

Title	リズムック運動の認識と生成
Author(s)	平井, 宏明
Citation	大阪大学, 2004, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2027
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

学位論文

リズムミック運動の認識と生成

2004年 1月

大阪大学大学院 基礎工学研究科

平井 宏明

論文要旨

一般に運動は2つのカテゴリーに分けることができる。周期運動と非周期運動である。これらの運動は共に運動形成において不可欠な要素と言える。本論文では、特に前者の周期運動に焦点を当て、「繰り返し」によって生み出されるリズムに対し、運動認識と運動生成の2つの方向からアプローチする。ここでは、リズム運動の認識例として、自律宇宙ロボットによる未知剛体の運動推定問題を考察し、リズム運動の生成例として、疑似ジャグリングロボットによるタイミング制御問題を扱う。

(1) リズム運動の認識：

「無重力下で自由回転する未知剛体の物体上の点の位置情報に基づく運動推定」

ロボットシステムにより無重力空間を自由運動する未知剛体を自律的に捕捉する際、対象の運動を認識することは不可欠である。そこで本論文では、対象上の点の位置情報に基づいた対象運動の推定法を提案する。一般に軸対称剛体の自由運動の場合、オイラーの運動方程式の解は2軸の等速回転運動の重ね合わせと解釈することができる。また、非対称の場合でも、ある条件下では、3軸の等速回転運動と近似することができる。そこで本論文では、対象の運動を複数軸の等速回転運動の組み合わせと表現できるとし、対象上のある1点の位置情報が観測できる場合を想定した運動推定を行なう。例えば、未知剛体にマーカーを付着させ、これを複数のカメラで観測する場合が考えられる。本手法によって、観測点の3次元位置の時系列のフーリエ変換から剛体の運動を記述するのに必要なパラメータである回転周波数および回転軸方向の導出が可能となる。また、観測中に欠測が生じる場合も考慮し、時系列の周期性を利用した欠測区間のデータ復元についても提案する。これにより隠れなどから観測時系列に欠測が存在する場合にも正しく運動推定を行なうことが可能となる。また、本手法の有効性を数値シミュレーションにて検証する。

(2) リズム運動の生成：

「双方向性弱結合アプローチによる疑似ジャグリングロボットのリズム運動生成」

環境と身体の相互作用に働く力学系を利用した受動的制御、およびこれによるセンサーモーター協調は多くの分野で注目を集めている。本論文では、このセンサーモーター協調の例として、ジャグリング様な複数のボールを用いた壁打ちタスクを扱い、これに適したリズム運動生成機構を提案する。感覚器として、ロボットに感圧センサを取り付け、ボール打撃時のセンサー信号に応答するリズム運動の生成を行なう。このタイミングは、内部環境、外部環境を含む系全体の自己組織化により生成され、システムの持つ力学系から受動的に決定される。このとき、ロボットは環境に対する情報を必要とすることなくタスクを継続でき、シンプルなデザインながら、ある程度の環境適応性も示す。ここでは、「引き込み機構」、「開ループ安定機構」、「離散フィードバック機構」の基本的に同等な効果を持つ異種機構の共存とその冗長性が、システム全体の強い安定性を保証している。また、タイミングとしてエンコードされた運動情報は、環境を介して別のロボットにも伝えられ、複数ロボット間で運動リズムを自己組織的に共有することで、ロボット間の協調動作も可能となる。この情報圧縮によりロボットと環境の弱結合化が実現され、システム全体の自己組織化が運動リズムの創発にも有用であることを示す。

目次

第1章 序論	1
1.1 はじめに	1
1.2 自律宇宙ロボットによる未知剛体の運動推定問題	1
1.3 疑似ジャグリングロボットによるタイミング制御問題	3
1.3.1 複雑系とバイオメテック・ロボティクス	3
1.3.2 センサーモーター協調としてのジャグリング	5
1.4 本論文の構成	6
第2章 リズミック運動の認識	9
2.1 はじめに	9
2.2 無重力下で自由回転する物体上の点の位置情報に基づく運動推定	9
2.2.1 前処理	10
2.2.2 運動推定	12
2.2.3 数値シミュレーション	17
2.3 まとめ	29
第3章 リズミック運動の生成	31
3.1 はじめに	31
3.2 双方向性弱結合アプローチによるリズミック運動の生成	35
3.2.1 リズム運動生成機構	35
3.2.2 2つのボールを用いた疑似ボールジャグリング (ワンハンド ツーボール ファウンテン)	40
3.2.3 2つのボールを用いたボールパッシング (ツーボール ブラインド パッシング)	50
3.2.4 2人ジャグリングタスク (2人によるシンクロ ファウンテン)	56
3.3 ボールの壁打ちタスクにおける受動的制御と安定性	60
3.3.1 動的状態における壁打ちタスク	60
3.3.2 準静的状態における局所安定条件	74
3.3.3 準静的状態における局所安定性を保証する運動パターン	79
3.3.4 動的状態におけるボール速度の大局安定性	81
3.3.5 制御機構の冗長性とその効果	86

3.4	疑似ジャグリングロボットによる検証実験	90
3.4.1	ロボットシステムの構成	90
3.4.2	2つのボールを用いた疑似ジャグリングタスク	96
3.4.3	2つのボールを用いたボールパスタスク	101
3.4.4	ボールの壁打ちタスクにおける運動タイミングの自律獲得	105
3.5	まとめ	107
第4章	結論	109
付録A	第1軸の推定	111
A.1	1軸回転モデル	111
A.2	2軸回転モデル	114
A.3	3軸回転モデル	116
付録B	剛体運動	121
B.1	オイラーの運動方程式	121
B.2	動力学パラメータ	121
B.3	オイラーの運動方程式の解	122
付録C	FFT (高速フーリエ変換) について	127
C.1	DFT	127
C.2	FFT	128
C.3	ウインドウ	128
付録D	スペクトル分析	129
付録E	非線形力学系と周期リズム	131
E.1	Bonhöffer - van der Pol モデル	131
E.2	引き込み現象	134
付録F	壁打ちタスクにおける近似モデル	137
F.1	準静的状態における壁打ちタスク (近似モデル A)	137
F.2	準静的状態における壁打ちタスク (近似モデル B)	142
F.3	準動的状態における壁打ちタスク (近似モデル C)	147
付録G	定理の証明	155
付録H	球体に対する PSD 距離センサーの特性	157
	謝辞	165
	参考文献	167

	iii
関連文献	175
索引	177

目 次

1.1	Situation of Masutani's method and proposed method	2
2.1	Situation of proposed method	10
2.2	Periodic motion and instantaneous period	11
2.3	Process of recovery of missing data	13
2.4	Combination of n rotations	14
2.5	Data flow in process of motion estimation	16
2.6	Time sequence data and power spectrum (axially symmetrical rigid body)	18
2.7	Filtered time sequence data and instantaneous period (axially symmetrical rigid body)	19
2.8	Recoverd time sequence data and power spectrum (axially symmetrical rigid body)	20
2.9	Model with two rotations	21
2.10	Time sequence data and power spectrum (asymmetrical rigid body)	24
2.11	Filtered time sequence data and instantaneous period (asymmetrical rigid body)	25
2.12	Recoverd time sequence data and power spectrum (asymmetrical rigid body)	26
2.13	Time sequence data and power spectrum on 1st axis (asymmetrical rigid body)	27
2.14	Estimation on motion of asymmetric rigid body with missing data	28
3.1	Perceptual-motor system for robotic rhythmic movement	36
3.2	General concept of rhythm oscillator for some robotic tasks	37
3.3	Phase shift mechanism in adaptation stage	38
3.4	Wall-bouncing task using rhythm oscillator	40
3.5	Wall-bouncing task model	41
3.6	Effect of rhythm oscillator in wall-bouncing task: constant frequency os- cillator (up), rhythm oscillator (down)	42
3.7	Two balls' trajectories (in the wall-bouncing task with two balls)	42

3.8	Output signal of each oscillator; phase plane (left), x coordinate (right)	43
3.9	One-handed two-ball fountain (8000: 2 in 1 hand)	45
3.10	Diagram notation in wall-bouncing task with two balls (8000)	45
3.11	Two balls' trajectories in wall-bouncing task with two balls (8000)	45
3.12	One-handed two-ball fountain (80800000)	46
3.13	Diagram notation in wall-bouncing task with two balls (80800000)	46
3.14	Two balls' trajectories in wall-bouncing task with two balls (80800000)	46
3.15	Two balls' trajectories and their enlargements (in moving-wall-bouncing task)	48
3.16	Robot keeps hitting one ball while it fails in hitting another ball	49
3.17	Bifurcation of rhythm ; paddle sensor (left-up), wall sensor (left-down), ball's trajectory (right-up), x coordinate of motor oscillator (right-down)	49
3.18	Passing a ball task using rhythm oscillator	50
3.19	Two-ball blind passing with a shout	51
3.20	Connection of rhythm oscillators in passing a ball task	51
3.21	Diagram notation in passing a ball task with two balls	52
3.22	Two balls' trajectories and their enlargements (in the task of moving robots passing two balls)	53
3.23	Output signal of each oscillator (robot1); phase plane (left), x coordinate (right)	54
3.24	Output signal of each oscillator (robot2); phase plane (left), x coordinate (right)	55
3.25	Two-player juggling task using rhythm oscillator	56
3.26	One-handed two-ball fountain juggling by two players	58
3.27	Connection of rhythm oscillators in two-player juggling task	58
3.28	Diagram notation in two-player juggling task	59
3.29	Four balls' trajectories in two-player juggling task	59
3.30	Wall-bouncing task model with slope	61
3.31	Four phases in one cycle of ball's trajectory	62
3.32	Sketch of the wall-bouncing task with perturbation	74
3.33	Simulation of the influence of shape of paddle trajectory on stability in wall-bouncing task	80
3.34	Poincare map on ball impact plane	82
3.35	Class of BFC oscillator algorithm	85
3.36	Three different architectures in timing control	86
3.37	Effect of discrete feedback control	87
3.38	Effect of entrainment control	88
3.39	Sketch of quasi-juggling robot	91
3.40	Quasi-juggling robot	91

3.41	Trapezoid pattern of paddle motion on time vs. velocity map	91
3.42	PSD distance sensor	93
3.43	Touch sensor on robot paddle	93
3.44	Timing command switch for robot 1	94
3.45	Data flow of quasi-juggling robot system	95
3.46	Two-ball wall-bouncing in adaptation stage	96
3.47	Two-ball wall-bouncing in execution stage (1)	97
3.48	Two-ball wall-bouncing in execution stage (2)	98
3.49	Two-ball wall-bouncing with moving slope	99
3.50	BFC robotic oscillator in two-ball wall-bouncing task with moving slope (1) . . .	100
3.51	BFC robotic oscillator in two-ball wall-bouncing task with moving slope (2) . . .	100
3.52	Ball passing in adaptation stage	101
3.53	One-ball passing in execution stage	102
3.54	BFC robotic oscillators self-organize through the environment	103
3.55	Two-ball passing in execution stage (1)	104
3.56	Two-ball passing in execution stage (2)	104
3.57	BFC robotic oscillator autonomously acquires stable timing of paddle movement	106
A.1	Motion with one rotation	112
A.2	Motion with two rotations	114
B.1	Z - X - Z euler angles	123
B.2	Geometrical explanation of the solution of Euler's equations for asymmet- rical rigid body	124
B.3	Geometrical explanation of the solution of Euler's equations for symmet- rical rigid body	126
E.1	Mass-dumper-spring system	131
E.2	Action potential of BVP equation model	133
E.3	Phase plane of BVP equation model: $a = 0.7$, $b = 0.8$, $c = 3.0$, $z = -0.2$.	134
F.1	Notation for the discretization	138
F.2	Sketch of the wall-bouncing model	139
F.3	Notation for the ball cycle	140
F.4	Wall-bouncing task model with slope	142
H.1	Timing chart of GP2D12 / GP2Y0A02YK	158
H.2	Sensor circuit	158

H.3	Analog output voltage vs. distance to reflective object	
	– sensor 1 on robot 1 (GP2D12) –	161
H.4	Analog output voltage vs. distance to reflective object	
	– sensor 2 on robot 1 (GP2D12) –	161
H.5	Analog output voltage vs. distance to reflective object	
	– sensor 3 on robot 2 (GP2Y0A02YK) –	162
H.6	Analog output voltage vs. distance to reflective object	
	– sensor 4 on robot 2 (GP2Y0A02YK) –	162
H.7	Analog output voltage vs. distance to reflective object	
	– (GP2D12) –	163
H.8	Analog output voltage vs. distance to reflective object	
	– (GP2Y0A02YK) –	163

表 目 次

2.1	Analitical Solutions and estimated values of rotate axes	22
2.2	Estimation of rotate axes	28
3.1	Hardware configuration	92

第1章 序論

1.1 はじめに

一般に運動は2つのカテゴリーに分けることができる。周期運動と非周期運動である。これらの運動は共に運動形成において不可欠な要素と言える。本論文では、特に前者の周期運動に焦点を当て、「繰り返し」によって生み出されるリズムについて考察する。天体運動をはじめとする自然界のリズム、歩行、鼓動、呼吸といった生物のリズム、そして、モーター機械の回転といった人工物のリズムに至るまで、我々の身のまわりには、意外にリズム的な運動が溢れている。本論文では、これらのリズム運動に対し2つの方向からアプローチする。1つは運動認識の立場であり、1つは運動生成の立場である。ここでは、リズム運動の認識例として、自律宇宙ロボットによる未知剛体の運動推定問題を扱い、リズム運動の生成例として、疑似ジャグリングロボットによるタイミング制御問題を扱う。

以下、第1.2節、第1.3節にて、それぞれの研究の背景を述べる。

1.2 自律宇宙ロボットによる未知剛体の運動推定問題

将来、宇宙活動を拡大するには宇宙ロボットは不可欠なものである。宇宙ロボットの基本的な作業の一つとして宇宙空間での物体の捕捉が挙げられる。この作業は、ロボットが対象を発見、接近しランデブ状態に入った後に、1) 対象を観測してその形状と運動の認識を行ない、2) 次にマニピュレータを対象に接近させ、3) 最後に対象を把持し相対運動を止める、という大きく3つのステップに分かれると考えられる。本論文ではこのうち、最初のステップにおける運動の認識に焦点を当てる。特に、対象の物体とのランデブ状態に入り、相対並進速度が零になった場合を考えて、純粋な回転運動のみを扱うことにする。

宇宙分野の運動推定の研究では、これまで対象の形状や慣性パラメータが既知であることを前提にしたものがほとんどであった。しかし、宇宙塵のような全く未知の物体を扱う時はもとより、既知であっても破損、変形などによりパラメータの変化してしまった物体等に対応するためには、未知の物体に対する運動推定を考える必要がある。

升谷らは、無重力空間を自由運動する未知剛体を対象として、その画像の時系列から物体の運動を推定する方法を提案している [1]。この方法では、形状が未知である場合は特定の点を継続して追跡することができないと考え、短い時間間隔で観測した画像から剛体の相対的な姿勢変化を抽出し、これを繰り返して得た角速度の時系列データに基づいて運動

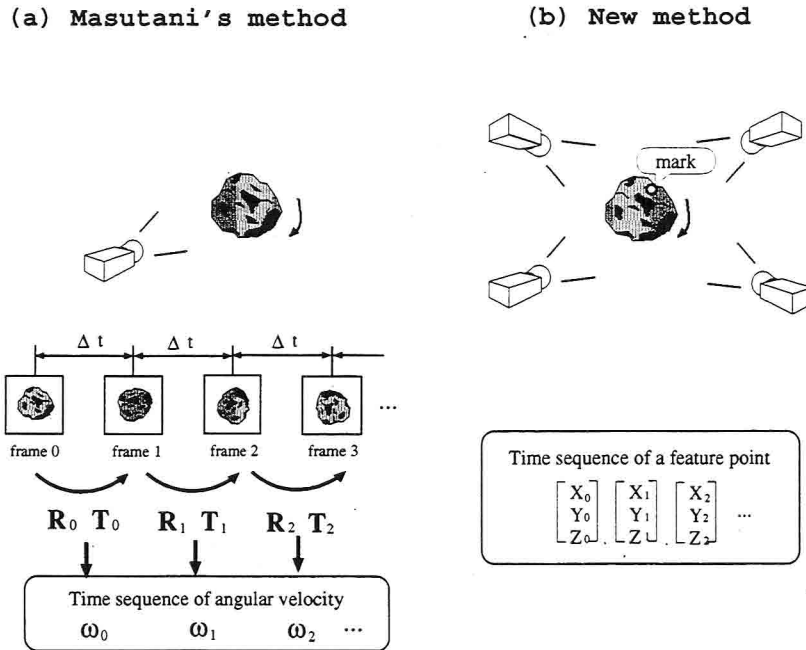


Fig.1.1: Situation of Masutani's method and proposed method

の推定を行なっている。しかし、長時間の観測が必要であり、量子化誤差に大きく左右されるという欠点があった。

そこで、本論文では別の想定として、未知剛体上のある点が3次元位置の時系列としてわかるような場合の運動推定を考えることにする。例えば、未知剛体にマーカを付着させ、それを複数のカメラで継続的に追跡してその3次元位置を算出できる場合が考えられる (Fig.1.1)。

画像理解の分野において、梅田らは等速回転の直列リンク機構の先端の点の3次元位置時系列から運動を推定する方法を提案している [2]。しかし、彼らはパワースペクトルのみを用いているので、推定できる運動モデルには、軸の周波数、方向に制限があり、そのままでは剛体の運動推定を行なうには向いていない。

著者らはこうした問題点を解決するために、複素スペクトルを用いた運動推定法提案している [3]。対象とする運動モデルは梅田らのモデルと同じ等速回転運動の重ね合わせを用いているが、各回転軸は1点で交わるものとしている。これは、自由運動をしている剛体の場合、各回転軸は重心点で交わることによるものである。こうしたモデルに対して、回転軸の数ごとに運動モデルを立て、それに基づき一度だけのフーリエ変換による複素スペクトル情報からそれぞれの回転軸を推定していた。この方法は、計算量が少なくすむという長所をもつ反面、精度良い複素スペクトルを得る必要があり、スペクトルのピークが重なってしまう場合 (縮退) には対応できない。また、観測データが隠れなどにより欠測する場合に対して考察を行なっていなかった。

そこで本論文ではこうした問題を考慮し、より現実的な運動推定法を提案する。まず、観測データに欠測が生じている場合、正しい運動推定を行なうために時系列の周期性を利用して、欠測区間の復元を行なう。ここでは、観測点の時系列の瞬間周期に着目し、観測されたデータから欠測区間の瞬間周期推定を行ない、推定された周期分前の観測データで欠測区間を補間することでデータ復元を行なっている。続いて、欠測区間を復元された観測点時系列を新たな入力として、運動推定を行なう。比較的精度良く得られるパワースペクトルを主に使用し、位相情報は補助的に用いることによる精度良い運動推定法を提案する。この方法は、回転軸の推定に座標変換を組み合わせた逐次的な方法である。まず、スペクトル分布のピークの数によって運動モデルを切り替え、第1軸を推定する。次に、測定データ列を第1軸上の座標に変換する。これにより、 n 軸回転運動であった対象が $n-1$ 軸回転運動になる。この操作を再帰的に繰り返すことで、逐次回転軸を決定し全ての回転軸を推定する。また、本手法を用いることでピークが重なってしまう縮退が起きるような場合においても、一部の特殊な場合を除いて対応が可能となる。

外力モーメントが働かない剛体の場合、オイラーの運動方程式の解は、物体座標系で表される「ポアンソアの楕円体」が中心を空間に固定されて「不変平面」に接しながら回転していると表現され、楕円体の中心から接点へのベクトルがその瞬間の角速度となる。しかし、軸対称の場合は、空間に固定された円錐の周りを物体とともに動く円錐が滑べらず転がっているとも解釈できる。これは、別の見方をすれば2軸の等速回転運動の重ね合わせである。したがって、対称な剛体の自由運動の場合は、前述のモデルで完全に表現できる。また、非対称の場合も比較的軸対称に近いある条件下では、3軸の等速回転運動の組合せと近似できることが示されている [4]。そこで、本論文で提案する手法を非対称の剛体の運動に対しても適用し、シミュレーションでその有効性を検討する。

1.3 疑似ジャグリングロボットによるタイミング制御問題

1.3.1 複雑系とバイオミメティック・ロボティクス

自然界のあらゆる系が周囲の系との相互作用を通して存在するように、ロボットもまた、外部の系との相互作用に基づき存在するものである。このとき、多彩に変化する外部環境内に存在するロボットは、どのようにして自らの機能システムを動的にデザインし、自身を環境へ適応させてゆけば良いのだろうか。こうした問題に対し、明らかな開放系である生物を手本とし、生物が保有する高度な情報処理機能を模倣することから、新しい情報処理体系を確立しようとする試みがある。生命物理学の分野で有力となりつつある、生命のダイナミクスを反応拡散系の非線形現象ととらえる考え方は、こうした生物模倣型情報処理の基礎となり得る。また、この散逸構造がもたらす生命らしさは、ロボットをシンプルで適応的な機械にすることができる。概して優れた設計は「シンプル」であり、システムと環境の相互作用をうまく利用すれば、適応を促す情報処理やアルゴリズムがなくても効果的かつシンプルなメカニズムを設計することができる [12]。このとき、外部観測者から見て「適応的である」という行為は、必ずしも内部観測者すなわち当事者が明示的

な適応機能を有することを意味しておらず、むしろ自然に適応することの方が多く思われる。ただし、ここには「複雑さ」が介入し、この「複雑さ」は脳が持つ本質的な性質の1つと考えられる。「複雑さ」は、システムを構成する要素の数や構造のみから決定されるものではなく、特に非線形性を有する系に関しては、一見単純なものも内部、外部パラメータの値によってシステムに多様な応答をもたらす。ここに、先ほどのシンプルデザインとの関連性を見出したいと考える。すなわち、非平衡開放系が示す多彩な運動をこれらの適応性と関連づけて考えることにより、新しい情報処理体系の確立を試みる。

また、この環境と身体の相互作用に働く力学系を利用した受動的制御は、系に逆らうことのない経済的制御としても興味深く、これを利用したセンサーモーター協調は多くの分野において注目を集め、研究されている。

Thelenらは発達心理学の分野において、Dynamic Systems Approachを提唱し、認知発達においてセンサーモーター能力と知性の発達の関係を論じている[13]。一方、Tagaらも新生児の運動学習の観察を通して同様な研究を進めている[14], [15], [16], [17]。これらの研究は、環境と身体の相互作用を通じた知能創発およびセンサーモーター学習として、ロボットの学習の観点からも大変興味深い。

また、行動学において、Kelsoら是指振り運動における運動パターンの相転移現象を報告している[18]。彼らはこれらの運動協調およびパターン形成を自己組織化現象と結びつけ論じている。さらに、こうした運動が特別な現象ではなく他にも見られ、1個人の中だけでなく複数の人間の間でも起きることが分かっている。Turveyらは、2人の人間が互いに相手の足を見ながら、足振り運動を行なうとKelsoら指振り運動と同様な知見が得られると報告している[19]。環境を介し、視覚情報によって協調同期を示すとともに、足振りの振動数を上げると個人の意図に反した同期運動が起きるのである。生体のもつ非線形性に起因する自己組織化、同期、引き込み、分岐を予感させる面白い現象である。

一方、生理学や生物学の分野においては、人間や動物が四肢を動かす際に不可欠である筋の組織的な協調が古くから問題視されてきた。こうした高次の協調問題に対し、Bernsteinは運動の最中には少数の自由度のみが現れると仮定し、Gibsonは環境と動物間の関係に基づき、アフォーダンスの概念を提唱した[20]。また、von Holstは唇脚類の足の動きに関して詳細な観察、実験を行ない、ムカデの足を切除して6本にすると昆虫のような歩容になり、4本にすると馬のような4足動物の歩容が生成されることを報告している[20]。ムカデにあらかじめこうした歩容がプログラムされているとは考えにくく、むしろ環境との相互作用を通じた自己組織化現象の証拠とされている。当事者の身体を含む内部環境の変化に対応する適応的な行動として興味引かれる現象である。また、生物学には生物を非線形振動子とする見方も古くから存在し[21]、Winfreeはその著書「生物時計」の中でこれらに関し詳細に扱っている[22]。さらに、歩行に関して述べればOrlovskiiらによる除脳猫の実験は有名である[23]。中脳歩行誘発野への電気刺激やトレッドミルの速度に応じて歩容が生成され、生物系における制御パラメータと感覚フィードバックの重要性が示されている。一方、Grillnerはこうした歩行に必要な中枢パターン生成器(CPG)がかなり局所的な所に存在し、その神経回路が感覚信号に引き込まれることを示している[24]。ヤツメウナギ等に関するCPG研究はかなり細かいところまで分かっているようであるが、

人間に関しては未だ不明な点が多い。

数理生物学や神経科学の分野では、個々のニューロンに関する数理モデルおよびその応答に関して、分岐現象を含め詳細に研究されている [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34], [35], [36]。しかし、モデルが変わると構造も変わり、一般性をもって扱うのが困難なようにも思われる。また、個々のニューロンに関する応答が分かっても、それらが集団となったときの全体としての振舞い、特にタスクレベルでの振舞いについてこうした分野は答えてくれない。

こうした知見を受けてロボット工学では、もう少しマクロな視点から研究が進められ、CPG を利用したロボットもいくつか開発されている。Kimura らは Taga により提唱された大局的引き込み [16], [37], [38] を利用した 4 足歩行ロボットを製作し、不整地歩行などに成功している [39]。また、Williamson も Taga の大局的引き込みを腕の運動に利用して、様々なリズム運動を行なうヒューマノイドロボットを開発している [40]。また、多足ロボットの歩容変化を分岐現象と関連づけた研究もいくつか行なわれている。馬の酸素消費量と歩容を比較したグラフ [20], [41], [42], [43] は有名であるが、生物学では、動物は消費エネルギーを基準として歩容パターンを切り替えているとする説と、力学系の分岐現象により歩容が変化し、その結果としてエネルギーが最小となるとする説が存在する。これに対応する形でロボット工学では、前者の立場から Yuasa らによる研究 [44] が、後者の立場から Tsuchiya らの研究 [45] が挙げられ大変興味深い。さらに、Schaal らは運動要素の観点からリズム運動にリミットサイクルを、離散的な運動にポイントアトラクタを対応づけることで、非線形力学系を利用した一般的な運動生成を試みている [46], [47]。彼らはこれらのシステムを PPG と名づけており、最近では運動時の脳内の動きに関しても詳しく調べている [48]。また、Ishii らは、CPG による受動的な適応性に、強化学習 (actor-critic model) を加えることで、2 足歩行学習を試みている [49]。

このように、従来のような制御系と非制御系、そして環境を外乱とする枠組みとは違った、系全体の力学系を利用した経済的で、より自然な制御およびセンサーモーター協調の重要性が各分野で提案され、同じベクトルを指しているように思われる。今後はこうした複雑系を含む分野の横断的な研究が必要であり、ロボットはそうした研究の良いテストベットと成り得る。

1.3.2 センサーモーター協調としてのジャグリング

前節で述べた背景から、本研究ではセンサーモーター協調のロボットタスクの例として、ジャグリング様な複数のボール壁打ちタスクを検討する。外部刺激の感覚器として、ロボット本体に感圧センサを取り付け、ボール打撃時の信号に応答したリズム運動の生成を行なう。これは、外から見るとロボット自身が外部環境のリズムを判断し、タイミングをはかって動作を生成しているように見える。これには内部に時間を計る時計のような機構が必要であるが、本研究では、非線形振動子として神経系の情報処理様式の 1 つである Bonhöffer van der Pol (BVP) 振動子モデル [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34] の結合系を用いて、タイミング生成を行なっている。

現在、神経科学においても、人間の脳内時計の神経機構、特に「認知・行動の時間領域」(数百ミリ秒～数秒)に関しては不明な部分が多く、生理学的基盤はほとんど分かっていない。ニューロン発火のダイナミクスの時間スケールから2桁以上も大きい認知・行動の時間スケールがどのように現れるのか未だ不明である。本研究では、各諸説のうち、時間知覚の心理学において広く知られるペースメーカー仮説 [50] を用い、BVP の分岐構造と関連づけてこの問題を解決している。但し、Weber の法則 [50] が成り立たないという難点がある。

ここで生成されるタイミングは、内部環境、外部環境を含む系全体の自己組織化により生成される自然なものであり、システムの持つ力学系によって受動的に決められる。また、ロボット自身は環境に対する情報を必要とすることなくタスクを継続することができ、引き込み現象を利用することで、環境の変化に応じた適応的行動を示すことが可能である。本タイミング生成機構はシンプルなデザインながら、分岐現象も含めるとその変化の幅は広い。

また、「引き込み機構」に加え、「開ループ安定機構」と「離散フィードバック機構」を同時に作用させることで、基本的に同等な効果を持つ異なる機構の共存およびその冗長性により、外乱からのより早い回復やシステム全体の強い安定性が保証される。本研究のタイミング生成の仕組みは、単なる感覚信号への応答とは異なり、ある種の予測が行なわれ、感覚情報が入る前に次の運動のための発火が起きる。タッピングの実験においても、誘導のクリック音に先行して発火するニューロンの存在が確かめられており興味をそそられる [51]。

さらに本論文では、提案する手法を用いて実機ロボットによる検証実験も行ない、本手法の環境適応性を実証するとともに、提案手法が単体ロボットのみならず、複数ロボット間の協調動作にも拡張可能であること、自律的なリズム運動パターンの獲得にも有用であることを示す。

1.4 本論文の構成

以下、第2章において、リズム運動の一側面として「リズム運動の認識問題」を扱う。まず、第2.1節で研究の目的を述べ、第2.2節で、本問題が適用可能な「自律宇宙ロボットによる未知剛体の運動推定問題」を扱う。本節では、概周期運動の追跡および、これを用いたデータ欠測区間の波形復元法が提案され、周期性を利用することで、隠れなどにより観測時系列に欠測が存在する場合においても、運動推定が可能となることを数値シミュレーションにて示す。また本節では、対象上の点の位置時系列のスペクトルを用いた剛体運動推定法についても扱う。最後に、第2.3節で、本研究で得られた成果および今後の課題について触れ、第2章をまとめる。

続いて、第3章において、リズム運動のもう一つの側面、「リズム運動の生成問題」を扱う。本論文では、リズム運動の生成例として、「疑似ジャグリングロボットによるタイミング制御問題」を扱う。まず、第3.1節で研究背景および目的を述べ、第3.2

節で、3つのジャグリング様なリズムック運動を扱い、これらに適したシンプルなりズム運動生成機構を提案し、その設計概念および特性について触れる。続いて、第3.3節で、これらのリズムック運動の基本となる「ボールの壁打ちタスク」の力学的な解析を行ない、本タスクにおける受動的制御とその安定性を考察する。また、安定性を保証する複数の制御機構の存在についても触れ、第3.2節で提案したリズム運動生成機構が安定に働く理由を示す。さらに、第3.4節では、提案するリズム運動生成機構の有効性を実機ロボットにより検証する。ここでは、典型的な3つのリズムック運動の検証実験を行ない、本制御法がシンプルなデザインながら、環境適応性を持っており、複数のロボットの協調動作にも有用であることを示す。さらに、運動学習の観点からも興味深い運動タイミングの自律的な獲得についても触れる。また、第3.5節で、本研究で得られた結果および課題を述べ、第3章をまとめる。

最後に、第4章で論文全体で得られた成果をまとめ、本論文を締めくくる。

第2章 リズミック運動の認識

2.1 はじめに

我々の身のまわりには、多くのリズムック運動が存在する。しかし、これらの運動のうち厳密な周期運動が行なわれているものは稀であり、多くの場合、運動を構成するパラメータは時間と共に変動している。また、運動計測によって得られる値は単一な時変周期運動とは限らず、それらが合成されたものであることもある。このような、時間と共にパラメータが変動する運動、およびそれらの絡み合った複雑な運動に対しても、その運動が理解でき、未来の値を予測することができれば、実用上多くの場面で有用な要素技術となり得る。

さらに、この計測において完全なデータを測定することが困難な場合、すなわち、得られるデータに欠測が生じる場合にも、前後の値から欠落した情報を予測し、運動認識できることが望ましい。

本節では、こうした問題を適用可能な「自律宇宙ロボットによる未知剛体の運動推定問題」を扱い、欠測を含む概周期運動の重ね合わせを対象に瞬間周期追跡を行ない、これを利用した欠測区間の復元および対象剛体の運動推定を試みる。

2.2 無重力下で自由回転する物体上の点の位置情報に基づく運動推定

将来、宇宙活動を拡大するためには、宇宙ロボットは不可欠なものである。本論文では、この宇宙ロボットの基本作業である物体捕捉に必要な要素技術、「対象物体の運動認識」に焦点を当て、特に、対象物体とランデブ状態に入り、相対並進速度が零になった場合を考えて、純粋な回転運動のみを扱う。問題想定としては、未知剛体上のある点が3次元位置の時系列としてわかるような場合の運動推定を考えることにする。例えば、未知剛体にマーカを付着させ、それを複数のカメラで継続的に追跡してその3次元位置を算出できる場合が考えられる (Fig.2.1)。ただし、隠れなどにより観測データに欠測が生じているかもしれない。

こうした状況下において、正しい運動推定を行なうために、まず、観測データに欠測が生じている場合、時系列の周期性を利用して、欠測区間のデータ復元を行なう必要がある。ここでは、観測点の時系列の瞬間周期に着目し、観測されたデータから欠測区間の瞬間周期推定を行ない、推定された周期分前の観測データで欠測区間を補間することでデータ復

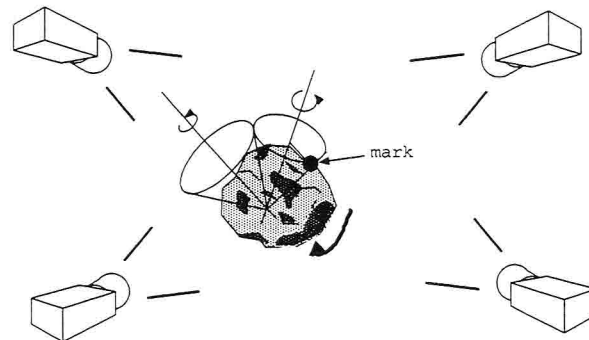


Fig.2.1: Situation of proposed method

元を行なっている。

続いて、欠測区間を復元された観測点時系列を新たな入力として、運動推定を行なう。比較的精度良く得られるパワースペクトルを主に使用し、位相情報は補助的に用いることによる精度良い運動推定法を提案する。この方法は、回転軸の推定に座標変換を組み合わせた逐次的な方法である。スペクトル分布のピークの数によって運動モデルを切り替え、第1軸を推定し、測定データ列を第1軸上の座標に変換する。これにより、 n 軸回転運動であった対象が $n-1$ 軸回転運動になる。この操作を再帰的に繰り返すことで、逐次、回転軸を決定し全ての回転軸を推定する。また、本手法を用いることでピークが重なってしまう縮退が起きるような場合においても、一部の特殊な場合を除いて対応が可能となる。

外力モーメントが働かない剛体の場合、オイラーの運動方程式の解は、物体座標系で表される「ポアンソーの楕円体」が中心を空間に固定されて「不変平面」に接しながら転動していると表現され、楕円体の中心から接点へのベクトルがその瞬間の角速度となる。しかし、軸対称の場合は、空間に固定された円錐の周りを物体とともに動く円錐が滑べらずに転がっているとも解釈できる。これは、別の見方をすれば2軸の等速回転運動の重ね合わせである。したがって、対称な剛体の自由運動の場合は、前述のモデルで完全に表現できる。また、非対称の場合も比較的軸対称に近いある条件下では、3軸の等速回転運動の組合せと近似できることが示されている [4]。そこで、本論文で提案する手法を非対称の剛体の運動に対しても適用し、シミュレーションでその有効性を検討する。

2.2.1 前処理

観測中、観測点がカメラの死角に入ったり、剛体の裏側に隠れて見えない場合があると考えられる。このように観測データに欠測が生じる場合、そのままでは正しく運動推定を行なうことが困難となる。しかし、ある程度の欠測であれば、運動モデルの周期性を利用することで欠測をそれらしい値で補うことが可能である。これにより欠測のない区間だけを取り出して運動推定を行なった場合のようなサンプル数の減少による推定分解能の低減

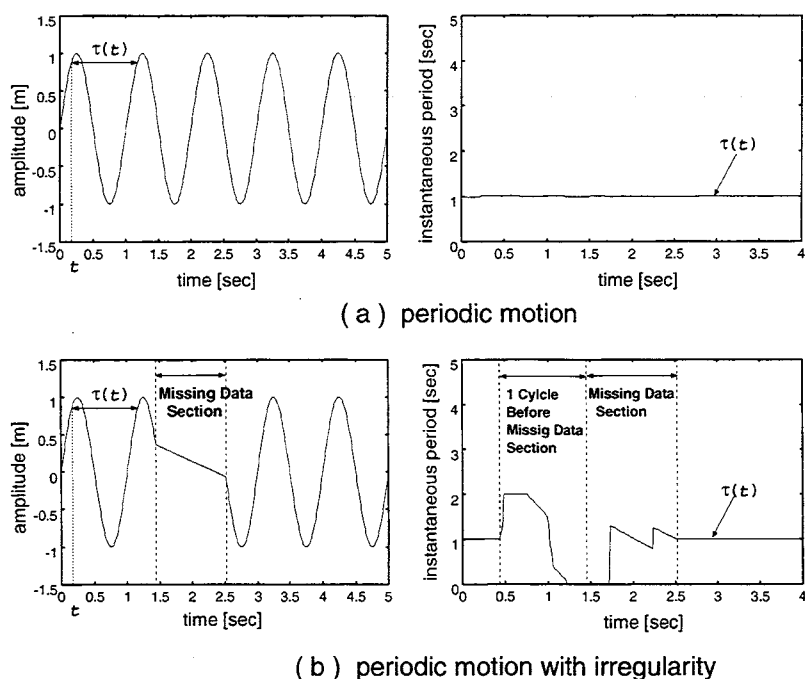


Fig.2.2: Periodic motion and instantaneous period

を避けられるものと考え。ここでは、精度良い推定を行なうために、実際の運動推定の前処理として、欠測区間のデータ復元を行なう。

波形解析

測定される観測点の時系列は複数の周波数成分を含んだ複雑な運動である。そこで、入力波形を周波数帯域毎に分離することで問題を簡単化する。

まず、各座標成分毎の入力波形において、欠測区間をその前後の観測値によって直線補間する。続いて、その離散フーリエ変換によって得られるスペクトル分布より、ピーク周波数を1つ含むように周波数帯域を設定し、波形を分離する。これにより、扱う波形はFig.2.2に示すような正弦波形となる。

波形復元

次に得られた周波数帯域毎に欠測区間の復元を行なう。

[瞬間周期]: 欠測区間を認識するために、時刻 t を始点とした1周期の長さを瞬間周期 $\tau(t)$ と定義し、各時刻における瞬間周期群により構成される曲線を瞬間周期曲線と呼ぶことにする (Fig.2.2)。このとき、入力波形 $C(t)$ の周期性より、次の式が成り立つ。

$$C(t) = C(t + \tau(t)) \quad (2.1)$$

[周期追跡]: 離散フーリエ変換によって得られたピーク周波数より算出される周期 τ_0 を概算周期と判断し、これを初期値として、瞬間周期 $\tau(t)$ を算出するためのエネルギー関数 E の最小化を行なう。

このエネルギー関数 E は、各時刻における振幅と瞬間周期先の時刻での振幅との一致度を表す E_1 と瞬間周期の変化の滑らかさを示す E_2 により構成され、重み要素 α がこの2つのエネルギーのバランスをとっている。

$$\begin{cases} E_1(\tau, t) = |C(t + \tau(t)) - C(t)| \\ E_2(\tau, t) = |\tau'(t)| \end{cases} \quad (2.2)$$

$$E(\tau) = \int_{t=0}^{T'} \{E_1(\tau, t) + \alpha E_2(\tau, t)\} dt \quad (2.3)$$

ここで、 $C(t)$ は入力波形、 T' は観測時間 T から入力波形 $C(t)$ の最後の1周期分を除いた時間であり、 $\tau'(t)$ は一次微分を表す。

このエネルギー関数を再帰的に最小化することによって、各時刻 t における最適な瞬間周期 $\tau(t)$ が得られる。ここでは動的輪郭法 [5][6] を改良したアルゴリズムを用いて、その算出を行なっている [7]。入力が厳密な周期波形であれば、得られる瞬間周期曲線は一定の値を保つ。また、欠測が生じている場合、瞬間周期曲線は欠測区間およびその1周期前の区間に乱れが生じる。しかし、瞬間周期の乱れた区間の値は、他の乱れていない部分の瞬間周期から容易に推定を行なうことが可能である。

[欠測区間の補間]: 各時刻での瞬間周期の算出が行なえたので、波形の周期性から欠測区間のデータを瞬間周期前のデータに置き換えることで、欠測部分のデータ補間を行なう。

波形合成

周波数帯域毎に復元された入力波形を再度合成することで、欠測区間を復元された入力波形を得ることができる。Fig.2.3 に欠測区間の波形復元における全体の処理の流れを示す。

2.2.2 運動推定

続いて本節では、データ欠測のない観測点の時系列を入力として、対象剛体の運動を推定する方法を提案する。

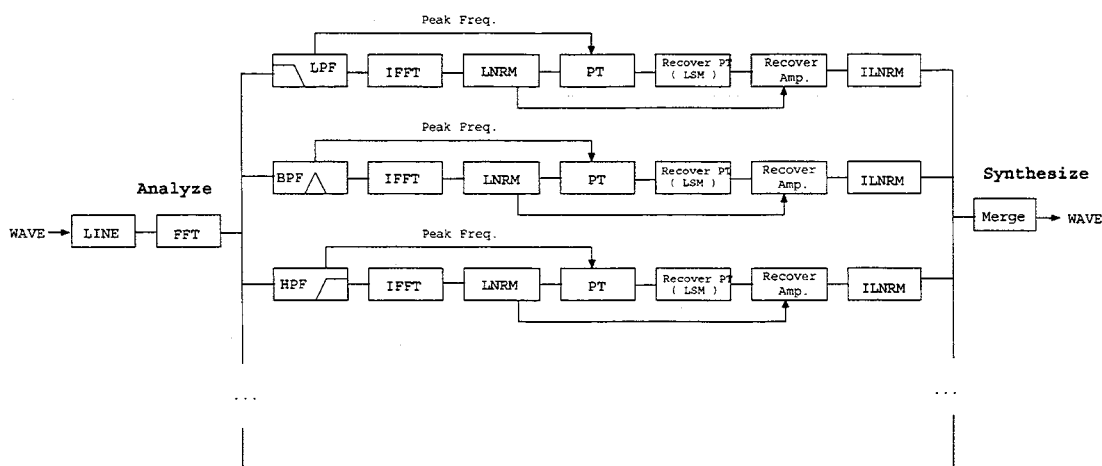


Fig.2.3: Process of recovery of missing data

モデリング

運動モデルとして各回転軸が1点で交わる回転運動の重ね合わせを用いる。また、自由運動をしている剛体の運動は最大3軸回転の重ね合わせで近似できる [4] と考えて、想定する回転軸数 n は最大3とする。ただし、このモデルにおいて、各軸の周波数(回転速度)は一定とする (Fig.2.4)。

初期状態で位置 \mathbf{p}_o にあった点が、各軸が1点で交わる3本の軸の等速回転運動の重ね合わせによって、移動した位置 $\mathbf{p}(t)$ は以下のように書くことができる。

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{R}(\mathbf{k}_1, \omega_1 t) \mathbf{R}(\mathbf{k}_2, \omega_2 t) \mathbf{R}(\mathbf{k}_3, \omega_3 t) (\mathbf{p}_o - \mathbf{p}_r) + \mathbf{p}_r \quad (2.4)$$

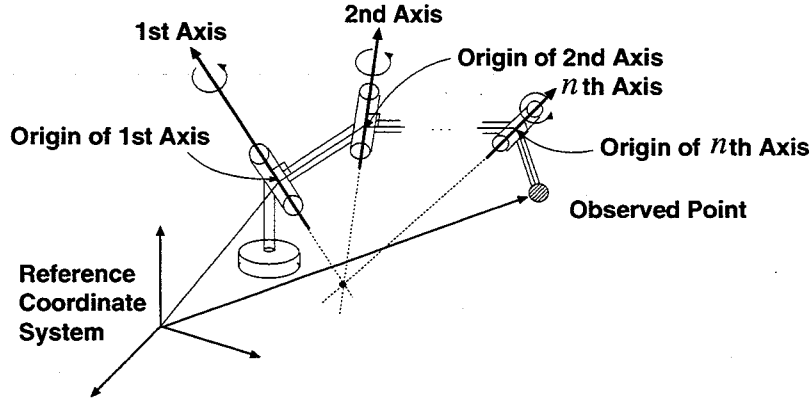
ここで、 \mathbf{p}_r は各軸の交点(重心の位置)であり、 \mathbf{k}_i, ω_i は第 i 軸に沿った単位ベクトルと角速度である(定数)。また、 $\mathbf{R}(\mathbf{k}, \theta)$ は \mathbf{k} 軸周りの角度 θ の回転を表す 3×3 の回転行列である。

$$\mathbf{R}(\mathbf{k}, \theta) = (\mathbf{I} - \mathbf{k}\mathbf{k}^T) \cos(\theta) + [\mathbf{k} \times] \sin(\theta) + \mathbf{k}\mathbf{k}^T \quad (2.5)$$

$[\ * \ \times]$ は外積に等価な 3×3 の歪対称行列を表す。式 (2.4) において、1軸回転の場合は $\omega_2 = \omega_3 = 0$ 、2軸回転の場合は $\omega_3 = 0$ と考える。

フーリエ変換

$\mathbf{p}(t)$ をフーリエ変換すると、 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ とそれらの加減算により組み合わされた周波数に線スペクトルが現れる。ただし、異なる組み合わせが同一の周波数に重なる場合(縮退と呼ぶ)もあるため、観測できるピークの数はいずれも1軸で1、2軸で2~4、3軸で6~13となる。ここで3軸が全て同じ周波数の場合は特殊なケースとして考慮されていない。観測によっ

Fig.2.4: Combination of n rotations

て実際に取得できるのは、 $\mathbf{p}(t)$ を時間 Δt 間隔にサンプリングした N 個のデータ $\{\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{N-1}\}$ である。 Δt が十分に小さく、 N が十分に大きければ $\{\mathbf{p}_i\}$ に対する離散フーリエ変換により、 $\mathbf{p}(t)$ の各線スペクトルの周波数およびフーリエ変換の値 (複素数) が推定できる。

第1軸の方向の推定

最も周波数の高い線スペクトルの周波数は必ず全ての軸の周波数の和となる。これを $\omega_h = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ と書く。また、その周波数の線スペクトルのフーリエ変換の推定値 $\mathbf{P}_h = [P_{hx}, P_{hy}, P_{hz}]^T$ とすると、第1軸の方向ベクトル $\mathbf{k}_1 = [k_x, k_y, k_z]^T$ は、以下のように推定できる [8]。式の導出に関しては、付録 A に詳細を述べる。

$$\begin{cases} k_x = \text{sgn}(\sin(\phi_{hzy})) \sqrt{1 - 2|P_{hx}|^2/|P_h|^2} \\ k_y = \text{sgn}(\sin(\phi_{hxx})) \sqrt{1 - 2|P_{hy}|^2/|P_h|^2} \\ k_z = \text{sgn}(\sin(\phi_{hyx})) \sqrt{1 - 2|P_{hz}|^2/|P_h|^2} \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\phi_{hpq} = \phi_{hp} - \phi_{hq} \quad (p, q = x, y, z) \quad (2.7)$$

$$|P_h|^2 = |P_{hx}|^2 + |P_{hy}|^2 + |P_{hz}|^2 \quad (2.8)$$

ここで、 $|P_{hp}|$ と ϕ_{hp} は、複素数 P_{hp} の絶対値と偏角である。

$$P_{hp} = |P_{hp}| e^{j\phi_{hp}} \quad (p = x, y, z) \quad (2.9)$$

式 (2.6) において、回転軸の大きさはパワースペクトルのみにより決定され、位相は符号を決めるためだけに用いられている。従来の手法 [10] では複素スペクトルを用いていたが、位相が精度良く推定できない場合があったので、パワースペクトルのみによって回転軸の方向ベクトルの大きさを決定できることは推定精度の向上へつながる。

第1軸の周波数の推定

第1軸の周波数は、線スペクトルの周波数と運動モデルにおける周波数との対応関係から決定する。これは、縮退の起きるような場合にも対応が可能である。以下、スペクトルピーク数から判断される運動モデル毎に第1軸周波数の推定方法を示す。ただし、3軸回転モデルの $f_2 + f_3$ の縮退においてだけは、考慮されていない。

[1軸回転モデル]

1. 時系列データをフーリエ変換する
2. スペクトルのピークを示す周波数を探す。
3. ピーク周波数が、第1軸周波数 f_1 である。

[2軸回転モデル]

1. 時系列データをフーリエ変換する。
2. スペクトルのピークを示す周波数を探す。
3. そのうち、一番高い周波数を $f_h = f_1 + f_2$ とする。そのフーリエ変換の値から式 (2.6) により、第1軸方向 \mathbf{k}_1 を決定する。
4. ピークの本数が2本であるならば、 $f_1 = f_2$ でピークが縮退しているので、 $f_1 = \frac{1}{2}f_h$ である。(7)へ行く。
5. ピークの本数が3本かつ周波数 f_h 以外のピーク周波数のフーリエ変換の実部と虚部の組のうち、 \mathbf{k}_1 に平行なものを見つけられないならば、 $|f_1 - f_2| = f_2$ でピークが縮退しているので、 $f_1 = \frac{2}{3}f_h$ である。(7)へ行く。
6. 周波数 f_h 以外のピーク周波数のフーリエ変換の実部と虚部の組のうち、 \mathbf{k}_1 に平行なものを探し、その周波数を第2軸周波数 f_2 とする。このとき、 $f_1 = f_h - f_2$ である。
7. 以上で第1軸の周波数 f_1 および方向 \mathbf{k}_1 が決定された。

[3軸回転モデル]

1. 時系列データをフーリエ変換する。
2. スペクトルのピークを示す周波数を探す。
3. そのうち、一番高い周波数 $f_1 + f_2 + f_3$ におけるフーリエ変換の値から式 (2.6) より第1軸方向 \mathbf{k}_1 を決定する。
4. 残りのピークを示す周波数のフーリエ変換の組のうち、 \mathbf{k}_1 に平行な組を探し、そのうち、一番高い周波数より $f_2 + f_3$ を決定する。
5. 2つの周波数 $f_1 + f_2 + f_3$ および $f_2 + f_3$ が分かったので、その差より第1軸周波数 f_1 を決定する。

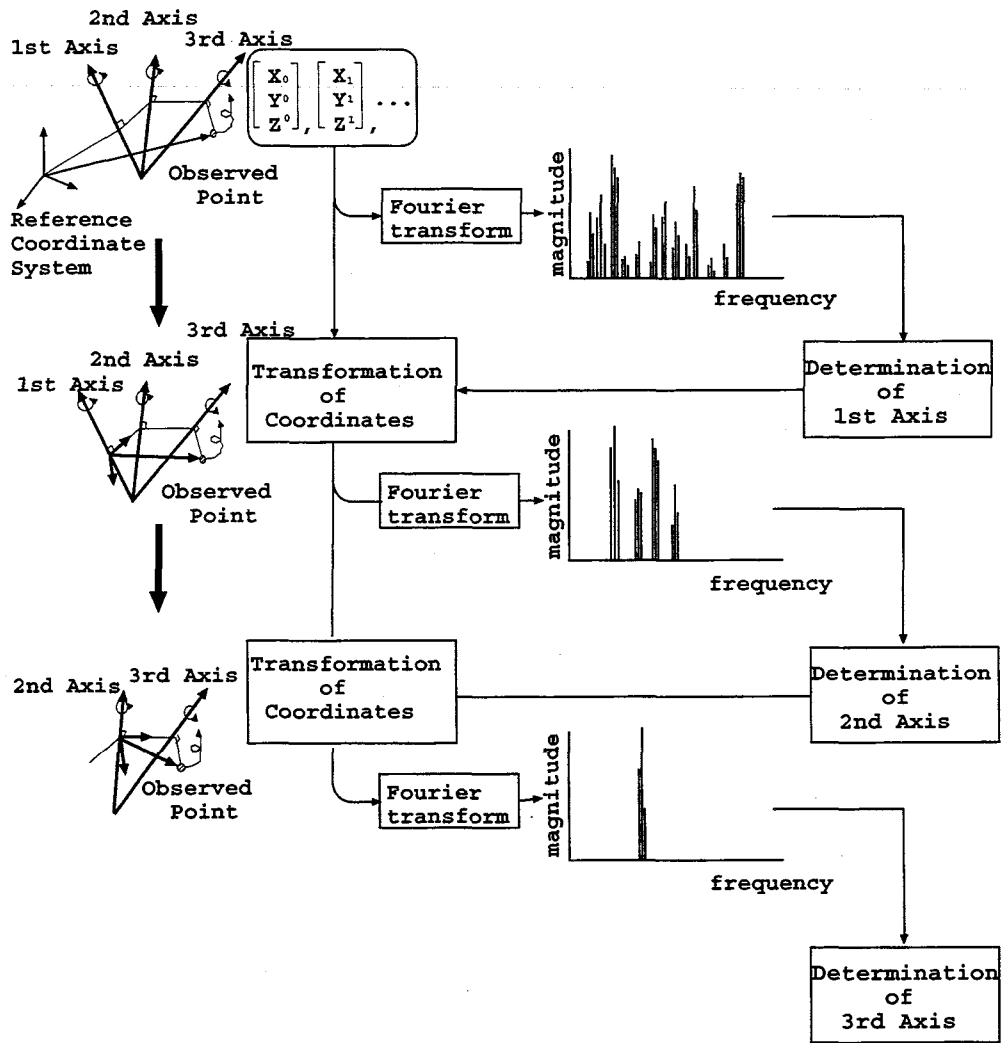


Fig.2.5: Data flow in process of motion estimation

再帰的推定

第1軸が決まると、点の位置の時系列 $\{p_i\}$ を第1軸周りに回転する座標系へ変換する。変換後のデータからは、第1軸の周波数成分は消え、 $n-1$ 軸の回転の重ね合わせとして扱うことができる。以上の運動推定プロセスを再帰的に繰り返すことで順に軸の方向と周波数を決定できる (Fig.2.5)。

2.2.3 数値シミュレーション

具体的な剛体の運動例を取り上げ、本推定法の有効性をシミュレーションにて検証する。無重力空間を自由運動する未知剛体にマーカーを付着させ、カメラでその3次元位置を算出することで剛体上のある点の3次元位置が観測できる場合を想定する。ただし、観測の途中、隠れなどの影響で観測データに欠測が生じていても良いものとする。この欠測を含む観測データから対象の剛体の運動推定を行なう。

軸対称剛体運動

本節では、対象剛体の主慣性モーメントが軸対称のものを扱い、運動推定の結果と解析解の比較を行なう。また、過去に著者らが提案した欠測がない場合における方法 [8] との比較も行なった。

本シミュレーションでは、まず剛体上の観測点の時系列を得るために、慣性モーメントと角運動量ベクトルおよび運動エネルギーのパラメータを与え、これからオイラーの運動方程式をルンゲ・クッタ法により数値的に解いて各時刻の剛体の角速度の時系列を得て、この角速度の時系列より各時刻での剛体上の観測点の位置の時系列の計算を行なった。そして、それを新たな入力として、剛体の運動を表す回転軸の推定を行なった。観測点の初期位置は参照座標系において $(1.00, 1.00, 1.00)$ [m] とし、パラメータとして、慣性モーメント $I_x = 100.0$ [kgm²], $I_y = 100.0$ [kgm²], $I_z = 50.0$ [kgm²], 角運動量 $L = (0.00, 0.00, 50.0)$ [kgm/s], 運動エネルギー $E = 20.0$ [kgm²/s²] を与え、観測は量子化誤差の影響を十分に克服できるように、0.01[sec] のサンプリング間隔で 30.0[sec] 行なった。

また、欠測を想定して、計算された観測点の時系列から 10.0~15.0 [sec] の間は情報を破棄している。

対象の剛体は軸対称であるので、その運動は厳密に2軸の等速回転運動で表すことができる。**Fig.2.6** は、欠測区間をその前後の点で直線補間した各座標の時系列とそのスペクトル分布である。全体のスペクトルピーク数がおおよそ3本であることから2軸回転であることがわかる。しかしこのままでは、回転軸周波数に関係したスペクトル以外に多くのスペクトルが見られ、運動推定できない。そこで、高周波のノイズをカットした後、入力波形を低周波波形と高周波波形に分離し、各波形毎に周期追跡を行ない、瞬間周期を算出した (**Fig.2.7**)。運動は等速回転運動の重ね合わせであるので、瞬間周期の大きく乱れている区間は欠測区間およびその1周期前の区間と考え、残りのデータから傾き0の直線で補間することでその乱れを補正した。さらに、得られた瞬間周期を用いて欠測区間の波形を復元したものを **Fig.2.8** に示す。欠測区間のデータがうまく復元されていることが確認できる。また、**Fig.2.6** に現れていた偽りのスペクトルピークも消え、運動推定を行なえる状態になっている。なお、観測データの最後の1周期分は瞬間周期が算出できないため、データを除いている。

