軸流送風機の静翼列における二次流れ

——ハブ比の影響——

昭和53年10月

河　合　達　雄

も　く　じ

記　号　表

$\boldsymbol{A}$： 任意のベクトル

A： 断面積

A_n： 式(38)で表わされる級数の，第 n 次の係数

a： 曲がりダクトの幅

$\boldsymbol{B}$： 任意のベクトル

$\boldsymbol{b}$： 従法線ベクトル（流線座標）

b： 従法線ベクトルの方向に測った距離（流線座標），あるいは曲がりダクトの高さ

$\boldsymbol{C}$： 任意のベクトル

c_{lo}： 単独翼の設計揚力係数で表わされる，そりの大きさ

D_o： 内胴の直径

E_o： 単位時間について，曲がりダクトあるいは静翼列1ピッチへ流入する運動エネルギー

E_{1s}： 単位時間について，曲がりダクトあるいは静翼列1ピッチから流出する，二次流れの旋回運動エネルギー

E_Q： 速度 $\boldsymbol{Q}$ に基づく運動エネルギー

E_q： 速度 $\boldsymbol{q}$ に基づく運動エネルギー

E_u： 速度 $\boldsymbol{u}$ に基づく運動エネルギー

$E_{q\cdot u}$： E_Q のうち $\boldsymbol{q}$ と $\boldsymbol{u}$ の内積に基づく量（式49′）

e_o： E_o の無次元量 $(=E_o/\frac{1}{2}\rho q_{om}{}^3 R_1{}^2)$

e_{1s}： E_{1s} の無次元量 $(=E_{1s}/\frac{1}{2}\rho q_{om}{}^3 R_1{}^2)$

F： ω_{s_1} の z' 方向の分値

f： 翼の腹，背面を通る流体粒子の所要時間差に相当する距離（図6）

G： 直線的せん断流の無次元速度こう配

g_n： 式(39)で表わされる級数の，第 n 次の係数

h_i： 五孔ピトー管の第 i 番目の穴が検出する圧力のヘッド

h： 流れの動圧ヘッド

K_2, K_4, K_b： 五孔ピトー管の検定係数

L： 静翼の後縁からT-面までの距離

l： 翼弦長

$\boldsymbol{n}$： 主法線ベクトル

n： 主法線ベクトルの方向に測った距離（流線座標），あるいは自然数

p_a： 大気圧

p_m： 静翼列へ流入する流れの，平均半径位置での動圧

p_s： 静圧

p_t： 全圧

$\boldsymbol{Q}$： 速度ベクトル $(=\boldsymbol{q}+\boldsymbol{u})$

Q： $\boldsymbol{Q}$ の絶対値

$\boldsymbol{q}$： 基本流の速度ベクトル

$\boldsymbol{q}_1$： 静翼列下流での，基本流の速度ベクトル

q： $\boldsymbol{q}$ の絶対値

q_0： 静翼列への流入速度

q_1： $\boldsymbol{q}_1$ の絶対値

q_B： 翼面での流速

記　号　表

q_θ, q_z：　$\boldsymbol{q}_1$ のそれぞれ θ, z 成分

q_{0m}：　平均半径位置における q_0 の値

q_{1m}：　平均半径位置における q_1 の値

R：　流線の曲率半径

R_0：　内胴壁の曲率半径

R_1：　外胴壁の曲率半径

R_e：　レイノルズ数 $(= V_b^* l/\nu_K)$

R_i：　曲がりダクト内壁の曲率半径

r：　半径（円柱極座標）

$\boldsymbol{s}$：　接線ベクトル（流線座標）

s：　接線ベクトルの方向に測った距離（流線座標）

s_1：　s の翼列出口における値

t：　翼列のピッチ

t'：　T-面におけるピッチ $(= t\cos\alpha_m)$

Δt：　翼の腹，背面を通る流体粒子の所要時間差

U：　曲がりダクトへ流入する速度

U_c：　U の，断面中央における値

$\boldsymbol{u}$：　二次速度のベクトル

u：　$\boldsymbol{u}$ の r 成分

u_B^+：　随伴うず層を作る二次速度のうちの，腹面側のもの（図５）

u_B^-：　随伴うず層を作る二次速度のうちの，背面側のもの（図５）

V_b：　動翼翼素の周速度

V_b^*：　動翼先端の周速度

V_x, V_y, V_z：　曲がりダクトから流出する速度の，それぞれ x, y, z 成分

v：　$\boldsymbol{u}$ の φ 成分

$\overline{v}$：　v の，１ピッチにわたる平均値

$\overline{v}_1, \overline{v}_m, \overline{v}_2$：　$\overline{v}$ の，それぞれ内胴境界層外縁，平均半径位置，および外胴境界層外縁における値

w：　$\boldsymbol{u}$ の z 成分

x：　曲がりダクトの半径方向に測った距離（直交曲線座標）

x'：　x に対応する積分変数

y：　曲がりダクトの高さ方向に測った距離（直交曲線座標）

Z：　静翼の枚数

z：　曲がりダクトの中心軸方向に測った距離（直交曲線座標），あるいは送風機の主軸方向に測った距離（円柱極座標）

z'：　T-面に垂直に測った距離（円柱極座標）

z_h, z_t：　それぞれ内胴境界層と外胴境界層とについて，その仮想原点から下流へ測った距離

α：　基本流の流出角

α'：　翼列中で基本流の方向が軸方向となす角

α^*：　外胴壁面における α の値

α_m：　平均半径位置における α の値

$\Delta\alpha$：　流出角変化量

$\overline{\Delta\alpha}$：　$\Delta\alpha$ の１ピッチにわたる平均

$\overline{\Delta\alpha_1}, \overline{\Delta\alpha_m}, \overline{\Delta\alpha_2}$：　$\overline{\Delta\alpha}$ の，それぞれ内胴境界層外縁，平均半径位置，および外胴境界層外縁における値

β_0：　翼列１ピッチあたりの中心角 $(= 2\pi/Z)$

β_1：　T-面の１ピッチあたりの角度 $(= 2\pi\cos\alpha_m / Z)$

$\Delta\beta$：　動翼迎え角の変化量

記 号 表

Γ： 静翼の循環
γ_B： 随伴うず層のうず度
γ_l： マノメータ内の液体の比重量
δ： 五孔ピトー管のピッチ角
δ_d： 流入境界層の排除厚さ
δ_h： 内胴壁の境界層の厚さ
δ_t： 外胴壁の境界層の厚さ
ε： 曲がりダクトの曲がり角
ε'： Bernoulli 面の傾き角
ζ_l： 損失係数
ζ_{ls}： 二次損失の係数
θ： 送風機の円周方向に測った角度（円柱極座標）
λ_n： $= n\pi/\ln\nu$
μ： 運動エネルギー比
ν： ハブ比 $(= R_0/R_1)$
ν_K： 空気の運動粘性係数
ξ： スタッガ角
π： 円周率
ρ： 空気の密度
σ： ソリディティ
$d\sigma$： 翼面に沿って測った微小距離
τ： 五孔ピトー管のヨーアングル
φ： T-面において円周方向に測った角度（円柱極座標），あるいは送風機の流量係数
φ_d： 設計流量係数
$\varphi_{\psi\, max}$： 失速開始点の流量係数
ψ： 二次流れの流れ関数，あるいは送風機の静圧上昇係数
ψ_0： 二次流れの流れ関数の，流路うず中心における値，あるいは送風機の締切り点における静圧上昇係数
Ω： 外力のポテンシャル
$\boldsymbol{\omega}$： うず度ベクトル $(= \nabla \times \boldsymbol{Q})$
$\omega'_r, \omega'_\theta, \omega'_z$： 基本流のうず度の，それぞれ r, θ, z 成分
ω'_s, ω'_n： 基本流のうず度の，それぞれ基本流方向および基本流に垂直な方向の成分（図3）
$\omega_s, \omega_n, \omega_b$： $\boldsymbol{\omega}$の，それぞれ s, n, b 成分
ω_{s1}： ω_sの，静翼列下流での値
∇： こう配演算子

第1章　緒　　　言

三次元的な流れのなかには，流れ場の大勢を決定する基本的な流れとこれに付随する副次的な流れとから成っていると見なせるものがある．二次流れとはこの副次的な流れであり，通常は特に流れ方向のうず度成分による攪乱流を意味する．

われわれは，比較的身近に二次流れを観察することができる．たとえば，容器に満たされたお茶をかき回し回転させると，しばらくして容器の底に沈んだ茶がらは器の底でらせん運動をしながら器の中心に集まってくる．また川の屈曲部においては，川底近くの流れは曲がりの内側へ向かい，水面近くでは反対に外側へ向かって，全体として流れはうずを巻きながら流れ去る．

このような二次流れが生じる原因は単純であって，つぎのように説明される．問題を簡単にするために，平板上の境界層を考える．図1において，この平板を紙面に平行として，この上を流れる流れが何らかの原因で曲がるとする．境界層の外部，すなわち主流部の圧力は境界層の内部にまで浸透するから，曲がりの中心に向かう圧力こう配は紙面に垂直な方向にはほとんど一定と見なせる．一方，遠心力を考えると，主流部では圧力こう配にほぼ匹敵する遠心力が働いているが，境界層の内部では速度が遅いために，もし主流部と同一曲率で流体が流れるならば遠心力は小さい．したがって，境界層内部の流体は曲率中心に向かう圧力こう配に屈して，図1に示すように主流部の流体よりも強く曲がって，ここに二次流れが生じることになる．

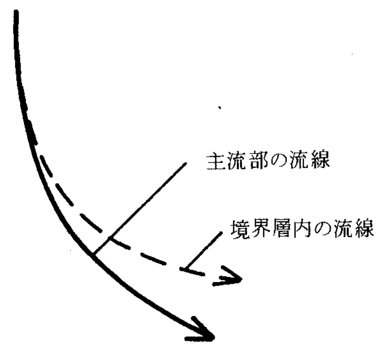


図1　境界層内の流線

自然界における二次流れの存在はすでに久しい以前から知られてはいたが，二次流れが存在することを実験的に示したのはJames Thomson(1)が最初であろうと思われる．これに対する理論的解析としては，直径に比べて曲がりの半径が大きい曲がり管内の層流についてのDean(2)の理論があった程度である．

流線方向のうず度，すなわち二次うず度に関する理論は，今世紀中葉になって飛躍的な発展をみた．Squire & Winter(3)は，流体が完全流体であっても，速度分布が一様ではなくかつ流れ

がこの速度のこう配の方向と直角な方向に曲がるならば，曲がり角と速度こう配との積に比例した二次うず度成分が現われることを示した．すなわち二次流れは，本質的には完全流体のうずあり流れとして説明することができることを明らかにしたものであった．

その後，Hawthorne[4]は仮定が多いSquire & Winterの理論を改良して，等全圧面すなわちBernoulli面のねじれを考慮することによって二次うず度の表示式を一般化した．運動方程式，連続の式，およびベクトルの恒等変形を用いて，ベクトル演算によって流線方向のうず度を求めたHawthorneのこの様な方法にならって，二次うず度の理論は，非保存力が働く粘性流体の場合[5]へ拡張された．さらに，Lakshminarayana & Horlock[6]はこれを流体の密度が一様でない場合へ拡張して，二次うず度に対する一般的な基礎式を確立した．

軸流送風機は，本質的には内胴，外胴，流れの方向を変えるための静翼列，および流体にエ

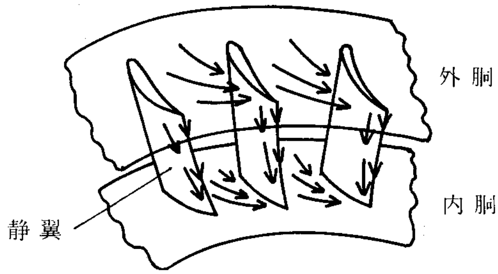


図2 内外胴壁面および静翼面における二次流れ

ネルギーを与えるための動翼列から成っている．内胴と外胴の壁面および翼の表面には速度境界層が発達する．このように境界層があるために速度分布が一様でない流れは，翼列によって曲げられると，図1に関連して述べた理由によって二次流れを生じる．[7],[8]この際，静翼列によって生じる二次流れについて述べるならば，図2に示されるように，内胴および外胴の壁面近くの流体は静翼の背面側へ向かって流れて，翼面付近の流体は内胴に向かって流れる．この様子は幾人かの研究者によって，曲がり流路[9],[10]あるいは静翼列[11]~[13]について可視化された．一方，境界層外の流れすなわち主流部の流れは，壁面あるいは翼面近くの流れとは逆向きとなる．したがっていま，静翼列を流れ去る流れの流出角を考えると，これは内胴あるいは外胴の壁面近くでは二次流れの無い場合と比べて大 (overturning) となり，反対に，主流部においては小 (underturning) となる．

翼列を設計する場合には，二次流れによるこのような流出角の変化は考慮されないのが現状のようである．しかしながら，一列の翼列から流出する流れの向きが設計流れの向きと異なる場合には，つぎの翼列への流れの流入状態は設計状態からずれることになる．軸流圧縮機のように段数の多い場合には，個々の翼列における流れの設計点からのこのようなずれは後方の段になるほど積み重なって，最終段では，流れの状態は設計したものとはほど遠いものとなる．

Carter,[14] Prümper[13] らは翼列の後方で流れの全圧分布を調べて，翼の後流中で壁面から少し離れた場所に，他の場所と比べて損失がきわだって高い領域が存在することを示した．翼列と内外胴壁との間にすきまが無い場合には，翼列後方の損失は通常3つの成分に分けられる．1つは翼列が無い場合でも内外胴の壁面境界層の摩擦によって生じる損失（円環損失）であり，1つは翼面境界層の摩擦損失（翼型損失）であって，全損失からこれら2つの損失を差し引いた残りの損失を二次損失と呼ぶ．したがって，この二次損失には，二次うずの運動エネルギーの消散による損失のほかに，壁面境界層が二次流れによって翼の背面側へ運ばれる（図2）ときの，壁面との摩擦による損失，また，このような壁面境界層が翼の後縁から流出している二次うず[12],[14]~[17] に巻き込んで消散を受けることによる損失，さらには，翼の背面側へ蓄積した壁面境界層が，翼の後縁付近で流れを剥離させることによって生じる損失などが含まれている．この様に，二次損失が発生するしくみは複雑であるために，この損失の大きさを理論的に見積ることは困難であって，もっぱら直線翼列についての実験結果に基づいて種々の実験式[18],[19]が提案されており，これによって二次損失の大きさが推定されている．

環状の静翼列について，二次流れによる流出角変化量あるいは二次損失の大きさは，種々のパラメータによって影響を受ける．これらのパラメータは，大きく分けると，翼列の幾何学的パラメータと流体力学的パラメータとの2つに分類される．前者としては，翼弦長，翼間のピッチ，および翼の高さが考えられて，後者としては，翼列への流入速度の分布，翼列内での流線の曲率，速度の周方向の成分が主なものとしてあげられる．このうち，翼の高さについて考えるならば，これが低くなるすなわち内胴と外胴との間隔が狭くなると，二次流れの発生原因の1つである内外胴壁境界層が互いに接近することから，翼列後方の流れは“理想の流れ”とはかなり違ったものになると考えられる．

この様に，外胴の直径に対する内胴の直径の比，すなわちハブ比は，二次流れによる流出角変化量および二次損失の大きさに強く影響するものと思われる．このうち，二次損失への影響については，Prümper[11]をはじめとして，直線翼列についての多くの研究[18]~[21]がある（直線翼列の場合は，ハブ比に相当するものは翼のアスペクト比である）．しかしながら，二次流れを記述するもう1つの重要な量である流出角変化量，あるいはこれに付随した流れのパターンが，ハブ比によってどの様な影響を受けるかについては，従来はあまり研究されていない．著者の知る限りでは，直線翼列へ流入する壁面境界層の厚さがピッチに比べて比較的厚い場合について，境界層の縁での流出角変化量を調べたBardon他[22]の数値計算，および，同じく直線翼列について，二次流れによって生じる翼まわりの循環の変化を理論的に決定した五味[23],[24]の計算例をあげることができるだけである．

この論文では，前置静翼式の軸流送風機静翼列によって生じる二次流れについて，ハブ比の変化が流出角変化量に及ぼす影響を主として調べ，さらに，これに付随して二次速度，二次流れのフローパターン，二次流れの旋回流量と運動エネルギー，および二次損失がハブ比の変化により受ける影響を，実験的にまた理論的に研究した．[25] 以下，第2章においては，環状翼列に生じる二次流れを分類して，二次流れの強さに影響を及ぼす因子について述べる．第3章で

は; 流線方向の二次うず度成分をHelmholtz方程式から導き，これより二次流れを理論的に解く．第4章では，翼列部の設計の概要と，五孔ピトー管を用いて行なった実験の方法を述べる．第5章で，理論および実験の結果を示し，これに対する考察を加えて，結論を第6章にまとめる．

第2章　環状静翼列に生じる二次流れの種類と，これに影響を及ぼす因子

2・1　二次流れの定義

環状の静翼列による二次流れを論じる場合に，まず二次流れの定義を明らかにする必要がある．この論文では，流れの方向にはうず度成分を持たない様な，翼列を過ぎる1つの基本流を考える．そして，実際の流れにおいてこの基本流の方向に生じたうず度成分（すなわち二次うず度）による攪乱を，二次流れと定める．

つぎに，上述の基本流の定義を満たす流れを見い出すことにする．図3に示す様に，送風機の主軸を軸とする円筒面上にあって，しかも静翼列の後ろでは軸対称である流れを考える．送風機の主軸上に原点をもつ円柱極座標 r, θ, z を，図の様に r を送風機の半径方向に，θ をピッチ方向に，z を主軸方向にとる．静翼列へ流入する軸流速度を q_0，流出速度の軸流成分および円周成分をそれぞれ q_z および q_θ，流出角を α とする．これらの速度成分および流出角は，すべて半

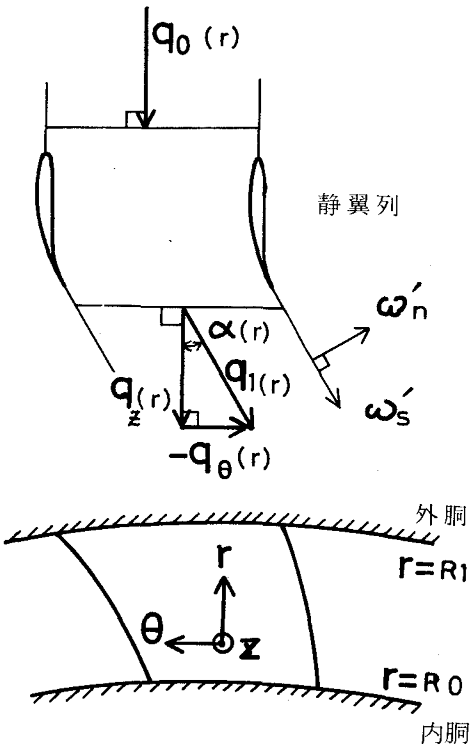


図3　基本流

径 r のみの関数であるとする.

流体は縮まないとすると，翼列の前後についての連続の条件より

$$q_z = q_0 \qquad \cdots\cdots\cdots(1)$$

であって，翼列の後方では図3より

$$-q_\theta = q_0 \tan\alpha \qquad \cdots\cdots\cdots(2)$$

の関係がある. 静翼列下流でのうず度について，その r, θ, z 成分をそれぞれ $\omega'_r, \omega'_\theta, \omega'_z$ と表わす. 式(1)，式(2)が成立すること，および半径方向の速度成分が無いことから，これらのうず度成分は

$$\left.\begin{aligned} \omega'_r &= 0 \\ \omega'_\theta &= -\frac{dq_0}{dr} \\ \omega'_z &= -\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(q_0 r \tan\alpha) \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots(3)$$

と表わされる. これより，うず度の流れ方向の成分 ω'_s（図3）およびこれに直角な方向の成分 ω'_n（図3）は，座標変換によって

$$\omega'_s = \sin\alpha\frac{dq_0}{dr} - \frac{\cos\alpha}{r}\frac{d}{dr}(q_0 r \tan\alpha) \qquad \cdots\cdots\cdots(4)$$

$$\omega'_n = \cos\alpha\frac{dq_0}{dr} + \frac{\sin\alpha}{r}\frac{d}{dr}(q_0 r \tan\alpha) \qquad \cdots\cdots\cdots(5)$$

と与えられる. 式(4)において $\omega'_s = 0$ と置けば，流出角の分布 $\alpha(r)$ に対する条件が得られて，この条件はつぎのようになる.

$$\frac{d}{dr}(r\tan\alpha) = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots(6)$$

したがって，いま外胴 $r = R_1$ での流出角を α^* とするとき，流れの方向にうず度成分の無い流れ，すなわち求める基本流は，流入速度 $q_0(r)$ の分布のしかたには無関係に，流出角分布が自由うず巻型

$$\tan\alpha = \frac{R_1 \tan\alpha^*}{r} \qquad \cdots\cdots\cdots(7)$$

で表わされる円筒面軸対称流れであることがわかる.

このときの ω'_n は，式(7)を式(5)に代入することにより

$$\omega'_n = \frac{dq_0}{dr}\sec\alpha \qquad \cdots\cdots\cdots(8)$$

となり，また，流出速度の円周成分は式(2)より

$$-q_\theta(r) = q_0(r)\frac{R_1 \tan\alpha^*}{r} \qquad \cdots\cdots\cdots(9)$$

と表わされる.

2・2　二次流れの種類

静翼列へ流入する流れは，内外胴の壁面に存在する境界層のために，その速度分布が半径方向に一様ではない．このことによって翼列の下流にどの様な種類の二次流れが発生するかを調べる．

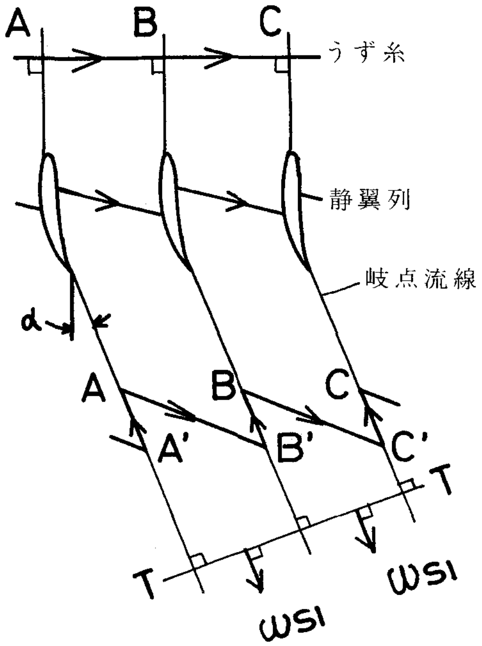


図4　うず糸の変形

いま，内胴壁面の境界層について考えると，これは，翼列の上流では流れに垂直なうず糸の集まりであると考えることができる．図4に示すように，このうちの1本のうず糸ABCに注目する．うず糸に付けられた矢印は，うず度の向きを表わしている．このうず糸は，流れに乗って静翼列に到達する．翼面での流速は，背面におけるものの方が腹面におけるものよりも速い．このために，静翼列を通過するにつれて，このうず糸の翼背面における端は翼腹面における端よりも，図のように，先に進むことになる．したがって，静翼列上流のうず糸部分ABおよびBCは，静翼下流では図のようにそれぞれAB′およびBC′のようになって，静翼後縁から出る岐点流線上でうず糸にずれが生じることになる．流体中では，うず糸はその端を持たない．したがって，岐点流線上の線分A′A，B′B，C′Cは，実は，図に示す向きを持ち，うず糸AB′あるいはBC′と等しい強さを持つ，うず糸でなければならない．結局，静翼列下流のうず糸は，A′AB′BC′Cのようにつながって，のこぎり刃状に変形したものとなる．

このうち，AB′あるいはBC′のうず糸部分によるうず度について考えると，これらの基本流方向の成分，すなわち図4に示す二次うず度 ω_{s1} は流路うずを形成する．外胴の境界層については，

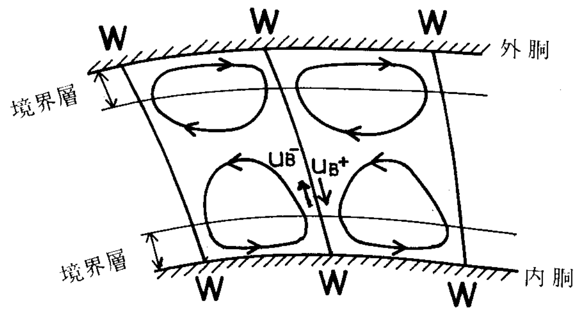


図5　流路うず（図4のT-T面上の流れを下流側から見る）

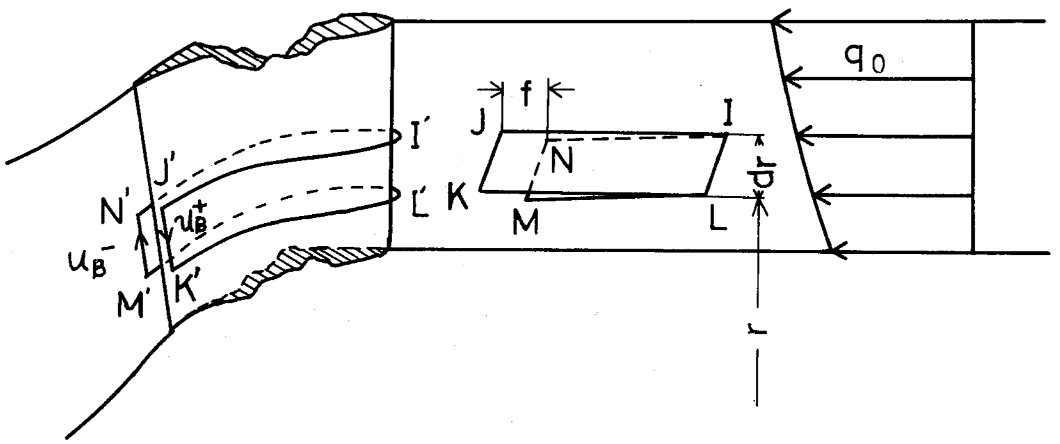


図6　翼面をつつむ閉曲線

静翼列へ流入するうず糸のうず度の向きは，内胴境界層の場合とは反対である．したがって，静翼列下流の基本流に垂直な面 T-T 上では，図5に示すように，内外胴側に互いに反対まわりの1対の流路うず対が，内外胴壁面および翼の後縁から出た岐点流線を含む面 W-W によって囲まれる“流路”内に生じる．

