



Title	数値流体力学手法に基づく 船用プロペラまわりの粘性 流場の研究
Author(s)	宇都, 正太郎
Citation	大阪大学, 1995, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3100667
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

数値流体力学手法に基づく
舶用プロペラまわりの粘性流場の研究

平成6年11月

宇都 正太郎

目 次

	ページ
記 号 表	5
第 1 章 緒 論	9
第 2 章 船用プロペラまわりの粘性流場の数値解法	12
2. 1 2 章の緒論	12
2. 2 座標系	13
2. 3 支配方程式	13
2. 4 乱流モデル	14
2. 4. 1 オリジナルモデル	14
2. 4. 2 修正モデル	17
2. 5 座標変換及び有限体積積分	17
2. 6 時間積分	19
2. 7 非粘性項の離散化	20
2. 7. 1 流束差の定義	20
2. 7. 2 固有値分解	21
2. 7. 3 流束差分	22
2. 7. 4 風上差分	23
2. 7. 5 非定常項の離散形	23
2. 8 粘性項の離散化	25
2. 8. 1 ξ 方向	25
2. 8. 2 η 方向	30
2. 8. 3 ζ 方向-1	30
2. 8. 4 ζ 方向-2 (固体壁面に 接する検査体積)	31
2. 9 体積力項の離散化	35

2. 1 0	近似因数分解法	36
2. 1 1	境界条件	37
2. 1 1. 1	流入境界	38
2. 1 1. 2	流出境界及び外部境界	38
2. 1 1. 3	周期境界	39
2. 1 1. 4	翼面境界	39
2. 1 1. 5	ハブ面	40
2. 1 2	2章の結論	40
第3章	船用プロペラまわりの計算格子生成手法	42
3. 1	3章の緒論	42
3. 2	計算格子生成アルゴリズム	42
3. 2. 1	幾何的な要請	42
3. 2. 2	平滑化	43
3. 2. 3	物体表面等への集中化	44
3. 2. 4	最小格子間隔の確保	45
3. 2. 5	直交化	47
3. 2. 6	各要請の組み合わせ	51
3. 3	翼面格子生成	52
3. 3. 1	初期格子の生成	52
3. 3. 2	反復修正	53
3. 4	3次元格子生成	54
3. 4. 1	初期格子の生成	54
3. 4. 2	反復修正	56
3. 5	3章の結論	57
第4章	プロペラ単独特性の計算および計算精度に関する考察	58
4. 1	4章の緒論	58
4. 2	計算スキームの信頼性評価	58

4. 2. 1	翼面格子分割に対する依存性	58
4. 2. 2	打ち切り誤差に関する検討	59
4. 3	DTRC4119プロペラに関する実験結果との比較 . . .	61
4. 3. 1	主要目及び計算条件	61
4. 3. 2	プロペラ単独特性の比較	62
4. 3. 3	翼面圧力分布の比較	62
4. 4	青雲丸通常型プロペラに関する実験結果との比較 . .	63
4. 4. 1	主要目及び計算条件	63
4. 4. 2	プロペラ単独特性の比較	63
4. 5	プロペラ単独特性の計算精度に関する考察	64
4. 5. 1	計算格子の影響	64
4. 5. 2	外部境界位置の影響	64
4. 5. 3	流入境界位置の影響	65
4. 5. 4	境界層遷移の影響	66
4. 6	4章の結論	66
第5章	船用プロペラまわりの粘性流場の構造に関する考察 . .	68
5. 1	5章の緒論	68
5. 2	DTRC4119プロペラまわりの粘性流場	69
5. 2. 1	計算の概要	69
5. 2. 2	翼面境界層の排除厚さ分布	69
5. 2. 3	翼面境界層の形状係数分布	71
5. 2. 4	限界流線	72
5. 2. 5	翼端渦及び後流構造	72
5. 3	青雲丸ハイリースキュードプロペラまわりの粘性流場	74
5. 3. 1	計算の概要	74
5. 3. 2	翼面圧力分布の比較	75
5. 3. 3	渦構造の比較	75
5. 4	5章の結論	76

第6章	プロペラ単独特性の尺度影響に関する考察	78
6.1	6章の緒言	78
6.2	DTRC4119プロペラに関する計算結果	78
6.2.1	計算の概要	78
6.2.2	プロペラ単独特性の尺度影響	79
6.2.3	スラスト係数の圧力及び摩擦成分の尺度影響	80
6.2.4	尺度影響の三次元性に関する考察	81
6.3	6章の結論	83
第7章	結 論	84
	謝 辞	86
	参考文献	87
	付録	91
	付表一覧表	94
	付表	95
	付図一覧表	103
	付図	107

記 号 表

英文字

A, B, C	ξ, η, ζ 方向のヤコビアン	Eq.2.29
B_{wall}, C_{wall}	ハブ面及翼面に接する検査体積	Eq.2.112
	界面のヤコビアン	Eq.2.116
C	翼素のコード長さ	
C_{p1}	無次元圧力係数	Eq.4.6
C_{p2}	無次元圧力係数	Eq.5.4
D	プロペラ直径	
E, F, G	直交座標系における x, y, z 方向の非粘性流束	Eq.2.2
E_v, F_v, G_v	直交座標系における x, y, z 方向の粘性流束	Eq.2.2
$\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$	物体適合座標系における ξ, η, ζ 方向の 非粘性流束	Eq.2.24
$\hat{E}_v, \hat{F}_v, \hat{G}_v$	物体適合座標系における ξ, η, ζ 方向の 粘性流束	Eq.2.24
H	座標系の回転による体積力項もしくは 境界層の形状係数もしくは プロペラのピッチ	Eq.2.1 Table3.2
J_{in}	流入境界における x 方向流速を 基にした前進定数	Eq.2.4
K_T	スラスト係数	
K_{TP}	スラスト係数の圧力成分	Eq.4.2
K_{TF}	スラスト係数の摩擦成分	Eq.4.2
K_Q	トルク係数	
M, N, O	離散化式の係数行列	Eq.2.97, 100, 102
P	格子点の座標	
P^*_{lmn}	六面体の頂点の座標	Eq.2.56
R	プロペラ半径	

Re	x 軸方向の流入流速およびプロペラ直径に基づくレイノルズ数	Eq.2.3
Rnk	Kempfの定義によるレイノルズ数	Eq.2.3
S	検査体積の界面の面積	
SSP	定常項	
U	反変速度	Eq.2.29
UR	x 軸方向の流入流速およびプロペラ回転速度の合速度	Eq.2.4
V_{ijk}	点 (i,j,k) を中心とした検査体積の体積	
Z	プロペラの翼数	
e_n	翼面に対して法線方向の単位ベクトル	Eq.5.2
e_r	半径方向の単位ベクトル	Eq.5.2
i,j,k	ξ, η, ζ 方向を表わす添え字	
$k_{TP}(j)$	K_{TP} のスパン方向成分	Eq.6.3
$k_{TF}(j)$	K_{TF} のスパン方向成分	Eq.6.3
l	混合距離	Eq.2.7
n	翼面からの法線方向距離もしくは時間ステップ	
$\mathbf{n}$	検査体積の界面における単位法線ベクトル $= (n_x, n_y, n_z)$	Eq.2.22
$\mathbf{n}^*$	検査体積の界面における外向き単位法線ベクトル $= (n_x^*, n_y^*, n_z^*)$	Eq.2.22
n^+	摩擦速度で正規化した法線方向距離	Eq.2.9
$nchord, nspan$	コード方向及びスパン方向のオフセットデータ点数	Table3.2
p	圧力	
q	従属変数 $= [u, v, w, p]^T$	Eq.2.2
q^R, q^L	検査体積の界面においてその右側と	Fig.2.4

	左側で評価した q	
q_{lmn}^*	六面体の速度ベクトル	Eq.2.57
s	コード方向座標	Table3.2
s_L	翼前縁のコード方向座標	Table3.2
t	無次元時間もしくは 翼厚方向座標	Table3.2
t_o, t_u	翼上面及び下面の翼厚方向座標	Table3.2
u, v, w	直交座標系における速度成分	
u_{in}	x 軸方向の流入流速	
x, y, z	プロペラ翼に固定された直交座標系	Fig.2.1
x, r, θ	円筒座標系	Fig.2.1

ギリシャ文字

Δ	時間差分オペレータ	
$\Delta\zeta_{min}$	翼面に対し ζ 方向の最小格子間隔	
Λ	ヤコビアン固有値行列	Eq.2.31
Θ	座標系の偏角の差に基づく 速度成分の変換行列	Eq.2.105
Ω	プロペラの回転角速度	
α	$k_{TP}(j)$ の尺度影響を表わす指数	Eq.6.4
β	擬似圧縮性を表わすパラメータ=1もしくは $k_{TF}(j)$ の尺度影響を表わす指数	Eq.6.4
δ^*	排除厚さ	Eq.5.1
$\delta\hat{E}, \delta\hat{F}, \delta\hat{G}$	検査体積の界面においてその右側と 左側で評価した流束の差	Eq.2.27
ε^n	反復打ち切り誤差の推定値	Eq.4.4
η_0	プロペラ単独効率	
φ	プロペラのレーキ	Table3.2

λ_n	ヤコビアン固有値 (n=1,4)	Eq.2.32
ν	$=1/Re + \nu$	Eq.2.54
ν	渦粘性係数	
θ	円筒座標系における偏角もしくは Pade時間差分のパラメター =1	Eq.2.25
ω	渦度 = $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]$	
ω_p	渦度の幾何学的ピッチ方向成分	
ω_q	渦度の速度ベクトル方向成分 (Helicity)	Eq.5.5
ξ, η, ζ	物体適合座標系	

第1章 緒 論

船用プロペラ流場の理論計算法は非粘性理論の枠組みの中で着実な発展を遂げており、作動流体の粘性に基づく影響は半経験的な修正という形で考慮されている。すなわち、船用プロペラ流場は揚力が支配的であり、粘性影響は比較的小さいという認識に基づいて非粘性理論に基づく計算手法は高度化、高精度化の一途を辿り、初期の運動量理論、揚力線理論[1]から、揚力面理論[2]を経て現在では揚力体理論に基づいた計算手法の開発が盛んに行われている[3]。

こうした一連の非粘性理論計算手法の発達はその名が示す様にプロペラ形状表現の精密化に他ならないが、後流渦モデルの発達に代表されるようにプロペラ流場モデルの高度化という側面も有している。例えば近年、Hoshino[4]、Kawakita[5]はプロペラ後流構造をレーザードップラー流速計を用いて詳細に計測し、新たな後流渦モデルを開発することによって揚力体理論計算の精度向上に反映させる研究を精力的に行っている。このことは形状表現の高度化が一定の水準に達したと思われる一方で、流場の観察及びそのメカニズムの解明による流場モデルの高精度化の余地はまだ多く残されていることを示している。プロペラ流場の特徴的な構造のほとんどは流体の粘性に起因する現象であることから、粘性影響の解明こそがプロペラ理論の更なる発展の鍵を握っていることは明らかである。

このような状況は各種設計チャートが整備され、非粘性理論計算法によって合理的な精度での性能推定が期待できる通常型プロペラよりも、むしろハイリー・スキュード・プロペラ（HSP）やダクトプロペラに代表される非通常型プロペラの場合には一層顕著となる。例えば近年、HSPの翼端部折損の事故が多数報告されて注目を集めている[6]。右近他[7]は運輸省航海訓練所所属の青雲丸によりHSPの実船翼面圧力計測を実施し、背面側翼端近傍において既存の揚力面理論計算では予測できない極端な負圧が計測されたことを報告している。これはHSPに特有の翼前縁剥離渦と翼端渦の干渉の結果生じる大規模な渦構造に起因するものと考えられているが現段階ではその発生メカニズムを特定するには至っていない。このためには非常に詳細な流場情報が必要とされ、しかも粘性に起因する現象であるために実機と模型スケールにおける現象の差、すなわち尺度影響をも考慮する必要がある。こうした

状況から実験的研究や非粘性理論をベースとした計算手法の適用には限界があることは明らかである。

実機と模型スケール間の尺度影響は渦構造ばかりではなくプロペラまわり粘性流場全般に関わる重要な研究課題である。特にプロペラ単独性能の尺度影響は実船馬力推定精度に直結しているために工学的に非常に重要な問題であると認識されている[8][9]。このために大規模模型を用いた実験的研究[10]や境界層理論計算に基づいた理論計算によるアプローチが試みられてきたが[11][12]、実機スケールの実験の実施が極めて困難であることや粘性を近似的に取り扱う理論計算法の限界から総合的な理解には到達していないのが現状である。

これらの研究課題を解決するためには粘性の影響を厳密に考慮したNavier-Stokes-方程式の直接解法、すなわちCFD (Computational Fluid Dynamics) 手法による船用プロペラまわり乱流計算スキームの開発が必要不可欠であると考えられる。CFD手法の応用はコンピュータのハードウェア技術、とりわけ高速化技術の飛躍的な発達を起爆剤として様々な工学分野で近年著しく発展した。船舶工学におけるCFDは抵抗推進関連の研究分野を中心に急速に発達を遂げつつあり、設計への応用が試みられる段階に達している[13]。船用プロペラに代表される揚力体まわりの流場計算への応用研究についても、比較的研究例は少ないものの、船舶工学におけるCFD研究の初期段階から一貫して着実な取り組みが行われている。

すなわち、1984年前後から1988年前後までの約5年間で二次元問題を中心とした翼型まわりのCFD研究が進展した。この時期の代表的な研究にはKubota et.al. [14]によるキャビテーションを含む二次元翼まわりの流れに関する研究や、日夏[15]による電磁力を用いた2次元翼まわりの流場制御に関する研究が挙げられる。

その後、デスクトップ型ワークステーションの発達及び普及を反映して、1989年以降に3次元計算が精力的に行われるようになった。児玉は3次元翼まわり[16]及びピッチ比の大きいプロペラまわり[17]の層流計算を行い、船用プロペラまわり流場計算へのCFD手法適用の可能性を示した。Stern et.al.[18]はピッチ比無限大の矩形平板プロペラまわりの乱流計算を行い、理想化した条件の下で船体とプロペラの相互干渉のメカニズムについて考察した。加藤他[19]、岸本他[20]は前述したKubota et.al.[14]の研究を発展させて3次元直進翼型及び回転翼型まわりのキャビテーショ

ンを含む流場計算を実施した。

この時期の3次元計算が翼形状を簡略化したり、ピッチ比を増加させることによってプロペラ形状を理想化して取り扱っているのはCFD計算の前処理段階で必要となる計算格子生成をプロペラ実機形状まわりについて行うことが困難であったためである。同時期に航空工学分野では省エネルギー効果を狙った新型プロペラであるATP (Advanced Turbo Prop) まわりの流場計算が盛んに行われている[21]。ただし、船用プロペラに比べるとATPは翼のピッチ比が大きいため比較的容易に格子を生成することができる。また、宇都他[22]はプロペラ実機形状まわりの格子生成法としてマルチブロック手法を提案し、プロペラの翼素列をイメージした2次元翼列まわりのシミュレーション計算を行っている。

船用プロペラの実機形状を対象としたCFD計算は格子生成に関わる技術的な諸問題が解決された1992年前後から行われるようになった。宇都他[23]は幾何的方法を用いたプロペラまわりの計算格子生成法を提案し、粘性項を省略したオイラー方程式によるプロペラ流場計算を行った。さらに船用プロペラまわり層流計算スキーム[24]及び、Baldwin-Lomax乱流モデルを用いた乱流計算スキーム[25]を開発し、実験結果との比較を通してその適用性を評価した。また、Oh et.al.[26]、Kim et.al.[27]もほぼ同時期にCFD手法を用いた船用プロペラまわり乱流計算法を開発している。

本研究の各章毎の内容は以下の通りである。まず、第2章及び第3章では著者らが開発した船用プロペラまわり乱流計算スキームについて記述する。すなわち有限体積法に基づく支配方程式の離散化手法及び境界条件の設定を第2章で、またプロペラまわり計算格子生成法を第3章で詳述する。第4章では先ずプロペラ単独流場に関する計算結果を基にして計算スキームの格子依存性及び収束性等に関する考察を行い、続いて実験結果との比較により本計算スキームのプロペラ単独特性に関する計算精度を明らかにする。続く二つの章では計算結果を基にしてプロペラ流場に対する粘性影響について考察を行う。第5章ではプロペラまわり粘性流場、すなわち翼面境界層流れ及び渦流場の構造について検討を加える。特にHSPまわりの圧力分布の特異性と渦構造の相関について考察する。また第6章では翼面境界層流れの構造の変化に伴う揚力成分の尺度影響に着目することによってプロペラ単独特性の尺度影響のメカニズムについて考察する。最後に第7章で本研究の結論を述べる。

第2章 船用プロペラまわりの粘性流場の数値解法

2. 1 2章の緒論

船用プロペラ流場の数値解法は非粘性理論の枠組みの中で着実な発展を遂げつつあることは周知のとおりである。しかしながら前章で述べたように流体の粘性に起因する渦構造や尺度影響のメカニズム等の諸現象を解明するためにはNavier-Stokes-方程式の直接解法、すなわちCFD手法による計算法の開発が必要不可欠である。このような認識のもとに著者らはCFD手法による船用プロペラまわり乱流計算スキームを新たに開発した[23][24][25]。

計算スキームは直進船体まわりの粘性流場計算スキーム[28][29]を基礎としている。すなわち、物体適合座標系に座標変換された支配方程式系を有限体積法に基づいて離散化する。このとき速度及び圧力の定義点を格子線で構成される検査体積の中心に置く配置を採用することによって、離散化式のレベルで計算領域全体で運動量及び流量流束を厳密に保存することを可能とした点に大きな特徴がある。非粘性項は流束差分法[30]に基づいて三次精度風上で評価し、粘性項はGaussの積分定理に基づいて二次精度中心差分的に評価した。圧力場の解法としては擬似圧縮性法を用いた。すなわち、連続の式に圧力の時間微分項を付加して方程式系を双曲型に変換し、航空分野で発達したBeam-Warmingの近似因数分解法に基づいてソルバーを構築した。ただし本計算スキームによる数値解は定常解に収束した時に連続の式をはじめて厳密に満足するため、定常解のみに物理的な意味があることに注意が必要である。また、高レイノルズ数の領域で計算を行うためにゼロ方程式モデルの一種であるBaldwin-Lomax乱流モデル[31]を導入した。支配方程式の数値解法の詳細は続く2. 2節以降で記述する。

CFD手法の現状の最大の問題点は言うまでもなくその計算負荷の大きさにある。そこで本研究では一様な流入流場中をプロペラが単独で作動する、いわゆるプロペラ単独状態を仮定して計算を実施した。この場合、流場は定常であり、円周方向に周期性を有するため計算負荷を大幅に軽減することが可能である。また本研究ではキャビテーションの発生を考慮しない。境界条件の設定については具体的に2. 1 1節で記述する。

2. 2 座標系

プロペラは非圧縮の一樣な流れの中を一定の角速度(Ω)で回転しているものとする。Fig.2.1に示すように本研究では3種類の座標系を定義する。先ずプロペラ翼に固定された直交座標系として (x,y,z) をとる。 x 軸はプロペラ軸と一致させ、プロペラ後流方向を正とする。プロペラ中心位置を $x=0$ とし、翼の基準線が z 軸と一致するように固定する。また y 軸は右手系となるように定義する。

第2の座標系として原点を同じとした円筒座標系 (x,r,θ) を定義する。 r は x 軸からの距離とし、 θ は x 軸の正方向に向って時計回りを正とする角度とする。この座標系は主として計算結果の表示に用いられる。

第3の座標系は3章で記述する計算格子生成スキームによって得られる物体適合座標系 (ξ, η, ζ) である。 ξ 軸はプロペラ翼面のコード方向を含む、幾何学的なピッチ線にほぼ対応した座標であり、 η 軸はプロペラ翼面のスパン方向及び r 座標に対応する。また、 ζ 軸は翼間方向の座標である。

2. 3 支配方程式

支配方程式はレイノルズ平均操作を施したNavier-Stokes方程式及び連続の式であり、保存形式で記述される。これらをベクトル形式で直交座標系で記述すると次式のようになる。

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} + \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} - H = 0 \quad (2.1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} q &= \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} u^2 + p \\ uv \\ uw \\ \beta u \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} uv \\ v^2 + p \\ vw \\ \beta v \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} uw \\ vw \\ w^2 + p \\ \beta w \end{bmatrix} \\ E_v &= -\left(\frac{1}{Re} + \nu\right) \begin{bmatrix} 2u_x \\ u_y + v_x \\ u_z + w_x \\ 0 \end{bmatrix} \quad F_v = -\left(\frac{1}{Re} + \nu\right) \begin{bmatrix} u_y + v_x \\ 2v_y \\ v_z + w_y \\ 0 \end{bmatrix} \\ G_v &= -\left(\frac{1}{Re} + \nu\right) \begin{bmatrix} u_z + w_x \\ v_z + w_y \\ 2w_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ -2\Omega w + \Omega^2 y \\ 2\Omega v + \Omega^2 z \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

(2.2)式中の添字は偏微分を意味し、諸量は流入境界におけるx軸方向の流速(u_{in})およびプロペラ直径(D)で無次元化されているものとする。 u, v, w, p は x, y, z 方向の速度成分及び圧力を表わす。 β は擬似圧縮性を表わすパラメータであり、本研究では1とした。また Ω はプロペラの回転角速度を示し、 ν_t は渦粘性係数である。

これらの支配方程式系は翼固定座標系で記述されているために(2.1)式右辺最終項に座標系の回転による影響が体積力項(H)として含まれる。

なお、本研究では次式に示すように2種類のレイノルズ数を用いる。また、前進定数を次式のように定義する。

$$Re = \frac{u_{in}D}{\nu}, \quad Rnk = \frac{URC}{\nu} \Big]_{at \ 0.7R} \quad (2.3)$$

$$UR = u_{in} \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi r}{J_{in}} \right)^2}, \quad J_{in} = \frac{u_{in}}{nD} \quad (2.4)$$

2. 4 乱流モデル

(2.1)式中の渦粘性係数 ν_t を求めるために本研究ではゼロ方程式モデルの一種であるBaldwin-Lomaxモデル[31]を採用した。同モデルは航空工学分野における飛翔体まわりの乱流シミュレーションに多く用いられており、その簡便性ととも到大規模な剥離の無い流場計算への適用性が高く評価されている。本節では原論文[31]に記載されたオリジナルモデルの詳細を記述した後に、本研究で同モデルを採用するにあたって加えた修正について説明する。

2. 4. 1 オリジナルモデル

Baldwin-Lomaxモデルは境界層を内層と外層の2層に分けて表現し、それぞれの層で渦粘性係数 ν_t を壁から法線方向の流場分布を用いて代数的に与える。

$$\nu_t = \begin{cases} (\nu_t)_{inner} & n \leq n_{crossover} \\ (\nu_t)_{outer} & n \geq n_{crossover} \end{cases} \quad (2.5a)$$

ここで n は翼面からの法線方向距離であり、 $n_{crossover}$ は内層と外層における ν_t が等し

くなる n の最小値で与えられる。また後流では外層の値がそのまま n となる。
ただし、実際の計算では法線方向座標系は、プロペラ翼間方向の ξ 座標をプロペラ翼面に対する法線方向に射影することによって代用される。

内層モデル

内層における渦粘性係数はPrandtlの混合長理論に、Van-Driestの減衰関数を導入することによって次式で与えられる。

$$(\nu_t)_{inner} = l^2 |\omega| \quad (2.6)$$

$$l = kn \left[1 - \exp(-n^+ / A^+) \right] \quad (2.7)$$

ただし、 l は混合距離を、 ω は渦度を表わす。 n^+ は(2.9)式に示すように摩擦速度(u^*)で正規化された法線方向距離であり、 k 及び A^+ は定数である。

$$|\omega| = \sqrt{(u_y - v_x)^2 + (v_z - w_y)^2 + (w_x - u_z)^2} \quad (2.8)$$

$$n^+ = \frac{1}{Re} u^* n \quad (2.9)$$

外層モデル

一方、外層における渦粘性係数は次式で与えられる。

$$(\nu_t)_{outer} = K C_{CP} F_{WAKE} F_{KLEB}(n) \quad (2.10)$$

ただし、 K 及び C_{CP} は定数であり、 F_{WAKE} は下記の2式のいずれか小さいほうの数値をとるものとする。

$$F_{WAKE} = \left\{ \begin{array}{l} n_{max} F_{max} \\ C_{WK} n_{max} U_{DIF}^2 / F_{max} \end{array} \right\} \quad (2.11)$$

