/1000 0010/0010;	110/1100 0010/0010
		000/0000 0110/0110;	010/0100 0110/0110;	100/1000 0110/0110;	110/1100 0110/0110
		000/0000 1010/1010;	010/0100 1010/1010;	100/1000 1010/1010;	110/1100 1010/1010
		000/0000 1110/1110;	010/0100 1110/1110;	100/1000 1110/1110;	110/1100 1110/1110
g1	$X_0 \rightarrow X_1$				
		001/0011 0010/0001;	011/0111 0010/0001;	101/1011 0010/0001;	111/1111 0010/0001
		001/0011 0110/0101;	011/0111 0110/0101;	101/1011 0110/0101;	111/1111 0110/0101
		001/0011 1010/1001;	011/0111 1010/1001;	101/1011 1010/1001;	111/1111 1010/1001
		001/0011 1110/1101;	011/0111 1110/1101;	101/1011 1110/1101;	111/1111 1110/1101

· · · · ·					
		000/0000 0010/0100;	010/0100 0010/0010;	100/1000 0010/0010;	110/1100 0010/0010
		000/0000 0110/0110	010/0100 0110/0110:	100/1000 0110/0110:	110/1100 0110/0110
		000/0000 1010/1010	010/0100 1010/1010	100/1000 1010/1010	110/1100 1010/1010
			010/0100 1010/1010,	100/1000 1010/1010,	
	V V	000/0000 1110/1110;	010/0100 1110/1110;	100/1000 1110/1110;	110/1100/1110/1110
<b>B</b> 2	$\Lambda_0 \to \Lambda_3$				
		001/0011 0010/0001;	011/0111 0010/0001;	101/1011 0010/0001;	111/1111 0010/0001
		001/0011 0110/0101	011/0111 0110/0101:	101/1011 0110/0101:	111/1111 0110/0101
		001/0011 1010/1001	011/0111 1010/1001	101/1011 1010/1001;	111/1111 1010/1001
		001/0011 1110/1101,	011/0111 1110/1101	101/1011 1110/1101	111/1111 1110/1101
		000/0000 0001/0001;	010/0100 0001/0001;	100/1000 0001/0001;	110/1100 0001/0001
		000/0000 0101/0101;	010/0100 0101/0101;	100/1000 0101/0101;	110/1100 0101/0101
		000/0000 1001/1001;	010/0100 1001/1001;	100/1000 1001/1001;	110/1100 1001/1001
		000/0000 1101/1101;	010/0100 1101/1101;	100/1000 1101/1101;	110/1100 1101/1101
$g_3$	$X_0 \rightarrow X_2$				
	0 2	001/0011 0001/0010	011/0111 0001/0010	101/1011 0001/0010	111/1111 0001/0010
			011/0111 0101/0110	101/1011 0101/0110;	111/1111 0101/0110
			011/0111 1001/1010,	101/1011 1001/1010,	111/1111 1001/1010
		001/0011 1101/1110;	011/0111 1101/1110;	101/1011 1101/1110;	111/1111 1101/1110
		001/0011 0000/0011;	011/0111 0000/0011;	101/1011 0000/0011;	111/1111 0000/0011
a	$X \rightarrow X$	001/0011 0100/0111;	011/0111 0100/0111;	101/1011 0100/0111;	111/1111 0100/0111
<b>g</b> 4	<i>x</i> <sup>0</sup> / <i>x</i> <sup>0</sup>	001/0011 1000/1011:	011/0111 1000/1011;	101/1011 1000/1011:	111/1111 1000/1011
		001/0011 1100/1111	011/0111 1100/1111	101/1011 1100/1111	111/1111 1100/1111
		000/0001 0001/0000	010/0101 0001/0000	100/1001 0001/0000	110/1101 0001/0000
			010/0101 0101/0100,	100/1001 0101/01000,	110/1101 0101/0000
		000/0001 1001/1000;	010/0101 1001/1000;	100/1001 1001/1000;	110/1101 1001/1000
	17 17	000/0001 1101/1100;	010/0101 1101/1100;	100/1001 1101/1100;	110/1101 1101/1100
<b>g</b> 5	$X_1 \rightarrow X_2$				
		001/0010 0001/0011;	011/0110 0001/0011;	101/1010 0001/0011;	111/1110 0001/0011
		001/0010 0101/0111:	011/0110 0101/0111:	101/1010 0101/0111:	111/1110 0101/0111
		001/0010 1001/1011	011/0110 1001/1011	101/1010 1001/1011	111/1110 1001/1011
1		001/0010 1101/1111	011/0110 1101/1111	101/1010 1101/1111	111/1110 1101/1111
		000/0011 0010/0010	010/0111 0010/0010:	100/1010010/0010	110/1111 0010/0010
				100/1010010/0010;	
		000/0011 0110/0110;	010/0111 0110/0110;	100/1010110/0110;	110/1111 0110/0110
1		000/0011 1010/1010;	010/0111 1010/1010;	100/1011010/1010;	110/1111 1010/1010
		000/0011 1110/1110;	010/0111 1110/1110;	100/1011110/1110;	110/1111 1110/1110
<b>g</b> 6	$X_2 \rightarrow X_1$				
		001/0000 0010/0001;	011/0100 0010/0001;	.011/0100 0010/0001;	011/0100 0010/0001
		001/0000 0110/0101	011/0100 0110/0101:	011/0100 0110/0101:	011/0100 0110/0101
		001/0000 1010/1001	011/0100 1010/1001	011/0100 1010/1001	011/0100 1010/1001
		001/0000 1110/1101	011/0100 1110/1101:	011/0100 1110/1101:	011/0100 1110/1101
		001/0000 1110/1101,	010/0101 0010/0011		110/1101 0010/0011
				100/1001 0010/0011;	
		000/0001 1010/1011;	010/0101 1010/1011;	100/1001 1010/1011;	110/1101 1010/1011
1	17 . 17	000/0001 1110/1111;	010/0101 1110/1111;	100/1001 1110/1111;	110/1101 1110/1111
<b>g</b> 7	$X_1 \rightarrow X_1$				
		001/0010 0010/0000;	011/0110 0010/0000;	101/1010 0010/0000;	111/1110 0010/0000
		001/0010 0110/0100;	011/0110 0110/0100;	101/1010 0110/0100;	111/1110 0110/0100
		001/0010 1010/1000:	011/0110 1010/1000:	101/1010 1010/1000:	111/1110 1010/1000
		001/0010 1110/1100	011/0110 1110/1100	101/1010 1110/1100:	111/1110 1110/1100
		000/0011 0001/0001	010/0111 0001/0001	100/1011 0001/0001	110/1111 0001/0001
				100/1011 0101/0001,	110/1111 0001/0001
					110/1111 0001/0001
			010/0111 1001/1001;	100/1011 1001/1001;	110/1111 0001/0001
	V V	000/0011 1101/1101;	010/0111 1101/1101;	100/1011 1101/1101;	110/1111 0001/0001
88	$\Lambda_2 \rightarrow \Lambda_2$				
		001/0000 0001/0010;	011/0100 0001/0010;	101/1000 0001/0010;	111/1100 0001/0010
		001/0000 0101/0110;	011/0100 0101/0110;	101/1000 0101/0110;	111/1100 0101/0110
		001/0000 1001/1010:	011/0100 1001/1010;	101/1000 1001/1010;	111/1100 1001/1010
		001/0000 1101/1110;	011/0100 1101/1110;	101/1000 1101/1110;	111/1100 1101/1110