つぎに，境界面 W-W 上に生じるうず度について考える．この境界面の左右にある流路うずは，図5に示すように，境界面のすぐ左および右にそれぞれ互いに逆向きの速度 u_B^-および u_B^+ を誘起する．ゆえにこの境界面は，うず度$-(u_B^+ + u_B^-)$のうず面である．ただし符号については，紙面上向きをうず度の正の方向と定める．

いま，このうず面のうず度がどの様な成分から成っているかを明らかにする．図6に示すような，岐点流線を含む面上の流れを考える．翼の十分上流で，線分 IL を折り目とする，微小高さ dr の閉曲線 IJKLMNI をとる．この閉曲線は流体とともに動いて，ある時間の後に翼に到着し，ここで線分 I′J′，I′N′，L′K′，および L′M′ がすべて送風機主軸を軸とする円筒面上にある

ような，翼をちょうど包む閉曲線I'J'K'L'M'N'I' となるものとする．したがって，翼の後縁に速度 u_B^+, u_B^-が存在することに対応して，線分IJとINあるいはLKとLMとはずれている．さらに，翼の背面での流速は腹面における流速より速いことに対応して，線分INあるいはLMはIJあるいはLKより短い．

Kelvinの定理[26]により，このような流体とともに動く閉曲線に沿う循環 Γは，完全流体の場合には不変であるから

$$\Gamma_{I'J'K'L'M'N'I'}=\Gamma_{IJKLMNI} \qquad \cdots\cdots\cdots(10)$$

である．この式の左辺は3つの部分に分けて，

$$\Gamma_{I'J'K'L'M'N'I'}=-\Gamma_{J'I'N'}+\Gamma_{K'L'M'}+(u_B^+ + u_B^-)dr \qquad \cdots\cdots\cdots(11)$$

と分解される．式(11)の右辺第1項および第2項は，それぞれ半径 $r+dr$ および r での翼まわりの循環を表わすから，式(11)はつぎのように書き直すことができる．すなわち，半径 r における翼まわりの循環を Γ で表わすときに

$$\Gamma_{I'J'K'L'M'N'I'}=-\frac{d\Gamma}{dr}dr+(u_B^+ + u_B^-)dr. \qquad \cdots\cdots\cdots(12)$$

一方，式(10)の右辺の線積分は，Stokesの定理[27]より，この閉曲線によって張られる面にわたってうず度を面積分したものに等しい．この場合，線分ILを折り目とするこの面が重なる部分では，面積分は相殺される．また，点Nおよび点Mはそれぞれ線分IJおよび線分LK上にはなく，ずれているが，この2点はそれぞれの線分からほぼ同程度だけずれているので，式(10)の右辺に相当する面積分の結果は

$$\Gamma_{IJKLMNI}=\frac{dq_0}{dr}f\,dr \qquad \cdots\cdots\cdots(13)$$

となる．ここで fは，図6に示すように，線分JKと線分NMとの間の水平距離を表わす．

式(12)および式(13)を式(10)に代入すれば，翼の後縁に生じているうず面のうず度 $-(u_B^+ + u_B^-)$ が

$$-(u_B^+ + u_B^-)=-\frac{dq_0}{dr}f-\frac{d\Gamma}{dr} \qquad \cdots\cdots\cdots(14)$$

と求められる．

距離 fは，翼の前縁から腹面を通って後縁まで到達する流体粒子と，前縁から背面を通って後縁に着く流体粒子との所要時間差 Δt によって決まり

$$f=q_0\Delta t=q_0\oint\frac{d\sigma}{q_B} \qquad \cdots\cdots\cdots(15)$$

と表わすことができる．ここで，q_B は翼面での流速で，$d\sigma$は翼面に沿って測った微小長さであって，積分の記号 $\oint$は翼の前縁から腹面を通って後縁にいたり，さらに後縁から背面を通って前縁にもどる，翼まわりの1周積分を表わす．式(14)中の fを，式(15)の表現を用いて置き換えれば，式(14)に代わって

$$-(u_B^+ + u_B^-)=-q_0\frac{dq_0}{dr}\oint\frac{d\sigma}{q_B}-\frac{d\Gamma}{dr} \qquad \cdots\cdots\cdots(14)'$$

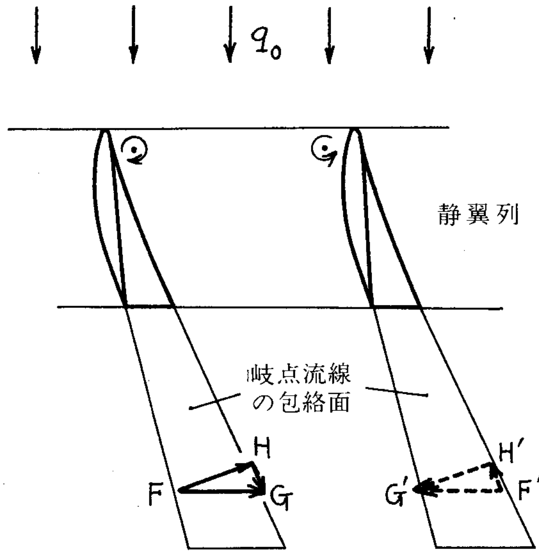


図7　半径二次流れ

とも書ける．

式(14)あるいは式(14)′から，翼の後縁より流れ出るうず度には，翼の上流中にあった，流れに垂直なうず度成分 dq_0/dr に起因するうず度と，翼まわりの循環 Γ の半径方向の変化分に応じて生ずるうず度との2つの成分があることが明らかとなった．この2種類のうず度のうち，前者は，すでに図4に示した岐点流線上のうず糸部分 AA′，BB′ あるいは CC′ によるうず度に対応するものであって，[15] 糸状随伴うずと呼ばれる．また，後者のうず度は，幅が有限である翼が一様流（したがって無うず）の中に置かれたときに，翼端が存在することによって，後縁から流出する随伴うず（Prandtl の翼理論）と類似のうずであって，流出随伴うずと呼ばれる．Prandtl の翼理論における随伴うずが，翼に端があることに原因するのに対して，ここで現われた流出随伴うずは，翼へ流入する速度が翼幅の方向（換言すれば r の方向）に一様でないことに原因している．

つぎに，静翼の表面にできる速度境界層に原因して生じる二次流れについて考える．図7に示すように環状の静翼列へ，予旋回のない一様流 q_0 が流入するとする．静翼の腹面および背面にできる境界層を，再びうず糸で表わす．これらのうず糸は，翼列の入口では図のように，内外胴の壁面に垂直であるとする．これらのうず糸が，前節で述べた基本流（ただし，いまは，q_0 は r によらず一定であると考える）によって下流へ運ばれて，翼列の後方でそれぞれうず糸 FG およびうず糸 F′G′ になったとする．ここで，フローパターンが自由うず巻流れである場合には，流体が非圧縮のとき，軸流速度は内胴壁面から外胴壁面まで一定であって，しかも旋回速度は半径 r に反比例する．[28] このことにより，うず糸 FG および F′G′ は，図7に示されるように，送風機主軸に垂直な面内にあって，しかも円周方向に傾斜することになる．

これら傾斜したうず糸によるうず度を，図7のように基本流の方向の成分（線分HGおよび線分F′H′に相当）と，それに垂直で岐点流線の包絡面に沿う成分（線分FHおよび線分H′G′に相当）とに分解する．このとき，前者のうず度成分は，後流中の流体（あるいは静翼表面の境界層中の流体）を内胴の方へ向けて流す二次流れ，すなわち半径二次流れを誘起する．後者のうず度成分は，翼後流の速度分布に対応するうず度成分となる．

以上に述べたことより，軸流送風機静翼列の下流には，つぎの4種類の二次うずが存在するものと考えられる．

a：流路うず……………内外胴の壁面と，翼後縁から出る岐点流線の包絡面とによって囲まれる“流路”内に分布する．

b：糸状随伴うず………岐点流線の包絡面上に生じる．

c：流出随伴うず………岐点流線の包絡面上に生じる．

d：半径二次流れ………これによって，翼の後流中の流体は内胴へ向かって流される．

これらの成分を，それぞれ記号**a,b,c,d**で表わして，図8に示す．

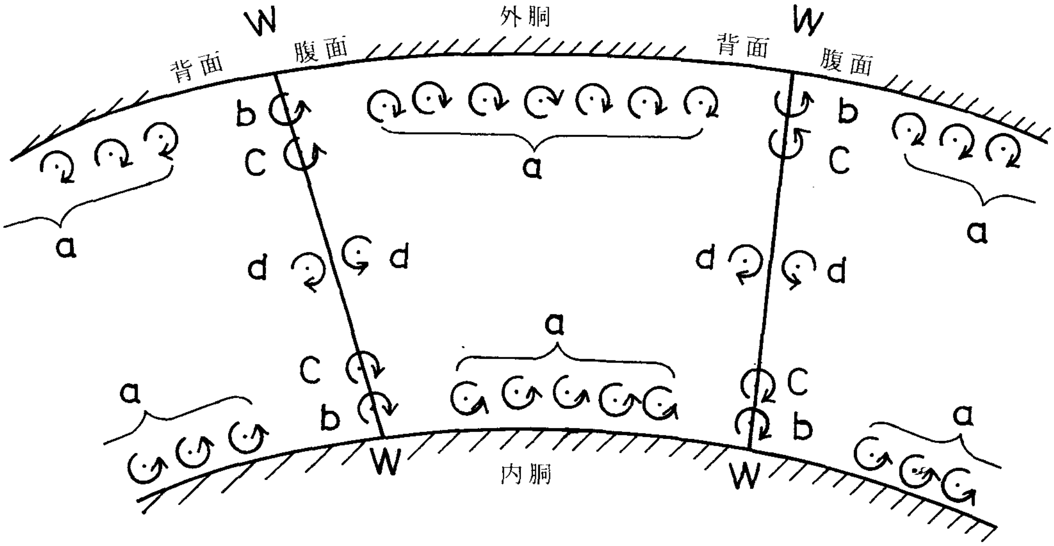


図8　静翼列の後方に生じる二次うず（静翼列の下流から，上流を見る）

2・3　二次流れに影響を及ぼす因子

序論で述べたように，二次流れの起こりやすさは，翼弦長，ピッチ，翼の高さ，翼列内での流線の曲率，速度の旋回成分，および翼列へ流入する速度の分布に依存する．この節では，これらの因子のうちで，翼の高さ（すなわちハブ比）以外の因子が二次流れにどのような影響を及ぼすかについて，簡単に述べる．

図9は，環状静翼列の展開図である．半径方向にだけ一様でない速度分布 $q_0(r)$ をもつ流れ

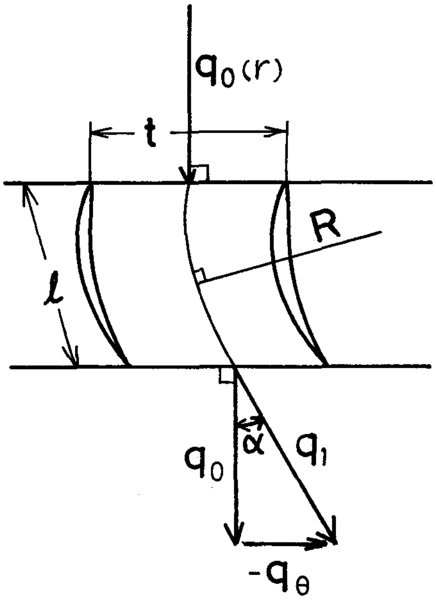


図 9　二次流れに影響する各種の因子

が，翼列へ流入する．

まず，翼弦長 l が長くなると，翼面の境界層は下流方向に発達して，後縁における境界層の厚さが増す．したがって，半径二次流れが助長される．

ピッチ t が大きくなると，内外胴壁面の境界層は，翼間で円周方向に自由に運動できるようになる．したがって，流路うずによる二次流れが生じやすくなる．

翼列内での流線の曲率 $1/R$ は，翼間の圧力こう配の原因となり，したがって流路うずによる二次流れの原因となって，曲率が強いほど，この二次流れは強くなる．

速度の旋回成分の絶対値 $|q_\theta|$ が大きくなると，半径方向の圧力こう配が強くなるので，半径二次流れが強まる．

最後に，流入速度分布 $q_0(r)$ の影響について述べる．流入速度分布の影響としては，図 10 (a) に示すように，内外胴壁の境界層厚さ（この場合，境界層の外では流れは一様流）の影響が考えられる．Dunham[19] は，従来の多くの実験者による，直線翼列についての測定結果を総合した．それによれば，二次損失を翼列下流での動圧で無次元化した二次損失係数 ζ_{ls} と，流入境界層の排除厚さ δ_d とは，

$$\zeta_{ls} = \mathrm{const} + \mathrm{const} \times \sqrt{\frac{\delta_d}{l}}$$

のように関係づけられる．ここで，l は翼弦長である．この関係式よりわかるように，$\delta_d = 0$ のとき，すなわち翼列直前の境界層を除去しても，一般に二次損失は生じる．[29]　このことは，つ

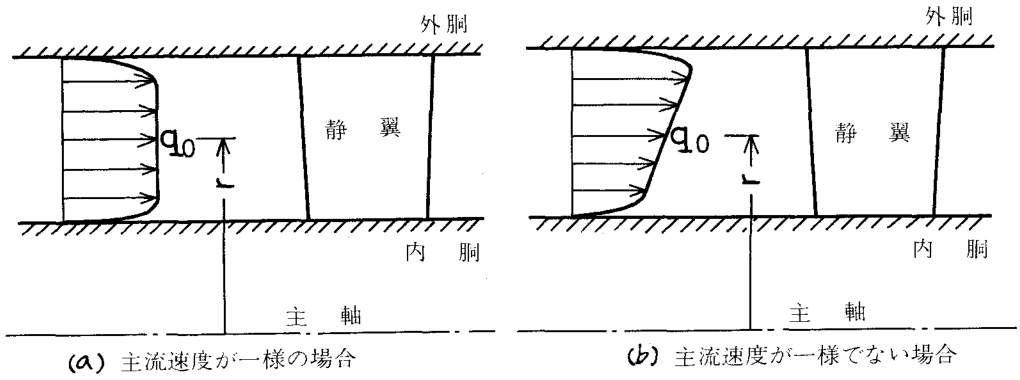


図10　二種類の流入速度分布

ぎの事実による．たとえ翼列直前の境界層を完全に除去しても，流れが翼列を通過するにつれて，壁面境界層が徐々に発達する．したがって，発達したこの壁面境界層には，同時に，二次流れが起きて，二次損失が生じるのである．

軸流機械では，羽根を製作する際の工作のしやすさという観点から，自由うず巻型のフローパターンを採用しない場合がある．このような場合には，軸流速度が主流部においても半径方向に一様とはならないので，主流部の速度こう配の強さは，二次流れに対する重要な因子となる（図10(b)）．

この主流速度こう配が二次流れに及ぼす影響を調べるための基礎的研究として，著者ら[30]は，図11に示すような矩形断面をもつ曲がりダクトへ直線的せん断流が流入するときに，曲がり部の下流における二次流れが，流入せん断流の速度こう配の強さによってどのように変化するかを調べた．曲がりダクトの内壁は送風機静翼列の翼背面に相当し，また外壁は翼の腹面に相当する．

いま図11のように，直交曲線座標 x,y,z を，z を流路の中心線に沿って下流方向にとり，y を流路の高さ方向に，x を y および z に垂直にとる．座標の原点は，流入部断面の中央に置く．流入速度を U として，これの座標原点における値を U_c，ダクトの幅を a，高さを b で表わす．内壁の曲率半径 R_i と幅 a との比は，$R_i/a=3$ である．また，ダクトの曲がり角 ε は 90° で，$a=75$ mm，$b=150$mm である．

Elder[31] によれば，一様な流れの中に金網を流れに対して傾けて置くと，これの十分下流ではほぼ直線的なせん断流が得られる．しかも，このせん断流の速度こう配は，金網のメッシュ数によって変化する．このことを利用して，曲がりダクトに流入する速度分布として，図12(b)および図12(c)に示すように，2種類の速度こう配 $G=0.20$ および $G=0.39$ をもつ直線的せん断流を得た．ここで G は，上下壁境界層を除いた主流部での速度のこう配を表わして，U_c および b によってつぎのように無次元化されたものである．

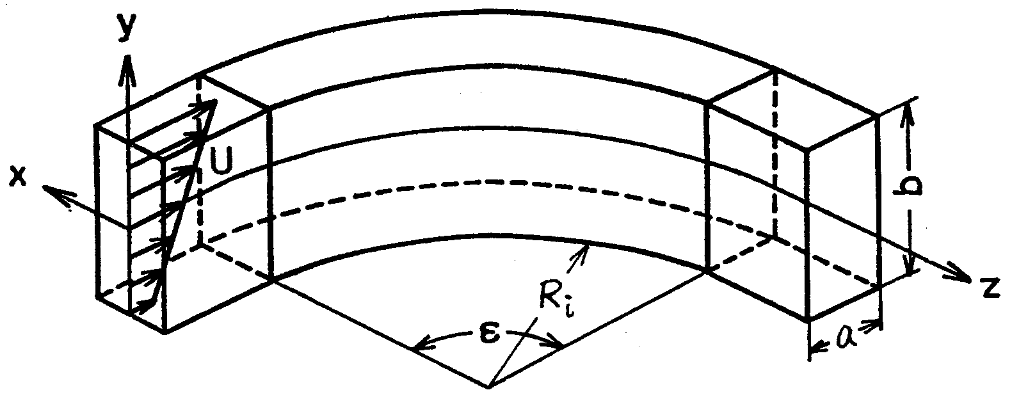


図 11　矩形断面の曲がりダクト

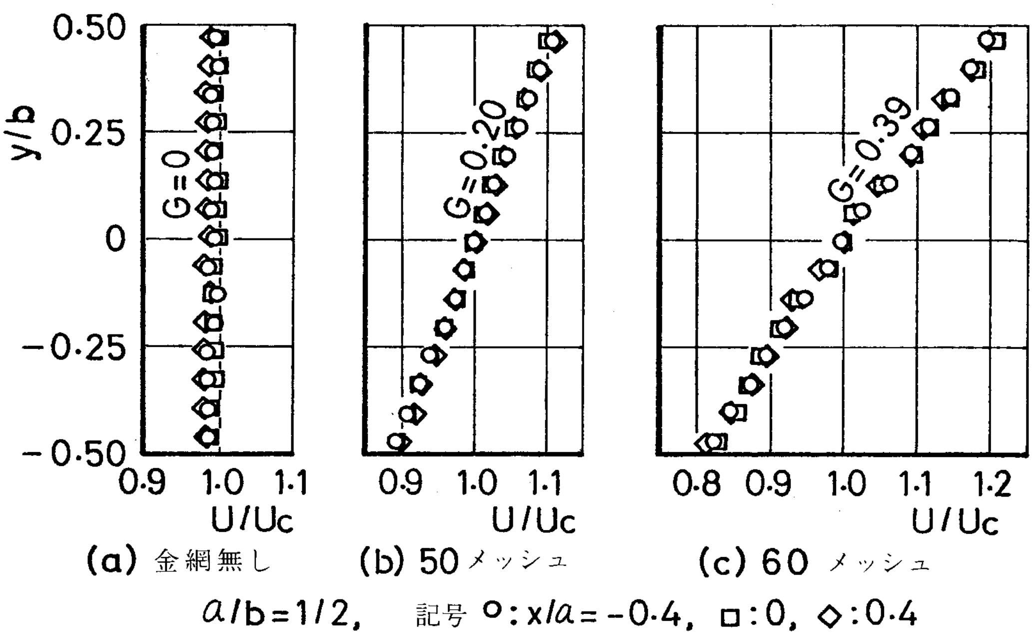


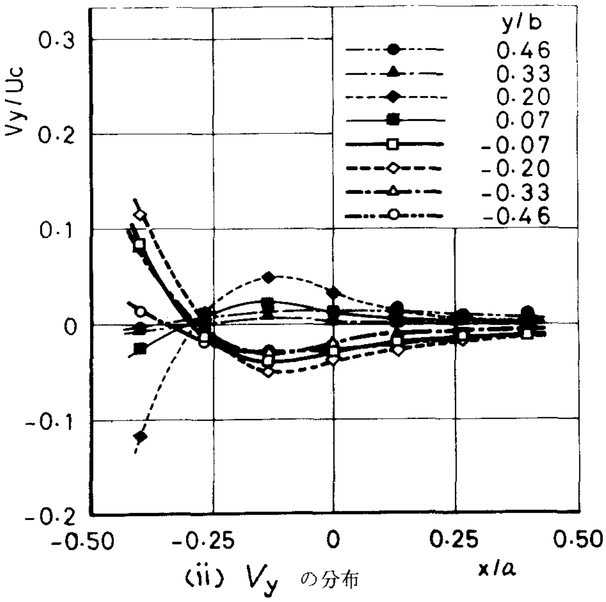
図 12　曲がりダクトへ流入する 3 種類の速度分布

$$G=\frac{d(U/U_c)}{d(y/b)}$$

図 12 で，(a)は曲がり部の前方に金網を挿入しない場合の流入速度分布である．いずれの速度こう配の場合でも，流入速度分布の二次元性は良好であることが，図よりわかる．流入境界層の厚さは，流路高さ b の約 3 %であった．

ダクトの曲がりが完了する位置より十分下流で，速度の x, y, z 成分をそれぞれ V_x, V_y, V_z として，この位置での基本流として，ダクトの曲がり部へ流入する速度の分布と同一の速度分布をもつ流れをとる．このとき，V_x および V_y は二次流れの速度，すなわち二次速度の成分である．

ダクトの曲がり完了点から 150 mm 下流において，ダクトの軸に垂直な面上で，直径 2.4 mm のコブラ型五孔ピトー管をトラバースさせて，二次速度の分布を求めた．その結果を，図 13 (a),



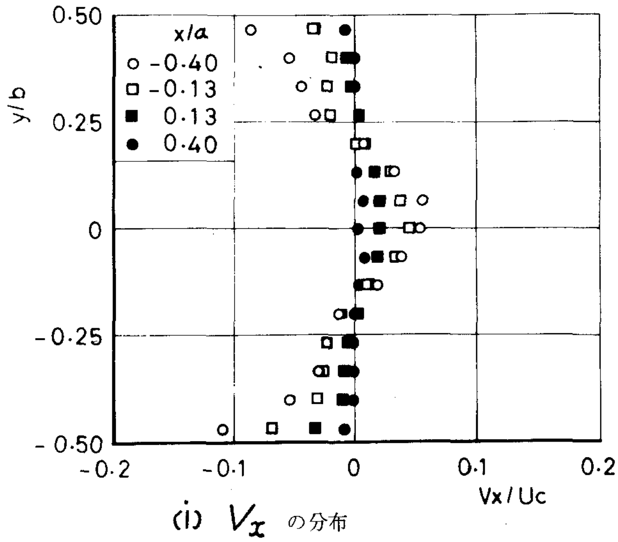


図 13 (a)　$G = 0$ の場合の二次速度分布

図13(b)，および図13(c)に示す．このうち，図13(a)は$G=0$の場合のV_x, V_yの分布を示し，図13(b)は$G=0.20$の場合を示し，さらに図13(c)は$G=0.39$の場合の二次速度の分布を表わす．

まず，$G=0$の場合の二次速度分布（図13(a)）はx軸に関してほぼ対称であって，この場合には，中心がxの負の方にかた寄った1対のうず対が生じていることが想像される．$G=0.20$

