Title	On the large time behavior of solutions for some degenerate quasilinear parabolic systems
Author(s)	仙葉, 隆
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	https://doi.org/10.11501/3091085
DOI	10.11501/3091085
rights	

【35】

氏名	仙葉 隆（せんば たかし）
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記番号	第 10475 号
学位授与年月日	平成4年12月15日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
学位論文名	On the large time behavior of solutions for some degenerate quasilinear parabolic systems （ある退化放物型方程式系の解の漸近挙動について）
論文審査委員	（主査） 教授 田辺 広城 （副査） 教授 井川 満　教授 西谷 達雄　助教授 磯崎 洋

論文内容の要旨

本論文中の方程式系（1.1）は多孔質媒体中を化学反応をしながら拡散する二種類の物質の密度を表している，$(u_{xx})^m$，$(v_{xx})^m$ は多孔質媒体中の各々の物質の拡散を表す項であり，$-u^n v^n$ は二種類の物質が1：1の割合で化学反応を起こしていることを表す項である。ここで，$u(x,t)$，$v(x,t)$ は各々の物質の場所 x，時刻 t における密度を表している。ここでは特に非可逆的な反応を扱っているため $u(x,t)$，$v(x,t)$ は生成物の密度とは無関係である。従って，生成物の密度に関する方程式は省略して $u(x,t)$，$v(x,t)$ だけを調べている。

本論文では（1.1）と初期条件（1.2）を満たす解の漸近挙動と（1.1）の中の定数 $m>1$，$n\geqq 1$ との関係を調べている。ここで，一般的な初期条件に対して解の挙動を調べることは困難であるため，初期条件については $u(x,0)$ 及び $v(x,0)$ のサポートが有界で R 上連続であり $0\leqq u(x,0)\leqq v(x,0)$，$u(x,0)\fallingdotseq 0$，$u(x,0)\fallingdotseq v(x,0)$ を満たすという仮定を設けた。解の挙動については，特に解のサポートと $L^\infty(R)$ ノルムの挙動について調べた。その理由は以下の通りである。

（1.1）の解の特徴的な性質として，初期分布のサポートが有界ならば任意の時刻 t における解 $u(\cdot, t)$，$v(\cdot, t)$ のサポートは有界であることがわかる。この性質は $m=1$ の場合，つまり拡散の項が線形の場合にはなかった性質である。多孔質媒体中の物質の拡散の速さを知る最も簡単な方法が解のサポートの広がる速さ調べることである。また解の $L^\infty(R)$ ノルムの挙動を調べることがその物質の密度の減少の速さを知る最も簡単な方法である。さらにサポートと $L^\infty(R)$ ノルムの挙動を調べることにより解の $L^1(R)$ ノルムの挙動がわかる。任意の時刻 t における解の $L^1(R)$ ノルムはその時刻における各物質の全質量を表している，一方時刻 t に対して解の $L^1(R)$ ノルムは単調減少であることがわかる。このことは二種類の物質が化学反応によって減っていることを表している。つまり $L^1(R)$ ノルムの挙動により化学反応の速さを知ることができる。このように解のサポートと $L^\infty(R)$ ノルムは解の挙動を知る上で簡単かつ重要な量である。

本論文の主結果の要点を次の四つの量 $S(u)=\lim_{t\to\infty}\mathrm{supp}\,u(x,t)$，$S(v)=\lim_{t\to\infty}\mathrm{supp}\,v(x,t)$，$M(u)=\lim_{t\to\infty}|u(\cdot, t)|_{L^1(R)}$，$M(v)=\lim_{t\to\infty}|v(\cdot, t)|_{L^1(R)}$ を用いて表にまとめると以下のようになる。最初

の二つの量は時間無限大での解のサポートの状況を表す量であり，残り二つの量は時間無限大での物質の全質量を表す量である。

<table>
<tr><th>$\epsilon = 2n - m$</th><th>$S(u)$</th><th>$M(u)$</th><th>$S(v)$</th><th>$M(v)$</th></tr>
<tr><td>$\epsilon < 0$</td><td>有界集合</td><td>0</td><td rowspan="4">$\mathbf{R}$</td><td rowspan="4">正の定数</td></tr>
<tr><td>$0 \leq \epsilon < 2$</td><td>$\mathbf{R}$</td><td>0</td></tr>
<tr><td>$\epsilon = 2$</td><td>$\mathbf{R}$</td><td>調べられていない</td></tr>
<tr><td>$2 < \epsilon$</td><td>$\mathbf{R}$</td><td>正の定数</td></tr>
</table>

nは反応の効果の強さを表す定数であり，mは拡散の効果を表す定数である。$\varepsilon = 2n - m$とおくとき，εが小さければ拡散の効果が弱く反応の効果が強い状況を表し，εが大きいとき拡散の効果が強く反応の効果が弱い状況を表している。

表のより，解uの性質はεによって分類されることがわかった。また，表のvに関する結果は，二種類の物質が同じ量だけ反応するので少なくとも$|v(\cdot, 0)|_{L^1(R)} - |u(\cdot, 0)|_{L^1(R)}$なる量の物質は反応とは無関係に拡散をすることに対応している，と解釈できる。実際，本論文の結果よりvの挙動及び$2 < \varepsilon$のときのuの挙動は$-u^n v^n$なる項がない方程式（2.2）の解の挙動と類似している。

以上

論文審査の結果の要旨

本論文は準線形連立放物型方程式

$\partial u / \partial t = \partial^2 u^m / \partial x^2 - v^n u^n$，$\partial v / \partial t = \partial^2 v^m / \partial x^2 - u^n v^n$の解の$L^1$ノルムと台の無限未来における漸近挙動を研究したものである。u, vの初期値u_0，v_0は台がコンパクトで恒等的には0でなく，$0 \leqq u_0 \leqq v_0$, $u_0 \neq v_0$を満足するとする。nとmの関係によって幾つかの場合に分かれ，仙葉君はそのすべての場合に対して前述の漸近挙動を明らかにした。その結果単独方程式の場合とは質的に異なる事実が成立することが分かった。本論文はこの種の方程式の研究に重要な知見を加えたものであり，博士（理学）の学位論文として充分に価値があると認める。