

| | |
|--------------|---|
| Title | 構造補強最適化のための設計手法に関する研究 |
| Author(s) | 坂田, 誠一郎 |
| Citation | 大阪大学, 1999, 博士論文 |
| Version Type | VoR |
| URL | https://doi.org/10.11501/3155387 |
| rights | |
| Note | |

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

構造補強最適化のための設計手法に関する研究

平成10年12月

坂田 誠一郎

目次

| | |
|--|----|
| 第1章 緒論 | 1 |
| 1.1 補強構造設計とその必要性 | 1 |
| 1.2 補強構造の分類とモデル化 | 2 |
| 1.3 補強構造設計と最適設計について | 6 |
| 1.3.1 構造設計分野における最近の最適設計研究の動向 | 6 |
| 1.3.2 補強構造設計への最適設計手法の適用 | 9 |
| 1.4 本研究の目的及び本論文の構成 | 10 |
| 参考文献 | 14 |
| | |
| 第2章 設計変数と三次元補強設計法 | 21 |
| 2.1 はじめに | 21 |
| 2.2 補強設計問題の定義 | 21 |
| 2.2.1 設計変数の定義 | 21 |
| 2.2.2 部分設計問題の定義 | 30 |
| 2.3 レイアウト、断面形状及び寸法の同時設計 | 33 |
| 2.3.1 レイアウト、断面形状及び寸法の相互影響に関する検討 | 33 |
| 2.3.2 相関を有する設計変数の設計方法 | 42 |
| 2.3.3 レイアウトと断面形状、断面寸法の同時設計 | 43 |
| 2.4 補強設計問題の取り扱い方法 | 48 |
| 2.5 提案手法の概略 | 50 |
| 2.6 まとめ | 53 |
| 参考文献 | 53 |
| | |
| 第3章 補強設計手法の提案 | 55 |
| 3.1 はじめに | 55 |
| 3.2 各部分設計問題に対する設計手法の詳細 | 55 |
| 3.2.1 レイアウト設計手法 | 55 |
| 3.2.2 寸法設計手法 | 61 |
| 3.2.3 トポロジー設計手法、断面形状設計手法および全体の設計の流れ .. | 66 |
| 3.3 数値計算例 | 69 |

| | | |
|------------|----------------------------------|------------|
| 3.3.1 | 荷重ケース1に対する補強設計 | 70 |
| 3.3.2 | 荷重ケース2に対する補強設計 | 81 |
| 3.4 | まとめ | 92 |
| | 参考文献 | 93 |
| | | |
| 第4章 | 実用化への検討 | 94 |
| 4.1 | はじめに | 94 |
| 4.2 | レイアウト設計における計算コストの削減 | 94 |
| 4.2.1 | サンプリング点数の削減 | 95 |
| 4.2.2 | 領域のブロック化及び分岐限定アプローチによる組合せ最適化の効率化 | 105 |
| 4.3 | 設計領域に関する制約条件の導入 | 110 |
| 4.3.1 | 設計領域の制約 | 110 |
| 4.3.2 | 導入方法 | 111 |
| 4.3.3 | 数値計算例 | 113 |
| 4.4 | 補強部材の座屈に関する制約条件の導入 | 114 |
| 4.4.1 | 補強部材の座屈 | 114 |
| 4.4.2 | 導入方法 | 115 |
| 4.4.3 | 数値計算例 | 117 |
| 4.5 | まとめ | 118 |
| | 参考文献 | 119 |
| | | |
| 第5章 | 耐振補強設計への応用 | 120 |
| 5.1 | はじめに | 120 |
| 5.2 | 機器制御盤の耐振補強設計 | 120 |
| 5.2.1 | 問題設定 | 120 |
| 5.2.2 | 固有振動数問題の変形問題への置き換え | 121 |
| 5.2.3 | 計算結果 | 132 |
| 5.3 | まとめ | 146 |
| | 参考文献 | 146 |
| | | |
| 第6章 | 結言 | 147 |

| | |
|------------|-----|
| 謝 辞 | 150 |
| 研究実績 | 151 |

第1章 緒論

1.1 補強構造設計とその必要性

補強とは、「既存の構造全体の耐力の増強を行うことである」とされている[1.1]. 本研究では、構造全体の力学的特性に関し、特に剛性上昇に注目し補強と称する。

既存の構造物に対する補強は、構造物全体の長寿命化や信頼性向上が図れるばかりでなく[1.2],[1.3], 初期設計からやり直す場合と比較して、コストや省資源の面でも有利となる。このような補強問題の重要性は阪神大震災以来ますます高まりつつある[1.4]. 豊田は、阪神大震災によって生じた被害を教訓とし、破壊事例を生じたものと同様の設計、施行がなされている構造物に対する補強対策の重要性を指摘している[1.5]. また、橋脚部の補強事例[1.6]などからも判るように、大震災を契機とした補強が多数行われている。

補強の考え方は、後天的設計手法だけでなく、初期の製品設計手法にも利用される。それには、まず構造のトポロジーを要求される機能により決定し[1.7], 剛性や強度が規格に沿うように材料や構造寸法を決定する手順となる。赤木は著書[1.8]の中で、設計モルフォロジーと称して一連の設計の流れをパターン化しており、概念設計、基本設計、詳細設計の流れとしてこのような設計プロセスを記述している。また、一次設計として製品の外觀や意匠的特徴により概略的な形状を決定し、二次設計として強度、剛性などに関する設計を行う手法も広い意味での補強設計といってよい[1.9]. いずれの場合でも、補強は、材料もしくは構造要素の追加により、初期構造が有する力学的特性を向上することを目的としている。

新たな部材の挿入による構造全体の変形制御を考えた場合、挿入部材はビーム状もしくはシェル状の構造を有する場合が多い。これは、部材に単純な機能のみを要求した場合、一般的な三次元形状よりもこれらの形状の方がコスト的に有利であるためである。また、単純な形状は施工面でも有利となり、後天的補強に関しては非常に重要かつ大きな利点となる。特に、ビーム状部材は、荷重支持部材として有効であり、様々な用途に補強構造として用いられている。例えば橋梁などに見られる吊り橋構造[1.10]や、自動車のボンネット板に対するステイフナ[1.11]などがある。

補強構造を含めて、この様なビーム状部材を想定した構造の設計に際し、従来は経験的情報や材料力学的な知識に基づく簡略的な設計[1.12]が大きな位置を占めてきたといえる。特に、補強構造の創成を目的とした設計手法はほとんどない。しかしながら、近年に至り構造物の複雑化や高度化が進むにつれ、補強可能部位の領域的な制約や、補強部材の形状に関する制約などが加わり、また荷重形態や設計目的なども多様化しているため、補強設計問題自体が複雑化しているといえる。したがって、補強設計問題の複雑化に対応するために、目的を補強設計に限定し、補強に特

有な問題を考慮できる設計手法を構築することが必要となってきた。

1. 2 補強構造の分類とモデル化

補強構造は、予め存在する主構造に対して、構造全体もしくは部分的に強度や剛性を付加する役割を担っている。そのため、補強構造の多くは補強構造特有の形態を有している。また、形状としても、ある力学的特性を主構造に付加するという補強の性質上、ビーム状もしくはシート状の部材が多く見られる。このような現状から、補強構造設計手法の構築を行うにあたり、補強構造の分類と補強構造の特徴に注目した適切なモデル化を行うことが、効率的な補強構造設計手法の実現に必要であると考え。そこで、本節では補強構造の分類を行い、本研究で取り扱う補強構造に関してそのモデル化の検討を行う。

まず、補強部材と主構造の位置関係に基づき、補強構造の形態的分类を考える。補強部材と主構造の位置関係は概略的には Fig.1.1 のように分類できる。すなわち、(a) 主構造を構成する材料内部に補強材が存在する場合、(b) 主構造表面に補強材が存在する場合、(c) 主構造間の空間に補強材が存在する場合の3通りである。これらはいずれも工業的に広く普及しており、力学的取り扱いについてもそれぞれの特徴に応じた方法が検討されている。その現状は、次のように整理できる。

(a) 母材内部に補強部材が存在する場合

Fig.1.1(a)に示される構造の例として、繊維強化複合材料 (Fiber Reinforced Plastics; FRP)等に代表される複合材料がある。複合材料は、「素材を隔てる明瞭な界面を有する少なくとも2つの化学的に異なった物質を組合せたものである」と定義される材料であり[1.13]、複数の材料がそれぞれ有する個々の特性を生かしつつより高い性能を実現する[1.14]。特に FRP について、母材であるマトリックス相と比較して、剛性もしくは強度の高い繊維を強化相として用いる複合材料は、強化材が母材の力学的特性を強化するという意味で、微視的には補強構造をなしていると考えることができる。しかしながら、一方向繊維強化材等の力学的取り扱い[1.15]を見ても明らかなように、複合材料は構造材としては、一般的には、微視的構造の違いを考慮しつつ巨視的な観点から異方性を有する均質材としての取り扱いが重要視される[1.13]。近年、織物材などの複合材料を微視的な不均質構造の集合体と見なし、微視的構造設計のための三次元力学的評価として、織りピッチの積層方向位置ずれの強度への影響の検討[1.16]や曲げ負荷時の微視的挙動解析[1.17]が行われている。また、このような微視的不均質体の巨視的均質化アプローチとは異なり、微視的な損傷進展などの現象を詳細に解析する研究[1.18],[1.19]も行われている。この研究は現在AE (Acoustic Emission) による損傷評価との組

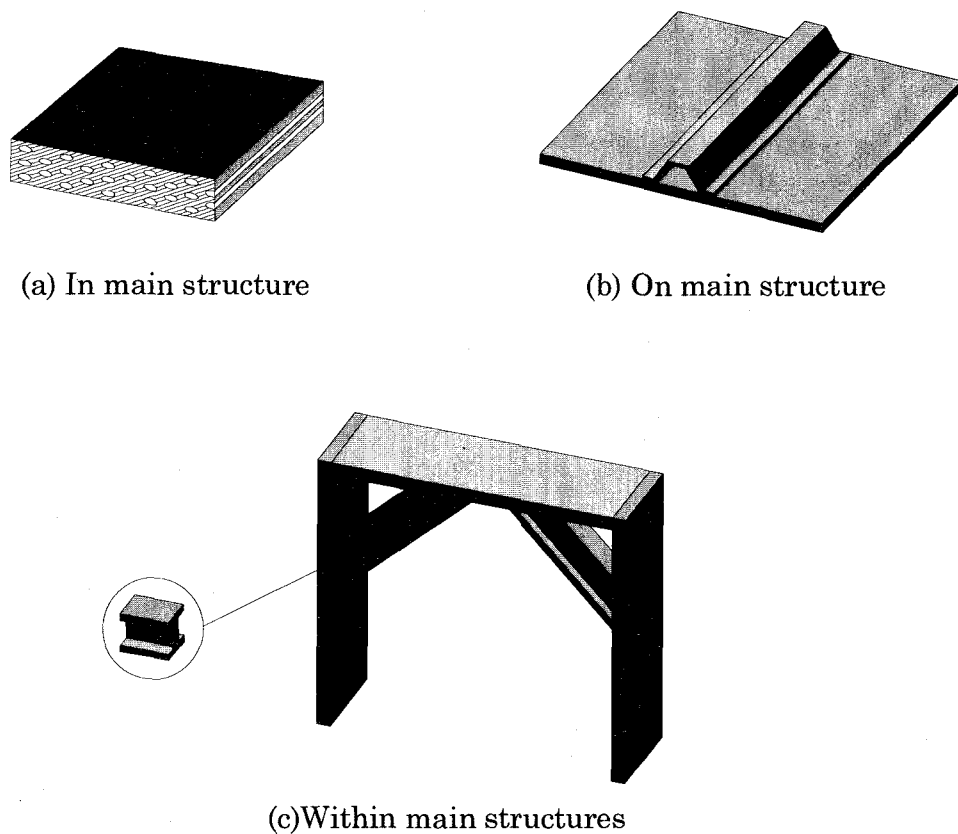


Fig. 1.1 Scheme of classification of reinforcement with its form

合せ[1.20]により，複合材料の微視的損傷状態把握へと展開している．このような微視的評価手法を用いれば，損傷状態など微視的設計パラメータを考慮した微視的構造設計による新しい複合材料の創成が期待できる．今後はこのような観点から複合材料の微視的構造の設計，加工技術，生産技術などの発展が期待される．

(b) 母材表面に補強部材が存在する場合

Fig.1.1(b)に示す補強形態は，平板もしくは膜・シェル構造物などによく見られる．この補強形態は，主構造に対する材料の追加（たとえば板厚の増加など）を行う形態と，主構造に異なる構造を付加させる形態の2種類に分類できる．特に後者の形態は，いわゆる複合構造による補強として分類でき，自動車のボンネット等，パネル状構造物によく用いられる．このような複合構造の力学的特性は，有限要素法などの数値的手法で評価するか，もしくは Valery の著書[1.21]などにあるように，各種複合構造を想定し解析的に評価することが考えられる．また，積層材料を強化材料として見た場合には，補強形態としての分類はこの範疇に入ると考える．特に，心材としてハニカムコアなどの材料を用い，表面材として一

方向繊維強化材料を用いる場合には、高剛性となる方向を巧みに組合せることにより、全体として高機能な材料を実現している[1.22].

(c)母材間もしくは主構造間の空間に補強部材が存在する場合

Fig.1.1(c)のような主構造間を結合する形での補強は、主構造から独立した構造を有する強化形態であるといえる。橋梁構造物や骨組構造物には、この形態を有する構造の例が見られる。座古らの著書[1.23]には、この形態の補強を行った構造の固有値解析結果が示されている。他の形態と異なり、この形態の構造に関して強度評価や設計などを行う場合は、補強部材はもはや主構造の一部ではなく独立した構造と見なされる場合が多いため、有限要素法による数値構造解析[1.24]やトラス理論を用いた解析的方法[1.25]などの汎用的手法を用いた評価が必要となる。

補強構造として以上のような形態的分類を行えば、補強に関する概略的な設計方針として、

- (I) 材料自体の強化（主構造の材料の変更もしくは主材料の微視的な強化）
- (II) 材料の追加などによる主構造の補助的な強化（板厚増加など）
- (III) 主構造に付随した複合構造による強化（主構造材と比べある程度の大きさの構造による複合構造化）
- (IV) 主構造と独立した構造による強化

のいずれかを選択することになるといえる。

(I) に分類した材料自体の強化に関しては、粒子強化型や繊維強化型の複合材料に関する研究が多く行われている。特に、繊維強化複合材料はこのような材料設計が比較的容易かつ効果的な材料（テイラードマテリアル）として知られている。例えば繊維強化複合材料に関しては、Miki らは繊維配向角の最適化[1.26]を、さらに奥村らは織り構造の最適化[1.27]を試みている。

(II) の分類に関しては、主に部分的な増厚を想定した設計が数多く報告されている。例えば座古らは、FRP 製の椅子について、既定の荷重条件に対して構造の曲率勾配が小さくなるような板厚分布を計算した[1.28]。また、積層材の積層構成最適化も盛んに行われ、Haftka ら[1.29]は座屈強度を考慮した平板と円筒の積層構成最適化を報告している。

(III) の分類に関しては、複合材料板の部分的な貼付を想定した轟らの研究[1.30]などがあるが、実構造として複合構造を想定した設計報告例はあまり見られない。その理由としては、巨視的構造としての設計変数の寸法と、複合構造に対する局所的

な設計変数の寸法とがスケールの大きく異なることが考えられる。このような問題に対するアプローチとして、Kirsch[1.31]や Sobieski[1.32], 鈴木ら[1.33]の階層的最適化が挙げられる。これらは、元々の大規模設計問題を、各部分問題に分解し、その各々で最適設計を行う試みである。特に、鈴木らの報告では、分離した各部分設計問題同士間の相関について言及しており、興味深い。また、藤田ら[1.34]-[1.36]はこのような階層的最適設計の考えにより、実際の製品設計における部品形状と配置の最適化を、CAD モデルを用いた具体例により詳細に検討しており、性格の異なる設計変数を有する設計問題における階層化アプローチの有効性を示唆していると考えられる。

(IV) の分類に関しては、部材のレイアウト設計を行った座古らの研究[1.37]の他に、構造設計として最近主流となりつつあるトポロジー設計の設計対象としても見受けられる[1.38]。しかしながら、トポロジー設計と称される構造設計例では、その多くは構造概略形状を得るにとどまっており、実構造としての部材の形状や寸法などを考慮した例はほとんど見られない。

これらの内 (I) と (II) は材料内部もしくは主材料と密着 (一体化) する必要があることから、主構造の初期製作時に既に構造が決定されていなければならない。しかし (III) と (IV) の設計方針に関しては、初期製作時に限定されず、主構造が完成した後でも追加が可能であるため、後天的な補強手段として有効である。本研究では既存の構造物への補強を想定することから、これらの形態の内、特に後天的な要因に対する設計が可能な (III) 及び (IV) に注目した設計手法について取り扱うこととした。

冒頭でも記述したように、主構造の表面もしくは主構造間の空間に補強部材を挿入することを考えた場合、ビーム状の補強部材を想定することは実用上有効である。その理由として、ソリッド状もしくは任意の断面形状部材と比較して、シェル状もしくはビーム状の部材は、汎用品であり、価格面で有利なことが挙げられる。実際、均等な断面形状を有するビーム状部材の実用例は多数見受けられる。更に、構造物の補強による剛性上昇に関しては、シェル状部材よりビーム状部材のほうがより広い応用範囲を想定できるため、本研究では、補強部材としてビーム状部材を想定することにする。構造解析には有限要素法を用い、補強部材モデルは、節点自由度が6自由度の2節点直線ビーム要素を用いてモデル化を行う。有限要素モデルの自由度及び剛性マトリックスなどの詳細に関しては、文献[1.39]を参考にした。

このモデル化により、第2章で記述するように、設計変数として補強構造のトポロジー、補強部材レイアウト、断面形状及び寸法を決定する必要があるが生じる。このような複数の設計変数を有する設計問題を解くためには、それらの相互関係と、その関係を設計において考慮する必要があるかどうかを検討しなければならない。この

内容に関しては、第2章で各設計変数同士の相互関係とその設計への影響について検討を行う。

1. 3 補強構造設計と最適設計について

1.3.1 構造設計分野における最近の最適設計研究の動向

最適設計に関する研究は、現在、ある意味で円熟期を迎えつつあるといえる。最適設計の基本的概念である関数の最大化もしくは最小化の考え方は、「周囲の長さが一定で最大の面積を囲む図形」の問題がアルキメデスによるより紀元前の段階ですでに議論されているものの、初めて数学的に明文化されたのは1740年代に入ってからと言われている[1.40]。さらに、研究分野としての最適設計は、その後約1世紀を経てようやく体系化されてきたと言える。中でも研究の主流は時代ごとに変遷し、Maxwellに始まる配列理論(1850年～1900年代前半)から崩壊設計法(1940～1950年代後半)、数理計画法の応用(1950年頃～)、最適性基準法(1960年頃～)へと変化、発展し現在に至っている[1.41]。また、特に近代的な最適設計の先駆けとして、1960年に発表されたSchmitの論文[1.42]が挙げられる。Schmitは、拘束条件付き最小化問題を、状態方程式の解法として有限要素法を用いながら最適化問題として解いており、構造最適設計分野の基礎はこの時期に築かれたと考えてよい[1.43],[1.44]。

また、このような関数の最小化、最大化に関する数学的な基礎を背景とする最適化手法とは別に、今や一般的な構造解析手法となった有限要素法を利用した、エキスパートシステム的な設計手法の研究[1.45],[1.46]や遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm; GA)[1.47]に代表される確率的解法の研究など、様々な視点から最適化問題が検討されている。

一方、構造最適化分野に関し、設計対象は当初は非線形計画法などの基礎的最適化手法が直接適用可能であるような、例えば長方形はりの断面寸法などの単純なものに限られてきたが、このような対象はすでに最適設計法の教科書[1.48]の練習問題となっている。これに対して学会発表レベルでの最近の話題は、形状設計からトポロジー設計に移りつつある。トポロジー設計は構造物の軽量化の点で従来の寸法設計や形状設計と比較し、一般的により高い効果が得られる[1.49]と言われ、様々な研究が行われている。菊池らは均質化法を用いて位相設計問題を材料の密度分布設計問題に置き換え、種々の問題を解いている[1.50]-[1.52]。弓削らはこの手法を弾塑性問題に拡張し[1.53],[1.54]、馬らは固有値問題[1.55]、Minらは座屈問題[1.56]にそれぞれ適用した。さらに萩原らはこの手法を応用して自動車室内の音場に関する最適化を行い[1.57]、石井らはボクセル[1.58]という有限要素モデリングと均質化法によるトポロジー設計との併用[1.59]を考え、その実用を試みるなど、現在のトポロジ

一設計手法において注目すべき手法であるといえる。それ以外にも、領域の材料定数を設計変数としてトポロジー設計を行う Jog らの論文[1.60]や、均質化法を用いず簡単な定式化によりトポロジー設計の解となる材料定数分布を密度分布設計問題に置き換えた Yang の論文[1.61]、三角形有限要素分割した領域に、要素をさらに細分化するための形状パラメータを与え、それを用いて材料密度分布を最適化する Kumar らの論文[1.62]、さらに GA を用いて有限要素領域の除去を考えた長谷川らの論文[1.63]など、多くの成果が報告されている。骨組み構造に限定した位相設計問題も中西ら[1.64]や Becker ら[1.65]などによって解かれている。ほかにも、トラスを想定した二次元構造物の位相設計問題が、例えば均質化法を用いた Diaz らによっても解かれる[1.66]など、トポロジー設計は現在の構造最適設計分野における主流の一つと言ってよい。また、Rozvany の論文[1.67]ではトポロジー設計の工学的な意味を検討しており、Papalambros は工学的最適化設計の概説を行った論文[1.68]の中で、1980年代に始まる寸法設計が、やがて形状設計からトポロジー設計へと移行する歴史的経緯を述べている。これらはいずれも今日のトポロジー設計への注目を表しており、興味深い。

形状設計問題について、当初ははりの断面寸法分布を求めるような寸法設計の延長を形状設計と呼称していたが、Zienkiewicz らによる有限要素節点を設計変数とする形状最適化[1.69]や Mota Soares らによる感度解析を用いた一般的な領域に対する形状設計[1.70]、さらに畔上による力法の提案[1.71]-[1.73]や小林らが用いた Basis Vector 法[1.74]などにより、従来の寸法最適化とは異なり明確に領域の形状を設計対象とし、形状設計の特徴を生かした設計手法が検討されている。これらの例のように設計対象を領域の形状に特化した設計手法の発達により、従来の寸法最適化と比較してより効果的な設計が可能となった[1.75]といわれている。これらの形状設計では、一般的には初期状態として仮定する領域のトポロジーが設計中に変化することは考慮していないが、すでに記述したトポロジー設計の有効性から、最近形状設計とトポロジー設計を組合せる手法が考えられつつある。特に、畔上らは力法と均質化法を用いた形状設計とトポロジー設計との統合に成功[1.76]し、概念設計から詳細設計への流れをシステム化している点で興味深い。これを赤木の著書[1.8]における設計モルフォロジーのパターンに当てはめれば、トポロジー設計は概念設計から基本設計、形状設計は基本設計から詳細設計に相当し、構造設計に関しては一連の設計の大部分が最適設計手法を用いて決定可能となりつつあることを示す例であると考えられる。

一般的な最適設計分野では、このような数学的議論を基礎とした最適化手法が発展する一方で、複雑な系を出来る限り簡略化し、いかに実用的なレベルで解くかという問題にも注目が集まっている。この代表的な手法として、いわゆる関数近似に

基づく設計方法がある。例えば、入力データと出力データの間を、生物の神経回路を模倣した関数により近似しようとするニューラルネットワーク (Neural Network; NN) [1.77], ノイズなどの理由により局所的には多峰性であるが巨視的には概ね単峰であるような関数の巨視的最適解を求めようとする Wavy Function 法 [1.78], さらに実験計画法を基礎にしたデータのサンプリング方法を用い、入力データと出力データの間を滑らかな近似関数に置き換え、その上で最適化を行おうとする Response Surface 法 [1.79]-[1.81]などが挙げられる。特に竹田らは、関数近似のために必要なサンプリングデータの最適性を検討し、最適なサンプリングデータを用いることの有効性を示した [1.82]。また、その一方で主応力などの経験的情報を設計に用いることの有効性を示しており [1.83], 最適設計手法の工学的利用を検討する上で興味深い。このような関数近似による設計簡略化の他にも、赤木の著書 [1.84]などに記述されているエキスパートシステムや満足化設計の考え方など、設計支援のための手法構築について様々な議論がなされている。

これらの例のような試みは、工学的及び工業的な意味で従来の最適設計法では解決が困難であった問題に、最適設計法を利用しつつよりよい解を得たいという考え方が要求されるようになってきたことを表していると考えられる。このことを特に示す報告例として、窪島の報告 [1.85]が挙げられる。この報告では、製品設計には、初期形状に対して感度解析を一度行った結果だけを反映するような現実的な手法が述べられている。これは実際に生産を行う立場では、厳密な最適性よりもむしろ設計コストに見合うだけの改善を望んでいる例であるといえる。また、萩原の報告 [1.86]では、1997年の時点で、米国のフォード社が、均質化法よりはるかに容易な密度法 [1.87]に基づく位相最適化を主に用いていることが記述されている。この密度法は、均質化法と比較して数学的な意味での物理的根拠が乏しいことが Min らの報告で指摘されている [1.88]。しかしながら、簡便な設計法が実用的であることから、工学的よりも工業的な設計手法であるこの手法が用いられたと考える。したがって、最適設計手法構築に際し、最適性と実用性のバランスを考慮することが非常に重要であると考える。

最適化分野の様々な進歩は、言うまでもなく 1980年代以降のコンピュータの発達と切り離して考えることは出来ない。最適化は、本質的に複数回の評価関数の計算が必要となるため、計算コストが非常に重要となる [1.89]。現在の構造解析の代表的解法である有限要素法を用い、数百万自由度の解析が行われるようになった現在、学会発表レベルや教育現場では、計算コストを議論するのは本質的でないという考え方もあるが、普及しているのはせいぜい中型のワークステーションであり、設計の効率化は実用化にとって重要な論点である。すなわち、設計手法構築において計算コストなどを考慮することは、工業的には大きな長所となり得る。上述の Response

Surface 法や NN が最適設計分野で注目される側面の一つは、このような考察に基づくものであると考える。

1.3.2 補強構造設計への最適設計手法の適用

補強構造設計も、他の一般的な構造設計と同様に、複雑な設計問題を想定した場合には、有効な補強設計を行うために最適設計法の適用が考えられる。しかしながら、補強を想定した設計に関するこれまでの例では、実設計に即した内容はあまり見られない。大河内らは、二次元状態を想定した設計領域に対して、ある初期構造に損傷が生じた場合に、設計領域内で修復構造となるような領域の生成を試みている[1.90]。この論文では、設計領域を有限要素法により離散化し、各有限要素に対して感度解析及び簡単な最適性基準により物性値を変動させ、設計領域の物性値分布に基づき最終的な構造を決定している。しかし、補強構造のトポロジーが得られるのみであり、部材の形状などの詳細な設計は行えないため、実用には適さない手法である。また、この方法では設計変数の数は有限要素分割数に依存するため、解がその影響を受ける可能性がある。轟らは、ある複合材料平板に対して補強板の貼付を想定し、有限要素法により離散化された平板内の各要素を補強板の貼付位置と見なして組合せ問題に置き換え、GA により解いている[1.30]。これは、補強設計問題を非常に単純化し、単なるレイアウト設計問題に置き換えているため、組合せ最適化手法である GA を適用することが可能となる手法である。しかし、例えば繊維配向角や板厚などを連続変数とした場合など、実際に決定すべき設計変数の種類が増加する場合には、この方法が必ずしも有効ではない。さらに、このようなアプローチによる補強設計では、予め、どの場所にどのような補強が必要であるかが既知でなければならず、不明の場合には、実際には有効な補強が存在する場合でも有効な解が得られない可能性がある。別の例としては、Imam らが、ある主構造の支持構造のトポロジーを決定する問題を非線形数理計画法で解いている[1.91]。この論文では、主構造に対して垂直な支持構造を考え、その間隔を設計変数としている。したがって、本研究の補強の定義と類似の支持構造のトポロジー設計と題しているものの、実際には寸法設計問題の応用であるため、非線形計画法の適用により簡単に解が求まっているものと考えられる。

これらの例から明らかなように、補強構造設計を想定した最適設計問題における成果は必ずしも実用に適さず、一般的な構造最適設計の例と比較しても十分な成果が得られているとは言い難い。その理由としては、数学的議論が中心となる最適化手法構築、最適設計システムの実用化のためのアルゴリズムの議論、さらに実用に供するために複雑な制約を考慮し、補強問題の特徴を生かした上でシステムの簡略化を図る工学的議論が不十分であることが挙げられる。しかしながら、前述のよう

にますます複雑化している補強設計においては、これらの成果だけでなく、補強という問題の特徴を十分に検討した設計手法の構築が必要であると考えます。

このような最適設計分野における補強設計の現状に対し、本研究では、特にビーム状部材の挿入による構造全体の变形制御を想定した補強構造設計を考える。前述のように、ビーム状部材を補強部材として用いることは、応用範囲も広く、実用に適していると考えます。部材の挿入を想定した補強設計を行う場合、決定すべき設計変数として、補強構造のトポロジー、挿入する補強部材のレイアウト、さらに部材の断面形状や具体的な寸法が挙げられる。これらを全て決定することは、単に設計変数の数が多いだけでなく、各変数の性格も異なるため、非常に困難であるといえる。例えば簡単のためにトポロジーとレイアウトを既知とした場合でさえ、H型断面部材を用い、その細部の寸法を決定するには、解が実用的であるかどうかまでを考えれば必然的に難解な三次元問題となる。まして、トポロジー、レイアウト、断面形状及び断面寸法といった設計変数をすべて考慮し、かつ同時に最適化する手法は現在ない。ただ、三次元構造の最適化において、対象に制限を設け、まず二次元的な位相を決定した後に三次元形状を決定する手法[1.76]や、トラス構造に対して位相と断面寸法を決定する手法[1.92]などが提案されている程度である。前者の論文については、詳細設計としての形状設計の結果が、概念設計としてのトポロジー設計時の仮定にどの程度依存するかが検討されておらず、単に複数の設計手法を直列的に並べて解くにとどまっている。後者の論文は、トラス構造の仮定より部材が受け持つ応力から断面を一意に決定し、設計を行っているが、ラーメン構造を想定した場合にはこの方法は適用できない。したがって、本研究で想定する設計問題を解くためには、既存の設計手法では対応できず、新たな設計手法の構築が必要といえる。

以上のような背景を考慮し、本研究の目的及び本論文の構成について次節で記述する。

1. 4 本研究の目的及び本論文の構成

本研究では補強設計問題の性質上、補強部材はビームとしてモデル化し、問題の単純化を図りつつ、補強部材のトポロジーとレイアウト、部材断面形状及び寸法のすべてを設計変数として取り扱うこととする。特に補強部材の挿入を想定する補強設計問題を考え、補強構造のトポロジーをまず決定し、具体的な補強レイアウト、部材の断面形状及び寸法の全てを決定する手法を提案する。

ここまでの考察により、ビーム状部材挿入を想定した補強構造設計法の構築を行うに当たり、特に考慮する点を以下のようにまとめる。

(I) 設計変数の定義が明確であること。

- (II) 補強部材のトポロジー，レイアウト，部材断面形状及び断面寸法が全て解として得られること。
- (III) 計算コストを考慮した手法であること。
- (IV) 実構造への適用を想定した設計条件を考慮可能であること。
- (V) 地震などを想定して，静的問題のみならず，耐振設計等にも適用可能であること。

(I) および (II) の内容は，現在の構造最適設計分野における流れを考慮したものであり，(III)，(IV)，(V) は現実の工業的ニーズを反映することを考慮したものである。また，(V) の耐振設計に関しては，高い計算コストを要する最適設計において，通常の静的解析よりはるかに大きな計算コストを必要とする固有値解析を直接用いることは考えず，静的設計を基礎とした設計手法を構築し，その応用として耐振設計を考えることとする。また，固有振動数を評価関数とした最適設計問題では，固有モードの入れ替わりなど，特有の問題点が設計手法構築を困難にする。実用時にはそのような問題にも対処する必要がある。このように，固有振動数問題は各種の困難さを有する設計問題であること，および固有振動数が概略的には構造の剛性と重量の比により決定されることから，提案手法の適用例として適当であると考えた。本研究では，以上に記述した内容を実現可能な補強設計手法の確立及び設計システム構築を目的とする。

本論文は全6章および付録から構成されており，その流れを Fig.1.2 に示す。また，その構成を以下に記述する。

第1章は緒言である。第1節では補強に対する認識の現状と，補強設計の重要性及び必要性について記述した。特に，補強問題の複雑化に伴い，予め補強設計を想定した設計手法構築の必要性を記述した。第2節では，補強構造の形態的分類と，本研究で想定する補強構造のモデル化について検討した。特に，各補強形態における構造設計の現状を鑑み，本研究で設計対象とする補強形態を定義した。第3節では，まず構造最適設計分野における現在の動向を，最適設計の概略的な歴史もふまえて記述した。特に，構造設計におけるトポロジー設計の重要性と，工学的問題としての最適設計問題の，理論的妥当性と実用性のバランスの重要性について記述した。次に最適設計手法の補強設計問題への適用の現状を検討し，新たな設計手法構築の必要性を記述した。その際に，補強部材としてビーム部材を想定し，トポロジー，レイアウト，断面形状及び寸法の全てを設計変数とすることを記述した。第4節では，本研究の目的について，提案する補強設計手法と設計システムが満足すべき条件について記述した。

第2章では提案する補強設計手法について，考慮すべき問題点の検討を行う。本

論文では、設計変数として補強構造のトポロジー、補強レイアウト、部材断面形状及び断面寸法を考え、一般的な補強設計問題に適用可能な設計手法を提案する。まず第2節で補強設計問題の定義を行う。また、提案手法の概略についてもこの節で記述する。続いて第3節で、全体の設計問題を部分設計問題に分離する手法を提案し、特に補強レイアウトと部材断面形状の相関について検討を行い、それらの双方向の影響を設計過程において考慮する必要性について記述する。さらに第4節で本論文における各部分設計問題の取り扱い方法を検討し、第5節で全体の設計の概略的な流れを記述する。

第3章では、提案する設計手法について具体的に記述する。まず第2節では、補強レイアウト設計手法について記述する。補強レイアウト設計問題は非凸な大域的最適化問題となり、解の探索に非常に大きな計算コストを要するため、これを考慮した手法を提案する。続いて断面寸法設計手法、トポロジー設計手法および断面形状設計手法について記述する。さらに、それらの設計手法を組合せた全体の設計の流れを記述する。第3節では、門型構造物の補強設計に対して提案手法の適用を行う。設計過程を詳細に記述し、提案手法の妥当性及び有効性を示す。

第4章では、第3章で提案した設計手法の実用化への検討を行う。第2節では、提案手法の高速化に関する検討を行う。特にレイアウト設計において提案手法は高い計算コストを要するため、レイアウト設計の高速化に関して検討を行う。第3節では領域制約の導入方法について検討する。例えば箱形構造物は、その機能上構造内部に部材挿入が不可能なことがある。このような制約を実現するための手法を記述する。第4節では座屈制約条件に関しての検討を行う。補強部材を直線ビームと仮定していることから、実用上座屈は考慮すべき条件である。特に主構造と比較して長さや断面寸法の比が座屈に対して不利になる場合があることから、設計に座屈制約条件を導入する方法について検討する。

第5章では、提案手法の実設計への応用例について示す。特に、本研究の目的の一つである耐振補強設計について、箱形構造物を想定して例設計を行う。この際に、静的補強構造設計法である提案手法の固有振動数問題への応用のために、概算固有値を用いた設計手法を提案する。本章における数値的設計結果より、提案手法の妥当性と有効性を記述する。

第6章は本論文のまとめである。本研究を遂行するにあたり得られた知見を整理して記述する。

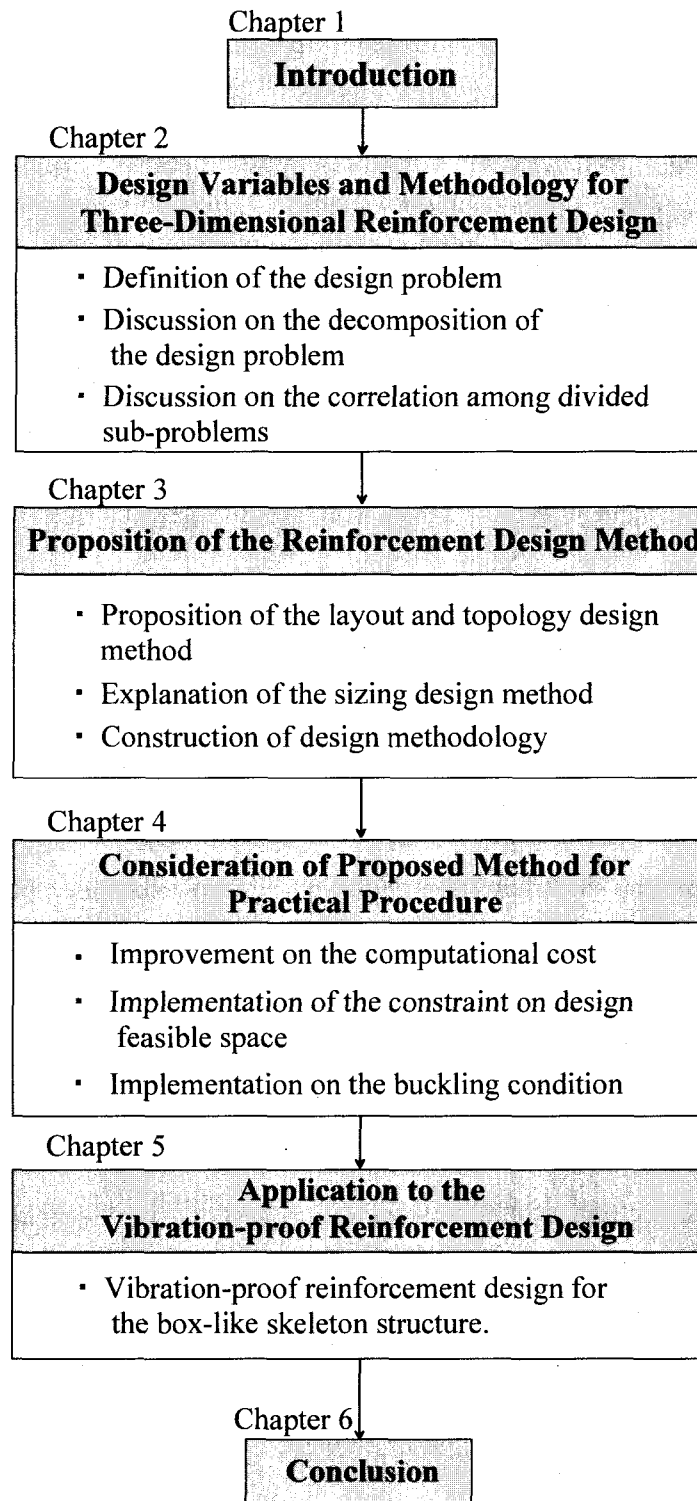


Fig.1.2 Flow chart of this study

参考文献

- [1.1]河村壯一, 新しい耐震設計講座 耐震設計の基礎, オーム社, (1984), p.368.
- [1.2]座古勝, 高野直樹, 坂田誠一郎, “三次元構造物の補強設計法に関する研究”, 日本機械学会第73期通常総会講演会講演論文集 (I), No.96-1, (1996), pp.225-226.
- [1.3]林康裕, 護雅史, “構造物の増築や補強を考慮した最適設計”, 設計最適化のための新技術開発とその応用に関する調査研究分科会成果報告書, 日本機械学会, No.465, (1994), pp.28-32.
- [1.4]鹿島都市防災研究会 編著, 耐震診断と補強・補修, 鹿島出版会, (1996).
- [1.5]豊田政男, “鋼構造の破壊と強度—阪神・淡路大震災などの鋼構造物の破壊事例に見る材料施行面の課題—”, 日本鉄鋼協会西山記念技術講座資料, (1996), pp.21-51.
- [1.6]阿部知之, “鋼構造の現場溶接施工法”, 溶接技術, 産報出版, Vol.45, (1997), pp.103-107.
- [1.7]Frecker, M. I., Ananthasuresh, G. K., Nishiwaki, S., Kikuchi, N. and Kota, S., “Topological Synthesis of Compliant Mechanisms Using Multi-Criteria Optimization.”, Journal of Mechanical Design, ASME, Vol.119, (1997), pp.238-245.
- [1.8]赤木新介, 設計工学 (上) 新しいコンピュータ応用設計, コロナ社, (1991).
- [1.9]座古勝, “誰もが最適設計できる時代を夢見て—実用化段階を迎えた有限要素法による設計—”, FRP協会ニュース, Vol.40, No.11, (1994), pp.1-5.
- [1.10]Negrao, J. H. O. and Simoes, L. M. C., “Optimization of Cable-Stayed Bridges with Three-Dimensional Modeling”, Computers & Structures, Civil-Comp Ltd. And Elsevier Science Ltd., Vol.64, No.1-4, pp.741-758.
- [1.11]Fukushima, J. and Kikuchi, N., “Applications to Car Bodies: Generalized Layout Design of Three Dimensional Shells for Car Bodies”, NATO ASI, Vol.3, (1991), pp127-138.
- [1.12]例えば, 中井博, 北田俊行, 例題で学ぶ橋梁工学, 共立出版, (1997).
- [1.13]座古勝, 数値複合材料力学, 養賢堂, (1989).
- [1.14]D・ハル 著, 宮入裕夫, 池上皓三, 金原勲 共訳, 複合材料入門, 培風館, (1984).
- [1.15]日本複合材料学会 編, 複合材料ハンドブック, 日刊工業新聞, (1989).
- [1.16]高野直樹, 座古勝, 坂田誠一郎, “均質化法による織物複合材料の三次元マイクロ構造設計 (第1報, 強度に及ぼす織物積層方向位置ずれの影響)”, 日本機械学会論文集 (A編), 61, 585, (1995), pp.170-175.

- [1.17]高野直樹, 座古勝, 坂田誠一郎, ”均質化法による織物複合材料の三次元マイクロ構造設計(第2報, 曲げ負荷時のマイクロスコピックな挙動の詳細解析)”, 日本機械学会論文集(A編), 62, 595, (1996), pp.296-301.
- [1.18]座古勝, 辻上哲也, 津村卓也, “損傷異方性を考慮した複合材料用有限要素法の開発”, 材料, Vol.43, No.486, (1994), pp.265-270.
- [1.19]Yasutomo UETSUJI, Masaru ZAKO and Naoki TAKANO, “Simulation of Mechanical Behavior of Laminated Composites based on Damage Mechanics”, Proceedings of International Conference of Computational Engineering Science, (1997), pp.1287-1290.
- [1.20]座古勝, 上辻靖智, “繊維強化複合材料のAEシミュレーション”, 繊維工学, Vol.51, No.3, (1998), pp.150-158.
- [1.21]Valery, V. V., “Mechanics of Composite Structures”, Taylor & Francis, (1993).
- [1.22]座古勝, 高野直樹, 竹田憲生, ”関数近似法を用いた遺伝的アルゴリズムによる積層／複合化の設計手法”, 第41回日本学術会議材料研究連合会前刷集, (1997), pp.349-350.
- [1.23]座古勝, 松本金矢, 複合材料の挙動解析, 朝倉書店, (1998), p.5.
- [1.24]例えば, 川井忠彦, 岸正彦, 機械のための有限要素法入門, オーム社, (1983).
- [1.25]例えば, 入江敏博, 山田元, 工業力学, 理工学社, (1980).
- [1.26]Miki, M., Murotsu, Y. and Tanaka, T., “Optimum Fiber Angle of Unidirectional Composites for Load With Variations”, Proceedings of 31st AIAA /ASME /ASCE/ AHS/ ASC Structures, Structural Dynamics and Material Conference, AIAA, (1990), pp.1333-1339.
- [1.27]奥村俊彦, 長井謙宏, 横山敦士, 前川善一郎, 浜田泰以, “GAを用いた三次元強化複合材料用織物の織り構造決定法”, 日本機械学会計算力学講演会講演論文集, No.930-71, (1993), pp.251-252.
- [1.28]座古勝, 松本金矢, 横山敦士, 辻上哲也, 坂田誠一郎, “最適設計手法の提案とコンピュータプログラムの開発”, 材料, Vol.44, No.499,(1995), pp.395-400.
- [1.29]Riche, R. L. and Haftka, R. T., ”Optimization of Laminate Stacking Sequence for a Buckling Load Maximization by Genetic Algorithm”, AIAA Journal, Vol.31, (1993), pp.951-956.
- [1.30]轟章, 渡辺究, 小林英男, 中村春夫, “補強板分布最適設計”, 日本機械学会第73期全国大会講演論文集IV, No.95-10, (1995)389-390.
- [1.31]Kirsch, U., “Multilevel Optimal Design of Reinforced Concrete Structures”, Engineering Optimization, 6, (1983), pp. 207-212.

- [1.32] Sobieszczanski-Sobieski, J., "Optimization by Decomposition", in *Structural Optimization: Status and Promise* (Ed. M. P. Kamat), AIAA, (1992), pp.487-515.
- [1.33] 鈴木克幸, 大坪英臣, "多段階最適設計による船体構造の最適化", 日本機械学会第2回最適化シンポジウム講演論文集, (1996), pp.31-36.
- [1.34] 藤田喜久雄, 赤木新介, "形態の段階的詳細化と視点管理による製品設計の枠組みとその展開 (第1報, 基本概念と実装方法)", 日本機械学会論文集 (C編), 62, 600, (1996), pp.407-414.
- [1.35] 藤田喜久雄, 赤木新介, 廣川敬康, "形態の段階的詳細化と視点管理による製品設計の枠組みとその展開 (第2報, 枠組みの展開と適用事例)", 日本機械学会論文集 (C編), 62, 600, (1996), pp.415-422.
- [1.36] 藤田喜久雄, 赤木新介, 廣川敬康, 不破正人, "形態の段階的詳細化と視点管理による製品設計の枠組みとその展開 (第3報, 形態に基づく形状モデリング法)", 日本機械学会論文集 (C編), 62, 600, (1996), pp.423-430.
- [1.37] 座古勝, 高野直樹, 坂田誠一郎, "部材のレイアウトと断面形状の相関を部分的に考慮した三次元補強設計法", 日本機械学会論文集 (A編), 63, 613, (1997), pp.248-254.
- [1.38] 大河内禎一, 伊藤志成, 森秀市, "修復構造形状の極小重量計画(連続体における補強構造の創成法)", 日本機械学会論文集A編, 61, 591, (1995), pp.180-185.
- [1.39] 鷺津久一郎, 宮本博, 山田嘉昭, 山本善之, 川井忠彦 共編, "有限要素法ハンドブック I 基礎編", 培風館, (1981), pp.206-233.
- [1.40] 山川宏, "最適化デザイン", 培風館, (1993).
- [1.41] Gallager, R. H. and Zienkiewicz, O. C., "Optimum Structural Design – Theory and Applications–", John Wiley & Sons Inc., (1973).
- [1.42] Schmit, L. A., "Structural Design by Systematic Synthesis", *Proceedings of Second Conference on Electronic Computation, ASCE*, , (1960), pp.105-122.
- [1.43] 菊池昇, "均質化法による最適設計理論", 応用数理, Vol.3, No.1, (1993), pp.2-26.
- [1.44] 畔上秀幸, "領域最適化問題の一解法", 日本機械学会論文集 (A編), 60, 574, (1994), pp.165-172.
- [1.45] 座古勝, 辻上哲也, "複合材構造設計のための3次元思考型有限要素法—シェル要素による対称積層材料設計—", 材料, Vol.44, No.502, (1995), pp.916-920.
- [1.46] 三木光範, "やわらかい最適化—知識ベースに基づく最適設計—", 設計最適化のための新技術開発とその応用に関する調査研究分科会成果報告書, 日本機械学会, No.465, (1994), pp.60-66.

- [1.47]例えば, 坂和正敏, 田中雅博, “遺伝的アルゴリズム”, 朝倉書店, (1995).
- [1.48]例えば, Haftka, R. T. and Kamat., P. M., “Elements of structural optimization”, Martinus Nijhoff Publishers,(1985).
- [1.49]鈴木克幸, 他, “新しい最適設計”,次世代計算力学システムに関する研究分科会研究成果報告書, 日本機械学会, (1994), pp.138-141,pp.157-160.
- [1.50]Bensoe, M. P. and Kikuchi, N., “Topology and Layout Optimization of Discrete and Continuum Structures”, Structural Optimization: Status and Promise(Ed. Kamat, M. P.), AIAA, (1992), pp.517-547.
- [1.51]鈴木克幸, 菊池昇, 大坪英臣, “マイクロストラクチャーを用いた平板の最適形状レイアウト設計”, 日本造船学会論文集, 171, (1992), pp.251-257.
- [1.52]Mayer, R. R., Kikuchi, N. and Scott, R. A., ”Application of Topological Optimization Techniques to Structural Crashworthiness”, International Journal of Numerical Methods in Engineering, 39, (1996), pp.1383-1403.
- [1.53]弓削康平, 菊池昇, “塑性変形を受ける二次元構造物の最適設計 (第1報, 定式化)”, 日本機械学会論文集A編, 62, 600, (1996) , pp.150-157.
- [1.54]弓削康平, 菊池昇, “塑性変形を受ける骨組構造の物質最適配置 (第2報, 数値例によるアルゴリズムの検証)”, 日本機械学会論文集A編, 62, 593, (1996) , pp.274-279.
- [1.55]馬正東, 菊池昇, 鄭仙志, 萩原一郎, “振動低減のための構造最適化手法の開発 (第1報, ホモジエニゼーション法を用いた構造最適化理論)”, 日本機械学会論文集C編, 59, 562, (1993), pp.128-134.
- [1.56]Min, S. and Kikuchi, N., “Optimal reinforcement design of structures under the buckling load using the homogenization design method”, Engineering and Mechanics, Vol.5, No.5, (1997), pp.565-576.
- [1.57]萩原一郎, “位相最適化手法の開発”, 設計最適化のための新技術開発とその応用に関する調査研究分科会成果報告書, 日本機械学会, No.465, (1994),pp.40-52.
- [1.58]石井恵三, “画像をベースとした構造解析”, 日本機械学会誌5月号, (1997), p.567.
- [1.59]石井恵三, “位相-形状最適化とイメージをもとにした構造解析”, 仮想試作・仮想生産を加速する最適化技術セミナー資料, (1997).
- [1.60]Jog, C. S., Haber, R. B. and Bensoe, M. P., “Topology Design with Optimized, Self-Adaptive Materials”, International Journal for Numerical Methods in Engineering, John Wiley & Sons, Vol. 37, (1994), pp. 1323-1350.
- [1.61]Yang, R. J., “Multidiscipline Topology Optimization”, Computers & Structures, Civil-Comp Ltd. And Elsevier Science Ltd., Vol.63, No.6,

- pp.1205-1212.
- [1.62]Kumar, A. V. and Gossard, D. C., “Synthesis of Optimal Shape and Topology of Structures”, *Journal of Mechanical Design, ASME*, Vol.118, (1996), pp.68-74.
- [1.63]長谷川浩志, 川面恵司, “G A利用による機械構造物の位相最適化の一方法 (有限要素の除去及び付加パラメータを染色体とする位相最適化法)”, *日本機械学会論文集 (A編)*, 61, 581, (1995), pp.183-190.
- [1.64]中西康彦, 中桐滋, “境界輪体と遺伝的アルゴリズムによるラーメン構造のトポロジー最適化”, *日本機械学会論文集A編*, 60, 577, (1994), pp.255-260.
- [1.65]Beckers, M. and Fleury, C., “A Primal-Dual Approach in Truss Topology Optimization”, *Computers & Structures, Civil-Comp Ltd. And Elsevier Science Ltd.*, Vol.64, No.1-4, pp.77-88.
- [1.66]Diaz, A. R. and Belding, B., “On Optimum Truss Layout by a Homogenization method”, *Journal of Mechanical Design, ASME*, Vol.115, (1993), pp.367-373.
- [1.67]Rozvany, G. I. N., “What is Meaningful in Topology Design? An Engineer’s Viewpoint”, *Advances in Structural Optimization, Kluwer Academic Publishers (Ed. by Herskovits, J.)*, (1995), pp.149-188.
- [1.68]Papalambros, P. Y., “Optimal Design of Mechanical Engineering Systems”, *Special 50th Anniversary Design Issue, ASME*, Vol.117, (1995), pp.55-62.
- [1.69]Zienkiewicz, O., C. and Campbell, J., S., “Shape Optimization and Sequential Linear Programming Method”, in *Gallager, R. H. and Zienkiewicz, O. C., “Optimum Structural Design –Theory and Applications–”, John Wiley & Sons Inc.*, (1973).
- [1.70]Mota Soares, C. A., Leal, R. P. and Choi, K. K., “Boundary Elements in Shape Optimal Design of Structural Components”, *Computer Aided Optimal Design: Structural and Mechanical Systems (Ed. by Soares, C. A.)*, Springer, (1987), pp.605-631.
- [1.71]畔上秀幸, “領域最適化問題の一解法”, *日本機械学会論文集 (A編)*, 60, 574, (1994), pp.165-172.
- [1.72]下田昌利, 畔上秀幸, 井原久, 桜井俊明, “複数荷重を考慮した線形弾性体の形状最適化 (力法による体積最小設計)”, *日本機械学会論文集A編*, 61, 587, (1995), pp.93-100.
- [1.73]畔上秀幸, 梅津聡, 下田昌利, 片峯 英次, “形状最適化問題における正則性の不足とその回復法”, *第2回最適化シンポジウム講演論文集*, 日本機械学会,

- (1996), pp.123-128.
- [1.74]小林義明, 福島淳一, 平坂直人, 堀田直文, 宇野由久, "形状最適設計技術の開発", 日本機械学会第1回最適化シンポジウム講演論文集, (1994), pp.107-112.
- [1.75]Choi, K. K. and Chang, K. H., "Shape Design Sensitivity Analysis and Optimization of Elastic Solids", Structural Optimization: Status and Promise(Ed. Kamat, M. P.), AIAA, (1992), pp.569-609.
- [1.76]井原久, 下田昌利, 畔上秀幸, 桜井俊明, "汎用 FEM コードを用いた構造の位相最適化と形状最適化の統合", 日本機械学会第73回全国大会講演論文集 (IV), No.95-10,(1995), pp.391-392.
- [1.77]上坂吉則, ニューロコンピューティングの数学的基礎, 近代科学社, (1993).
- [1.78]安藤浩平, "PAM-OPT の現状と将来", 仮想試作・仮想生産を加速する最適化技術セミナー資料, (1997).
- [1.79]Barthelemy, J. F. M. and Haftka, R. T., "Function Approximations", Structural Optimization: Status and Promise (Edited by Manohar P. Kamat), AIAA. (1992), pp.51-70.
- [1.80]座古勝, 高野直樹, 竹田憲生, "関数近似法を用いた遺伝的アルゴリズムによる積層複合材料の設計手法", 材料, 47, 5, (1998), pp.446-451.
- [1.81]轟章, Haftka, R. T., "レスポンス曲面法を用いた遺伝的アルゴリズムに基づく複合材料積層板の座屈強度最適設計", 第26回FRPシンポジウム講演論文集, (1997), pp.325-328.
- [1.82]座古勝, 高野直樹, 竹田憲生, "計算効率化を重視したGAによる繊維強化複合材料の剛性設計", 第26回FRPシンポジウム講演論文集材料, (1997),pp.321-324.
- [1.83]座古勝, 高野直樹, 竹田憲生, "繊維強化複合材料の剛性設計のためのGAの効率的適用", 材料, 45, 12, (1996), pp.316-321.
- [1.84]赤木新介, 藤田喜久雄, 設計エキスパートシステムの基礎と応用, コロナ社, (1990).
- [1.85]窪島達雄, "圧壊性能に対する車体構造の最適化", 仮想試作・仮想生産を加速する最適化技術セミナー資料, (1997).
- [1.86]荻原一郎, "短期開発を可能とするデジタル設計のための最適化解析技術—特に自動車開発を例にして—", 日本機械学会第3回最適化シンポジウム講演論文集, (1998), pp.201-206.
- [1.87]Mlejek, H. P., "Some Explorations in the Genesis of Structures", Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Topology Design of Structures (Ed. Bense, M. and Mota, C. A.), (1992), pp.287-300.