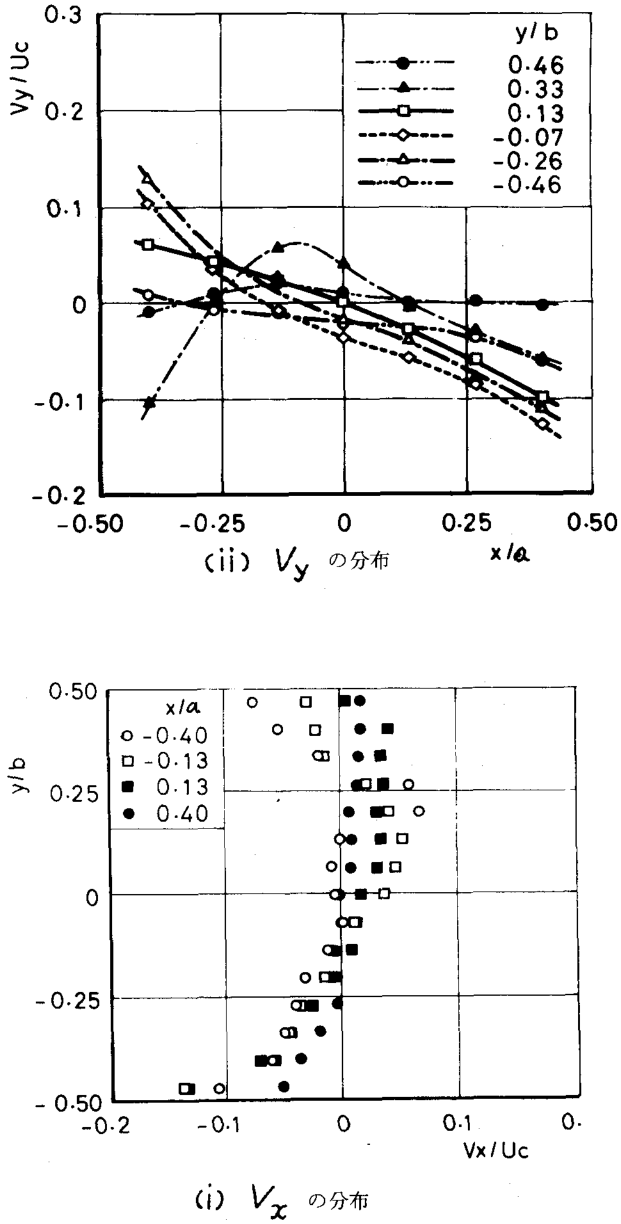
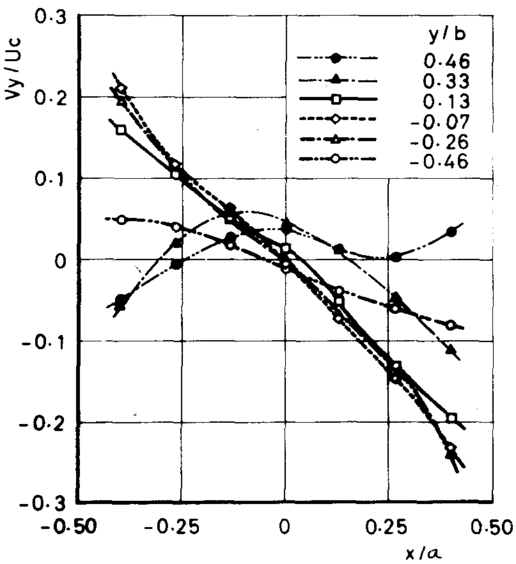
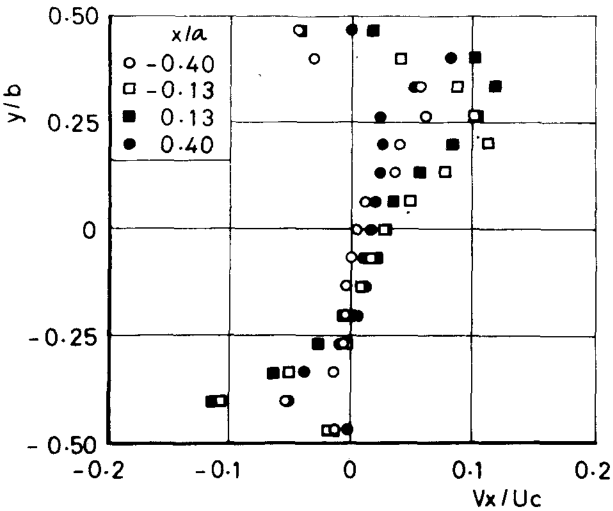


図13(b)　$G=0.20$の場合の二次速度分布

の場合（図 13(b)）あるいは $G=0.39$ の場合（図 13(c)）にも，流出断面上には上下2個のうずができているが，下方のうずは上方のうずよりも広い領域にわたって存在することが図より明らかである．二次速度の強さについては，図 13(b)および図 13(c)から，流入せん断流の速度こう配 G が増すにつれて二次速度が強まり，特に，上下2個のうずのうず核外縁が接すると思われる $y/b=0.25$ の近辺での V_x の増加，および内外壁境界層の縁における V_y の強まりが著し



(ii)　V_y の分布



(i)　V_x の分布

図 13(c)　$G=0.39$ の場合の二次速度分布

い．

流れが曲がり部を通過した後は，z 方向には流れのようすはあまり変化しないとすると，密度が一様な非圧縮性流体では，二次流れの流れ関数 $\psi(x,y)$ が定義できる．$G=0$，0.20，0.39 の 3 種類の場合について，それぞれ，図 13(a)〜(c)に示した二次速度の測定値を用いて

$$\psi(x, y)=\int_{-a/2}^{x} V_y(x', y)\,dx'$$

と数値積分して得た流れ関数を図 14 に示す．この図で，$G=0$ の場合には，先に二次速度分布のところで言及したように，上下に 1 対のほぼ対称なうず対が，やや内壁側へかたよって生じているのがわかる．これらの二次うずは，曲がり部に流入する流れが流路上下壁の境界層内に持っていたうず度に起因するものであって，曲がり流路を通過するにつれて内壁に沿って巻き込んだと考えられる．一方，$G=0.20$ および $G=0.39$ の場合には，流路の大部分を占める時計回りの優勢なうずと，これと反対回りの小規模のうずとが現われているのが見られる．前者のうずは，流入速度分布において，主流である直線的せん断流部分に原因するもので，後者のうずは，同じく流入速度分布において，上壁面に存在する境界層に起因するものである．

うずの中心での流れ関数の値は，このうずの旋回流量を表わす．図 14(b)および図 14(c)からただちに，流入速度こう配 G が強くなれば，直線的せん断流部分に起因する二次うずの旋回流量は増すことがわかる．

つぎに，単位時間にダクトの曲がり部へ流入する運動エネルギー

$$E_0=\int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{a/2}\frac{1}{2}\rho U^3\,dx\,dy$$

に対する，単位時間あたりに曲がり部から流出する二次流れの旋回運動エネルギー

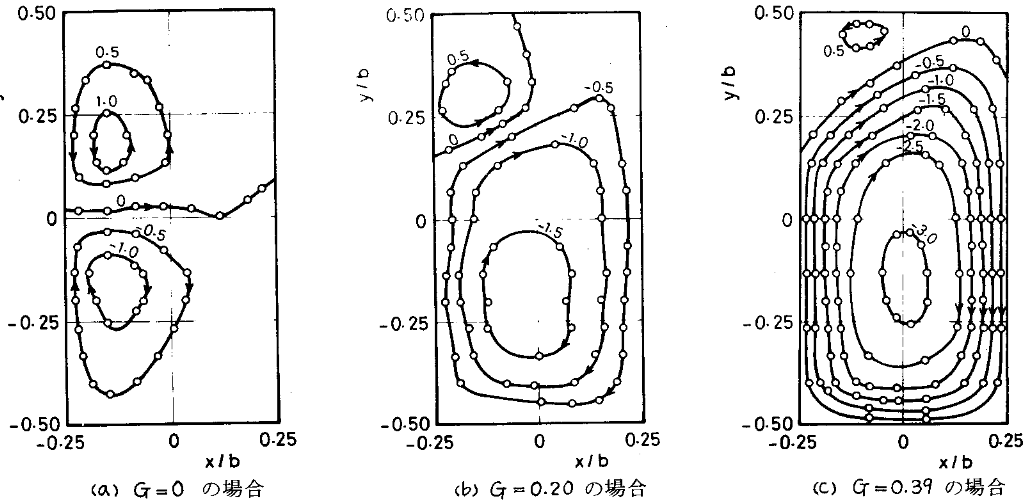


図 14　二次流れの流れ関数 $\dfrac{\psi}{U_c b}\times 100$

$$E_{1s}=\int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a/2}^{a/2}\frac{1}{2}\rho V_z(V_x^2+V_y^2)dx\,dy$$

の比 E_{1s}/E_0, すなわち運動エネルギー比は，二次流れの強さを表わす重要な量の1つである．流入速度こう配 G が強くなるにつれて，この運動エネルギー比が増していくようすを，表1に示す．

表1．　運動エネルギー比

G	E_{1s}/E_0
0	0.22 %
0.20	0.55
0.39	1.52

以上に述べた流入速度こう配 G の影響を総括すれば，G が強くなるにつれて二次流れ運動が強まると言える．

第3章　理論計算の方法

翼列内の三次元流れを理論的に取り扱う場合に，およそ2通りの方法がある．1つはSquire & Winter(3) によって始められたもので，流れ方向のうず度を求めて，このうず度が誘起する速度を計算する方法である．もう一つの解析方法としては，翼列内の流れを壁面上の三次元ねじれ境界層(32),(33) の問題としてとらえて，これを解く方法(34)~(37) がある．著者には，翼列へ流入する流れが壁面境界層部分以外で一様である場合には，これら2つの理論は結局，それぞれが同じものを計算しているものと思われる．これら2つの方法を比較するとき，後者の解析方法に比べて，前者の方法は境界層型の流入速度分布（図10(a)）に限らず，一般に任意の流入速度分布に対して，流路全体にわたって統一的に解析をすることができるという利点がある．したがって，以下では前者の立場に立つこととし，まず流れ方向のうず度を求めることにする．

3・1　流線方向のうず度の発生

密度が一様で非圧縮，非粘性の流体について，流れが定常で，外力がポテンシャルから導かれる場合には，運動方程式および連続の式は，それぞれ

$$(\boldsymbol{Q}\cdot\nabla)\boldsymbol{Q}=-\nabla\left(\frac{p_s}{\rho}+\Omega\right) \qquad \cdots\cdots\cdots(16)$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{Q}=0 \qquad \cdots\cdots\cdots(17)$$

である．ここで，$\boldsymbol{Q}$は速度ベクトル，p_sは静圧，ρは密度，Ωは外力のポテンシャルであって，∇はこう配演算子を表わし，記号・はスカラー積を表わす．

式(16)の左辺を恒等変形して，うず度

$$\boldsymbol{\omega}=\nabla\times\boldsymbol{Q} \qquad \cdots\cdots\cdots(18)$$

を導入すれば，式(16)はよく知られた形

$$\boldsymbol{Q}\times\boldsymbol{\omega}=\nabla\left(\frac{p_s}{\rho}+\frac{1}{2}\boldsymbol{Q}^2+\Omega\right) \qquad \cdots\cdots\cdots(19)$$

となる．ここで記号×は，ベクトル積を表わしている．式(19)の両辺の rotation をとって，式(17)で表わされた連続の条件と，恒等式

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\omega}=\nabla\cdot(\nabla\times\boldsymbol{Q})\equiv 0$$

とを考慮すれば，Helmholtz 方程式

$$(\boldsymbol{Q}\cdot\nabla)\boldsymbol{\omega}=(\boldsymbol{\omega}\cdot\nabla)\boldsymbol{Q} \qquad \cdots\cdots\cdots(20)$$

が得られる．

流線方向のうず度，すなわち二次うず度を求めるための最も合理的な座標系は，流線座標系であると思われる．すなわち，図15に示すように，流線に沿って単位ベクトル $\boldsymbol{s}$（接線ベクトル）をとり，流線の内向き法線の方向に単位ベクトル $\boldsymbol{n}$（主法線ベクトル）をとって，この2

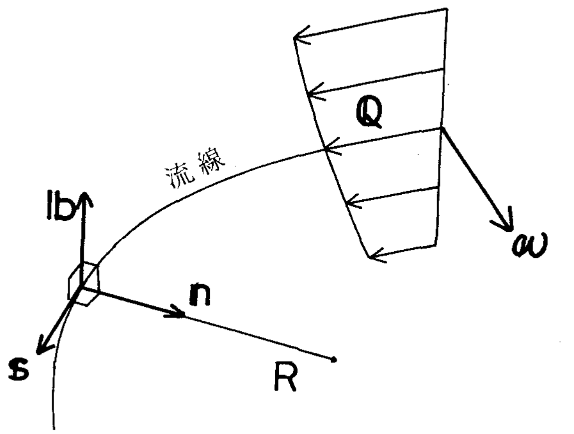


図15 流線座標

つの単位ベクトルに垂直に従法線ベクトル $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{n}$ をとる. 流線の曲率半径を R で表わす.

速度 $\boldsymbol{Q}$ の絶対値を Q として, うず度 $\boldsymbol{\omega}$ の s,n,b 成分をそれぞれ $\omega_s,\omega_n,\omega_b$ とすると, 速度とうず度とは

$$\boldsymbol{Q}=Q\boldsymbol{s} \qquad \cdots\cdots\cdots(21)$$

$$\boldsymbol{\omega}=\omega_s\boldsymbol{s}+\omega_n\boldsymbol{n}+\omega_b\boldsymbol{b} \qquad \cdots\cdots\cdots(22)$$

のように書かれる.

いま, 式(20)について, その両辺の s 成分をとれば

$$\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{Q}\cdot\nabla)\boldsymbol{\omega}=\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{\omega}\cdot\nabla)\boldsymbol{Q} \qquad \cdots\cdots\cdots(23)$$

である. この式の左辺および右辺を, 以下に具体的に計算する.

まず, $\boldsymbol{Q}\cdot\nabla=Q\boldsymbol{s}\cdot\nabla=Q(\partial/\partial s)$ であることを考慮すれば, 式(23)の左辺は

$$\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{Q}\cdot\nabla)\boldsymbol{\omega}=Q\left(\boldsymbol{s}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{\omega}}{\partial s}\right)$$

$$=Q\left[\frac{\partial(\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{\omega})}{\partial s}-\boldsymbol{\omega}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{s}}{\partial s}\right] \qquad \cdots\cdots\cdots(24)$$

と変形される. 式(24)において, $\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{\omega}=\omega_s$ であり, また Frenet-Serret の公式[38] より

$$\frac{\partial\boldsymbol{s}}{\partial s}=\frac{\boldsymbol{n}}{R}$$

であるから, 式(24)は

$$\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{Q}\cdot\nabla)\boldsymbol{\omega}=Q\frac{\partial\omega_s}{\partial s}-Q\frac{\omega_n}{R} \qquad \cdots\cdots\cdots(25)$$

のようになる.

一方, $\boldsymbol{\omega}\cdot\nabla=\omega_s(\partial/\partial s)+\omega_n(\partial/\partial n)+\omega_b(\partial/\partial b)$ であり, また単位ベクトル $\boldsymbol{s}$ は $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{Q}/Q$ と表わすことができるので, 式(23)の右辺は

$$\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{Q}=\frac{\omega_s}{Q}\boldsymbol{Q}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial s}+\frac{\omega_n}{Q}\boldsymbol{Q}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial n}+\frac{\omega_b}{Q}\boldsymbol{Q}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial b} \quad\cdots\cdots\cdots(26)$$

となる．式(26)の右辺で，スカラー積の部分は

$$\boldsymbol{Q}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial s}=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s}(\boldsymbol{Q}^2)=\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial s}(Q^2)=Q\frac{\partial Q}{\partial s}$$

および同様にして

$$\boldsymbol{Q}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial n}=Q\frac{\partial Q}{\partial n}$$

$$\boldsymbol{Q}\cdot\frac{\partial\boldsymbol{Q}}{\partial b}=Q\frac{\partial Q}{\partial b}$$

となるので，式(26)は

$$\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{Q}=\omega_s\frac{\partial Q}{\partial s}+\omega_n\frac{\partial Q}{\partial n}+\omega_b\frac{\partial Q}{\partial b} \quad\cdots\cdots\cdots(27)$$

となる．これは，デカルト座標の場合と同じ形である．

ここで，式(27)の右辺に現われたうず度成分 ω_n および ω_b について，これらを Q で表わすことを考える．うず度の定義より

$$\omega_s\boldsymbol{s}+\omega_n\boldsymbol{n}+\omega_b\boldsymbol{b}=\boldsymbol{\nabla}\times(Q\boldsymbol{s}) \quad\cdots\cdots\cdots(28)$$

である．式(28)の右辺は，恒等変形によって

$$\boldsymbol{\nabla}\times(Q\boldsymbol{s})=Q\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{s}+(\boldsymbol{\nabla}Q)\times\boldsymbol{s}$$

となる．この式の右辺第1項に現われた $\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{s}$ については，

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{s}=[\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{s})]\boldsymbol{s}+\frac{\boldsymbol{b}}{R}$$

と表わすことができる*．したがって，式(28)はつぎのようになる．

$$\omega_s\boldsymbol{s}+\omega_n\boldsymbol{n}+\omega_b\boldsymbol{b}$$
$$=[\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{s})Q]\boldsymbol{s}+\frac{\partial Q}{\partial b}\boldsymbol{n}+\left(\frac{Q}{R}-\frac{\partial Q}{\partial n}\right)\boldsymbol{b}.$$

この式で，両辺の n 成分および b 成分を比較することにより

$$\left.\begin{aligned}\omega_n&=\frac{\partial Q}{\partial b}\\ \omega_b&=\frac{Q}{R}-\frac{\partial Q}{\partial n}\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots\cdots(29)$$

を得て，ω_n および ω_b が Q で表わされたことになる．

式(29)で表わされる ω_n，ω_b を式(27)に代入すれば，

---

*巻末の付録を参照

$$\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{\omega}\cdot\nabla)\boldsymbol{Q}=\omega_s\frac{\partial Q}{\partial s}+\frac{Q}{R}\frac{\partial Q}{\partial b} \quad \cdots\cdots\cdots(30)$$

となる.

以上より，式(25)と式(30)とを式(23)に代入して，かつ，式(29)の第1式が成立することを考慮すれば，結局，Helmholtz 方程式の s 成分はつぎのように書けることになる.

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\omega_s}{Q}\right)=\frac{2\omega_n}{QR}. \quad \cdots\cdots\cdots(31)$$

式(31)の物理的な意味を明らかにすることができる. 図16に示すように，流れの中に1本の流管を考えて，その断面積を dA で表わす. このとき，$\omega_s dA$ は流管まわりの循環であり，また QdA は流管を流れる流量を表わす. この流量は，連続の条件により，流管に沿って一定である. したがって，ω_s/Q は単位流量あたりの循環の大きさを表わすのであって，式(31)はこれが流線に沿って増す割合が，うず度の主法線成分 ω_n が強いほど，流速 Q が遅いほど，さらに流線の曲率半径 R が小さいほど，大きいことを表わすものである.

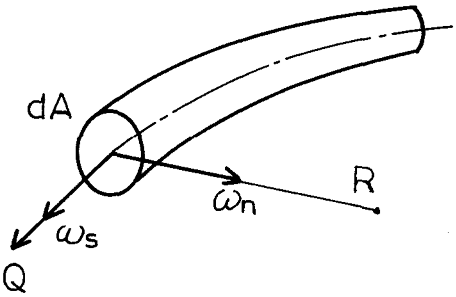


図16　流管

3.2　二次流れの流れ関数

前節では，二次流れを含めた全体の流れについて，流れの方向のうず度に関する厳密な表示式（式(31)）を得た. この節では，この関係式を適当な仮定のもとに積分することにより，二次うず度を求めて，さらにこれより，二次流れの流れ関数を決定することにする.

静翼列を通る基本流の速度ベクトルを $\boldsymbol{q}$ として，二次速度のベクトルを $\boldsymbol{u}$ とする. 二次流れが基本流に比べて弱ければ，式(31)における Q を基本流の速度 q（$\boldsymbol{q}$ の絶対値）で置き換えることが許されて，さらに式(31)は，近似的に，基本流に沿う微分方程式であると考えることができる. すなわち，以後 s,n,R は既知の基本流についての，それぞれ接線ベクトル方向の長さ，主法線ベクトル方向の長さ，および流線の曲率半径であるとする. このとき，式(31)に代わって，基礎式は

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\omega_s}{q}\right)=\frac{2\omega_n}{qR} \quad \cdots\cdots\cdots(31)'$$

となる.

上式において，ω_nは未知量であるが，これをsに沿って一定で，翼列上流での値dq_0/drに等しいとする．このとき，図17に示すように，翼列の内部において$ds=Rd\alpha'$であること，および連続の条件$q=q_0/\cos\alpha'$を考慮して，式(31)'を翼列の入口($s=0$)から出口($s=s_1$)まで積分すれば，出口における二次うず度ω_{s1}が

$$\omega_{s_1}=2\frac{dq_0}{dr}\tan\alpha \quad \cdots\cdots\cdots(32)$$

と求まる．ただし，$s=0$で$\omega_s=0$とした．

つぎに，翼列の後方における二次流れについて，その流れ関数を求める．基本流が自由うず巻型流れであるので，流出角αは，式(7)で示されるように，半径方向に一定ではない．したがって，二次うず度ω_{s1}の向きが半径rによって異なる．

いま，図18に示すように，静翼列の下流で，平均半径$r=(R_0+R_1)/2$の位置における基本流の流出速度q_{1m}に垂直で，内外胴壁面および隣接する2枚の静翼の岐点流線包絡面によって限られる平面ABCDを考える．以後，この面をT−面と呼ぶことにして，この面上の流れを調べる．

T−面と送風機主軸との交点Oを原点とする円柱極座標r,φ,z'をz'をT−面に垂直に下流方向に，rおよびφはz'に垂直にそれぞれ半径方向および円周方向にとって，r,φ,z'がこの順で右手系をなすようにとる．二次速度$\boldsymbol{u}$のr,φ,z'成分を，それぞれu,v,wとする．

二次流れを含めた全体の流れについて，連続の条件は

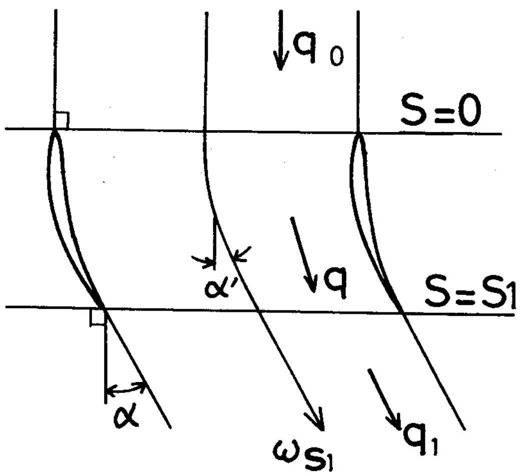


図17　基本流に沿う積分

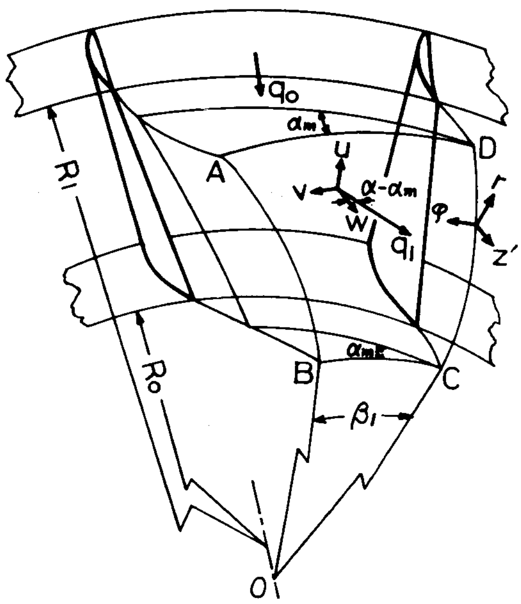


図18　T−面

$$\nabla\cdot(\boldsymbol{q}_1+\boldsymbol{u})=0 \qquad \cdots\cdots\cdots(33)$$

である．静翼列下流での基本流の速度 $\boldsymbol{q}_1$ は，式(1)および式(2)から明らかに $\nabla\cdot\boldsymbol{q}_1=0$ を満たすので，式(33)より二次速度 $\boldsymbol{u}=(u,v,w)$ は

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru)+\frac{\partial v}{r\partial\varphi}+\frac{\partial w}{\partial z'}=0 \qquad \cdots\cdots\cdots(34)$$

を満たさねばならない．

ところでいまは，翼列へ流入する流れの速度 q_0 が半径方向に一様でない場合を扱っている．この場合翼列の上流では，等全圧面すなわち Bernoulli 面は送風機の主軸を軸とする同心円筒面群を形成する．この Bernoulli 面は翼列を通過するにつれて，式(31)にしたがって発生する二次うずに

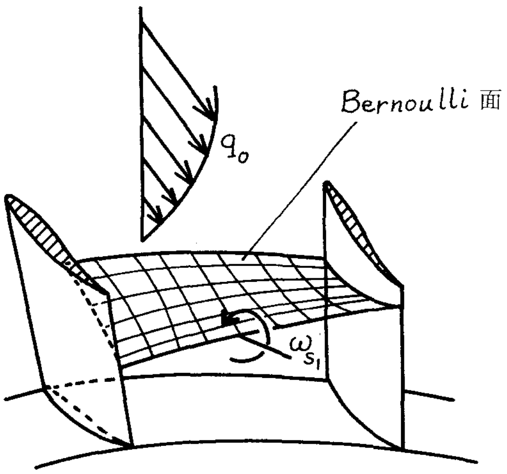


図19　Bernoulli 面の回転

よってねじられて，図19に示すような，いわゆる Bernoulli Surface Rotation をきたす（このことは後に図38において，実験結果として示される）．式(34)の第3項 $\partial w/\partial z'$ は，この Bernoulli 面の回転によって主に生じる項であって，その大きさをつぎのように見積ることができる．内胴側の境界層における Bernoulli 面を考える．これが図19′(b)に示すように，T−面の位置で角度 ε' だけ傾いているとする．境界面 $\varphi=\beta_1$ 上における z' 方向の速度は，静翼列の上流で $w=q_0(r)$ であり，一方T−面の位置では Bernoulli 面が傾いているため円一半径 r の位置で $w=q_0(r)+(dq_0/dr)(t'/2)\varepsilon'$ となる．ここで t' はT−面上でのピッチである．したがって，静翼の前縁からT−面の位置までの距離 $l+L$（L は静翼の後縁からT−面までの距離）の間における w の変化を考えることにより

$$\frac{\partial w}{\partial z'}\cong\frac{t'\varepsilon'}{2(l+L)}\frac{dq_0}{dr}$$