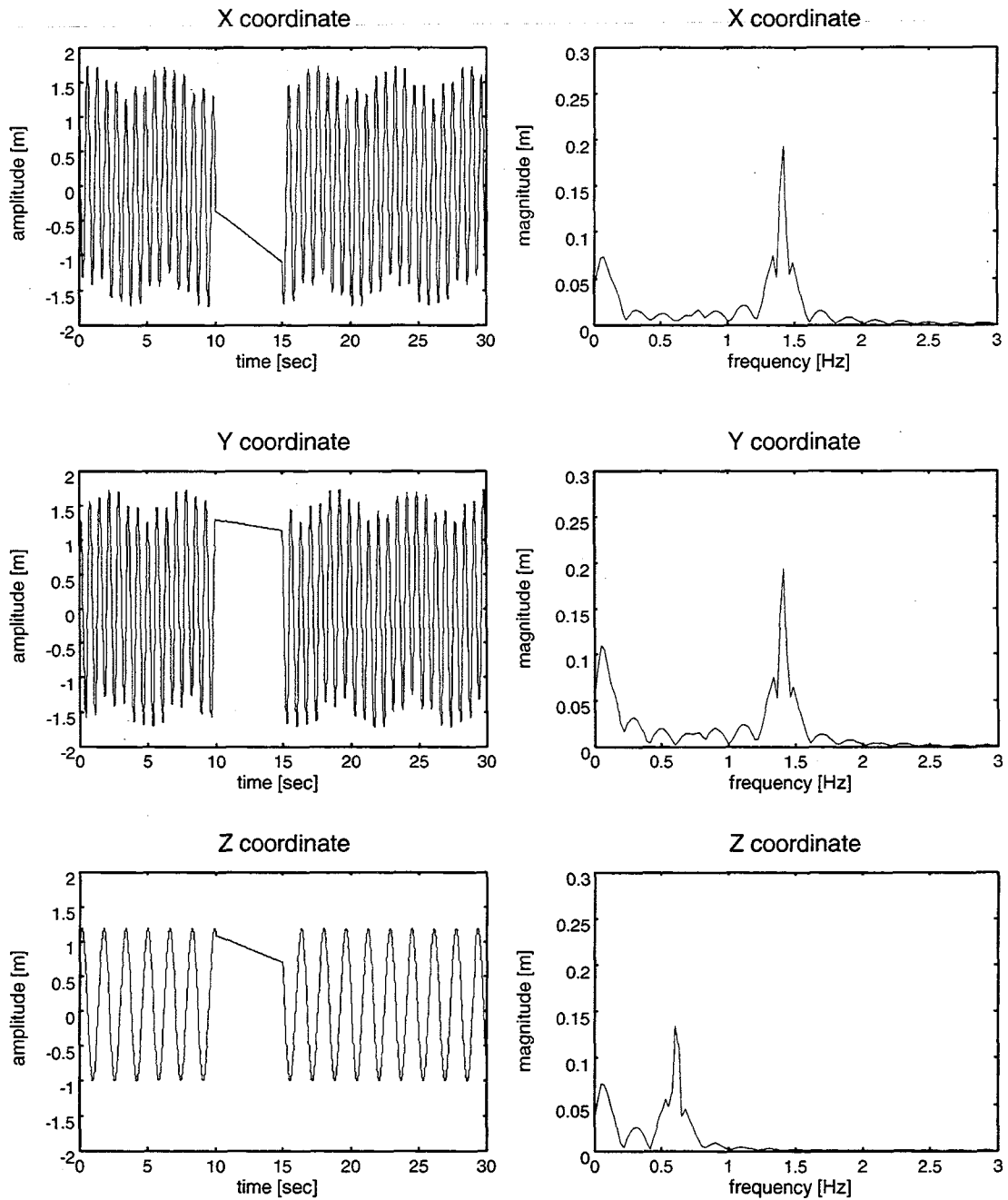


Fig.2.6: Time sequence data and power spectrum
(axially symmetrical rigid body)

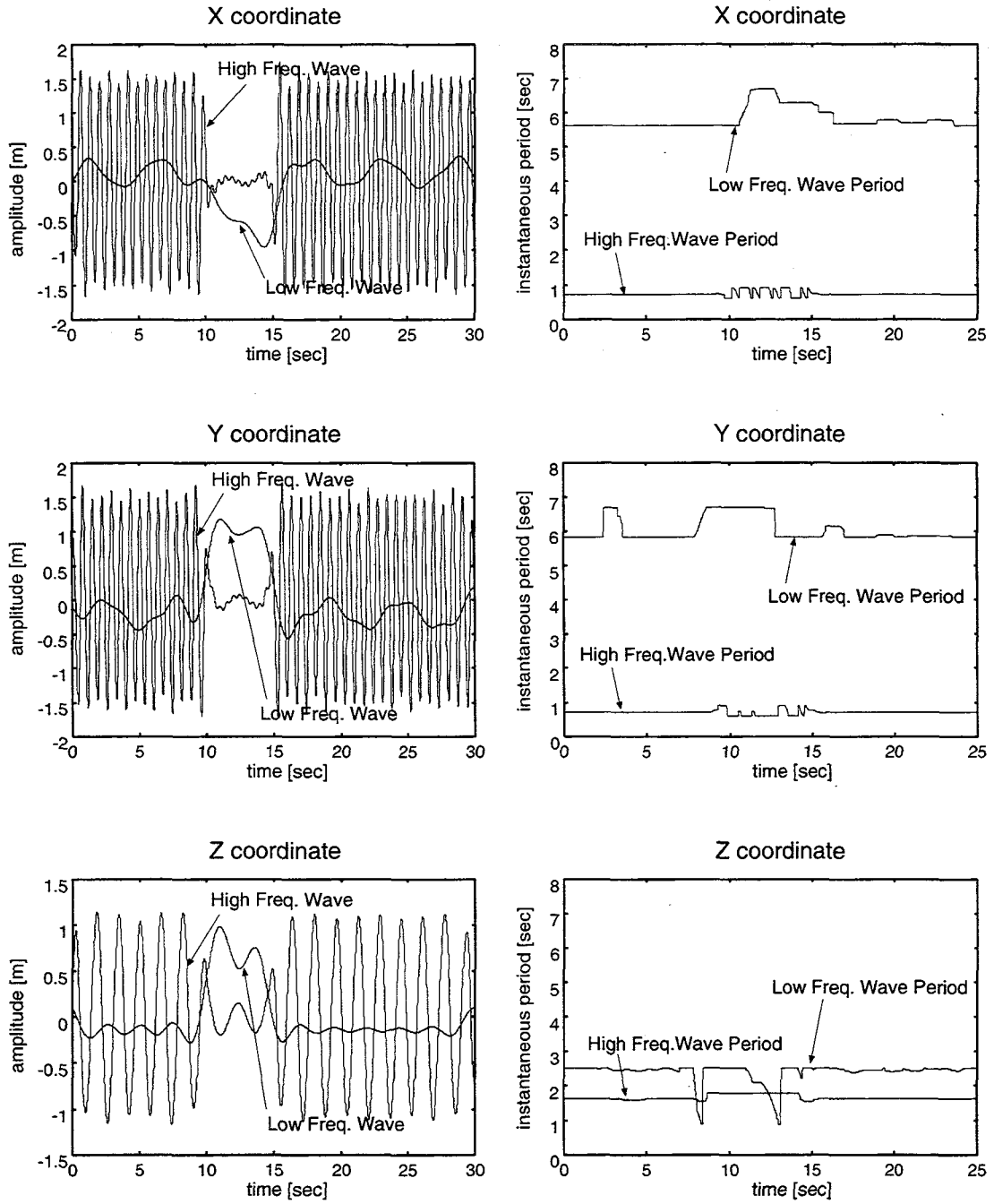


Fig.2.7: Filtered time sequence data and instantaneous period
(axially symmetrical rigid body)

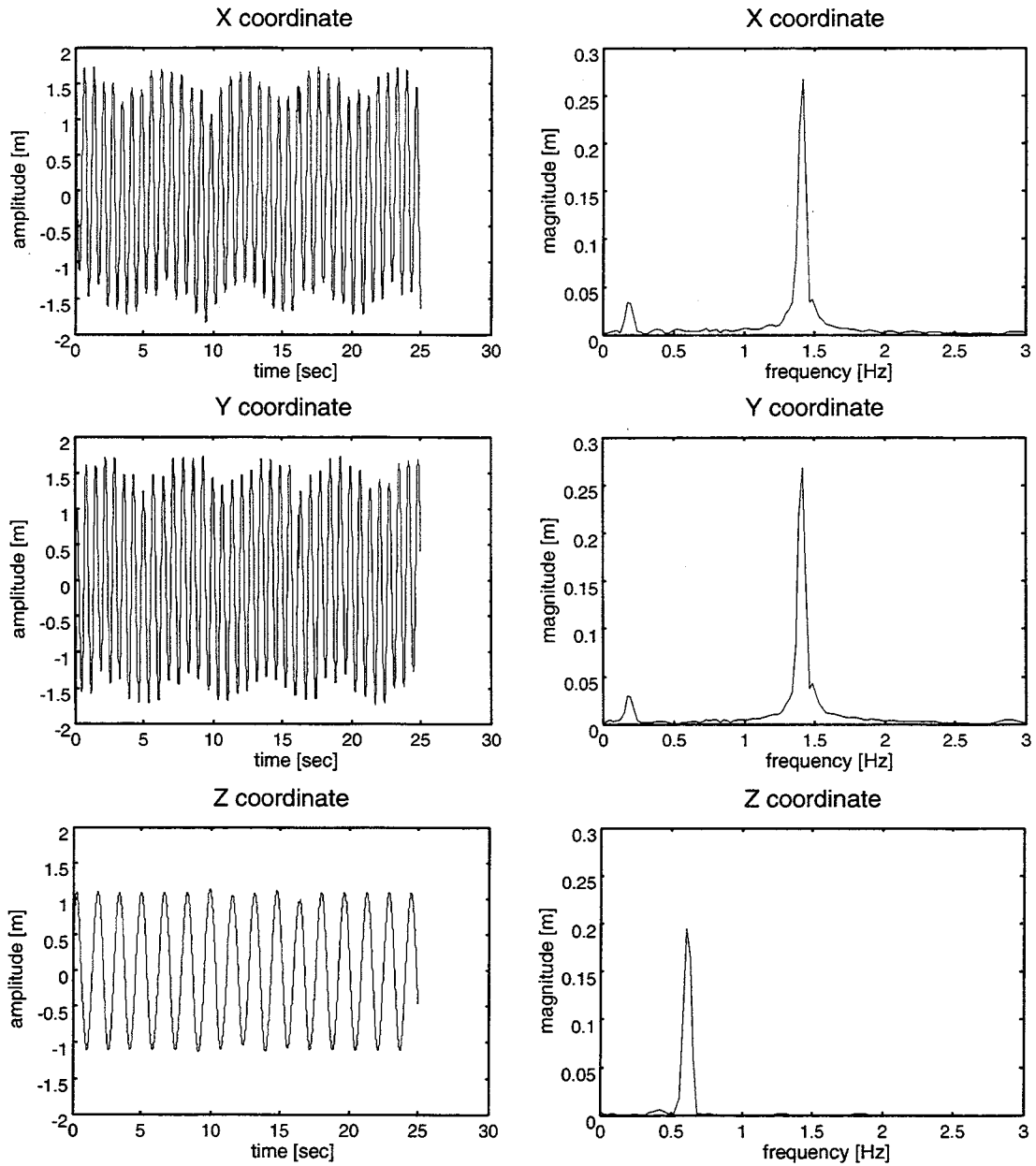


Fig.2.8: Recoverd time sequence data and power spectrum
(axially symmetrical rigid body)

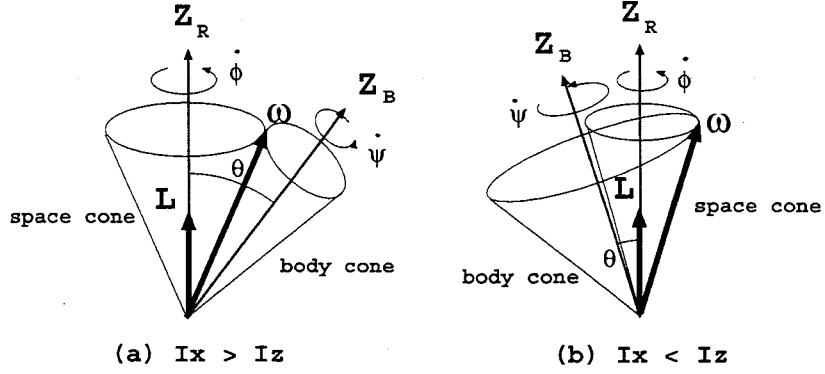


Fig.2.9: Model with two rotations

本シミュレーションでは軸対称な剛体の自由運動であるので、与えられたパラメータから解析的にその運動を解釈できる (Fig.2.9)。

すなわち、第1軸、第2軸の周波数 $(\dot{\phi}, \dot{\psi})$ は、式(2.10), (2.11)により算出され、第1軸の方向は角運動量ベクトルの方向となり、 $[0, 0, 1]$ である。また、第1軸と第2軸のなす角 (θ) は、式(2.12)で求められる[1]。なお、本式の導出に関しては付録Bにて詳細に説明する。

$$\dot{\phi} = \frac{\sqrt{\alpha}}{J_x} \quad (2.10)$$

$$\dot{\psi} = \frac{J_x - J_z}{J_x} \omega_z \quad (2.11)$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{J_z \omega_z}{\sqrt{\alpha}}\right) \quad (2.12)$$

ここで、 J_x, J_y, J_z, α は式(2.13)で定義される動力学パラメータであり、 ω_z は式(2.14)で表される z 方向の角速度である。

$$J_x = \frac{I_x}{2E} \quad J_y = \frac{I_y}{2E} \quad J_z = \frac{I_z}{2E} \quad \alpha = \frac{|L|^2}{4E^2} \quad (2.13)$$

$$\omega_z \equiv \sqrt{\frac{J_x - \alpha}{J_z(J_x - J_z)}} \quad (2.14)$$

Table 2.1は、これらの解析解の値とデータ欠測の有無それぞれの場合に対してその推定値を比較したものである。欠測が無い場合の推定は過去に著者らの提案した手法[8]の結果である。欠測区間を復元し、うまく回転軸の推定が行えていることが確認できる。

Table 2.1: Analytical Solutions and estimated values of rotate axes

Analytical Solution	
1st Axis Freq. (ϕ)	$f=0.796$ [Hz]
1st Axis Direc.	(0.000, 0.000, 1.000) [m]
2nd Axis Freq. (ψ)	$f=0.616$ [Hz]
2 Axes Angle (θ)	39.232 [deg]
Estimated Values	
No Missing Data	
1st Axis Freq. (ϕ)	$f=0.797$ [Hz]
1st Axis Direc.	(0.000, 0.000, 1.000) [m]
2nd Axis Freq. (ψ)	$f=0.615$ [Hz]
2 Axes Angle (θ)	39.200 [deg]
Estimated Values	
Including Missing Data	
1st Axis Freq. (ϕ)	$f=0.796$ [Hz]
1st Axis Direc.	(-0.001, 0.002, 0.999) [m]
2nd Axis Freq. (ψ)	$f=0.615$ [Hz]
2 Axes Angle (θ)	39.039 [deg]

非対称剛体運動

続いて、対象が非対称な場合の運動を扱う。非対称剛体の場合、その運動を厳密に等速回転運動の組合せとして表現することはできないが、比較的軸対称に近いある条件下では、等速回転運動の重ね合わせとして近似可能であることが示されている [4]。そこで、本手法を非対称剛体の場合にも適用してみた。

本シミュレーションでは、前節同様、剛体上の観測点の時系列を得るために、慣性モーメントと角運動量ベクトルおよび運動エネルギーのパラメータを与え、これからオイラーの運動方程式を解いて各時刻の剛体の角速度の時系列を得て、この角速度の時系列より各時刻での剛体上の観測点の位置の時系列計算を行なっている。観測点の初期位置は参照座標系において $(1.00, 1.00, 1.00)$ [m] とし、対象の剛体は非対称のものを想定し、パラメータとして、慣性モーメント $I_x = 50.0$ [kgm²], $I_y = 60.0$ [kgm²], $I_z = 100.0$ [kgm²], 角運動量 $L = (0.00, 0.00, 50.0)$ [kgm/s], 運動エネルギー $E = 20.0$ [kgm²/s²] を与え、観測は 0.1 [sec] のサンプリング間隔で 300.0 [sec] 行なった。ただし、観測される位置の時系列データには量子化誤差を想定し最大振幅の約 10% の ± 0.15 [m] の一様分布の乱数による誤差が加えられている。また、観測時のデータ欠測を想定して、計算された観測点の時系列から 100.0 [sec] ~ 150.0 [sec] の情報が破棄されている。

Fig.2.10 は、欠測区間をその前後の点で直線補間した各座標の時系列とそのスペクトル分布である。非対称剛体運動であるため、厳密に 2 軸の等速回転運動とは表現されない。前節の軸対称剛体に比べ、確認されるスペクトル数 (帯域) が多くなっている。また、**Fig.2.11** は、入力波形の低周波波形と高周波波形を分離したものと、各波形毎の瞬間周期である。さらに、得られた瞬間周期を用いて欠測区間の波形を復元したものを **Fig.2.12** に示す。続いて、欠測区間を復元された観測データに対して運動推定を行なう。ここでは、直接 3 軸回転モデルとして第 1 軸を推定せずに大きいピークから 2 軸近似として第 1 軸を推定した。これは、スペクトルの大きさは回転軸周りの振幅に対応しているので、その大きさが小さいことは省略された軸は他の軸に比べてあまり変化していないものと判断することができること、および 3 軸回転と考えたときの一番高い周波数におけるピークの値が小さく、ノイズに埋もれてしまっていることから支配的なピークによる 2 軸回転モデルとして扱った方が良いと考えたためである。

Fig.2.13 は、推定された第 1 軸上に座標変換を行ない、観測し直したものである。2 軸の回転運動が 1 軸の回転運動として見えていることがわかる。すなわち、正しい回転軸を推定できている。こうして、本方法にて推定された回転軸を **Table.2.2** に示す。

推定された回転軸の妥当性を示すために、推定された 2 軸の回転軸周りに観測点を回転させてみて実際の位置の時系列と比較したものを **Fig.2.14** に示す。観測ノイズやデータ欠測が存在しても、推定がうまく行なえていることが確認できる。

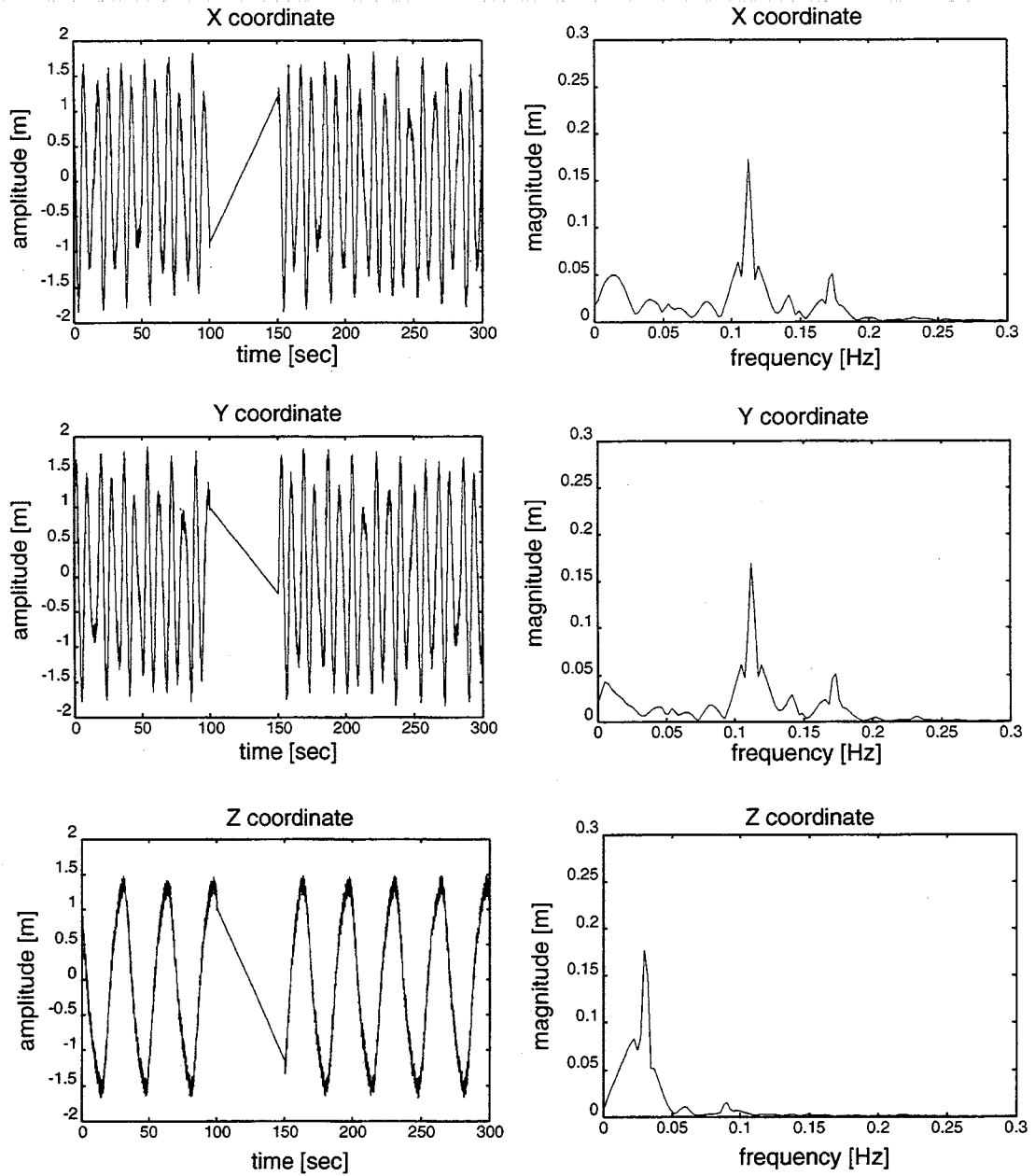


Fig.2.10: Time sequence data and power spectrum
(asymmetrical rigid body)

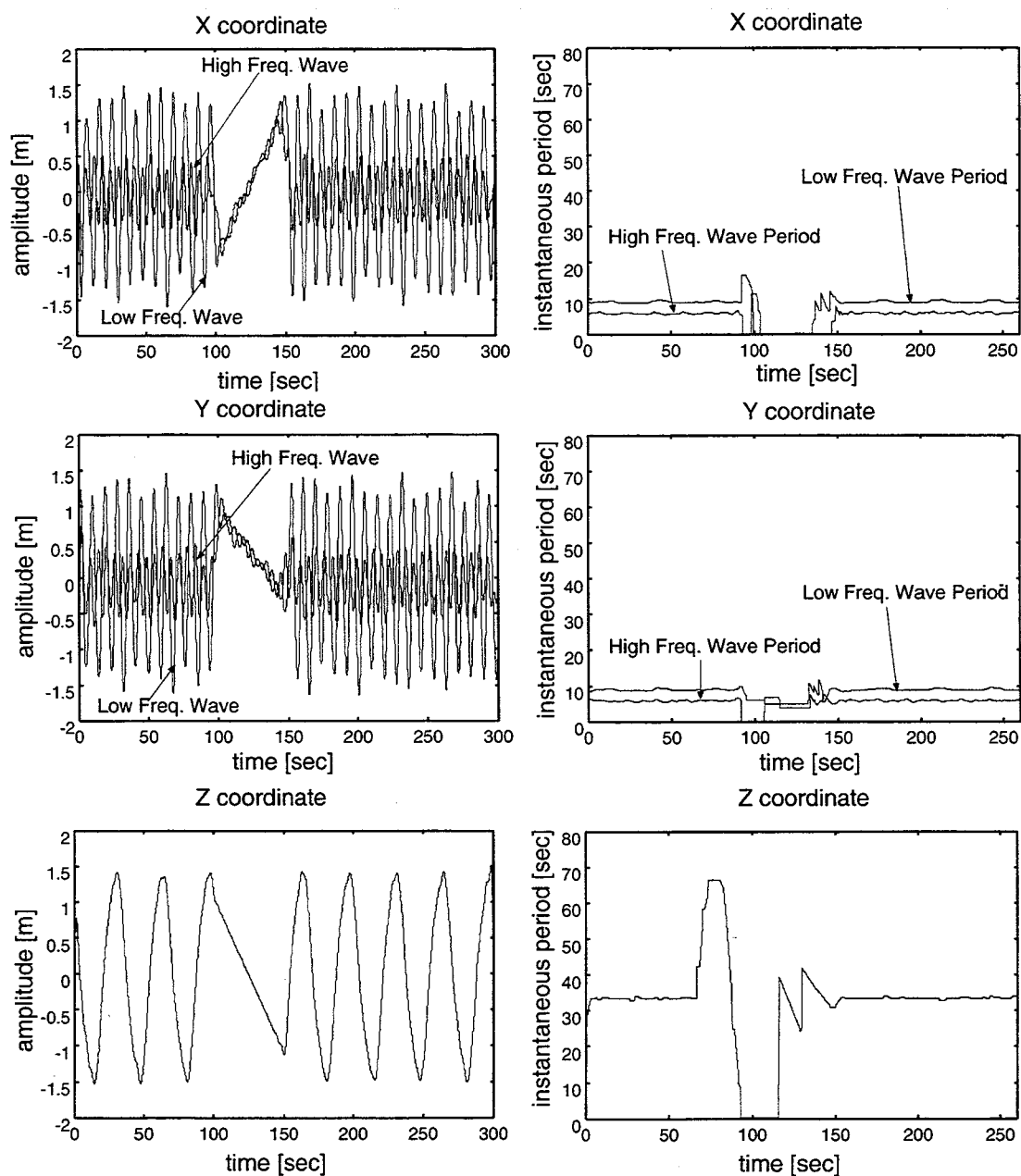


Fig.2.11: Filtered time sequence data and instantaneous period
(asymmetrical rigid body)

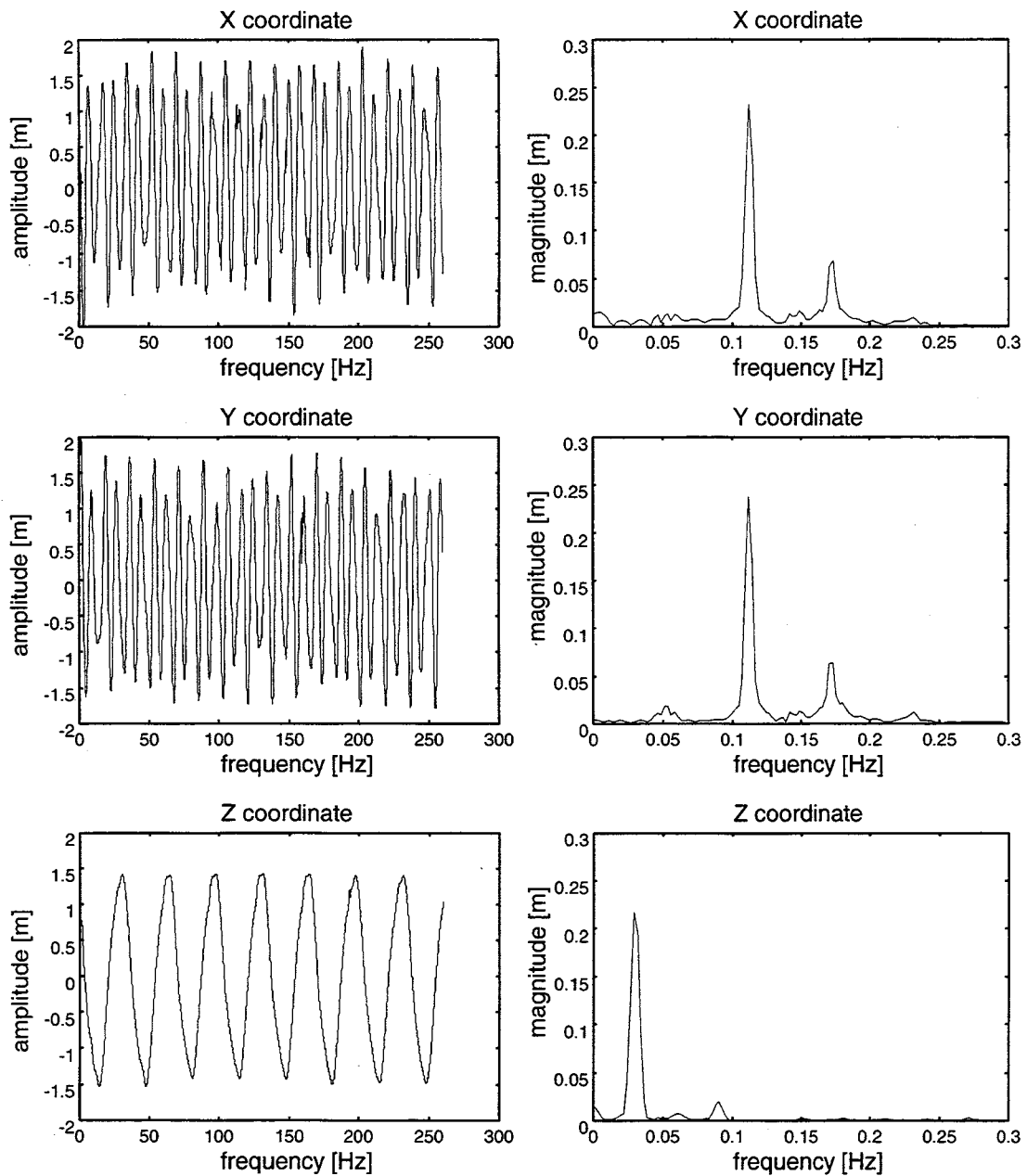


Fig.2.12: Recoverd time sequence data and power spectrum
(asymmetrical rigid body)

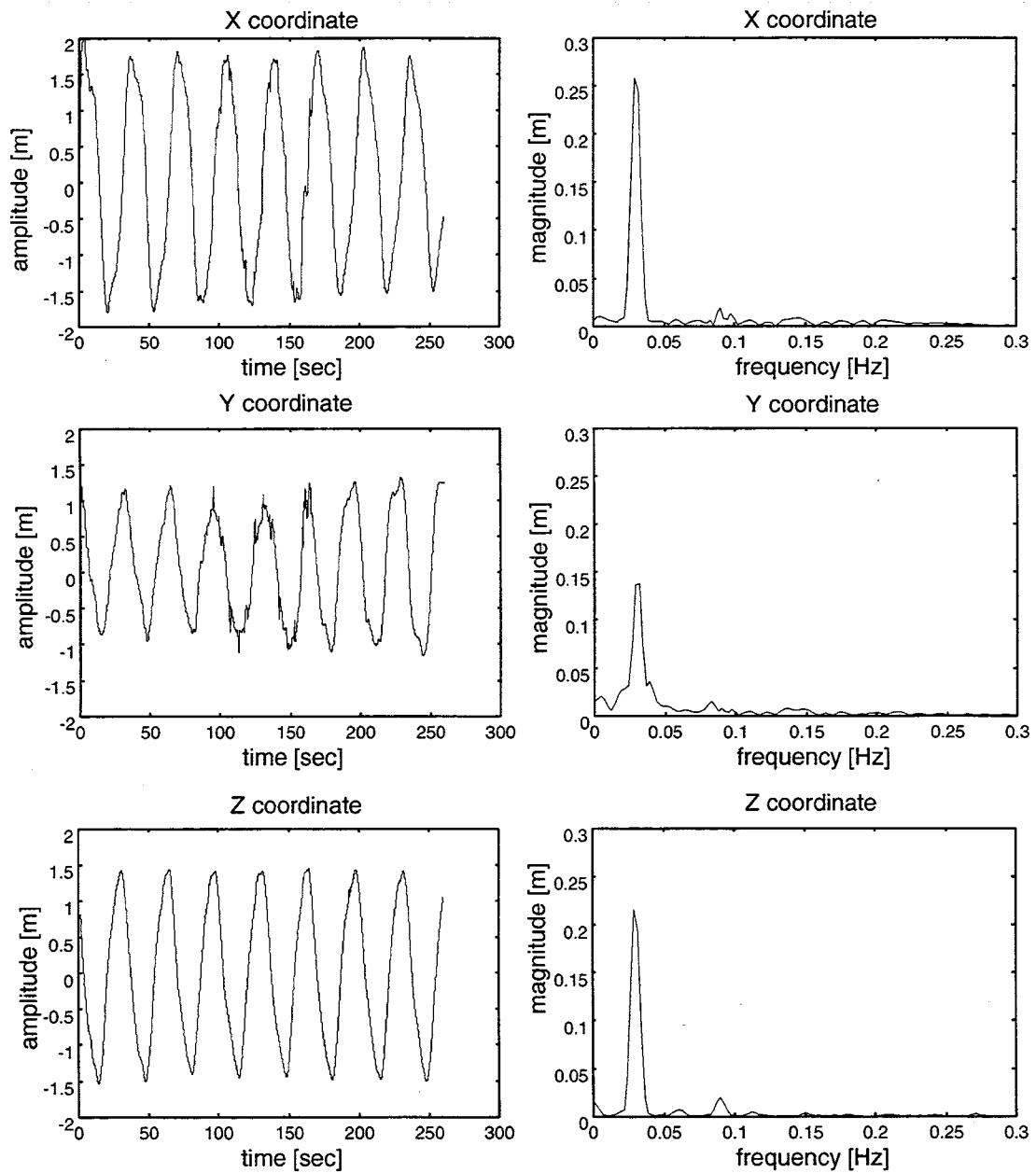


Fig.2.13: Time sequence data and power spectrum on 1st axis
(asymmetrical rigid body)

Table 2.2: Estimation of rotate axes

	Frequency[Hz]	Direction
1st Axis	0.143	(-0.022, -0.004, 0.999)
2nd Axis	0.030	(-0.222, 0.802, -0.554)

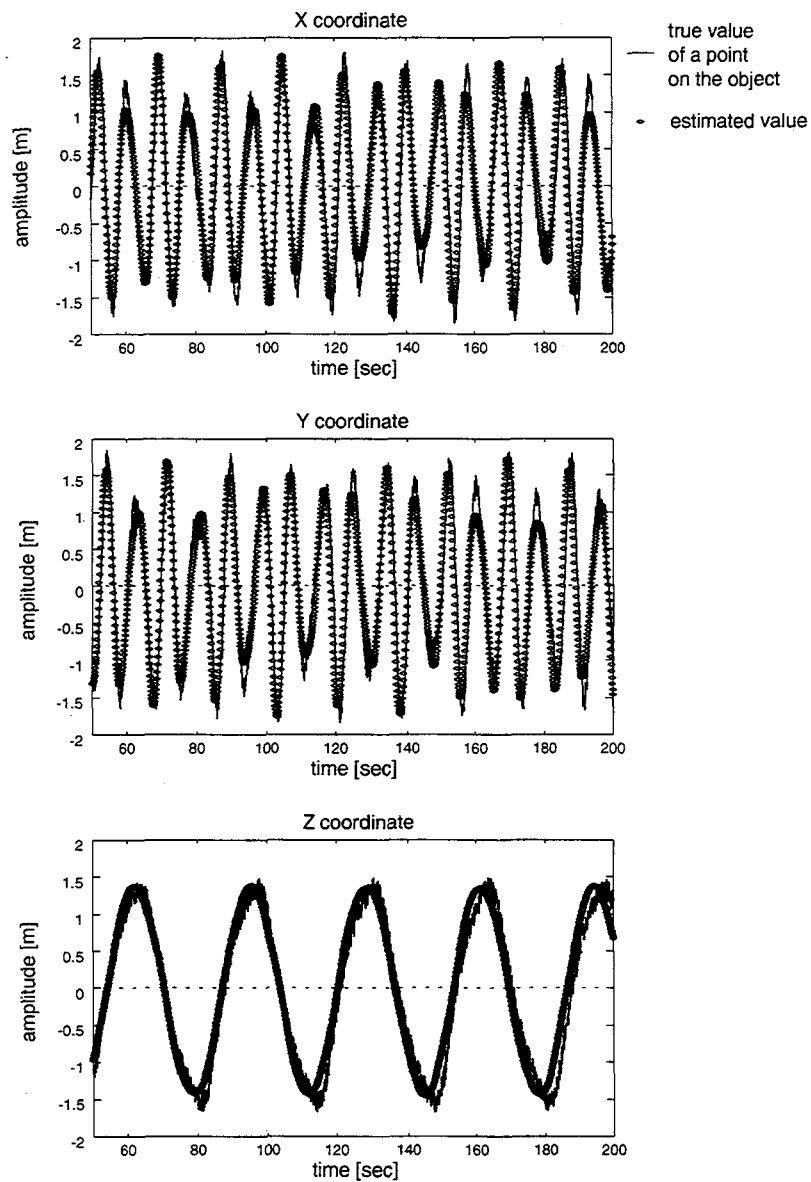


Fig.2.14: Estimation on motion of asymmetric rigid body with missing data

2.3 まとめ

本節では、概周期運動の重ね合わせを対象に瞬間周期追跡法の提案を行なった。本手法は短いサンプルデータに対しても有効であると考えられる。瞬間周期 (瞬間周波数) の精度は、観測時間すなわちサンプル点数に依らず、観測時のサンプリングレートのみ依存する。よって、フーリエ変換、ウェーブレット変換のように短時間の観測や少ないサンプルデータでは思うような精度が得られない場合にも良好な結果が得られる。ただし、裏を返せば長時間、サンプルした場合においても精度は一定である。また、本手法は常に局所的な情報から周期を判断し、追跡しているため、データに欠測があっても、正しく情報が得られるようになった時点から瞬間周期を得ることが可能であり、前後のデータの影響を受けることが少ない。また本節では、この瞬間周期追跡法を用いることで、観測データの欠測部分の復元が可能であることも示した。さらに、本手法を「自律宇宙ロボットによる未知剛体の運動推定問題」に適用することで、隠れを含む剛体の運動推定が可能となった。ここで用いた剛体上の点の3次元位置時系列のパワースペクトルを主に用いる運動推定法は、対象剛体の運動パラメータを推定する手法であり、少ない情報量で将来の運動予測が可能となる利点を有している。本手法が観測データ内にノイズや欠測を生じる場合においても利用可能であることは、情報量の点から考えても大変有用である。

今後は、欠測区間におけるデータ復元のさらなる改良および本手法の他方面への応用を検討するほか、非対称剛体運動の動力学的パラメータと近似モデルの関係についても明らかにしたいと考える。

第3章 リズミック運動の生成

3.1 はじめに

本章ではリズミック運動の生成例として、疑似ジャグリングロボットによるタイミング制御問題を扱う。本問題は、各分野において注目を集めているセンサーモーター協調とその受動的制御を含んだ重要な問題である。

本章ではまず、第3.2節で、3つのジャグリング様なセンサーモーター協調タスクを扱い、これらに適したシンプルな非線形振動子システムの設計およびその特性について述べる。

ここで扱う最初のロボットタスクは「ボールの壁打ちタスク」である。このタスクでは、ロボットが壁から跳ね返ってくる2つのボールを交互に打ち返すことを繰り返す。ここで、ロボットのパドルおよび壁にはタッチセンサーが取り付けられているものとし、ボールがパドルおよび壁に接触したタイミングのみがロボットへの入力として与えられる。本論文で提案するロボットリズム振動子を用いてパドルの動作タイミングが調節されることで、ロボットは各ボールを繰り返しかえし打ち返すことが可能となる。さらに、2つのボールを用いることで、ボール間の位相差によって、ロボットリズム振動子にリズムの分岐現象を見ることができる。こうした現象は動物歩行の歩容変化に関連性を見ることができる。

2番目のタスクは「ボールパスタスク」である。このタスクでは、2台のロボットが互いに2つのボールのパスを行なう。各ロボットはそれぞれ同じロボットリズム振動子を搭載し、独自に制御されている。また、感覚器としてタッチセンサーが各ロボットのパドルに取り付けられ、ボールのパドルとの接触タイミングのみが検出される。このタスクにおいて重要な点は、ロボット間の環境を介したリズム情報の伝達であり、これによりロボット間に協調した動作を見ることができる。このとき、各ロボットは1つの大きな振動体とみなすことができ、これらの振動体ロボットがボールを介して互いに同期することにより、タスクの実現が可能となっている。自然界にも複数の振動子の協同現象により集団振動を構成する例が数多くある。東南アジアに生息する集団ホタルなどがその好例と言える [52], [53]。また、物理、化学の非平衡システムにおける時空間パターンの自然発生も広く知られており、この自己組織的なパターン形成は数多くのサブシステムの相互作用によって生成されている。本ロボットタスクは、こうした現象と深い関係性を持つと考えられる。

3番目のタスクは「2人ジャグリングタスク」である。このタスクでは2台のロボットが相互に同期して、壁打ちタスクを行なう。各ロボットはそれぞれ、同じロボットリズム振動子を搭載し、タッチセンサーが各ロボットのパドルおよび壁に取り付けられている。各ロボットはボールがパドルおよび壁に接触したタイミングのみが検出可能である。本論

文で提案するシンプルなロボットリズム振動子を用いることで、2台のロボットが4つのボールと共に相互に同期し、ある種の曲芸を行なうことが可能となる。こうしたロボットタスクは、環境を介した人間の協調動作と結びつけて考えることができる。

これらの3つのタスクには双方向性結合と呼ばれるロボット（パドル）と環境（ボール）間の相互作用が含まれている。また、これらのタスクは環境のモデル化を行なうことなく、同じ設計コンセプトに基づき構築されたシステムによって実現される。さらにこれらのタスクにおいてはタッチセンサーのみが使われ、視覚センサーは用いられていない。よって、本アプローチでは環境の連続的な観察が必要なく、「環境と弱結合である」[54]と解釈できる。一方、Koditschekらによるミラーアルゴリズム [55], [56] は、各瞬間毎にそのボールの状態に応じてロボットのパドルを動かさなければならず、「環境と強結合」[54]である。本アプローチはボールのパドルへの接触タイミングのみがわかる状況下で、パドル、神経システム、ボール間の引き込み特性を利用してタスクを実現している。

以上のロボットタスクに対して、本論文では4つもしくは5つの弱結合型BVP振動子を用いた神経振動子システムを提案する。BVP振動子はHodgkin-Huxley方程式モデルの応答と質的に等価なものである [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34]。ここではこの神経振動子システムをBFCロボット振動子と呼ぶことにする。この振動子は複数のBVP振動子がリズム核を中心に逆フォーク型に結合 (Bottom-up Fork Connection) している。BFCロボット振動子はタッチセンサー情報を入力として、パドルの駆動タイミングを出力する。Williamsonは実際のロボットアームに単純な神経振動子を結合させて、グローバルな同期や制御がなくても、振動子の引き込み特性によってシステムの協調した運動が実現できることを示している [40]。彼の研究は、人の歩行においてTagaが提案した「大域的引き込み」 [16], [37], [38] という考え方を実際のロボットアームに応用したものと考えられる。Williamsonの手法は知覚と運動が双方向性を持つという点では本研究と類似しているが、モデルの構造が異なる上、彼の手法では知覚と運動の結合が強結合になっている。また、Williamsonの用いた振動子の出力波形は直接、腕関節へのコマンドとして用いられている。これでは出力波形が一定の形状を持つという制限があり、運動のフレキシビリティに欠けてしまう。一方、本研究のアプローチでは振動子出力はパドル動作への開始キューとしてのみ与えられている。

Shannonはかつて、ロボットが1度ボールを床に弾ませ、その弾んだボールをパドルでキャッチすることを繰り返すボールジャグリングタスクについて研究を行なっている。そこでは、駆動周波数やパドルの振幅、装置の高さ等のパラメータを適切に選ぶことができれば、固定されたパターンを持つパドル動作でこのタスクを実現可能であることが示されている [57], [58]。このタスクは本論文で扱う「ボールの壁打ちタスク」に類似しているが、Shannonの手法ではボールの動きがパドルの動作に影響を与えることはないのでその結合関係は単方向 [54] であると言える。一方、本研究の場合、ボールからパドルへの影響も考慮しているので、結合関係は双方向 [54] である。

また、Schaalらは片手のパドルジャグリングタスクについて研究し、人間は本タスクにおいて動的安定性を利用していることを仮説立てている [59]。さらに、Beekらは人間の行動学においてリズミックなボール捕獲におけるタイミングの選択を研究し、腕の軌道

解析からボールが軌道の頂点に達した時刻と人の捕獲開始時刻の間に一定の時間間隔が存在することを明らかにしている [60]。彼らはこの結果を下に、人間は適切な捕獲への時間計算にボールの頂点到達を元にした time-to-contact 情報を用いているのではないかと仮説している。実際、ボールの軌道を知ることがタスクを成功させるために重要であるが、全ての軌道に関して視覚で追跡する必要はない。ジャグリングの教則では、「一番高い所を見なさい」や「前のボールが頂点に来たら、次のボールを投げなさい」というのは共通した教えである [60], [61]。人間はボール全体の飛行情報がなくても、ボールを投げ、そして取るタイミングを調節できる。この点からして、彼らの仮説は妥当であると思われる。しかし、プロのジャグラーの中には目隠ししてボールをジャグリングできる人がいる。また、初心者は視覚情報に依存する傾向があるのに対し、熟練者のジャグラーは手とボールの接触による触覚情報に多く依存することが知られている。これらは、触覚情報が視覚情報の代わりになり得ることを示している。Schaal らは人間行動学において、様々な知覚を除いた片手ボールバウンスタスクについても研究を行ない、視覚情報はボールの連続的な運動軌道の情報を与えるが、ボールとの接触に関する運動情報の方が視覚情報よりも重要であると結論づけている [59]。

こうした人間行動学の成果にもかかわらず、一見、人間のようにジャグリングするロボットは存在しても、本当のジャグラーのように自然にジャグリングできるロボットは存在しない。宮腰らは振動子の相互引き込みを利用した神経回路システムをつくり、これによるジャグリング制御を提案している [62]。しかし、彼らの手法では、各神経振動子ユニットがそれぞれのボールに割り当てられ、ロボットは各ボールをそれぞれ認識可能であることが前提となっている。プロのジャグラーの中には 12 個のボールをジャグリングできる人がいるが [63], [64]、人間は各ボールの違いを認識し、ボール毎に神経振動子を割り当てているだろうか。また、タスクはジャグリングではないが、Kotosaka らは非線形振動子の引き込み特性を利用した見まねロボットを開発し、ロボットに人間と協調したドラム打撃を行なわせている [47], [65], [66]。ただし、これは環境との結合が単方向である。

こうした先の研究に比べ、本論文で提案する手法は人のジャグリングに近いと考えることができる。全てのセンサーはリズム運動のタイミング情報を得るためだけに利用されている上、環境との双方向性を持っているからである。特に、「ボールパスタスク」はパドルのタッチセンサーのみが知覚情報として使われていることから、熟練者によるブラインドパッシングに相当するものである。(ただし、重力等の力学的な影響は異なっている点に注意が必要である。)

本論文で提案される BFC ロボットリズム振動子は知覚による反射および中枢パターン生成器 (CPG) の機構に触発されたものと解釈できる。中枢パターン生成器は知覚情報同様に高次の脳の命令によっても、その応答パターンを変化、修正させることが知られている。また、ここでの反射は、逆運動学の解としてみなすことができる。BFC ロボットリズム振動子は振動子の引き込み特性から自律的にこの解を獲得している。本論文では特に、非線形振動子の 2 つの特徴である (1) 引き込みおよび振動子の入出力特性により、ロボットは同じコンセプトで設計されるリズム運動生成機構をもって様々なタスクが実現できる、(2) 運動は振動子間の局所的な相互作用から生じ、引き込み (弱結合) はシステム全体を

安定な振舞いに導く、ことに焦点を当てている。

続いて第3.3節では、これらのリズミック運動の基本となる「ボールの壁打ちタスク」の力学的な解析を行ない、本タスクにおける受動的制御とその安定性を考察する。ここでは、受動的に安定な状態で打撃を行なうために、ロボットの操作可能なパラメータであるパドル速度およびパドル加速度からなる変数 $\frac{\ddot{x}_p}{(\dot{x}_p)^2}$ が、環境によって決定されるある範囲内に存在することの必要性が導き出される。また、この範囲には必ず0という値も含まれており、環境に関する情報が全く分からない状況においても、 $\ddot{x}_p = 0$ すなわち、パドル速度を等速に保ってボールを打撃すれば受動的に安定し、開ループ安定が保証されることを示す。さらに、理想位置で等速を保ちボール打撃を行なえば、初期条件に関係なくボール速度はある値に収束し、ボール全軌道の安定化が示される。この大局安定性によって一度安定化すれば、先の局所安定性により、位置、速度共に安定化が保たれることになる。つまり、開ループ安定が保証されるためにロボットが取るべき戦略は、「一定の位置、速度をもってボールを打撃すること」である。本論文ではこの戦略達成のためにBFCロボットリズム振動子が用いられている。また、この他の安定性を保証する複数の制御機構の存在についても触れ、第3.2節で提案するリズム運動生成機構が安定に働く理由を示す。

また、第3.4節では、提案するリズム運動生成機構の有効性を実機ロボットにより検証する。ここでは、典型的な3つのジャグリング様なりズミック運動の検証実験を行なう。まず最初のタスクとして、2つのボールを用いたボール壁打ちタスクを扱う。これは疑似的なボールジャグリングタスクであり、第3.2節で行なった1番目のタスクシミュレーションに対応したものである。タスク実行中に環境に変化を加えてもロボットは巧みに打撃タイミングを調節し、タスクを継続して実行可能なことが示される。これにより、本制御法がシンプルなデザインながらも、環境適応性を持っていることが実証される。

2番目のタスクは、2つのボールを用いたボールパスタスクである。このタスクは、第3.2節における2番目のタスクシミュレーションと対応する。ここでは、システム全体の力学系に基づく自己組織化から、ロボットが環境(ボール)を介して相手ロボットと運動リズムを共有し、その結果、ロボット間の協調動作が実現されることを実証する。

3番目のタスクとしては、ボールの壁打ちタスクにおける運動リズムの自律獲得を扱う。ロボットは環境との相互作用を通して、試行錯誤を繰り返した後、自律的に安定な運動タイミングを獲得し、タスクを継続して行なうようになることが実証される。本結果は環境を含むシステム全体の力学系に生じる自己組織化現象をロボットのリズミック運動におけるパターン形成と結びつけた一種の運動学習と考えられ、大変興味深いものである。

以上の結果を受けて、最後に第3.5節で本研究で得られた成果をまとめ、今後の展望について述べる。

3.2 双方向性弱結合アプローチによるリズム運動の生成

3.2.1 リズム運動生成機構

高次の脳システム

本論文で扱うロボットの脳システムは運動制御の階層化の仮説に基づいて設計されている (Fig.3.1)。本システムでは、高次の層が開始、停止、より速く、より遅くといったタスクの一般的な特徴を決定する。これらの高次命令は後述のリズム振動子における1パラメータ z の値に対応づけられる。

運動パターンと位置制御

本システムでは運動のパターンとテンポ (タイミング) を分けて考えている。ここでは、運動パターンを速度線図上で台形パターンとなるように固定している。Fig.3.5 の左側に運動パターンを示す。

次節で示すリズム振動子は環境の相対的な変化に対し適応する。しかし、ロボットは地面に固定された外部座標系 (絶対座標系) で記述される位置にパドルを制御する必要もある。そこで、ロボットが理想打撃点でボール打撃を行なえるようにリズム振動子によって計算されたタイミングを離散フィードバックにより調節する。これは内部座標系に基づく「能動的な」制御によって実現される。

リズム振動子

リズム振動子は環境に適応すると同時にロボットの脳の高次命令にも従わなければならない。こうした問題を解決するために、定常入力をもつ神経振動子 (非線形振動子) の特性を利用する。本論文で提案するリズム振動子は外部の状態に「受動的に」適応することができる上、開始、停止、継続といった高次の命令にも従うことができる。

[リズム生成]

本論文では、4つもしくは5つの弱結合のBVP (Bonhöffer-van der Pol) 振動子から成る神経振動子システムを提案する (Fig.3.2)。ここでは、この神経振動子システムをロボットのリズム核として、BFC (bottom-up fork connected: 逆フォーク型) ロボットリズム振動子と呼ぶ。BVP振動子は2変数の単純な神経モデルであるが、実際の神経の応答を質的によく表現することが知られている。さらにBVP振動子単体およびそのいくつかの結合体についてリズムの分岐の点から詳細な解析が行なわれている [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34]。なお、BVP振動子の導出およびその性質については付録Eで述べる。

提案するロボットのリズム振動子 (BFC ロボットリズム振動子) はセンサー部 (osc1, osc2)、リズム核 (osc0)、モーター部 (osc3) の3つの部分から構成されている。センサー

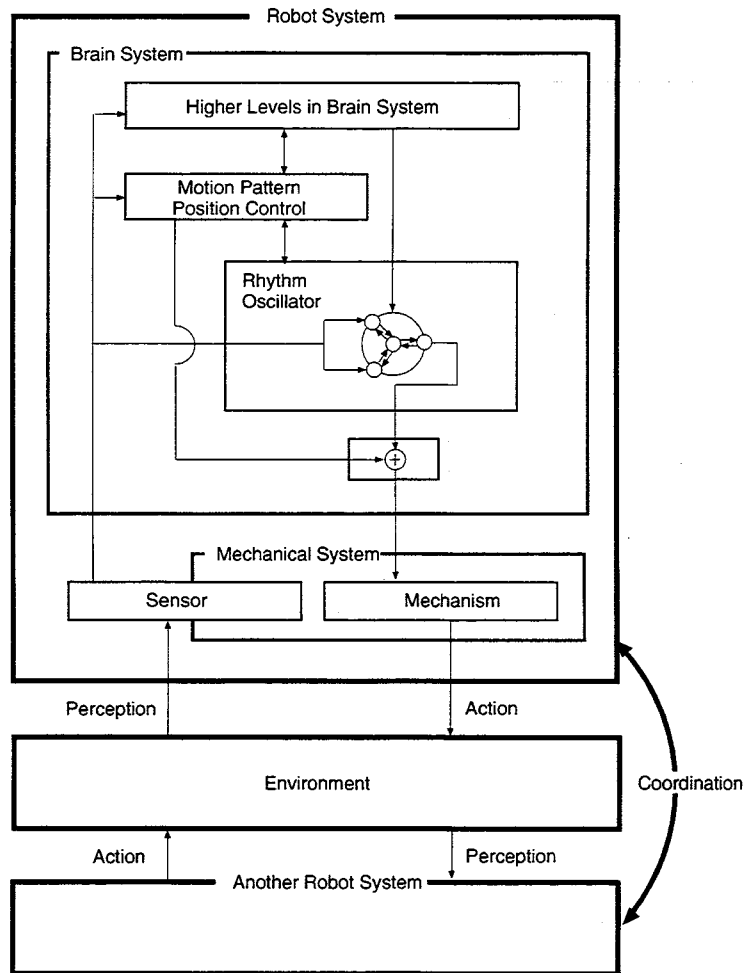


Fig.3.1: Perceptual-motor system for robotic rhythmic movement

入力を受ける各センサー振動子 ($osc1, osc2$) は、リズム核振動子 ($osc0$) に結合しており、同期して情報をやりとりする。同様にモーター振動子 ($osc3$) もリズム核振動子と相互結合しており、リズム核振動子に同期して情報を出力する。BFC ロボットリズム振動子の中核であるリズム核振動子はシステムの入出力に直接関わっていない。センサーフュージョンやセンサーの選択が結合係数 (d_1, d_2) を調節することによって簡単に行なわれる。また、もしリズム振動子がより多くのセンサーを扱わなければならない場合、Fig.3.2 に示すようにセンサー振動子を追加することによって同じコンセプトの構造を実現できる。

このとき、上述の BFC ロボットリズム振動子を構成する各振動子モデルは以下のようになる。

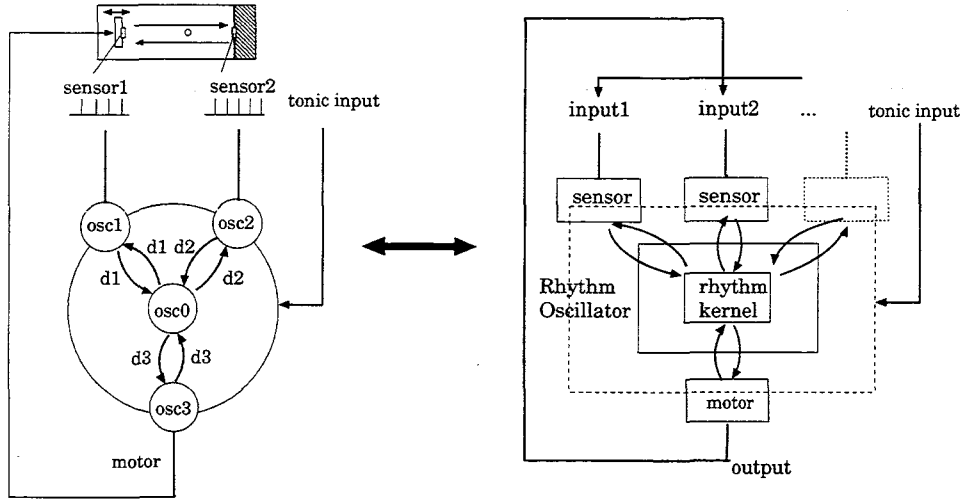


Fig.3.2: General concept of rhythm oscillator for some robotic tasks

リズム核振動子 (osc0) :

$$\begin{cases} \frac{dx_0}{dt} = c\{y_0 + x_0 - \frac{1}{3}x_0^3 + d_1(x_1 - x_0) \\ \quad + d_2(x_2 - x_0) + d_3(x_3 - x_0) + z\} \\ \frac{dy_0}{dt} = -\frac{1}{c}(x_0 + by_0 - a) \end{cases} \quad (3.1)$$

センサー振動子 1 (osc1) :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = c\{y_1 + x_1 - \frac{1}{3}x_1^3 + d_1(x_0 - x_1) \\ \quad + z\} \\ \frac{dy_1}{dt} = -\frac{1}{c}(x_1 + by_1 - a) \end{cases} \quad (3.2)$$