$ g_{12}  X_1 \rightarrow X_0 \qquad \begin{array}{c} g_{12} \\ g_{13} \\ g_{14} \\ g_{14} \\ g_{14} \\ g_{15} \\ x_1 \rightarrow X_0 \end{array} \left( \begin{array}{c} g_{00,0001} (0000010) \\ g_{00,0001} (000010) \\ g_{00,0001} (000010) \\ g_{00,0001} (0000010) \\ g_{00,0001} (0000010) \\ g_{00,0001} (0000010) \\ g_{00,0001} (0000010) \\ g_{01,0010} (00000010) \\ g_{00,0011} (00000000) \\ g_{00,0011} (0000000) \\ g_{00,0011} (0000000) \\ g_{00,0011} (0000000) \\ g_{00,0011} (00000000) \\ g_{00,0011} (00000000) \\ g_{01,0010} (00000000) \\ g_{01,0000} (00000010) \\ g_{01,0000} (00000000) \\ g_{01,0000} (00000010) \\ g_{01,0000} (00000010) \\ g_{01,0000} (00000010) \\ g_{01,0000} (00000010) \\ g_{01,0000} (00000000) \\ g_{01,0000} (0000000) \\ g_{01,0000} (00000000) \\ g_{01,0000} (0000000) \\ g_{01,00000} (0000000) \\ g_{01,0000000} (0000000) \\ g_{01,0000000$			000/0001 0000/0001	010/0101 0000/0001	100/1001 0000/0001	110/1101 0000/0001
$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $				010/0101 0100/0101	100/1001 0100/0101	110/1101 0100/0101
$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $				010/0101 1000/1001	$100/1001 \ 1000/1001$	110/1101 1000/1001
$ \begin{array}{c} \mathbf{g}_{1} & X_{1} \rightarrow X_{0} & \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 $				010/0101 1100/1101	100/1001 1100/1101	110/1101 1100/1101
$ \begin{array}{c} \mathbf{g}_{11} & X_{2} \rightarrow X_{0} \\ \mathbf{g}_{12} \\ \mathbf{g}_{13} \\ \mathbf{g}_{14} \\ \mathbf{g}_{15} \\ \mathbf{g}_{15} \\ \mathbf{g}_{14} \\ \mathbf{g}_{15} \\ \mathbf{g}_{$	<b>g</b> 9	$X_1 \rightarrow X_0$	000/0001 1100/1101,	010/0101 1100/1101,	100/1001 1100/1101,	110/1101 1100/1101
$ g_{13} \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	Ŭ.	1 0	001/0010 0000/0010:	011/0110 0000/0010:	101/1010 0000/0010:	111/1110 0000/0010
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			001/0010 0100/0110	011/0110 0100/0110:	101/1010 0100/0110:	111/1110 0100/0110
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			001/0010 1000/1010	011/0110 1000/1010	101/1010 1000/1010:	111/1110 1000/1010
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			001/0010 1100/1110	011/0110 1100/1110	101/1010 1100/1110:	111/1110 1100/1110
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			000/0011 0000/0000	010/0111 0000/0000	100/1011 0000/0000	110/1111 0000/0000
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			000/0011 0100/0100	010/0111 0100/0100	100/1011 0100/0100:	110/1111 0100/0100
$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $				010/0111 1000/1000	100/1011 1000/1000	110/1111 1000/1000
$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $			000/0011 1100/1100	010/0111 1100/1100	100/1011 1100/1100	110/1111 1100/1100
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	$\mathbf{g}_{10}$	$X_2 \rightarrow X_0$	000,0011 1100,1100,	010/0111 1100/1100,	100/1011 1100/1100,	110/1111 1100/1100
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$		2 0	001/0000 0000/0011:	011/0100 0000/0011:	101/1000 0000/0011:	111/1100 0000/0011
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			001/0000 0100/0111	011/0100 0100/0111	101/1000 0100/0111:	111/1100 0100/0111
$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $			001/0000 1000/1011:	011/0100 1000/1011:	101/1000 1000/1011:	111/1100 1000/1011
$ \begin{array}{c} g_{11} & X_1 \rightarrow X_3 \\ g_{11} & X_1 \rightarrow X_3 \\ g_{11} & X_3 \rightarrow X_4 \\ g_{12} & X_3 \rightarrow X_4 \\ g_{14} & X_3 \rightarrow X_2 \\ g_{15} & X_3 \rightarrow X_2 \\ g$			001/0000 1100/1111:	011/0100 1100/1111:	101/1000 1100/1111:	111/1100 1100/1111
$ \begin{array}{c} g_{11} \\ g_{12} \\ g_{13} \\ x_1 \rightarrow x_3 \\ g_{14} \\ x_3 \rightarrow x_1 \\ g_{15} \\ g_{15} \\ x_3 \rightarrow x_1 \\ g_{15} \\ g_{15} \\ x_3 \rightarrow x_2 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_2 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_4 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_4 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_4 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_4 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_4 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_4 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_4 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_4 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_4 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_4 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_6 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_6 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_6 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_6 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_6 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_6 \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_6 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_6 \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_6 \\ g_{16} \\ x_3 \rightarrow x_6 \\ g_{16} \\ g$			000/0001 0011/0010:	010/0101 0011/0010:	100/1001 0011/0010:	110/1101 0011/0010
$ \begin{array}{c} g_{11} & X_1 \rightarrow X_3 \\ g_{12} & X_1 \rightarrow X_3 \\ \end{array} \left( \begin{array}{c} 000 00001 \ 1011/1010; \\ 000 0001 \ 1111/110; \\ 000 0001 \ 1111/110; \\ 000 0001 \ 1111/110; \\ 000 0001 \ 1111/110; \\ 000 0001 \ 1111/110; \\ 000 0001 \ 1111/110; \\ 000 0001 \ 1111/110; \\ 001 0001 \ 0011/0001; \\ 011 0011 \ 0011/0001; \\ 011 0011 \ 0011/0001; \\ 011 0011 \ 0011/0001; \\ 011 0011 \ 0011/0001; \\ 011 0011 \ 0011/0001; \\ 011 0011 \ 0011/0001; \\ 011 0011 \ 0011/0001; \\ 011 0011 \ 0011/0001; \\ 000 0010 \ 0011/0001; \\ 011 0011 \ 0011/0001; \\ 000 0010 \ 0011/0001; \\ 000 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0011; \\ 000 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0011; \\ 000 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0011; \\ 000 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0011; \\ 000 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0011; \\ 000 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0001; \\ 000 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0001; \\ 000 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0001; \\ 000 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0000; \\ 001 0001 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0000; \\ 001 0000 \ 0010 \ 0010 \ 0010 \ 0010/0000; \\ 001 0000 \ 0010 \ 0010 \ 00000; \\ 001 0000 \ 0010 \ 0010 \ 0000; \\ 001 0000 \ 0010 \ 0000; \\ 000 0001 \ 0010 \ 0000; \\ 000 0001 \ 0010 \ 0000; \\ 000 \ 0010 \ 0000; \\ 000 \ 0000 \ 0000; \\ 000 \ 0000 \ 0000; \\ 000 \ 0000 \ 0000; \\ 000 \ 0000; \\ 000 \ 0000 \ 0000; \\ 000 $			000/0001 0111/0110:	010/0101 0111/0110:	100/1001 0111/0110:	110/1101 0111/0110
$ \begin{array}{c} g_{11} & X_1 \rightarrow X_3 \\ g_{12} & X_1 \rightarrow X_3 \\ g_{13} & X_1 \rightarrow X_3 \\ g_{14} & X_3 \rightarrow X_1 \\ g_{12} & X_3 \rightarrow X_1 \\ g_{14} & X_3 \rightarrow X_2 \\ g_{15} & X_3 \rightarrow X_2 \\ g$			000/0001 1011/1010:	010/0101 1011/1010:	100/1001 1011/1010:	110/1101 1011/1010
$ \begin{array}{c} g_{11} & X_1 \rightarrow X_3 \\ g_{12} & X_1 \rightarrow X_3 \\ g_{13} & X_1 \rightarrow X_3 \\ & 001/0010 0011/0001; 001/0001; 001/010001; 001/0001; 001/0001; 011/0100; 011/0100; 011/0100; 011/0100; 011/0100; 011/0100; 001/0000; 001/0000; 001/0000; 001/00000; 001/00000; 001/00000; 000/0000; 001/0000; 000/0000$			000/0001 1111/1110:	010/0101 1111/1110:	100/1001 1111/1110:	110/1101 1111/1110
$ g_{12}  X_3 \rightarrow X_1 = \begin{matrix} 001/0010 \ 0011/0001; 011/0110 \ 0011/0001; 011/010 \ 0011/0001; 011/0100; 011/0100; 011/0100; 011/0100; 011/0100; 011/0100; 011/0100; 001/00001; 001/00001; 001/00001; 001/0100; 001/0001; 001/0100; 001/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0001; 000/0000; 001/0000; 001/0010; 000/0000; 001/0010; 000/0000; 001/0010; 000/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 001/0000; 001/0010; 001/0000; 000/0000; 000/0000; 000/0010; 001/0000; 000/0000; 000/0000; 000/0010; 001/0000; 000/0000; 00$	g11	$X_1 \rightarrow X_3$	,		· · · ·	
$ g_{12}  \chi_3 \rightarrow \chi_1 \\ g_{13}  \chi_2 \rightarrow \chi_3 \\ g_{14}  \chi_3 \rightarrow \chi_2 \\ g_{15}  \chi_3 \rightarrow \chi_2 \\ g_{15}  \chi_3 \rightarrow \chi_3 \\ g_{15}  \chi_3 \rightarrow \chi_3 \\ g_{15}  \chi_3 \rightarrow \chi_4 \\ g_{16}  \chi_3 \rightarrow \chi_2 \\ g_{16}  \chi_3 \rightarrow \chi_3 \\ g_{16}  \chi_3 \rightarrow \chi_3 \\ g_{16}  \chi_3 \rightarrow \chi_4 \\ g_{16}  \chi_3 \rightarrow \chi_3 \\ g_{16}  \chi_3 \rightarrow \chi_4 \\ g_{16}  \chi_3 \rightarrow \chi_4 \\ g_{16}  \chi_3 \rightarrow \chi_3 \\ g_{16}  \chi_3 \rightarrow \chi_4 \\ g_{16}$			001/0010 0011/0001;	011/0110 0011/0001;	101/1010 0011/0001;	111/1110 0011/0001
$ g_{12}  X_3 \rightarrow X_1 \qquad \begin{array}{c} 001/0010 \ 1011/1001; \ 011/0110 \ 1011/1001; \ 101/1010 \ 1011/1001; \ 101/1010 \ 1011/1001; \ 101/1010 \ 1011/1001; \ 101/1010 \ 1011/1001; \ 101/1010 \ 1011/1001; \ 101/1010 \ 1011/1001; \ 101/1010 \ 1011/1001; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1010; \ 101/1010 \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1010; \ 1011/1010; \ 1011/1010; \ 1011/1010; \ 1011/1010; \ 1011/1000; \ 1011/1100; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1011/1000; \ 1001/1000; \ 1011/1000; \ 1001/100;$			001/0010 0111/0101;	011/0110 0111/0101;	101/1010 0111/0101;	111/1110 0111/0101
$ g_{12}  X_3 \rightarrow X_1 \\ g_{13}  X_3 \rightarrow X_1 \\ g_{14}  X_3 \rightarrow X_2 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_3 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_4 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_2 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_2 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_3 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_4 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_2 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_3 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_3 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_4  X_5  X_5$			001/0010 1011/1001;	011/0110 1011/1001;	101/1010 1011/1001;	111/1110 1011/1001
$ g_{12}  X_3 \rightarrow X_1 \\ g_{13}  X_3 \rightarrow X_1 \\ g_{14}  X_3 \rightarrow X_2 \\ g_{14}  X_3 \rightarrow X_2 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_2 \\ g_{15}$			001/0010 1111/1101;	011/0110 1111/1101;	101/1010 1111/1101;	111/1110 1111/1101
$ g_{12}  X_3 \rightarrow X_1  \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			000/0010 0010/0011;	010/0110 0010/0011;	100/1010 0010/0011;	110/1111 0010/0011
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			000/0010 0110/0111;	010/0110 0110/0111;	100/1010 0110/0111;	110/1111 0110/0111
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			000/0010 1010/1011;	010/0110 1010/1011;	100/1010 1010/1011;	110/1111 1010/1011
$ \begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	л. –		000/0010 1110/1111;	010/0110 1110/1111;	100/1010 1110/1111;	110/1111 1110/1111
$ g_{13} = \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	<b>g</b> 12	$X_3 \rightarrow X_1$				
$ g_{13} = \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			001/0001 0010/0000;	011/0101 0010/0000;	101/1001 0010/0000;	111/1101 0010/0000
$ g_{13} = X_2 \rightarrow X_3 = \begin{cases} 001/0001 1010/1000; 011/0101 1010/1000; 101/0101 1010/1000; 111/1101 1100/1000; 011/0011 110/1100; 011/0011; 100/1010; 111/1101 110/1100; 000/0011 1011/011; 010/0111 0011/0011; 100/1011 0011/0011; 110/1111 011/011; 000/0011 1011/0111; 010/0111 0111/0111; 100/1011 0111/0111; 110/1111 011/1011; 000/0011 1011/111; 010/0111 0111/0111; 100/1011 0111/0111; 110/1111 011/1011; 000/0011 1011/111; 010/0111 0111/0111; 100/1011 0111/0111; 110/1111 011/1011; 000/0011 1011/111; 010/0111 0111/0111; 100/1011 0111/0111; 110/1111 011/1011; 000/0011 1011/1000; 011/0000; 101/1000 011/0000; 011/0100; 011/0100; 011/1000 011/0000; 101/1000 011/0000; 001/0000; 011/0100; 011/0100; 011/1000; 011/1000; 011/1000; 011/1000; 011/1000; 011/1000; 011/1000; 011/1000; 000/0000; 000/0010; 011/0100; 011/0100; 011/1000; 100/1000; 001/0000; 000/0010; 010/0100; 010/0100; 010/1000; 000/000; 000/0010; 000/000; 000/010; 000/010; 000/1000; 000/010; 000/000; 000/010; 000/010; 000/010; 000/010; 000/010; 000/000; 000/010; 000/010; 000/000; 000/010; 000/010; 000/000; 000/010; 000/010; 000/010; 000/010; 000/010; 000/000; 000/010; 000/010; 000/010; 000/100; 000/000; 000/010; 000/010; 000/000; 000/010; 000/010; 000/100; 000/000; 000/010; 000/000; 000/010; 000/000; 000/010; 000/010; 000/100; 000/000; 000/010; 000/010; 000/000; 000/010; 000/000; 000/010; 000/010; 000/000; 000/010; 000/000; 000/010; 000/000; 000/010; 000/000; 000/010; 000/000; 000/001; 000/100; 000/000; 000/001; 000/100; 000/000; 000/001; 000/100; 000/000; 000/001; 000/000; 000/001; 000/000; 000/001; 000/000; 000/001; 000/000; 000/001; 000/100; 000/000; 000/000; 000/001; 000/100; 110/110; 000/000; 000/000]; 000/0000; 000/001; 000/000; 000/000; 000/000]; 000/000; 000/000]; 000/000; 000/000]; 000/0$			001/0001 0110/0100;	011/0101 0110/0100;	101/1001 0110/0100;	111/1101 0110/0100
$ g_{13} = \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	·		001/0001 1010/1000;	011/0101 1010/1000;	101/1001 1010/1000;	111/1101 1010/1000
$ g_{13}  X_2 \to X_3  \begin{pmatrix} 000/0011\ 0011/0011; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 0111/1111; \\ 100/1011\ 0111/0111; \\ 100/1011\ 0111/0111; \\ 100/1011\ 0111/0111; \\ 100/1011\ 0111/0111; \\ 100/1011\ 0111/0111; \\ 100/1011\ 0111/1111; \\ 100/1011\ 0111/1111; \\ 100/1011\ 0111/1111; \\ 100/1011\ 0111/1111; \\ 100/1011\ 0111/1111; \\ 100/1011\ 0111/1111; \\ 100/1001\ 0111/000; \\ 011/1000\ 0111/000; \\ 011/1000\ 0111/000; \\ 011/1000\ 0111/100; \\ 011/1000\ 0111/100; \\ 101/1000\ 0111/100; \\ 101/1000\ 0111/100; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0001/000; \\ 100/1010\ 0000/001; \\ 100/1010\ 0000/001; \\ 100/1010\ 0000/001; \\ 100/1001\ 0000/001; \\ 100/1010\ 0000/001; \\ 100/1010\ 0000/001; \\ 100/1010\ 0000/000; \\ 100/1010\ 0000/000; \\ 100/1010\ 0000/001; \\ 100/1010\ 0000/001; \\ 100/1010\ 0000/001; \\ 100/1010\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/000; \\ 100/1000\ 0000/$		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	001/0001 1110/1100;	011/0101 1110/1100;	101/1001 1110/1100;	111/1101 1110/1100
$ \mathbf{g}_{13}  X_2 \to X_3 \qquad \begin{array}{c} \begin{array}{c} 000/0011\ 0111/0111; \\ 000/0011\ 1011/1011; \\ 000/0011\ 1011/1011; \\ 000/0011\ 1011/1011; \\ 010/0111\ 1011/1011; \\ 010/0111\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/1011; \\ 100/1011\ 1011/100; \\ 101/1000\ 0011/0000; \\ 001/0000\ 0011/0000; \\ 011/0100\ 0011/0000; \\ 011/0100\ 0011/1000; \\ 011/0100\ 0011/1000; \\ 011/0100\ 0011/1000; \\ 101/1000\ 00111/1000; \\ 101/1000\ 00111/1000; \\ 100/1010\ 0011/1000; \\ 100/1010\ 0001/0000; \\ 110/110\ 0011/0000; \\ 110/110\ 0011/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/0000; \\ 110/110\ 001/000; \\ 110/110\ 001/000; \\ 110/110\ 001/000; \\ 110/110\ 001/000; \\ 110/110\ 000/0000; \\ 111/110\ 000/0000; \\ 111/110\ 000/0000; \\ 111/110\ 000/0000; \\ 111/110\ 000/0000; \\ 111/110\ 000/0000; \\ 111/110\ 000/0000; \\ 111/110\ 000/0000; \\ 111/110\ 000/0000; \\ 111/1100\ 000/0000; \\ 111/1100\ 000/0000; \\ 111/1100\ 000/0000; \\ 111/1100\ 000/0$			000/0011 0011/0011;	010/01111 0011/0011;	100/1011 0011/0011;	110/1111 0011/0011
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			000/0011 0111/0111;	010/01111 0111/0111;	100/1011 0111/0111;	110/1111 0111/0111
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$			000/0011 1011/1011;	010/01111 1011/1011;	100/1011 1011/1011;	110/1111 1011/1011
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	~		000/0011 1111/1111;	010/01111 1111/1111;	100/1011 1111/1111;	110/1111 1111/1111
$ g_{14}  X_3 \rightarrow X_2 \\ g_{15}  X_3 \rightarrow X_0 \\ g_{15}  X_1 \rightarrow X_0 \\ g_{15}$	<b>B</b> 13	$\Lambda_2 \to \Lambda_3$				
$ g_{14}  X_3 \rightarrow X_2 \qquad \begin{array}{c} 001/0000 \ 0111/0100; \ 011/0100 \ 0111/0100; \ 011/0100 \ 0111/0100; \ 011/0100 \ 0111/0100; \ 011/0100 \ 0111/0100; \ 011/0100 \ 0111/0100; \ 011/0100 \ 0111/0100; \ 011/0100 \ 0111/0100; \ 011/0100 \ 0111/0100; \ 011/0100 \ 0111/0100; \ 011/0100 \ 0111/0100; \ 010/0100 \ 010/0000; \ 010/010 \ 0001/0000; \ 010/010 \ 0001/0000; \ 010/010 \ 0001/0000; \ 010/010 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 000/0000; \ 010/0110 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 010/0100; \ 010/0100 \ 000/0000; \ 000/000$			001/0000 0011/0000;	011/0100 0011/0000;	101/1000 0011/0000;	111/1100 0011/0000
$ g_{14}  X_3 \rightarrow X_2 \qquad \begin{array}{c} 001/0000 \ 1011/1000; \ 011/0100 \ 1011/1000; \ 101/1000 \ 1011/1000; \ 100/1010 \ 0001/0000; \ 100/1010 \ 000/0010; \ 100/1010 \ 000/0010; \ 100/1010 \ 000/0011; \ 101/100; \ 100/1010 \ 100/1010; \ 100/1010 \ 100/1010; \ 100/1010 \ 100/1011; \ 101/100; \ 100/1010 \ 100/1011; \ 101/100; \ 100/1010 \ 100/1011; \ 101/100; \ 100/1010 \ 100/1011; \ 101/100; \ 100/1010; \ 100/1010; \ 100/1010; \ 100/1010; \ 100/1010; \ 100/1010 \ 100/1011; \ 101/100; \ 100/1010 \ 100/1011; \ 100/1010 \ 100/1011; \ 100/1010 \ 100/1010; \ 100/1010 \ 100/100; \ 100/1010 \ 100/100; \ 100/1010 \ 100/100; \ 100/1010 \ 100/100; \ $			001/0000 0111/0100;	011/0100 0111/0100;	101/1000 0111/0100;	111/1100 0111/0100
$ g_{14}  X_3 \rightarrow X_2 \qquad \begin{array}{c} 001/0000 \ 1111/1100; \ 011/0100 \ 0111/1100; \ 111/1100; \ 111/1100 \ 1111/1100; \ 111/1100 \ 011/11000; \ 110/1100 \ 0001/0000; \ 000/0010 \ 0001/0000; \ 010/0110 \ 0001/0000; \ 100/1010 \ 0001/0000; \ 110/110 \ 0001/0000; \ 110/110 \ 0001/0000; \ 000/0010 \ 0100/0110 \ 010/0110 \ 010/1010; \ 100/1010 \ 0001/0000; \ 110/110 \ 010/1000; \ 000/0010 \ 000/0010 \ 010/0110 \ 010/1000; \ 100/1010 \ 0001/0000; \ 110/110 \ 0001/0000; \ 110/110 \ 0001/0000; \ 110/110 \ 010/1000; \ 000/0010 \ 000/0010 \ 010/0110 \ 010/0110; \ 100/1010 \ 000/0011; \ 110/110 \ 0001/0001; \ 110/110 \ 0001/0001; \ 110/110 \ 0001/0011; \ 011/0100 \ 010/0111; \ 011/0100 \ 010/0111; \ 011/0100 \ 010/0111; \ 011/0100 \ 000/0001; \ 100/1011; \ 111/1101 \ 0001/0011; \ 000/0000; \ 110/1100 \ 000/0001; \ 110/1100 \ 000/0001; \ 110/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 111/1100 \ 000/0000; \ 011/0000 \ 000/0000; \ 011/0000 \ 000/0000; \ 011/0000 \ 000/0000; \ 011/0000 \ 000/0000; \ 011/0000 \ 000/0000; \ 011/0000 \ 000/0000; \ 011/1000 \ 000/0000; \ 011/1000 \ 000/0000; \ 011/1000 \ 000/0000; \ 011/1000 \ 000/0000; \ 011/1000 \ 000/0000; \ 011/1000 \ 000/0000; \ 011/1000 \ 000/0000; \ 0111/1000 \ 000/000$				011/0100 1011/1000;	101/1000 1011/1000;	111/1100 1011/1000
$ g_{14}  X_3 \rightarrow X_2 \qquad \begin{array}{c} 000/0010 \ 0001/0000; 010/0110 \ 0001/0000; 010/0110 \ 0001/0000; 000/0010 \ 0101/0100; 010/0110 \ 010/0100 \ 010/0100 \ 010/0100 \ 000/0010 \ 000/00000 \ 000/0010 \ 000/0000 \ 000/00000 \ 000$		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	001/00001111/1100;	011/0100 1111/1100;	101/1000 1111/1100;	111/1100 1111/1100
$ g_{14}  X_3 \rightarrow X_2  \begin{array}{ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				010/0110 0001/0000;		110/1110/0001/0000
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$				010/0110 0101/0100;	100/1010 0101/0100;	110/1110 0101/0100
$ \begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$	ļļ			010/0110 1001/1000;	100/1010 1001/1000;	110/1110 1001/1000
$ g_{15} = X_3 \rightarrow X_0 = \begin{pmatrix} 001/0001 \ 0001/0011; \\ 001/0001 \ 0101/0011; \\ 001/0001 \ 0101/0111; \\ 001/0001 \ 0101/0111; \\ 011/0101 \ 0101/0111; \\ 011/0101 \ 0101/0111; \\ 011/0101 \ 0101/0111; \\ 101/1001 \ 1001/1011; \\ 101/1001 \ 1001/1011; \\ 101/1001 \ 1001/1011; \\ 101/1001 \ 1001/1011; \\ 101/1001 \ 1001/1011; \\ 101/1001 \ 1001/1011; \\ 101/1001 \ 1001/1011; \\ 101/1001 \ 1001/1011; \\ 101/1001 \ 0100/0000; \\ 100/1010 \ 0000/0001; \\ 100/1010 \ 0000/0001; \\ 100/1010 \ 0000/0001; \\ 100/1010 \ 0000/0001; \\ 100/1010 \ 0000/0001; \\ 100/1010 \ 0000/0001; \\ 100/1010 \ 0000/0001; \\ 100/1010 \ 0000/0001; \\ 100/1010 \ 0000/0000; \\ 100/1010 \ 0000/0000; \\ 100/1010 \ 0000/0010; \\ 100/1010 \ 1000/1001; \\ 100/1010 \ 1000/1000; \\ 101/1001 \ 0000/0010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 101/1001 \ 0000/1010; \\ 100/11100 \\ 1000/11100; \\ 100/11100 \\ 1000/1110; \\ 1$	$g_{14}$	$X_{\bullet} \rightarrow X_{\bullet}$	000/0010 1101/1100;	010/0110 1101/1100;	100/1010 1101/1100,	110/1110 1101/1100
$ g_{15} X_3 \rightarrow X_0 \begin{bmatrix} 0.01/001 0.001/0011, 011/0101 0.001/0011, 101/101 0.001/0011, 111/101 0.001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0011, 001/0001, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0010, 000/0000, 000/0000, 000/000000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, 000/0000, $	814	113 7 112	001/0001 0001/0011	011/0101 0001/0011	101/1001 0001/0011	111/1101 0001/0011
$ g_{15} X_3 \rightarrow X_0 \begin{bmatrix} 001/0001 010/0111, & 011/0101 010/0111, & 101/1001 010/0111, & 111/1101 010/01111, \\ 001/0001 1001/1011; & 011/0101 1001/1011; & 101/1001 1001/1011; & 111/1101 1001/1011 \\ 001/0001 1101/1111; & 011/0101 1101/1111; & 101/1001 1101/1111; & 111/1101 1101/1111 \\ 000/0010 0000/0011; & 010/0110 0000/0001; & 100/1010 0000/0001; & 110/110 0000/0001 \\ 000/0010 01000/1011; & 010/0110 0100/1001; & 100/1010 0100/1001; & 110/110 0100/1001 \\ 000/0010 1000/1011; & 010/0110 1000/1001; & 100/1010 1000/1001; & 110/110 1000/1001 \\ 000/0010 1100/1111; & 010/0110 1000/1001; & 100/1010 1000/1001; & 110/110 1000/1001 \\ 001/0001 0000/0010; & 011/0101 0000/0010; & 101/1001 0000/0010; & 111/110 1000/0010 \\ 001/0001 0000/0010; & 011/0101 0000/0010; & 101/1001 0000/0010; & 111/1101 000/0010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1101 1000/1010 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 111/1100/1110 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 101/1001 1000/1010; & 100/1000 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/0101 1000/1010; & 100/1000 \\ 001/0001 1000/1010; & 011/01001 1000/1010; & 100/1000 \\ 001/0001 1000/1010; &$	<b>l</b> [			011/0101 0101/0111	101/1001 0101/0111	111/1101 0101/0011
$ g_{15} X_3 \rightarrow X_0 \begin{bmatrix} 001/001 100/1011, 011/011 100/1011, 011/001 100/1011, 011/011, 011/001 100/1011, 011/0111, 001/001 100/1011, 001/001, 001/0000, 0000, 0000, 010/0010, 010/0110, 010/0010, 000/0000, 000/0000, 010/0100, 010/0100, 000/0000, 000/0010, 010/0100, 000/0000, 000/0010, 001/000/0010, 011/0101 000/0010, 001/0001 000/0010, 011/0101 000/0010, 001/0001 000/0010, 011/0101 000/0010, 001/0000/0010, 001/000/0000, 000$	i i		001/0001 1001/0111	011/0101 1001/1011	101/1001 1001/0111,	111/1101 0101/0111
$ g_{15} X_3 \rightarrow X_0 \begin{bmatrix} 001/0001 \ 100/1010, 010/0011, 010/0101 \ 100/1001, 010/0001, 000/0001, 010/0101, 000/0000, 010, 01$				011/0101 1101/1111	101/1001 1101/1111	111/1101 1101/1011
$ g_{15} X_3 \rightarrow X_0 \begin{bmatrix} 000/0010 & 0000/0011; & 010/0110 & 0000/0001; & 100/1010 & 0000/0001; & 110/1110 & 0000/0001 \\ 000/0010 & 0100/0111; & 010/0110 & 0100/0101; & 100/1010 & 0000/0010; & 110/1110 & 0100/1001 \\ 000/0010 & 1000/1011; & 010/0110 & 1000/1001; & 100/1010 & 100/1001; & 110/1110 & 0100/1001 \\ 000/0010 & 1000/1011; & 010/0110 & 100/1010; & 100/1010 & 100/1001; & 110/110 & 1000/1001 \\ 001/0001 & 0000/0010; & 011/0101 & 0000/0010; & 101/1001 & 0000/0010; & 111/110 & 1000/0010 \\ 001/0001 & 0000/0010; & 011/0101 & 0000/0010; & 101/1001 & 1000/1010; & 111/1101 & 0000/0010 \\ 001/0001 & 1000/1010; & 011/0101 & 1000/1010; & 101/1001 & 1000/1010; & 111/1101 & 1000/1010 \\ 001/0001 & 1000/1010; & 011/0101 & 1000/1010; & 101/1001 & 1000/1010; & 111/1101 & 1000/1010 \\ 001/0001 & 1000/1010; & 011/0101 & 1000/1010; & 101/1001 & 1000/1010; & 111/1101 & 1000/1010 \\ 001/0001 & 1000/1010; & 011/0101 & 1000/1010; & 101/1001 & 1000/1010; & 111/1101 & 1000/1010 \\ 001/0001 & 1000/1110; & 011/0101 & 1000/1010; & 101/1001 & 1000/1010; & 111/1101 & 1000/1010 \\ 001/0001 & 1000/1110; & 011/0101 & 1000/1010; & 101/1001 & 1000/1010; & 111/1101 & 1000/1010 \\ 001/0001 & 1000/1110; & 011/0101 & 1000/1110; & 101/1001 & 1000/1100; & 111/1101 & 1000/1010 \\ 001/0001 & 1000/1110; & 011/0101 & 1000/1100; & 101/1001 & 1000/1010; & 111/1100/1110 \\ 001/0001 & 1000/1110; & 011/0101 & 1000/1100; & 101/1001 & 1000/1010; & 100/1100; & 100/1100; \\ 001/0001 & 1000/1110; & 011/0101 & 1000/1100; & 100/1100; & 100/1100; & 100/1100; & 100/1100; \\ 001/0001 & 1000/1110; & 011/0101 & 1000/1100; & 100/1100; & 100/1100; & 100/1100; & 100/1100; & 100/1100; & 100/1100; & 100/1100; \\ 001/0001 & 1000/1100; & 011/0101 & 1000/1100; & 100/1100; $	┠──┤		000/0010 0000/0011	010/0110 0000/0001	100/1010 0000/0001	110/1110 0000/0001
$ \mathbf{g}_{15} \left[ X_3 \rightarrow X_0 \right] \begin{bmatrix} 000/0010 \ 0100/0101; \\ 000/0010 \ 1000/1011; \\ 000/0010 \ 1000/1011; \\ 000/0010 \ 1000/1011; \\ 010/0110 \ 1000/1001; \\ 010/0110 \ 1000/1001; \\ 010/0110 \ 1000/1001; \\ 100/1010 \ 1000/1001; \\ 100/1010 \ 1000/1001; \\ 101/1001 \ 0000/0010; \\ 011/0101 \ 0000/0010; \\ 011/0101 \ 0100/0110; \\ 011/0101 \ 1000/1010; \\ 101/1001 \ 1000/1010; \\ 100/1000 \ 1000/1010; \\ 100/1000 \ 1000/1010; \\ 100/1000 \ 1000/1010; \\ 100/1000 \ 1000/1010; \\ 100/1000 \ 1000/100; $	1			010/0110 0100/0101	100/1010 0100/0101	110/1110 0100/0101
$ g_{15} \left[ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$					100/1010 1000/0101,	110/1110 1000/0101
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				010/0110 1100/1101		110/1110 1100/1101
001/0001 0000/0010;         011/0101 0000/0010;         101/1001 0000/0010;         111/1101 0000/0010           001/0001 0100/0110;         011/0101 0100/0110;         101/1001 0100/0110;         111/1101 0100/0110           001/0001 1000/110;         011/0101 0100/0110;         101/1001 0100/0110;         111/1101 0100/0110           001/0001 1000/110;         011/0101 1000/1010;         101/1001 1000/1010;         111/1101 1000/1010           001/0001 1000/110;         011/0101 1000/1010;         101/1001 1000/1010;         111/1101 1000/1010	g <sub>15</sub>	$X_{1} \rightarrow X_{2}$	500/0010 1100/1111,	JIV/VIIV IIV/11VI,		110/1110 1100/1101
001/0001 0100/0110; 011/0101 0100/0110; 101/1001 0100/0110; 111/1101 0100/0110 001/0001 1000/1010; 011/0101 1000/1010; 101/1001 1000/1010; 111/1101 1000/1010 001/0001 1100/1110; 011/0101 1100/1110; 101/1001 1100/1110; 111/1101 1100/1110		5 0	001/0001 0000/0010:	011/0101 0000/0010:	101/1001 0000/0010:	111/1101 0000/0010
001/0001 1000/1010; 011/0101 1000/1010; 101/1001 1000/1010; 111/1101 1000/1010 001/0001 1100/1110; 011/0101 1100/1110; 101/1001 1100/1110; 111/1101 1100/1110			001/0001 0100/0110:	011/0101 0100/0110:	101/1001 0100/0110:	111/1101 0100/0110
001/0001 1100/1110: 011/0101 1100/1110: 101/1001 1100/1110: 111/1101 1100/1110			001/0001 1000/1010:	011/0101 1000/1010:	101/1001 1000/1010:	111/1101 1000/1010
			001/0001 1100/1110;	011/0101 1100/1110;	101/1001 1100/1110;	111/1101 1100/1110