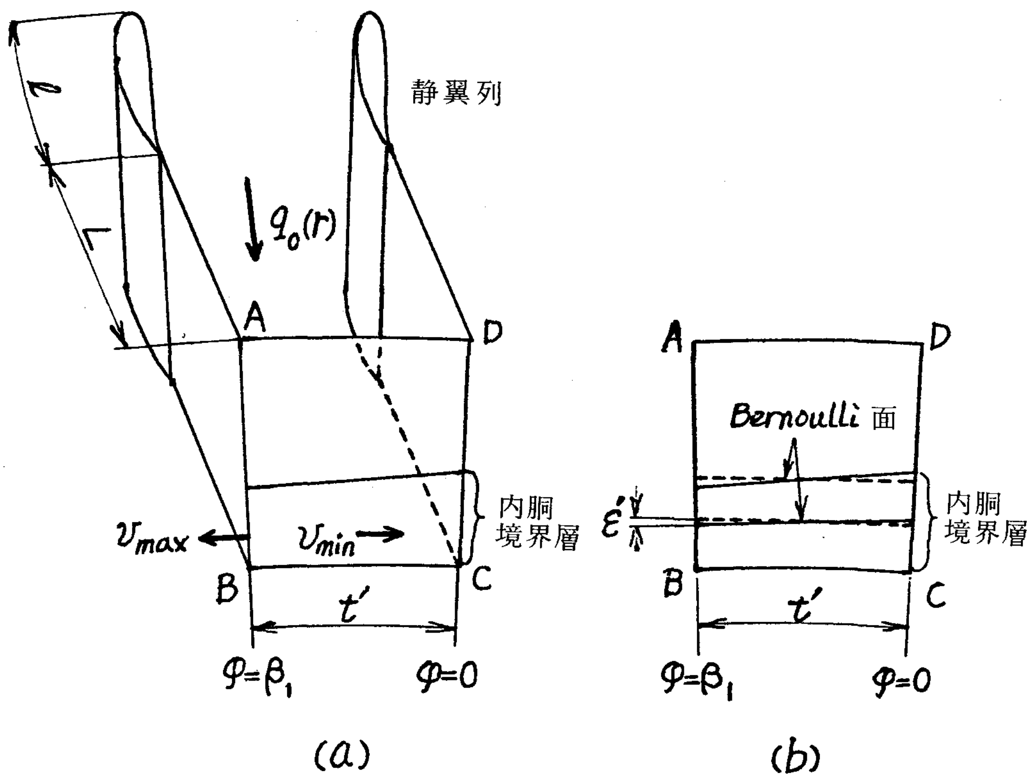


図 19′ 連続の式における各項の大きさの評価

と見積ることができる．これに実測値 $dq_0/dr \cong q_{0m}/\delta_h = 2400\ \mathrm{sec}^{-1}$，$t'\varepsilon' = 2\ \mathrm{mm}$（図 38 より），および $l+L=220\ \mathrm{mm}$ を代入すれば，$\partial w/\partial z' = 11\ \mathrm{sec}^{-1}$ となる．

つぎに，式(34)の左辺第 2 項 $\partial v/r\partial\varphi$ の大きさについてはつぎのように評価できる．v は後に図 30 および図 31 で示すように，壁面境界層部分では $\varphi=\beta_1/2$ の位置で最小値をとり，$\varphi=0$ あるいは β_1 で最大値をとる．したがってこれらを図 19′(a)に示すようにそれぞれ v_{min}，v_{max} と表わすと，

$$\frac{\partial v}{r\partial\varphi} \cong \frac{v_{\max}-v_{\min}}{t'/2}$$

の程度であると考えられる．これに対して実測値が図 30 より $v_{max} = 2\ \mathrm{m/s}$，$v_{min} = -2\ \mathrm{m/s}$ と与えられるので $\partial v/r\partial\varphi = 90\ \mathrm{sec}^{-1}$ となる．

したがって，$\partial w/\partial z'$ と $\partial v/r\partial\varphi$ の比は

$$\frac{\partial w/\partial z'}{\partial v/r\partial\varphi} \cong 0.12$$

の程度の小さい値となり，式(34)において $\partial w/\partial z'$ を無視することが許されると考えられる．以上

は内胴側の境界層部分についての議論であるが，外胴側の境界層部分についても同様の結論が得られる．このとき式(34)は

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru)+\frac{\partial v}{r\partial\varphi}=0 \qquad \cdots\cdots\cdots(34)'$$

となる．

これより，二次速度 u, v は二次流れの流れ関数 ψ を用いて

$$u=\frac{\partial\psi}{r\partial\varphi},\quad v=-\frac{\partial\psi}{\partial r} \qquad \cdots\cdots\cdots(35)$$

と表わすことができる．z' 方向の二次うず度として ω_{s1} の z' 方向の分値をとれば，式(35)および z' 方向のうず度の定義より，ψ についての Poisson 方程式

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}=-F(r) \qquad \cdots\cdots\cdots(36)$$

$$\text{ただし}\quad F(r)=2\frac{dq_0}{dr}\tan\alpha\cos(\alpha-\alpha_m)$$

が得られる．ここで，α_m は，平均半径での基本流の流出角である．ψ に対する境界条件は，図18 に下した T–面の境界線上で $\psi=0$，である．いま，この境界線の形状を，内半径が内胴の半径 R_0 で外半径が外胴の半径 R_1 であって，中心角が $\beta_1=(2\pi/Z)\cos\alpha_m$（ここに Z は静翼の枚数）である扇形で近似する．このとき境界条件は

$$r=R_0, R_1\quad \text{および}\quad \varphi=0, \beta_1\quad \text{で}\quad \psi=0 \qquad \cdots\cdots\cdots(37)$$

と表わされる．

この境界条件のもとで式(36)を解くために，$F(r)$ および $\psi(r,\varphi)$ を

$$F(r)=\frac{1}{r^2}\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin\left[n\pi\frac{\mathrm{l_n}(r/R_1)}{\mathrm{l_n}(R_0/R_1)}\right] \qquad \cdots\cdots\cdots(38)$$

$$\psi(r,\varphi)=\sum_{n=1}^{\infty}g_n(\varphi)\sin\left[n\pi\frac{\mathrm{l_n}(r/R_1)}{\mathrm{l_n}(R_0/R_1)}\right] \qquad \cdots\cdots\cdots(39)$$

と展開する．係数 A_n は，容易に

$$A_n=-\frac{2}{\mathrm{l_n}(R_0/R_1)}\int_{R_0}^{R_1}rF(r)\sin\left[n\pi\frac{\mathrm{l_n}(r/R_1)}{\mathrm{l_n}(R_0/R_1)}\right]dr \qquad \cdots\cdots\cdots(40)$$

と求まる．明らかに，式(39)は境界条件の一部 $r=R_0$ および $r=R_1$ で $\psi=0$ を満足している．

式(38)および式(39)を，式(36)に代入すれば，$g_n(\varphi)$ についての常微分方程式

$$\frac{d^2g_n}{d\varphi^2}-\lambda_n^2g_n=-A_n \qquad \cdots\cdots\cdots(41)$$

$$\text{ただし}\quad \lambda_n=\frac{n\pi}{\mathrm{l_n}(R_0/R_1)}$$

が得られる．g_n に対する境界条件は $g_n(0)=g_n(\beta_1)=0$ となって，この境界条件を満たす式(41)の解は

$$g_n(\varphi)=\frac{A_n}{\lambda_n^2}\left[1-\frac{\cosh(\lambda_n\varphi-\lambda_n\beta_1/2)}{\cosh(\lambda_n\beta_1/2)}\right] \qquad \cdots\cdots\cdots(42)$$

で与えられる．

よって，求める二次流れの流れ関数は，つぎのようになる．

$$\psi(r,\varphi)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{\lambda_n^2}\left[1-\frac{\cosh(\lambda_n\varphi-\lambda_n\beta_1/2)}{\cosh(\lambda_n\beta_1/2)}\right]\sin\left(\lambda_n \ln\frac{r}{R_1}\right). \qquad \cdots\cdots\cdots(43)$$

3．3　二次速度，流出角変化量，および二次流れの運動エネルギー

二次速度の半径方向成分 u，および円周方向の成分 v は，式(35)および式(43)からただちに

$$u=-\frac{1}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{\lambda_n}\frac{\sinh(\lambda_n\varphi-\lambda_n\beta_1/2)}{\cosh(\lambda_n\beta_1/2)}\sin\left(\lambda_n \ln\frac{r}{R_1}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots(44)$$

$$v=-\frac{1}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{\lambda_n}\left[1-\frac{\cosh(\lambda_n\varphi-\lambda_n\beta_1/2)}{\cosh(\lambda_n\beta_1/2)}\right]\cos\left(\lambda_n \ln\frac{r}{R_1}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots(45)$$

と求まる．静翼列の後方に動翼列がある場合には，後者にとっては，前者から流出する流れの，円周方向についての平均値が1つの重要な量となる．v の1ピッチにわたる平均 $\bar{v}(r)=(1/\beta_1)\int_0^{\beta_1}vd\varphi$ は，二次流れの強さを表わすそのような重要な量の1つと考えられて，これは式(45)より

$$\bar{v}(r)=-\frac{1}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{\lambda_n}\left[1-\frac{\tanh(\lambda_n\beta_1/2)}{\lambda_n\beta_1/2}\right]\cos\left(\lambda_n \ln\frac{r}{R_1}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots(46)$$

となる．

円周方向に二次速度成分 v が生じることによって，流出角は基本流のそれよりもある角度だけ変化する．この変化量を $\Delta\alpha$ とする．図20は，翼列の下流の流れを示している．図で，破線で示した流出方向は平均半径の位置における基本流の流出方向を表わし，軸方向とは α_m の角度をなす．一方，実線で示した流出方向は任意の半径 r の位置における同じく基本流の流出方向を表わしていて，軸方向とは α の角度をなす．図中の q_1 と $-v$ とがはさむ角は $\pi/2+\alpha-\alpha_m$ であることに注意すれば，流出角変化量 $\Delta\alpha$ はただちに

$$\Delta\alpha(r,\varphi)=\arctan\left[\frac{q_1-v}{q_1+v}\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha-\alpha_m}{2}\right)\right]-\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha-\alpha_m}{2} \qquad \cdots\cdots\cdots(47)$$

と得られる．また，平均流出角変化 $\overline{\Delta\alpha}$ は

$$\overline{\Delta\alpha}(r)=\frac{1}{\beta_1}\int_0^{\beta_1}\Delta\alpha(r,\varphi)d\varphi \qquad \cdots\cdots\cdots(48)$$

で求める．

つぎに，T-面から単位時間に流出する，二次流れによる旋回運動のエネルギー E_{1s} はつぎのように表わされる．

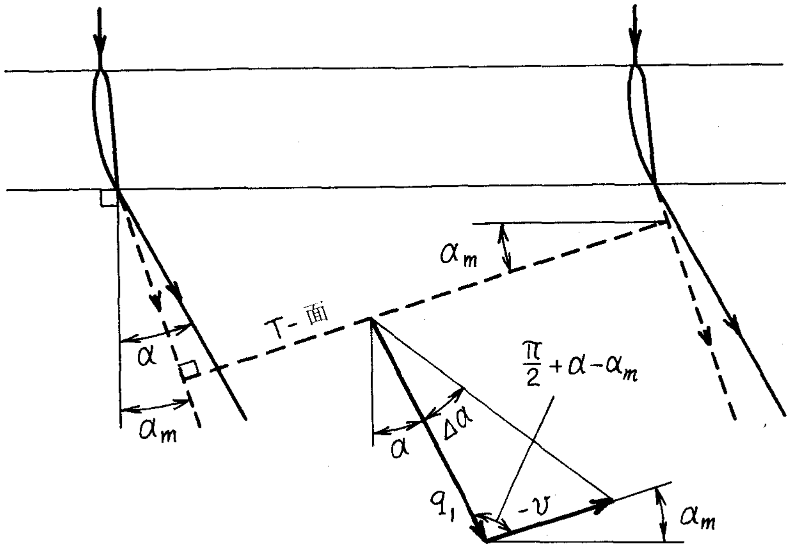


図20　二次速度 v による流出角の変化

$$E_{1s}=\int_0^{\beta_1}\int_{R_0}^{R_1}\frac{1}{2}\rho q_1\cos(\alpha-\alpha_m)(u^2+v^2)r\,dr\,d\varphi \qquad \cdots\cdots\cdots(49)$$

ここで運動エネルギーは速度に関して非線形であるので，流れの速度 $\boldsymbol{Q}$ が基本流の速度 $\boldsymbol{q}$ と二次速度 $\boldsymbol{u}=(u,v,w)$ とから成っている場合，$\boldsymbol{Q}$ に基づく運動エネルギー $E_{\boldsymbol{Q}}$ を $\boldsymbol{q}$ および $\boldsymbol{u}$ それぞれに基づく単独の運動エネルギー E_q および E_u に分離することはできない．すなわち，$E_{\boldsymbol{Q}}$ には

$$E_Q=E_q+E_{q\cdot u}+E_u \qquad \cdots\cdots\cdots(49)'$$

のように，$\boldsymbol{q}$ と $\boldsymbol{u}$ の内積に基づく項が現われる．しかしながら，いまの場合のように T–面内において二次速度成分 u,v に基づく旋回運動がある場合，この旋回運動の強さに対する1つの指標として，式(49)′の右辺第3項に現われる u^2+v^2 によるものを考えることができる．これが u,v 成分による運動エネルギーの形をしているので，これを“二次流れによる旋回運動のエネルギー”と呼ぶことにして，式(49)のように表わしたのである．

これに対して，静翼列へ単位時間に流入する運動エネルギーは，1ピッチについて

$$E_0=\int_0^{\beta_0}\int_{R_0}^{R_1}\frac{1}{2}\rho q_0^3\,r\,dr\,d\theta \qquad \cdots\cdots\cdots(50)$$

となる．ここで $\beta_0=2\pi/Z$ である．

3・4　境界面のうず度

T–面の境界（図18に示した線分ABおよび線分CD，あるいは三次元的には翼の後縁から出

る岐点流線の包絡面）に生じる二次うず度を γ_B とする．すでに図5に関連して述べたように，この二次うず度は，境界面のすぐ右およびすぐ左の速度の差で表わされる．したがって，式(44)を用いることによって，このうず度は

$$\gamma_B(r)=2u\Big|_{\varphi=\beta_1}$$

$$=-\frac{1}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{A_n}{\lambda_n}\tanh\frac{\lambda_n\beta_1}{2}\sin\left(\lambda_n \ln\frac{r}{R_1}\right) \qquad \cdots\cdots\cdots(51)$$

と表わすことができる．

式(51)で表わされたうず度は，すでに式(14)′で表わされたうず度と等しい．これら2つの式から，未知量である，翼まわりの循環の分布 $\Gamma(r)$ を決定することもできる．しかしながら，1つの翼列によって二次流れが生じた場合に，この翼列から流出する流れ換言すればつぎの翼列へ流入する流れの状態が，理想の流れとどの程度異なるかが重要な問題であろう．この観点から，この論文では，翼列内部の流れの詳細にはこれ以上立ち入らないことにする．

第4章　実験装置および実験方法

静翼列によって生じる二次流れが，ハブ比によってどのように影響されるかを実験的に調べるために，ハブ比を0.6，0.75，0.9と3通りに変えることのできる軸流送風機を製作した．表2はこの送風機の仕様であり，図21は送風機の概略を示す．

図21において，空気は左側から吸い込まれて，外胴①と，ステー③によって支持された内胴②との間の通路を通過する間に，静翼④によって流れの向きを変えられ，動翼⑤によって仕事を与えられる．

ハブ比が0.6の場合について実験を行なうときは，直径300 mmの内胴を用いる．0.75および0.9のハブ比の場合は，上記の内胴②の外側に，直径がそれぞれ375 mmおよび450 mmの可変内胴⑪を図のように装着する．その際，静翼および動翼は取り換えずに，3種類のハブ比の場合について同一の翼を用いることとする．このようにすれば，どのハブ比の場合でも，同一回転数のもとでは同一半径の円筒面上における基本流は同等となる（例えば表2に示したように，全圧上昇量はハブ比に無関係に一定である）．したがって，ハブ比が変化したことによる影響のみを調べることができる．

表2.　送風機設計仕様

ハ　ブ　比	0.60	0.75	0.90
流　　量 (m^3/s)	2.50	1.71	0.742
全圧上昇(mmAq)	40	40	40
回　転　数　(rpm)	1800	1800	1800
外　胴　径　(mm)	500	500	500

4・1　静翼列の設計諸元

さきに，2・1節において，基本流を自由うず巻型流れとすることを述べた．ここでは，このフローパターンに基づいて静翼列の諸元を設計した結果を要約する．設計は，NACA翼列設計法[39]にしたがってなされた．これは翼列の風洞試験の結果に基づいて設計する方法であって，側壁の境界層を吸い込みによって除去して，翼列の十分正確な二次元性能を実験的に求めたものである．

図21に示した静翼および動翼の翼型は，NACA 65系統の，厚弦比が10%の翼型である．Eckert[40]によれば，動翼先端の周速度をV_b^*，翼弦長をl，空気の運動粘性係数をν_Kとするとき，送風機の効率の点からはReynolds数R_eが

$$R_e=\frac{V_b^* l}{\nu_K}\geqq(3\sim3.5)\times10^5 \qquad \cdots\cdots\cdots(52)$$

を満たすことが望ましい．この条件を満たすように，翼弦長は動翼および静翼に共通に$l=120$

①外　胴
②内　胴
③ステー
④静　翼
⑤動　翼
⑪可変内胴

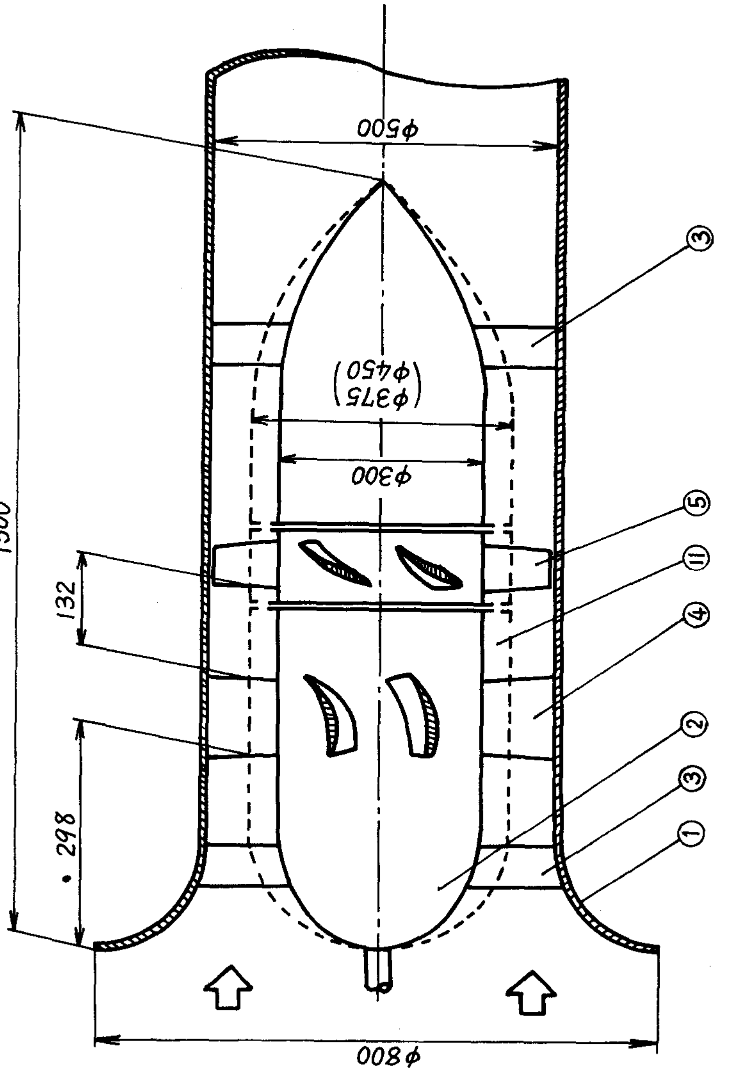


図21 供試軸流送風機の概略

mm とする．このとき，気流の温度が 20 ℃ のときは，$R_e = 3.8 \times 10^5$ である．動翼および静翼ともに，弦長はスパン方向に一定として，翼の枚数は動翼が 10 枚，静翼が 11 枚とする．静翼列へ流入する速度の，平均半径位置における値は $q_{0m} = 19.9$ m/s である．

図 22 に示すように，任意半径 r の円筒面上において静翼列のピッチを t，スタッガ角を ξ とすると，静翼列についての諸元の設計値は表 3 に示すようになる．ここで，$\sigma \equiv l/t$ はソリディティであり，c_{l0} は単独翼の設計揚力係数で表わされるそりの大きさである．

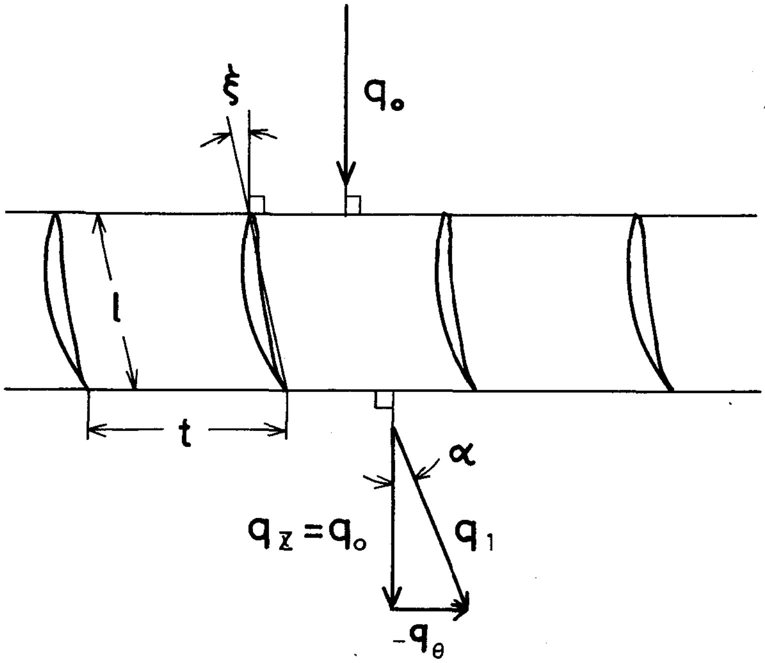


図 22　静翼列の設計諸元

表3.　静翼列の主要な設計値

r (mm)	150	170	190	210	230	250
t (mm)	85.6	97.1	108.5	120.0	131.4	142.8
l (mm)	120	120	120	120	120	120
σ	1.401	1.236	1.106	1.000	0.913	0.840
ξ (°)	21.7	20.5	19.3	18.2	17.1	16.2
α (°)	34.2	31.0	28.2	25.9	23.9	22.2
c_{l0}	1.48	1.45	1.41	1.36	1.30	1.24

4・2　五孔ピトー管の検定

図23は，静翼列の下流における三次元的な速度の分布，および静圧の分布を測定する目的で製作した，コブラ型五孔ピトー管を示す．これは，内径が0.4mmで外径が0.8mmの5本の注射針を，②を全圧管，①③④⑤を側圧管として，図のように束ねて接着剤で固着したものであって，全体の外径は2.4mmである．4本の側圧管の先端は，感度が良いとされる角度50°(41)に切り落してある．

五孔ピトー管の先端付近で静圧が一様であるならば，ピトー管の軸線を含む面内の流れの向きに対応して側圧孔①③に圧力差を生じ，一方，ピトー管のステムに垂直な面内での流れの向きに対応して側圧孔④⑤が検出する圧力に差が生じる．三次元的な流れの向きは，このことを利用して検定によって知られる．

翼の後流中では，速度が後流幅の方向に一様でない．このために，速度の向きに関して，後流中では若干の誤差を生じる．コブラ型三孔ピトー管についての実験(41)によれば，全圧こう配1mmAq/mmのせん断流れに対して，この偏角誤差は±0.65°以下である．本実験では，後流中の全圧こう配はほぼ上記の程度であったので，偏角誤差に対する補正は行なわなかった．