ここで F_{max} は次式で定義される F の最大値を、 n_{max} は F_{max} に対応する n の値をそれぞれ表わす。また、 C_{WK} は定数である。

$$F(n) = n |\omega| \left[1 - \exp(-n^+ / A^+) \right] \quad (2.12)$$

ただし、上式の指数関数項は後流中ではゼロとなる。また、 F_{KLEB} は外層における渦粘性の間欠性を表す関数で、次式で与えられる。

$$F_{KLEB}(n) = \left[1 + 5.5 \left(\frac{C_{KLEB} n}{n_{max}} \right)^6 \right]^{-1} \quad (2.13a)$$

U_{DIF} は法線方向に沿った速度分布における最大値と最小値の差であり、次式で与えられる。

$$U_{DIF} = \left(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right)_{\max} - \left(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right)_{\min} \quad (2.14a)$$

ただし、上式の右辺第2項は翼面上の流れではゼロとなる。

遷移の判定

Baldwin-Lomaxモデルでは v_t の法線方向分布の最大値を用いて遷移判定を行うことができる。すなわち、 $v_{t_{max}}$ が次式を満足する場合には層流と判定し、法線方向の v_t 分布をすべてゼロとする。ただし、 C_{MUTM} は実験的に定められた定数である。

$$v_t = 0 \quad \text{if } v_{t_{max} \text{ in profile}} < C_{MUTM} \frac{1}{Re} \quad (2.15)$$

モデル定数

Baldwin-Lomaxモデルに用いられた定数をまとめて以下に示す。

$$\begin{cases} A^+ = 26, & k = 0.4, & K = 0.0168, & C_{CP} = 1.6 \\ C_{WK} = 1.0, & C_{KLEB} = 0.3, & C_{MUTM} = 14 \end{cases} \quad (2.16)$$

ただし、 C_{wk} は原論文では0.25とされていたが、真値は1.0であることが指摘されている[32]。

2. 4. 2 修正モデル

翼面上の流れ

翼面上の流れに対してはSung et.al. [33]に従って、 $v_{t,inner}$ と $v_{t,outer}$ が滑らかに接続されるように次式を用いた。

$$v_t = (v_t)_{outer} \tanh \left[\frac{(v_t)_{inner}}{(v_t)_{outer}} \right] \quad (2.5b)$$

後 流

Renze et.al. [32]に従って後流におけるモデルの取り扱いを以下のように修正した。すなわち、(2.12)式の代わりに渦度の絶対値が最大となる位置で n_{max} を決定し、 F_{KLEB} 及び U_{DIF} を次式のように n_{max} 、 $|\omega|_{max}$ を用いて再定義した。

$$F_{KLEB}(n) = \left\{ 1 + 5.5 \left(C_{KLEB} \frac{|n - n_{max}|}{\frac{U_{DIF}}{|\omega|_{max}}} \right)^6 \right\}^{-1} \quad (2.13b)$$

$$U_{DIF} = \left(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right)_{max} - \left(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \right)_{|\omega|_{max}} \quad (2.14b)$$

Fig.2.2に示すように全速度が最小となる位置で後流中心を定義し、その上下面にについてそれぞれ(2.10)式によって v_t を決定した。また、 n_{max} と後流中心の間では v_t を n_{max} における値で一定とした。

2. 5 座標変換及び有限体積積分

プロペラまわりに生成された物体適合座標系 (ξ, η, ζ) の各方向の添え字をそれぞれ (i, j, k) とする。今、Fig.2.3に示すように速度及び圧力の定義点である (i, j, k) を中心とした検査体積を考え、支配方程式(2.1)式を積分すると次式が得られる。

$$\iiint_{V_{ijk}} \left(\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} + \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z} - H \right) dV = 0 \quad (2.17)$$

先ず左辺第1項及び最終項は検査体積中心での値と体積の積で次式のように近似する。

$$\iiint_{V_{ijk}} \frac{\partial q}{\partial t} dV \cong V_{ijk} \frac{\partial q}{\partial t} \quad (2.18)$$

$$\iiint_{V_{ijk}} H dV \cong V_{ijk} H_{ijk} \quad (2.19)$$

第2項以降はGaussの積分定理を用いて変形し、体積積分を検査体積の各面における面積分に置き換える。さらにこの面積分を面の中心での値とその面の射影面積との積で近似する。例えば左辺第2項は以下のように近似される。

$$\iiint_{V_{ijk}} \frac{\partial E}{\partial x} dV = \iint_S E n_x^* dS \cong \sum_{l=1}^6 E_l (Sn_x^*)_l \quad (2.20)$$

ただし、

$$\begin{cases} E_1 = E_{i+1/2,j,k} , & E_3 = E_{i,j+1/2,k} , & E_5 = E_{i,j,k+1/2} \\ E_2 = E_{i-1/2,j,k} , & E_4 = E_{i,j-1/2,k} , & E_6 = E_{i,j,k-1/2} \end{cases} \quad (2.21)$$

$$\begin{cases} (Sn_x^*)_1 \equiv (Sn_x^*)_{i+1/2,j,k}^{\xi} = (Sn_x)_{i+1/2,j,k}^{\xi} , & (Sn_x^*)_2 \equiv (Sn_x^*)_{i-1/2,j,k}^{\xi} = -(Sn_x)_{i-1/2,j,k}^{\xi} \\ (Sn_x^*)_3 \equiv (Sn_x^*)_{i,j+1/2,k}^{\eta} = (Sn_x)_{i,j+1/2,k}^{\eta} , & (Sn_x^*)_4 \equiv (Sn_x^*)_{i,j-1/2,k}^{\eta} = -(Sn_x)_{i,j-1/2,k}^{\eta} \\ (Sn_x^*)_5 \equiv (Sn_x^*)_{i,j,k+1/2}^{\zeta} = (Sn_x)_{i,j,k+1/2}^{\zeta} , & (Sn_x^*)_6 \equiv (Sn_x^*)_{i,j,k-1/2}^{\zeta} = -(Sn_x)_{i,j,k-1/2}^{\zeta} \end{cases} \quad (2.22)$$

ここで S は検査体積の六つの界面の面積を、 $\mathbf{n}^*=(n_x^*, n_y^*, n_z^*)$ は各界面における外向き法線ベクトルをそれぞれ表す。従って、(2.22)式中の $(Sn_x^*)_l$ は ξ 軸方向の検査体積の界面における x 方向射影面積を意味する。また ξ, η 及び ζ 軸の正方向と一致するように $\mathbf{n}^*$ の符号を変更したものが $\mathbf{n}=(n_x, n_y, n_z)$ である。(2.17)式左辺第3項以降の微分項についても同様の離散化を行うと、結局、次式を得る。

$$V_{ijk} \frac{\partial q}{\partial t}_{ijk} + (\hat{E} + \hat{E}_v)_{i+1/2} - (\hat{E} + \hat{E}_v)_{i-1/2} + (\hat{F} + \hat{F}_v)_{j+1/2} - (\hat{F} + \hat{F}_v)_{j-1/2} \\ + (\hat{G} + \hat{G}_v)_{k+1/2} - (\hat{G} + \hat{G}_v)_{k-1/2} - V_{ijk} H_{ijk} = 0 \quad (2.23)$$

$$\begin{cases} \hat{E} = (Sn_x)^{\xi} E + (Sn_y)^{\xi} F + (Sn_z)^{\xi} G \\ \hat{F} = (Sn_x)^{\eta} E + (Sn_y)^{\eta} F + (Sn_z)^{\eta} G \\ \hat{G} = (Sn_x)^{\varsigma} E + (Sn_y)^{\varsigma} F + (Sn_z)^{\varsigma} G \end{cases} \quad (2.24)$$

$$\begin{cases} \hat{E}_v = (Sn_x)^{\xi} E_v + (Sn_y)^{\xi} F_v + (Sn_z)^{\xi} G_v \\ \hat{F}_v = (Sn_x)^{\eta} E_v + (Sn_y)^{\eta} F_v + (Sn_z)^{\eta} G_v \\ \hat{G}_v = (Sn_x)^{\varsigma} E_v + (Sn_y)^{\varsigma} F_v + (Sn_z)^{\varsigma} G_v \end{cases}$$

なお、上式に含まれる測度項の計算法については付録に示す。

2. 6 時間積分

(2.23)式の時間微分項をPade時間差分で近似する。すなわち、 n を時間ステップとすると時間微分は時間差分オペレータ Δ を用いて次式のように近似される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \cong \frac{1}{\Delta t} \frac{\Delta}{1 + \theta \Delta}, \quad \Delta q^n = q^{n+1} - q^n \quad (2.25)$$

上式を(2.23)式に代入し、整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta q_{ijk} + \frac{\theta \Delta t}{V} \Delta [(\hat{E} + \hat{E}_v)_{i+1/2} - (\hat{E} + \hat{E}_v)_{i-1/2} + (\hat{F} + \hat{F}_v)_{j+1/2} - (\hat{F} + \hat{F}_v)_{j-1/2} \\ + (\hat{G} + \hat{G}_v)_{k+1/2} - (\hat{G} + \hat{G}_v)_{k-1/2} - V_{ijk} H_{ijk}] \\ = -\frac{\Delta t}{V} [(\hat{E} + \hat{E}_v)_{i+1/2} - (\hat{E} + \hat{E}_v)_{i-1/2} + (\hat{F} + \hat{F}_v)_{j+1/2} - (\hat{F} + \hat{F}_v)_{j-1/2} \\ + (\hat{G} + \hat{G}_v)_{k+1/2} - (\hat{G} + \hat{G}_v)_{k-1/2} - V_{ijk} H_{ijk}] \end{aligned} \quad (2.26)$$

ただし、 θ はPade時間差分のパラメーターであり、本研究では $\theta=1$ (オイラーの陰解法)を採用した。

上式の左辺は時間差分オペレータ Δ を含むことからもわかるように非定常項であり、繰り返し計算の過程で解の収束性を左右するが、解が収束したと判定された時

点でその寄与は無視できる程度に小さくなる。従って非定常項の離散化にあたっては精度よりも数値的な安定性を重視する必要がある。一方、右辺は定常項であり、収束時の解の精度を決定するので高次精度の離散化が必要である。

2. 7 非粘性項の離散化

以下では(2.23)式中の ξ 方向の非粘性流束を例に、非粘性項の離散化の詳細について記述する。なお、 η 方向及び ζ 方向の非粘性流束についても同様の手順で離散形を求めることができる。

2. 7. 1 流束差の定義

非粘性項の離散化の第一歩として先ず検査体積の界面($i+1/2$)の右側と左側の流束の差を次式で定義する(Fig.2.4)。

$$\delta \hat{E}_{i+1/2} = \hat{E}(q_{i+1/2}^R, \mathbf{Sn}_{i+1/2}^\xi) - \hat{E}(q_{i+1/2}^L, \mathbf{Sn}_{i+1/2}^\xi) \quad (2.27)$$

ただし、 $\mathbf{Sn}_{i+1/2}^\xi$ は界面($i+1/2$)の射影面積ベクトルを表す。また q^R 及び q^L はFig.2.4に示すように界面の右側と左側で評価した流速を示す。上式はさらに次のようにヤコビアンを用いて因数分解することができる。

$$\begin{aligned} \delta \hat{E}_{i+1/2} &= \hat{E}(q_{i+1/2}^R, \mathbf{Sn}_{i+1/2}^\xi) - \hat{E}(q_{i+1/2}^L, \mathbf{Sn}_{i+1/2}^\xi) \\ &= A_{i+1/2}^{LR} \delta q_{i+1/2}^{LR} \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A_{i+1/2}^{LR} &= A(q_{i+1/2}^{LR}, \mathbf{Sn}_{i+1/2}^\xi) \\ A(q, \mathbf{Sn}) &= S \begin{bmatrix} U + un_x & un_y & un_z & n_x \\ vn_x & U + vn_y & vn_z & n_y \\ wn_x & wn_y & U + wn_z & n_z \\ \beta n_x & \beta n_y & \beta n_z & 0 \end{bmatrix} \\ U &= un_x + vn_y + wn_z \\ q_{i+1/2}^{LR} &= \frac{1}{2}(q_{i+1/2}^L + q_{i+1/2}^R), \quad \delta q_{i+1/2}^{LR} = q_{i+1/2}^R - q_{i+1/2}^L \end{aligned} \right. \quad (2.29)$$

ただし、 U は反変速度であり、速度ベクトルの検査体積の界面 $(i+1/2,j,k)$ における法線方向成分である。

2. 7. 2 固有値分解

(2.29)式のヤコビアンを次式のように固有値分解することができる。

$$A = R\Lambda L \quad (2.30)$$

ただし、 Λ は A の固有値を対角成分に持つ対角行列である。

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 \equiv SU, & \lambda_2 \equiv SU \\ \lambda_3 \equiv S(U+c), & \lambda_4 \equiv S(U-c) \\ c \equiv \sqrt{U^2 + \beta} \end{cases} \quad (2.32)$$

c は圧縮性流体における音速に対応する。また(2.30)式中の R 及び L は互いに逆行列であり、次式で与えられる。

$$R = \begin{bmatrix} x_\eta & x_\zeta & u(U+c) + \beta n_x & u(U-c) + \beta n_x \\ y_\eta & y_\zeta & v(U+c) + \beta n_y & v(U-c) + \beta n_y \\ z_\eta & z_\zeta & w(U+c) + \beta n_z & w(U-c) + \beta n_z \\ 0 & 0 & \beta c & -\beta c \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$L = \frac{1}{c^2} \begin{bmatrix} y_{\zeta}(Uw + \beta n_z) - z_{\zeta}(Uv + \beta n_y), & z_{\zeta}(Uu + \beta n_x) - x_{\zeta}(Uw + \beta n_z), \\ -y_{\eta}(Uw + \beta n_z) + z_{\eta}(Uv + \beta n_y), & -z_{\eta}(Uu + \beta n_x) + x_{\eta}(Uw + \beta n_z), \\ n_x/2, & n_y/2, \\ n_x/2, & n_y/2, \\ x_{\zeta}(Uv + \beta n_y) - y_{\zeta}(Uu + \beta n_x), & x_{\zeta}(vn_z - wn_y) + y_{\zeta}(wn_x - un_z) + z_{\zeta}(un_y - vn_x) \\ -x_{\eta}(Uv + \beta n_y) + y_{\eta}(Uu + \beta n_x), & -x_{\eta}(vn_z - wn_y) - y_{\eta}(wn_x - un_z) - z_{\eta}(un_y - vn_x) \\ n_z/2, & -(U - c)/2\beta \\ n_z/2, & -(U + c)/2\beta \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

なお、上式中に現れる測度項の評価については付録に示す。

2. 7. 3 流束差分離

次に(2.27)式で定義される流束差を正負の成分に分離する。このために先ず固有値行列 Λ を次式のように正負に分解する。

$$\Lambda = \Lambda^+ + \Lambda^- \quad (2.35)$$

ただし、

$$\Lambda^{\pm} \equiv \text{diag}[\lambda_1^{\pm}, \lambda_2^{\pm}, \lambda_3^{\pm}, \lambda_4^{\pm}], \quad \lambda_m^{\pm} = \frac{\lambda_m \pm |\lambda_m|}{2} \quad (2.36)$$

これを用いてヤコビアン及び流束差の正負の両成分を以下のように定義することができる。

$$\delta \hat{E}^{\pm} = A^{\pm} \delta q^{LR}, \quad A^{\pm} \equiv R \Lambda^{\pm} L \quad (2.37)$$

上式を用いて(2.27)式を満足するように界面 $i \pm 1/2$ における非粘性流束を次式で定義することができる。

$$\begin{cases} \hat{E}_{i+1/2} = \hat{E}(q_{i+1/2}^L, \mathbf{S}n_{i+1/2}^{\xi}) + \delta \hat{E}_{i+1/2}^- \\ \hat{E}_{i-1/2} = \hat{E}(q_{i-1/2}^R, \mathbf{S}n_{i-1/2}^{\xi}) + \delta \hat{E}_{i-1/2}^+ \end{cases} \quad (2.38)$$

2. 7. 4 風上差分

Fig.2.4に示すように q^L 及び q^R は精度の次数に応じて以下のように定める。すなわち、一次精度ではゼロ次外挿を用いる。

$$\begin{cases} q_{i+1/2}^L = q_i \\ q_{i+1/2}^R = q_{i+1} \end{cases} \quad (2.39)$$

二次精度では線形外挿を用いる。

$$\begin{cases} q_{i+1/2}^L = \frac{3}{2}q_i - \frac{1}{2}q_{i-1} \\ q_{i+1/2}^R = \frac{3}{2}q_{i+1} - \frac{1}{2}q_{i+2} \end{cases} \quad (2.40)$$

さらに三次精度は次式で与える。

$$\begin{cases} q_{i+1/2}^L = \frac{2}{6}q_{i+1} + \frac{5}{6}q_i - \frac{1}{6}q_{i-1} = q_i + \Phi_1\delta q_{i-1/2} + \Phi_2\delta q_{i+1/2} \\ q_{i+1/2}^R = \frac{2}{6}q_i + \frac{5}{6}q_{i+1} - \frac{1}{6}q_{i+2} = q_i + (1-\Phi_2)\delta q_{i+1/2} - \Phi_1\delta q_{i+3/2} \end{cases} \quad (2.41)$$

ただし、

$$\Phi_1 = \frac{1}{6}, \quad \Phi_2 = \frac{1}{3}, \quad \delta q_{i+1/2} = q_{i+1} - q_i, \quad \dots \quad (2.42)$$

である。2. 6節で述べたように定常項の離散化には高次精度が必要とされるため、三次精度の風上差分を用いることとした。

2. 7. 5 非定常項の離散形

非定常項では数値的な安定性を重視する必要があるため(2.39)式の一次精度風上差分を用いる。すなわち、(2.38)式に(2.37)式及び(2.39)式を代入し、整理すると、

$$\begin{aligned} \Delta \hat{E}_{i+1/2} &= \delta \Delta \hat{E}_{i+1/2}^- = A_{i+1/2}^- \Delta \delta q_{i+1/2}^{LR} \\ &= A_{i+1/2}^- (-\Delta q_i + \Delta q_{i+1}) \\ &= \tilde{M}_{-1}^{(+)} \Delta q_{i-1} + \tilde{M}_0^{(+)} \Delta q_i + \tilde{M}_{+1}^{(+)} \Delta q_{i+1} \end{aligned} \quad (2.43)$$

となる。ただし、

$$\begin{cases} \tilde{M}_{-1}^{(+)} = 0 \\ \tilde{M}_0^{(+)} = -A_{i+1/2}^- \\ \tilde{M}_{+1}^{(+)} = +A_{i+1/2}^- \end{cases} \quad (2.44)$$

同様にして、

$$\begin{aligned} \Delta \hat{E}_{i-1/2} &= -\delta \Delta \hat{E}_{i-1/2}^+ = -A_{i-1/2}^+ \Delta \delta q_{i-1/2}^{LR} \\ &= -A_{i-1/2}^+ (-\Delta q_{i-1} + \Delta q_i) \\ &= \tilde{M}_{-1}^{(-)} \Delta q_{i-1} + \tilde{M}_0^{(-)} \Delta q_i + \tilde{M}_{+1}^{(-)} \Delta q_{i+1} \end{aligned} \quad (2.45)$$

となる。ただし、

$$\begin{cases} \tilde{M}_{-1}^{(-)} = A_{i-1/2}^+ \\ \tilde{M}_0^{(-)} = -A_{i-1/2}^+ \\ \tilde{M}_{+1}^{(-)} = 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

これらから非粘性流束の ξ 方向の釣合式の離散形は次式で与えられる。

$$\Delta \hat{E}_{i+1/2} - \Delta \hat{E}_{i-1/2} = \sum_{m=-1}^1 \tilde{M}_m \Delta q_{i+m} \quad (2.47)$$

ただし、

$$\begin{cases} \tilde{M}_{-1} = \tilde{M}_{-1}^{(+)} - \tilde{M}_{-1}^{(-)} \\ \tilde{M}_0 = \tilde{M}_0^{(+)} - \tilde{M}_0^{(-)} \\ \tilde{M}_{+1} = \tilde{M}_{+1}^{(+)} - \tilde{M}_{+1}^{(-)} \end{cases} \quad (2.48)$$

η 方向及び ζ 方向の非粘性流束の釣合式についても(2.28)式と同様に次式で定義する。

$$\begin{aligned} \delta \hat{F}_{j+1/2} &= \hat{F}(q_{j+1/2}^R, \text{Sn}^\eta_{j+1/2}) - \hat{F}(q_{j+1/2}^L, \text{Sn}^\eta_{j+1/2}) \\ &= B_{j+1/2}^{LR} \delta q_{j+1/2}^{LR} \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} \delta \hat{G}_{k+1/2} &= \hat{G}(q_{k+1/2}^R, \text{Sn}^\zeta_{k+1/2}) - \hat{G}(q_{k+1/2}^L, \text{Sn}^\zeta_{k+1/2}) \\ &= C_{k+1/2}^{LR} \delta q_{k+1/2}^{LR} \end{aligned} \quad (2.50)$$

このとき η 方向及び ζ 方向の非粘性流束の釣合式の離散形は次式で与えられる。

$$\Delta \hat{F}_{j+1/2} - \Delta \hat{F}_{j-1/2} = \sum_{m=-1}^1 \tilde{N}_m \Delta q_{j+m} \quad (2.51)$$

$$\Delta \hat{G}_{k+1/2} - \Delta \hat{G}_{k-1/2} = \sum_{m=-1}^1 \tilde{O}_m \Delta q_{k+m} \quad (2.52)$$

ただし、係数 N 及び O は(2.48)式中の係数 M に現れる A をそれぞれ B 及び C に変えたものとなる。

2. 8 粘性項の離散化

粘性項の各検査体積の界面における値は格子を各方向にそれぞれ1/2ずつずらせた検査体積にGaussの積分定理を用いて、定常項、非定常項ともに二次精度の中心差分的に評価する。

2. 8. 1 ξ 方向

$i+1/2$ の積分

格子界面 $i+1/2$ における粘性流束は(2.24)式で与えられる。すなわち、

$$\hat{E}_{vi+1/2} = [(Sn_x)^\xi E_v + (Sn_y)^\xi F_v + (Sn_z)^\xi G_v]_{i+1/2} \quad (2.53)$$

ただし、

$$E_v = -\nu \begin{bmatrix} 2u_x \\ u_y + v_x \\ u_z + w_x \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_v = -\nu \begin{bmatrix} v_x + u_y \\ 2v_y \\ v_z + w_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_v = -\nu \begin{bmatrix} w_x + u_z \\ w_y + v_z \\ 2w_z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$\nu \equiv \frac{1}{Re} + \nu_t \quad (2.55)$$

今、Fig.2.5に示すように格子界面 $i+1/2$ を取り囲む二つの六面体を考える。その頂点の座標及び速度ベクトルを以下のように定義する。

$$\mathbf{P}^*_{lmn} = \mathbf{P}_{i+l, j+m, k+n} \quad (2.56)$$

$$(l = -1/2, 1/2, 3/2, \quad m = -1/2, 1/2, \quad n = -1/2, 1/2)$$

$$\mathbf{q}^*_{lmn} = \mathbf{q}_{i+l, j+m, k+n}, \quad \mathbf{q}^* = [u, v, w]^T \quad (2.57)$$

$$(l = 0, 1, \quad m = -1, 0, 1, \quad n = -1, 0, 1)$$

このとき $i+1/2$ を中心とする六面体の 8 個の頂点は次式で定められる。

$$\begin{cases} \mathbf{P}_1 = 1/2(\mathbf{P}^*_{-1/2, -1/2, -1/2} + \mathbf{P}^*_{+1/2, -1/2, -1/2}), & \mathbf{P}_5 = 1/2(\mathbf{P}^*_{+1/2, +1/2, -1/2} + \mathbf{P}^*_{+3/2, +1/2, -1/2}) \\ \mathbf{P}_2 = 1/2(\mathbf{P}^*_{+1/2, -1/2, -1/2} + \mathbf{P}^*_{+3/2, -1/2, -1/2}), & \mathbf{P}_6 = 1/2(\mathbf{P}^*_{-1/2, +1/2, +1/2} + \mathbf{P}^*_{+1/2, +1/2, +1/2}) \\ \mathbf{P}_3 = 1/2(\mathbf{P}^*_{-1/2, +1/2, -1/2} + \mathbf{P}^*_{+1/2, +1/2, -1/2}), & \mathbf{P}_7 = 1/2(\mathbf{P}^*_{+1/2, -1/2, +1/2} + \mathbf{P}^*_{+3/2, -1/2, +1/2}) \\ \mathbf{P}_4 = 1/2(\mathbf{P}^*_{-1/2, -1/2, +1/2} + \mathbf{P}^*_{+1/2, -1/2, +1/2}), & \mathbf{P}_8 = 1/2(\mathbf{P}^*_{+1/2, +1/2, +1/2} + \mathbf{P}^*_{+3/2, +1/2, +1/2}) \end{cases} \quad (2.58)$$