- [1.88] 関勝載, 西脇眞二, 菊池昇, “柔軟性と固有振動数を考慮した構造レイアウト最適設計”, 日本機械学会第3回最適化シンポジウム講演論文集, (1998), pp.153-158.
- [1.89] 辻上哲也, “積層複合材料構造設計のための思考型有限要素法に関する研究”, 大阪大学博士論文, (1995).
- [1.90] 大河内禎一, 伊藤志成, 森秀市, “修復構造形状の極小重量計画 (連続体における補強構造の創成法)”, 日本機械学会論文集 (A編), 61, 591, (1995), pp.180-185.
- [1.91] Imam, M. H. and Al-Shihri, M., “Optimum topology of structural supports”, Computers & Structures, Civil-Comp Ltd. And Elsevier Science Ltd., Vol.61, No.1, pp.147-154.
- [1.92] 中西康彦, 中桐滋, “境界輪体によるトラスの位相最適化 (不適切な構造を回避する設計変数の導出)”, 日本機械学会論文集 A編, 61, 584, (1995), pp.159-164.

第2章 設計変数と三次元補強設計法

2.1 はじめに

本章では，ビーム部材を想定した補強構造のトポロジー，レイアウト，断面形状及び寸法を設計変数とし，レイアウトと断面形状及び寸法の相関を考慮した補強設計手法の提案を行う．まず，第2節で補強設計問題及び設計変数の定義を行う．特に，設計変数としてのトポロジーや形状などは，数学的考察に基づき定義を行う．また，全体の設計問題の部分設計問題への分離について検討を行う．次に第3節で，特に補強レイアウト設計問題と部材断面形状・寸法設計問題に関し，その相関について検討を行い，設計変数の相互影響を設計に反映させる必要性を示す．さらに第4節で各部分設計問題の取り扱い方法について検討を行い，第5節で提案する設計手法の概略について記述する．

2.2 補強設計問題の定義

2.2.1 設計変数の定義

補強部材の挿入を想定し，主構造全体の変形状態制御を目的とした補強を行う場合には，設計問題は以下のように定式化できる．

$$\left. \begin{array}{l} \text{Find } \mathbf{x} \equiv \{structure\} \\ \text{To minimize } W \equiv W(\mathbf{d}, \mathbf{x}) \\ \text{Subject to } g(\mathbf{d}) < g_D \\ \text{Such that } W(\mathbf{d}, \mathbf{x}): \text{cost function} \end{array} \right\} \dots (2.1)$$

ただし \mathbf{x} は構造を確定するために必要な全ての情報を表す設計変数であり， W は設計変数 \mathbf{x} と応答 \mathbf{d} から定まる目的関数である．また $g(\mathbf{d})$ は構造の変形に関する評価関数を表し， g_D は構造の変形に関する制約条件を表す．すなわち，応答（変位）に関する制約を満足するように，より軽量，低コストの補強構造を決定することを目的とする．この場合，設計変数は実構造としての補強構造を記述するために必要な全ての幾何学的情報であり，一般的にはトポロジーと形状を決定する必要がある．第1章で記述したように，トポロジーは物体の概略的な形状を表し，形状は具体的形状を表すとして設計を行う例が見受けられ，これが一般的であると思われる[2.1],[2.2]．トポロジーを数学的な取り扱いに基づき設計変数とした例は今のところ見られないが，材料の最適密度分布等に基づき抽出した構造の概略的な形状をトポロジーと称してトポロジー設計の解とする等の内容は幾つか報告されている

[2.3],[2.4]. しかしながら、いずれの例でもトポロジーの具体的な定義は見られない。さらにトポロジー及び形状に関して、設計変数同士の相関などについて記述している論文はほとんど見られない。

そこで、設計手法構築に先立ち、本研究で想定する設計変数の物理的な意味について定義を行う。特にトポロジーに関しては、構造最適設計を目的とした多くの論文で、そのほとんどの場合定義が曖昧であることから、本研究では数学的な検討に基づき定義を行うこととする。

一般的には、トポロジーは距離空間より上位の空間で議論される量であり、距離の概念は適用できない。したがって、トポロジーを設計変数とした場合には、座標もしくは寸法のような他の変数とは本質的に同様の取り扱いはできないことになる。さらにこのことから、純粋にトポロジーのみが異なる領域同士の力学的特性の優劣を判定することは不可能であるため、トポロジー最適化手法としては、任意のトポロジーに対して形状最適化を行った結果から各トポロジーの優劣を評価し、最終解を得る方法が最も一般的なアプローチであると考ええる。

また、形状を物体の境界を表す量として定義すれば、物体における形状はトポロジーが与えられて初めて記述可能となることから、設計変数としての上下関係も自動的に決定される。したがって、トポロジー及び形状を設計変数とした実物体の構造設計に関しては、本質的には各設計変数を同時に決定する必要があるものの、実際にそれを行うのは困難であり、通常は Fig.2.1 に示すような手順を要する。このことは、一般的な物体を設計するには、少なくとも異なる性質を有する2つの設計変数を用いる設計手法の必要性を表していると考ええる。

続いて、数値的に設計を行う際に用いるモデルの種類による設計変数の違いについて検討する。本研究では、数値解析に有限要素法を用いることから、ここでいうモデルは有限要素モデルの種類を表す。特に、三次元体を領域ごと直接モデル化するものとしてソリッドモデルを考える。また、補強の観点から、その最も単純とする三次元体を一次元体と二次元断面の組として取り扱うものとしてビームモデルを考える。

ソリッドモデルを用いて実物体の構造設計を行う場合には、物体のトポロジーと形状を決定するだけで済む。ここで言う形状とは、物体の表面を記述するもの、例えば座標群である。これに対して、ビーム部材挿入を想定し、ビームモデルに基づいた物体表現方法を用いた場合には、トポロジーに加え物体の形状をさらに詳細な複数のパラメータを用いて表現する必要がある。設計変数をその特徴から大別すれば、補強部材の配置、断面形状及び具体的な寸法が設計変数となる。すなわち、ある物体が占める領域は、ソリッドモデルの場合は物体表面を記述する座標群により表現できるが、ビームモデルの場合は、一次元モデルとしてのビームを表す座標（配

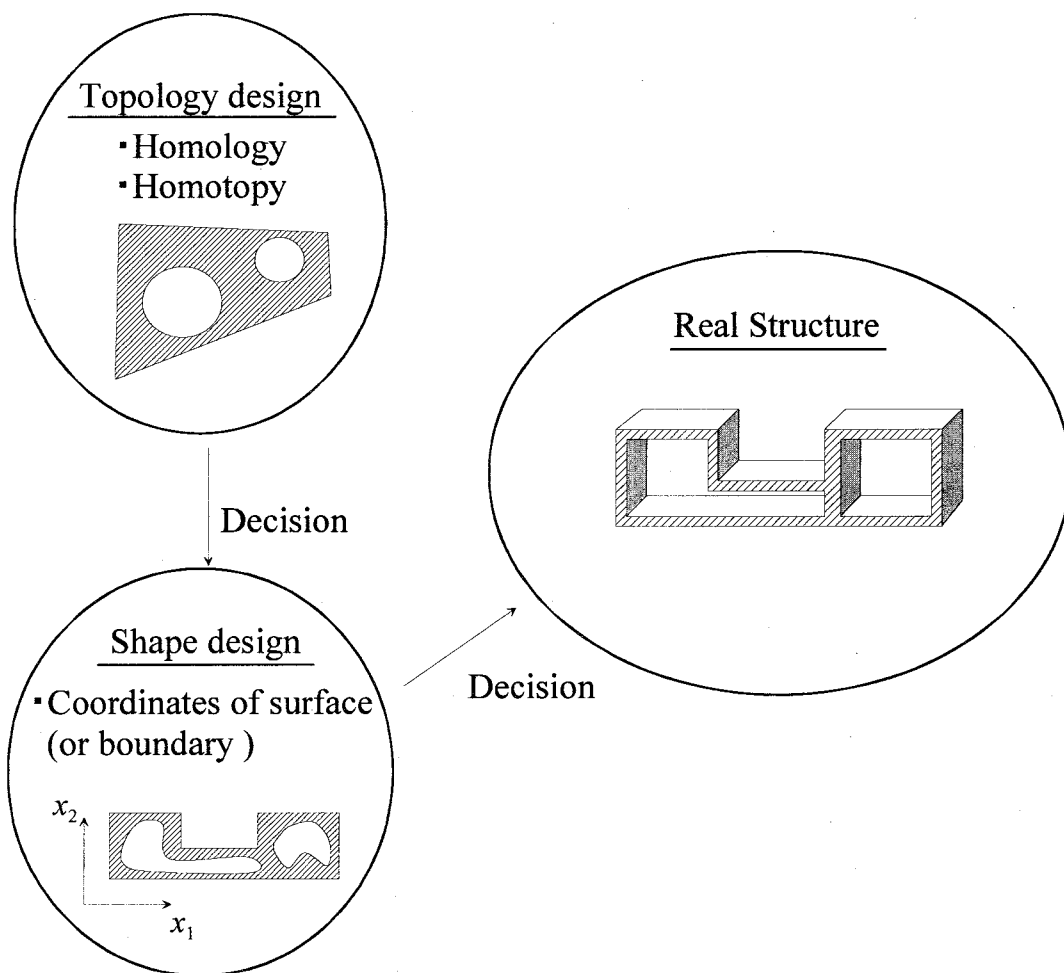


Fig.2.1 Procedure on the topology and shape design

置，レイアウト) と，ビーム上の座標系における断面形状の座標群として表現する必要がある．更に，有限要素法におけるビームモデルを考えた場合には，断面形状を具体的に表現するために，特徴量としての断面形状，すなわち断面の概略的な形状（例えば，円であるか長方形であるか）の情報と，次元が断面形状に依存する断面寸法ベクトルにより記述する必要がある．したがって，ビームモデルを用いた補強構造設計においては，トポロジー，レイアウト，断面形状及び寸法を設計変数とする必要があるといえる．ソリッドモデルとビームモデルの物体の記述方法の違いを Fig.2.2 に示す．本研究で設計変数として取り扱うトポロジー，レイアウト，断面形状及び寸法について以下の項で詳細に記述する．なお，補強部材挿入に関しては，次の項目を仮定する．

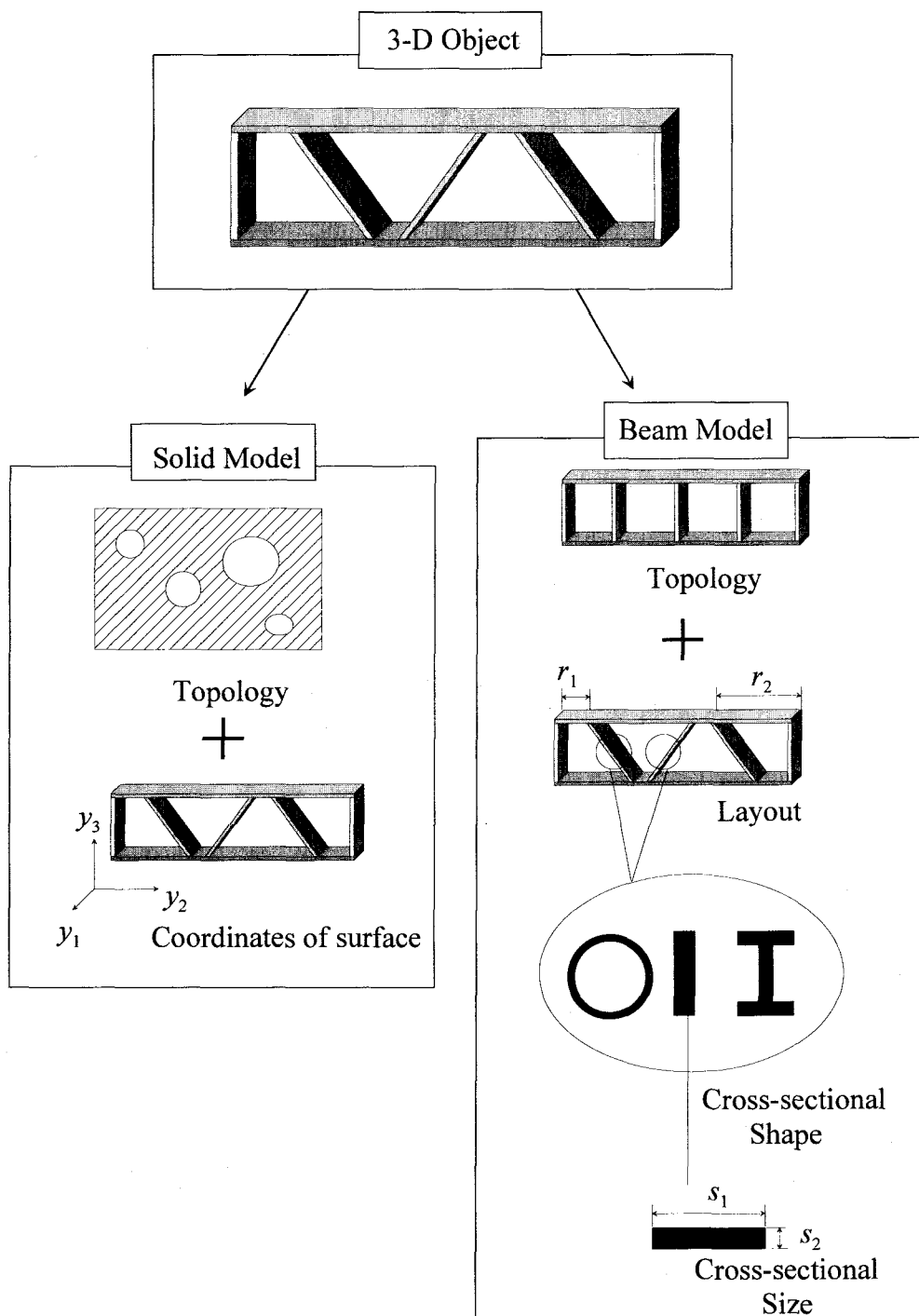


Fig.2.2 Differences of the object description between solid and beam models

- (I) 補強部材同士は結合しないものとする。幾何学的に交わる場合でも、補強部材同士の結合はないものとし、位相的に分離できる領域であるとする。
- (II) 補強部材の端点は主構造上に存在する。

(Ⅲ) 補強部材は直線状のビームであり，部材内の断面形状及び寸法は均一とする．

これらの仮定に関しては，現行の構造物に後天的な補強を行うことを想定すれば実用上妥当であると考えられる．そこでこれらの仮定に基づき，物体の記述方法に関して，ビームモデルを用いた三次元物体記述のための設計変数を定義する．

(a) 位相（トポロジー）の定義

ある複数の集合（例えば何種類かの構造を考える）をトポロジー的に分類する場合には，位相不変量に幾何学的意味を与え，その形式に従って類別する．代表的なトポロジー表現として，ホモロジー及びホモトピーが挙げられる[2.5]．

ホモロジーとは，領域の境界に注目した位相分類方法であり，単体や境界輪体などにより記述される[2.6]．例えば，境界演算子 ∂ が

$$\partial(\partial K) = 0 \quad \dots (2.2)$$

の場合は K は閉領域である性質を用いれば，領域に属するすべての単体と領域に対する境界演算子の適用結果を比較することで，領域のトポロジー（ここでは連結領域に含まれる穴の数）を調査することができる．この方法によるトポロジー表現を設計に用いた例として，中西らの研究[2.7]-[2.9]がある．中西らは，ホモロジー論に基づく構造の表現を試みているが，これらは全て制約条件として構造にトポロジー的制約を付加するにとどまっておき，トポロジー自体を設計変数として取り扱っていない．ホモロジー論を用いたトポロジー表現は，その性格上領域を単体に分割し，その直和を元とする自由アーベル群として取り扱うため，有限要素法などの数値的離散解法を比較的多く用いる構造最適設計分野では利用しやすいとされている[2.8]．しかし，実際にトポロジーを設計変数として取り扱う場合には，その解や評価関数として用いられる力学的応答が領域の分割状態に依存するため，純粹にトポロジーのみを操作することが出来ない問題点を有している．

一方，ホモトピー論は領域内に任意のループもしくはパスを考え，それを領域上で連続的に収縮させていった場合に，どのように変形できるかによりトポロジーの分類を議論するものである[2.10]．ここで，梯子のような構造を考えた場合，ホモトピー類に基づくトポロジー的 분류は段数 N により決定可能となる．この分類方法は一般的に適用可能である．いま，任意の中実部材が N 本与えられ，Fig.2.3のような2本の部材を自由に結ぶことを考える．この場合，挿入する部材同士が結合しない（空間的ねじれを許容する）と仮定すれば，構造がなす空間の基本群は部材本数 N により一意に定めることが出来る．

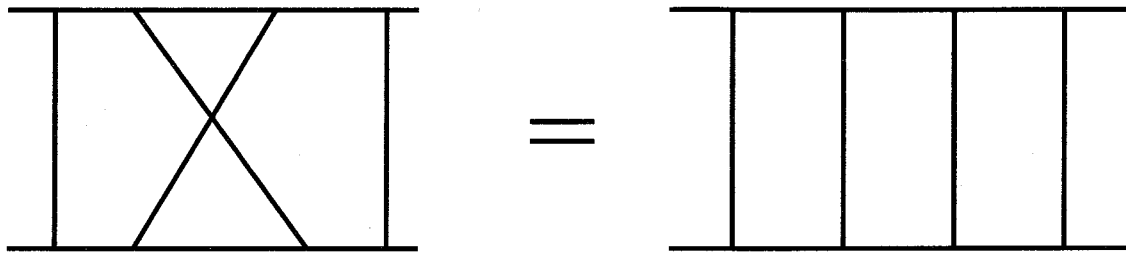


Fig.2.3 Typical example of topologically equivalent structure to connect two bars

これを一般化して、あるトポロジーを有する構造上の任意の2点を結ぶN本の部材を挿入することを考える。この場合でも、元々の構造にトポロジー的变化がなければ、構造全体としてのトポロジーは上述の仮定の範囲内では挿入本数Nに支配される。むしろ挿入部材のみに関するトポロジーは上記2本の部材を結ぶ問題と等価であることは明らかである。結局、本研究で想定する設計問題が補強部材同士は連結しないことを仮定していることから、部材の挿入本数Nにより補強構造のトポロジー表現が可能であることが判る。

近年多く見られるトポロジー設計をキーワードとする論文では、部材に関して本数の制限がなく、かつ設計領域内で自由に配置を可能としているために、部材の本数と部材配置が設計変数となっているように考えられている。さらに挿入部材同士のつながりを考慮しなければ、骨組みのトポロジー設計が可能であるとの考え方が一般的であるが、これは誤りである。これらの設計手法の多くは、「ある評価パラメータが最大となる位置に、トポロジーの制約なしに部材を挿入する」というものである。長松は論文中で、菊池らのトポロジー設計例をこれと同様な表現を用いて引用している[2.11]。つまり、例えば本研究における「部材を何本挿入するか」という問題を設計変数としていないため、能動的にトポロジーを設計していることにはならないことを主張していると考ええる。したがって、本論文中で挙げた文献の多くは数学的な意味ではトポロジーの設計は行っていない。これに対して、実際にトポロジー設計を可能とするためには、以下の2つ要件を満足する必要がある。すなわち、

- (I) トポロジーの目的関数に対する影響度合いが明確なこと。
- (II) 能動的にトポロジーを変化させ得ること。

ここでトポロジーという言葉の本研究の場合挿入部材本数という言葉に限定し、読み替えれば、結局、(I)、(II)はそれぞれ

- (I) 挿入部材本数の変化に対する評価が可能であること。
- (II) 挿入部材本数を能動的に調節できること。

となる。これらを考慮すれば、本研究における設計変数としてのトポロジーを、挿入部材本数として取り扱うことが可能になる。

(b) レイアウトの定義

本研究で想定する設計問題におけるレイアウトとは、単に部材の配置を表すものとする。古典的なレイアウト設計問題として、Michell のトラス[2.12]が有名であるが、この問題の解も結局は、任意の本数のメンバを互いに直交となるように配置するという条件を与えており、部材本数自体には条件を与えていないため、純粋な配置決定問題であるといえる。この理由から、トポロジー設計と称される手法の解の検討に際し、Michell トラスとの比較による妥当性の検討は問題があると考えられる。また、近年のレイアウト設計に関する研究を調査すると、レイアウトという言葉が表す内容の共通点としては、部材の配置を変数としていることが判る。したがって、本研究でもレイアウト設計問題として、ある挿入部材本数が与えられた場合の、部材の最適配置問題を考える。特に、主構造上の任意の2点を結ぶように補強部材を挿入する事を考えれば、レイアウト設計問題は単なる組合せ問題となる。

(c) 形状の定義

形状設計問題とは、数学的には位相を固定した領域での境界の変動を取り扱う問題であると定義できる[2.13]。これは、ある構造物の形状が一般には物体の表面全体を定義する変数により記述できることを表している。これに対して、ビームモデルの場合には、各部の断面形状により物体の形状が記述できる。特に有限要素法を用いた場合、要素毎に断面形状を一定とすることが簡便であり、要素毎の形状は要素の断面形状により記述することが多い。本研究でも設計対象としてビームを想定する。この際に部材形状に関する仮定として、「同一部材内での断面形状は均一とする」という条件を考える。すなわち、挿入部材として断面一様な直線ビーム状の補強部材を考えるため、その形状は、断面形状のみに支配される。これにより、部材の三次元形状は、一次元体としてのビームと、二次元的な断面形状により記述できる。ここで、二次元的な断面形状はさらに円形、長方形、I形等の特徴量としての形状と、各形状毎に異なる具体的な形状を詳細に決定するための代表寸法に分離できる。この分離を行えば、本研究で取り扱う設計変数としての形状は、特徴量としての部材断面形状であると定義できる。このような設計変数としての形状の定義に

加えて、断面一様な直線ビーム状部材を考えることは補強設計においては実用上妥当な方策であると考えられる。さらに、ビーム状部材を仮定することにより既存の断面形状の導入が比較的容易であるという利点も生じる。このような場合には、任意の代表的な部材形状をあらかじめ候補として準備し、その中から最も好ましいものを選択するような設計が可能となる。

(d) 寸法の定義

寸法設計すなわちサイジング問題は、広い意味では設計変数として次元の数値がある物理量を単独で表すようなものを取り扱う。本研究では、この意味を限定して、ある断面形状の概略的な形状が与えられた場合に、その形状を具体的に決定するための代表寸法を設計する問題と定義する。例えば断面形状として正方形が与えられた場合、設計変数は一辺の長さであり、円筒の場合には内径と外径が設計変数となる。

以上のような設計変数の全てを決定するための設計手法について、次に記述する。

前述したように設計対象としてビームモデルを想定することにより、形状という設計変数が、更に部材のレイアウト、断面形状及び断面寸法という次元の異なる設計変数に分離される。この場合の設計問題は以下のように記述することができる。

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Find } \mathbf{x} \equiv \{Topology, Layout, Cross - sectional\ shape\ and\ size\} \\
 \text{To minimize } W(\mathbf{d}, \mathbf{x}) \\
 \text{Subject to } g(\mathbf{d}, \mathbf{x}) \leq g_D \\
 \text{Such that } W(\mathbf{d}, \mathbf{x}): cost\ function \\
 \qquad \qquad g(\mathbf{d}, \mathbf{x}): constraint\ function
 \end{array} \right\} \dots (2.3)$$

評価関数の算出のために必要な構造解析に有限要素法を用いた場合、レイアウトは一般に三次元座標の組の集合を解空間とし、断面形状はトポロジーと同様な離散的な特徴量の集合を解空間とする。また断面寸法は要素数を断面形状に依存する実数値の組の集合を解空間とする。したがって、分離された設計変数は異なる性質を有し、これらの変数を効率的に設計するためには、個別の設計手法を用いる必要がある。

次に、補強設計における具体的な目的関数について検討する。いま、具体的な設計目的として、単位体積当たりの補強効果が最大となるような補強構造設計問題を考える。補強効果としては、主構造各部での変位ベクトルの減少量を考える。すな

わち、補強前の各部位における変位ベクトル \mathbf{d}^{org} が補強により、 $\mathbf{d}^{reinforced}$ に変化したとすれば、補強効果 E_R は

$$E_R = \int_{\Omega} \left(\left| \mathbf{d}_k^{org} \right| - \left| \mathbf{d}_k^{reinforced} \right| \right) d\Omega \quad \dots (2.4)$$

と記述できる。さらに、領域 Ω が離散化されていれば、

$$E_R = \sum_k \left(\left| \mathbf{d}_k^{org} \right| - \left| \mathbf{d}_k^{reinforced} \right| \right) \quad \dots (2.5)$$

と記述できるものとする。ここで、添え字 k は離散化された節点を表す。このように表現された補強効果の単位補強体積当たりの値が、最大となるような補強構造を探索することを目的とする。したがって、想定する設計問題における目的関数は、

$$f_{ij} = \frac{1}{V_{ij}} \sum_k \left(\left| \mathbf{d}_k^{org} \right| - \left| \mathbf{d}_k^{reinforced} \right| \right) \quad \dots (2.6)$$

と記述できる。ここで、下添え字 ij は節点 i , j を結ぶ補強部材を表す。 V は補強体積である。また、例えば静的問題を考えた場合に制約条件として最大変位が設計条件以下であるとすれば、実際に解くべき設計問題は、次式のように表すことができる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{Find } \mathbf{x} \equiv \{ \text{Topology, Layout, Cross-sectional shape and size} \} \\ \text{To minimize } -f \equiv - \frac{\sum_k \left(\left| \mathbf{d}_k^{org} \right| - \left| \mathbf{d}_k^{reinforcement} \right| \right)}{V} \\ \text{Subject to } \left| \mathbf{d} \right|_{max} \leq d_D \\ \text{Such that } V: \text{total volume of reinformcenets} \\ \quad \quad \quad \mathbf{d}: \text{displacement vector} \end{array} \right\} \dots (2.7)$$

上式のように定式化された補強構造設計問題を具体的に解くために、さらに以下の点についての検討を行う必要がある。

- (I) 設計問題の分離と部分設計問題の定義.
- (II) 分離された部分設計問題同士の相互調整.
- (III) 各部分設計問題の取り扱い方法.

次項よりこれらの内容について順に検討を行う.

2.2.2 部分設計問題の定義

前項で定義した設計問題を解くために, 補強部材のトポロジー, レイアウト, 断面形状及び寸法を設計変数とした設計問題を, それぞれの設計変数個別の設計問題に分離することを考える. その理由としては以下の点が挙げられる.

- (I) 性質の異なる設計変数を同時に解く場合には, お互いの相関が陽でなければならないが, 本問題ではその点が明らかでないこと.
- (II) 各設計変数同士が異なる解空間に属し, その解空間の性質が異なっていること. 具体的には, トポロジー, 断面形状の解空間は位相空間としての性質を有し, レイアウト, 断面寸法の解空間は実数空間としての性質を有している. さらに, レイアウトは離散空間を解空間とし, 断面寸法は連続空間を解空間としている.

したがって, 全体の設計問題を各部分問題に分離し, 部分問題同士の相互調整を行う設計手法を用いて設計を行うことにする. そこで, 本項では, 設計問題の分離と各部分設計問題の定義を行う.

(a) トポロジー設計問題の定義

すでに記述したように, 本論文では, 補強構造のトポロジーは補強部材の挿入本数により記述できるものとする. したがって, トポロジーに関する設計問題は次式のように定義できる.

$$\left. \begin{array}{l}
\text{Find } \{Topology\} \equiv \{n\} \\
\text{To minimize } -f^{*(n)}; f^{*(n)} > f^{(n)} \text{ for } \forall f^{(n)} \\
\text{Subject to } |d|_{max} \leq d_D \\
\qquad \qquad 1 \leq n \leq n_D \\
\text{Such that } n : \text{a number of reinforcements} \\
\qquad \qquad f : \text{function for evaluation of effectiveness} \\
\qquad \qquad (n) : \text{suffix of topology} \\
\qquad \qquad d : \text{displacement vector}
\end{array} \right\} \dots (2.8)$$

ここで、 n は構造のトポロジーを表す位相不変量であり、本論文では補強部材挿入本数とする。また、下添え字 D は設計制約条件を表す。

すなわち、本論文で取り扱うトポロジー設計とは、トポロジー数 n により決まる目的関数 f を最大化する設計と考えることができる。具体的には、補強効果を表す評価関数 f を最大化する補強部材挿入本数の探索を行う。ここで、前述したように、トポロジーの定義よりトポロジー数 n のみを変化させることによる目的関数の変化は評価できない。したがって、トポロジーを規定した後にレイアウト、部材断面形状、部材断面寸法までを全て決定し、各トポロジーに対して評価関数 f を最大化するような設計を得た後に、異なるトポロジー間における比較を行い、最適なトポロジーを決定する。

(b) レイアウト設計問題の定義

本研究におけるレイアウト設計とは、主構造上に離散的に設けた評価点同士の結合を想定し、評価関数を最大化する結合点の組を探索するものであるとする。したがって、レイアウト設計問題は式(2.9)のように書ける。

$$\left. \begin{array}{l}
\text{Find } i, j, \dots, i_n, j_n, (i_m, j_m) \in S, 1 \leq m \leq n \\
\text{To minimize } -f_{ij}^{(n)}
\end{array} \right\} \dots (2.9)$$

ここで、 i_m, j_m は m 本目の部材に対する補強部材の端点の候補点を表す。また S は主構造状に設けた評価点全体からなる集合である。

(c) 断面形状設計問題の定義

本研究における断面形状設計は、本質的にトポロジー設計と同様の性質を有して

いる。これは具体的には、例えば円形断面と長方形断面の優劣を決定する際には、断面形状によって次元の定まる断面寸法ベクトルの各要素が確定している必要があるという性質である。したがって、断面形状の設計はトポロジー設計と同様に、各断面形状の組に対して最適な断面寸法を決定し、それぞれの断面形状ごとの評価値を比較して最適形状を決定する。また、断面形状の組を表す設計変数ベクトルの次元は、補強構造のトポロジーすなわち部材挿入本数より決定されることから、本研究における断面形状設計問題は次式のように記述できる。

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Find } \{\mathbf{cs}\} \equiv \{cs_1, cs_2, \dots, cs_n\}, \quad cs_i \in \mathcal{S} \\
 \text{To minimize } -f^*(\mathbf{cs}, \mathbf{fs}); f^*(\mathbf{cs}, \mathbf{fs}) > f(\mathbf{cs}, \mathbf{fs}) \text{ for } \forall \mathbf{fs} \in \mathbf{R}^{\dim(\mathbf{cs})} \\
 \text{Such that } n: \text{ a number of reinforcements} \\
 \quad \mathbf{cs}: \text{ shape characteristic parameter vector} \\
 \quad \mathbf{fs}: \text{ size vector at each cross-section}
 \end{array} \right\} \dots (2.10)$$

(d) 断面寸法設計問題の定義

本手法では、断面寸法設計においてのみ制約条件の考慮を行う。したがって、断面寸法設計では、制約条件を満足しつつ補強重量を最小化する設計を行う。断面寸法設計時には、他の設計変数が全て既知である必要がある。

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Find } \{\mathbf{fs}\} \equiv \{fs_1, fs_2, \dots, fs_n\}, \quad fs_i \in \mathbf{R}^{\dim(cs_i)} \\
 \text{To minimize } W(\mathbf{fs}) \\
 \text{Subject to } |d(\mathbf{fs})|_{\max} \leq d_D \\
 \text{Such that } W: \text{ total volume of reinforcements} \\
 \quad \mathbf{fs}: \text{ size vector at each cross-section} \\
 \quad nn: \text{ dimension determined with topology and cross-sectional shape}
 \end{array} \right\} \dots (2.11)$$

以上のように全体の設計問題を部分設計問題に分離した場合に、各部分設計問題同士の相互関係は Fig.2.4 のように表現できると考える。すなわち、トポロジー設計問題から他の設計問題に対しては一方方向の影響しかなく、レイアウト設計問題と断面形状・寸法設計問題の間で双方向の影響があるような相関図となる。本質的には、分離された全ての部分設計問題同士が互いに相関を有すると考えることが妥当であるが、すでに記述したように、設計変数としてのトポロジーは距離空間上で定義さ

れる物理量を不連続性以外は反映できないため、本研究では Fig.2.4 のような相関図を想定した設計手法を構築する。

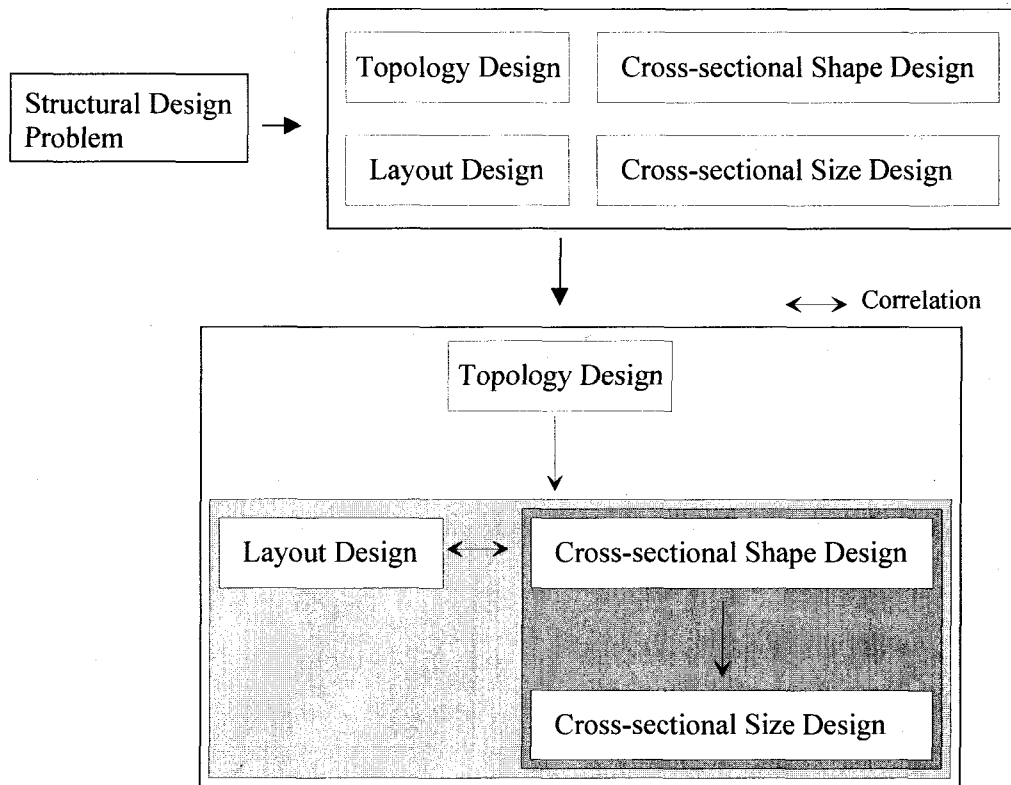


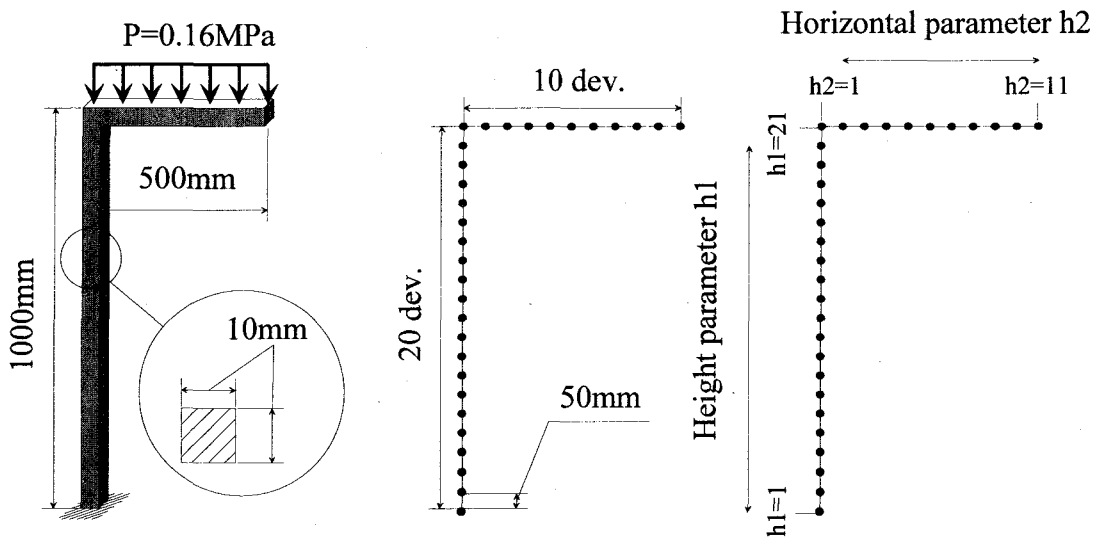
Fig.2.4 Correlation among divided sub-problems

2. 3 レイアウトと断面形状・寸法の同時設計

2.3.1 レイアウト、断面形状及び寸法の相互影響に関する検討

Fig.2.5 に示す構造を有する L 型の主構造に対して、1 本の補強部材を挿入して構造全体における最大変位を減少させるような補強設計について検討する。この際に最大変位に制約を設け、補強による重量増加が最小となるような設計を試みる。

ここで、補強部材の挿入位置を既知とした場合は、単純な補強部材断面形状設計問題となり、挿入部材の断面形状を既知とした場合、この設計は単純なレイアウト設計問題となる。これらの設計問題間の相関の存在を明らかにするために、次のような検討を行った。なお、補強部材と主構造を結合する部位として、Fig.2.5(b)に示すように主構造上に等間隔にサンプリング点（・印点）を設け、2 点の異なるサンプリング点を結合することにより補強を行うこととした。この場合、レイアウトに関して有限個の解候補が得られ、これらの全ての解候補に対して応答を評価すれば、解として最適なレイアウトを得ることが可能となる。



(a)Dimension of L-shaped structure (b)Sampling point (c)Height & Horizontal parameters

Fig.2.5 Dimension of main structure and sampling points on main structure

(a) 補強レイアウトが部材断面形状設計に与える影響の検討

補強部材の挿入位置を既定とした場合、補強部材断面形状のみが設計変数となる。例として、Fig.2.6 に示すような2通りの補強部材挿入位置を想定した場合の、各補強レイアウトに対する部材断面形状最適化を行う。この設計では、断面形状として

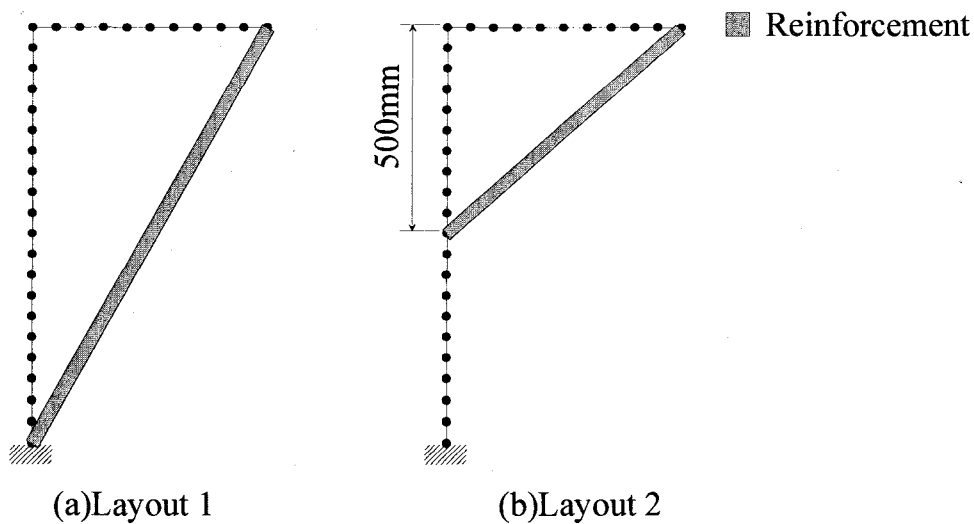


Fig.2.6 Layout of reinforcement for design of cross-sectional shape

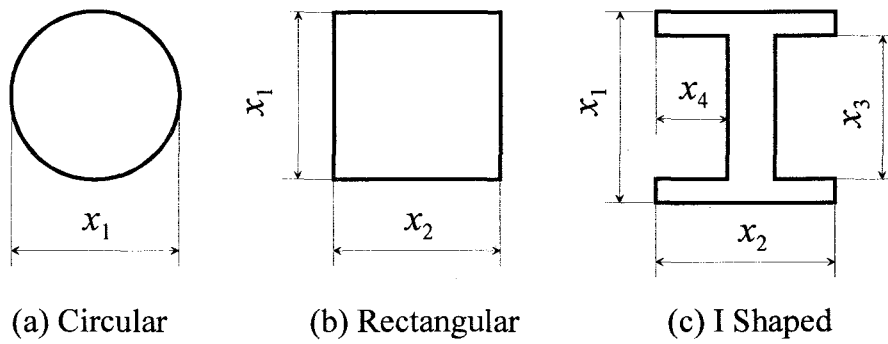


Fig.2.7 Representative sizing variables on each cross-sectional shape

円形，長方形及びI型を考え，それぞれに対して変位制約条件下での寸法最適化を行い，最も補強体積が小さくなる形状を最適形状として選出する．今回の例では，補強部材を挿入する前の初期最大変位 55.6mm に対し変位制約条件 10.0mm とする．なお，断面寸法最適化に関する条件について，各断面形状に関して Fig.2.7 に示す代表寸法に対しそれぞれ式(2.12)～式(2.14)のような制約条件を付加する．これらの制約は，断面寸法最適化に非線形計画法を用いた場合に，計算が不安定になることを防ぐためのものである．

(I) 円形断面に対する寸法制約

$$x_1 \geq 0.2 \quad \dots (2.12)$$

(II) 長方形断面に対する寸法制約

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \geq 0.2, \quad x_2 \geq 0.2 \\ \frac{x_1}{x_2} \leq 10.0 \quad (x_1 \geq x_2) \\ \frac{x_2}{x_1} \leq 10.0 \quad (x_2 \geq x_1) \end{array} \right\} \dots (2.13)$$

(III) I形断面に対する寸法制約

$$\left. \begin{aligned}
 &x_1 \geq 0.4, \quad x_2 \geq 0.4, \quad x_3 \geq 0.15, \quad x_4 \geq 0.15 \\
 &\frac{x_1}{x_2} \leq 10.0 \quad (x_1 \geq x_2) \\
 &\frac{x_2}{x_1} \leq 10.0 \quad (x_2 \geq x_1) \\
 &x_1 - x_3 \geq 0.1 \\
 &x_2 - 2 \times x_4 \geq 0.2
 \end{aligned} \right\} \dots (2.14)$$

各補強レイアウトに対して得られた補強部材の最適断面寸法，部材断面積，部材の強軸に関する断面2次モーメント(Moment Of Inertia; MOI)および寸法最適化後の補強部材を挿入した場合の構造全体の最大変位を Table 2.1 に示す。

Table. 2.1 Optimum size on each layout and cross-sectional shape
(a) Layout 1

| | Size (mm) | | | | Area (mm ²) | MOI (mm ⁴) | Max.Disp. (mm) |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------|------------------------|----------------|
| | x ₁ | x ₂ | x ₃ | x ₄ | S | I | Dmax |
| Circle | 0.575 | ----- | ----- | ----- | 0.259 | 0.00534 | 10.0 |
| Rectangle | 0.509 | 0.509 | ----- | ----- | 0.259 | 0.00560 | 10.0 |
| I-Shaped | 1.308 | 0.420 | 0.160 | 0.908 | 0.259 | 0.05839 | 10.0 |

(b) Layout 2

| | Size (mm) | | | | Area (mm ²) | MOI (mm ⁴) | Max.Disp. (mm) |
|-----------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------|------------------------|----------------|
| | x ₁ | x ₂ | x ₃ | x ₄ | S | I | Dmax |
| Circle | 14.55 | ----- | ----- | ----- | 166.2 | 2207.0 | 10.0 |
| Rectangle | 22.68 | 2.268 | ----- | ----- | 51.46 | 2198.0 | 10.0 |
| I-Shaped | 43.66 | 5.366 | 43.20 | 2.083 | 10.64 | 2284.9 | 10.0 |

Table 2.1 より，補強レイアウト1に関しては，断面形状がいずれの場合でも，変位制約条件を満足するために必要な断面積は等しく，レイアウトが同じであることから，最小必要体積は 290mm³ となり等しい．これに対して補強レイアウト2に関しては，同じ変位制約条件を満足するために，断面形状がI型の場合に補強体積が最小となる．これは，制約を満足するために必要な条件が補強部材の断面積だけでなく断面2次モーメントも含まれるためであると考えられる．また，補強レイアウト1と補強レイアウト2の両者を比較すると，同じ制約条件を満足するために必要

な補強体積や断面形状、寸法が異なっていることが判る。したがって、補強レイアウトが異なれば、断面形状や断面寸法の最適化結果が異なることより、補強レイアウトが部材断面形状及び寸法の設計に及ぼす影響が存在することが明らかとなった。

(b) 部材断面形状がレイアウト設計に与える影響の検討

次に、部材断面形状及び寸法がレイアウト設計に及ぼす影響について検討する。Fig.2.5 と同様の主構造を想定した場合の補強レイアウト設計を行う。Fig.2.8 に、補強部材の断面形状を円形と仮定した場合の解の全候補に対する応答を示す。Fig.2.8 中には、任意の2点を結合した場合の補強体積増加と、その際に構造全体に生じる最大変位を示している。ここで、例えば変位制約として、最大変位が 30mm 以下となることを要求するとすれば、図中に示す実行可能設計の中で、最も体積増加が少ないレイアウトが解として選択される。これに対して、補強部材の断面形状を長方形と仮定した場合の、解の全候補に対する応答を Fig.2.9 に示す。同様に変位制約として最大変位が 30mm 以下という条件を付加した場合、最適解は円形断面の場合と

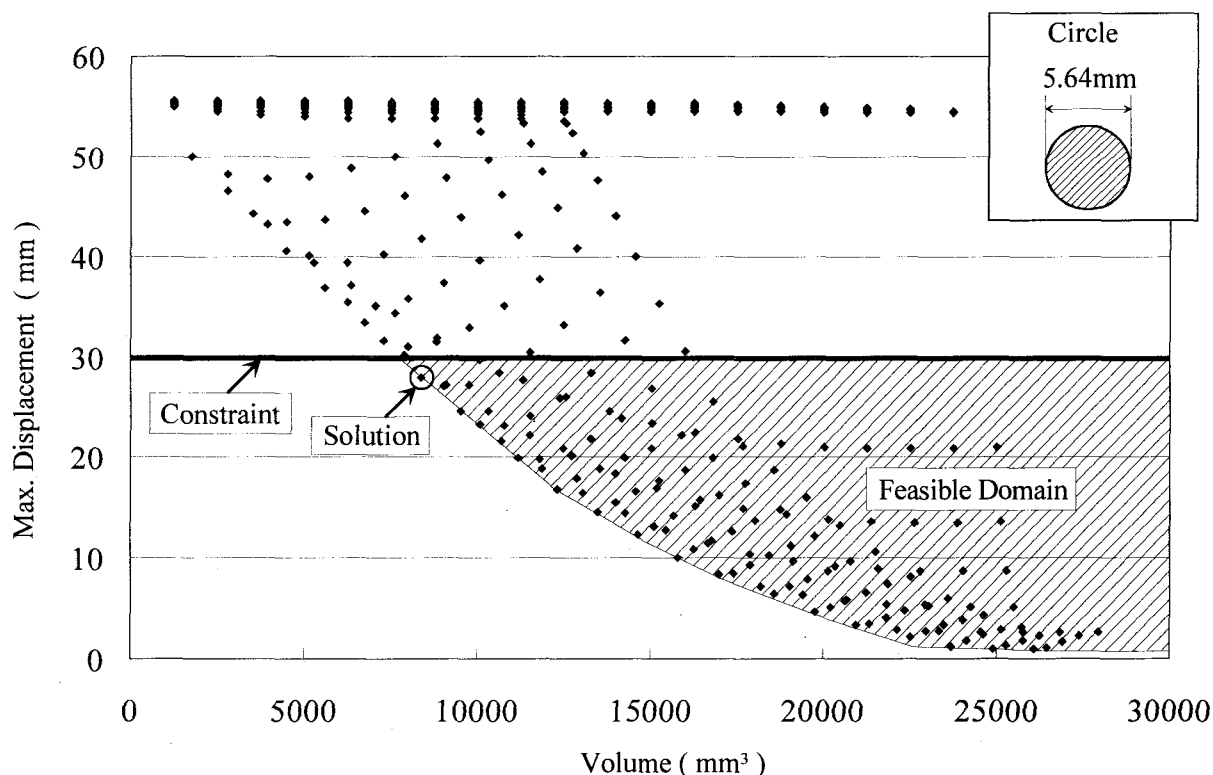


Fig.2.8 Evaluation of the layout of reinforcement in case of circular cross-section

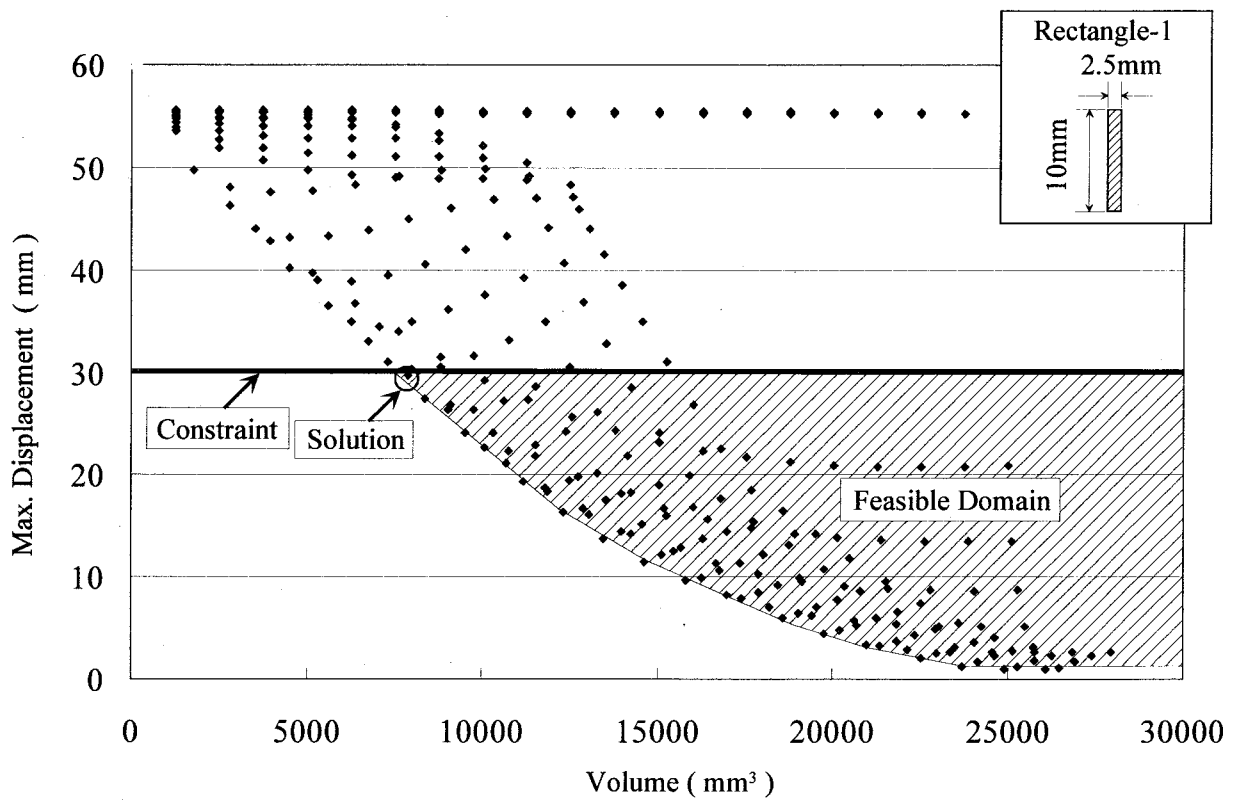


Fig.2.9 Evaluation of the layout of reinforcement in case of rectangular cross-section