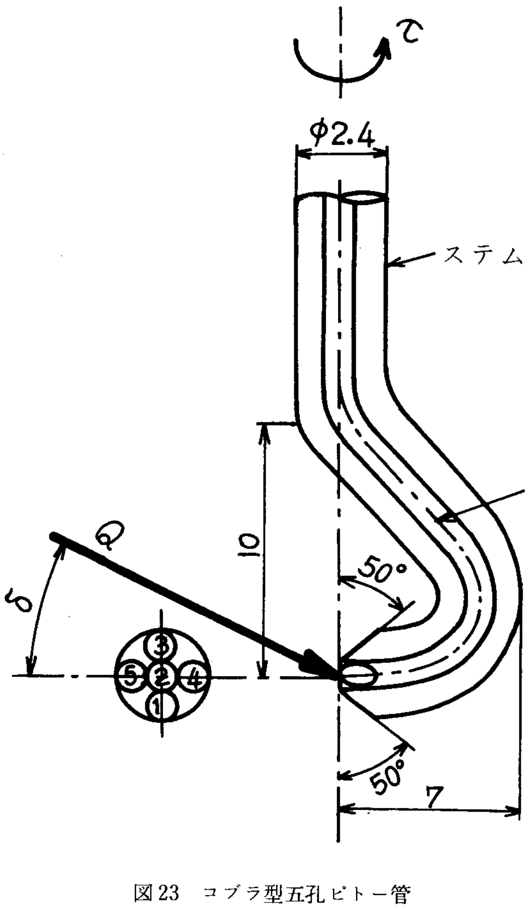
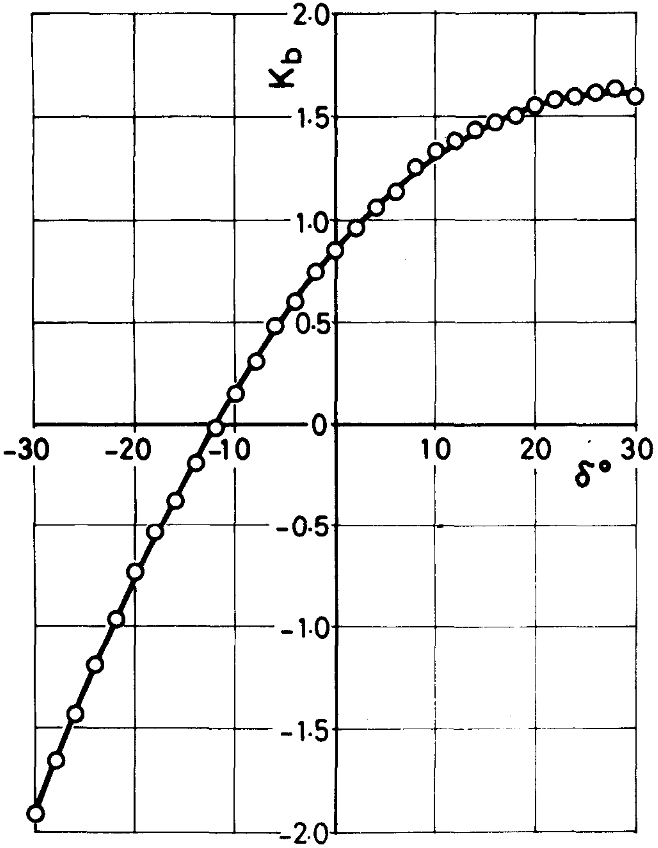
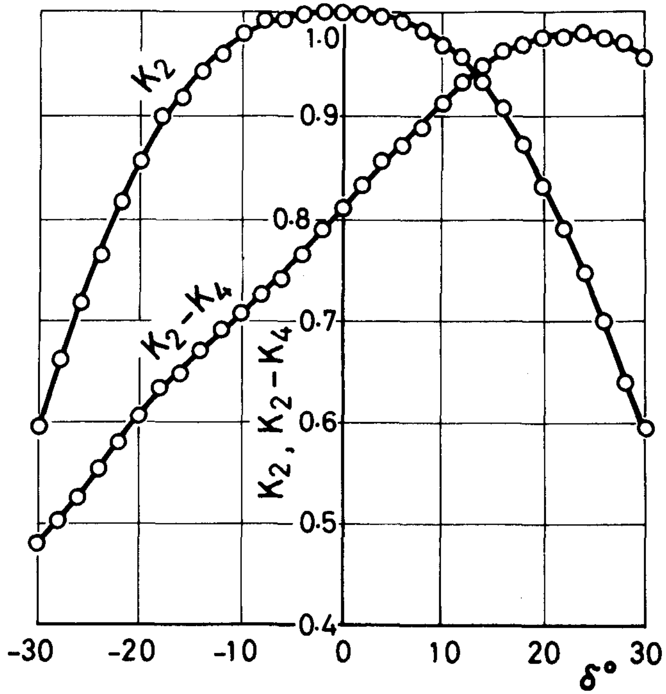


図23　コブラ型五孔ピトー管



(a) 係数 K_b



(b) 係数 K_2-K_4, K_2

図24 コブラ型五孔ピトー管の検定結果

いま，流れの中にこのコブラ型五孔ピトー管を置いて，側圧孔④⑤が検出する圧力が等しくなるように，ピトー管をステムの軸のまわりに角度 τ だけ回転させる．このとき，図 23 に示すように，速度ベクトル $\boldsymbol{Q}$ はピトー管の軸線を含む面（すなわち紙面）内にある．静圧を p_s として，図のようにピッチ角を δ とすると，各孔の検出するヘッド h_i（$i=1, 2, 3, 4, 5$）および流れの動圧ヘッド h から作られる 3 つの無次元量[42]

$$\left.\begin{aligned} K_b &= \frac{h_3-h_1}{h_2-h_4} \\ K_2-K_4 &= \frac{h_2-h_4}{h} \\ K_2 &= \frac{h_2}{h} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (53)$$

は，δ のみの関数であると考えられる．これらの無次元量と δ との関係が検定によってあらかじめ知られているならば，流速 Q および静圧は

$$Q=\sqrt{\frac{2\gamma_l}{\rho}\frac{h_2-h_4}{K_2-K_4}} \quad \cdots\cdots\cdots (54)$$

$$p_s=p_a+\gamma_l\left[h_2-\frac{K_2}{K_2-K_4}(h_2-h_4)\right] \quad \cdots\cdots\cdots (55)$$

で求めることができる．ここで γ_l はマノメータ内の液体の比重量であり，p_a は大気圧を表わす．

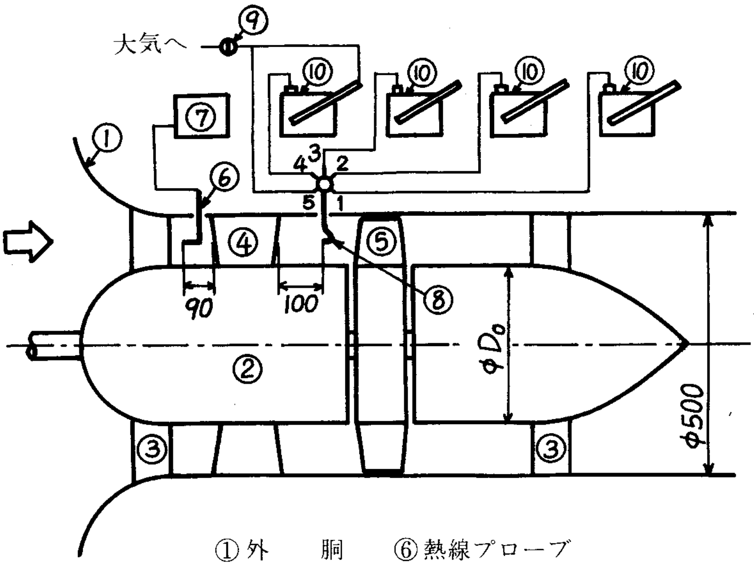
ハブ比が 0.6 である場合，平均半径位置における基本流の流出速度は 22.4m/s である．この風速のもとで，式(53)で定義された係数 K_b, K_2-K_4, K_2 を，$-30^\circ \leqq \delta \leqq 30^\circ$ の範囲にわたって 2° おきに検定した．その結果を図 24 (a)および図 24 (b)に示す．これらの結果から，検定結果は十分良好であるといえる．

以上のようにして，ヨーアングル τ, ピッチ角 δ, および流速 Q が求まれば，Q を τ, δ を用いて円柱極座標 r, φ, z' 方向に分解することにより，速度の 3 成分を知ることができる．

4・3 二次流れの測定方法

図 25 に実験装置を示す．内胴②は，本章の冒頭で述べたように，直径 D_o が 300，375，および 450mm である 3 種類のものが用いられた．静翼列④の上流 90mm の位置で，境界層測定用の特殊型熱線プローブ⑥を半径方向に移動することにより，静翼列へ流入する空気の速度分布を熱線風速計⑦で測定した．

さらに，静翼列の下流 100mm の位置の送風機主軸に垂直な面上で，前節で述べた方法によりあらかじめ検定しておいたコブラ型 5 孔ピトー管⑧を，半径方向および円周方向に移動する．この五孔ピトー管は，これを半径方向に移動することのできる移動台に取り付けられている．さらに，この移動台自身は，内外胴と同心の環状レールに取り付けられていて，そのレールの上を円周方向に自由にしゅう動できるようになっている．このようにして，測定面上の各位置



①外　　胴　　⑥熱線プローブ
②内　　胴　　⑦熱線風速計
③ス テ ー　　⑧五孔ピトー管
④静　　翼　　⑨切り換えコック
⑤動　　翼　　⑩傾斜管マノメータ

図25　実験装置

で，五孔ピトー管が検出する5つの圧力を傾斜管式微圧計⑩で測る．切り換えコック⑨は，側圧孔④と⑤（図23参照）が検出する圧力のバランスをとる際には閉められて，平衡がとれた後はこれが開けられて h_4 が測定される．

第5章　理論および実験の結果とその検討

5・1　流入速度の分布

図26に，静翼列へ流入する速度の分布を示す．図において，δ_h は内胴壁面の境界層の厚さを表わし，δ_t は外胴壁面の境界層厚さを表わす．図より，これらの厚さはおよそ $\delta_h=2.5$mm，$\delta_t=3.0$mm である．

ここに示した流入速度分布は，4・3節で述べたように，静翼の前縁から90mm上流の位置で測定されたものである．内外胴壁面の境界層は，この測定位置から下流方向にさらに発達して，静翼列中ではもっと厚くなるであろう．したがって，静翼列によって生じる二次流れの程度を第3章で述べた理論的方法で予測する場合に，あらかじめ与えられるべき速度分布 $q_0(r)$ としては，静翼列の翼弦中央に相当する z の位置での，仮想的に静翼列が存在しないと考えた場合の速度の分布を採用するのが適当であると思われる．そこでいま，内胴壁面の境界層および外胴壁面の境界層を，速度分布が1/7乗則

$$q_0=q_{0m}\left(\frac{r-R_0}{\delta_h}\right)^{1/7} \qquad \cdots\cdots\cdots(56)$$

（内胴側）

$$q_0=q_{0m}\left(\frac{R_1-r}{\delta_t}\right)^{1/7} \qquad \cdots\cdots\cdots(57)$$

（外胴側）

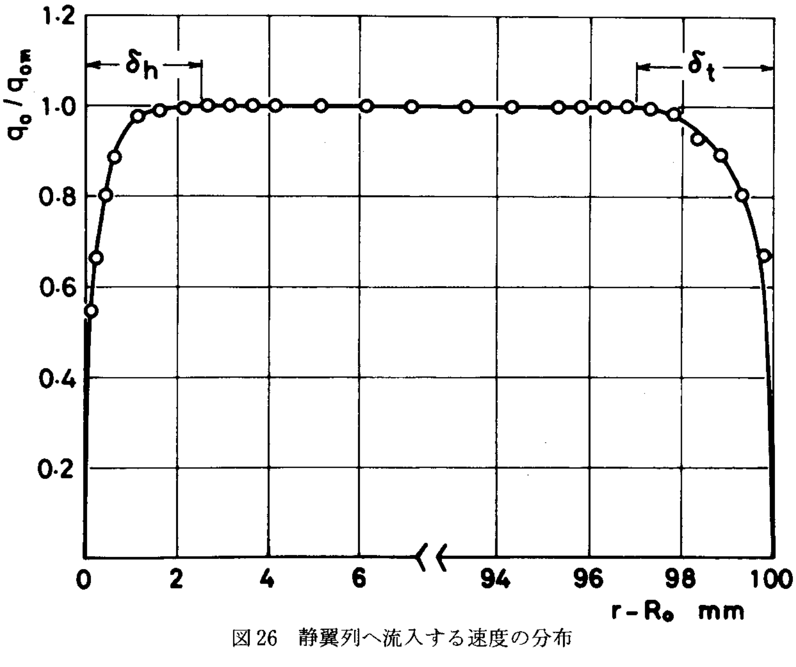


図26　静翼列へ流入する速度の分布

に従う平板上の乱流境界層で近似する．このとき，境界層の運動量方程式から，これらの境界層の厚さはそれぞれ

$$\delta_h = 0.378\left(\frac{\nu_K}{q_{0m} z_h}\right)^{1/5} z_h \qquad \cdots\cdots\cdots(58)$$

$$\delta_t = 0.378\left(\frac{\nu_K}{q_{0m} z_t}\right)^{1/5} z_t \qquad \cdots\cdots\cdots(59)$$

で与えられる．z_h および z_t はそれぞれ，内胴側の境界層および外胴側の境界層について，その仮想原点から下流へ測った距離である．

静翼列へ流入する速度の分布（図26）から得た境界層厚さ $\delta_h=2.5$mm，$\delta_t=3.0$mm をもとにして，式(58)および式(59)よりそれぞれの仮想原点の位置を求めると，これらは静翼の翼弦中央位置から上流に向って，内胴境界層については216mm 逆のぼった位置にあり，外胴の境界層については233mm 逆のぼった位置に存在する．このとき，再び式(58)と式(59)から翼弦中央位置における，いわば二次流れに“有効な”境界層厚さはそれぞれ

$$\delta_h = 8.20\text{mm},\quad \delta_t = 8.49\text{mm} \qquad \cdots\cdots\cdots(60)$$

と計算される．3章で述べた理論計算における速度分布 $q_0(r)$ としては，式(60)の厚さを持つ境界層の外部では一様で，内部では式(56)および式(57)で表わされる速度分布を用いた．

5・2　送風機の性能試験

図27に，3種類のハブ比 $\nu=0.6$，0.75，0.9 について，供試軸流送風機の静圧一流量特性を

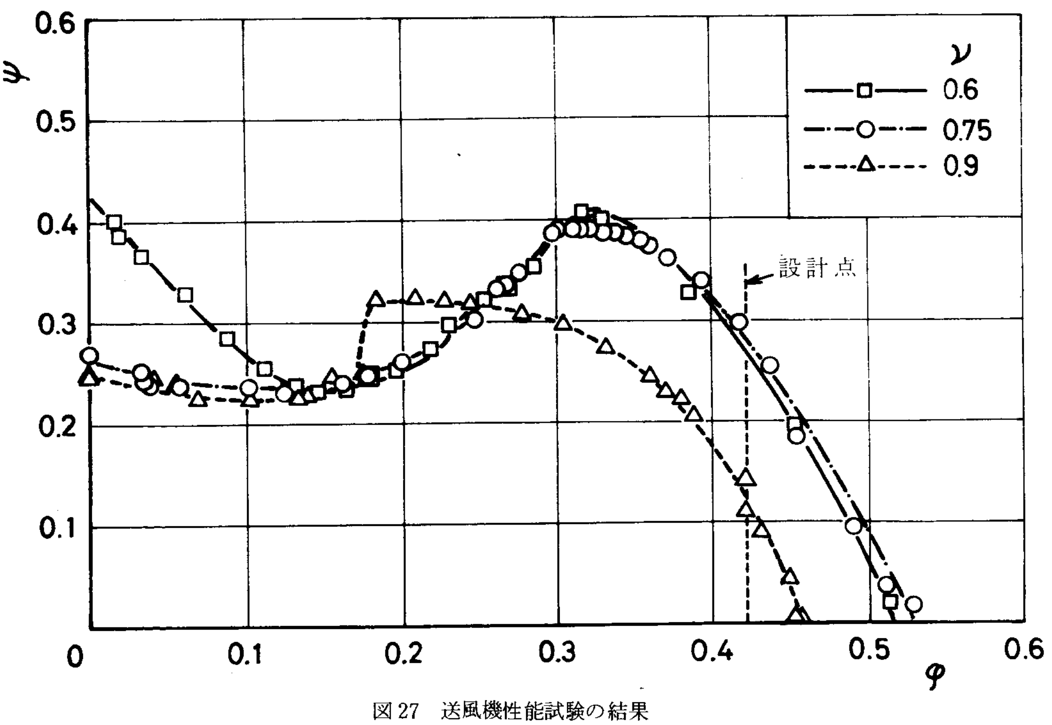


図27　送風機性能試験の結果

測定した結果を示す．図において，横軸は $\varphi=q_{om}/V_b^*$ で定義される流量係数であって，縦軸は送風機の吸い込み口から4080mm 下流の位置におけるダクト内静圧と大気圧との差 Δp_s を $\psi=\Delta p_s/(\frac{1}{2}\rho V_b^{*2})$ と無次元化した，静圧上昇係数である．設計流量係数は $\varphi_d=0.423$ であって，図中にこの位置を破線で示してある．

この図に示された特性曲線の傾向について，これを模式的に表わすならば，いずれのハブ比の場合でも図28のようになる．すなわち，ダクト内の抵抗を増すことによって流量を減じていくと，設計流量点 $\varphi=\varphi_d$ の近辺では右下がり特性の安定な作動をするが，ある流量 ($\varphi=\varphi_{\psi max}$) になると動翼の負荷が過大となって失速が始まり，これより遠心効果の開始点までは右上がりの不安定な領域となる．特性曲線の谷部から締切り点 ($\varphi=0$) までは，遠心効果が優勢な領域である．

図27を見れば，$0.6\leqq\nu\leqq1$ の範囲でハブ比が送風機の静圧－流量特性に及ぼす影響として，つぎの3点が注目されるであろう．すなわち ν が大きくなると，

(i) 失速開始流量 $\varphi_{\psi max}$ は小さくなる．換言すれば，失速しにくくなる．

(ii) 締切り点の圧力 ψ_o，および遠心効果が優勢な低流量域における圧力が低下する．

(iii) 設計点付近の右下がり安定領域における圧力は $0.75<\nu<0.9$ の間で急激に低下する．

このうち，(i)および(ii)のことについては，豊倉[43] あるいはSheer[44] らが同様の結論を得ている．

いま，(i)の現象はつぎのように説明できる．動翼にはひねりが与えられていて，スタッガ角および設計流量時の迎え角は半径方向に一様ではなく，自由うず巻型流れの場合には翼の根本ほど負荷が大きい．流量を減らしていって，これにつれて迎え角が増していった場合に，ハブ比が小さい送風機ではまず負荷が最も大きい翼根本が早々に失速して，この失速現象は流量の

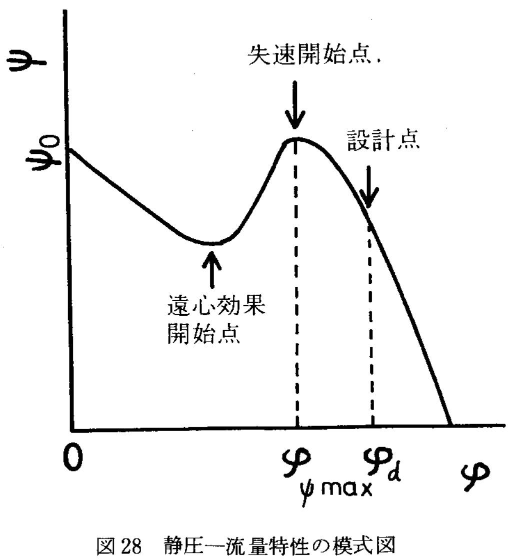


図28 静圧—流量特性の模式図

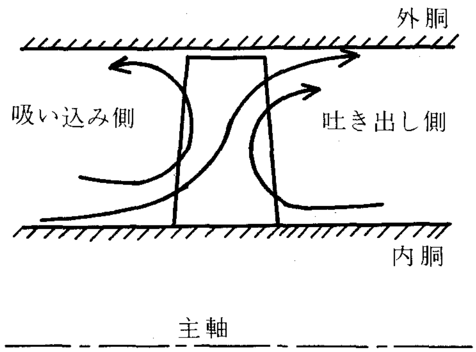


図29　遠心効果領域における逆流

減少とともに翼の先端部へ徐々に伝播していく．これに比べて，ハブ比の大きい送風機にあっては，翼のスパンが短いために負荷は根本から先端まであまり変化がなく，かつ小さい．このために，流量が減じて迎え角が増しても，失速は生じにくく，またいったん失速すればこれは翼先端部へ急激に伝わる（図27で $\nu=0.9$ の場合に，$\varphi=0.18$ の近辺で静圧が急激に落ちこんでいるのはこのことによる）．

つぎに(ii)については，遠心効果開始点より低流量側では，動翼の吸い込み側および吐き出し側には図29に示すような逆流が生じて[45]，動翼列は軸流式というよりもむしろ遠心式のような働きをする．ハブ比が大きい場合にはこのような遠心流れは生じにくく，したがってよどみ圧は容易に上昇しないことから，(ii)のような効果が現われるものと思われる．

(iii)の現象が生じる原因としては，多くのものが考えられる．それらを列記するならば，つぎのようになる．すなわち，ハブ比が増すと

(a)　図21に示した内胴の後部すなわちディフューザーの効率が低下する[46]こと．

(b)　損失の高い内外胴壁境界層の主流部分に対して占める相対的な割合，が大きくなること．

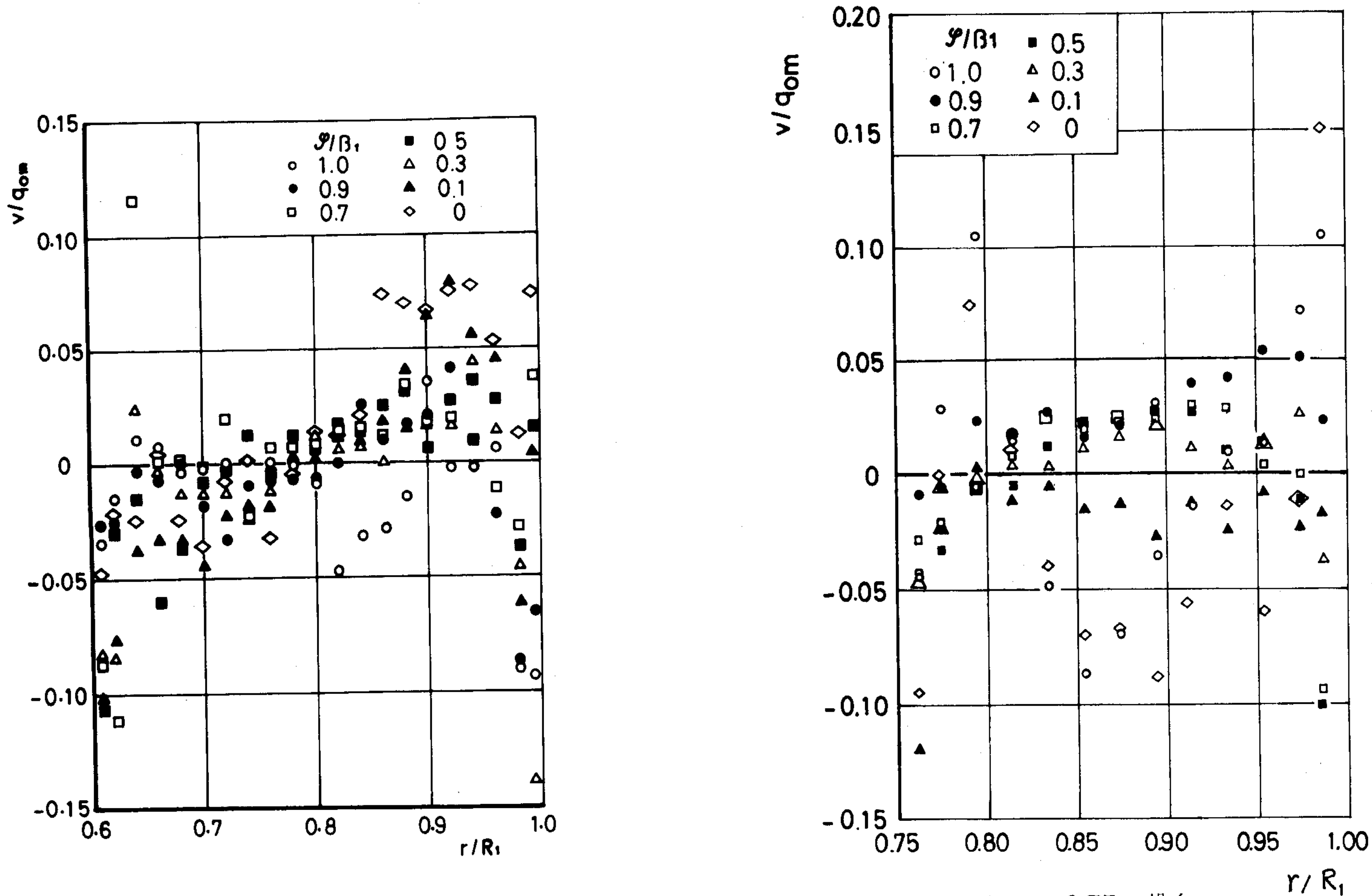
(c)　後に5・5節で述べるように，静翼列によって生じる二次流れが，主流部にひたっている動翼翼素についての迎え角をよりいっそう減少させること．したがって，動翼列による静圧上昇量が少なくなること．

(d)　動翼先端のすきま（供試送風機では1.5mm）と流路高さとの比，すなわちすきま比が相対的に大きくなる（ハブ比が0.6，0.75，0.9のときに，すきま比はそれぞれ1.5%，2.4%，6.0%）ために，もれ損失が増す[18],[47]こと．