また六面体の中心での速度微分の値は、Gauss の積分定理を適用することによって次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} q_x^* &= \frac{1}{V} [q_E^* S_{Ex} - q_W^* S_{Wx} + q_N^* S_{Nx} - q_S^* S_{Sx} + q_T^* S_{Tx} - q_B^* S_{Bx}] \\ q_y^* &= \frac{1}{V} [q_E^* S_{Ey} - q_W^* S_{Wy} + q_N^* S_{Ny} - q_S^* S_{Sy} + q_T^* S_{Ty} - q_B^* S_{By}] \\ q_z^* &= \frac{1}{V} [q_E^* S_{Ez} - q_W^* S_{Wz} + q_N^* S_{Nz} - q_S^* S_{Sz} + q_T^* S_{Tz} - q_B^* S_{Bz}] \end{aligned} \quad (2.59)$$

ただし、

$$\begin{cases} q_E^* = \underline{q_{1,0,0}^*}, & q_W^* = \underline{q_{0,0,0}^*} \\ q_N^* = \frac{1}{4}(\underline{q_{0,0,0}^*} + \underline{q_{1,0,0}^*} + q_{0,1,0}^* + q_{1,1,0}^*), & q_S^* = \frac{1}{4}(\underline{q_{0,0,0}^*} + \underline{q_{1,0,0}^*} + q_{0,-1,0}^* + q_{1,-1,0}^*) \\ q_T^* = \frac{1}{4}(\underline{q_{0,0,0}^*} + \underline{q_{1,0,0}^*} + q_{0,0,1}^* + q_{1,0,1}^*), & q_B^* = \frac{1}{4}(\underline{q_{0,0,0}^*} + \underline{q_{1,0,0}^*} + q_{0,0,-1}^* + q_{1,0,-1}^*) \end{cases} \quad (2.60)$$

なお、(2.59) 式中に表れる六面体の各面の射影面積 (S_{Ex} etc.) の求め方は付録に示す。

(2.60) 式の下線部は対角成分を表わす。近似因数分解 (IAF) 法によって連立方程式を解く場合には非定常部分の粘性項を対角成分と非対角成分に分ける必要がある。すなわち、対角成分は未知数として左辺に残し、非対角成分は右辺に移して時間ステップを 1 だけずらして既知として処理する。そのため (2.59) 式を対角成分と非対角成分に分けて以下のように記述する。

$$\begin{aligned}
q_x^* &= a_x^+ q_{1,0,0}^* + a_x^- q_{0,0,0}^* + \bar{q}_x^* \\
q_y^* &= a_y^+ q_{1,0,0}^* + a_y^- q_{0,0,0}^* + \bar{q}_y^* \\
q_z^* &= a_z^+ q_{1,0,0}^* + a_z^- q_{0,0,0}^* + \bar{q}_z^*
\end{aligned} \tag{2.61}$$

ただし、

$$\begin{cases}
a_x^+ = \frac{1}{V} [S_{Ex} + \frac{1}{4} (S_{Nx} + S_{Sx} + S_{Tx} + S_{Bx})] \\
a_x^- = \frac{1}{V} [S_{Wx} + \frac{1}{4} (S_{Nx} + S_{Sx} + S_{Tx} + S_{Bx})] \\
\bar{q}_x^* = \frac{1}{4V} [S_{Nx} (q_{0,1,0}^* + q_{1,1,0}^*) + S_{Sx} (q_{0,-1,0}^* + q_{1,-1,0}^*) \\
\quad + S_{Tx} (q_{0,0,1}^* + q_{1,0,1}^*) + S_{Bx} (q_{0,0,-1}^* + q_{1,0,-1}^*)]
\end{cases} \tag{2.62}$$

次に E_v 、 F_v 、 G_v 等を対角成分と非対角成分に分ける。先ず表記を簡単にするために(2.54)式の E_v 等を次のように表現する。

$$E_v = -vE_v^*, \quad F_v = -vF_v^*, \quad G_v = -vG_v^* \tag{2.63}$$

ただし、

$$E_v^* = \begin{bmatrix} 2u_x \\ u_y + v_x \\ u_z + w_x \\ 0 \end{bmatrix}, \quad F_v^* = \begin{bmatrix} v_x + u_y \\ 2v_y \\ v_z + w_y \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_v^* = \begin{bmatrix} w_x + u_z \\ w_y + v_z \\ 2w_z \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

このとき(2.61)式の関係を用いると E_v^* は次式のように対角成分と非対角成分にわけて表現できる。

$$E_{vi+1/2}^* = \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right)_{i+1/2} q_{i+1} + \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right)_{i+1/2} q_i + \bar{E}_{vi+1/2}^* \tag{2.65}$$

ただし、

$$\left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^\pm} \right)_{i+1/2} = \begin{bmatrix} 2a_x^\pm & 0 & 0 & 0 \\ a_y^\pm & a_x^\pm & 0 & 0 \\ a_z^\pm & 0 & a_x^\pm & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{i+1/2} \tag{2.66}$$

(2.65)式で $\bar{E}_v^*$ は非対角成分であり、(2.64)式及び(2.62)式から得られる。同様に
して以下の4式が成り立つ。

$$F_{vi+1/2}^* = \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right)_{i+1/2} q_{i+1} + \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right)_{i+1/2} q_i + \bar{F}_{vi+1/2}^* \quad (2.67)$$

$$G_{vi+1/2}^* = \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right)_{i+1/2} q_{i+1} + \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right)_{i+1/2} q_i + \bar{G}_{vi+1/2}^* \quad (2.68)$$

ただし、

$$\left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^\pm} \right)_{i+1/2} = \begin{bmatrix} a_y^\pm & a_x^\pm & 0 & 0 \\ 0 & 2a_y^\pm & 0 & 0 \\ 0 & a_z^\pm & a_y^\pm & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{i+1/2} \quad (2.69)$$

$$\left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^\pm} \right)_{i+1/2} = \begin{bmatrix} a_z^\pm & 0 & a_x^\pm & 0 \\ 0 & a_z^\pm & a_y^\pm & 0 \\ 0 & 0 & 2a_z^\pm & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{i+1/2} \quad (2.70)$$

従って $i+1/2$ における粘性流束は次式で表される。

$$\begin{aligned} \hat{E}_{vi+1/2} &= (Sn_x)^\xi E_{vi+1/2} + (Sn_y)^\xi F_{vi+1/2} + (Sn_z)^\xi G_{vi+1/2} \\ &= (Sn_x)^\xi_{i+1/2} (-v)_{i+1/2} \left[\left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right)_{i+1/2} q_{i+1} + \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right)_{i+1/2} q_i + \bar{E}_{vi+1/2}^* \right] \\ &\quad + (Sn_y)^\xi_{i+1/2} (-v)_{i+1/2} \left[\left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right)_{i+1/2} q_{i+1} + \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right)_{i+1/2} q_i + \bar{F}_{vi+1/2}^* \right] \\ &\quad + (Sn_z)^\xi_{i+1/2} (-v)_{i+1/2} \left[\left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right)_{i+1/2} q_{i+1} + \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right)_{i+1/2} q_i + \bar{G}_{vi+1/2}^* \right] \end{aligned} \quad (2.71)$$

i-1/2の積分

同様にして*i-1/2*における粘性流束は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 \hat{E}_{vi-1/2} &= (Sn_x)^{\xi} E_{vi-1/2} + (Sn_y)^{\xi} F_{vi-1/2} + (Sn_z)^{\xi} G_{vi-1/2} \\
 &= (Sn_x)^{\xi}_{i-1/2} (-v)_{i-1/2} \left[\left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right)_{i-1/2} q_i + \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right)_{i-1/2} q_{i-1} + \bar{E}_{vi-1/2}^* \right] \\
 &\quad + (Sn_y)^{\xi}_{i-1/2} (-v)_{i-1/2} \left[\left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right)_{i-1/2} q_i + \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right)_{i-1/2} q_{i-1} + \bar{F}_{vi-1/2}^* \right] \\
 &\quad + (Sn_z)^{\xi}_{i-1/2} (-v)_{i-1/2} \left[\left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right)_{i-1/2} q_i + \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right)_{i-1/2} q_{i-1} + \bar{G}_{vi-1/2}^* \right]
 \end{aligned} \tag{2.72}$$

まとめ

上式と(2.71)式をまとめると次式が得られる。

$$\hat{E}_{vi+1/2} - \hat{E}_{vi-1/2} = \sum_{m=-1}^1 \tilde{M}_{vm} q_{i+m} + \bar{\bar{E}}_{vi+1/2} - \bar{\bar{E}}_{vi-1/2} \tag{2.73}$$

ただし、

$$\left\{ \begin{aligned}
 \tilde{M}_{v+1} &= (-v)_{i+1/2} \left[(Sn_x)^{\xi} \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_y)^{\xi} \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_z)^{\xi} \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right) \right]_{i+1/2} \\
 \tilde{M}_{v0} &= (-v)_{i+1/2} \left[(Sn_x)^{\xi} \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_y)^{\xi} \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_z)^{\xi} \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right) \right]_{i+1/2} \\
 &\quad - (-v)_{i-1/2} \left[(Sn_x)^{\xi} \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_y)^{\xi} \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_z)^{\xi} \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right) \right]_{i-1/2} \\
 \tilde{M}_{v-1} &= -(-v)_{i-1/2} \left[(Sn_x)^{\xi} \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_y)^{\xi} \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_z)^{\xi} \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right) \right]_{i-1/2} \\
 \bar{\bar{E}}_{vi+1/2} &= (-v)_{i+1/2} \left[(Sn_x)^{\xi} \bar{E}_v^* + (Sn_y)^{\xi} \bar{F}_v^* + (Sn_z)^{\xi} \bar{G}_v^* \right]_{i+1/2} \\
 \bar{\bar{E}}_{vi-1/2} &= (-v)_{i-1/2} \left[(Sn_x)^{\xi} \bar{E}_v^* + (Sn_y)^{\xi} \bar{F}_v^* + (Sn_z)^{\xi} \bar{G}_v^* \right]_{i-1/2}
 \end{aligned} \right. \tag{2.74}$$

非定常項では(2.73)式に時間差分オペレータ Δ がかかる。すなわち、

$$\Delta \hat{E}_{vi+1/2} - \Delta \hat{E}_{vi-1/2} = \sum_{m=-1}^1 \tilde{M}_{vm} \Delta q_{i+m} + \Delta \bar{\bar{E}}_{vi+1/2} - \Delta \bar{\bar{E}}_{vi-1/2} \quad (2.75)$$

ただし上式右辺の第2、3項は非対角項であり、(2.74)式中の速度成分に時間差分オペレータを作用させることによって得られる。

2. 8. 2 η 方向 (Fig.2.6)

ξ 方向と同様にして次式が導かれる。

$$\hat{F}_{vj+1/2} - \hat{F}_{vj-1/2} = \sum_{m=-1}^1 \tilde{N}_{vm} q_{j+m} + \bar{\bar{F}}_{vj+1/2} - \bar{\bar{F}}_{vj-1/2} \quad (2.76)$$

ただし、

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{N}_{v+1} = (-v)_{j+1/2} \left[(Sn_x)^\eta \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_y)^\eta \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_z)^\eta \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right) \right]_{j+1/2} \\ \tilde{N}_{v0} = (-v)_{j+1/2} \left[(Sn_x)^\eta \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_y)^\eta \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_z)^\eta \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right) \right]_{j+1/2} \\ \quad - (-v)_{j-1/2} \left[(Sn_x)^\eta \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_y)^\eta \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_z)^\eta \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right) \right]_{j-1/2} \\ \tilde{N}_{v-1} = -(-v)_{j-1/2} \left[(Sn_x)^\eta \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_y)^\eta \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_z)^\eta \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right) \right]_{j-1/2} \\ \bar{\bar{F}}_{vj+1/2} = (-v)_{j+1/2} \left[(Sn_x)^\eta \bar{E}_v^* + (Sn_y)^\eta \bar{F}_v^* + (Sn_z)^\eta \bar{G}_v^* \right]_{j+1/2} \\ \bar{\bar{F}}_{vj-1/2} = (-v)_{j-1/2} \left[(Sn_x)^\eta \bar{E}_v^* + (Sn_y)^\eta \bar{F}_v^* + (Sn_z)^\eta \bar{G}_v^* \right]_{j-1/2} \end{array} \right. \quad (2.77)$$

2. 8. 3 ζ 方向-1

固体壁面に接する検査体積以外は ξ, η 方向と変わらない(Fig.2.7)。すなわち、

$$\hat{G}_{vk+1/2} - \hat{G}_{vk-1/2} = \sum_{m=-1}^1 \tilde{O}_{vm} q_{k+m} + \bar{\bar{G}}_{vk+1/2} - \bar{\bar{G}}_{vk-1/2} \quad (2.78)$$

ただし、

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{O}_{v+1} &= (-v)_{k+1/2} [(Sn_x)^\zeta \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_y)^\zeta \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_z)^\zeta \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right)]_{k+1/2} \\ \tilde{O}_{v0} &= (-v)_{k+1/2} [(Sn_x)^\zeta \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_y)^\zeta \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_z)^\zeta \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right)]_{k+1/2} \\ &\quad - (-v)_{k-1/2} [(Sn_x)^\zeta \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_y)^\zeta \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right) + (Sn_z)^\zeta \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right)]_{k-1/2} \\ \tilde{O}_{v-1} &= -(-v)_{k-1/2} [(Sn_x)^\zeta \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_y)^\zeta \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right) + (Sn_z)^\zeta \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right)]_{k-1/2} \\ \overline{\overline{G}}_{vj+1/2} &= (-v)_{k+1/2} [(Sn_x)^\zeta \overline{E}_v^* + (Sn_y)^\zeta \overline{F}_v^* + (Sn_z)^\zeta \overline{G}_v^*]_{k+1/2} \\ \overline{\overline{G}}_{vj-1/2} &= (-v)_{k-1/2} [(Sn_x)^\zeta \overline{E}_v^* + (Sn_y)^\zeta \overline{F}_v^* + (Sn_z)^\zeta \overline{G}_v^*]_{k-1/2} \end{aligned} \right. \quad (2.79)$$

2. 8. 4 ζ方向-2 (固体壁面に接する検査体積)

k-1/2の積分

今、Fig.2.8に示すように $k=1/2$ で固体壁面に接する検査体積を考える。壁面上の速度微分値を二次精度で求めるために、先ずFig.2.8に示す二つの領域でGauss積分を適用する。

$$\left\{ \begin{aligned} u_{x\frac{3}{4}} &: \iiint_1 \frac{\partial u}{\partial x} dV = \iint_1 u n_x dS \\ u_{x\frac{3}{2}} &: \iiint_2 \frac{\partial u}{\partial x} dV = \iint_2 u n_x dS \end{aligned} \right. \quad (2.80)$$

これらから線形外挿を用いて、壁面上($k=1/2$)における速度微分値を以下のように求める。

$$u_{x\frac{1}{2}} = \frac{4}{3} u_{x\frac{3}{4}} - \frac{1}{3} u_{x\frac{3}{2}} \quad (2.81)$$

a. 領域 1

Fig.2.9に示すように積分領域をとる。このとき点と速度は次式で与えられる。

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{lmn}^* = \mathbf{P}_{i+m, j+n, k+l}, & (l = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \quad m = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \quad n = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \\ q_{lmn}^* = q_{i+m, j+n, k+l}, & (l = -\frac{1}{2}, 0, \quad m = -1, 0, 1, \quad n = -1, 0, 1) \end{cases} \quad (2.82)$$

上式で $l=-1/2$ における速度は $l=0$ と $l=-1$ における速度の平均値として与えられる。ただし、翼面上の流れでは $l=-1$ における速度は $l=0$ での値と大きさは等しく、逆符号で与えられるので平均値はゼロとなる。また六面体の頂点は次式で与えられる。

$$\begin{cases} \mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_{-1/2, -1/2, -1/2}^*, & \mathbf{P}_5 = \frac{1}{2}(\mathbf{P}_{-1/2, +1/2, -1/2}^* + \mathbf{P}_{+1/2, +1/2, -1/2}^*) \\ \mathbf{P}_2 = \frac{1}{2}(\mathbf{P}_{-1/2, -1/2, -1/2}^* + \mathbf{P}_{+1/2, -1/2, -1/2}^*), & \mathbf{P}_6 = \mathbf{P}_{-1/2, +1/2, +1/2}^* \\ \mathbf{P}_3 = \mathbf{P}_{-1/2, +1/2, -1/2}^*, & \mathbf{P}_7 = \frac{1}{2}(\mathbf{P}_{-1/2, -1/2, +1/2}^* + \mathbf{P}_{+1/2, -1/2, +1/2}^*) \\ \mathbf{P}_4 = \mathbf{P}_{-1/2, -1/2, +1/2}^*, & \mathbf{P}_8 = \frac{1}{2}(\mathbf{P}_{-1/2, +1/2, +1/2}^* + \mathbf{P}_{+1/2, +1/2, +1/2}^*) \end{cases} \quad (2.83)$$

このときGaussの積分定理により次式が求められる。

$$\begin{aligned} q_x^* &= \frac{1}{V} [q_E^* S_{Ex} - q_W^* S_{Wx} + q_N^* S_{Nx} - q_S^* S_{Sx} + q_T^* S_{Tx} - q_B^* S_{Bx}] \\ q_y^* &= \frac{1}{V} [q_E^* S_{Ey} - q_W^* S_{Wy} + q_N^* S_{Ny} - q_S^* S_{Sy} + q_T^* S_{Ty} - q_B^* S_{By}] \\ q_z^* &= \frac{1}{V} [q_E^* S_{Ez} - q_W^* S_{Wz} + q_N^* S_{Nz} - q_S^* S_{Sz} + q_T^* S_{Tz} - q_B^* S_{Bz}] \end{aligned} \quad (2.84)$$

ただし、

$$\begin{cases} q_E^* = \underline{q_{0,0,0}^*} \\ q_W^* = q_{-1/2,0,0}^* \\ q_N^* = \frac{1}{4}(\underline{q_{0,0,0}^*} + q_{-1/2,0,0}^* + q_{0,1,0}^* + q_{-1/2,1,0}^*) \\ q_S^* = \frac{1}{4}(\underline{q_{0,0,0}^*} + q_{-1/2,0,0}^* + q_{0,-1,0}^* + q_{-1/2,-1,0}^*) \\ q_T^* = \frac{1}{4}(\underline{q_{0,0,0}^*} + q_{-1/2,0,0}^* + q_{0,0,1}^* + q_{-1/2,0,1}^*) \\ q_B^* = \frac{1}{4}(\underline{q_{0,0,0}^*} + q_{-1/2,0,0}^* + q_{0,0,-1}^* + q_{-1/2,0,-1}^*) \end{cases} \quad (2.85)$$

ここで対角成分と非対角成分に分けて書くと次式になる。

$$q_x^* = a_x^+ q_{0,0,0}^* + \bar{q}_x^* \quad (2.86)$$

ただし、

$$\begin{cases} a_x^+ = \frac{1}{V} [S_{Ex} + \frac{1}{4} (S_{Nx} - S_{Sx} + S_{Tx} - S_{Bx})] \\ \bar{q}_x^* = \frac{1}{4V} [-4S_{Wx}q_{-1/2,0,0}^* \\ \quad + S_{Nx}(q_{-1/2,0,0}^* + q_{0,1,0}^* + q_{-1/2,1,0}^*) - S_{Sx}(q_{-1/2,0,0}^* + q_{0,-1,0}^* + q_{-1/2,-1,0}^*) \\ \quad + S_{Tx}(q_{-1/2,0,0}^* + q_{0,0,1}^* + q_{-1/2,0,1}^*) - S_{Bx}(q_{-1/2,0,0}^* + q_{0,0,-1}^* + q_{-1/2,0,-1}^*)] \end{cases} \quad (2.87)$$

同様にして、

$$\begin{cases} q_y^* = a_y^+ q_{0,0,0}^* + \bar{q}_y^* \\ q_z^* = a_z^+ q_{0,0,0}^* + \bar{q}_z^* \end{cases} \quad (2.88)$$

b. 領域 2

領域 2 に関しては通常と同様であるので省略する。

c.k-1/2の積分まとめ

(2.81)式を用いるとk-1/2における流束は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 \hat{G}_{vk-1/2} &= [(Sn_x)^\varepsilon E_v + (Sn_y)^\varepsilon F_v + (Sn_z)^\varepsilon G_v]_{k-1/2} \\
 &= (-v)_{k-1/2} [(Sn_x)^\varepsilon_{k-1/2} \left\{ \frac{4}{3} E_{vk-1/4}^* - \frac{1}{3} E_{vk+1/2}^* \right\} \\
 &\quad + (Sn_y)^\varepsilon_{k-1/2} \left\{ \frac{4}{3} F_{vk-1/4}^* - \frac{1}{3} F_{vk+1/2}^* \right\} \\
 &\quad + (Sn_z)^\varepsilon_{k-1/2} \left\{ \frac{4}{3} G_{vk-1/4}^* - \frac{1}{3} G_{vk+1/2}^* \right\}] \\
 &= (-v)_{k-1/2} (Sn_x)^\varepsilon_{k-1/2} \left[\frac{4}{3} \left\{ \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right)_{k-1/4} q_k + \bar{E}_{vk-1/4}^* \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right)_{k+1/2} q_{k+1} + \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right)_{k+1/2} q_k + \bar{E}_{vk+1/2}^* \right\} \right] \\
 &\quad + (-v)_{k-1/2} (Sn_y)^\varepsilon_{k-1/2} \left[\frac{4}{3} \left\{ \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right)_{k-1/4} q_k + \bar{F}_{vk-1/4}^* \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right)_{k+1/2} q_{k+1} + \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right)_{k+1/2} q_k + \bar{F}_{vk+1/2}^* \right\} \right] \\
 &\quad + (-v)_{k-1/2} (Sn_z)^\varepsilon_{k-1/2} \left[\frac{4}{3} \left\{ \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right)_{k-1/4} q_k + \bar{G}_{vk-1/4}^* \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right)_{k+1/2} q_{k+1} + \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right)_{k+1/2} q_k + \bar{G}_{vk+1/2}^* \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{2.89}$$

まとめ

上式とk+1/2における流束から固体壁面に接する検査体積で次式が成り立つ。

$$\hat{G}_{vk+1/2} - \hat{G}_{vk-1/2} = \sum_{m=-1}^1 \tilde{O}_{vm} q_{k+m} + \bar{G}_{vk+1/2} - \bar{G}_{vk-1/2} \tag{2.90}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 \tilde{O}_{v+1} &= [(-v)_{k+1/2}(Sn_x)^{\zeta_{k+1/2}} + \frac{1}{3}(-v)_{k-1/2}(Sn_x)^{\zeta_{k-1/2}}] \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right)_{k+1/2} \\
 &\quad + [(-v)_{k+1/2}(Sn_y)^{\zeta_{k+1/2}} + \frac{1}{3}(-v)_{k-1/2}(Sn_y)^{\zeta_{k-1/2}}] \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right)_{k+1/2} \\
 &\quad + [(-v)_{k+1/2}(Sn_z)^{\zeta_{k+1/2}} + \frac{1}{3}(-v)_{k-1/2}(Sn_z)^{\zeta_{k-1/2}}] \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right)_{k+1/2} \\
 \tilde{O}_{v0} &= [(-v)_{k+1/2}(Sn_x)^{\zeta_{k+1/2}} + \frac{1}{3}(-v)_{k-1/2}(Sn_x)^{\zeta_{k-1/2}}] \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^-} \right)_{k+1/2} \\
 &\quad - \frac{4}{3}(-v)_{k-1/2}(Sn_x)^{\zeta_{k-1/2}} \left(\frac{\partial E_v^*}{\partial q^+} \right)_{k-1/4} \\
 &\quad + [(-v)_{k+1/2}(Sn_y)^{\zeta_{k+1/2}} + \frac{1}{3}(-v)_{k-1/2}(Sn_y)^{\zeta_{k-1/2}}] \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^-} \right)_{k+1/2} \\
 &\quad - \frac{4}{3}(-v)_{k-1/2}(Sn_y)^{\zeta_{k-1/2}} \left(\frac{\partial F_v^*}{\partial q^+} \right)_{k-1/4} \\
 &\quad + [(-v)_{k+1/2}(Sn_z)^{\zeta_{k+1/2}} + \frac{1}{3}(-v)_{k-1/2}(Sn_z)^{\zeta_{k-1/2}}] \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^-} \right)_{k+1/2} \\
 &\quad - \frac{4}{3}(-v)_{k-1/2}(Sn_z)^{\zeta_{k-1/2}} \left(\frac{\partial G_v^*}{\partial q^+} \right)_{k-1/4} \\
 \tilde{O}_{v-1} &= 0 \\
 \overline{\overline{G}}_{vk+1/2} &= (-v)_{k+1/2} [(Sn_x)^{\zeta} \overline{E}_v^* + (Sn_y)^{\zeta} \overline{F}_v^* + (Sn_z)^{\zeta} \overline{G}_v^*]_{k+1/2} \\
 \overline{\overline{G}}_{vk-1/2} &= (-v)_{k-1/2} [(Sn_x)^{\zeta_{k-1/2}} (\frac{4}{3} \overline{E}_{vk-1/4}^* - \frac{1}{3} \overline{E}_{vk+1/2}^*) \\
 &\quad + (Sn_y)^{\zeta_{k-1/2}} (\frac{4}{3} \overline{F}_{vk-1/4}^* - \frac{1}{3} \overline{F}_{vk+1/2}^*) \\
 &\quad + (Sn_z)^{\zeta_{k-1/2}} (\frac{4}{3} \overline{G}_{vk-1/4}^* - \frac{1}{3} \overline{G}_{vk+1/2}^*)]
 \end{aligned} \tag{2.91}$$