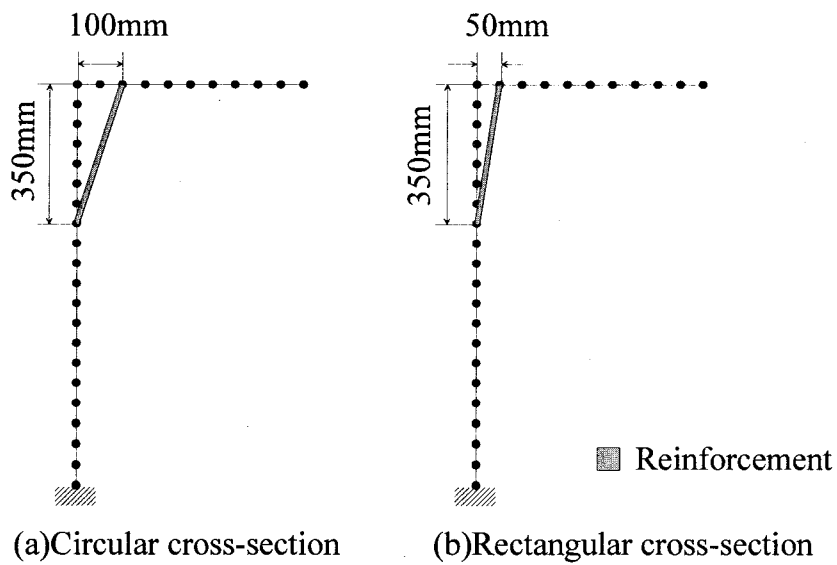


Fig.2.10 Optimum layout of reinforcement for each cross-sectional shape

同様に得ることができる。これらの探索により得られた最適補強レイアウトを Fig.2.10 に示す。これらの結果を比較すると、仮定する断面形状が異なる場合、最適な補強レイアウトも変化する可能性があることが判る。

さらに、補強部材断面を固定した場合の補強レイアウトの変化に対する最大変位の変化について検討する。Fig.2.5 と同様の主構造に対して、部材断面形状を円形、長方形 1（補強部材の主曲げ方向と断面の弱軸が一致している場合）、長方形 2（補強部材の主曲げ方向と断面の強軸が一致している場合）の 3 種類とし、さらに Fig.2.5 における水平方向パラメータを固定した場合の高さ方向パラメータの変化に伴う最大変位の変化を Figs.2.11~2.13 に示す。なお、ここでいう主曲げ方向とは、補強部材の両端に生じる変位ベクトルを $\{d\}_i$ 、 $\{d\}_j$ とし、補強部材上の局所座標系と全体座標系との変換マトリックスを $[T]$ とした場合に、

$$\{d\}' = [T]\{\{d\}_i - \{d\}_j\} \quad \dots (2.15)$$

$$\{d\}'' = [T]^{-1}\{0 \quad d'_2 \quad d'_3\}' \quad \dots (2.16)$$

により計算される、部材に対する垂直方向変位成分である。なお、式(2.16)中の d' に対する下添え字は、部材の軸方向を 1 軸とする局所直交座標系の成分を表す。これらの図は、補強レイアウトの最大変位に対する感度を表す。すなわち、これらの結果が異なることは、断面形状もしくは断面寸法が異なった場合、補強レイアウトの最大変位に対する感度が異なることを示している。断面形状及び断面寸法が補強レイアウトに対して影響を及ぼさない場合には、これらの結果は全て等しくなるはずであるから、この結果は、断面形状及び断面寸法が補強レイアウト設計に対する影響を有していることを表していると考ええる。

以上の例より、ビーム状部材挿入を想定した補強構造設計において、補強レイアウトと断面形状、寸法を設計変数とした場合、それぞれが互いに影響を及ぼす相関を有する量であることが明らかである。したがって、設計に際しては各設計変数をそれぞれ独立に取り扱うことはできず、変数間の相関、しかも双方向の相関を考慮する必要があることが示されたと考える。

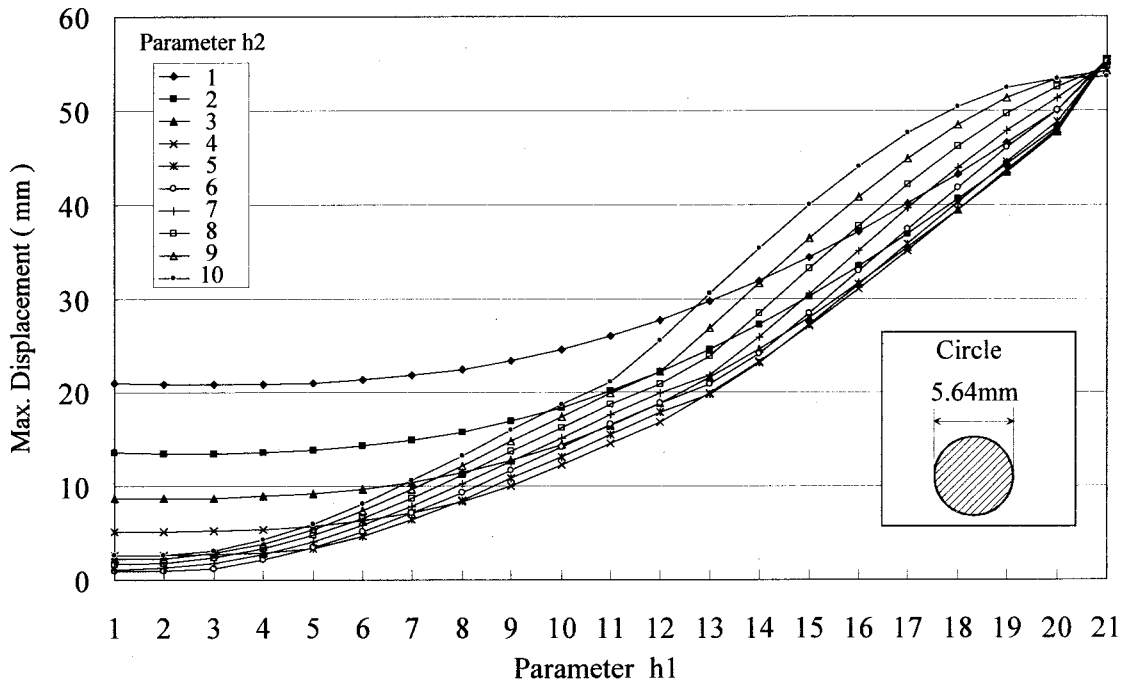


Fig.2.11 Alternation of max. displacement with change of layout of reinforcement in case of circular cross-section

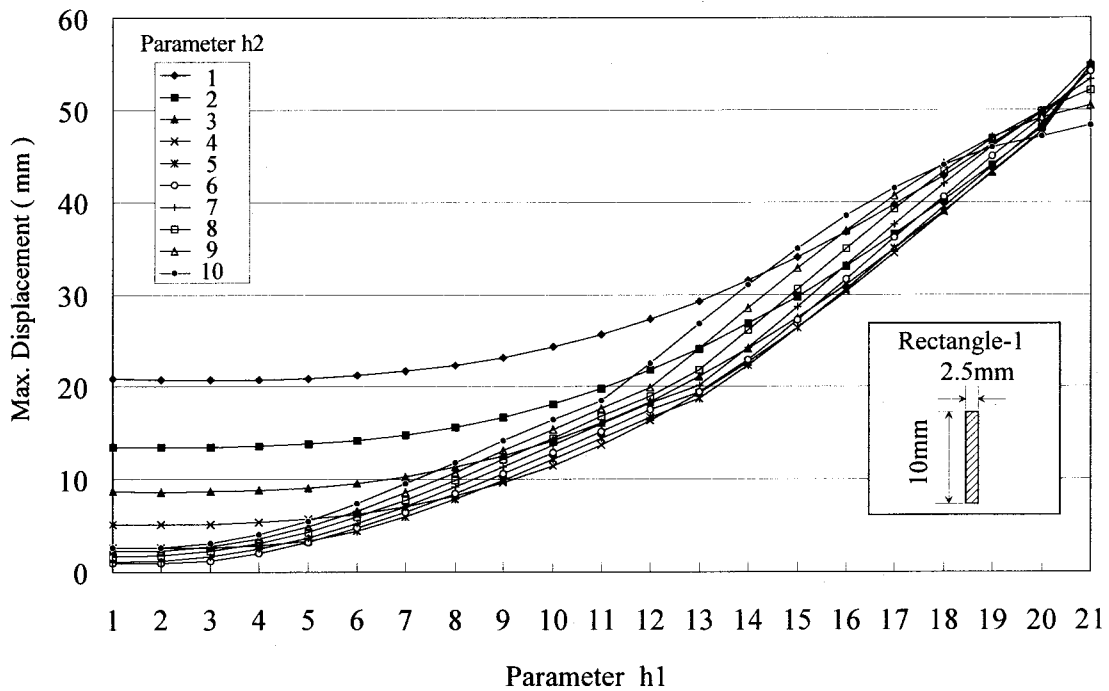


Fig.2.12 Alternation of max. displacement with change of layout of reinforcement (in case of rectangular-1)

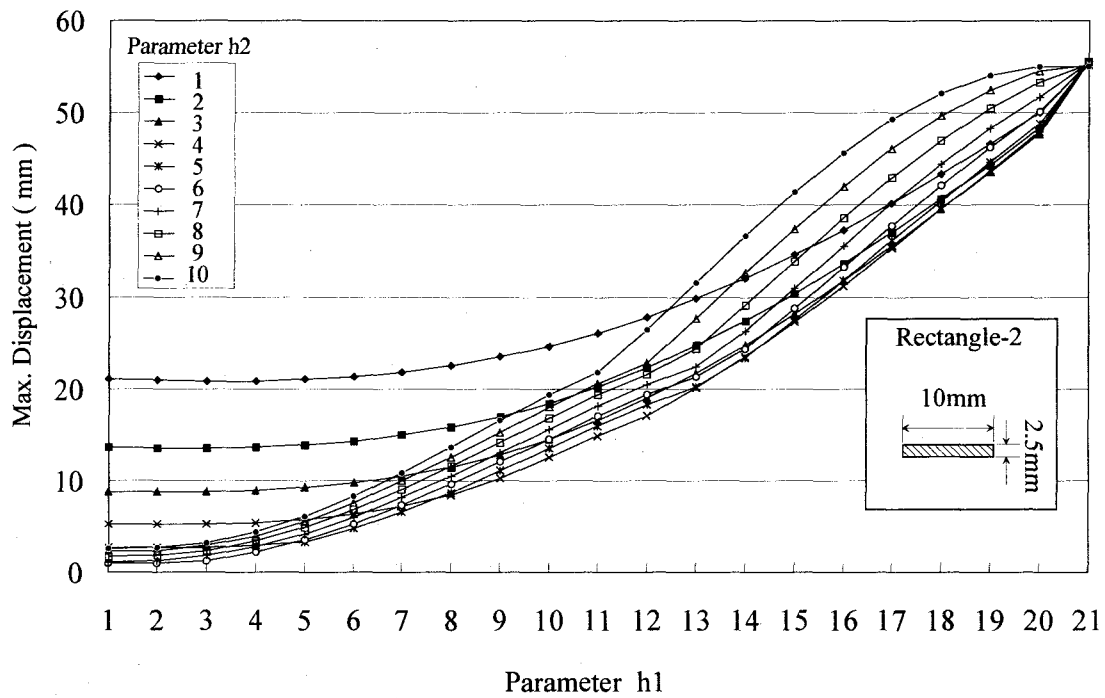


Fig.2.13 Alternation of max. displacement with change of layout of reinforcement (in case of rectangular-2)

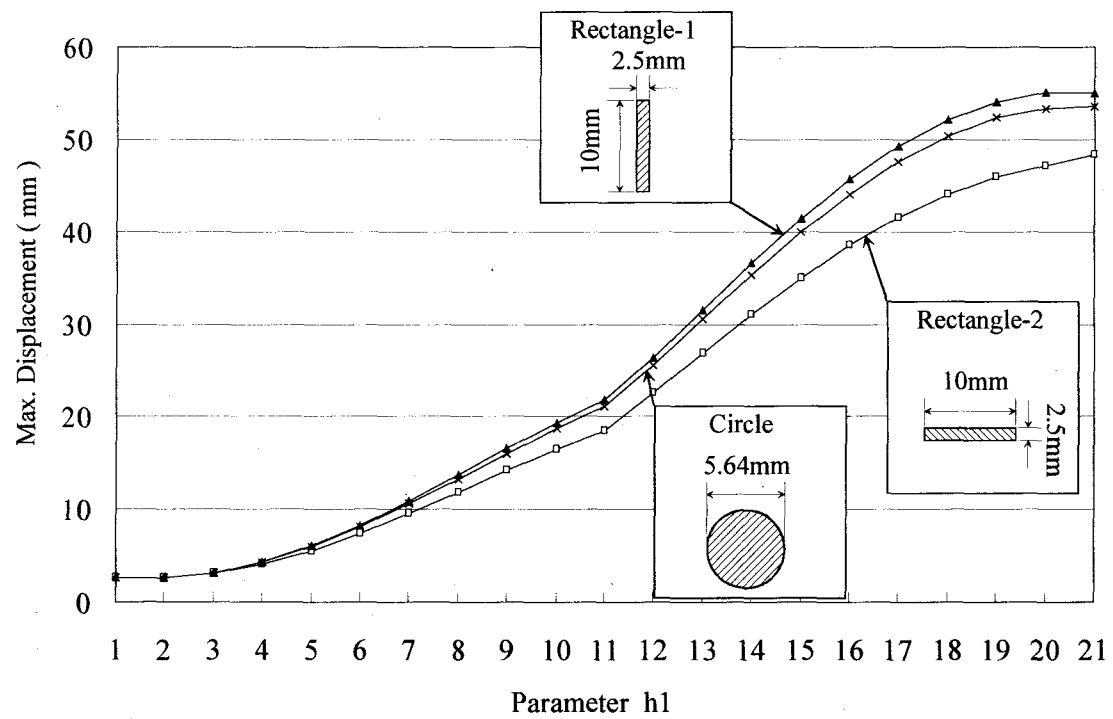


Fig.2.14 Alternation of max. displacement with change of layout of reinforcement at each cross-section for parameter h2=10

2.3.2 相関を有する設計変数の設計方法

ある設計問題において、相関を有する複数の設計因子が存在する場合、その設計方法としては大別して次の3通り、すなわち直列的設計、並列的設計、相互調整設計が挙げられる。これらを Fig.2.15 に示す。

直列的設計は、一方の設計問題Bが他方の設計問題Aに完全に依存している場合に採用すべき方法である。例えばこの直列的設計では、設計変数Bの仮定によらず設計変数Aを決定でき、更に設計変数Aの結果に基づいて設計変数Bが決定される場合に妥当な結果を与える。しかしながら、前節で示したように、本研究で想定する設計変数、すなわちレイアウトと部材断面形状、寸法の間には双方向の相関が存在するため、この方法では妥当な探索が行えない。

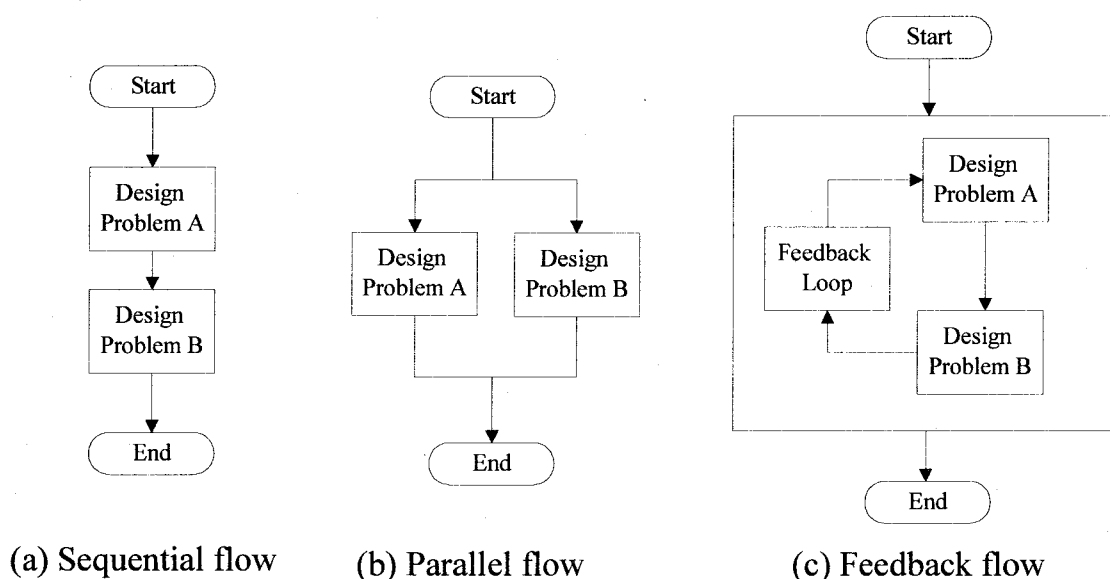


Fig.2.15 Procedure to determine the design variables with considering each correlation

並列的設計は、双方向相関を有する設計変数同士を同時に決定する方法である。しかしながら、この方法では設計変数同士の相関が解析的に陽に表現される必要があるため、一般には行われていない。本節で問題にするレイアウトと断面形状、寸法の同時設計に関しても、この様な方法が実現された例はほとんどない。類似の例として、GA と数理計画法を併用した設計手法により同時に解を得た例が報告されている[2.14]が、この手法では本質的にはあるレイアウトに関する評価値が、最適化後の断面形状を用いて算出されているに過ぎず、直列的設計を複数回繰り返しつつ各設計結果を保持し、得られた解候補の中から最も有効な解を選出したに過ぎない。

また、この方法は設計手法として目的関数の感度を用いる非線形計画法を用いているにもかかわらず、以前の設計ステップで得られた解の情報を利用していないという点で効率が悪いといえる。これらの設計方法に対して、相互調整設計は、一方の設計を行う際に他方の設計変数は仮定されるが、その仮定が各設計が行われる度に変更され、他方の設計に反映される点で両者の欠点を緩和していると考えられる。本論文では、相関を有する設計因子を含む設計問題を複数の部分設計問題に分離し、相互調整設計を行って各部分設計問題を相関を考慮しつつ解く設計手法を提案する。

2.3.3 レイアウトと断面形状、断面寸法の同時設計

提案手法の特徴として、分離した設計変数同士の相関を考慮している点が挙げられる。相関表現としては、各設計問題の解を他の設計問題にフィードバックする方法を採用した。特に、本研究で想定した設計変数については、補強構造のトポロジーと補強部材のレイアウト、断面形状及び寸法の4種類に大別できる。特にトポロジーを除いた3種類の設計変数は、レイアウト、断面形状及び寸法の全ての情報により三次元体の形状を表現するため、それぞれが独立ではなく相関を有している。断面寸法は断面形状に依存しているため1つの組と考えれば、結局補強構造設計は

- (I) 補強構造のトポロジーの設計
- (II) 補強部材のレイアウトの設計
- (III) 補強部材の断面の設計

の3種類の設計に区分できると考えられる。ここで前述したように、トポロジーは本質的に他の設計変数と同様の扱いはできないので、(II)のレイアウト設計と(III)の断面設計について相関を考えることにする。以下に、フィードバックを有するレイアウトと断面形状の交互設計手法について記述する。

解くべき問題に対して、一般的にレイアウトと断面形状を設計変数として考えた場合、目的関数 $F(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ に対する設計変数の感度は

$$\frac{dF}{d\mathbf{r}} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} + \frac{d\mathbf{s}}{d\mathbf{r}} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{s}} \quad \dots (2.17)$$

$$\frac{dF}{d\mathbf{s}} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{s}} + \frac{d\mathbf{r}}{d\mathbf{s}} \frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}} \quad \dots (2.18)$$

である。ここで、式(2.17)、(2.18)に関してレイアウト \mathbf{r} と断面形状 \mathbf{s} の間に双方向の相関が存在すれば、

$$\frac{ds}{dr} \neq 0, \frac{dr}{ds} \neq 0 \quad \dots (2.19)$$

であるから，各式の右辺の第2項は存在する．いま， $F(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ に関してあるレイアウト及び断面形状が局所的最適解である条件は

$$\frac{dF}{dr} = 0, \frac{dF}{ds} = 0 \quad \dots (2.20)$$

である．この条件を満足する解を，レイアウト設計と断面形状設計を個別に行いつつ探索するために，次の手順を考える．

(1) 補強部材のレイアウトに関し， $\mathbf{s} = \mathbf{s}'$ として

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}^* \left\{ \mathbf{r}^* \in S \mid F(\mathbf{r}^*, \mathbf{s}) \leq F(\mathbf{r}, \mathbf{s}) \text{ for } \forall \mathbf{r} \right\} \quad \dots (2.21)$$

となる解を探索する．このときの解を $\mathbf{r}' = \mathbf{r}^*$ とする．第1設計ステップでは初期断面形状の仮定を $\mathbf{s} = \mathbf{s}^{-1}$ とする．

(2) 補強部材の断面形状に関して， $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ の仮定の下で，

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}^* \left\{ \mathbf{s}^* \in R^m \mid \left. \frac{dF}{ds} \right|_{s=\mathbf{s}^*} = 0 \text{ for } \mathbf{r} = \mathbf{r}' \right\} \quad \dots (2.22)$$

となる断面形状を求める．このときの解を $\mathbf{s}' = \mathbf{s}^*$ とする． m は断面寸法ベクトルの次元数を表す．

(3) 任意の更新幅 ξ ($0 < \xi < 1$)に対して，

$$\mathbf{s}' = \begin{cases} \xi \mathbf{s}'^{-1} & (\mathbf{s}' < \xi \mathbf{s}'^{-1}) \\ \mathbf{s}' & (\xi \mathbf{s}'^{-1} \leq \mathbf{s}' \leq (1+\xi) \mathbf{s}'^{-1}) \\ (1+\xi) \mathbf{s}'^{-1} & ((1+\xi) \mathbf{s}'^{-1} < \mathbf{s}') \end{cases} \quad \dots (2.23)$$

として、第1設計ステップに戻る。以上の設計手順を繰り返し、最終的に

$$\frac{dr}{ds} = 0 \quad \dots (2.24)$$

となったとき計算を打ち切る。変数に関する上付きの添え字 l は設計ステップを表すものとする。

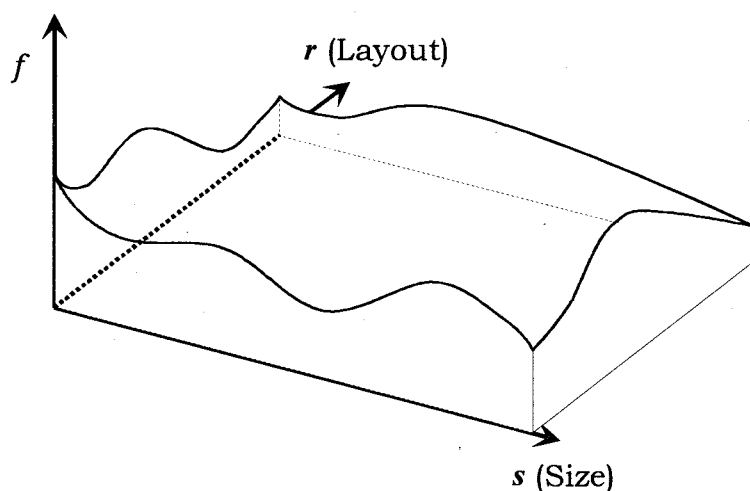
なお式(2.23)の ξ について、解の探索という意味では本質的には小さければ小さいほどよいが、本論文では計算コストと解の品質とのトレードオフを考慮し、次式の値を用いた。

$$\xi = \begin{cases} 0.5 & \left(\frac{|s^l - s^{l-1}|}{s^{l-1}} > 0.1 \right) \\ 1.0 & \left(\frac{|s^l - s^{l-1}|}{s^{l-1}} \leq 0.1 \right) \end{cases} \quad \dots (2.25)$$

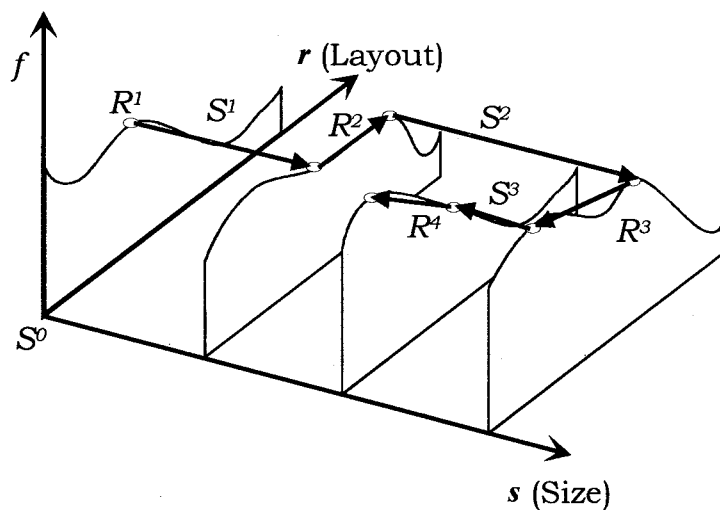
この手法の物理的意味を Fig.2.16 に示す。Fig.2.16(a)は、設計変数軸としてレイアウトと断面形状を考えた場合の各変数に対する評価関数の応答曲面を表している。この設計空間中でより良い評価値を有するレイアウトと断面形状の組を探索するために、Fig.2.16(b)に示すような手順をとる。式(2.24)の左辺の項は、断面形状の変化に伴う任意のレイアウトに対する目的関数の変化を表すものであり、Fig.2.16 では設計ステップ S^l により寸法が変化した後に設計ステップ R^l によりレイアウトが変化しないことを表す。すなわち、式(2.24)が満足されることは、断面形状の変化によってレイアウト設計結果が改善しないことを表していると考ええる。

いま、設計ステップを寸法軸方向の設計とレイアウト軸方向の設計に区別して考えた場合、レイアウト設計に関しては、設計空間の全探索を行うため、多峰性関数であった場合でも最適解が得られる。しかし、寸法設計に関しては、逐次線形探索の考え方をを用いているので、設計ステップ S^l により寸法が変更される区間で寸法軸方向に評価関数が非凸であった場合最適解が得られる保証はない。しかしながら、現在までに報告されてきた多くの寸法最適化例において、非線形計画法が用いられている点から、寸法軸方向に関しては凸であるかもしくは非凸性が比較的弱いと考える。これは特に、ニュートン法系の解法（すなわち関数の2次微係数を解の探索に用いる方法）では、設計変数の定義域内で目的関数が凸であり、かつ最適解近傍

で目的関数が2次近似出来ることが適用条件として要求されていることから説明できる。したがって、本研究で行うような部材の寸法最適化においても、目的関数の凸性が仮定できることが一般的に暗黙で認知されていると考える。



(a) Original surface of cost function



(b) Alternate design procedure

Fig.2.16 Alternate procedure on layout and cross-sectional shape design

この仮定により、各レイアウト設計ステップ R^l 、寸法設計ステップ S^l では各々最適解が得られることが保証された。次に、この探索により得られる解が設計領域全体でどのような品質を有しているかを検討する。なお、設計問題としてある目的関数 $f(x \in X)$ の最大化問題を考えることにする。 X は解全体のなす空間とする。

まず，レイアウト軸を連続化することを考える．本研究では，設計変数としてのレイアウトは，有限要素法により離散化された節点の番号の組 (i, j) で表される．ここで i, j はそれぞれ

$$(i, j) = \{i, j \in I; i, j = 1 \sim \text{mnd}, i \neq j\} \quad \dots (2.26)$$

である．ただし I は正の整数全体の集合を表し， mnd は最大節点数である．このような離散集合に対し，次のような連続化を考える．すなわち，任意の節点番号 i に関して，領域的に連続かつ最近傍な節点番号 k との間にあるレイアウトを

$$r_i(t_i) = t_i \times i + (1 - t_i) \times k, 0 \leq t_i \leq 1 \quad \dots (2.27)$$

と表記すれば，レイアウト $(r_i(t_i), r_j(t_j))$ は \mathbf{R}^2 の部分閉集合となる．このような連続化を行った場合，レイアウト $(r_i(t_i), r_j(t_j))$ に対する目的関数の性質は， f の定義に基づく物理的な考察より，空間全体で C^0 級，局所的には少なくとも C^1 級であると考えられる．また，寸法に関しても，その定義域を閉集合とすれば，明らかに寸法ベクトル \mathbf{s}_i は \mathbf{R}^m の部分閉集合である．したがって，設計変数としてのレイアウト及び寸法の集合は，Heine-Borel の定理よりそれぞれコンパクトである [2.15]．さらに，これらの両者を設計変数とする設計空間における解空間は直積 $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^m$ の部分空間であるから，Tihonov の定理より解空間全体がコンパクトであることが示される [2.16]．

解空間 \mathbf{X} がコンパクトであるとは， \mathbf{X} が部分被覆 U_j および有限集合 J により

$$\mathbf{X} = \bigcup_{j \in J} U_j \quad \dots (2.28)$$

と書けることである．したがって，解空間 \mathbf{X} は有限個の部分空間 U_j に分割できる．

いま， \mathbf{X} を凸部分集合 U_j により有限個の部分空間に分割したとする．実際，この仮定は， \mathbf{R}^m の閉部分空間の閉部分空間は再びコンパクトであることから，矛盾無く成立することが容易に理解できる．この場合，各部分集合 U_j における目的関数の最大値を $F(U_j)$ で表すことにすれば，得られた解 $\mathbf{x}^* \in \mathbf{X}$ が大域的最適解であるための必要十分条件は，

$$f(\mathbf{x}^*) = \max\{F(U_j)\} \quad \dots (2.29)$$

となることである．ここで U_j が凸であることから，本質的には，十分に小さく取った有限個の U_j 全てに対して非線形計画法を適用し，その結果得られた $F(U_j)$ を比較

することで、目的関数を最適化する解 \mathbf{x}^* が得られる。この結論は、得られる解の品質が、解空間 \mathbf{X} の部分集合 U_j への分割の度合いと、各 U_j における最適解の品質とに依存することを表している。

一方、提案手法では解空間全体に対する探索は行わず、部分空間 U_j から U_{j+1} への移動に寸法最適化により得られた寸法ベクトルの方向成分を利用する。ここでいう U_j はある寸法ベクトルを規定した場合の、寸法の規定値及びその近傍におけるレイアウトに対する目的関数の集合である。したがって、探索により常に $g(U_j) \leq g(U_{j+1})$ となる。ここで、式(2.29)を満足する部分集合 U_j の探索は一般的には非凸最適化問題となるため、次の設計ステップで参照される部分集合 U_{j+1} の探索に関し、飛び移り現象を防ぎ探索の安定性を向上するために、式(2.23)で示される設計変数の更新幅に対するスケーリングを行った。この方法により、完全な意味での大域的最適解は得られないが、探索方法として次のような分類を行った場合、大域的最適化に近い品質を有する解を得ることが出来ると考える。

- (I) 大域的最適化
- (II) 順次繰り返し探索 (スケーリングあり)
- (III) 順次繰り返し探索 (スケーリングなし)
- (IV) 順次探索

ここで、順次繰り返し探索とは提案手法のように、固定する設計変数の軸を交互に変えながら解を探索することを表し、順次探索とは、固定する変数の軸を一度だけ変えて探索することを表す。上記の番号は、番号が小さいほど解の品質が高く、探索に計算コストを要する。次項で記述するように、一般的には大域的最適化は有限回の設計ステップでは実現できないことから、提案手法を採用することは現実的であり妥当であると考えられる。

2. 4 補強設計問題の取り扱い方法

前項までに記述したように、本研究で想定する補強設計問題を、ビーム部材の挿入を想定し、そのトポロジー、レイアウト、断面形状を離散変数とし、断面寸法のみを連続変数として取り扱うことにする。トポロジーと断面形状は、位相空間で定義される特徴量であるため、連続変数として取り扱うことができず、離散変数として取り扱うことが妥当であると考えられる。これに対して、レイアウトは、挿入部材の両端の三次元座標により決定される変数であるので、本質的には連続変数としての設計が可能である。目的関数の性質が既知であり、凸で C^2 級の連続関数であること

が判っている場合には、解の改善を行うためには設計変数を連続としたほうが有利である。これは離散変数に比べて連続変数の方が感度などの情報を設計に有効に利用できるからである。しかしながら、一般にトポロジーやレイアウトの設計は大域的に非凸な多峰性の問題となる[2.17]ため、数理計画法を用いることはできず、大域的に最適化可能な方法を適用する必要が生じる。Horst らの文献[2.18]によれば、ある局所最適解が大域的最適解であることを示す規則は無いとされている。これはすなわち、関数の1次もしくは2次感度などの、いわゆる局所的情報のみを用いることで大域的最適化を実現することはできないことを表している。また、伊理らの文献[2.19]によれば、大域的最適化を有限解のステップで行うことは本質的に不可能であるとされている。これは、大域的最適化は、解空間 X 、設計変数 x に対して、

$$f(x^*) < f(x) \quad \text{for } \forall x \in X \quad \dots (2.30)$$

となる解 x^* を探索することであり、確定論的に大域的最適化を行うためには、実行可能な解空間中の各点における目的関数評価値が既知であることの必要性を表している。ここで設計変数としてのレイアウトを連続変数として取り扱った場合には、目的関数を解空間全体で評価することは現実的には不可能であるため、初期値に依存した局所解しか得られないことになる。これに対して、レイアウトを離散変数として取り扱い、解空間全体の目的関数を任意の離散化状態で近似すれば、目的関数の評価は有限回ですみ、大域的な解の探索を行うことができる。今回想定する問題では、レイアウトに関する解空間が限定的であり、主構造の存在位置や領域制約により解空間が大きく限定されることから、この方法により現実的に解空間全体での応答関数の近似を行うことが可能となる。

レイアウトを離散変数とした設計問題に対して、GA に代表される確率論的解法の適用が考えられる。このような確率論的解法は、最適解を得られる保証が無い代わりに、設計ステップを大きくするにつれ、得られる解が指数関数的に最適解に近づき、結果として十分満足できる品質の解が得られるといわれている[2.20]。特に GA は、1975 年に Holland[2.21]により発表された後、1989 年に Goldberg による有名な著書” Genetic Algorithms in Search, Optimization and Learning”[2.22]が記されてから、多峰性関数に対する強力な解法として注目され、多くの研究がなされてきた。

本研究におけるレイアウト設計問題も、このような確率論的な手法により解くことは可能である。しかしながら、GA を用いた設計手法を実用に供する場合には

- (I) 全体の解に対し、各設計段階における解候補の品質が不明である

(II) 設計変数の変化に伴う設計の改善効率が不明である

等の問題点がある。これらの問題点は、工学的に最適化手法として利用する上で、従来確率論的最適化手法を用いる場合に問題視されてきた、「数学的に厳密な最適解が得られる保証がない」という点よりもはるかに致命的であると考ええる。

実設計においては、最適解そのものを利用するのではなく、設計変数の目的関数に対する感度を情報として用いる場合がある。第1章で記述したように、実際の製品開発に際して、感度解析を一度行っただけで設計改良の指標とする例も報告されている。したがって解の改善過程や変数の感度が明らかでない手法は、設計を能動的に操作できないため、実設計への適用が困難であると考ええる。かかる理由から、本研究では、GA等の確率的手法を用いずに、確定的手法を用いて設計を行う。

すでに記述したように、多峰性関数に対する最適化を行う場合には、解空間全体における関数形状が既知である必要がある。これに対し、任意の精度で解空間を離散化し、各点をサンプリング点としてその点での関数値を計算し、その結果から応答関数を近似することで、大域的な最適解を近似的に得ることが可能となる。一般的な大域的最適化では、解空間全体を有限個の離散点で代表することはできないが、本研究で想定するレイアウト設計では、設計変数であるレイアウトは主構造上の2点により表現されるため、限定的に解空間全体を表現することが比較的容易である。さらに、この設計問題で非凸性が現れるのは、構造において近傍の局所座標系が極端に変化する箇所であると考えられるため、現実的に用いられる構造を想定すれば、実用的な程度の離散化で十分な近似が可能になると考える。精度の高い解を要求する場合には離散化を詳細に行えばよいし、連続変数としての解を要求する場合には得られた離散解を初期値として非線形計画法の適用を行えばよい。この際に離散点間隔中では目的関数が凸である必要があるが、この点に注意すれば、設計初期から連続変数を想定して解を探索するよりもはるかに安全かつ効率よく最適解が探索可能となる。したがって本研究では、レイアウト設計は、主構造上に離散的に解の候補点を設け、そこでの目的関数値を全て計算することにより、目的関数を解空間全体で近似し、その結果を用いて最適な補強レイアウトを決定するものとする。

以上のようなトポロジー、レイアウト、断面形状及び寸法の取り扱いを想定し、部分設計問題個別及び全体の設計手法を構築する。

2.5 提案手法の概略

提案手法は、想定するトポロジーに対し補強レイアウトと補強部材断面形状の同時設計を行い、得られた結果を各トポロジーごとに比較する手順をとる。また、補強レイアウトと補強部材断面形状の同時設計においては、設計問題を分離し、各部

分設計問題間の相互影響を表現するためのフィードバックループを用いた設計手法を適用する。Fig.2.17 に提案手法の概略的な流れを記述する。具体的な手順は以下の通りである。

- (1) 挿入する部材の最大本数，初期断面形状，初期断面寸法などを予め規定する。
- (2) 主構造に対して，構造解析を行い，変形状態を調査する。
- (3) 挿入部材の位置に対する単位体積当たりの感度を計算する。この時点で計算される感度を部材のレイアウト感度と呼称する。
- (4) レイアウト感度を補強位置の全候補に対して計算し，最大のレイアウト感度を有する補強位置を探索する。ここで得られた解をレイアウト設計ステップでの解候補とする。
- (5) レイアウト設計ステップにおける解候補に対して，変位制約条件を用いて断面寸法の重量最小化問題を解く。断面形状候補が複数個存在すれば，各断面形状について設計を行った結果を比較し，最適な断面形状と断面寸法の組を求める。この設計ステップをサイジング設計と呼称する。
- (6) 計算終了判定を行う。ここでは，断面形状の変化に対するレイアウト設計結果の変化が無くなった場合，もしくは目的関数が改善しなくなった点で計算を打ち切ることとする。
- (7) 計算が継続となった場合，サイジング設計結果に基づき，初期断面形状及び寸法の仮定を更新し，新たな断面形状及び寸法に対するレイアウト感度を計算し直す。
- (8) 以上の計算を想定するトポロジーの全てに対して繰り返す。結果として，想定するトポロジーの個数分の解候補が得られる。
- (9) 得られた解候補に対して目的関数の値を比較し，最終解を決定する。

以上の設計の流れに基づき，具体的な設計手法及び設計システムを構築する。

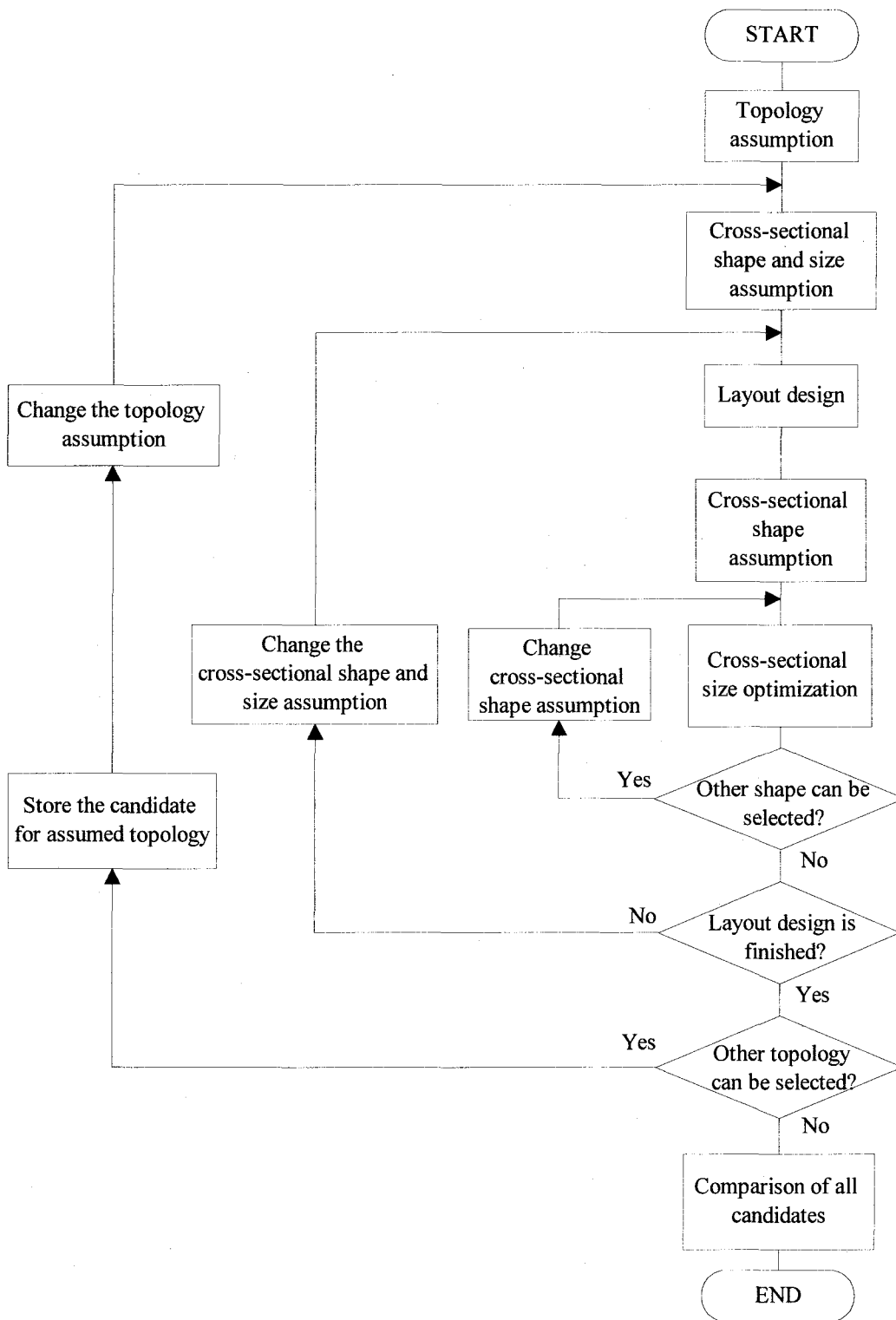


Fig.2.17 Concept of proposed design method

2.6 まとめ

本章では、ビーム状部材挿入を想定した補強構造設計問題について、設計問題の定義及び設計手法構築の方策について記述した。設計変数は補強構造のトポロジー、補強部材のレイアウト、補強部材断面形状及び寸法とした。また、それらを全てを決定する設計問題を、各設計変数を個別に決定する部分設計問題に分離し、各部分設計問題の特徴に応じた設計手法の適用を検討した。特に、レイアウト設計問題と断面形状及び断面寸法設計問題間に存在する相関について検討し、その相互影響を考慮する必要性を記述した。

これらの検討に基づき、上述の設計変数全てを決定可能であり、かつレイアウトと断面形状及び寸法の双方向影響を考慮可能な設計手法の概略を提案した。

参考文献

- [2.1]石井恵三, “位相-形状最適化とイメージをもとにした構造解析”, 仮想試作・仮想生産を加速する最適化技術セミナー資料, (1997).
- [2.2]井原久, 下田昌利, 畔上秀幸, 桜井俊明, “汎用 FEM コードを用いた構造の位相最適化と形状最適化の統合”, 日本機械学会第 73 年全国大会講演論文集 (IV), No.95-10,(1995), pp.391-392.
- [2.3]Bensoe, M. P. and Kikuchi, N., “Topology and Layout Optimization of Discrete and Continuum Structures”, Structural Optimization: Status and Promise(Ed. Kamat, M. P.), AIAA, (1992), pp.517-547.
- [2.4]Yang, R. J., “Multidiscipline Topology Optimization”, Computers & Structures, Civil-Comp Ltd. And Elsevier Science Ltd., Vol.63, No.6, pp.1205-1212.
- [2.5]森田茂之, トポロジー, 20世紀の数学, サイエンス社, (1998), pp.66-72.
- [2.6]和達三樹, 微分・位相幾何, 岩波書店, (1996).
- [2.7]中西康彦, 中桐滋, “境界輪体によるトラスの位相最適化 (不適切な構造を回避する設計変数の導出)”, 日本機械学会論文集 A 編, 61, 584, (1995), pp.159-164.
- [2.8]中西康彦, “ホモロジー群による位相の表現とその構造最適化への応用 (第 1 報, 抽象的な図形問題を例題としたホモロジー理論応用の可能性に関する検証)”, 日本機械学会論文集 A 編, 63, 612, (1997), pp.150-157.
- [2.9]中西康彦, “ホモロジー群による構造のトポロジー表現と GA への応用”, 日本機械学会第 3 解最適化シンポジウム講演論文集, (1998), pp.227-282.
- [2.10]和達三樹, 微分・位相幾何, 岩波書店, (1996).
- [2.11]梶原逸郎, 河辺佳子, 吉田忍, 三枝省三, 長松昭男, “振動問題における構造物の形状最適設計”, 日本機械学会論文集 C 編, 61, 587, (1995), pp.20-25.

- [2.12]Michell, A. G. M., “The Limits of Economy of Material in Frame-structures”, *Phil., Mag.*, 8, (1904), pp.589-597.
- [2.13]畔上 秀幸, “形状最適化法の歴史を振り返って”, 日本機械学会第3解最適化シンポジウム講演論文集, (1998), pp.195-200.
- [2.14]土方明躬, 布施敏也, 小笹圭介, 杉山美樹, “GAによる立体骨組み構造の位相最適化”, 日本機械学会第73期通常総会講演会講演論文集 I, No.96-1, (1996), pp.231-232,
- [2.15]Singer, I. M. and Thorpe, J. A. 著, 赤攝也 監訳, *トポロジーと幾何学入門*, 培風館, (1976), p.41.
- [2.16]Singer, I. M. and Thorpe, J. A. 著, 赤攝也 監訳, *トポロジーと幾何学入門*, 培風館, (1976), p.21.
- [2.17]Bletzinger, K. U., Maute, K., Reitering, R. and Ramm, E., “Layout of linear and nonlinear structures by shape and topology optimization”, *IUTAM Symposium on Optimization of Mechanical Systems* (eds. Bestle, D. and Schielen, W.), Kluwer Academic Publishers, (1996), pp.49-56.
- [2.18]Horst, R. and Tuy, H., *Global Optimization – Deterministic Approached* (2nd ed.), Springer-Verlag, (1993).
- [2.19]伊理正夫, 今野浩, 刀根薫 監訳, *最適化ハンドブック*, 朝倉書店, p.607.
- [2.20]Solis, F., J. and Wets, R., J., E., “Minimization by random search techniques”, *Mathematics of Operations Research*, 6, (1981), pp.19-30.
- [2.21]Holland, J. H., “Adaptation in Natural and Artificial Systems”, University of Michigan Press, (1975).”
- [2.22]Goldberg, D. E., “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”, Addison Wesley, (1989).

