Title	INVARIANT STATES ON C*-ALGEBRAS
Author(s)	楠田, 雅治
Citation	大阪大学, 1987, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2061
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【32】

氏名・(本籍)	楠田雅治
学位の種類	工学博士
学位記番号	第7738号
学位授与の日付	昭和62年3月26日
学位授与の要件	基礎工学研究科数理系専攻 学位規則第5条第1項該当
学位論文題目	C*−環上の不変状態
論文審査委員	(主査) 教授 竹之内 脩 (副査) 教授 高木 修二　教授 永井 治

論文内容の要旨

本論文は群作用をもつC*−環上の不変状態について研究することが目的である。特に不変状態の研究の中心的なテーマである不変状態の重要なクラスの存在，不変状態のふたつのクラスの同値性，不変部分環上の不変状態の拡張問題を研究することである。

第一章では，最も重要な不変状態のひとつである基底状態の存在が，C*−接合積のイデアル構造とどのように関係しているかを明らかにする。C*−接合積のイデアル構造の研究方面から，基底状態をもつC*−力学系のC*−接合積は少なくともひとつは自明でないイデアルを持つことが知られていた。本論文では，これに関して最終的な結果ともいえるC*−力学系が基底状態をもつことと双対作用のもとで（包含関係について）接合積へ単調に増大するような自明でないイデアルが存在することが同値であることが示めされた。(定理2・1)

第二章では，C*−環上の受動状態とスペクトル受動状態の概念の同値性を考える。一般にスペクトル受動状態は受動状態であることが知られている。逆に受動状態がスペクトル受動状態かどうかは未解決の問題であり，De Canniereの問題として有名である。本論文ではこの問題をUHF C*−環で考える。

UHF C*−環のC*−力学系で数理物理の多くの重要なモデルを含むものとして有限型の可換正規＊−微分によって与えられるものを考える。そんなC*−力学系上では受動状態とスペクトル受動状態の概念は同値であることが示される。

第三章では，不変状態の拡張問題を弱期待値の概念を使って考える。まずC*−接合積の弱期待値を研究するために，与えられたC*−力学系（A，G，α）に対して，共変弱期待値の概念を導入する。A

の不変部分環Bの共変表現に対して（A，G，α）の接合積上の弱期待値とA上の共変弱期待値が一対一に対応することが示される（定理1・5）。これをB上のα－不変状態ϕのGNS共変表現に応用して，（A，G，α）の接合積の弱期待値，A上の共変弱期待値，ϕのAへのあるα－不変拡張，（A，G，α）の接合積のある状態の間に一対一の対応が存在することが示される（定理2・1）。ϕをB上の中心的エルゴード状態とする。ϕのGNS表現をπ_ϕとしたとき，Aからπ_ϕ(B)への共変弱期待値が存在するなら，ϕはA上の中心的エルゴード状態に拡張できることが示される（定理3・1）。

上の定理2・1の応用として，コンパクト群GをもつC^*－力学系のG－可換性の特徴付けが可能である。実際，C^*－力学系がG－可換，不動点環が可換，GNS表現が接合積の因子表現を誘導するような不変状態のエルゴード性が同値であることが示される。（定理5・2）

論文の審査結果の要旨

本研究はC^*環上に作用する自己同形の群があるとき，その群の作用のもとで不変な状態を調べている。これは，このような体系が応用上活用される物理学の量子場の理論において重要な意味をもつものである。

論文は3章から成る。

第1章では，基底状態の存在をC^*環とそれに対する群の作用から構成されるC^*接合積との関連において論じている。その主結果は，基底状態の存在とC^*接合積のイデアルの存在とが同値であることを示すものである。

第2章では，C^*環上に1径数群が作用しているとき，それによって定義されるスペクトル受動状態と，この1径数群を生成する微分によって定義される受動状態の概念がどういう場合に一致するかを論じている。有限次元全行列環の極限として定められるUHF環上に，有限次元の範囲で作用する自己同形の極限の形の自己同形群の場合には両者が一致することが示されている。

第3章では，C^*環Aの不変部分環B上の不変状態がいつ不変状態としての拡大をもつかを論じている。そして中心エルゴード的状態は，適当な条件のもとに中心エルゴード的に拡大できることを示している。

以上の結果は，理論上のみならず応用にも有用であり，本論文は学位論文として価値あるものと認める。