2. 9 体積力項の離散化

(2.23)式中の体積力項を速度依存項と非依存項の二つに分けて記述すると、

$$H_{ijk} = \tilde{M}_{h0} q_{ijk} + \bar{\bar{H}}_{ijk} \quad (2.92)$$

となる。ただし、

$$\tilde{M}_{h0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\Omega & 0 \\ 0 & -2\Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{H}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\Omega^2 y \\ -\Omega^2 z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

非定常項は速度依存項に時間差分オペレータを作用させることによって次式で与えられる。

$$\Delta H_{ijk} = \tilde{M}_{h0} \Delta q_{ijk} \quad (2.94)$$

2. 1 0 近似因数分解法

以上の結果をまとめると非定常項は、

$$\begin{cases} \Delta \hat{E}_{i+1/2} - \Delta \hat{E}_{i-1/2} = \tilde{M}_{-1} \Delta q_{i-1} + \tilde{M}_0 \Delta q_i + \tilde{M}_{+1} \Delta q_{i+1} \\ \Delta \hat{F}_{j+1/2} - \Delta \hat{F}_{j-1/2} = \tilde{N}_{-1} \Delta q_{j-1} + \tilde{N}_0 \Delta q_j + \tilde{N}_{+1} \Delta q_{j+1} \\ \Delta \hat{G}_{k+1/2} - \Delta \hat{G}_{k-1/2} = \tilde{O}_{-1} \Delta q_{k-1} + \tilde{O}_0 \Delta q_k + \tilde{O}_{+1} \Delta q_{k+1} \\ \Delta \hat{E}_{vi+1/2} - \Delta \hat{E}_{vi-1/2} = \tilde{M}_{v-1} \Delta q_{i-1} + \tilde{M}_{v0} \Delta q_i + \tilde{M}_{v+1} \Delta q_{i+1} + \Delta \bar{\bar{E}}_{vi+1/2} - \Delta \bar{\bar{E}}_{vi-1/2} \\ \Delta \hat{F}_{vj+1/2} - \Delta \hat{F}_{vj-1/2} = \tilde{N}_{v-1} \Delta q_{j-1} + \tilde{N}_{v0} \Delta q_j + \tilde{N}_{v+1} \Delta q_{j+1} + \Delta \bar{\bar{F}}_{vj+1/2} - \Delta \bar{\bar{F}}_{vj-1/2} \\ \Delta \hat{G}_{vk+1/2} - \Delta \hat{G}_{vk-1/2} = \tilde{O}_{v-1} \Delta q_{k-1} + \tilde{O}_{v0} \Delta q_k + \tilde{O}_{v+1} \Delta q_{k+1} + \Delta \bar{\bar{G}}_{vk+1/2} - \Delta \bar{\bar{G}}_{vk-1/2} \\ \Delta H_{ijk} = \tilde{M}_{h0} \Delta q_{ijk} \end{cases} \quad (2.95)$$

となる。これらを(2.26)式に代入し、 ξ , η , ζ 方向に近似因数分解すると次式が得られる。

ξ 方向

$$M_{-1} \Delta q_{i-1}^* + M_0 \Delta q_i^* + M_{+1} \Delta q_{i+1}^* = [RHS] \quad (2.96)$$

ただし、

$$M_m = \frac{\theta \Delta t}{V} (\tilde{M} + \tilde{M}_v)_m \quad (m = \pm 1)$$

$$= I + \theta \Delta t \left[\frac{1}{V} (\tilde{M} + \tilde{M}_v)_m + \tilde{M}_{hm} \right] \quad (m = 0)$$
(2.97)

$$[RHS] = -\frac{\Delta t}{V} [(\hat{E} + \hat{E}_v)_{i+1/2} - (\hat{E} + \hat{E}_v)_{i-1/2} + (\hat{F} + \hat{F}_v)_{j+1/2} - (\hat{F} + \hat{F}_v)_{j-1/2}$$

$$(\hat{G} + \hat{G}_v)_{k+1/2} - (\hat{G} + \hat{G}_v)_{k-1/2}]^n - \Delta t H_{ijk}]^n$$

$$- \frac{\theta \Delta t}{V} [\Delta \bar{E}_{vi+1/2} - \Delta \bar{E}_{vi-1/2} + \Delta \bar{F}_{vj+1/2} - \Delta \bar{F}_{vj-1/2} + \Delta \bar{G}_{vk+1/2} - \Delta \bar{G}_{vk-1/2}]^{n-1}$$
(2.98)

η 方向

$$N_{-1} \Delta q_{j-1}^{**} + N_0 \Delta q_j^{**} + N_{+1} \Delta q_{j+1}^{**} = \Delta q_j^*$$
(2.99)

ただし、

$$N_m = \frac{\theta \Delta t}{V} (\tilde{N} + \tilde{N}_v)_m \quad (m = \pm 1)$$

$$= I + \frac{\theta \Delta t}{V} (\tilde{N} + \tilde{N}_v)_m \quad (m = 0)$$
(2.100)

ζ 方向

$$O_{-1} \Delta q_{k-1} + O_0 \Delta q_k + O_{+1} \Delta q_{k+1} = \Delta q_k^{**}$$
(2.101)

ただし、

$$O_m = \frac{\theta \Delta t}{V} (\tilde{O} + \tilde{O}_v)_m \quad (m = \pm 1)$$

$$= I + \frac{\theta \Delta t}{V} (\tilde{O} + \tilde{O}_v)_m \quad (m = 0)$$
(2.102)

2. 1 1 境界条件

本研究ではプロペラが一様な流入流場中を単独で作動する状態を仮定した。物理空間におけるプロペラ翼分の計算領域及び境界をFig.2.1に、また計算空間における領域をFig.2.10及びFig.2.11にそれぞれ示す。ただし、同図中の×印は仮想的に設けた従属変数 q の定義点を示す。

プロペラ翼面及びハブ面、流入及び流出境界、外部境界及び周期境界の6種類の境界で以下に示すように境界条件を設定した。

2. 1 1. 1 流入境界

流入境界($i=0,1$)では速度(u,v,w)を下流側からのゼロ次外挿で与え、圧力を一定値で固定した。すなわち、

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial v}{\partial \xi} = \frac{\partial w}{\partial \xi} = 0 \\ p = 0 \end{cases} \quad (2.103)$$

ただし、 ξ 軸方向のゼロ次外挿を行う場合には次式に示すように速度定義点の偏角の移動量($\delta\theta$)に基づいた変換行列を直交座標系で定義された速度成分に作用させる必要がある。

$$\begin{cases} q_{i=1} = \Theta_{i=1} q_{i=2}, & \Delta q_{i=1} = \Theta_{i=1} \Delta q_{i=2} \\ q_{i=0} = \Theta_{i=0} \Theta_{i=1} q_{i=2}, & \Delta q_{i=0} = \Theta_{i=0} \Theta_{i=1} \Delta q_{i=2} \end{cases} \quad (2.104)$$

$$\Theta_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta\theta_i & -\sin \delta\theta_i & 0 \\ 0 & \sin \delta\theta_i & \cos \delta\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \delta\theta_i = \theta_i - \theta_{i+1} \quad (2.105)$$

2. 1 1. 2 流出境界及び外部境界

流出境界($i=im-1, im$)及び外部境界($j=jm-1, jm$)では圧力を内点からのゼロ次外挿で与え、速度は一様流の値で固定した。すなわち、

$$\begin{cases} u = 1 \\ v = r\Omega \sin \theta \\ w = -r\Omega \cos \theta \\ \frac{\partial p}{\partial \xi} = 0 \end{cases} \quad (2.106)$$

$$\Delta q_{im-1} = \Delta q_{im} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Delta q_{im-2} \quad (2.107)$$

2. 1 1. 3 周期境界

Fig.2.10に示すように周期境界では翼数に対応する周期性を満足するように計算領域の外側に2点ずつ仮想格子を設け($k=-1,0$ 及び $km,km+1$)、下記の条件を与えた。

$$\begin{cases} q_{km} = \Theta_{ZB}^+ q_1, & \Delta q_{km}^n = \Theta_{ZB}^+ \Delta q_1^{n-1} \\ q_{km+1} = \Theta_{ZB}^+ q_2, & \Delta q_{km+1}^n = \Theta_{ZB}^+ \Delta q_2^{n-1} \\ q_0 = \Theta_{ZB}^- q_{km-1}, & \Delta q_0^n = \Theta_{ZB}^- \Delta q_{km-1}^{n-1} \\ q_{-1} = \Theta_{ZB}^- q_{km-2}, & \Delta q_{-1}^n = \Theta_{ZB}^- \Delta q_{km-2}^{n-1} \end{cases} \quad (2.108)$$

ただし、

$$\Theta_{ZB}^\pm = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\pm\theta_{ZB}) & -\sin(\pm\theta_{ZB}) & 0 \\ 0 & \sin(\pm\theta_{ZB}) & \cos(\pm\theta_{ZB}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \theta_{ZB} = \frac{2\pi}{Z} \quad (2.109)$$

2. 1 1. 4 翼面境界

プロペラ翼面上($k=kbl-1$ or $kbl+5$, $ile \leq i \leq ite-1$)ではすべり無しの条件を課した。すなわち、

$$\begin{cases} u = v = w = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial \zeta} = 0 \end{cases} \quad (2.110)$$

例えば $k=kbl-1$ を中心とする検査体積では翼面に接する界面の非粘性流束は次式で与えられる。

$$\hat{G}_{k=kbl-1/2} = C_{wall} q_{k=kbl} \quad (2.111)$$

$$C_{wall} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (Sn_x)^\zeta \\ 0 & 0 & 0 & (Sn_y)^\zeta \\ 0 & 0 & 0 & (Sn_z)^\zeta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{k=kbl-1/2} \quad (2.112)$$

$k=kbl+5$ についても同様である。なお、翼の上流側($i < ile$)及び下流側($i \geq ite$)の中心面

上ではFig.2.10に示すように仮想格子を2点ずつ設け($k=kbl, kbl+1$ 及び $kbl+3, kbl+4$)、それらの点で下記の条件を与えた。

$$\begin{cases} q_{kbl+4} = q_{kbl-1}, & \Delta q_{kbl+4} = \Delta q_{kbl-1} \\ q_{kbl+3} = q_{kbl-2}, & \Delta q_{kbl+3} = \Delta q_{kbl-2} \\ q_{kbl+1} = q_{kbl+6}, & \Delta q_{kbl+1} = \Delta q_{kbl+6} \\ q_{kbl} = q_{kbl+5}, & \Delta q_{kbl} = \Delta q_{kbl+5} \end{cases} \quad (2.113)$$

2. 1 1. 5 ハブ面

ハブ面も翼面と同様に厳密にはすべり無しの条件を与えるべきである。しかしながらその場合、ハブ面上に発達する境界層を解像するために η 軸方向の格子をハブ面近傍に集中化させなければならない。これは格子点数の大幅な増加をもたらすためハブ面では法線方向速度成分のみをゼロとした。境界条件は以下のとおりである。

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial v}{\partial \eta} = \frac{\partial w}{\partial \eta} = \frac{\partial p}{\partial \eta} = 0 \quad (2.114)$$

このときのハブ面上の非粘性流束は(2.111)式と同様に次式で与えられる。

$$\hat{F}_{j=1/2} = B_{wall} q_{j=1} \quad (2.115)$$

$$B_{wall} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (Sn_x)^\eta \\ 0 & 0 & 0 & (Sn_y)^\eta \\ 0 & 0 & 0 & (Sn_z)^\eta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{j=1/2} \quad (2.116)$$

2. 1 2 2 章の結論

CFD手法による流場計算は計算格子生成を前処理とし、支配方程式系の数値計算、計算結果の表示の3段階で構成される。本章では中心処理にあたる数値計算手法の詳細を記述した。

本研究では有限体積法に基づいた高次精度風上差分スキームに基づいて船用プロペラまわり流場計算手法を開発した。従来の計算スキームの多くは境界近傍で運動量の保存性を厳密に満足させることが困難であることが多く、これが物体に作用す

る力の推定精度低下の一因となっていた。本計算スキームでは速度及び圧力の定義点を検査体積の中心に置く配置を採用することによって流場全体で厳密に運動量の保存則を満足することが可能になり、運動量理論によってプロペラ翼に作用する力を積分路によらず一意に定めることが出来る。同様の計算スキームを用いて直進船体周りについて行われた計算結果から抵抗値の推定精度が非常に良好であることが示されており[29]、高精度かつ数値的な安定性の高い離散化手法であると評価されている。

本計算スキームでは圧力場の解法としては擬似圧縮性法を採用した。本手法では連続の式に時間微分項を付加しており、定常解以外は物理的な意味を有しないため本計算スキームはそのままではプロペラが後流中を作動する船後状態等の非定常流場計算を行うことが出来ない。しかしながら、反復計算の過程の一部を変更することによって将来、比較的容易に非定常計算スキームに移行することが可能である。

第3章 船用プロペラまわりの計算格子生成手法

3. 1 3章の緒論

計算格子の生成は物体の形状が複雑になるに連れて確実に困難さを増し、CFDによる流場計算の作業量の大半を割く必要に迫られることもしばしばである。これはある決まったトポロジーで複雑物体周りの物理空間に格子を生成しようとする場合、物理空間での折れ曲がりや計算空間でのそれとが一致しないために格子間隔、直交性や平滑性等の点で不具合が生じやすいため、著しい場合には検査体積の体積がマイナスになる場合も起こりうる。特に船用プロペラまわりの格子生成では、幾何学的ピッチにはほぼ相当する主流方向(ξ 方向)と円周方向(ζ 方向)の交差角が一般に小さいことや[34]、翼端部の丸みを持った形状が格子の直交性や平滑性を損なう大きな要因として挙げられる。

計算格子生成は船用プロペラまわりの流場計算にCFD手法を適用する際の最大の技術的課題であると言っても過言ではない。本研究では幾何的方法と呼ばれるアルゴリズムを用いてこの問題を解決した[35]。このアルゴリズムの特徴は格子点が満足すべき幾何学的な条件を反復計算の過程で満足するように定式化している点で、他の手法に比べて格子点の制御を直感的に把握できるという利点がある。また格子点位置の逐次修正の式を時間発展系に置き換え、陰的な時間差分オペレータを用いてシステム全体の安定性の向上が図られている。

幾何的方法による船用プロペラまわり計算格子生成スキームはエンジニアリングワークステーション上で会話型処理システムとして構築されており、翼面上の格子生成と三次元空間に格子を生成する二段階からなる。本章では先ず3. 2節で二次元問題を例に格子生成アルゴリズムについて詳述する。続いて3. 3節及び3. 4節で翼面格子及び三次元格子の生成手法について記述する。

3. 2 計算格子生成アルゴリズム

3. 2. 1 幾何的な要請

幾何的方法では格子の分布に対して、下記の4項目の幾何的な要請を課す。

- ・直交化

- ・平滑化
- ・物体表面等への格子集中化
- ・最小格子間隔の確保

以下では先ず二次元問題を例に上記の四つの幾何的な要請を離散的なオペレータに置き換える手順を示す。さらに三次元問題への拡張についても言及する。

3. 2. 2 平滑化

二次元アルゴリズム

Fig.3.1に示すように $i(\xi)$ 方向に5点が与えられたときの点 $\mathbf{P}_C$ の移動量を次式で定義する。

$$\Delta \mathbf{P}_C = -\frac{1}{8}\mathbf{P}_{WW} + \frac{4}{8}\mathbf{P}_W - \frac{6}{8}\mathbf{P}_C + \frac{4}{8}\mathbf{P}_E - \frac{1}{8}\mathbf{P}_{EE}$$

$$\Delta \mathbf{P}_C = \mathbf{P}_C^{n+1} - \mathbf{P}_C^n$$
(3.1)

これを二次元に拡張する場合には $i(\xi)$ 方向($\Delta \mathbf{P}_C^\xi$)及び $j(\eta)$ 方向の寄与($\Delta \mathbf{P}_C^\eta$)を距離に反比例した重み付けの下に加えて $\Delta \mathbf{P}_C$ を定義すればよい(Fig.3.2)。

$$\Delta \mathbf{P}_C = w_\xi \Delta \mathbf{P}_C^\xi + w_\eta \Delta \mathbf{P}_C^\eta \equiv [SSP]$$
(3.2)

ただし、

$$\begin{cases} w_\xi = \frac{w_\xi^*}{w_\xi^* + w_\eta^*}, & w_\eta = \frac{w_\eta^*}{w_\xi^* + w_\eta^*} \\ w_\xi^* = \frac{1}{e + w}, & w_\eta^* = \frac{1}{n + s} \end{cases}$$
(3.3)

上式で e は $\mathbf{P}_E$ と $\mathbf{P}_C$ の距離を表し、他も同様である。

次に上式を時間発展系とみなし、左辺の Δ を陰的な時間差分オペレータで次式のように置き換える。

$$\frac{1}{\Delta t} \frac{\Delta}{1 + \Delta} \mathbf{P}_C = w_\xi \Delta \mathbf{P}_C^\xi + w_\eta \Delta \mathbf{P}_C^\eta$$
(3.4)

両辺を整理すると結局、二次元の平滑化オペレータとして次式を得る。

$$[I + \Delta t R_C] \Delta \mathbf{P}_C = \Delta t [R_{WW} \Delta \mathbf{P}_{WW} + R_W \Delta \mathbf{P}_W + R_E \Delta \mathbf{P}_E + R_{EE} \Delta \mathbf{P}_{EE} + R_{NN} \Delta \mathbf{P}_{NN} + R_N \Delta \mathbf{P}_N + R_S \Delta \mathbf{P}_S + R_{SS} \Delta \mathbf{P}_{SS}] + \Delta t [SSP] \quad (3.5)$$

$$\begin{cases} R_{WW} = -\frac{1}{8} w_\xi, & R_W = \frac{4}{8} w_\xi, & R_E = \frac{4}{8} w_\xi, & R_{EE} = -\frac{1}{8} w_\xi \\ R_{SS} = -\frac{1}{8} w_\eta, & R_S = \frac{4}{8} w_\eta, & R_N = \frac{4}{8} w_\eta, & R_{NN} = -\frac{1}{8} w_\eta \\ R_C = \frac{6}{8} (w_\xi + w_\eta) \end{cases} \quad (3.6)$$

三次元アルゴリズム

平滑化オペレータは一次元的なアルゴリズムの組み合わせで構成されるので三次元への拡張は極めて容易である。すなわち、三次元平滑化オペレータは次式で与えられる。

$$\Delta \mathbf{P}_C = w_\xi \Delta \mathbf{P}_C^\xi + w_\eta \Delta \mathbf{P}_C^\eta + w_\varsigma \Delta \mathbf{P}_C^\varsigma \equiv [SSP] \quad (3.7)$$

ただし、

$$\begin{cases} w_\xi = \frac{w_\xi^*}{w_\xi^* + w_\eta^* + w_\varsigma^*}, & w_\eta = \frac{w_\eta^*}{w_\xi^* + w_\eta^* + w_\varsigma^*}, & w_\varsigma = \frac{w_\varsigma^*}{w_\xi^* + w_\eta^* + w_\varsigma^*} \\ w_\xi^* = \frac{1}{e + w}, & w_\eta^* = \frac{1}{n + s}, & w_\varsigma^* = \frac{1}{t + b} \end{cases} \quad (3.8)$$

3. 2. 3 物体表面等への集中化

二次元アルゴリズム

流場の変化量が著しい部分には格子の集中化を行う必要がある。境界層が発達する物体表面近傍は特に集中化が必要とされるが、この他にも圧力変化の激しいプロペラ翼の前後縁及び翼端部等にも集中化アルゴリズムを適用する必要がある。

今、仮にFig.3.3に示すようにBottom境界を物体表面とし、 ζ 方向の格子点が $\Delta_{\min}$ の最小間隔を持ち、等比級数的に分布することが要請されているものとする。 ζ 方向の格子線に沿ってBottom境界からの距離を s とし、点 $\mathbf{P}_C$ の現在位置($\mathbf{P}_C^{\text{old}}$)と集中化の要請により占めなければならない位置($\mathbf{P}_C^{\text{new}}$)との s の差を符号を含めて δs とする。

このとき点 $\mathbf{P}_C$ の移動量を1次の風上差分的に次式で与える(Fig.3.4)。

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{P}_C &= \delta s \frac{(\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_C)}{|\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_C|} & (\delta s > 0) \\
&= \delta s \frac{(\mathbf{P}_S - \mathbf{P}_C)}{|\mathbf{P}_S - \mathbf{P}_C|} & (\delta s < 0)
\end{aligned} \tag{3.9}$$

あるいは、

$$\Delta \mathbf{P}_C = r_N \mathbf{P}_N - (r_N + r_S) \mathbf{P}_C + r_S \mathbf{P}_S \equiv [SSP] \tag{3.10}$$

ただし、

$$\begin{cases} r_N = \delta s \frac{1}{|\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_C|}, & r_S = 0 & (\delta s > 0) \\ r_N = 0, & r_S = -\delta s \frac{1}{|\mathbf{P}_S - \mathbf{P}_C|} & (\delta s < 0) \end{cases} \tag{3.11}$$

平滑化と同様に左辺のオペレータ Δ を時間差分オペレータに置き換えて整理すると次式を得る。

$$[I + \Delta t R_C] \Delta \mathbf{P}_C = \Delta t [R_N \Delta \mathbf{P}_N + R_S \Delta \mathbf{P}_S] + \Delta t [SSP] \tag{3.12}$$

$$R_N = r_N I, \quad R_S = r_S I, \quad R_C = R_N + R_S, \quad I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

三次元アルゴリズム

集中化オペレータは一次元的なアルゴリズムであるので三次元の場合も上式と変わらない。

3. 2. 4 最小格子間隔の確保

二次元アルゴリズム

ここでも一次風上差分的にオペレータを組み立てる。今、要請される最小格子間隔を ξ 方向に $\delta \xi$ 、 η 方向に $\delta \eta$ とするとき、中心点 $\mathbf{P}_C$ (Fig.3.2) の移動量は (3.9) 式と同様に次式で与えられる。

$$\Delta \mathbf{P}_C = r_E \frac{(\mathbf{P}_E - \mathbf{P}_C)}{|\mathbf{P}_E - \mathbf{P}_C|} + r_W \frac{(\mathbf{P}_W - \mathbf{P}_C)}{|\mathbf{P}_W - \mathbf{P}_C|} + r_N \frac{(\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_C)}{|\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_C|} + r_S \frac{(\mathbf{P}_S - \mathbf{P}_C)}{|\mathbf{P}_S - \mathbf{P}_C|} \tag{3.14}$$

ここで上式中の r_E 、 r_W は、

$$\begin{cases} r_E = k_E^{(e)}e + k_W^{(e)}w + k_\delta^{(e)}\delta_\xi, & r_W = k_E^{(w)}e + k_W^{(w)}w + k_\delta^{(w)}\delta_\xi \\ r_N = k_E^{(n)}e + k_W^{(n)}w + k_\delta^{(n)}\delta_\eta, & r_S = k_E^{(s)}e + k_W^{(s)}w + k_\delta^{(s)}\delta_\eta \end{cases} \quad (3.15)$$