第3章 補強設計手法の提案

3.1 はじめに

第2章で、トポロジー設計、レイアウト設計、断面形状設計及び断面寸法設計に関する設計手法構築に際し、実際には各設計問題を部分設計問題とし、それらを組み合わせることで各設計変数の全てを決定する設計手法を提案した。本章では、それら各部分設計問題に対する設計手法を具体的に記述する。

これらの各部分設計問題は、設計変数の性質がそれぞれ異なるため、個別の設計手法を用いる必要がある。断面寸法設計は、非線形計画法の適用により解くことができる。また、本研究におけるトポロジー設計や断面形状設計は、距離空間に属さない特徴量を設計変数とするため、感度などを用いる手法は適用できず、解候補の間で単純比較を行う。この場合計算コストが問題となるが、トポロジーや断面形状の候補数を少数とすれば、実用上は設計可能となる。

これに対し、レイアウト設計は、大規模な組合せ問題となるため、組合せ最適化そのものの困難さだけでなく、設計過程における評価関数の計算回数も大きな問題となる。

そこで本章では、レイアウト設計に関して、本設計問題の特徴を考慮した設計手法の提案を行う。また、断面寸法設計に関しては採用した非線形計画法について記述し、さらにトポロジー設計及び断面形状設計手法についてその内容を記述する。

3.2 各部分設計問題に対する設計手法の詳細

3.2.1 レイアウト設計手法

レイアウト設計では、本質的には式(2.6)を最大化する補強レイアウトの探索を行う。式(2.6)により、単位体積あたりの主構造全体の変形抑制率を表し、断面形状設計による最大変位抑制に最も効果が高い補強レイアウトを解とすることを目的とした。

この際に、前述のように複数本の部材挿入を想定し、配置を離散的に考えた場合には、組合せ数が本数の増加に対して指数関数的に増加するため、それに応じて解の探索に要する計算コストも増大する。この問題に対しては、解の探索手法の改善とともに、評価関数に要する計算コストの低減も考慮する必要がある。

補強部材を一本だけ挿入する場合には、各断面形状に対して式(2.6)を計算し解の探索を行うこととした。複数本の部材挿入に対しては、式(2.6)を逐一計算することが考えられるが、この場合の組合せ数は挿入本数が増えるにつれ莫大となるため、次のような演算に置き換えることを考える。

いま、式(2.6)の f に関する新たな演算子として、次の条件を満足する演算子 \circ を考

える．ここで下添え字 i, j は補強部材両端の節点番号を表し， k は変位ベクトル \mathbf{d} を参照する節点番号を表す．また上添え字 *org*, *reinforced* はそれぞれ補強前及び補強後を表す．

$$\left. \begin{aligned}
 f_{ij}^{(1)} &= \Delta f_{ij} \circ^{(0)} \Delta \mathbf{e}_{ijk} = \Delta f_{ij} \\
 f_{ij}^{(2)} &= \Delta f_{ij} \circ^{(1)} \Delta \mathbf{e}_{ijk} \\
 &= \max_{i_2, j_2} \left(\sum_k \left[\left\{ \frac{|\mathbf{d}_k^{org}|}{V_{ij}} + \frac{|\mathbf{d}_k^{org}|}{V_{i_2 j_2}} \right\} - \left\{ \Delta \mathbf{e}_{ijk} + \Delta \mathbf{e}_{i_2 j_2 k} \right\} \right] \right) \\
 &\vdots \\
 f_{ij}^{(n)} &= \Delta f_{ij} \circ^{(n-1)} \Delta \mathbf{e}_{ijk} \\
 &= \max_{i_2, j_2, \dots, i_n, j_n} \left(\sum_k \left[\left\{ \frac{|\mathbf{d}_k^{org}|}{V_{ij}} + \sum_{m=2}^n \frac{|\mathbf{d}_k^{org}|}{V_{i_m j_m}} \right\} - \left\{ \Delta \mathbf{e}_{ijk} + \sum_{m=2}^n \Delta \mathbf{e}_{i_m j_m k} \right\} \right] \right)
 \end{aligned} \right\} \dots (3.1)$$

ただし， $\Delta \mathbf{e}_{ijk}$ は次式で表される．

$$\Delta \mathbf{e}_{ijk} = \frac{\mathbf{d}_k^{reinforced}}{V_{ij}} \dots (3.2)$$

式(3.1)は物理的には，添え字 i, j により表される補強レイアウトに対して，想定するトポロジー n ，すなわち n 本の補強部材挿入を行った場合の単位補強体積あたりの補強効果の最大値を表している．また，式(3.1)は複数本の部材挿入後の単位体積あたりの変形状態を，1本の部材のみを挿入した変形状態から推測するものである．ここで，式(3.1)は n 本の部材挿入後の変位ベクトル $\mathbf{d}^{(n)}$ の，初期状態からの単位補強体積あたりの変化量 $\Delta \mathbf{d}^{(n)}$ が，

$$\Delta \mathbf{d}^{(n)} \approx \Delta \mathbf{d}^1 + \Delta \mathbf{d}^2 + \dots + \Delta \mathbf{d}^n \dots (3.3)$$

と表現できるという仮定に基づいている。ただし Δd^n は n 番目の部材挿入に伴う単位補強体積あたりの変位変化率ベクトルである。この仮定は、補強部材が主構造と比較して十分小規模であるときは妥当であると考えられる。

このような演算を定義する目的は、部材挿入本数が増加するにつれ、レイアウト設計における評価関数の計算回数が莫大となることから、その計算を単純な代数計算に置き換え、計算コストの削減を行うことである。一般的には、ある主構造に対して1本の補強部材挿入を想定した場合の設計に基づき、複数本の部材挿入を想定したレイアウト設計を行うことはできない。例として、Fig.3.1のような主構造に対して、補強部材の端点を表すサンプリング点を5mm間隔で設け、ある断面形状を有する補強部材の挿入本数を1本とした場合の目的関数 f のマップを Fig.3.2 に示す。なお、本論文中で示す f マップに関して、中央部付近で顕著な不連続性がみられるが、これは、例えば補強レイアウトが (i, i) となるような部材は存在せず、補強効果が定義できないためである。これに対して、同じ断面形状を有する補強部材の挿入本数を2本とした場合の目的関数 f のマップを Fig.3.3 に示す。Fig.3.3 は、1本の補強レイアウト (i, j) に対して他方の補強レイアウトを変化させた場合の、目的関数 f の最大値を表している。したがって、 n 本の部材挿入を考えた場合の f のマップは

$$f_{ij} = \max_{i_2, j_2} \left(\cdots \max_{i_n, j_n} \left(\langle f \rangle^{n-1}_{i_n, j_n} \right) \right) \cdots (3.4)$$

を表している。ここで $\langle f \rangle^n$ は初期構造に対してすでに n 本の補強がなされている状態を表す。このことから、複数本の部材挿入を想定した場合でも、 f のマップを最大とするレイアウトの組合せが最適解となる。ここで、Fig.3.2 と Fig.3.3 を比較すると、明らかに異なる補強レイアウトが解として得られる。さらに、2本の部材挿入を1本ずつの挿入に分けて順次設計することを考える。この場合、Fig.3.2 で得られた解を用いて補強を行い、その構造を主構造として再び部材挿入本数を1本とした f のマップを作成することになる。そのときの f のマップを Fig.3.4 に示す。この結果は、あらかじめ2本の部材挿入を想定した場合の f のマップと明らかに異なることから、複数本の部材挿入の想定に対して1本ずつ部材挿入を順次行う設計は誤りであり、適用できないことが判る。

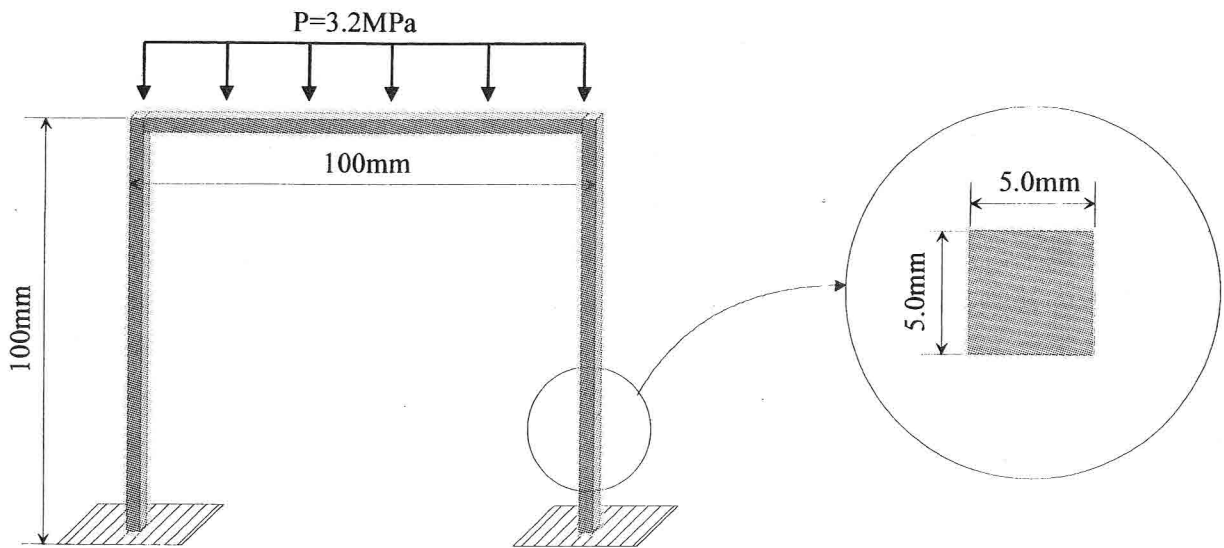


Fig. 3.1 Gate-like structure

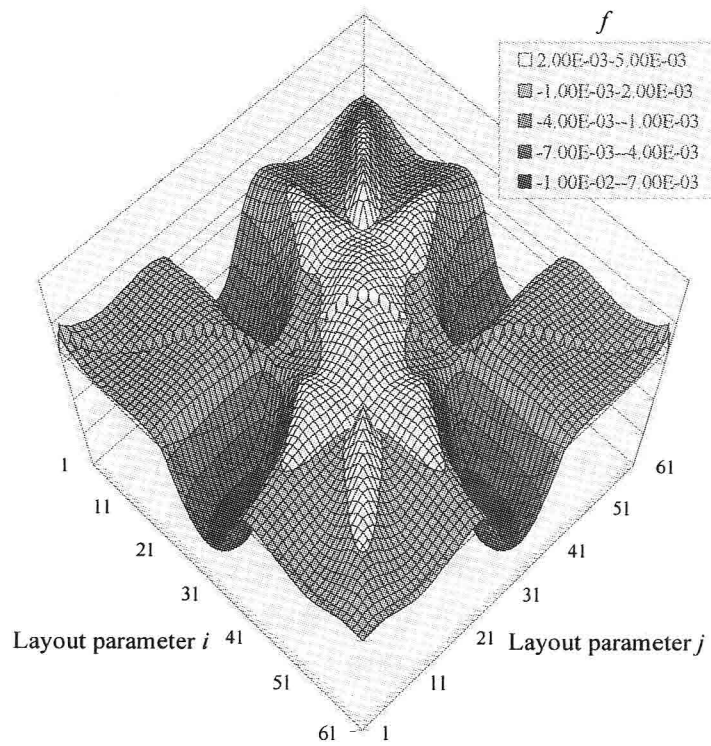


Fig.3.2 f -map on considering 1st insertion of reinforcement

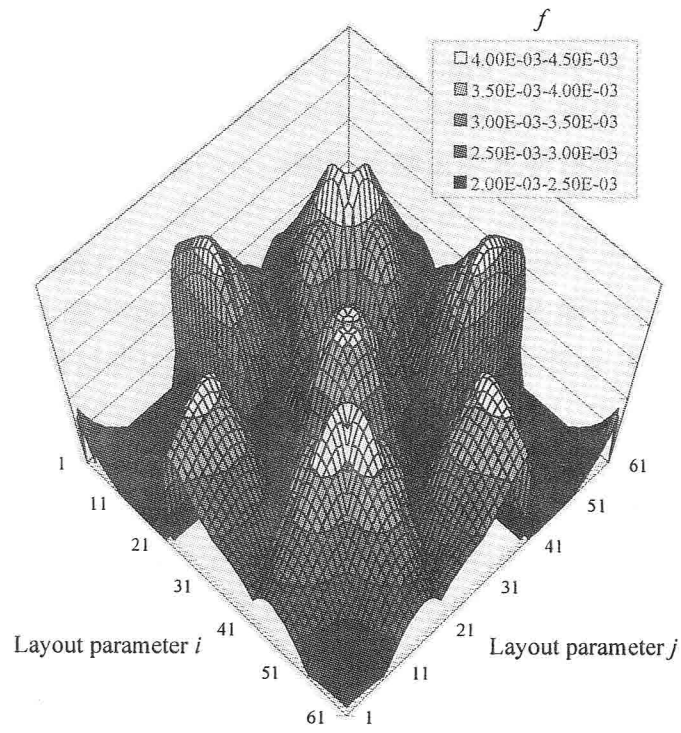


Fig.3.3 f -map on considering 2nd insertion of reinforcement

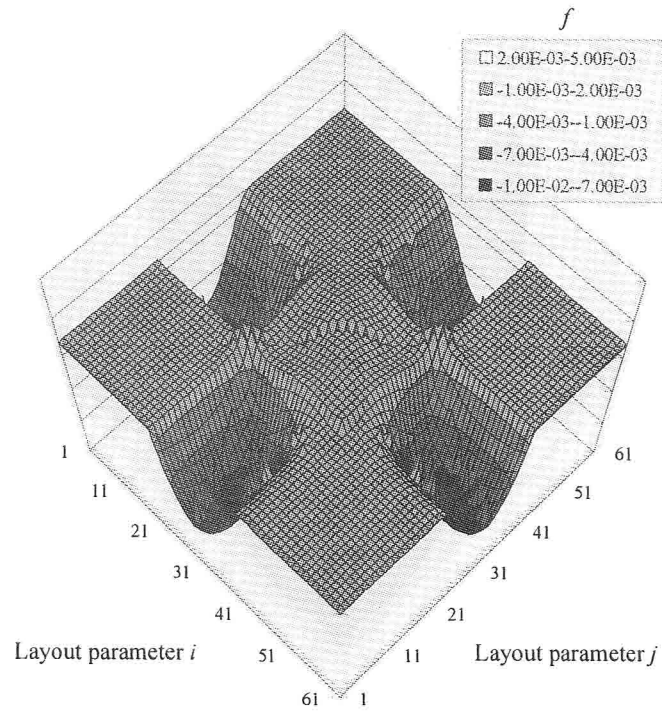


Fig.3.4 f -map on considering 2nd insertion of reinforcement after 1st reinforcement

次に、提案する演算、すなわち式(3.1)を用いて2本の部材挿入を想定した場合の f のマップを Fig.3.5 に示す。Fig.3.2 と Fig.3.5 を比較すると、 f のほぼ同様な分布が得られていることが判る。特に、1本の部材挿入を想定した場合、負の値となっていた部分が2本の部材挿入想定時と同様に正の値となっていることは、複数本の部材挿入の影響を表現できていることを表している。この物理的意味を Fig.3.6 に示す。Fig.3.3 において f が負となっている部分は、Fig.3.6(a)に示したように、補強部材挿入により変形が横方向に逃げ、結果として初期状態より大きな変形が構造全体に生じていることを表す。これに対し、複数本の部材挿入を想定した場合、Fig.3.6(b)に示したように、対称となる部材挿入によりこの変形が抑制され、構造全体の変形を抑えることが出来る。このような効果は、部材を複数本同時に挿入した状態を想定しなければ表現できないことから、提案手法による複数本の部材挿入を想定したレイアウト設計の必要性及び妥当性が判る。また、Fig.3.3 を得るために要した計算コストは、Intel 社製 CPU Pentium II 400MHz, メモリ 128MB, OS として Microsoft 社製の Windows95, コンパイラとして Microsoft 社製の Visual C++

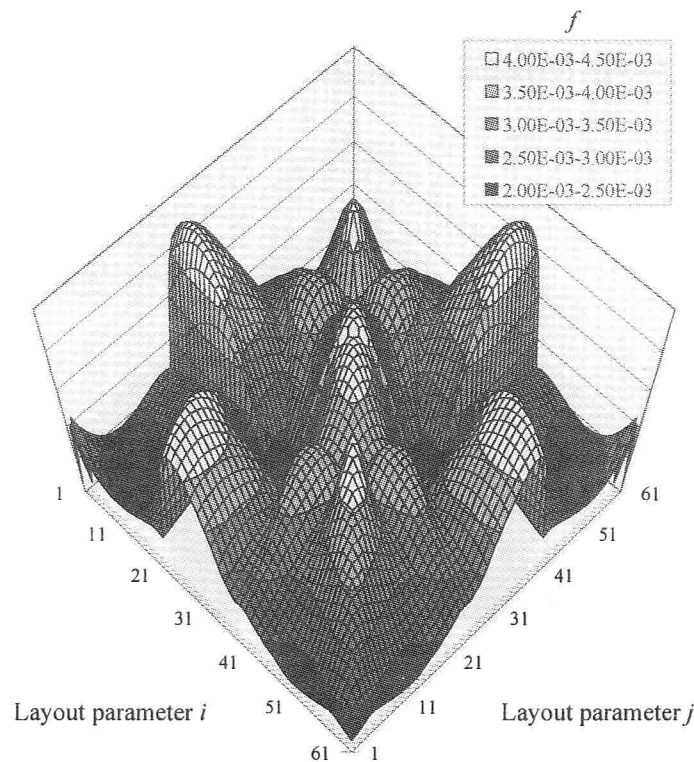


Fig.3.5 f -map on considering 2nd insertion of reinforcement with proposed method

Ver.4.0 を用いたコンピュータで計算を行った結果，約 121 時間を要した．これに対して，提案手法を用いて Fig.3.5 を計算する場合 10 分程度で解が得られることから，計算コストの面において提案手法が非常に有効であることが判る．

以上の考察により，本研究におけるレイアウト設計問題は，式(3.1)を評価関数とし，補強レイアウトを表す挿入部材両端の指標を探索することとする．したがって，実際に解く補強レイアウト設計問題は，

$$\left. \begin{array}{l} \text{Find } i, j, \dots, i_n, j_n \quad (i_n, j_n) \in S \\ \text{To minimize } f_{ij}^{(n)} \end{array} \right\} \dots (3.5)$$

となる．この問題を具体的に解くには， $f_{ij}^{(n)}$ マップを実際に作成し，その上で探索する．

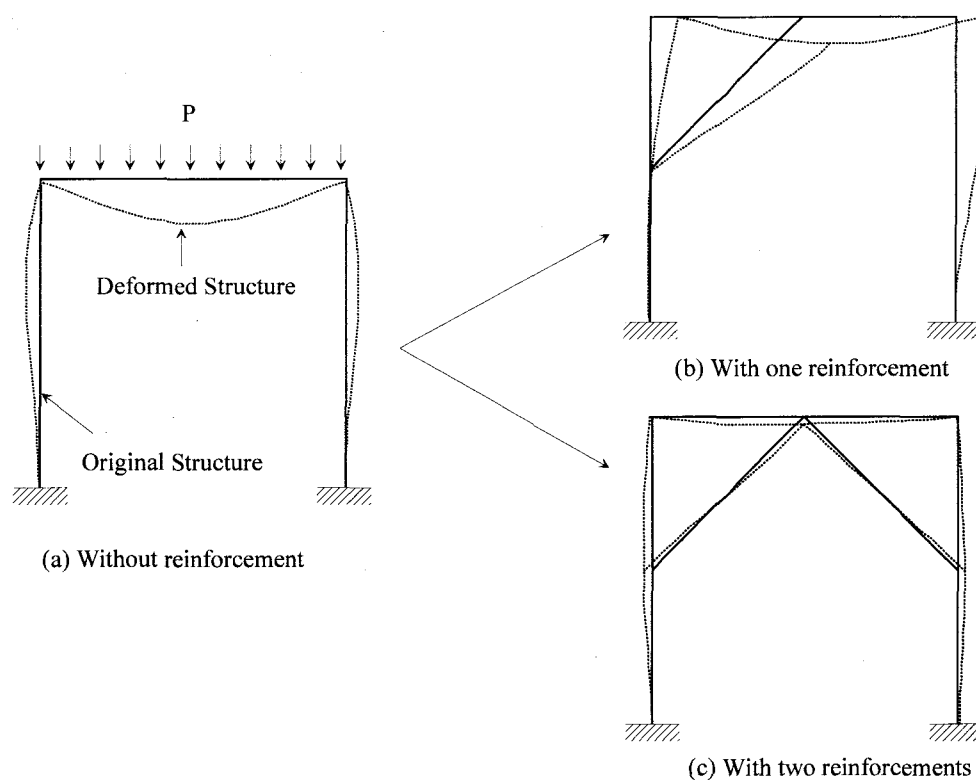


Fig.3.6 Effect on deformation by multi-insertion of reinforcement

3.2.2 寸法設計手法

断面寸法最適化手法には，非線形計画法を用いる．制約条件付き最小化問題を解

くために、外点ペナルティ法と DFP 法を併用した。手法の概要を以下に示す。

DFP 法(Davidon-Fletcher-Powell Method)は、目的関数の二階偏微分行列（ヘッセ行列）を、DFP 公式により近似的に算出する準ニュートン法であり [3.1],[3.2]、制約条件なし非線形最適化問題に対して用いられる。DFP 法による最適化システムの流れを Fig.3.7 に示す。

また、実際の計算手順は以下の通りである。なお、本節において式(3.6)から式(3.12)、Fig.3.7 及びそれらにかかる文章に用いた記号 \rightarrow に関して、 $A \rightarrow B$ は A から B への代入を表し、式中の上付き括弧付き文字は最適化ステップを表すものとする。

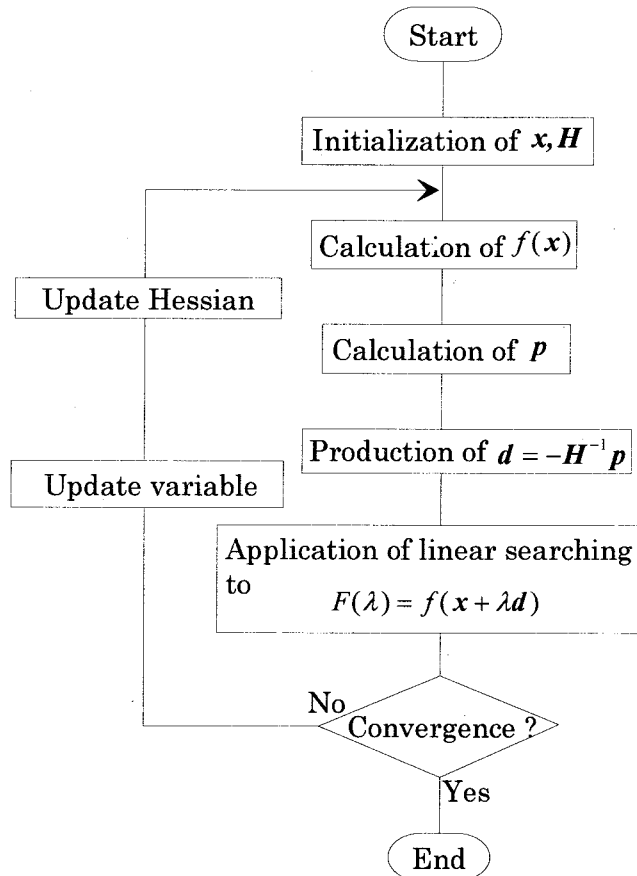


Fig.3.7 Flow chart of DFP method

(1) 設計変数ベクトル x 及びヘッセ行列 H を初期化する。

$$\left. \begin{array}{l} x_0 \rightarrow x^{(0)} \\ I \rightarrow H^{(0)} \end{array} \right\} \dots (3.6)$$

ここで \mathbf{x}_0 は設計変数ベクトルの初期値， \mathbf{I} は単位行列を表す。

(2) 目的関数 $f(\mathbf{x})$ に関して，勾配ベクトル $\mathbf{p}^{(k)}$ を計算する。ここで，

$$\mathbf{p}^{(k)} \equiv \text{grad } f(\mathbf{x}^{(k)}) = \left\{ \frac{\partial f(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_i}, \dots \right\}^T \quad \dots (3.7)$$

である。なお，この計算は，実際には有限差分を用いて，

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}^{(k)})}{\partial x_i} \approx \frac{f(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_i^{(k)} + dh, \dots) - f(\mathbf{x}^{(k)})}{dh} \quad \dots (3.8)$$

として近似する。ここで dh は微小な増分パラメータである。

(3) 探索方向ベクトル $\mathbf{d}^{(k)}$ を次のように決定する。

$$\mathbf{d}^{(k)} = -\mathbf{H}^{-1(k)} \mathbf{p}^{(k)} \quad \dots (3.9)$$

(4) 更に，(3) により決定された探索方向ベクトルに対し，収束を安定させるために

$$F(\lambda) = f(\mathbf{x}^{(k)} + \lambda \mathbf{d}^{(k)}) \quad \dots (3.10)$$

なる関数を極小にする λ を線形探索により決定し，以下のように設計変数の更新を行う。

$$\mathbf{x}^{(k)} + \lambda \mathbf{d}^{(k)} \rightarrow \mathbf{x}^{(k+1)} \quad \dots (3.11)$$

なお， λ を決定するための線形探索に関しては，2次もしくは3次補間法は

DFP 法と相性が悪いことが知られている[3.3]ため、本研究では Fibonacci 探索[3.4]を用いた。

- (5) (2) と同様に、勾配ベクトルを算出した後、次の DFP 公式により行列 H を更新する。

$$H^{(k)} + \lambda \frac{d^{(k)} d^{(k)T}}{p^{(k)T} H^{(k)} p^{(k)}} - \frac{H^{(k)} (p^{(k+1)} - p^{(k)})^T (p^{(k+1)} - p^{(k)}) H^{(k)}}{(p^{(k+1)} - p^{(k)})^T H^{(k)} (p^{(k+1)} - p^{(k)})} \rightarrow H^{(k+1)} \dots (3.12)$$

- (6) 以上の計算を繰り返し、勾配ベクトルのノルムが

$$\|p^{(k)}\| \leq \varepsilon \dots (3.13)$$

満足した場合に極値に達したとし、計算を終了する。

なお、 ε は計算精度であり、本研究では $\varepsilon = 0.01$ とした。また、制約条件付き最適化問題の定式化には、外点ペナルティ法を用いた。外点ペナルティ法を用いれば、変位制約がある重量最小化問題は、次のように書き換えられる[3.5]。

Find x
 To minimize $\varphi(x) = w(x) + \beta \langle g(x) \rangle^{in}$
 Such that $\langle g(x) \rangle = \begin{cases} 0 & (\delta_{\max} < \delta_D) \\ |\delta_{\max} - \delta_D| & (\delta_{\max} \geq \delta_D) \end{cases} \dots (3.14)$
 β : penalty coefficient

ここで、 δ_{\max} は最大変位、 δ_D は設計許容最大変位を表す。また係数 β はペナルティ係数で、ペナルティ関数 $\varphi(x)$ の形状を決定する意味を持つ。また、式(3.14)中の各項が一般には次元の異なることを考慮すれば、この係数は各項間の次元を統一するという意味も有する。なお、式(3.14)中の in は一般的な値として 2 を用いた。例として Fig.3.8 にペナルティ係数の変化に伴うペナルティ関数の形状変化を示す。ここで図中の関数 $f(x)$ に関し、 $\mu(x)$ を x の線形関数とし $\psi(x)$ は式(3.15)のような関数を想定した。式(3.15)中の $d(x)$ は任意の制約関数、 d_D は制約条件を表す数値である。

$$g(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & (d(\mathbf{x}) < d_D) \\ (d(\mathbf{x}) - d_D)^2 & (d(\mathbf{x}) \geq d_D) \end{cases} \quad \dots (3.15)$$

また、真の目的関数とペナルティ項とを比較すると数値的にオーダーが大きく異なることがあるため関数の条件が悪くなる。したがって本研究では真の目的関数 $w(\mathbf{x})$ に対し、新たな修正係数 α を付け加えることで関数の形状を操作し、収束状態を改善した。したがって、式(3.14)中のペナルティ関数 $\varphi(\mathbf{x})$ は実際には

$$\varphi(\mathbf{x}) = \alpha w(\mathbf{x}) + \beta \langle g(\mathbf{x}) \rangle^m \quad \dots (3.16)$$

となる。なお、各係数に関して、解の収束状態が係数により変化するため、実際にはこれらの係数に関しても最適化を行うことが望ましい。しかし、本研究では、いくつかのケースで数値実験を行い、その結果より α を、

$$\alpha = \frac{1}{w_0} \quad \dots (3.17)$$

とした。ただし w_0 は寸法最適化における初期重量である。また、 β に関しては、文献[3.6]を参考にして初期値を 5.0 とし、

$$\beta^{k+1} = 5.0 * \beta^k \quad \dots (3.18)$$

という関係により β を増加させながら最適化を行った。なお、 β に関する打ち切り条件として、

$$\beta > 10^6 \quad \dots (3.19)$$

を与えた。外点ペナルティ法では、本質的にペナルティ係数が $\beta \rightarrow \infty$ となる場合に正解を与えるが、数値解析を用いる場合には、ペナルティ係数を有限の値にする必要がある。したがって、経験的に広く採用されている上記の値を用いた。また、ペナルティ係数を段階的に増加させる理由は、次の通りである。

非線形計画法、特にニュートン法に属する手法を用いる場合は、探索点から最適点にかけての目的関数が 2 次関数で近似できる仮定を用いられている。さらに、探索においてヘッセ行列により表現される 2 次勾配もしくはセカント行列と一次勾

配を利用する。したがって、関数が探索点近傍で非常に険しい場合には、探索において悪条件となり、探索そのものの精度が非常に悪くなるだけでなく、場合によっては不安定となり、解の探索が不可能となることもある。かかる理由から、探索初期段階、すなわち探索点が最適点から離れている場合には、ある程度緩やかで、探索点が最適点に近づくとつれ変化の大きな関数が好ましい。

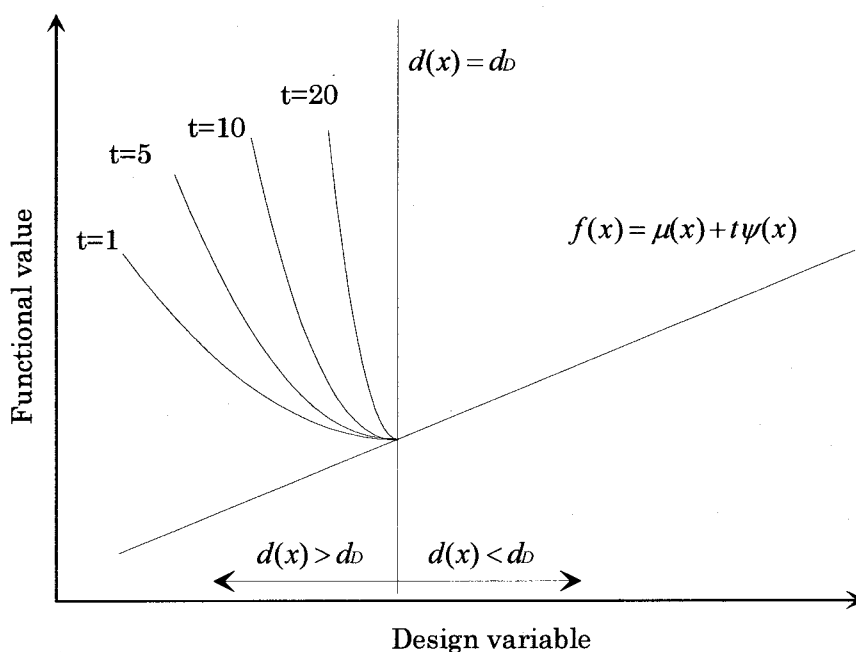


Fig. 3.8 Difference of external penalty function for changing penalty coefficient[3.6]

3.2.3 トポロジー設計手法、断面形状設計手法および全体の設計の流れ

本研究におけるトポロジー設計では、本質的に距離空間より上位の空間に属する設計変数を取り扱う。したがって、具体的な設計手法としては次のような手順を取る。

- (1) 任意のトポロジー、すなわち部材挿入本数を与える。
- (2) それに対して最適なレイアウト、断面形状、断面寸法の組を求める。
- (3) この手順を設計変数の定義域すなわち取りうるトポロジーに対して繰り返し、各トポロジー毎の目的関数を比較し、最適なトポロジーを得る。

次に断面形状の具体的設計法を記述する。断面形状は、ここでは円形、長方形、

I形など、概略的な形状の特徴量を表すものとする。断面寸法ベクトルの次元は、この断面形状に依存する。例えば断面形状が円形であれば、寸法として変更可能なパラメータは直径1つのみであり、断面形状が長方形であれば、パラメータは短辺と長辺の2つとなる。ここで、寸法をパラメータ表示すれば、相似な図形は全て同じ形状を有することになり、本研究で取り扱う形状というパラメータは距離空間上での特徴量を有していない。したがって、次の手順により最適な形状を得ることが出来る。

- (1) レイアウトが既定された各部材に対し、任意の形状を与える。
- (2) 最適な断面寸法を求める。
- (3) この手順を取りうる部材断面形状に対して繰り返し、各断面形状の組毎の目的関数を比較し、最適解を得る。

全体の設計の流れを Fig.3.9 に示す。次節で構築したシステムによる数値計算例を示す。

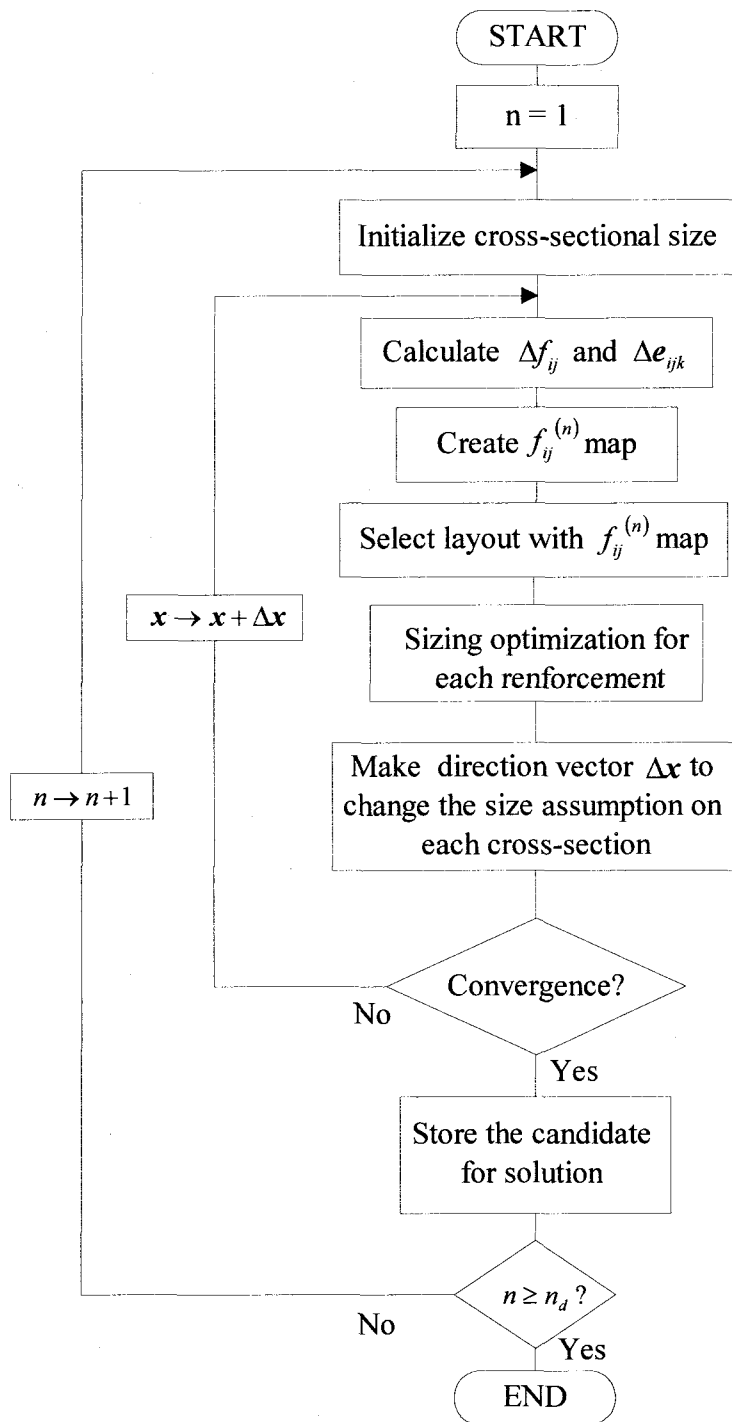


Fig.3.9 Flow chart of the proposed design algorithm

3. 3 数値計算例

適用例として、Fig.3.10 に示す門型構造の補強設計を行う。荷重条件は、Fig.3.11 に示すような構造上部に下方向等分布荷重及び横方向集中荷重が加わる場合の2通りの荷重形態を想定する。補強後の構造全体で生じる最大変位が設計許容値以下となることを考え、式(2.6)で想定した補強効果が最大とすることを目標とする設計を行う。以下に、レイアウト及断面形状設計例、並びにトポロジー設計例について示す。なお、レイアウト設計に関し、補強部材の端点の存在可能位置、すなわちレイアウト設計問題の解空間を Fig.3.12 に示す。図に示すように、主構造状に5 mm間隔で設けた点をレイアウト解候補とした。また、簡単のため断面形状として長方形とする。トポロジーは1もしくは2を想定した。

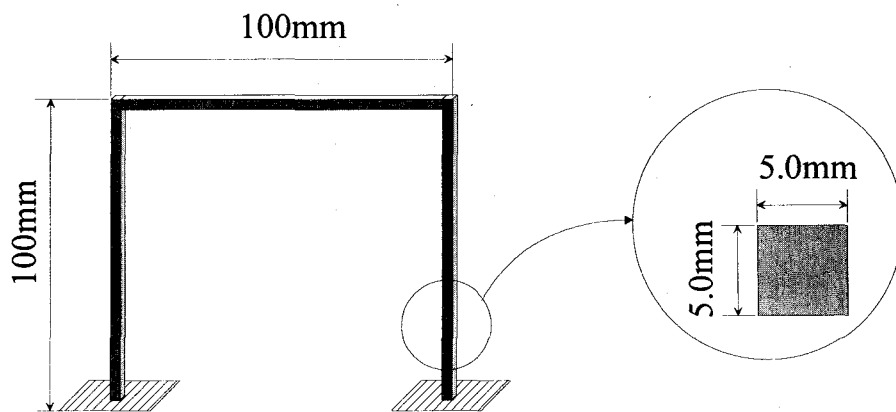


Fig.3.10 Gate-like structure

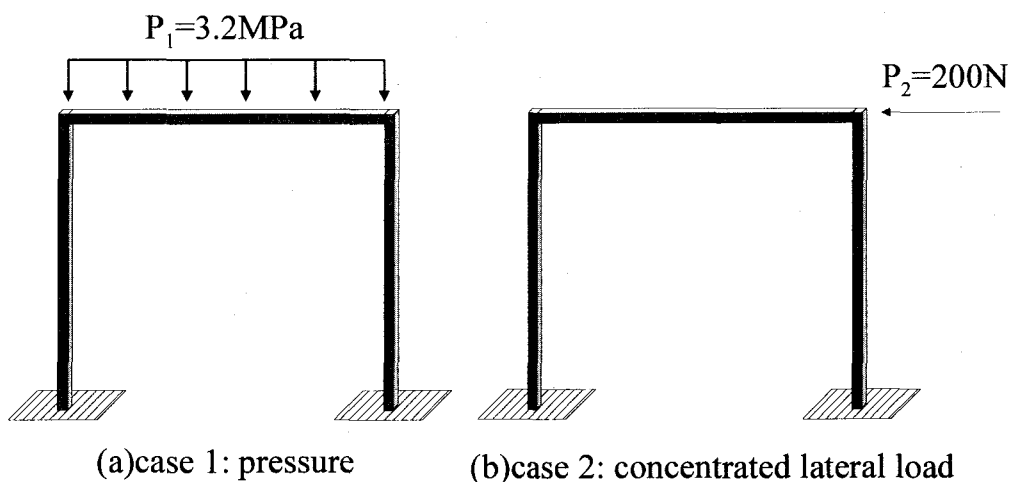


Fig.3.11 Considered load case

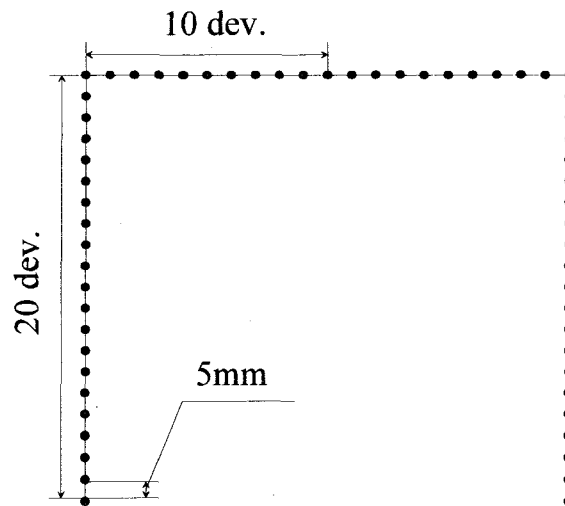


Fig.3.12 Sampling point for the layout candidate on main structure

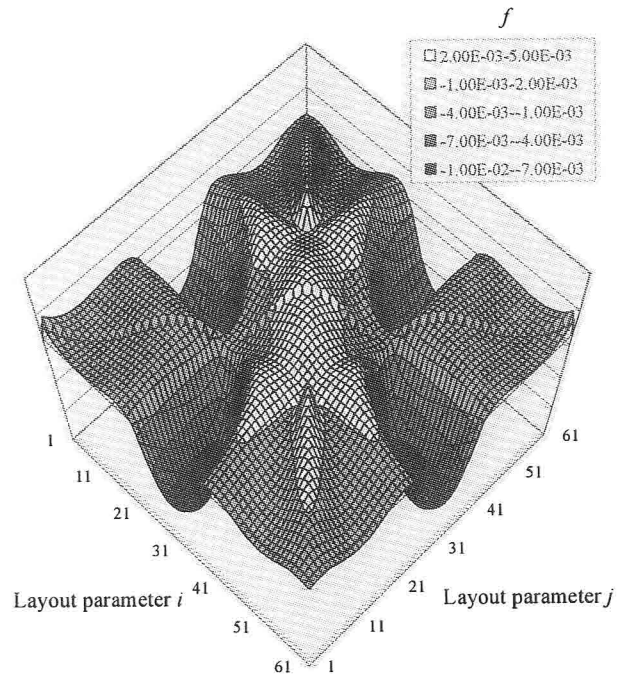
3.3.1 等分布荷重に対する補強設計

上下方向等分布荷重（荷重ケース1）に対して，変位制約として0.8mmを与えた補強設計を行う．初期部材断面形状を1辺が5.0mmの正方形として，レイアウト設計及び断面形状設計を行った．以下にトポロジーを1及び2とした場合の設計過程および設計結果について記述する．

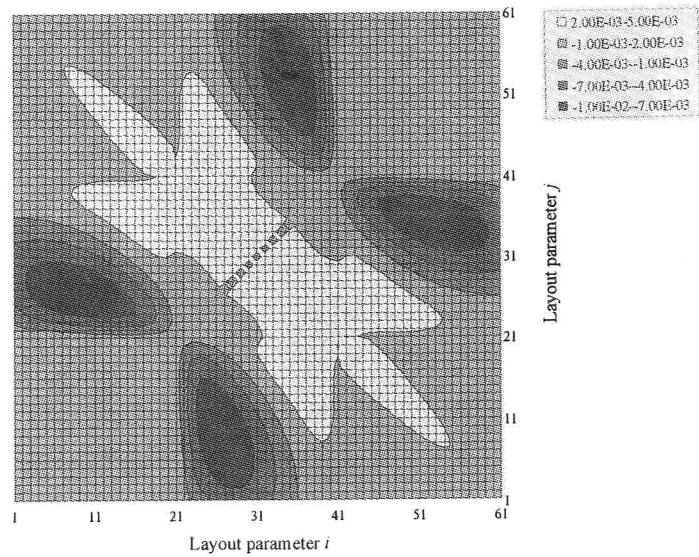
(a) トポロジーが1の場合

トポロジーが1，すなわち部材挿入本数を1とした場合の設計過程を以下に示す．Figs.3.13, 3.14 に設計過程で作成した f マップを，Fig.3.15 に f マップの変化に伴う最適レイアウト候補の変化を示す．さらに，Table 3.1 に設計過程における断面寸法の仮定，レイアウト候補及び得られたレイアウト候補に対する最適化後の断面寸法の変化を示す．表中の Step はレイアウト設計，断面形状設計及びフィードバックループを含めた一連の設計を行った回数を表す．また Assumed Size はレイアウト設計に用いる f マップ作成時に仮定する断面形状を表す．Layout Candidate は Fig.3.15 等を示された，設計過程で得られるレイアウト候補の番号を表し，Optimized Size とはそのレイアウトに対して断面寸法最適化を行った結果を表す．

なお，本ケースでは，設計過程において得られる補強レイアウト及び断面寸法が変化しなくなった時点で計算を打ち切った．

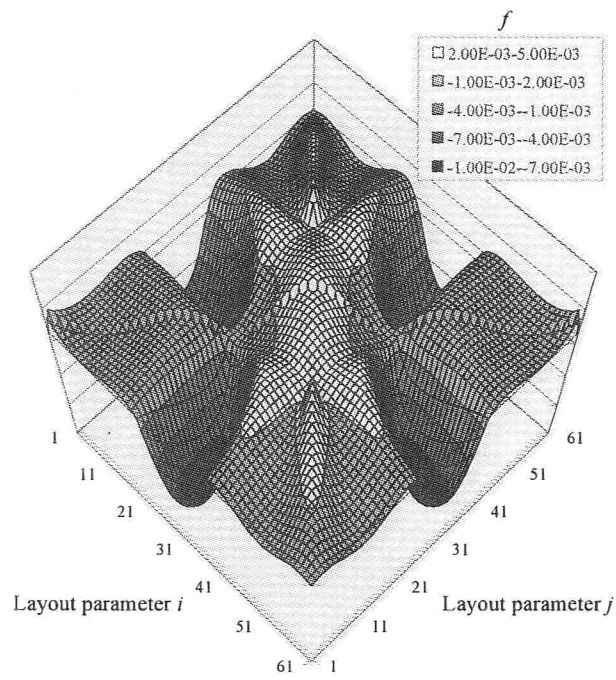


(a) bird view of f -map

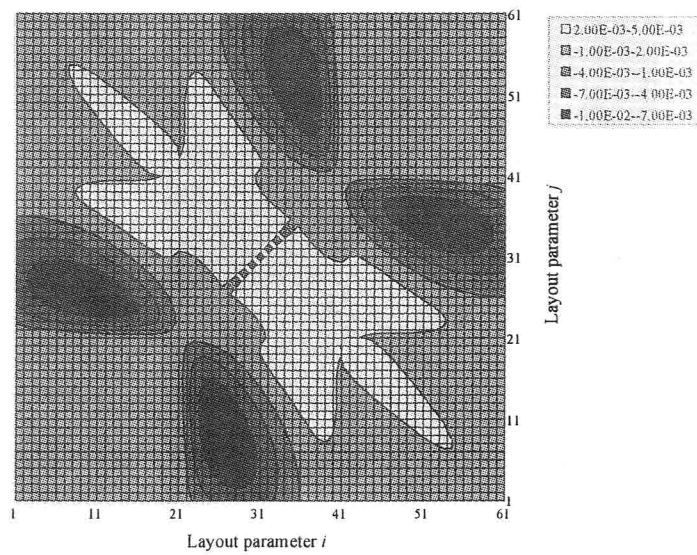


(b) top view of f -map

Fig.3.13 f -map for cross-sectional size: (5.0, 5.0)



(a) bird view of f -map



(b) top view of f -map

Fig.3.14 f -map for cross-sectional size: (0.67,0.67)

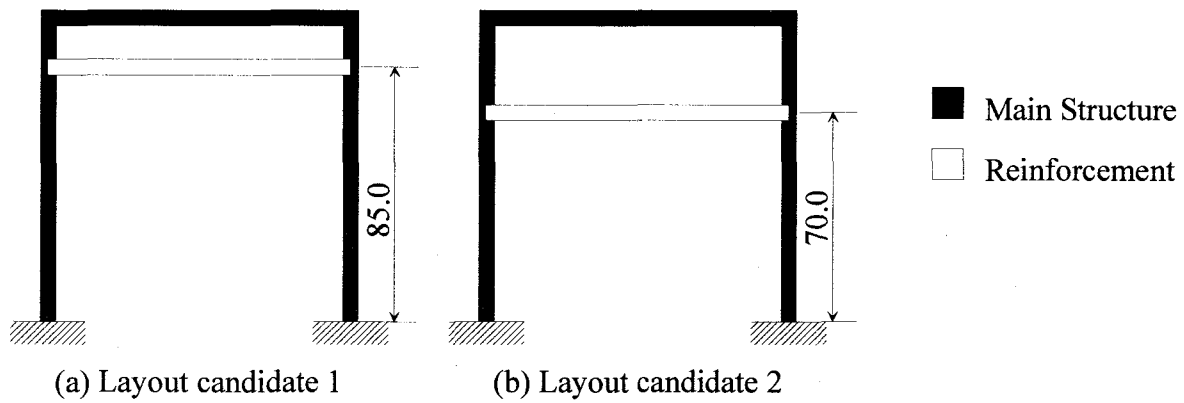


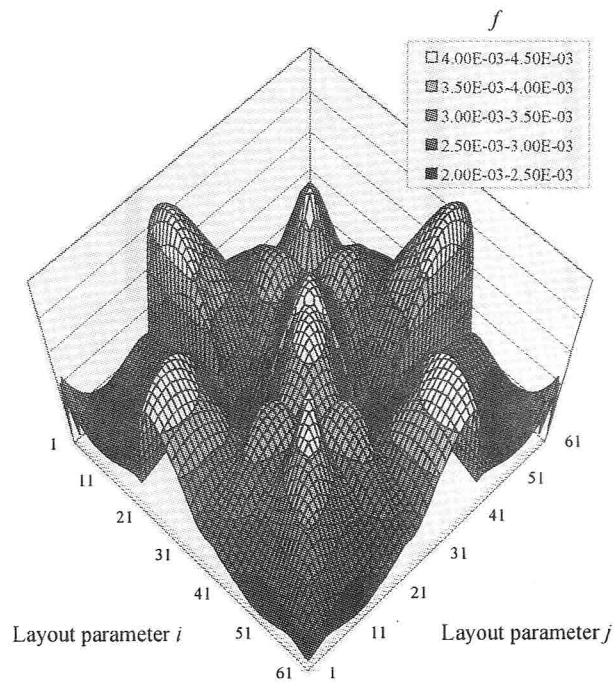
Fig.3.15 Alternation of layout on each f -map(unit:mm)

Table 3.1 Alternation of optimum cross-sectional size on each design step

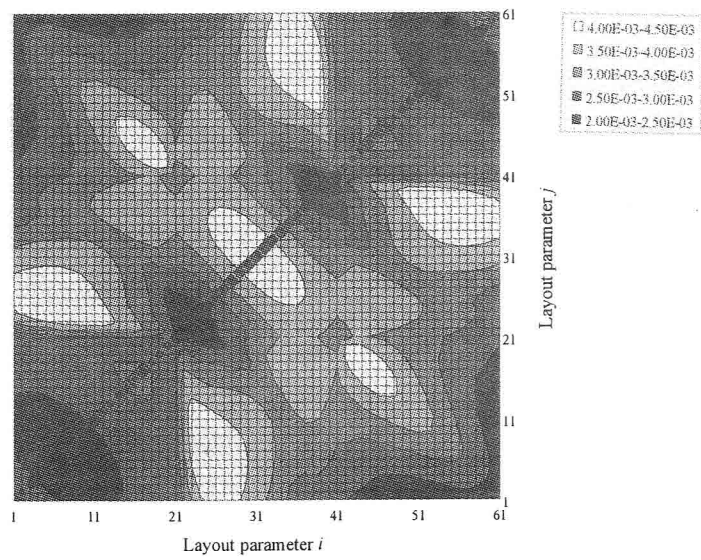
| Step | Assumed Size (mm) | Layout Candidate | f (mm ²) | Optimized size (mm) |
|------|-------------------|------------------|------------------------|---------------------|
| 1 | (5.00,5.00) | 1 | 0.00437 | (0.67,0.67) |
| 2 | (2.83,2.83) | 1 | 0.01302 | (0.67,0.67) |
| 3 | (0.67,0.67) | 2 | 0.12544 | (0.51,0.51) |
| 4 | (0.59,0.59) | 2 | 0.14327 | (0.51,0.51) |
| 5 | (0.51,0.51) | 2 | 0.16442 | (0.51,0.51) |

(b) トポロジー数が2の場合

トポロジーが1の場合と同様に、Figs.3.16~3.20 に設計過程で作成した f マップを、Fig.3.21 に f マップの変化に伴う最適レイアウト候補の変化を示す。さらに、Table 3.2 に設計過程における断面寸法の仮定、レイアウト候補及び得られたレイアウト候補に対する最適化後の断面寸法の変化を示す。本ケースでは、想定寸法よりも最適化後の寸法が大きくなる時点で計算を打ち切った。

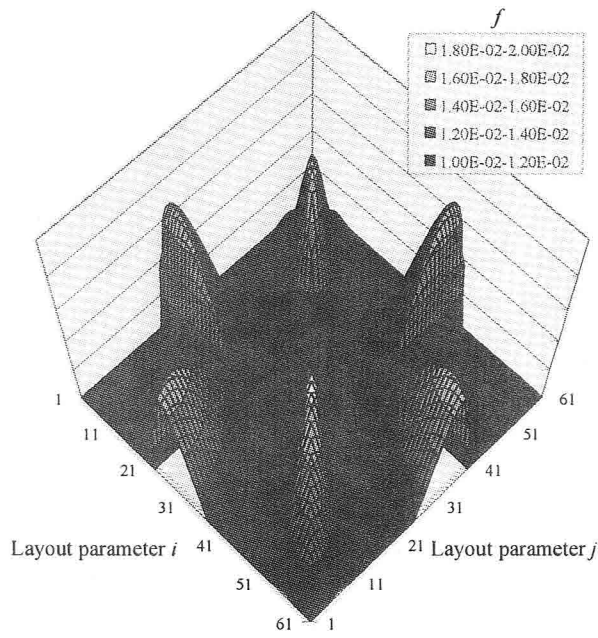


(a) bird view of f -map

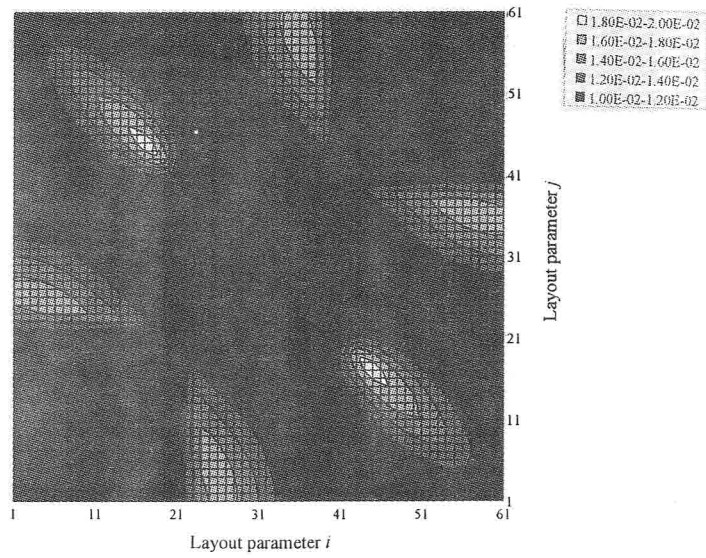


(b) top view of f -map

Fig.3.16 f -map for cross-sectional size: (5.0, 5.0)

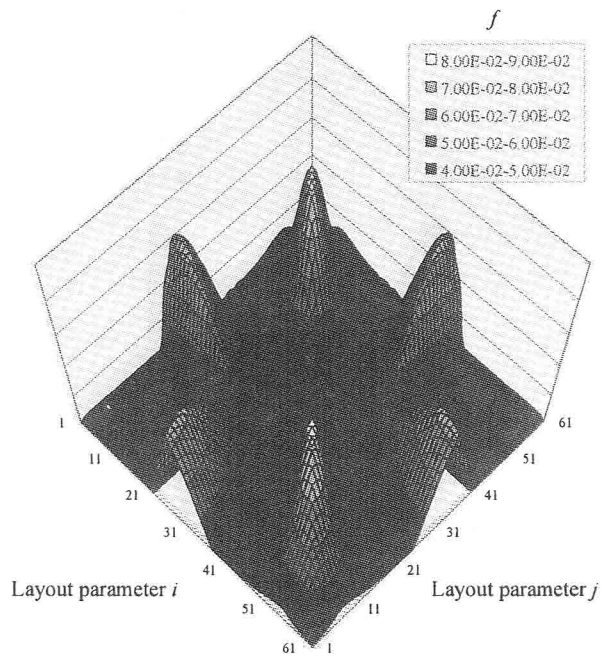


(a) bird view of f -map

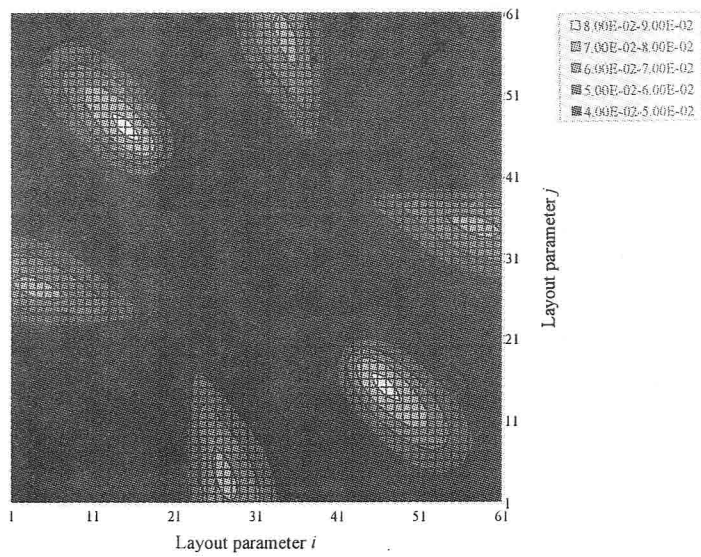


(b) top view of f -map

Fig.3.17 f -map for cross-sectional size: (2.67.2.67)

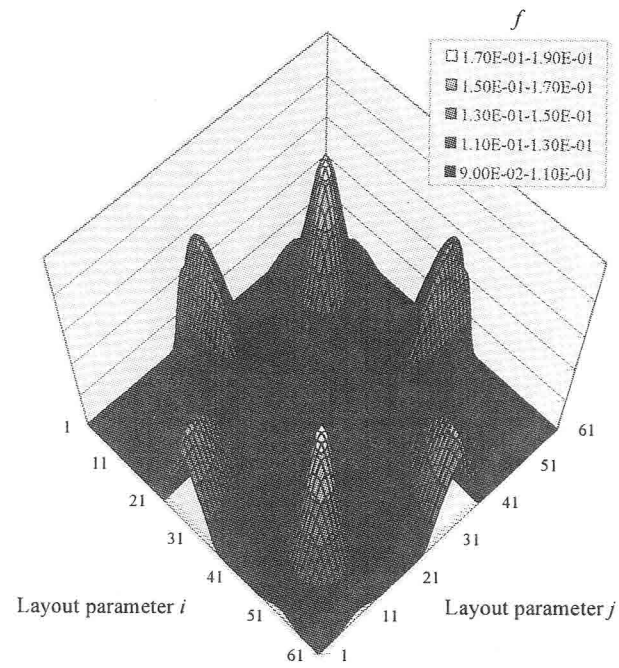


(a) bird view of f -map

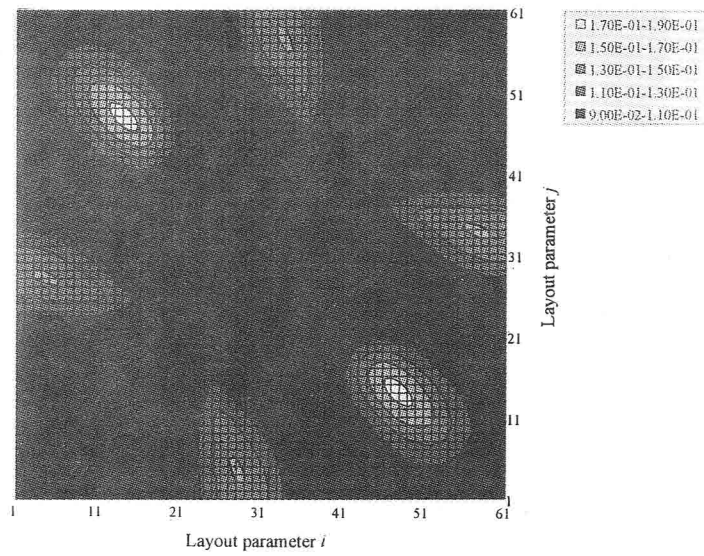


(b) top view of f -map

Fig.3.18 f -map for cross-sectional size: (0.94,0.94)