Geo	$V \to V$	000/0010 0011/0010; 000/0010 0111/0110; 000/0010 1011/1010; 000/0010 1111/1110;	010/0110 0011/0010; 010/0110 0111/0110; 010/0110 1011/1010; 010/0110 1111/1110;	100/1010 0011/0010; 100/1010 0111/0110; 100/1010 1011/1010; 100/1010 1111/110;	110/1110 0011/0010 110/1110 0111/0110 110/1110 1011/1010 110/1110 1111/1110
<b>g</b> 16	$A_3 \rightarrow A_3$	001/0001 0011/0001; 001/0001 0111/0101; 001/0001 1011/1001; 001/0001 1111/1101;	011/0101 0011/0001; 011/0101 0111/0101; 011/0101 1011/1001; 011/0101 1111/1101;	101/1001 0011/0001; 101/1001 0111/0101; 101/1001 1011/1001; 101/1001 1111/1101;	111/1101 0011/0001 111/1101 0111/0101 111/1101 1011/1001 111/1101 1111/1101

以上より、 g1~g16は以下のように求められる。

 $g_{1} = \left\{ W(0000) + W(0100)I + W(1000)I + W(1100)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0010)I + W_{p}(0110)I^{2} + W_{p}(1010)I^{2} + W_{p}(1110)I^{3} \right\} \\ + \left\{ W(0011)I + W(0111)I^{2} + W(1011)I^{2} + W(1111)I^{3} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0001)I + W_{p}(0101)I^{2} + W_{p}(1001)I^{2} + W_{p}(1101)I^{3} \right\}$ 

 $g_{2} = \left\{ W(0000) + W(0100)I + W(1000)I + W(1100)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0011)I^{2} + W_{p}(0111)II^{3} + W_{p}(1011)I^{3} + W_{p}(1110)I^{4} \right\} \\ + \left\{ W(0011)I + W(0111)I^{2} + W(1011)I^{2} + W(1111)I^{3} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0000)I^{2} + W_{p}(0100)I^{3} + W_{p}(1000)I^{3} + W_{p}(1100)I^{4} \right\}$ 

 $g_{3} = \left\{ W(0000) + W(0100)I + W(1000)I + W(1100)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0001)I + W_{p}(0101)I^{2} + W_{p}(1001)I^{2} + W_{p}(1101)I^{3} \right\} \\ + \left\{ W(0011)I + W(0111)I^{2} + W(1011)I^{2} + W(1111)I^{3} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0010)I + W_{p}(0110)I^{2} + W_{p}(1010)I^{2} + W_{p}(1110)I^{3} \right\}$ 

 $g_4 = \left\{ W(0011)I + W(0111)I^2 + W(1011)I^2 + W(1111)I^3 \right\} \cdot \left\{ W_p(0011) + W_p(0111)I + W_p(1011)I + W_p(1111)I^2 \right\}$ 

 $g_{5} = \left\{ W(0001) + W(0101)I + W(1001)I + W(1101)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0000)I + W_{p}(0100)I^{2} + W_{p}(1000)I^{2} + W_{p}(1100)I^{3} \right\} \\ + \left\{ W(0010)I + W(0110)I^{2} + W(1010)I^{2} + W(1110)I^{3} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0011)I + W_{p}(0111)I^{2} + W_{p}(1011)I^{2} + W_{p}(1111)I^{3} \right\}$ 

 $g_6 = \left\{ W(0011) + W(0111)I + W(1011)I + W(1111)I^2 \right\} \cdot \left\{ W_p(0010)I + W_p(0110)I^2 + W_p(1010)I^2 + W_p(1110)I^3 \right\} \\ + \left\{ W(0000)I + W(0100)I^2 + W(1000)I^2 + W(1100)I^3 \right\} \cdot \left\{ W_p(0001)I + W_p(0101)I^2 + W_p(1001)I^2 + W_p(1101)I^3 \right\}$ 

 $g_{7} = \left\{ W(0001) + W(0101)I + W(1001)I + W(1101)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0011)I + W_{p}(0111)I^{2} + W_{p}(1011)I^{2} + W_{p}(1111)I^{3} \right\} \\ + \left\{ W(0010)I + W(0110)I^{2} + W(1010)I^{2} + W(1110)I^{3} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0000)I + W_{p}(0100)I^{2} + W_{p}(1000)I^{2} + W_{p}(1100)I^{3} \right\}$ 

 $g_8 = \left\{ W(0011) + W(0111)I + W(1011)I + W(1111)I^2 \right\} \cdot \left\{ W_p(0001)I + W_p(0101)I^2 + W_p(1001)I^2 + W_p(1101)I^3 \right\} \\ + \left\{ W(0000)I + W(0100)I^2 + W(1000)I^2 + W(1100)I^3 \right\} \cdot \left\{ W_p(0010)I + W_p(0110)I^2 + W_p(1010)I^2 + W_p(1110)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0010)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1010)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0010)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0010)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(100$ 

 $g_{9} = \left\{ W(0001) + W(0101)I + W(1001)I + W(1101)I^{2} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0001) + W_{p}(0101)I + W_{p}(1001)I + W_{p}(1101)I^{2} \right\} \\ + \left\{ W(0010)I + W(0110)I^{2} + W(1010)I^{2} + W(1110)I^{3} \right\} \cdot \left\{ W_{p}(0010) + W_{p}(0110)I + W_{p}(1010)I + W_{p}(1110)I^{2} \right\}$ 

 $g_{10} = \left\{ W(0011) + W(0111)I + W(1011)I + W(1111)I^2 \right\} \cdot \left\{ W_p(0000) + W_p(0100)I + W_p(1000)I + W_p(1100)I^2 \right\} \\ + \left\{ W(0000)I + W(0100)I^2 + W(1000)I^2 + W(1100)I^3 \right\} \cdot \left\{ W_p(0011) + W_p(0111)I + W_p(1011)I + W_p(1111)I^2 \right\} \right\}$ 

$$P_{b} \leq \frac{2}{7} \mathcal{Q}\left(\sqrt{\frac{0.369E_{s}}{N_{0}}}\right) \exp\left(\frac{0.1845E_{s}}{N_{0}}\right) \frac{\partial T(D,I)}{\partial I} \bigg|_{I=1;D=\exp\left(-\frac{E_{s}}{4N_{0}}\right)} + \frac{2}{3} \mathcal{Q}\left(\sqrt{\frac{E_{s}}{N_{0}}}\right)$$
(2.52)

で与えられる。 以上より、提案方式の平均情報ビット数*m*<sub>ave</sub>は*r*=3/4のとき3.5なることを考慮して、 式(2.31)、(2.33)、(2.50)、(2.51)から、ビット誤り率の上界式は以下のように求められる。

$$P_{\parallel} = \frac{2}{3} \mathcal{Q} \left( \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) \tag{2.51}$$

式(2.50)を式(2.31)に代入することでT(D,I)を求めることができる。 次にパラレル・トランジションのビット誤り率 $P_{\parallel}$ は文献[94]より、TC-16PSKのとき

(2.50)

 $g_{16} = \left\{ W(0010) + W(0110)I + W(1010)I + W(1110)I^2 \right\} \cdot \left\{ W_p(0010)I^2 + W_p(0110)I^3 + W_p(1010)I^3 + W_p(1110)I^4 \right\} \\ + \left\{ W(0001)I + W(0101)I^2 + W(1001)I^2 + W(1101)I^3 \right\} \cdot \left\{ W_p(0001)I^2 + W_p(0101)I^3 + W_p(1001)I^3 + W_p(1101)I^4 \right\}$ 

 $g_{15} = \left\{ W(0010) + W(0110)I + W(1010)I + W(1110)I^2 \right\} \cdot \left\{ W_p(0001) + W_p(0101)I + W_p(1001)I + W_p(1101)I^2 \right\} \\ + \left\{ W(0001)I + W(0101)I^2 + W(1001)I^2 + W(1101)I^3 \right\} \cdot \left\{ W_p(0010) + W_p(0110)I^2 + W_p(1010)I + W_p(1110)I^2 \right\}$ 

 $g_{14} = \left\{ W(0010) + W(0110)I + W(1010)I + W(1110)I^2 \right\} \cdot \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} \\ + \left\{ W(0001)I + W(0101)I^2 + W(1001)I^2 + W(1101)I^3 \right\} \cdot \left\{ W_p(0011)I + W_p(0111)I^2 + W_p(1011)I^2 + W_p(1111)I^3 \right\} \right\}$ 

 $g_{13} = \left\{ W(0011) + W(0111)I + W(1011)I + W(1111)I^2 \right\} \cdot \left\{ W_p(0011)I^2 + W_p(0111)I^3 + W_p(1011)I^3 + W_p(1111)I^4 \right\} \\ + \left\{ W(0000)I + W(0100)I^2 + W(1000)I^2 + W(1100)I^3 \right\} \cdot \left\{ W_p(0000)I^2 + W_p(0100)I^3 + W_p(1000)I^3 + W_p(1100)I^4 \right\}$ 

 $g_{12} = \left\{ W(0010) + W(0110)I + W(1010)I + W(1111)I^2 \right\} \cdot \left\{ W_p(0011)I + W_p(0111)I^2 + W_p(1011)I^2 + W_p(1111)I^3 \right\} + \left\{ W(0001)I + W(0101)I^2 + W(1001)I^2 + W(1101)I^3 \right\} \cdot \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1100)I^3 \right\} + \left\{ W_p(0000)I + W_p(0100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(100)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(1000)I^2 + W_p(100)I^2$ 

 $g_{11} = \left\{ W(0001) + W(0101)I + W(1001)I + W(1101)I^2 \right\} \cdot \left\{ W_p(0010)I^2 + W_p(0110)I^3 + W_p(1010)I^3 + W_p(1110)I^4 \right\} \\ + \left\{ W(0010)I + W(0110)I^2 + W(1010)I^2 + W(1110)I^3 \right\} \cdot \left\{ W_p(0001)I^2 + W_p(0101)I^3 + W_p(1001)I^3 + W_p(1101)I^4 \right\}$ 

-41-

#### 2.3.2.2 数值計算例

**2.3.2.1** で求めた*r*=3/4の TC-QPSK、TC-8PSK、TC-16PSK の誤り率特性の理論特性(上 界値)と計算機シミュレーションによる特性を図 2.13 に示す。図 2.13 において、各方式共 に SNR が高くなるにつれてシミュレーション特性が上界値に沿っていることが分かる。

Pragmatic TC-2<sup>m+1</sup>PSK はr = m/(m+1)の畳み込み符号と double-Gray-coded マッピングを 組み合わせることで、帯域を拡大することなく符号化利得を得る。これに対してシンボル レート可変 Pragmatic TC-2<sup>m</sup>PSK は帯域をm/(2r+m-2)拡大することで利得を得る。図 2.14 に Pragmatic TC-8PSK とシンボルレート可変 Pragmatic TC-QPSK 並びに Pragmatic TC-16PSK とシンボルレート可変 Pragmatic TC-8PSK の特性を示す。図 2.14 において、提 案方式と従来方式はほぼ同じ傾きのグラフになっており、どの BER レベルにおいても同程 度の符号化利得の差が生じている。シンボルレート可変 Pragmatic TC-QPSK は Pragmatic TC-8PSK に比べて約 2.0dB、シンボルレート可変 Pragmatic TC-8PSK も Pragmatic TC-16PSK に比べて約 2.0dB 高い符号化利得が得られることが分かる。







図 2.14 シンボルレート可変 TCM と従来の Pragmatic TCM の特性比較 (シンボルレート可変 TCM: *r*=3/4, *K*=3, Pragmatic TCM: *r*=1/2, *K*=3)

### 2.3.3 フェージング伝送路における特性

### 2.3.3.1 誤り率の導出

ここでは、フェージング伝送路として1波レイリー・フェージングを想定し、p.d.f.は式 (2.53)で定義されるものとする。

$$f_{Rav}(a) = 2a \exp(-a^2), \quad a \ge 0.$$
 (2.53)

解析を簡単化するため、以下のような条件を仮定する。

- 伝送路の劣化要因はフェージングおよび AWGN による振幅変動のみとし、位相成分 は常に一定とする。
- シンボル間干渉(ISI)は考慮しないものとする。
- 受信機側では、理想的な伝送路状態情報(CSI)が利用できるものとする。
- 理想的なインターリーブにより、各変調シンボルは互いに相関無く統計的に独立であ るとする。

エラーイベント誤り率は、フェージング伝送路の振幅α,を用いて以下の式で与えられる。

$$P(e) \le \sum_{L=1}^{\infty} \sum_{X_L} P(X_L) \sum_{X_L \neq X'_L} E[P(X_L \to X'_L | a_1, a_2, \cdots, a_L)]$$
(2.54)

最尤検波の受信機を仮定すると、 $P(X_L \rightarrow X'_L | a_1, a_2, \dots, a_L)$ は、

$$P(X_{L} \to X_{L}' | a_{1}, a_{2}, \cdots, a_{L}) = Q\left(\sqrt{\frac{E_{s} \sum_{n=1}^{L} a_{n}^{2} d_{M}^{2}(x_{n}, x_{n})}{2N_{0}}}\right)$$
(2.55)

で表すことができる。ここで

$$Q(y) \le \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) \qquad y \ge 0 \tag{2.56}$$

#### を用いると、

$$P(X_{L} \to X_{L}' \mid a_{1}, a_{2}, \cdots, a_{L}) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_{s}}{4N_{0}} \sum_{n=1}^{L} a_{n}^{2} d_{M}^{2}(x_{n}, x_{n}')\right)$$

$$= \frac{1}{2} \prod_{n=1}^{L} \exp\left(-\frac{E_{s}}{4N_{0}} a_{n}^{2} d_{M}^{2}(x_{n}, x_{n}')\right)$$
(2.57)

と表すことができる。式(2.57)をフェージング間隔で平均化すると、

$$E[P(X_{L} \to X_{L}'|a_{1}, a_{2}, \cdots, a_{L})] = \frac{1}{2} \prod_{n=1}^{L} \int_{a_{n}} \exp\left(-\frac{E_{s}}{4N_{0}} a_{n}^{2} d_{M}^{2}(x_{n}, x_{n}')\right) f_{Ray}(a_{n}) da_{n}$$

$$= \frac{1}{2} \prod_{n=1}^{L} \frac{1}{1 + \frac{E_{s}}{4N_{0}} d_{M}^{2}(x_{n}, x_{n}')}$$
(2.58)

となる。式(2.58)を式(2.54)に代入すると

$$P(e) \le \frac{1}{2} \sum_{L=1}^{\infty} \sum_{X_L} P(X_L) \sum_{X_L \neq X'_L} \prod_{n=1}^{L} \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} d_M^2(x_n, x'_n)}$$
(2.59)

となる。ここで遷移関数

$$T\left(\frac{E_s}{N_0}\right) = \sum_{L=1}^{\infty} \sum_{X_L} P(X_L) \sum_{X_L \neq X'_L} \prod_{n=1}^{L} \frac{1}{1 + \frac{E_s}{4N_0} d_M^2(x_n, x'_n)}$$
(2.60)

と定義すると、 $T\left(\frac{E_s}{N_0}\right)$ は error-state diagram を用いて求めることができる。ただし、その ためには **2.3.2** で求めた error-state diagram のラベルをフェージングの影響を反映したもの に 変 更 す る 必 要 が あ る 。 文 献 [94] よ り 、 AWGN の と き の  $D^{d_M^2(x_n,x'_n)}$  を  $\{1+E_s d_M^2(x_n,x'_n)/(4N_0)\}^{-1}$ に置き換えることで表現することができる。

よって、平均ビット誤り率は

$$P_b \le P_{\parallel} + \frac{1}{2m_{ave}} \cdot \frac{\partial T((E_s / N_0), I)}{\partial I} \Big|_{I=1}$$

$$(2.61)$$

で求められる。

ここで、TC-8PSK、TC-16PSKのパラレル・トランジションの誤り率Pl は、それぞれ

$$P_{\parallel} = \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2} \mathcal{Q}\left(\alpha \sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) \cdot f_{Ray}(a) da$$

$$= \frac{1}{4} \left(1 - \sqrt{\frac{E_s / N_0}{1 + E_s / N_0}}\right)$$
(2.62)

(2.63)

及び

$$P_{\parallel} = \int_{0}^{\infty} \frac{2}{3} \mathcal{Q}\left(\alpha \sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) \cdot f_{Ray}(a) da$$
$$= \frac{1}{3} \left(1 - \sqrt{\frac{E_s / N_0}{2 + E_s / N_0}}\right)$$

となる。

### 2.3.3.2 数值計算例

レイリー・フェージング伝送路上における BER 特性を理論解析とシミュレーションにより求めた。図 2.15、2.16 にシンボルレート可変 Pragmatic TCM 方式と従来の Pragmatic TCM 方式の BER を示す。