ただし、係数 $k_E^{(e)}$ 等はTable3.1に示す通りである。

時間差分オペレータを用いて(3.14)式を置き換えると次式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P}_C = & \Delta t[(k_E^{(e)}e_E + k_E^{(e)}e_W)\Delta e + (k_W^{(w)}e_E + k_W^{(w)}e_W)\Delta w \\ & + r_E \frac{(\Delta \mathbf{P}_E - \Delta \mathbf{P}_C)}{|\mathbf{P}_E - \mathbf{P}_C|} + r_W \frac{(\Delta \mathbf{P}_W - \Delta \mathbf{P}_C)}{|\mathbf{P}_W - \mathbf{P}_C|} \\ & + r_N \frac{(\Delta \mathbf{P}_N - \Delta \mathbf{P}_C)}{|\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_C|} + r_S \frac{(\Delta \mathbf{P}_S - \Delta \mathbf{P}_C)}{|\mathbf{P}_S - \mathbf{P}_C|}] + \Delta t[SSP] \end{aligned} \quad (3.16)$$

ただし、

$$\begin{cases} e_E = \frac{\mathbf{P}_E - \mathbf{P}_C}{|\mathbf{P}_E - \mathbf{P}_C|}, \dots \\ \Delta e = e_E^T (\Delta \mathbf{P}_E - \Delta \mathbf{P}_C) \\ \Delta w = e_W^T (\Delta \mathbf{P}_W - \Delta \mathbf{P}_C) \end{cases} \quad (3.17)$$

結局、解くべき連立方程式は次式で与えられる。

$$[I + \Delta t R_C] \Delta \mathbf{P}_C = \Delta t [R_E \Delta \mathbf{P}_E + R_W \Delta \mathbf{P}_W + R_N \Delta \mathbf{P}_N + R_S \Delta \mathbf{P}_S] + \Delta t [SSP] \quad (3.18)$$

ただし、

$$\begin{cases} R_E = M_E + \frac{r_E}{|\mathbf{P}_E - \mathbf{P}_C|} I, & R_W = M_W + \frac{r_W}{|\mathbf{P}_W - \mathbf{P}_C|} I, \dots \\ M_E = (k_E^{(e)}e_E + k_E^{(w)}e_W)e_E^T, & M_W = (k_W^{(e)}e_E + k_W^{(w)}e_W)e_W^T, \dots \\ R_C = R_E + R_W + R_N + R_S \end{cases} \quad (3.19)$$

三次元アルゴリズム

本アルゴリズムも一次元的であるので、三次元への拡張にあたっては(3.18)式にTop及びBottomからの寄与を加えればよい。すなわち、

$$[I + \Delta t R_C] \Delta \mathbf{P}_C = \Delta t [R_E \Delta \mathbf{P}_E + R_W \Delta \mathbf{P}_W + R_N \Delta \mathbf{P}_N + R_S \Delta \mathbf{P}_S + R_T \Delta \mathbf{P}_T + R_B \Delta \mathbf{P}_B] + \Delta [SSP] \quad (3.20)$$

となる。ただし、上式中の係数は(3.19)式と同様にして求められる。

3. 2. 5 直交化

二次元アルゴリズム

直交化の要請による点 $\mathbf{P}_C$ の移動量はFig.3.5に示すようにEast, West, North, Southの4つの寄与を合計して得られる。例えばSouthからの寄与を次式で与えるものとする(Fig.3.6)。

$$\Delta \mathbf{P}_C^{(S)} = \Delta_{ave} [\mathbf{I}_R \frac{\mathbf{b}_S}{|\mathbf{b}_S|} - \frac{\mathbf{a}_S}{|\mathbf{a}_S|}] \quad (3.21)$$

ただし、

$$\begin{cases} \mathbf{a}_S = \mathbf{P}_C - \mathbf{P}_S \\ \mathbf{b}_S = w_S^1 (\mathbf{P}_{SE} - \mathbf{P}_{WS}) + w_S^2 (\mathbf{P}_E - \mathbf{P}_W) \\ \mathbf{I}_R = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.22)$$

(3.21)式は距離に反比例した重み付けのもとに、点 $\mathbf{P}_C$ が点 $\mathbf{P}_S$ からたてた法線 $\mathbf{n}_S$ 上に移動すべきことを表している。また、 Δ_{ave} は平均格子間隔で定数である。ただし、(3.21)式は分母が非常に小さくなると数値的に不安定になるため実際には分母のそれぞれに小さな正の定数 ϵ_0 を付加している。

$$\begin{cases} |\mathbf{a}_S|^* = |\mathbf{a}_S| + \epsilon_0 \\ |\mathbf{b}_S|^* = |\mathbf{b}_S| + \epsilon_0 \end{cases} \quad (3.23)$$

一般に計算領域全体で直交性の良い格子を得ることは困難であるため、壁面近傍などの特定の部分に直交化の要請を優先させることが多い。今、North, South側の端点固定されているときに η 方向の寄与のみによる点 $\mathbf{P}_C$ の移動を考える(Fig.3.7)。直交化のバイアスパラメータとして w_η を考え、 $w_\eta = 0$ の時はSouth側の寄与のみを用い

($\mathbf{P}_C^{(0)}$ へ移動)、 $w_\eta=1$ ではNorth側($\mathbf{P}_C^{(1)}$)、 $w_\eta=0.5$ の時には両方の寄与を等しく用いるものとする($\mathbf{P}_C^{(1/2)}$)。この時、点 $\mathbf{P}_C$ の移動量は次式のように表すことができる。

$$\Delta \mathbf{P}_C^{(S)} = \gamma_S^b \mathbf{I}_R \mathbf{b}_S - \gamma_S^a \mathbf{a}_S \quad (3.24)$$

ただし、

$$\begin{cases} \gamma_S^a = \frac{\Delta_{ave} t_S}{|\mathbf{a}_S|^*}, & \gamma_S^b = \frac{\Delta_{ave}}{|\mathbf{b}_S|^*} [1 - \frac{r_S^a}{r_S^b} (1 - t_S)(\mathbf{e}_S \cdot \mathbf{n}_S)] \\ r_S^a = \frac{|\mathbf{a}_S|}{|\mathbf{a}_S|^*}, & r_S^b = \frac{|\mathbf{b}_S|}{|\mathbf{b}_S|^*}, \quad \mathbf{e}_S = \frac{\mathbf{a}_S}{|\mathbf{a}_S|}, \quad \mathbf{n}_S = \mathbf{I}_R \frac{\mathbf{b}_S}{|\mathbf{b}_S|} \end{cases} \quad (3.25)$$

$$\begin{cases} 0 \leq w_\eta \leq 1/2 ; & t_S = 1, \quad t_N = 2w_\eta \\ 1/2 \leq w_\eta \leq 1 ; & t_S = 2(1 - w_\eta), \quad t_N = 1 \end{cases} \quad (3.26)$$

East, West, North方向からの寄与も上式と同様に求められる。ただし、ベクトル $\mathbf{b}$ 及び重み付け w_s^i 等は次式で与えられる。

$$\begin{cases} \mathbf{b}_E = w_E^1 (\mathbf{P}_{EN} - \mathbf{P}_{SE}) + w_E^2 (\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_S) \\ \mathbf{b}_N = w_N^1 (\mathbf{P}_{NW} - \mathbf{P}_{EN}) + w_N^2 (\mathbf{P}_W - \mathbf{P}_E) \\ \mathbf{b}_W = w_W^1 (\mathbf{P}_{WS} - \mathbf{P}_{NW}) + w_W^2 (\mathbf{P}_S - \mathbf{P}_N) \end{cases} \quad (3.27)$$

$$\begin{cases} w_S^1 = \frac{1}{2} + \left| w_\eta - \frac{1}{2} \right|, & \begin{cases} w_N^1 = w_S^1 \\ w_N^2 = w_S^2 \end{cases}, \quad \dots \end{cases} \quad (3.28)$$

従って、点 $\mathbf{P}_C$ の移動量は周囲の4点の寄与をある重み付けのもとに合計して次式のように得られる。

$$\Delta \mathbf{P}_C = w_S \Delta \mathbf{P}_C^{(S)} + w_E \Delta \mathbf{P}_C^{(E)} + w_N \Delta \mathbf{P}_C^{(N)} + w_W \Delta \mathbf{P}_C^{(W)} \equiv [\text{SSP}] \quad (3.29)$$

ただし、

$$\left\{ \begin{array}{l} w_S^* = \frac{w_S^*}{w_S^* + w_E^* + w_N^* + w_W^*}, \dots \\ w_S^* = \frac{|\Delta \mathbf{P}_C^{(S)}|}{|\mathbf{a}_S|}, \dots \end{array} \right. \quad (3.30)$$

最後に(3.29)式に時間差分を導入し、陰的な寄与を $\mathbf{a}_s, \mathbf{b}_s$ 等からも拾うと次式が得られる。

$$\begin{aligned} [I + \Delta t R_C] \Delta \mathbf{P}_C = \Delta t [R_E \Delta \mathbf{P}_E + R_W \Delta \mathbf{P}_W + R_N \Delta \mathbf{P}_N + R_S \Delta \mathbf{P}_S \\ R_{WS} \Delta \mathbf{P}_{WS} + R_{SE} \Delta \mathbf{P}_{SE} + R_{EN} \Delta \mathbf{P}_{EN} + R_{NW} \Delta \mathbf{P}_{NW}] + \Delta t [SSP] \end{aligned} \quad (3.31)$$

ただし、

$$\left\{ \begin{array}{l} R_C = [w_S \gamma_S^a + w_E \gamma_E^a + w_N \gamma_N^a + w_W \gamma_W^a] I \\ R_S = [w_W w_W^2 \gamma_W^b - w_E w_E^2 \gamma_E^b] I_R + w_S \gamma_S^a I \\ R_E = [w_S w_S^2 \gamma_S^b - w_N w_N^2 \gamma_N^b] I_R + w_E \gamma_E^a I \\ R_N = [w_E w_E^2 \gamma_E^b - w_W w_W^2 \gamma_W^b] I_R + w_N \gamma_N^a I \\ R_W = [w_N w_N^2 \gamma_N^b - w_S w_S^2 \gamma_S^b] I_R + w_W \gamma_W^a I \\ R_{WS} = [w_W w_W^1 \gamma_W^b - w_S w_S^1 \gamma_S^b] I_R \\ R_{SE} = [w_S w_S^1 \gamma_S^b - w_E w_E^1 \gamma_E^b] I_R \\ R_{EN} = [w_E w_E^1 \gamma_E^b - w_N w_N^1 \gamma_N^b] I_R \\ R_{NW} = [w_N w_N^1 \gamma_N^b - w_W w_W^1 \gamma_W^b] I_R \end{array} \right. \quad (3.32)$$

三次元アルゴリズム

三次元ではベクトル $\mathbf{b}$ を二つのベクトルの外積によって決定する(Fig.3.8)。例えば点 $\mathbf{P}_C$ のSouth側からの寄与は次式で与えられる。

$$\Delta \mathbf{P}_C^{(S)} = \Delta_{ave} \left[\frac{\mathbf{b}_S^1 \times \mathbf{b}_S^2}{|\mathbf{b}_S^1 \times \mathbf{b}_S^2|} - \frac{\mathbf{a}_S}{|\mathbf{a}_S|} \right] \quad (3.33)$$

ただし、

$$\begin{cases} \mathbf{a}_S = \mathbf{P}_C - \mathbf{P}_S \\ \mathbf{b}_S^1 = w_S^1(\mathbf{P}_{SE} - \mathbf{P}_{WS}) + w_S^2(\mathbf{P}_E - \mathbf{P}_W) \\ \mathbf{b}_S^2 = w_S^1(\mathbf{P}_{SB} - \mathbf{P}_{TS}) + w_S^2(\mathbf{P}_B - \mathbf{P}_T) \end{cases} \quad (3.34)$$

上式は二次元の場合の(3.24)式に対応して以下のように記述することができる。

$$\Delta \mathbf{P}_C^{(S)} = \gamma_S^b(\mathbf{b}_S^1 \times \mathbf{b}_S^2) - \gamma_S^a \Delta \mathbf{a}_S \quad (3.35)$$

ただし、

$$\begin{cases} \gamma_S^a = \frac{\Delta_{ave} t_S}{|\mathbf{a}_S|^*} \\ \gamma_S^b = \frac{\Delta_{ave}}{|\mathbf{b}_S^1 \times \mathbf{b}_S^2|^*} \left[1 - \frac{\gamma_S^a}{\gamma_S^b} (1 - t_S)(\mathbf{e}_S \cdot \mathbf{n}_S) \right] \\ |\mathbf{b}_S^1 \times \mathbf{b}_S^2|^* \equiv (\mathbf{b}_S^1 + \boldsymbol{\varepsilon}_0)(\mathbf{b}_S^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_0) \frac{|\mathbf{b}_S^1 \times \mathbf{b}_S^2|}{|\mathbf{b}_S^1| |\mathbf{b}_S^2|} \end{cases} \quad (3.36)$$

East, West, North, Top, Bottomからの寄与についても同様に定義し、これらを足しあわせることによって $\Delta \mathbf{P}_C$ を次式のように定めることができる。

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P}_C &= w_S \Delta \mathbf{P}_C^{(S)} + w_E \Delta \mathbf{P}_C^{(E)} + w_N \Delta \mathbf{P}_C^{(N)} + w_W \Delta \mathbf{P}_C^{(W)} \\ &\quad + w_T \Delta \mathbf{P}_C^{(T)} + w_B \Delta \mathbf{P}_C^{(B)} \equiv [SSP] \end{aligned} \quad (3.37)$$

上式左辺の Δ を時間差分で置き換え整理すると $\Delta(\Delta \mathbf{P}_C^{(S)})$ 等が生じるが、それは次のように対処する。

$$\begin{aligned} \Delta(\Delta \mathbf{P}_C^{(S)}) &= \gamma_S^b [(\Delta \mathbf{b}_S^1 \times \mathbf{b}_S^2) + (\mathbf{b}_S^1 \times \Delta \mathbf{b}_S^2)] - \gamma_S^a \Delta \mathbf{a}_S \\ &= -B_S^2 \Delta \mathbf{b}_S^1 + B_S^1 \Delta \mathbf{b}_S^2 - A_S \Delta \mathbf{a}_S \end{aligned} \quad (3.38)$$

ただし、

$$A_S = \gamma_S^a I, \quad B_S^m = \gamma_S^b \begin{bmatrix} 0 & -(\mathbf{b}_S^m)_z & (\mathbf{b}_S^m)_y \\ (\mathbf{b}_S^m)_z & 0 & -(\mathbf{b}_S^m)_x \\ -(\mathbf{b}_S^m)_y & (\mathbf{b}_S^m)_x & 0 \end{bmatrix} \quad (m=1,2) \quad (3.39)$$

上式を用いると最終的に次式を得ることができる。

$$\begin{aligned}
[I + \Delta t R_C] \Delta \mathbf{P}_C = \Delta t [& R_E \Delta \mathbf{P}_E + R_W \Delta \mathbf{P}_W + R_N \Delta \mathbf{P}_N + R_S \Delta \mathbf{P}_S + R_T \Delta \mathbf{P}_T + R_B \Delta \mathbf{P}_B \\
& R_{WS} \Delta \mathbf{P}_{WS} + R_{SE} \Delta \mathbf{P}_{SE} + R_{EN} \Delta \mathbf{P}_{EN} + R_{NW} \Delta \mathbf{P}_{NW} \\
& R_{SB} \Delta \mathbf{P}_{SB} + R_{BN} \Delta \mathbf{P}_{BN} + R_{NT} \Delta \mathbf{P}_{NT} + R_{TS} \Delta \mathbf{P}_{TS} \\
& R_{BW} \Delta \mathbf{P}_{BW} + R_{WT} \Delta \mathbf{P}_{WT} + R_{TE} \Delta \mathbf{P}_{TE} + R_{EB} \Delta \mathbf{P}_{EB}] + \Delta t [SSP]
\end{aligned} \quad (3.40)$$

ただし、

$$\begin{cases} R_E = w_E A_E - R_\xi, & R_N = w_N A_N - R_\eta, & R_T = w_T A_T - R_\varsigma \\ R_W = w_W A_W + R_\xi, & R_S = w_S A_S + R_\eta, & R_B = w_B A_B + R_\varsigma \\ R_C = w_S A_S + w_E A_E + w_N A_N + w_W A_W + w_B A_B + w_T A_T \end{cases} \quad (3.41)$$

$$\begin{cases} R_\xi = w_S w_S^2 B_S^2 + w_N w_N^2 B_N^1 + w_B w_B^2 B_B^1 + w_T w_T^2 B_T^2 \\ R_\eta = w_B w_B^2 B_B^2 + w_T w_T^2 B_T^1 + w_W w_W^2 B_W^1 + w_E w_E^2 B_E^2 \\ R_\varsigma = w_W w_W^2 B_W^2 + w_E w_E^2 B_E^1 + w_S w_S^2 B_S^1 + w_N w_N^2 B_N^2 \end{cases} \quad (3.42)$$

$$\begin{cases} R_{WS} = +w_W w_W^1 B_W^1 + w_S w_S^1 B_S^2, & R_{SB} = +w_S w_S^1 B_S^1 + w_B w_B^1 B_B^2, & R_{BW} = +w_B w_B^1 B_B^1 + w_W w_W^1 B_W^2 \\ R_{SE} = -w_S w_S^1 B_S^2 + w_E w_E^1 B_E^2, & R_{BN} = -w_B w_B^1 B_B^2 + w_N w_N^1 B_N^2, & R_{WT} = -w_W w_W^1 B_W^2 + w_T w_T^1 B_T^2 \\ R_{EN} = -w_E w_E^1 B_E^2 - w_N w_N^1 B_N^1, & R_{NT} = -w_N w_N^1 B_N^2 - w_T w_T^1 B_T^1, & R_{TE} = -w_T w_T^1 B_T^2 - w_E w_E^1 B_E^1 \\ R_{NW} = +w_N w_N^1 B_N^1 - w_W w_W^1 B_W^1, & R_{TS} = +w_T w_T^1 B_T^1 - w_S w_S^1 B_S^1, & R_{EB} = +w_E w_E^1 B_E^1 - w_B w_B^1 B_B^1 \end{cases} \quad (3.43)$$

3. 2. 6 各要請の組み合わせ

二次元アルゴリズム

以上の四つの要請から得られた $\Delta \mathbf{P}$ に関する係数マトリックスを各要請毎に適当な重み付けを設定し、それらを足しあわせて次式の連立方程式を構成する。

$$\begin{aligned}
[I + \Delta t R_C] \Delta \mathbf{P}_C = \Delta t [& R_E \Delta \mathbf{P}_E + R_W \Delta \mathbf{P}_W + R_N \Delta \mathbf{P}_N + R_S \Delta \mathbf{P}_S \\
& R_{WS} \Delta \mathbf{P}_{WS} + R_{SE} \Delta \mathbf{P}_{SE} + R_{EN} \Delta \mathbf{P}_{EN} + R_{NW} \Delta \mathbf{P}_{NW} \\
& R_{EE} \Delta \mathbf{P}_{EE} + R_{WW} \Delta \mathbf{P}_{WW} + R_{NN} \Delta \mathbf{P}_{NN} + R_{SS} \Delta \mathbf{P}_{SS}] + \Delta t [SSP]
\end{aligned} \quad (3.44)$$

上式をSORを用いて解き、格子点の位置を更新する。三次元アルゴリズムの場合も同様である。

3. 3 翼面格子生成

前節で記述した二次元アルゴリズムを基に、翼面格子生成スキームを構築した。格子のトポロジーはH型である。

3. 3. 1 初期格子の生成

(1) 座標変換

まずオフセットデータファイルからプロペラ翼の幾何形状を入力する。ただし入力データの一覧をTable3.2に示す。諸量をプロペラ直径で無次元化した後に、次式を用いてオフセットデータ座標(s, t, r)をプロペラ翼固定座標系(x, y, z)に変換する。

$$\begin{cases} x = x_Q - \theta' H' / 2\pi \\ y = r \sin(\theta_s - \theta') \\ z = r \cos(\theta_s - \theta') \end{cases} \quad (3.45)$$

$$\begin{cases} x_Q = \phi(r) - \theta_s H(r) / 2\pi \\ \phi(r) = r \tan(\Delta\phi) \\ \theta_s = \frac{s_L - s}{\omega} \\ \omega = \sqrt{\left(\frac{H}{2\pi}\right)^2 + r^2} \\ \theta' = \frac{t}{r \sqrt{\left(\frac{2\pi r}{H}\right)^2 + 1}} \end{cases} \quad (3.46)$$

(2) オフセットデータの補間

オフセットデータから直接与えられない翼端上の点($j=1, i=1 \sim nchord$)は以下のようにして定める(Fig.3.9)。初めにオフセットデータから翼前後縁上のすべての点と翼端中央の点($(nchord+1)/2, 1$)を通るスプラインを定義する。次に点(1,2)あるいは($nchord, 2$)と翼端中央の点との距離(L_f あるいは L_a)のそれぞれ1/5の位置に点(1,1)及び($nchord, 1$)を定め、その間の $j=1$ 上の点列は $j=2$ の点列と同じ間隔になるように配置する。

(3) 基準スプライン面の定義

これらの点をもとにプロペラ面をスパン方向及びコード方向スプラインの組み合わせによるスプライン面で表現する。これを翼面形状を表わす基準スプライン面と

する。

(4) パラメーターの入力

スパン方向及びコード方向の格子点数($ims \times jms$)を入力する。必要があればこのとき翼の前後縁、翼端及び翼根部の近傍に格子の集中化を図るための集中化パラメーターを入力する。

(5) 格子生成

初期格子の生成は一次元的な手法を組み合わせることによって以下の手順で行われる。まず各スパン位置($j=const.$)で与えられたコード方向スプライン上に任意の手法で点列を生成する。点列配置は等間隔でも良いが、予め前後縁に格子を集中化させておくことも可能である(Fig.3.10(a))。次に同一の i 番号の点を結んでスパン方向スプラインを新たに定義し、その上でスパン方向に点列を生成する(Fig.3.10(b))。ただし、上記の手順で得られた格子点はオフセットデータから生成された基準スプライン面を逸脱している可能性がある。従って最後に、得られた点列を基準スプライン面に対して法線方向に射影する。

Fig.3.11(a)はこのようにして得られた初期格子の一例である。この例では格子は集中化の要請を特に課しておらず、ほぼ等間隔に生成されている。

3. 3. 2 反復修正

初期格子からの反復計算は上述した二次元アルゴリズムによる定式化に基づいて構築されている。反復修正の過程では翼の前縁及び後縁、翼端及び翼根近傍に格子点を集中化させ、かつ直交化を要請することが重要である。また、反復一回毎に得られた格子位置をオフセットデータから生成されたオリジナルスプライン面に対して法線方向に射影し、常に格子点が翼面上から逸脱しないようにする。

この反復過程を翼の片面側について行い、得られた収束格子の翼外周部上の点を規定値として、残りの片面について格子生成を行う。

反復修正の結果得られた青雲丸通常型プロペラの背面側翼面格子をFig.3.11(b)に示す。初期格子に比べて収束格子では集中化及び直交化の要請が効果的に作用していることが示されている。

3. 4 三次元格子生成

得られた翼面格子を用いて三次元空間に格子を生成する。格子のトポロジーにはH-H型を採用し、翼の正面側から背面側までの円周方向に θ_{ZB} の領域について格子を生成した(Fig.3.12)。ただし、2. 1 1節に示したように流場計算を行う際にはプロペラ翼が翼間方向の中心を占めるように座標を円周方向に $\theta_{ZB}/2$ ずらしていることに注意する必要がある(Fig.2.10)。

3. 4. 1 初期格子の生成

初期格子の生成は以下の三段階で行う。まず、上で得られた翼面格子を所定の位置に配置し、正面側及び背面側格子を含む二つの基準螺旋面を定義する。次に翼面を中心とし、上下流方向及び半径方向に基準螺旋面上で格子を生成し、最後に二つの螺旋面の間の格子を生成する。

(1) 基準螺旋面の定義

翼の正面側及び背面側を含む二つの基準螺旋面を以下のように定義する。

$$\begin{cases} x = \varphi(r) - \theta H / 2\pi \\ y = r \sin \theta \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \text{(正面側)} \quad (3.47)$$

$$\begin{cases} x = \varphi(r) - (\theta - \theta_{ZB}) H / 2\pi \\ y = r \sin \theta \\ z = r \cos \theta \end{cases} \quad \text{(背面側)} \quad (3.48)$$

(2) パラメーターの入力

まずピッチ面方向(ξ)、半径方向(η)及び円周方向(ζ)の格子点数($im \times jm \times km$)及び翼前縁位置(ile)を入力する。次に外部境界の形状を定めるために流入(x_{in})、流出境界(x_{out})を入力する。流入及び流出境界位置が $0.7R$ 半径位置で満足されるよう(3.47)式から次式のように θ_{in} 及び θ_{out} を定める。

$$\begin{cases} \theta_{in} = \frac{2\pi}{H(r)} (\varphi(r) - x_{in}) \\ \theta_{out} = \frac{2\pi}{H(r)} (\varphi(r) - x_{out}) \end{cases} \quad (3.49)$$