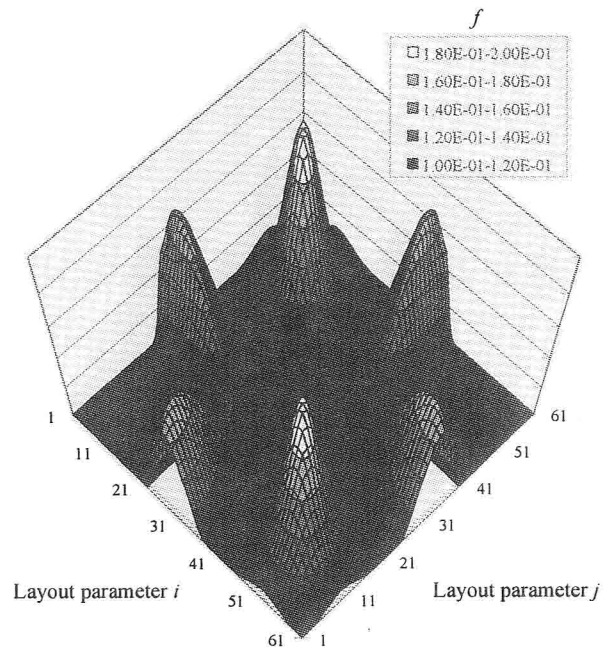


(a) bird view of f -map

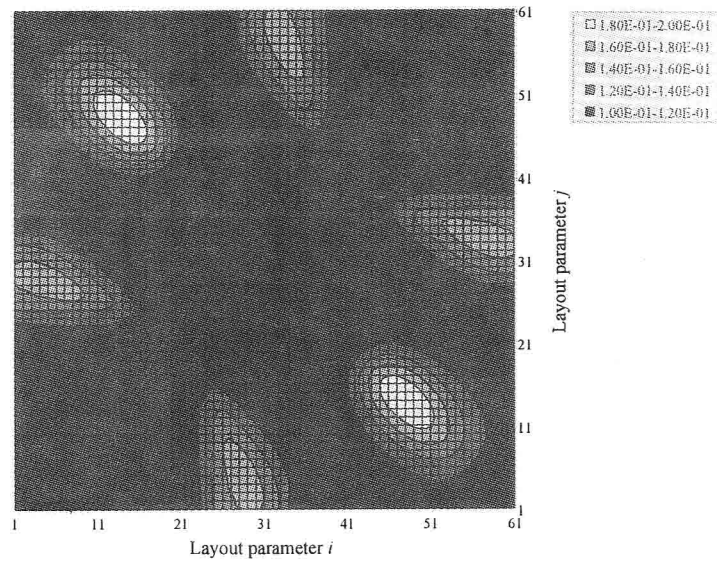


(b) top view of f -map

Fig.3.19 f -map for cross-sectional size: (0.47,0.47)



(a) bird view of f -map



(b) top view of f -map

Fig.3.20 f -map for cross-sectional size: (0.39,0.39)

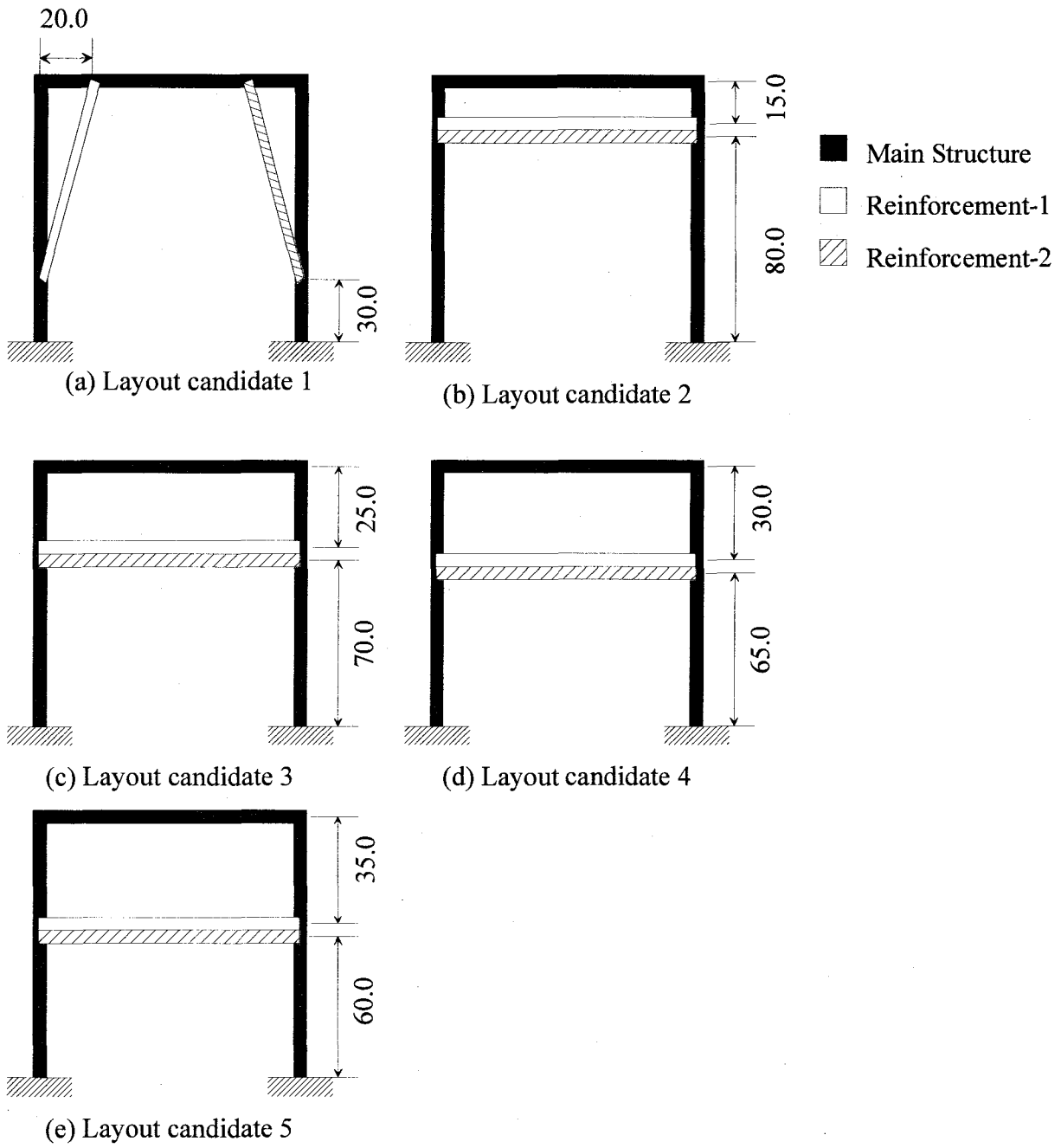


Fig.3.21 Alternation of layout on each f -map(unit: mm)

Table 3.2 Alternation of optimum cross-sectional size on each design step

| Step | Assumed Size (mm) | Layout Candidate | f (mm ⁻²) | Optimized size(mm) Reinforcement:(1),(2) |
|------|-------------------|------------------|-------------------------|--|
| 1 | (5.00,5.00) | 1 | 0.00442 | (0.35,0.35),(0.35,0.35) |
| 2 | (2.67,2.65) | 2 | 0.01854 | (0.47,0.47),(0.40,0.40) |
| 3 | (1.40,1.36) | 2 | 0.04465 | (0.47,0.47),(0.40,0.40) |
| 4 | (0.94,0.90) | 3 | 0.08178 | (0.47,0.47),(0.40,0.40) |
| 5 | (0.70,0.66) | 3 | 0.11909 | (0.47,0.47),(0.40,0.40) |
| 6 | (0.47,0.40) | 4 | 0.17454 | (0.39,0.39),(0.39,0.39) |
| 7 | (0.39,0.39) | 5 | 0.19839 | (0.40,0.40),(0.42,0.42) |

以上の結果から、トポロジーをそれぞれ1, 2としたときの最適レイアウト及び断面寸法の組が得られた。各トポロジーごとに得られた解を Fig.3.22 に示す。これらの解に対して補強効果を比較すると、Table 3.3 のような結果が得られた。したがって、力学的評価のみを考え、経済的な条件を考慮に入れなければ、トポロジーに関する設計を考えると、補強部材本数は2本が好ましいことになる。

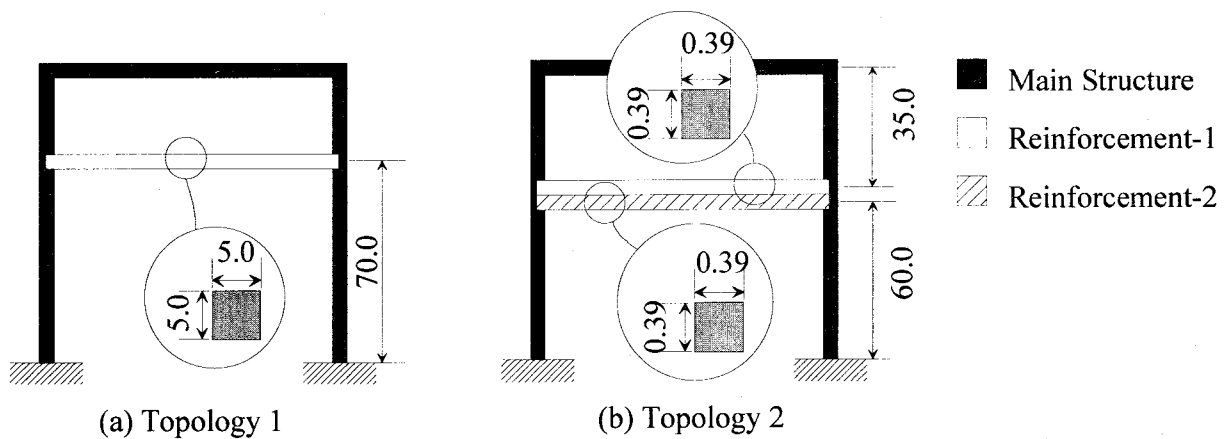


Fig.3.22 Optimum solution on each topology (unit: mm)

Table 3.3 Comparison of effect for reinforcement with different topology

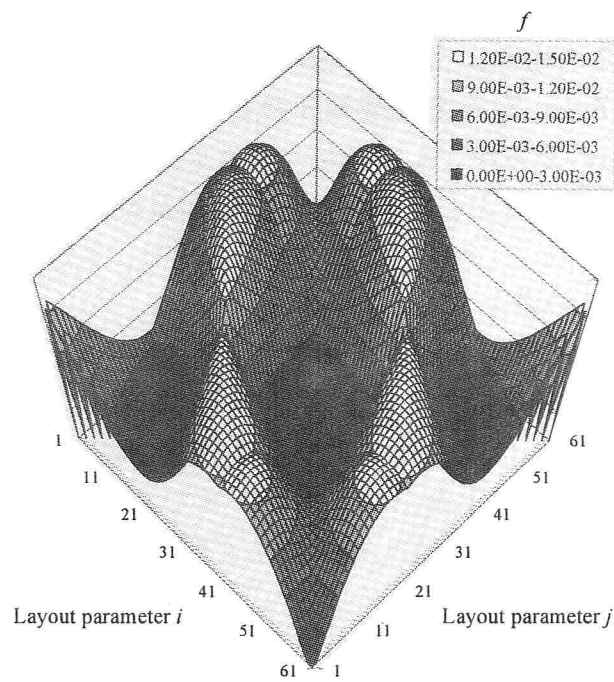
| Topology | V (mm ³) | d_{\max} (mm) | f (mm ⁻²) |
|----------|----------------------|-----------------|-------------------------|
| 1 | 26.01 | 0.8 | 0.16442 |
| 2 | 30.42 | 0.8 | 0.19839 |

3.3.2 荷重ケース2に対する補強設計

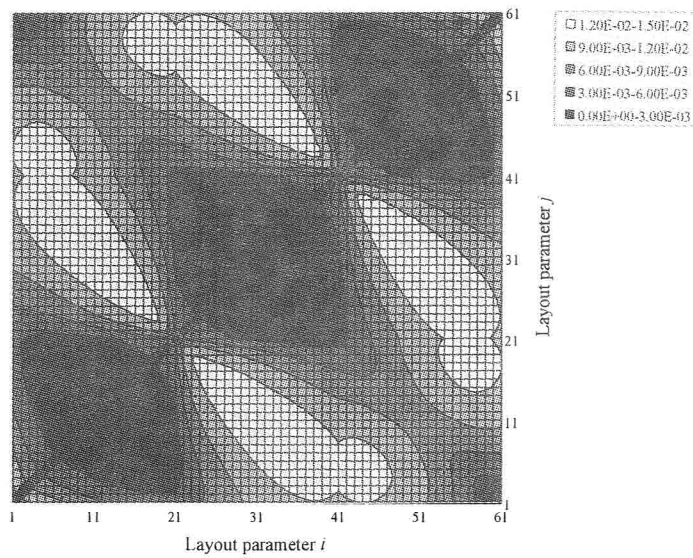
次に、荷重ケース2の場合について同様の設計を行う。変位制約として、分布荷重よりも厳しい 0.7 mm を与えた補強設計を行った。これに対し初期部材断面形状を1辺が 5.0 mm の正方形として、レイアウト設計及び断面形状設計を行った。以下にトポロジーを1及び2とした場合の設計過程及び設計結果について記述する。

(a) トポロジーが1の場合

荷重ケース1と同様に、Figs.3.23～3.26に設計過程で作成した f マップを、Fig.3.27に f マップの変化に伴う最適レイアウト候補の変化を示す。さらに、Table 3.4に設計過程における断面寸法の仮定、レイアウト候補及び得られたレイアウト候補に対する最適化後の断面寸法の変化を示す。本ケースでは、設計過程において得られる補強レイアウト及び断面寸法が変化しなくなった時点で計算を打ち切った。

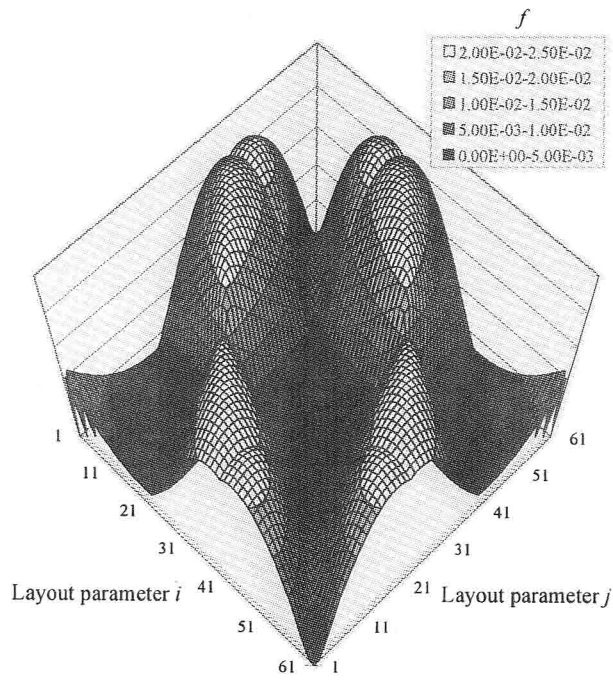


(a) bird view of f -map

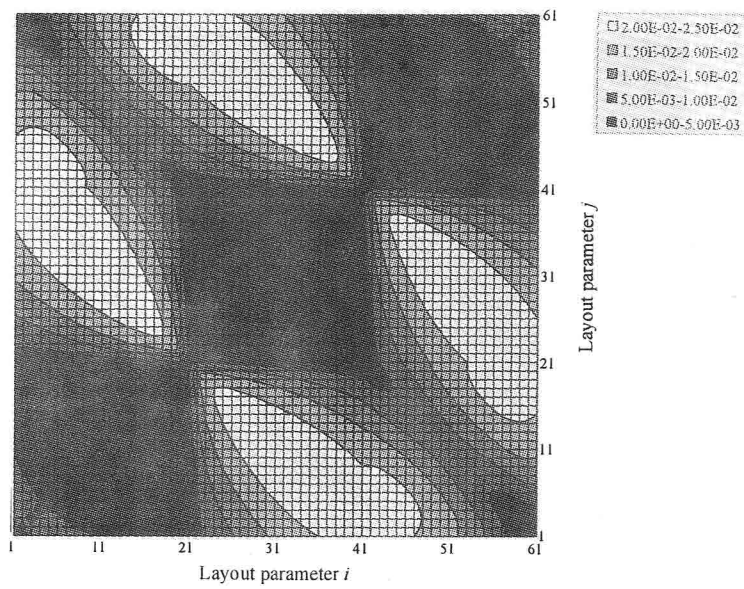


(b) top view of f -map

Fig.3.23 f -map for cross-sectional size: (5.0, 5.0)

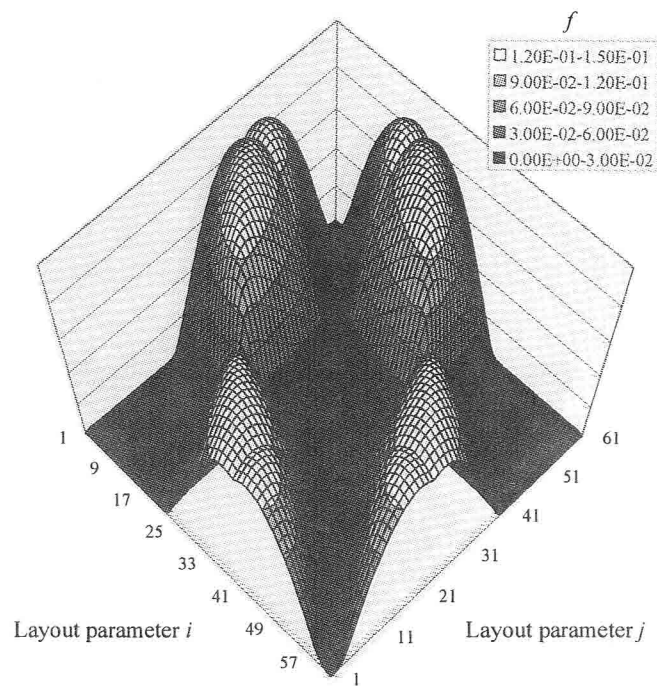


(a) bird view of f -map

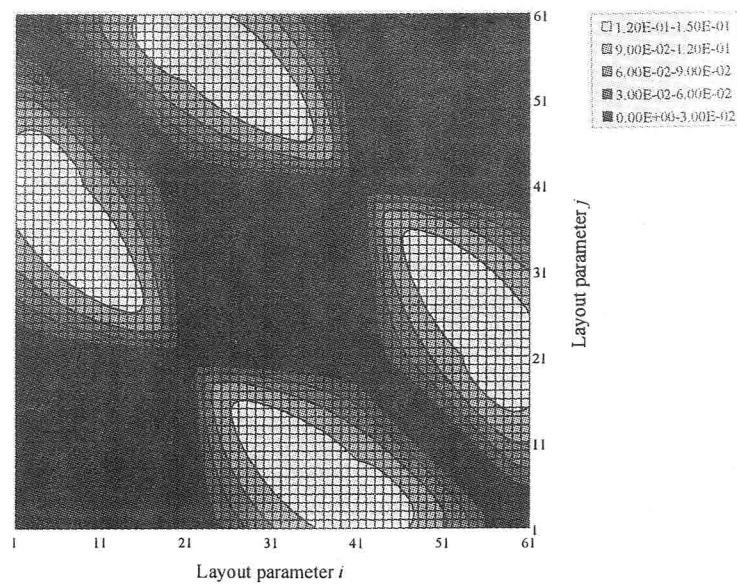


(b) top view of f -map

Fig.3.24 f -map for cross-sectional size: (3.77, 3.77)

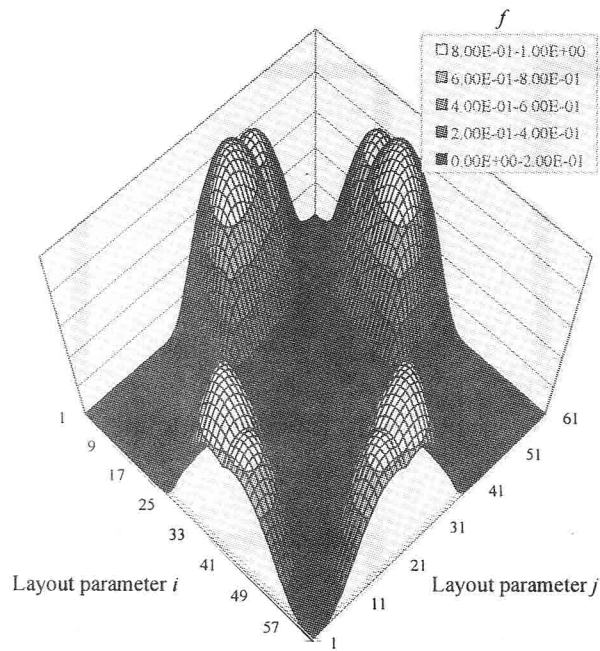


(a) bird view of f -map

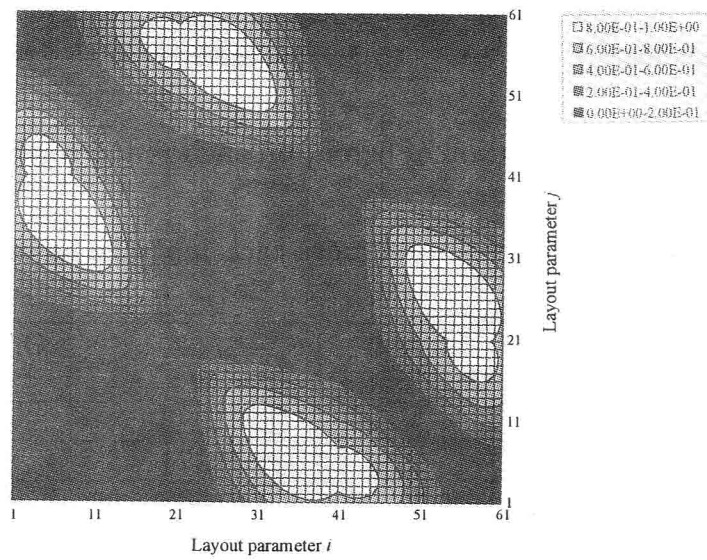


(b) top view of f -map

Fig.3.25 f -map for cross-sectional size: (1.47,1.47)



(a) bird view of f -map



(b) top view of f -map

Fig.3.26 f -map for cross-sectional size: (0.39, 0.39)

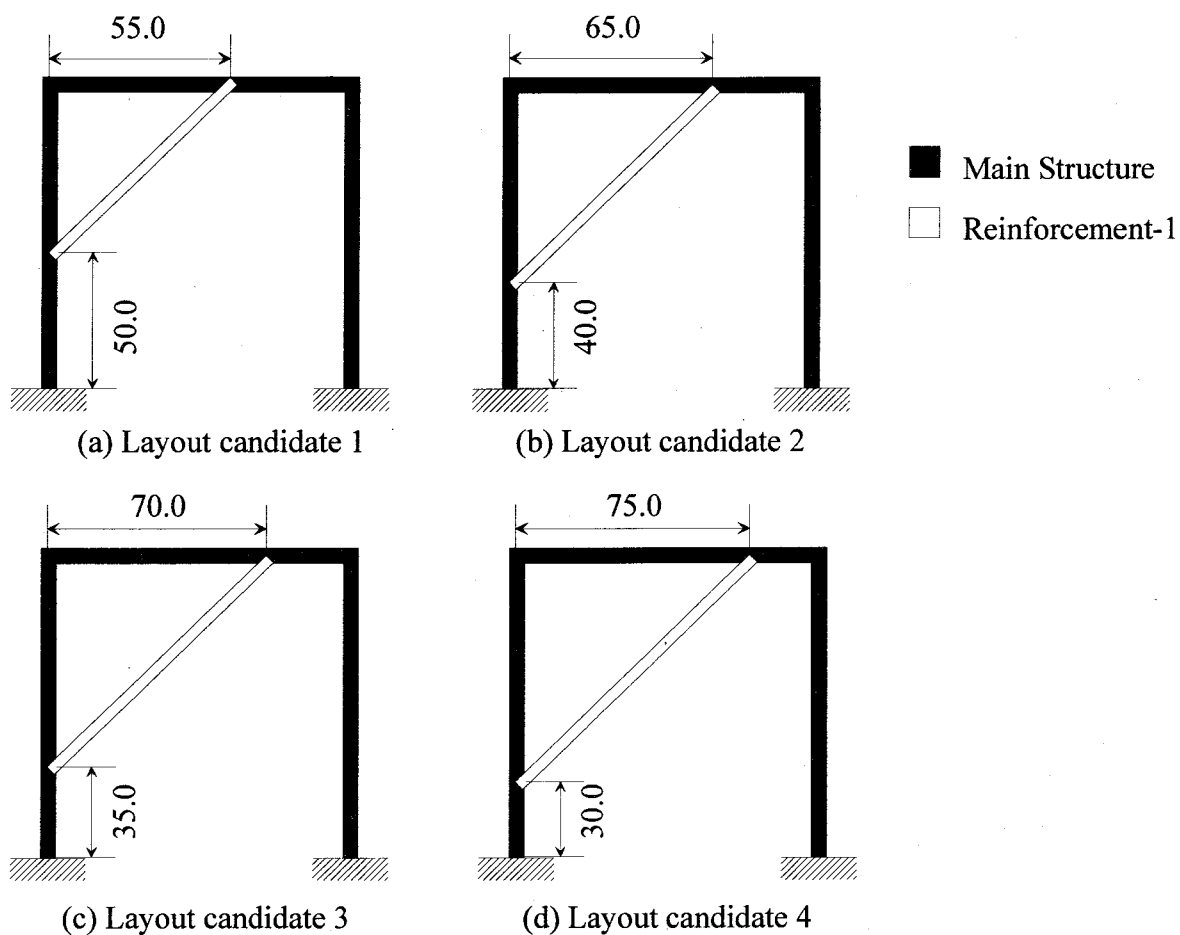


Fig.3.27 Alternation of layout on each f -map (unit: mm)

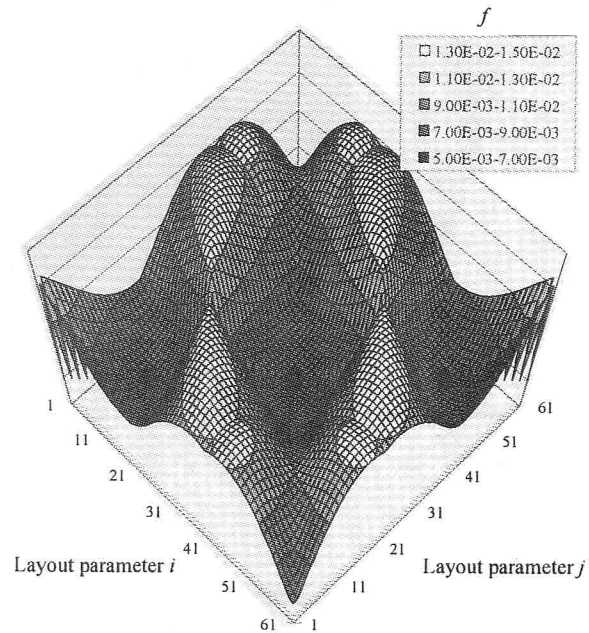
Table 3.4 Alternation of optimum cross-sectional size on each design step

| Step | Assumed Size (mm) | Layout Candidate | f (mm^{-2}) | Optimized size (mm) |
|------|-------------------|------------------|--------------------------|---------------------|
| 1 | (5.00,5.00) | 1 | 0.01385 | (0.55,0.55) |
| 2 | (3.37,3.37) | 2 | 0.02371 | (0.42,0.42) |
| 3 | (2.51,2.51) | 2 | 0.02608 | (0.42,0.42) |
| 4 | (1.47,1.47) | 3 | 0.14383 | (0.39,0.39) |
| 5 | (0.93,0.93) | 3 | 0.32103 | (0.39,0.39) |
| 6 | (0.39,0.39) | 4 | 0.99327 | (0.37,0.37) |
| 7 | (0.37,0.37) | 4 | 1.03985 | (0.37,0.37) |

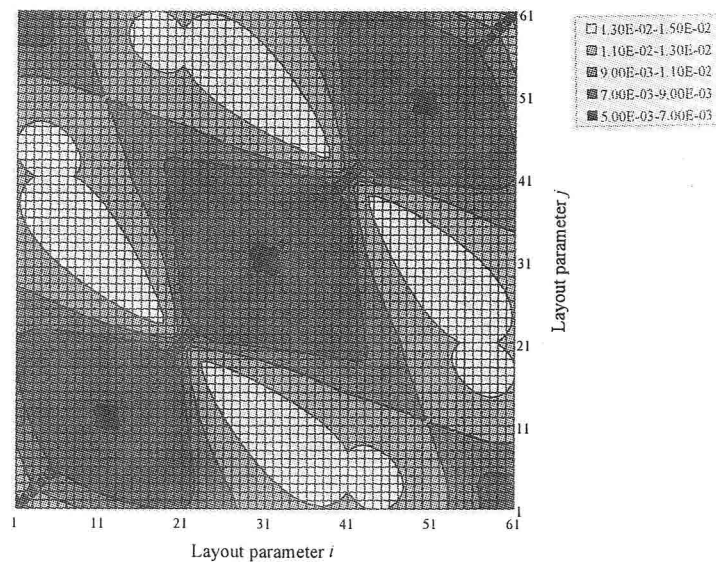
(b) トポロジー数が2の場合

Figs.3.28~3.31 に設計過程で作成した f マップを, Fig.3.32 に f マップの変化に

伴う最適レイアウト候補の変化を示す。さらに、Table 3.5 に最適化による解候補の変化推移を示す。このケースでは、設計過程において得られる補強レイアウト及び断面寸法が変化しなくなった時点で計算を打ち切った。

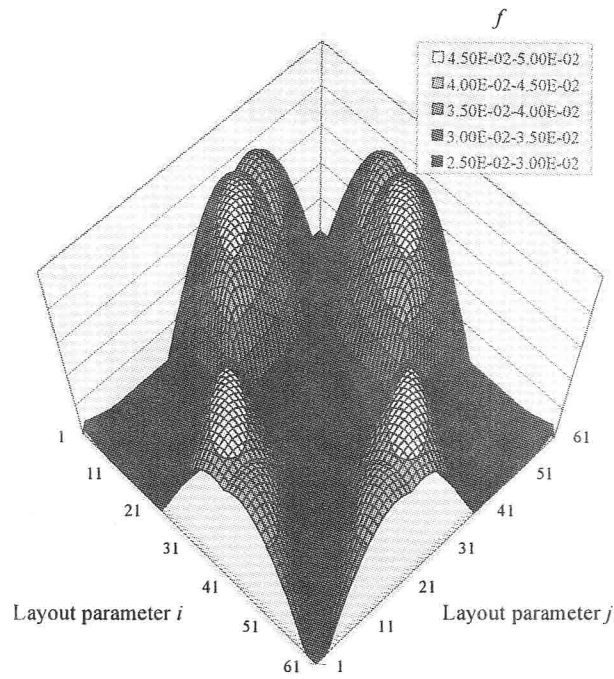


(a) bird view of f -map

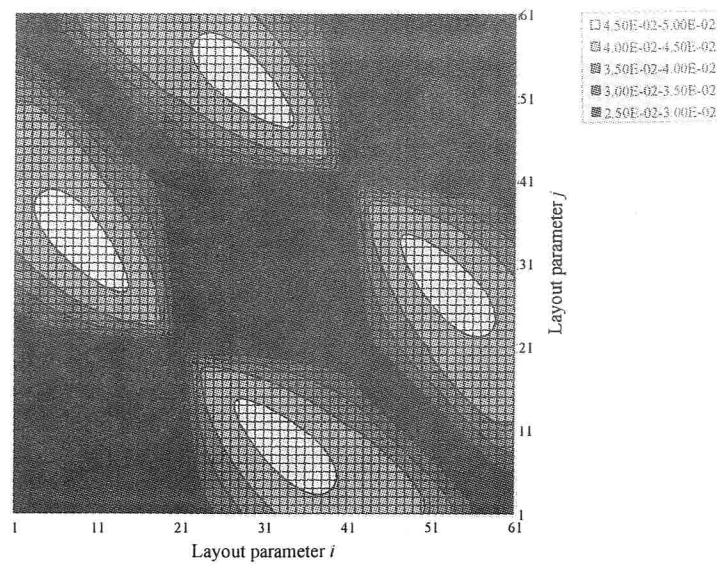


(b) top view of f -map

Fig.3.28 f -map for cross-sectional size: (5.0, 5.0)

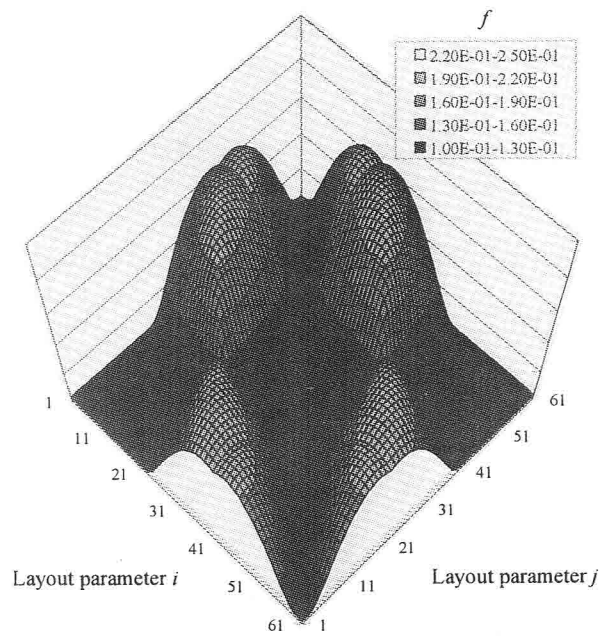


(a) bird view of f -map

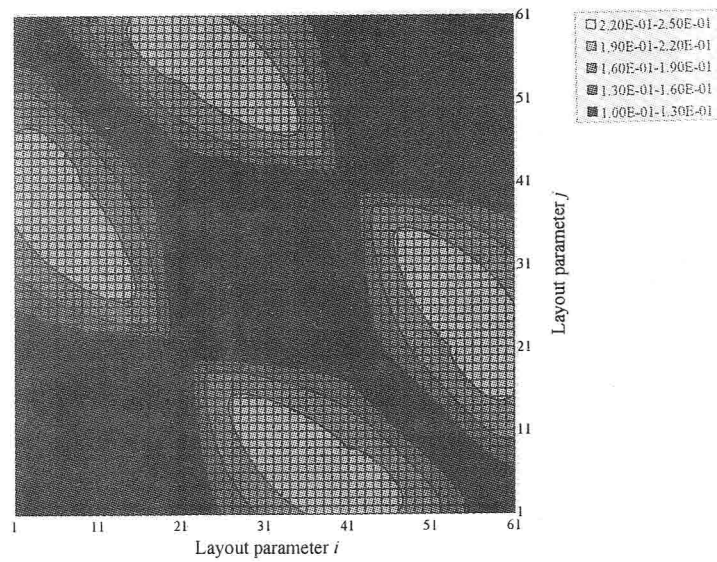


(b) top view of f -map

Fig.3.29 f -map for cross-sectional size: (2.67, 2.67)

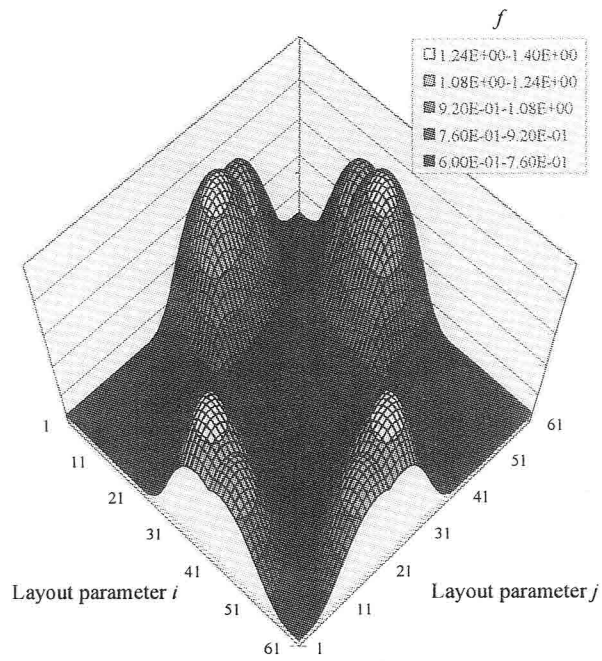


(a) bird view of f -map

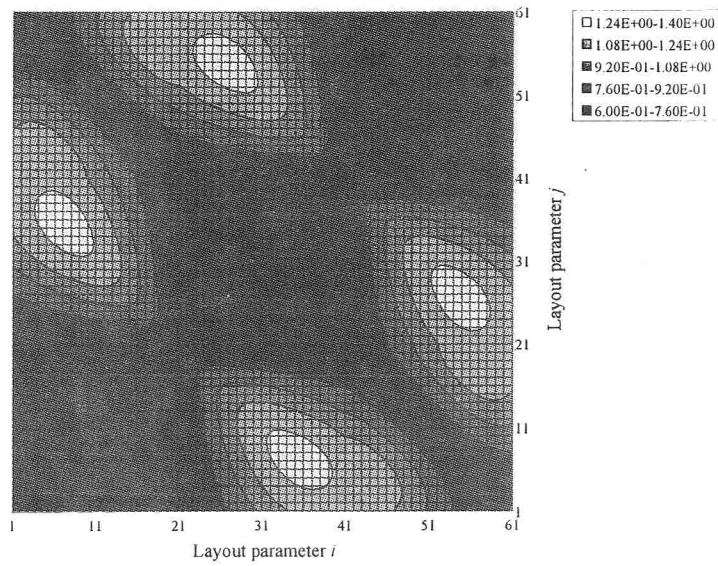


(b) Top view of f -map

Fig.3.30 f -map for cross-sectional size: (1.20.1.20)



(a) bird view of f -map



(b) top view of f -map

Fig.3.31 f -map for cross-sectional size: (0.27, 0.27)

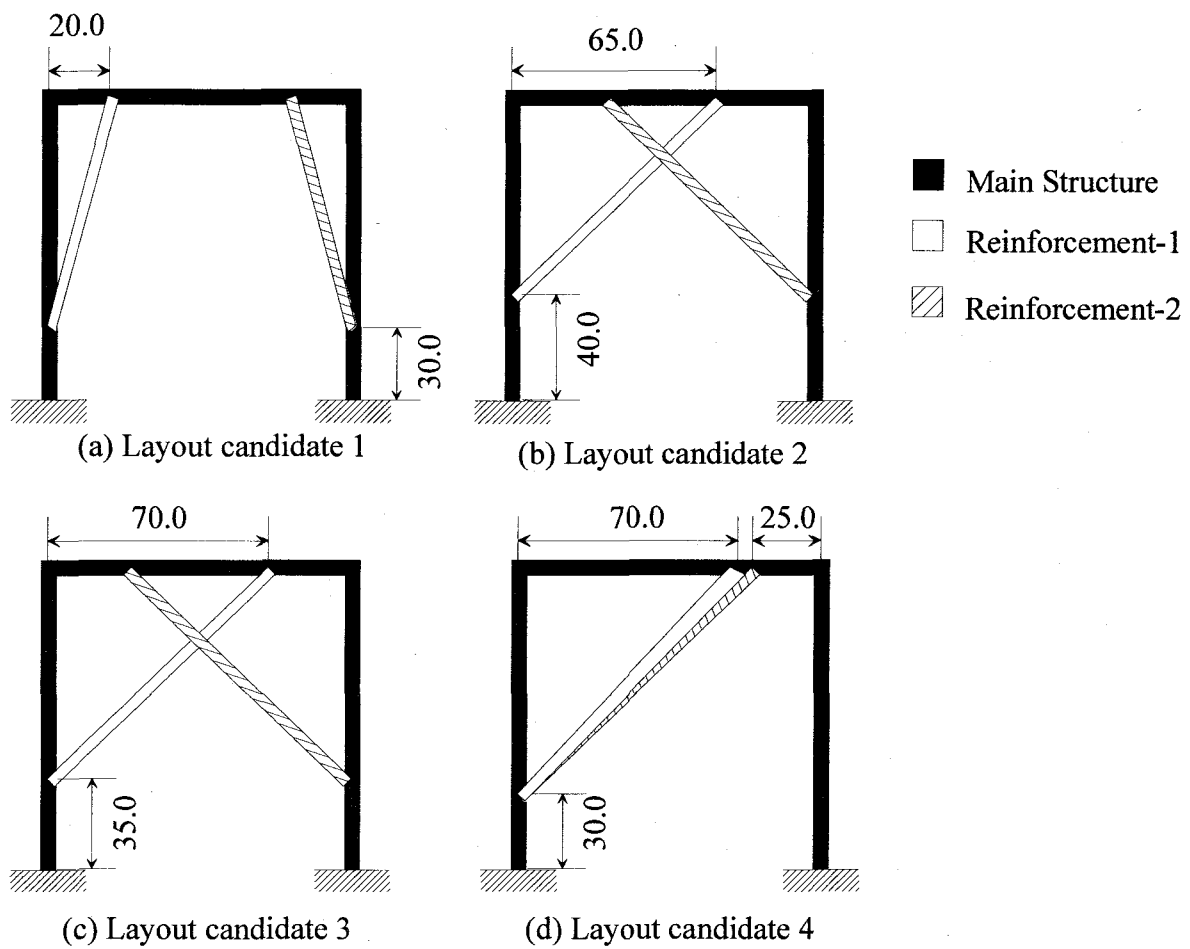


Fig.3.32 Alternation of layout on each f -map (unit: mm)

Table 3.5 Alternation of optimum cross-sectional size on each design step

| Step | Assumed Size (mm) | Layout Candidate | f (mm ²) | Optimized size(mm) Reinforcement:(1),(2) |
|------|-------------------|------------------|------------------------|--|
| 1 | (5.00,5.00) | 1 | 0.01392 | (0.35,0.35), (0.35,0.35) |
| 2 | (2.67,2.67) | 2 | 0.04655 | (0.28,0.28), (0.28,0.28) |
| 3 | (1.20,1.20) | 3 | 0.20828 | (0.27,0.27), (0.27,0.27) |
| 4 | (0.73,0.73) | 3 | 0.23486 | (0.27,0.27), (0.27,0.27) |
| 5 | (0.27,0.27) | 4 | 1.29555 | (0.27,0.27), (0.26,0.26) |

以上の結果から，トポロジーをそれぞれ1，2としたときの最適レイアウト及び断面寸法の組が得られた．各トポロジーごとに得られた解を Fig.3.33 に示す．これらの解に対して補強効果を比較すると，Table 3.6 のような結果が得られた．したがっ

て、トポロジーに関する設計を考えると、荷重ケース1の場合と同様に力学的評価のみを考えれば、補強部材本数は2本が好ましいことになる。

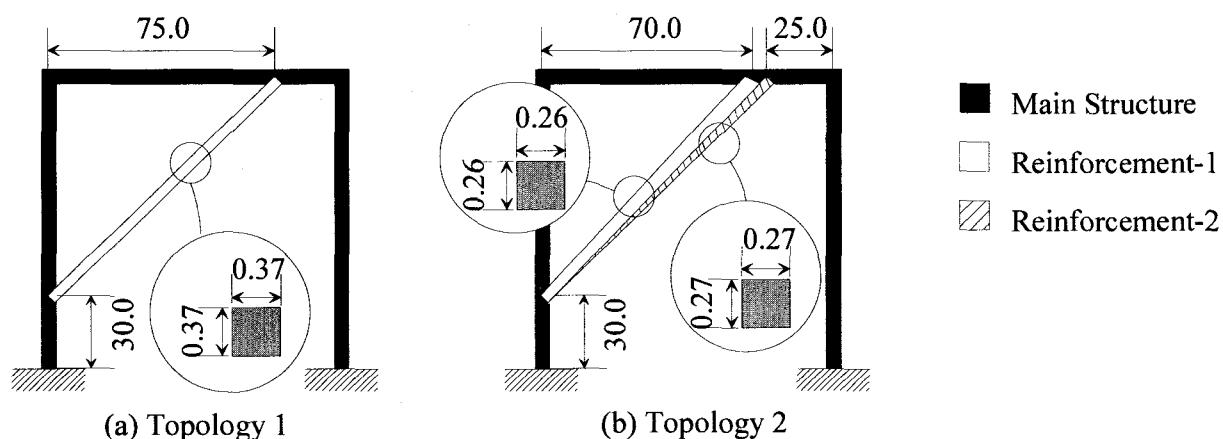


Fig.3.33 Optimum solution on each topology (unit: mm)

Table 3.6 Comparison of effect for reinforcement with different topology

| Topology | V (mm ³) | d _{max} (mm) | f (mm ⁻²) |
|----------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | 14.1 | 0.7 | 1.03985 |
| 2 | 14.2 | 0.7 | 1.29555 |

3. 4 まとめ

本章では、ビーム状の部材挿入を想定した補強設計について、設計変数及び設計問題の定義を行い、補強設計手法の構築を行った。設計変数は補強部材のトポロジー、レイアウト、断面形状及び断面寸法とした。手法構築に際して、特に、設計手法構築に際して、主構造の変位に注目したレイアウト設計手法を提案した。提案手法は、複数部材挿入の影響を、1本の部材挿入に対する主構造の変位の変化量により推測しており、計算コストを大幅に削減していることに特徴がある。門型構造物の数値計算例により、提案手法の有効性を示すと共に、レイアウトと断面形状、寸法の双方向相関を考慮する設計手法の必要性及び有効性を示した。

参考文献

- [3.1]今野浩, 山下浩, 非線形計画法, 日科技連, (1978), pp.243-256.
- [3.2] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty : Nonlinear Programming (Theory and Algorithms) , John Wiley & Sons Inc., (1993) 265-359.
- [3.3]松原正一, 非線形最適化計算法, 培風館, (1974), pp.14-63.
- [3.4]奥村晴彦, C 言語による最新アルゴリズム事典, 技術評論社, (1991), pp.351-352
- [3.5]Luenberger, D. G., Linear and Nonlinear Programming (2nd ed), Addison-Wesley Company Inc., (1984), pp.365-395.
- [3.6]Haftka, R., T. and Kamat., P., M., “Elements of structural optimization”, Martinus Nijhoff Publishers,(1985).

第4章 実用化への検討

4.1 はじめに

本章では、提案手法を実設計に適用するための具体的な方法について検討を行う。数値解析等のコンピュータを用いた設計手法の実用化を考えた場合には、特に次の2点について考慮する必要があると考える。

- (I) 設計に要する計算コストが実用的であるかどうか
- (II) 設計時に要求される制約条件を考慮可能であるかどうか

(I) については、年々加速的なコンピュータの発展により、安価に大規模な計算が可能となってきている。しかしながら、一般には数多くの関数評価を必要とする大域的最適化など、単純にコンピュータの性能に頼るだけでは本質的に解決できない問題も存在する。

レイアウト設計は非凸な多峰性大域的最適化問題であり、本質的に解空間全体において目的関数を評価する必要がある。解空間の離散化により関数の評価回数は有限回で済むが、部材の挿入本数が増加するにつれ必要な関数の評価回数が指数関数的に増加し、否実用的な手法となる。したがって、実用化には、レイアウト設計に要する計算コストの低減が重要な問題となる。

(II) については、ビーム部材挿入による補強に際しては、実用上設計に対する様々な制約条件を考慮する必要があることを表している。例えば、箱形容器では、容器としての機能面から箱内部全体には補強部材を配置できない場合がある。この場合には、設計段階において補強部材の配置可能な領域の制約を考慮する必要がある。また、圧縮力や曲げ力を受けるビーム状部材に関しては座屈強度を考慮することも必要となる。ビーム状部材は、座屈が生じやすく、材料強度と比較し小さい応力で座屈が生じるためである[4.1],[4.2]。

これらの点を考慮し、実設計への適用のための制約条件について、レイアウト設計に関して設計領域制約条件の導入を、レイアウト及び断面形状設計に関して座屈強度に関する制約条件の導入を行う。

4.2 レイアウト設計における計算コストの削減

本研究におけるレイアウト設計は、目的関数として式(3.1)を最大化する補強部材の挿入位置を探索することに帰着される。それゆえ、本質的に解の全候補に対して目的関数の評価を行う必要がある。これがレイアウト設計の計算コストを増大させる原因となっている。いま、補強部材の端点の候補点数を m 、補強部材挿入本数を

n とすれば、目的関数のおよその評価回数は式(4.1)で記述される。

$$({}_m C_2)^n = \left(\frac{m!}{2!(m-2)!} \right)^n \cdots (4.1)$$

式(4.1)より、 m 、 n が増加するにつれ、目的関数の評価回数が飛躍的に増加することが判る。したがって、レイアウト設計における目的関数の評価回数の削減、すなわちレイアウト設計の高速化を行うには、式(4.1)中の m 、 n をいかに減少させるかが重要となる。本研究では、この点に関して以下のような改良を行った。

- (I) サンプルング点数の削減
- (II) 領域のブロック化による組合せ数の削減

さらに、組合せ最適化手法の一つである分割探索や分岐限定法の考え方を利用することで、実際に評価を行う組合せを減少させた。すなわち、上述の手法に加え、

- (III) 組合せ問題における解の探索の効率化

を考慮することで、計算コストの低減化を図った。

4.2.1 サンプルング点数の削減

レイアウト設計において、目的関数は本質的に連続かつ非凸な曲面を表している。この曲面は補強部材体積及び主構造の変形状態により決定されるため、設計変数であるレイアウトに対して非常に複雑な曲面となり、この曲面形状を定式化することは困難である。したがって、目的関数は各レイアウトに対して個々に算出する必要がある。ここで、真のレイアウト曲面を離散的なサンプルング点における目的関数の評価値から生成する場合には、目的関数の評価回数は本質的に無限回必要となるが、実用的には有限回のサンプルングにより目的関数曲面を近似形成することが多い。

このような近似を行う場合に考慮すべきことは、サンプルングによる近似関数の品質とレイアウトの組合せ数、すなわち計算規模とが反比例の関係を有することである。一般的に、ある高次関数を離散サンプルングによって近似する場合には、サンプルング点数と近似精度の関係を考慮して、点数を決定することから、本研究でも真のレイアウト感度曲面、すなわち f マップとサンプルング点数に対する近似精

度について検討を行う必要があると考える。

評価関数の計算の際に構造解析として有限要素法を用いた場合には、有限要素法による離散化節点をそのままサンプリング点として用いることが考えられる。この際に、近似精度に関して次のような検討を行う。

まず、変位場の有限要素モデルによる近似精度について検討を行う。有限要素として線形要素を用いた場合には、実際にはある高次曲線として連続体上に存在する変位関数を線形近似するため、一般には変位関数を十分近似できるだけの離散化精度が要求される。この問題については有限要素モデルの離散化による誤差評価[4.3]を行う必要があるが、実用的には経験則により判断している場合が多いと考える。したがって、経験的に十分な要素分割を行ったとしてとよい線形有限要素モデルは、連続体上に実在する変位関数を十分な精度で区間近似できていると考えられる。しかしながら、変位関数を十分な精度で近似できたとしても、その区間内でのレイアウト感度に対する保証はない。このため、ある区間 $[x_i, x_{i+1}]$ の境界の評価点 x_i, x_{i+1} におけるレイアウト感度 $f(x_i), f(x_{i+1})$ が最大のレイアウト感度を有する場合でもその区間内に解空間全体におけるレイアウト感度の真の最大値が存在する保証はない。したがって、数学的には、本質的に有限要素節点をそのままレイアウト設計におけるサンプリング点とすることは十分でないといえる。

ここで、数学的に十分なサンプリングを得るためには、レイアウト感度曲面の形状を得、その形状の近似に十分な近似関数及びサンプリング点数を与えることが必要となる。しかしながら、一般構造における真のレイアウト感度曲面を解析的に得ることは不可能であるので、ある微小区間に対する応答の数値的な積分値として得ることが重要である。また、サンプリング点の生成に関する問題点についても検討しなければならない。レイアウト設計におけるサンプリングは、直接有限要素モデルの生成に関係する。レイアウト設計のみならず、トポロジー設計や形状設計において有限要素法を用いる場合、有限要素の生成は非常に重要な問題となる。本研究のようにビーム要素を用いた場合には、平面要素やソリッド要素を用いた場合と比較して要素生成が比較的容易であるが、あらかじめ存在する構造に対し要素分割を繰り返すことは効率的でなく、要素長さや節点の順列に対する判定など、設計システム構築における問題点も存在する。以上の理由から、数学的厳密性には欠けるものの、工学的観点から、レイアウト感度曲面近似のために十分なサンプリング点数は有限要素節点と同様とした。

次に、近似のために必要なサンプリング点数について検討を行う。

有限要素モデルとして線形要素を用いた場合は、一般には簡単な構造でさえ有限要素節点は数十から数百を必要とするため、有限要素節点をそのままサンプリング点としても、組合わせ問題に対する計算コスト面では非常に大きな負担となる。こ

れは、一回の評価関数の計算には高いコストを要求しない場合でも、評価回数が増加すれば、計算コストが増大するためである。

一方、レイアウト設計の意味から必要なサンプリング品質を考えると、真の応答曲面形状の定性的な傾向が把握できれば良い場合がある。いま、Fig.4.1のような構造に対し、1辺が2.5mmの正方形断面を有する補強部材を1本挿入することを考える。有限要素分割は、円周部分(Circle)を60分割、弧の部分(Arc)を40分割とした。有限要素節点とサンプリング点を一致させた場合のレイアウト感度曲面をFig.4.2に示す。Fig.4.1は経験的に十分な有限要素分割を行ったと考えてよく、Fig.4.2は主構造に対するレイアウトの感度を十分精度良く表していると考えられる。次に、サンプリング間隔をそれぞれ2倍、4倍、5倍、10倍、20倍とした場合のレイアウト感度曲面をFigs.4.3~4.7に示す。サンプリング点間は線形補間できるとした。これらの結果より、サンプリング間隔が増加するほど近似精度が悪くなるが、サンプリング間隔が10倍程度までは定性的に精度の良いレイアウト感度曲面が得られていると考えられる。また、これらの近似曲面より得られた最適レイアウトをTable4.1に示す。表中のSampling qualityは、サンプリング点数を有限要素節点と同様とした状態を1とした場合の相対値を表す。サンプリング点数を有限要素節点と同様とした場合に得られた最適レイアウトを真の最適レイアウトと呼称する。また、サンプリング点数の削減の際には、サンプリング点が等間隔となるようにした。表中のOptimum layoutは、補強部材の両端が、Fig.4.1に示したアーチ型主構造のどの節点となるかを表している。Table 4.1によれば、サンプリング間隔が開くにつれ、得られる最適解が徐々に真の最適解から離れていくものの、選択可能な解の中