図 2.15 にシンボルレート可変 Pragmatic TC-QPSK と Pragmatic TC-8PSK の特性を無符号 化 QPSK の特性と共に示す。提案方式は従来方式と比較して BER=10<sup>-3</sup> レベルで 4.0dB、 BER=10<sup>-4</sup> レベルで 10.0dB の符号化利得が得られる。

図 2.16 において  $E_b / N_0$ が大きくなるに従って上界値とシミュレーション値が良く一致 していることが分かる。従来方式と比較すると BER=10<sup>-3</sup> レベルで 3.0dB、BER=10<sup>-4</sup> レベル で 4.5dB の符号化利得が得られる。



図 2.15 シンボルレート可変 Pragmatic TC-QPSK と従来の Pragmatic TC-8PSK の レイリー・フェージング伝送路における特性比較



図 2.16 シンボルレート可変 Pragmatic TC-8PSK と従来の Pragmatic TC-16PSK の レイリー・フェージング伝送路における特性比較

### 2.4 結言

本章では、シンボルレート可変 TCM 方式について誤り率特性の検討を行った。まず、シン ボルレート可変 TCM 方式の概要について説明し、256QAM への適用例について帯域拡大 率(周波数利用効率)と符号化利得がトレードオフの関係にあることを定量的に示した。 次に、パラレル・トランジションの誤り率の劣化がより少ない Double-Gray-Coded マッピング を適用し、且つ従来から幅広く用いられているr=1/2の最適畳み込み符号を原符号とするパン クチャド符号を用いて最適な符号構成が実現できる、シンボルレート可変 Pragmatic TC-MPSK 方式を提案し、AWGN 伝送路及びレイリー・フェージング伝送路上における誤り率を理論解析 により導出した。そして計算機シミュレーションにより、理論特性の有効性を確認した。また、 従来の Pragmatic TCM 方式に比べて高い符号化利得が得られることも示した。

# 第3章

# バッファサイズを有限にした

Selective-Repeat (SR) ARQ の特性解析

#### 3.1 緒言

ARQ は誤り訂正符号と並んで代表的な誤り制御方式の1つであり、ディジタル・データ 通信システムにおいては、その高い信頼性を確保する手段の1つとして広く採用されてい る。特に移動通信における高品質のデータ伝送方式には ARQ は必要不可欠の技術である。 そして ARQ の採用に当たっては、プロトコルの複雑さ、再送に必要なバッファサイズを 最小限に抑え、かつ高いスループットを実現することが要求される。これまでにもさまざ まな方式が提案され、実用化されているが、中でもよく知られている方式の1つに受信バ ッファサイズを有限にした Selective-Repeat (SR) ARQ としてモード切替型 ARQ がある。こ れは、最初は SR モードによる伝送を行い、同じ番号のブロックが所定の回数連続して誤 ったときにもう1つのモードに切り替えることで、できるだけ SR による高い伝送効率を 維持しながら有限のバッファサイズを実現する方法である。この方法では、SR モード以外 のもう1つのモードの特性が方式全体の特性に大きな影響を与える。すなわち、もう1つ のモードがスループット特性の優れた方式であれば理想的な SR プロトコルのスループッ ト特性からの劣化が少なく高い特性を維持することが可能となる。また、そのモードが簡 単なプロトコルであればあるほど、方式全体が簡単なプロトコルで実現できる。

本章では、送信バッファに蓄えられた誤りのあるブロックを順番に繰り返し送信する Multicopy (MC)モードを提案し、その有効性を示す。**3.2**では、まず SR+MC 方式の概要を 示し、**3.3** で SR+MC 方式の AWGN 伝送路上での ARQ のスループット特性を解析すると 共に、Round-Trip-Delay(RTD)とスループットの関係を明らかにする。次に、**3.4** でフェー ジング伝送路上での特性評価を行う。このとき、フェージング伝送路では一般に ARQ の みではスループットの低下が著しいため、誤り訂正符号と組み合わせる Hybrid ARQ が採 用されることが多い。そこで、本論文では RS 符号を用いた Type-I Hybrid ARQ について検 討を加える。そして受信機側において、誤り訂正のみを行う場合と、受信信号の振幅が所定の値*a<sub>r</sub>*以下のときはその受信シンボルを消失と見なして誤り訂正する消失訂正能力を 適用する場合との両方についてライス・フェージング及びレイリー・フェージング伝送路 上でのスループット特性を解析すると共に、消失訂正能力を利用した場合の*a<sub>r</sub>*の最適値を 明らかにする。

### 3.2 提案方式概要

ここでは、解析を簡単にするため RTD=N ブロック、受信バッファサイズ N ブロックの場合 について検討を行う。本方式の伝送手順を簡単に以下に示す。

#### 手順1

送信側で ACK を受け取った場合は、送信バッファに蓄えられたそのブロックのコピーを破 棄し、次の新しいブロックを送信する。送信側で NAK を受け取った場合は、送信バッファに 蓄えられたそのブロックのコピーを用いてもう一度そのブロックを送信する。このブロックに 対して送信側で ACK を受け取った場合には**手順 2a** へ進み、NAK を受け取った場合には**手順 2b** へ進む。

#### 手順 2a:SR モード

送信バッファに蓄えられたそのブロックのコピーを破棄して次の新しいブロックを送信し、 **手順1**へ戻る。

#### 手順 2b:MC モード

次に送信するN個のブロックを1サイクルとみなし、1サイクル内に送信されるブロックを、 以下の手順で繰り返す。そして、全ての再送ブロックに対して ACK を受け取ったら**手順1**へ 戻る。

(2b-1):送信バッファ内に蓄えられたj個の再送ブロックのコピー( $1 \le j \le N$ )を、同じ個数ずつN個分送信する。(実際には $|N/j|^*$ 個または|N/j|+1個の計N個分)

(2b-2): 手順(2b-1)を送信バッファ内に蓄えられた全ての再送ブロックに対して送信側で ACK を受け取るまで繰り返す。

図 3.1 に *N*=4 時の例を示す。図 3.1 において、第1番目のブロックは送信側から送られた後 その ACK が4 ブロック後に返ってくる。この RTD の間に第2,3,4番目のブロックが送信 されている。第1番目のブロックの ACK が送信側に戻ってくると、送信バッファ内に蓄えら

\*  $\begin{bmatrix} x \end{bmatrix}$ は x を越えない最大の整数。

れている第1番目のブロックは破棄され、第5番目のブロックが送信される。第2番目のブロ ックと第3番目のブロックの2つが送信側で NAK を受け取ったので、手順1に従って送信バ ッファに蓄えられている第2番目のブロックと第3番目のブロックを再送信する。しかし、送 信側では再び第2番目のブロックと第3番目のブロックの NAK を受け取ったため、SR モー ドから MC モードにモードを切り替え、手順2bに従って第2番目のブロックと第3番目のブ ロックをそれぞれ2個ずつ(計4個)繰り返し送信する。また、このとき受信バッファには第 2,3,4,5番目のブロックが蓄えられているため、第6,7番目のブロックがオーバーフ ローする。従って受信側はこの2つのブロックに対する NAK を返送し、これらのブロックは MC モード終了後、再度送信側から送信される。ここで s を MC モードの始まりからの RTD サイクル数とする。モード切替直後のサイクル (s=0) においては、第2,3番目のブロックが 交互に繰り返し送信されるが、次のサイクル(s=1)の開始時刻においても、このサイクルで再 送すべきブロックは第2,3番目のブロックと判断され、s=0のサイクルと同様、第2,3番 目のブロックが交互に繰り返し送信される。一般に送信バッファ内に蓄えられた j 個のブロッ  $(1 \le j \le N)
 が RTD の間、巡回的に繰り返し送信される。各ブロックの繰り返し個数は|N/j|$ 個あるいは|N/j|+1個となる。s=2のサイクルでは第3番目のブロックは既にs=1のサイクル で ACK となっているのでこのサイクルでは送信する必要はない。従って第2番目のブロック のみ RTD の間連続的に送信する。そして第2番目のブロックの ACK を受信した後(調度この サイクルの最後)、送信バッファ内に蓄えられた再送ブロックが無くなるので MC モードから SR モードに戻る。そして第6番目と7番目のブロックがオーバーフローしていたので、SR モ ードは第6番目のブロックの送信から始まる。

この提案方式は SR+ST Scheme 2 [42]を改良した方式である。そこで従来方式からの改善点を 説明するために、SR+ST Scheme 2 の例を図 3.2 に示す。図 3.2 において、SR モードの送信手 順は提案方式と同じである。第2番目のブロックの NAK を連続して2回受け取ったので、送 信側のモードは SR モードから ST モードに切り替わる。ST モードにおいて、最初に NAK と なったブロックは、そのブロックに対する ACK を受け取るまで繰り返し送信される。そして 次に NAK となったブロックについても同様に、そのブロックに対する ACK を受け取るまで送 信が繰り返される。そして送信バッファに蓄えられたブロックが全て ACK となるまでこのモ ードが繰り返される。すなわち図 3.2 においては、まず第2番目のブロックが ACK になるまで 繰り返し送信される。そして次に NAK となった第3番目のブロックについても同様に ACK を 受け取るまで送信が繰り返される。第3番目のブロックに対する ACK を受け取ったら、第6 番目のブロックについて同じ操作が繰り返されて ACK になると、すべての送信バッファに蓄 えられたすべてのブロックが ACK になったので、再び SR モードに戻る。

-53-









### **3.3 AWGN** 伝送路における特性

## 3.3.1 スループットの導出

提案方式のスループットを理論解析により求める。図 3.3 に提案方式の解析モデルを示す。ここで、pをビット誤り率、 $P_c \epsilon_{n_\ell}$ ビットの伝送ブロックが正しく受信側に受け取られる確率とする。更に各ブロックは十分なパリティ・チェックを付加しており、受信側での誤り検出の見逃しは無いものとする。よって $P_c$ は以下の式で表される。

$$P_c = (1 - p)^{n_c} \tag{3.1}$$

いま、第1番目のブロック  $(l \ge 1)$  が初めて2回連続して NAK となり、MC モードに切り替わるとする。このときスループット $\eta$ は、

$$\eta = \sum_{l=1}^{\infty} \Pr(l) \cdot \eta(l)$$
(3.2)



図 3.3 提案方式の解析モデル

と表すことができる。ここで、 $\Pr(l)$ は第l番目のブロックが初めて2回連続してNAKとなり、 モード切替が生じる確率、 $\eta(l)$ はそのときの条件付きスループットである。 すなわち、 $\Pr(l)$ 、 $\eta(l)$ はそれぞれ、

$$\Pr(l) = \{1 - (1 - P_c)^2\}^{l-1} \cdot (1 - P_c)^2$$
(3.3)

$$\eta(l) = \frac{I(l)}{T(l)}$$
(3.4)

となる。式(3.4)におけるI(*l*)、T(*l*)は、それぞれ第1番目のブロックが初めて2回連続してNAK となり、モード切替が生じたとき受信側に正しく受け取られた条件付き平均ブロック数、及び I(*l*)個のブロックを伝送するのに費やされた条件付き平均ブロック数とする。

I(*l*)は、*l*-1 個の既に正しく受け取られたブロックと N 個の受信バッファ分のブロックからなる。従って、

$$I(l) = l - 1 + N \tag{3.5}$$

と表される。

次に、T(l)を2つの部分、①第 *l*-1 番目までのブロックの平均伝送ブロック数 $T_a(l)$ 、②第 *l* 番目のブロックから第 *l*-1+N 番目までのブロックの平均伝送ブロック数 $T_b(l)$ に分けて考える。 すなわち、

$$T(l) = T_a(l) + T_b(l)$$
(3.6)

となる。ところで、 $T_b(l)$ はモードが切り替わればそのときの再送ブロック数j ( $0 \le j \le N - 1$ ) と、このモードが終了するs (図 3.1) に依存し、切り替わった位置lに依存しない。従って、 以降 $T_b(l)$ は $T_b$ と表す。これにより式(3.6)は、

$$T(l) = T_a(l) + T_b \tag{3.7}$$

となる。

①第1番目から第*l*-1番目までの*l*-1個のブロックがどれも2回連続してNAK にならない、 すなわち、h個( $0 \le c \le l - 1$ )のブロックが1回目の送信でACK となり、残りのl - 1 - h個の ブロックが1回目の再送で必ず全てACK になるとすると、 $T_a(l)$ は

$$\Gamma_{a}(l) = \sum_{h=0}^{l-1} {\binom{l-1}{h}} P_{c}^{h} (1-P_{c})^{l-1-h} \{h+2(l-1-h)\}$$
(3.8)

$$\mathbb{Z}\mathbb{Z}\mathbb{C}, \quad \sum_{h=0}^{l-1} \binom{l-1}{h} P_c^{-h} (1-P_c)^{l-1-h} = 1, \quad \sum_{h=0}^{l-1} h \binom{l-1}{h} P_c^{-h} (1-P_c)^{l-1-h} = (l-1)P_c \, \& \, \emptyset, \quad \vec{\mathbb{K}}(3.8) \, l \, \& \, \emptyset,$$

以下のようになる。

$$\Gamma_a(l) = (l-1)(2-P_c) \tag{3.9}$$

と求められる。

②第1番目のブロックから第1-1+N番目のブロックまでのN個のブロックにおいて、以下のような仮定を行う。

- MC モードで再送される全てのブロックは、2回連続して NAK になったものとする。
- MC モードでは、送信されるブロックの数が1RTD 間で等しくならない場合、例えば N=4のときに3種類のブロックを送信しなければならないとすると2個送信されるブロックが1種類と1個送信されるブロックが2種類という組み合わせになるが、解析上は全てのブロックが1個ずつ送信されるとする。(一般に j 種類のブロックを送信する時は[N / j] 個ずつ送信するものとする。)

以上の仮定より、条件付きスループットn(1)の下界を解析的に求める。

まず、MC モードに切り替わるまでの過渡的な状態で送信されるブロック(図 3.1 における 第2番目から第7番目までのブロックに相当)について考えると、RTD が N であることから、 *l*の値に関係なく常に2Nとなる。

次に MC モードで送信されるブロックについて考える。今、図 3.3 における $s = \hat{s}$ 開始時刻 で i 個の NAK となった再送ブロックが送信バッファ内に存在するときの存在確率を $P_{\sigma}^{\hat{s}}(j)$ 

 $(0 \le j \le N)$ 、そして存在確率 $P_{\alpha}^{i}(j)$ から存在確率 $P_{\alpha}^{i+1}(i)$ に遷移するための遷移確率を $q_{\mu}$ 

 $(0 \le i \le j, 1 \le j \le N)$ とする。この時、2回連続して NAK となる *j* 個のブロックについて考えると、*s*=0 開始時刻における存在確率 $\mathbf{P}^{0}_{\alpha}(j)$ は、第*l* 番目のブロックを除く *j*-1 個のブロック が2回連続して NAK となる確率に等しいから、

$$\mathbf{P}_{\alpha}^{0}(j) = \binom{N-1}{j-1} \left\{ (1-P_{c})^{2} \right\}^{j-1} \cdot \left\{ 1 - (1-P_{c})^{2} \right\}^{N-j} \quad ; 1 \le j \le N$$
(3.10)

となる。

s=0からs=1への遷移で、s=0の第1ブロックがACKならこのブロックをs=1で再送する必要はないので、s=1の開始時刻では $\mathbf{P}^0_{\alpha}(j+1)$ から $\mathbf{P}^1_{\alpha}(j)$ (s=0の第1ブロックがACKの場合)

或いは $P^0_{\alpha}(j)$ から $P^1_{\alpha}(j)$  (*s*=0 の第1ブロックが NAK の場合) への遷移のみが生起する。従っ て $P^1_{\alpha}(j)$ は、

$$\mathbf{P}_{\alpha}^{1}(j) = \begin{cases} P_{c} \mathbf{P}_{\alpha}^{0}(j+1) + (1-P_{c}) \mathbf{P}_{\alpha}^{0}(j) & ; 1 \le j \le N \\ P_{c} \mathbf{P}_{\alpha}^{0}(1) & ; j = 0 \end{cases}$$
(3.11)

となる。また、s=1からs=2への遷移で、j個の再送ブロックがi個 ( $0 \le i \le j$ )になったとすると、s=2における存在確率 $P^2_{\alpha}(i)$ は、遷移確率 $q_{ji}$ を用いて、

$$\mathbf{P}_{\alpha}^{2}(i) = \sum_{j=i}^{N} q_{ji} \ \mathbf{P}_{\alpha}^{1}(j) \qquad ; i \ge 1$$
(3.12)

但し、 $\mathbf{P}^2_{\alpha}(0) = \sum_{j=1}^N q_{j0} \mathbf{P}^1_{\alpha}(j)$ と求めることができる。 ここで、遷移確率 $q_{ji}$ は、

$$q_{ji} = \begin{cases} \left\{ 1 - (1 - P_c)^{\lfloor N/j \rfloor} \right\}^j & ; i = 0, 1 \le j \le N \\ \left\{ j \\ i \right\} \left\{ (1 - P_c)^{\lfloor N/j \rfloor} \right\}^i \left\{ 1 - (1 - P_c)^{\lfloor N/j \rfloor} \right\}^{j-i} & ; 1 \le i \le j \le N \\ 0 & ; \not\in \mathcal{O} \notin L \end{cases}$$
(3.13)

で与えられる。式(3.12)、(3.13)より、一般に $s = \hat{s}$ から $s = \hat{s} + 1 \land o$ 遷移 ( $\hat{s} \ge 1$ ) でj 個 ( $1 \le j \le N$ ) の再送ブロックがi 個 ( $0 \le i \le j$ ) になったとすると、 $s = \hat{s} + 1$ における存在確率 $\mathbf{P}_{\alpha}^{\hat{s}+1}(i)$ は、

$$P_{\alpha}^{\hat{s}+1}(i) = \sum_{j=i}^{N} q_{ji} P_{\alpha}^{\hat{s}}(j) \qquad ; i \ge 1$$
(3.14)

但し、
$$\mathbf{P}_{\alpha}^{\hat{s}+1}(0) = \sum_{j=1}^{N} q_{j0} \mathbf{P}_{\alpha}^{\hat{s}}(j)$$
となる。

ところで、MC モードでは再送ブロックを図 3.1 に示すように、各ブロック1つずつ順番に 巡回的に送信している。今第 $\lambda$ 番目のサイクルで(すなわち $s = \hat{s} + 1$ )において全てのブロッ クが ACK になると、sの途中であってもモードを切り替えて SR に戻る。このことをふまえて、 平均伝送ブロック数T<sub>b</sub>を求めると、

$$T_{b} \leq 2N + \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ \sum_{\lambda=1}^{N} (\lambda - 1 + sN)(1 - P_{c})^{\lambda - 1} P_{c} P_{\alpha}^{s}(1) + \sum_{j=2}^{N} \sum_{\lambda=1}^{\lfloor N/j \rfloor} (j\lambda + sN) p(j,\lambda) P_{\alpha}^{s}(j) \right\}$$
(3.15)

但し、

$$p(j,\lambda) = \sum_{\xi=1}^{j} {j \choose \xi} \{ (1-P_c)^{\lambda-1} P_c \}^{\xi} \{ 1-(1-P_c)^{\lambda-1} \}^{j-\xi} \quad ; 1 \le \xi \le j$$
(3.16)

となる (付録参照)。

以上、式(3.4)における条件付きスループット  $\eta(l)$  は、式(3.5)、(3.7)、(3.8)、(3.15)より、次式のように求められる。

$$\eta(l) \ge \frac{l-1+N}{(l-1)(2-P_c) + T_b}$$
(3.17)

よってスループットηは、

$$\eta \ge \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\{1 - (1 - P_c)^2\}^{l-1} (1 - P_c)^2 (l - 1 + N)}{(l - 1)(2 - P_c) + T_b}$$
(3.18)