これらのことが重なって起こるために，ハブ比が大きいときには，設計点付近で静圧が十分上昇しないものと思われる．

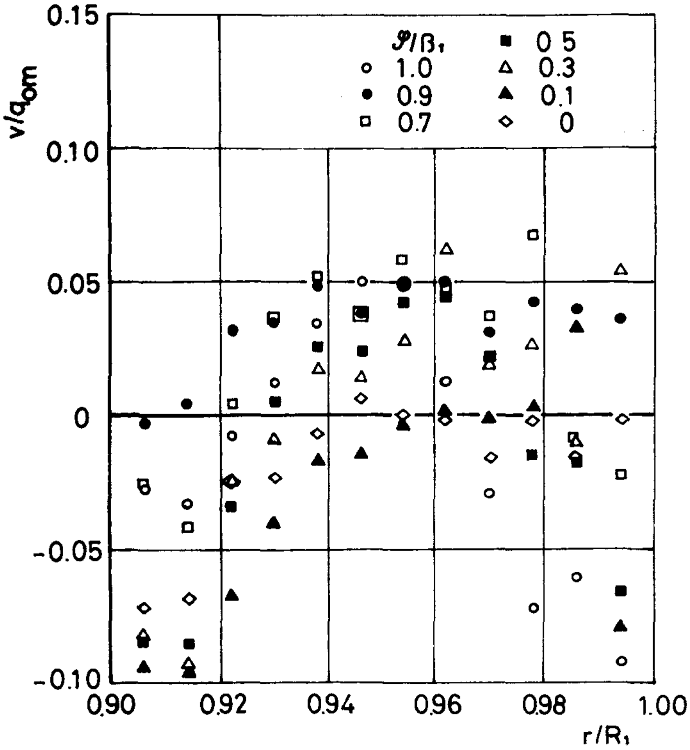
5・3　二次速度

T一面上における二次速度について，その円周方向（すなわち φ 方向）の成分を測定した結



(a) $\nu = 0.6$ の場合　　(b) $\nu = 0.75$ の場合

図 30　二次速度の円周方向成分



(c) $\nu=0.9$ の場合

図30（続き）　二次速度の円周方向成分

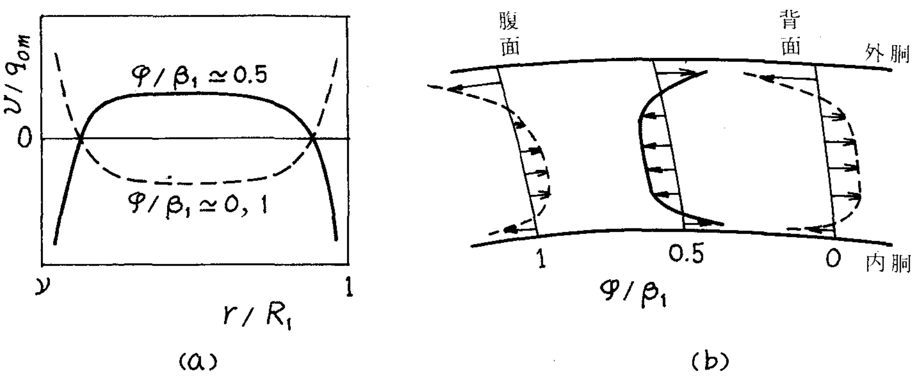


図31　二次速度分布の概略的傾向

果を図30(a)，図30(b)，および図30(c)に示す．これら3つの図は，それぞれ $\nu=0.6$，0.75 および 0.9 の場合の結果である．これらのうちで，$\nu=0.6$（図30(a)）および $\nu=0.75$（図30(b)）の場合の速度分布をみると，これらには図31(a)に示すような傾向があることがわかる．すなわち，v の分布はピッチの中央付近（$\varphi/\beta_1 \cong 0.5$）ではおおむね上に凸であり，一方，後流を表わ

す境界線上（$\varphi/\beta_1=0, 1$）においては大略下に凸となっている．したがって，T―面上で円周方向の速度は図31(b)のようになっていることがわかる．すなわち，$\varphi/\beta_1\cong 0.5$での流れは，内胴壁面近くおよび外胴壁面近辺では翼の背面側へ向き，主流部では腹面側へ向くのに対して，$\varphi/\beta_1=0, 1$での流れの向きは，これと全く逆である．このことから，T―面上には，2・2節で述べたように，$\varphi/\beta_1\cong 0.5$の位置に流路うずの対があり，$\varphi/\beta_1=0, 1$の位置には流出随伴うずと糸状随伴うずの対が存在していることが推測される．実際にこのようなうずが生じていることが，後に示す図32(a)および図32(b)からわかる．

$\nu=0.9$の場合の速度分布（図30(c)）の傾向は，$\varphi/\beta_1\cong 0.5$においては図31で示したと同様の傾向となるが，$\varphi/\beta_1=0, 1$の位置では随伴うず（すなわち，流出随伴うず＋糸状随伴うず）の存在を思わせるようなものとはならない．すなわち，ハブ比が大きくなると，翼列の後方では，二次流れによる1ピッチごとのセル状パターンがくずれてくるように思われる．

5．4　二次流れの流線および旋回流量

二次流れの流線を描くために，式(35)の関係にしたがって二次速度の測定値を数値積分して，二次流れの流れ関数を計算した．$\nu=0.6, 0.75, 0.9$のそれぞれの場合について，このようにして得られた1ピッチ間の流線を図32(a)から図32(c)に示す．ここで，各図中の流れ関数の値を示す数字は，流れ関数ψを$R_1 q_{om}$で無次元化して1000倍したものである．

さきに図8において，静翼列の後方には

a：流路うず

b：糸状随伴うず

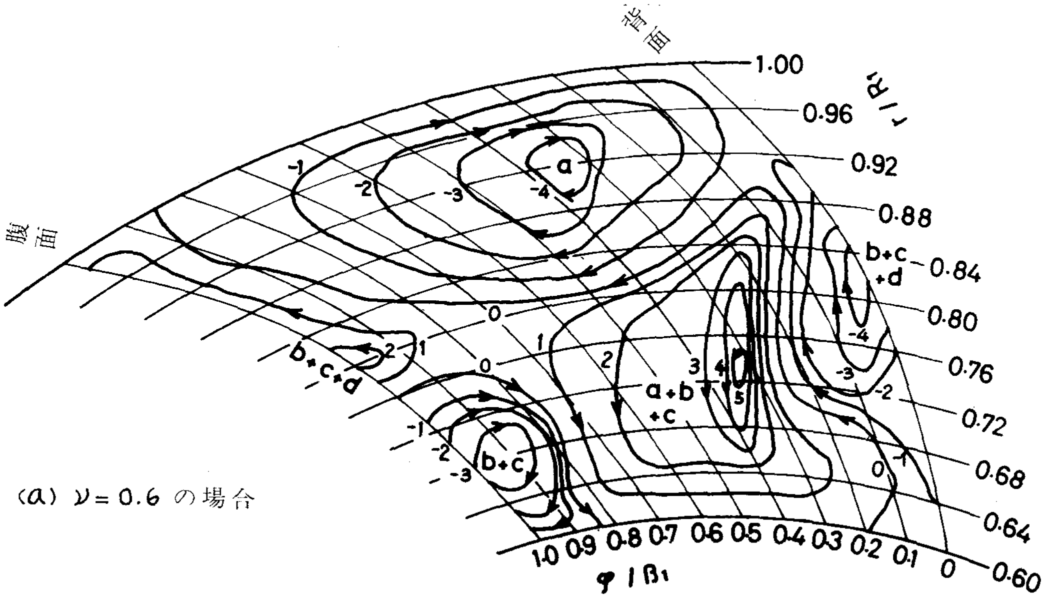
c：流出随伴うず

d：半径二次流れ

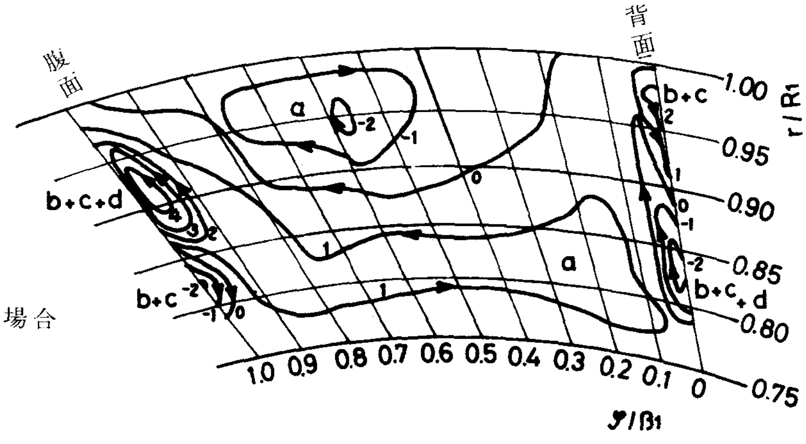
の4種の二次流れ成分が存在することを示した．いま，図32(a)～(c)の各図に現われたおのおののうずに付けた記号**a**，**b**，**c**，**d**は，それぞれ上記4種の二次流れ成分に相当すると考えられる．

図8に示した4種の二次うずのうちで，回る方向が同じであってかつ近接して存在する異種の二次うずは，容易に合体するであろう．例えば，図8において，2本の境界線WWのうちの左側の境界線上にあってかつ外胴側にある2つの随伴うず**b**および**c**と，これの下に生じている半径二次流れを表わすうず対のうちの右半分のうず**d**と，さらにこれの右下に存在する内胴側流路うず**a**とは，回る向きがいずれも反時計方向であるから合体しやすい．このことは図32(b)によく現われている．同様に，内胴側の流路うず**a**と，これの右上にある外胴側随伴うず**b**，**c**とが合体すれば，図30(a)のようになるであろう．このようにそれぞれの二次うず成分は，回る方向が同じものどうしで互いに合体する結果，図30にみられるように，流線は実際には比較的複雑なものとなる．

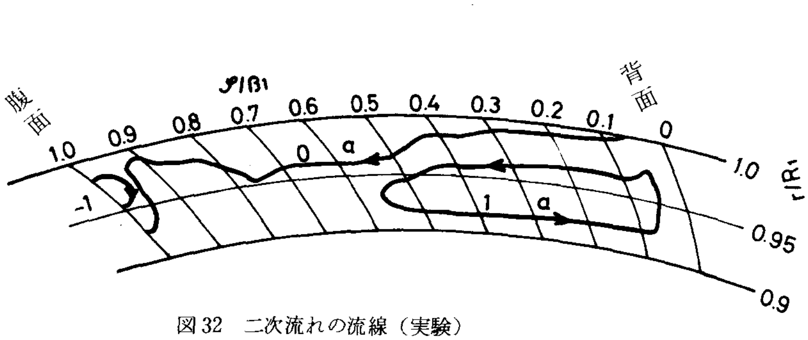
図33(a)～(c)に，静翼列へ流入する速度分布として，内外胴壁の境界層（有効な厚さは式(60)で与えられる）の内部では式(56)および式(57)で表わされる1/7乗型の分布をもち，境界層の外部では一様な分布をもつものをとった場合について，式(43)を用いて二次流れの流れ関数の値を1



(a) ν = 0.6 の場合

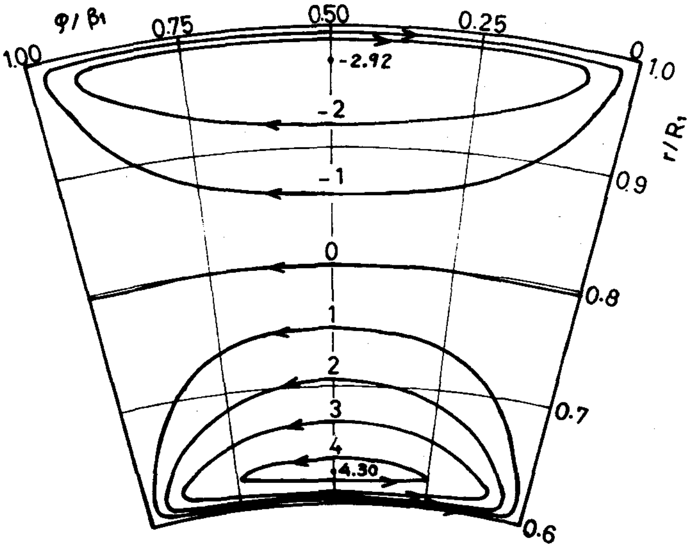


(b) ν = 0.75 の場合

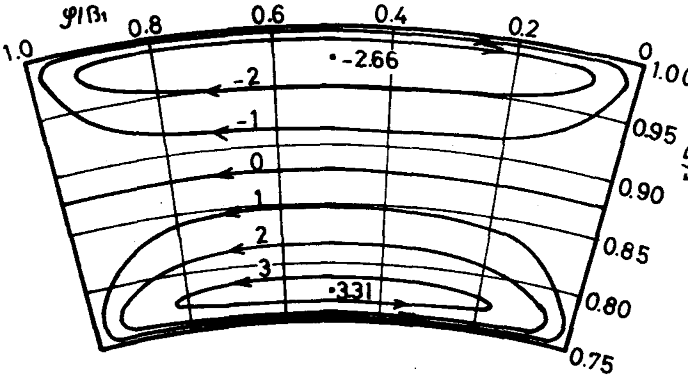


(c) ν = 0.9 の場合

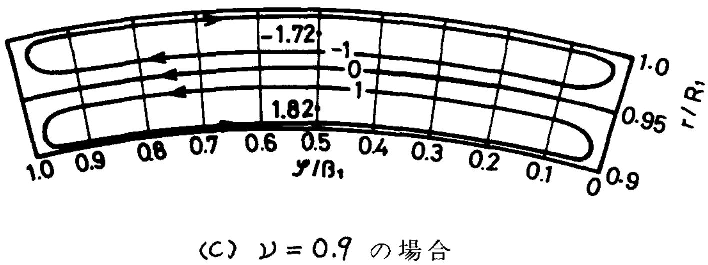
図32　二次流れの流線（実験）



(a)　$\nu = 0.6$ の場合



(b)　$\nu = 0.75$ の場合



(c)　$\nu = 0.9$ の場合

図 33　二次流れの流線（理論）

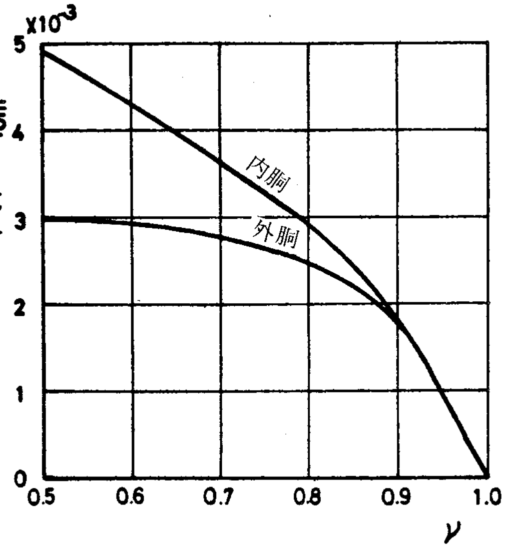


図34　流路うずの旋回流量

ピッチにわたって計算した結果を示す．図中の流れ関数の値を表わす数字は，実験による結果（図32）の場合と同様に，$\psi/(R_1 q_{om})\times 1000$ と無次元にした値である．各図で，平均半径の位置をほぼ境として内胴側および外胴側に現われた2つのうずは流路うずである．この流路うずによって，内胴壁付近および外胴壁付近の流体は翼の背面方向（φ の負の方向）へ運ばれて，一方，壁面から離れた位置にある大部分の流体は翼の腹面方向（φ の正方向）へ流される．

図33(a)～(c)の各図において，流路うずの中心には流れ関数の極値が記入されている．内胴側の流路うずおよび外胴側の流路うずのそれぞれについて，この極値の絶対値 $|\psi_o|$ はそれぞれのうずの旋回流量を表わす．$0.5\leqq\nu\leqq 1$ の範囲で，これらの旋回流量がハブ比によって変化する様子を図34に示す．この図より，内胴側の旋回流量は外胴側のものよりも多いことがわかり，かつ，ハブ比が大きくなるにつれて，旋回流量は内外胴側ともに減少していくことがわかる．

ここで，この旋回流量は

(i)　式(32)で表わされる二次うず度 ω_{s1} が強いほど多く，

(ii)　ω_{s1} が速度を誘起できる領域が広いほど多い

と考えられる．したがって，うえに述べたように内胴側の流路うずの旋回流量が外胴側のものよりも多いことの理由は，内胴側では流出角 α が大なるために二次うず度 ω_{s1} が強いことによる．すなわち(i)のことによるのである．一方，ハブ比の増加にともなって外胴側の流路うずの旋回流量が減少していくのは(ii)のことによるのであり，内胴側流路うずの旋回流量が減少していくのは(i)，(ii)両方のことによるのである．

すでに示した二次流れの実験的流線（図32）より，ハブ比が大きくなるにつれて，各二次うずの旋回流量はおおむね減少していくといえて，このことは理論的にも（図33，図34）説明さ

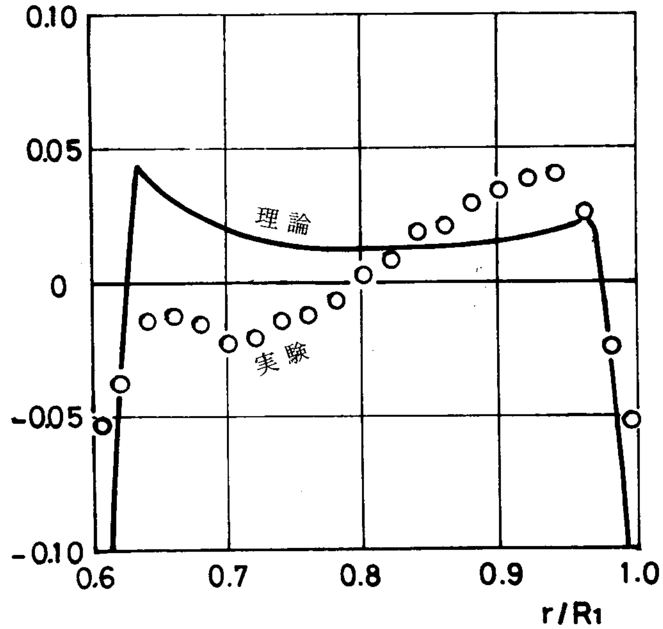
れたといえる.

5・5 平均二次速度および平均流出角

供試送風機のように静翼列の下流に動翼列がある場合には，動翼列の定常な性能の観点からは，静翼列から流出する（したがって動翼列へ流入する）流れの円周方向1ピッチあたりの平均値が意味をもつ．とくに，二次速度の円周方向成分したがって二次流れによる流出角変化についての上記のような平均値は，動翼列まわりの流れが設計状態からはずれる直接的な原因となることから，二次流れを研究する際の主要なテーマの1つであるといえる．

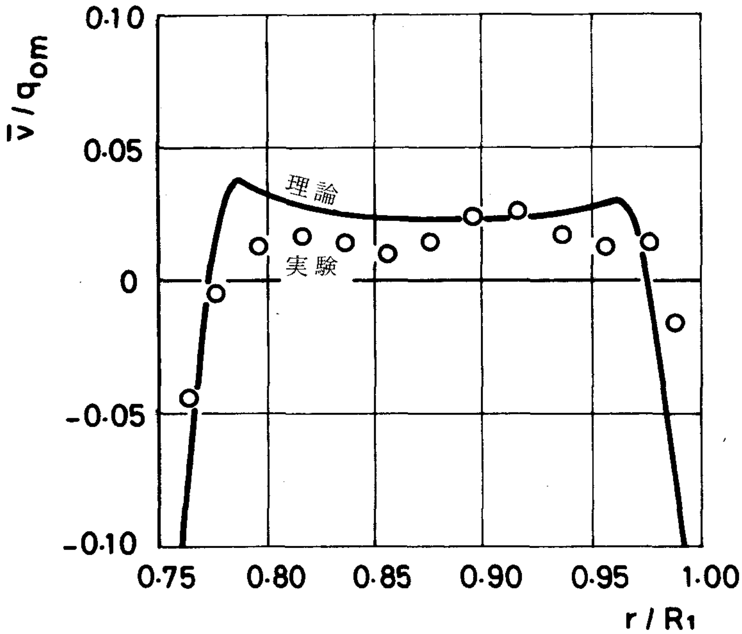
図35(a)〜(c)に，それぞれハブ比が0.6（図35(a)），0.75（図35(b)），および0.9（図35(c)）の場合について，平均二次速度$\bar{v}(r)=\int_0^{\beta_1} v d\varphi/\beta_1$の分布を示す．各図について，式(46)によって計算した結果を理論値として掲げ，実験値を白丸で示してある．二次流れの無い状態すなわち設計流れの状態は，図では，$\bar{v}/q_{om}=0$なる水平線で表わされる．理論曲線をみると，いずれのハブ比の場合にも，$\bar{v}$の分布には2つの極大点が現われている．これらの極大点の位置は，それぞれ内胴境界層の外縁および外胴境界層の外縁の位置に相当する．

図35(a)〜(c)の3葉の図より，平均二次速度の分布には，理論値についても実験値についても，ハブ比が大きくなるにつれてつぎのような顕著な傾向が現われるのがみとめられる．すなわち，ハブ比が小さい場合（図35(a)）には二次速度分布は明瞭なM字形の分布を示すが，ハブ比が大きくなるにつれて（図35(b)，(c)），M字形分布における2つの極大点は不明瞭になると共に，

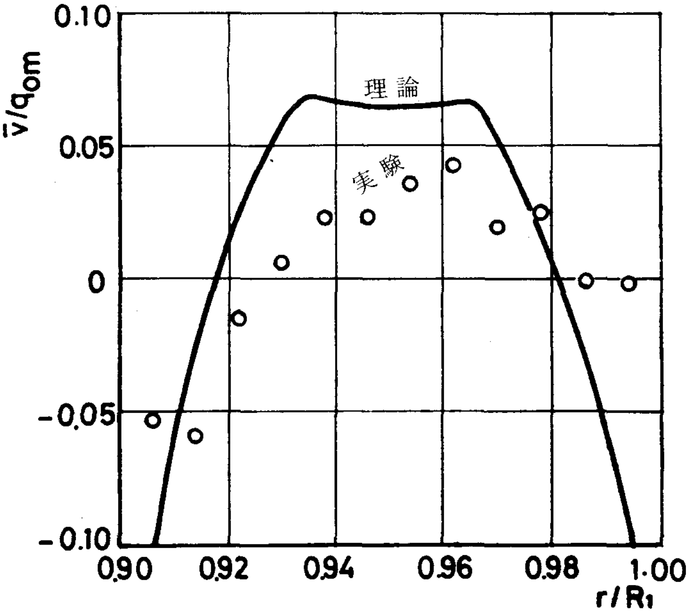


(a) $\nu=0.6$の場合

図35 平均二次速度

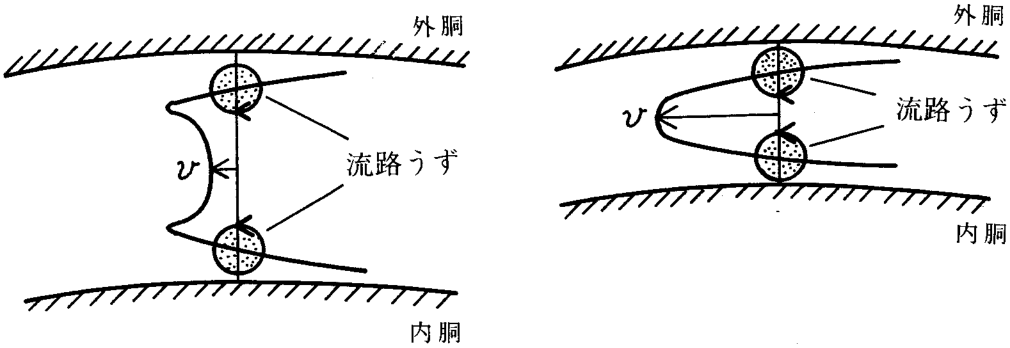


(b) ν = 0.75 の場合



(c) ν = 0.9 の場合

図35（続き）　平均二次速度



(a)　ハブ比が小さい場合　　(b)　ハブ比が大きい場合

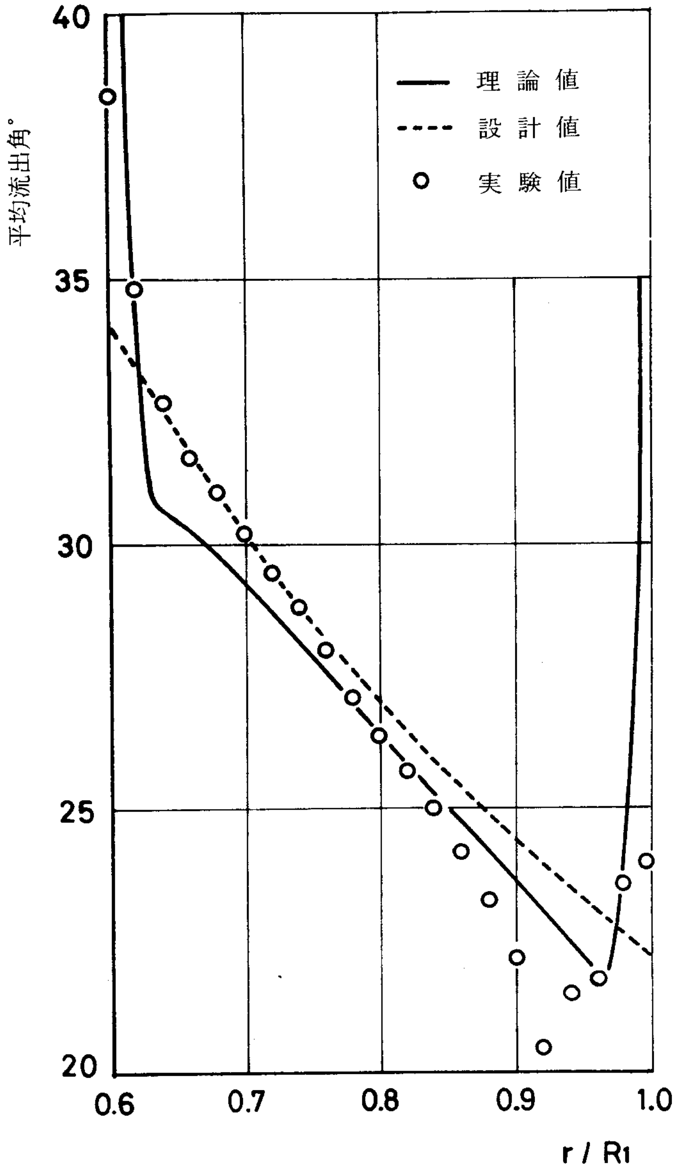
図 36　流路うず対の接近による誘起速度の変化

平均半径近辺での二次速度が増加していく，したがって，図 35(c)にみられるように，$\nu=0.9$ の場合では，$\bar{v}$ は平均半径近辺で最大となって，その分布形はM字形というよりはむしろ逆U字形ともいうべきものとなる．