センサー振動子 2 (osc2) :

$$\begin{cases} \frac{dx_2}{dt} = c\{y_2 + x_2 - \frac{1}{3}x_2^3 + d_2(x_0 - x_2) \\ \quad + z\} \\ \frac{dy_2}{dt} = -\frac{1}{c}(x_2 + by_2 - a) \end{cases} \quad (3.3)$$

モーター振動子 (osc3) :

$$\begin{cases} \frac{dx_3}{dt} = c\{y_3 + x_3 - \frac{1}{3}x_3^3 + d_3(x_0 - x_3) \\ \quad + z\} \\ \frac{dy_3}{dt} = -\frac{1}{c}(x_3 + by_3 - a) \end{cases} \quad (3.4)$$

本論文で扱うロボットタスクでは、システムパラメータを $a = 0.7$, $b = 0.8$, $c = 3.0$ と固定している。これらの値は、BVP 振動子モデルの詳細な振舞いが調べられている過去

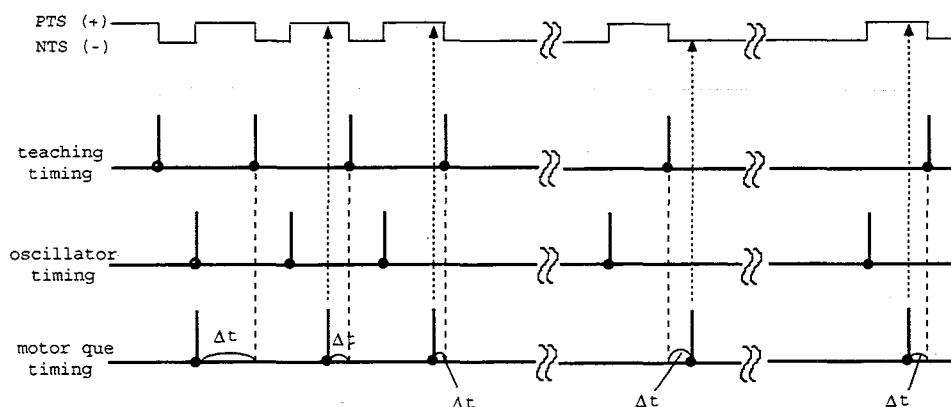


Fig.3.3: Phase shift mechanism in adaptation stage

の多くの文献 [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31] に習って決定している。また、結合係数 (d_1, d_2, d_3) に関しては第 3.2.2 節で触れることとする。パラメータ z は定常入力を表し、高次の脳システムによって制御される。もし、 $z=0.0$ の場合、たとえロボットに刺激が加えられても、BFC ロボットリズム振動子は発火しない。「停止」の状態である。パラメータ z の値を下げていくにつれ、BFC ロボットリズム振動子はセンサー入力に応じて活動を始める。「開始」、「継続」状態である。なお、本論文の以下のタスクにおいては、 $z=-0.2$ に固定している。ここで、この BVP 振動子では負の入力が興奮性の信号であることに注意が必要である。また、センサー信号がセンサー振動子 (osc1, osc2) に入力されたとき、センサーパルスは瞬時に膜電位を x から $x-h$ にシフトするものとする。このパラメータ h は $h=1.0$ に固定されている。さらに、周期パルス列によって刺激を受ける BVP 振動子 (単体) の分岐図を参考にしてリズム振動子の持つ時間と実際の時間に 60:1 の時間スケールを適用している。すなわち、リズム振動子内の 60 秒を実時間の 1 秒に相当させている。

[位相差の補正]

一般に強制同期の場合、周波数引き込みにより外部信号と振動子は同期を行なうが、その位相まで一致することはない。そこで本論文では、タスクを実際に行なう前に行なわれる理想運動によるタスクシミュレーションを通じて時間をシフト調節し、位相を粗く合わせている (Fig.3.3)。理想運動によって得られた運動情報 (ボール接触タイミング) は、教師データとしてリズム振動子から決定される打撃タイミングの時間シフトに用いられ、外部信号と振動子間の位相差が補正される。この時間シフトはボール打撃毎にある一定量ずつ行なわれ、その符号は教師タイミングおよび振動子のピークタイミング毎に切替えられる PTS (Positive Time Shift), NTS (Negative Time Shift) を参照することにより決められる。この過程は心の中でこれから行なう運動のリズムを思い描きながらリハーサルを行なっている状態に相当することから、この期間を「適応期間」と呼ぶことにする。

ロボットはこの適応期間の後、実際にタスクを行なう「実行期間」へと移る。この期間

では、リズム振動子の周波数引き込みによって、適応期間で粗く調整された運動リズムへの外乱が補正される。

以上のように位相補正のための時間シフトには、以下の2つの効果が働いている。

(1) 粗い位相シフト：適応期間で行なわれる位相シフトで、外部信号と振動子間の位相差を粗いモデルで補正する。

(2) 細かい位相シフト：実行期間で行なわれる位相シフトで、リズム振動子の周波数引き込みによって補正が行なわれる。

また、実際の実行期間では、先述の離散位置フィードバックと周波数引き込みの両方の効果で打撃タイミングが決定されている。離散位置フィードバックが静的に時間間隔を調節するのに対し、リズム振動子は動的にタイミングを調節しており、これらの効果の相乗的な効果によってタスクが実現されている。

機構システム

感覚器として、ロボットのパドルおよび壁（もしくは相手ロボットのパドル）にタッチセンサーが取り付けられている。これにより、ロボットはボールがパドル、壁（もしくは相手ロボットのパドル）に接触したタイミングを知ることができる。なお、以降のシミュレーションではパドルの反発係数がある範囲でランダムに変化させて、外乱を与えている。これによりボールの速度が変化し、センサー入力へのタイミングが変化する。

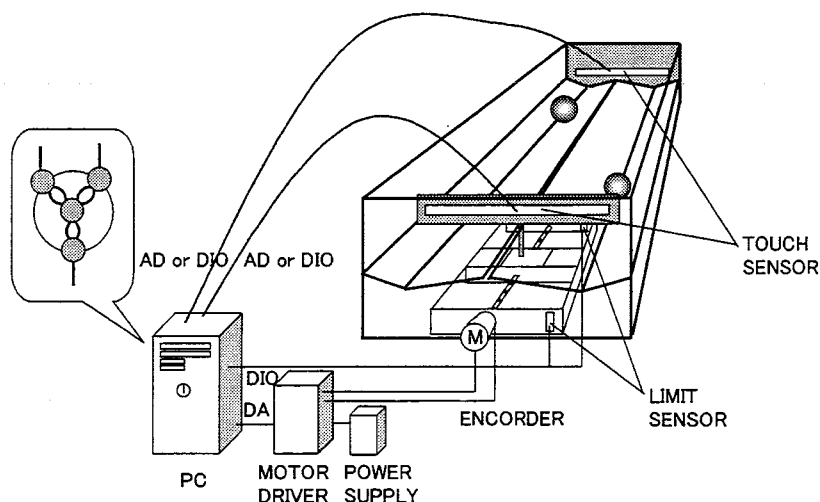


Fig.3.4: Wall-bouncing task using rhythm oscillator

3.2.2 2つのボールを用いた疑似ボールジャグリング (ワンハンド ツーボール ファウンテン)

システム構成

本節では、Fig.3.4に示すようなロボットが壁から跳ね返ってくるボールを打ち返し続ける「ボールの壁打ちタスク」をシミュレーションにより検討する。ボールは常に水平面上に引かれたガイドの上を運動するものとする。本タスクは重力などの力学的効果を除けば、「ワンハンド ツーボール ファウンテン」と呼ばれる2個のボールジャグリングに相当するものである。この「ファウンテン」とは片手で複数のボールを投げ取るジャグリングパターンの1つである (Fig.3.9, Fig.3.12)。ここで、「ボール軌道の一番高い所を見なさい」というジャグリングの教則を思い出すと、プレイヤーは常にボール軌道の頂点付近を見て、ボールが頂点を通過したタイミングを知覚していることが分かる。本タスクにおいては、壁に取り付けられたタッチセンサーがプレイヤーの視覚に相当している。一方、ロボットのパドルに取り付けられたタッチセンサーはプレイヤーの触覚に対応する。

本シミュレーションでは、外乱によりボールの速度が約480～520 [mm/sec]に変化する。ロボットはまず適応期間において、一定の位置、速度でボールを安定に打つことができる理想運動を50 [sec]間、行なう。その後、センサー情報に基づき内部に生成されたリズム振動子を用いてパドル駆動を行なう。この実行期間では、モーター振動子出力のピークタイミングがパドルモーターへコマンドキューとして送られ、あらかじめ組み込まれた運動パターンが再生される。このタスクのモデルを Fig.3.5に示す。

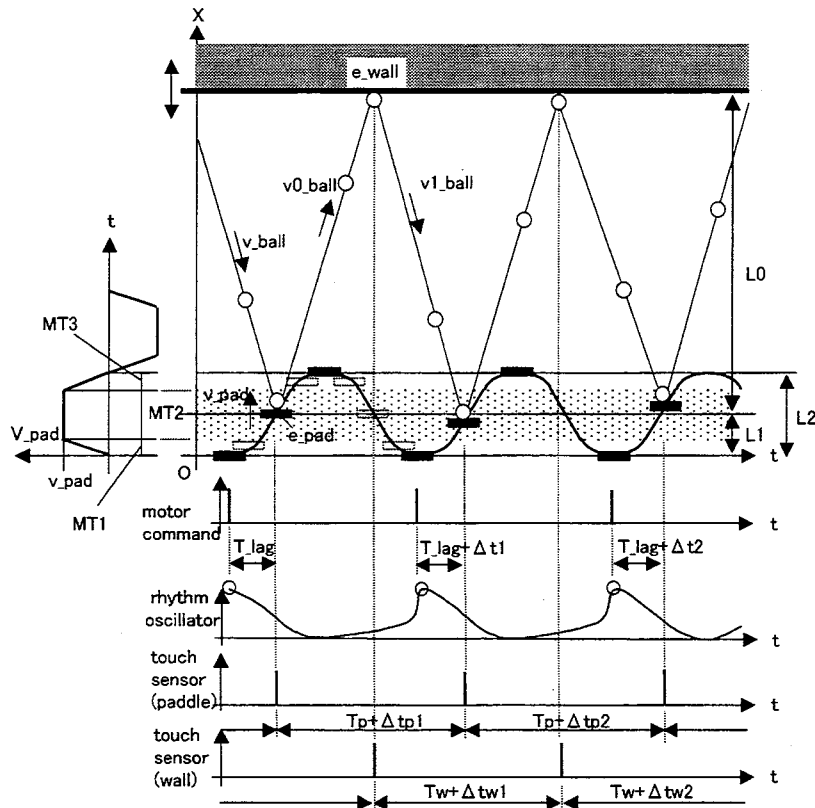


Fig.3.5: Wall-bouncing task model

シミュレーション結果

以下のシミュレーション (Fig.3.6 から Fig.3.8) では、各振動子の結合係数 (d_1, d_2, d_3) を $d_1 = d_3 = 0.067, d_2 = -0.067$ としている。Fig.3.6 は、一定周波数でパドルを駆動した場合とリズム振動子を用いてパドルを駆動した場合を比較したものである。なお、この例では簡単のためボールを1つにしている。一定周波数でパドルを駆動した場合、外乱の影響によりタスクはすぐに失敗してしまう。一方、リズム振動子を用いた場合は外乱を吸収し、ボールを打ち続けることが可能である。Fig.3.7 は2つのボールで壁打ちタスクを行なった場合の例である。リズム振動子は各ボールを区別することができないが、ボール1つのタスク同様にパドル動作のタイミングを調整し、繰り返し各ボールを打ち続けることが可能である。Fig.3.8 は2つのボールの壁打ちタスクにおける各振動子の出力信号を示したものである。ここで、各センサー振動子 (osc1, osc2) はほぼ逆位相で、リズム核振動子 (osc0)、パドル側のセンサー振動子 (osc1)、モーター振動子 (osc3) は同位相で同期している。これらのリズムはそれぞれ、ある一定のリミットサイクルに落ち着き、環境 (ボール) を含む全体の力学系の安定周期解を導いている。

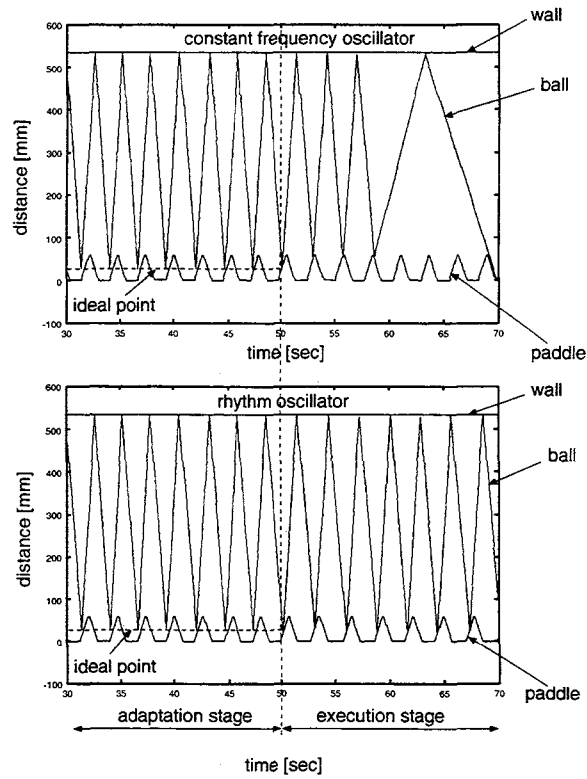


Fig.3.6: Effect of rhythm oscillator in wall-bouncing task: constant frequency oscillator (up), rhythm oscillator (down)

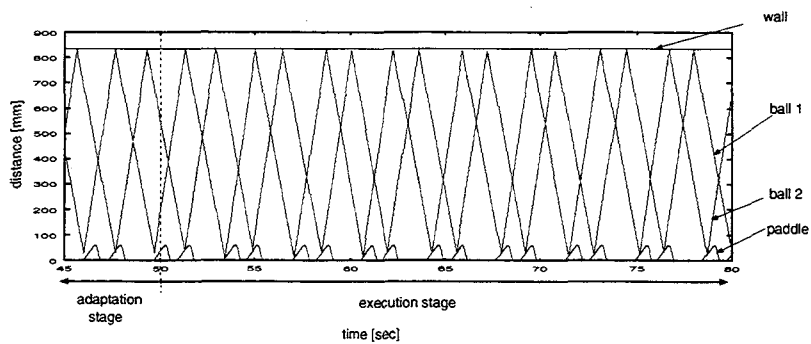


Fig.3.7: Two balls' trajectories (in the wall-bouncing task with two balls)

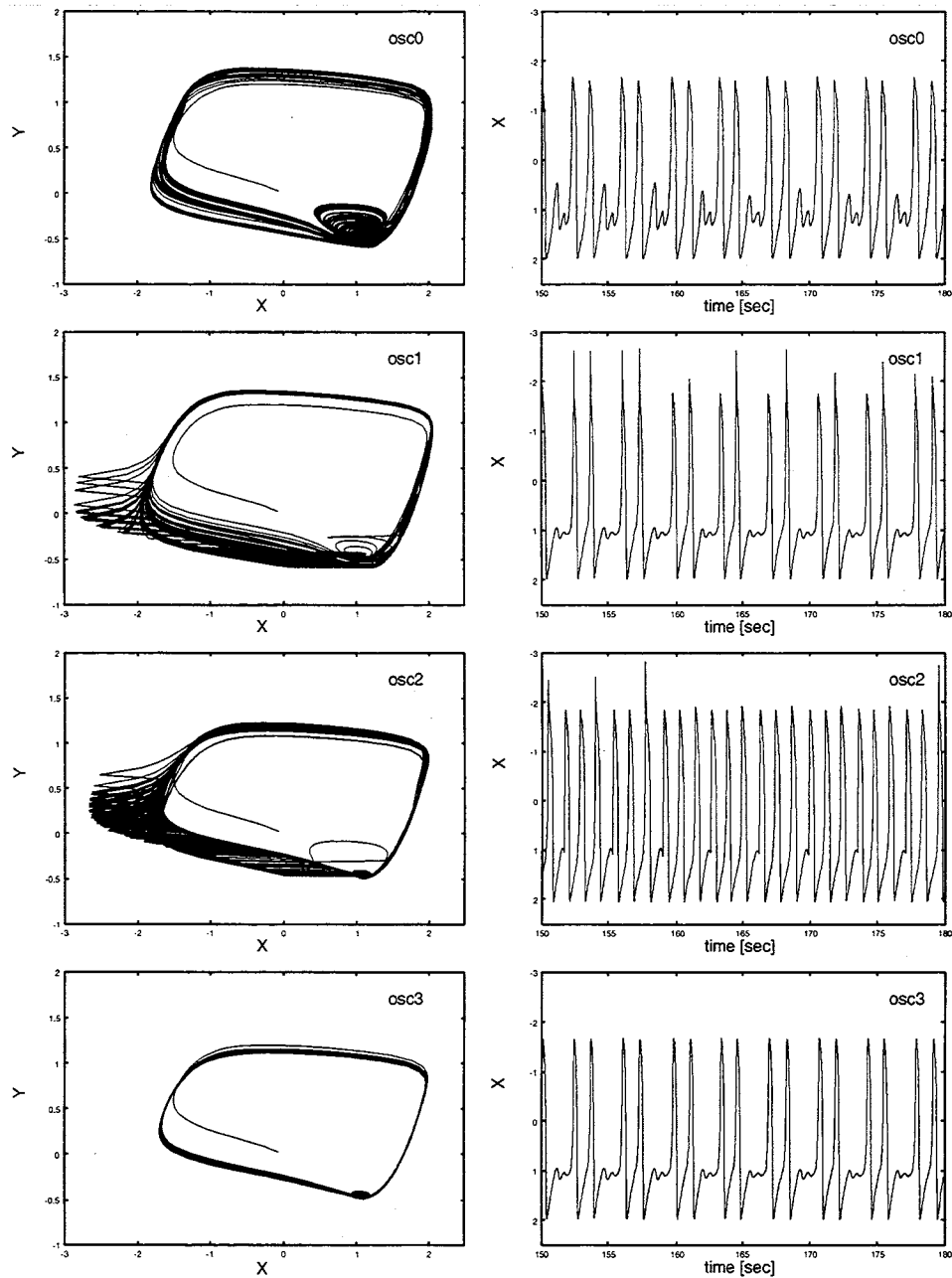


Fig.3.8: Output signal of each oscillator; phase plane (left), x coordinate (right)

Fig.3.9 から Fig.3.11、および Fig.3.12 から Fig.3.14 は、2つのボールを用いた壁打ちタスクにおける2つの異なる安定な運動パターンを示している。これらの異なるパターンはリズム振動子の構造の違いから生じる。最初の安定パターンはリズム振動子内の全ての振動子 (osc0, osc1, osc2, osc3) が相互抑制で結合される場合に見られる (Fig.3.9 から Fig.3.11)。ここでは、このモデルをジャグリング記法でポピュラーなサイトスワップ記法 [67], [68], [69], [70], [71] を用いて「8000」型と呼ぶことにする。サイトスワップは時間を等間隔で区切ったビート上でボールの投げ取りが行なわれることを前提にして、ジャグリング1サイクルにおけるボールの投げ取りの順序を記述するもので、非常にコンパクトな記法である。詳細は省略するが、このサイトスワップと数学との間には密接な関係があることが知られている。ボールが実際どのように投げられるかを知るためには、このサイトスワップコードを解凍する必要がある。この最も簡単な方法は時間ビート上にダイアグラムを記述することである。Fig.3.10 は、ジャグリング記法でポピュラーなもう一つの記法、ダイアグラム記法を用いて2つのボールの壁打ちタスクを記述したものである (8000型)。垂直な線は時間ビートを表し、二重丸はインパクトのタイミングを表している。このダイアグラム記法はジャグリングパターンを簡単に記述できる利点を有する反面、コンパクトでないという欠点を持つ。また、Fig.3.11 は、シミュレーションによって得られたパドルと2つのボールの軌道を表したものである。

もう一つの安定なパターンは、一方のセンサー振動子 (osc2) がリズム核振動子 (osc0) と相互に興奮性で結合され、他の振動子 (osc1, osc3) はリズム核振動子に相互抑制結合しているような場合に生じる (Fig.3.12 から Fig.3.14)。ここでは、このモデルをサイトスワップ記法を用いて、「80800000」型と呼ぶ。Fig.3.13、Fig.3.14 はそれぞれ、2個のボールの壁打ちタスク (80800000型) におけるダイアグラム記法とシミュレーションによって得られたボールとパドルの軌道を表している。

8000型モデルでは結合係数は $d_1, d_2, d_3 > 0$ と表現されるのに対して、80800000型モデルでは結合係数は $d_1, d_3 > 0, d_2 < 0$ と表される。以下では8000型モデルにおいては $d_1 = d_2 = d_3 = 0.067$ 、80800000型モデルにおいては $d_1 = d_3 = 0.067, d_2 = -0.067$ と結合係数を固定する。このとき、たとえ同じ初期条件からタスクを開始したとしても、リズム振動子モデルの違いによってボールの打撃タイミングの落ち着くパターンは異なってくる。8000型モデルを選んだ場合、各ボールは等間隔で打撃される。一方、80800000型モデルでは2つのボールは異なる時間間隔で打撃されることになる。なお、タスクで扱うボールが1つの場合、8000型モデルはリズム振動子として使えないことに注意が必要である。ボールが1つの場合、パドルセンサーは壁センサーに対し必ず逆位相になるからである。8000型モデルでは2つのセンサー振動子への入力信号が同位相でなければならない。

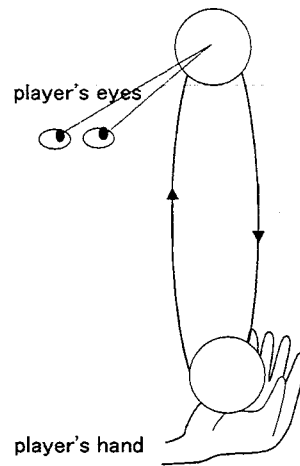


Fig.3.9: One-handed two-ball fountain (8000: 2 in 1 hand)

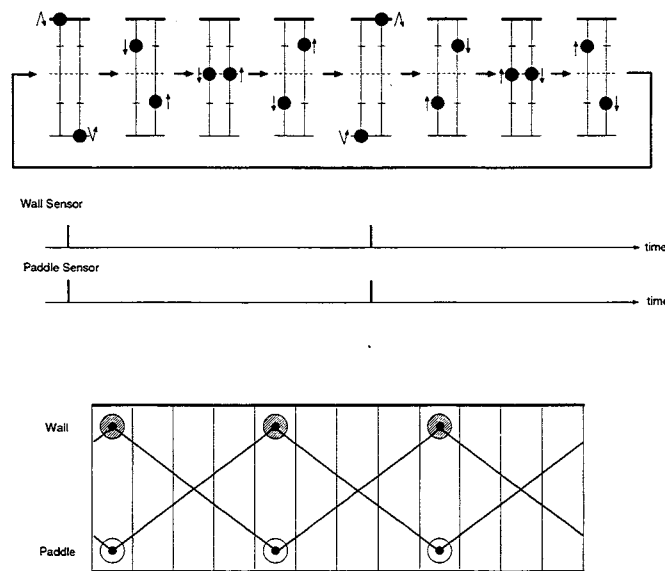


Fig.3.10: Diagram notation in wall-bouncing task with two balls (8000)

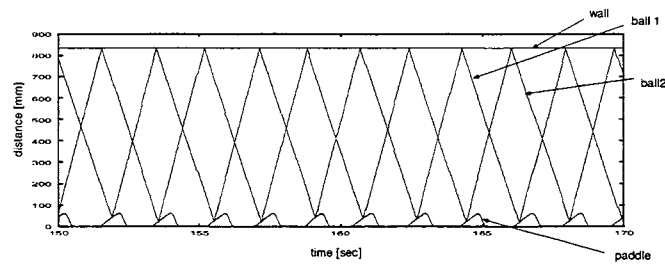


Fig.3.11: Two balls' trajectories in wall-bouncing task with two balls (8000)

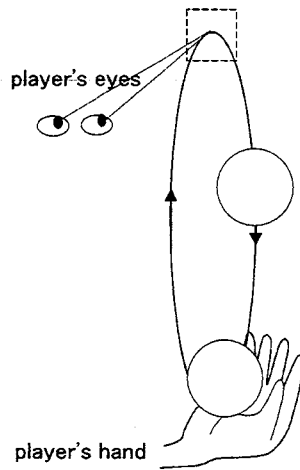


Fig.3.12: One-handed two-ball fountain (80800000)

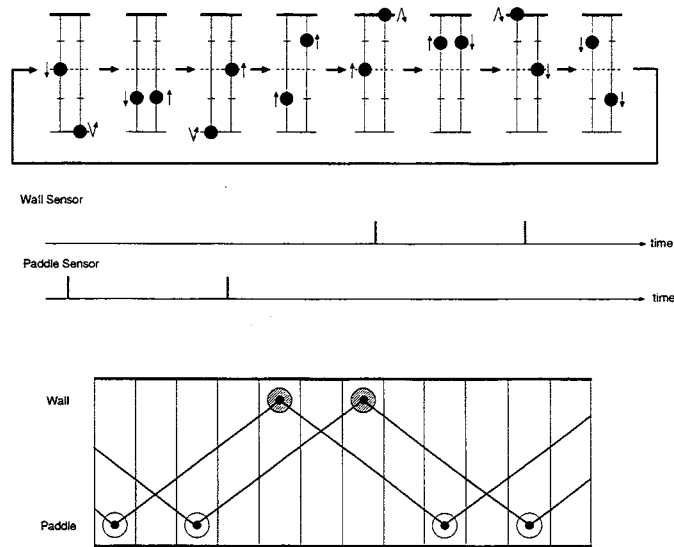


Fig.3.13: Diagram notation in wall-bouncing task with two balls (80800000)

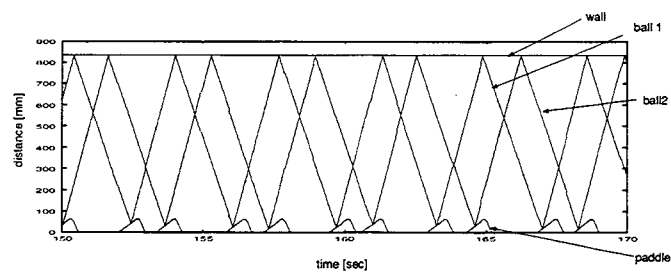


Fig.3.14: Two balls' trajectories in wall-bouncing task with two balls (80800000)

さらに、本システムが環境の変化に対し如何に適応するかを示すために、2つのボールを用いて、動く壁に対する壁打ちタスクをシミュレーションで検討した。ロボットと壁の間の距離の変化はボールの打撃タイミングを変化させる。また外乱として、パドルの反発係数がある範囲内でランダムに変化させている。本シミュレーションでは結合係数を $d_1 = d_2 = d_3 = 0.067$ としている。**Fig.3.15** はそのシミュレーション結果を示したものである。ロボットが環境の変化に応じて打撃の時間間隔を調整しているのが確認される。さらにロボットはほとんど等間隔で2つのボールを打ち続けている上、離散位置フィードバックが効果的に働いて、ボール打撃位置を理想点付近に保っている。

本シミュレーションでは、ロボットの脳の高次命令として、定常入力値 z を $z = -0.2$ から $z = 0.0$ へ時刻 900.0 [sec] で変化させている。「停止」命令である。ロボットはこの命令に従い、パドル動作を止めている。

さらに、BFC ロボットリズム振動子を用いることで2つの利点を得ることができる。第1に、リズム振動子なしで複数のボールの壁打ちタスクを行なう際、たとえパドルが理想位置でボールを打ち続けることができたとしても、外乱によってボール間の位相は変化してしまう。つまり、場合によってはパドルが同時に複数のボールを打たなければならない状況が起こる。しかし、リズム振動子は一定のリズムパターンを保つように働くので、こうした不都合な状況が起きることはない。第2にリズム振動子は広い範囲の入力信号に対して1:1の位相ロックが起きるようにシステムパラメータが設計されているので、たとえロボットが一方のボールを打ち損じてもすぐにもう一つのボール周期に同期し、残りのボールをうまく打ち続けることができる (**Fig.3.16**)。

また、リズム振動子はボールの位相差に応じて出力パターンを変化させる。つまり、このタスクを通じてリズムの分岐を見ることができる。**Fig.3.17** の各グラフの左側は1:1応答を示している。膜モデルは刺激を受ける度に発火を繰り返している。一方、各グラフの右側は2:1応答を示している。膜モデルは2回の刺激に対して1回発火している。この結果は運動制御の点から見て非常に興味深い。しかし、このリズム分岐がタスクを失敗させる場合もある。

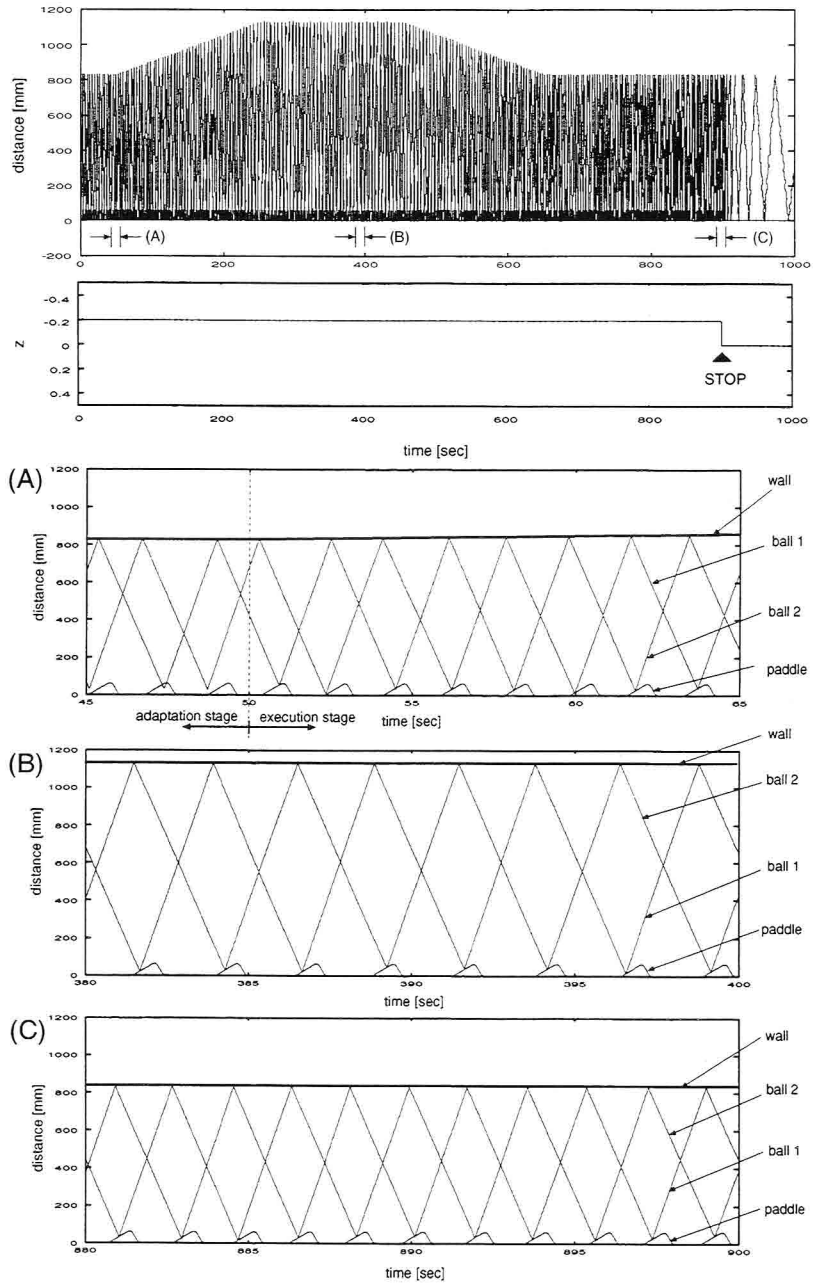


Fig.3.15: Two balls' trajectories and their enlargements (in moving-wall-bouncing task)

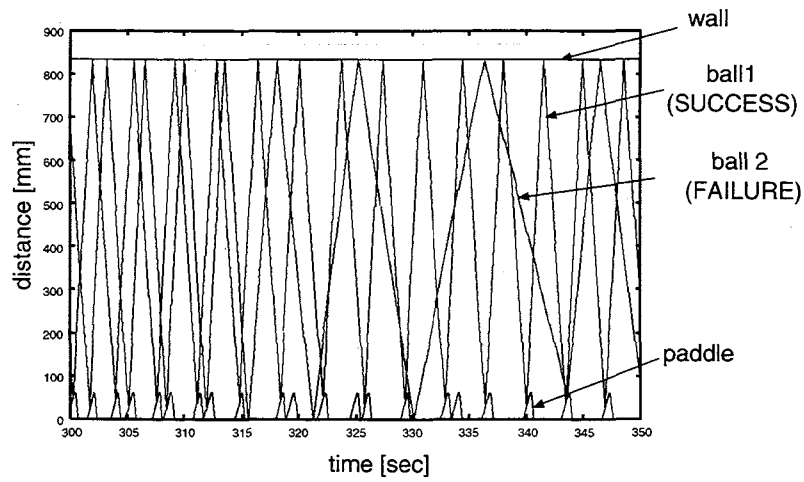


Fig.3.16: Robot keeps hitting one ball while it fails in hitting another ball

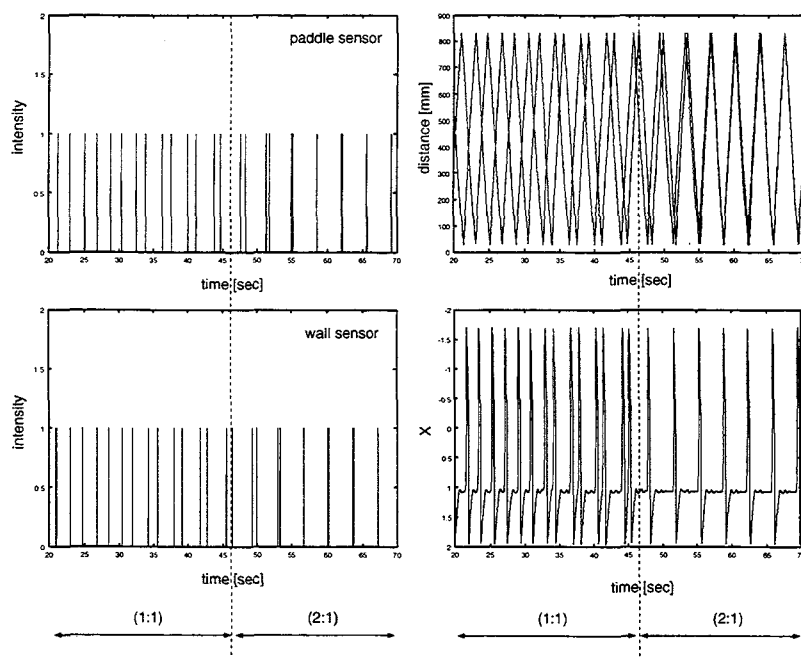


Fig.3.17: Bifurcation of rhythm ; paddle sensor (left-up), wall sensor (left-down), ball's trajectory (right-up), x coordinate of motor oscillator (right-down)

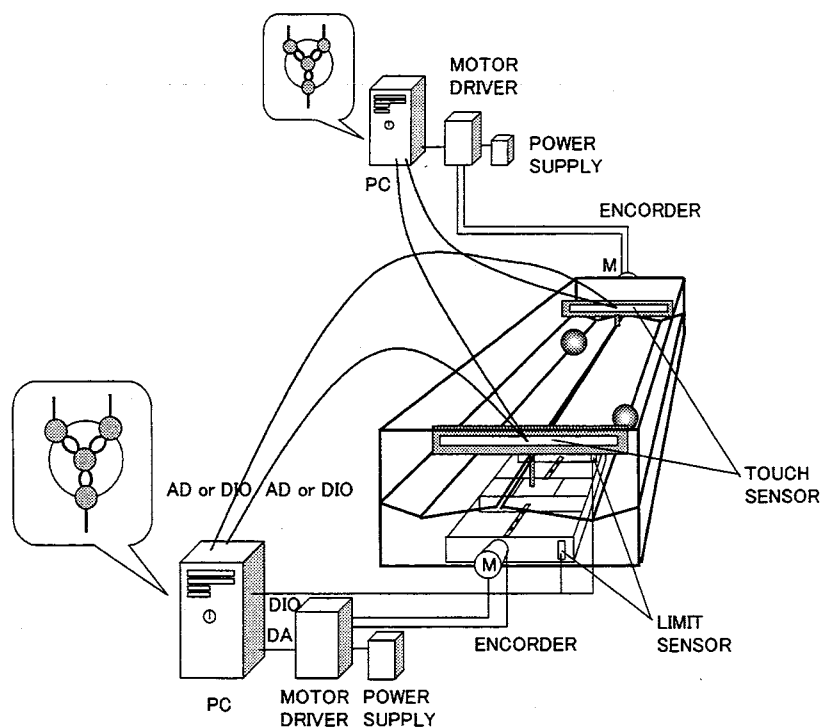


Fig.3.18: Passing a ball task using rhythm oscillator

3.2.3 2つのボールを用いたボールパッシング (ツーボール ブラインド パッシング)

システム構成

本節では、2つのボールを用いて、向かい合う2台のロボットによるボールパスタスクをシミュレーションにより検討する (Fig.3.18)。各ロボットのパドルにはタッチセンサーが取り付けられており、ボールのパドルとの接触タイミングのみが検出できるものとする。ただし、ロボットは各ボールを区別できない。また、2台のロボット間の距離を変化させるとともに、外乱としてパドルの反発係数もある範囲内で変化させている。本タスクはロボット同士が互いに接触情報を伝え合いながら、ボールをパスし合っている状況に相当する。これはボールへの力学的影響を除けば、掛け声を掛け合いながら「ツーボールブラインドパッシング」している状況に似ている (Fig.3.19)。ここで、ロボットのパドルに取り付けられたタッチセンサーはプレイヤーの触覚に相当し、また、プレイヤー同士は互いに声を掛け合い、ボールの接触情報を伝え合っていることから、一方のプレイヤーに取り付けられたタッチセンサーは他方のプレイヤーの聴覚に対応することにもなる。ボールパスタスクにおけるリズム振動子の結合関係を Fig.3.20 に示す。

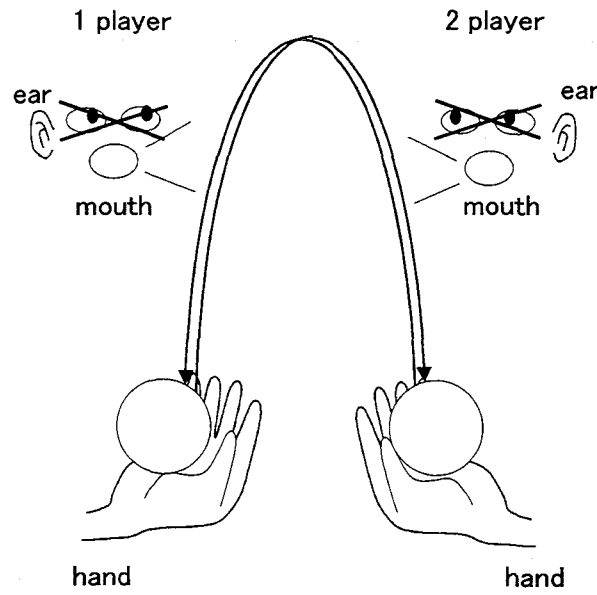


Fig.3.19: Two-ball blind passing with a shout

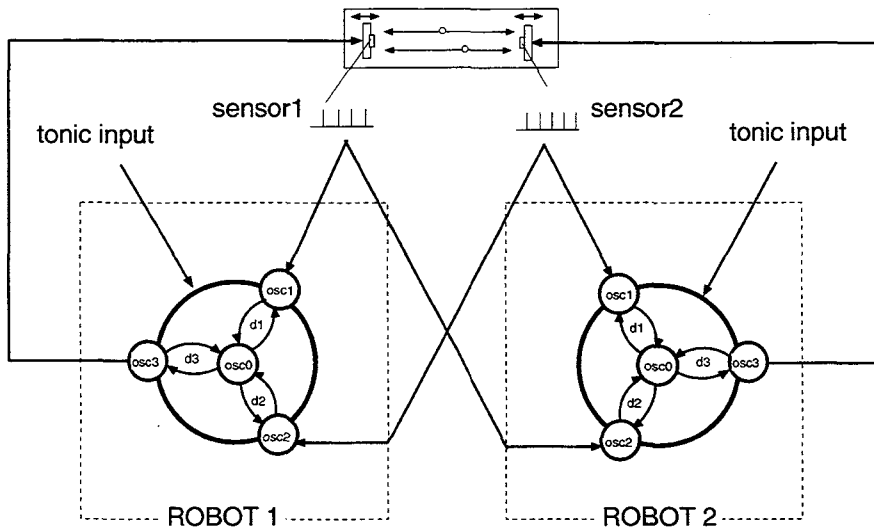


Fig.3.20: Connection of rhythm oscillators in passing a ball task

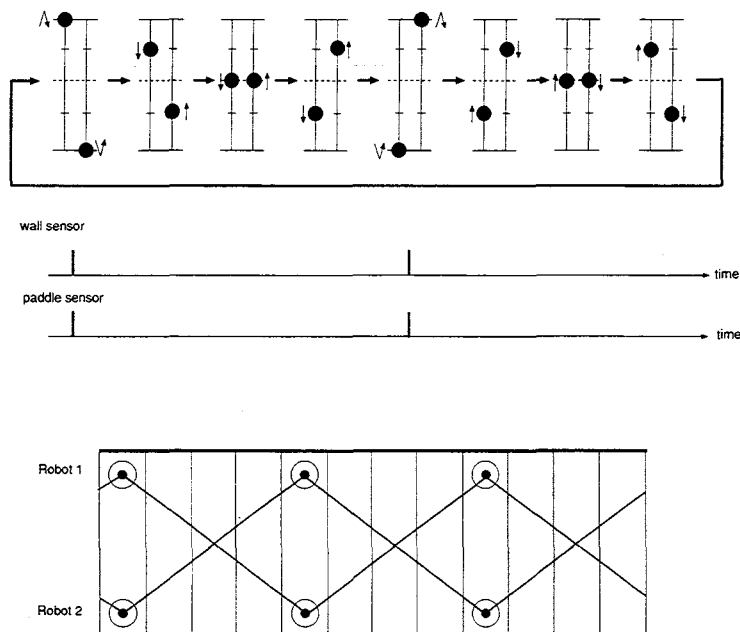


Fig.3.21: Diagram notation in passing a ball task with two balls

シミュレーション結果

本シミュレーションにおいて、結合係数パラメータは $d_1 = d_2 = d_3 = 0.067$ としている。これは、第 3.2.2 節における「8000」型モデルと同じである。このモデルでは、全ての振動子が同位相で相互に同期する。したがって、センサー信号がセンサー振動子 (osc1, osc2) に同位相で入れば、リズム核振動子 (osc0) は強い同期信号を得ることになる。さらに、リズム核振動子とモーター振動子は同位相で同期する。Fig.3.21 は、2つのボールを用いたボールパスタスクにおけるダイアグラムを示したものである。また、Fig.3.23, Fig.3.24 に各ロボットのリズム振動子を構成する各振動子の出力を示す。各ロボットはある一定のリミットサイクルに落ち着いており、システム全体の安定な周期運動を導いている。ここで、各ロボットは複数の振動子からなる1つの大きな振動体とみなすことができる。これらの振動体はボールを介して相互に同期し、環境に適応しながらタスクをうまく実現させている。また、各ロボットのリズム核は互いに同位相で同期している。これにより、たとえロボット的一方が動いていても、繰り返しボールをパスし続けることが可能になる (Fig.3.22)。

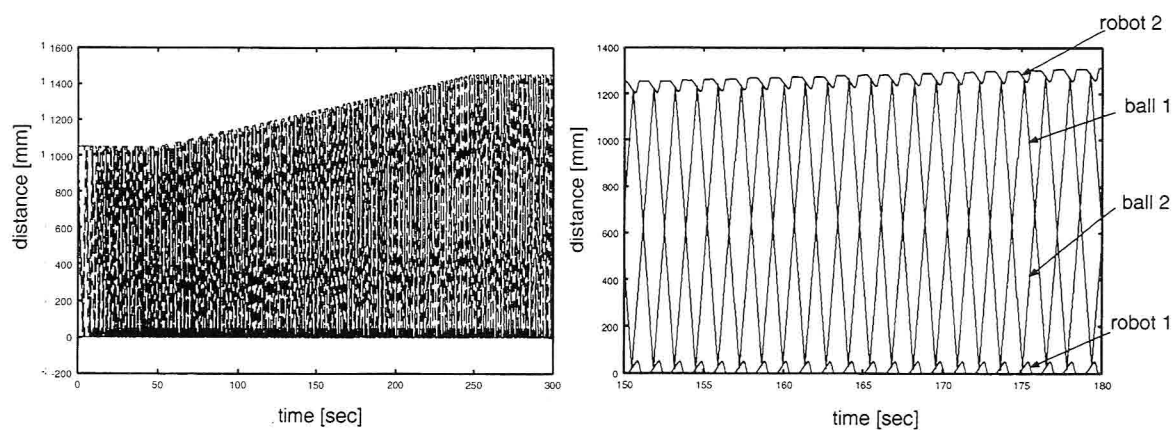


Fig.3.22: Two balls' trajectories and their enlargements (in the task of moving robots passing two balls)

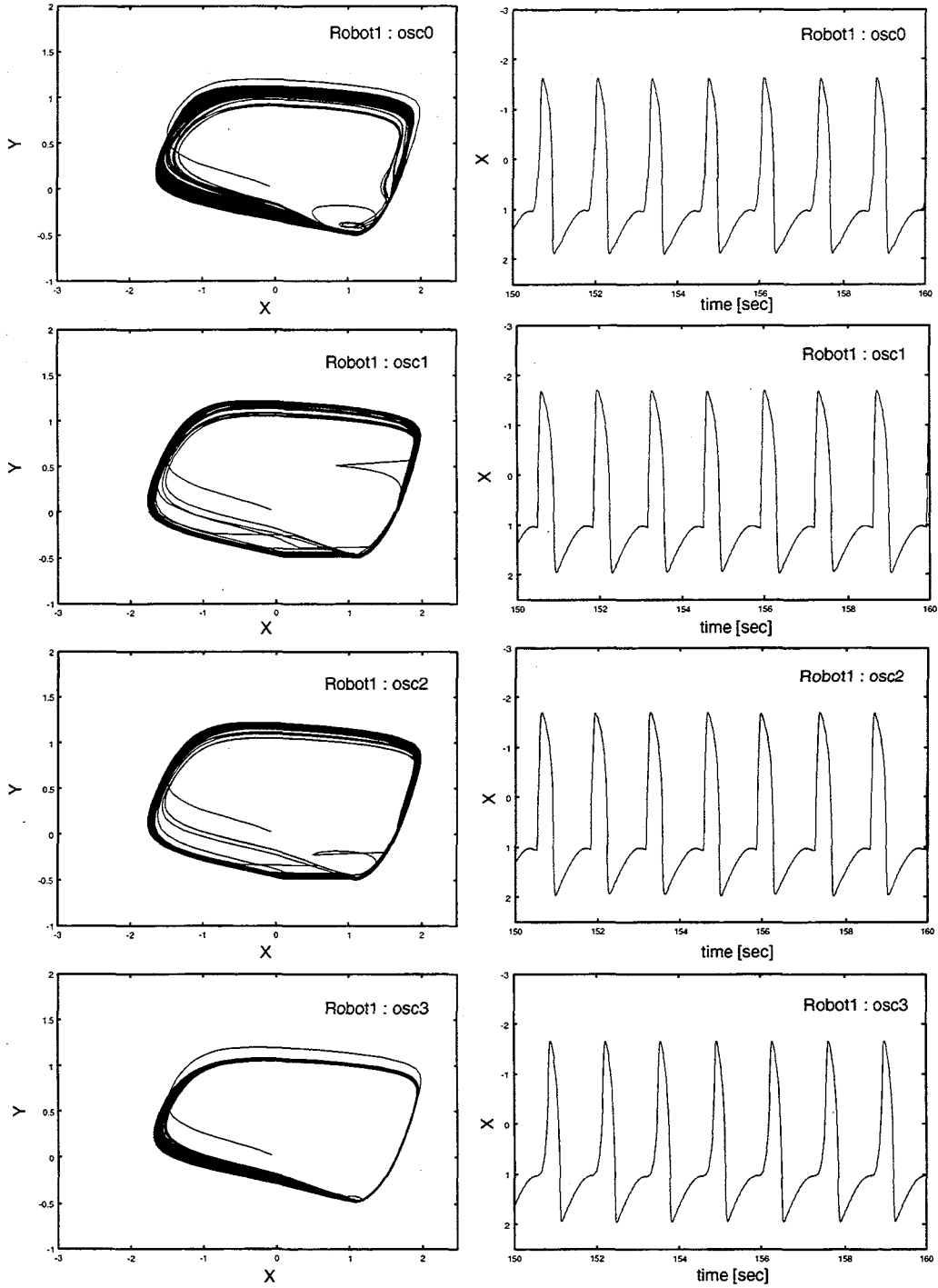


Fig.3.23: Output signal of each oscillator (robot1); phase plane (left), x coordinate (right)

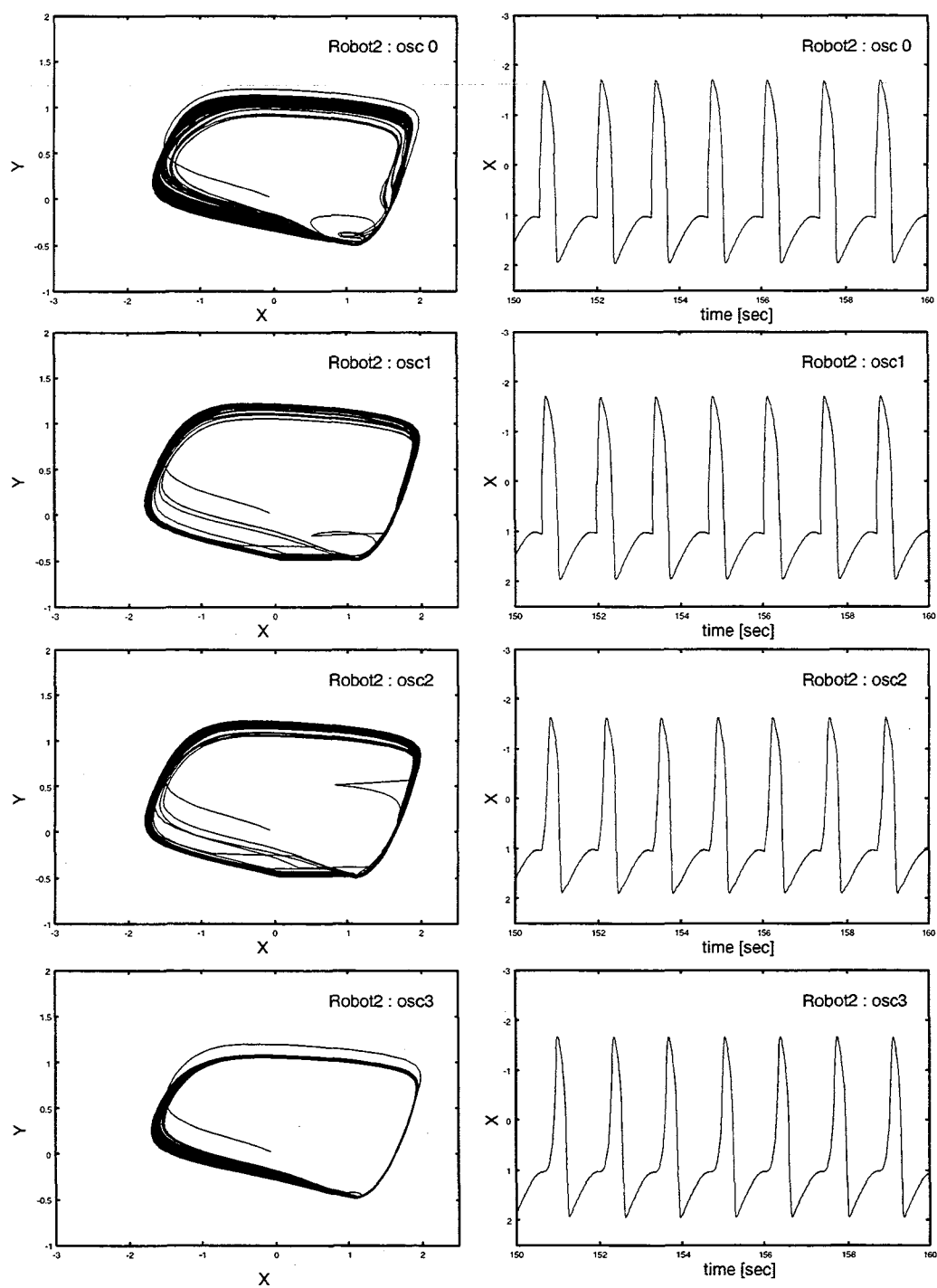


Fig.3.24: Output signal of each oscillator (robot2); phase plane (left), x coordinate (right)

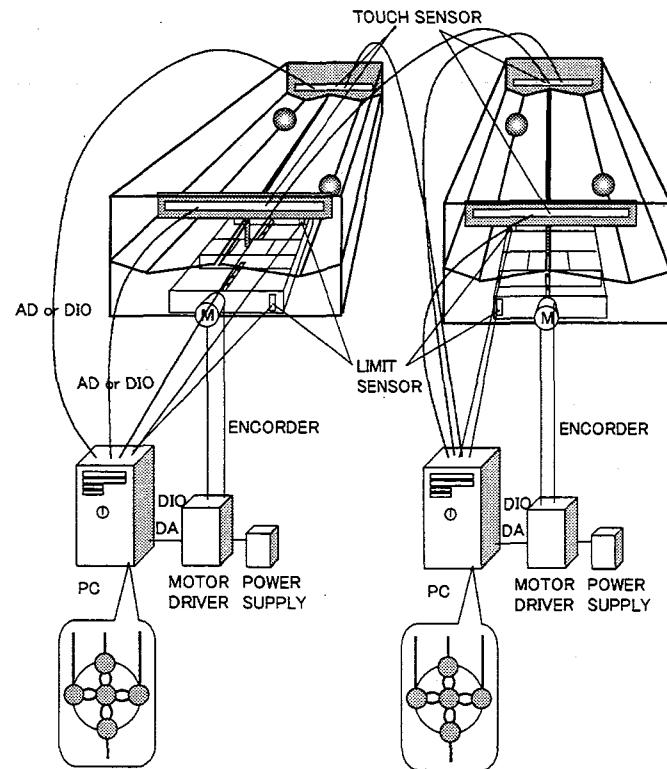


Fig.3.25: Two-player juggling task using rhythm oscillator

3.2.4 2人ジャグリングタスク (2人によるシンクロ ファウンテン)

システム構成

本節では、4つのボールを用いた2台のロボットによる「2人ジャグリングタスク」をシミュレーションにより検討する (Fig.3.25)。

このタスクでは2台のロボットが同期して壁打ちタスクを行なう。各ロボットのパドルおよび壁にはタッチセンサーが取り付けられているものとする。ロボットには壁と自身のパドルおよび相手のパドルへのボール接触タイミングが入力として与えられる。ここで、ロボットは各ボールの区別ができないものとする。また、外乱としてパドルの反発係数がある範囲内でランダムに変化させている。これによりボールの速度が変化し、センサー入力のタイミングも変化する。本タスクは Fig.3.26 に示すような、2人のプレイヤーが互いに接触タイミングを声で知らせ合いながら「ワンハンド ツーボール ファウンテン」を行なっている状況に似ている。プレイヤーはボール軌道の頂点付近を見て、ボールが頂点を通過したタイミングを知覚する。したがって、壁に取り付けられたタッチセンサーはプレイヤーの視覚に相当する。また、ロボットのパドルに取り付けられたタッチセンサーはプ

レイヤーの触覚、相手のロボットに取り付けられたタッチセンサーはプレイヤーの聴覚に相当する。なお、本タスクは各ロボットをそれぞれ左右の手と解釈することで、両手による4つのボールジャグリングと見ることも可能である。ただしこの場合、左右の腕間における内部結合は考慮されていないことに注意しなければならない。**Fig.3.27**に本タスクにおけるリズム振動子の結合関係を示す。これはボールの壁打ちタスクにおけるリズム振動子 (**Fig.3.2**) に、さらに知覚情報が得られるように新たなセンサー振動子が追加された形となっている。ここで、リズム振動子の基本的な設計コンセプトが同じであることが重要である。各ロボットはこの同じリズム振動子によって制御されている。

シミュレーション結果

本シミュレーションでは結合係数パラメータを $d_1 = d_2 = d_3 = 0.100$ とし、追加されたセンサー振動子への結合係数パラメータは $d_4 = 0.025$ としている。各センサー振動子のリズム振動子への結合力が異なるのは、ロボットが相手のロボットから得られる情報よりも自身が得る情報に多く影響されるようにするためである。このモデルでは全ての振動子がほぼ同位相で相互に同期する。もし、センサー振動子 ($osc1, osc2, osc4$) への入力と同位相ならば、リズム核振動子 ($osc0$) は強くその信号に同期する。さらに、リズム核振動子とモーター振動子は同位相で同期する。**Fig.3.28**に、4つのボールを用いた2人ジャグリングのダイアグラムを示す。これらのロボットは4つのボールを介し相互に同期し、環境に適応しながらうまくタスクを実現している。各ロボットのリズム核振動子は相互に同期し、2台のロボットは外乱の存在する中でも4つのボールを繰り返し打ち続けることが可能である (**Fig.3.29**)。