となる。

### 3.3.2 数值計算例

式(3.18)を用いて、ブロック長 $n_{\ell}$  = 256 及び *N*=64 としたときの提案方式のスループット 特性を求め、SR、GBN、SR+ST Scheme 2 の特性と共に図 3.4 に示す。この図からもわかる ように、提案方式は SR+ST Scheme 2 に比べて高いスループットを示している。特に伝送 路状態が悪くなるにつれて特性の改善効果が非常に優れていることがわかる。

図 3.5 に *N*=64 を一定とし、ブロック長 $n_{\ell}$  = 32,256,1024 と変化させたときの提案方式と SR+ST Scheme 2 のスループット特性を示す。n の値が大きくなるにつれて両方式のグラフ は全体的に図の左側にシフトしていくが、いずれの符号長の場合についてもブロック長に 関係なくほぼ同じ程度の改善効果が得られることがわかる。



図 3.4 提案方式のスループット特性(N=64, n<sub>ℓ</sub>=256)



図 3.5 提案方式のスループット特性(N=64, n<sub>l</sub> =32, 256, 1024)



図 3.6 提案方式のスループット特性(N=32, 64, 128, n<sub>ℓ</sub>=256)

次にブロック長 $n_{\ell}$  = 256 を一定にし、N=32,64,128 と変化させたときの提案方式と SR+ST Scheme 2 の特性を図 3.6 に示す。SR+ST Scheme 2 はNが大きくなるにつれて特性が急激に 劣化して行くことがわかる。これに対して提案方式の劣化する割合は SR+ST Scheme 2 に 比べてかなり小さいことがわかる。すなわち、Nが大きくなるにつれて提案方式の改善効 果が大きくなる。

以上のことから、提案方式は SR+ST Scheme 2 に比べて半分の受信バッファで優れた特性を示すことがわかる。特に伝送路状態の悪いところ、RTD の大きな場合に効果を発揮する。

更に SR+ST Scheme 2 以外の他の方式と提案方式の特性比較を行う。図 3.7 に N=64、ブロック長 $n_{\ell}=256$ としたときの各種方式のスループット特性を示す。ここで示した提案方式 (受信バッファサイズ N)、SR+ST Scheme 1 (2N)、SR+ST Scheme 2 (2N)、SR+GBN Scheme

(*N*) は全て同じタイミング(2回連続して同じブロックが NAK となる) でモード切替を 行う。提案方式は簡単な論理で実現できる一方で、SR+ST Scheme 1、SR+GBN Scheme に 比べて伝送路状態の良い領域では特性が若干劣化する。しかし、伝送路状態の悪いところ では提案方式の特性が優れている。これは、提案方式は NAK となったブロックのみを巡 回的に送信するため、すばやく SR モードに戻ることができるためである。
図 3.8 は *N*=128、 $n_{\ell}$ =256 のときの特性を示す。図 3.7 同様全て同じタイミング(2回連続して同じブロックが NAK となる)でモード切替を行う。提案方式は SR+ST Scheme 1、SR+GBN Scheme と比べて簡単な論理で実現できる分、BER=10<sup>4</sup>よりも誤り率が低いところでは多少の劣化がある。しかしながら、BER=10<sup>4</sup>よりも誤り率が高いところで非常に優れた特性を示している。図 3.8 では伝送路状態の悪い領域における提案方式の特性改善が図 3.7 に比べて大きいことがわかる。このことはすなわち提案方式は RTD の大きいシステムにおいてより効果的であると言える。

### 3.4 フェージング伝送路における特性

### 3.4.1 伝送路モデル

伝送路モデルとしてライス・フェージング伝送路を仮定する[45]。ここでは、マルチパ スに起因する伝送路の位相変動は PLL や pilot tone calibration 技術等を用いることで完全に 補償されているものとする[98],[99]。従ってフェージングは受信信号の振幅が以下の確率 密度関数(pdf)によって減衰するとする。

$$p_{a}(a) = 2a(1+\rho)\exp\{-\rho - a^{2}(1+\rho)\}I_{0}\left(2a\sqrt{\rho(1+\rho)}\right); \ a \ge 0,$$
(3.19)

ここで $\rho$ はライス・パラメータ、すなわち直接波のエネルギーとマルチパス成分のエネルギーの比、 $I_0(\cdot)$ は0次の第1種変形ベッセル関数を表す。レイリー・フェージング伝送路は式(3.19)のライス・パラメータ $\rho=0$ とすることで表すことができる。

$$p_a(a) = 2a \exp\{-a^2\}; \ a \ge 0$$
 (3.20)

ここで、解析を簡単化するために伝送路の誤り特性に関しては第2章と同じ仮定を行う。 今、kqビットのデータを $GF(2^q)$ 上の(n,k)RS 符号により符号化し、 $2^b$ PSK 変調方式を用いて 変調したとする。ただし、qとbは互いに整数でqはbで割り切れるとする。例えば $GF(2^q)$ 上の RS 符号と 8PSK を用いたとすると、1変調シンボルあたり 3 ビットのデータが伝送 され、2つの連続する変調シンボル分の時間は振幅が一定であるとする。

正確な伝送路振幅 a が含まれている Channel State Information (CSI)が利用できるとき、シンボル消失は a によって生成される [45],[100]。フェージング伝送路上における RS 符号化 MPSK の特性を考えると、消失の判定領域は半径  $\alpha_{\tau}$ の円形領域で定義される。もし伝送路



図 3.7 各種方式の特性比較(N=64, n<sub>ℓ</sub>=256)



図 3.8 各種方式の特性比較(N=128, n<sub>ℓ</sub>=256)

第3章 バッファサイズを有限にした Selective-Repeat(SR) ARQ の特性解析

振幅が*α<sub>T</sub>*よりも小さいと、受信伝送路シンボルは消失とみなされる。この判定方法は最 適な消失領域を示していないかも知れないが、簡単な方法であるため実現の際の複雑さを 削減することができる方法である。従ってこのときの消失確率 *p<sub>α</sub>*は、

$$p_{cs} = \int_{0}^{\alpha_T} p_a(a) da \tag{3.21}$$

となる。理想的な CSI 及び符号シンボル・インターリーブが利用できるので、符号シンボ ル消失確率  $p_s$  と符号シンボル誤り率  $p_e$  は以下のように求めることができる [45]。

$$p_s = p_{cs} \tag{3.22}$$

$$p_{e} = \int_{\alpha_{T}}^{\infty} \left\{ 1 - \left( 1 - p_{ce}(a) \right)^{q/b} \right\} p_{a}(a) da$$
(3.23)

ここで、 $p_{ce}(a)$ は受信振幅 a に対する変調シンボル誤り率とする。同期検波の BPSK のとき、b=1となり、更に  $p_{ce}(a)$ は以下のように表される。

$$p_{ce}(a) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(a \sqrt{\frac{k}{n} \cdot \frac{E_b}{N_0}}\right)$$
(3.24)

### 3.4.2 スループットの導出

上記伝送路モデルから、消失訂正機能付き RS 符号の誤り方を示すモデルを図 3.9 のよう に表すことができる。 $GF(2^q)$ 上の(n,k)RS 符号の最小距離はn-k+1であり、限界処理復号 を行うと $2t + e \le n-k$ を満たす範囲でt 個の誤りとe 個の消失を同時に復号する事ができ る。復号された符号語が送信されたものと異なる場合は復号誤り(decoder error)となる。復 号結果が符号語ではない場合は復号不能(decoder failure)となる。

文献[44],[98]では復号処理のパラメータとして effective diameter  $d_e$ を定義している。このパラメータは2t + eの合計の最大値を表す。 $d_e$ は0からn - kの間の整数値をとる。従って再送は $2t + e > d_e$ 或いは復号見逃しが起きた場合に発生する。 $d_e$ を用いれば、信頼度特性がスループットを低下させることで十分改善されることが分かる。

正しく復号される確率を $P_{dec}$ とすると、 $P_{dec}$ は $p_s$ 、 $p_e$ 、 $d_e$ を用いて以下のように表現 することができる。



図 3.9 消失訂正機能付き RS 符号の誤り方

$$P_{dec} = \begin{cases} \sum_{\nu=0}^{\lfloor d_e/2 \rfloor} \binom{n}{\nu} p_e^{\nu} (1-p_e)^{n-\nu} ; 消失訂正なし \\ \sum_{\nu=0}^{\lfloor d_e/2 \rfloor} \sum_{w=0}^{d_e-2\nu} \binom{n}{\nu} \binom{n-\nu}{w} (1-p_e-p_s)^{n-\nu-w} p_e^{\nu} p_s^{w} ; 消失訂正あり \end{cases}$$
(3.25)

また、復号誤りの確率  $P_{err}$ は、以下の式で求められる[101]。

$$P_{err} = \sum_{u=n-k+1}^{n} A_{u} P_{de,u}$$
(3.26)

ここで、 $A_u$ はRS符号におけるハミング重みuの符号語数で、

$$A_{u} = \binom{n}{u} (2^{q} - 1) \sum_{r=1}^{u-n+k-1} (-1)^{r} \cdot \binom{u-1}{r} 2^{q(u-r-n+k-1)}$$
(3.27)

のように与えられる。また、 $P_{de,u}$ はハミング重みuの符号語を囲む半径 $d_e$ の復号領域内に 受信符号語が存在する確率を表し、消失訂正を行わなかったとき $P_{de,u}$ は、

$$P_{de,u} = \sum_{\nu=0}^{\lfloor d_e/2 \rfloor \lfloor (d_e-2\nu)/2 \rfloor} {\binom{n-u}{\nu} \binom{u}{w}} 2^q - 1)^{w-u} {\binom{1-\frac{p_e}{2^q-1}}{(1-p_e)^{n-u-\nu}}} p_e^{u+\nu-w}$$
(3.28)

となり、消失訂正を行ったときは、

$$P_{de,u} = \sum_{v=0}^{\lfloor d_e/2 \rfloor} \sum_{w=0}^{\lfloor d_e/2 \rfloor} \sum_{x=0}^{\lfloor (d_e-2v-w)/2 \rfloor} \sum_{y=0}^{\lfloor d_e-2v-w-2x \lfloor (d_e-2v-w-2x-y)/2 \rfloor} \binom{n-u}{v} \binom{n-u-v}{w} \binom{u}{x} \binom{u-x}{y} \binom{u-x-y}{z}_{(3.29)} \cdot (2^q-2)^x (2^q-1)^{y+z-u} p_e^{u+v-y-z} p_s^{w+y} (1-p_e-p_s)^{n+z-u-v-w}$$

#### となる。

ところで、受信機は、受信符号語が正しく復号できたとき或いは復号誤りのときに受信ブロックを ACK とみなす。従って、再送確率 P. は以下の式で与えられる。

$$P_r = 1 - P_{err} - P_{dec} \tag{3.30}$$

式(3.18)では復号誤りは無いものとしたため、再送確率は $1 - P_c$ となることから、式(3.30) の  $P_c$  を式(4.18)に代入することにより、スループットは以下のように求められる。

$$\eta \ge \frac{k}{n} \cdot \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\{1 - (1 - P_c)^2\}^{l-1} (1 - P_c)^2 (l - 1 + N)}{(l - 1)(2 - P_c) + T_b}$$
(3.31)

### 3.4.3 数值計算例

ここでは、例として 上の(63,49)RS 符号、変調方式は BPSK、復調は同期検波を用いる。 また、RS 符号の effective diameter  $d_e$ =14、RTD を 64 ブロック分(*N*=64)としたときの評価を 行う。図 3.10 は式(3.30)で与えられる再送確率のライス・フェージング( $\rho$ =5dB 及び 10dB) 上での特性を、図 3.11 はレイリー・フェージング上での特性を示す。図 3.10 において、  $\rho$ =5dB のライス・フェージングは再送確率  $P_r$ を最小にする  $E_b / N_0$ が存在する。 $\alpha_T$  がそ の最適値よりも小さいときは、誤りのあるシンボルが消失と判定されることが少なすぎる ため再送確率  $P_r$ は増加していく。逆に $\alpha_T$ がその最適値よりも大きくなると正しいシンボ



図 3.10 ライス・フェージング伝送路上における再送確率(ρ=5dB 及び 10dB)



図 3.11 レイリー・フェージング伝送路上における再送確率



図 3.12 最適スレショールド値

ルも多く消失と判定されるため再び P.が増加していく。一方で、ρ=10 dB の場合は全て 定の値を取り、 $\alpha_{\tau} > 0.5$ になると急激に大きくなる。従って $\alpha_{\tau}$ の最適値は $\alpha_{\tau} = 0$ 、すなわ ち消失訂正を行わないときが最適と言える。レイリー・フェージングの場合は、図3.11か らも分かるように図 3.10 に比べて $\alpha_{\tau}$ の値に大きく影響を受ける。つまり $\alpha_{\tau}$ が最適地より も大きく或いは小さくなると急激に P.の値が大きくなる。 P.の増大を制限するためには α<sub>r</sub>の値を最適地からできるだけ少ない誤差の範囲で的確に調整する必要がある。また、レ イリー・フェージングの最適スレショールド値はライス・フェージングの値よりも小さい 値となっている。このことはρ=5dBのライス・フェージングの最適値とレイリー・フェ ージングの最適値を示した図 3.12 からも分かる。更に比較のためにGF(2<sup>6</sup>)上の (63,57)RS 符号(d<sub>2</sub>=6)の最適値も示す。これら両方の符号とも E<sub>b</sub> / N<sub>0</sub>が増大するにつれて最適ス レショールド値は減少し、レイリー・フェージングの最適値はライス・フェージングの最 適値よりも小さいことがわかる。このことは強いフェージング伝送路では消失の値を多く しすぎるため訂正能力を低下させることを示している。(63,49)RS 符号の最適値の方が (63,57)RS 符号の最適値よりも全般的に大きな値をとる。すなわち(63,49)RS 符号の方が消 失訂正復号により効果的である。







図 3.14 レイリー・フェージング伝送路上のスループット特性

図 3.13 は  $\rho$  = 5 dB のライス・フェージング伝送路上における理論解析による提案方式のス ループット特性を、図 3.14 はそのレイリー・フェージング伝送路上における理論解析によ るスループット特性を $\alpha_T$ をパラメータとして示す。図 3.13 において、スループット特性 は $\alpha_T$ の値に殆ど影響を受けないことがわかる。これに対して図 3.14 においては 0.1 ≤  $\alpha_T$  ≤ 0.3 の範囲では $\alpha_T$ の値が大きくなるにつれてスループットも改善されていき、  $\alpha_T$  = 0.4,0.5 の場合は $E_b$  /  $N_0$ の値が小さい領域では 0.1 ≤  $\alpha_T$  ≤ 0.3 の特性よりも良くなるが、  $E_b$  /  $N_0$ の値が大きい領域では 0.1 ≤  $\alpha_T$  ≤ 0.3 の方が優れた特性を示している。これは RS 符 号にとって最も効率の良い $\alpha_T$ の値が $E_b$  /  $N_0$ に依存するためである。

図 3.15、図 3.16 に提案方式と SR+ST Scheme 2 の特性比較を示す。図 3.15 におけるスル ープット特性は(63,49)RS 符号を用いた時の特性を、また図 3.16 では(63,57)RS 符号を用い た時の特性を示している。これらの図において、ライス・フェージング、レイリー・フェ ージングどちらの場合でも提案方式は低い $E_b$  /  $N_0$ の領域においては SR+ST Scheme 2 より も優れた特性を示していることが分かる。これは、MC モードは送信バッファ内に蓄えら れている各再送ブロックは巡回的に再送されるため、効率よく再送ブロックが送信され、 SR モードに早く戻ることができるからである。また、ライス・フェージング伝送路のス ループット特性は $E_b$  /  $N_0$ が増加するにつれて急激に向上するが、レイリー・フェージン グ伝送路の特性はそれに比べて緩やかに上がっていく。図 3.15 と図 3.16 を比較すると、図 3.15 のグラフは図 3.16 のグラフに比べて比較的急激に特性が改善している。これは、 (63,49)RS 符号の訂正能力が(63,57)RS 符号の訂正能力よりも大きいためである。







図 3.16 フェージング伝送路上のスループット特性((63,57)RS 符号の適用例)

### 3.5 結言

本章では受信バッファサイズを有限にした SR ARQ 方式を提案し、その特性解析を行った。この方式は従来から知られている SR+ST Scheme 2 方式を修正したもので、SR モードと MC モードを組み合わせたモード切替型の ARQ である。また、提案方式は受信バッファのオーバーフローを許容することで、N ブロック分のバッファサイズを持つだけでよく、これは SR+ST Scheme 2 の 2N ブロック分のバッファサイズの半分で済む。更に、MC モードは ST モードに比べて伝送路状態が悪いときに効率よく SR モードに戻ることができる。

提案方式の AWGN 伝送路におけるスループット特性を理論解析により導出し、計算機 シミュレーションによる結果と共に従来方式との特性比較を行った。その結果、提案方式 は従来方式よりも優れた特性を示すことが明らかとなった。

フェージング伝送路上での特性を評価するため、RS 符号を用いた Type I Hybrid ARQ について、消失訂正を行ったときと行わなかったときのライス・フェージング及びレイリー・フェージング伝送路上でのスループット特性を理論解析により導出し、計算機シミュレーションによる結果と共に従来方式との特性比較を行った。その結果、提案方式は AWGN

伝送路上での結果同様、フェージング伝送路上での特性も従来方式より優れていることが明らかとなった。また、再送確率を最小にする最適な $\alpha_r$ はレイリー・フェージングの場合の方が、ライス・フェージングの場合よりも小さな値になることが明らかとなった。

## 第4章

# フェージング伝送路における 短縮化 Reed-Solomon(RS)符号を用いた マルチメディア多重化方式

### 4.1 緒言

移動通信における動画像を含むマルチメディア情報伝送においては、まず動画像符号化 方式に求められる条件として画像信号を低ビットレートに圧縮でき且つフェージング等に よる伝送路誤りに強い方式である。例えば MPEG-4 は、様々な誤り耐性機能を有するため、 フェージング等による劣悪な伝送路状態でも適用可能な動画像符号化方式として最も有力 な方式の1つである[102]-[103]。次に誤りに強いマルチメディア多重化方式がシステム全 体の特性に大きな影響を与える。マルチメディア多重化方式は一般に画像・音声・データ などを1つのパケットで伝送する技術で、移動通信システムにおけるマルチメディア多重 化方式として現在最も有力な方式の1つとして、ITU-T H.223 Annex A, B, C がある。これ は ITU-T によって標準化された回線交換型マルチメディアシステムである H.324 システム [76]の多重化方式 H.223 の誤り耐性等を強化したもので、伝送路の誤り状況等に応じて Level 0 から Level 3 まで 4 つのレベルを選択できるよう規定されている。中でも Level 3 に 相当する H.223 Annex C は、圧縮された画像ビットストリーム等に符号化率r=1/4、拘束 長k=5を原符号とするパンクチャド畳み込み符号により誤り訂正符号化を行う方式であ る。パンクチャド畳み込み符号は、任意の符号長で符号語を生成できるため画像情報のよ うな可変長情報に対する符号化が容易である上、任意の符号化率の符号語を簡単に実現で きるという利点がある反面、ビット誤り訂正符号であるためフェージング伝送路では十分 なインターリーブが不可欠となる。

本論文では、Level 3 の誤り訂正符号としてブロック符号を用いる方式について考える。 具体的には *GF*(2<sup>8</sup>)上の RS 符号を適用した方式を提案し、フェージング伝送路上での有効