さらに外部境界位置(r_{out})を入力する。プロペラハブはハブ比をもとに半径が一定の円筒面で近似した。従って、内部境界位置(r_{in})はオフセット値よりハブ比が与えられているので既知である。

本研究では計算領域として半径方向にはプロペラ直径の1.5倍程度、上流及び下流方向には翼の前後縁からそれぞれプロペラ直径の0.5倍程度の位置に外部境界を設定した(Fig.2.1)。

(3) 基準螺旋面上の格子生成

先ず、翼正面側を含む基準螺旋面($k=1$;F-Spiral)上で格子を生成する(Fig.3.13)。初めに翼端上の点を始点とし、半径方向に格子を展開する。このとき注意すべきことは翼端上の点が必ずしも先に定義した基準螺旋面上にあるとは限らないという点である。そこでFig.3.14に示すように翼端上の点(Pedge)を通る螺旋面(F'-Spiral)を次式によって新たに定義する。

$$\begin{cases} x' = \varphi(r) - (\theta - \Delta\theta)H/2\pi \\ y' = r \sin\theta \\ z' = r \cos\theta \\ \Delta\theta = \theta^* - 2\pi(\varphi(r^*) - x^*)/H(r^*) \end{cases} \quad (3.50)$$

ただし、 x^* etc.はPedgeに対応する値である。さらにFig.3.14に示すようにPedgeをF-Spiral上に射像し、P'edgeを求めておく。

次にF-Spiral上で半径方向の初期格子生成を行う。すなわち、 θ をPedgeにおける値で一定とし、 r をPedgeにおける値から r_{out} の間で等比級数的に分布するように補間する。得られた (r, θ) 値から(3.47)式を用いて (x, y, z) 座標を得る。

同様の手順でF'-Spiral上でも点列 (x', y', z') を生成する。これらの二つの点列から $j=jtp$ -でF'-Spiral上に、 $j=jm$ でF-Spiral上にあるように格子点を内挿して定める(Fig.3.13)。

上流側及び下流側への格子も同様の手順に従って生成することができる。ただしこの場合には r を一定とし、 θ を補間することによって格子点が決定される。

翼背面側のピッチ面上($k=km$)の格子点は円周方向の周期性を満足するように次式によって与えられる。

$$\mathbf{P}_{km} = \Theta_{ZB}^+ \mathbf{P}_1 \quad (\text{翼面上の点を除く}) \quad (3.51)$$

(4) 翼間格子の生成

最後に翼間方向の格子を生成する。先ず $j=\text{const}$ 断面において $k=1$ 及び km の 2 本の螺旋上で平均半径 r_{ave} を求める。次に、Fig.3.15 に示すように各 $j=\text{const}$ 断面において $(r_{ave}\theta, x)$ プロットを作り、対応する点を直線で結ぶ。このとき仮に翼の前縁と前縁を結ぶ直線が翼の近傍で内部に入り込んだとしても、反復修正の過程で格子位置の修正が可能である。境界層を解像するために直線上で $k=1$ 及び km の近傍で格子が集中化するように等比級数的に格子点を補間し、最後に得られた $(r_{ave}\theta, x)$ 座標から座標変換によって (x, y, z) 座標を得る。

3. 4. 2 反復修正

反復修正の過程は三次元アルゴリズムに基づいて構築され、翼面上を除く格子点を同アルゴリズムに従って逐次修正する。その際の幾何的な要請は以下の通りである。すなわち、翼前後縁近傍の ξ 方向、翼端近傍の η 方向及び翼面近傍の ζ 方向格子のそれぞれについて格子の集中化要請を与える。特に集中化を必要とする ζ 方向格子については経験的に次式を用いて最小格子間隔を与えた。

$$\Delta_{\zeta min} = \frac{0.05}{\sqrt{Re}} \quad (3.52)$$

同時に ζ 方向格子は翼面の近傍で良好な直交性を有する必要がある。また、上述したように ζ 方向の格子は周期境界面 ($k=1, km$) において翼面以外の点が隣接する翼に対応する領域と連続かつ滑らかに接続される必要がある。このために Fig.3.12 に示すように正面側、背面側ともに周期境界を超えて各 1 点ずつ仮想格子 ($k=0, km+1$) を設定し、そこで下記の条件を与えた。

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{km+1} = \Theta_{ZB}^+ \mathbf{P}_2 \\ \mathbf{P}_0 = \Theta_{ZB}^- \mathbf{P}_{km-1} \end{cases} \quad (\text{翼面上の点を除く}) \quad (3.53)$$

青雲丸通常型プロペラまわりに生成された三次元格子を Fig.3.16 に示す。その翼近傍のクローズアップを Fig.3.17 に、また翼間に生成された格子を Fig.3.18 に示す。

3. 5 3章の結論

本章では幾何的方法と呼ばれるアルゴリズムに基づいた船用プロペラまわり計算格子生成システムの詳細を記述した。計算格子の生成は技術的な側面が非常に多く、試行錯誤の結果として得られるノウハウの蓄積が最も重要である。本研究で開発された船用プロペラまわり計算格子生成システムもすべてのケースにわたって、自動的に良好な格子の生成を保証するものではなく、実際には各事例毎に試行錯誤を繰り返しながら格子生成を行うことが多い。本アルゴリズムは格子位置の移動制御を直観的に把握しやすいという利点を有しており、このような格子生成の過程を従来の手法に比べて効率化することが可能である。

第4章 プロペラ単独特性の計算および計算精度に関する考察

4. 1 4章の緒論

2章及び3章において詳細に記述した計算手法に基づいて新たに船用プロペラまわり非圧縮性粘性流計算スキームを開発した。本章では同計算スキームを用いて一様な流入流場中をプロペラが単独で作動するプロペラ単独状態における乱流シミュレーション計算を実施し、プロペラ単独特性の計算精度について考察した。

一般に物理現象の計測値とCFDの計算結果を比較する場合、考慮すべき誤差は計測における誤差とCFDにおける誤差に大別され、後者はさらにモデル化誤差と数値誤差に分類される[36]。4. 2節ではこれらの誤差のうち数値誤差について2種類の手法を用いて検討を加えた。すなわち、第1の手法としては感度解析的な手法を用いてプロペラ単独特性の計算結果に対する翼面格子分割の依存性を検討した。さらに反復計算における収束履歴を基にして打ち切り誤差について考察した。

次に2種類の供試プロペラについて一連の乱流計算を実施し、計算結果を実験結果及びパネル法による理論計算結果と比較した。供試プロペラの一つは研究開発用途として現在世界的に標準プロペラの一つとして用いられているDTRC4119プロペラである。このプロペラに関しては過去にLDVによる詳細な粘性流場計測が行われているので[37]、本論文の主題である粘性流場の構造に関する各種考察を次章以降に行った。第2の供試プロペラとしては国内で標準的に実船に装備されているプロペラの代表例として青雲丸通常型プロペラ(以下、青雲丸CP)を取り上げた。4. 3節及び4. 4節ではこれらの実験結果を用いて本計算スキームの実験値及び非粘性理論計算値に対する精度を明らかにした。最後に4. 5節では様々な角度から本計算手法によるプロペラ単独特性の計算精度に関する考察を行った。

本章の内容は次章以降に記述されるプロペラまわり粘性流場の構造に関する各種考察への基礎を与えるものである。

4. 2 計算スキームの信頼性評価

4. 2. 1 翼面格子分割に対する依存性

工学分野におけるCFD手法のめざましい発達とともに各方面でその信頼性評価の

重要性が指摘されるようになった。船舶工学分野では現在、ITTCの場でその標準化に関する検討作業が進められている。島崎他[36]によると数値誤差解析は一般に格子間隔等を系統的に変化させてそれが解に及ぼす影響を調べる感度解析的な方法と、不確かさ解析のように誤差を組み立て推定する手法がある。後者はより詳細な誤差要因の解析が可能であるものの、計算コードの一部変更が必要であり、かつ現状では誤差の分類組立の基準が確立されていないという問題がある。そこで本研究では感度解析的方法を用いて翼面格子の分割がプロペラ単独性能の計算結果に及ぼす影響を調査した。

計算対象は青雲丸通常型プロペラである。計算条件及び使用した格子をTable 4.1-及びTable4.2に示す。計算レイノルズ数は 10^4 であり、翼面上の流れは層流状態である。翼面分割数を4種類変化させてスラスト係数(K_T)、圧力積分によるスラスト係数への寄与(K_{TP})及び摩擦積分の寄与(K_{TF})の変化を調査した。結果をFig.4.1に示す。

$$K_T = K_{TP} + K_{TF} \quad (4.1)$$

$$\begin{cases} K_{TP} = \iint_S p n_x dS \\ K_{TF} = \iint_S \tau n_x dS \end{cases} \quad (4.2)$$

K_T 及び K_{TP} 値は翼面分割数の増加に対して単調に減少し、一定値に漸近する傾向を示している。一方、 $-K_{TF}$ 値は単調に増加しているものの、翼面分割数に対する依存性は K_T 及び K_{TP} 値に比べると非常に小さいことがわかる。

これらの結果から K_T 及び K_{TP} 値を漸近値に対して数%以内の精度で計算するためには翼の片面当たり最低250分割が必要であることがわかる。本研究ではこの翼面分割数を標準値として以後の計算に用いることにした。

4. 2. 2 打ち切り誤差に関する検討

本研究では収束判定に際して2種類の基準を用いている。1番目の基準は次式で定義される残差のL2-normのオーダーである。

$$\begin{cases} \|\Delta q\| = [(\Delta u)^2 + (\Delta v)^2 + (\Delta w)^2]^{1/2} \\ \|\Delta q\|_{mean} = \frac{1}{im \times jm \times km} \sum_{i=1}^{im} \sum_{j=1}^{jm} \sum_{k=1}^{km} \|\Delta q\|_{i,j,k} \end{cases} \quad (4.3)$$

Fig.4.2は代表的な計算例におけるL2-normの平均値の時間履歴を表す。計算は時間刻み(Δt)を徐々に増加させて行い、収束状態と判定した $t=11$ まで実施した。 $t=4.5$ より以前では残差は 10^{-3} のオーダーで振動しているが、それ以降順調に減少し、収束判定時には 10^{-6} のオーダーまで低下していることがわかる。

Ferzigerは数値誤差に対する一つの基準として、反復計算における打ち切り誤差に関する検討を行うことを推奨している [38]。すなわち、反復打ち切り誤差(ε^n)は近似的に次式で与えられる。

$$\begin{cases} \varepsilon^n \approx \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\lambda_1 - 1} \\ \lambda_1 \approx \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\phi^n - \phi^{n-1}} \end{cases} \quad (4.4)$$

ただし、 ϕ^n は n ステップにおける数値解を表し、ここでは(4.3)式で表される速度の残差のL2-normを与えることにした。

Fig.4.3はFig.4.2の結果を基にして $t=7$ 以降について ε^n の時間履歴を表したものである。ただし、Fig.4.2の結果には高周波の振動が乗っているため、そのまま適用すると極端な振動が現れる。そこで全体的な傾向を見るためにFig.4.2の結果を線形回帰分析した上で上式を適用した。反復計算の過程で ε^n は単調に減少し、収束時には ε^n は 10^{-6} のオーダーまで低下している。

収束判定の2番目の基準は運動量の保存性に関するものである。2章で述べたように本計算スキームは計算領域全体で運動量及び流量の保存性を厳密に満足するという特徴を有している。これは次式で表される物体表面と外部境界における運動量流束の積分値が、収束時には打ち切り誤差の範囲内で一致することを保証する (Fig.2.10及びFig.2.11参照)。本研究ではその一致度を第2の収束判定基準とした。

$$\left\{ \begin{aligned}
[Outer \ Integral] &= \sum_{j=1}^{jm} \sum_{k=1}^{km} [(\hat{E} + \hat{E}_v)_{i=1} - (\hat{E} + \hat{E}_v)_{i=im}] \\
&\quad + \sum_{k=1}^{km} \sum_{i=1}^{im} [(\hat{F} + \hat{F}_v)_{j=1} - (\hat{F} + \hat{F}_v)_{j=jm}] \\
&\quad + \sum_{i=1}^{im} \sum_{j=1}^{jm} [(\hat{G} + \hat{G}_v)_{k=1} - (\hat{G} + \hat{G}_v)_{k=km}] \\
&\quad - \sum_{i=1}^{im} \sum_{j=1}^{jm} \sum_{k=1}^{km} V_{i,j,k} H_{i,j,k} \\
[Surface \ Integral] &= \sum_{i=ile}^{ite-1} \sum_{j=1}^{jp-1} [(\hat{G} + \hat{G}_v)_{k=kbl+5} - (\hat{G} + \hat{G}_v)_{k=kbl-1}]
\end{aligned} \right. \quad (4.5)$$

Fig.4.4は代表的な計算例における運動量積分値の x 方向成分、すなわちプロペラ1翼に作用するスラストの時間履歴を表したものである。両積分の値は $t=4.5$ 以前では大きな振動が見られるものの、それ以降は反復計算の進行とともに速やかに接近し、収束時には0.1%の精度で一致する。これは工学上十分な精度である。

$t=4.5$ 以前の振動はFig.4.2における残差の挙動と対応しており、特に*Outer Integral*における振動が顕著である。本研究では擬似圧縮性を導入することによって方程式系を双曲型に変換しているが、*Outer Integral*の挙動は外部境界への信号の伝播とその反射が解の振動をもたらししていることを表わしている。

4. 3 DTRC4119プロペラに関する実験結果との比較

4. 3. 1 主要目及び計算条件

DTRC4119プロペラは現時点で最も詳細な流場計測[37]が行われており、パネル法による非粘性理論計算手法の精度検証のためワークショップで供試プロペラとして用いられている[3]。またITTC Propulsor Committeeでは現在、同プロペラを用いたプロペラ単独性能の尺度影響に関する持ち回り試験を実施中である[39]。これらのことから判るように、同プロペラは研究開発の目的で世界的に用いられる標準プロペラの一つとなっている。

DTRC4119プロペラの主要目をTable4.3に、計算に用いた条件をTable4.4にそれぞれ示す。計算は模型状態の上限に相当する $Rn_k=10^6$ 、前進定数は設計条件である $J_{in}=0.833$ を含む3点について実施した。また、境界層の遷移は考慮せず翼前縁から

乱流状態が発達していると仮定したが、その影響については4. 5. 4節で考察することにする。

計算に用いた格子をFig.4.5に示す。圧力の変化が激しい翼の前後縁及び翼端部では格子が集中化されている。コード方向中央断面における翼間方向格子の分布は境界層を解像するために翼面近傍に格子点が十分に集中化されていることを示している。

計算時間はHP9000/735(Linpak100*100倍精度 40MFLOPS)を用いて反復1回当たり16秒、収束までに約40時間を要した。

4. 3. 2 プロペラ単独特性の比較

設計点におけるプロペラ単独特性の計算結果と実験結果[37][39]の比較をTable4.5-に示す。実験値には大きなばらつきはあるが、ほぼ同一のレイノルズ数である4つの平均値と比較すると計算結果はスラスト(K_T)、トルク係数(K_Q)ともに約7%の過大評価となり、効率(η_0)は良く一致していることがわかる。

プロペラの理論計算法は現在では揚力体理論に代表されるパネル法が主流となりつつある。20th ITTC Propulsor Committeeではパネル法の計算精度に関する国際ワークショップを企画、開催し、DTRC4119プロペラに関する比較計算を行った[3]。実施された比較計算の中からCaseE(With Hub, Devised Wake, With Viscous Correction)について本計算結果との比較を試みた。結果をFig.4.6及び4.7に示す。これらの図から K_T 及び K_Q の実験値に対する計算精度はパネル法とほぼ同等であり、特に K_Q の精度は良好であることが判る。このことは粘性の影響を修正係数としてではなく厳密に取り扱う本計算手法の有効性を顕著に示すものと考えられる。なお、同ワークショップ及び比較計算の内容は参考文献[3]に詳細に記述されている。

4. 3. 3 翼面圧力分布の比較

次に代表半径位置における翼面圧力分布の比較を行った。0.3R、0.7R及び0.9R半径位置における翼面圧力分布の計算値と実験値[37]の比較をFig.4.8からFig.4.10に示す。ただし、次式によって圧力の無次元化を行った。

$$C_{pl} = \frac{p - p_{in}}{1/2 \rho U_R^2} \quad (4.6)$$

本プロペラは設計点である $J_{in}=0.833$ においてShock-Free Entryとなるように設計されている。従って実験値には負圧面側の前縁近傍にピーク状の分布形は認められないことは当然であるが、本計算結果ではすべての半径位置に共通して、ピーク状の圧力分布が形成されている。これが前節に示した K_T 及び K_Q の過大評価の直接的な要因となっている。

0.3Rにおいて計算値の圧力レベルが実験値に比べて全体的に上昇しているのはハブ形状の近似によるものと考えられる。すなわち、本計算ではハブ形状を円筒面で近似しているが、流場計測結果によれば実際のハブ形状ではハブ近傍で一様流速は加速され、プロペラ翼位置での圧力レベルが低下することが示されている[37]。

一方、通常为非粘性理論ベースの計算では翼端近傍では定量的な一致が一般に困難であると考えられるのに対して、本計算結果による0.9Rの圧力分布は実験値と非常に良い一致を示している。このことは翼端近傍の粘性影響の強い流場に対する本計算手法の有効性を示しているものと考えられる。

4. 4 青雲丸通常型プロペラに関する実験結果との比較

4. 4. 1 主要目及び計算条件

4. 3 節で比較の対象としたDTRC4119は比較的幾何形状の単純な研究用プロペラであるのに対し、本節では実船に装備されているプロペラの代表として青雲丸CP-を取り上げる。同プロペラの主要目及び計算条件をTable4.6及びTable4.7に示す。計算は前節と同様に、翼前縁から乱流状態が発達していると仮定して行った。計算に用いた格子をFig.3.16に示す。

4. 4. 2 プロペラ単独特性の比較

プロペラ単独特性の実験値との比較をFig.4.11に示す。ただし、 $J_{in}=0.7$ の計算結果については収束性が十分でないので参考データとしてプロットしている。 K_T 及び K_Q の計算結果は実験値と定性的な傾向は良く一致しているものの、例えば $J_{in}=0.8$ の場合で、実験値に対してそれぞれ約20%及び13%の過大推定となっている。これは

DTRC4119プロペラの場合と定性的には同じ傾向であるが、実験値との差は拡大している。

4. 5 プロペラ単独特性の計算精度に関する考察

前節までにプロペラ単独特性に関する計算結果と実験値との比較によって以下の点が明らかになった。

- (1) 計算結果は実験値に対して K_T 及び K_Q 共に過大評価となる。
 - (2) その差はDTRC4119プロペラよりも青雲丸CPの方が大きい。
 - (3) DTRC4119プロペラの翼面圧力分布の比較結果から、 K_T 及び K_Q の過大評価の直接的な原因は翼背面側前縁近傍における負圧レベルの過大評価にある。
- 本節ではその原因について様々な角度から考察を加える。

4. 5. 1 計算格子の影響

4. 2. 1節で述べたように本計算に用いた翼面格子点数(DTRC4119の場合、片面あたり255点)では格子点数を十分にとった場合の収束値に比べて K_T を若干過大に評価することが明らかになっている。特に圧力分布の比較結果から前縁近傍の格子解像度の不足が圧力分布の不一致をもたらす主要因の一つになっている可能性がある。

計算格子の質の善し悪しは一般的に計算精度を支配する大きな要因の一つである。 K_T 及び K_Q の過大評価の原因を直接的に説明することはできないものの、誤差要因の一つとしてその影響を無視することはできない。本研究で採用した格子系の最大の問題点は幾何ピッチに対応する主流方向の ξ 座標と円周方向の ζ 座標とのなす平均交差角が小さいために全体的に格子の直交性が低下せざるを得ない点にある。特に青雲丸CPのピッチ比(=0.95)はDTRC4119プロペラ(=1.084 at 0.7R)よりも小さいため、その影響は青雲丸CPの方が強調される傾向にある。

4. 5. 2 外部境界位置の影響

CFD計算では有限な計算領域を格子分割することによって解を求めるために、本問題のように揚力が支配的な流場を計算する際には外部境界及び流入流出境界にお

ける誘導速度場の影響を考慮する必要がある。そこで本節では外部境界における誘導速度の影響、すなわち側壁影響について検討した。

キャビテーション水槽で行われるプロペラ単独試験ではプロペラによる閉塞率が大きい場合には側壁影響の修正が行われる。Lindgren[40]は側壁影響による流入流速の修正をプロペラによる流路の閉塞率(A_0/A_{tunnel})及び KT/J^2 の関数で与えている。例えばDTRC4119プロペラで $J_{in}=0.833$ の場合、

$$\left. \begin{array}{l} A_0/A_{tunnel} = 1/9 \\ KT/J^2 = 0.232 \end{array} \right\} \Rightarrow u_A/u_{in} = 0.986 \quad (4.7)$$

である。修正された流入流速(u_A)を用いて前進定数を再計算すると $J_A=0.821$ となる。前進定数の低下は流入迎角の増加をもたらすので翼背面側前縁近傍における負圧レベルの過大評価の傾向を説明するとともにプロペラ単独特性の実験値と計算値との差を定性的に説明することができる。しかしながら青雲丸CPの外部境界位置($r_{out}=2.0D$)はDTRC4119プロペラ($r_{out}=1.5D$)に比べて大きいので側壁影響は小さくなる筈である。従って側壁影響のみでは青雲丸CPとDTRC4119との間の差の傾向を説明することは困難である。

4. 5. 3 流入境界位置の影響

本研究では主流方向の座標系を幾何ピッチの方向に対応させているために流入及び流出境界とプロペラ翼との x 軸方向の距離は小さくならざるを得ない。しかも2. 1 1. 1節に示したように流入境界で速度場を一定としているために境界条件として与えられている流入流速及びそれに基づいた前進定数は誘導速度を含むものとなっている。

そこで流入境界位置における誘導速度の影響を無限翼数理論から推定し、真の流入流場を推定することを試みた。ただし、簡単のために流入境界位置における x 軸上の流速(Δu_{in})を求めることによって、 x 軸方向流速のみを以下のように修正した。

$$\left\{ \begin{array}{l} u_A = u_{in} - \Delta u_{in} \\ J_A = \frac{u_A}{nD} \end{array} \right. \quad (4.8)$$

修正された一様流速を基にして前進定数を修正した結果をDTRC4119についてFig.4.12及びFig.4.13に、青雲丸CPについてFig.4.14に示す。修正結果は簡易的な取り扱いにもかかわらず両ケースともに実験値に一致する傾向を示し、本修正が K_T 及び K_Q 値の過大推定の主因の一つであることを伺わせる。さらにこれらのプロットから本修正結果は青雲丸CPとDTRC4119との間の相対的な差の傾向も定性的に良く説明していることがわかる。これは青雲丸CPでは流入境界位置は $x/D=-0.4$ であり、DTRC4119プロペラ($x/D=-0.5$)に比べると小さいので誘導速度場の影響をより強く受け、結果的に修正量が増加するためである。

4. 5. 4 境界層遷移の影響

本計算では前述したように翼前縁から乱流状態が発達するものと仮定している。しかしながら計算レイノルズ数の範囲では実際の翼面上の流れには層流と乱流状態が混在している。例えばDTRC4119プロペラで $J_{in}=0.833$ の場合、翼面限界流線の可視化によれば $R_{nk}=10^6$ では背面側で翼面積の50%、正面側で70%が乱流状態であることが報告されている[39]。特に翼中央部から翼端にかけては乱流域の割合が更に増加するので、全面乱流とした本仮定の影響は K_T 及び K_Q 値に関する限り比較的小さいと考えられる。参考のために行った遷移付きの計算結果をTable4.8に示す。遷移付きの計算は全面乱流の結果に比べて K_T は微増、 K_Q は微減となっているものの、結論に大きな影響を及ぼさないことがわかる。

4. 6 4章の結論

本研究で新たに開発された船用プロペラまわり非圧縮性乱流計算スキームを用いてプロペラ単独流場のシミュレーション計算を実施し、プロペラ単独特性の計算精度について考察した。本章で得られた結論は以下の通りである。

(1) 翼面格子分割を系統的に変化させて行った計算結果から、スラスト係数及びその圧力成分を数%以内の精度で計算するためには少なくとも翼面を250分割する必要がある。