ハブ比の増加に伴う，二次速度分布に関する上記のような変化は，つぎのように説明できる．すでに示した実験的流線（図 32）あるいは理論的流線（図 33）から明らかなように，二次うずのうちで最も広い領域にわたって存在して優勢なものは，流路うずである．したがって，1 ピッチにわたる平均値である $\bar{v}$ は，この 1 対の流路うずが周方向に誘起する速度の大きさにほとんど左右されると考えてよい．ところで，図 36 に示すように，ハブ比が大きくなって内外胴の壁が互いに接近すれば，この 1 対の流路うずも互いに近づく．このため，平均半径位置付近の流体は，この接近した流路うず対から図に示すように強い誘起速度を受けることとなる．したがって，平均二次速度 $\bar{v}$ の分布は，ハブ比の増加に伴ってうえに述べたような変化を示すものと思われる．

つぎに，流出角の 1 ピッチあたりの平均値について述べる．3 通りのハブ比の場合について，理論計算の結果および実験の結果を図 37(a)から図 37(c)に示す．これらの図中には，式(7)で表わされる基本流の流出角分布 $\alpha(r)$ を，設計値と称して破線で記入してある．また，図で理論値とは，3・3 節で述べた理論的方法によって計算された平均流出角変化 $\overline{\Delta\alpha}(r)$（式(48)）を設計値 $\alpha(r)$ に加えた値である．したがってこれらの図では，理論値についてもまた実験値についても，破線からの差異の量が二次流れの効果を表わしている．流出角が設計値より大きい場合には，さきに示した図 22 を見れば明らかなように，静翼列による流れの転向角が増すので overturning と呼ばれる．逆に流出角が設計値より小さいときは underturning と呼ばれる．

図 37(a)～(c)を見れば，一般に内外胴の壁面の近くでは overturning となるのに対して，両壁面から離れた位置では underturning が生じることがわかる．さらに，ハブ比が増すにつれて平



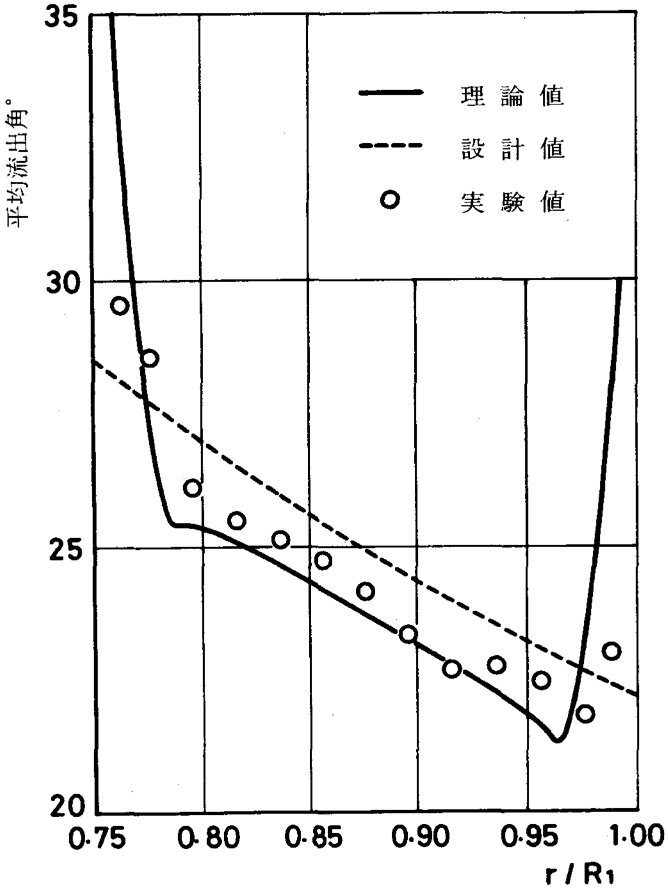
(a) $\nu=0.6$ の場合

図37　平均流出角

均半径位置の近辺での underturning の程度が著しくなることも明らかである.

さきに示した図20から容易に考えられるように，$\overline{\Delta\alpha}(r)$と$\bar{v}(r)$との間には密接な関係がある．実際，供試翼列のように基本流の流出角$\alpha(r)$が半径方向にあまり変化せず，さらに二次速度$\bar{v}$が基本流の流出速度q_1に比べて十分小さい場合には，式(47)および式(48)より$\overline{\Delta\alpha}$は

$$\overline{\Delta\alpha}\simeq-\frac{\bar{v}}{q_1}$$



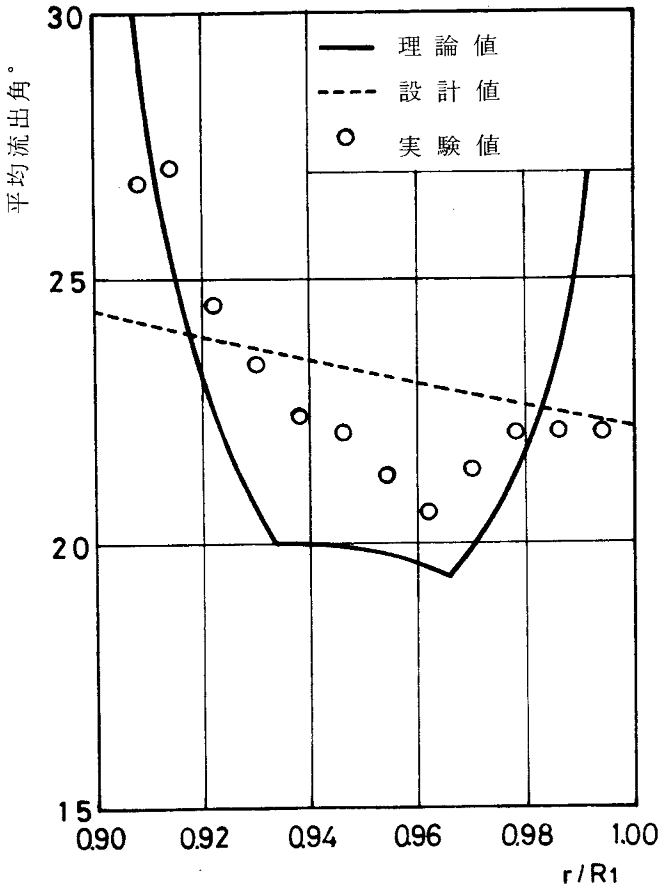
(b) $\nu=0.75$ の場合
図 37（続き）　平均流出角

と表わされる．したがって，$\overline{\Delta\alpha}(r)$の様子と$\bar{v}(r)$の様子とは本質的に表裏一体である．すなわち，図 37 に示された underturning 量の理論値は，$\bar{v}$ の分布における と同様に，内外胴境界層の外縁の位置において極大となる．また，優勢な1対の流路うずが壁面近くでは負の二次速度を誘起すること（図 35）に対応して overturning が生じて，逆に他の半径位置では正の二次速度を誘起すること（同じく図 35）に対応して underturning が生じる．さらに，ハブ比が増すと流路うず対の間隔が狭くなって平均半径位置近辺での誘起速度が増すこと（図 36）に対応して，この位置での underturning の程度が著しくなるのである．

5・6　損失の分布

静翼列の後縁から 100 ㎜下流の位置において，1.2 ピッチにわたって流れの全圧 p_t の分布を測定した．これより，次式で定義される損失係数 ζ_l の分布を求めた．

$$\zeta_l=\frac{p_a-p_t}{p_m}$$



(c) $\nu=0.9$ の場合

図37（続き）　平均流出角

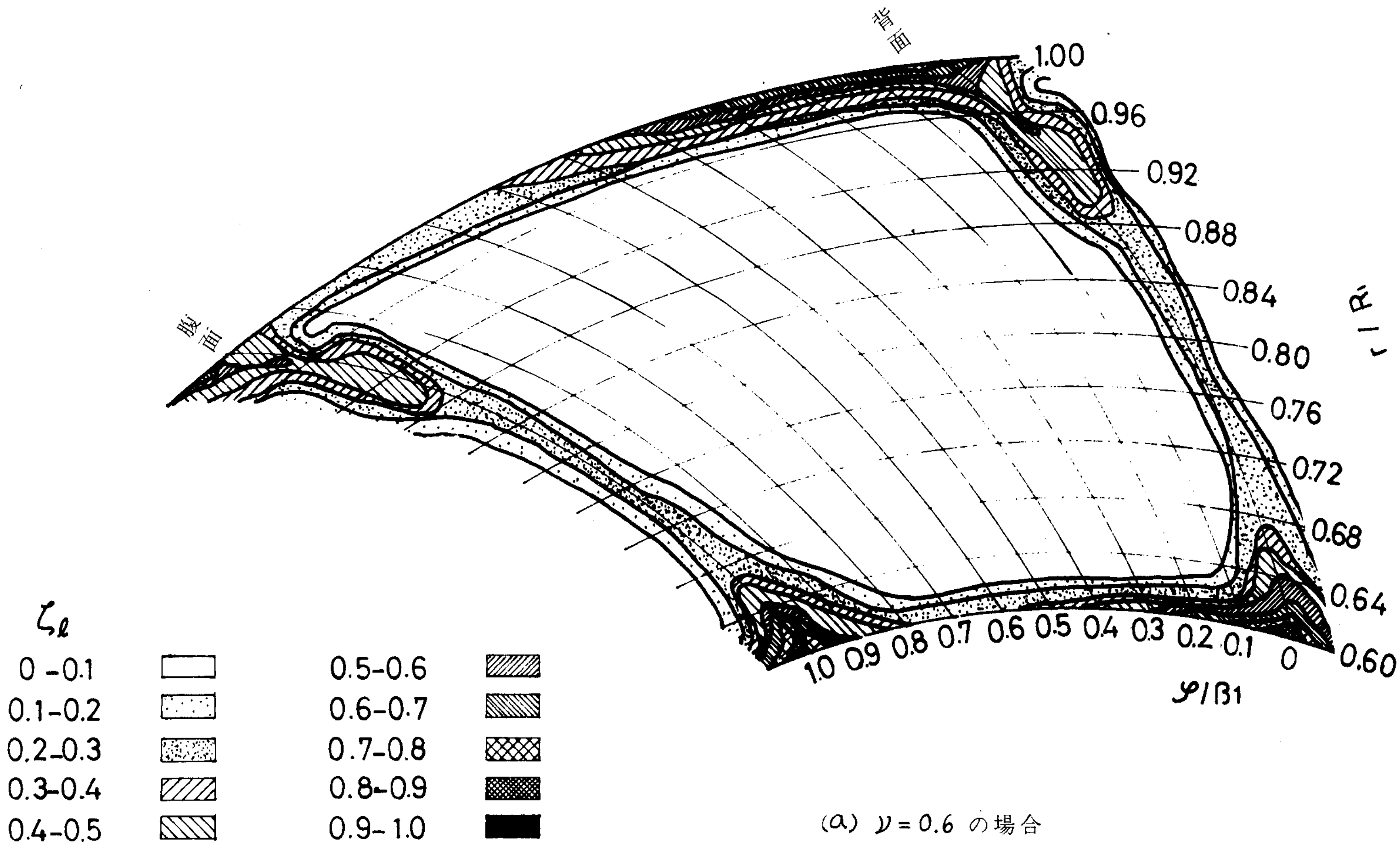
ここで，p_a は送風機の吸い込み口から上流無限遠点での全圧，すなわち大気圧であり，$p_m=\rho q^2_{om}/2$ は平均半径位置での流入動圧である．

図38(a)～(c)に，ハブ比がそれぞれ0.6，0.75，0.9である場合について，この損失係数の分布を示す．各図で，損失係数は0.1ごとに塗り分けて示されている．内胴および外胴の壁面付近に現われた損失の高い領域は，ここに存在する壁面境界層に相当する．また，左端および右端に現われている高い損失は，この位置にある翼後流に基づくものである．

これらの図から，どのハブ比の場合でも，損失の分布状態についておおむねつぎのことがいえる．

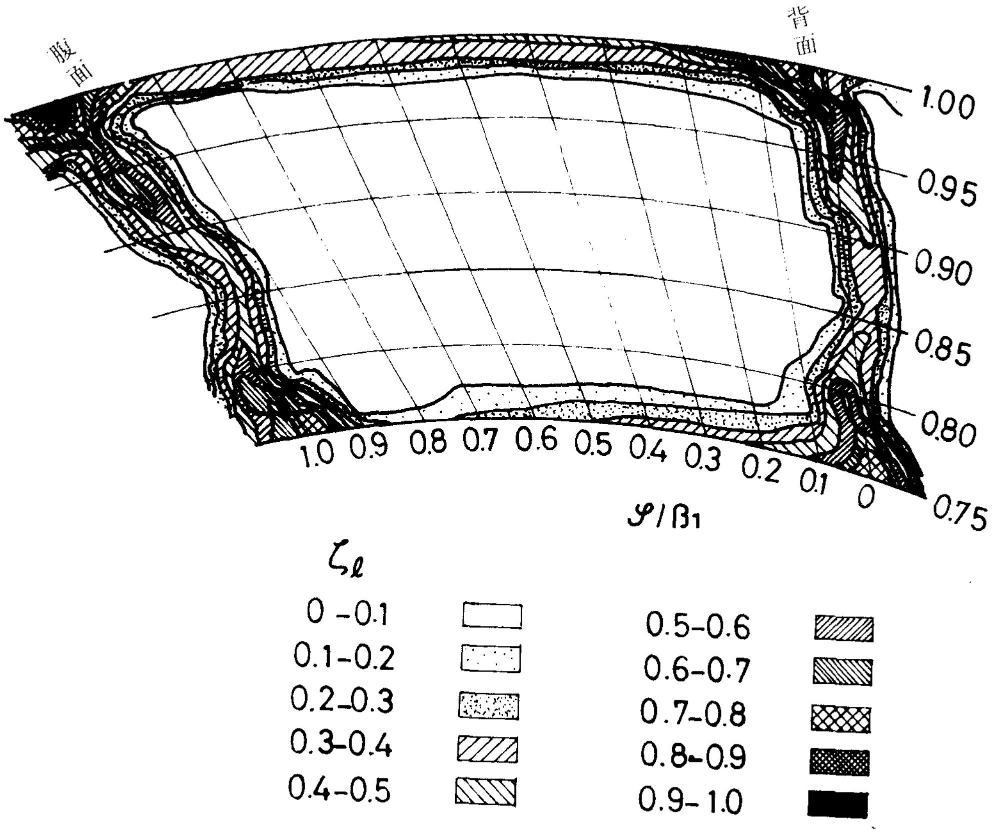
（i）　内外胴の壁面付近の損失分布を翼間の1ピッチについてみれば，これは翼の腹面に近い場所では損失が小さくて，壁面に沿って翼の背面側へいくにつれて増すような分布となる．

このことは，$\nu=0.6$ の場合（図38(a)）には両壁面について，$\nu=0.75$ の場合（図38(b)）



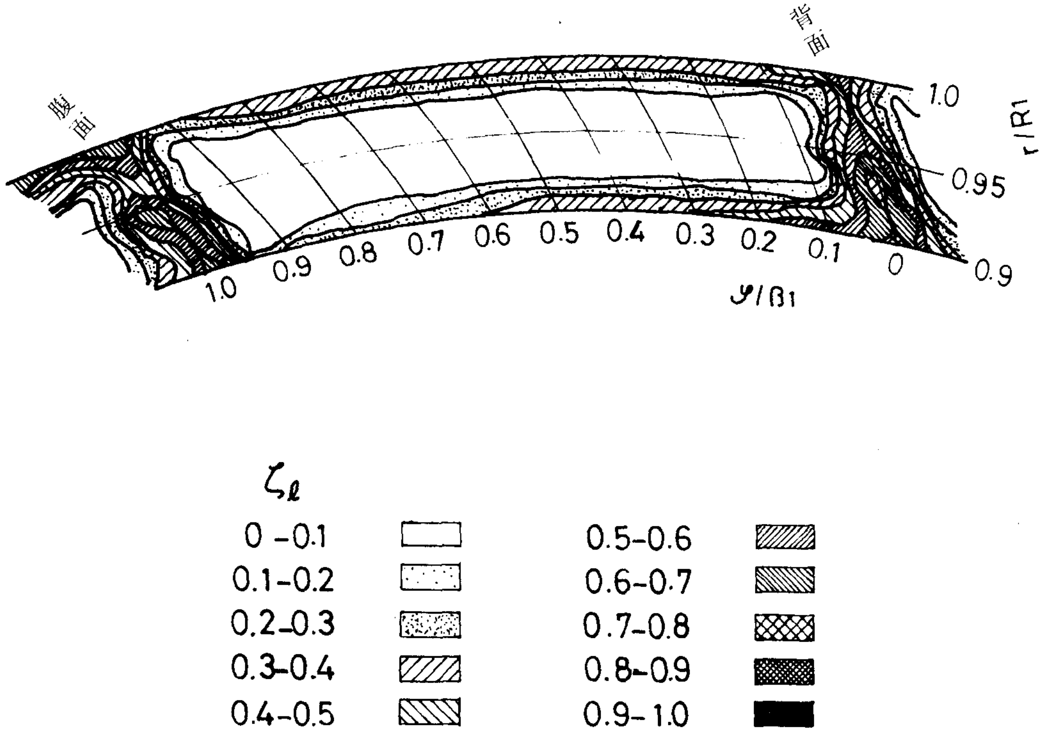
(a) $\nu = 0.6$ の場合

図 38　損失係数の分布



(b) $\nu = 0.75$ の場合

図38（続き） 損失係数の分布



(c) $\nu = 0.9$ の場合

図38（続き）　損失係数の分布

および $\nu=0.9$ の場合（図38(c)）では内胴壁面について，特にはっきりとみられる．

（ii）　一方，翼の後流中の損失分布をみると，内胴壁面あるいは外胴壁面からそれぞれ R_1 の約5％だけ離れた位置に，コア状をなす比較的損失の高い領域が存在する．

特に，$\nu=0.6$ の場合（図38(a)）には，外胴壁面からやや離れた位置に明瞭なコア領域が現われている。

損失分布がこのような特長を示すことの理由を論じる前に，損失分布を測定したと同じ軸方向位置における静圧分布の測定結果を図39(a)〜(c)に示す．これらの図は，それぞれ $\nu=0.6$, 0.75, 0.9 の場合について，大気圧 p_a と測定された静圧 p_s との差，すなわち負圧の程度を示したものであって，図中の等圧線に付けられた数値は p_a-p_s を水柱高さ mmAq で表わしたものである．この論文で基本流として採用している自由うず巻型流れの場合，これの周方向の速度成分 q_θ は式(2)で与えられる．いま，半径方向の平衡の条件

$$\frac{dp_s}{dr}=\rho\frac{q_\theta^2}{r} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(61)$$

を，内外胴壁面の境界層の中では $dp_s/dr\simeq 0$ という境界層近似のもとに，rについて積分すれば，負圧量 p_a-p_s が

$$p_a-p_s=p_m\left(1+\frac{R_1^2}{r^2}\tan^2\alpha^*\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(62)$$

と表わされる．式(62)より，負圧量は r とともに減少することが期待されて，実際に，図39に示した実測値はこのことを裏づけている．

さきに図38(a)〜(c)で示した損失分布と，図39(a)〜(c)に示した静圧分布とを合わせ比べる．このとき，内外胴壁面の境界層に相当する高損失領域については，ここにおける静圧は円周方向にほぼ一様であって，また翼の後流に相当して現われた高損失の領域についても，静圧欠損はみとめられず，静圧は円周方向にほぼ一様であることがわかる．したがって，これらの領域に現われた高い損失はほとんど動圧欠損によるものである，換言すれば速度欠損によるものであるといえる．

さて，さきに，損失分布の測定結果（図38）には2つの特長，すなわち(i)壁面の損失は翼背面に近い位置ほど高い(ii)翼の後流中で壁面からやや離れた位置にコア領域が存在する，がみとめられることを述べた．ここで，このような特長が現われることの理由を考察する．

図40は，内外胴壁面の境界層が二次うずによって輸送される様子を模式的に表わしたものである．記号Dで表わされたうずは流路うずであって，翼の後流中にあるTで表わされたうずは糸状随伴うずと流出随伴うずとが合体したもの，すなわち随伴うずである．このとき，内外胴壁面の境界層中にある運動エネルギーの乏しい流体は，流路うずDがこの流体部分へ誘起する速度によって，矢印⇨で示されるように壁に沿って翼腹面側から翼背面側へと，壁面摩擦によるエネルギー消散を受けながら輸送される．したがって，翼背面（点Sで示す）に近づくにつれて，このようにして輸送された境界層が蓄積する．うえに述べた特長(i)は，境界層がこのように蓄積することの反映であると考えられる．つぎに，上記のように翼の背面側へ掃き寄せら

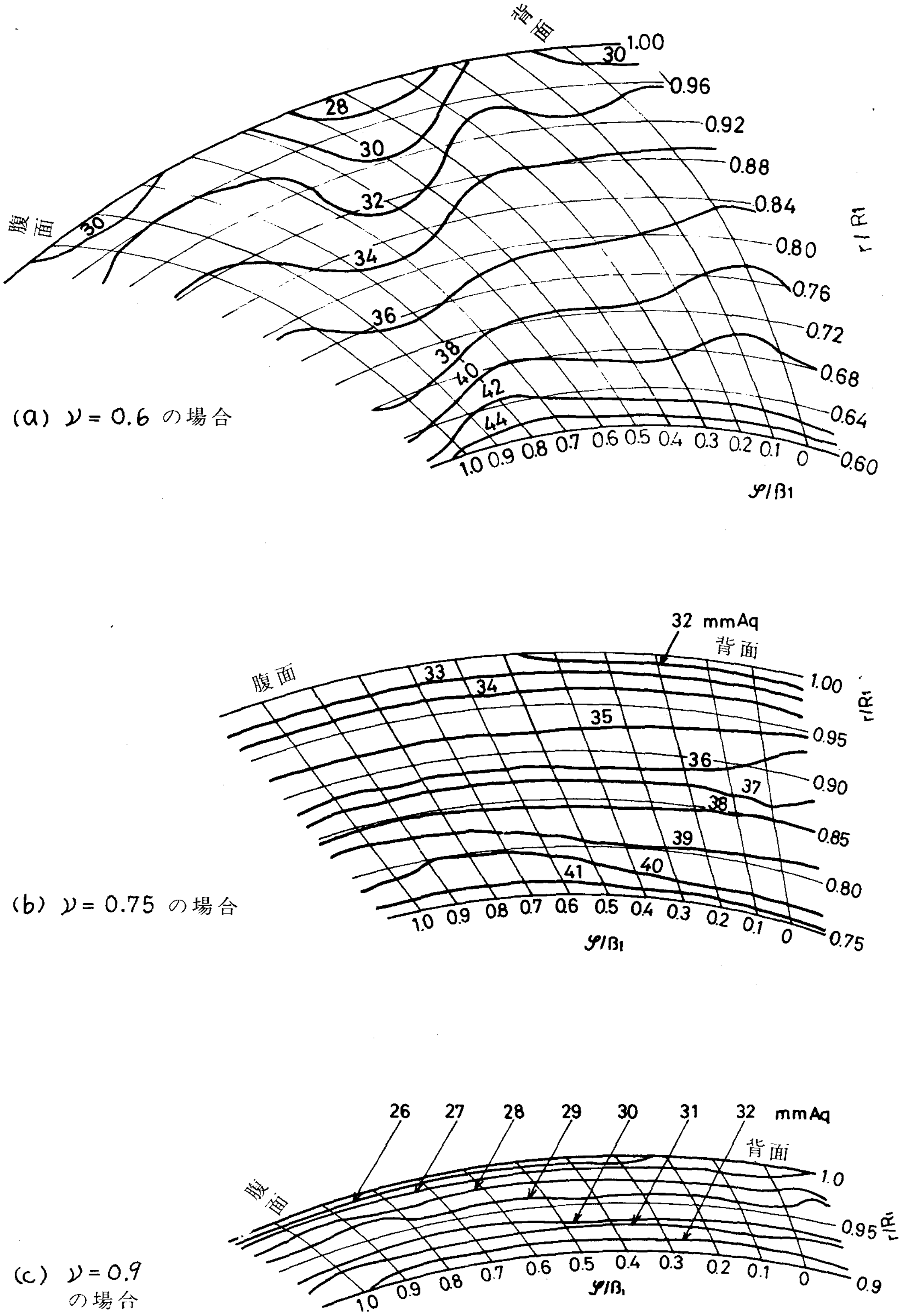


図 39　静圧分布 $p_a - p_s$(mmAq)