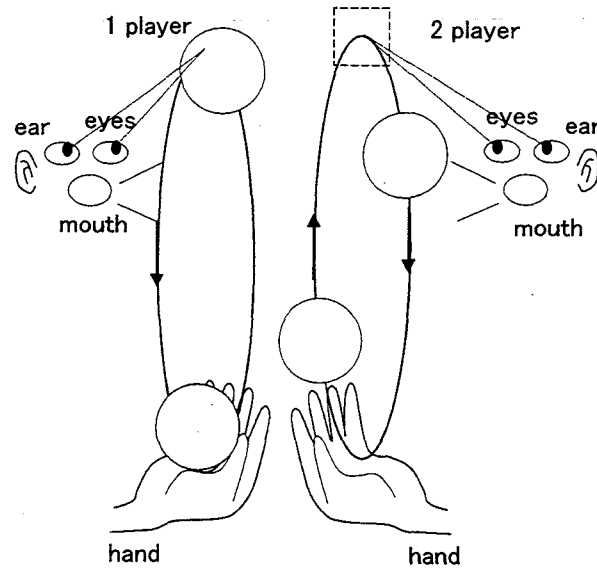


Fig.3.26: One-handed two-ball fountain juggling by two players

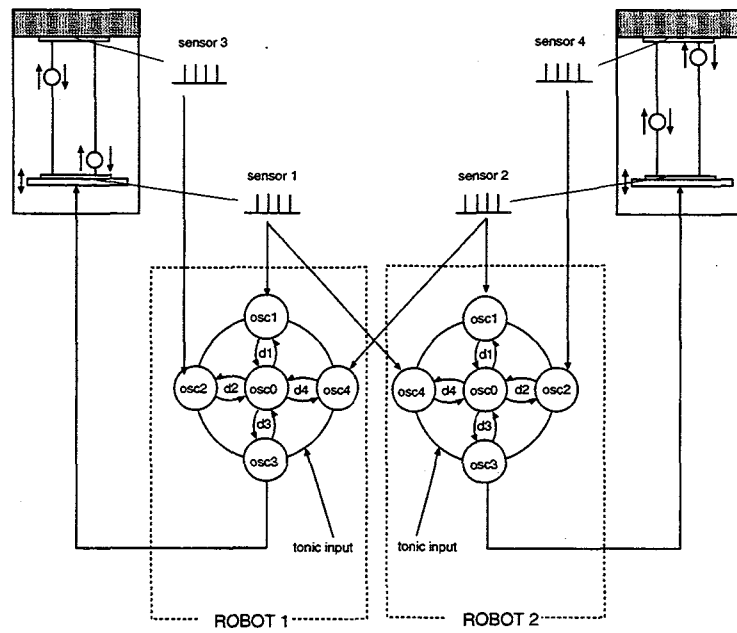


Fig.3.27: Connection of rhythm oscillators in two-player juggling task

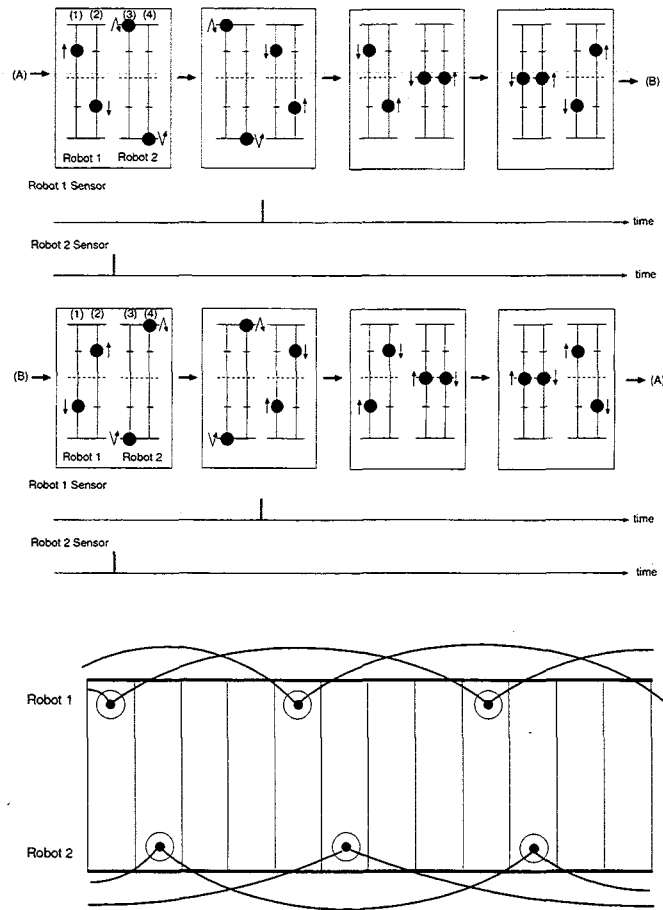


Fig.3.28: Diagram notation in two-player juggling task

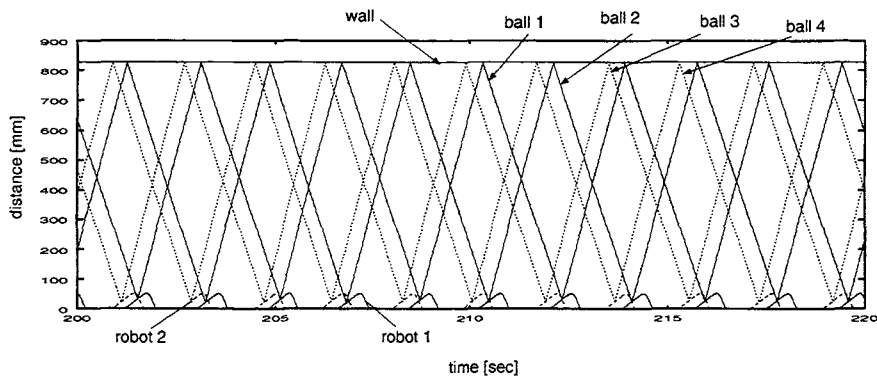


Fig.3.29: Four balls' trajectories in two-player juggling task

3.3 ボールの壁打ちタスクにおける受動的制御と安定性

本節ではボール1つの壁打ちタスクの動力学を扱い、受動的制御が安定に行なわれるために満たされるべきパドル運動パターンの条件を数学的に導く。

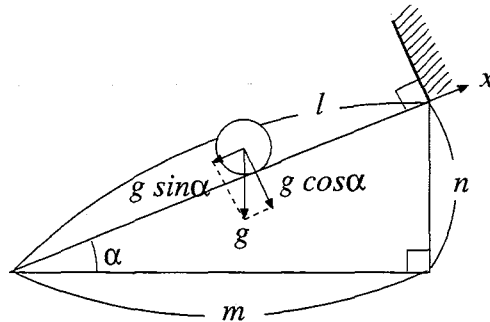
3.3.1 動的状態における壁打ちタスク

本節では、パドルが一定の速度をもって、理想位置でボールを打撃する場合について考える。なお、理想位置から変動して打撃を行なう場合については、第3.3.2節で触れる。対象タスクを定式化するにあたり、以下に示すように、タスクの近似度合によって、そのモデルの有効範囲が異なってくる。実際のボールの運動は、パドルによって加えられる並進力のほか、重力、床面との摩擦や滑り、ボール自身の回転力等の影響がからみ合って運動が生じている。したがって、これらがタスクを実現する上でどの程度影響しているのか、また外乱の存在下においても安定した制御を行なうために必要な条件は何であるのかを知るためには、各近似モデルについて詳細に検討することが重要である。ここでは、近似モデルD1, D2に対する動力学を導出し、続いてこれらの結果から本タスクにおける一般的な定式化を行う。また、残りの近似モデルに関しては、付録Fにて詳細を述べる。

- (A) 質点系モデル (摩擦なし)
- (B) 質点系モデル (摩擦あり)
- (C) 剛体運動モデル (摩擦あり、滑りなし)
- (D1) 剛体運動モデル (摩擦あり、滑りあり、傾斜角が小さい)
- (D2) 剛体運動モデル (摩擦あり、滑りあり、傾斜角が大きい)

近似モデル	回転	滑り	傾斜角	
			小さい	大きい
A	×	×	△(*)	×
B	×	○	×	○
C	○	×	○	×
D1	○	○	○	×
D2	○	○	×	○

(*) : 傾斜角 $\alpha = 0$ のみ成立。



$v_{bu,p}^n(\alpha, \mu)$: パドルとの反発直後のパドルから壁方向へのボール速度 [mm/sec]
$v_{bd,p}^n(\alpha, \mu)$: パドルとの反発直前の壁からパドル方向へのボール速度 [mm/sec]
$v_{bu,w}^n(\alpha, \mu)$: 壁との反発直前のパドルから壁方向へのボール速度 [mm/sec]
$v_{bd,w}^n(\alpha, \mu)$: 壁との反発直後の壁からパドル方向へのボール速度 [mm/sec]
右肩添字は試行回数を表す (0 オリジン)
\bar{v}_p : パドルの速度 (一定)
e_p : ボールとパドルの反発係数
e_w : ボールと壁の反発係数
$T_u(\alpha, \mu)$: ボールがパドルから壁へ向かう時間 [sec]
$T_d(\alpha, \mu)$: ボールが壁からパドルへ向かう時間 [sec]
$T(\alpha, \mu)$: ボール打撃後、戻ってくるまでの1サイクルの時間 [sec]
$\Delta T_{ud}(\alpha, \mu)$: T_u と T_d の差 [sec]
l : 理想位置から壁までの距離 [mm]

Fig.3.30: Wall-bouncing task model with slope

本節ではパドルから壁方向に傾斜 (傾斜角 α) を持ったボールの壁打ちタスクを扱う。ボールは傾斜に沿って運動するものとし、ボールと床面との摩擦 (μ : 静止摩擦係数、 μ' : 動摩擦係数) および滑りを考慮する。Fig.3.30 に本タスクモデルと変数の定義を示す。

傾斜角が小さい場合 (近似モデル D1)

ここでは、パドルから壁方向の傾斜 (傾斜角 α) が $\tan \alpha \leq \frac{7}{2}\mu$ を満たす傾斜角の小さい場合のボール壁打ちタスクを扱う。例えば、 $\mu = 0.2$ とすると α の最大角は 35.0 [deg] となる。

ここでまず、ボールを打撃した後、再度戻ってくるまでの1サイクル内のボールの運動を次の4つのフェーズに分け、各フェーズ毎にその運動を調べることにする (Fig.3.31)。

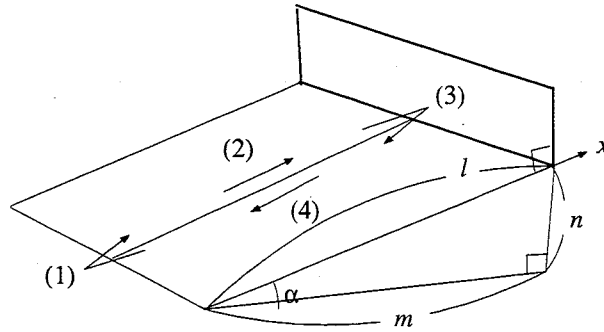


Fig.3.31: Four phases in one cycle of ball's trajectory

- $$\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ ボールがパドルに衝突する瞬間} \\ (2) \text{ パドルから壁方向へのボールが進む} \\ (3) \text{ ボールが壁に衝突する瞬間} \\ (4) \text{ 壁からパドル方向へのボールが進む} \end{array} \right.$$

(1) ボールがパドルに衝突する瞬間

反発時の x 軸方向への回転による影響は無視できるものとする、ボールとパドルの反発の式から次式を得る。

$$\begin{aligned} v_{bu,p}^n &= -e_p v_{bd,p}^n + (1 + e_p) \bar{v}_p \\ &= f_1(v_{bd,p}^n) \end{aligned} \quad (3.5)$$

(2) パドルから壁方向へボールが進む

パドルから反発後、ボールは初速 $v_{bu,p}^n$ を与えられ、滑って斜面を上る。このとき、接触点は上方に滑っているので、動摩擦力が下方に働く。したがって、運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \sin \alpha - F_1 \quad (3.6)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = -a F_1 \quad (3.7)$$

となる。ここで、 m はボール質量 [kg], a はボールの半径 [m], $I (= \frac{2}{5} m a^2)$ はボール (球) の慣性能率 [kg·m²], g は重力加速度 [m/s²] を表す。また、動摩擦 F_1 は速度によらず

$$F_1 = \mu' m g \cos \alpha \quad (3.8)$$

で与えられる [72], [73]。よって、

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) \quad (3.9)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{a}{I} F_1 = -\frac{5}{2} \frac{\mu' g \cos \alpha}{a} \quad (3.10)$$

となる。初期条件を考慮して、積分すると

$$\frac{dx}{dt} = -(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha)t + v_{bu,p}^n \quad (3.11)$$

$$\omega = -\frac{a}{I}F_1 = -\frac{5}{2} \frac{\mu' g \cos \alpha}{a} t \quad (3.12)$$

を得る。ここで、滑り速度について考えると

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + a\omega &= -(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha)t + v_{bu,p}^n - \frac{5}{2} \mu' g \cos \alpha t \\ &= -(g \sin \alpha + \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha)t + v_{bu,p}^n \end{aligned} \quad (3.13)$$

であるので、滑りが止まる時間を t_1 とすると、

$$\left(\frac{dx}{dt} + a\omega\right)|_{t=t_1} = -(g \sin \alpha + \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha)t_1 + v_{bu,p}^n = 0 \quad (3.14)$$

これを t_1 について解いて、

$$t_1 = \frac{v_{bu,p}^n}{g \sin \alpha + \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha} \quad (3.15)$$

を得る。時刻 t_1 以降は、初速 $v_{bu}^n(t_1)$ で滑らず壁まで転がり上るので、静止摩擦力が上方に働く。よって、運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \sin \alpha + F_2 \quad (3.16)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = aF_2 \quad (3.17)$$

となる。また、このとき滑りを生じないので

$$\frac{dx}{dt} = -a\omega \quad (3.18)$$

が成り立つ。よって、式 (3.16)、(3.17)、(3.18) より

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{5}{7} g \sin \alpha \quad (3.19)$$

が得られ、初期条件 ($v_{bu}^n(t_1)$) を考慮して、上式を積分すると、

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{5}{7} g \sin \alpha t + v_{bu}^n(t_1) \quad (3.20)$$

となる。式 (3.9)、(3.19) より上に生じる事実上の加速度の大きさは滑りの有無に応じて、それぞれ

$$G_1 = g \sin \alpha + \mu' g \cos \alpha \quad (3.21)$$

$$G_2 = \frac{5}{7} g \sin \alpha \quad (3.22)$$

と表される。

続いて、滑らず転がる時間を t_2 、滑りが止まるまでの距離を $l_{bu}^n(t_1)$ とすると、エネルギーと仕事の関係式より

$$\frac{1}{2}m(v_{bu,p}^n)^2 = \frac{1}{2}m(v_{bu,w}^n)^2 + \frac{1}{2}I(\omega_{bu,w}^n)^2 + mgh + F_1 l_{bu}^n(t_1) \quad (3.23)$$

が成り立つ。壁に衝突する直前では滑っていないので、

$$v_{bu,w}^n = -a\omega_{bu,w}^n \quad (3.24)$$

として、式(3.8)、(3.23)、(3.24)より $v_{bu,w}^n$ について解くと、

$$v_{bu,w}^n = \sqrt{\frac{5}{7}(v_{bu,p}^n)^2 - \frac{10}{7}(gh + \mu'g \cos \alpha l_{bu}^n(t_1))} \quad (3.25)$$

を得る。次に $l_{bu}^n(t_1)$ を求めると、

$$\begin{aligned} l_{bu}^n(t_1) &= v_{bu,p}^n t_1 - \frac{1}{2}G_1 t_1^2 \\ &= \frac{(v_{bu,p}^n)^2}{g \sin \alpha + \frac{7}{2}\mu'g \cos \alpha} - \frac{1}{2} \frac{g \sin \alpha + \mu'g \cos \alpha}{(g \sin \alpha + \frac{7}{2}\mu'g \cos \alpha)^2} (v_{bu,p}^n)^2 \\ &= \frac{2g \sin \alpha + 12\mu'g \cos \alpha}{(2g \sin \alpha + 7\mu'g \cos \alpha)^2} (v_{bu,p}^n)^2 \end{aligned} \quad (3.26)$$

となり、式(3.25)、(3.26)より

$$v_{bu,w}^n = f_2(v_{bu,p}^n) \quad (3.27)$$

を得る。

(3) ボールが壁に衝突する瞬間

反発時の回転による影響は無視できるものとする、ボールと壁の反発の式から、次式が得られる。

$$\begin{aligned} v_{bd,w}^{n+1} &= -e_w v_{bu,w}^n \\ &= f_3(v_{bu,w}^n) \end{aligned} \quad (3.28)$$

(4) 壁からパドル方向へボールが進む

壁から反発後、ボールは初速 $v_{bd,p}^{n+1}$ を持ち、滑りながら斜面を転がり落ちる。このとき、接触点は下方に滑っているので動摩擦が上方に働く。よって、

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \sin \alpha + F_3 \quad (3.29)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = aF_3 \quad (3.30)$$

が成り立つ。また、動摩擦 F_3 は速度によらず

$$F_3 = \mu' mg \cos \alpha \quad (3.31)$$

で与えられる [72], [73]。よって、

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -(g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha) \quad (3.32)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{a}{I} F_3 = \frac{5}{2} \frac{\mu' g \cos \alpha}{a} \quad (3.33)$$

を得る。初期条件を考慮して、上式を積分すると

$$\frac{dx}{dt} = -(g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha)t + v_{bd,p}^{n+1} \quad (3.34)$$

$$\omega = -\frac{a}{I} F_3 t = \frac{5}{2} \frac{\mu' g \cos \alpha}{a} t \quad (3.35)$$

を得る。ここで、滑り速度について考えると

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + a\omega &= -(g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha)t_3 + v_{bd,p}^{n+1} + \frac{5}{2} \mu' g \cos \alpha t \\ &= -(g \sin \alpha - \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha)t_3 + v_{bu,p}^n \end{aligned} \quad (3.36)$$

滑りが止まる時間を t_3 とすると、

$$\left(\frac{dx}{dt} + a\omega \right) |_{t=t_3} = -(g \sin \alpha - \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha)t_3 + v_{bu,p}^n = 0 \quad (3.37)$$

t_3 について解いて、

$$t_3 = \frac{v_{bu,p}^{n+1}}{g \sin \alpha - \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha} \quad (3.38)$$

$v_{bu,p}^{n+1} < 0$ であるので、 $t_3 > 0$ になるには $g \sin \alpha - \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha < 0$ でなければならない。したがって、

$$\tan \alpha < \frac{7}{2} \mu' \quad (3.39)$$

の条件を得る。ここで、 $\mu' < \mu$ であるので、上記条件を満たす α ははじめに滑りを生じ、その後、滑らず転がる。一方 $\frac{7}{2} \mu' < \tan \alpha < \frac{7}{2} \mu$ のときは滑らずに転がり落ちる。まとめると、

$$\begin{cases} 0 < \tan \alpha < \frac{7}{2} \mu' & : (\text{滑り}) \rightarrow (\text{転がる}) \\ \frac{7}{2} \mu' < \tan \alpha < \frac{7}{2} \mu & : (\text{転がる}) \end{cases}$$

となる。よって、滑っている時間 t_3 は

$$t_3 = \begin{cases} \frac{v_{bu,p}^{n+1}}{g \sin \alpha - \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha} & (0 < \tan \alpha < \frac{7}{2} \mu') \\ 0 & (\frac{7}{2} \mu' < \tan \alpha < \frac{7}{2} \mu) \end{cases}$$

と表せる。 t_3 以降、初速 $v_{bd}^n(t_3)$ をもって、ボールは滑らず転がり落ちる。
運動方程式を立てると、

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \sin \alpha + F_4 \quad (3.40)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = aF_4 \quad (3.41)$$

また、滑らない条件より

$$\frac{dx}{dt} + a\omega = 0 \quad (3.42)$$

であるので、式(3.40)、(3.41)、(3.42)より

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{5}{7}g \sin \alpha \quad (3.43)$$

初期条件 ($v_{bd}^n(t_3)$) を考慮して、上式を積分すると、

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{5}{7}g \sin \alpha t + v_{bd}^n(t_3) \quad (3.44)$$

を得る。式(3.34)、(3.43)より下りに生じる事実上の加速度の大きさは滑りの有無に応じて、それぞれ

$$G_3 = g \sin \alpha - \mu' g \cos \alpha \quad (3.45)$$

$$G_4 = \frac{5}{7}g \sin \alpha \quad (3.46)$$

と表される。

続いて、滑らず転がる時間を t_4 、滑りが止まるまでの距離を $l_{bd}^{n+1}(t_3)$ とすると、エネルギーと仕事の関係式より

$$\frac{1}{2}m(v_{bd,w}^{n+1})^2 + mgh = \frac{1}{2}m(v_{bd,p}^{n+1})^2 + \frac{1}{2}I(\omega_{bd,p}^{n+1})^2 + F_3 l_{bd}^{n+1}(t_3) \quad (3.47)$$

が成り立つ。また、パドルに衝突する直前では滑っていないので、

$$v_{bd,p}^n = -a\omega_{bd,p}^n \quad (3.48)$$

となる。式(3.31)、(3.47)、(3.48)より $v_{bd,p}^{n+1}$ について解くと、

$$v_{bu,p}^{n+1} = \sqrt{\frac{5}{7}(v_{bd,w}^{n+1})^2 + \frac{10}{7}(gh - \mu' g \cos \alpha l_{bd}^{n+1}(t_3))} \quad (3.49)$$

ここで、 $l_{bd}^{n+1}(t_3)$ を求めると、

$$\begin{aligned} l_{bd}^{n+1}(t_3) &= v_{bd,w}^{n+1} t_3 + \frac{1}{2} G_3 t_3^2 \\ &= \frac{(v_{bd,w}^{n+1})^2}{g \sin \alpha - \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha} + \frac{1}{2} \frac{g \sin \alpha - \mu' g \cos \alpha}{(g \sin \alpha - \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha)^2} (v_{bd,w}^n)^2 \\ &= \frac{-2g \sin \alpha + 12\mu' g \cos \alpha}{(2g \sin \alpha - 7\mu' g \cos \alpha)^2} (v_{bd,w}^{n+1})^2 \end{aligned} \quad (3.50)$$

となる。よって、式 (3.49)、(3.50) より

$$v_{bd,p}^{n+1} = f_4(v_{bd,w}^{n+1}) \quad (3.51)$$

を得る。以上より、

$$\begin{cases} v_{bu,p}^n = f_1(v_{bd,p}^n) \\ v_{bu,w}^n = f_2(v_{bu,p}^n) \\ v_{bd,w}^{n+1} = f_3(v_{bu,w}^n) \\ v_{bd,p}^{n+1} = f_4(v_{bd,w}^{n+1}) \end{cases}$$

となり、

$$\begin{aligned} v_{bd,p}^{n+1} &= f_4 \circ f_3 \circ f_2 \circ f_1(v_{bd,p}^n) \\ &= -\sqrt{(av_{bd,p}^n + b)^2 + c} = f(v_{bd,p}^n) \end{aligned} \quad (3.52)$$

の漸化式が成立する。ただし、係数 a, b, c は

$0 \leq \tan \alpha < \frac{7}{2}\mu'$ の場合:

$$a = -\sqrt{k_1 k_2} e_w e_p \quad (3.53)$$

$$b = \sqrt{k_1 k_2} e_w (1 + e_p) \bar{v}_p \quad (3.54)$$

$$c = \frac{10}{7} gh \{1 - (\sqrt{k_1 k_2} e_w)^2\} \quad (3.55)$$

$$k_1 = \frac{5}{7} - \frac{10}{7} \frac{2g \sin \alpha + 12\mu'g \cos \alpha}{(2g \sin \alpha + 7\mu'g \cos \alpha)^2} \mu'g \cos \alpha \quad (0 < k_1 < 1) \quad (3.56)$$

$$k_2 = \frac{5}{7} - \frac{10}{7} \frac{-2g \sin \alpha + 12\mu'g \cos \alpha}{(2g \sin \alpha - 7\mu'g \cos \alpha)^2} \mu'g \cos \alpha \quad (0 < k_2 < 1) \quad (3.57)$$

$\frac{7}{2}\mu' \leq \tan \alpha < \frac{7}{2}\mu$ の場合:

$$a = -\sqrt{k_1 k_2} e_w e_p \quad (3.58)$$

$$b = \sqrt{k_1 k_2} e_w (1 + e_p) \bar{v}_p \quad (3.59)$$

$$c = \frac{10}{7} gh \{1 - (\sqrt{k_1 k_2} e_w)^2\} \quad (3.60)$$

$$k_1 = \frac{5}{7} - \frac{10}{7} \frac{2g \sin \alpha + 12\mu'g \cos \alpha}{(2g \sin \alpha + 7\mu'g \cos \alpha)^2} \mu'g \cos \alpha \quad (0 < k_1 < 1) \quad (3.61)$$

$$k_2 = \frac{5}{7} \quad (0 < k_2 < 1) \quad (3.62)$$

で表される。ここで、 $n \rightarrow \infty$ として

$$\bar{v}_{bd,p} = \lim_{n \rightarrow \infty} v_{bd,p}^n \quad (3.63)$$

を得る。

つづいて、1サイクルに要する時間 T および上りと下りに要する時間の差 ΔT を求めるために、 t_2 、 t_4 を求める。

$$\bar{v}_{bu}(t_1) = \bar{v}_{bu,p} - G_1 t_1 \quad (3.64)$$

$$\bar{v}_{bu,w} = \bar{v}_{bu}(t_1) - G_2 t_2 \quad (3.65)$$

より、 t_2 は

$$t_2 = \frac{\bar{v}_{bu,p} - \bar{v}_{bu,w} - G_1 t_1}{G_2} \quad (3.66)$$

同様に

$$\bar{v}_{bd}(t_3) = \bar{v}_{bd,w} + G_3 t_3 \quad (3.67)$$

$$\bar{v}_{bu,p} = \bar{v}_{bd}(t_3) + G_4 t_4 \quad (3.68)$$

より、 t_4 は

$$t_4 = \frac{-\bar{v}_{bd,w} + \bar{v}_{bd,p} - G_3 t_3}{G_4} \quad (3.69)$$

よって、

$$T_u = t_1 + t_2 = \frac{\bar{v}_{bu,p} - \bar{v}_{bu,w} - (G_1 - G_2)t_1}{G_2} \quad (3.70)$$

$$T_d = t_3 + t_4 = \frac{-\bar{v}_{bd,w} + \bar{v}_{bd,p} - (G_3 - G_4)t_3}{G_4} \quad (3.71)$$

ここで、

$$(G_1 - G_2)t_1 = \frac{2}{7}\bar{v}_{bu,p} \quad (3.72)$$

$$(G_3 - G_4)t_3 = \frac{2}{7}\bar{v}_{bd,w} \quad (3.73)$$

であり、また、 $G_{24} = G_2 = G_4$ であるので、

$$\begin{aligned} T &= T_u + T_d \\ &= \frac{\bar{v}_{bu,p} - \bar{v}_{bu,w} - \bar{v}_{bd,w} + \bar{v}_{bd,p} - \frac{2}{7}\bar{v}_{bu,p} - \frac{2}{7}\bar{v}_{bd,w}}{G_{24}} \\ &= \frac{\frac{5}{7}f_1(\bar{v}_{bd,p}) - f_2 \circ f_1(\bar{v}_{bd,p}) - \frac{9}{7}f_3 \circ f_2 \circ f_1(\bar{v}_{bd,p}) + \bar{v}_{bd,p}}{G_{24}} \\ &= \frac{f_t(\bar{v}_{bd,p})}{G_{24}} \end{aligned} \quad (3.74)$$

さらに、 ΔT を求めると

$$\begin{aligned}
 \Delta T &= |T_u - T_d| \\
 &= \frac{\bar{v}_{bu,p} - \bar{v}_{bu,w} + \bar{v}_{bd,w} - \bar{v}_{bd,p} - \frac{2}{7}\bar{v}_{bu,p} - \frac{2}{7}\bar{v}_{bd,w}}{G_{24}} \\
 &= \left| \frac{\frac{5}{7}f_1(\bar{v}_{bd,p}) - f_2 \circ f_1(\bar{v}_{bd,p}) + \frac{5}{7}f_3 \circ f_2 \circ f_1(\bar{v}_{bd,p}) - \bar{v}_{bd,p}}{G_{24}} \right| \\
 &= \left| \frac{g_t(\bar{v}_{bd,p})}{G_{24}} \right| \tag{3.75}
 \end{aligned}$$

よって、

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{|g_t(\bar{v}_{bd,p})|}{f_t(\bar{v}_{bd,p})} \tag{3.76}$$

を得る。上式は傾斜角 α に依存することに注意が必要である。

傾斜角が大きい場合 (近似モデル D2)

本節では、傾斜角 α が $\tan \alpha > \frac{7}{2}\mu$ を満たす傾斜角が大きい場合のボールの運動を扱う。例えば、 $\mu = 0.2$ とすると α の最小角は 35.0 [deg] となる。ここでも前節同様に、各フェーズ毎のボールの運動を調べる。

(1) ボールがパドルに衝突する瞬間

反発時の x 軸方向への回転による影響は無視できるものとする。このとき、ボールとパドルの反発の式から、次式を得る。

$$\begin{aligned}
 v_{bu,p}^n &= -e_p v_{bd,p}^n + (1 + e_p) \bar{v}_p \\
 &= g_1(v_{bd,p}^n) \tag{3.77}
 \end{aligned}$$

(2) パドルから壁方向へボールが進む

パドルから反発後、ボールは初速 $v_{bu,p}^n$ を与えられ、滑って斜面を上る。このとき、接触点は上方に滑っているので、動摩擦が下方に働く。よって、運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \sin \alpha - F_1 \tag{3.78}$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = -a F_1 \tag{3.79}$$

となる。また、動摩擦 F_1 は速度によらず

$$F_1 = \mu' mg \cos \alpha \tag{3.80}$$

で与えられる [72], [73] ので、

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) \quad (3.81)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{a}{I}F_1 = -\frac{5}{2} \frac{\mu' g \cos \alpha}{a} \quad (3.82)$$

と書ける。ここで、初期条件を考慮して、積分すると

$$\frac{dx}{dt} = -(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha)t + v_{bu,p}^n \quad (3.83)$$

$$\omega = -\frac{a}{I}F_1 t = -\frac{5}{2} \frac{\mu' g \cos \alpha}{a} t \quad (3.84)$$

となる。このとき、滑り速度を考慮して、滑りが止まる時間 t_1 を求めると

$$t_1 = \frac{v_{bu,p}^{n+1}}{g \sin \alpha + \frac{7}{2} \mu' g \cos \alpha} \quad (3.85)$$

を得る。時刻 t_1 以降は下方に滑り始めるので、 t_1 以内に壁に到達していなければならない。壁まで到達するのに要する時間 T_u^n は

$$v_{bu,p}^n T_u^n - \frac{1}{2}(g \sin \alpha + \mu' g \cos \alpha)(T_u^n)^2 = \frac{h}{\sin \alpha} \quad (3.86)$$

より、

$$T_u^n = \frac{v_{bu,p}^n - \sqrt{(v_{bu,p}^n)^2 - 2(g \sin \alpha + \mu' g \cos \alpha) \frac{h}{\sin \alpha}}}{g \sin \alpha + \mu' g \cos \alpha} \quad (3.87)$$

であるので、

$$\begin{aligned} v_{bu,w}^n &= -(g \sin \alpha + \mu' g \cos \alpha)T_u^n + v_{bu,p}^n \\ &= \sqrt{(v_{bu,p}^n)^2 - 2(g \sin \alpha + \mu' g \cos \alpha) \frac{h}{\sin \alpha}} \\ &= g_2(v_{bu,p}^n) \end{aligned} \quad (3.88)$$

が得られる。

(3) ボールが壁に衝突する瞬間

反発時の回転による影響は無視できるものとする、ボールと壁の反発の式から、

$$\begin{aligned} v_{bd,w}^{n+1} &= -e_w v_{bu,w}^n \\ &= g_3(v_{bu,w}^n) \end{aligned} \quad (3.89)$$

を得る。

(4) 壁からパドル方向へボールが進む

壁から反発後、ボールは初速 $v_{bd,p}^{n+1}$ を持ち、滑りながら斜面を転がり落ちる。このとき、接触点は下方に滑っているので動摩擦が上方に働く。よって、運動方程式は

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \sin \alpha + F_3 \quad (3.90)$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = aF_3 \quad (3.91)$$

となる。また、動摩擦 F_3 は速度によらず

$$F_3 = \mu' mg \cos \alpha \quad (3.92)$$

で与えられる [72], [73]。よって、

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -(g \sin \alpha - \mu' g \cos \alpha) \quad (3.93)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{a}{I} F_3 = \frac{5 \mu' g \cos \alpha}{2 a} \quad (3.94)$$

が得られ、上式を初期条件を考慮して積分すると

$$\frac{dx}{dt} = -(g \sin \alpha - \mu' g \cos \alpha)t + v_{bd,p}^{n+1} \quad (3.95)$$

$$\omega = -\frac{a}{I} F_3 t = \frac{5 \mu' g \cos \alpha}{2 a} t \quad (3.96)$$

を得る。ここで、パドルまで到達するのに要する時間 T_d^{n+1} は

$$-v_{bd,w}^{n+1} T_d^{n+1} + \frac{1}{2} (g \sin \alpha - \mu' g \cos \alpha) (T_d^{n+1})^2 = \frac{h}{\sin \alpha} \quad (3.97)$$

より、

$$T_d^{n+1} = \frac{v_{bd,w}^{n+1} - \sqrt{(v_{bd,w}^{n+1})^2 + 2(g \sin \alpha - \mu' g \cos \alpha) \frac{h}{\sin \alpha}}}{g \sin \alpha - \mu' g \cos \alpha} \quad (3.98)$$

である。よって、

$$\begin{aligned} v_{bd,p}^{n+1} &= -(g \sin \alpha - \mu' g \cos \alpha) T_d^{n+1} + v_{bd,w}^{n+1} \\ &= \sqrt{(v_{bd,w}^{n+1})^2 - 2(g \sin \alpha + \mu' g \cos \alpha) \frac{h}{\sin \alpha}} \\ &= g_4(v_{bd,w}^{n+1}) \end{aligned} \quad (3.99)$$

が得られる。以上より、

$$\begin{cases} v_{bu,p}^n = g_1(v_{bd,p}^n) \\ v_{bu,w}^n = g_2(v_{bu,p}^n) \\ v_{bd,w}^{n+1} = g_3(v_{bu,w}^n) \\ v_{bd,p}^{n+1} = g_4(v_{bd,w}^{n+1}) \end{cases}$$

となり、

$$v_{bd,p}^{n+1} = g_4 \circ g_3 \circ g_2 \circ g_1(v_{bd,p}^n) = g(v_{bd,p}^n) \quad (3.100)$$

の漸化式が成立し、 $n \rightarrow \infty$ として

$$\bar{v}_{bd,p} = \lim_{n \rightarrow \infty} v_{bd,p}^n \quad (3.101)$$

を得る。すなわち、式(3.77)、(3.88)より、

$$v_{bu,w}^n = \sqrt{(-e_p v_{bd,p}^n + (1+e_p)\bar{v}_p)^2 - 2(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) \frac{h}{\sin \alpha}} \quad (3.102)$$

式(3.102)、(3.89)より、

$$v_{bd,w}^{n+1} = -e_w \sqrt{(-e_p v_{bd,p}^n + (1+e_p)\bar{v}_p)^2 - 2(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) \frac{h}{\sin \alpha}} \quad (3.103)$$

式(3.103)、(3.99)より、

$$v_{bd,p}^{n+1} = -\sqrt{e_w^2 (-e_p v_{bd,p}^n + (1+e_p)\bar{v}_p)^2 + 2(1-e_w^2)gh - 2(1+e_w^2)\mu'g \frac{h}{\tan \alpha}} \quad (3.104)$$

ここで、

$$a = -e_w e_p \quad (3.105)$$

$$b = e_w(1+e_p)\bar{v}_p \quad (3.106)$$

$$c = 2(1-e_w^2)gh - 2(1+e_w^2)\mu'g \frac{h}{\tan \alpha} \quad (3.107)$$

とおき、 $n \rightarrow \infty$ の状態を考える。

$$\bar{v}_{bd,p} = \lim_{n \rightarrow \infty} v_{bd,p}^n \quad (3.108)$$

として、

$$\bar{v}_{bd,p} = -\sqrt{(a\bar{v}_{bd,p} + b)^2 + c} \quad (3.109)$$

上式を $\bar{v}_{bd,p}$ について解くと、

$$\bar{v}_{bd,p} = \frac{-ab \pm \sqrt{b^2 + c - a^2c}}{a^2 - 1} \quad (3.110)$$

ここで、 $-ab < \sqrt{b^2 + c - a^2c}$ 、 $\bar{v}_{bd,p} < 0$ より、

$$\bar{v}_{bd,p} = \frac{-ab + \sqrt{b^2 + c - a^2c}}{a^2 - 1} \quad (3.111)$$

$$a = -e_w e_p$$

$$b = e_w(1 + e_p)\bar{v}_p$$

$$c = 2gh\left\{(1 - e_w^2) - \frac{\mu'}{\tan \alpha}(1 + e_w^2)\right\}$$

を得る。上式は、ボールの初速によらず、質量や形状にも無関係な量であることに注意する必要がある。外乱による速度変更があっても、その差を吸収する機構をもつが、傾斜の影響は受ける。また、式(3.87)、(3.98)より T 、 ΔT 、 $\frac{\Delta T}{T}$ を求めることができる。

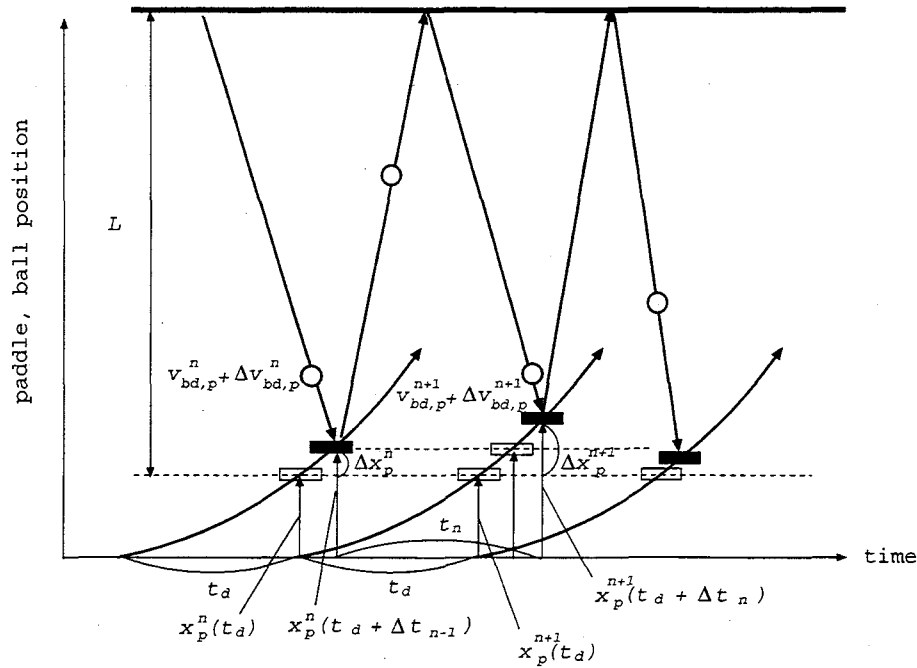


Fig.3.32: Sketch of the wall-bouncing task with perturbation

3.3.2 準静的状態における局所安定条件

本節では、ボール1つの壁打ちタスクを扱い、準静的状態において局所安定性が保証されるパドル運動パターンの条件を導く。ここでは、ボールは水平面上を運動し、床面との摩擦はないものとする。このとき、ボールおよびパドルの運動は以下のように記述される。

$$x_{bd,p}^{n+1} = x_p^{n+1}, \text{ and } x_p^{n+1} = x_p^{n+1}(t_d) \quad (3.112)$$

$$v_{bd,p}^{n+1} = e_w e_p v_{bd,p}^n - e_w (1 + e_p) v_p^n \quad (3.113)$$

$$t_d = \frac{L}{(1 + e_p) v_p^n - e_p v_{bd,p}^n} + \frac{L}{e_w \{(1 + e_p) v_p^n - e_p v_{bd,p}^n\}} \quad (3.114)$$

ここで、 t_d は定常状態において、ボールが1往復するのに要する時間を表す。

上記モデルでは、ボールを質点としてとらえているが、ボールを剛体(球体)とし、回転も考慮する際は $e_w = \frac{5}{7} e_w$ とすることで、同等に扱うことができる。

いま、外乱により定常状態から微小量 $\Delta = (\Delta t_n, \Delta x_b, \Delta v_{bd,p}, \Delta x_p, \Delta v_p)$ だけ変動した状態を考える (Fig.3.32)。

まず、ボールインパクトの時間変動 Δt_n を次のように分けて表す。

$$\begin{aligned}\Delta t_n &= (\Delta t_n - \Delta t_{n-1}) + \Delta t_{n-1} \\ &= \delta t_n + \Delta t_{n-1}\end{aligned}\quad (3.115)$$

最初の項は $n \sim (n+1)$ 回目のボールインパクトにおける相対的な時間変化を表している。このとき、微小量 Δ の影響を受けて、ボールが1往復するのに要する時間は

$$\begin{aligned}t_d + \delta t_n &= \frac{L - \Delta x_p^n}{(1 + e_p)v_p^n - e_p(v_{bd,p}^n + \Delta v_{bd,p}^n)} \\ &+ \frac{L - \{x_p^{n+1}(t_d + \Delta t_n) - x_p^{n+1}(t_d + \Delta t_{n-1})\}}{e_w\{(1 + e_p)v_p^n - e_p(v_{bd,p}^n + \Delta v_{bd,p}^n)\}}\end{aligned}\quad (3.116)$$

のように記述できる。よって、式(3.116) - 式(3.114))を計算し、 Δ^2 、 δ^2 、 $\Delta \cdot \delta$ の微小項を省略すると、次の変分式を得る。

$$\begin{aligned}&e_w(1 + e_p)v_p^n \delta t_n - e_w e_p \Delta v_{bd,p}^n t_d - e_w e_p v_{bd,p}^n \delta t_n \\ &= -(1 + e_w)\Delta x_{bd,p}^n - (x_p^{n+1}(t_d + \Delta t_n) - x_p^{n+1}(t_d + \Delta t_{n-1}) - \Delta x_{bd,p}^n)\end{aligned}\quad (3.117)$$

ここで、 $x_p^{n+1}(t_d + \Delta t_n)$ を定常状態におけるボールインパクト時刻近傍で展開し、線形近似を行なうと、

$$\begin{aligned}x_p^{n+1}(t_d + \Delta t_n) &= x_p^{n+1}(t_d) + \dot{x}_p^{n+1}(t_d)\Delta t_n + \frac{1}{2}\ddot{x}_p^{n+1}(t_d)\Delta t_n^2 + \dots \\ &\approx x_p^{n+1}(t_d) + \dot{x}_p^{n+1}(t_d)\Delta t_n + \ddot{x}_p^{n+1}(t_d)t_d\Delta t_n\end{aligned}\quad (3.118)$$

と表される。ただし、 $\dot{}$ は時間に関する1回微分 $\frac{d}{dt_n}$ 、 $\ddot{}$ は時間に関する2回微分 $\frac{d^2}{dt_n^2}$ を表す。このとき、式(3.117)より次式を得る。

$$\delta t_n = \Delta t_n - \Delta t_{n-1} = \frac{-e_w \Delta x_{bd,p}^n + e_w e_p t_d \Delta v_{bd,p}^n}{e_w(1 + e_p)v_p^n - e_w e_p v_{bd,p}^n + \dot{x}_p^{n+1}(t_d) + \ddot{x}_p^{n+1}(t_d)t_d}\quad (3.119)$$

ここで、定常状態について考えると、式(3.113)より $v_{bd,p}^{n+1} = v_{bd,p}^n$ として、

$$v_{bd,p} = -\frac{e_w(1 + e_p)}{1 - e_w e_p}v_p\quad (3.120)$$

また、式(3.114)と上式を用いると、

$$t_d = \frac{(1 + e_w)(1 - e_w e_p)L}{e_w(1 + e_p)v_p}\quad (3.121)$$

を得る。さらに、 $\dot{x}_p^{n+1}(t_d) = v_p$ 、 $\ddot{x}_p^{n+1}(t_d) = a_p$ とし、式(3.120)、(3.121)を式(3.119)に代入すると、次式が得られる。

$$\delta t_n = M \cdot \Delta x_{bd,p}^n + N \cdot \Delta v_{bd,p}^n\quad (3.122)$$

$$M = \frac{-e_w^2(1 - e_w e_p)(1 + e_p)v_p}{e_w(1 + e_p)(1 + e_w)v_p^2 + (1 + e_w)(1 - e_w e_p)^2 L a_p}\quad (3.123)$$

$$N = \frac{e_w e_p(1 - e_w e_p)^2 L}{e_w(1 + e_p)v_p^2 + (1 - e_w e_p)^2 L a_p}\quad (3.124)$$

一方、 Δt_{n-1} は、

$$\begin{aligned}\Delta t_{n-1} &= \frac{\Delta x_p^n}{\dot{x}_p^{n+1}(t_d)\Delta t_n + \ddot{x}_p^{n+1}(t_d)t_d} \\ &= \frac{\Delta x_{bd,p}^n}{v_p + a_p t_d}\end{aligned}\quad (3.125)$$

と記述できるので、式 (3.115) より

$$\Delta t_n = M \cdot \Delta x_{bd,p}^n + N \cdot \Delta v_{bd,p}^n + \frac{\Delta x_{bd,p}^n}{v_p + a_p t_d}\quad (3.126)$$

を得る。

次に、位置に関して、定常状態から微小量 Δ だけ変動した状態を考える。式 (3.112) より

$$x_{bd,p}^{n+1} = x_p^{n+1}(t_d)\quad (3.127)$$

であるので、微小量 Δ 変動後の位置は、

$$x_{bd,p}^{n+1} + \Delta x_{bd,p}^{n+1} = x_p^{n+1}(t_d + \Delta t_n)\quad (3.128)$$

となる。よって、(式 (3.129) - 式 (3.112)) より、次の位置変分式を得る。

$$\begin{aligned}\Delta x_{bd,p}^{n+1} &= x_p^{n+1}(t_d + \Delta t_n) - x_p^{n+1}(t_d) \\ &= (\dot{x}_p^{n+1}(t_d) + \ddot{x}_p^{n+1}(t_d)t_d)\Delta t_n\end{aligned}\quad (3.129)$$

ここで、定常状態を考慮し、式 (3.121), (3.126) を式 (3.129) に代入すると、

$$\begin{aligned}\Delta x_{bd,p}^{n+1} &= (v_p + a_p t_d)\Delta t_n \\ &= (v_p + a_p t_d)(M \cdot \Delta x_{bd,p}^n + N \cdot \Delta v_{bd,p}^n + \frac{\Delta x_{bd,p}^n}{v_p + a_p t_d}) \\ &= A \cdot \Delta x_{bd,p}^n + B \cdot \Delta v_{bd,p}^n\end{aligned}\quad (3.130)$$

$$A = -\frac{e_w^2(1+e_p)(1-e_w e_p)v_p^2 + e_w(1+e_w)(1-e_w e_p)^2 L a_p}{e_w(1+e_p)(1+e_w)v_p^2 + (1+e_w)(1-e_w e_p)^2 L a_p} + 1\quad (3.131)$$

$$B = \frac{e_p(1-e_w e_p)^2 L}{(1+e_p)v_p} \cdot \frac{e_w(1+e_p)v_p^2 + (1+e_w)(1-e_w e_p)L a_p}{e_w(1+e_p)v_p^2 + (1-e_w e_p)^2 L a_p}\quad (3.132)$$

が得られる。

また、速度に関する定常状態から微小量 Δ だけ変動した状態を考える。式 (3.113) において、ボールの速度変化とパドルの速度変化を考慮すると、

$$v_{bd,p}^{n+1} + \Delta v_{bd,p}^{n+1} = e_w e_p (v_{bd,p}^n + \Delta v_{bd,p}^n) - e_w(1+e_p)(v_p^n + \Delta v_p^n)\quad (3.133)$$

を得る。よって、式 (3.133) – 式 (3.113)) より、以下の速度変分式が得られる。

$$\Delta v_{bd,p}^{n+1} = e_w e_p \Delta v_{bd,p}^n - e_w (1 + e_p) \Delta v_p^n \quad (3.134)$$

ここで、パドル速度変化 Δv_p^n は、

$$\Delta v_p^n = \frac{\ddot{x}_p^n(t_d)}{\dot{x}_p^n(t_d)} \Delta x_p^n = \frac{a_p}{v_p} \Delta x_{bd,p}^n \quad (3.135)$$

と記述できるので、ボール速度変化 $\Delta v_{bd,p}^{n+1}$ は、

$$\Delta v_{bd,p}^{n+1} = C \cdot \Delta x_{bd,p}^n + D \cdot \Delta v_{bd,p}^n \quad (3.136)$$

$$C = -e_w (1 + e_p) \frac{a_p}{v_p} \quad (3.137)$$

$$D = e_w e_p \quad (3.138)$$

と表すことができる。

以上から、式 (3.130), (3.136) より、以下の変分方程式が得られる。

$$\Delta \mathbf{x}_{bd,p}^{n+1} = \mathbf{P} \cdot \Delta \mathbf{x}_{bd,p}^n \quad (3.139)$$

$$\Delta \mathbf{x}_{bd,p}^n = \begin{pmatrix} \Delta x_{bd,p}^n \\ \Delta v_{bd,p}^n \end{pmatrix} \quad (3.140)$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (3.141)$$

このとき、解が安定となる条件を導くため、固有方程式を求めると、

$$\begin{aligned} \det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{P}] &= \begin{vmatrix} \lambda - A & B \\ C & \lambda - D \end{vmatrix} \\ &= (\lambda - A)(\lambda - D) - BC \\ &= \lambda^2 - (A + D)\lambda + (AD - BC) = 0 \end{aligned} \quad (3.142)$$

となる。ここで、この固有方程式に対して、双線形変換 $\omega = \frac{\lambda-1}{\lambda+1}$ を行ない、

$$(1 + A + D + AD - BC)\omega^2 + 2(1 - AD + BC)\omega + (1 - A - D + AD - BC) = 0 \quad (3.143)$$

が得られる。よって、解が安定となるためには、上式の各係数が正となる条件を求めれば良い。すなわち、

$$\begin{cases} 1 + A + D + AD - BC > 0 \\ 1 - AD + BC > 0 \\ 1 - A - D + AD - BC > 0 \end{cases} \quad (3.144)$$

なる不等式を解いて、以下の条件式が得られる。

$$\frac{e_w(1+e_p)}{(1+e_w)(1+e_w e_p^2)L} < \frac{a_p}{v_p^2} < \frac{e_w(1+e_p)\{1+e_w-e_w e_p(1+e_w^2 e_p)\}}{(1+e_w)(1-e_w e_p)^2(e_w^2 e_p^2+e_w e_p-1)L} \quad (3.145)$$

$$\left(e_w e_p > \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

以上より、壁打ちタスクにおける受動的な局所安定性を保証する条件は

$$-\frac{E_1}{L} < \frac{\ddot{x}_p}{(\dot{x}_p)^2} < \frac{E_2}{L} \quad (3.146)$$

$$E_1 = \frac{e_w(1+e_p)}{(1+e_w)(1+e_w e_p^2)} \quad (> 0) \quad (3.147)$$

$$E_2 = \frac{e_w(1+e_p)\{1+e_w-e_w e_p(1+e_w^2 e_p)\}}{(1+e_w)(1-e_w e_p)^2(e_w^2 e_p^2+e_w e_p-1)} \quad (> 0) \quad (3.148)$$

$$\left(e_w e_p > \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right)$$

と表される。

式(3.146)は、受動的に安定な状態で打撃を行なうためには、ロボットの操作可能なパラメータ $\frac{\ddot{x}_p}{(\dot{x}_p)^2}$ が環境によって決定されるある範囲内に存在することの必要性を示している。また逆に、パドルの運動パターンの形状によってはボールの運動が発散し、タイミングの制御だけでは不十分であることを示すものでもある。さらに、環境に関する情報が全く分からない状況においても、 $\ddot{x}_p = 0$ すなわち、パドル速度を等速に保ってボールを打撃すれば、受動的に安定化する点は大変興味深い。

3.3.3 準静的状態における局所安定性を保証する運動パターン

本節では、前節で導いた安定条件に基づき、局所安定性が保証される運動パターンの導出を行なう。受動的な安定条件の式 (3.146) は、環境が大きく変化しない場合、その安定性を保証する範囲の変化も少ないので、安定条件が満たされるある定数 K_p を考えて、

$$\frac{\ddot{x}_p}{(\dot{x}_p)^2} = K_p \quad (= \text{const.}) \quad (3.149)$$

$$\left(-\frac{E_1}{L} < K_p < \frac{E_2}{L}\right)$$

とおくことで、局所安定性を保証する運動パターンを決定できる。すなわち、式 (3.149) を解いて、次の一般解を得る。

$$x(t) = -\frac{1}{K_p} \log(K_p t + C_1) + C_2 \quad (3.150)$$

ここで、初期条件として以下の条件を与え、打撃開始から実際に打撃を行なうまでの時間 t_0 および C_1, C_2 を決定する。

$$x(0) = 0 \quad (3.151)$$

$$x(t_0) = x_0 \quad (3.152)$$

$$\dot{x}(t_0) = v_0 \quad (3.153)$$

ただし、 x_0 は理想打撃位置、 v_0 は理想打撃速度を表し、設計者が与える値とする。

このとき、運動パターンは

$$x(t) = -\frac{1}{K_p} \log\left(\frac{e^{-K_p x_0} - 1}{t_0} t + 1\right) \quad (3.154)$$

で与えられ、打撃時刻 t_0 は

$$t_0 = -\frac{1}{K_p v_0} (1 - e^{K_p x_0}) \quad (3.155)$$

と表される。

Fig.3.33 は、異なる K_p の運動パターンでタスクを実行した場合のボール運動の時間発展を比較したものである。ここではタスク実行に際し、非線形振動子は使わず、一定周期でパドルを駆動しており、本結果の違いは運動パターンの違いのみによるものである。各運動パターンにおいて、位置、速度がわずかに異なる複数の初期状態から運動を開始した場合における各ボール軌道が示されている。なお、本シミュレーションにおける環境条件は、 $e_w = e_p = 0.8$, $L=500$ [mm], $x_0=30$ [mm], $v_0=100$ [mm/sec] としている。このとき、安定性が保証される K_p 範囲は $-0.001 < K_p < 0.207$ となる。(a) は $K_p = 0.002$ とした

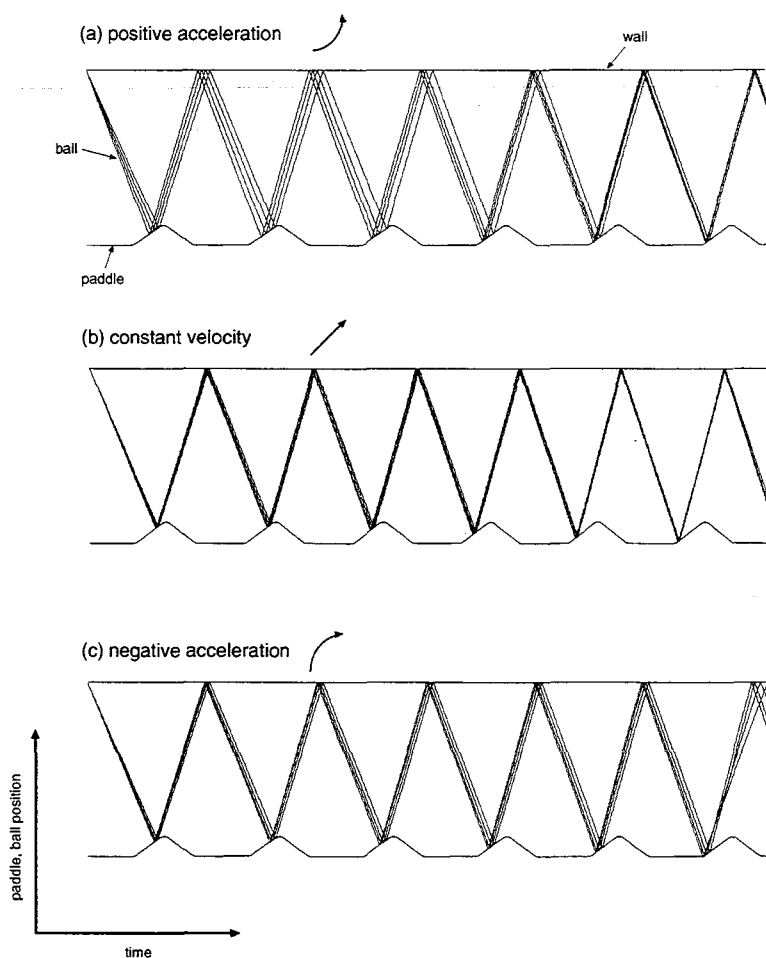


Fig.3.33: Simulation of the influence of shape of paddle trajectory on stability in wall-bouncing task

場合で、数回のボール打撃によって安定状態に収束していることが確認される。また、(b) は $K_p = 0.000$ とした場合で、等速でパドルを駆動した例である。この場合も (a) 同様、安定状態に収束している。一方、(c) は $K_p = -0.002$ の場合であるが、これは安定条件外であるため、ほとんど同じ初期位置から開始しても時間とともにその差は大きくなり、各ボール軌道は発散していき、すぐに打撃を失敗することになる。以上の結果から、打撃時における運動パターンの重要性が確認される。

3.3.4 動的状態におけるボール速度の大局安定性

本節では、傾斜角 α ($0 \leq \alpha \leq 90$ [deg]) を持つ斜面上におけるボール1つの壁打ちタスクを扱い、ボール速度の大局安定性を証明する。ここでは、パドル（ロボット）が理想位置で一定の速度をもって、ボールを打ち返す場合を想定している。また、モデル化に際し、ボールの回転や床面との摩擦、滑りを考慮している。

このとき、第3.3.1節の結果より、第 $n+1$ 回目の打撃直前のボール速度 $v_{bd,p}^{n+1}$ は、第 n 回目の打撃直前ボール速度 $v_{bd,p}^n$ を用いて以下のように表される。

$$v_{bd,p}^{n+1} = -\sqrt{(av_{bd,p}^n + b)^2 + c} \quad (3.156)$$

ここで、漸化式の係数 a, b, c は傾斜角 α と摩擦係数（動摩擦係数 μ' 、静止摩擦係数 μ ）の関係に応じて、以下のように決定される。

$0 \leq \tan \alpha < \frac{7}{2}\mu'$ の場合:

$$a = -\sqrt{k_1 k_2 e_w e_p} \quad (3.157)$$

$$b = \sqrt{k_1 k_2 e_w (1 + e_p)} \bar{v}_p \quad (3.158)$$

$$c = \frac{10}{7} gh \{1 - (\sqrt{k_1 k_2 e_w})^2\} \quad (3.159)$$

$$k_1 = \frac{5}{7} - \frac{10}{7} \frac{2g \sin \alpha + 12\mu'g \cos \alpha}{(2g \sin \alpha + 7\mu'g \cos \alpha)^2} \mu'g \cos \alpha \quad (0 < k_1 < 1) \quad (3.160)$$

$$k_2 = \frac{5}{7} - \frac{10}{7} \frac{-2g \sin \alpha + 12\mu'g \cos \alpha}{(2g \sin \alpha - 7\mu'g \cos \alpha)^2} \mu'g \cos \alpha \quad (0 < k_2 < 1) \quad (3.161)$$

$\frac{7}{2}\mu' \leq \tan \alpha < \frac{7}{2}\mu$ の場合:

$$a = -\sqrt{k_1 k_2 e_w e_p} \quad (3.162)$$

$$b = \sqrt{k_1 k_2 e_w (1 + e_p)} \bar{v}_p \quad (3.163)$$

$$c = \frac{10}{7} gh \{1 - (\sqrt{k_1 k_2 e_w})^2\} \quad (3.164)$$

$$k_1 = \frac{5}{7} - \frac{10}{7} \frac{2g \sin \alpha + 12\mu'g \cos \alpha}{(2g \sin \alpha + 7\mu'g \cos \alpha)^2} \mu'g \cos \alpha \quad (0 < k_1 < 1) \quad (3.165)$$

$$k_2 = \frac{5}{7} \quad (0 < k_2 < 1) \quad (3.166)$$

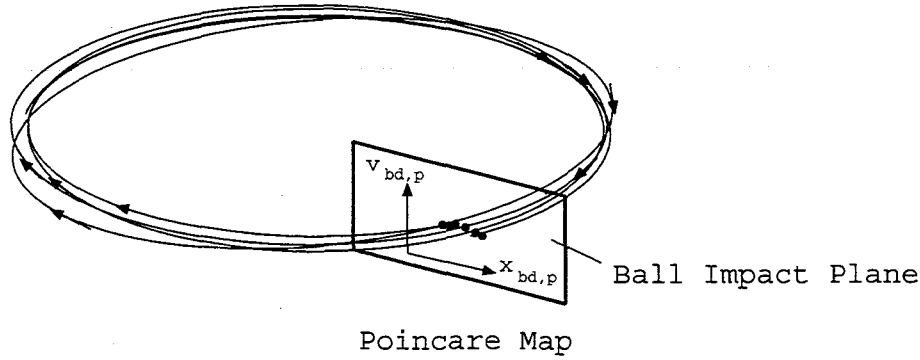


Fig.3.34: Poincare map on ball impact plane

$\frac{7}{2}\mu \leq \tan \alpha \leq 1$ の場合:

$$a = -e_w e_p \quad (3.167)$$

$$b = e_w(1 + e_p)\bar{v}_p \quad (3.168)$$

$$c = 2gh\left\{(1 - e_w^2) - \frac{\mu'}{\tan \alpha}(1 + e_w^2)\right\} \quad (3.169)$$

ここで、数列 $\{v_{bd,p}^n\}_{n \in \mathbf{N}}$ は、パドルによるボールインパクトの状態をボール全軌道に対するポアンカレ断面と考えた場合の点列を意味しており、

$$\Sigma = \{\{v_{bd,p}^n\}_{n \in \mathbf{N}} \in \mathbf{R}^1 \mid x_{bd,p}^n = x_p^n\} \quad (3.170)$$

と表現することができる。また式 (3.156) は、このポアンカレ写像（再帰写像）そのものである。このとき、連続時間に関するボール全軌道の問題をポアンカレ断面上における離散時間の写像問題に関連づけることで、その収束性を示すことができる。

すなわち、 $x_n = v_{bd,p}^n$ とおくと、全ての傾斜角であらゆるボール初期値に対して、そのボール軌道の安定性を示すには、係数 a, b, c の範囲を $-1 < a < 0, b > 0, c > 0$ として、次の命題を証明すればよい。

命題:

$$x_1 \leq 0 \quad (3.171)$$

$$x_{n+1} = -\sqrt{(ax_n + b)^2 + c} \quad (3.172)$$

$$(-1 < a < 0, b > 0, c > 0)$$

で表される実数列 $\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ は収束する。

Pr.)