図 4.1 移動通信用マルチメディア伝送のシステムモデル

性を計算機シミュレーションによる評価を通して示す。一般に RS 符号はバースト誤りに 比較的強い誤り訂正符号であるため H.223 Annex C のように多重化部にインターリーブを 持たなくても十分誤り保護効果が期待できる上、*GF*(2<sup>8</sup>)上の RS 符号はオクテット単位で 処理できるため、ビット処理単位の畳み込み符号に比べて高速かつ小さい回路規模で実現 することができるという利点がある一方で、符号長が一意に定まるため可変長情報に対す る符号化が容易ではないという問題がある。そこで、本論文では可変長の画像ビットスト リームに対応するために、長い画像ビットストリームは予め所定の長さ以下に分割した後、 短縮化 RS 符号を用いて可変長の情報成分に一定の長さの冗長成分を付加する方式を提案 している。そして、動画像符号化方式として MPEG-4 を伝送した時の効果を、計算機シミ ュレーションによる定量的評価を行い、その有効性を確認する。4.2 では、移動通信用マ ルチメディア伝送のシステムモデルについて説明し、4.3 で提案方式の概要について述べ る。そして 4.4 では計算機シミュレーションによる特性評価を示す。

### 4.2 移動通信用マルチメディア伝送のシステムモデル

図 4.1 に移動通信用回線交換型マルチメディアシステムである H.324M [72],[76]を用いたシ

ステムモデルを示す。この図において、画像の情報ストリームは画像符号化器で符号化さ れ、音声の情報ストリームは音声符号化器で符号化される。また、User Data は例えば電子 黒板、或いは画像及びデータが伝送可能な多地点間データ会議装置のようなものが考えられる。 User Data で用いられる標準化されたリンクレイヤの Data Protocol は例えば NSRP、LAPM/ITU-T V.42 [104]等がある。制御プロトコル(H.245)は端末の適切な制御のためにエンド-エンドシグ ナリングを規定し、アナログ通話のみの電話モードへの復帰を含むその他全てのエンド-エンド システム機能を知らせる。更に能力情報交換のための、コマンドや指示の信号、そして論理チ ャネルの内容を開設して完全に記述するためのメッセージを規定する。このH.245 制御コマン ドは最大長が1024 オクテットの可変長であるため、コマンドによっては長すぎるために誤り易 くなる場合が想定される。それを回避するために CCSRL 部では H.245 制御コマンドを任意の 長さに分割し、NSRP、LAPM/ITU-T V.42 と言った再送プロトコルのスループット特性の劣化 を防いでいる。以上に述べた画像、音声、データ(制御信号)の各メディアのビットストリー ムは multiplexer (多重化装置) で1つのビットストリームに多重化されてネットワークに出力 される。ここでの多重化方式はH.223 プロトコル(以下に詳細説明)に基づく多重化が行われ、 多重化されたパケット(MUX-PDU)が生成される[71]。この MUX-PDU は伝送路符号化 器で誤り訂正符号化され、変調器に入力される。変調された信号系列はレイリー・フェー ジングがかかった後 AWGN が付加され、受信機に入力される。受信機では同期検波によ る復調が行われ、更に誤り訂正復号器で復号されると、MUX-PDU が再生される。この MUX-PDU は分離装置で画像信号と音声信号に分離される。そして、分離されたそれぞれ のストリームは画像復号装置、音声復号装置で復号される。ここで簡単化のため、1 波の レイリー・フェージングを仮定し、その p.d.f.は式(2.53)と同様に表され、第2章、3章と同 様の条件を仮定するものとする。

今、リアルタイム通信を仮定すると遅延が非常に重要な要素になる。一般に遅延は伝送 路、多重・分離部、音声・画像の各符号化・復号器などそれぞれの部分で発生し、H.324 システムにおいては特に音声の遅延に関して画像とのタイミングを取るためのバッファに より、画像の遅延とほぼ同じ程度になるよう設定される。そこで、本システムでは、リア ルタイム通信を考慮したときに許容できる全体の遅延は 400 ms とし、そのうち無線伝送路 の遅延は主として伝送路のインターリーバに依存ものとする。従ってインターリーブの遅 延を 10 ms と仮定し、有線部、無線部合わせて 60 ms の許容遅延とする(表 4.1 参照)。次 に、本論文で適用する画像符号化方式、音声符号化方式、多重化方式について詳細な説明 を行う。

#### 表 4.1:システムの遅延緒言

Tot	tal allowable	Allowable delay	Allowable delay for	Channel Interleaving
	delay	for channel	codec and MUX	
	400 ms	60 ms	340 ms	10 ms

#### 画像符号化方式

H.324M システムでは、H.263、H.261、MPEG-4 などいくつかの画像符号化方式が使用可 能である。本稿では画像符号化法として MPEG-4 を用いる [72]。 MPEG-4 は移動通信シス テムには最も適した符号化法の1つで、様々な誤り耐性機能を有している[102],[103]。主 な誤り耐性機能には Resynchronization Marker (RM)、データ・パーティショニング (Data Partitioning)、リバーシブル可変長符号 (RVLC: Reversible Variable-length Coding)、ヘッダ 拡張符号(Header Extension Code)の4つがある。図4.2にこれら4つの誤り耐性機能を図 示する。MPEG-4符号化器は画像(これは、Video Object Plane(VOP)と呼ばれる所定の時刻 に撮影された画像データの基本単位を指す)を Video Packet (VP) と呼ばれるいくつかの 連続するマクロブロックの塊に分割することができ、更にその VP の各の先頭に RM を挿 入することができる(図4.2(a)参照)。これによって、復号器ではビットストリーム中に誤 りがあっても RM を見つけることで同期を取り直すことができるようになり、次の VP へ の誤りの伝搬を防ぐことが可能となる。また、データ・パーティショニングは VP 内の情 報の伝送順序を変更することにより誤り耐性を向上させる技術である。誤りが入ったビッ トストリームを復号すると、送信側が送信した符号とは異なる符号に復号され、この時点 で可変長符号の同期がはずれてしまう。よって VP の後半の情報が正しく復号される確率 は前半の情報に比べて低くなることがわかる。そこで、図 4.2(b)に示すように VP に含まれ るマクロブロック情報のうち特に重要な情報を VP の前半分に配置しその他の情報を後半 部に配置する。更に前半と後半の情報の間に特定のビット列(Direct Current Marker 又は Motion Marker) 配置し、前半の重要情報に関する誤りの有無を判定できる用にする。リバ ーシブル可変長符号は VP 内で更に誤りを局在化させる技術である。この符号は通常の順 方向に瞬時復号可能な性質に加えて、符号語を逆方向からも復号できる性質を持った可変 長符号である。従って、図 4.2(c)で示すように誤りを検出するまでは通常の復号を行い、 誤り検出語は次の RM を検索し、そしてその RM から逆方向に誤りを検出するまで VP の 復号を行うことができる。こうすることで、誤りによって復号不可能となる部分を最小限 に抑えることができる。次に、ヘッダ拡張符号は VOP の先頭部分に VOP 全体を復号する ために必要となる重要な情報が VOP ヘッダに書き込まれている。よって VOP ヘッダが誤 りによって失われたりするとその VOP を正しく復号することができなくなる。ところで、 各 VOP は上述の通り複数の VP に分割することが可能で、その VP の先頭部分には RM が あり、その後ろに VP ヘッダがあってその VP を復号する上で重要な情報が書かれている。 ヘッダ拡張符号はこのVP ヘッダにVOP ヘッダの一部の情報を再配置するかどうかを示す 1ビットのフラグである。ヘッダ拡張符号が0の時は VP ヘッダの次にマクロブロック情 報が続き、1の時には VOP ヘッダの一部が続く。図 4.2(d)はヘッダ拡張符号が1の時の例 を示している。VOP Start Code や VOP ヘッダが誤った場合、通常復号器はその VOP を復 号することができなくなる。しかし、復号器が次のRMを検出しヘッダ拡張符号が1であ れば、VOP ヘッダの一部の情報を用いて以降のマクロブロック情報を正常に復号すること が可能となる。



図 4.2 MPEG-4 の誤り耐性機能

#### 音声符号化方式

本論文では音声の評価は行わないが、ITU-T G.723.1 を用いたシステムを仮定する[81]。 G.723.1 は H.324 システムでの必須音声符号化方式の 1 つで、5.3kbps と 6.3kbps の 2 つの符 号化レートをサポートしている。この 2 つの符号化レートのうち、本論文では 6.3kbps を 用いたものとし、簡単化のために 6.4kbps のダミーのランダムデータを音声ビットストリ ームに用いる。

#### マルチメディア多重化方式

H.223 多重化方式のプロトコルスタックを図 4.3 に示す。多重化部は2つの異なったレイヤ、 多重化(MUX)レイヤとアダプテーションレイヤ(AL)で構成される。この図では、音声ビ ットストリームと画像ビットストリームの2種類のメディアが入力として与えられ、これら 2 種類のビットストリームから 1 つの多重化パケット(MUX-PDU)が生成される例を示してい る。ここで、AL と高位レイヤの AL ユーザ間で交換される情報のユニットが AL-SDU であり、 AL-SDU は整数個のオクテットを含む。AL は適宜、誤り検出、シーケンス番号付け、再送等 のためにオクテットを追加することにより AL-PDU を生成する。AL-PDU は MUX レイヤでは MUX-SDU として受け取られる。

AL は以下に示す AL1 から AL3 までの 3 つの異なる種類の AL が規定されている。

● AL1 は、主としてデータあるいは制御情報の転送を目的としている。AL1 は誤り制御 を提供せず、必要な誤り訂正はすべて AL1 ユーザによって提供される。



Physical Layer

図 4.3 H.223 多重化方式

- AL2は、主としてディジタルオーディオ(音声を含む)の転送を目的としている。
   AL2は、それよりも高位レイヤ(例えば、オーディオ符号器)からおそらく可変長の
   AL-SDUによって情報を受け取り、8ビットCRCのためのloctetと、オプションとしてシーケンス番号付けのための1オクテットを追加して、MUX-SDUによってこれらをMUXレイヤに渡す。
- AL3は、主としてディジタルビデオの転送を目的としている。AL3は、それよりも高位レイヤ(例えば、ビデオ符号器)から可変長のAL-SDUによって情報を受け取り、 16ビット CRC のための2オクテットと、オプションとして1または2octetsのヘッダ (AL-HDR)を追加して、MUX-SDUによってこれらをMUXレイヤに渡す。AL3は ビデオ用の再送プロトコルを含む。

MUX レイヤは、下位にある物理レイヤのサービスを使用して AL から受けとったストリーム (MUX-SDU)を相手端末に転送する。MUX-SDU は、必ず整数個のオクテットで構成される。 MUX-PDU は、1 オクテットの HDLC 同期フラグ (Sync. Flag)と 1 オクテットのヘッダ (MUX-HDR)と、これに続く可変長のペイロードフィールドで構成される。MUX-PDU 内で フラグが誤認識されないことを保証するために、HDLC の零ビット挿入法を使用する。 MUX-PDU のペイロードフィールドは、この図の例に示されているように複数の AL からのス トリームが単一の MUX-PDU のペイロードフィールドに存在しても良いし、単独の AL からの ストリームのみが存在しても良い。MUX-HDR には4ビットの多重化コード (MC)フィール ドが含まれる。このフィールドは、予め設定された多重化テーブルを参照することにより、ペ イロードフィールドにはどのメディア (どの AL からのストリーム)がどれだけの割合でどう いう順番に存在するかという情報が指定されている。MC=0 は、固定的に制御チャネルに割り 当てられる。その他の MC は、送信部によって構成され、使用の前に制御チャネルによって相 手端末に知らされる。更に画像やデータの MUX-SDU は必要に応じて複数の MUX-PDU に分割 して相手端末に転送することも可能である。

以上に述べたH.223 多重化方式を移動通信環境でも用いることができるように誤り保護技術 を適用した多重化方式がH.223 Annex A, B, C である。そして、提案方式はこのH.223 Annex C と同じ範囲を対象とした誤り保護方式である。提案方式の詳細は 4.3 で説明する。これらの Annex は階層化構造をしており、図 4.4 に示すようにH.223 自身を含めて Level 0 から 3 までの 4 段階からなっている。これは一般に、移動通信システムによってその伝送路の誤り率や誤り パターンが異なるため、誤りによる伝送路の劣化が少ないシステムには軽い誤り保護方式を、 伝送路の劣化が激しいシステムには強い誤り保護が掛けられるようにするためにどの Level を 適用するか選択できる構成になっている。従って、高い Level の誤り保護方式は、低い Level の誤り保護方式を包含する構造となっている。そして、Level 1 に相当する誤り保護方式を規定 しているのが H.223 Annex A、Level 2、Level 3 に相当する誤り保護方式を規定しているのが、 それぞれ H.223 Annex B及び C である。図 4.5 に H.223 Annex A, B, C の誤り保護方式の構成を 示す。この図より、Level 1 は H.223 の MUX-PDU の HDLC 同期フラグ(8 ビット)を 16 ビット の PN フラグに置き換えることで同期を取りやすくする。そして Level 2 では Level 1 の保護方 式に加えて、MUX-PDU のヘッダに誤り耐性を持たせる。具体的には 4 ビットの MC の他に



図 4.4 H.223 多重化方式の移動通信への拡張の構造



図 4.5 H.223 Annex の誤り保護方式

MUX-PDU の長さを示す 8 ビットの MUX-PDU Length (MPL)を付加し、これら 12 ビットを (24,12)Golay 符号で符号化する。そして Level 3 は Level 2 の保護方式に加えて、ペイロードフ ィールドの誤り保護を行う。具体的には、AL-HDR は 5 ビットの sequence number(SN)フィール ドと 2 ビットの付加ビットを含んでいるので、この 7 ビットフィールドは(16,7)BCH 符号で保 護される。また 10 ビット SN を用いることも可能で、この場合(24,12)Golay 符号により保護さ れる。更に AL-PDU ペイロードを原符号 r=1/4, K=5 の畳み込み符号を用いたパンクチャド畳み 込み符号により符号化する。更にオプションで ARQ も適用できる。

### 4.3 短縮化 RS 符号を用いたペイロード保護方式

提案方式で用いている RS 符号は  $GF(2^8)$ 上の短縮化(255,k)RS 符号で、可変長の AL-SDU\*の 長さによって情報成分 k の長さが決定される。ただし、AL-SDU\*の長さは予め RS 符号語の長 さが 255 オクテット以下になるように設定されなければならない。RS 符号のパリティ長を t オ クテットとすると、短縮化符号を用いた可変長 AL-SDU\*の符号化法を図 4.6 に示す。図 4.6 に おいて、可変長の AL-SDU\*  $k(\tau)$  に対して固定長の RS 符号パリティ t を付加することで、 ( $k(\tau) + t$ , $k(\tau)$ )RS 符号を生成する。各 $\tau$  番目の符号語の訂正能力は異なる ( $k(\tau)$  が長い時には 訂正能力が下がり、短いときには訂正能力が上がる)が、パリティが1つ固定なので、回路構 成が簡単かつ、容易に可変長に対応できる。

図 4.7 に提案方式を用いた多重化方式の構成を示す。図 4.7 において、AL3M は画像ビットストリームを上位の画像符号化装置から受け取る。AL3M では AL-SDU を1つまたは複数のAL-SDU\*に分割することも可能である。AL-SDU\*と CRC は合わせて RS 符号化器に入力される。このとき CRC は 0,8,16,32 ビットの CRC がサポートされており、そのうち任意の1つを選択して用いることができる。これらの CRC の生成多項式を表 4.2 に示す。ここで、RS 符号の



図 4.6 短縮化 RS 符号を用いた AL-SDU\*の誤り訂正符号化法

第4章 フェージング伝送路における短縮化 Reed-Solomon(RS)符号を用いたマルチメディア多重化方式

#### 表 4.2 CRC 生成多項式

8 bit	$x^8 + x^2 + x + 1$
16 bit	$x^{16} + x^{12} + x^5 + 1$
32 bit	$x^{32} + x^{26} + x^{23} + x^{22} + x^{16} + x^{12} + x^{11} + x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^2 + 1$

訂正能力をt オクテット、AL-SDU\*の長さを $l_{AL-SDU*}$  オクテット、CRC の長さを $l_{CRC}$  オクテットとすると、誤り訂正能力tは $0 \le 2t \le 255 - (l_{AL-SDU*} + l_{CRC})$ の範囲内で任意に選択できる。 ここで用いられている RS 符号の最小多項式は次式で表され、

$$m(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$$
(4.1)

また、その生成多項式は、式(4.1)の根 $\alpha^i$  (0 $\leq i \leq 254$ )を用いて

$$g(x) = (x - \alpha)(x - \alpha^2) \cdots (x - \alpha^{2t})$$
(4.2)



#### 図 4.7 提案方式を用いた多重化方式の構成

と表される。今、AL-SDU\*と CRC の情報系列を **u**=(*u*<sub>k-1</sub>, *u*<sub>k-2</sub>, ..., *u*<sub>1</sub>, *u*<sub>0</sub>)とすると、RS 符号化に伴うパリティ検査多項式 *p*(*x*)は、情報系列多項式

$$u(x) = u_{k-1}x^{k-1} + u_{k-2}x^{k-2} + \dots + u_1x + u_0$$
(4.3)

を用いて

$$p(x) = x^{2t} \cdot u(x) \mod g(x)$$
  
=  $p_{2t-1}x^{2t-1} + p_{2t-2}x^{2t-2} + \dots + p_1x + p_0$  (4.4)

となる。

よって、AL3Mの送信側では *u*(*x*)と *p*(*x*)を合わせて AL-PDU Payload *c*(*x*)となり、この *c*(*x*)は以下のように表すことができる。

$$c(x) = u_{k-1}x^{2t+k-1} + u_{k-2}x^{2t+k-2} + \dots + u_1x^{2t+1} + u_0x^{2t} + p_{2t-1}x^{2t-1} + p_{2t-2}x^{2t-2} + \dots + p_1x + p_0$$
(4.5)

Video	MPEG-4 simple profile	Multiplexing	Proposed scheme, H.223 Annex B and C
Coding bit-rate	52 kbps (Annex B)	AL header size	Proposed (AL2M: 0 bit, AL3M: 16 bits)
	42 kbps (Annex C and proposed scheme)		Annex C (AL2M: 0 bit, AL3M: 16 bits)
	26 kbps (Annex C and proposed scheme)	·	Annex B (AL2 : 0 bit, AL3 : 0 bit)
Frame rate	10Hz	AL CRC	Proposed (AL2M: 0 bit, AL3M: 0 bit)
Video packet size	approximately 75 octets		Annex C (AL2M: 0 bit, AL3M: 4 bits)
			Annex B (AL2 : 8 bit, AL3 :16 bit)
Speech	Random dummy data	AL-PDU option	Proposed : not defined
Coding bit-rate	6.4kbps	Interleaving	Annex C : used
Frame length	30ms	1 	Annex B : not defined
		AL FEC	Proposed : RS code (t=9, 38)
Channel	Frequency nonselective fading channel		Annex C : RCPC code ( <i>r</i> =4/5, 1/2)
MUX-PDU bit-rate	64 kbps		Annex B : not defined
Interleaving	10 ms interleaving	Retransmission	not used
Doppler freq.	<i>f</i> <sub>D</sub> =10 Hz	MUX-PDU	Used
Convolutional code	r=1/2, K=3	Option header	

表 4.3 シミュレーション緒言

このように、提案方式では可変長の AL-SDU\*に固定長の冗長成分を付加するため、各 AL-PDU Payload に対してその符号語の長さに関係なく同じ誤り訂正能力となる。また、AL-SDU\*は、常に $l_{AL-SDU*} \leq 255 - 2t - l_{CRC}$ を満たさなければならない。更に提案方式はオプションとして再送の機能をもっている。これは、上記の RS 符号を誤り訂正符号として用いる Type-I のハイブリッド ARQ である。