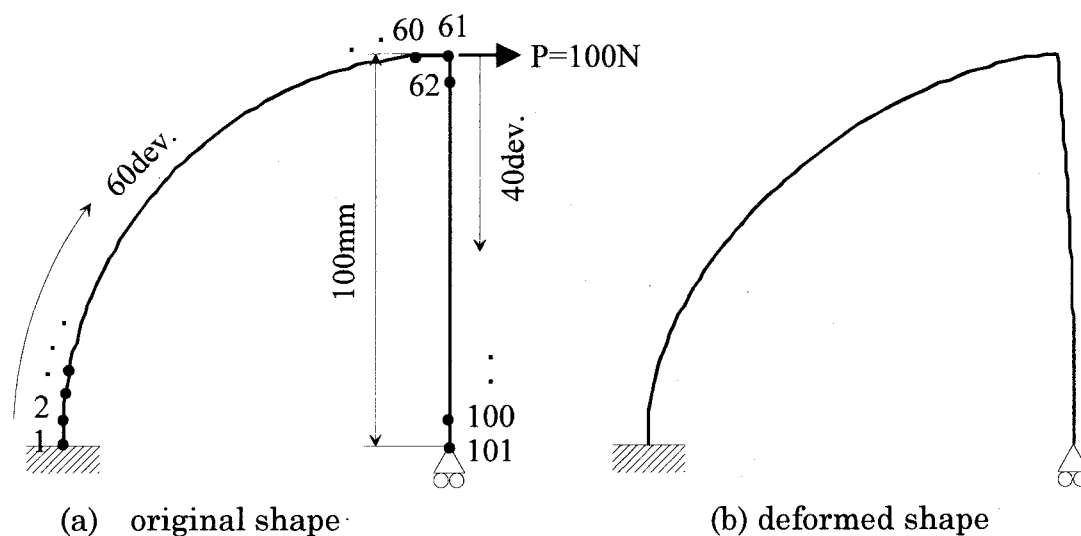


Fig.4.1 Arch structure

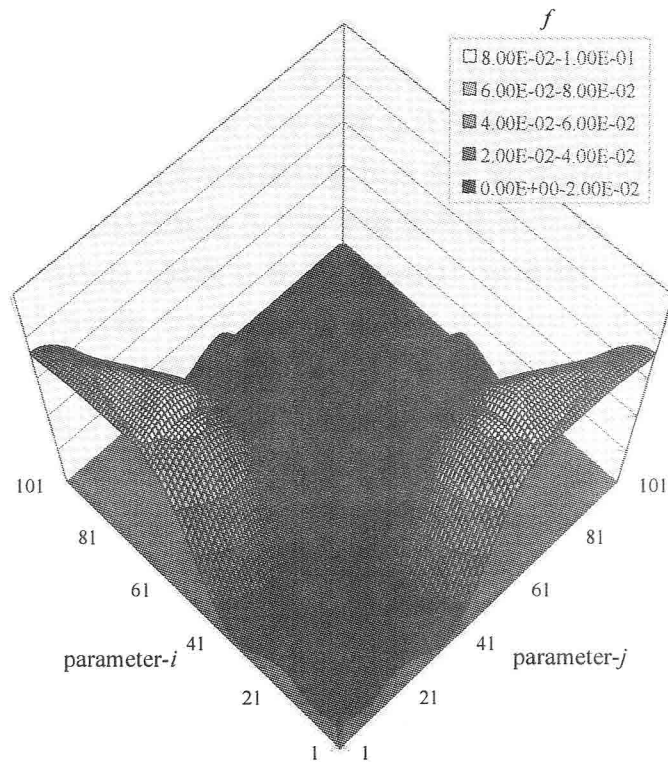


Fig.4.2 f -map for sampling quality same as finite element division

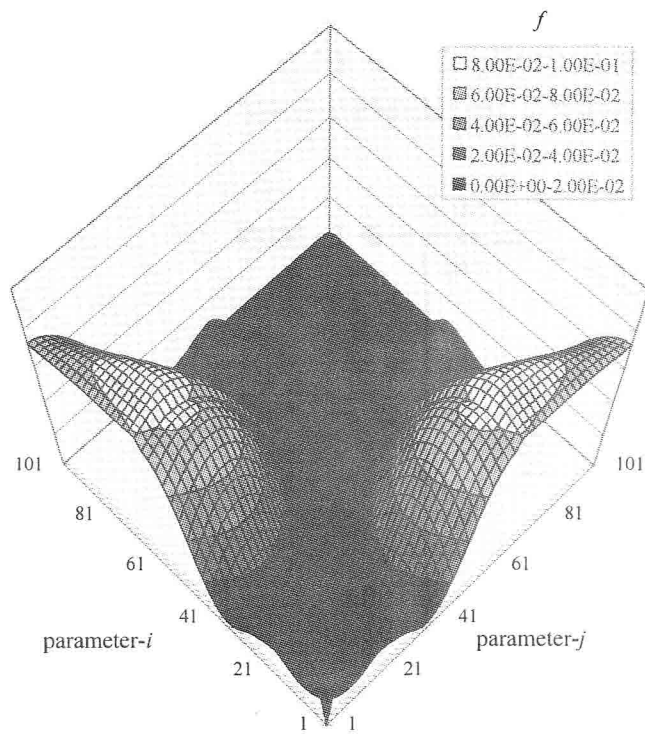


Fig.4.3 f -map for sampling quality half as finite element division

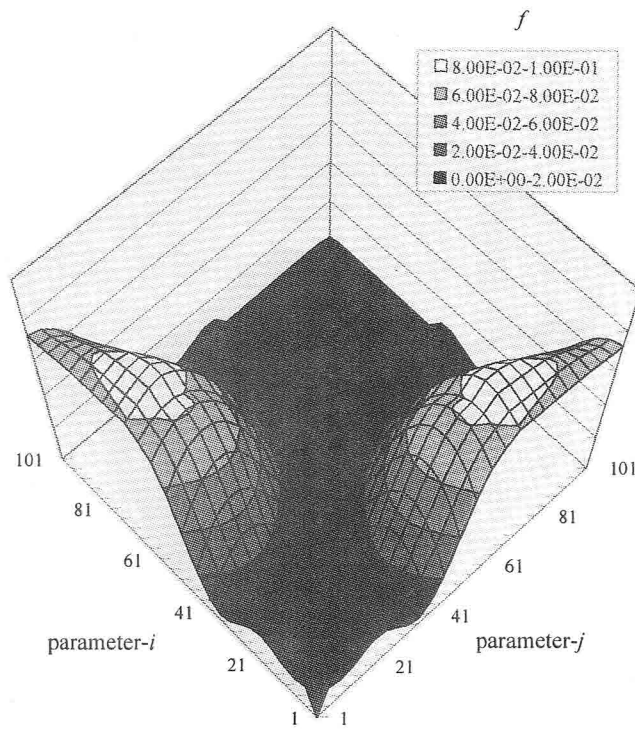


Fig.4.4 f -map for sampling quality 0.25 times as finite element division

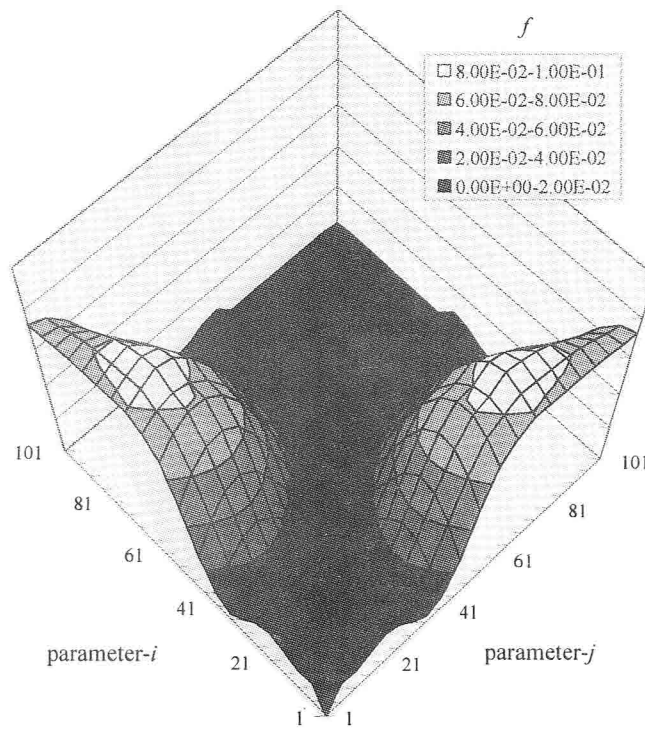


Fig.4.5 f -map for sampling quality 0.2 times as finite element division

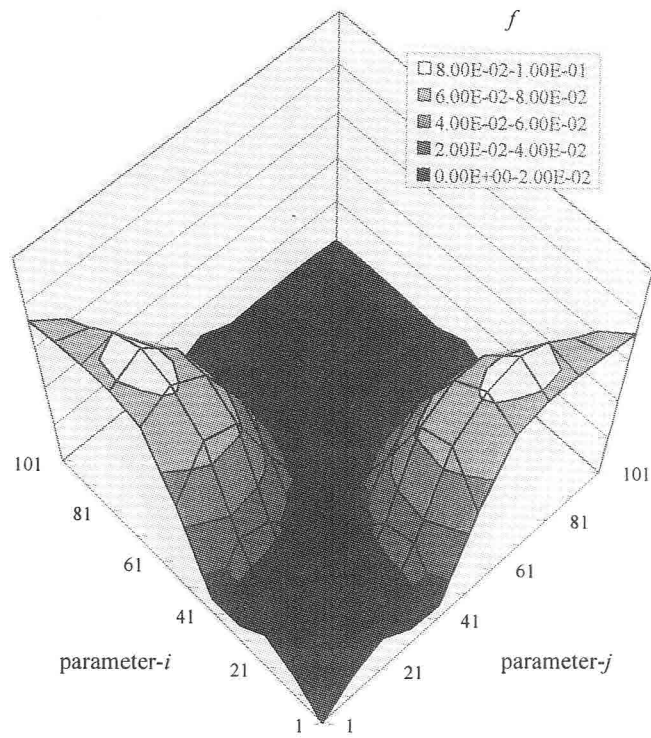


Fig.4.6 f -map for sampling quality 0.1 times as finite element division

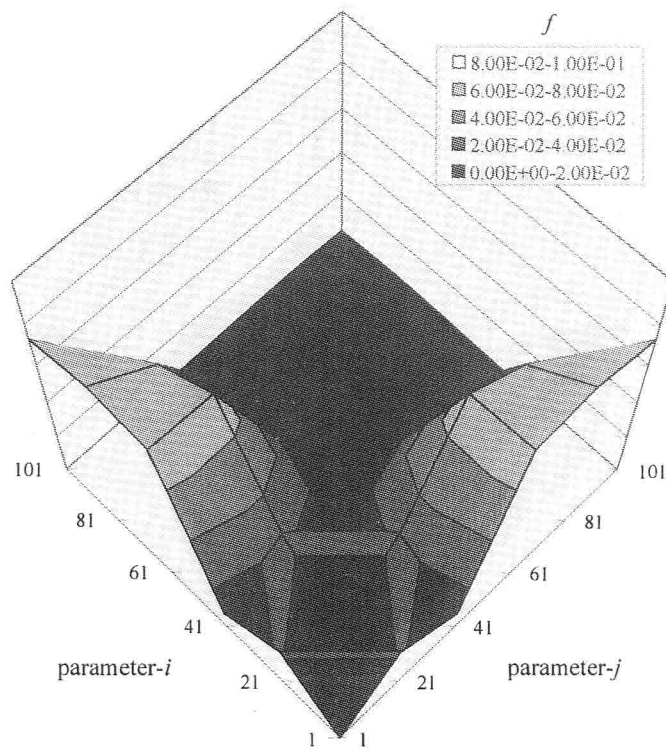


Fig.4.7 f -map for sampling quality 0.05 times as finite element division

Table 4.1 Optimum layout obtained by approximated layout sensitivity curve

| Sampling quality | Number of sampling point | Optimum layout | f (mm^{-2}) |
|------------------|--------------------------|----------------|-----------------------------|
| 1.00 | 101 | (13, 66) | 0.08767 |
| 0.50 | 51 | (13, 67) | 0.08760 |
| 0.25 | 21 | (13, 65) | 0.08725 |
| 0.20 | 16 | (11, 66) | 0.08731 |
| 0.10 | 11 | (11, 71) | 0.08582 |
| 0.05 | 6 | (1, 81) | 0.07739 |

では最も真の最適解に近い形態となっていることが判る。また、サンプリング品質が1に近くても、必ずしもよりよい解が得られるとは限らないことも判る。これらの結果から、真の最適解付近にサンプリング点が存在することが必要であるといえる。しかしながら、真のレイアウト感度曲面を作成する前に真の最適解を探索することは出来ないため、比較的精度の低い近似を行い、必要な部分の近似精度のみを徐々に向上させるような探索が有効となると考える。

比較的精度の低い近似で、ある程度満足できるレイアウトを得るためには、近似関数作成のためのサンプリング方法も検討する必要がある。Fig.4.8 は真のレイアウト感度曲面の等高線図である。Fig.4.8 から、レイアウト感度曲面が大きく変化しているところは、Fig.4.1 に示した主構造に関して、Fig.4.9 に示すような主構造上に定義される局所座標系が大きく変化する部位を挟んだ補強構造を表している。特に骨組み構造においては、局所座標系が大きく変化する部位では、部材の耐荷重性能が大きく変化的ることから、このような補強構造が有効となると考えられる。このことから、Fig.4.10 に示すような、不均一なサンプリングや構造の一部に集中したようなサンプリングではなく、各部材に対してある程度一様に分布したサンプリング点を設けることが必要となると考える。Fig.4.10 に示したサンプリング点を用いて作成したレイアウト感度曲面の近似曲面を Fig.4.11 に示す。これを Fig.4.4 等と比較すると、近似精度が低いことは明らかである。

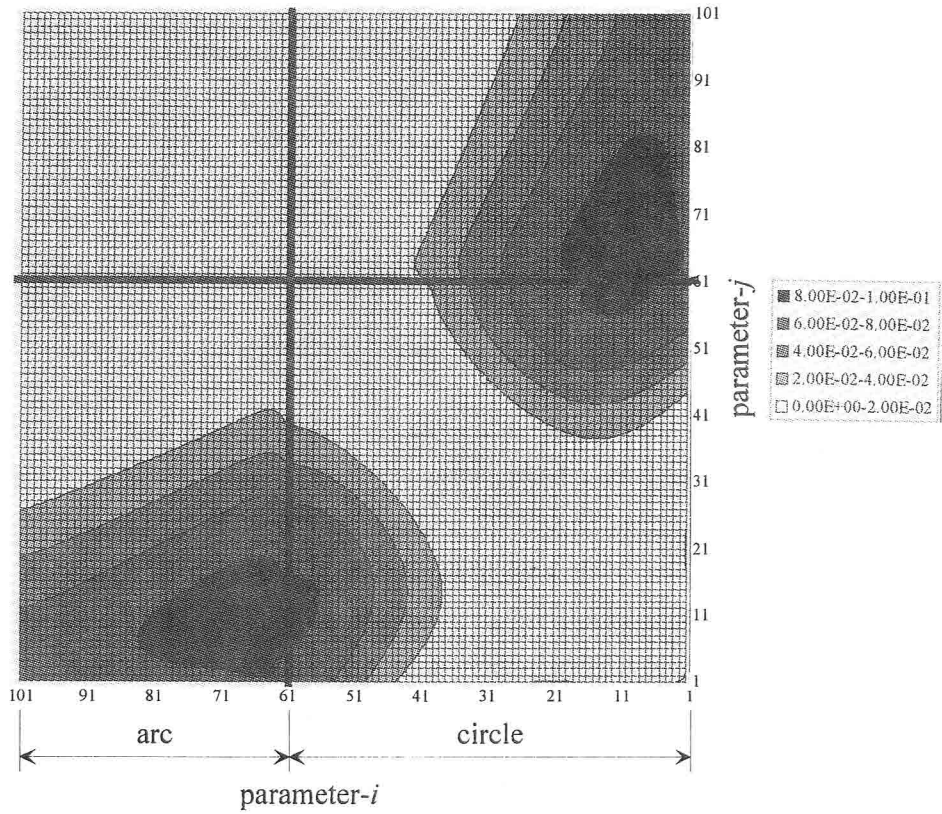


Fig.4.8 Top view of f-map for sampling quality same as finite element division

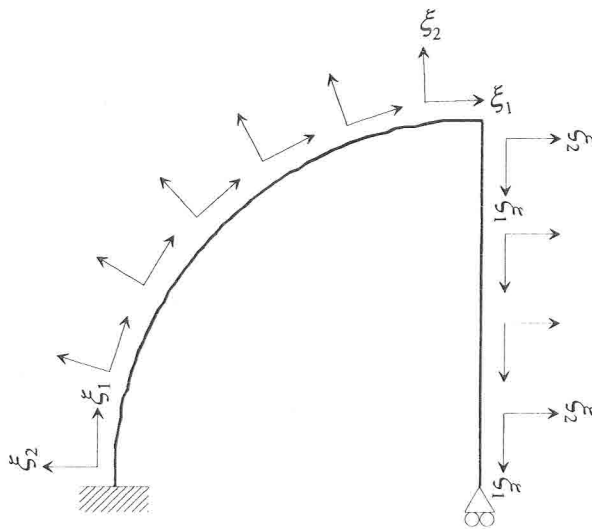
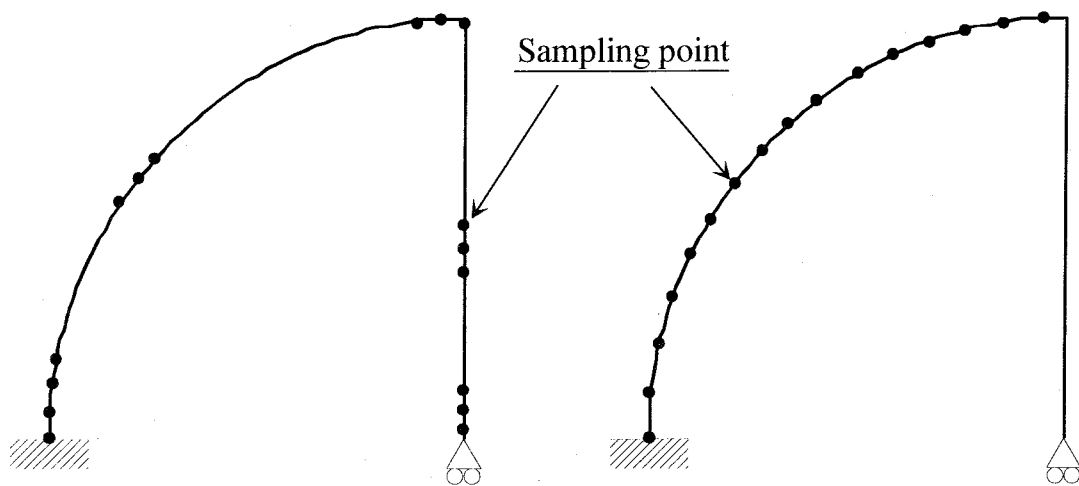


Fig.4.9 Local coordinate system on the main structure

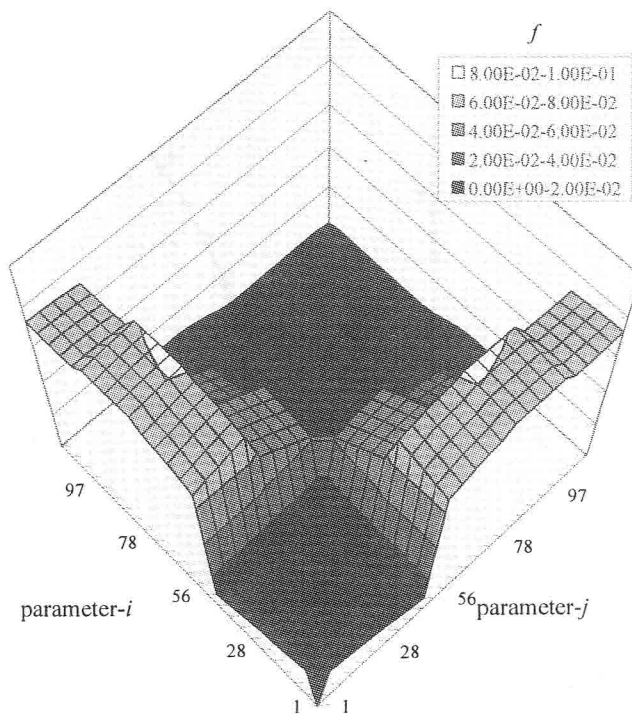


(a) Not uniformity sampling

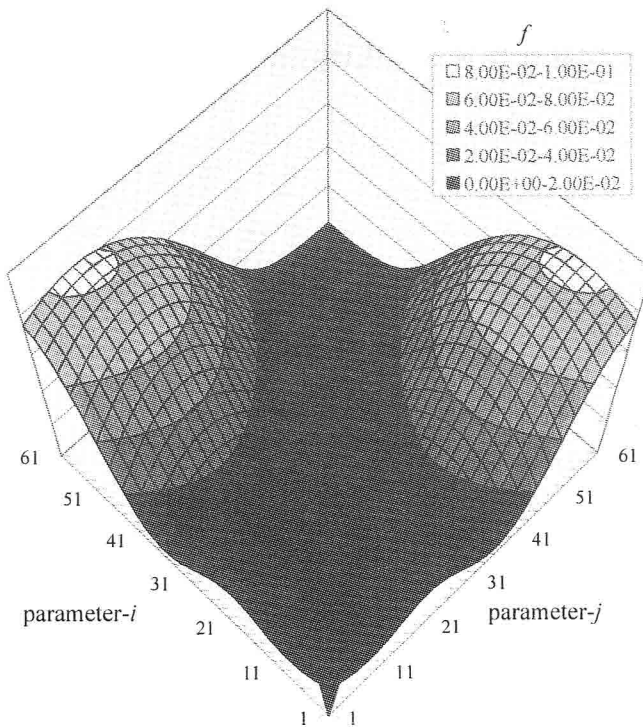
(b) Sampling on partial structure

Fig.4.10 Partial sampling on structure

このような考察に基づきレイアウト感度曲面の近似を行えば、解の候補点数は例えば半分以下で済み、部分的に精度を向上させるような探索を行ったとしても、式(4.1)で記述されるような計算コストは大幅に削減できる。



(a) For not uniformity sampling



(b) For sampling on partial structure
Fig.4.11 f -map for the partial sampling

4.2.2 領域のブロック化及び分岐限定アプローチによる組合わせ最適化の効率化

評価する組合せ数を減少させるアプローチとして、領域をブロック化することが考えられる。これは、組合せ最適化分野でよく知られた分割統治法、または分割探索の考え方と本質的に同じである。いま、Fig.4.12(a)に示すように、元の解集合 X における要素 X_1, X_2, \dots, X_n を考える。この集合の組合せ問題を考えた場合、評価すべき組合せは Fig.4.12(b)のように書ける。Fig.4.12(b)は解の列挙である。 X に関する組合せ問題を解く代わりに、Fig.4.12(b)に示された解の列挙に関する探索を行えば、結果として全体の解集合 X に関する解を得たことになる [4.4].

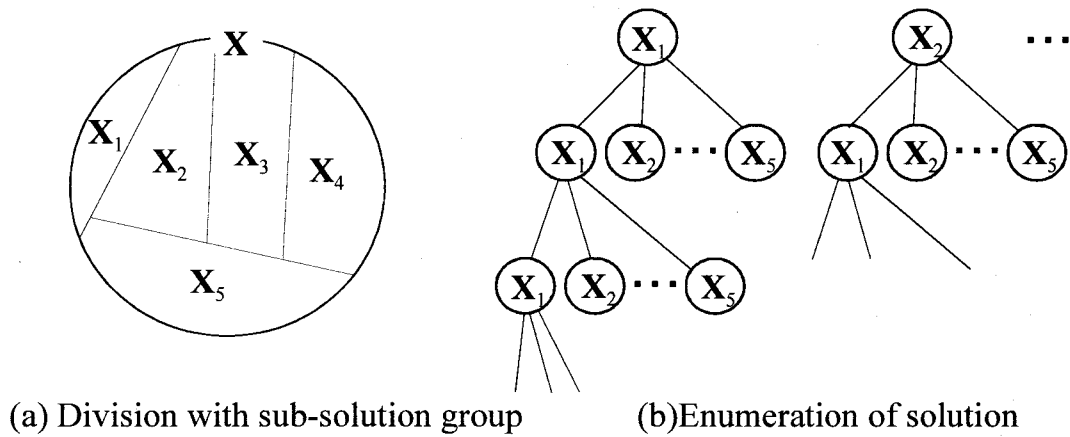


Fig.4.12 Division with sub-solution group and enumeration of solution

この手法のレイアウト設計への適用可能性検討のために、本研究におけるレイアウト設計の特徴を考察する。Fig.4.12における解集合は、レイアウト設計においては補強部材の端点の候補点全体がなす集合であり、レイアウト設計は、1本の挿入部材毎に2点を解集合の中から選択する設計である。したがって、解集合 X は式(4.2)を満たす部分解集合 X_i に分割できる。これより、本問題における解の列挙は、解集合の要素 $x \in X$ に関する列挙の代わりに、Fig.4.12(b)に示す部分解集合の列挙により表現できる。

$$\left. \begin{aligned} X &= \bigcup_i X_i, \quad X_i \subseteq X \\ X_i \cap X_j &= \begin{cases} \phi & (i \neq j) \\ X_i & (i = j) \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots (4.2)$$

組合せ問題としてレイアウト設計を考える場合に、このような解の列挙を行うことの利点は次のようにまとめられる。まず、列挙に従い部材を挿入する。ここで、

有効な解を有していない部分解集合に関しては、その先の探索を行わないことにする。これにより、評価すべき部分解集合の組合せ数が削減可能となり、探索計算コストの削減が期待できる。これは、一般的な組合せ最適化問題に対する分岐限定アプローチ[4.5]と本質的に同じであり、本研究においても有効であると考えられる。このような分岐限定アプローチの適用の際には解集合の分割方法と、分岐限定を行うための局所基準が重要となる[4.6]。本研究で行った分割探索、分岐限定アプローチの具体的な手順を次に示す。

(1) 構造全体のなす解集合を S とした場合に、 S を

$$S = \bigcup_l S_l \quad \dots (4.3)$$

となるような部分集合 S_l に分割する。ただし S 、 S_l は集合として式(4.2)を満足する。 S_l の分割方法については、Fig.4.9 で示した、局所座標系の変化量が大きくなる部分で構造 S を分解し、各部分構造を S_l とする。

(2) 部材挿入本数を 1 と仮定し、レイアウト応答曲面を作成する。

(3) 部分集合 $S_l \times S_m$ 内で次式に対して降順に整列する。

$$f_{ij} = \frac{1}{V_{ij}} \sum_k \left(d_k^{org} - d_k^{reinforced} \right) \quad \dots (4.4)$$

なお、式(4.4)は、補強レイアウト (i, j) により補強体積の変位場の変化量を表している。これは、式(2.6)により表される補強効果とは異なり、主構造の変位場に対する単位補強体積当たりの影響度合いを表している。したがって、この値が小さいほど主構造の変位場に対して影響を及ぼさないレイアウトであることを表している。

ステップ (2) および (3) により、分岐限定のための局所基準を評価する。非凸な組合せ問題に対して用いる分岐限定基準は、本質的に大域的基準を含むべきであるが、局所的情報のみで定義できる大域的基準は一般には本質的に存在しない[4.7]ことから、式(4.4)のような局所基準のための評価関数を考えることとする。実際、物理的考察より、変形に寄与しない部材は補強効果が低いと言えるため、分岐限定のための局所基準としてこのような評価は妥当で

あると考える。

(4) 部分集合 $S_l \times S_m$ に対して、次式を計算する。

$$f^{(n)}(l,m) = \max_{i,j} \{f_{ij}^{(n)}; i \in S_l, j \in S_m\} \quad \dots (4.5)$$

式(4.5)より、 $f^{(n)}(l,m)$ は物理的には各部分領域 S_l と S_m を結ぶ補強効果の最大値を与える。

(5) 式(4.5)で表される $f^{(n)}(l,m)$ を最大化する補強部材の組を、レイアウト設計の解とする。なお、任意のしきい値を設定して各部分集合 S_j ごとの最大補強効果を評価し、最大補強効果の低い組同士を解候補から除外する。

(6) 任意の n_s に対して、解候補に含まれる全ての (l,m) に関する部分解集合 $(i,j) \in (S_l, S_m)$ について、 $f^{(n)}_{ij}$ の評価に基づきソートされた上位から n_s 番目までの要素を (S_l, S_m) の代表要素がなす集合 S'_i として、部分解集合

$$S' = \bigcup_i S'_i \quad \dots (4.6)$$

を作る。 S' は縮約解集合である。

(7) 縮約解集合 S' に対して探索を行い、近似的に解を求める。

以上の手順により、解空間全体の探索を行う代わりに縮約解集合全体の探索を行うことで解を得る。このような、構造のブロック化による解の探索効率化手法の適用例として、Fig.4.13(a)に示す2重の門型構造を主構造とした補強設計を考える。主構造部材の断面形状は1辺が5mmの正方形である。Fig.4.13(b)に示すような荷重条件に対し、2本の補強部材の挿入を考える。

いま、Fig.4.13(a)の構造は、Fig.4.14のように6本の直線部材に分割できる。したがって、このような6つのブロックに分割し、それらを解集合 S に対する部分集合を S_i とする。

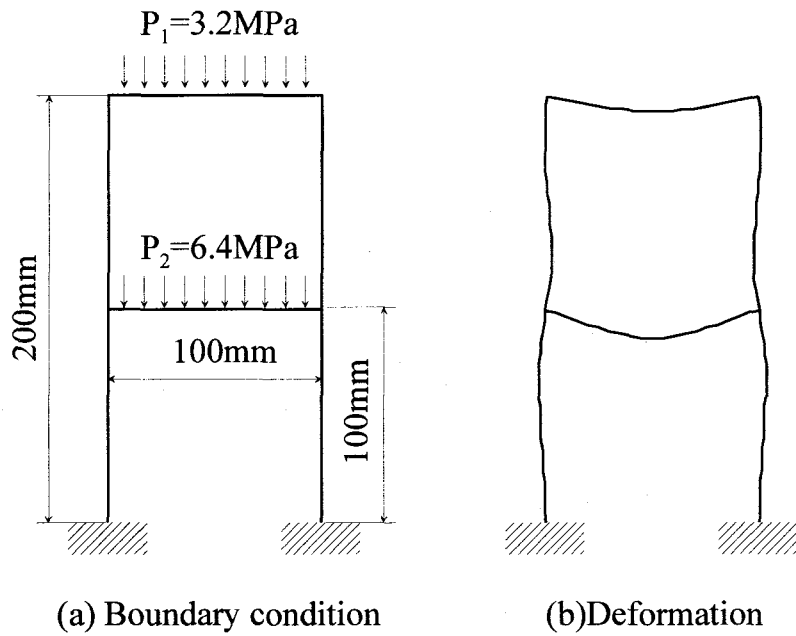


Fig.4.13 Two-storied structure

手順に従い，部材挿入本数1本の場合を想定したレイアウト感度曲面を作成し，各ブロック毎に式(4.5)を評価する．各ブロック毎の式(4.5)の最大値を Fig.4.15 に示

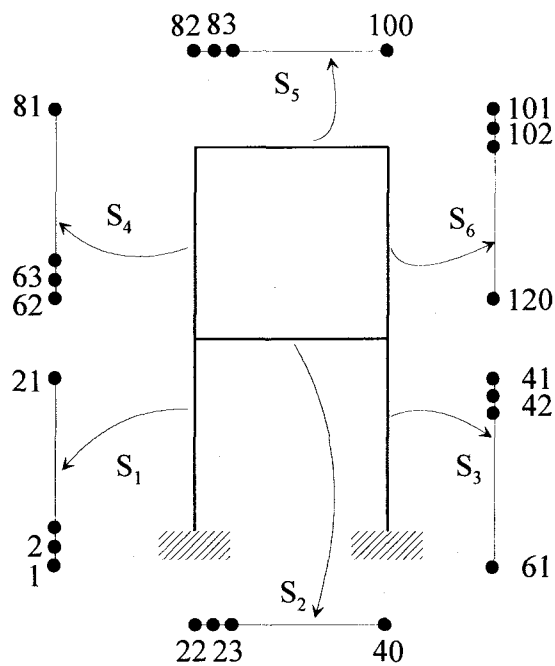


Fig.4.14 Divided sub-group and numbering of nodal point on the structure

す. Fig.4.15 より, 高い値を有する部分集合の組 (S_l, S_m) を取り, その中で式(4.3)が上位となる (i, j) を縮約解候補として部材挿入本数を2とした場合の解の探索を行う. Fig.4.15 に示すように, 例えば $f^{(n)}(l, m)$ のしきい値を0.15とした場合, 有効なブロックとして選択される縮約解集合の候補は,

$$(l, m) = \{(1,2), (2,3), (2,4), (2,6)\} \quad \dots (4.7)$$

の4組となる. これらの組のみに注目し, 部材挿入を2本とした場合の解の探索を行う. なお, 縮約解集合の要素の個数として, $n_s = 100$ を与えた. $n_s = 1$ としない理由は, 一本の部材挿入により, 複数本挿入の効果を完全には予想できないため, 式(4.5)の評価に対して若干の幅を持たせた方が, より精度の高い探索が行えると考えたためである.

この探索の結果得られた解を Fig.4.16(a)に示す. また, ブロック化を行わずに解を探索した結果を Fig.4.16(b)に示す.

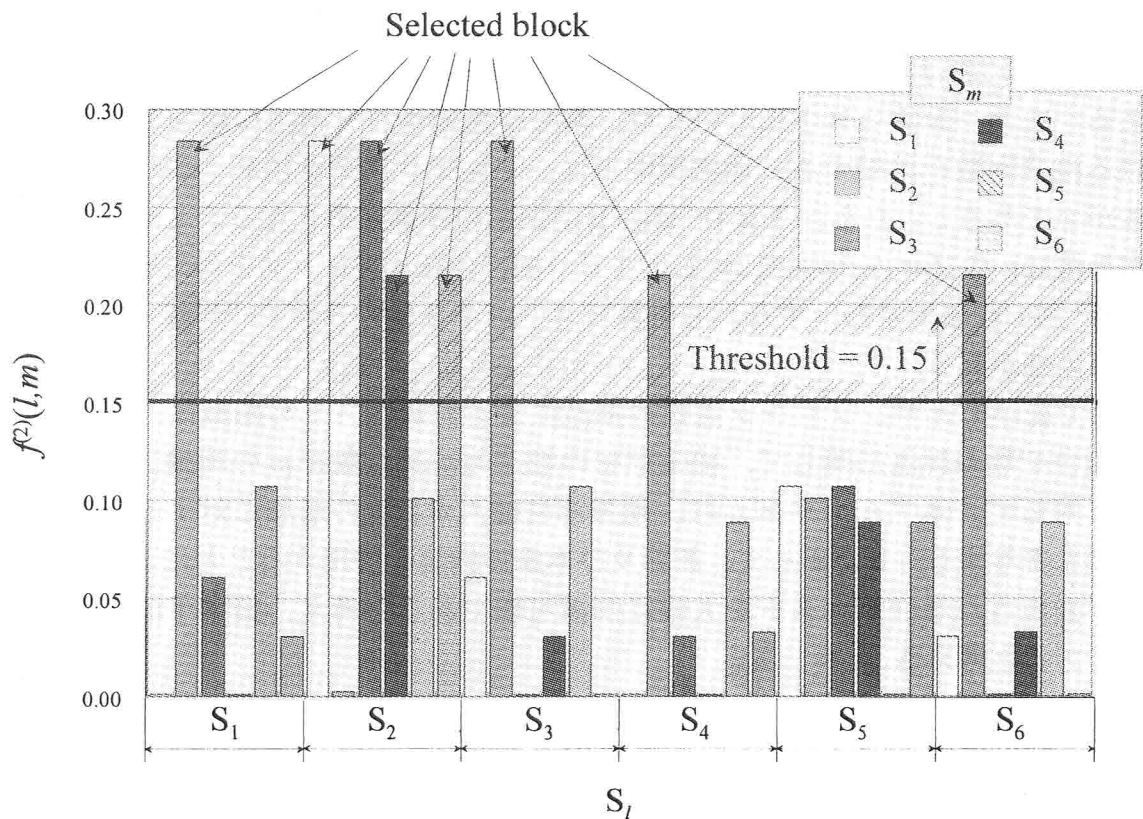


Fig.4.15 Maximum $f^{(n)}(l, m)$ value for each pair of sub group (S_l, S_m)

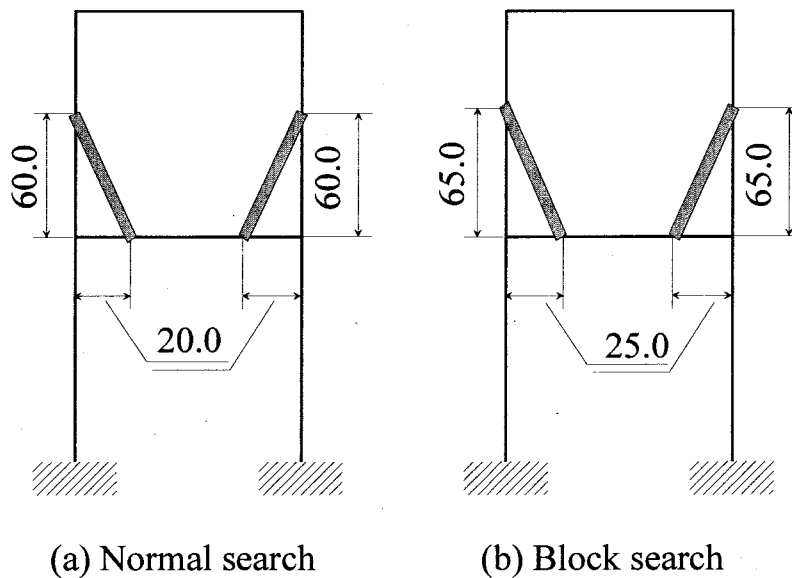


Fig.4.16 Solution for layout of reinforcement obtained by proposed method and normal search(unit: mm)

Fig.4.16 における解はほぼ等しく，簡便な手法によって妥当な結果が得られたと考える．また，計算コストについては，解の全探索を行う通常の場合と提案手法における探索回数を比較する．通常探索では，サンプリング点数が120，挿入部材本数が2であることから， 120^4 回の目的関数の評価回数となる．これに対して，提案手法は，各ブロックの組に対して100組，合計4ブロックを考えることから， 400^2 回の評価で済む．すなわち計算コストが1296分の1に削減され，提案手法の有効性が判る．

前節で記述したサンプリング点数の削減による計算コストの削減は，式(4.1)における組合せ数の評価に関して，補強部材の端点の候補点数を m の削減に寄与する．これに対して，本アルゴリズムは，補強部材挿入本数 n の増加に対する計算コスト削減にも寄与する．したがって，前節及び本節の内容を併用することにより，式(4.1)により表現される計算コストを大幅に削減可能であると考え，提案手法が実用化に有効であると考えられる．

4. 3 設計領域に関する制約条件の導入

4.3.1 設計領域の制約

本研究で目的とする設計が，予め存在する主構造に対する補強部材の挿入を想定していることから，補強部材が主構造の機能を損なわないことが要求されることがある．その顕著な例の一つとして，箱形構造に対する補強が挙げられる．箱形構造

は、多くの場合構造内部に商品などの物体が入ることを想定しており、構造内部へ部材挿入を許容しない。また、例えば構造上部から物体の出し入れを行う場合には、上面の補強も制限される。このような制約は、レイアウト設計における設計領域の制約として考慮する必要があると考える。

4.3.2 導入方法

一般に、ある領域において設計可能領域 D と非設計領域 \bar{D} を考えた場合、挿入部材が占める領域 X に関して、

$$\bar{D} \cap X = \phi \quad \dots (4.8)$$

となることを考える。これを本研究におけるレイアウト設計の制約として考えれば、Fig.4.17 に示すように、任意の非設計領域に対して、補強部材全体もしくはその一部が重複しない条件を考えればよい。この条件の設計システムへの実装に際し、構造解析に線形要素による有限要素法を用いていることから、一般的な形状を有する非設計領域 \bar{D} も、線形部分領域に離散化し、各部分領域における重複判定を非設計領域全体に繰り返し適用する方法が実用上有効であると考えられる。非設計領域と重複した補強部材に関しては、そのレイアウトの評価、すなわち目的関数 f を計算せず強制的に零とし、解として評価しないこととした。

なお、非設計領域の部分領域に対する補強部材の重複判定は以下のような手順で行う。

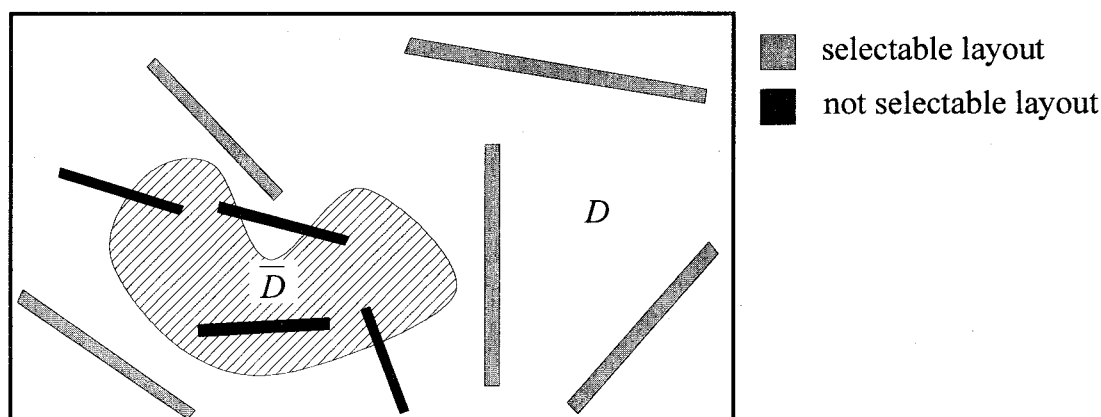


Fig.4.17 Constraint condition for design region

- (1) Fig.4.18(a)に示すような非設計領域を, Fig.4.18(b)に示すような任意個の六面体の部分領域 Q_i に分割する. これにより, 非設計領域 \bar{D} は

$$\bar{D} \approx \bigcup_i Q_i \quad \dots (4.9)$$

として近似できるものとする.

- (2) 各部分領域 Q_i について, Fig.4.18(c)のように面に分解し, それぞれに対して平面の方程式を立てる. これらをそれぞれ $p_1(\mathbf{x}) \sim p_6(\mathbf{x})$ とする. ここで \mathbf{x} は座標成分, 下添え字(1,2), (3,4), (5,6)はそれぞれ相異なる向かい合う面を表す.
- (3) 挿入する補強部材に関し, 両端の座標 \mathbf{x}_{r1} , \mathbf{x}_{r2} から直線の方程式を立てる.
- (4) 部分領域 Q_i の重心の座標を算出し, レイアウトを表す直線と重心と最も近い点から最も近い点 \mathbf{x}_p を算出する.
- (5) \mathbf{x}_p , \mathbf{x}_{r1} , \mathbf{x}_{r2} について, 次式から参照点 \mathbf{x}_r の座標を決定する.

$$\mathbf{x}_r = \begin{cases} \mathbf{x}_p & (0 < t < 1) \\ \mathbf{x}_{r1} & (1 \leq t) \\ \mathbf{x}_{r2} & (t \leq 0) \end{cases} \quad \dots (4.10)$$

ただし t は $(\mathbf{x}_{r1} - \mathbf{x}_{r2}) = t(\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_{r1})$ を満足するパラメータである.

- (6) この参照点 \mathbf{x}_r に対し, 式(4.11)を満足すれば補強部材が部分領域 Q_i と重複していると判断する.

$$\left. \begin{aligned} p_1(\mathbf{x}_r) \times p_2(\mathbf{x}_r) &\leq 0 \\ p_3(\mathbf{x}_r) \times p_4(\mathbf{x}_r) &\leq 0 \\ p_5(\mathbf{x}_r) \times p_6(\mathbf{x}_r) &\leq 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots (4.11)$$

- (7) 以上の計算を補強レイアウト候補及び部分領域 Q_i の全てに対して適用し, 非設計領域と重複する補強レイアウト候補を解集合から除外する.

このようなアルゴリズムにより、レイアウト設計における領域制約条件の導入が可能となる。

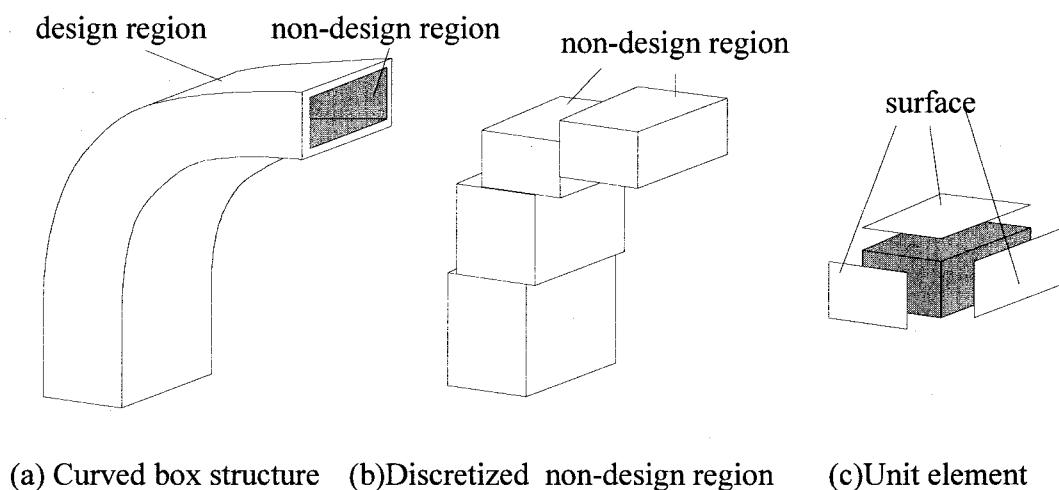


Fig.4.18 Discretization of non-design region

4.3.3 数値計算例

領域制約条件を設けた補強レイアウト設計例として、Fig.4.19(a)に示すような、1辺が1000mmの立方体箱形構造物の補強設計を行った。内容液圧力を想定して、荷重条件はFig.4.19(b)に示す変形状態を考える。主構造部材の断面形状は5mm四方の正方形とした。また、主構造上に50mm等間隔でサンプリング点を設けた。構造内部への物体の挿入及び構造上部からの物体の出し入れを想定し、補強部材が存在不可能な非設計領域を構造内部及び上面とした。上面には、中央部に600mm四方の正方形の非設計領域を設けた。Fig.4.19(c)は非設計領域の概略を表す。

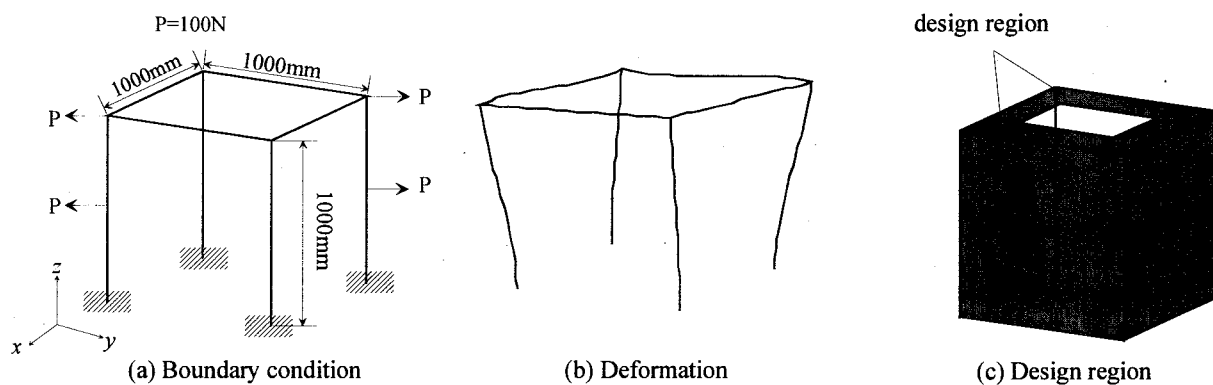


Fig.4.19 Box-like structure.

この構造に断面形状が5mm四方の正方形である補強部材を2本挿入する設計を行った。その結果、設計領域の制約の有無によらず、構造上面に部材が挿入された。Fig.4.20に得られた補強レイアウトを示す。Fig.4.20はいずれも構造上面を表す。

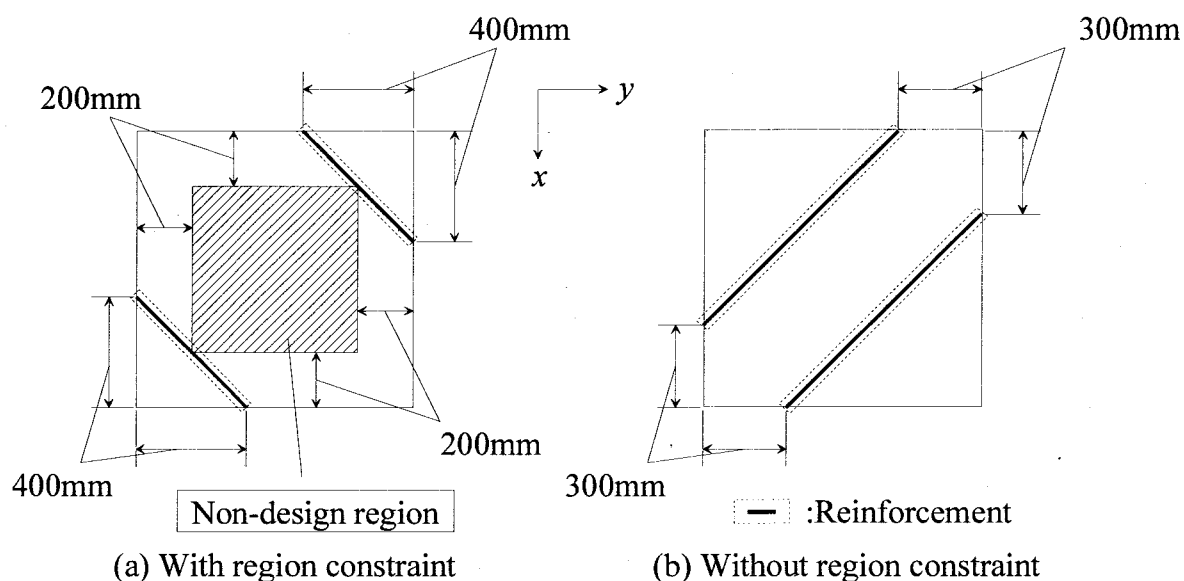


Fig.4.20 Obtained result by layout design with or without region constraint.

Fig.4.20(a)は非設計領域を考慮した場合、Fig.4.20(b)は非設計領域を考慮しなかった場合の設計結果である。Fig.4.20より、補強部材を挿入不可能な非設計領域を考慮した補強レイアウトが得られていることが判る。さらに、領域制約を考慮した場合、全く異なるレイアウトが得られる可能性があることも判る。このことから、提案手法を用いて設計領域に関する制約条件の適用が可能となったことが示され、領域制約条件導入の有効性が明らかとなった。

4. 4 補強部材の座屈に関する制約条件の導入

4. 4. 1 補強部材の座屈

ビーム状部材は、一般部材と比較して部材長に対する曲げ剛性が小さいことから、座屈現象が生じやすい部材である。一般に、ビーム部材の座屈限界は材料自身の強度と比較してはるかに小さい場合が多く、設計の際には座屈荷重を考慮する必要がある。ここで、ビーム部材挿入による補強を考えた場合、主構造部材と補強部材の座屈について検討する必要がある。主構造部材の座屈を考える場合には

- (I) 設計基準の見直しによる主構造の耐座屈性能の再評価。
- (II) 補強部材挿入に伴う主構造の座屈モードの再評価。

を考慮する必要がある。

(I) に関しては、本研究の目的が剛性上昇を目的とした軽量補強設計であることから、ここでは取り扱わない。また、(II) に関しては、提案手法において補強部材挿入による主構造の変位場の変化を評価することから、レイアウト設計時に評価関数 f に対してペナルティ項を付加すればよい。これに対して補強部材自身の座屈を考える場合には、部材自身が設計変数としてレイアウト及び断面形状を有していることから、設計過程においてこれらの両者について考慮する必要がある。したがって本節では、座屈制約条件に関して、挿入補強部材自身の座屈を考慮する手法の検討を行う。

4.4.2 導入方法

挿入する補強部材の座屈強度に関する制約の導入方法として、レイアウト設計時における制約と、断面形状設計時の制約の2通りを考える。これらはいずれも曲げ圧縮を受けるはり一柱の座屈評価式を用いて制約の指標とする。

本研究では、補強部材も含め、構造全体ををラーメン構造として取り扱う。すなわち部材には軸力のみならず曲げモーメントも働くため、オイラー座屈などの軸力のみでの座屈評価式ではなく、軸力-曲げ座屈の評価式を用いる必要があり、ここでは AISC 基準として定められている以下の評価式を用いることにする[4.8].