題意より、 $x_n = \{x_n | \forall n \in \mathbf{N}, x_n \in \mathbf{R}\}$ であるので、式 (3.172) より、

$$(\forall n \in \mathbf{N}) x_n < 0 \quad (3.173)$$

また、

$$\begin{aligned} x_{n+1}^2 - x_n^2 &= \{(ax_n + b)^2 + c\} - x_n^2 \\ &= -(1 - a^2)(x_n)^2 + 2abx_n + (b^2 + c) \\ &= -(1 - a^2)\left(x_n - \frac{ab}{1 - a^2}\right)^2 + \frac{b^2 + c - a^2c}{1 - a^2} \end{aligned} \quad (3.174)$$

より、 $M = \frac{ab - \sqrt{b^2 + c - a^2c}}{1 - a^2}$ とし、実数列 $\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}} < 0$ であることを考慮すると、

$$(I_1 = (-\infty, M])(\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}} \subset I_1 \Rightarrow x_n \leq x_{n+1}) \quad (3.175)$$

$$(I_2 = [M, 0])(\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}} \subset I_2 \Rightarrow x_n \geq x_{n+1}) \quad (3.176)$$

このとき、 $x_n = \{x_n | \forall x_n \in I_1\}$ に対して、 $x_n \leq M (< 0)$ であるので、

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= -\sqrt{(ax_n + b)^2 + c} \\ &\leq -\sqrt{(aM + b)^2 + c} = M \quad (\in I_1) \end{aligned} \quad (3.177)$$

が成り立つ。同様にして、 $x_n = \{x_n | \forall x_n \in I_2\}$ に対して、 $M \leq x_n (< 0)$ より、

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= -\sqrt{(ax_n + b)^2 + c} \\ &\geq -\sqrt{(aM + b)^2 + c} = M \quad (\in I_2) \end{aligned} \quad (3.178)$$

である。ここで、以下の定理を導入する (定理の証明は付録 G を参照)。

定理:

1. 上に有界な (上界の1つを U とする) 単調増加実数列 $\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ は収束し、極限は上限 $\sup\{x_n | n \in \mathbf{N}\}$ に等しい:

$$(\forall k \in \mathbf{N})(\exists U \in \mathbf{R})(x_k \leq x_{k+1} \leq U \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sup\{x_n | n \in \mathbf{N}\}) \quad (3.179)$$

2. 下に有界な (下界の1つを L とする) 単調減少実数列 $\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ は収束し、極限は下限 $\inf\{x_n | n \in \mathbf{N}\}$ に等しい:

$$(\forall k \in \mathbf{N})(\exists L \in \mathbf{R})(x_k \geq x_{k+1} \geq L \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \inf\{x_n | n \in \mathbf{N}\}) \quad (3.180)$$

式 (3.175) は実数列 $x_n = \{x_n | n \in \mathbf{N}, x_n \in I_1\}$ が単調増加列で、式 (3.177) はこれが上に有界であることを示してしているので、上述の定理より $\lim_{n \rightarrow \infty} \{x_n | n \in \mathbf{N}, x_n \in I_1\} \in \mathbf{R}$ が存在し、それは $M = \sup\{x_n | n \in \mathbf{N}, x_n \in I_1\}$ となる。すなわち、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{x_n | n \in \mathbf{N}, x_n \in I_1\} = M \quad (3.181)$$

同様に、式 (3.176) は実数列 $\{x_n | n \in \mathbf{N}, x_n \in I_2\}$ が単調減少列で、式 (3.178) はこれが下に有界であることを示してしているので、上述の定理より $\lim_{n \rightarrow \infty} \{x_n | n \in \mathbf{N}, x_n \in I_2\} \in \mathbf{R}$ が存在し、それは $M = \inf\{x_n | n \in \mathbf{N}, x_n \in I_2\}$ となる。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{x_n | n \in \mathbf{N}, x_n \in I_2\} = M \quad (3.182)$$

ここで、

$$I = \bigcup_{n=1,2} I_n = (-\infty, 0) \quad (3.183)$$

とすると、式 (3.181)、(3.182) より、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{x_n | n \in \mathbf{N}, x_n \in I\} = M \quad (3.184)$$

が成り立つ。

以上より、実数列 $\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ は $M = \frac{ab - \sqrt{b^2 + c - a^2c}}{1 - a^2}$ に収束する。

(Q.E.D.)

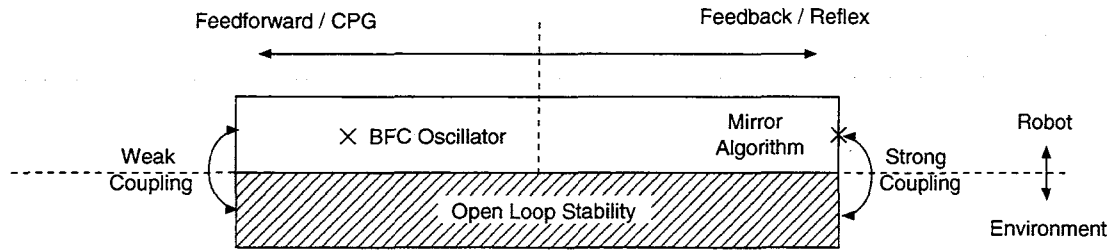


Fig.3.35: Class of BFC oscillator algorithm

これより、全ての傾斜角のあらゆるボール初期値に対して、離散時間におけるポアンカレ断面上の点列の収束性、すなわちボールインパクトの大局的な安定性が示された。よって、連続時間におけるボール全軌道の収束性も保証される。

これらの結果は、一定の位置、速度をもってボールを打撃することが可能ならば、ボールの全軌道は初期条件に関係なく全ての傾斜角において安定化することを意味している。そして、一度安定化すれば局所安定性により、位置、速度共に安定化が保たれることになる。よって、開ループ安定が保証されるためにロボットが行なわなければならないことは、「一定の位置、速度をもってボールを打撃すること」である。これを実現するための方法として、本論文ではBFCロボットリズム振動子を用いた方法を提案している。本手法は、フィードフォワードベース（+補助的フィードバック）のアプローチと考えられ、ボールのインパクト時における離散的なタイミング情報のみからロボットの制御を行なう点から「環境と弱結合」な手法と解釈できる。また、Koditschekらによるミラーアルゴリズム [55],[56] に代表される時々刻々の環境情報を必要とする従来型の連続的なフィードバックベースのアプローチ（「環境と強結合」な手法）と比べ、シンプルなデザインでタスクを実現可能である。さらに、本手法はある程度の環境適応能力も有している。Koditschekは、彼自身の手法をCPGベースの手法と対比して、“class of purely reflex-controlled robots”と表現している [74]。以上から、BFCロボットリズム振動子を用いた本手法の位置付けを Fig.3.35 にまとめる。

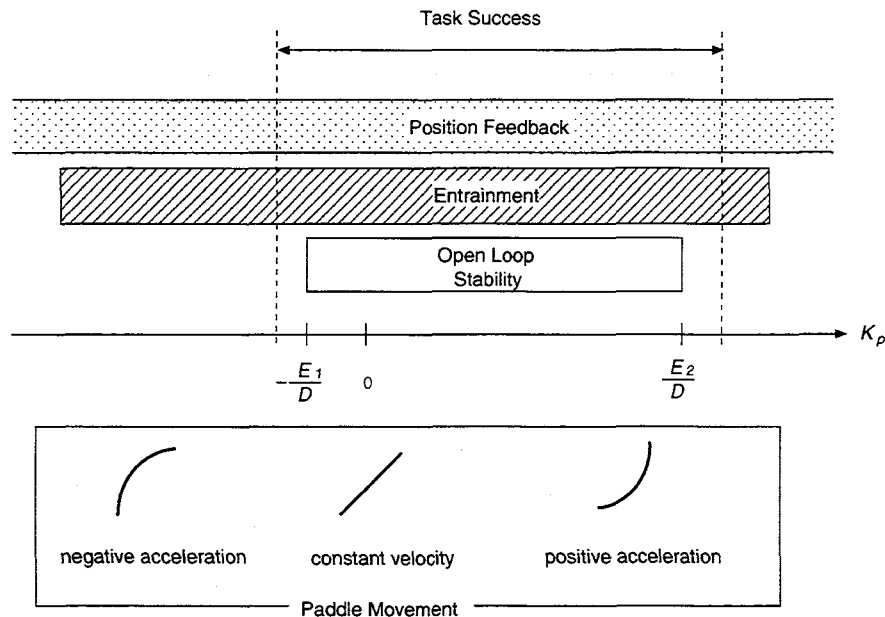


Fig.3.36: Three different architectures in timing control

3.3.5 制御機構の冗長性とその効果

本節ではタスク制御の安定性を保証する複数の機構について触れ、その役割について述べる。本論文で提案するタイミング制御は、以下の3つの機構の相乗効果によって実現されている (Fig.3.36)。

- 能動的制御

離散フィードバック機構:

特定位置でボールを打撃できるように内部の動作タイミングを調節する (生成はしない)。絶対情報に基づく機構で、環境に合わせてロボット (パドル) 自身を調節する。

- 受動的制御

引き込み機構:

前回と同じ位置 (タイミング) でボールを打撃するように内部の動作タイミングを生成し、その調節を行なう。相対情報に基づく機構で、環境に合わせてロボット (パドル) 自身を調節する。

開ループ安定機構:

安定した状態 (位置、速度) でボールを打撃できるようにボールの運動を調節する。環境に働きかけ、環境 (ボール) 側を調節する。

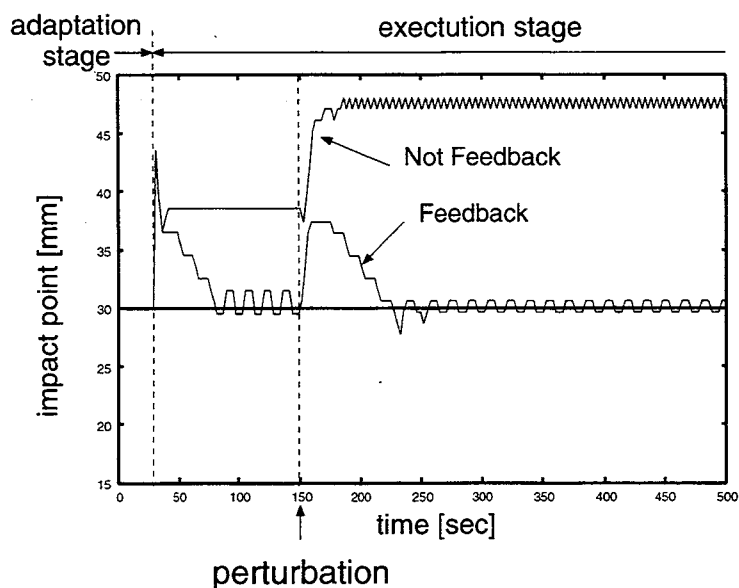


Fig.3.37: Effect of discrete feedback control

以下、各機構の機能について具体的に説明する。

離散フィードバック機構の効果

Fig.3.37 は、ボール打撃のタイミング調節における離散フィードバック機構の有無とボール打撃位置の違いを比較したものである。ただし、引き込み機構はタイミング生成のため、両者共に使用されている。引き込み機構だけでは相対位置に安定化するため、別の新たな外乱によってタスクを失敗する危険性があるのに対し、離散フィードバック機構を追加した場合は、理想打撃位置でボールを打ち続けることができ、より安定な打撃が実現可能である。なお、ここでの微小振動は安定リズム周りの微調整を表している。

引き込み機構の効果

第 3.2 節のシミュレーションにおいて、多くの引き込み機構の効果を示してきた。ここでは、外部環境の変化に対する適応性だけでなく、内部環境の変化へも適応可能であることを示す。Fig.3.38 は傾斜のある場合における 2 個のボール壁打ちタスクの例であり、内部環境変化としてタスク実行中に打撃運動パターンを変化させた。ここでは、パドルの動作タイミングは BFC ロボット振動子を用いて計算し、モーター振動子のピークタイミングがモーターコマンドとしてモーターへ送られ、等速打撃パターンが実行されるとする。本シミュレーションでは、タスク実行中に打撃運動パターンの速度を操作し、100 ~ 200

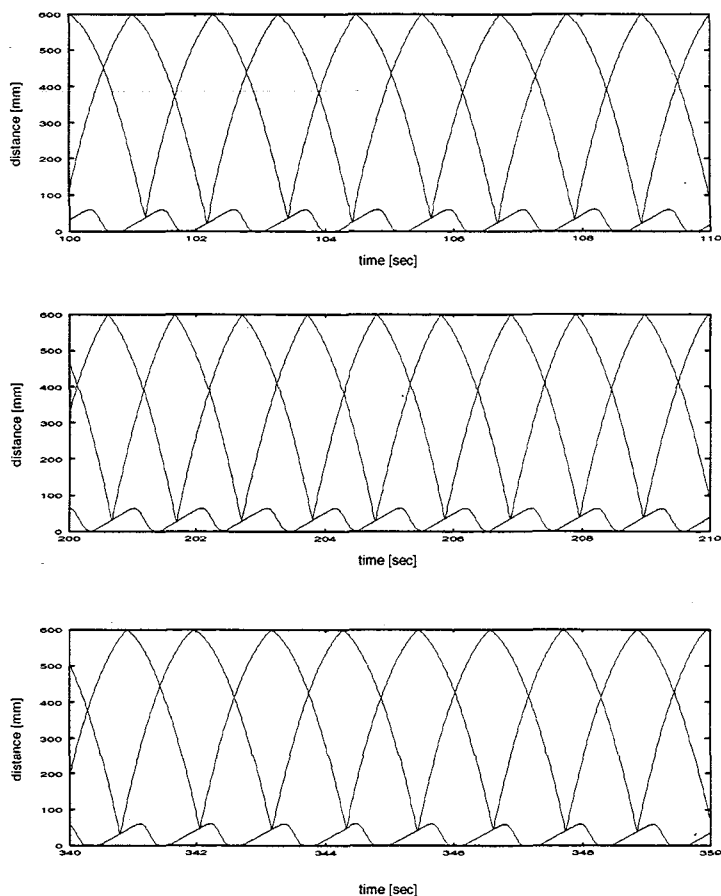


Fig.3.38: Effect of entrainment control

[sec] では速度の等速値を増加させ、200[sec] 以降では等速値を減少させた。これによりボール速度も変化している。このとき、ロボットは2個のボール間の位相を一定に保ちつつ、ボール速度の変化に応じて打撃間隔を巧みに調節している。こうした機能を単純な離散フィードバックだけで実現することは大変困難である。本結果は引き込み機構が効果的に働くことで、ロボットが内部環境変化によって生じた外部環境の変化にも適応し、安定したタスクの継続が可能になることを示している。

開ループ安定機構の効果

第3.3.2節、第3.3.3節、第3.3.4節で示したように一定の位置、速度をもってボールを打撃することが可能ならば、ボールの全軌道は初期条件に関係なく全ての傾斜角において安定化し、一度安定化すれば局所安定性により、位置、速度共に安定化が保たれる。Fig.3.33のパドルを等速で打撃した場合のシミュレーション結果がこの効果を顕著に示

している。なお、パドル速度を等速に保つ場合、ロボットは環境に対する情報を必要としない点は注目に値する。

これらの3つの機構は、基本的に同等な効果をもたらすが、それぞれ性質の異なる機構であり、これらの共存およびその冗長性により、外乱からのより早い回復やシステム全体の強い安定性が保たれている。また、こうした運動制御における異種機構の冗長性は、生物の歩行においても実験的に確かめられている [75]。

3.4 疑似ジャグリングロボットによる検証実験

本章では、前章までに提案を行なったリズム運動生成機構が様々なリズムミク運動に対し有用であることを実機ロボットにより検証する。ここでは、典型的な3つのジャグリング様ナリズムミク運動の検証実験を行なった。まず最初のタスクは、2つのボールを用いたボール壁打ちタスクであり、疑似的なボールジャグリングタスクである。本タスクは第3.2.2節のシミュレーションと対応したものである。2番目のタスクは、2つのボールを用いたボールバスタスクである。このタスクは、第3.2.3節のシミュレーションと対応する。最後のタスクは、ボールの壁打ちタスクにおける運動タイミングの自律獲得である。ロボットは環境との相互作用を通して、試行錯誤を繰り返した後、自律的に安定な運動タイミングを獲得し、タスクを継続して行なうようになる。

ここでは、まずはじめに、これらの全タスクに共通となる疑似ジャグリングロボットのシステム構成について述べる。

3.4.1 ロボットシステムの構成

本節では、これらのリズムミク運動を行なうために構築したロボットシステムの構成を述べる。

ハードウェア構成

Fig.3.39 に本ロボットシステムの概略図を示す。また、Fig.3.40 は実際に製作したロボットの写真である。本システムは、完全に独立した2台のロボットから構成され、各ロボットはそれぞれ、パドル駆動を行なうモーター部、外界の情報を知覚するセンサー部、知覚情報に基づき運動生成を行なう制御部の3つのユニットから構成されている。各ロボットの間には、ボールが直線運動できるように2本の平行なガイドレールが引かれている。また、制御装置、および電源を除くシステム全体が一台の台座の上に固定されており、この台座を傾けることで重力等の力学的効果を変化させることができる。

Table3.1 に本システム内の各ロボットのハードウェア構成を示す。ロボット1, 2は、共に同等のハードウェアから構成されており、それぞれ独立したPCによって制御されている。

モーター部

本システムでは、THK(株)製のLMガイドアクチュエーター(KR3310C+200L2-165X)を用いて、パドルの往復運動を行なっている。このアクチュエーターには三菱電機(株)製のACサーボモーターHC-AQ0335Dが取り付けられており、モーターの回転によって、アクチュエーター内のボールねじが回転し、前後方向の運動が実現されている。また、ACサーボモーターへの命令はPCからシリアルケーブルを介し、三菱電機(株)製サーボア

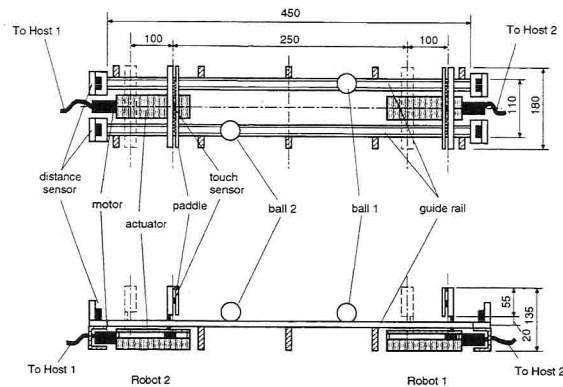


Fig.3.39: Sketch of quasi-juggling robot

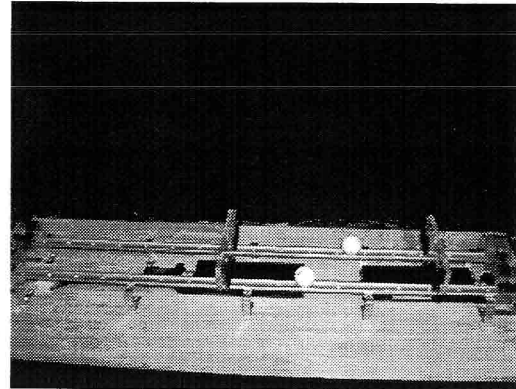


Fig.3.40: Quasi-juggling robot

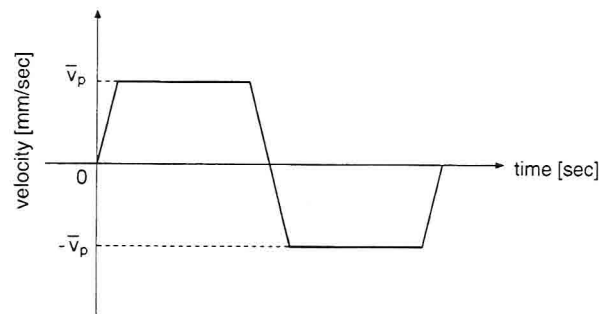


Fig.3.41: Trapezoid pattern of paddle motion on time vs. velocity map

ンプ MR-J2-03A5 に送られ実行される。

ボール打撃を行なうパドルはアクリルで加工し、ボール打撃箇所にはラバークッションが張られ、衝撃が抑えられている。本パドルをアクチュエータ稼働部にねじ留めすることで、PCの制御によって、パドルの駆動を実現している。なお本実験では、パドルは 100 ~ 600 [mm/sec] の範囲内で等速を保って駆動され、パドル駆動パターンは速度線図上で Fig.3.41 のような台形パターンとなっている。

センサー部

[測距センサー]

適応期間におけるロボットの制御、およびボール位置の測定用に各ガイドレール端に SHARP(株) 製 PSD 距離センサー GP2D12 / GP2Y0A02YK が取り付けられている (Fig.3.42)。この PSD 距離センサーは赤外線により対象物体までの距離を三角測量の原理で検出し、その距離をアナログ電圧値として出力する。本センサーを用いた距離測定の詳細は、付録 H で述べる。

Table 3.1: Hardware configuration

ロボット 1		
構成要素	メーカー / 型番	仕様 および 備考
デスクトップ PC	DELL / Dimension 4400	CPU : Pentium4 1.6 [GHz] チップセット: 845 メモリ : 256 [MB]
ソフトウェア	Linux RTLinux	kernel 2.4.19 version 3.2
A/D カード	岡崎産業 / IF-0145-1	
サーボアンプ	三菱電機 / MR-J2-03A5	
AC サーボモーター	三菱電機 / HC-AQ0335D	定格出力 30 [W] 定格電圧 24 [V]
LM ガイドアクチュエーター	THK / KR3310C+200L2-165X	ストローク範囲 137 [mm]
PSD 距離センサー × 2	シャープ / GP2D12	測距範囲 : 100 ~ 800 [mm]
感圧センサー	イナバゴム / SR-D-18-LT	
タッチセンサー	—	(タイミング教示用)
直流電源	高砂製作所 / KX-100L	出力電圧を 24[V] に設定

ロボット 2		
構成要素	メーカー / 型番	仕様 および 備考
デスクトップ PC	DELL / Dimension 8300	CPU : Pentium4 2.6 [GHz] チップセット: 875P メモリ : 512 [MB]
ソフトウェア	Linux RTLinux	kernel 2.4.19 version 3.2
A/D カード	インターフェース / PCI-3521	
サーボアンプ	三菱電機 / MR-J2-03A5	
AC サーボモーター	三菱電機 / HC-AQ0335D	定格出力 30 [W] 定格電圧 24 [V]
LM ガイドアクチュエーター	THK / KR3310C+200L2-165X	ストローク範囲 137 [mm]
PSD 距離センサー × 2	シャープ / GP2Y0A02YK	測距範囲 : 200 ~ 1500 [mm]
感圧センサー	イナバゴム / SR-D-18-LT	
直流電源	高砂製作所 / KX-100L	出力電圧を 24[V] に設定

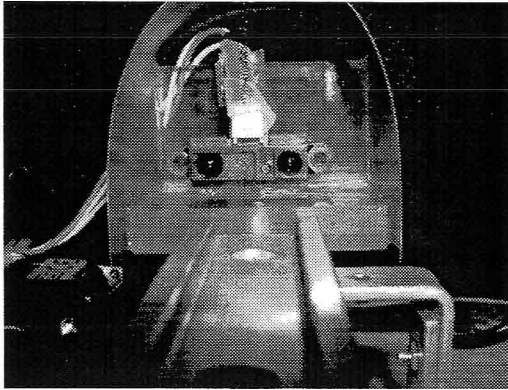


Fig.3.42: PSD distance sensor

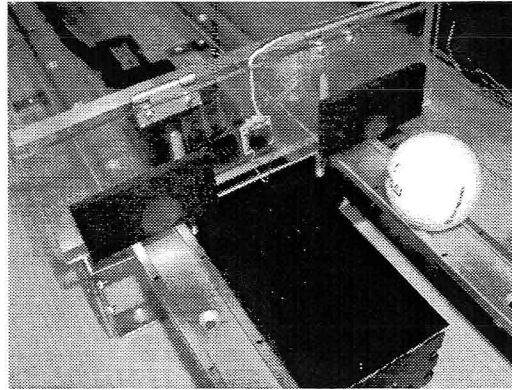


Fig.3.43: Touch sensor on robot paddle

[感圧センサー]

ロボットのパドルおよび壁には感覚器として、イナバゴム (株) 製 感圧センサーイナストマー SR-D-18-LT が取り付けられている (Fig.3.43)。これにより、ロボットはボールがパドルおよび壁に接触したタイミングを知ることができる。ただし、これらのセンサーは各ガイドレール上のボールに共通のもので、ロボットはガイドレール上のボールを区別することはできない。

なお、パドルおよび壁はそれぞれ2重の亚克力板で構成されている。これらの板を蝶板で留め、その間に感圧センサーを入れることでセンサーのボールとの接触が点接触から面接触となり、確実な接触タイミングを得ることが可能である。

ここで、パドルに取り付けられた感圧センサーの値は触覚によるボール接触タイミング情報に、壁上の感圧センサーの値は視覚もしくは聴覚によって得られるであろうボールタイミング情報に相当している。この感圧センサーによるタイミング信号は、リズム振動子への入力となる。

制御部

本システムの各ロボットはそれぞれ独立したPC (DELL 製 Dimension 4400, DELL 製 Dimension 8300) によって制御されている。これらのPCには、ADボードが搭載されセンサー信号を入力として得ることができる。また、シリアルケーブルを介し、サーボアンブにモーターコマンドを送ることでACサーボモーターを駆動することが可能である。

さらに、ロボット1には人間によるタイミング教示用にタッチセンサーボタンが取り付けられている。このボタンを人間が押すことで、PCから強制的に一定のモーターコマンドを送信させることが可能である。これにより、人間はロボットをラジコン感覚で操作することが可能である (Fig.3.44)。

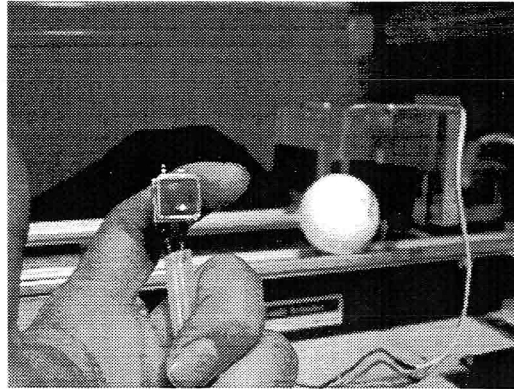


Fig.3.44: Timing command switch for robot 1

ソフトウェア構成

本実験では、OSとしてRTLinux v3.2を用いたロボットのリアルタイム制御を行なっている。ボールとパドルの接触等によりロボットへ入力されたセンサー信号は、RT-ADドライバーを通してセンサーレッドへ入力される。続いてこの信号は、RT-FIFOを通して振動子スレッドへ渡され、神経振動子の計算が行なわれる。ここで得られた神経振動子波形のピークタイミングは位相補正が行なわれた後、RT-FIFOを介して、モーターキューとしてモータースレッドへ渡される。モータースレッドは、このキュータイミングに応じてあらかじめ決められたパドルの駆動パターンをRT-Serialへ送る。なお、各スレッドはタイマーにより周期実行され、スレッド内の具体的なデータはLinuxプロセスへ逐次、渡されている。したがって、ユーザーは各スレッド内の動作をこれらのデータから詳細にモニターすることができる。以上の具体的な信号の流れをFig.3.45に示す。

また、ソフトウェアの流れとしては、まず、プログラム開始から最初の15.0 [sec]を適応期間とし、この間、一定の位置、速度でボールを打撃できるような理想運動が行なわれる。ここでの理想運動は、人間によるタイミング教示の方法と距離センサーを用いる方法の2種類がある。これらは、行なう実験によって制御方法が切替えられる。詳細は、後の実験条件の節で触れる。適応期間の後、実行期間へと移り、感圧センサー信号に基づき内部に生成されたリズム振動子を用いてパドルの駆動が行なわれる。この期間では、モーター振動子のピークタイミングがパドルモーターへのコマンドキューとして送られ、あらかじめ組み込まれた運動パターンが再生される。なお、これらの運動タイミングを生成するBFCロボット振動子は、0.01 [sec]毎のタイマー割り込みで、ルンゲ・クッタ法により計算されている。

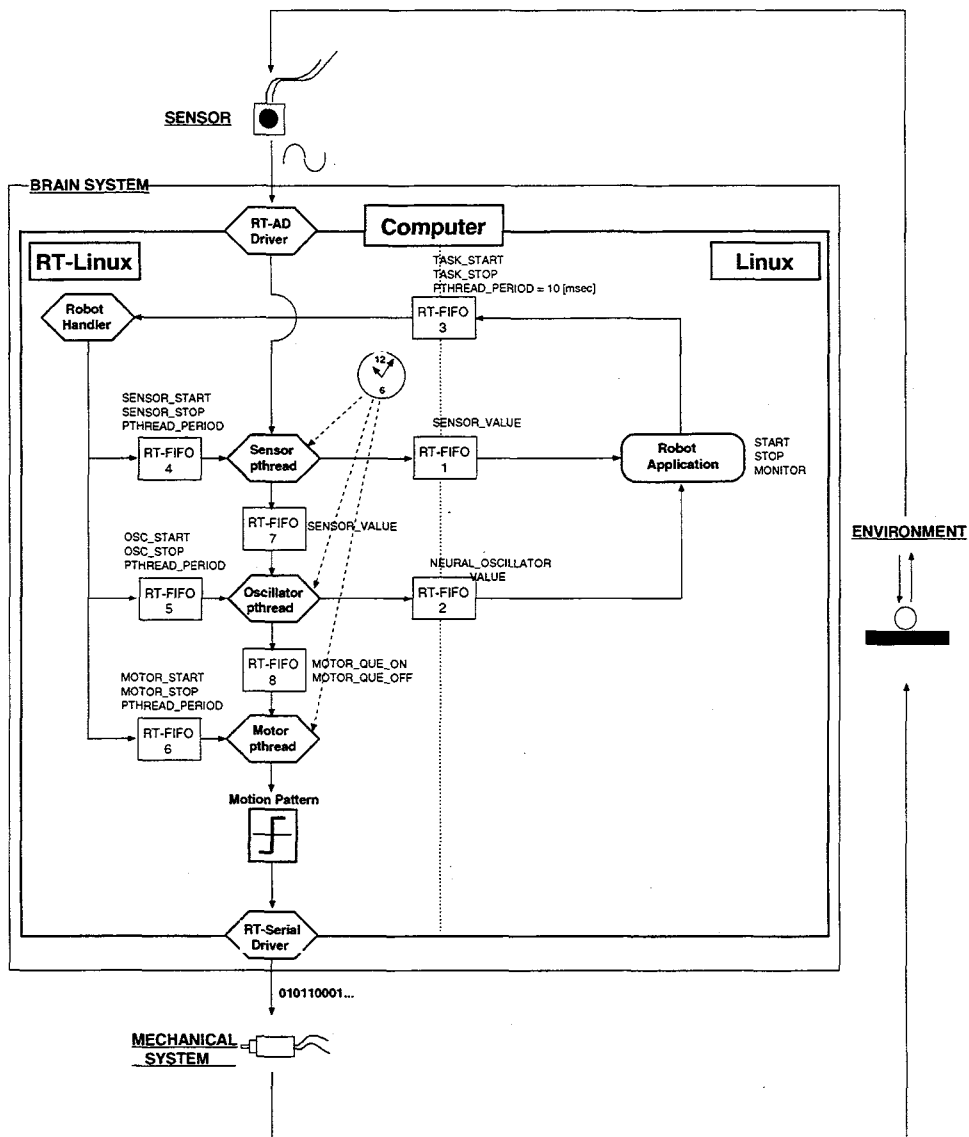


Fig.3.45: Data flow of quasi-juggling robot system

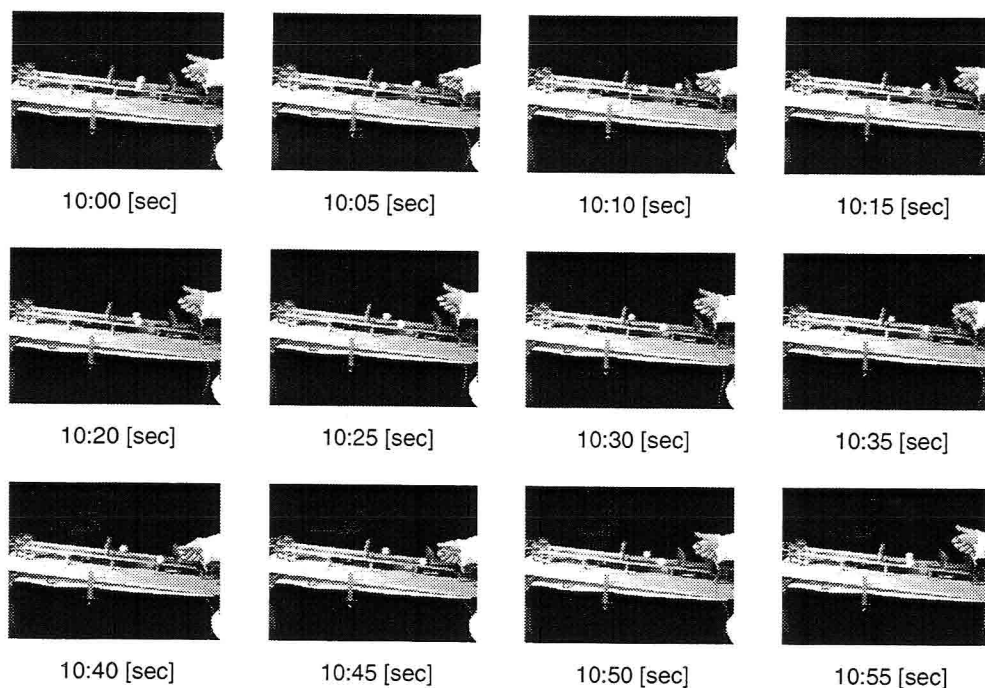


Fig.3.46: Two-ball wall-bouncing in adaptation stage

3.4.2 2つのボールを用いた疑似ジャグリングタスク

本節では、2つのボールを用いたボールの壁打ちタスクを行なう。これは、重力等の力学的効果を除けば、ボールジャグリングの「ワンハンド ツーボール ファウンテン」と同等と考えることができる。ここでは、実際のジャグリングにより近い効果を持つように、ロボットシステムを備え付けている台座を傾け、重力の影響を加えている。以下に実験条件および実験結果を示す。

実験条件

本実験では、まず適応期間として15.0 [sec]、一定の位置、速度でボールを打撃できるような理想運動を行なう。ここでは、ロボット1に取り付けられた教示用タッチセンサーを用いて、人間が打撃タイミングを教示し、パドルを駆動している (Fig.3.46)。

この適応期間の後、ロボットはBFCロボットリズム振動子により内部に生成された運動リズムを元にして、実際の打撃を行なう。この実行期間では、モーター振動子のピークタイミングがパドルモーターへのコマンドキューとして送られ、あらかじめ組み込まれた運動パターンが再生される。なお、本実験では、BFCロボットリズム振動子の結合係数を $d_1 = d_2 = 0.1$, $d_3 = -0.1$ としている。

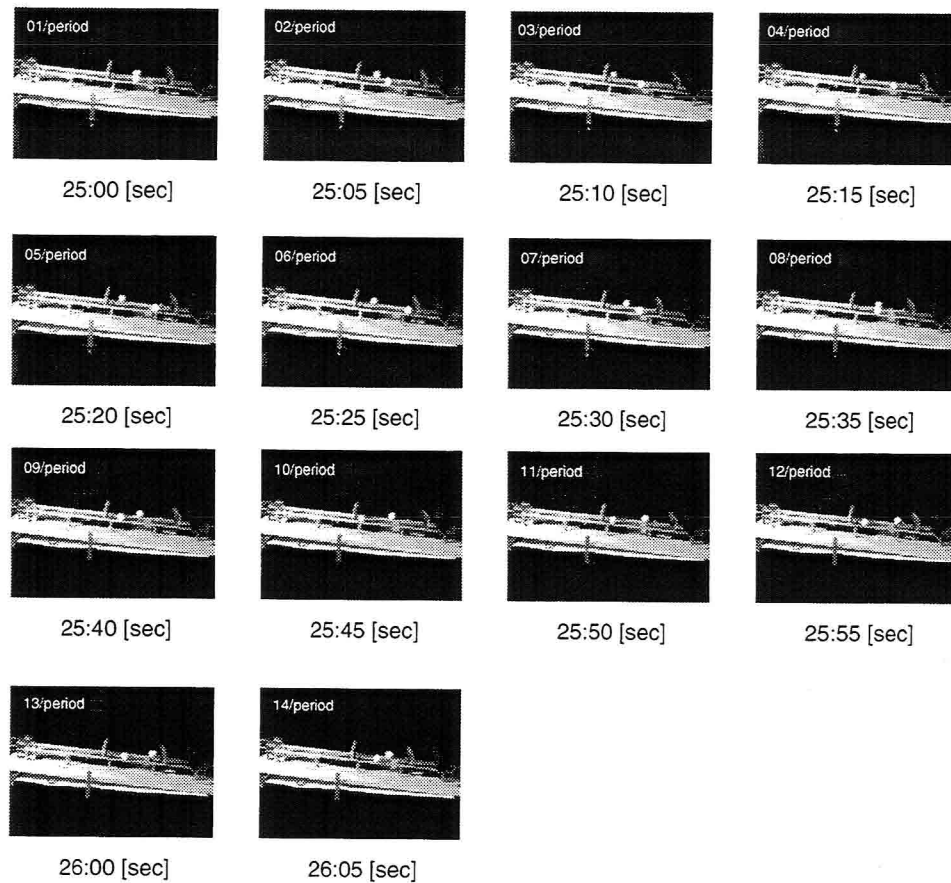


Fig.3.47: Two-ball wall-bouncing in execution stage (1)

実験結果と考察

Fig.3.47, 3.48 は、実行期間における疑似ジャグリングの様子を示したものである。ロボットはボール間の位相をほぼ逆位相に保ちながら、継続して2つのボールを打ち続けている。実際のタスクでは、様々な外乱によりボール速度が変化する。Fig.3.47, 3.48 において 04/period ~ 06/period 付近を見比べると、ボール間の位相にばらつきを生じていることが確認される。しかし、10/period 以降ではその位相が安定した間隔に修復されている。このように、ロボットがボール間の位相を保つように打撃タイミングを巧みに調節し安定した打撃を実現していることは、提案するリズム運動生成機構に働く3つの機構が効果的に働いている証拠と言える。

また、本リズム運動生成機構の環境適応性を示すために、途中で人為的に台座の傾斜を変え、ボールにかかる力学的影響を変化させてみた (Fig.3.49)。傾斜が大きくなるとボール速度は増すことになるが、ロボットはその環境変化にも適応し、自律的に内部の運動生成タイミングを調節することで継続したボール打撃を実現している。ここで重要な点は、

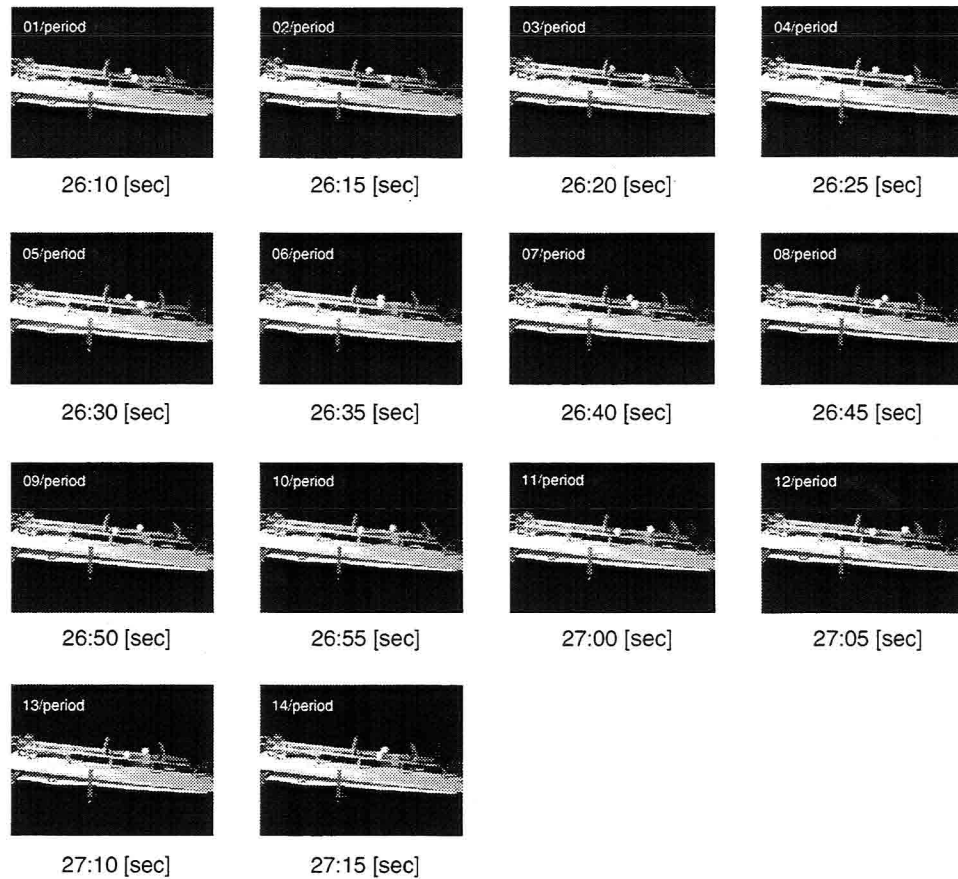


Fig.3.48: Two-ball wall-bouncing in execution stage (2)

ロボットが環境に対する情報を全く持っていないとしても、環境との局所的な相互作用によりこのような適応的行動を示すことが可能であるという点である。Fig.3.50, 3.51 は、台座の傾斜を変化させた場合における BFC ロボットリズム振動子の振舞いを示したものである。ただし、Fig.3.49 とは別の実験である。このグラフには、センサー信号およびボールの運動も同時に表示されている。BFC ロボットリズム振動子を構成する各振動子ユニットおよびボール運動、センサー信号は互いに同期し、継続したタスクの実現が行なわれている。このとき、各振動子ユニットは osc0, osc1, osc3 が同位相で、osc2 はこれらと逆位相で同期している。Fig.3.50, 3.51 を見比べると、同じ 5.0[sec] 間において、Fig.3.50 がボール運動で約 4 サイクルなのに対し、Fig.3.50 では約 4.5 サイクルになっている。つまり、傾斜の変化に伴い、ボールの打撃周期が速くなっていることが確認される。BFC ロボットリズム振動子はボール間の位相を保ちつつ、この環境変化にも適応するように巧みにタイミング調節を行なっている。

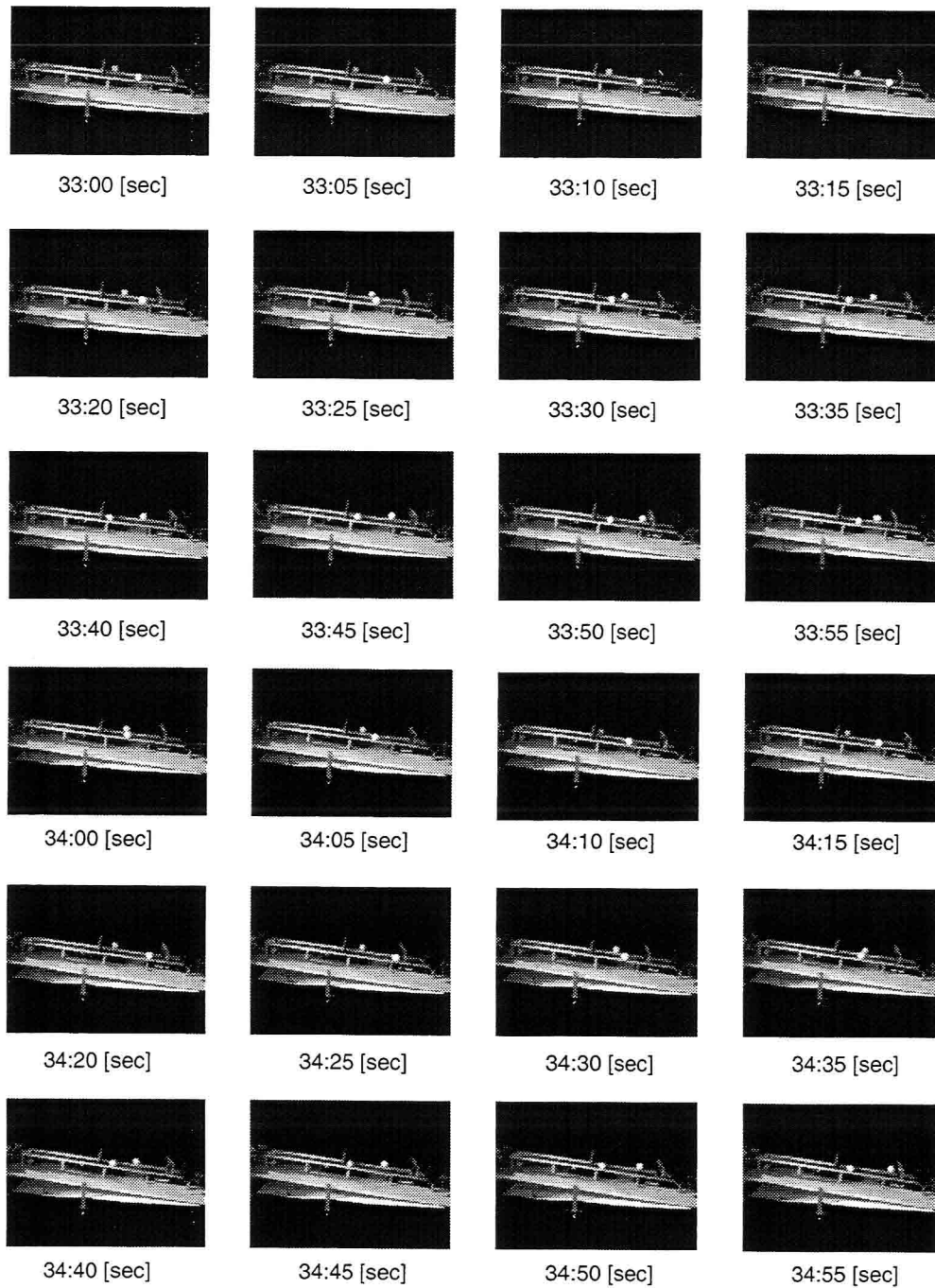


Fig.3.49: Two-ball wall-bouncing with moving slope

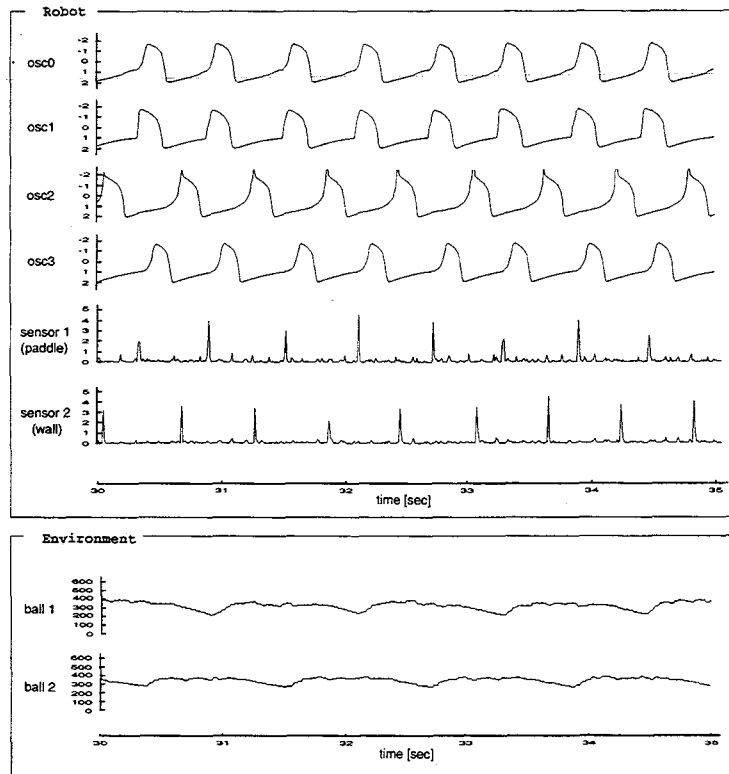


Fig.3.50: BFC robotic oscillator in two-ball wall-bouncing task with moving slope (1)

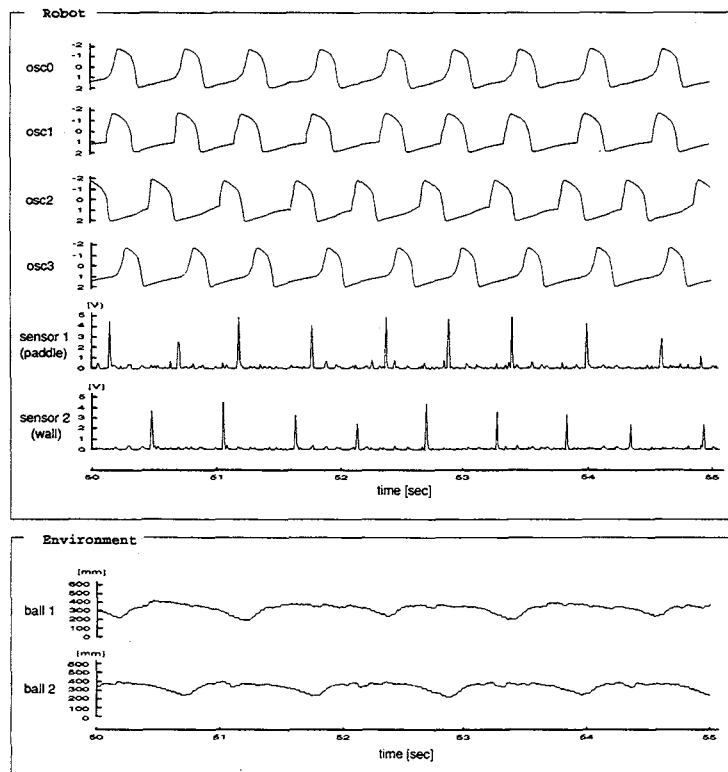


Fig.3.51: BFC robotic oscillator in two-ball wall-bouncing task with moving slope (2)

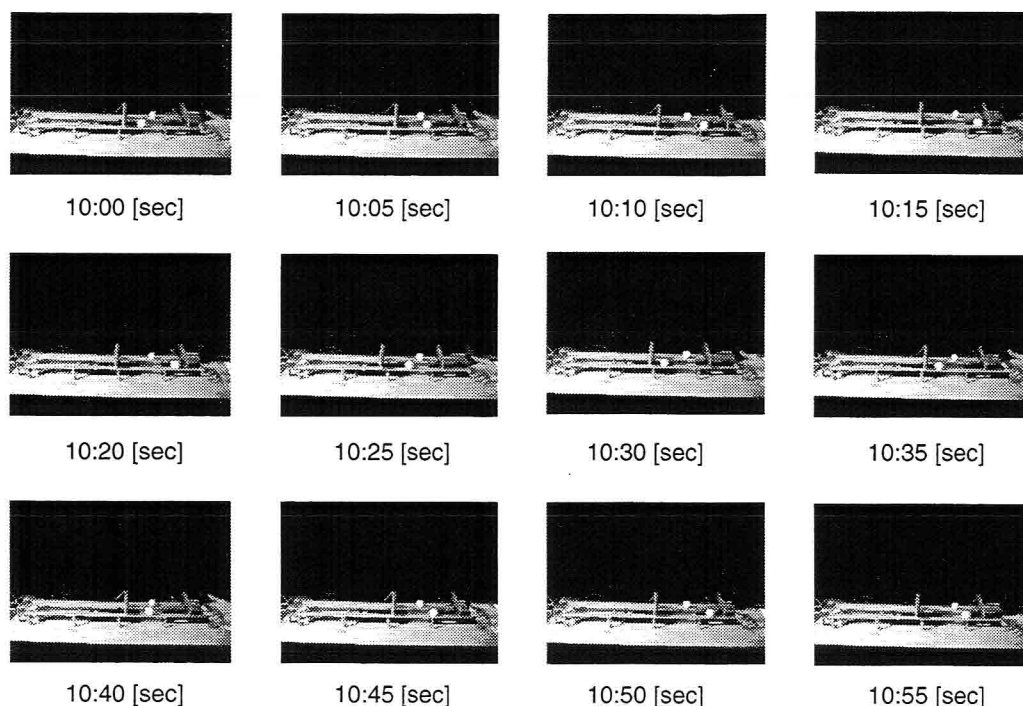


Fig.3.52: Ball passing in adaptation stage

3.4.3 2つのボールを用いたボールパスタスク

本節では、2つのボールを用いた2台のロボットによるボールパスタスクを行なう。本タスクは、目隠しした2人が声をかけ合いながら2つのボールを投げ合う「ツーボールブラインドパッシング」と同等と考えることができる。ここでは、かなり速い速度でボールパスが行なわれるため、ロボットシステムの台座は水平に保たれている。以下に実験条件および実験結果を示す。