### 4.4 数值計算例

レイリー・フェージング伝送路上での復号画像ビットストリームの評価を計算機シミュ レーションを用いて行った。表4.3 にシミュレーション緒言を示す。

MPEG-4 の誤り耐性は主として VP 単位で機能するように構成されているため、送信側 の AL で VP を分割することによって、分割された VP の一部が伝送路誤り等の原因により 受信側で正しく復元できず欠落したりすると、その誤り耐性機能が効果的に働かない可能 性がある。従って、本シミュレーションでは MPEG-4 の1 VP を多重化部の 1AL-SDU に対 応させる。そして、H.223 Annex C 及び、提案方式を用いるときには、1AL-SDU\*を 1AL-SDU とする。



図 4.8 提案方式の PSNR 特性(RS 符号: t=9, 38 インターリーブ: 10ms)

図 4.8 は #9.38 の RS 符号としたときの提案方式の復号画質を、平均 PSNR を用いて評 価したグラフを示す。ただし、RS符号の復号は硬判定による復号結果を示し、更に参考値 として H.223 Annex B を同じ伝送路上で評価した結果を示す。図 4.8 において、E<sub>b</sub> / N<sub>0</sub> =28 dBよりも高い時には Annex B が最も高い PSNR を示している。これは、誤り率が非常に 小さい伝送路では、ペイロードに誤り訂正符号をかけることによって生じる画質の劣化の 方が伝送路誤りによって生じる劣化より支配的になっているためである。すなわち、+9 の提案方式エラーフリーの PSNR は平均 37.55 dB であるため、この方式では 37.55 dB より も画質が良くなることはないが、一方で H.223 Annex B のエラーフリーの PSNR は平均 38.57 dB であるため、E<sub>h</sub> / N<sub>0</sub>が大きくなるにつれて、PSNR は 38.57 dB に向かって画質が 向上していくことを示している。 $E_b/N_0$ の値が28dBよりも低くなると今度はペイロード誤 り訂正符号の効果が出てくるため、t=9の提案方式が H.223 Annex B よりも PSNR が高くなっ ている。そして、 $E_h / N_0 = 20 \text{ dB}$ を境に、t=38の提案方式が最も高い PSNR を示すようになる。 このように、伝送路状態が悪くなるにつれて、高いペイロード誤り訂正能力を持った方式 が優れた特性を示すと言うことがわかる。これはすなわち、受信機で性格な伝送路状態推 定ができれば、それに基づいて最適な誤り訂正符号をかけることが可能となるため、適応 的に訂正能力を設定することで、例えば、 $E_b / N_0 = 24$ dBのとき、t=9の提案方式を用いる ことで Annex B よりも 0.9 dB の画質の改善を期待でき、 $E_b / N_0 = 20$ dB のときには t=38 の 提案方式を用いることで 2.0dB の改善効果を得ることができる。



図 4.9 提案方式と従来方式の特性比較 (インターリーブ 10ms)

第4章 フェージング伝送路における短縮化 Reed-Solomon(RS)符号を用いたマルチメディア多重化方式

図4.9に提案方式とH.223 Annex C の特性を示す。提案方式のグラフは図4.8 と同じ*t*=9,38 の例を示し、H.223 Annex C のグラフは RCPC 符号の符号化率が*r*=4/5,1/2 の例を示してい る。ここで、*t*=9の提案方式と*r*=4/5 の H.223 Annex C はどちらも符号化レート 42kbps の 画像に対する特性である。また提案方式の符号化率は VP サイズが平均 75octets であるこ とから 0.806 となり、これは H.223 Annex C と殆ど同じに設定されている。同様に *t*=38 の 提案方式と*r*=1/2 の H.223 Annex C に関してはどちらも符号化レート 26kbpsの画像に対す る特性であり、提案方式の符号化率は H.223 Annex C と殆ど同じ 0.497 である。図 4.9 にお いて、符号化レート 42kbps、26kbps のどちらの画像についても提案方式の方が H.223 Annex C よりも特性が優れていることがわかる。これは主に RS 符号のバースト誤り訂正能力が 効果を出しているためと考えられる。これに対して、H.223 Annex C は RCPC 符号がラン ダム誤り訂正符号であるため、伝送路でのインターリーブが 10ms 程度では十分に誤りが ランダム化されていないことなどにより、RCPC 符号による改善効果があまり得られなか ったと考えられる。

図 4.10 及び 4.11 に符号化レート 26kbps、 $E_b / N_0 = 16$ dB における画像の各フレームにおける PSNR を示す。図 4.10 にエラーフリーの画像(送信側の画像)と提案方式を適用したときの復号画像の画質を、図 4.11 にはエラーフリーの画像(図 4.10 と同じ画像)と H.223 Annex C の画像の画質をそれぞれ示す。図 4.10 において A-1, A-2, A-3 は動きが少ないた



図 4.10 提案方式の PSNR (符号化レート 26kbps,  $E_b / N_0 = 16$ dB)



図 4.11 H.223 Annex C の PSNR (符号化レート 26kbps, E<sub>b</sub> / N<sub>0</sub>=16dB)

め PSNR の変動が少なく、B-1, B-2 は動きが激しいため発生符号量が多い箇所であるが、 レート制御等により情報量を抑制しているため PSNR が部分的に劣化している。このよう な動きの激しい箇所では誤りに対しても敏感になるため、提案方式の PSNR も部分的に劣 化しているが、動きの少ない A-1, A-2, A-3 では RS 符号による誤り訂正効果によりエラ ーフリー画像とほぼ同じ程度の画質が得られていることがわかる。一方で図 4.11 において は動きの激しい B-1, B-2 だけでなく、A-1, A-2, A-3 といった動きの少ない部分も劣化し ており、この図からも RCPC 符号による改善効果があまり得られてないことがわかる。

### 4.5 結言

本章では *GF*(2<sup>8</sup>)上の RS 符号を適用したマルチメディア多重化方式を提案し、その特性 を評価した。本提案方式の主な特徴は、

オクテット単位で処理できるため、ビット処理単位の畳み込み符号に比べて高速かつ小さい回路規模で実現することができる。

② RS 符号はバースト誤りに比較的強い誤り訂正符号であるため多重化部にインター リーブを持たなくても効果的な誤り訂正能力が期待できる。

などが挙げられる。

更に、RS 符号は符号長が一意に定まるため、可変長のストリームに対応する具体的手法 として、長いストリームは予め所定の長さ以下に分割した後、短縮化 RS 符号を用いて可 変長の情報成分に一定の長さの冗長成分を付加する方式を提案している。

そして、動画像符号化方式として MPEG-4 を伝送した時のフェージング伝送路上における特性を計算機シミュレーションにより評価した。その結果、提案方式の特性は従来の H.223 Annex B 及び H.223 Annex C に比べて優れた特性を示すことを明らかにした。

本提案方式は ITU-T H.223 Annex D として 1999 年 5 月に ITU-T で標準化され、IMT-2000 における回線交換型マルチメディア・システムにおけるマルチメディア多重化方式の1つ として採用されることになった [105]。

# 第5章

# 結 論

本論文は移動通信におけるディジタル情報伝送の高品質化に関して次の3つの目的に沿 って行った研究成果をまとめたものである。

- (1) フェージング環境下で、高い符号化利得、高い周波数利用効率が得られる符号化変調方 式の提案
- (2) 簡単なプロトコル且つ小さいバッファサイズで実現でき、フェージング等の伝送路状態の悪いところでも高いスループットが得られる ARO の提案
- (3) 音声・画像・データ等の異なる QoS に対応できるマルチメディア多重化方式に適した誤り訂正方式の提案

以下に第2章から第4章において得られた成果を総括して述べ、結論とする。

 トレリス符号化の冗長成分を変調点多値数ではなくシンボルレート(帯域拡大)に転換し、かつシンボルレートが比較的自由に設定できるシンボルレート可変 TCM 方式を提案した。始めにシンボルレート可変 TCM 方式の一般的な構成法について述べ、本方式は SRI TCM を一般化したもの、すなわち SRI TCM は本方式における r=(m-m2-1)/(m-m2)の場合であることを示した。帯域拡大率が106.7%、104.3%、103.2%の3つの場合についてパンクチャド符号を用いた256QAMの構成例を示し、その d<sup>2</sup>freeと漸近的符号化利得、AWGN 伝送路における誤り率特性を評価した。上記3つの帯 域拡大率の場合について計算機シミュレーションによる誤り率特性を調べ、符号化利得 と帯域拡大率がトレードオフの関係にあることを定量的に示した。次に、シンボルレート可変 TCM 方式の移動通信への具体的な適用方法として、Double-Gray-coded Mapping による Pragmatic TCM を用いたシンボルレート可変 Pragmatic TCM 方式を提案し、その AWGN 伝送路並びにレイリー・フェージング伝送路における誤り率特性を理論解析及び 計算機シミュレーションにより求めた。そして、従来の Pragmatic TCM と比較して提案 方式の有効性を示した。

- バッファサイズを有限にした SR ARQ の伝送効率をできるだけ高くかつ簡単な手順 で実現できる SR+MC 方式を提案した。この方式はモード切替型 ARQ の1つである SR+ST Scheme 2 を修正したものである。AWGN 伝送路におけるスループット特性を 理論解析と計算機シミュレーションにより求めた結果、SR+MC 方式は SR+ST Scheme 2 よりも優れた特性を示すことを明らかにした。特に SR+MC 方式は SR+ST Scheme 1、SR+GBN Scheme 等、その他のモード切替型 SR ARQ に比べても伝送路状 態の悪いところで特性が優れていることが明らかとなった。また、SR+MC 方式は RTD の大きいシステムにおいてより効果的であることを明らかにした。更に提案方 式に RS 符号を適用した Hybrid Type-I ARQ のフェージング伝送路上におけるスルー プット特性を理論解析と計算機シミュレーションにより評価した。その結果、ライ ス・フェージング、レイリー・フェージングどちらの場合でも提案方式は SR+ST Scheme 2 よりも優れた特性を示していることを明らかにした。
- 3. バースト誤りに比較的強く、オクテット単位で処理でき、高速かつ小さい回路規模 で実現可能な *GF*(2<sup>8</sup>)上の RS 符号を適用したマルチメディア多重化方式を提案し、 その特性を評価した。その結果、レイリー・フェージング伝送路上における提案方 式の特性は従来のH.223 Annex B 及びH.223 Annex C に比べて優れた特性を示すこと が分かった。また、本提案方式はH.223 Annex D として ITU-T SG16 で 1999 年 5 月 に標準化され、IMT-2000 における回線交換型マルチメディア・システムのマルチメ ディア多重化方式の1つとして採用されることになった。

以上、本論文の研究成果が通信工学の進展に多少なりとも貢献することを願って、本論 文の結びとしたい。

参考文献

- M.Zeng, A.Annamalai and V.K.Bhargava: 'Recent Advances in Cellular Wireless Communications,' IEEE Commun. Mag., Vol.37, No.9, pp.128-138, Sep. 1999.
- [2] R.Prasad, J.S.Dasilva and B.Arroyo-Fernandez: 'Air Interface Access Scheme for Wireless Communications (Part2),' IEEE Commun. Mag., Vol.37, No.12, pp.70-71, Dec. 1999.
- [3] 菊池・若尾: '音楽も、ゲームも、電子商取引もケータイがのみ込む,' 日経エレクト ロニクス, No.757, pp.109-131, Nov. 1999.
- [4] T.Ojanpera and R.Prasad: 'An Overview of Air Interface Multiple Access for IMT-2000/UMTS,' IEEE Commun. Mag., Vol.36, No.9, pp.82-95, Sep. 1998.
- [5] T.Ojanperae and R.Prasad: 'An Overview of Third-Generation Wireless Personal Communications: A European Perspective,' IEEE Personal Commun., Vol.5, No.6, pp.59-65, Dec. 1998.
- [6] P.Chaudhury, W.Mohr and S.Onoe: 'The 3GPP Proposal for IMT-2000,' IEEE Commun. Mag., Vol.37, No.12, pp.72-81, Dec. 1999.
- [7] S.Faccin, L.Hsu, R.Koodli, K.Le and R.Purnadi: 'GPRS and IS-136 Integration for Flexible Network and Services Evolution,' IEEE Personal Commun., Vol.6, No.3, pp.48-54, Jun. 1999.
- [8] C.Bettstetter, H.Voegel and J.Eberspaecher: 'GSM Phase 2+ General Packet Radio Service GPRS: Architecture, Protocols, and Air Interface,' IEICE Trans. Commun. Vol.E83-B, No.2, pp.117-118, Feb. 2000.
- [9] S.Nanda, K.Balachandran and S.Kumar: 'Adaptation Techniques in Wireless Packet Data Services,' IEEE Commun. Mag., Vol.38, No.1, pp.54-64, Jan. 2000.
- [10] K.Balachandran, R.Ejzak, S.Nanda, S.Vitebskiy and S.Seth: 'GPRS-136: High-Rate Packet Data Service for North American TDMA Digital Cellular Systems,' IEEE Personal Commun., Vol.6, No.3, pp.34-47, Jun. 1999.

- [11] A.Furuskaer, S.Mazur, F.Mueller and H.Olofsson: 'EDGE: Enhanced Data Rates for GSM and TDMA/136 Evolution,' IEEE Personal Commun., Vol.6, No.3, pp.56-66, Jun. 1999.
- [12] A.Furuskaer, J.Naeslund and H.Olofsson: 'EDGE: Enhanced Data Rates for GSM and TDMA/136 Evolution,' Ericsson Review, No.1, pp.28-37, 1999.
- [13] T.Maruse and M.Ohyama: 'Evolution of Personal Multimedia Communications Services in Japan,' IEEE Personal Commun., Vol.5, No.6, pp.66-74, Dec. 1998.
- [14]今井・片岡・宮川: '多段符号化の理論と多相位相変調通信方式への応用, '信学論(A), Vol.54-A, pp.597-604, 1971.
- [15] J.L.Massey: 'Coding and Modulation in Digital Communications,' in Proc. 1974 Int. Zurich Seminar on Digital Communications, Zurich, Switzerland, pp.E(2)-(4), Mar. 1974.
- [16] G.Ungerboeck and I.Csajika: 'On Improving Data-link Performance by Increasing the Channel Alphabet and Introducing Sequence Coding,' in Proc. 1976 Int. Symposium on Information Theory (ISIT), Ronneby, Sweden, Jun. 1976.
- [17] G.Ungerboeck: 'Channel Coding with Multilevel/phase Signals,' IEEE Trans. Inform. Theory, Vol.IT-28, pp.56-67, Jan. 1982.
- [18] A.R.Calderbank and J.E.Mazo: 'A New Description of Trellis Codes,' IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-30, pp.784-791, Nov.1984.
- [19] A.R.Calderbank and N.J.A.Sloane: 'Four-dimensional Modulation with an Eight-state Trellis Codes,' AT&T Tech. J., Vol64, pp.1005-1018, 1985.
- [20] A.R.Calderbank and N.J.A.Sloane: 'An Eight-dimensional Trellis Code,' Proc. IEEE, Vol.74, pp.757-759, 1987.
- [21] A.R.Calderbank and N.J.A.Sloane: 'New Trellis Codes Based on Lattice and Cosets,' IEEE Trans. Inform. Theory, Vol.IT-33, pp.177-195, Mar. 1987.
- [22] L.-F.Wei: 'Trellis-coded Modulation with Multidimensional Constellations,' IEEE Trans. Inform. Theory, Vol.IT-33, pp.483-501, Jul. 1987.

- [23] S.G.Wilson and Y.S.Leung: 'Trellis-coded Phase Modulation on Rayleigh Fading Channel,' in Proc. Int. Conference Commun., pp.21.3.1-21.3.5, Jun. 1987.
- [24] D.Divsalar and M.K.Simon: 'The Design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels: Performance Criteria,' IEEE Trans. Commun., Vol.COM-36, pp.1004-1012, Sep. 1988.
- [25] D.Divsalar and M.K.Simon: 'Trellis Coded Modulation for 4800-9600 bit/s Transmission over a Fading Mobile Satellite Channel,' IEEE J. Select. Area Commun., Vol.SAC-5, pp.162-175, Feb. 1987.
- [26] D.Divsalar and M.K.Simon: 'The Design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels: Set Partitioning for Optimum Code Design,' IEEE Trans. Commun., Vol. COM-36, pp.1013-1021, Sep. 1988.
- [27] C.Schlegel and D.J.Costello, Jr.: 'Bandwidth Efficient Coding for Fading Channels: Code Construction and Performance Analysis,' IEEE J. Select. Areas Commun., Vol. SAC-7, pp.1356-1368, Dec. 1989.
- [28] S.H.Jamali and T.Le-Ngoc: 'A New 4-state 8PSK TCM Scheme for Fast Fading, Shadowed Mobile Radio Channels,' IEEE Trans. Vehic. Technol., Vol.VT-40, pp.216-222, Feb. 1991.
- [29] J.Du and B.Vacetic: 'New M-PSK Trellis Codes for Fading Channels,' Electron. Letters, Vol.26, pp.1267-1269, Aug. 1990.
- [30] J.K.Cavers and P.Ho: 'Analysis of the Error Performance of Trellis-coded Modulations in Rayleigh-fading Channels,' IEEE Trans. Commun., Vol.COM-40, pp.74-83, Jan. 1992.
- [31] R.G.McKay, P.J.McLane and E.Biglieri: 'Error Bouds for Trellis-coded MPSK on a Fading Mobile Satellite Channel,' IEEE Trans. Commun., Vol.COM-39, pp.1750-1761, Dec. 1991.
- [32] S.B.Slimane and T.Le-Ngoc: 'A Tight Upper Bound on the Error Probability of Coded Modulation Schemes in Rayleigh Fading Channels,' in Proc. PIMRC'93, Yokohama, Japan, Sep. 1993.
- [33] H. Ohtsuka, Y. Saito, and S. Komaki: 'Super multi-carrier trellis coded 256QAM digital microwave radio,' in Proc. GLOBECOM'88, pp.244-249, Nov. 1988.

- [34] Y. Saito: 'Trellis coded modulation for multi-state QAM -Which is better, signal space expansion or bandwidth expansion?-,' Trans. IEICE vol.E73, no.10, pp.1666-1673, Oct. 1990.
- [35] 中村・相河・高梨: 'フェージング伝搬路におけるトレリス符号化 256QAM 方式, ' 信学論(A), vol.J73-A, 2, pp.341-349, Feb. 1990.
- [36] S.Lin and D.J.Costello, Jr.: 'Error Control Coding -Fundamentals and Applications-,' Prentice-Hall.
- [37] S.Lin, D.J.Costello, Jr. and M.J.Miller: 'Automatic-Repeat-Request Error-Control Schemes,' IEEE Trans. Commun. Mag., Vol.22, No.12, pp.5-16, Dec. 1984.
- [38] F.Argenti, G.Benelli and A.Garzelli: 'Generalized Stop-And-Wait Protocol,' Elec. Letters, Vol.28, No.9, pp.861-863, Apr. 1992.
- [39] A.R.K.Sastry: 'Improving Automatic-Repeat-Request (ARQ) Performance on Satellite Channels under High Error Rate Conditions,' IEEE Trans. Commun., Vol.COM-23, pp.436-439, Apr. 1975.
- [40] D.Towsley: 'The Stutter Go-Back N Protocol,' IEEE Trans. Commun., Vol.COM-27, pp.869-875, Jun. 1979.
- [41] J.M.Morris: 'On Another Go-Back N ARQ Technique for High Error Rate Conditions,' IEEE Trans. Commun., Vol.COM-26, Jan. 1978.
- [42] M.J.Miller and S.Lin: 'The Analysis of some Selective-Repeat ARQ Schemes with Finite Receiver Buffer,' IEEE Trans. Commun., Vol.COM-29, No.9, pp.1307-1315, Sep. 1981.
- [43]松木・高梨・田中: 'レーリーチャンネル環境でのデータ伝送における MODS ARQ 方 式, '信学総大 B-495, 1995.
- [44] S.B.Wicker: 'High-reliability Data Transfer over the Land Mobile Radio Cahnnel Using Interleaved Hybrid-ARQ Error Control,' IEEE Trans Vehic. Technol., Vol. VT-39, No.1, pp.48-55, Feb. 1990.
- [45] S.B.Wicker: 'Reed-Solomon Error Control Coding for Rayleigh Fading Channels with Feedback,' IEEE Trans Vehic. Technol., Vol. VT-41, No.2, pp.124-133, Feb. 1992.