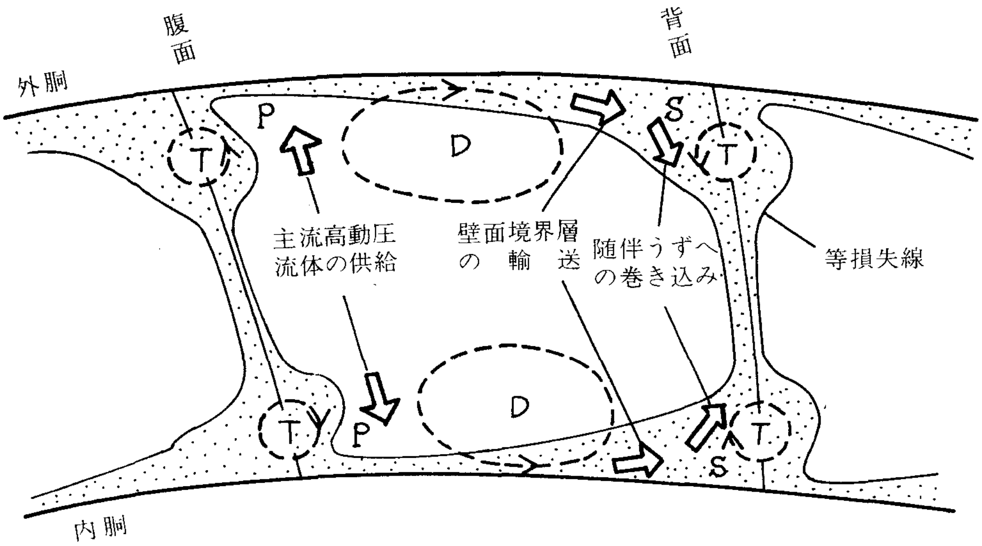


図40　壁面境界層の輸送および随伴うずへの巻き込み

れた境界層は，さらに，翼の後縁に生じている随伴うずTへ巻き込むと思われ，壁面境界層中にあった低エネルギーの流体は最終的にはここにコア状に蓄積してエネルギー消散を受ける．このために，うえに述べた特長(ii)が現われるものと思われる．

ピトー管をトラバースすることによって実測される損失から，円環損失（翼列が無い場合に，内外胴壁面の境界層に生じる摩擦損失）と翼型損失（翼列部で二次流れが生じないとしたときの，翼面境界層の摩擦損失）とを差し引いた残りの損失は，通常，二次損失と呼ばれる．この二次損失の量が翼列の幾何学的寸法あるいは翼列まわりの流れの流体力学的パラメータによってどのように影響されるかについては，多くの研究者[(18)~(21)]が翼列の風洞試験を行なって，これらのパラメータの影響を表わす実験式を得ている．

二次損失の程度をあらかじめ推定するには，このような実験式に頼らざるを得ないのが現状であって，理論的に二次損失を見積る方法はまだ確立されていないといえる．しかしながら，二次損失が発生する原因については，その主要なものを挙げることはできるであろう．すなわち，二次損失を構成する成分としては，壁面境界層が図40に示したように流路うずDによって静翼の背面側へ輸送される際の壁面との摩擦による損失，この境界層が随伴うずTに巻き込まれてここでエネルギーを消散されることによる損失，静翼の背面側へ壁面境界層が蓄積して静翼の後縁付近で流れがはく離することによる損失，および流路うず自身のエネルギー消散による損失を挙げることができる．

つぎに，ハブ比が増していった場合の損失分布の変化について述べる．$\nu=0.6$の場合（図38(a)），翼後流中の損失をみれば，高い損失を呈している1対のコア領域は十分に離れているため

に，平均半径近辺はコア領域の侵蝕を受けず，このあたりで損失は低くかつ翼のスパン方向にほぼ一様である．したがって，平均半径付近にみられるこの一様な損失は翼型損失のみによるものであると考えられる．ハブ比が0.75（図38(b)）となると，1対のコア領域は互いに接近してきて，これの影響は平均半径位置にまで及び，この位置における損失はもはや純粋な翼型損失だけではなく，二次損失が加わったものとなる．さらに，ハブ比が0.9となると（図38(c)），1対のコア領域はほぼつながって，後流中全体で高い損失を呈する．このように，ハブ比が増すにつれて後流中の全損失が増し，したがって二次損失が増すのであって，このことは後流中に生じている1対のコア領域がハブ比の増加につれて互いに接近することによる．

5・7 主流部流れの設計値からのずれ

さきに5・5節において，平均二次速度および平均流出角変化の半径方向分布について述べて，ハブ比が大きくなるにつれて平均半径位置での平均二次速度 $\bar{v}$ が増し，したがって under-turning が著しくなることを示した．本節では，このことをさらに詳細に検討してみる．

図35および図37で示したように，平均二次速度 $\bar{v}$ および二次流れによる流出角変化の平均値 $\overline{\Delta\alpha}$ について，その r 方向の分布は一般に図41で示すようであった．すなわち，内外胴壁面の境界層の縁および平均半径付近のある位置で，$\bar{v}$ および $\overline{\Delta\alpha}$ は極値をもった．

いま，内胴壁面の境界層の縁から外胴境界層の縁までの間における $\bar{v}$ あるいは $\overline{\Delta\alpha}$ の値を考えると，これらは主流部における流れの設計値からのずれを表わす．静翼列に続いて動翼列が存在して，この動翼列によって空気に仕事が与えられる場合，この仕事量は動翼列へ流入する流れのうち主流部の流れによって大きく左右される．したがって，主流部での流れの状態が設計値からどの程度はずれるかは，送風機の1段落あたりの性能という観点からは，重要な問題

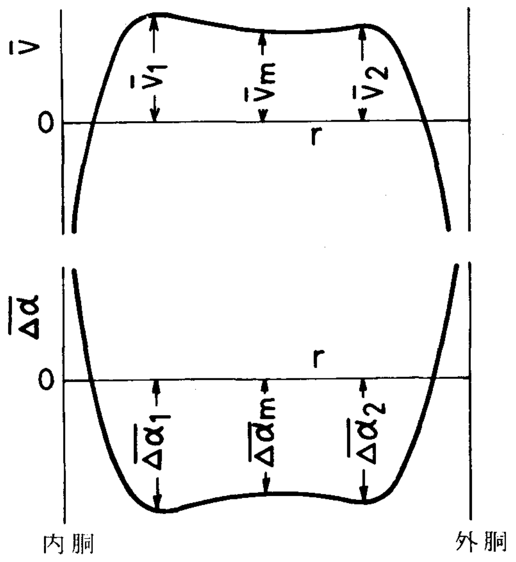


図41 主流部の代表値

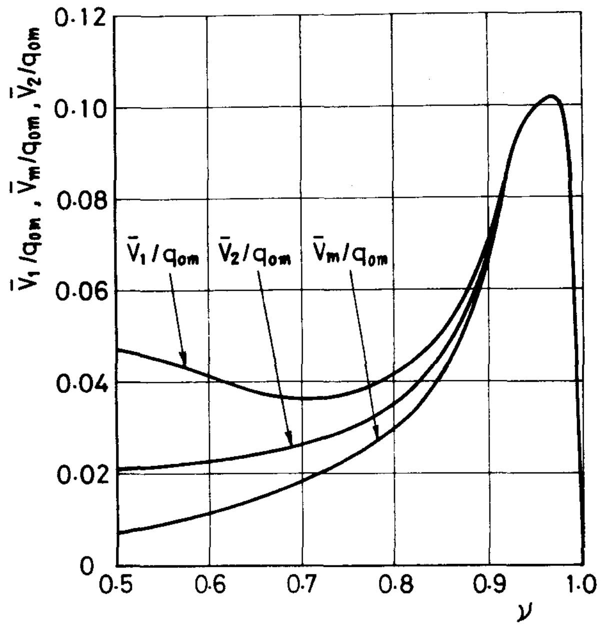


図42　主流部平均二次速度とハブ比との関係

である．そこで，図41に示したように，主流部を代表する位置として内胴壁面境界層の縁，平均半径位置，外胴壁面境界層の縁の3点を選び，それぞれの位置における値に添字1，m，2を付ける．

このとき，$0.5 \leqq \nu \leqq 1$の範囲のハブ比について，これら主流部の平均二次速度および平均流出角変化量はそれぞれ図42および図43に示すようになる．これらの図からわかるように，ハブ比が増すにつれて，主流部における平均二次速度は増し，したがって主流部での underturning が著しくなっていく．ハブ比が0.8まではこのような off design の現象はハブ比の増加にともなって比較的ゆるやかに生じていくが，ハブ比が0.8を越して流路うずの対が互いに接近してくると off design は急速に進行する．

図43でみられたように，ハブ比が増すにつれて主流部の underturning が著しくなる，したがって流出角が減少することは，1段落あたりについて空気に与えられる仕事量に重要な影響を及ぼす．いま，図44に示すように速度 V_b で動いている動翼列について，これに流入する流れの速度三角形を考える．二次流れによって主流部で$\Delta\alpha$だけ流出角が減少すれば，これに応じて速度三角形は実線で示したものから破線で示したものへ移行して，動翼へ流入する流れの相対的な迎え角が$\Delta\beta$だけ減少する．したがって，動翼への流入速度の円周成分は減少して，動翼列前後の流れについて円周速度の差は設計流れほどの値が得られなくなることから，動翼列のなす仕事量が減少する．

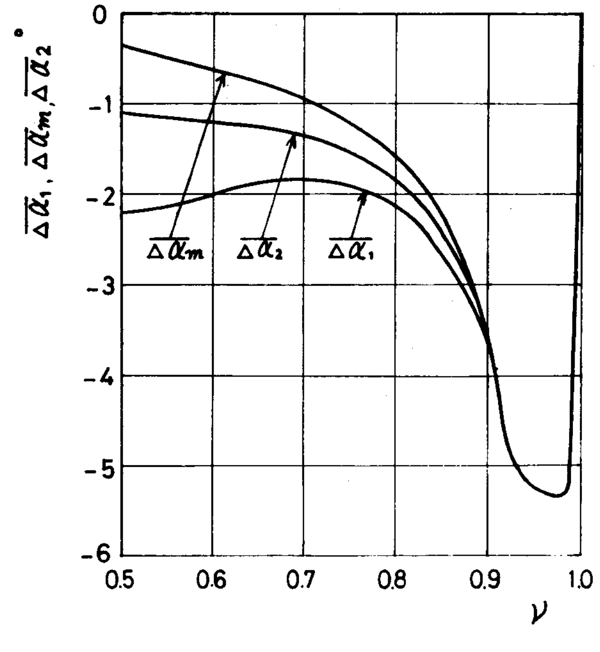


図43 主流部平均流出角変化量とハブ比との関係

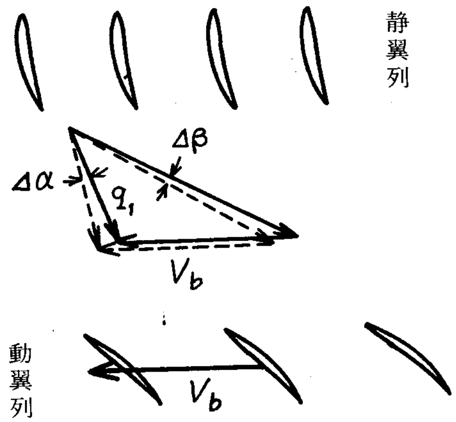


図44 主流部での速度三角形

さきに図27において送風機の性能試験の結果を示して，設計流量点近辺の右下がり安定領域における静圧上昇量が，$\nu=0.9$ の場合には，他のハブ比の場合と比べて低いことを述べた．このことは，二次流れによるうえに述べたような underturning の効果にも部分的に原因していると考えられる．

5・8　二次流れの運動エネルギー

式(50)で表わされた，1ピッチあたり単位時間あたりについて静翼列へ流入する運動エネルギー E_o を

$$e_0=\frac{E_0}{\rho q_{0m}^3 R_1^2/2}$$

と無次元化する．ハブ比が大きくなるにつれて空気の通路が狭くなるので，図45に示すように，当然のことながら e_o は ν の増加につれて減少していく．

つぎに，式(49)で表わされた，1ピッチあたり単位時間あたりについて静翼列から流出する二次流れの旋回運動エネルギー E_{1s} を同じく

$$e_{1s}=\frac{E_{1s}}{\rho q_{0m}^3 R_1^2/2}$$

と無次元化する．これがハブ比によって変化する様子を図46に示す．図で理論値と実験値とを比較すると，理論はかなり低めの見積りを与えている．これは，理論計算では半径二次流れを

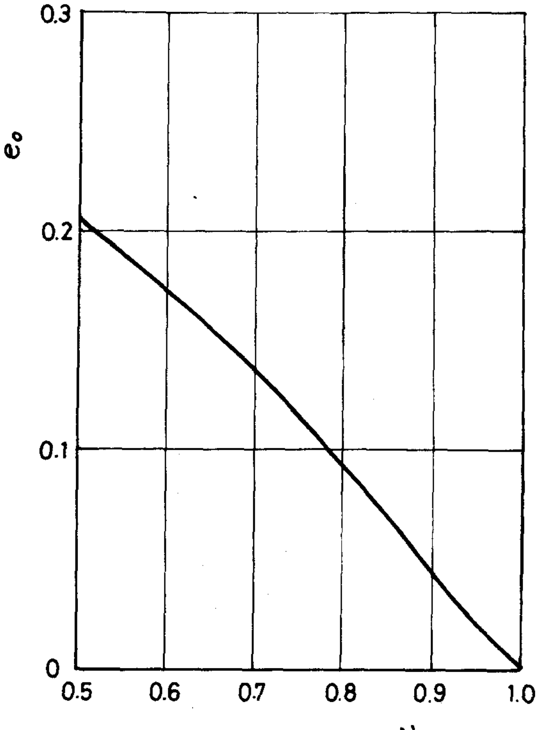


図45　流入運動エネルギー

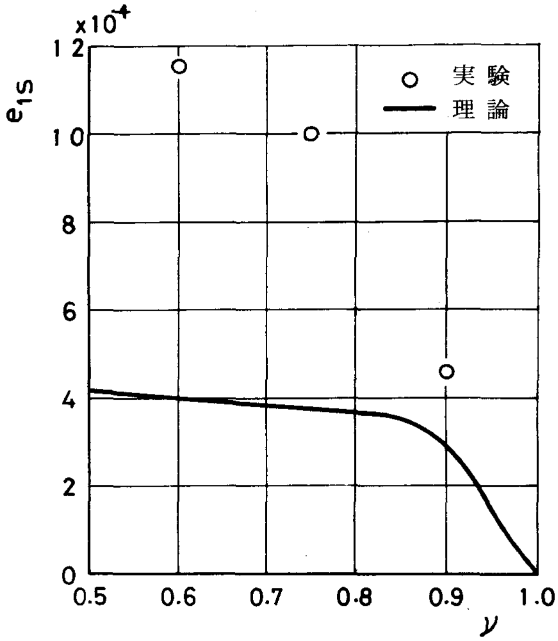


図 46　二次流れの旋回運動エネルギー

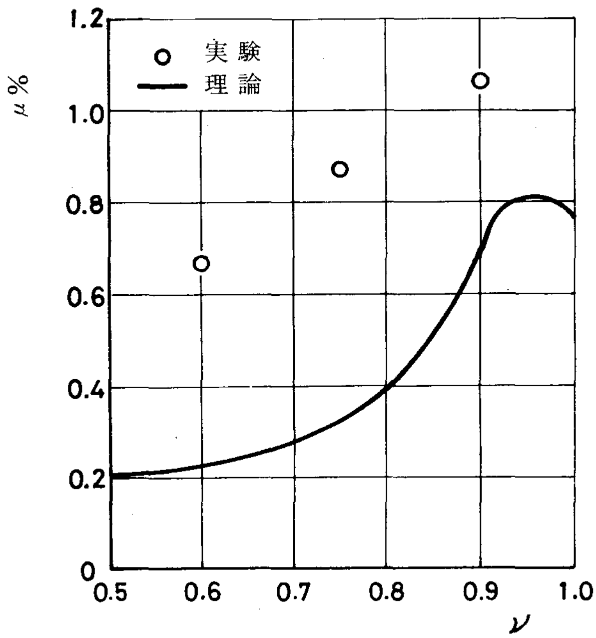


図 47　運動エネルギー比

取り扱っていないこと，さらに後流中の随伴うずは実際には理論で考えたようなうず面を形成するのではなくて，巻き上がってうず核を形成して，これの旋回運動エネルギーが強いことによると考えられる．ハブ比が比較的大きい場合（$\nu \simeq 0.9$）には，半径方向の圧力こう配は小さくまた流路高さが低いので，半径二次流れは生じにくい．さらに同じくハブ比が大きい場合には，図32(c)で示したように，随伴うずが非常に弱い．したがってこのような事情から，図46にみられるように，e_{1s}の理論値と実験値はνが増すにつれてよく合うようになる．

e_{1s}について，理論は実験値を必ずしもよく評価しているとはいえないが，ハブ比の増加につれてe_{1s}が減少していくという傾向は理論によってうかがい知れるといえる．

いま，e_{1s}とe_0の比

$$\mu=\frac{e_{1s}}{e_0}$$

をつくれば，これは静翼列へ流入する運動エネルギーのうちで，二次流れの旋回運動エネルギーに費されるものの割合を与える．この運動エネルギー比μがハブ比の変化に応じて変わる様子を図47に示す．この図より，ハブ比が約0.5以上の範囲ではμはνとともに増す，換言すればハブ比が大きくなるにつれて静翼列への流入運動エネルギーは，二次流れの旋回運動エネルギーに費されやすくなることが，実験的にも理論的にも明らかである．

第6章　結　　言

この論文は，単段前置静翼式の軸流送風機について，その静翼列により生じる二次流れがハブ比によってどのような影響を受けるかを，実験的にかつ理論的に研究したものである．

実験はハブ比が0.6, 0.75, および0.9である場合について行なわれ，五孔ピトー管によって測定がなされた．さらに，この実験結果を説明するために，Helmholtz方程式から流路うずの強さを求めて，これの誘起する流れを理論的に計算した．その結果，つぎのことが明らかとなった．

静翼列後方の流れについて，ハブ比が大きくなるにつれて

(1)　二次うずの旋回流量は減少する（図32，図33，図34）

(2)　翼の後流中では，高い損失を呈する1対のコア領域が互いに接近するために，損失が全体的に高まる（図38）

(3)　主流部でのunderturningが著しくなる（図37，図43）．このことは，1対の流路うず対が互いに接近して，これが周方向に誘起する速度が強まることによると考えられる．

(4)　静翼列から流出する二次流れの旋回運動エネルギー e_{1s} は減少する（図46）が，これの，静翼列へ流入する運動エネルギーに対する割合 μ は逆に増加する．すなわち，流入運動エネルギーは二次流れの旋回運動エネルギーに変換されやすくなる（図47）．

参 考 文 献

(1) Thomson, J., Proc. Roy. Soc., 26 (1877), 356.
(2) Dean, W. R., Phil. Mag., 4 (1927), 208.
(3) Squire, H. B. and Winter, K. G., J. Aeron. Sci., 18 (1951), 271.
(4) Hawthorne, W. R., Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A, 206 (1951), 374.
(5) Marris, A. W., Trans. ASME, Ser. E, 30 (1963), 525.
(6) Lakshminarayana, B. and Horlock, J. H., J. Fluid Mech. 59-1 (1973), 97.
(7) 安達 勤, 流体工学, 12-10 (昭51-10), 37.
(8) Horlock, J. H. and Lakshminarayana, B., Ann. Rev. Fluid Mech., 5 (1973), 247.
(9) Herzig, H. Z. and Hansen, A. G., J. Aeron. Sci., 24-3 (1957), 217.
(10) Brown, O. G. and Marris, A. W., Trans. ASME, Ser. D, 85 (1963), 377.
(11) Rohlik, H. E., Kofsky, M. G., Allen, H. W., and Herzig, H. Z., NACA Rep., 1168 (1954).
(12) Herzig, H. Z. and Hansen, A. G., Trans. ASME, 77 (1955), 249.
(13) Prümper, H., Z. Flugwiss., 20-1/2 (1972), 60.
(14) Carter, A. D. S., PIME, 159 (1948), 255.
(15) Hawthorne, W. R., Quart. J. Mech. Appl. Math., 8-3 (1955), 266.
(16) Hawthorne, W. R. and Armstrong, W. D., Quart. J. Mech. Appl. Math., 8-3 (1955), 280.
(17) Smith, L. H., Trans. ASME, 77-7 (1955), 1065.
(18) Baljé, O. E., Trans. ASME, Ser. A, 90 (1968), 309.
(19) Dunham, J., J. Mech. Eng. Sci., 12-1 (1970), 48.
(20) Scholz, N., J. Aeron. Sci, 21 (1954), 707.
(21) Schlichting, H. and Das, A., Trans. ASME, Ser. D, 88 (1966), 221.
(22) Bardon, M. F., Moffatt, W. C., and Randall, J. L., Trans. ASME, Ser. A, 97 (1975), 93.
(23) 五味丸典, 日本機械学会論文集, 32-236 (昭41-4), 633.
(24) 五味丸典, 日本機械学会論文集, 33-252(昭42-8), 1227.
(25) 河合達雄・安達 勤, 日本機械学会論文集, 44-384 (昭53-8), 2681.
(26) 今井 功, 流体力学, (昭49), 99, 岩波全書.
(27) Milne-Thomson, L. M., Theoretical Hydrodynamics, (1968), 50, Macmillan.
(28) Horlock, J. H., Axial Flow Compressors, (1958), 98, Butterworths.
(29) Turner, J. R., Trans. ASME, 79 (1957), 1801.
(30) 安達 勤・河合達雄・名和野隆・濱 実, 日本機械学会論文集, 42-361 (昭51-9), 2779.
(31) Elder, J. W., J. Fluid Mech., 5 (1958), 355.
(32) Taylor, E. S., Trans. ASME, Ser. D, 81 (1959), 297.
(33) Jhonston, J. P., Trans. ASME, Ser. D, 82 (1960), 233.
(34) Senoo, Y., Trans. ASME, 80 (1958), 1711.
(35) Senoo, Y., Trans. ASME, 80 (1958), 1721.
(36) 豊倉富太郎・原田清, 日本機械学会誌, 72-609 (昭44-10), 1350.
(37) Mellor, G. L. and Wood, G. M., Trans. ASME, Ser, D, 93 (1971), 300.
(38) 安達忠次, ベクトル解析, (昭47), 51, 培風館.
(39) 生井武文, 遠心軸流送風機と圧縮機, (昭45), 252, 朝倉書店.
(40) Eckert, B., Axial und Radialkompressoren, (1961), 146, Springer.
(41) 池森亀鶴, 流れの測定技術に関する講習会教材（日本機械学会), 第120回(昭34-5), 67.

(42) ポフ：村田　暹ほか訳，機械工学における空気力学実験法，(昭45)，144，朝倉書店.
(43) 豊倉富太郎，日本機械学会論文集，29-204 (昭38-8)，1318.
(44) Sheer, W., BWK, 11-11 (1959), 503.
(45) 小笠原光信・安達　勤，空気機械，(昭50)，107，共立出版.
(46) 生井武文，遠心軸流送風機と圧縮機，(昭45)，232，朝倉書店.
(47) Strscheletzky, M., VDI-h., 21-4 (1955), 101.

謝　　　辞

この研究を通じて，終始貴重なご助言と有益なご討論をいただき，懇切なご指導を賜わった安達勤筑波大学教授に慎んで感謝の意を表する．

著者の卒業研究以来，今日まで変わらず暖かくご指導いただいた廣瀬達三大阪大学教授，また暖かい激励とご援助の数々をいただいた今市憲作大阪大学教授，さらには貴重なご討論をいただいた角谷典彦大阪大学教授に深く感謝する．

鮎川恭三愛媛大学教授には，有益な討論と励ましをいただいたことを厚く感謝する．

実験装置の製作にあたっては，カンダン株式会社に多大のお手数を煩わせた．装置の組立とデータ整理は名和野隆氏，濱　実氏，宮本昌祐氏，吉川慶彦氏，田島政弘氏，および藤村英雄氏ら当時学生の諸氏の協力によるところが大きい．厚く感謝する次第である．

付　　　録

$\nabla \times \boldsymbol{s} = [\boldsymbol{s} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{s})]\ \boldsymbol{s} + \dfrac{\boldsymbol{b}}{R}$　の証明

$\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{s} = 1$ であるから，$\nabla \times \boldsymbol{s}$ はつぎのように書ける．

$$\nabla \times \boldsymbol{s} = (\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{s})\ \nabla \times \boldsymbol{s} \qquad \cdots\cdots\cdots(\text{A–1})$$

任意のベクトル $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{C}$ について，恒等式

$$(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B})\ \boldsymbol{C} = (\boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{C})\ \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} \times (\boldsymbol{C} \times \boldsymbol{A})$$

が成立するから*，これにおいて $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{s}$，$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{s}$，$\boldsymbol{C} = \nabla \times \boldsymbol{s}$ と置いた結果を用いれば，式 (A–1) はつぎのようになる．

$$\nabla \times \boldsymbol{s} = [\boldsymbol{s} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{s})]\ \boldsymbol{s} + [\boldsymbol{s} \times (\nabla \times \boldsymbol{s})] \times \boldsymbol{s} \qquad \cdots\cdots\cdots(\text{A–2})$$

上式の右辺第 2 項中の $\boldsymbol{s} \times (\nabla \times \boldsymbol{s})$ は，よく知られた恒等式

$$(\boldsymbol{s} \cdot \nabla)\ \boldsymbol{s} = \frac{1}{2}\ \nabla \boldsymbol{s}^2 - \boldsymbol{s} \times (\nabla \times \boldsymbol{s})$$

を用いることによって，

$$\begin{aligned} \boldsymbol{s} \times (\nabla \times \boldsymbol{s}) &= \frac{1}{2}\ \nabla 1 - (\boldsymbol{s} \cdot \nabla)\boldsymbol{s} \\ &= -\frac{\partial \boldsymbol{s}}{\partial s} \\ &= -\frac{\boldsymbol{n}}{R} \end{aligned}$$

と書ける．これを式 (A–2) に代入して，$\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{n} = \boldsymbol{b}$ であることを考慮すれば

$$\nabla \times \boldsymbol{s} = [\boldsymbol{s} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{s})]\ \boldsymbol{s} + \frac{\boldsymbol{b}}{R}$$

を得る．

---

* 安達忠次，ベクトル解析，（昭 47），28，培風館．