



Title	Explosion problem for holomorphic diffusion processes and its applications
Author(s)	谷口, 説男
Citation	大阪大学, 1989, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/2095">https://hdl.handle.net/11094/2095</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名・(本籍)	谷 口 説 男
学位の種類	理 学 博 士
学位記番号	第 8915 号
学位授与の日付	平成元年12月18日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位論文題目	Explosion problem for holomorphic diffusion processes and its applications (正則拡散過程の爆発問題とその応用)
論文審査委員	(主査) 教授 池田 信行 (副査) 教授 渡辺 育 教授 福島 正俊 助教授 中尾慎太郎 助教授 小松 玄

## 論文内容の要旨

正則拡散過程は基本的な確率過程で複素解析学の問題の確率論的考察に密接に関連している。本論文では、ディリクレ形式に基く確率解析を用い、正則拡散過程の保存性・爆発性の判定条件を与え、さらに、正則領域と正則拡散過程の保存性の関係について解明した。

$n$ 次元複素多様体  $M$  上の対称正則拡散過程  $X = \{(Z_t, \zeta, P_z) : z \in M\}$  とは、生存時間  $\zeta$  を持つ対称拡散過程で次の性質を満たすものをいう：任意の正則関数  $h : M \rightarrow \mathbb{C}$  に対して極集合  $N$  が存在し、すべてのコンパクト集合  $K \subset M$  及び  $z \in M \setminus N$  に対して  $h(Z_{t \wedge \tau_K})$  は  $P_z$ -マルチングールとなる。ただし、 $\tau_K$  は  $K$  からの離脱時間を表す。 $M$  上の  $(n-1, n-1)$ -閉正カレント  $\theta$  といったところ稠密なラドン測度  $m$  の組  $(\theta, m)$  は対称形式、

$$\mathcal{E}(f, g) = \int_M df \wedge d^c g \wedge \theta, \quad f, g \in C_0^\infty(M)$$

が  $L^2(M; m)$  で可閉であるとき admissible であると呼ばれる。admissible な組  $(\theta, m)$  に対してただ一つの対称正則拡散過程が対応している。

本論文においては、まず、 $C^n$  の有界領域  $D$  上の admissible な組  $(\theta, m)$  に対応する正則拡散過程  $X$  に關し、つぎのことを示した。(1)もし適當な多重劣調和関数  $P$  に対して  $dd^c p \wedge \theta \leq m$  が成立し、さらに適當な極集合  $N$  が存在して、すべての  $z_k \rightarrow z \in \partial D \setminus N$  をみたす点列  $\{z_k\}$  に対して、

$$\liminf_k p(z_k) > -\infty, \quad \limsup_k p(z_k) = \infty$$

が成り立つならば、 $X$  は保存的であり、(2)もし適當な多重劣調和関数  $Q$  に対して  $dd^c q \wedge \theta \geq m$  が成立し、さらに適當な極集合  $N'$  が存在して、すべての  $z_k \rightarrow z \in \partial D \setminus N'$  をみたす点列  $\{z_k\}$  に対して、

$$\limsup_k q(z_k) < \infty$$

が成り立つならば、 $X$ は爆発的である。

つぎに、 $M$ は複素多様体、 $G$ をその開部分集合とする。さらに $M$ 上の admissible な組  $(\theta, m)$  に対応する正則拡散過程  $X$  を考える。もし  $(\theta, m)$  が橢円型で  $X$  の  $G$  上での部分  $X_G$  が保存的であれば、 $M \setminus G$  が測度 0 となり、さらにもし測度 0 の集合がすべて  $m$  零集合ならば  $M \setminus G$  が容量 0 となることを示した。

つづいて、 $C^n$  の有界領域  $D$  上のベルクマン核関数からある  $D$  上の admissible な組  $(\theta, m)$  を自然な形で構成し、それに対応する正則拡散過程  $X$  について、もし  $D$  の境界が適当な滑らかさの条件を満たせば、 $X$  が保存的であることと  $D$  が正則領域であることが必要かつ十分であることを示した。

また有界領域  $D$  上のカラテオドリ計量から、 $D \times (C^n \setminus \{0\})$  上の自然な admissible な組  $(\theta, m)$  を構成し、それに対応する正則拡散過程についてもベルクマン核関数から得られる正則拡散過程の場合と同様の考察を行い類似の結論を得た。

### 論文の審査結果の要旨

拡散過程の研究は、確率過程論の最も重要な課題のひとつである。とくに正則拡散過程の性質は複素解析学の諸問題と密接に関連しており、近年数多くの研究が行われている。谷口君は本論文において正則拡散過程の爆発問題について研究し、それらの結果を用い、対称正則拡散過程の保存性と領域が正則領域であることとの関連について考察している。

一般に複素多様体  $M$  上の  $(n-1, n-1)$  閉正カレント  $\theta$  といったところ稠密に Radon 測度  $m$  の組  $(\theta, m)$  が admissible ならば対称形式、

$$\mathcal{E}[f, g] = \int_M df \wedge d^c g \wedge \theta \quad f, g \in C_0^\infty(M)$$

に対応し対称正則拡散過程  $X$  が定まる。 $\theta$  は必ずしも滑かでないので  $X$  の保存性・爆発性の判定に関しては拡散過程論でこれまでに知られている生成作用素を用いる一般的な結果はそのままの形で適用出来ない。谷口君は本論文において  $M$  が  $C^n$  の有界領域  $D$  の場合に対称正則拡散過程が保存的であるか爆発的であるかを判定する統一的な条件を多重劣調和関数を用いて与えている。これらの証明には Dirichlet 形式に基づく確率解析が重要な役割を果たしている。

つづいて本論文では  $D$  の境界が適当な滑らかさの条件を満たせば、 $D$  上の Bergman 核関数から自然な形で導かれる admissible な組  $(\theta, m)$  に対応する対称正則拡散過程が保存的であるためには  $D$  が正則領域であることが必要かつ十分であることが示されている。また Carathéodory 計量に対応する対称正則拡散過程に関しても類似の結果が示されている。これらはいずれも拡散過程の研究を複素解析学的な視点から大きく発展させるものであり拡散過程論に新たな展望を与えていている。

以上本論文における谷口君の研究は拡散過程の研究を発展させ、確率過程論に寄与する所が極めて大きく、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認められる。