- [46] L.K.Rasmussen and S.B.Wicker: 'A Performance Analysis for Trellis Coded Hybrid-ARQ Protocols,' in Proc. IEEE Global Telecomun. Conf. (GLOBECOM), pp.899-904, Orlando, FL, Dec. 1992.
- [47] L.K.Rasmussen and S.B.Wicker: 'The Performance of Type-I Trellis Coded Hybrid-ARQ Protocols over AWGN and Slowly Fading Channels,' IEEE Trans. Inform. Theory, Vol.IT-40, No.2, pp.418-428, Mar., 1994.
- [48] H.Zhou and R.H.Deng: 'A Hybrid ARQ Scheme with Diversity Combining for Land Mobile Radio,' in Proc. IEEE Vehic. Technol. Conf. (VTC), pp.902-905, 1992.
- [49] J.J.Metzner: 'Improvements in Block-Retransmission Schemes,' in Proc. 1977 Int. Symposium on Information Theory (ISIT'77), Ithaca, NY, Oct. 1977.
- [50] J.J.Metzner: 'Improvements in Block-Retransmission Schemes,' IEEE Trans. Commun., Vol. COM-27, pp.525-532, Feb. 1979.
- [51] S.Lin and P.S.Yu: 'A Hybrid ARQ Scheme with Parity Retransmission for Error Control of Satellite Channels,' IEEE Trans. Commun., Vol. COM-30, No.7, pp.1701-1719, Jul. 1982.
- [52] S.Lin and J.S.Ma: 'A Hybrid ARQ System with Parity Retransmission for Error Correction,' IBM Res. Rep. 7478(32232), Jan. 11, 1979.
- [53] S.Lin and P.S.Yu: 'SPEC-An Effective Hybrid-ARQ Scheme,' IBM Res. Rep. 7591(32852), Apr. 4, 1979.
- [54] Y.-M.Wang and S.Lin: 'A Modified Selective-repeat Type-II Hybrid ARQ System and Its Performance Analysis,' IEEE Trans. Commun., Vol.COM-31, No.5, pp.593-608, May 1983.
- [55] Y.-M.Wang and S.Lin: 'A Parity-retransmission Hybrid ARQ Using a Convolutional Code and Viterbi Decoding for Error Control,' in Proc. IEEE Global Telecomun. Conf. (GLOBECOM), E.7.1, Miami, FL, Nov. 1982.
- [56] L.R.Lugand and D.J.Costello, Jr.: 'A Comparison of Three Hybrid ARQ Schemes Using Convolutional Codes on a Non-stationary Channel,' in Proc. IEEE GLOBECOM'82., C.8.4, Miami, FL, Nov. 1982.

- [57] R.A.Comroe and D.J.Costello, Jr.: 'ARQ Scheme for Data Transmission in Mobile Radio Systems,' IEEE Trans. Commun., Vol. COM-32, Jun. 1984.
- [58] T.C.Ancheta: 'Convolutional Parity Check Automatic Repeat Request,' in Proc. 1979 Int. Symposium on Information Theory (ISIT'79), Grignano, Italy, Jun. 1979.
- [59] D.Chase: 'Code Combining a Maximum-likelihood Decoding Approach for Combining an Arbitrary Number of Noisy Packets,' IEEE Trans. Commun., Vol.33, pp.385-393, May 1985.
- [60] S.Kallel: 'Analysis of a Type-II Hybrid ARQ Scheme with Code Combining,' IEEE Trans. Commun., Vol. COM-38, No.8, pp.1133-1137, Aug. 1990.
- [61] S.Kallel: 'Complementary Punctured Convolutional Codes and their Applications,' IEEE Trans. Commun., Vol.43, No.6, pp.2005-2009, Jun. 1995.
- [62] M.Eroz and T.Fuja: 'A Multiple Trellis-coded Hybrid-ARQ Scheme for Land Mobile Communication Channels,' in Proc. IEEE MILCOM, pp.496-500, 1995.
- [63] E.Malkamaki and H.Leib: 'Type-II Hybrid ARQ with Convolutional Codes over Block Fading Rayleigh Channels,' in Proc. Int. Symposium on Personal, Indoor and Mobile Communications (PIMRC), pp.1191-1195, Finland, 1997.
- [64] M.Naijo, S.Sampei, N.Morinaga and Y.Kamio: 'ARQ Schemes with Adaptive Modulation/TDMA/TDD Systems for Wireless Multimedia Communication Services,' in Proc. Int. Symposium on Personal, Indoor and Mobile Communications (PIMRC), pp.709-713, Finland, 1997.
- [65] M.Khansari, A.Jalali, E.Dubois and P.Mermelstein: 'Low Bit-Rate Video Transmission over Fading Channels for Wireless Microcellular Systems,' IEEE Trans. Circuits and Sys. for Video Technol., Vol.6, No.1, pp.1-11, Feb. 1996.
- [66] 加藤·臼井·田坂: 'PHS におけるビデオ伝送方式の性能評価', 信学論(B-II), vol.J79-B-II, No.2, pp.646-656, Oct. 1996.
- [67] H.Liu, Q.Zhang, M.E.Zarki and S.Kassam: 'Wireless Video Transmission with Adaptive Error Control,' in Proc. Int. Symposium on Information Theory and its Applications (ISITA), pp.371-374, Canada, 1996.

- [68] 二神・廣瀬・村田・吉田: '移動通信における ARQ を用いた動画像伝送遅延改善法の 検討', 第 20 回情報理論とその応用シンポジウム(SITA), pp.405-408, Dec.1997.
- [69] P.Cherriman and L.Hanzo: 'Programmable H.263-Based Wireless Video Transceivers for Interference-Limited Environments,' IEEE Trans. Circuits and Sys. for Video Technol., Vol.8, No.3, pp.275-286, Jun. 1998.
- [70] H.Liu and M.E.Zarki: 'Performance of H.263 Video Transmission over Wireless Channels Using Hybrid ARQ,' IEEE Journal on Select. Areas in Commun., Vol.15, No.9, pp.1775-1786, Dec.1997.
- [71] J.Lu, K.B.Letaief and M.L.Liou: 'Robust Video Transmission over Correlated Mobile Fading Channels,' IEEE Trans. Circuits and Sys. for Video Technol., Vol.9, No.5, pp.737-751, Aug. 1999.
- [72] N.Faerber, B.Girod and J.Villasenor: 'Extensions of ITU-T Recommendation H.324 for Error-Resilient Video Transmission,' IEEE Commun. Mag., Vol.36, No.6, pp.120-128, Jun. 1998.
- [73] ITU-T Rec. H.223 Annex A, 'Multiplexing Protocol for Low Bit-rate Mobile Multimedia Communication over Low Error-prone Channels,' Feb. 1998.
- [74] ITU-T Rec. H.223 Annex B, 'Multiplexing Protocol for Low Bit-rate Mobile Multimedia Communication over Moderate Error-prone Channels,' Feb. 1998.
- [75] ITU-T Rec. H.223 Annex C, 'Multiplexing Protocol for Low Bit-rate Mobile Multimedia Communication over Highly Error-prone Channels,' Feb. 1998.
- [76] ITU-T Rec. H.324, 'Terminal for Low Bitrate Multimedia Communication,' 1996.
- [77] ITU-T Rec. H.245, 'Control protocol for multimedia communication,' 1996.
- [78] ITU-T Rec. H.223, 'Multiplexing protocol for low bitrate multimedia communication,' 1996.
- [79] ITU-T Rec. H.263, 'Video coding for low bitrate communication,' 1996.
- [80] ISO/IEC 14496-2 Final Draft of International Standard, 'Information technology generic coding of audio-visual objects: Part2-Visual,' ISO/IEC JTC1/SC29/WG11 N2502, Nov. 1998.
- [81] ITU-T Rec. G.723.1, 'Dual Rate Speech Codec for Multimedia telecommunications Transmitting at 5.3 and 6.3 kbit/s,' 1995.
- [82] 鈴木・河原: 'MPRG-4 多重化情報誤り保護法の検討,' 信学総大 B-5-197, 1997.
- [83] 河原・鈴木: 'マルチメディア移動通信に適した誤り保護法の提案,'信学総大 B-5-198, 1997.
- [84] 山崎・田中・斉藤: 'マルチメディア多重化における誤り制御の復号法,'信学技報 IT97-47, pp.35-40, 1997.
- [85] 鈴木・河原: 'MPEG-4 システムレイヤ多重化方式における伝送誤り特性の検討,' 信学技報 RCS96-99, pp.1-8, 1996.
- [86] 疋田・小澤・日比: 'PHS によるリアルタイム通信用多重化プロトコルの一検討, ' 信学総大 B-8-10, 1997.
- [87] 仲・鈴木・河原・三木: 'マルチメディア移動通信に適した可変長フレーム同期保護 法の検討,'信学技報 RCS97-50, pp.23-28, 1997.
- [88] 福井・野中・中井: '携帯 TV 電話用マルチメディア多重化方式に関する検討,'信 学技報 NIM97-71, pp.19-24, 1997.
- [89] G.Ungerboeck: 'Trellis-coded modulation with redundant sets : Part I, II,' IEEE Commun. Mag., Vol.25, No.2, pp.5-21, Feb. 1987.
- [90] S.Kato, M.Morikura and S.Kubota: 'Implementation of coded modems,' IEEE Commun. Mag., Vol.29, No.12, pp.88-97, Dec. 1991.
- [91] S.Benedetto, M.Mondin and G.Montorsi: 'Performance Evaluation of Trellis-Coded Modulation Schemes,' Proc. of IEEE, Vol.82, No.6, pp.833-855, Jun. 1994.
- [92] A.J.Viterbi, J.K.Wolf, F.Zehavi and R.Padovani: 'A Pragmatic Approach to Trellis-Coded Modulation,' IEEE Comm. Mag., pp.11-19, Jul. 1989.
- [93] Y.Yasuda, K.Kashiki and Y.Hirata: 'High-rate punctured convolutional codes for soft decision Viterbi decoding,' IEEE Trans. Commun., Vol.COM-32, No.3, pp.315-319, Mar.1984.

- [94] S.M.Alamouti: 'Adaptive trellis-coded modulation for mobile communications,' M.A.Sc. thesis, Univ. British Columbia, Canada, 1991.
- [95] S.M.Alamouti and S.Kallel: 'Adaptive Trellis-Coded Multiple-Phase-Shift Keying for Rayleigh Fading Channels,' IEEE Trans. on Commun., Vol.42, No.6, pp.2305-2314, Jun. 1994.
- [96] E.Biglieri and D.Divsalar and P.J.McLane and M.K.Simon, *Introduction to trellis-coded modulation with applications*, MacMillan, 1991.
- [97] D.Haccoun and G.Begin: 'High-rate punctured convolutional codes for Viterbi and sequential decoding,' IEEE Trans. on Commun., Vol.37, No.11, pp.1113-1125, Nov. 1989.
- [98] J.McGeehan and A.Bateman; 'Phase-lock Transparent Tone-in-band (TTIB): A New Spectrum Configuration Particularly Suited to the Transmission of Data over SSB Mobile Radio Networks,' IEEE Trans. Commun., Vol.32, No.1, pp.81-87, Jan. 1984.
- [99] F.Davarian: 'Mobile Digital Communications via Tone Calibration,' IEEE Trans. Veh. Tech., Vol.36, No.2, pp.55-62, May 1987.
- [100]J.Hagenauer and E.Lutz: 'Forward Error Correction Coding for Fading Compensation in Mobile Satellite Channels,' IEEE J. Select. Areas Comm., Vol.5, No.2, pp.215-225, Feb. 1987.
- [101]S.B.Wicker and V.K.Bhargava: 'Reed-Solomon Codes and Their Applications,' IEEE Press, Piscataway, NJ, 1994.
- [102]R.Talluri: 'Error-Resilient Video Coding in the ISO MPEG-4 Standard', IEEE Comm. Mag. Vol.36, No.6, pp.112-119, Jun. 1998.

[103]三木 編著: 'MPEG-4 のすべて,'工業調査会, 1998.

- [104]ITU-T Rec. V.42, 'Error-correcting procedures for DCEs using asynchronous-to-synchronous conversion,' 1996.
- [105]ITU-T Rec. H.223 Annex D, 'Optional Multiplexing Protocol for Low Bit-rate Mobile Multimedia Communication over Highly Error-prone Channels,' May 1999.

# 付録:式(3.16)の導出

図 3.3 において、j 個 (j 種類のブロック各1個)のブロックをまとめて1回分の送信と 考え、 $s = \hat{s} + 1$ では全部で $\lfloor N / j \rfloor$ 回の送信が行われるとする ( $2 \le j \le N$ )。第 $\lambda$ 回目

 $(1 \le \lambda \le \lfloor N / j \rfloor)$ の送信で j 個のブロック全てが ACK になったとする。この時の確率  $p(j,\lambda)$ とすると、

$$p(j,\lambda) = {\binom{j}{1}} (1-P_c)^{n-1} P_c \{P_c + (1-P_c)P_c + (1-P_c)^2 P_c + \dots + (1-P_c)^{\lambda-2} P_c\}^{j-1} \\ + {\binom{j}{2}} \{(1-P_c)^{n-1} P_c\}^2 \{P_c + (1-P_c)P_c + (1-P_c)^2 P_c + \dots + (1-P_c)^{\lambda-2} P_c\}^{j-2} \\ \vdots \\ + {\binom{j}{2}} \{(1-P_c)^{n-1} P_c\}^{\xi} \{P_c + (1-P_c)P_c + (1-P_c)^2 P_c + \dots + (1-P_c)^{\lambda-2} P_c\}^{j-\xi} \\ \vdots \\ + {\binom{j}{j}} \{(1-P_c)^{n-1} P_c\}^{j} \\ = \sum_{\xi=1}^{j} {\binom{j}{\xi}} \{(1-P_c)^{\lambda-1} P_c\}^{\xi} \{1-(1-P_c)^{\lambda-1}\}^{j-\xi}$$
(A.1)

となる。



# 本論文に関する原著論文

#### 1. 学会論文

- H.Tanaka and T.K.Matsushima: 'Performance of Modified Symbol-Rate-Increased TC-2<sup>m</sup>QAM,' IEICE Trans. on Fundamentals, Vol. E77-A, No.8, pp.1378-1380, Aug. 1994.
- 2. H.Tanaka: 'A Performance of Selective-Repeat ARQ with Cyclical Multicopy Retransmission,' IEICE Trans. on Fundamentals, Vol.E79-A, No.9, pp.1386-1391, Sep. 1996.
- 3. H.Tanaka and K.Sakakibara: 'Performance of Type-I Hybrid Selective-Repeat ARQ with Finite Buffer on Fading Channels,' IEICE Trans. on Commun., Vol.E80-B, No.1, pp.59-66, Jan. 1997.
- 田中宏和・松嶋智子: '帯域の拡大を許容したトレリス符号化 256QAM 方式の検討',信学論(B-II), Vol.J80-B-II, No.2, pp.145-152, Feb. 1997.
- 5. H.Tanaka and S.Yamasaki: 'Pragmatic Trellis Coded MPSK with Bandwidth Expansion on Rayleigh Fading Channels,' IEICE Trans. on Commun., Vol.E81-B, No.12, pp.2276-2282, Dec. 1998.
- H.Tanaka and S.Yamasaki: 'Performance of Mobile Multimedia System Applied to Trellis Coded Modulation on Rayleigh Fading Channel,' IEICE Trans. on Fundamentals, Vol.E83-A, No.10, pp.1996-1999, Oct. 2000.

## 2. 国際会議

1. T.K.Matsushima and H.Tanaka: 'Trellis Coded Modulation for Digital Microwave Radio,' Proc. on IEEE ISIT'93, Jan. 1993.

- 2. H.Tanaka and T.K.Matsushima: 'An Application of Trellis Coded Modulation to Digital Microwave Radio and Its Performance,' Proc. on IEEE ICC'93, pp.128-132, May 1993.
- 3. H.Tanaka: 'A Performance Analysis of Selective-Repeat ARQ with Muticopy Retransmission,' Proc. on IEEE ICUPC'95, pp.472-475, Nov. 1995.
- 4. H.Tanaka and K.Sakakibara: 'Performance of Reed-Solomon Coded Type-I Hybrid ARQ Scheme on Fading Channels,' Proc. on IEEE GLOBECOM'96, pp.2148-2152, Nov. 1996.
- 5. H.Tanaka and S.Yamasaki: 'An Error Control Scheme of Multimedia Multiplexing for Mobile Environment,' Proc. on IEEE VTC'99-Fall, pp.376-380, Sep. 1999.

### 3. 研究発表(電子情報通信学会研究会)

- 1. 田中宏和・児玉智子: 'ディジタルマイクロ波通信用トレリス符号化変調方式に関 する検討'、信学技報 IT92-33, pp57-62, Jul. 1992.
- 2. 田中宏和・榊原勝己: 'Type-I ハイブリッド ARQ 方式のフェージング通信路にお ける特性に関する検討'、信学技報 CS96-47, pp.7-12, Jul. 1996.
- 3. 田中宏和·斉藤龍則・山崎彰一郎: '移動通信に適したマルチメディア多重化方式 に関する検討'、信学技報 CS97-84, pp.105-110, Sep. 1997.

#### 4. 研究発表(情報理論とその応用シンポジウム)

- 1. 児玉智子・田中宏和・田中秀一: 'ディジタルマイクロ波通信用トレリス符号化変 調方式'、第15回情報理論とその応用シンポジウム(SITA'92)、pp.101-104, Sep. 1992.
- 田中宏和・松嶋智子・田中秀一: '帯域の拡大を許容したトレリス符号化変調方式のフェージング通信路における特性に関する検討'、第16回情報理論とその応用シンポジウム(SITA'93)、pp.499-502, Oct. 1993.
- 3. H.Tanaka: 'A Study on Automatic-repeat-request with Multicopy Retransmission,' 第18 回情報理論とその応用シンポジウム(SITA'95)、pp.621-624, Oct. 1995.

- 4. H.Tanaka: 'A Bandwidth Efficient Block Coded M-ary PSK with Retransmission,' 第 19 回情報理論とその応用シンポジウム(SITA'96)、pp.517-520, Dec. 1996.
- 5. 田中宏和・山崎彰一郎・斉藤龍則: '移動通信における動画像伝送方式に関する一 検討'、第21回情報理論とその応用シンポジウム(SITA'98)、pp.615-618, Dec. 1998.
- 6. 田中宏和・山崎彰一郎: 'MPEG-4 マルチメディア通信システムのフェージング通 信路における特性に関する検討'、第 22 回情報理論とその応用シンポジウム (SITA'99)、pp.583-586, Nov. 1999.

### 5. 研究発表(電子情報通信学会全国大会·総合大会)

- 1. 田中宏和・児玉智子: 'ディジタルマイクロ波通信用トレリス符号化変調方式に関 する検討'、春季全大 B-412, 1992.
- 2. 田中宏和・児玉智子: 'ディジタルマイクロ波通信用トレリス符号化変調方式の漸近的符号化利得'、秋季全大 B-327, 1992.
- 3. 田中宏和・松嶋智子: '帯域の拡大を許容したトレリス符号化変調方式~ディジタ ルマイクロ波通信への応用~'、春季全大 B-442, 1993.
- 4. 田中宏和・山崎彰一郎・斉藤龍則: 'MPEG-4 移動体マルチメディアシステムにお ける多重化方式に関する検討'、信学総大 B-5-38, 1998.