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx}f_{bx}}{\left(1 - \frac{fa}{F'_e{}_x}\right) \times F_{bx}} + \frac{C_{my}f_{by}}{\left(1 - \frac{fa}{F'_e{}_y}\right) \times F_{by}} \leq 1 \quad \dots (4.12)$$

ここで、 x, y は断面の強軸、弱軸を示す添え字、 F_a は圧縮力だけが作用した場合の許容圧縮応力、 F_b は曲げだけが作用した場合の許容曲げ応力、 f_a は部材に作用する圧縮応力、 f_b は部材に作用する曲げ応力、 C_m は部材に作用するモーメント勾配を考慮する係数、 F'_e は安全率を考慮したオイラー座屈強度を表す。 F'_e は

$$F'_e = \frac{\pi^2 EI}{sl^2} \quad \dots (4.13)$$

である。ただし E はヤング率、 I は断面 2 次モーメント、 l は部材長さ、 s は安全率である。 C_m に関しては、広く使用されている次式を用いる[4.9].

$$C_m = 0.6 + 0.4\kappa \geq 0.4 \quad \dots (4.14)$$

ただし κ は、部材端モーメントをそれぞれ M_0 , κM_0 ($-1 \leq \kappa \leq 1$)としたときの係数である。ここで、挿入部材に対して主構造の変形状態から、部材に生じる軸方向変位 λ 及び垂直変位 δ を推測する。部材を挿入した場合は、この変位場より小さくなるが、安全側の評価であること及び部材を挿入した場合の変位場を逐一計算することの費用を考慮して、このような評価を用いた。より精度の高い評価を要求する場合には、補強部材を実際に挿入した場合の変位場を計算するか、座屈解析を行いつつ制約とすればよい。変位 λ 及び δ を Fig.4.20(a)に示す。

ここで、各部材に生じる軸方向応力、曲げモーメントを σ , M とし、曲げに関して Fig.4.20(b)に示すように両端に等モーメントが作用したと仮定すれば、材料力学の適用範囲では λ と σ , δ と M_e の関係は近似的に式(4.15)及び(4.16)により記述できる。

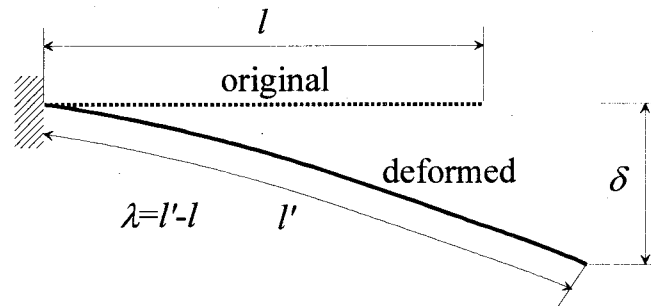


Fig.4.20 Scheme of displacement λ and δ on local coordinates

$$\sigma = \frac{E\lambda}{l} \quad \dots (4.15)$$

$$M = \frac{\sin^{-1}\left(\frac{\delta}{l}\right) \times 2EI}{l} \quad \dots (4.16)$$

ここで、本研究では補強部材挿入時に、部材の強軸と主曲げ方向を一致させていることから、式(4.12)の f_{by} は零となる。また、 F_a はオイラー座屈強度を用い、 F_b も単純な矩形断面を仮定することから、圧縮側のオイラー座屈強度を近似的に用いることとする[4.10]。したがって、式(4.12)を変形し、適用範囲を考慮した次式

$$\left. \begin{aligned} \frac{l \times \lambda}{\pi^2 I} &\geq 1 \\ \frac{l \times \lambda}{\pi^2 I} + \frac{\sin^{-1}\left(\frac{\delta}{l}\right) \times 2I \times l}{(\pi^2 I - l \times \lambda) \times h \times z} &\geq 1, \quad \left(\frac{l \times \lambda}{\pi^2 I} < 1\right) \end{aligned} \right\} \dots (4.17)$$

により表現される制約条件をレイアウト設計時に考慮し、制約を満足しないレイアウトは選択不可とすることで座屈制約条件の判定を行う。ただし、式(4.17)について、 h は断面の強軸寸法、 z は強軸に関する断面2次係数である。

4.4.3 数値計算例

提案手法の適用例として、第3章で示した門型構造物の補強設計例のうち、荷重ケース2、すなわち構造上部への横方向集中荷重を想定し、挿入部材を1本とした場合の補強設計を考える。設計条件は前述の設計例と同様とし、本節で記述した補強部材の座屈に関する制約条件を付加した場合の設計を行う。Fig.4.21に座屈制約条件を考慮した場合の解の探索過程におけるレイアウト候補の変化を示す。

第3章における結果と比較すると、レイアウト候補3が選出される時点から座屈制約条件を満足する補強レイアウトが選出されている。物理的には、座屈制約条件を考慮しない場合には圧縮側の軸力を受ける補強部材が解候補として選出されていたのに対し、座屈制約条件を考慮した場合、左右対称となり、引張り側の軸力を受ける補強部材が解候補として選出されている。このことより、解の探索において制約条件が妥当に機能していることが判る。また、解の探索過程におけるレイアウト、断面形状及び目的関数の値の変化をTable 4.2に示す。Table 4.2より、第3章で記述した結果と同様に妥当な探索が行われていることが判る。また、設計ステップ4以降でも、目的関数 f の値は若干低くなるものの、より高い目的関数値を有する解の探索を行っていることから、本節において提案した座屈制約条件の導入手法の妥当性が示せたものと考えられる。

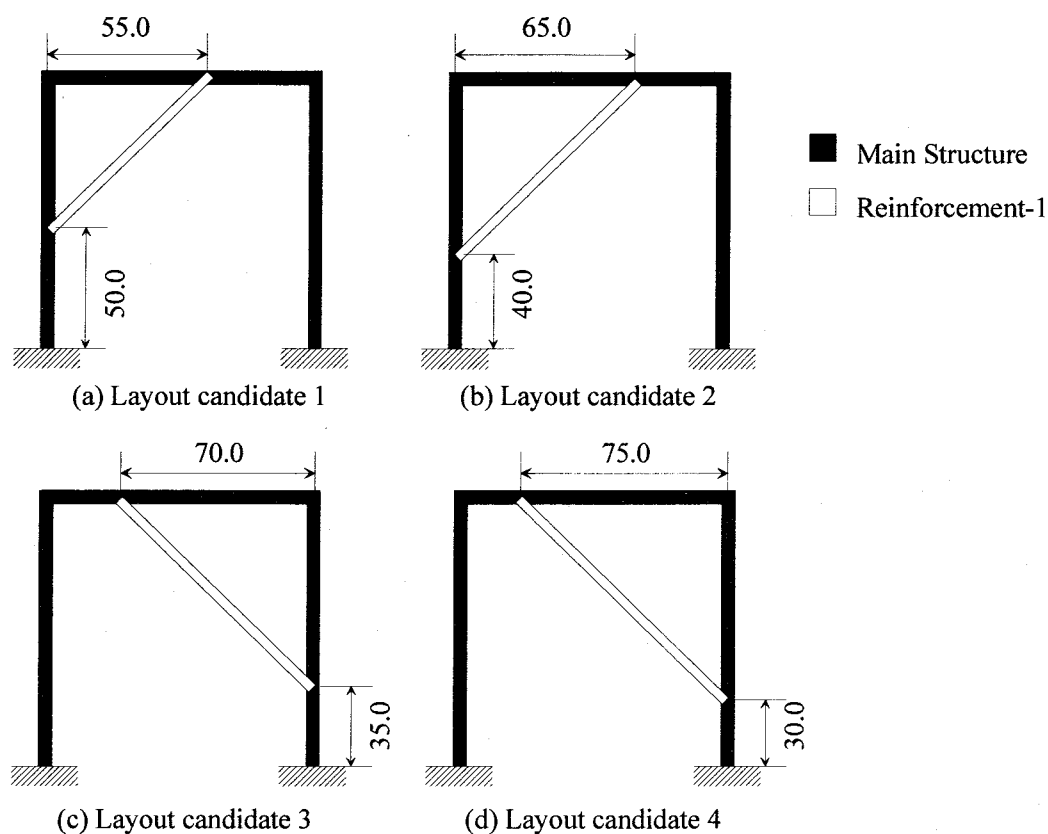


Fig.4.21 Alternation of layout with buckling constraint (unit: mm)

Table4.2 Alternation of optimum cross-sectional size on each design step

| Step | Assumed Size (mm) | Layout Candidate | f (mm ²) | Optimized size (mm) |
|------|-------------------|------------------|------------------------|---------------------|
| 1 | (5.00,5.00) | 1 | 0.01385 | (0.55,0.55) |
| 2 | (3.37,3.37) | 2 | 0.02371 | (0.42,0.42) |
| 3 | (2.51,2.51) | 2 | 0.02608 | (0.42,0.42) |
| 4 | (1.47,1.47) | 3 | 0.14358 | (0.39,0.39) |
| 5 | (0.93,0.93) | 3 | 0.32048 | (0.39,0.39) |
| 6 | (0.39,0.39) | 4 | 0.99162 | (0.37,0.37) |
| 7 | (0.37,0.37) | 4 | 1.03812 | (0.37,0.37) |

4. 5 まとめ

本章では、静的荷重下の補強設計問題に対する提案手法の実用化に際し、考慮すべき種々の項目について検討を行った。

まず、実用化において重要である計算コストの削減に関し、最も高い計算コスト

を必要とするレイアウト設計について検討を行い，計算コスト削減を図る手法を提案した。

目的関数曲面の近似によるサンプリング点の削減，さらに全構造を部分構造に分割するブロック・分割探索アプローチおよび分岐限定アプローチにより，計算コストの大幅な削減が行えた。

さらに，ビーム状部材を挿入する補強設計問題について実用上重要となる設計制約条件について，部材挿入不可能な領域を考慮する設計領域制約および補強部材の座屈評価を考慮した座屈制約条件の導入を行った。

これらの制約条件の導入により，制約を行わない場合の設計結果と比較して，より物理的に妥当と考えられる設計結果が得られたことから，本章で提案した手法の妥当性および有効性が示せた。

参考文献

- [4.1] Tauchert, T. R. 著，鷺津久一郎 監訳，岩本卓也 訳，構造力学とエネルギー原理，ブレイン図書出版株式会社，(1979)，p.175.
- [4.2] 岸田敬三，材料の力学，培風館，(1987)，p.140.
- [4.3] 鷺津久一郎，宮本博，山田嘉昭，山本善之，川井忠彦 共編，有限要素法ハンドブック I 基礎編，培風館，(1981)，pp.282-287.
- [4.4] 伊理正夫，今野浩，刀根薫 監訳，最適化ハンドブック，朝倉書店，pp.610-613..
- [4.5] 伊理正夫，今野浩，刀根薫 監訳，最適化ハンドブック，朝倉書店，pp.484-492.
- [4.6] 伊理正夫，今野浩，刀根薫 監訳，最適化ハンドブック，朝倉書店，pp.486-492.
- [4.7] Horst, R. and Tuy, H., Global Optimization – Deterministic Approached (2nd ed.), Springer-Verlag, (1993).
- [4.8] 日本建築学会 編，鋼構造座屈設計指針(1996年改訂版)，技報堂，(1996)，p.162.
- [4.9] 日本建築学会 編，鋼構造座屈設計指針(1996年改訂版)，技報堂，(1996)，p.149.
- [4.10] 日本建築学会 編，鋼構造座屈設計指針(1996年改訂版)，技報堂，(1996)，p.97.

第5章 耐振補強設計への応用

5.1 はじめに

原子力関連機器や化学プラントなどでは、耐振設計が重要な位置を占めている。原子力設備では、機器を建屋床に設置する際、機器自身の固有振動数がある値以上にすることで、設計手法の簡略化が図れる。すなわち、地震に対しては機器を剛体として取り扱えるので、設備全体での設計簡略化が図れる[5.1]。固有振動数の問題についても、既定の主構造に対して適切な補強を行い、機器全体での機能向上を行うことで、効率的に設計基準を満足することが可能となると考える。固有値問題に関する最適設計については、近年では荻原らによる固有振動数制御のための位相最適化手法[5.2]や呉らによる領域最適化[5.3]、長松による感度解析技術[5.4]の報告などがある。固有値問題におけるレイアウト設計や形状設計においては、固有モード次数の入れ替わりが問題を解きにくくするとされており、これを考慮した一般化固有値指標によるトポロジー最適化手法が馬ら[5.5]により提案されている。しかし、実構造におけるトポロジーやレイアウト、形状を設計変数とした固有値問題に対する適用例はまだ数少ないと言える。

このような背景を鑑み、提案手法の適用例として、機器制御盤の耐振補強設計を行う。構造の固有振動数は、一般にモード剛性 K とモード質量 M の比により決定される[5.6]ことから、補強重量に対する構造全体の剛性の上昇度合いを目的関数とする提案手法の適用例として適当であると考えた。

5.2 機器制御盤の耐振補強設計

5.2.1 問題設定

原子力施設において用いられる空気圧縮機制御盤は、地震発生時を想定した設計条件から、構造全体での固有振動数が問題となる場合がある。特に、最低固有振動数が約30Hz以上の場合には、構造自体を剛体として取り扱える考え方により、強度や剛性の他に、固有振動数の制約も含めた設計が必要となる。

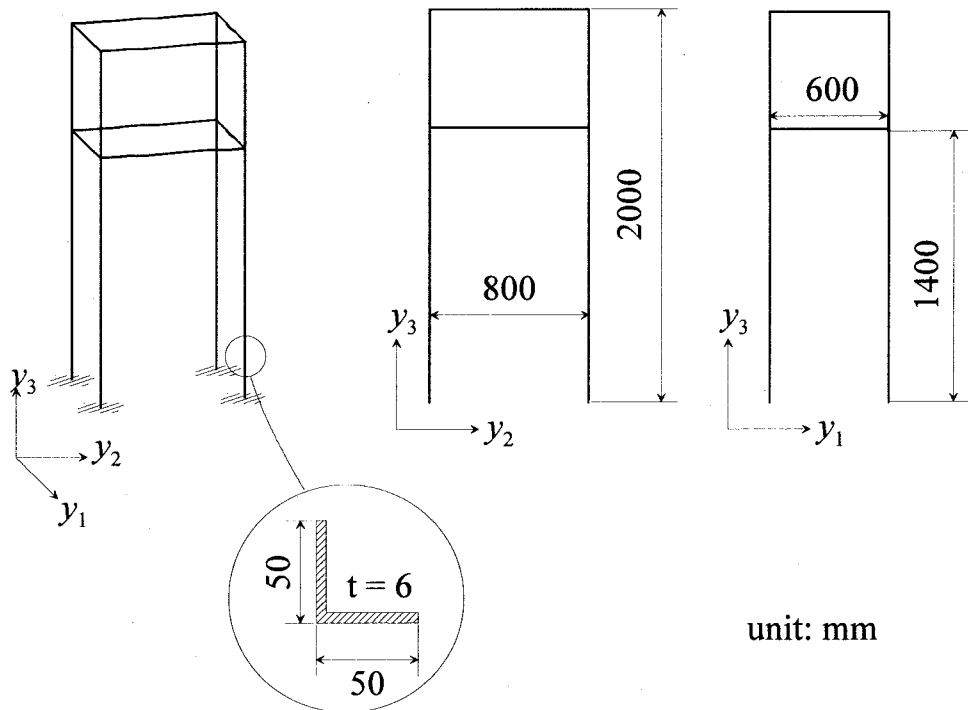
ここで制御盤の概略的な形状が装置の大きさや強度制約などから決定されたと考えれば、荷重メンバによる主構造として予め与えられた制御盤に対し、設計固有振動数を満足するように剛性の向上を図る設計を行うことができる。

想定する制御盤のモデル及び各部の寸法を Fig.5.1 に示す。ここでは、荷重メンバとして骨組み構造を考え、これを主構造とした。主構造は6自由度2節点直線ビーム要素によりモデル化を行った。総要素数は288、総節点数は236である。これは経験的に十分と考えられる要素分割である。なお、境界条件として、構造下部は完全固定とした。設計目的は、この主構造の最小固有振動数が目的値以上になる

ような軽量補強構造を決定することである。目的値とする最小固有振動数は30 Hzとする。また、簡単のため挿入部材数を4本とし、補強部材断面寸法は長方形を仮定する。したがって、設計問題は以下のように記述できる。

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Find } \mathbf{x} \equiv \{\text{layout, size}\} \\
 \text{To minimize } W = W(\mathbf{x}) = \sum_i \rho_i \cdot l_i \cdot A_i \\
 \text{Subject to } \text{minimum eigenfrequency} \geq 30\text{Hz}
 \end{array} \right\} \dots (5.1)$$

ただし W は補強部材の重量を表し、 ρ_i 、 l_i 、 A_i はそれぞれ部材 i の密度、長さ、断面積を表す。



unit: mm

Fig.5.1 Dimension of the main structure

5.2.2 固有振動数問題の変形問題への置き換え

まず、モデル初期状態の固有値解析結果より得られた1次から4次までのモード図を Fig.5.2 に示す。また、各モードにおける固有振動数を Table 5.1 に示す。固有値解析には有限要素法及びサブスペース法を用いた。物性値は主構造部材、補強部材ともに軟鋼の値を用いた。

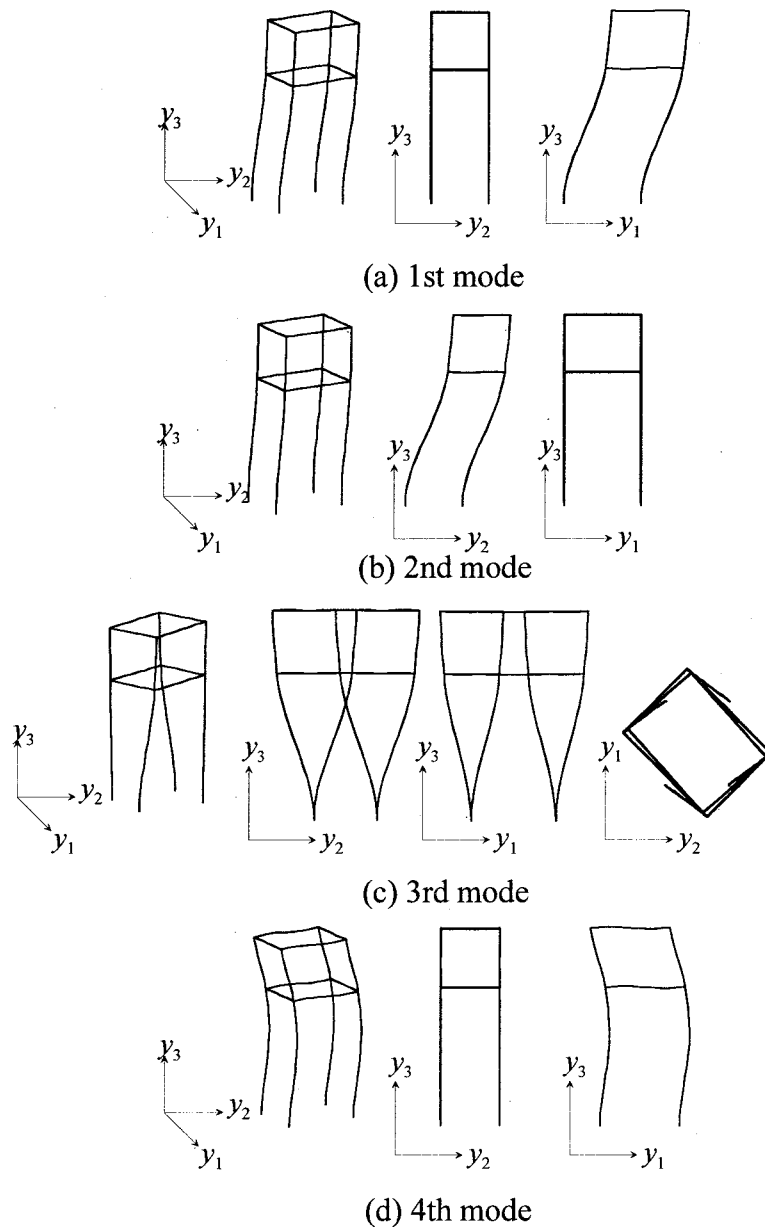


Fig.5.2 The eigenmode of main structure

Table 5.1 Eigenfrequency

| Eigenmode | Eigenfrequency (Hz) |
|-----------|---------------------|
| 1 | 16.9 |
| 2 | 17.3 |
| 3 | 19.3 |
| 4 | 96.6 |

この結果から、3次以下の固有振動数が制約を満足していないことが判る。したがって3次以下の固有モードに対応する変形状態を抑制する補強を行うことで、固有振動数を上昇させることを考える。

一般的な構造の r 次の固有角振動数 ω_r は、 r 次の固有ベクトルを表す変位ベクトル \mathbf{u}_r 及び剛性マトリックス \mathbf{K} 、質量マトリックス \mathbf{M} より計算されるモード剛性 K^* 及びモード質量 M^* を用いて

$$\omega_r = \sqrt{\frac{K^*}{M^*}} \quad \dots (5.2)$$

と計算される。ただし

$$K^* = \mathbf{u}_r^T \mathbf{K} \mathbf{u}_r \quad \dots (5.3)$$

$$M^* = \mathbf{u}_r^T \mathbf{M} \mathbf{u}_r \quad \dots (5.4)$$

である。ここで補強により変位ベクトル、剛性マトリックス、質量マトリックスがそれぞれ \mathbf{u}_r' 、 \mathbf{K}' 、 \mathbf{M}' に変化したとする。これらをそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_r' &= \mathbf{u}_r + \Delta \mathbf{u}_r \\ \mathbf{K}' &= \mathbf{K} + \Delta \mathbf{K} \\ \mathbf{M}' &= \mathbf{M} + \Delta \mathbf{M} \end{aligned} \right\} \quad \dots (5.5)$$

と書けば、補強後のモード剛性及びモード質量は

$$\left. \begin{aligned} K^{*'} &= \mathbf{u}_r'^T \mathbf{K}' \mathbf{u}_r' = (\mathbf{u}_r + \Delta \mathbf{u}_r)^T (\mathbf{K} + \Delta \mathbf{K}) (\mathbf{u}_r + \Delta \mathbf{u}_r) \\ M^{*'} &= \mathbf{u}_r'^T \mathbf{M}' \mathbf{u}_r' = (\mathbf{u}_r + \Delta \mathbf{u}_r)^T (\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M}) (\mathbf{u}_r + \Delta \mathbf{u}_r) \end{aligned} \right\} \quad \dots (5.6)$$

さらに、モード変位がほとんど変化しない、すなわち、

$$\mathbf{u}_r \approx \mathbf{u}_r + \Delta \mathbf{u}_r \quad \dots (5.7)$$

と仮定できるならば、補強後の r 次の固有角振動数 ω_r' は

$$\omega_r' \approx \sqrt{\frac{\mathbf{u}_r^T \mathbf{K} \mathbf{u}_r}{\mathbf{u}_r^T (\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M}) \mathbf{u}_r} + \frac{\mathbf{u}_r^T \Delta \mathbf{K} \mathbf{u}_r}{\mathbf{u}_r^T (\mathbf{M} + \Delta \mathbf{M}) \mathbf{u}_r}} \quad \dots (5.8)$$

と書ける。ある変形状態を固有モードとする構造の固有振動数を上昇させるには、変位ベクトルに対する剛性増加と質量増加の比

$$\frac{\mathbf{u}_r^T \Delta \mathbf{K} \mathbf{u}_r}{\mathbf{u}_r^T \Delta \mathbf{M} \mathbf{u}_r} \quad \dots (5.9)$$

が大きいほど好ましいことになる。以降、この比のことを k/m 比と呼称する。このことより、固有振動数上昇を目的とする設計に対して、重量増加に対して効率のよい変形抑制設計を目的とする提案手法が適用可能となると考える。

提案手法の適用に際し、任意の変形状態を固有モードとする構造に対し、静的な等価節点力を与えることにより、同様の変形状態を実現することを考える。この場合に与えるべき等価節点力ベクトルは、固有値 λ 、固有ベクトル \mathbf{x} 及び質量マトリクス \mathbf{M} を用いて、以下のように表現できる。

いま、任意の変位ベクトル \mathbf{u} と構造の剛性マトリックス \mathbf{K} 、荷重ベクトル \mathbf{f} について、弾性範囲内ではフックの法則

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad \dots (5.10)$$

が成り立つ。一方、固有値問題は

$$\mathbf{K} \mathbf{x} = \lambda \mathbf{M} \mathbf{x} \quad (5.11)$$

と書けるので、式(5.10)、式(5.11)の比較により、明らかに

$$\mathbf{f} = \lambda \mathbf{M} \mathbf{x} \quad \dots (5.12)$$

が成り立つ。固有ベクトル \mathbf{x} の成分は相対値であるため、任意の定数 c を固有値 λ の代わりに用いることで、適当な等価節点力ベクトルを得ることができる。

このようにして求めた等価節点力ベクトルを用いた静解析結果を Fig.5.3 に示す。Fig.5.2 のモード図と比較して、いずれのモードもよく一致していることが判る。

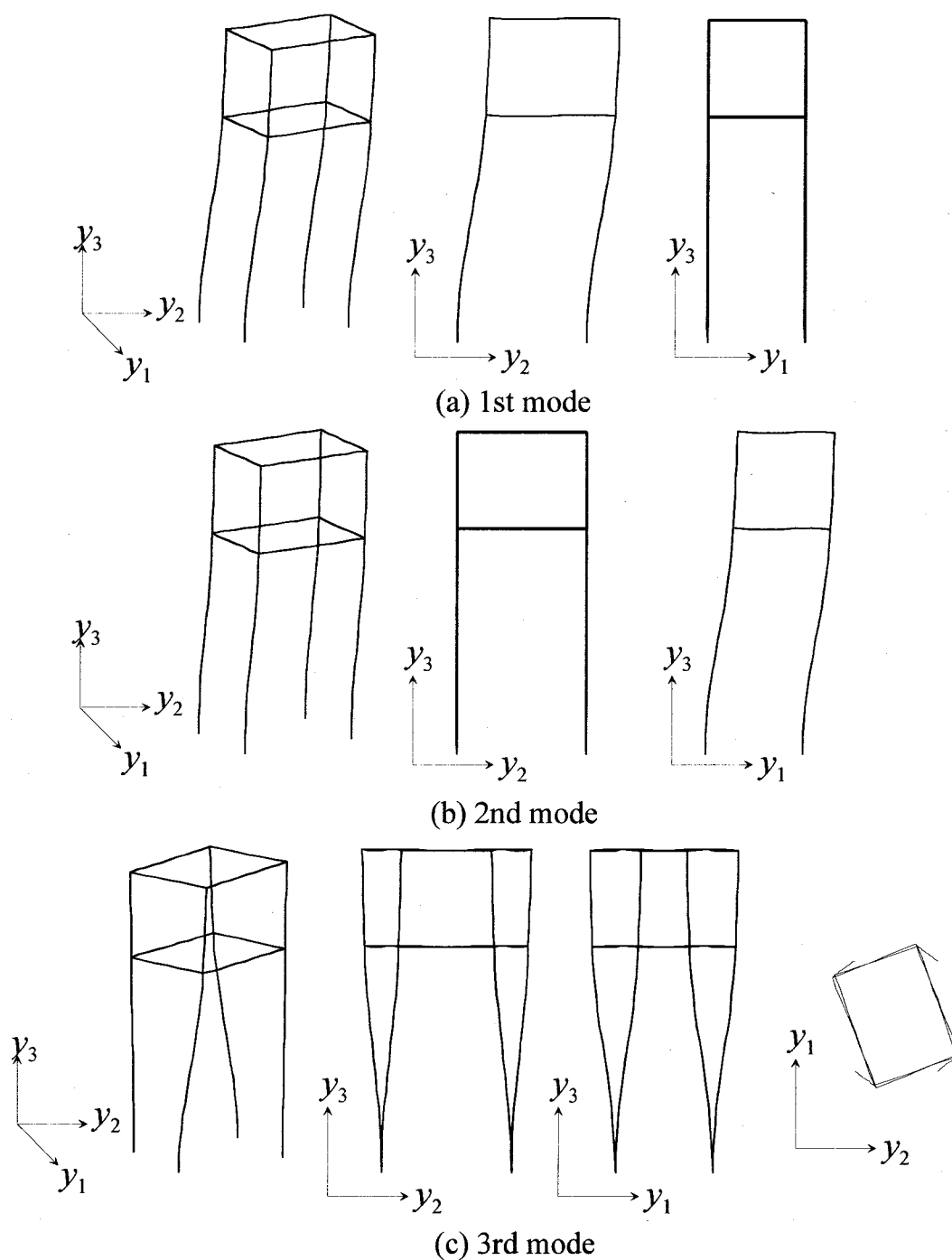


Fig.5.3 Deformation with equivalent nodal force obtained by eq.(5.12)

したがって、この方法を用いて、固有値問題における固有モードを静的問題における変形状態に置き換え、各固有モードに対応する剛性補強設計を行うことにする。

次に、固有値を考慮したレイアウト設計の問題点について考える。一般に、固有

振動数を目的関数としたレイアウト設計では、固有モードの入れ替わりという現象が問題を難しくしていると言われている[5.5]。この現象が生じる理由としては次の点が考えられる。

- (I) 低次の固有モードに対する補強を行った場合に、他のモードの変形に対して補強効果が低い場合には、補強前後で固有モードに対する固有振動数の大小関係が逆転することが予想される
- (II) 予め存在する主構造に対して、補強部材自身の k/m 比が低い場合には、補強部分のみが変形するような固有モードが新たに現れることが予想される。

(I) のような現象が起こる例を Fig.5.4 に示す。Fig.5.4 は、補強前の構造における1次の固有モードに対する補強を行った場合の、補強前後における固有モードを比較したものである。1次の固有モードが左右方向に変形するモードであったため、対角部を連結する補強を行った。また、補強部材同士は連結していないことから固有モードの入れ替わりが生じている。この問題は、固有振動数を直接評価関数とする場合には重大な問題となる。これを解決するには、一般化された固有値指標を用いること[5.5]等が考えられる。しかし、提案手法では設計変数であるレイアウトの変化に対して直接固有振動数の変化を計算せず、任意のモードの抑制という形で変形状態に対して設計を行うため、この問題は直接的には生じない。しかし、Fig.5.4 に示したように、補強部材を挿入した状態で実際に固有値解析を行うと、元々は1次であった固有モードが2次になり、元々2次であった固有モードが1次になるという固有モードの入れ替わりが生じるため、設計結果の評価には注意を要する。

(II) に関しては、実際に補強部材を挿入した構造に対する固有値解析では、補強部材自身も k/m 比を考える必要があり、この値が主構造のそれよりも小さくなった場合には、新たな固有モードが生じ、構造全体の固有ベクトル成分に対して補強部材に相当する部分の固有ベクトル成分が大きくなり、結果として初期より低い固有振動数が現れることになる。このような例について以下に示す。

本節で想定する設計対象と同様の制御盤のモデルに関し、3次の固有振動数を上昇させることを考える。この際に、補強部材の断面寸法として、主構造部材の板厚を考慮して $10\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ を採用したとする。この場合の提案手法による補強レイアウト設計結果は Fig.5.5 のようになる。

いま、1自由度系の固有振動数が

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \dots (5.13)$$

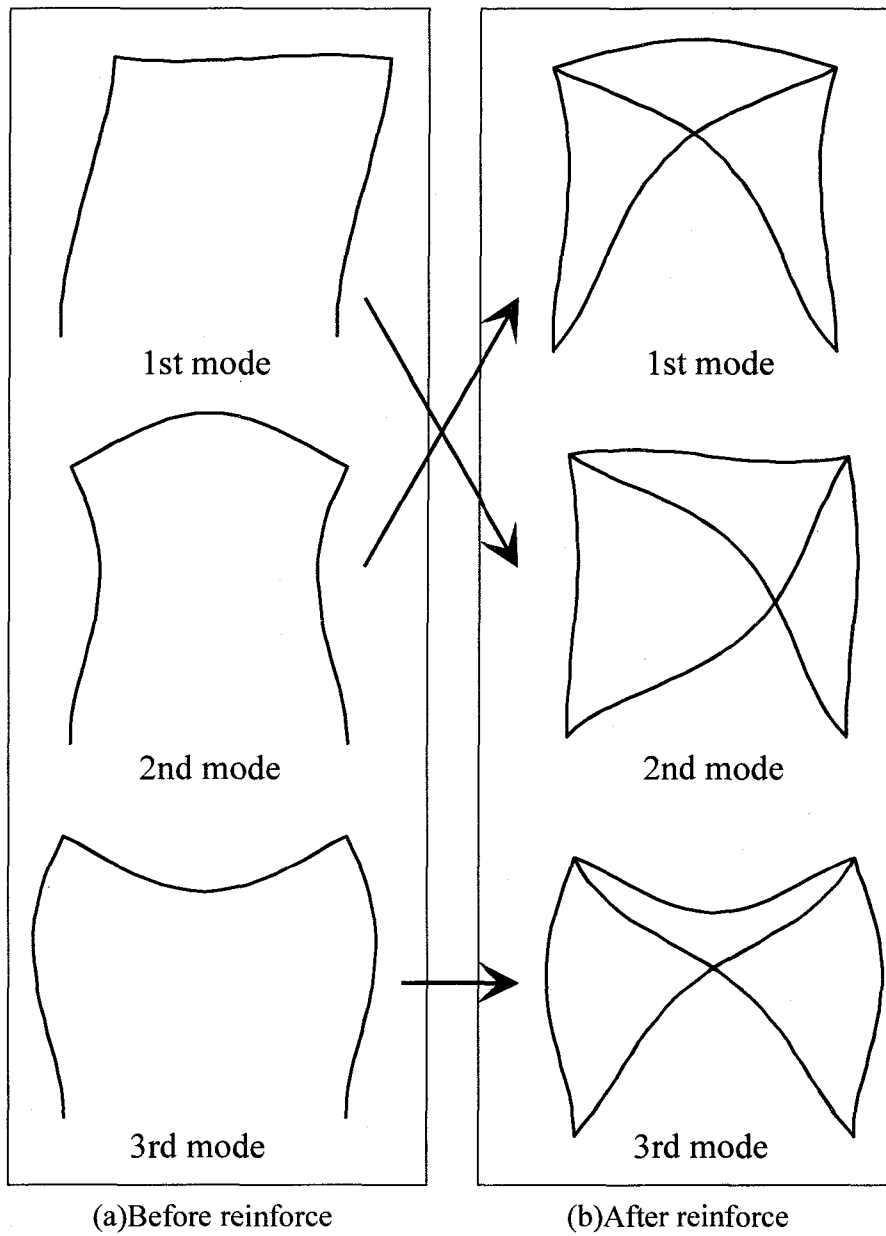


Fig.5.4 Counterchange of eigenmode by insertion of reinforcements

と書けることから，あるモードにおける固有振動数と最大変位の組 (d_0, F_0) ， (d_1, F_1) 同士の関係は，質量に変化がないとすれば，

$$\sqrt{\frac{d_0}{d_1}} = \frac{F_1}{F_0} \quad \dots (5.14)$$

となる。補強による質量増加が構造全体の質量と比較して小さいことを想定すれば、この結果はそのまま補強設計へと拡張できる。

式(5.14)から、補強設計結果を採用した場合、補強前の最大変位が0.9986 m、補強後の最大変位が、0.2493 mm、さらに補強前の3次の固有振動数が

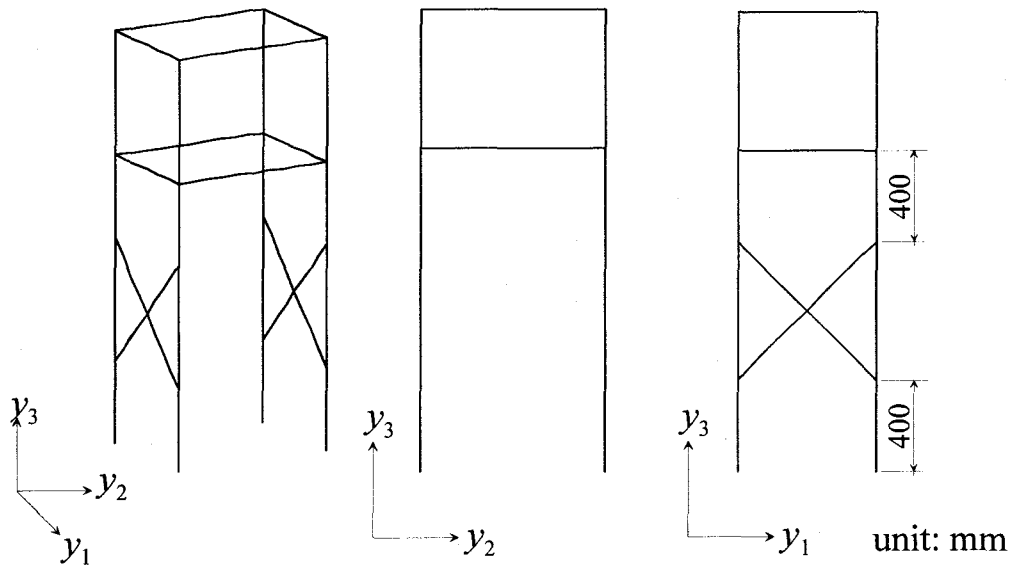


Fig.5.5 Result of layout design for 3rd eigenmode

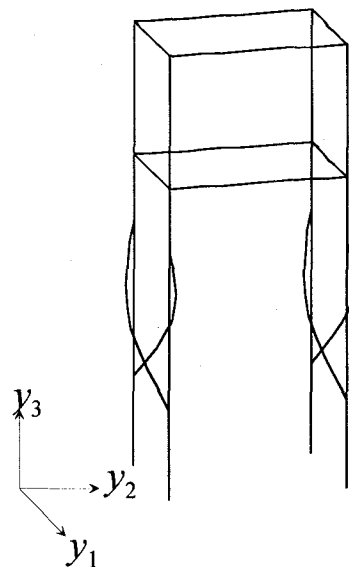


Fig.5.6 3rd eigenmode after insertion of reinforcement

19. 3 Hz であることから、補強後の3次の固有振動数は38.6 Hz 程度となることが期待される。しかしながら、実際には、Fig.5.6 に示すような固有モードが低次に現れており、低い固有振動数が存在することになる。実際に、この補強を行った結果3次の固有振動数は13.9 Hz であった。この現象が、通常のレイアウト設計手法が本問題に単純に適用することができないことの原因となっている。そこで、想定している補強構造設計の特徴に注目して、次のような方法でこの問題点の回避を考える。

いま、低次の固有モードが出現する原因として、補強部材自身の k/m 比が構造全体の中で部分的に低くなっていることを考える。想定する補強構造は直線ビームの両端を主構造上に固定したものであるから、局所的に見れば、両端固定はりを見なすことができる。簡易モデルとして、補強部材を Fig.5.7 に示す2要素集中質量系のビームモデルを考えれば、このはりの1次固有振動数がある固有振動数 F 以上である条件は、弱軸に対する断面2次モーメント I が

$$I \leq \left(\frac{12 EI}{\pi^2 m F^2} \right)^{\frac{1}{3}} \dots (5.15)$$

であればよいことになる。ただし、 l は部材の長さ、 m は部材の総質量、 E は部材のヤング率を表す。さらに、断面形状を長方形と仮定した場合は、断面の短辺の長さ h に関して、

$$h \geq l^2 F \pi \sqrt{\frac{\rho}{E}} \dots (5.16)$$

となる。ただし ρ は部材の密度を表す。この条件を設計時に付加することで、構造全体に対する補強構造の k/m 比が小さくなることを防ぐことができる。設計システムへの実装手法としては、レイアウト設計時には断面形状及び断面寸法を固定し、断面寸法設計時にはレイアウトを固定、すなわち l を固定とすることを利用する。すなわちレイアウト設計時には式 (5.15) を満足しない部材長さ l を有するレイアウトを候補から除外し、断面寸法設計時には寸法の下限として式(5.16)の右辺より計算される値を用いる。このアルゴリズムは本質的に第4章で記述した補強部材の座屈強度に対する制約条件と同じものである。

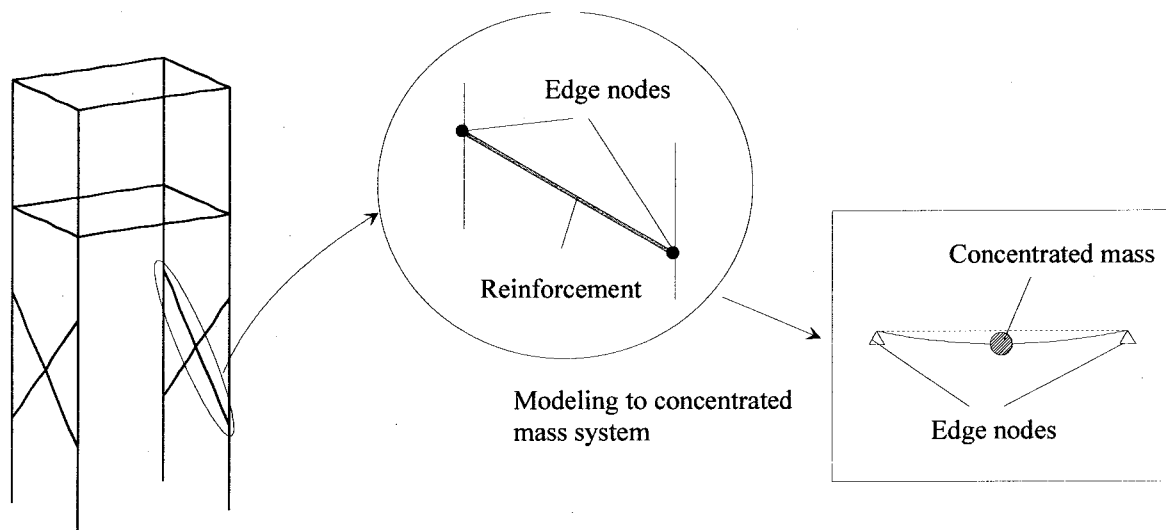


Fig.5.7 Modeling of beam-like reinforcement to 2-nodes concentrated mass system

このような制約を導入し，レイアウト設計を行った結果を Fig.5.8 に示す．得られた補強レイアウトに対して静解析及び固有値解析を行なった．3次の固有モードを Fig.5.9 に示す．

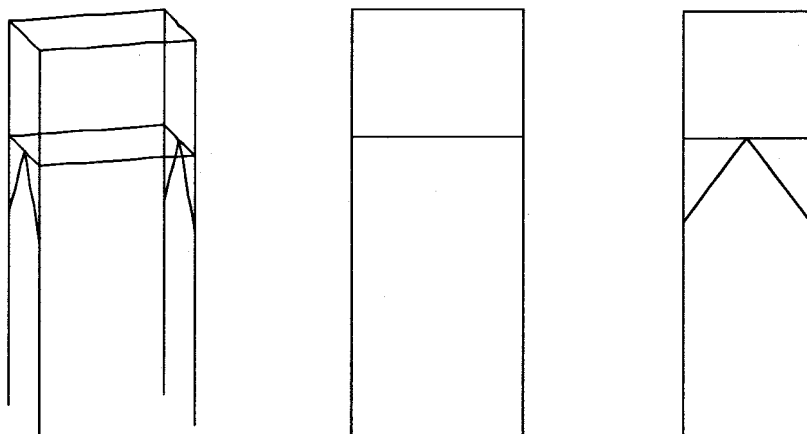


Fig.5.8 Result of layout design for 3rd eigenmode with eigenfrequency constraint

また，固有振動数の制約を付加した場合と付加しなかった場合のレイアウト設計について，得られた結果を Table5.2 に示す．Table5.2 の値を用い，式(5.14)を用いて補強後の固有振動数を計算すると，24.82 Hz となった．これは Table5.2 の固有値解析結果とよい一致を見せている．これらの結果から，固有振動数に注目し

た設計が可能となり，提案手法が適用できるものと考ええる。

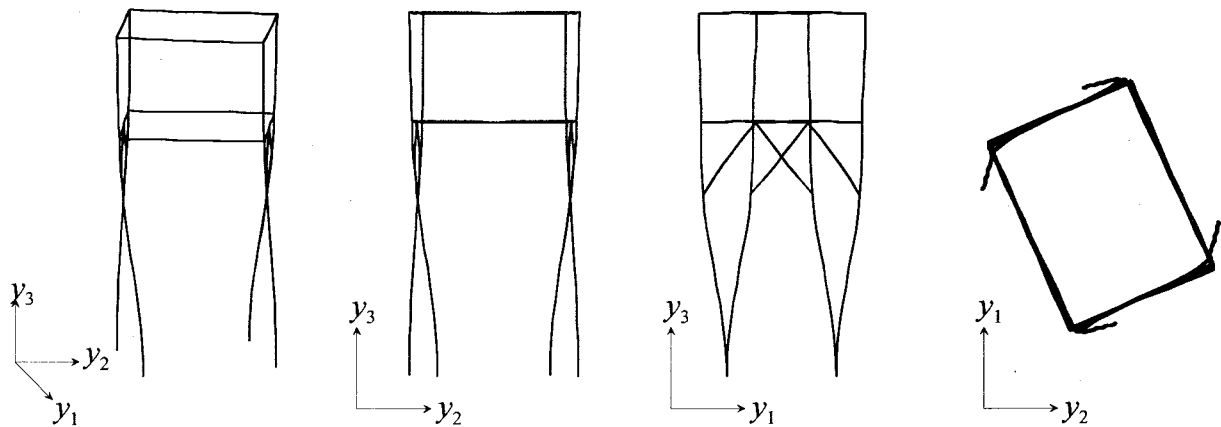


Fig.5.9 3rd eigenmode after insertion of reinforcement

Table5.2 Response before and after insertion of reinforcement

| | Max. Disp with FEM (mm) | Estimated eigenfrequency (Hz) | Analyzed eigenfrequency (Hz) |
|---------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| before reinforce | 0.9986 | — | 16.9 |
| after reinforce without constraint | 0.2386 | 39.5 | 13.9 |
| after reinforce with constraint | 0.6037 | 24.8 | 24.2 |

また，以上の結果をふまえ，制約条件として直接固有振動数を用いるのではなく，式(5.14)で示した関係式を用いた固有振動数の推測値を，設計中で採用することにする．したがって，元の設計問題式(5.1)に対して，実際に解く問題を以下に定義し直す．

$$\left. \begin{array}{l}
 \text{Find} \quad \mathbf{x} \equiv \{\text{layout}, \text{size}\} \\
 \text{To minimize} \quad W \equiv W(\mathbf{x}) = \sum_i \rho_i \times A_i \times l_i \\
 \text{Subject to} \quad d_{\max}(\mathbf{x}) \leq d_p \\
 \text{Such that} \quad d_p = d_{\max}^{\text{org}} \times \left(\frac{F^{\text{org}}}{F_p} \right)
 \end{array} \right\} \dots (5.17)$$

ただし F^{org} , F_p はそれぞれ補強前及び目標とする固有振動数を表す. この定式化により, 提案手法を直接本設計問題に適用可能となる. 具体的にレイアウト設計, 断面寸法設計の各段階で解くべき問題 P1, P2 は次のようになる.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Problem P1)} \\ \text{Find } i, j, \dots, i_n, j_n \quad (i_n, j_n) \in S \\ \text{To maximize } f_{ij}^{(n)} \end{array} \right\} \dots (5.18)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Problem P2)} \\ \text{Find } \quad \mathbf{x} \equiv \{\mathbf{s}\} = \{cs, \mathbf{fs}(cs)\} \\ \text{To minimize } \quad W \equiv W(\mathbf{x}) \\ \text{Subject to } \quad d_{\max}(\mathbf{x}) \leq d_p \end{array} \right\} \dots (5.19)$$

以上の考察に基づき, 提案手法による耐振補強設計を行う.

5.2.3 計算結果

各モードに対して提案手法を適用した場合の解の探索過程, 並びに最終解を記述する. なお, レイアウト設計においては, 有限要素分割の2分の1の品質とし, 各部材毎に均一なサンプリングとなるようにサンプリング点を設けた. 解の探索には第4章で提案したブロック化アルゴリズムを用いた. また, 主構造内部には機器を設置することを考え, 構造内部を非設計領域とした.

(a) 1次の固有モードに対する補強設計

挿入部材の初期断面形状は10mm×6mmとし, 1次の固有モードに対する設計を行う. 設計ステップに伴う解候補の更新状態を Fig.5.10~Fig.5.14 に順次示す. また, Table5.3 に設計ステップに伴う各評価値の変化を示す.

設計過程としては, 第5設計ステップにおいて得られた断面寸法を用いて第6設計ステップのレイアウト設計を行った結果, 第5設計ステップで得られた補強レイアウトが得られた. したがって, 第5設計ステップで計算は収束したと判断し, 計算を打ち切った. Table 5.3 より, 一度制約を満足する方向に設計を行った後, 軽量化を行う解の探索過程が示されており, 妥当な探索が行われたと考える. 第5設計ステップで得られた補強レイアウトと部材断面寸法の組を解とし, 1次固有モードに対する最適補強構造とした.