(2) スラスト係数の摩擦成分の翼面分割数への依存性は圧力成分に比べると非常に小さい。

(3) 物体表面上で積分したスラスト値と外部境界で積分した値は収束時には0.1%の精度で一致する。

(4) 反復打ち切り誤差(ϵ^n)は収束時には 10^{-6} のオーダーまで低下する。

(5) DTRC4119プロペラまわりの計算結果を実験結果と比較した結果、 K_T , K_Q ともに約7%の過大評価となり、効率は良く一致した。

(6) DTRC4119プロペラの単独特性に関する推定精度はパネル法による非粘性理論計算結果とほぼ同等である。

(7) 青雲丸CPについてもDTRC4119プロペラと同様に実験値に対して計算結果は過大評価となるが、相対的な推定精度はDTRC4119に比べると低下する。

(8) K_T , K_Q の過大評価の直接的な要因は翼前縁の近傍で背面側負圧力のピークのレベルを大きく計算している点にある。

(9) 流入境界位置の制約による誘導速度影響を考慮すると実験値との差の傾向を定性的に説明することができる。

(10) プロペラの単独特性の推定精度に及ぼす境界層遷移の影響はDTRC4119プロペラの場合、 $Rnk=10^6$ では非常に小さいことが明らかになった。

第5章 船用プロペラまわりの粘性流場の構造に関する考察

5. 1 5章の緒論

船用プロペラまわりの流場構造は極めて多様かつ複雑であり、しかもその多様性、複雑性は主として流体の粘性に起因している。例えば、Stern et.al.[18]は船用プロペラまわり粘性流場に特徴的な構造として下記の6項目を指摘している。

- 1) Boundary layer flow
- 2) Tip vortex
- 3) Wake
- 4) Hub vortex
- 5) Leading-edge horse shoe vortex
- 6) Blade passage vortex

プロペラ翼面上の境界層流れは遠心力の影響を受けるとともに、乱流遷移や層流剥離、乱流剥離等の複雑な要素を含み、通常の二次元翼まわりの境界層とは性質を大きく異にしている。特に翼端の近傍では翼端渦の生成及び発達に伴って強い三次元性を有するものと考えられる。また、翼端渦を含む後流渦系の構造は非粘性理論による計算の精度向上を目的として古くから数多くの研究が行われているが、特に近年になってハブ渦や馬蹄渦等のハブ近傍の渦構造がプロペラ効率の改善の観点から、注目を集めるようになった[41]。

これらの流場構造のメカニズムを分析的に解析する試みは以前から行われている。例えば、CFD手法を用いた直進三次元翼型まわりの翼端渦の生成過程に関する研究[42]や、翼と平板の接合部流れに関する計算結果[43]等は、プロペラまわり粘性流場の特徴的な構造をある程度反映するものと考えられる。しかしながらプロペラまわり粘性流場の構造は作動状態及び幾何形状に対する依存性が強く、かつ様々な非線形相互作用の影響を受けるため、このような研究の本問題への適用には自ずから限界がある。

一方、最近の実験技術の発達には注目すべきものがあり、例えばLDVによる流場

計測技術は翼端渦を含む後流渦の構造の解明及び後流渦モデルの高精度化に大きな貢献を果たしている[4][5]。しかしながら粘性に起因する現象には様々なスケールの渦構造が含まれるので、その解明には極めて高い解像度の計測が要求される。このため時間及びコスト両面の問題から、その適用は限定されているのが現状である。

そこで本章ではCFD手法による計算結果を用い、模型スケールのプロペラまわり粘性流場の構造について、主としてLDVによる実験値との比較を通して考察した。ただし、本研究では2章及び3章で記述したようにハブの形状を円筒で近似し、かつハブ面上で法線方向速度成分のみをゼロとしている。従ってハブ近傍の渦構造に関する検討は今後の課題とし、考察の対象を上記の1)～3)とした。

計算対象としては通常型プロペラの代表としてDTRC4119プロペラを、またハイリー・スキュード型プロペラ(以下、HSP)の代表として青雲丸HSPを取り上げた。DTRC4119プロペラにはLDVによる詳細な流場計測結果を利用できるという利点があり、本計算手法による流場推定精度に関する考察に供することができる。またHSPは船尾振動の低減を目的として多用される傾向にあるが、近年、翼の折損事故が多数報告されている[6]。実船プロペラの翼面圧力分布計測結果から背面側の翼端部における異常負圧の発生が観察されており[7]、HSPに特有の翼前縁剥離渦を含む大規模な渦構造の発達との関係が注目されている。

5. 2 DTRC4119プロペラまわりの粘性流場

5. 2. 1 計算の概要

DTRC4119プロペラの主要目及び計算に用いた条件をTable4.3及びTable4.4に示す。計算レイノルズ数は 10^6 であり、翼前縁から乱流状態が発達すると仮定した。なお、計算結果は設計点である $J_{in}=0.833$ の1点について提示する。

5. 2. 2 翼面境界層の排除厚さ分布

(1) コード方向分布

翼面境界層の排除厚さ(δ^*)分布は翼型の相当厚さ及びキャンバーの変化を通して翼型性能を規定するという点で非常に重要なパラメータであり、非粘性理論計算で一般的に用いられる揚力勾配修正係数はこの影響をマクロ的に表現したものと解釈

することができる。

代表的な三つの半径位置(0.7R、0.9R及び0.95R)における δ^* のコード方向分布の計算値及び実験値をFig.5.1からFig.5.3にプロットした。

$$\delta^* = \int_0^{Edge} \left(1 - \frac{u_s}{u_{s_{Edge}}}\right) dn \quad (5.1)$$

$$u_s = \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_s, \quad \mathbf{e}_s = \mathbf{e}_n \times \mathbf{e}_r \quad (5.2)$$

ただし、上式に示すように δ^* は翼面に対して接線方向流速を基に計算され、 $\mathbf{e}_n$ 及び $\mathbf{e}_r$ は翼面に対して法線方向及び半径方向の単位ベクトルを表わす。

実験値はJessup[37]が行ったLDVによる翼面境界層計測結果であり、一部のケースを除いて前縁粗度による乱流遷移を起こしたケースをプロットした。計算ではほとんどの領域で境界層を8～10点の格子で解像しているが、翼の前半部では解像度の低下によって δ^* の計算精度が低下している。

二次元境界層的な性質の強い0.7R及び0.9Rのケースでは δ^* はほぼコード方向に単調に増加し、翼の後縁近傍で急激に増加する傾向を示す。背面側で計算値は実験値に比べて δ^* を過大に推定しているが、これは前章に示した翼面圧力分布の計算精度によるものであると考えられる。すなわち、Fig.4.9及び4.10に示すように本計算結果は背面側で前縁近傍の負圧ピークを大きく計算しており、ほとんどの領域で逆圧力勾配の絶対値を大きく推定する結果となっている。このため境界層の発達を実験値に比べて進んだものと考えられる。これは圧力分布が平坦で、かつ実験値との一致度が良好な正面側では計算と実験結果が非常に良く一致していることから示唆される。なお、同様の傾向は0.9R半径位置についても見られる。

参考のために次式で与えられる滑面平板の乱流境界層の解析解を用いて、0.7Rの後縁における δ^*/C を求めると 0.292×10^{-2} となり、圧力勾配が小さい正面側の計算結果と定量的に良く一致していることがわかる。

$$\delta^*/C = 0.04625 \times Re^{-1/5} \quad (5.3)$$

翼端に近づくにつれて δ^* 分布は通常の二次元境界層的な挙動から大きく逸脱するようになる。0.95R半径位置の背面側では絶対値こそ異なるものの、計算値、実験値ともに90%コード位置で δ^* が減少する傾向を示していることが興味深い。これは翼端近傍で δ^* の増加をもたらす正面側からの低速流体の回り込み、すなわち翼端渦の形成が、主として翼の中央部で起こっていることを示しているものと考えられる。

(2) 半径方向分布

Fig.5.4及びFig.5.5には代表的な四つのコード位置(50%、70%、90%、95%)における δ^* の半径方向分布を示す。正面側、背面側ともに0.3Rから0.9Rにかけての翼中央部では境界層の性質は半径方向にほぼ相似であり、二次元性が強いことを示している。すなわち、この間は δ^* はコード方向に単調に増加しており、増加の割合は正面側に比べると背面側の方が大きい。また、90%コード位置と95%位置の差が大きいことは翼の後縁近傍では後流との接続によって δ^* が発散傾向にあることを示している。これらの特徴は通常の二次元翼型まわりの δ^* 分布形状と本質的に同じである。

特徴的な構造は翼根と翼端の近傍に認められる。ただし、翼根部の近傍ではハブ面上で法線方向速度成分のみをゼロとしたことによって人為的に境界層の発達が抑制されている可能性が大きい。翼端近傍では δ^* は正面側で減少し、背面側で増加する傾向にあり、正面側から背面側への低速流体の回り込みを表すものと解釈することができる。ただし、Fig.5.3からもわかるように本計算結果はこの傾向を強調し過ぎているようであり、翼端近傍の格子解像度の不足によるものと考えられる。

5. 2. 3 翼面境界層の形状係数分布

(1) コード方向分布

形状係数 H のコード方向分布の実験値との比較をFig.5.6から5.8に示す。前縁粗度による強制遷移を行った実験値と計算値は非常に良い一致を示していることがわかる。ただし、0.7Rの翼前半部で正面側、背面側ともに実験値が計算値に比べて大きな傾向を示しているのは前縁粗度による乱流化が翼前半部で十分ではないことを示しているものと思われる。0.95Rの背面側では90%コード位置で H が増加する傾向を実験値、計算値ともに捉えている。これはFig.5.4における δ^* の減少に対応している。

(2) 形状係数の半径方向分布

Fig.5.9及びFig.5.10に H の半径方向分布を示す。背面側の翼端近傍では H は一旦急激に減少した後に、増加に転じる傾向を示している。 H の減少は翼端渦の再付着域の存在を、増加は翼端渦の存在をそれぞれ表すものと考えられる。

5. 2. 4 限界流線

Fig.5.11及びFig.5.12は翼背面側における限界流線を計算と可視化実験結果[39]で比較したものである。両者のレイノルズ数はほぼ一致しているが、可視化実験では前縁粗度等による強制遷移を行っていないため、翼前縁及び翼根近傍に層流域が存在している。その面積は翼背面側で約36%、遷移域は14%で、残りの約50%が乱流状態となっていることが報告されている。乱流域では計算、実験結果ともにほとんどの領域で限界流線はほぼ半径方向に沿っており、前節の結果、すなわち、翼根及び翼端部の一部を除く乱流境界層は比較的単純な二次元的構造を有することを裏付ける結果となっている。

特徴的な構造は翼根部及び翼端部の近傍に認められる。翼根部では後縁の近くで限界流線が半径方向に立ち上がっており、翼と平板との接合部流れに見られる流場構造[43]と同様の傾向を示していることがわかる。ただし馬蹄渦を含む接合部流れの構造について考察するためにはハブ面ですべりなしの条件を与えた計算を行う必要がある。

翼端部では翼の中央部で流線がわずかに半径方向内側に曲がり、翼端渦の発生に伴う正面側からの流れの回り込みを表すものと注目される。その半径方向やや内側には付着線と思われる限界流線が観察され、5. 2. 3節で記述した H の半径方向分布に対応する結果が得られていることがわかる。

これらの特徴は実験及び計算に共通して認められるものであり、本計算は前節の排除厚さ及び形状係数の分布を見る限り、翼端近傍の流場構造を若干強調し過ぎているものの、定性的な傾向を良く捉えていることがわかる。

5. 2. 5 翼端渦及び後流構造

Fig.5.13からFig.5.17に3つの x —一定断面における渦度(ω_p)分布を示す。ただし、 ω_p —

は渦度とプロペラピッチ方向の単位ベクトルとの内積で定義され、実験値[37]との比較のためにプロペラ半径(R)で無次元化されている。また、符号は x 軸の正の方向から見て反時計回りを正とした。

$x=0$ 、すなわちコード方向中央断面の渦度分布(Fig.5.13)は背面側に形成される翼端渦の構造を良く表現している。渦度の最大値はほぼ $r/R=1.0$ にあり、翼背面側に付着している。

下流断面の $x/D=0.0655$ (Fig.5.14)では渦度分布は円周方向に引き伸ばされ、広い範囲に分布するようになる。対応する実験値(Fig.5.15)と比較すると計算結果には明瞭な渦核は形成されていない。また、渦度の最大値は実験値の約1/3であり、計算結果は拡散的な解を与えていることがわかる。

さらに下流断面の $x/D=0.164$ の計算結果(Fig.5.16)では渦度の広がりが一層大きくなるとともに、最大値が急激に減少して拡散が一層進むことを示している。翼端渦の渦核に相当する部分の渦度は実験値(Fig.5.17)に比べると約1/2から1/3であり、前断面と同じ傾向を示している。一方、正負一對の楔形状に発達した後流渦は形状、最大値ともに実験値と良く一致している。

計算で明瞭な翼端渦核をシミュレートできない原因の一つとして乱流モデルの影響が考えられる。すなわち、本研究で採用したBaldwin-Lomax乱流モデルは二次元的な境界層及びその後流を精度良く計算することが可能であるものの、船尾ビルジ渦等の縦渦構造を拡散的にシミュレートすることが知られている。本計算結果もこれを裏付ける結果となっている。船尾縦渦の定量的な推定は $k-\varepsilon$ 二方程式モデルやレイノルズ応力モデルを用いても困難であることが明らかになっており[44]、翼端渦を含む縦渦構造の精度良い計算は船舶海洋工学全体におけるCFDの大きな研究課題となっている。

後流渦系のマクロ的な構造を表す流体力学的ピッチは非粘性理論計算における後流渦モデルとの関連から、過去に数多くの研究が行われている[45]。Fig.5.18は後流渦系の流体力学的ピッチの半径方向分布を実験値と計算値で比較したものである。ピッチは半径方向に漸減し、翼端渦の近傍で急激に減少する等、実験値と定性的に一致する傾向を示している。

しかしながら翼中央部($0.4 < r/R < 0.7$)では計算値は幾何学的なピッチにほとんど一

致しており、実験値に比べると小さな値となっている。これは格子が幾何学的ピッチの近傍に極端に集中化されているために、その近傍以外では渦度の数値的な拡散が進んだためであると考えられる。翼端渦に対応する位置は実験値では $r/R=0.9$ の近傍にあるが、計算でもほぼ対応する位置に非常に小さなピークが現れている。計算ではピッチの最小値は $r/R=1.0$ のやや内側に現れているが、これはFig.5.16等で渦度が半径方向に大きく拡散した領域に対応している。

5. 3 青雲丸ハイリースキュードプロペラまわりの粘性流場

5. 3. 1 計算の概要

近年、船尾振動低減を目的として多用されるハイリー・スキュード・プロペラ(以下、HSP)は前節で考察した通常型とは全く異なった渦構造を有することが報告されている。右近他[7]は実船翼面圧力分布の計測を行い、HSPの背面側翼端部に著しい負圧領域が存在することを報告しており、近年多発しているHSPの翼端切損事故との関係を伺わせる結果を得ている。そこで本章ではHSPまわりの粘性流場計算結果を基に、プロペラ翼面上に発達する縦渦構造と翼面圧力分布の関係について考察した。

計算対象は運輸省航海訓練所所属の練習船青雲丸用に設計されたHSP-1[46]である。これはピッチ分布を除いて要目は本船に装備され前述した実船試験に供されたHSP-2とほぼ一致している。HSP-2は翼端荷重を軽減させるためにピッチを翼端部で極端に減少させているのに対して、HSP-1は緩やかな逓減ピッチ分布を採用している。従って、HSP-2に比べると翼端近傍に作用する荷重のレベルは大きく、従って渦構造の規模も大きくなることに注意する必要がある。

HSP-1の主要目をTable5.1に、計算条件をTable5.2にそれぞれ示す。計算に用いた格子(翼面及びハブ面上)をFig.5.19に示す。同図からわかるように翼端部でのコード長は0であるが、本計算では計算格子生成の便宜上、翼端部で有限なコード長を与えている。なお、以下には比較のために青雲丸通常型プロペラ(以下、青雲丸CP)まわりの計算結果を示す。主要目及び計算条件はTable4.6及びTable4.7に記述されている。

5. 3. 2 翼面圧力分布の比較

Fig.5.20にHSP-1の背面側翼面圧力分布の計算結果を示す。図中の実線が正圧を、破線が負圧領域を示し、等高線の間隔は0.2である。ただし、圧力の無次元化は次式によっている。

$$C_{p2} = \frac{p - p_{in}}{1/2 \rho u_{in}^2} \quad (5.4)$$

同図から翼前縁から翼端にかけて極端な負圧域が帯状に形成されており、極端な負圧域が計測された実船試験結果[7]に対応する結果が得られていることがわかる。HSP損傷例の解析結果[6]によると、金属疲労による翼の切損は0.7R～翼端の範囲に集中しており、本計算でシミュレートされた翼端近傍に作用する極端な負圧が曲げ及びねじり荷重として作用し、切損の要因の一つとなることを裏付けている。

Fig.5.21には比較のために青雲丸CPの背面側翼面圧力分布の計算結果を示す。この場合には圧力分布は各半径位置についてほぼ相似な形状を有しており、等圧線は翼形状の輪郭にほぼ沿っている。翼端渦の影響によるものと思われる圧力分布の変形は僅かに翼端後縁近傍で観察されるに過ぎない。

5. 3. 3 渦構造の比較

HSP-1の背面側翼端における負圧域形成のメカニズムについて考察するために計算結果を用いて翼面上に発達する縦渦成分の可視化を試みた。Fig.5.22にx方向5断面について渦度の速度ベクトル方向成分(Helicity: ω_h)分布をプロットした。Helicityはその定義から自由渦成分を強調する性格を有しており、縦渦構造を明瞭に捉えることが報告されている[47][48]。なお、プロットは便宜上、x軸の正の方向から見て反時計回り成分のみとした。

$$\omega_h = \omega_x \cdot u_x + \omega_y \cdot u_y + \omega_z \cdot u_z \quad (5.5)$$

上流側の断面($x/D=-0.02$)で翼前縁よりやや内側に渦度の集積した領域が形成されており、大スキュー角の影響によってデルタ翼まわりの流場に見られる前縁剥離渦

のロールアップ現象と類似な現象が起こっていることがわかる。下流側断面に進むにつれて、この渦核が急激に成長し、 $x/D=0.02$ 付近で最大となっている。この位置は帯状に形成された負圧域の位置と一致しており、翼前縁を回り込む低速流体による渦度の集積、発達が著しい負圧を生起することが明らかに示されている。

同様にHelicity分布のプロットを青雲丸CPについて行ったものがFig.5.23である。HSPとは異なって上流側での渦度の集積はほとんど認められず、翼端近傍の渦構造はHSPに比べて小規模であることがわかる。

5. 4 5章の結論

本章では通常型及びハイリー・スキュード型プロペラまわりの粘性流場計算結果を用いて、流体の粘性に起因する船用プロペラ流場の特徴的な構造及びそのメカニズムについて考察を加えた。本章で得られた結論は以下の通りである。

(1) 通常型プロペラ(DTRC4119)の翼面境界層の特性を実験値と比較し、翼端の近傍で発散気味の解を与えるものの、定性的には良く一致する結果を得た。

(2) 翼面境界層は $0.3R$ から $0.9R$ にかけての翼中央部では二次元的な性質が強い。すなわち、排除厚さ及び形状係数のコード方向分布はスパン方向にほぼ相似な形状を有することがわかった。

(3) 翼端渦の影響と思われる境界層の三次元的な構造は $0.9R$ 以上で現れる。

(4) 限界流線の計算結果から翼端の近傍では翼端渦の発生による正面側から背面側への流体の回り込みが明瞭に捉えられていることがわかった。

(5) 翼端渦の強度は実験値に比べると約 $1/2 \sim 1/3$ となり、渦度の拡散領域が大きくなる結果を得た。これは主として乱流モデルの適用限界によるものであると考えられる。

(6) 後流渦系の構造をマクロ的に表現する後流の流体力学的ピッチ分布は実験値と定性的に良く一致する結果を得た。

(7) HSPの翼端切損事故の一要因と考えられる背面側翼端部に発生する異常な圧力低下を計算でシミュレートすることができた。

(8) 負圧レベルの低下は翼前縁から翼端部にかけて著しい発達を遂げる縦渦成分によって生起されることが明らかになった。これはデルタ翼まわりの流場に見られ

る前縁剥離渦のロールアップ現象と類似な現象である。

(9) CPの場合には翼端渦の発達規模及び影響範囲ともにHSPに比べて局所的に留まることがわかった。

第6章 プロペラ単独特性の尺度影響

6.1 6章の緒言

船用プロペラの単独特性は自航模型試験によって得られる船後プロペラ特性と併せて実船馬力の推定に用いられる。このためプロペラ単独特性の尺度影響の解明は工学的な見地から非常に重要な研究課題であると認識されている[8]。

現在、設計段階でプロペラ単独特性の尺度影響推定に用いられる手法はITTC1978 Methodである[8]。本手法では模型試験データから抗力成分のみについて尺度影響による修正が行われている。しかしながら近年、境界層による排除影響の変化に基づく揚力成分の尺度影響の重要性が指摘されるようになった。例えば、Bavin et.al.は2次元翼型に関する実験データを整理して揚力成分の尺度影響に関する推定式を提案しており、実船馬力の推定に適用した結果、尺度影響を若干過大に評価するものの定性的な傾向は良く捉えられたと報告されている[9]。しかしながら彼らのモデルは翼素ベースの修正式であり、その定量性及び3次元性の極めて強いプロペラ流場に対する適用性は十分評価されていない。また実験データを基礎とした回帰式であるためにその適用範囲は自ら限られるという欠点がある。

本問題を総合的に解明するためには粘性及び3次元影響を厳密に考慮したCFD手法を用いる必要がある。そこで本章では模型スケールから実機スケールの範囲のレイノルズ数の乱流計算を実施し、計算結果をもとにプロペラ単独流場の尺度影響のメカニズムについて様々な角度から考察を加えた。

本章で計算対象としたプロペラはDTRC4119である。ITTC Propulsor Committeeでは現在、同プロペラを用いた単独特性の尺度影響に関する持ち回り水槽試験を実施中である[39]。

6.2 DTRC4119プロペラに関する計算結果

6.2.1 計算の概要

供試プロペラの主要目をTable4.3に、計算条件をTable6.1に示す。レイノルズ数(R_{nk})は模型スケールの上限から実船スケールの下限の範囲内で4状態とし、前進定数は設計点である $J_{in}=0.833$ の1状態とした。計算に用いた格子点数は約3万点であり、

4種類のレイノルズ数に対して同一の格子を用いて計算を行った。なお、本章では乱流計算にあたって以下の二つの仮定を用いた。

仮定1 遷移を考慮せず翼前縁から乱流状態が発達している

仮定2 実船状態を想定した粗度影響を考慮しない

翼面流線の可視化結果によると $R_{nk}=10^6$ では背面側で翼面積の50%、正面側では70%が乱流状態であると報告されている[39]。それ以下のレイノルズ数では大幅に層流域が増加するため、仮定1の妥当性が損なわれないようにレイノルズ数の下限値を $R_{nk}=10^6$ とした。これは模型実験の上限に相当する値である。また翼面粗度の存在は表面摩擦及び排除厚さの増加をもたらし、実質的なレイノルズ数を公称値よりも低下させる方向に作用する。従って仮定2は実船状態に対応する高レイノルズ数域において尺度影響の効果を過大に評価することになる。

6. 2. 2 プロペラ単独特性の尺度影響

(1) スラスト係数の尺度影響

Fig.6.1はスラスト係数(K_T)の計算値及び複数の研究機関で得られた実験値をレイノルズ数ベースにプロットしたものである。 $R_{nk}=10^5$ から 10^6 の範囲で得られた実験結果には非常に大きいばらつきがあるものの、 K_T はレイノルズ数の増加に伴って単調に増加する傾向が示されている。実験結果に比べて高レイノルズ数域にある計算結果も同様に $\log(R_{nk})$ に対してほぼ線形的に増加する傾向を示しているが、その傾きは実験結果に比べると小さい。ただし、前節で述べたように実船相当レイノルズ数の計算に粗度影響を導入すると実際には傾きがさらに小さくなり、頭打ちとなる傾向を示すものと考えられる。 K_T の尺度影響は一般にレイノルズ数の増加に伴って単調に増加するが、その傾向は徐々に頭打ちになると言われている。本計算結果はそのような尺度影響の傾向を良く再現している。

(2) トルク係数の尺度影響

Fig.6.2はトルク係数(K_Q)の計算値及び実験値をレイノルズ数ベースにプロットし

たものである。一般に K_Q はレイノルズ数の増加に対して単調に減少すると言われているが、 $R_{nk}=10^6$ から 10^7 範囲の本計算結果はこれに一致する傾向を示している。また実験値では $R_{nk}=7 \times 10^5$ まではレイノルズ数の増加にともなって K_Q は増加しているが、それ以降はほぼ一定、あるいは若干の減少傾向にあることがわかる。