実験条件

まず、適応期間として15 [sec] 間、一定の位置、速度でボールを打ち続ける理想運動を行なう。ここでは、ロボット1は前節同様、人間によって与えられる教示タイミングに基づき動作を行ない、ロボット2は、距離センサーにより、ボールが一定距離以内に近付いたら打撃動作を開始している (Fig.3.52)。

これは、ロボットが運動リズムを獲得する際に、人間の教示によってタイミングを獲得する方法とロボット自身のより密な情報が得られる別センサーから自律的にタイミングを獲得する方法の2種類があり、どちらも有用であることを示すものである。前者は、ロボットに「まね」をさせることで、「まね」により得られる情報からロボット自身に運動リズム

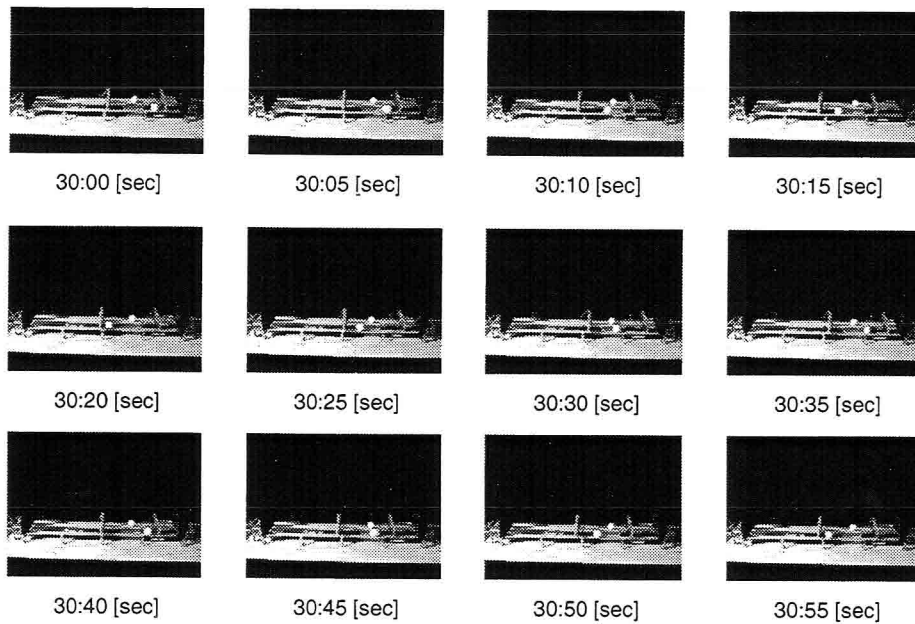


Fig.3.53: One-ball passing in execution stage

を理解させようとする試みである。一方、後者はロボット内の密なセンサー情報が自身の運動理解の教師データとなることで、ロボットに自律的にタイミングを獲得させようとする試みである。このとき、適応期間では密な情報による制御が行なわれ、一度運動パターンが獲得されると粗な情報による制御に切替えられていることから、これをロボットによる「タスクの手抜き」と捉えることができる。これにより密な情報が得られるセンサーは別のタスクのために利用が可能となり、いわゆる「ながら作業」が可能になると考えられる。

適応期間の後、ロボットはBFCロボットリズム振動子により内部に生成された運動リズムを元実際に打撃を行なう。この実行期間では、モーター振動子のピークタイミングがパドルモーターへのコマンドキューとして送られ、あらかじめ組み込まれた運動パターンが再生される。なお本実験では、前節同様、BFCロボットリズム振動子の結合係数を $d_1 = d_3 = 0.1$, $d_2 = -0.1$ としている。

実験結果と考察

Fig.3.53 は、実行期間におけるボール1つのボールパッシングの様子を示したものである。後ろのガイドレール上のボールは静止したままである。2台のロボットは感圧センサーによるボールの接触タイミング情報のみからボールパスタスクを実現している。Fig.3.55, 3.56 は、Fig.3.53 の状態からボールをさらに追加して、2つのボールでパスタスクを行っている様子である。period 内の対応番号を見比べると分かるように、2台のロボットは

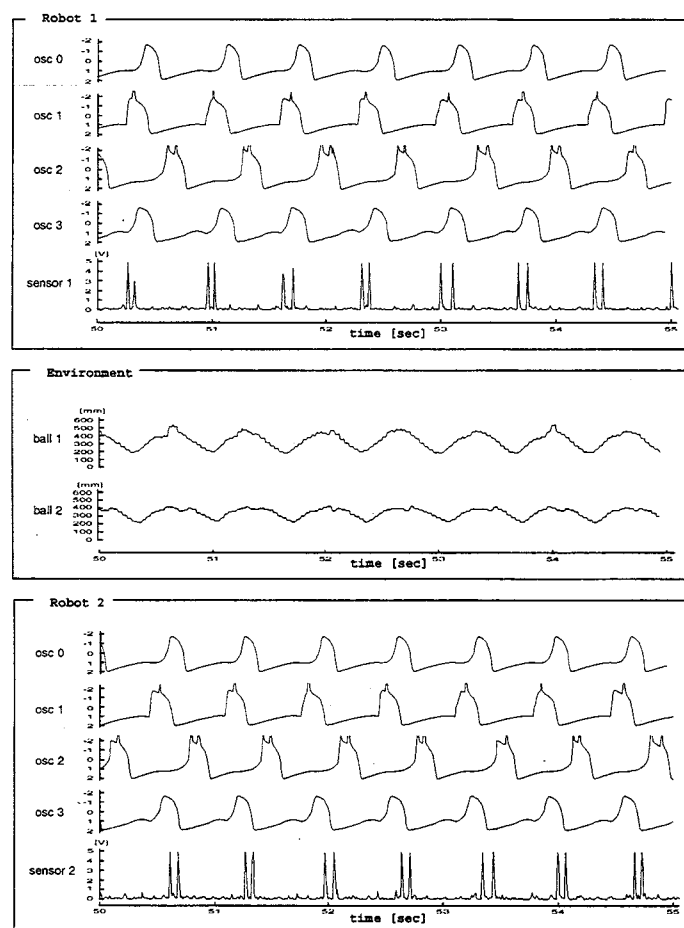


Fig.3.54: BFC robotic oscillators self-organize through the environment

互いにボール間の位相を保ちながら、パスタスクを継続して行なっている。また、Fig.3.54は各ロボットのBFCロボットリズム振動子とボールの運動を示したものである。BFCロボットリズム振動子内の各振動子ユニットとボール、センサー信号が互いに同期しており、これによって継続したタスクが実現されている。

ここで重要な点は、先のタスクにも当てはまることであるが、打撃時における運動生成という連続時間の問題がタイミングという離散時間の問題に置き換えられている点である。ボール打撃によって離散化され、エンコードされた運動情報は、環境(ボール)を介して相手側へ伝達され、相手ロボットはその情報をシステムの力学系に基づきデコードすることで、運動リズムを自己組織的に共有し、ロボット間の協調動作が実現されている。これは、コンピュータ間のデータ転送における情報のコード化に似ている。ただし、ここではこれらの情報処理にシステムの力学系が用いられている点が大きく異なる。また、この離散化による情報圧縮がロボットと環境の弱結合化を可能にしている。

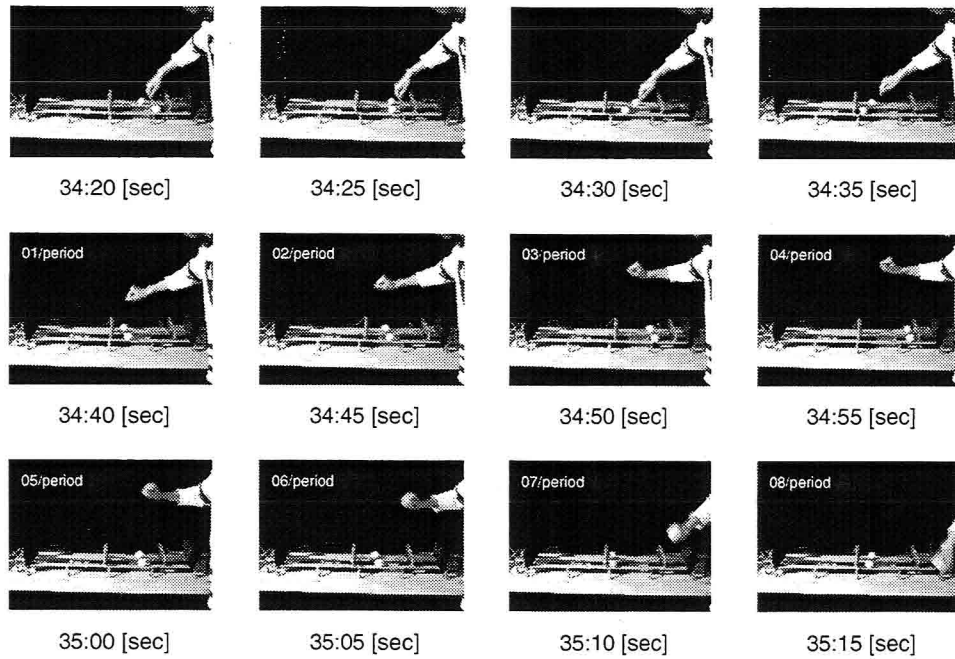


Fig.3.55: Two-ball passing in execution stage (1)

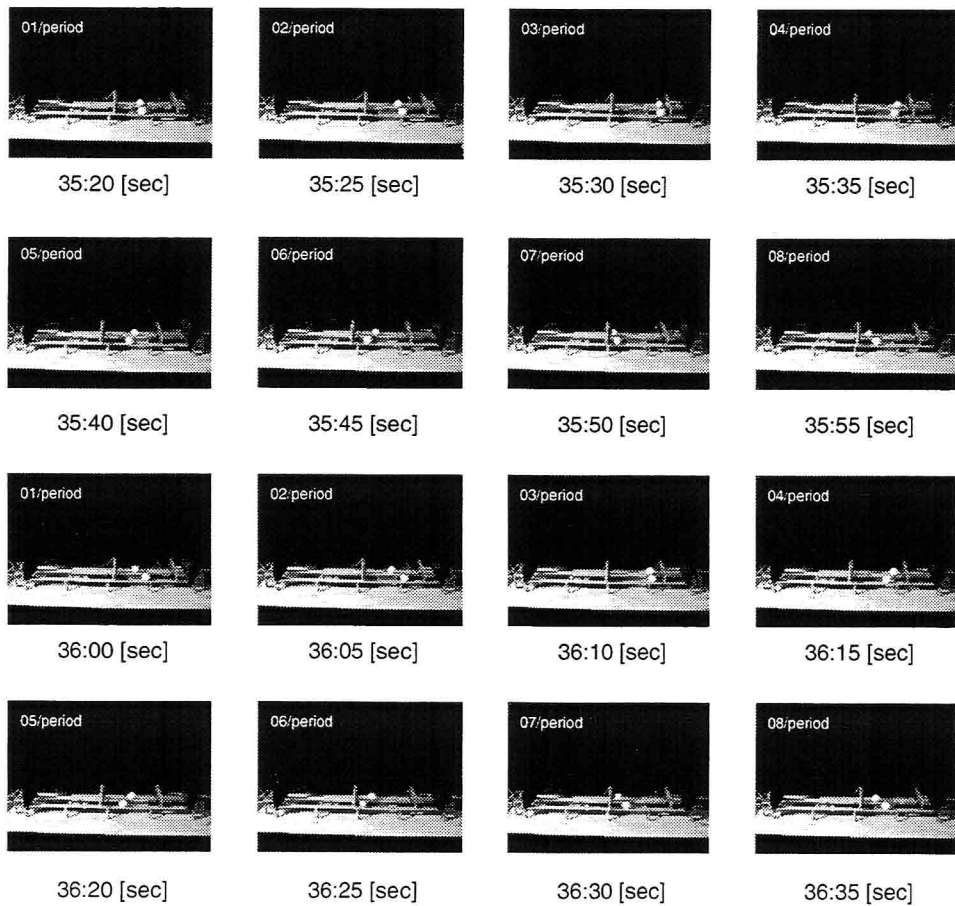


Fig.3.56: Two-ball passing in execution stage (2)

3.4.4 ボールの壁打ちタスクにおける運動タイミングの自律獲得

本節では、ボールの壁打ちタスクにおける自律的な運動タイミングの獲得実験を行なう。ここでは、第3.4.2節同様、ロボットシステムの台座を傾けることで重力による効果を加えている。ロボットは環境との相互作用を通して、試行錯誤を繰り返した後、自律的に安定な運動タイミングを獲得し、タスクを継続して行なうようになる。本結果は環境を含むシステム全体の力学系に生じる自己組織化現象をロボットのリズム運動におけるパターン形成と結びつけた一種の運動学習と考えられ、大変興味深いものである。

実験条件

適応期間として15 [sec] 間、一定の位置、速度でボールを打ち続ける理想運動を行なう。ここではロボットは距離センサーを用いて制御され、ボールが一定距離以内に近付いたら打撃動作を開始している。また、この適応期間では同時に、BFCロボットリズム振動子によってロボット内部に運動リズムの生成が行なわれている。続いて、後の実行期間において、生成された運動リズムを元に打撃動作が行なわれる。このとき、モーター振動子のピークタイミングがパドルモーターへのコマンドキューとして送られ、あらかじめ組み込まれた運動パターンが再生される。

ロボットは実行期間中、安定なボール打撃を繰り返しているが、ここで人為的にボールの運動を止め、一度タスクを失敗させる。このとき、ロボットはボールを一定リズムで打ち続けることができるように内部リズムを試行錯誤により変化させて、打撃動作を行なう。当然、ロボットは失敗を繰り返すことになるが、こうした過程を経ることでロボットは自ら安定な運動タイミングを獲得し、再び安定した打撃を行なうようになる。なお、本実験でも前節同様、BFCロボットリズム振動子の結合係数を $d_1 = d_2 = 0.1$, $d_2 = -0.1$ としている。

実験結果

Fig.3.57 は、実行期間において、ロボットが自律的に運動タイミングを獲得していく過程のBFCロボットリズム振動子とボールの運動、センサー信号を示したものである。人間による妨げを受けるまでは、BFCロボットリズム振動子内の各振動子ユニットおよびボール、センサー信号は互いに同期し、ロボットは安定したボール打撃を行なっている。しかし、人間により大幅にボール運動を乱されると、ボール軌道を見ても明らかなように、たちまち打撃が行なえなくなる。このとき、正しく打撃が行なえないためにボールは壁まで到達しない、もしくは、到達しても接触を感知できるほどの反発でないことから、sensor 2 への入力はほとんどなく、osc2 は発火していない。またこの間、ロボットはボールを一定のリズムで打ち続けることができるように内部のリズムパターンを試行錯誤により変化させて打撃動作を行なっている。これは、自らが起こした行動(パドル動作)とそれによる環境からの応答(ボール接触タイミング)の相互作用によって、ロボットと環境を合

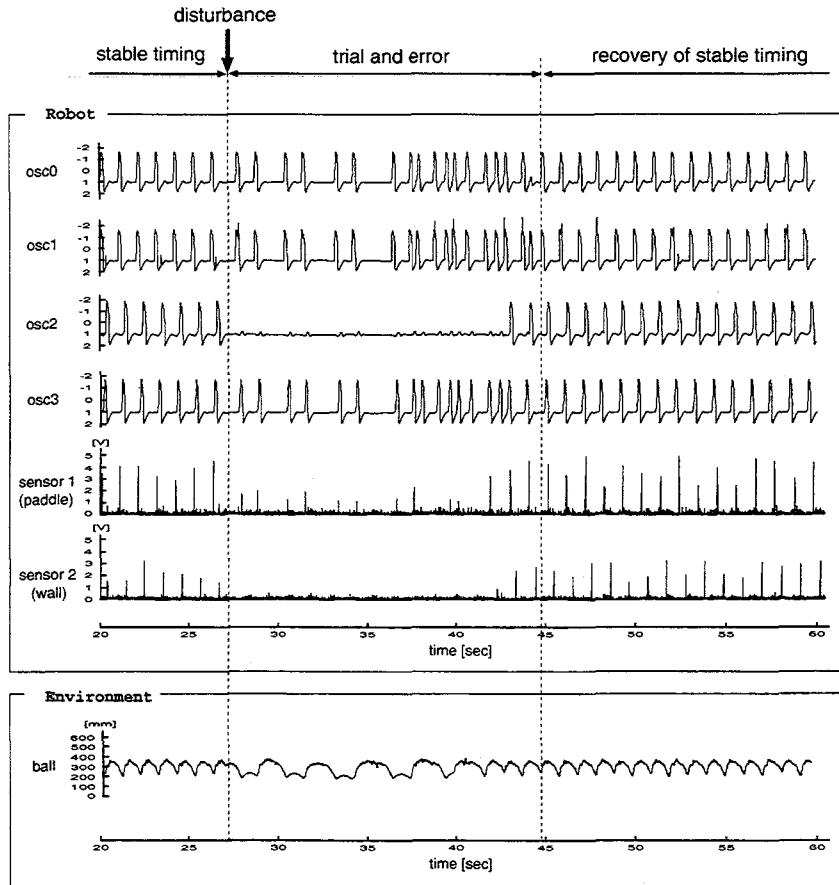


Fig.3.57: BFC robotic oscillator autonomously acquires stable timing of paddle movement

んだシステム全体の力学系において安定パターンを模索している状況である。言い替えれば、システムの力学系内に安定なアトラクタを形成し、その引力圏内にロボット(パドル)と環境(ボール)の状態を保持できるように環境を変化させていると言える。そして、一度アトラクタ内に入ると動的安定性によりその状態が保持される。**Fig.3.57**の後半部分は、これによりロボットが安定な打撃タイミングを獲得したことを示している。本結果は環境とロボットのシステム全体の力学系に生じる自己組織化現象をロボットのリズム運動におけるパターン形成と結びつけた一種の運動学習と考えられる。ここで獲得された運動パターンは自然発生的なものであり、システムの力学系により受動的に決定される。環境とロボットの相互作用に働く力学系を利用した受動的制御によるセンサーモーター協調とその知性の発達に認知発達の面からも興味深く、本結果はロボットの知能創発の第1歩と考えられる。

3.5 まとめ

本節では、BFC ロボットリズム振動子と命名した非線形振動子を含むリズム運動生成機構について述べた。ロボットは同じ設計概念を持ったリズム運動生成機構により、様々なリズムミクナセンサーモーター協調タスクを行なうことが可能となった。

ここではまず、提案するリズム運動生成機構を用いて、2つのボールを用いた「ボールの壁打ちタスク」をシミュレーションにより検討し、振動子間の相互作用および引き込み特性によりロボットがグローバルな同期や制御なしに自律的に安定なリズム運動を生成することを確認した。さらに、リズムの分岐現象がボール間の位相差によって生じることも示された。続いて、2つのボールを用いた2台のロボットによる「ボールパスタスク」を行ない、同じリズム運動生成機構を持つ独立した2台のロボットが、環境を介してリズム情報を伝達し合うことで、タスクを実現可能であることを示した。さらに、これらのタスクに関しては、実機ロボットによる検証実験も行ない、その有効性が確認された。また、4つのボールと2台のロボットによる「2人ジャグリングタスク」についても検討し、シンプルな本リズム運動生成機構を用いることで簡単に曲芸をこなすロボットが実現できることをシミュレーションにて示した。

これらのタスクでは、ロボットは環境に対する情報を一切持っておらず、運動は環境および振動子間の局所的な相互作用による自己組織化現象(引き込み)によって実現され、本効果がシステム全体を安定な振舞いに導くことを示した。また、本リズム生成機構ではこの「引き込み機構」に加え、「開ループ安定機構」、「離散フィードバック機構」の3つの機構が働いており、これらの基本的に同等な効果を持つ異なる機構の共存およびその冗長性がシステム全体の強い安定性を保証していることを示した。

さらに、本論文で扱ったタスクではボールの接触情報のみが使われていることから、得られた結果はリズム運動におけるタイミング情報の重要性を示すものとも解釈される。ここでは、打撃時における運動生成という連続時間の問題がタイミングという離散時間の問題に置き換えられている。ボール打撃によって離散化され、エンコードされた運動情報は、環境を介して、自身または、相手ロボットへ伝達され、その情報をシステムの力学系に基づきデコードすることで、運動リズムの自己組織的な認識が行なわれている。これにより、動的に安定なリズム生成が行なわれ、複数ロボット間における協調動作も実現される。また、この離散化による情報圧縮がロボットと環境の弱結合化を可能にし、ロボットのシンプルなデザインを実現させている。

また、この自己組織化現象は運動タイミングの創発にも有用で、ロボットは環境との相互作用を通して、試行錯誤を繰り返した後、自律的に安定な運動リズムを獲得し、タスクを継続して実現可能であることを示した。これは、環境を含むシステム全体の力学系に生じる自己組織化現象をロボットのリズム運動におけるパターン形成と結びつけた一種の運動学習である。この自然発生的なリズムパターンは、環境とロボットのシステムが持つ力学系により受動的に決定され、この受動的制御によるセンサーモーター協調のパターン獲得は、ロボット知能創発の第1歩と考えられる。

今後は両手の協調動作についても考察したいと考える。例えば、両手のファウンテンジャ

グリングには2つのパターンが存在する。両手が同位相で同期する場合と、逆位相で同期する場合である。人間は片手だけを用いた場合、それぞれ異なる周波数でファウンテンジャグリングを行なうことができる。しかし、両手でそれを協調させようとするとは大変難しくなる。腕の内部結合により両手の運動は同期する傾向にあるからである。Koditschekらの研究のようないわゆる「ロボットのための」ロボット制御では、異なる周波数での両手ジャグリングもおそらく簡単に実現可能であろう。しかし、これには環境との強結合が不可欠であり、自然な制御とは言えない。人間はもっと自然な運動制御を行なっていると考えられ、その本質の1つに環境との弱結合化があると思われる。このとき、両手の協調動作もまた、手足、脳神経システム、環境間の大局的引き込みによって生成される安定リミットサイクルの結果として生じることを示したいと考える。また、ここで生成される自己組織的パターンをジャグリングパターンと結びつけることで、様々な運動パターンを実現したい。加えて、大自由度を有する運動に対し、自己組織化現象を利用した情報の圧縮およびその運動生成も考察したいと考える。

第4章 結論

リズムとは(時間軸上の)パターンである。このとき、リズム認識はパターン認識、リズム生成はパターン形成と言い替えることができる。本論文では、これらのパターンの持つ2つの側面について研究を行なった。

まずはじめにパターン認識問題を扱い、ここでは、パターンの持つ周期性を利用することで、欠測部分の復元や運動パラメータの推定を行なった。ここで用いた瞬間周期という概念は、局所的な情報から周期を判断し追跡するもので、フーリエ変換のような大域的情報を用いた周期認識とは一線を画するものである。本論文で提案した運動推定法はそれぞれの周期認識法が持つ特長をうまく利用し、その長所を合わせた方法であると考えられる。なお、本提案手法の有効性はシミュレーションにより確かめられている。

続いて、パターンのもう一つの側面であるパターン形成問題を扱った。本問題は非平衡システムにおける時空間パターンの自然発生およびそこに生じる自己組織化現象として多くの理工学分野の研究対象となっている。リズムもパターンである以上、こうした現象との密接な関係が十分予想され、リズムもまた、数多くのサブシステムの相互作用によって形成されるものと考えられる。本論文ではこうした観点から、環境とロボットの力学系に働くサブシステムの相互作用に着目し、センサーモーター協調問題と対応づけてリズム運動生成機構の提案を行なった。本論文ではこのリズム運動生成機構の機能について、以下を明らかにした。

1. 引き込みおよび振動子の入出力特性により、ロボットは同じ設計概念を持つリズム運動生成機構によって様々なタスクを実現可能である。
2. 運動は振動子間の局所的な相互作用から生じ、それによる引き込み(弱結合)はシステム全体を動的に安定な振舞いへ導くとともに、ロボットに環境適応性を与える。
3. 本リズム運動生成機構では、この「引き込み機構」に加え、「開ループ安定機構」、「離散フィードバック機構」の3つの機構が働いており、これらの基本的に同等な効果を持つ異なる機構の共存およびその冗長性が、システム全体の強い安定性を導く。
4. リズムをタイミングとして離散化することでエンコードされた運動情報は、環境を介して自身および相手へと伝わり、その情報をシステムの力学系に基づきデコードすることで、運動リズムを自己組織的に共有することができる。また、これにより動的に安定な協調動作が実現される。
5. リズムの離散化による情報圧縮がロボットと環境の弱結合化を可能にする。

6. 環境を含むシステム全体の力学系に生じる自己組織化現象をリズム運動におけるパターン形成と結びつけることで、自律的な運動タイミングの獲得が可能となる。
7. 本機構の以上の特長によりシステム全体がシンプルなデザインとなる。

付録A 第1軸の推定

本章では、第2.2節の第1軸の推定における数式の詳細な導出を述べる。本手法では、回転軸数に従ってモデル毎に回転軸が決定される。縮退が起これなければ、各モデルに従って全ての回転軸を決定することが可能であるが、縮退が存在するとき、情報の混在のため一度に全ての回転軸を決定することができない。しかし、このような場合にも特殊な縮退を除けば、第1軸を推定することが可能である。なお、以下では3次元ベクトルを太字で表すことにする。

A.1 1軸回転モデル

Fig.A.1に示すように単位ベクトル \mathbf{k} に沿った回転軸周りに観測点 \mathbf{p} が θ だけ回転し \mathbf{p}' に移動した場合を考える。また、軸原点 O_1 を観測点から回転軸への垂線の足と定義する。このとき、 \mathbf{p}' の位置はロドリゲスの公式により以下のように表される。

$$\mathbf{p}' = \mathbf{R}(\mathbf{k}, \theta) \hat{\mathbf{p}} + \mathbf{p}_o \quad (\text{A.1})$$

$$\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_o \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{R}(\mathbf{k}, \theta) = (\mathbf{I} - \mathbf{k}\mathbf{k}^T) \cos(\theta) + [\mathbf{k} \times] \sin(\theta) + \mathbf{k}\mathbf{k}^T \quad (\text{A.3})$$

ここで、 $[\ast \times]$ は外積に等価な 3×3 の歪対称行列を表す。また、 $\mathbf{R}(\mathbf{k}, \theta)$ は \mathbf{k} 軸周りの θ 回転を表す 3×3 の回転行列であり、成分表示すると以下ようになる。

$$\mathbf{R}(\mathbf{k}, \theta) = \begin{bmatrix} (1 - k_x^2) \cos(\theta) + k_x^2 & -k_x k_y \cos(\theta) - k_x \sin(\theta) + k_x k_y & -k_x k_z \cos(\theta) + k_y \sin(\theta) + k_x k_z \\ -k_y k_z \cos(\theta) + k_z \sin(\theta) + k_y k_z & (1 - k_y^2) \cos(\theta) + k_y^2 & -k_y k_z \cos(\theta) - k_x \sin(\theta) + k_y k_z \\ -k_z k_x \cos(\theta) - k_y \sin(\theta) + k_z k_x & -k_z k_y \cos(\theta) + k_x \sin(\theta) + k_z k_y & (1 - k_z^2) \cos(\theta) + k_z^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

なお、 \mathbf{p}_o は重心の位置である。

式(A.1)を $\cos(\theta), \sin(\theta)$ について整理すると、

$$\mathbf{p}' = \mathbf{a} \cos(\theta) + \mathbf{b} \sin(\theta) + \mathbf{c} \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{a} = (\mathbf{I} - \mathbf{k}\mathbf{k}^T) \hat{\mathbf{p}} \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{k} \times \hat{\mathbf{p}} \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{c} = \mathbf{k}\mathbf{k}^T \hat{\mathbf{p}} + \mathbf{p}_o \quad (\text{A.8})$$

となる。

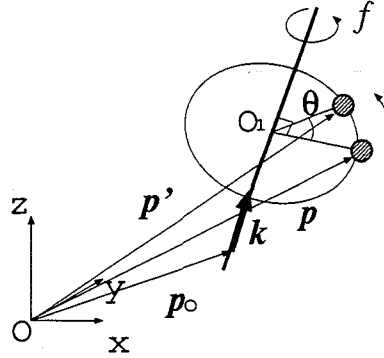


Fig.A.1: Motion with one rotation

ここで等速回転を仮定し, $\theta = 2\pi ft$ (f は定数) と考え, サンプルタイム Δt で個数 N に対する \mathbf{p}' の時系列を離散フーリエ変換すると,

$$\mathbf{a} = \frac{2}{N} \begin{bmatrix} \text{Re}[P_x(f)] \\ \text{Re}[P_y(f)] \\ \text{Re}[P_z(f)] \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{b} = -\frac{2}{N} \begin{bmatrix} \text{Im}[P_x(f)] \\ \text{Im}[P_y(f)] \\ \text{Im}[P_z(f)] \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{c} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} P_x(0) \\ P_y(0) \\ P_z(0) \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

を得る. $P_x(f), P_y(f), P_z(f)$ は \mathbf{p}' の各成分の時系列の周波数 f における離散フーリエ変換の値である. $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ を \mathbf{k} について解くと,

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{b}}{\mathbf{a}^T \mathbf{a}} \quad (\text{A.12})$$

が得られる. 一方, 式 (A.9), (A.10) は複素数の極座標表現を用いて

$$\mathbf{a} = \frac{2}{N} \begin{bmatrix} |P_x(f)| \cos(\phi_x(f)) \\ |P_y(f)| \cos(\phi_y(f)) \\ |P_z(f)| \cos(\phi_z(f)) \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{b} = -\frac{2}{N} \begin{bmatrix} |P_x(f)| \sin(\phi_x(f)) \\ |P_y(f)| \sin(\phi_y(f)) \\ |P_z(f)| \sin(\phi_z(f)) \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

とも表現できる.

ここで, $|P_i(f)|$ ($i = x, y, z$) は複素数 $P_i(f)$ の大きさを, $\phi_i(f)$ ($-\pi < \phi_i(f) \leq \pi$) はその偏角を表す. このとき, 式 (A.6), (A.7) 間で成り立つ, 2つの拘束条件

$$|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{a}^T \mathbf{b} = 0 \quad (\text{A.16})$$

を用いて, 式 (A.12) を式 (A.13), (A.14) に基づいて解くと, \mathbf{k} の各成分が以下のように決定される.

$$\begin{aligned} k_x &= \text{sgn}(\sin(\phi_{zy}(f))) \sqrt{1 - \frac{2|P_x(f)|^2}{|P(f)|^2}} \\ k_y &= \text{sgn}(\sin(\phi_{xz}(f))) \sqrt{1 - \frac{2|P_y(f)|^2}{|P(f)|^2}} \\ k_z &= \text{sgn}(\sin(\phi_{yx}(f))) \sqrt{1 - \frac{2|P_z(f)|^2}{|P(f)|^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

ここで, $\text{sgn}(\ast)$ は \ast の符号を返す関数であり, $\phi_{zy}(f)$, $\phi_{xz}(f)$, $\phi_{yx}(f)$ および $|P(f)|$ は

$$\phi_{zy}(f) = \phi_z(f) - \phi_y(f) \quad (\text{A.18})$$

$$\phi_{xz}(f) = \phi_x(f) - \phi_z(f) \quad (\text{A.19})$$

$$\phi_{yx}(f) = \phi_y(f) - \phi_x(f) \quad (\text{A.20})$$

$$|P(f)| = \sqrt{|P_x(f)|^2 + |P_y(f)|^2 + |P_z(f)|^2} \quad (\text{A.21})$$

と定義する. なお, 実際の処理では式 (A.17) の三角関数の計算は行わず, 以下のような関数として扱っている.

$$\text{sgn}(\sin(x)) = \begin{cases} 1 & (-2\pi < x < -\pi, 0 < x < \pi) \\ 0 & (x = -2\pi, -\pi, 0, \pi) \\ -1 & (-\pi < x < 0, \pi < x < 2\pi) \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

式 (A.17) において, 回転軸の方向の大きさはパワースペクトルのみによって求まり, その正負を決定するために位相が用いられている点に注意してもらいたい.

回転軸の方向 \mathbf{k} を導出するにあたり, 式 (A.12) および式 (A.17) の2通りが考えられるが, ここでは比較的精度良く求まるパワースペクトルを主に用いる式 (A.17) を用いることにする. 一方, 軸原点 O_1 は \mathbf{c} , すなわち式 (A.11) から得られる.

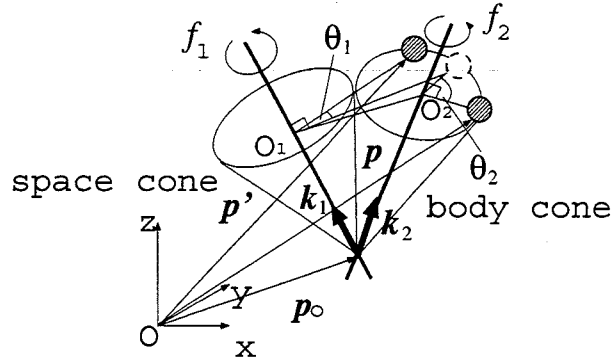


Fig.A.2: Motion with two rotations

A.2 2軸回転モデル

剛体の自由回転の場合、2つの回転軸は重心で交わるので、Fig.A.2に示すようなモデルを考える。すなわち、観測点 p が第2軸 k_2 周りに θ_2 回転し、さらに第1軸 k_1 周りに θ_1 回転して p' に移動した場合を考える。ここで、 k_1 は空間的に固定された単位ベクトル、一方 k_2 は、時間とともに k_1 の周りを回転する単位ベクトルの初期方向である。また、軸原点 O_2 を観測点から第2軸への、軸原点 O_1 を軸原点 O_2 から第1軸への垂線の足とする。

このとき、 p' は以下のように表される。

$$p' = R(k_1, \theta_1)R(k_2, \theta_2)\hat{p} + p_0 \quad (\text{A.23})$$

式 (A.23) を $\cos(\theta_1), \sin(\theta_1)$ 等について整理すると、

$$\begin{aligned} p' = & a \cos(\theta_1) + b \sin(\theta_1) + c \cos(\theta_2) + d \sin(\theta_2) \\ & + e \cos(\theta_1 + \theta_2) + f \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ & + g \cos(\theta_1 - \theta_2) + h \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ & + i \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

$$a = -C_1 C_3 k_1 + C_3 k_2 \quad (\text{A.25})$$

$$b = C_3 (k_1 \times k_2) \quad (\text{A.26})$$

$$c = -(C_1 C_3 - C_2) k_1 \quad (\text{A.27})$$

$$d = C_4 k_1 \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned} e = & \frac{1}{2} \{ (1 + C_1) \hat{p} + (C_1 C_3 - C_2) k_1 \\ & - (C_2 + C_3) k_2 \} \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

$$\begin{aligned} f = & \frac{1}{2} \{ -C_4 k_1 - C_3 (k_1 \times k_2) \\ & + (k_1 \times \hat{p}) + (k_2 \times \hat{p}) \} \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

$$\mathbf{g} = \frac{1}{2} \{ (1 - C_1) \hat{\mathbf{p}} + (C_1 C_3 - C_2) \mathbf{k}_1 + (C_2 - C_3) \mathbf{k}_2 \} \quad (\text{A.31})$$

$$\mathbf{h} = \frac{1}{2} \{ C_4 \mathbf{k}_1 - C_3 (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) + (\mathbf{k}_1 \times \hat{\mathbf{p}}) - (\mathbf{k}_2 \times \hat{\mathbf{p}}) \} \quad (\text{A.32})$$

$$\mathbf{i} = C_1 C_3 \mathbf{k}_1 + \mathbf{p}_o \quad (\text{A.33})$$

ただし,

$$\begin{aligned} C_1 &= \mathbf{k}_1^T \mathbf{k}_2 \\ C_2 &= \mathbf{k}_1^T \hat{\mathbf{p}} \\ C_3 &= \mathbf{k}_2^T \hat{\mathbf{p}} \\ C_4 &= \mathbf{k}_1^T (\mathbf{k}_2 \times \hat{\mathbf{p}}) \end{aligned}$$

とする.

ここで, 等速回転を仮定し, $\theta_1 = 2\pi f_1 t, \theta_2 = 2\pi f_2 t$ (f_1, f_2 は定数) とする. \mathbf{p}' の時系列をフーリエ変換することで得られる $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots, \mathbf{i}$ と上式の値を等しいとして, \mathbf{k}_1 について解くと,

$$\mathbf{k}_1 = \frac{\mathbf{e} \times \mathbf{f}}{\mathbf{e}^T \mathbf{e}} \quad (\text{A.34})$$

を得る. 一方, 複素数の極座標表示を用いて, 式 (A.29), (A.30) より得られる 2 つの拘束条件

$$|\mathbf{e}| = |\mathbf{f}| \quad (\text{A.35})$$

$$\mathbf{e}^T \mathbf{f} = 0 \quad (\text{A.36})$$

より, 式 (A.34) を解くと, \mathbf{k}_1 の各成分が以下のように決定される.

$$\begin{aligned} k_{1x} &= \text{sgn}(\sin(\phi_{zy}(f_1 + f_2))) \sqrt{1 - \frac{2|P_x(f_1 + f_2)|^2}{|P(f_1 + f_2)|^2}} \\ k_{1y} &= \text{sgn}(\sin(\phi_{xz}(f_1 + f_2))) \sqrt{1 - \frac{2|P_y(f_1 + f_2)|^2}{|P(f_1 + f_2)|^2}} \\ k_{1z} &= \text{sgn}(\sin(\phi_{yx}(f_1 + f_2))) \sqrt{1 - \frac{2|P_z(f_1 + f_2)|^2}{|P(f_1 + f_2)|^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

ここで, $\text{sgn}(\ast)$ は \ast の符号を返す関数であり, $\phi_{zy}(f), \phi_{xz}(f), \phi_{yx}(f)$ および $|P(f)|$ は

$$\phi_{zy}(f) = \phi_z(f) - \phi_y(f) \quad (\text{A.38})$$

$$\phi_{xz}(f) = \phi_x(f) - \phi_z(f) \quad (\text{A.39})$$

$$\phi_{yx}(f) = \phi_y(f) - \phi_x(f) \quad (\text{A.40})$$

$$|P(f)| = \sqrt{|P_x(f)|^2 + |P_y(f)|^2 + |P_z(f)|^2} \quad (\text{A.41})$$

と定義する.

一方, 軸原点 O_1 は i より得られる.

A.3 3軸回転モデル

3つの回転軸は重心で交わるとし, 第1軸, 第2軸, 第3軸の単位方向ベクトルをそれぞれ $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3$ とする. また, 軸原点をそれぞれ O_1, O_2, O_3 とする. このとき, 観測点 \mathbf{p} が第3軸周りに θ_3 回転し, 第2軸周りに θ_2 回転して, さらに第1軸周りに θ_1 回転して \mathbf{p}' に移動した場合を考える. \mathbf{p}' は以下のように表される.

$$\mathbf{p}' = \mathbf{R}(\mathbf{k}_1, \theta_1) \mathbf{R}(\mathbf{k}_2, \theta_2) \mathbf{R}(\mathbf{k}_3, \theta_3) \mathbf{p} + \mathbf{p}_o$$

式 (A.42) を $\cos(\theta_1), \sin(\theta_1)$ 等について整理すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{p}' = & \mathbf{a} \cos(\theta_1) + \mathbf{b} \sin(\theta_1) \\ & + \mathbf{c} \cos(\theta_2) + \mathbf{d} \sin(\theta_2) \\ & + \mathbf{e} \cos(\theta_3) + \mathbf{f} \sin(\theta_3) \\ & + \mathbf{g} \cos(\theta_1 + \theta_2) + \mathbf{h} \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ & + \mathbf{i} \cos(\theta_1 - \theta_2) + \mathbf{j} \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ & + \mathbf{k} \cos(\theta_2 + \theta_3) + \mathbf{l} \sin(\theta_2 + \theta_3) \\ & + \mathbf{m} \cos(\theta_2 - \theta_3) + \mathbf{n} \sin(\theta_2 - \theta_3) \\ & + \mathbf{o} \cos(\theta_3 + \theta_1) + \mathbf{p} \sin(\theta_3 + \theta_1) \\ & + \mathbf{q} \cos(\theta_3 - \theta_1) + \mathbf{r} \sin(\theta_3 - \theta_1) \\ & + \mathbf{s} \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) + \mathbf{t} \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ & + \mathbf{u} \cos(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) + \mathbf{v} \sin(\theta_1 - \theta_2 + \theta_3) \\ & + \mathbf{w} \cos(\theta_1 + \theta_2 - \theta_3) + \mathbf{x} \sin(\theta_1 + \theta_2 - \theta_3) \\ & + \mathbf{y} \cos(\theta_1 - \theta_2 - \theta_3) + \mathbf{z} \sin(\theta_1 - \theta_2 - \theta_3) \\ & + \boldsymbol{\alpha} \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

となる. なお, 係数 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots, \boldsymbol{\alpha}$ の内容は以下のようになる.

$$\mathbf{a} = C_2 C_6 \mathbf{k}_2 - C_1 C_2 C_6 \mathbf{k}_1 \quad (\text{A.44})$$

$$\mathbf{b} = C_2 C_6 (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \quad (\text{A.45})$$

$$\mathbf{c} = (C_3 C_6 - C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 \quad (\text{A.46})$$

$$\mathbf{d} = C_6 C_7 \mathbf{k}_1 \quad (\text{A.47})$$

$$\mathbf{e} = (C_1 C_5 - C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 \quad (\text{A.48})$$

$$\mathbf{f} = C_1 C_{10} \mathbf{k}_1 \quad (\text{A.49})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g} = & \frac{1}{2} \{ -(C_3 C_6 - C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 \\ & -(C_2 C_6 + C_3 C_6) \mathbf{k}_2 \\ & +(C_6 + C_1 C_6) \mathbf{k}_3 \} \end{aligned} \quad (\text{A.50})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h} = & \frac{1}{2} \{ -C_6 C_7 \mathbf{k}_1 - C_2 C_6 (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) + C_6 (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{k}_3) \\ & + C_6 (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_3) \} \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{i} = & \frac{1}{2} \{ -(C_3 C_6 - C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 \\ & -(C_2 C_6 - C_3 C_6) \mathbf{k}_2 \\ & +(C_6 - C_1 C_6) \mathbf{k}_3 \} \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{j} = & \frac{1}{2} \{ C_6 C_7 \mathbf{k}_1 - C_2 C_6 (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) - C_6 (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{k}_3) \\ & + C_6 (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_3) \} \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{k} = & \frac{1}{2} (C_4 - C_1 C_5 + C_2 C_4 - C_3 C_5 - C_3 C_6 \\ & + C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 \end{aligned} \quad (\text{A.54})$$

$$\mathbf{l} = \frac{1}{2} (C_9 + C_8 - C_1 C_{10} - C_6 C_7) \mathbf{k}_1 \quad (\text{A.55})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m} = & \frac{1}{2} (C_4 - C_1 C_5 - C_2 C_4 + C_3 C_5 - C_3 C_6 \\ & + C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

$$\mathbf{n} = \frac{1}{2} (-C_9 + C_8 + C_1 C_{10} - C_6 C_7) \mathbf{k}_1 \quad (\text{A.57})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{o} = & \frac{1}{2} \{ -(C_1 C_5 - C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 + (C_5 - C_2 C_6) \mathbf{k}_2 \\ & - C_{10} (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \} \end{aligned} \quad (\text{A.58})$$

$$\mathbf{p} = \frac{1}{2} \{ -C_1 C_{10} \mathbf{k}_1 + C_{10} \mathbf{k}_2 + (C_5 - C_2 C_6) (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \} \quad (\text{A.59})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q} = & \frac{1}{2} \{ (-C_1 C_5 + C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 + (C_5 - C_2 C_6) \mathbf{k}_2 \\ & + C_{10} (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \} \end{aligned} \quad (\text{A.60})$$

$$\mathbf{r} = \frac{1}{2} \{ -C_1 C_{10} \mathbf{k}_1 + C_{10} \mathbf{k}_2 - (C_5 - C_2 C_6) (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \} \quad (\text{A.61})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s} = & \frac{1}{4} \{ (1 + C_1 + C_2 + C_3) \hat{\mathbf{p}} \\ & + (-C_4 + C_1 C_5 - C_2 C_4 + C_3 C_5 + C_3 C_6 - C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 \\ & + (-C_4 - C_5 + C_2 C_6 + C_3 C_6) \mathbf{k}_2 \\ & - (C_4 + C_5 + C_6 + C_1 C_6) \mathbf{k}_3 \\ & + C_{10} (\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \} \end{aligned} \quad (\text{A.62})$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{t} = & \frac{1}{4} \{ (C_9 - C_8 + C_1 C_{10} + C_6 C_7) \mathbf{k}_1 - C_{10} \mathbf{k}_2 \\
& + (1 + C_2)(\mathbf{k}_1 \times \hat{\mathbf{p}}) + (\mathbf{k}_2 \times \hat{\mathbf{p}}) + (\mathbf{k}_3 \times \hat{\mathbf{p}}) \\
& + (C_2 C_6 - C_5)(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) - C_6(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{k}_3) \\
& - (C_5 + C_6)(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_3) \} \tag{A.63}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{u} = & \frac{1}{4} \{ (1 - C_1 - C_2 + C_3) \hat{\mathbf{p}} \\
& + (-C_4 + C_1 C_5 + C_2 C_4 - C_3 C_5 + C_3 C_6 \\
& - C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 \\
& + (C_4 - C_5 + C_2 C_6 - C_3 C_6) \mathbf{k}_2 \\
& - (C_4 - C_5 + C_6 - C_1 C_6) \mathbf{k}_3 \\
& + C_{10}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \} \tag{A.64}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{v} = & \frac{1}{4} \{ (-C_9 + C_8 + C_1 C_{10} - C_6 C_7) \mathbf{k}_1 - C_{10} \mathbf{k}_2 \\
& + (1 - C_2)(\mathbf{k}_1 \times \hat{\mathbf{p}}) - (\mathbf{k}_2 \times \hat{\mathbf{p}}) + (\mathbf{k}_3 \times \hat{\mathbf{p}}) \\
& + (C_2 C_6 - C_5)(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) + C_6(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{k}_3) \\
& + (C_5 - C_6)(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_3) \} \tag{A.65}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{w} = & \frac{1}{4} \{ (1 + C_1 - C_2 - C_3) \hat{\mathbf{p}} \\
& + (-C_4 + C_1 C_5 + C_2 C_4 - C_3 C_5 + C_3 C_6 \\
& - C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 \\
& + (-C_4 - C_5 + C_2 C_6 + C_3 C_6) \mathbf{k}_2 \\
& + (C_4 + C_5 - C_6 + C_1 C_6) \mathbf{k}_3 \\
& - C_{10}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \} \tag{A.66}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} = & \frac{1}{4} \{ (C_9 - C_8 - C_1 C_{10} + C_6 C_7) \mathbf{k}_1 + C_{10} \mathbf{k}_2 \\
& + (1 - C_2)(\mathbf{k}_1 \times \hat{\mathbf{p}}) + (\mathbf{k}_2 \times \hat{\mathbf{p}}) - (\mathbf{k}_3 \times \hat{\mathbf{p}}) \\
& + (C_2 C_6 - C_5)(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) - C_6(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{k}_3) \\
& + (C_5 - C_6)(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_3) \} \tag{A.67}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{y} = & \frac{1}{4} \{ (1 - C_1 + C_2 - C_3) \hat{\mathbf{p}} \\
& + (-C_4 + C_1 C_5 - C_2 C_4 + C_3 C_5 + C_3 C_6 \\
& - C_1 C_2 C_6) \mathbf{k}_1 \\
& + (C_4 - C_5 + C_2 C_6 - C_3 C_6) \mathbf{k}_2 \\
& + (C_4 - C_5 - C_6 + C_1 C_6) \mathbf{k}_3 \\
& - C_{10}(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) \} \tag{A.68}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
z = & \frac{1}{4} \{ (C_9 + C_8 - C_1 C_{10} - C_6 C_7) \mathbf{k}_1 + C_{10} \mathbf{k}_2 \\
& + (1 + C_2)(\mathbf{k}_1 \times \hat{\mathbf{p}}) - (\mathbf{k}_2 \times \hat{\mathbf{p}}) - (\mathbf{k}_3 \times \hat{\mathbf{p}}) \\
& + (C_2 C_6 - C_5)(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_2) + C_6(\mathbf{k}_2 \times \mathbf{k}_3) \\
& - (C_5 + C_6)(\mathbf{k}_1 \times \mathbf{k}_3) \} \tag{A.69}
\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\alpha} = C_1 C_2 C_6 \mathbf{k}_1 + \mathbf{p}_o \tag{A.70}$$

ただし,

$$C_1 = \mathbf{k}_1^T \mathbf{k}_2 \tag{A.71}$$

$$C_2 = \mathbf{k}_2^T \mathbf{k}_3 \tag{A.72}$$

$$C_3 = \mathbf{k}_1^T \mathbf{k}_3 \tag{A.73}$$

$$C_4 = \mathbf{k}_1^T \hat{\mathbf{p}} \tag{A.74}$$

$$C_5 = \mathbf{k}_2^T \hat{\mathbf{p}} \tag{A.75}$$

$$C_6 = \mathbf{k}_3^T \hat{\mathbf{p}} \tag{A.76}$$

$$C_7 = \mathbf{k}_1^T (\mathbf{k}_2 \times \mathbf{k}_3) \tag{A.77}$$

$$C_8 = \mathbf{k}_1^T (\mathbf{k}_2 \times \hat{\mathbf{p}}) \tag{A.78}$$

$$C_9 = \mathbf{k}_1^T (\mathbf{k}_3 \times \hat{\mathbf{p}}) \tag{A.79}$$

$$C_{10} = \mathbf{k}_2^T (\mathbf{k}_3 \times \hat{\mathbf{p}}) \tag{A.80}$$

$$\tag{A.81}$$

とする。ここで、等速回転を仮定し、 $\theta_1 = 2\pi f_1 t, \theta_2 = 2\pi f_2 t, \theta_3 = 2\pi f_3 t$ (f_1, f_2, f_3 は定数とする)。 \mathbf{p}' の時系列をフーリエ変換することで得られる $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots, \boldsymbol{\alpha}$ と上式の値を等しいとして \mathbf{k}_1 について解くと、それぞれ

$$\mathbf{k}_1 = \frac{\mathbf{s} \times \mathbf{t}}{\mathbf{s}^T \mathbf{s}} \tag{A.82}$$

を得る。一方、複素数の極座標表示を用いて、2つの拘束条件

$$|\mathbf{s}| = |\mathbf{t}| \tag{A.83}$$

$$\mathbf{s}^T \mathbf{t} = 0 \tag{A.84}$$

を用いて、式 (A.82) を解くと、 \mathbf{k}_1 の各成分が以下のように決定される。

$$\begin{aligned}
k_{1x} &= \operatorname{sgn}(\sin(\phi_{zy}(f_1 + f_2 + f_3))) \sqrt{1 - \frac{2|P_x(f_1 + f_2 + f_3)|^2}{|P(f_1 + f_2 + f_3)|^2}} \\
k_{1y} &= \operatorname{sgn}(\sin(\phi_{xz}(f_1 + f_2 + f_3))) \sqrt{1 - \frac{2|P_y(f_1 + f_2 + f_3)|^2}{|P(f_1 + f_2 + f_3)|^2}} \\
k_{1z} &= \operatorname{sgn}(\sin(\phi_{yx}(f_1 + f_2 + f_3))) \sqrt{1 - \frac{2|P_z(f_1 + f_2 + f_3)|^2}{|P(f_1 + f_2 + f_3)|^2}}
\end{aligned} \tag{A.85}$$

ここで, $\text{sgn}(\ast)$ は \ast の符号を返す関数であり, $\phi_{zy}(f)$, $\phi_{xz}(f)$, $\phi_{yx}(f)$ および $|P(f)|$ は

$$\phi_{zy}(f) = \phi_z(f) - \phi_y(f) \quad (\text{A.86})$$

$$\phi_{xz}(f) = \phi_x(f) - \phi_z(f) \quad (\text{A.87})$$

$$\phi_{yx}(f) = \phi_y(f) - \phi_x(f) \quad (\text{A.88})$$

$$|P(f)| = \sqrt{|P_x(f)|^2 + |P_y(f)|^2 + |P_z(f)|^2} \quad (\text{A.89})$$

と定義する.

一方, 軸原点 O_1 は α より得られる.

付録B 剛体運動

本章では、対象となる剛体の運動学について述べる。一般に無重力下における剛体の運動は並進と重心まわりの回転運動に分離できる。今の場合、ロボットが対象に対して、ランデブ状態に入った後の対象のロボットからの相対運動が問題となるので、ここでは純粋な回転運動のみを扱うことにする。

B.1 オイラーの運動方程式

剛体の慣性主軸と一致する物体座標系 Σ_B をとると、外力モーメントが働かない場合、この座標系で表されたオイラーの運動方程式は、

$$\begin{aligned} I_x \frac{d\omega_x}{dt} - (I_y - I_z)\omega_y\omega_z &= 0 \\ I_y \frac{d\omega_y}{dt} - (I_z - I_x)\omega_z\omega_x &= 0 \\ I_z \frac{d\omega_z}{dt} - (I_x - I_y)\omega_x\omega_y &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

となる。ただし、 I_x, I_y, I_z は主慣性モーメント、 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ は角速度ベクトルの x, y, z 成分である。

B.2 動力学パラメータ

外力の働かない剛体の場合、位置情報、つまり幾何学的な情報からだけでは、その慣性パラメータの絶対量を知ることはできない。しかし、回転運動の場合は、慣性モーメントの値を求めることはできないが、運動を決定することはできる。それには、まず次の4つのパラメータを求めればよい。

$$J_x = \frac{I_x}{2E} \quad J_y = \frac{I_y}{2E} \quad J_z = \frac{I_z}{2E} \quad \alpha = \frac{|\mathbf{L}|^2}{4E^2} \quad (\text{B.2})$$

これらを「動力学パラメータ」と呼ぶことにする。これらのパラメータは、時間の2乗の次元を持っており、一種の時定数である。式 (B.1) から、これらのパラメータは以下の関係を満足している。

$$J_x\omega^2 + J_y\omega^2 + J_z\omega^2 = 1 \quad (\text{B.3})$$

$$J_x\omega + J_y\omega + J_z\omega = \alpha \quad (\text{B.4})$$

これらは、それぞれ、運動エネルギーと角運動量の保存則に対応している。

B.3 オイラーの運動方程式の解

式(B.1)の解は次の4つの場合に分けて書くことができる。

- 非対称 ($J_x \neq J_y$ かつ $J_y \neq J_z$ かつ $J_z \neq J_x$)
- 非周期 ($J_y = \alpha$)
- 軸対称 ($J_x = J_y$)
- 単軸回転 ($J_x = J_y = J_z$, または $J_x = \alpha$, または $J_z = \alpha$)

ここで、 J_y は主慣性モーメントのうち中間の値のものとする。(すなわち、 $J_x < J_y < J_z$ または $J_x > J_y > J_z$)

非対称の場合

対象の質量分布が非対称の場合、つまり、主慣性モーメントの値が3つとも異なる場合には、

$$\begin{aligned} \alpha < J_y \text{ ならば } J_x > J_y > J_z \\ \alpha > J_y \text{ ならば } J_x < J_y < J_z \end{aligned}$$

として、解は以下のように表現される。

$$\begin{aligned} \omega_x &= \sqrt{\frac{\alpha - J_z}{J_x(J_x - J_z)}} \operatorname{cn}(k, \lambda t - \delta) \\ \omega_y &= \sqrt{\frac{\alpha - J_z}{J_y(J_y - J_z)}} \operatorname{sn}(k, \lambda t - \delta) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} \omega_z &= \sqrt{\frac{J_x - \alpha}{J_z(J_x - J_z)}} \operatorname{dn}(k, \lambda t - \delta) \\ \lambda &= \operatorname{sgn}(J_z - J_x) \sqrt{\frac{(J_y - J_z)(J_x - \alpha)}{J_x J_y J_z}} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

$$k = \sqrt{\frac{(\alpha - J_z)(J_x - J_y)}{(J_y - J_z)(J_x - \alpha)}} \quad (\text{B.7})$$

ここで、 $\operatorname{sgn}(*)$ は引数の符号を返す関数である。また、 $\operatorname{sn}(k, *)$, $\operatorname{cn}(k, *)$, $\operatorname{dn}(k, *)$ は $k \in [0, 1]$ を母数とするヤコビの楕円関数である。

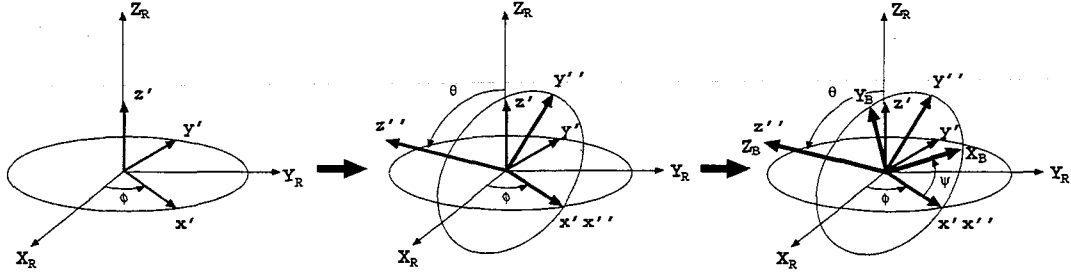


Fig.B.1: Z-X-Z euler angles

ここで、物体の姿勢を表すために都合の良い中間座標系として、不動のベクトル L の方向に Z_R 軸をとる空間に固定された参照座標系 Σ_R を定め、その参照座標系に対する物体座標系の姿勢を表現するためにオイラー角を用いる (Fig.B.1 参照). 図中の Z_R, x', z'' まわりの回転角をそれぞれ、 ϕ, θ, ψ とすると、座標系 Σ_B の座標系 Σ_R に対する角速度は、オイラー角の時間微分の線形結合として以下のように表現できる.