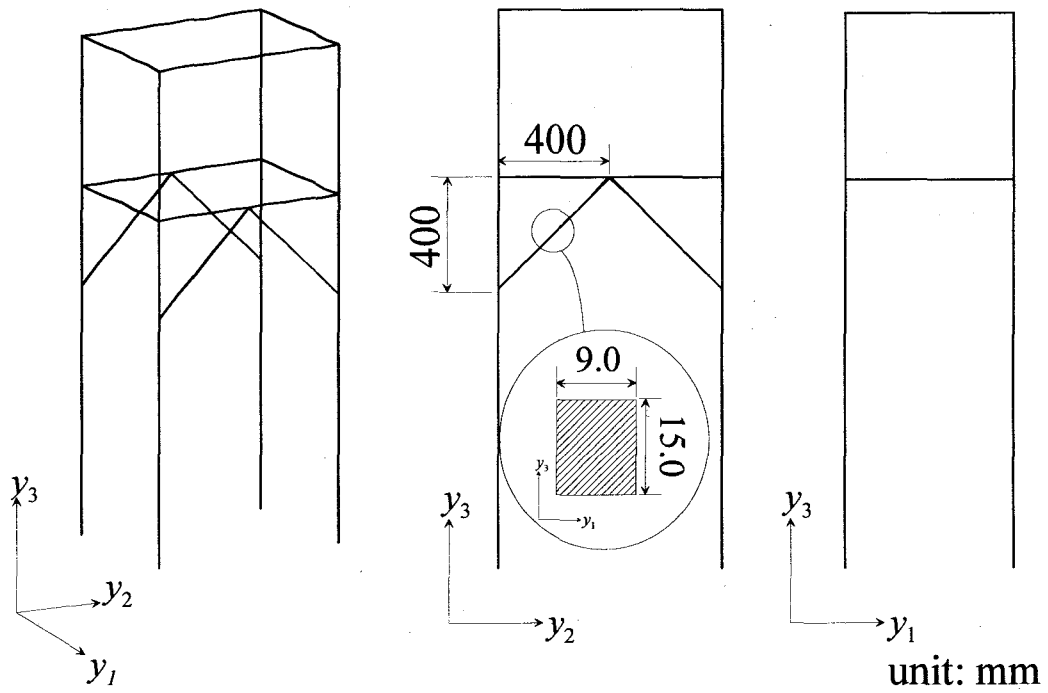


Fig.5.10 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 1st design step

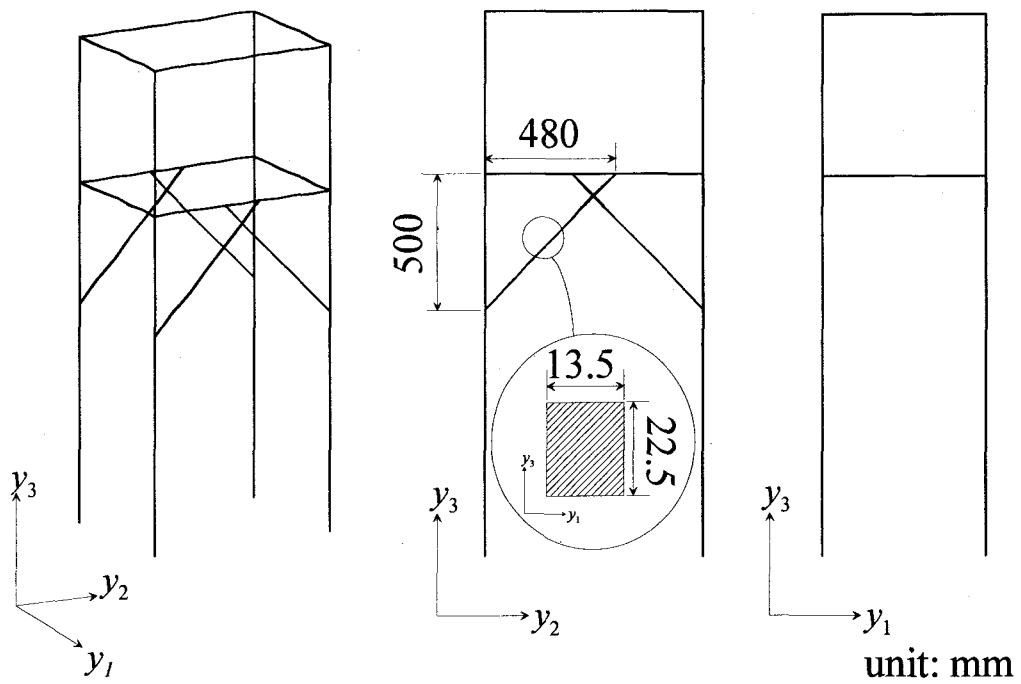


Fig.5.11 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 2nd design step

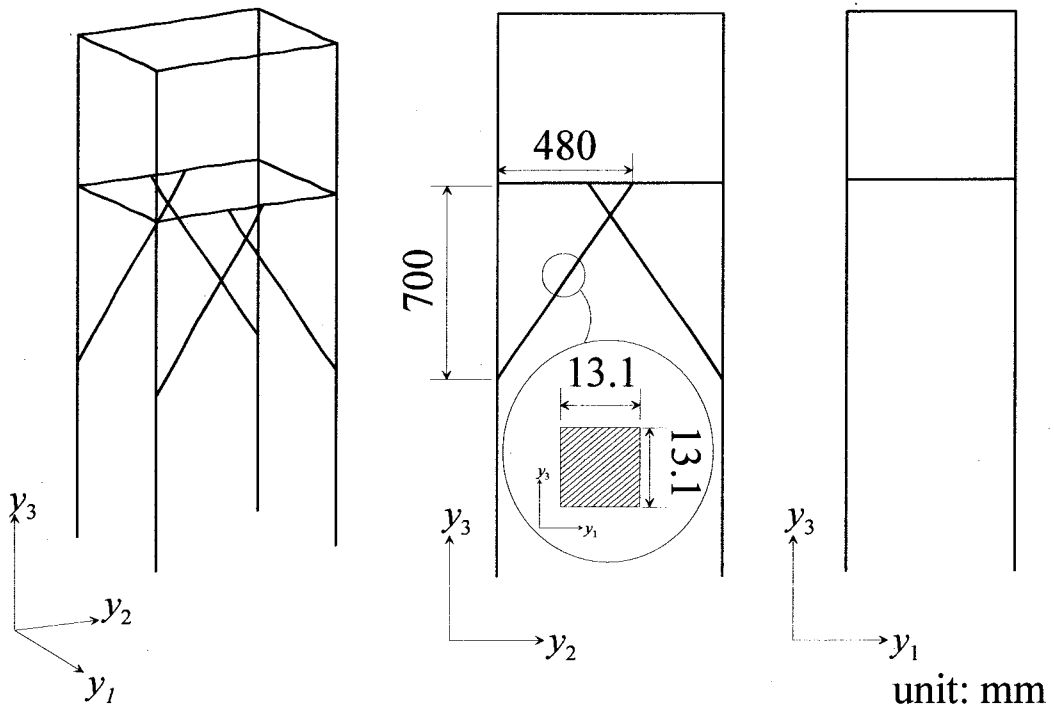


Fig.5.12 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 3rd design step

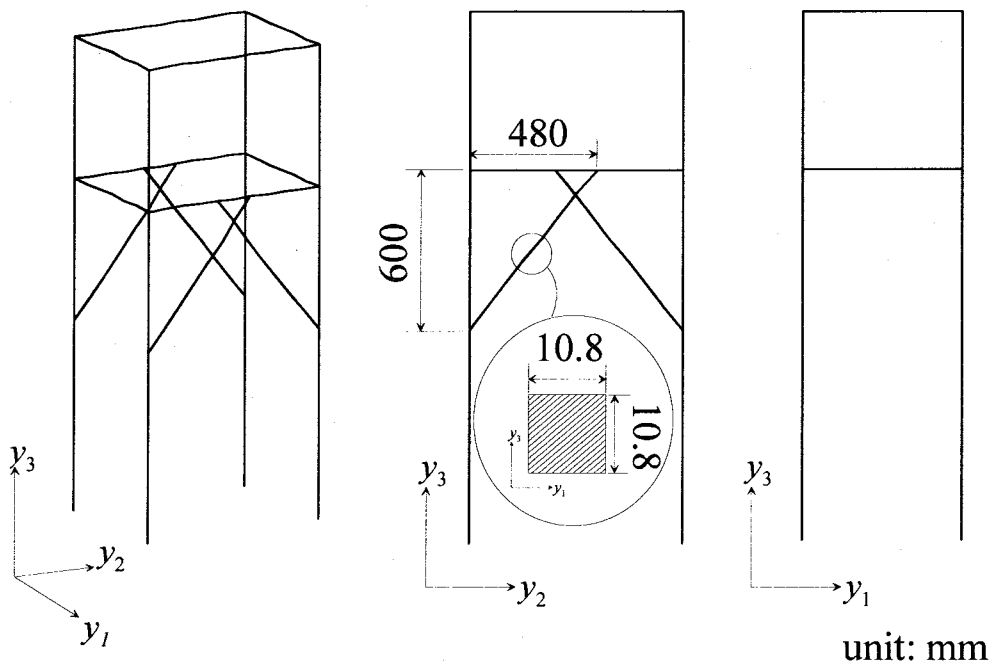


Fig.5.13 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 4th design step

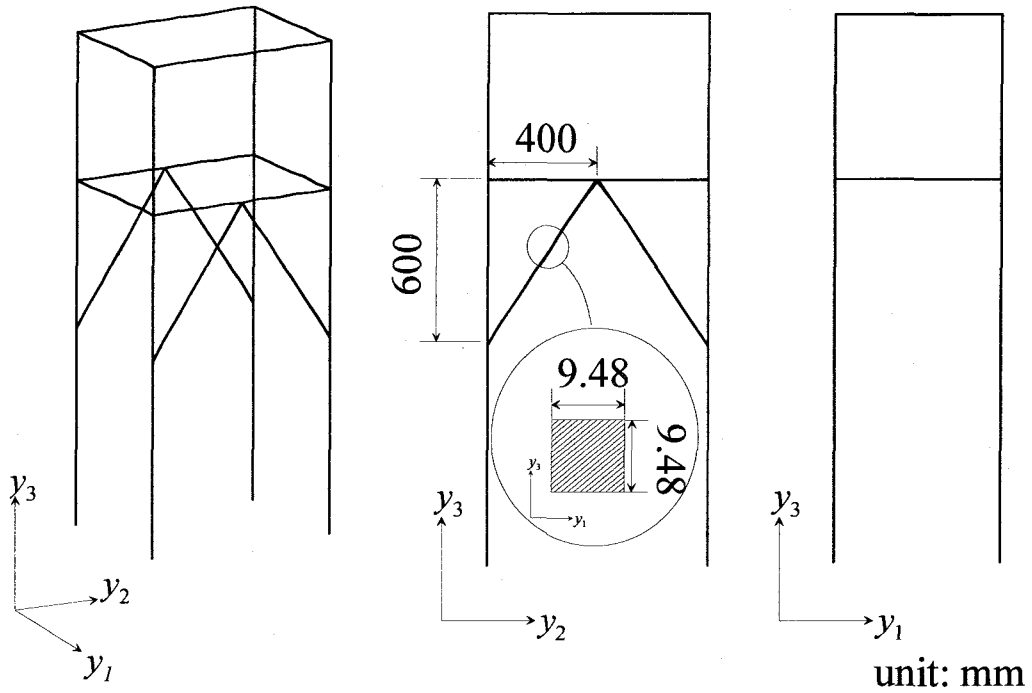


Fig.5.14 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 5th design step

Table 5.3 Alternation of response at each design step

| Calculational Step | Max. disp. (mm) | Volume (mm ³) | f (mm ⁻²) | Estimated Eigenvalue (Hz) | Analyzed Eigenvalue (Hz) |
|--------------------|-----------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------------|
| 0 (initial) | 1.0000 | ———— | ———— | ———— | 16.9 |
| 1 | 0.4072 | 305024 | 1.9435×10^{-6} | 26.5 | 25.2 |
| 2 | 0.3191 | 842117 | 0.8086×10^{-6} | 29.9 | 27.3 |
| 3 | 0.2163 | 585027 | 1.3396×10^{-6} | 36.3 | 34.1 |
| 4 | 0.2952 | 355179 | 1.9844×10^{-6} | 31.1 | 29.9 |
| 5 | 0.2910 | 258676 | 2.7409×10^{-6} | 31.3 | 30.2 |

(b) 2次の固有モードに対する補強設計

初期断面形状を10mm×6mmの長方形と仮定して設計を開始する。Fig.5.15～Fig.5.18に設計ステップの進行に伴う解候補の変化を示す。設計過程としては、第4設計ステップにおいて得られた断面寸法を用いて第5設計ステップのレイアウト設計を行った結果、第4設計ステップで得られた補強レイアウトが得られた。したがって第4設計ステップで計算は収束したと判断し、計算を打ち切った。Table 5.4より、1次モードの場合と同様に、一度制約を満足する方向に設計を行った後、軽量化を行う解の探索過程が示されており、妥当な探索が行われたと考える。第4設計ステップで得られた補強レイアウトと部材断面寸法の組を解とし、最適補強構造とした。

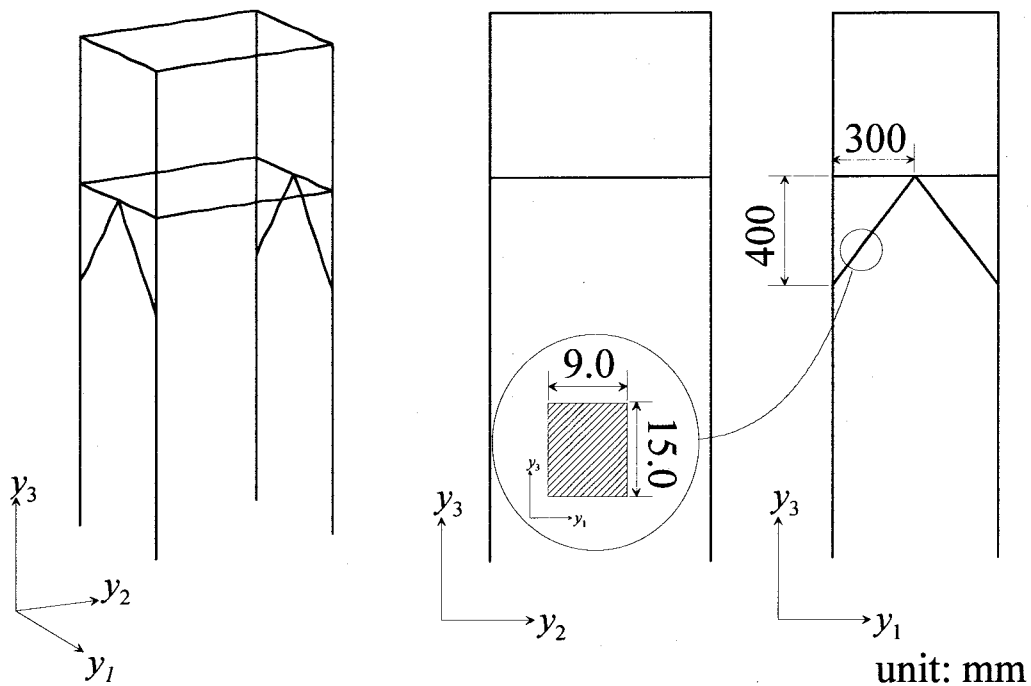


Fig.5.15 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 1st design step

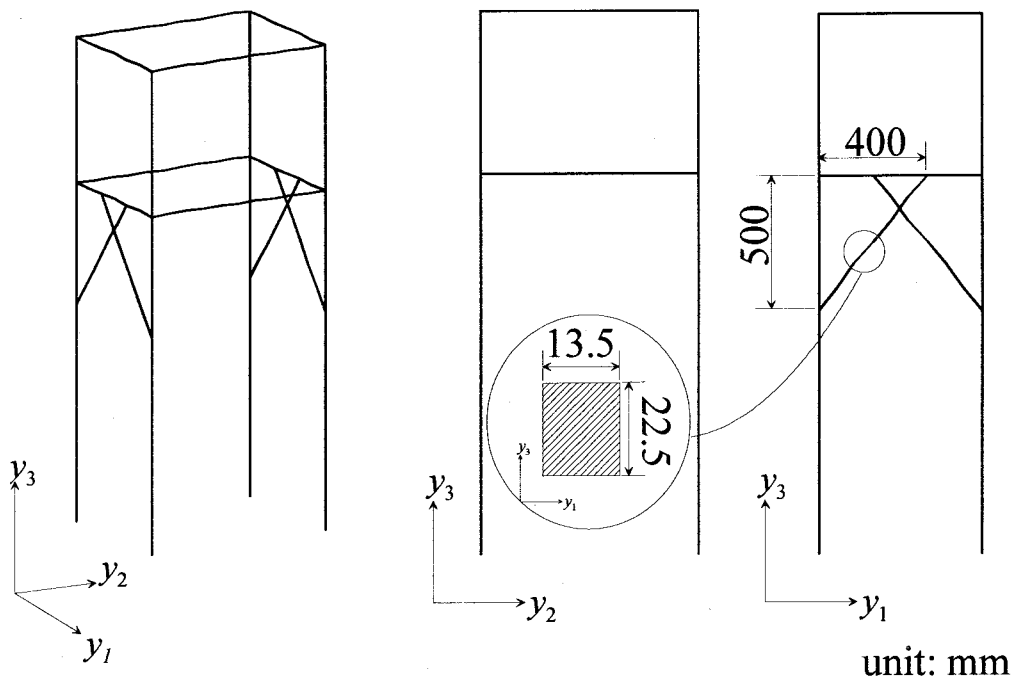


Fig.5.16 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 2nd design step

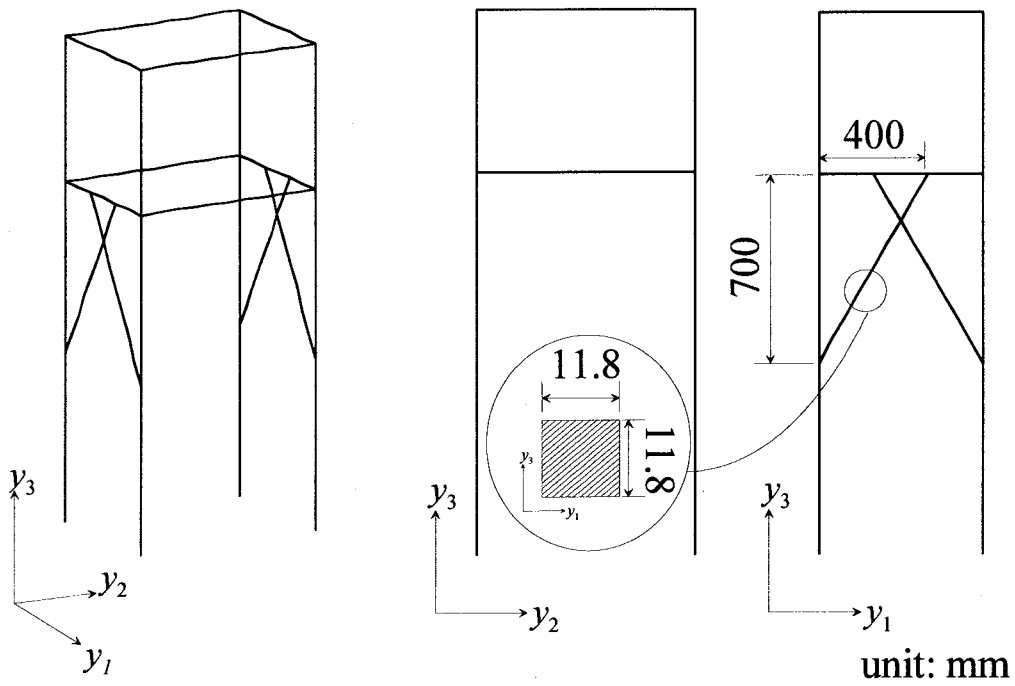


Fig.5.17 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 3rd design step

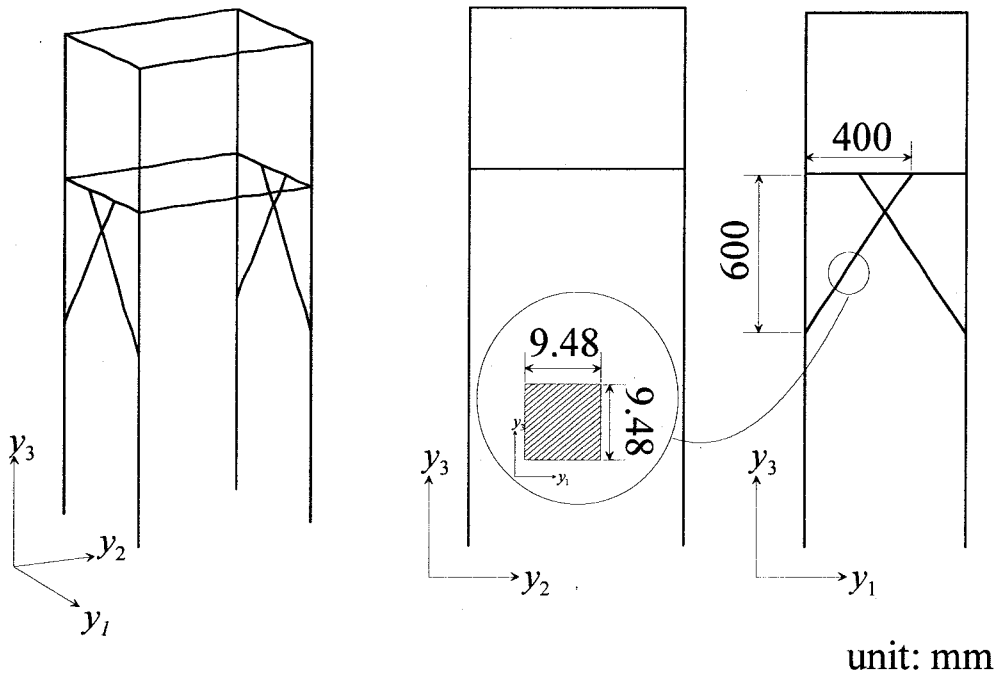


Fig.5.18 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 4th design step

Table 5.4 Alternation of response at each design step

| Calculational Step | Max. disp. (mm) | Volume (mm ³) | f (mm ⁻²) | Estimated Eigenvalue (Hz) | Analyzed Eigenvalue (Hz) |
|--------------------|-----------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|--------------------------|
| 0 (initial) | 0.9777 | — | — | — | 17.3 |
| 1 | 0.4327 | 270000 | 1.9435×10^{-6} | 26.2 | 24.9 |
| 2 | 0.3385 | 777965 | 0.8086×10^{-6} | 29.7 | 26.8 |
| 3 | 0.2404 | 452071 | 1.3396×10^{-6} | 35.2 | 31.9 |
| 4 | 0.3087 | 259222 | 1.9844×10^{-6} | 31.1 | 28.9 |

(c) 3次の固有モードに対する補強設計

1次, 2次の場合と同様に, 初期断面形状を10mm×6mmの長方形と仮定して設計を開始する. Fig.5.19~Fig.5.23に設計ステップの進行に伴う解候補の変化を示す.

3次の固有モードに対する補強設計においても, 1次, 2次モードに対する補強設計と同様, 第5設計ステップにおいて得られた断面寸法を用いて第6設計ステップのレイアウト設計を行った結果, 第5設計ステップで得られた補強レイアウトが得られた. したがって, これまでと同様に第5設計ステップで計算は収束したと判断し, 計算を打ち切った. Table 5.5より, 他のモードの場合と同様に, 一度制約を満足する方向に設計を行った後, 軽量化を行う解の探索過程が示されており, 妥当な探索が行われたと考える. 第4設計ステップで得られた補強レイアウトと部材断面寸法の組を解とし, 3次固有モードに対する最適補強構造とした.

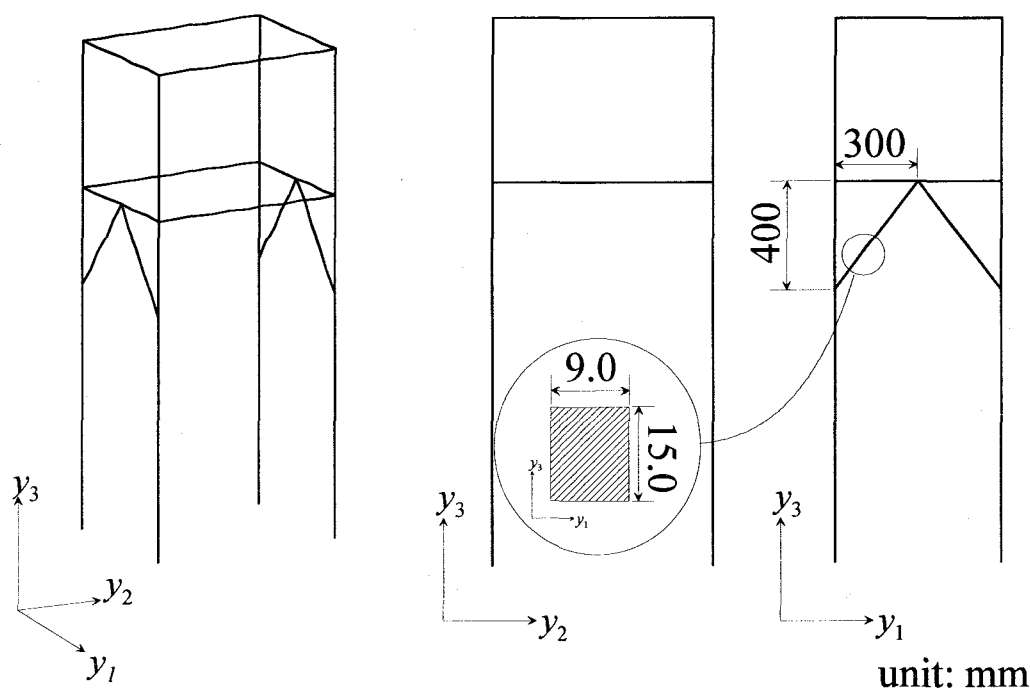


Fig.5.19 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 1st design step

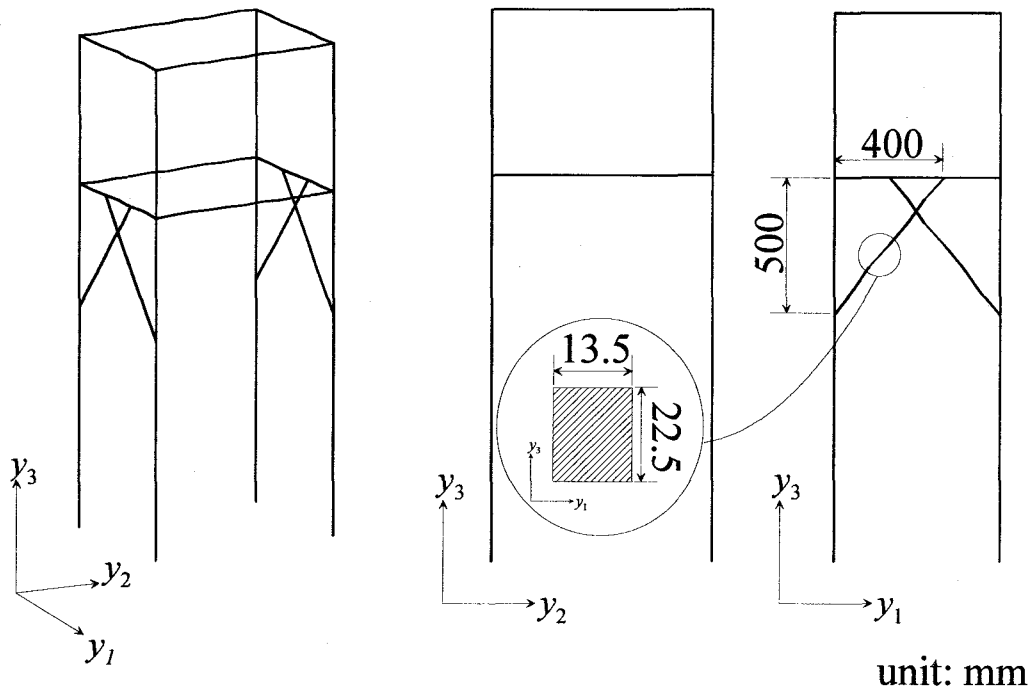


Fig.5.20 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 2nd design step

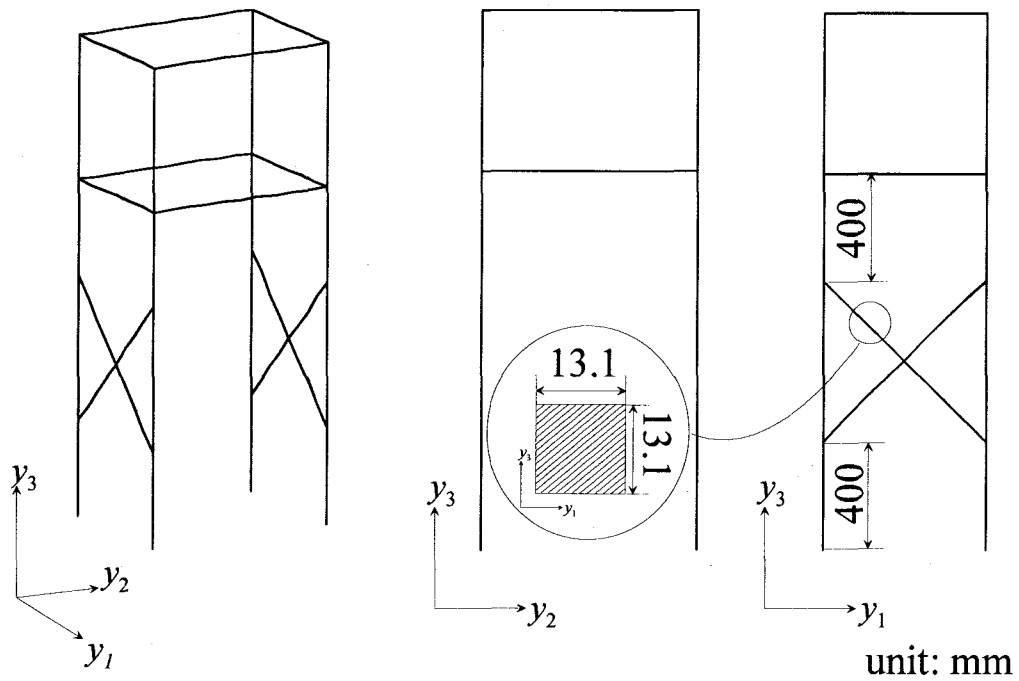


Fig.5.21 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 3rd design step

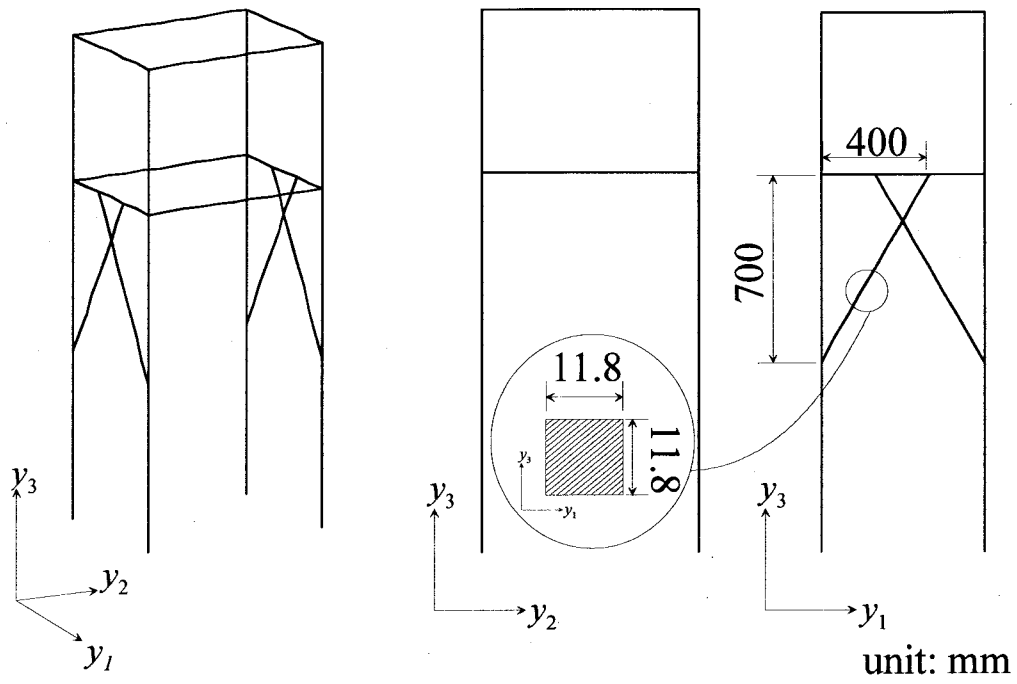


Fig.5.22 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 4th design step

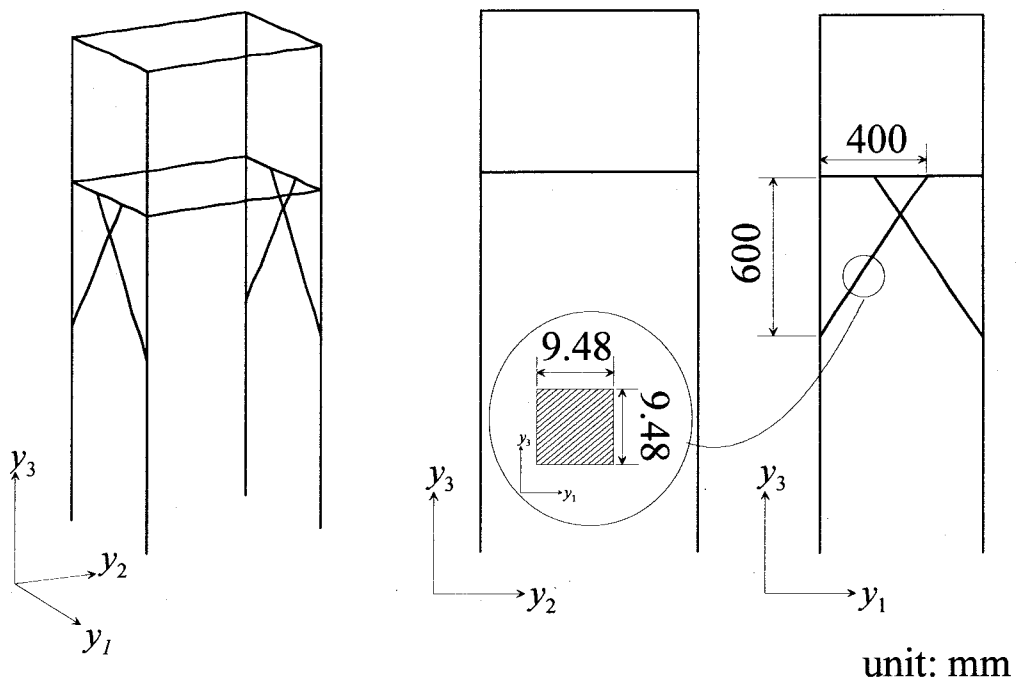


Fig.5.23 Candidate of optimum layout and cross-sectional size at 5th design step

Table 5.5 Alternation of response at each design step

| Step | Max. disp. (mm) | Volume (mm ³) | f (mm ⁻²) | Estimated Eigenvalue (Hz) | Analyzed Eigenvalue (Hz) |
|-------------|--------------------|------------------------------|----------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 0 (initial) | 0.9986 | — | — | — | 19.3 |
| 1 | 0.5486 | 270000 | 1.6667×10^{-6} | 26.0 | 25.0 |
| 2 | 0.4472 | 777965 | 0.7088×10^{-6} | 28.8 | 27.1 |
| 3 | 0.2304 | 583710 | 1.3185×10^{-6} | 40.2 | 42.4 |
| 4 | 0.3305 | 452071 | 1.4810×10^{-6} | 33.3 | 33.6 |
| 5 | 0.4123 | 259222 | 2.2672×10^{-6} | 30.0 | 29.6 |

(d) 最終結果

主構造の1次から3次の固有モードを拘束する補強構造を決定する。1次, 2次, 3次の固有モードに対する補強を行った場合の各固有振動数の変化は Table 5.6 のようになる。また, モード図を Fig.5.24 に示す。

Table 5.6 Eigenfrequency with insertion of reinforcement
for each eigenmode (unit: Hz)

| | 1st eigenfrequency | 2nd eigenfrequency | 3rd eigenfrequency |
|----------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Original | 16.9 | 17.3 | 19.3 |
| Reinforcement for 1st mode | 17.1 | 25.7 | 30.2 |
| Reinforcement for 2nd mode | 16.7 | 28.9 | 29.6 |
| Reinforcement for 3rd mode | 16.7 | 28.9 | 29.6 |

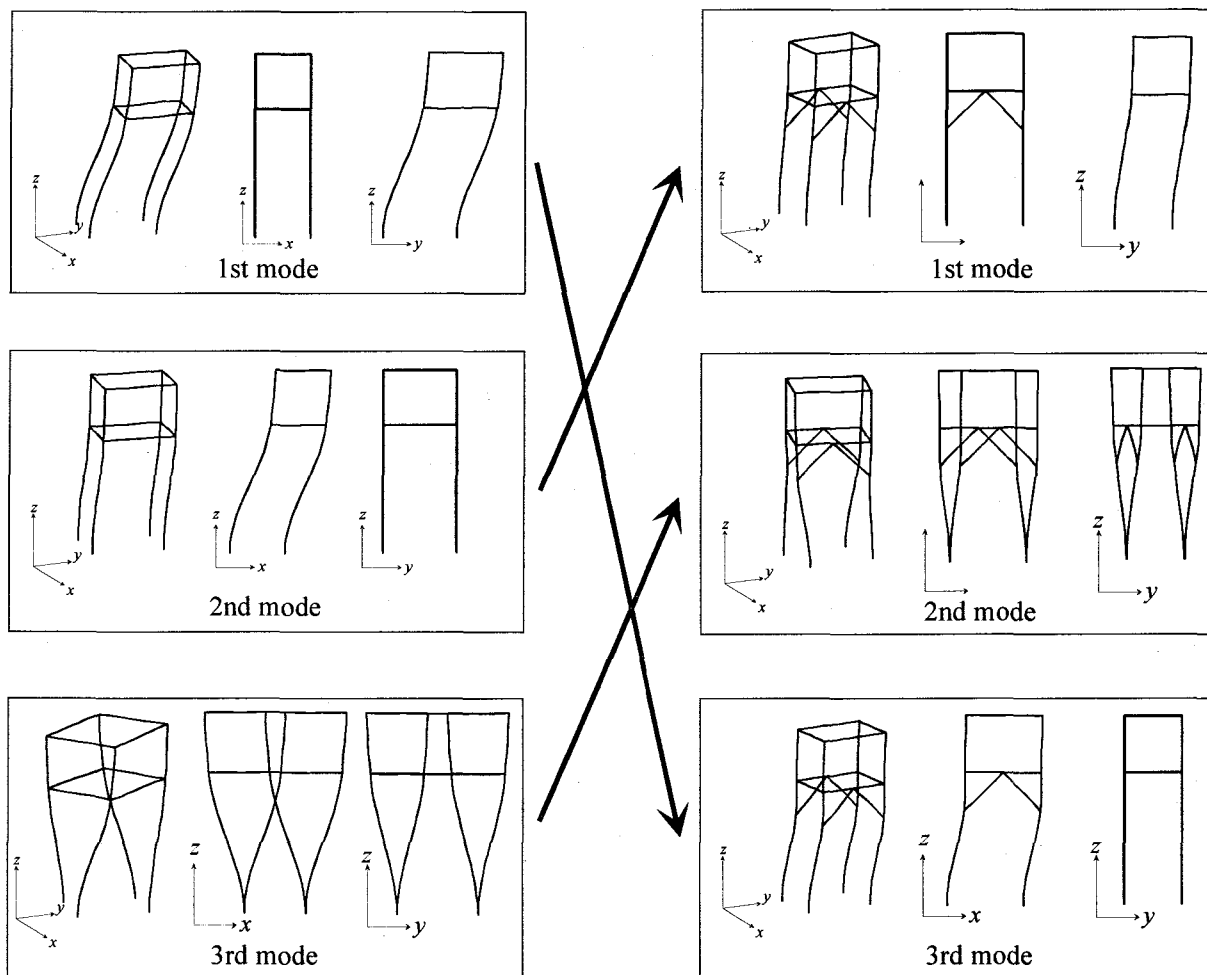


Fig.5.24 Counterchange of eigenmode by insertion of reinforcement

Table 5.6 及び Fig.5.24 より，初期構造における 1 次の固有モードに対する補強を行った結果，1 次の固有モードが 3 次の固有振動数 30.2Hz になったことが判る．また，この補強が初期構造における 2 次モードに対しては補強効果を持たないことから，2 次モードに対する補強も行わなければならないことが判る．一方，2 次モードと 3 次モードに対する補強設計結果は同じであり，この結果により 2 次及び 3 次のモードに対して良好な補強効果を有することから，初期構造に対して固有振動数を 30Hz 以上となるような補強を行う目的に対しては，1 次の補強設計結果と 2 次の補強設計結果を組合せた構造を最終結果とすればよいと考える．Fig.5.25 に提案手法により得られた最終補強案を示す．

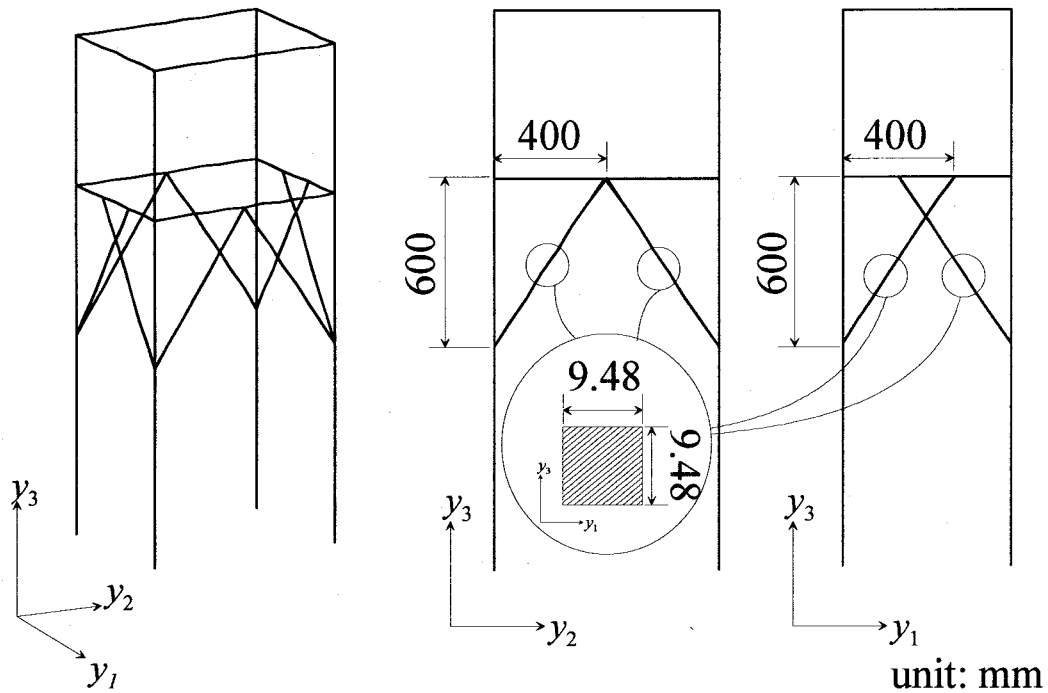


Fig. 5.25 Final solution

実際に、Fig.5.25 に示した補強を行った構造に対して固有値解析を行った結果、Fig.5.26 に示す固有モード及び Table 5.7 に示すような固有振動数が得られた。Table5.7 から、最終的な補強後の各次の固有振動数は目標値より若干低いものの、条件をほぼ満足している。このような結果が生じた理由として次の2点が考えられる。

- (I) 固有振動数の概算値が実際の固有振動数解析結果より若干高めの評価となるため、設計の制約に関して若干の誤差を含んだ設計となった。
- (II) 補強部材は主構造に対して体積が少ないことと、部材自体の k/m 比が小さいことを想定していることから、実際の設計時には補強部材挿入に対する質量増加は無視した。この結果、補強設計時の変形解析では補強部材挿入後の変形を小さめに見積もるため、構造全体の剛性を高めに評価することになる。

しかしながら解の誤差は3%程度であり、実用的には十分満足できるものと考えられるが、満足できない場合には制約条件を若干厳しく設定するなどの対応が可能である。

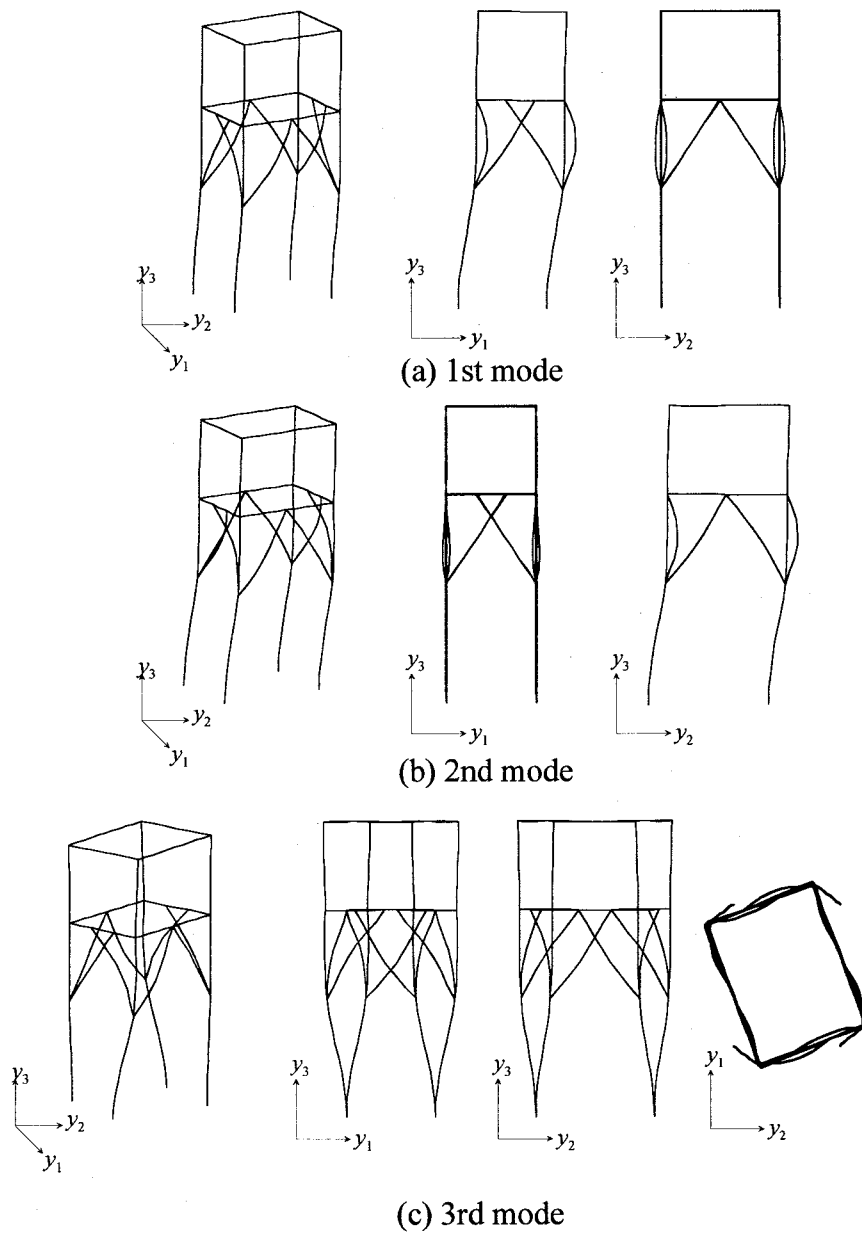


Fig.5.26 Eigenmode for the structure after insertion of reinforcement as final solution

Table 5.7 Eigenfrequency after insertion of reinforcement as final solution

| Mode | Eifgenfrequency (Hz) |
|------|----------------------|
| 1 | 28.9 |
| 2 | 29.1 |
| 3 | 32.8 |

5.3 まとめ

本章では、提案手法を固有振動数を考慮した補強設計問題に適用するため、固有モードの着目した手法を考えた。この手法の特徴として、以下の内容が挙げられる。

- (I) 固有モードごとの補強設計を行うため、固有モードの入れ替わりに対して適切な評価が可能となる。
- (II) 固有モードの拘束に対して補強による重量増加を考慮するため、固有振動数に対する単位体積あたりの補強効果を評価した設計結果が得られる。

本章で記述した各設計ステップにおける解の改善過程の調査より、提案手法が妥当な探索を行っていることが示された。また計算結果より、提案手法により有効な解が得られていることが示せた。

本例題では、固有モードごとの補強設計結果が明確に区分でき、各補強が影響するモードを明らかに判定できたため、最終的な補強案としては、各設計結果の重ね合わせを最終結果とした。これに対して、さらに複雑な複数のモードを検討する場合には、多重载荷設計などの概念を用い、各モードの重み付き重ね合わせなどにより対応可能であると考えられる。

また、実際には固有値問題を逐次解析せずに、固有振動数を考慮した耐振設計を行える手法とした。これにより計算コストの低減が期待でき、補強部材レイアウトと部材断面形状を決定できるので実用的な設計手法と考える。

参考文献

- [5.1]日本機械学会編，耐震設計と構造動力学，日本工業出版，(1985)。
- [5.2]荻原一郎，Lazarus, H. T., “複合材料積層板の複数の固有振動数を制御する位相最適化手法の開発”，日本機械学会論文集C編，61, 587,(1995), pp.33-40。
- [5.3]吳志強，畔上秀幸，“固有振動問題における領域最適化解析（力法によるアプローチ）”，日本機械学会論文集C編，61, 583, (1995), pp.194-201。
- [5.4]長松昭男，“モード解析による最適設計と振動制御”，第1回最適化シンポジウム，No.940-25, (1994), pp.145-154。
- [5.5]馬正東，菊池昇，鄭仙志，荻原一郎，“振動低減のための構造最適化手法の開発（第1報，ホモジェニゼーション法を用いた構造最適化理論）”，日本機械学会論文集C編，59, 562, (1993), pp.128-134。
- [5.6]鈴木浩平 編著，ポイントを学ぶ振動工学，丸善，(1995)。

第6章 結 論

既存の構造物に対する適切な補強は、構造物全体の長寿命化や信頼性向上の点で有効となる。設計時に想定されなかった過大な荷重や変位に対する有効な補強は、初期設計からやり直す場合と比較して、コストや省資源の面でも有利となる。このような有効な補強を行うためには、最適設計法の利用が考えられる。

一方、最適設計を含む構造設計に対して要求される設計条件は、ますます厳しく、複雑化している。このことにより、設計対象を特化した設計手法の構築は、設計コスト低減のために有効であると考えられる。

構造物の補強に際しては、設計対象の挙動を支配する主構造が予め存在し、主構造は設計変更しないという特徴を有している。このことより、主構造の変形状態を把握し、それに基づき構造全体の剛性を補強重量に対して効率的に上昇させる設計手法の構築を行った。

ここで、ビーム状補強部材の挿入を想定した場合には、設計変数は構造のトポロジー、補強部材のレイアウト、補強部材の断面形状及び断面寸法となる。構造物のトポロジー設計は近年注目されている分野であり、またレイアウト設計や形状設計についても様々な問題点が指摘され、研究対象となっている。しかしながら、これらの設計変数、特にトポロジーについては定義が曖昧であり、さらにこれらを具体的に決定可能な手法は未だ確立されていない。

本論文ではこのような背景を鑑み、上述の全ての設計変数を決定可能とした補強構造設計手法構築を行った。以下にその内容についてまとめる。

第1章では、補強構造設計の特徴を検討し、補強構造の形態的分類を行った、さらに構造設計分野における最適設計に関する研究の動向について検討し、本論文で目的とする補強構造設計への最適設計手法の適用について、その方針を検討した。

第2章では、ビーム状部材挿入を想定した補強構造設計問題について、設計問題の定義及び設計手法構築の方策について記述した。設計変数は補強構造のトポロジー、補強部材のレイアウト、補強部材断面形状及び寸法とした。ここでは特に設計変数としてのトポロジーの定義を明確に行った。また、それらを全てを決定する設計問題を、各設計変数を個別に決定する部分設計問題に分離し、各部分設計問題の特徴に応じた設計手法の適用を検討した。特に、レイアウト設計問題と断面形状及び断面寸法設計問題間に存在する相関について検討し、その相互影響を考慮する必要性を記述した。さらにこれらの検討に基づき、上述の設計変数全てを決定可能であり、かつレイアウトと断面形状及び寸法の双方向影響を考慮可能な設計手法の概略を提案した。

第3章では、ビーム状の部材挿入を想定した補強設計について、設計変数及び設

計問題の定義を行い、補強設計手法の構築を行った。特に、設計手法構築に際して、補強設計の特徴である主構造の変位場に注目したレイアウト設計手法を提案した。提案手法は、部材複数本挿入の影響を、1本の部材挿入に対する主構造の変位場の変化量により推測することが特徴であり、この手法を用いることで計算コストを大幅に削減可能である。さらに、門型構造物の数値計算例により、提案手法の有効性を示した。

第4章では、静的状態を想定した補強設計問題に対する提案手法の適用に際し、実用上考慮すべき種々の項目について検討を行った。

まず、最適化手法を含む設計手法の実用化において重要である計算コストの削減に関して、提案手法において最も高い計算コストを必要とするレイアウト設計について検討を行い、計算コスト削減手法を提案した。計算コスト削減に関して、目的関数曲面の近似によるサンプリング点の削減、さらに全構造を部分構造に分割するブロック・分割探索アプローチおよび分岐限定アプローチにより、計算コストの大幅な削減を試みた。

さらに、ビーム状部材を挿入する補強設計問題について実用上重要となる設計制約条件について、部材挿入不可能な領域を考慮する設計領域制約および補強部材の座屈評価を考慮した座屈制約条件の導入を行った。

これらの制約条件の導入により、制約を行わない場合の設計結果と比較して、より物理的に妥当と考えられる設計結果が得られ、本章で提案した手法の妥当性および有効性を示した。

第5章では、提案手法を固有振動数を考慮した補強設計問題に対し適用した。固有振動数を考慮した構造設計問題では、第1章及び第5章で記述した様々な問題点が挙げられるが、提案手法ではこれらの問題点を回避であることを示した。提案手法を用いた設計アルゴリズムの特徴として、以下の内容が挙げられる。

- (I) 固有モードごとの補強設計を行うため、固有モードの入れ替わりに対して適切な評価が可能となる。
- (II) 固有モードの拘束に対して補強による重量増加を考慮するため、固有振動数に対する単位体積あたりの補強効果を評価した設計結果が得られる。

また、第5章で記述した各設計ステップにおける解の改善過程より、提案手法により妥当な探索が行われていることが示された。また計算結果より、提案手法により有効な解が得られていることを示した。さらに提案手法により、実際には固有値問題をほとんど解かず、固有振動数を考慮した耐振設計を実現した。これにより計算コストの低減が期待でき、補強部材レイアウトと部材断面形状を決定可能である

ことから、提案手法が実用上有効であることを示した。

本例題では、固有モードごとの補強設計結果が明確に区分でき、各補強が影響するモードを明らかに判定できたため、最終的な補強案としては、各設計結果の重ね合わせを最終結果とした。これに対して、さらに複雑な複数のモードを検討する場合には、多重载荷設計などの概念を用い、各モードの重み付き重ね合わせなどにより対応可能であると考ええる。

また、本論文を通して、提案手法の適用例として骨組み構造物に対する補強設計のみを示したが、本手法は適用範囲を骨組み構造に限定するものではない。例えば中立軸の移動などを考慮した構造解析プログラムを用いれば、提案手法の板材補強設計問題などへの適用も可能である。

以上の内容により、補強構造のトポロジー、レイアウト、部材断面形状及び寸法を設計変数とした、構造補強最適化のための設計手法が確立できたものと考ええる。

謝 辞

本研究は、大阪大学大学院 工学研究科 生産科学専攻 教授 座古 勝 博士の御指導と御教示のもとに遂行し得たものであります。そのことをここに記し、心より感謝の意を表します。座古教授の公私にわたる御指導を賜りましたことは、著者にとりまして無類の幸福であります。また、著者は座古教授に、研究生活のみならず日常生活や人間性に至るまで多岐に渡り長年の御指導を賜りました。重ねてここに深く感謝の意を表します。

また、本論文の作成にあたり、有益な御助言と御討論を賜りました大阪大学大学院工学研究科 生産科学専攻 教授 豊田 政男 博士、同 電子制御機械工学専攻 教授 赤木 新介 博士に対し、ここに厚く謝意を申し上げます。

本論文で用いたコンピュータプログラムは、座古教授及び龍谷大学 理工学部 機械システム工学科 助手 辻上 哲也 博士の御指導により作成し得たものと考え、ここに深く感謝の意を表します。

また、本論文の作成にあたり、多くの経験をもって御教示いただいた、大阪大学大学院 生産科学専攻 助手 倉敷 哲生 博士ならびに上辻 靖智 博士に感謝の意を表します。

さらに、日常の研究に関する議論ならびに相談に協力いただいた、大阪大学大学院工学研究科 生産科学専攻 博士後期課程 竹田 憲生 氏、藤原 誠 氏、大西 慶弘 氏に感謝の意を表します。実際に研究を遂行する上では、彼らの協力は大きい力となりました。また、彼らおよび同 後期課程 花木 聡 氏には、論文構成にもご協力いただきました。重ねて感謝の意を表します。その他、座古研究室諸氏に謝意を表します。

最後に、学生生活を送るに当たり多大な御支援と暖かい励ましを頂いた両親に深く感謝いたします。

研究実績

1. 本研究に関連した発表論文

- (1) 座古勝, 松本金矢, 横山敦士, 辻上哲也, 坂田誠一郎, “最適設計手法の提案とコンピュータプログラムの開発”, 材料, Vol.44, No.499,(1995), pp.395-400.
- (2) 高野直樹, 座古勝, 坂田誠一郎, ”均質化法による織物複合材料の三次元マイクロ構造設計 (第1報, 強度に及ぼす織物積層方向位置ずれの影響)”, 日本機械学会論文集 (A編) , 61, 585, (1995), pp.170-175.
- (3) 高野直樹, 座古勝, 坂田誠一郎, ”均質化法による織物複合材料の三次元マイクロ構造設計 (第2報, 曲げ負荷時のマイクロスコピックな挙動の詳細解析)”, 日本機械学会論文集 (A編) , 62, 595, (1996), pp.296-301.
- (4) 座古勝, 高野直樹, 坂田誠一郎, “部材のレイアウトと断面形状の相関を部分的に考慮した三次元補強設計法”, 日本機械学会論文集 (A編) , 63, 613, (1997), pp.248-254.
- (5) 座古勝, 坂田誠一郎, “ビーム部材挿入を想定した補強レイアウト・断面形状設計法 (耐振設計への適用)”, 日本機械学会論文集 (C編) ,投稿中.

2. 研究発表

- (1) 日本材料学会 第23回FRPシンポジウム(1994年3月16日～18日, 大阪), 坂田誠一郎, 座古勝, 横山敦士, 松本金矢, “一体成型型椅子の設計手法に関する研究”.
- (2) 日本機械学会 第72期通常総会講演会(1995年3月29日～3月31日, 東京), 坂田誠一郎, 高野直樹, 座古勝, “均質化法による織物複合材料の三次元マイクロ設計(第2報: 引張・曲げ強度に及ぼす織りピッチの影響)”.
- (3) 日本機械学会 第73期通常総会講演会(1996年4月2日～4月4日, 千葉), 坂田誠一郎, 座古勝, 高野直樹, “三次元構造物の補強設計法に関する研究(位相・敬譲の相関の必要性)”.
- (4) 日本機械学会 M&M '96 材料力学部門講演会(1996年10月3日～10月4日, 三重), 坂田誠一郎, 座古勝, 高野直樹, “部材位置と断面形状の相関を考慮した三次元補強設計法”.
- (5) 溶接学会 溶接構造研究会(1997年9月4日～1997年9月5日, 兵庫), 坂田誠一郎, 座古勝, 高野直樹, “ビーム部材の挿入を想定した軽量補強設計法”.
- (6) 日本機械学会関西支部 AI&設計委員会(1997年10月7日, 大阪), 坂田誠一郎, 座古勝, 高野直樹, “部材のレイアウトと断面形状の相関を部分的に考慮した三次元補強設計法”.
- (7) 溶接学会 溶接構造シンポジウム '97, (1997年11月17日～11月18日, 大阪), 坂田誠一郎, 座古勝, 高野直樹, “ビーム部材の挿入を想定した軽量補強設計法”.
- (8) 日本機械学会 第3回最適化シンポジウム(OPTIS'98)(1998年8月27日～8月28日, 北海道), 坂田誠一郎, 座古勝, ビーム部材挿入を想定した補強レイアウト・断面形状設計法(耐振設計への応用).