



Title	INVARIANT STATES ON C*-ALGEBRAS
Author(s)	楠田, 雅治
Citation	大阪大学, 1987, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/2061">https://hdl.handle.net/11094/2061</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	楠 田 雅 治
学位の種類	工 学 博 士
学位記番号	第 7738 号
学位授与の日付	昭和 62 年 3 月 26 日
学位授与の要件	基礎工学研究科数理系専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当
学位論文題目	$C^*$ -環上の不変状態
論文審査委員	(主査) 教 授 竹之内 脩 (副査) 教 授 高木 修二 教 授 永井 治

## 論文内容の要旨

本論文は群作用をもつ  $C^*$ -環上の不変状態について研究することが目的である。特に不変状態の研究の中心的なテーマである不変状態の重要なクラスの存在, 不変状態のふたつのクラスの同値性, 不変部分環上の不変状態の拡張問題を研究することである。

第一章では, 最も重要な不変状態のひとつである基底状態の存在が,  $C^*$ -接合積のイデアル構造とどのように関係しているかを明らかにする。 $C^*$ -接合積のイデアル構造の研究方面から, 基底状態をもつ  $C^*$ -力学系の  $C^*$ -接合積は少なくともひとつは自明でないイデアルを持つことが知られていた。本論文では, これに関して最終的な結果ともいえる  $C^*$ -力学系が基底状態をもつことと双対作用のもとで (包含関係について) 接合積へ単調に増大するような自明でないイデアルが存在することが同値であることが示めされた。(定理 2・1)

第二章では,  $C^*$ -環上の受動状態とスペクトル受動状態の概念の同値性を考える。一般にスペクトル受動状態は受動状態であることが知られている。逆に受動状態がスペクトル受動状態かどうかは未解決の問題であり, De Canniere の問題として有名である。本論文ではこの問題を  $UHF$   $C^*$ -環で考える。

$UHF$   $C^*$ -環の  $C^*$ -力学系で数理解物理の多くの重要なモデルを含むものとして有限型の可換正規  $*$ -微分によって与えられるものを考える。そんな  $C^*$ -力学系上では受動状態とスペクトル受動状態の概念は同値であることが示される。

第三章では, 不変状態の拡張問題を弱期待値の概念を使って考える。まず  $C^*$ -接合積の弱期待値を研究するために, 与えられた  $C^*$ -力学系  $(A, G, \alpha)$  に対して, 共変弱期待値の概念を導入する。A

の不変部分環  $B$  の共変表現に対して  $(A, G, \alpha)$  の接合積上の弱期待値と  $A$  上の共変弱期待値が一対一に対応することが示される (定理 1・5)。これを  $B$  上の  $\alpha$ -不変状態  $\phi$  の GNS 共変表現に応用して、 $(A, G, \alpha)$  の接合積の弱期待値、 $A$  上の共変弱期待値、 $\phi$  の  $A$  へのある  $\alpha$ -不変拡張、 $(A, G, \alpha)$  の接合積のある状態の間に一対一の対応が存在することが示される (定理 2・1)。 $\phi$  を  $B$  上の中心エルゴード状態とする。 $\phi$  の GNS 表現を  $\pi_\phi$  としたとき、 $A$  から  $\pi_\phi(B)$  への共変弱期待値が存在するなら、 $\phi$  は  $A$  上の中心エルゴード状態に拡張できることが示される (定理 3・1)。

上の定理 2・1 の応用として、コンパクト群  $G$  をもつ  $C^*$ -力学系の  $G$ -可換性の特徴付けが可能である。実際、 $C^*$ -力学系が  $G$ -可換、不動点環が可換、GNS 表現が接合積の因子表現を誘導するような不変状態のエルゴード性が同値であることが示される (定理 5・2)。

## 論文の審査結果の要旨

本研究は  $C^*$ 環上に作用する自己同形の群があるとき、その群の作用のもとで不変な状態を調べている。これは、このような体系が応用上活用される物理学の量子場の理論において重要な意味をもつものである。

論文は 3 章から成る。

第 1 章では、基底状態の存在を  $C^*$ 環とそれに対する群の作用から構成される  $C^*$ 接合積との関連において論じている。その主結果は、基底状態の存在と  $C^*$ 接合積のイデアルの存在とが同値であることを示すものである。

第 2 章では、 $C^*$ 環上に 1 径数群が作用しているとき、それによって定義されるスペクトル受動状態と、この 1 径数群を生成する微分によって定義される受動状態の概念がどういう場合に一致するかを論じている。有限次元全行列環の極限として定められる UHF 環上に、有限次元の範囲で作用する自己同形の極限の形の自己同形群の場合には両者が一致することが示されている。

第 3 章では、 $C^*$ 環  $A$  の不変部分環  $B$  上の不変状態がいつ不変状態としての拡大をもつかを論じている。そして中心エルゴード的状态は、適当な条件のもとに中心エルゴード的に拡大できることを示している。

以上の結果は、理論上のみならず応用にも有用であり、本論文は学位論文として価値あるものと認める。