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\phi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \psi \\ \omega_y &= \dot{\phi} \sin \theta \cos \psi - \dot{\theta} \sin \psi \\ \omega_z &= \dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}\end{aligned}\tag{B.8}$$

また、不動の角運動量 L の X_B, Y_B, Z_B 軸上への射影 L_{xB}, L_{yB}, L_{zB} は、

$$\begin{aligned}L_{xB} &= 2EJ_x\omega_x = L \sin \theta \sin \psi \\ L_{yB} &= 2EJ_y\omega_y = L \sin \theta \cos \psi \\ L_{zB} &= 2EJ_z\omega_z = L \cos \theta\end{aligned}\tag{B.9}$$

となり、これよりオイラー角の θ と ψ は、

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{J_z\omega_z}{\sqrt{\alpha}}\right)\tag{B.10}$$

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{J_x\omega_x}{J_y\omega_y}\right)\tag{B.11}$$

となる. 残りの ϕ は、式 (B.8) より、時間微分の形で与えられる.

$$\dot{\phi} = \sqrt{\alpha} \frac{J_x\omega_x^2 + J_y\omega_y^2}{J_x^2\omega_x^2 + J_y^2\omega_y^2}\tag{B.12}$$

これらの解は、幾何学的には、Fig.B.2 に示すように物体座標系で表される「ポアンソアの楕円体」が中心を空間に固定されて空間的に「不変平面」に接しながら転動していると表現され、楕円体の中心から接点へのベクトルがその瞬間の角速度となる.

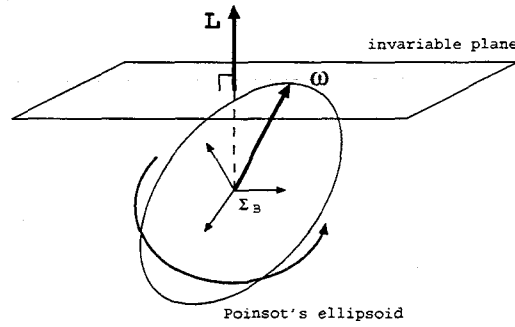


Fig.B.2: Geometrical explanation of the solution of Euler's equations for asymmetrical rigid body

非周期の場合

角運動量が特殊な値をとる場合 ($|L| = 2EI_y$, つまり, $\alpha = J_y$ のとき) には, 以下のような非周期な解となる.

$$\omega_x = \sqrt{\frac{\alpha - J_z}{J_x(J_x - J_z)}} \operatorname{sech}(\lambda t - \delta)$$

$$\omega_y = \frac{1}{\alpha} \tanh(\lambda t - \delta) \quad (\text{B.13})$$

$$\omega_z = \sqrt{\frac{J_x - \alpha}{J_z(J_x - J_z)}} \operatorname{sech}(\lambda t - \delta) \quad (\text{B.14})$$

$$(\text{B.15})$$

ここで, λ は式 (B.6) で与えられる. また, $\operatorname{sech}(\ast)$ は $1/\cosh(\ast)$ である. この場合, $t \rightarrow \infty$ において, ${}^B\omega$ は $[0, \pm 1/\sqrt{\alpha}, 0]^T$ に収束する.

軸対称の場合

対象軸を Z_B とする。つまり $J_x = J_y$ である。この時、解は

$$\begin{aligned}\omega_x &= \sqrt{\frac{\alpha - J_z}{J_x(J_x - J_z)}} \cos(\lambda t - \delta) \\ \omega_y &= \sqrt{\frac{\alpha - J_z}{J_x(J_x - J_z)}} \sin(\lambda t - \delta)\end{aligned}\quad (\text{B.16})$$

$$\begin{aligned}\omega_z &\equiv \sqrt{\frac{J_x - \alpha}{J_z(J_x - J_z)}} \\ \lambda &= \frac{J_z - J_x}{J_x} \omega_z\end{aligned}\quad (\text{B.17})$$

となる。これにより角速度 ω は一定の大きさの

$$\begin{aligned}\omega &\equiv \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \\ &= \sqrt{\frac{J_x + J_z - \alpha}{J_x J_z}}\end{aligned}\quad (\text{B.18})$$

をもち、 Z_B 軸のまわりを、それに対して一定の角 γ

$$\begin{aligned}\gamma &\equiv \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{\omega_z}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{J_z(\alpha - J_z)}{J_x(J_x - \alpha)}}\right)\end{aligned}\quad (\text{B.19})$$

の傾きを保ちながら、一定の角速度 λ で回転することが分かる。

また、今の場合 $J_x = J_y$ であるので、式 (B.10), (B.11), (B.12) より、 θ, ϕ, ψ が次のように決定される。

$$\theta \equiv \cos^{-1}\left(\frac{J_z \omega_z}{\sqrt{\alpha}}\right)\quad (\text{B.20})$$

$$\psi = -\lambda t + \delta + \frac{\pi}{2}\quad (\text{B.21})$$

$$\phi = \frac{\sqrt{\alpha}}{J_x} t + C\quad (\text{B.22})$$

但し、 C は、初期値により決定されるある定数である。

これより、剛体は Z_B 軸のまわりに $-\lambda$ なる一定角速度で自転し、その Z_B 軸は Z_R 軸 (すなわち L の方向) のまわりを一定の傾き $\theta = \cos^{-1}(J_z \omega_z / \sqrt{\alpha})$ を保ちながら一定角速度 $\sqrt{\alpha} / J_x$ で回転していることが分かる。

ここで、角運動量ベクトル L と Z_B 軸間の角 θ も角速度 ω と Z_B 軸間の角 α もともに一定であるので、この三者の相互位置は初期条件のまま変わることはない。

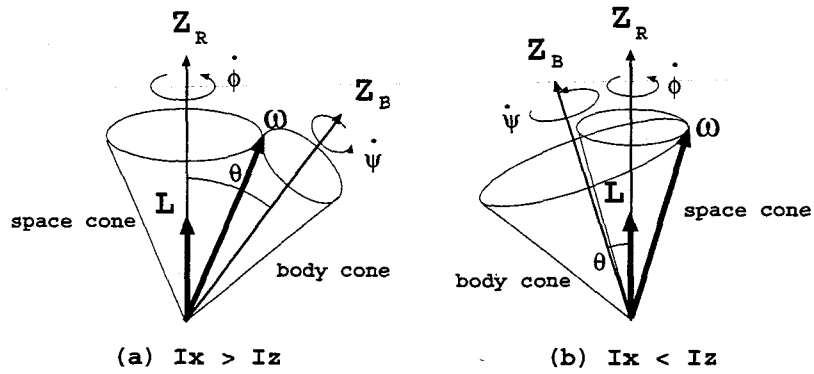


Fig.B.3: Geometrical explanation of the solution of Euler's equations for symmetrical rigid body

すなわち、これらの解は、Fig.B.3のように Z_B 軸がえがく錐面の半頂角を θ 、ポルホード錐面の半頂角を γ 、ハーポルホード錐面の半頂角を $|\gamma - \theta|$ とする空間に固定された円錐の周りを物体とともに動く円錐が滑べらずに転がっていると解釈できる。

単軸回転の場合

$J_x = J_y = J_z$ または $J_x = \alpha$ か $J_z = \alpha$ の場合には、 $\frac{d\omega_x}{dt} = \frac{d\omega_y}{dt} = \frac{d\omega_z}{dt} = 0$ であり、角速度ベクトル ω は不変である。このような状態を代表する解として、ここでは、

$$\begin{aligned} \omega_x &= 0 \\ \omega_y &= 0 \\ \omega_z &= \alpha \end{aligned} \tag{B.23}$$

を用いる。

付録C FFT (高速フーリエ変換) について

C.1 DFT

物理的過程は、時間 t の関数 $h(t)$ を用いて時間領域で記述することもできるし、周波数 f の関数である振幅 $H(f)$ ($-\infty < f < \infty$) を用いて周波数領域で記述することもできる。(一般に $H(f)$ は位相も含めた複素数である。) これらの領域間を行き来するために使うのが、フーリエ変換であり、次式で表される。

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{2\pi ift} dt \quad (\text{C.1})$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)e^{-2\pi ift} df \quad (\text{C.2})$$

積分の形で与えられることから分かるように、これは連続関数に対して定義されるものである。しかし、コンピューターで処理するデータは連続した現象からサンプリングされるものであるため、離散的となる。こうした離散関数に対して定義されるフーリエ変換が、DFT (Discrete Fourier Transform) である。

N 個の一連の標本値

$$h_k \equiv h(t_k), \quad t_k \equiv k\Delta, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{C.3})$$

があるとする。標本化間隔は Δ である。このとき、DFT は次式であらわされる。

$$H(f_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} h_k W_N^{nk} \quad (\text{C.4})$$

ここに W_N は、

$$\begin{aligned} W_N &\equiv e^{i2\pi/N} \\ &= \cos(2\pi/N) + i \sin(2\pi/N) \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

であらわされる回転子と呼ばれるものである。また、 f_n は、

$$f_n \equiv \frac{n}{N\Delta} \quad \left(n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}\right) \quad (\text{C.6})$$

で定義される離散的な周波数である。

C.2 FFT

FFT(Fast Fourier Transform, 高速フーリエ変換)はDFTの演算回数 $O(N^2)$ を $O(N \log_2 N)$ の演算回数に減じるアルゴリズムであり, 例えば $N = 10^6$ とすると, 1マイクロ秒で演算する計算機なら, CPU時間は実にそれぞれ2週間と30秒ほどの差になる. ここでは, いくつかあるFFTの手法の内インプレイス型FFTを用いた.

C.3 ウィンドウ

DFTでは連続データから, 任意の有限な N 個のデータのサンプリングを行う. その場合, データに周期性があっても, 特に意図した場合を除きデータ数が周期の整数倍となることは, まずあり得ない. したがって, サンプリング区間のはじめとおわりの部分を接続すると不連続となり, そこから高い周波数成分のノイズが現れる. そこで, これを避けるために接続部分をゼロにするような窓をかけることにより, この影響を軽減する. ここでは, 数あるウィンドウ関数の内, Hanning ウィンドウを用いた. Hanning ウィンドウは, 次式で定義される.

$$w_{hann}(k) \equiv \frac{1}{2}(1 - \cos(2\pi k/N)) \quad (\text{C.7})$$

よって, 離散データ h_k のDFTである $H(f_n)$ は,

$$H(f_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} w_{hann}(k) h_k e^{2\pi i f_n t_k} \quad (\text{C.8})$$

と表される.

付録D スペクトル分析

観測対象上のある1点の3次元位置の時系列, x, y, z の各成分にFFTを行い, 周波数毎の強度を示すスペクトル分布を得る. このうち次の近傍3点の傾きの関係式を満たす f_k をピークの候補とする.

$$\frac{p(f_k) - p(f_{k-1})}{f_k - f_{k-1}} > M$$

かつ

$$\frac{p(f_{k+1}) - p(f_k)}{f_{k+1} - f_k} < -M \quad (k = 0, 1, \dots, N-1) \quad (\text{D.1})$$

ここに M はある正数とする.

次にこの f_k の近傍3点を通る2次曲線を考える. すなわち, $(k-1, p(k-1)), (k, p(k)), (k+1, p(k+1))$ を通る2次曲線

$$y = C_2 k^2 + C_1 k + C_0 \quad (\text{D.2})$$

$$C_2 = \frac{1}{2}(p(k-1) + p(k+1)) - p(k) \quad (\text{D.3})$$

$$C_1 = p(k+1) - p(k) - C_2(2k+1) \quad (\text{D.4})$$

$$C_0 = p(k) - (C_2 k + C_1)k \quad (\text{D.5})$$

を考え, この曲線の頂点をスペクトルの主成分の周波数とする.

$$\hat{k} = -\frac{C_1}{2C_2} \quad (\text{D.6})$$

$$\hat{f}_k = \frac{N-1}{N(t_{N-1} - t_0)} \hat{k} \quad (\text{D.7})$$

また, この成分パワーを

$$P = \int_{k_1}^{k_2} (C_2 k^2 + C_1 k + C_0)^2 dk \quad (\text{D.8})$$

と見なす. ここで, k_1, k_2 は $C_2 k^2 + C_1 k + C_0 = 0$ の解である.

付録E 非線形力学系と周期リズム

E.1 Bonhöffer - van der Pol モデル

本論文で扱う非線形振動子を導出するにあたり、まず一般的な動的システムとして、Fig.E.1に示すようなバネ・ダンパ振動系について考える。この力学系モデルの振舞いは、以下の線形微分方程式として記述することができる。 c は粘性摩擦係数、 $k (> 0)$ はバネ定数を表す。なお、質量 m は簡単のため $m = 1$ としている。

$$\ddot{x} + c \dot{x} + kx = 0 \quad (\text{E.1})$$

ここで、 $c > 0$ の場合、振動振幅は時間とともに指数関数的に減少し、 $c < 0$ の場合、振幅は指数関数的に増大する。また、 $c = 0$ のときは、「 kx 」の項による復元力を持った単振動となる。このとき、系に外乱が働かない場合、一定の振幅で振動を続けるが、外乱が働く場合、系はその影響を受けて振幅を変動させるため、常に一定の振幅を保つことはできない。したがって、この力学系において、安定なリズムを生成することはできない。しかし、このバネ・ダンパ振動系の減衰項を x^2 に従う非線形係数に変更することで次のような安定した緩和振動を起こす van der Pol 方程式を得ることができる。ここでは $k = 1$ としている。

$$\ddot{x} + c(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0 \quad (\text{E.2})$$

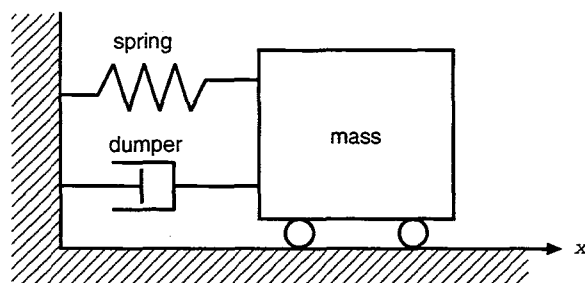


Fig.E.1: Mass-dumper-spring system

ここで、この力学系の振舞いについて概観する。まず、系の状態 x が $|x| > 1$ を持つ場合、減衰項 $c(x^2 - 1)$ は正となるので、その状態は減衰し、状態点は原点へと向かうことになる。一方、系の状態 x が $|x| < 1$ となる場合、減衰項 $c(x^2 - 1)$ は負となり、状態 x は励起され発散へと向かう。こうして力学系の中では、系の状態に応じて、これらの効果が互いに影響し合い、両者のバランスが保たれるような振動振幅に漸近し、一定の振動状態へと安定化する。こうした非線形な減衰項の存在により、 $x = 1$ の場合を除き、力学系内ではエネルギーの供給と散逸が繰り返され、安定な振動が実現される。これは、線形振動(単振動)には存在しない性質であり、特にこの安定振動をリミットサイクルと呼ぶ。

ここで、この van der Pol 方程式をリエナール変換を用いて2変数の連立1階常微分方程式に変換する。すなわち、

$$f(x) = c(x^2 - 1) \quad (\text{E.3})$$

として、

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_0^x f(x) dx \\ &= c\left(\frac{1}{3}x^3 - x\right) \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

とすると、式 (E.2) は、

$$\ddot{x} + \frac{dF(x)}{dx} \dot{x} + x = 0 \quad (\text{E.5})$$

となり、上式は

$$\ddot{x} + \dot{F}(x) + x = 0 \quad (\text{E.6})$$

であるので、

$$\frac{d}{dt}\{\dot{x} + F(x)\} + x = 0 \quad (\text{E.7})$$

と書くことができる。ここで、 $cy = \dot{x} + F(x)$ と置くと、式 (E.6) から

$$\begin{cases} \dot{x} = cy - F(x) \\ \dot{y} = -\frac{1}{c}x \end{cases} \quad (\text{E.8})$$

すなわち、

$$\begin{cases} \dot{x} = c(y - \frac{1}{3}x^3 + x) \\ \dot{y} = -\frac{1}{c}x \end{cases} \quad (\text{E.9})$$

を得る。この van der Pol 方程式は緩和振動を示すが、原点の固定点は不安定で静止状態を維持することができない。また、振動を引き起こす閾値も存在しない。しかし、この方程式を少し修正することで、安定な固定点と閾値をもったニューロンの興奮膜に似た振舞いを示すモデルを得ることができる。等傾線 $\dot{y} = 0$ の傾きを負にして、固定点が等傾線 $\dot{x} = 0$ の極小値よりも大きな値を持つように修正を加えた次式は、Bonhöffer - van der Pol (BVP) 方程式と呼ばれる代表的なニューロンモデルの一つである。

$$\begin{cases} \dot{x} = c(y - \frac{1}{3}x^3 + x + z) \\ \dot{y} = -\frac{1}{c}(x - a + by) \end{cases} \quad (\text{E.10})$$

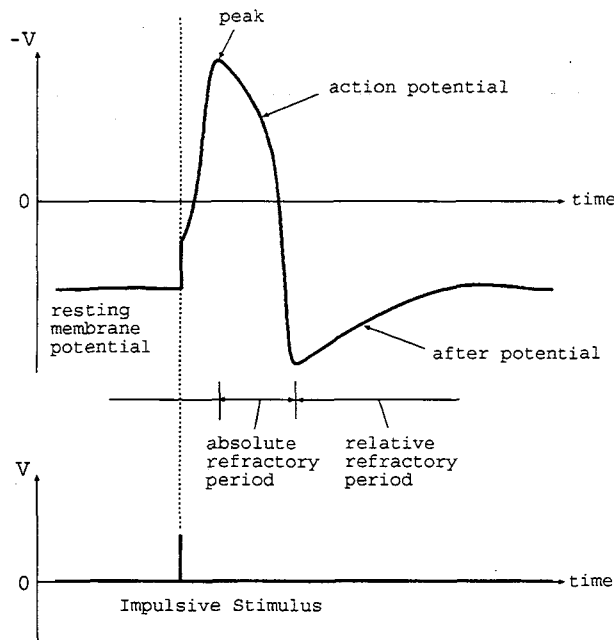


Fig.E.2: Action potential of BVP equation model

ここで、各変数の神経生理学的意味付けについて触れると、 x は興奮膜電位、 y は回復変数を表し、 z は外部刺激電流と解釈される。この BVP 方程式とニューロンの活動電位の関係を Fig.E.2 に示す。

本モデルはヤリイカの巨大軸索の活動電位 および Hodgkin-Huxley 方程式とよく似た振舞いを示すことが知られている。また、4次元の変数を持つ Hodgkin-Huxley 方程式を2次元にリダクションしたモデルとも解釈され、その振舞いも Hodgkin-Huxley 方程式と定性的に等しいと考えることができる。ここで、この BVP 方程式の振舞いについて概観する。まず、系の状態点が固定点からパルス刺激 $z (< 0)$ を受けて、ある量だけ x が負の方向へ瞬間的に移動したとする。このとき、系は (1) 等傾線 $\dot{x} = 0$ へ向けて x が負の方向へ状態点を進めるとともに、等傾線 $\dot{y} = 0$ にしたがって状態点を y を正の方向へ移動させる。(2) 状態点は、等傾線 $\dot{x} = 0$ に到達後も、等傾線 $\dot{y} = 0$ によって、 $\dot{x} = 0$ に沿いながら y を正の方向へと移動し続けるが、(3) 状態点が $\dot{x} = 0$ の極大値を越えた時点で、状態点は突如、 x が正の方向へと移動を始める。(4) そして、等傾線 $\dot{x} = 0$ に到達後、等傾線 $\dot{y} = 0$ にしたがって $\dot{x} = 0$ に沿って y を負の方向へと移動し、最終的にはヌルクラインの交点である固定点へと落ち着く。この振舞いをニューロンの興奮膜と対応させて考えると、上の各フェーズはそれぞれ、(1) 自己再生的な膜電位の上昇、(2) 活動電位のピーク、(3) 絶不応期、(4) 相対不応期と解釈することができる。また、固定点は静止膜電位に相当している。BVP 方程式の位相平面上におけるいくつかの代表的軌道を Fig.E.3 に示す。

BVP 方程式は 2 変数の微分方程式で自律的にカオス状態を起こすことはないが、これ

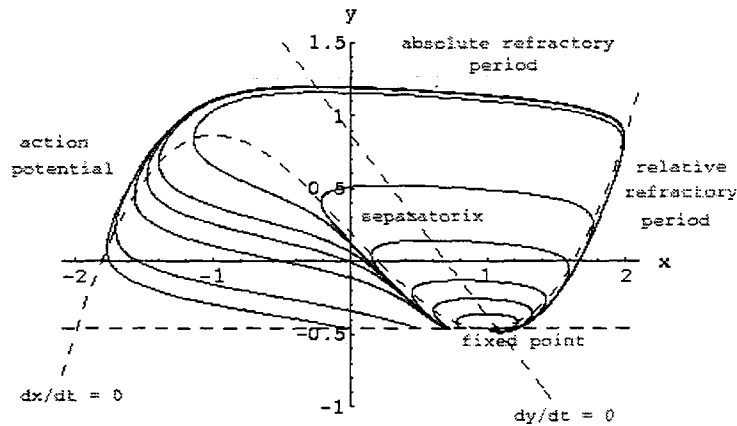


Fig.E.3: Phase plane of BVP equation model: $a = 0.7$, $b = 0.8$, $c = 3.0$, $z = -0.2$

らの結合系や外部から周期刺激が加えられた場合には、対象とする系は2変数以上となり、位相の同期化、引き込み現象のほか、準周期解や非周期解(カオス)を引き起こすこととなり、非線形性特有の性質が顕著に現れてくる。このうち、本論文では特に、引き込み現象に焦点をおいて考察する。

E.2 引き込み現象

安定なリミットサイクルを形成する自励振動系に周期的外力を加えると、条件によっては外力の周波数に一致した応答が現れる。また、自励振動系同士を結合させた場合にも単一周波数の応答を示すことがある。これらの同期化現象は力学系の違いにより大きく2つに分類される。

- 自励振動系でみられるリズムが周期的強制外力に同期する強制同期
- 複数の自励振動系が結合した系でみられる相互同期

前者は周期的非自律系の周期解の性質、後者は自律系のリミットサイクルの性質を表している。また、前者の非自律系の引き込み現象においても2つの分類がある。自励振動系にはもともとアトラクタとしてのリミットサイクルが存在するので、これと外力の周波数との間に干渉が起きることになる。このとき、両周波数が近い場合や整数比となる場合、外力に一致した応答や整数分の1の応答を得ることができる。それぞれを以下のように呼ぶ。

- 基本調波同期
- 分数調波同期

ただし、ここで注意が必要なのは周波数が一致することであり位相までも一致するわけではないことである。これに関する解決法として、本論文では離散フィードバックによる位相のシフトを行なっている。また、外力の振幅の増大に伴い、系に注入されるエネルギーが大きくなると非同期状態でも同期状態へ遷移することが知られている。

なお、本論文で扱う BFC ロボットリズム振動子には、これらの強制同期と相互同期の両方の効果が働いている。

付録F 壁打ちタスクにおける近似モデル

本章では、第3.3節で触れられなかった壁打ちタスクにおける残りの近似モデルについて詳細を述べる。ここでは、ボール1つのボールの壁打ちタスクの動力学を扱い、パドルは一定の速度をもって、理想位置でボールを打撃することができるとする。以下に各近似モデルとその有効範囲を示す。

- (A) 質点系モデル (摩擦なし)
- (B) 質点系モデル (摩擦あり)
- (C) 剛体運動モデル (摩擦あり、滑りなし)

近似モデル	回転	滑り	傾斜角	
			小さい	大きい
A	×	×	△(*)	×
B	×	○	×	○
C	○	×	○	×

(*) : 傾斜角 $\alpha = 0$ のみ成立。

F.1 準静的状態における壁打ちタスク (近似モデル A)

本節では、準静的状態におけるボールの壁打ちタスクを扱う。ここでは、ボールの運動は質点運動とみなし、ボールは水平面上を動き、床面との摩擦はないものとする。また、パドルは理想位置で一定の速度でボールを打ち返すことができると想定している。Fig.F.1に本タスクモデルと各変数の定義を示す。

定常状態におけるボール速度

ボール運動の定式化にあたり、まず、ボールとパドルの反発の式から

$$-e_p(v_{bd}^n - \bar{v}_p) = v_{bu}^n - \bar{v}_p \quad (\text{F.1})$$

同様に、ボールと壁の反発の式から

$$-e_w v_{bu}^n = v_{bd}^{n+1} \quad (\text{F.2})$$

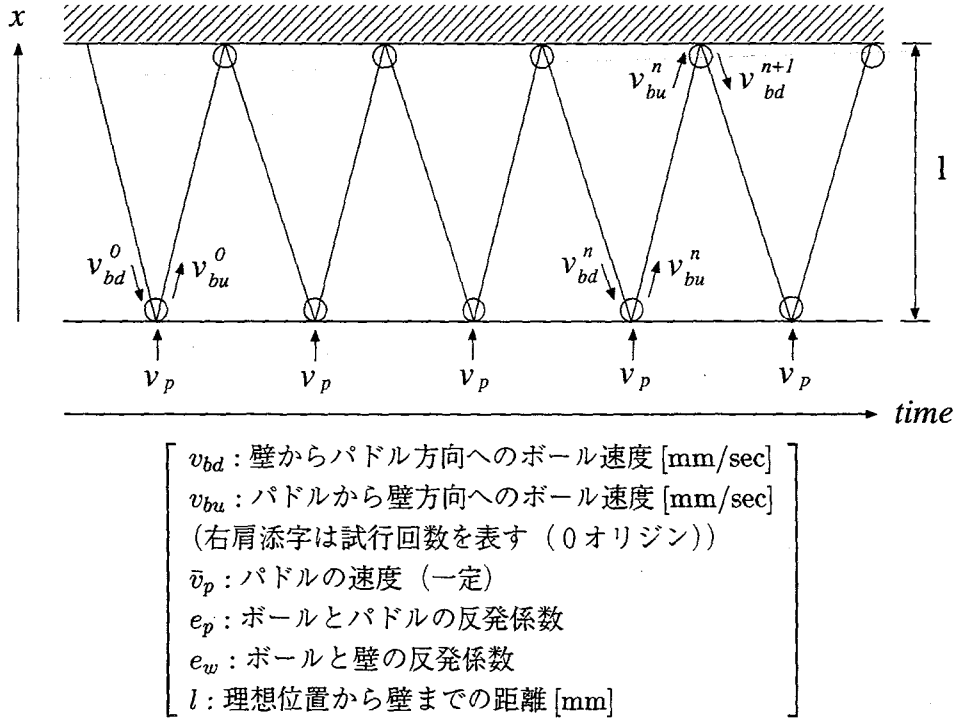


Fig.F.1: Notation for the discretization

を得る。ここで、式 (F.1), (F.2) を v_{bu}^n について解くと、

$$\begin{cases} v_{bu}^n = -e_p v_{bd}^n + (1 + e_p) \bar{v}_p \\ v_{bu}^n = -\frac{1}{e_w} v_{bd}^{n+1} \end{cases}$$

となる。上式から v_{bu}^n を消去することで、以下の漸化式を得る。

$$v_{bd}^n = e_w e_p v_{bd}^{n-1} - e_w (1 + e_p) \bar{v}_p \quad (\text{F.3})$$

ここで、 $e_{wp} = e_w e_p$, $C_p = -e_w (1 + e_p) \bar{v}_p$, $v_n = v_{bd}^n$ とおき、漸化式を解くと

$$\begin{aligned} v_n &= e_{wp} v_{n-1} + C_p \\ &= e_{wp} (e_{wp} v_{n-2} + C_p) + C_p \\ &= e_{wp}^2 v_{n-2} + (1 + e_{wp}) C_p \\ &= e_{wp}^2 (e_{wp} v_{n-3} + C_p) + (1 + e_{wp}) C_p \\ &= \dots \\ &= e_{wp}^n v_0 + (1 + e_{wp} + e_{wp}^2 + \dots + e_{wp}^{n-1}) C_p \\ &= e_{wp}^n v_0 + \frac{1 - e_{wp}^n}{1 - e_{wp}} C_p \end{aligned} \quad (\text{F.4})$$

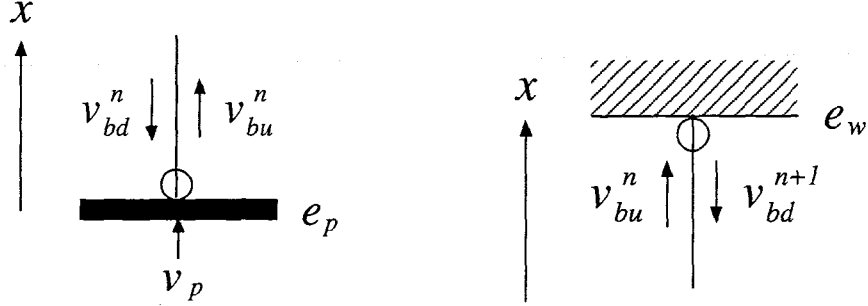


Fig.F.2: Sketch of the wall-bouncing model

$n \rightarrow \infty$ として、

$$\begin{aligned}
 v_{bd}^{\infty} &= \lim_{n \rightarrow \infty} v_n \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(e_{wp}^n v_0 + \frac{1 - e_{wp}^n}{1 - e_{wp}} C_p \right) \\
 &= \frac{1}{1 - e_{wp}} C_p \quad (\because e_{wp} < 1) \\
 &= -\frac{e_w(1 + e_p)}{1 - e_w e_p} \bar{v}_p
 \end{aligned} \tag{F.5}$$

を得る。よって、式 (F.5) を式 (F.2) に代入して、

$$v_{bu}^{\infty} = \frac{1 + e_p}{1 - e_w e_p} \bar{v}_p \tag{F.6}$$

となり、以上からボールの速度は

$$\begin{cases} \bar{v}_{bd} = v_{bd}^{\infty} = -\frac{e_w(1 + e_p)}{1 - e_w e_p} \bar{v}_p \\ \bar{v}_{bu} = v_{bu}^{\infty} = \frac{1 + e_p}{1 - e_w e_p} \bar{v}_p \end{cases} \tag{F.7}$$

に収束し、初速や壁までの距離に依存しないことがわかる。つまり、理想位置で一定速度でボールを打ち続けることができる場合、ボール速度は一定になり安定した状態に落ち着く。また、特に $e = e_p = e_w$ のときは、

$$\begin{cases} \bar{v}_{bd} = v_{bd}^{\infty} = -\frac{e}{1 - e} \bar{v}_p \\ \bar{v}_{bu} = v_{bu}^{\infty} = \frac{1}{1 - e} \bar{v}_p \end{cases} \tag{F.8}$$

となり、

$$\bar{v}_{bd} + \bar{v}_{bu} = \bar{v}_p \tag{F.9}$$

が成り立つ。

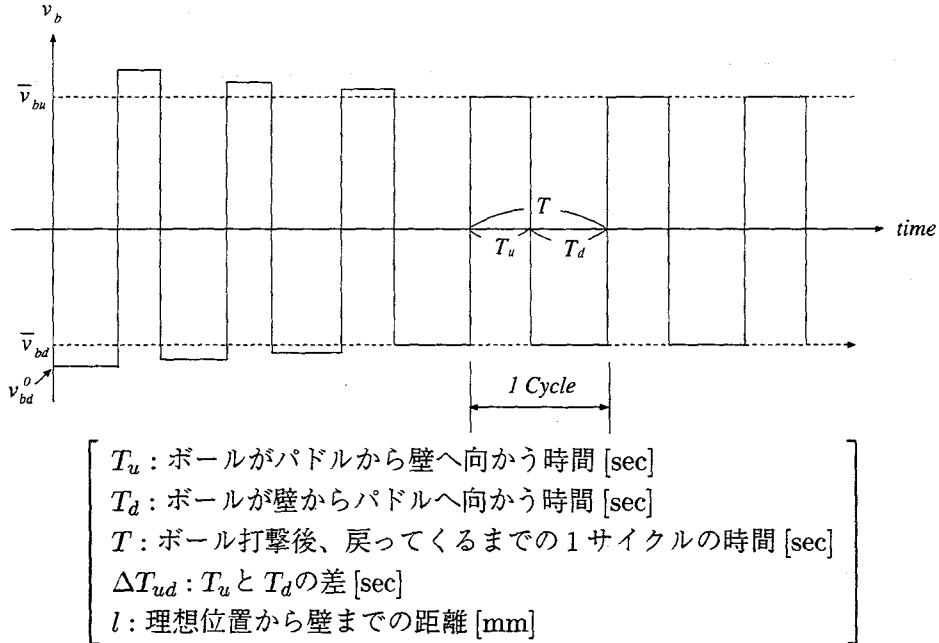


Fig.F.3: Nortaion for the ball cycle

1 サイクル内の時間の内訳

ここで、ボールを打撃してから再度打撃するまでの1サイクルについて考える。Fig.F.3に各サイクルにおけるボール速度の変化とサイクル内の時間の内訳における変数定義を示す。

上記変数を用いると、1サイクル内の時間の内訳の関係式は、

$$T = T_u + T_d \quad (\text{F.10})$$

$$\Delta T_{ud} = |T_u - T_d| \quad (\text{F.11})$$

$$l = \bar{v}_{bu} T_u = -\bar{v}_{bd} T_d \quad (\text{F.12})$$

のように表される。よって、

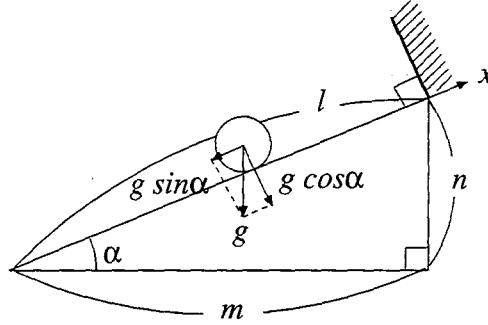
$$T_u = \frac{l}{\bar{v}_{bu}} = \frac{1 - e_w e_p}{1 + e_p} \frac{l}{\bar{v}_p} \quad (\text{F.13})$$

$$T_d = -\frac{l}{\bar{v}_{bd}} = \frac{1 - e_w e_p}{e_w (1 + e_p)} \frac{l}{\bar{v}_p} \quad (\text{F.14})$$

$$\begin{aligned} T &= T_u + T_d \\ &= \frac{1 - e_w e_p}{1 + e_p} \frac{l}{\bar{v}_p} + \frac{1 - e_w e_p}{e_w (1 + e_p)} \frac{l}{\bar{v}_p} \\ &= \frac{(1 + e_w)(1 - e_w e_p)}{e_w (1 + e_p)} \frac{l}{\bar{v}_p} \end{aligned} \quad (\text{F.15})$$

$$\begin{aligned}
\Delta T_{ud} &= |T_u - T_d| = T_d - T_u \\
&= \frac{1 - e_w e_p}{e_w(1 + e_p)} \frac{l}{\bar{v}_p} - \frac{1 - e_w e_p}{1 + e_p} \frac{l}{\bar{v}_p} \\
&= \frac{(1 - e_w)(1 - e_w e_p)}{e_w(1 + e_p)} \frac{l}{\bar{v}_p}
\end{aligned} \tag{F.16}$$

を得る。モデルベースでボールの連続打撃を行なう際には、以上のような変数を計算し動作計画を行なうことになる。特に T に関する情報を見ると、式 (F.15) より、外部（環境）変数 e_w, e_p, l が不可欠であることが分かる。また、内部変数 \bar{v}_p も必要である。これらの関係式を満たすようにうまくチューニングされた環境下においては、安定状態になることが可能である。



$\bar{v}_{bu}(\alpha, \mu)$: パドルから壁方向へのボール速度 [mm/sec]
$\bar{v}_{bd}(\alpha, \mu)$: 壁からパドル方向へのボール速度 [mm/sec]
$T_u(\alpha, \mu)$: ボールがパドルから壁へ向かう時間 [sec]
$T_d(\alpha, \mu)$: ボールが壁からパドルへ向かう時間 [sec]
$T(\alpha, \mu)$: ボール打撃後、戻ってくるまでの1サイクルの時間 [sec]
$\Delta T_{ud}(\alpha, \mu)$: T_u と T_d の差 [sec]
l : 理想位置から壁までの距離 [mm]

Fig.F.4: Wall-bouncing task model with slope

F.2 準静的状態における壁打ちタスク (近似モデルB)

本節においても、準静的状態におけるボールの壁打ちタスクを扱い、前節と同様、ボールの運動を質点運動とみなす。ただし、本節ではパドルから壁方向に傾斜 (傾斜角 α) があり、ボールはその傾斜に沿って運動するものとする。また、ボールと床面との摩擦も考慮する。Fig.F.4に本タスクモデルと各変数の定義を示す。

このとき、衝突時を除いたボール速度の更新式は

$$\begin{cases} v_{bu}(t + \Delta t) = v_{bu}(t) - (g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) \Delta t \\ v_{bd}(t + \Delta t) = v_{bd}(t) - (g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha) \Delta t \end{cases} \quad (\text{F.17})$$

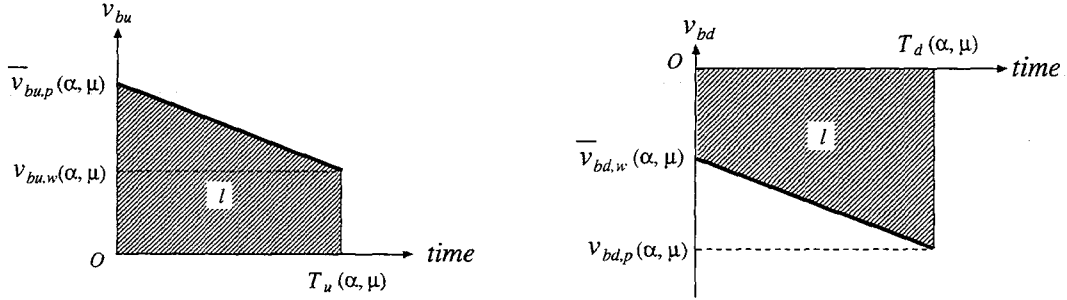
となる。ここで、 g は重力加速度 [mm/sec²]、 $\alpha (= \tan^{-1} \frac{n}{m})$ は傾斜角 [rad]、 μ' は動摩擦係数を表すものとする。

動摩擦は速度によらず一定に働くことが知られている [72], [73]。また、パドルから壁方向にボールが進む場合の距離に関する関係式は以下のようなになる。

$$l = \bar{v}_{bu,p}(\alpha, \mu') T_u - \frac{1}{2} (g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) T_u^2(\alpha, \mu') \quad (\text{F.18})$$

上式を $T_u(\alpha, \mu')$ について解くと、

$$T_u(\alpha, \mu') = \frac{\bar{v}_{bu,p}(\alpha, \mu') \pm \sqrt{\bar{v}_{bu,p}^2(\alpha, \mu') - 2(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) l}}{g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha} \quad (\text{F.19})$$



を得るが、グラフより $\bar{v}_{bu,p}(\alpha, \mu') - (g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha)T_u > 0$ であるので、

$$T_u(\alpha, \mu') < \frac{\bar{v}_{bu,p}(\alpha, \mu')}{g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha} \quad (\text{F.20})$$

よって、

$$T_u(\alpha, \mu') = \frac{\bar{v}_{bu,p}(\alpha, \mu') - \sqrt{\bar{v}_{bu,p}^2(\alpha, \mu') - 2(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha)l}}{g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha} \quad (\text{F.21})$$

となる。

同様に、壁からパドル方向にボールが進む場合の距離に関する関係式は以下のようになる。

$$l = -\bar{v}_{bd,w}(\alpha, \mu')T_d + \frac{1}{2}(g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha)T_d^2(\alpha, \mu') \quad (\text{F.22})$$

上式を $T_d(\alpha, \mu')$ について解くと、

$$T_d(\alpha, \mu') = \frac{\bar{v}_{bd,w}(\alpha, \mu') \pm \sqrt{\bar{v}_{bd,w}^2(\alpha, \mu') + 2(g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha)l}}{g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha} \quad (\text{F.23})$$

を得るが、グラフより $T_d(\alpha, \mu') > 0$ であるので、

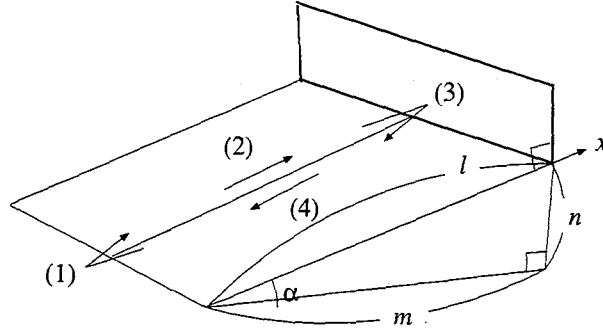
$$T_d(\alpha, \mu') = \frac{\bar{v}_{bd,w}(\alpha, \mu') + \sqrt{\bar{v}_{bd,w}^2(\alpha, \mu') + 2(g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha)l}}{g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha} \quad (\text{F.24})$$

となる。さらに、 $T(\alpha, \mu')$ 、 $\Delta T_{ud}(\alpha, \mu')$ は、それぞれ

$$T(\alpha, \mu') = T_u(\alpha, \mu') + T_d(\alpha, \mu') \quad (\text{F.25})$$

$$\Delta T_{ud}(\alpha, \mu') = |T_u(\alpha, \mu') - T_d(\alpha, \mu')| \quad (\text{F.26})$$

より求められる。ただし、これには安定状態のボール速度 $\bar{v}_{bu}(\alpha, \mu')$ および $\bar{v}_{bd}(\alpha, \mu')$ が必要となる。そこで、つづいてこれらの値を求めるために1サイクル内のボールの動作を次の4つのフェーズに分けて考える。



- (1) ボールがパドルに衝突する瞬間
 (2) パドルから壁方向へのボールが進む
 (3) ボールが壁に衝突する瞬間
 (4) 壁からパドル方向へのボールが進む

このとき、各フェーズに対応する力学を考慮するとボールのパドル、壁への衝突直前、直後の速度は以下のように表される。

$$v_{bu,p}^n(\alpha, \mu') = -e_p v_{bd,p}^n(\alpha, \mu') + (1 + e_p) \bar{v}_p \quad (\text{F.27})$$

$$v_{bu,w}^n(\alpha, \mu') = v_{bu,p}^n(\alpha, \mu') - (g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) T_u(\alpha, \mu') \quad (\text{F.28})$$

$$v_{bd,w}^{n+1}(\alpha, \mu') = -e_w v_{bu,w}^n(\alpha, \mu') \quad (\text{F.29})$$

$$v_{bd,p}^{n+1}(\alpha, \mu') = v_{bd,w}^{n+1}(\alpha, \mu') - (g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha) T_d(\alpha, \mu') \quad (\text{F.30})$$

ここで、右下の添字 $(*)_{*,p}$ はパドル、 $(*)_{*,w}$ は壁を表すものとする。

式 (F.28) に式 (F.21) を代入すると、

$$v_{bu,w}^n(\alpha, \mu') = \sqrt{v_{bu,p}^n(\alpha, \mu')^2 - 2(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) l} \quad (\text{F.31})$$

また、式 (F.30) に式 (F.24) を代入すると、

$$v_{bd,p}^{n+1}(\alpha, \mu') = -\sqrt{v_{bd,w}^{n+1}(\alpha, \mu')^2 + 2(g \sin \alpha - \mu' \cos \alpha) l} \quad (\text{F.32})$$

次に式 (F.27)、(F.31) より $v_{bu,p}^n$ を消去すると、

$$v_{bu,w}^n(\alpha, \mu') = \sqrt{(-e_p v_{bd,p}^n(\alpha, \mu') + (1 + e_p) \bar{v}_p)^2 - 2(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) l} \quad (\text{F.33})$$

式 (F.29)、(F.33) より $v_{bu,w}^n$ を消去すると、

$$v_{bd,w}^n(\alpha, \mu') = -e_w \sqrt{(-e_p v_{bd,p}^n(\alpha, \mu') + (1 + e_p) \bar{v}_p)^2 - 2(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha) l} \quad (\text{F.34})$$

を得る。最後に式 (F.32)、(F.34) より $v_{bd,w}^n$ を消去すると、次の漸化式を得る。

$$v_{bd,p}^{n+1}(\alpha, \mu') = -\sqrt{(-e_w e_p v_{bd,p}^n(\alpha, \mu') + e_w(1+e_p)\bar{v}_p)^2 + 2(1-e_w^2)g \sin \alpha l - 2(1+e_w^2)\mu' \cos \alpha l} \quad (\text{F.35})$$

ここで、 $\alpha = 0, \mu' = 0$ とすると、

$$\begin{aligned} v_{bd,p}^{n+1}(0, 0) &= -\sqrt{(-e_w e_p v_{bd,p}^n(0, 0) + e_w(1+e_p)\bar{v}_p)^2} \\ &= -(-e_w e_p v_{bd,p}^n(0, 0) + e_w(1+e_p)\bar{v}_p) \\ &= e_w e_p v_{bd,p}^n(0, 0) - e_w(1+e_p)\bar{v}_p \end{aligned} \quad (\text{F.36})$$

となり、式 (F.3) と確かに一致する。

ここで、 $\sqrt{(*)^2}$ の符号については、 $-e_w e_p v_{bd,p}^n(\alpha, \mu') + e_w(1+e_p)\bar{v}_p < 0$ と仮定すると、 $(1+e_p)\bar{v}_p < e_p v_{bd,p}^n$ となるが、左辺 > 0 に対し右辺 < 0 となって矛盾が生じる。

よって、 $-e_w e_p v_{bd,p}^n(\alpha, \mu') + e_w(1+e_p)\bar{v}_p \geq 0$ となり、上式を得る。

本漸化式は

$$f_1(v_{bd,p}^n) = (-e_w e_p v_{bd,p}^n(\alpha, \mu') + e_w(1+e_p)\bar{v}_p)^2 \quad (\text{F.37})$$

$$f_2(\alpha) = 2(1-e_w^2)g \sin \alpha l \quad (\text{F.38})$$

$$f_3(\alpha, \mu') = -2(1+e_w^2)\mu' \cos \alpha l \quad (\text{F.39})$$

のように衝突に関する項 $f_1()$ 、重力に関する項 $f_2()$ 、摩擦に関する項 $f_3()$ と分けることができ、

$$\begin{aligned} v_{bd,p}^n &= -\sqrt{f_1(v_{bd,p}^{n-1}) + f_2(\alpha) + f_3(\alpha, \mu')} \\ &= F(v_{bd,p}^{n-1}, \alpha, \mu') \end{aligned} \quad (\text{F.40})$$

と書ける。

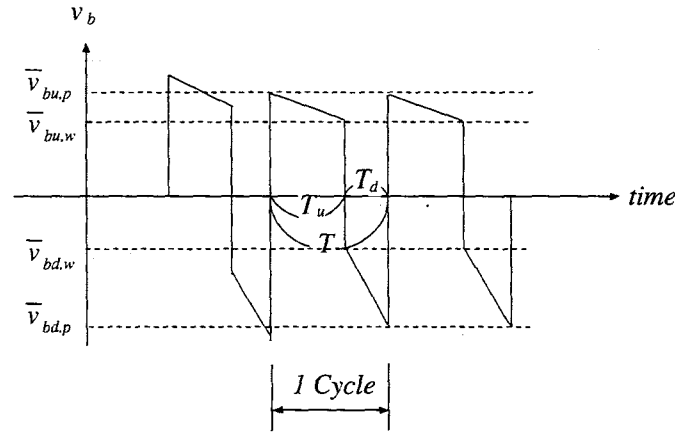
一般解は、

$$\begin{aligned} v_{bd,p}^n &= F(v_{bd,p}^{n-1}, \alpha, \mu') = F^2(v_{bd,p}^{n-2}, \alpha, \mu') \\ &= \dots = F^n(v_{bd,p}^0, \alpha, \mu') \end{aligned} \quad (\text{F.41})$$

また、 $n \rightarrow \infty$ として、

$$\begin{aligned} \bar{v}_{bd,p} &= v_{bd,p}^\infty \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} F^n(v_{bd,p}^0, \alpha, \mu') \\ &= C(\alpha, \mu') \end{aligned} \quad (\text{F.42})$$

のような初速に依存しない収束解を得ることができる。ただし、この解析解を求めることは困難なため数値計算により十分時間が経過した時点の値を収束解とする。また、幾何学



的には、くもの巣法を用いて収束解を見つけることができる。

さらに以上より得られるボール速度、式 (F.42) を式 (F.34) に代入することで、

$$\bar{v}_{bu,w}(\alpha, \mu') = -e_w \sqrt{(-e_p \bar{v}_{bd,p}(\alpha, \mu') + (1 + e_p) \bar{v}_p)^2 - 2(g \sin \alpha + \mu' \cos \alpha)l} \quad (\text{F.43})$$

を得る。

また、式 (F.42)、(F.43) の値を式 (F.21)、(F.24) に代入し、 $T_u(\alpha, \mu')$ 、 $T_d(\alpha, \mu')$ 、さらには式 (F.25)、(F.26) より $T(\alpha, \mu')$ 、 $\Delta T_{ud}(\alpha, \mu')$ を得る。

前節および以上までの結果より、以下のことが分かる。

1. 環境が一定の場合、ボール速度は \bar{v}_p によって決まる。
2. サイクルの周期も \bar{v}_p によって決まる。
3. 一定速度をもって同じ位置で打ち続けることができれば、外乱を吸収し安定化する。

F.3 準動的状態における壁打ちタスク (近似モデル C)

摩擦は仕事をしないので、エネルギー保存則が成り立つ。

$$\frac{1}{2}mv_b^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + mgh = \text{const.} \quad (\text{F.44})$$

ここで、 m はボールの質量を、 v_b はボールの並進速度を、 I はボールの慣性能率、 ω は紙面上向き方向を軸とするボールの回転角速度を表す。また、 g は重力加速度、 h はボールの高さを表す。ここで、対象の剛体を半径 a の球とすると、各軸周りの慣性能率 I_x, I_y, I_z は、

$$I_x = \iiint \rho(y^2 + z^2) dV \quad (\text{F.45})$$

$$I_y = \iiint \rho(z^2 + x^2) dV \quad (\text{F.46})$$

$$I_z = \iiint \rho(x^2 + y^2) dV \quad (\text{F.47})$$

となるが、対称性から

$$I = I_x = I_y = I_z \quad (\text{F.48})$$

よって、

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{3}(I_x + I_y + I_z) \quad (\text{F.49}) \\ &= \frac{2}{3} \iiint \rho(x^2 + y^2 + z^2) dV \\ &= \frac{2}{3} \int_0^a \rho r^2 4\pi r^2 dr \\ &= \frac{8}{15} \pi \rho a^5 \end{aligned}$$

球の質量 m は、

$$m = \rho \iiint dV = \frac{4}{3} \pi \rho a^3 \quad (\text{F.50})$$

であるので、

$$I = \frac{8}{15} \pi \rho a^5 = \frac{2}{5} a^2 \left(\frac{4}{3} \pi \rho a^3 \right) = \frac{2}{5} m a^2 \quad (\text{F.51})$$

また、本モデルでは滑りを生じないので

$$v_b + a\omega = 0 \quad (\text{F.52})$$

が成り立つ。これらの式をエネルギー保存の式 (F.44) に代入すると、

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2}mv_b^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}ma^2\right)\omega^2 + mgh \\
 &= \frac{1}{2}mv_b^2 + \frac{1}{5}m(a\omega)^2 + mgh \\
 &= \frac{1}{2}mv_b^2 + \frac{1}{5}mv_b^2 + mgh \\
 &= \frac{7}{10}mv_b^2 + mgh = \text{const.}
 \end{aligned}$$

ここで、1 サイクル内のボールの動作を次の4つのフェーズに分けて考える。

- $$\left\{ \begin{array}{l}
 (1) \text{ ボールがパドルに衝突する瞬間} \\
 (2) \text{ パドルから壁方向へのボールが進む} \\
 (3) \text{ ボールが壁に衝突する瞬間} \\
 (4) \text{ 壁からパドル方向へのボールが進む}
 \end{array} \right.$$

(1) ボールがパドルに衝突する瞬間

ここでは、反発時の x 軸方向への回転による影響は無視できるものとする。このとき、ボールとパドルの反発の式から、

$$v_{bu,p}^n = -e_p v_{bd,p}^n + (1 + e_p) \bar{v}_p \quad (\text{F.53})$$

を得る。

(2) パドルから壁方向へボールが進む

エネルギー保存の式 (F.53) より、

$$\frac{1}{2}m(v_{bu,p}^n)^2 = \frac{7}{10}m(v_{bu,w}^n)^2 + mgh \quad (\text{F.54})$$

上式を $v_{bu,w}^n$ について解くと、

$$v_{bu,w}^n = \sqrt{\frac{5}{7}(v_{bu,p}^n)^2 - \frac{10}{7}gh} \quad (\text{F.55})$$

を得る。

(3) ボールが壁に衝突する瞬間

ボールとパドルの反発の場合と同様、反発時の回転による影響は無視できるものとする。と、ボールと壁の反発の式から、

$$v_{bd,w}^{n+1} = -e_w v_{bu,w}^n \quad (\text{F.56})$$

と表される。

(4) 壁からパドル方向へボールが進む

エネルギー保存の式 (F.53) より、

$$\frac{1}{2}m(v_{bd,w}^{n+1})^2 + mgh = \frac{7}{10}m(v_{bd,p}^{n+1})^2 \quad (\text{F.57})$$

上式を $v_{bd,p}^{n+1}$ について解くと、

$$v_{bd,w}^{n+1} = \sqrt{\frac{5}{7}(v_{bd,w}^{n+1})^2 + \frac{10}{7}gh} \quad (\text{F.58})$$

を得る。

以上をまとめると、

$$\begin{cases} v_{bu,p}^n = -e_p v_{bd,p}^n + (1 + e_p)\bar{v}_p \\ v_{bu,w}^n = \sqrt{\frac{5}{7}(v_{bu,p}^n)^2 - \frac{10}{7}gh} \\ v_{bd,w}^{n+1} = -e_w v_{bu,w}^n \\ v_{bd,w}^{n+1} = \sqrt{\frac{5}{7}(v_{bd,w}^{n+1})^2 + \frac{10}{7}gh} \end{cases}$$

式 (F.53)、(F.55) より、

$$v_{bu,w}^n = \sqrt{\frac{5}{7}(-e_p v_{bd,p}^n + (1 + e_p)\bar{v}_p)^2 - \frac{10}{7}gh} \quad (\text{F.59})$$

式 (F.59)、(F.56) より、

$$v_{bd,w}^{n+1} = -e_w \sqrt{\frac{5}{7}(-e_p v_{bd,p}^n + (1 + e_p)\bar{v}_p)^2 - \frac{10}{7}gh} \quad (\text{F.60})$$

式 (F.60)、(F.58) より、

$$v_{bd,p}^{n+1} = -\sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2 e_w^2 (-e_p v_{bd,p}^n + (1 + e_p)\bar{v}_p)^2 + \frac{10}{7}(1 - e_w^2)gh} \quad (\text{F.61})$$

ここで、

$$a = -\frac{5}{7}e_w e_p \quad (\text{F.62})$$

$$b = \frac{5}{7}e_w(1 + e_p)\bar{v}_p \quad (\text{F.63})$$

$$c = \frac{10}{7}(1 - e_w^2)gh \quad (\text{F.64})$$

とおき、 $n \rightarrow \infty$ の状態を考える。

$$\bar{v}_{bd,p} = \lim_{n \rightarrow \infty} v_{bd,p}^n \quad (\text{F.65})$$

として、

$$\bar{v}_{bd,p} = -\sqrt{(a\bar{v}_{bd,p} + b)^2 + c} \quad (\text{F.66})$$

上式を $\bar{v}_{bd,p}$ について解くと、

$$\bar{v}_{bd,p} = \frac{-ab \pm \sqrt{b^2 + c - a^2c}}{a^2 - 1} \quad (\text{F.67})$$

ここで、 $-ab \geq \sqrt{b^2 + c - a^2c} (> 0)$ と仮定すると、

$$a^2b^2 \geq b^2 + c - a^2c \quad (\text{F.68})$$

このとき、

$$\begin{aligned} (\text{左辺}) - (\text{右辺}) &= a^2b^2 - b^2 - c + a^2c \\ &= (a^2 - 1)(b^2 + c) \end{aligned} \quad (\text{F.69})$$

となるが、 $e_w < 1$ 、 $e_p < 1$ より $a^2 - 1 = (\frac{5}{7}e_w e_p)^2 - 1 < 0$ 。また、明らかに $b^2 + c > 0$ 。よって、その積は負となり、最初の仮定に矛盾する。つまり、

$$-ab < \sqrt{b^2 + c - a^2c} \quad (\text{F.70})$$

となり、 $\bar{v}_{bd,p} < 0$ より、

$$\bar{v}_{bd,p} = \frac{-ab + \sqrt{b^2 + c - a^2c}}{a^2 - 1} \quad (\text{F.71})$$

を得る。ただし、

$$\begin{aligned} a &= -\frac{5}{7}e_w e_p \\ b &= \frac{5}{7}e_w(1 + e_p)\bar{v}_p \\ c &= \frac{10}{7}(1 - e_w^2)gh \end{aligned}$$

である。上式は、ボールの初速に依らず、質量や傾斜角にも無関係な量であることに注意が必要である。すなわち、外乱による速度変更があっても、その差を吸収する機構を持つことが分かる。また、特に $h = 0$ のときは $c = 0$ となるので

$$\begin{aligned} \bar{v}_{bd,p} &= \frac{-ab + b}{a^2 - 1} = \frac{-b(a - 1)}{(a + 1)(a - 1)} = -\frac{b}{a + 1} \\ &= -\frac{\frac{5}{7}e_w(1 + e_p)\bar{v}_p}{1 - \frac{5}{7}e_w e_p} \end{aligned} \quad (\text{F.72})$$

と表され、質点系近似と比べ e_w が $\frac{5}{7}$ 倍された状態となる。

次にフェーズ (2)(4) のボールの運動について調べる。

(2) パドルから壁方向へボールが進む

ボールが初速 $\bar{v}_{bu,p}$ を与えられ、滑らず斜面を転がり上がる場合の運動方程式は、

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \sin \alpha + F \quad (\text{F.73})$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = aF \quad (\text{F.74})$$

と表される。このとき、式 (F.73)、(F.74) から、

$$-am \frac{d^2 x}{dt^2} + I \frac{d\omega}{dt} = amg \sin \alpha \quad (\text{F.75})$$

となる。また、滑らない条件から、

$$\frac{dx}{dt} + a\omega = 0 \quad (\text{F.76})$$

を得る。ここで、上式の両辺を時間微分すると、

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + a \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad (\text{F.77})$$

となり、式 (F.77) を式 (F.75) に代入して計算すると、

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{5}{7}g \sin \alpha \quad (\text{F.78})$$

が得られる。初期条件 (初速 $\bar{v}_{bu,p}$) を考慮して、上式を積分すると

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{5}{7}g \sin \alpha t + \bar{v}_{bu,p} \quad (\text{F.79})$$

を得る。また、静止摩擦 F は

$$\begin{aligned} F &= \frac{I}{a} \frac{d\omega}{dt} = \frac{2}{5}ma \left(-\frac{d^2 x}{dt^2} \right) \\ &= -\frac{2}{5}m \frac{d^2 x}{dt^2} \\ &= \frac{2}{7}mg \sin \alpha \end{aligned} \quad (\text{F.80})$$

静止摩擦係数を μ とすると、滑りがない条件から

$$F < \mu mg \cos \alpha \quad (\text{F.81})$$

であり、式 (F.81) に式 (F.80) を代入して計算すると、

$$\tan \alpha < \frac{7}{2}\mu \quad (\text{F.82})$$

を得る。

以上より、 $\tan \alpha < \frac{7}{2}\mu$ を満たす α に対し、ボールは

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{5}{7}g \sin \alpha t + \bar{v}_{bu,p}$$

の等加速度運動を行うことが分かる。ただし、実際の運動は初めに滑りを生じるので、この滑りが無視でき、上式の近似が成り立つ傾斜角 α はもっと小さな値となることに注意が必要である。詳細は本文の近似モデル D で触れている。

また、このとき、壁までに到達するのに要する時間 T_u は、

$$\begin{aligned} T_u &= \frac{\bar{v}_{bu,w} - \bar{v}_{bu,p}}{-\frac{5}{7}g \sin \alpha} \\ &= \frac{7 \bar{v}_{bu,p} - \bar{v}_{bu,w}}{5 g \sin \alpha} \end{aligned} \quad (\text{F.83})$$

(4) 壁からパドル方向へボールが進む

初速 $\bar{v}_{bd,w}$ を与えられたボールが滑らず斜面を転がり落ちる場合の運動方程式は、

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \sin \alpha + F \quad (\text{F.84})$$

$$I \frac{d\omega}{dt} = aF \quad (\text{F.85})$$

と表される。(2) の場合と同様なので詳細を略すが、ボールは $\tan \alpha < \frac{7}{2}\mu$ を満たす α に対し、

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{5}{7}g \sin \alpha t + \bar{v}_{bd,w}$$

の等加速度運動を行うことを導くことができる。また、ボールがパドルまで到達するのに要する時間 T_d は、

$$\begin{aligned} T_d &= \frac{\bar{v}_{bd,p} - \bar{v}_{bd,w}}{-\frac{5}{7}g \sin \alpha} \\ &= \frac{7 \bar{v}_{bd,w} - \bar{v}_{bd,p}}{5 g \sin \alpha} \end{aligned} \quad (\text{F.86})$$

で表される。ここで、1 サイクルに要する時間を T 、上り、下りの時間差を ΔT とすると

$$\begin{aligned} T &= T_u + T_d \\ &= \frac{7 \bar{v}_{bu,p} - \bar{v}_{bu,w}}{5 g \sin \alpha} + \frac{7 \bar{v}_{bd,w} - \bar{v}_{bd,p}}{5 g \sin \alpha} \\ &= \frac{7}{5g \sin \alpha} (-(1 + e_p)\bar{v}_{bd,p} - (1 + e_w)\bar{v}_{bu,w} + (1 + e_p)\bar{v}_p) \end{aligned} \quad (\text{F.87})$$

$$\begin{aligned}
\Delta T &= |T_u - T_d| \\
&= \left| \frac{7 \bar{v}_{bu,p} - \bar{v}_{bu,w}}{5 g \sin \alpha} - \frac{7 \bar{v}_{bd,w} - \bar{v}_{bd,p}}{5 g \sin \alpha} \right| \\
&= \left| \frac{7}{5g \sin \alpha} ((1 - e_p) \bar{v}_{bd,p} - (1 - e_w) \bar{v}_{bu,w} + (1 + e_p) \bar{v}_p) \right| \quad (\text{F.88})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta T}{T} &= \frac{\left| \frac{7}{5g \sin \alpha} ((1 - e_p) \bar{v}_{bd,p} - (1 - e_w) \bar{v}_{bu,w} + (1 + e_p) \bar{v}_p) \right|}{\frac{7}{5g \sin \alpha} (-(1 + e_p) \bar{v}_{bd,p} - (1 + e_w) \bar{v}_{bu,w} + (1 + e_p) \bar{v}_p)} \\
&= \frac{\left| (1 - e_p) \bar{v}_{bd,p} - (1 - e_w) \bar{v}_{bu,w} + (1 + e_p) \bar{v}_p \right|}{-(1 + e_p) \bar{v}_{bd,p} - (1 + e_w) \bar{v}_{bu,w} + (1 + e_p) \bar{v}_p} \quad (\text{F.89})
\end{aligned}$$

ここで、 $\bar{v}_{bd,p}$, $\bar{v}_{bu,w}$ は、 (e_w, e_p, \bar{v}_p, h) の関数であるので、 $\frac{\Delta T}{T}$ も (e_w, e_p, \bar{v}_p, h) によって決定される。つまり、傾斜角 α やボールの質量に依存しないことが分かる。

付録G 定理の証明

本章では、第3.3.4節の証明で導入した定理を証明する。

定理:

1. 上に有界な（上界の1つを U とする）単調増加実数列 $\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ は収束し、極限は上限 $\sup\{x_n | n \in \mathbf{N}\}$ に等しい:

$$(\forall k \in \mathbf{N})(\exists U \in \mathbf{R})(x_k \leq x_{k+1} \leq U \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sup\{x_n | n \in \mathbf{N}\}) \quad (\text{G.1})$$

2. 下に有界な（下界の1つを L とする）単調減少実数列 $\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ は収束し、極限は下限 $\inf\{x_n | n \in \mathbf{N}\}$ に等しい:

$$(\forall k \in \mathbf{N})(\exists L \in \mathbf{R})(x_k \geq x_{k+1} \geq L \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \inf\{x_n | n \in \mathbf{N}\}) \quad (\text{G.2})$$

(1. の証明)

Pr.)

$X = \{x_n | n \in \mathbf{N}\} \neq \emptyset$ は上に有界であるので、連続の公理により $s = \sup X \in \mathbf{R}$ が存在する。また、 $s \in U$ であるので、

$$(\forall n \in \mathbf{N})(x_n \leq s) \quad (\text{G.3})$$

が成り立つ。一方、 $\forall \epsilon > 0$ に対し、 $s - \epsilon < s$ であるので、 $s - \epsilon \notin U$ が存在し、

$$(\exists n_0 \in \mathbf{N})(s - \epsilon < x_{n_0}) \quad (\text{G.4})$$

となる。このとき、単調増加性と式 (G.3), (G.4) より、

$$(\exists n_0, n \in \mathbf{N}, \forall n \geq n_0)(s - \epsilon < x_{n_0} \leq x_n \leq s) \quad (\text{G.5})$$

以上より、

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \quad (\text{G.6})$$

が示された。

(Q.E.D.)

(2. の証明)

Pr.)

$X = \{x_n | n \in \mathbf{N}\} \neq \phi$ は下に有界であるので、連続の公理により $s = \inf X \in \mathbf{R}$ が存在する。また、 $t \in L$ であるので、

$$(\forall n \in \mathbf{N})(t \leq x_n) \quad (\text{G.7})$$

が成り立つ。一方、 $\forall \epsilon > 0$ に対し、 $t < t + \epsilon$ であるので、 $t + \epsilon \notin L$ が存在し、

$$(\exists n_0 \in \mathbf{N})(x_{n_0} < t + \epsilon) \quad (\text{G.8})$$

となる。このとき、単調減少性と式 (G.7), (G.8) より、

$$(\exists n_0, n \in \mathbf{N}, \forall n \geq n_0)(t \leq x_n \leq x_{n_0} < t + \epsilon) \quad (\text{G.9})$$

以上より、

$$t = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n \quad (\text{G.10})$$

が示された。

(Q.E.D.)

付録H 球体に対する PSD 距離センサーの特性

SHARP GP2D12 / GP2Y0A02YK の特性

PSD センサーは光の入射位置によって出力が変化するフォトダイオードの一種で、最近これを用いた距離センサーがロボットにおいてよく利用されている。特に SHARP GP2D12 は安価で入手しやすい上、専用制御回路を本体に内蔵しているため、外部に特別な回路を必要としない点からも非常に使い勝手が良く、相撲ロボットをはじめとするロボットコンテストや PALM ロボット (CMU)、AIBO (SONY) 等でも採用されている。GP2D12 は赤外線により距離 100[mm] から 800[mm] までにある対象物体を三角測量の原理で検出し、その距離をアナログ電圧値として出力する。一方、GP2Y0A02YK は GP2D12 の検出距離を伸ばした長距離測定用センサーで、200[mm] から 1500[mm] の距離を検出することが可能である。これらのセンサーは検出対象の色や光の反射率に左右されない利点を持つ反面、センサー角度に非常に敏感である欠点を持つ。また、本センサーを複数使用する際には、乱反射や混線にも注意が必要である。さらに、アナログ出力と言いつつも出力が時間に対し連続的に変化するわけではなく、SHARP 提供のタイミングチャートによれば、測距におけるタイムスライスは内部デジタル回路の処理により出力信号が $38.3[\text{ms}] \pm 9.6[\text{ms}]$ 毎に更新され、測定完了から実際の出力までには、さらに最大で 5.0[ms] の遅れが生じている (Fig.H.1)。つまり、最大で 52.9[msec] の時間遅れが生じるので、高速物体を対象とした測距には不向きなセンサーと言える。しかし、本研究の場合、システム制御に生じる時間遅れやその変化も含めたタイミング制御を行なっているため、これらに関して、特に問題とならない。

先述のように、本センサーは対象物体との角度、すなわち検出対象からの光の反射角に対し非常に敏感に反応する。SHARP GP2D12 / GP2Y0A02YK のデータシートでは、センサーに対し垂直面を有する物体を対象にして、センサーの応答曲線が示されている。しかし、対象物体が球体の場合、その応答はデータシートの示す内容とは若干、異なった値が出力される。そこで、球体を対象として、距離 100[mm] ~ 500[mm] の範囲において実際に出力電圧を測定し、球体専用の応答曲線を作成した。ここでは、各センサー毎に距離 100[mm] ~ 500[mm] 間を 50[mm] 間隔で 5 回ずつ測定し、その出力電圧を下に最小 2 乗法を用いて関数のフィッティングを行なっている。また、センサーの出力値が小さいので、National Semiconductor 社製の単一電源 Quad CMOS オペアンプ LMC660 を用いて出力電圧を 2 倍に増幅して測定を行なった。Fig.H.2 にこの回路図を示す。

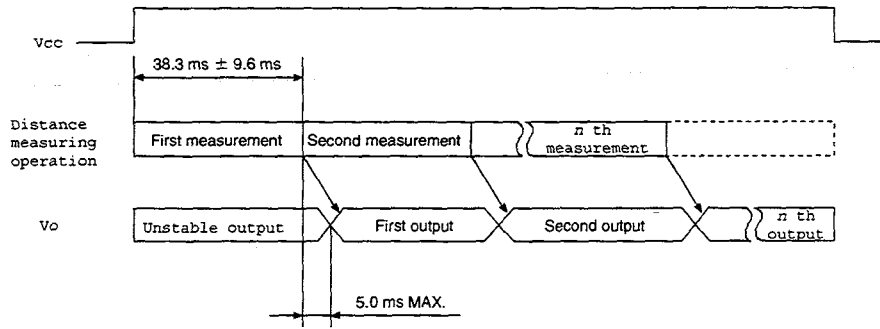


Fig.H.1: Timing chart of GP2D12 / GP2Y0A02YK

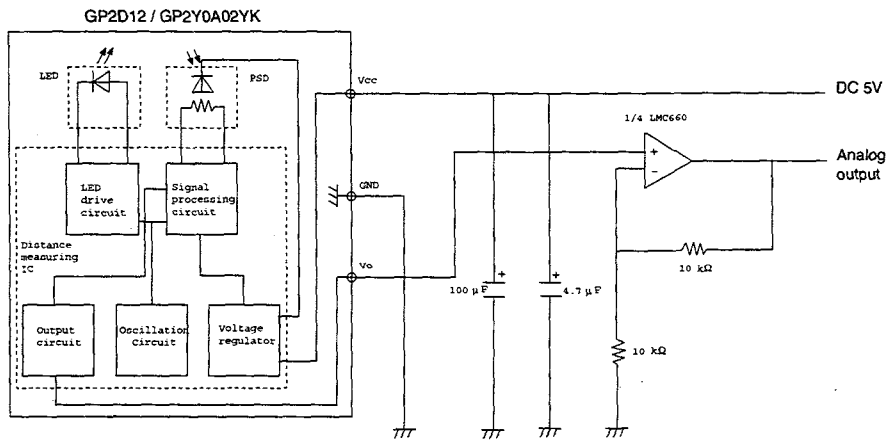


Fig.H.2: Sensor circuit

センサー 1: GP2D12

測定の結果、距離 x_1 [mm] から出力電圧 v_1 [V] の変換式は、

$$v_1 = 0.537 + 390.834/x_1 + 18462.647/x_1^2 \tag{H.1}$$

で、逆に、出力電圧 v_1 [V] から距離 x_1 [mm] の変換式は、

$$x_1 = 97.833 + 47.672/v_1 + 727.370/v_1^2 \tag{H.2}$$

で表される。この応答曲線を Fig.H.3 に示す。

プログラム上では `psd_Dist2Vol(1, dist, *vol)` もしくは `psd_Vol2Dist(1, vol, *dist)` をコールすることで、これらの変換が行なわれる。(この際、`psd.cnvt.h` をインクルードするのを忘れないように注意すること。)

以下に例として、簡単なソースコードを示す。


```
/*
 * Example of psd_Dist2Vol(), psd_Vol2Dist()
 */
...

#include "psd_cnvt.h"

...

int dev_no;

int *rtl_SnrPthread( *void pth_tsk )
{
    SNR_TYPE snr_dat;
    int      sensor_no;
    int      ch=0;
    double   distance;
    double   voltage;

    ...

    pci_AdOpen();
    pci_AdReset();

    while(1) {
        pthread_wait_np();

        pci_AdRead( dev_no, ch, snr_dat );

        ...

        sensor_no = 1; /* set sensor 1 */
        voltage = snr_dat.psd;
        psd_Vol2Dist( sensor_no, voltage, &distance );
        snr_dat.psd = distance;

        //distance = snr_dat.psd;
        //psd_Dist2Vol( sensor_no, distance, &voltage );
        //snr_dat.psd = voltage;

        ...
    }

    return 0;
}
```

同様にして、他のセンサもそれぞれ以下の式によって変換される。

センサー 2: GP2D12

距離 x_2 [mm] から出力電圧 v_2 [V] の変換式は、

$$v_2 = 0.379 + 425.282/x_2 + 19793.538/x_2^2 \quad (\text{H.3})$$

で、逆に、出力電圧 v_2 [V] から距離 x_2 [mm] の変換式は、

$$x_2 = 64.704 + 263.561/v_2 + 411.019/v_2^2 \quad (\text{H.4})$$

で表される。この応答曲線を **Fig.H.4** に示す。

プログラム上では `psd_Dist2Vol(2, dist, *vol)` もしくは `psd_Vol2Dist(2, vol, *dist)` をコールすることで、これらの変換が行なわれる。

センサー 3: GP2Y0A02YK

距離 x_3 [mm] から出力電圧 v_3 [V] の変換式は、

$$v_3 = 0.459 + 919.581/x_3 \quad (\text{H.5})$$

で、逆に、出力電圧 v_3 [V] から距離 x_3 [mm] の変換式は、

$$x_3 = -53.073 + 1253.248/v_3 \quad (\text{H.6})$$

で表される。この応答曲線を **Fig.H.5** に示す。

プログラム上では `psd_Dist2Vol(3, dist, *vol)` もしくは `psd_Vol2Dist(3, vol, *dist)` をコールすることで、これらの変換が行なわれる。

センサー 4: GP2Y0A02YK

距離 x_4 [mm] から出力電圧 v_4 [V] の変換式は、

$$v_4 = 0.236 + 1152.892/x_4 \quad (\text{H.7})$$

で、逆に、出力電圧 v_4 [V] から距離 x_4 [mm] の変換式は、

$$x_4 = -13.214 + 1286.884/v_4 \quad (\text{H.8})$$

で表される。この応答曲線を **Fig.H.6** に示す。

プログラム上では `psd_Dist2Vol(4, dist, *vol)` もしくは `psd_Vol2Dist(4, vol, *dist)` をコールすることで、これらの変換が行なわれる。

また、これら 2 種類のセンサにおける応答曲線を **Fig.H.7, H.8** に示す。

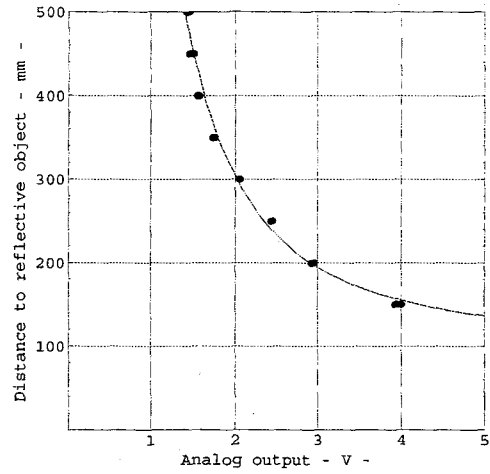
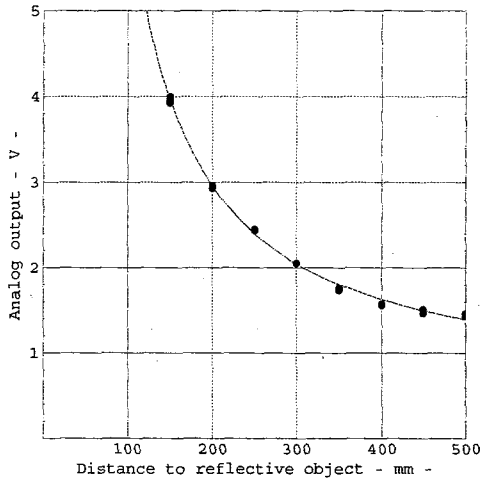


Fig.H.3: Analog output voltage vs. distance to reflective object
 - sensor 1 on robot 1 (GP2D12) -

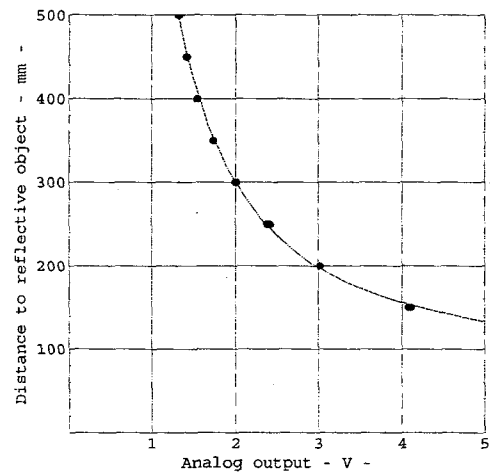
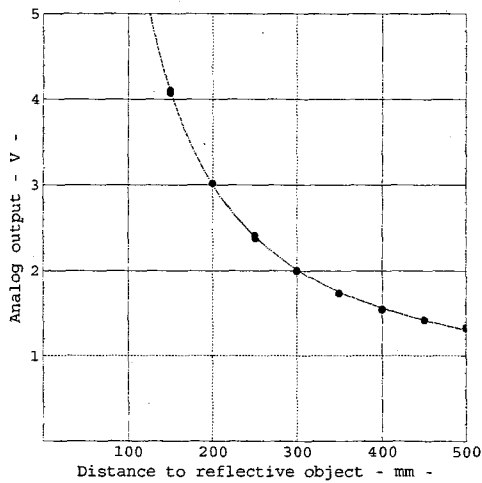


Fig.H.4: Analog output voltage vs. distance to reflective object
 - sensor 2 on robot 1 (GP2D12) -

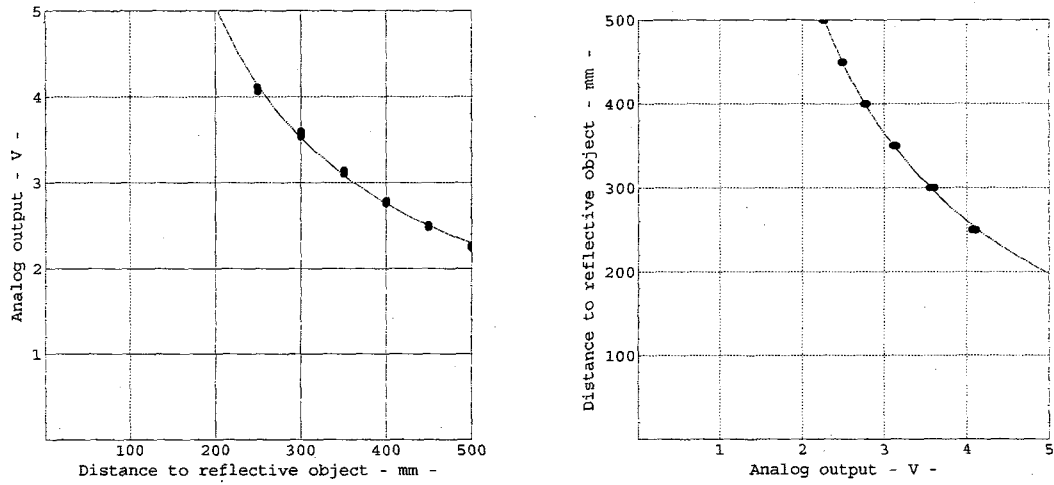


Fig.H.5: Analog output voltage vs. distance to reflective object
 - sensor 3 on robot 2 (GP2Y0A02YK) -

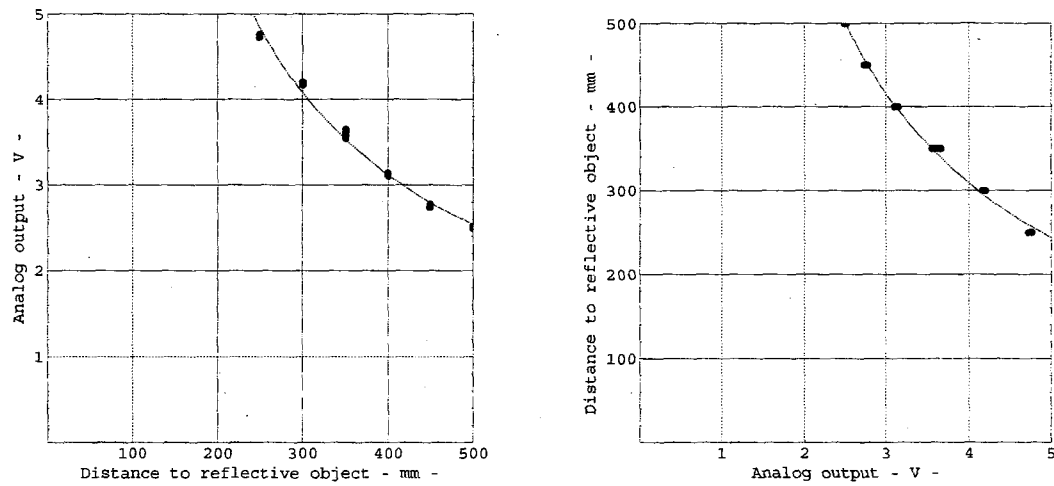


Fig.H.6: Analog output voltage vs. distance to reflective object
 - sensor 4 on robot 2 (GP2Y0A02YK) -

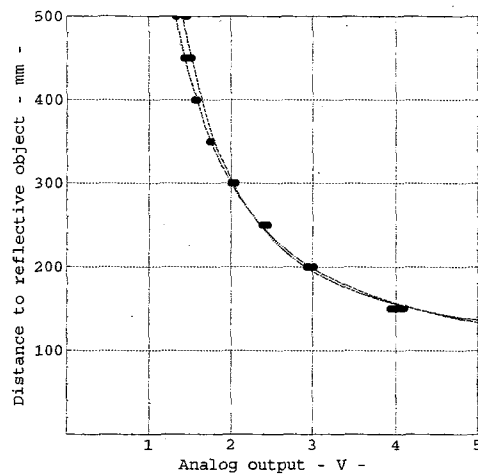
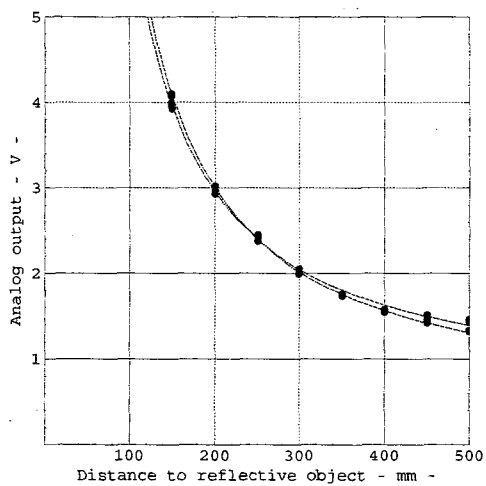


Fig.H.7: Analog output voltage vs. distance to reflective object
 - (GP2D12) -

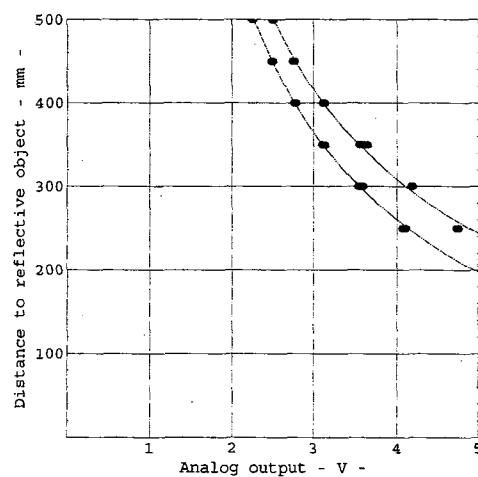
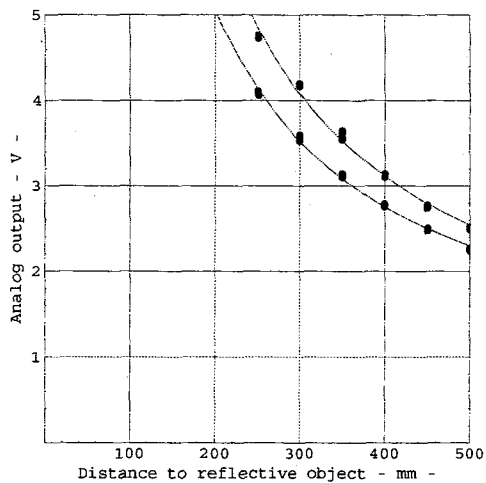


Fig.H.8: Analog output voltage vs. distance to reflective object
 - (GP2Y0A02YK) -

謝辞

本研究において、終始、示唆に富んだ御指導および御助言を賜りました宮崎文夫教授に心から感謝申し上げます。博士課程として、研究室に受け入れていただいた時には、リズムに関する研究という漠然とした研究テーマであったものが、ここまで具現化され、本論文としてまとめられたのは、宮崎教授の導きがあったからに他なりません。また、論文をまとめるに際し、吉川孝雄教授には幅広い視点から貴重な御助言を賜りました。ここにお礼申し上げます。さらに、佐藤俊輔教授には本研究テーマに大変興味を持っていただき、数々の貴重な御意見を賜りました。今後の研究発展において是非、参考にさせていただきます。

また、修士の時から貴重な御助言を賜っております升谷保博助教授にもお礼申し上げます。瞬間周期推定を宇宙ロボットによる運動推定問題へ応用できたのは、升谷助教授の御指導のもと行なった修士の研究によるところが非常に大きいです。また、リズム運動の生成問題に際し、多くの貴重な御意見および資料提供を頂いた野村泰伸助教授にも厚くお礼申し上げます。野村助教授から頂いた御助言により、本問題を具体的に詰めて研究することができました。さらに、実験装置の作成にあたり部品の購入といった雑務から電子回路における技術的な点まで林清重技官には、終始、御協力頂きました。お礼申し上げます。

なお、本研究は、宮崎研究室の皆さんをはじめとする多くの方々の多大な支援によって成立し得たものであり、改めてここに感謝の意を表します。

最後に、影ながら常に私のことを支え、気使ってくれている両親に感謝します。

平井 宏明

参考文献

リズムック運動の認識

- [1] Y.Masutani, Y.Okada, T.Iwatsu, H.Ikeda and F.Miyazaki, Estimation of general 3D motion of unknown rigid body under no external forces and moments, J.Advanced Robotics, Vol.9, No.6, pp675-691, 1995.
- [2] 新井民夫, 梅田和昇, 潮崎成弘, 複数軸周りの回転運動を行なう物体の運動認識, 第10回日本ロボット学会学術講演会予稿集, pp.879-880, 1992.
- [3] H.Hirai, Y.Masutani and F.Miyazaki, Motion Estimation of an Unknown Rigid Body Rotating Freely in Zero Gravity Based on Complex Spectrum of Position of a Point on the Body, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Volumel, pp.907-912, 1998.
- [4] H.Nagamatsu, T.Kubota and I.Nakatani, Capture Strategy for Retrieval of a Tumbling Satellite by a Space Robotic Manipulator, Proceedings of ICRA96, Vol.1, pp.70-75, 1996.
- [5] M.Kass, A.Witkin, and D.Terzopoulos, Snakes: Active contour models, Int. J of Computer Vision, Vol.1, No.4, pp.321-331, 1988.
- [6] Donna J. Williams, Mubarak Shar, A Fast Algorithm for Active Contours and Curvature Estimation, CVGIP: Image Understanding, Vol.55, No.1, January, pp.14-26, 1992.
- [7] Steven M. Seitz, Charles R. Dyer, View-Invariant Analysis of Cyclic Motion, International Journal of ComputerVision, 25, 1-23, 1997.
- [8] 平井宏明, 升谷保博, 宮崎文夫, 自由回転する未知剛体上の点の位置時系列のパワースペクトルを主に用いた運動推定, ロボティクス・メカトロニクス講演会'99 予稿集 CD-ROM, 1999.
- [9] H.Hirai, Y.Masutani, F.Miyazaki, "EMotion Estimation of an Unknown Rigid Body Rotating Freely in Zero Gravity Based on Complex Spectrum of Position of a Point on the Body," 7th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics, 宇宙科学研究所, July, 1997.

- [10] 平井宏明, 升谷保博, 宮崎文夫, “無重力下で自由運動する未知剛体の物体上の点の位置情報に基づく運動推定,” 第3回ロボティクスシンポジア, 広島大学, 5月, 1998.
- [11] 平井宏明, 升谷保博, 宮崎文夫, “無重力下で自由運動する剛体上の複数点の位置情報に基づく運動認識,” 第16回日本ロボット学会学術講演会, 北海道大学, 9月, 1998.

リズムック運動の生成

- [12] R. Pfeifer, C. Scheier, “知の創成”, 共立出版, 2001.
- [13] E. Thelen and L. B. Smith, “A Dynamic Systems Approach to the Development of Cognition and Action”, MIT Press, 1994.
- [14] 小西 行郎, 高谷理恵子, 多賀巖太郎, “発達障害の臨床”, BME, Vol.12, No.7, pp. 12–19, 1998.
- [15] 多賀巖太郎, “ヒトの運動・認知の発達のダイナミクス”, BME, Vol.12, No.7, pp. 49–56, 1998.
- [16] 多賀巖太郎, “脳と身体の動的デザイン”, 金子書房, 2002.
- [17] 多賀巖太郎, “ヒトの行動と脳の発達における U 字型変化”, 脳の謎に挑む, サイエンス社, pp. 101–107, 2003.
- [18] G. Schöner and J. A. S. Kelso, “Dynamics Pattern Generation in Behavioral and Neural Systems”, *Science*, pp. 1513–1520, 239, 1988.
- [19] R. C. Schmidt, C. Carello, and M. T. Turvey, “Phase Transitions and Critical Fluctuations in the Visual Coordination of Rhythmic Movements Between People”, *J. Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, vol.16, No.2, pp. 227–247, 1990.
- [20] ハーマン・ハーケン, “脳機能の原理を探る”, シュプリンガー・フェアラーク東京, 2000.
- [21] S. H. Strogatz and I. Stewart, “Coupled Oscillators and Biological Synchronization”, *Scientific American*, Dec., pp.68–75, 1993.
- [22] A. T. Winfree, “生物時計”, 東京化学同人, 1992.
- [23] M. L. Shik, F. V. Severin and G. N. Orlovskii, “Control of walking and running by means of electrical stimulation of mid-brain”, *Biophysics*, vol.11, No.4, pp. 659–666, 1966.

- [24] S. Grillner and P. Wallen, "On peripheral control mechanisms acting on the central pattern generators for swimming in the dogfish", *J. Exp. Biol.*, 98, 1-22, 1982.
- [25] R. FitzHugh, "Impulses and Physiological States in Theoretical Models of Nerve Membrane", *J. Biophys.*, 1, pp. 445-466, 1961.
- [26] 佐藤俊輔, "神経コーディングの力学系モデル", 計測と制御, Vol.34, No.10, pp. 757-762, 1995.
- [27] 土井伸二, 佐藤俊輔, "BVP 神経モデルの周期パルス列に対する大域的応答特性", 計測と制御, Vol.34, No.10, pp. 775-781, 1995.
- [28] 野村 泰伸, "FitzHugh-Nagumo 方程式の結合系が示す非線形ダイナミクス", BME, Vol.12, No.5, pp.37-48, 1998.
- [29] K. Yoshino, T. Nomura, K. Pakdaman and S. Sato., "Synthetic analysis of periodically stimulated excitable and oscillatory membrane models", *Physical Review E*, Vol.59, No.1, pp. 956-969, 1999.
- [30] Yoshiyuki Asai, Taishin Nomura, Shunsuke Sato, "Emergence of oscillations in a model of weakly coupled two Bonhoeffer-van der Pol equations", *BioSystems*, 58, pp. 239-247, 2000.
- [31] 林初男: 脳とカオス, pp.69-82, 裳華房, 2001.
- [32] 川上 博, "生体リズムの動的モデルとその解析", コロナ社, 2001.
- [33] 川上博, 吉永哲史, "非線形力学系の分岐問題", 計測と制御, Vol.34, No.10, pp. 817-823, 1995.
- [34] 津元 国親, "動的に結合した神経振動子系にみられる同期応答の分岐", 徳島大学大学院 学位論文, 2002.
- [35] 北野勝則, "神経細胞とシナプスの数学モデル - 基礎と応用 -", 日本神経回路学会誌, Vol.10, No.1, pp. 11-21, 2003.
- [36] 青柳富誌生, "興奮性および抑制性神経回路における同期現象", 日本神経回路学会誌, Vol.10, No.2, pp. 99-105, 2003.
- [37] G. Taga, "A model of the neuro-musculo-skeletal system for human locomotion : I. Emergence of basic gait", *Biol. Cybern.*, 73, pp. 97-111, 1995.
- [38] G. Taga, "A model of the neuro-musculo-skeletal system for human locomotion : II. Real-time adaptability under various constraints", *Biol. Cybern.*, 73, pp. 113-121, 1995.

- [39] 福岡泰広, 木村浩, “4 足ロボットの生物規範型不整地適応動歩行”, 日本ロボット学会誌, Vol.19, No.4, pp. 510-517, 2001.
- [40] Matthew M. Williamson, “Neural Control of Rhythmic Arm Movements”, *Neural Networks Special Issue on Neural Control of Movement*, 1998.
- [41] D. F. Hoyt, C. R. Taylor, “Gait and the energetics of locomotion in horses”, *Nature*, 292, 239.
- [42] 伊藤 宏司, 伊藤 正美, “生体とロボットにおける運動制御”, 計測自動制御学会編, コロナ社, 1991.
- [43] 伊藤 宏司, “歩行運動とリズム生成”, 日本ロボット学会誌, Vol11, No.3, pp. 320-325, 1993.
- [44] 湯浅 秀男, 伊藤 聡, 伊藤 正美, “四脚動物の歩行パターン遷移モデル”, BME, pp. 67-74, 1998.
- [45] 土屋和雄, 辻田勝吉, “Central Pattern Generator モデルに基づく 4 脚歩行ロボットの歩行制御”, 日本ロボット学会誌, Vol.20, No.3, pp. 243-246, 2002.
- [46] S. Schaal and D. Sternad, “Programmable Pattern Generators”, *Proc. Int. Conf. Computational Intelligence in Neuroscience*, pp.48-51, 1998.
- [47] S. Schaal, S. Kotosaka and D. Sternad, “Nonlinear Dynamical Systems as Movement Primitives”, *Proc. IEEE Int. Conf. Humanoid Robotics*, 2000.
- [48] S. Schaal, “Dynamic movement primitives - A framework for motor control in humans and humanoid robots”, *Proc. 2nd Int. Symp. Adaptive Motion of Animals and Machines*, 2003.
- [49] 石井 信, “強化学習と 2 足歩行学習”, 脳情報数理科学の発展, サイエンス社, pp.118-124, 2002.
- [50] 岡本 洋, 深井 朋樹, “脳内時計の神経機構”, 脳情報数理科学の発展, サイエンス社, pp. 51-59, 2002.
- [51] 三宅 美博, 大西 洋平, エルンスト ペッペル, “同期タッピングにおける 2 種類のタイミング予測”, 計測自動制御学会論文集, Vol38, No.12, pp. 1114-1122, 2002.
- [52] J. B. Buck and E. Buck, “Biology of Synchronous Flashing of Fireflies”, *Nature*, pp. 526-564, 1966.
- [53] ノーバート・ウィーナー, “サイバネティクス”, 岩波書店, 1962.

- [54] S. Schaal, C. G. Atkson and D. Sternad, "One-Handed Juggling: A Dynamical Approach to a Rhythmic Movement Task", *J. Motor Behavior*, vol.28, No.2, pp. 165–183, 1996.
- [55] A. A. Rizzi and D. E. Koditschek, "Further Progress in Robot Juggling, *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 919–924, 1993.
- [56] M. Buehler, D. E. Koditschek and P. J. Kindlmann, "Planning and Control of Robotic Juggling and Catching Tasks", *Int. J. Robotic Research*, pp. 101–118, 1994.
- [57] S. Schaal and C. G. Atkson, "Open Loop Stable Control Strategies for Robot Juggling", *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 913–918, 1993.
- [58] 宮崎 文夫, "タスク理解と学習", システム/制御/情報, vol.37, No.10, pp.615–621, 1993.
- [59] D. Sternad, M. Duarte, and H. Katsumura et al., "Dynamics of a Bouncing Ball in Human Performance", *Physical Review E63*, 011902-1–011902-8, 2000.
- [60] E. L. Amazeen, P. G. Amazeen, A. A. Post and P. J. Beek, "Timing the Selection of Information During Rhythmic Catching", *J. Motor Behavior*, vol.31, No.3, pp. 279–289, 1999.
- [61] P. J. Beek and A. Lewbel, "The Science of Juggling", *Scientific American*, Vol.273, No.5, pp. 92–97, 1995.
- [62] S. Miyakoshi, M. Yamakita and K. Furuta, "Juggling Control Using Neural Oscillator", *Proc. IEEE Int. Conf. Intelligent Robots and Systems*, Vol.2, pp. 1186–1193, 1994.
- [63] <http://www.juggling.org/records/records.html>.
- [64] "Profile : Ronald L. Graham Juggling Act", *Scientific American*, Mar., pp.28–30, 1997.
- [65] 琴坂信哉, Stefan Schaal, "神経振動子を用いたロボットのリズムミクな運動生成", 日本ロボット学会誌, Vol.19, No.5, pp.580–583, 2001.
- [66] 琴坂信哉, Stefan Schaal, "神経振動子を用いたロボットのリズムミクな運動生成", 日本ロボット学会誌, Vol.19, No.1, pp.116–123, 2001.
- [67] J. Buhler, D. Eisenbud, R. Graham and C. Wright, "Juggling Drops and Descents", *American Mathematical Monthly*, 101, No.6, pp. 507–519, 1994.

- [68] <http://www.juggling-donuts.org/juggling/kyouhonn/kagaku/index.html>.
- [69] ピーター・フランクフル, “大道数学者ピーター・フランクフルのすべて”, 科学朝日, May, pp. 12-31, 1994.
- [70] 増田 和悦, “ジャグリングと数学”, 中学へのチャレンジ算数, 8月号, 1996.
- [71] 徳重 典英, “ジャグリングの数列”, 数学セミナー, 7月号, 日本評論社, 1997.
- [72] 藤原 邦男, “物理学序論としての力学”, 東京大学出版, 1984.
- [73] 後藤 憲一, 山本 邦夫, 神吉 健, “詳解 力学演習”, 共立出版, 1971.
- [74] E. Klavins and H. Komsuoglu, R. J. Full, and D. E. Koditschek, “The Role of Reflexes versus Central Pattern Generators in Dynamic Legged Locomotion”, *Neurotechnology for biomimetic robots*, MIT Press, pp. 351-382, 2002.
- [75] H. Cruse, “What mechanisms coordinate leg movement in walking arthropods?”, *Trends in Neuro-science*, 13, No.1, pp. 15-21, 1990
- [76] P. J. Swanson, R. R. Burridge, and D. E. Koditschek, “Global Asymptotic Stability of a Passive Juggling Strategy: A Possible Parts Feeding Method”, *Mathematical Problems in Engineering*, 3(1), 1995.
- [77] T. McGeer, “Passive Dynamic Walking”, *Int. J. Robotic Research*, Vol9, No.2, 1990.
- [78] 丹治 順, “脳と運動”, 共立出版, 1999.
- [79] 松村 道一, “ニューロサイエンス入門”, サイエンス社, 1995.
- [80] 武田 暁: 脳と力学系, pp.79-131, 講談社, 1997.
- [81] 遠藤 哲郎, “第4章 カオスと同期”, 応用カオス, サイエンス社.
- [82] 都甲 潔, 江崎 秀, 林 健司: 自己組織化とは何か-生物の形やリズムが生まれる原理を探る-, ブルーバックス, 講談社, 1999.
- [83] 蔵本 由紀, 川崎 恭治, 山田 道夫, 甲斐 昌一, 篠下 滋, “第5章 パターン形成”, 朝倉書店.
- [84] 森 馨, 蔵本 由紀, “散逸構造とカオス”, 岩波書店, 2000.
- [85] 鈴木 良次, “第7章 リズム形成の工学モデル”, pp.101-119, 産業図書, 1983.
- [86] 川上 博, 上田 哲史, “CによるカオスCG”, サイエンス社, 1994.

- [87] 川上 博, 吉永 哲史, 上田 哲史, “力学系の計算シミュレーション”, 応用数理, 7-4, pp.49-57, 1997.
- [88] N. B. Tufillaro, T. Abbott, J. Reilly, “An Experimental Approach to Nonlinear Dynamics and Chaos”, Addison-Wesley Publishing Company, 1992.
- [89] 阪口健, “動物体を扱うロボットの運動計画と制御”, 大阪大学大学院 基礎工学研究科 学位論文, 1993.
- [90] 有本 卓, “ロボットにかける夢”, 岩波書店, 2000.
- [91] 北村 新三, 喜多 一, “創発システム”, 計測と制御, Vol.40, No.1, pp. 94-99, 2001.
- [92] 國吉 康夫, “機械はコツを身につけられるか”, 日経サイエンス 1月号, pp. 28-33, 2004.
- [93] 川人 光男, “脳の計算理論”, 産業図書, 1996.
- [94] <http://www.bifurcation.de/tutor/>
- [95] Eusebius J. Doedel et al.: AUTO2000 / Continuation and Bifurcation Software for Ordinary Difference Equations (with HomCont), 2001.
- [96] Bart Ermentrout: XPPAUT5.41 - the differential equations tool, 2001.
- [97] E. Atlee Jackson, “非線型力学の展望 I - カオスとゆらぎ -”, 共立出版, 1994.
- [98] 西山 一郎, メガテン, “自立型ロボット製作バイブル”, オーム社, 2000.
- [99] 森 友一郎, 薬師 輝久, 馬場 秀忠, “リアルタイム処理プログラミングハンドブック”, 秀和システム, 2000.
- [100] Matt Sherer, “RTLinux テキストブック”, CQ 出版, 2003.

関連文献

投稿論文

1. 平井宏明, 升谷保博, 宮崎文夫, “無重力下で自由回転する未知剛体の物体上の点の位置情報に基づく運動推定,” 計測自動制御学会論文集, Vol.39, No.2, pp.89-96, 2003.
2. Hiroaki Hirai, Fumio Miyazaki, “A Bidirectional Weak Coupling Approach To Rhythmic Movement : Quasi-Juggling Robot Experiment”, IEEE Trans. System, Man, and Cybernetics – Part B. (投稿中)

国際会議

1. Hiroaki Hirai, Yasuhiro Masutani, Fumio Miyazaki, “Motion Estimation of an Unknown Rigid Body Rotating Freely in Zero Gravity Based on Complex Spectrum of Position of a Point on the Body,” IEEE International Conference on Robotics and Automation, Katholieke Universiteit Leuven Leuven Belgium, May, 1998.
2. Hiroaki Hirai, Fumio Miyazaki, “A Bidirectional Weak Coupling Approach To Rhythmic Movement,” The International Symposium on Adaptive Motion of Animals and Machines, Kyoto, March, 2003.
3. Hiroaki Hirai, Fumio Miyazaki, “Rhythmic Movement by Neural Oscillator with Periodic Stimulus,” IEEE International Conference on Robotics and Automation, Taipei, September, 2003.

学術研究会発表

1. Hiroaki Hirai, Yasuhiro Masutani, Fumio Miyazaki, “EMotion Estimation of an Unknown Rigid Body Rotating Freely in Zero Gravity Based on Complex Spectrum of Position of a Point on the Body,” 7th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics, 宇宙科学研究所, July, 1997.
2. 平井宏明, 升谷保博, 宮崎文夫, “無重力下で自由運動する未知剛体の物体上の点の位置情報に基づく運動推定,” 第3回ロボティクスシンポジウム, 広島大学, 5月, 1998.

3. 平井宏明, 升谷保博, 宮崎文夫, “無重力下で自由運動する剛体上の複数点の位置情報に基づく運動認識,” 第16回日本ロボット学会学術講演会, 北海道大学, 9月, 1998.
4. 平井宏明, 升谷保博, 宮崎文夫, “自由回転する未知剛体上の点の位置時系列のパワースペクトルを主に用いた運動推定,” ロボティクス・メカトロニクス講演会'99, 東京工業大学, 6月, 1999.
5. 平井宏明, 宮崎文夫, “周期刺激に応答したリズム運動の生成,” 第20回日本ロボット学会学術講演会, 大阪大学, 10月, 2002.

索引

- 数字・記号
 3次元位置時系列 2, 9, 29
- A
 ACサーボモーター 90, 93
 ADボード 93
- B
 BFC ロボットリズム振動子 32-36,
 38, 47, 85, 87, 96, 98, 102, 103,
 105, 107, 135
 BVP 振動子 5, 32, 35, 37, 38
 BVP 方程式 132, 133
- D
 Dynamic Systems Approach 4
- H
 Hanning ウィンドウ 128
 Hodgkin-Huxley 方程式 32, 133
- L
 LM ガイドアクチュエーター 90
- N
 NTS(Negative Time Shift) 38
- P
 PSD 距離センサー 91, 157
 PTS(Positive Time Shift) 38
- R
 RTLinux 94
- T
 time-to-contact 33
- V
 van der Pol 方程式 131, 132
- W
 Weber の法則 6
- あ～お
 アクチュエーター 90, 91
 足振り運動 4
 アトラクタ 106, 134
 アフォーダンス 4
 位相シフト 39, 135
 位相の同期化 134
 位相平面 133
 位相補正 39, 94
 インプレイス型 FFT 128
 引力圏 106
 ウェーブレット変換 29
 運動
 —学習 7, 34, 105, 107
 —協調 4
 —推定 1-3, 6, 9-12, 17, 23, 29,
 109
 —制御 108
 —生成 1, 90, 97, 103
 —認識 1, 9
 —パターン 35, 40, 74, 79, 94, 96,
 102, 106
 —要素 5
 —リズム 34, 96, 101-103, 105,
 107
 運動制御の階層化 35

- エンコード 103, 107, 109
 オイラー角 123
 オイラーの運動方程式 3, 10, 17, 121, 122
 ■ か～こ
 概周期運動 6, 9, 29
 外部環境 3, 5, 6, 87, 88
 回復変数 133
 外部座標系 35
 外部刺激電流 133
 開ループ安定 34, 85
 —機構 6, 86, 88, 107, 109
 カオス 133, 134
 隠れ 2, 6, 9, 17, 29
 活動電位 133
 感圧センサー 93, 94, 102
 環境適応 6, 7, 34, 85, 97, 109
 疑似ジャグリングロボット 1, 6, 31, 90
 基本調波同期 134
 逆位相 41, 44, 97, 98, 108
 逆運動学 33
 強化学習 5
 強結合 32, 85, 108
 教示 93, 94, 96, 101
 教師データ 38, 102
 強制同期 38, 134, 135
 共存 89, 107, 109
 協調動作 6, 7, 32, 34, 103, 107–109
 局所安定条件 74
 局所安定性 34, 74, 78, 79, 85, 88
 局所的 98
 くもの巣法 146
 欠測 2, 3, 6, 9–12, 17, 21, 23, 29, 109
 高次命令 35, 47
 高周波波形 17, 23
 興奮性 44
 興奮膜 132
 ■ さ～そ
 サーボアンプ 91, 93
 再帰写像 82
 サイトスワップ記法 44
 座標変換 3, 10, 16, 23
 散逸構造 3
 三角測量の原理 91, 157
 サンプリングレート 29
 視覚 40, 56, 93
 時間シフト 38
 軸対称 3, 10, 17, 21, 23, 122, 125
 試行錯誤 34, 90, 105, 107
 自己組織化 4, 6, 34, 103, 105–110
 実行期間 38–40, 94, 96, 97, 102
 質点運動 137, 142
 弱結合 32, 33, 35, 85, 103, 107–109
 ジャグリング 40, 90, 96
 —パターン 40, 44
 周期運動 1
 周期刺激 134
 周期性 3, 6, 9–12, 109
 集団振動 31
 周波数引き込み 38, 39
 縮退 2, 3, 10, 15, 111
 受動的 5, 6, 34, 35, 78, 79, 106
 —制御 4, 7, 31, 34, 60, 86, 106, 107
 瞬間周期 3, 9, 11, 12, 17, 23, 29, 109
 —曲線 11, 12
 準周期解 134
 準静的状態 74, 79, 137, 142, 147
 冗長性 6, 89, 107, 109
 情報圧縮 103, 107–109
 触覚 40, 50, 57
 自律宇宙ロボット 1, 9, 29
 自律系 134

- 自励振動 134
 神経振動子 32, 33, 35
 シンプルデザイン 4, 6, 7, 85, 110
 スペクトル 6, 10, 11, 14, 15, 17, 23, 129
 生物模倣型情報処理 3
 赤外線 91, 157
 絶対情報 86
 絶不応期 133
 センサー振動子 36, 37, 41, 52, 57
 センサーフュージョン 36
 センサーモーター
 —学習 4
 —協調 4, 5, 31, 106, 107, 109
 相互作用 3, 4, 31-34, 90, 98, 105-107, 109
 相互同期 134, 135
 相互抑制 44
 相乗効果 86
 双線形変換 77
 相対情報 86
 相対不応期 133
 相転移 4
 双方向 32, 33
 双方向性結合 32
 粗な情報 102
 ■ た〜と
 ダイアグラム記法 44
 大局安定性 34, 81, 85
 大局的引き込み 5, 32, 108
 大自由度 108
 タイミング 1, 6, 31, 32, 34, 35, 38-41, 44, 47, 50, 56, 78, 85-87, 90, 93, 94, 96-98, 101-103, 105-107, 109
 タスクの手抜き 102
 タッチセンサー 39, 40, 50, 56, 93, 96
 単方向 32, 33
 知能創発 4, 106, 107
 中枢パターン発生器 (CPG) 4, 33
 聴覚 50, 57, 93
 直列リンク機構 2
 ツーボール ブラインド パッシング 50, 101
 低周波波形 17, 23
 定常状態 137
 適応 3-6, 35, 47, 52, 57, 97, 98
 適応期間 38-40, 91, 94, 96, 101, 102, 105
 デコード 103, 107, 109
 同位相 41, 44, 52, 57, 98, 108
 同期 4, 31, 36, 41, 52, 57, 98, 103, 108, 134, 135
 等速回転運動 3, 10, 17, 23
 —の重ね合わせ 2, 3, 10, 17, 23
 動的安定 106, 109
 動的システム 131
 動的状態 60, 81
 動的輪郭法 12
 動力学パラメータ 21, 121
 ■ な〜の
 内部環境 4, 6, 87, 88
 内部座標系 35
 ヌルクライン 133
 能動的 35
 —制御 86
 ■ は〜ほ
 ハーボルホード 126
 バイオミメティック・ロボティクス 3
 波形解析 11

- 波形合成 12
 波形復元 6, 11
 パターン形成 4, 34, 105-107, 109, 110
 パターン認識 109
 パワースペクトル 2, 3, 10, 14, 113
 反射 33

 引き込み 4, 6, 32, 33, 107, 109, 134
 —機構 6, 86-88, 107, 109
 非周期運動 1
 非自律系 134
 非線形振動子 4, 5, 31, 33, 35, 79, 107,
 131
 非線形力学系 5
 非対称 3, 10, 23, 29, 122
 非同期 135
 非平衡
 —開放系 4
 —システム 109

 フィードバック 85
 フィードフォワード 85
 フーリエ変換 2, 11-15, 29, 109, 112,
 115, 119, 127
 フォトダイオード 157
 復元 3, 9-11, 17, 21, 23, 29, 109
 複雑系 3, 5
 複雑さ 4
 複素スペクトル 2, 14
 2人ジャグリングタスク 31, 56, 107
 不変平面 3, 10, 123
 分解能の低減 11
 分岐 4-6, 31, 35, 47, 107
 分岐図 38
 分数調波同期 134

 ペースメーカー仮説 6

 ポアンカレ
 —写像 82
 —断面 82, 85
 ポアンソアの楕円体 3, 10, 123
 ポイントアトラクタ 5
 ボールジャグリング 40, 90, 96
 ボールの壁打ちタスク 7, 31, 32, 34,
 40, 44, 60, 61, 90, 96, 107, 137,
 142
 ボールパスタスク 31, 33, 34, 50, 52,
 90, 101, 102, 107

 歩行 4
 歩容 5, 31
 ポルホード 126

■ ま～も
 膜電位 38, 133
 まね 33, 101

 未知剛体 1, 9, 17, 29
 密な情報 101, 102
 ミラーアルゴリズム 85

 無重力空間 1, 17

 モーター振動子 36, 37, 40, 41, 52, 57,
 87, 94, 96, 102, 105

■ や～よ
 ヤリイカの巨大軸索 133

 指振り運動 4

 抑制性 44

■ ら～ろ
 ランデブ 9, 121

 リアルタイム制御 94
 リエナール変換 132
 離散位置フィードバック 39, 47
 離散フィードバック 35, 135
 —機構 6, 86-88, 107, 109
 リズミック運動 1, 6, 7, 9, 34, 90, 106

- リズム運動生成機構 7, 33, 34, 90, 97,
107, 109
- リズム核振動子 36, 37, 41, 52, 57
- リズム振動子 35, 36, 38-41, 44, 47,
50, 52, 57, 93, 94
- リズム生成 109
- リズム認識 109
- 理想運動 40, 94, 96, 101, 105
- リハーサル 38
- リミットサイクル 5, 41, 52, 132, 134
- 量子化誤差 2
- ルンゲ・クッタ法 17, 94
- ロドリゲスの公式 111
- わ～ん
- ワンハンド ツーボール ファウンテン 40,
56, 96