K_Q の尺度影響は K_T に比べて翼端近傍の流場構造の変化の影響を大きく受ける。従ってそのメカニズムを解明するためには翼端渦を含む翼端近傍の流場構造の尺度影響の解明が重要である。

(3) プロペラ単独効率の尺度影響

Fig.6.3には効率 η_0 の実験値及び計算値をプロットした。ただし、図中の実線は揚力体理論に基づく計算コード(PSF-10)による計算結果[3]で、粘性影響の修正を行っていないので「理想効率」に対応する値である。 η_0 は実験値、計算値ともによくまわっており、 $\log(R_{nk})$ に対してほぼ線形的に増加する傾向を示していることがわかる。 $R_{nk}=10^7$ では理想効率の97%に達しているが、実際には実船粗度の影響により、効率の増加傾向は頭打ちになることが予想される。

6. 2. 3 スラスト係数の圧力及び摩擦成分の尺度影響

(1) 圧力成分と摩擦成分の分解

K_T の尺度影響のメカニズムを解明するために次式のように K_T を圧力成分である k_{TP} と摩擦成分 k_{TF} に分解した。物理的には前者は境界層の排除厚さによって変化する翼面圧力分布の K_T への寄与を、後者は翼面摩擦応力の寄与をそれぞれ表す。

$$K_T = K_{TP} + K_{TF} \quad (6.1)$$

$R_{nk}=10^6$ の結果をベースとしてレイノルズ数の増加に対する両成分の変化をプロットしたものがFig.6.4である。同図から k_{TP} と k_{TF} の増分は同じオーダーであり、両者ともに $\log(R_{nk})$ に対してほぼ線形な関係を満足していることがわかる。すなわち、本ケースでは圧力成分の尺度影響は摩擦成分に比べてオーダー的に無視できないことが明らかに示されている。

(2) 圧力成分の尺度影響のメカニズム

k_{TP} の尺度影響のメカニズムについて考察するために先ず翼面圧力分布の尺度影響について調査した。Fig.6.5は $Rnk=10^6$ 及び 10^7 の計算結果を用いて0.7R半径位置における翼面圧力分布の比較を行ったものである。ただし圧力の無次元化は次式による。

$$C_{pl} = \frac{p - p_{in}}{1/2 \rho U_R^2} \quad (6.2)$$

レイノルズ数の増加による圧力場の変化の特徴は下記の3点にまとめることができる。

- 1) 背面側負圧のピーク近傍で圧力が僅かに低下する。
- 2) 境界層の排除影響が最も顕著に現われる翼後縁近傍で圧力の回復が顕著となり、正面、背面側ともに圧力のレベルが上がる。
- 3) これに引きずられる形で翼正面側の圧力のレベルが全体的に上がる。

Fig.6.6は同じく $Rnk=10^6$ 及び 10^7 の計算結果を用いて0.7R半径位置における排除厚さ分布の比較を行ったものである。レイノルズ数が増加するにつれて排除厚さの絶対レベルが減少するとともに背面側においてコード方向の分布が平坦化されている。これらの二つの要因が有効キャンバー及び有効迎角の増加をもたらし、前述した翼面圧力分布の変化を通して k_{TP} の尺度影響を産むメカニズムになっている。

なお、平板乱流境界層の解析解((5.3)式)によると $Rnk=10^6$ と 10^7 における排除厚さの比は0.63であるが、計算結果は約50%コード位置で0.50(Back)、0.47(Face)となっており、排除厚さの尺度影響を若干、強調して捉えているように思われる。これはすべての計算を同一の格子を用いて行っているために、特に $Rnk=10^7$ の計算で格子の解像度不足による精度低下が起こっている可能性がある。従って、本計算結果は圧力分布の尺度影響を若干過大評価していることになる。

6. 2. 4 尺度影響の三次元性に関する考察

尺度影響の三次元性について考察するために次式に示すようにスラストの圧力成分 K_{TP} 及び摩擦成分 k_{TF} をスパン方向に分解した。

$$\begin{cases} K_{TP} = \sum_{j=1}^{jp-1} k_{TP}(j) \\ K_{TF} = \sum_{j=1}^{jp-1} k_{TF}(j) \end{cases} \quad (6.3)$$

Fig.6.7は $R_{nk}=10^6$ 及び 10^7 の計算結果を用いてスパン方向の $k_{TP}(j)$ の比較を示したものである。ただし、圧力積分はプロペラ翼面格子に沿って、 $j=1$ の翼根から $j=16$ の翼端までの帯について行っており、従って横軸 j は厳密には半径方向座標と対応していないことに注意する必要がある。

本計算ではハブ面で法線方向速度成分のみをゼロとして計算しているために k_{TP} は翼根では非常に小さい値となっている。 k_{TP} はほぼ $0.7R$ 位置に対応する $j=9$ で最大値をとった後に翼端に向かって単調に減少する。ただし翼端では通常の高粘性計算結果とは異なり比較的大きな値を保っている。

次に k_{TP} 及び k_{TF} のレイノルズ数依存性について調査するために次式の形で指数 α 及び β を定義した。

$$\begin{cases} k_{TP}(j) \propto R_{nk}^{\alpha(j)} \\ k_{TF}(j) \propto R_{nk}^{\beta(j)} \end{cases} \quad (6.4)$$

指数 α のスパン方向変化をFig.6.8に示す。流場の二次元性が強い翼中央部では指数 α は比較的小さく、従って尺度影響は弱いことを示している。一方、翼端渦等の存在により三次元性が強い翼端近傍に向かって指数が顕著に増加する傾向があり、圧力成分の尺度影響を強く受けていることがわかる。

同様のプロットを摩擦成分のスパン方向分布(k_{TF})について行ったものがFig.6.9である。接合部流れの影響を強く受ける翼根の近傍で指数 β は小さく、従って尺度影響が弱いという結果が得られている。ただし、この結果にはハブ面で法線方向速度成分のみをゼロとした影響が含まれている可能性がある。一方、 $j=9$ の翼中央部から翼端にかけては指数 β はほぼ一定である。最終的な結論を導くためにはハブを厳密に取り扱った計算結果を行う必要があるが、Fig.6.8及びFig.6.9からは翼中央部から翼端部における k_{TF} の尺度影響の三次元性は k_{TP} に比べて小さいという結論が得られて

いる。

6. 3 6章の結論

本章ではDTRC4119プロペラの設計点における単独特性をCFD手法により模型スケールから実機スケールに対応する4種類のレイノルズ数について計算し、その尺度影響について考察した。その結果、以下の点が明らかになった。

(1) レイノルズ数の増加に対してスラスト係数は単調に増加し、逆にトルク係数は減少する傾向を示した。これは従来の実験によって得られている傾向と定性的に一致している。増減の割合は $\log(Rnk)$ に対してほぼ線形である。

(2) プロペラ単独効率の尺度影響は実験値、計算値ともに $\log(Rnk)$ に対してほぼ線形的に増加する傾向を示し、 $Rnk=10^7$ では理想効率の97%に達した。

(3) ただし、実船状態に相当する高レイノルズ数領域では計算で得られている線形的な増加傾向は粗度影響によって頭打ちとなることが考えられる。

(4) スラストの尺度影響に関して圧力成分と摩擦成分に分解して考察した結果、両者の寄与はほぼ同じオーダーであることが明らかになった。また、両成分ともに $\log(Rnk)$ に対してほぼ線形的に増加する傾向を示した。

(5) 圧力成分の尺度影響はレイノルズ数の増加に対して翼面境界層の排除厚さが減少し、かつ平坦化することによって生じる有効キャンバーの変化によってもたらされる。

(6) スラストの圧力成分の尺度影響は翼中央部から翼端部にかけては摩擦成分に比べて3次元的な影響を強く受ける。これは翼端渦の生成及び発達に伴う流場の三次元性によるものと考えられる。

(7) ハブ近傍流場の尺度影響について考察するためには今後、厳密なハブの取り扱いをした計算を行う必要がある。

第7章 結 論

本研究はナビエ・ストークス方程式の直接解法、すなわちCFD手法による船用プロペラまわりの粘性流場計算手法の開発及び同計算コードの精度検証を前半部とし、その応用例として後半部では粘性に起因する船用プロペラまわりの流場構造の解明を目的としたものである。以下に本研究で得られた結論をに示す。

第1章においては船用プロペラ流場の理論計算法の発展について概説するとともに、従来の非粘性理論の枠組みでは解明することが困難であると考えられる諸現象について具体的に説明した。さらにこれらの現象の多くが流体の粘性に起因するものであり、その解明にはCFD手法の採用が必要不可欠であることを指摘した。

第2章ではCFD手法による船用プロペラまわりの粘性流場の数値解法について記述した。すなわち、有限体積法に基づいた支配方程式の離散化手法及び境界条件の設定について詳述した。

第3章においてはCFD手法を本問題に適用する際の最大の技術的な課題である計算格子生成手法について記述した。すなわち、幾何的方法と呼ばれるアルゴリズムの詳細を説明した後に、翼面格子及び三次元格子生成手法について記述した。

第4章においては本研究で開発された船用プロペラまわり粘性流場の計算コードを用いてプロペラ単独性能の計算及び計算精度について記述した。数値誤差に関する考察を2種類の手法を用いて行った後に、プロペラ単独特性の計算結果を実験結果と比較した。その結果、スラスト及びトルク係数は実験値に比べて若干の過大評価となるものの、単独効率については良く一致する結果が得られることを確認した。スラスト及びトルク係数の過大評価の直接的な要因は翼前縁近傍で荷重を大きく計算しているためである。これは主として翼面格子点数の不足及び流入境界と外部境界位置の制限による誘導速度場の影響によるものと考えられる。

第5章においては計算結果をもとに粘性に起因する特徴的な流場構造及びそのメカニズムについて考察した。通常型プロペラについて実験値との比較を行い、翼面境界層及び翼端渦を含む後流渦系の構造を定性的に良くシミュレートすることを確認した。ただし、後流渦核は数値的な拡散が著しく、渦中心の強度は約1/2から1/3程度となった。これは主として本研究で用いた乱流モデル、すなわち、Baldwin-Lomaxモデルの精度上の限界によるものであると考えられる。縦渦成分を精度良くシミュレート可能な乱流モデルの開発は今後のCFD研究の最大のテーマの一つである。また、ハイリースキュード型プロペラにおける翼端近傍、背面側の極端な負圧域の形成はデルタ翼まわりの流場に類似した大規模な渦構造の発達によるものであることを明らかにした。

第6章においては工学上極めて重要な研究課題であるプロペラ単独性能の尺度影響について計算結果をもとに考察した。その結果、翼面境界層の変化に基づく圧力成分の尺度影響が摩擦成分と同程度のオーダーであることが明らかとなり、特に翼端の近傍で圧力成分の尺度影響が強く現れることが明らかになった。

謝 辞

本論文をまとめるにあたり、終始変わらぬ御指導と御教示を賜りました大阪大学教授田中一朗先生に心より御礼申し上げます。

研究の初期より終始、適切な御指導を賜りました（財）日本造船技術センター常務理事北川弘光博士に深く感謝致します。また船舶技術研究所氷海技術部運動性能研究室長、小山鴻一博士にはプロペラ理論及び計算結果の検討に際して、終始貴重かつ暖かなご助言を賜りました。

私が本研究をまとめることができたのは初期段階から手とり足とり御指導頂いた船舶技術研究所推進性能部抵抗研究室長、児玉良明博士の御尽力によるところが非常に大であると思います。深く感謝する次第です。また、児玉博士を中心とした船舶技術研究所CFD研究グループの日夏宗彦博士、日野孝則博士、春海一佳氏及び平田信行氏には研究遂行上、非常に重要なご助言を数多く頂きました。

最後に研究の遂行に多くの御援助を頂いた船舶技術研究所氷海船舶試験水槽の皆様、吉田三雄氏、泉山耕氏、金田成雄氏、下田春人氏、若生大輔氏に感謝の意を表したいと思います。

参 考 文 献

- [1]花岡達郎：「プロペラの基礎理論（特にMunkの定理と揚力線理論について）」、船舶技術研究所報告、第5巻、第6号、1968年
- [2]星野徹二：「第2章プロペラ理論」、第3回船用プロペラに関するシンポジウム、昭和62年7月
- [3]Koyama, K. : "Comparative Calculations of Propellers by Surface Panel Method - Workshop Organized by 20th ITTC Propulsor Committee - ", Papers of Ship Research Institute, Supplement No.15, Sep.1993
- [4]Hoshino,T. : "Hydrodynamic Analysis of Propellers in Steady Flow Using a Surface Panel Method, 2nd Report:Flow Field around Propeller", Journal of SNAJ, Vol.166, Dec.1989
- [5]Kawakita,C. et.al. : "A Surface Panel Method for Ducted Propellers with New Wake Model Based on Velocity Measurements", Journal of SNAJ Vol.172, Nov.1992
- [6]凌志浩：「ハイリースキュード・プロペラの損傷の現状」、日本海事協会会誌第225号、平成5年
- [7]右近良孝他：「実船プロペラ翼面圧力計測　ーハイリースキュードプロペラに関する計測ー」、日本造船学会論文集第170号、平成3年12月
- [8]田村欣也：「模型船と実船との相関の研究」、西部造船会会報第81号、平成2-年11月
- [9]"Report of the Powering Performance Committee", Proceedings of the 20th ITTC, 1993
- [10]山崎禎昭：「船型試験による実船の主機馬力推定法の改良に関する研究」、九州大学博士論文、昭和61年10月
- [11]岡村尚昭：「粘性の影響を考慮したプロペラ特性の計算法」、日本造船学会論文集第138号、昭和50年12月
- [12]伊藤政光：「プロペラ単独性能に及ぼす粘性影響の計算」、西部造船会会報第73号、昭和61年11月
- [13]Kodama,Y.et.al.: "NS Computation of Free-Surface Flows around a Ship Hull Using a NICE Code", Proceedings of CFD Workshop TOKYO, Vol.1, Mar,1994
- [14]Kubota,A.et.al.: "Finite-Difference Analysis of Unsteady Cavitation on a Two-Dimensional

Hydrofoil", 5th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Sep.1989

[15]日夏宗彦：「電磁力を利用した二次元物体周りの流場制御に関する基礎的研究」、大阪大学博士論文、昭和63年10月

[16]児玉良明：「船舶技術研究所におけるCFD研究の現状」、第52回船舶技術研究所発表会講演集、昭和63年12月

[17]児玉良明：「プロペラまわり流場のNS Solverによる計算」、第54回船舶技術研究所発表会講演集、平成元年11月

[18]Stern,F.et.al.:"Computation of Viscous Flow around a Propeller-Shaft Configuration with Infinite-Pitch Rectangular Blades", 5th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Sep.1989

[19]加藤洋治他：「有限幅直進翼に発生するキャビテーションの差分計算」、日本造船学会論文集第168号、平成2年12月

[20]岸本謙他：「回転翼回りのキャビテーション流場の数値解析」、日本造船学会論文集第173号、平成5年6月

[21]Matsuo,Y.et.al.:"Navier-Stokes Simulations of Flows around a High-Speed Propeller", 3rd International Symposium on Computational Fluid Dynamics, 1989

[22]宇都正太郎他：「複合格子法を用いた翼列周り粘性流の数値計算」、関西造船協会誌第215号、平成3年3月

[23]宇都正太郎他：「船用プロペラまわり流場計算へのCFDの応用－計算格子生成及びオイラー方程式を用いた非粘性計算－」、関西造船協会誌第218号、平成4年9月

[24]Uto,S.:"Computation of Incompressible Viscous Flow around a Marine Propeller", Journal of SNAJ Vol.172, Nov.1992

[25]Uto,S.:"Computation of Incompressible Viscous Flow around a Marine Propeller - 2nd report:Turbulent Flow Simulation -", Journal of SNAJ, Vol.173, May.1993

[26]Oh, K.J. et.al. : "Numerical Calculation of the Viscous Flow Around a Rotating Marine Propeller", Proceedings of the 19th ONR Symposium, 1992

[27]Kim,H.T.:"Navier-Stokes Computation of Incompressible Propeller Flowfield", Proceedings of the 2nd Japan-Korea Joint Workshop on Ship and Marine Hydrodynamics, June,1993

- [28]Kodama, Y. : "A Cell-Centered, Finite-Volume Upwind Scheme with Global Conservation", Journal of SNAJ, Vol.168, Dec.1990
- [29]Kodama, Y. : "Computation of Ship's Resistance Using an NS Solver with Global Conservation - Flat Plate and Series 60 ($C_B=0.6$) Hull -", Journal of SNAJ, Vol.172, Dec.1992
- [30]Chakravarthy, S.R. : "The Versatility and Reliability of Euler Solvers Based on High-Accuracy TVD Formulations", AIAA Paper 86-0243, 1986
- [31]Baldwin, B.S. et.al. : "Thin-Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows", AIAA Paper 78-257, 1978
- [32]Renze K.J. et.al. : "A Comparative Study of Turbulence Models for Overset Grids", AIAA Paper 92-0437, 1992
- [33]Sung, C.H. et.al. : "Effects of Turbulence Models of Axisymmetric Stern Flows Computed by an Incompressible Viscous Flow Solver", 6th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, 1993
- [34]Uto, S. : "Computation of the Two-Dimensional Incompressible Turbulent Flow around a Wing Section in Cascade", Papers of Ship Research Institute, Vol.26, No.4, July 1989
- [35]児玉良明 : 「Implicit Geometrical Methodによる実用船型まわりの格子生成」、日本造船学会論文集第169号、平成3年6月
- [36]島崎克教他 : 「CFDにおける数値誤差解析の試み」、関西造船協会誌第219号、平成5年3月
- [37]Jessup, S.D. : "An Experimental Investigation of Viscous Aspects of Propeller Blade Flow", PhD Thesis to the Catholic University of America, 1989
- [38]Ferziger, J.H. : "Estimation and Reduction of Numerical Error", ASME Winter Annual Meeting, Dec. 1989
- [39]"Report of the Propulsor Committee", Proceedings of the 20th ITTC, 1993
- [40]Lindgren, H. : "Propeller Cavitation Experiments in Uniform Flow. A Note on Test Procedure, Corrections and Presentation", Proceedings of the 10th ITTC, Cavitation Committee, Appendix1, 1963
- [41]大内一之他 : 「PBCF(Propeller Boss Cap Fin)の研究開発」、日本造船学会論文集第163号（昭和63年6月）、165号（平成元年6月）
- [42]deJong, F.J. et.al. : "Validation of a Forward Marching Procedure to Compute the Tip

Vortex Generation Process for Ship Propeller Blades", Proceedings of the 17th ONR Symposium, 1988

[43]鈴木敏夫他：「翼と平板の接合部近傍の流れの数値シミュレーションー数値計算結果による層流流れの可視化ー」、関西造船協会誌第218号、平成4年9月

[44]Uto,S. et.al. : " Review of Program 3 - Double Model Flow around HSVA Tankers", Proceedings of CFD Workshop TOKYO, Vol.2, 1994

[45]石井規夫：「流場解析に基づく船用プロペラ特性推定法の研究」、大阪大学博士論文、平成3年10月

[46]日本造船研究協会第183研究部会：「船尾振動・騒音の軽減を目的としたプロペラ及び船尾形状の研究、昭和56年

[47]Yamada, Y. et.al. : "Computational Study of Large Eddy Structure of Flows past Bluff Body and Oceanic Topography", Journal of SNAJ, Vol.173, May.1993

[48]宇都正太郎：「船用プロペラ流場の数値シミュレーション」、第7回数値流体力学シンポジウム講演論文集、平成5年12月

体 積

検査体積(i, j, k)の体積 V_{ijk} は六つの4面体の体積の和として表される。

$$V = V^{tet}(1, 2, 5, 8) + V^{tet}(1, 2, 8, 7) + V^{tet}(1, 3, 8, 5) \\ V^{tet}(1, 3, 6, 8) + V^{tet}(1, 4, 8, 6) + V^{tet}(1, 4, 7, 8) \quad (A.1)$$

ただし、Fig.A.1に示すように

$$\begin{cases} \mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_{i-1/2, j-1/2, k-1/2}, & \mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_{i+1/2, j-1/2, k-1/2} \\ \mathbf{P}_3 = \mathbf{P}_{i-1/2, j+1/2, k-1/2}, & \mathbf{P}_4 = \mathbf{P}_{i-1/2, j-1/2, k+1/2} \\ \mathbf{P}_5 = \mathbf{P}_{i+1/2, j+1/2, k-1/2}, & \mathbf{P}_6 = \mathbf{P}_{i-1/2, j+1/2, k+1/2} \\ \mathbf{P}_7 = \mathbf{P}_{i+1/2, j-1/2, k+1/2}, & \mathbf{P}_8 = \mathbf{P}_{i+1/2, j+1/2, k+1/2} \end{cases} \quad (A.2)$$

$$V^{tet}(A, B, C, D) = \frac{1}{6}[(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{d}] \\ = \frac{1}{6}[d_1(b_2c_3 - b_3c_2) + d_2(b_3c_1 - b_1c_3) + d_3(b_1c_2 - b_2c_1)] \quad (A.3) \\ \begin{cases} \mathbf{b} = \mathbf{P}_B - \mathbf{P}_A \\ \mathbf{c} = \mathbf{P}_C - \mathbf{P}_A \\ \mathbf{d} = \mathbf{P}_D - \mathbf{P}_A \end{cases}$$

射影面積

各面の射影面積は次のように計算される。先ず面 $i \pm 1/2$ においてはFig.A.2(a)に示すように

$$\begin{cases} (Sn_x)^\xi = \frac{1}{2}[(y_2 - y_4)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_4)(y_3 - y_1)] \\ (Sn_y)^\xi = \frac{1}{2}[(z_2 - z_4)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_4)(z_3 - z_1)] \\ (Sn_z)^\xi = \frac{1}{2}[(x_2 - x_4)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_4)(x_3 - x_1)] \end{cases} \quad (A.4)$$

ただし、

$$\begin{cases} \mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_{i\pm 1/2, j-1/2, k-1/2} \\ \mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_{i\pm 1/2, j+1/2, k-1/2} \\ \mathbf{P}_3 = \mathbf{P}_{i\pm 1/2, j+1/2, k+1/2} \\ \mathbf{P}_4 = \mathbf{P}_{i\pm 1/2, j-1/2, k+1/2} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

同様に面 $j\pm 1/2$ ではFig.A.2(b)に示すように、

$$\begin{cases} (Sn_x)^\eta = \frac{1}{2}[(y_2 - y_4)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_4)(y_3 - y_1)] \\ (Sn_y)^\eta = \frac{1}{2}[(z_2 - z_4)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_4)(z_3 - z_1)] \\ (Sn_z)^\eta = \frac{1}{2}[(x_2 - x_4)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_4)(x_3 - x_1)] \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{cases} \mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_{i-1/2, j\pm 1/2, k-1/2} \\ \mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_{i-1/2, j\pm 1/2, k+1/2} \\ \mathbf{P}_3 = \mathbf{P}_{i+1/2, j\pm 1/2, k+1/2} \\ \mathbf{P}_4 = \mathbf{P}_{i+1/2, j\pm 1/2, k-1/2} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

また $k\pm 1/2$ においてはFig.A.2(c)に示すように、

$$\begin{cases} (Sn_x)^\varsigma = \frac{1}{2}[(y_2 - y_4)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_4)(y_3 - y_1)] \\ (Sn_y)^\varsigma = \frac{1}{2}[(z_2 - z_4)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_4)(z_3 - z_1)] \\ (Sn_z)^\varsigma = \frac{1}{2}[(x_2 - x_4)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_4)(x_3 - x_1)] \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{cases} \mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_{i-1/2, j\pm 1/2, k-1/2} \\ \mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_{i-1/2, j\pm 1/2, k+1/2} \\ \mathbf{P}_3 = \mathbf{P}_{i+1/2, j\pm 1/2, k+1/2} \\ \mathbf{P}_4 = \mathbf{P}_{i+1/2, j\pm 1/2, k-1/2} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

面 積

界面の面積 S は次式によって求める。

$$S = \sqrt{(Sn_x)^2 + (Sn_y)^2 + (Sn_z)^2} \quad (\text{A.10})$$

測度項

次に固有値分解の際に必要な測度項は次式で置き換えることとする。

$$\begin{cases} x_\eta \equiv \frac{x_2 - x_4}{\sqrt{2S}}, & x_\varsigma \equiv \frac{x_3 - x_1}{\sqrt{2S}} \\ y_\eta \equiv \frac{y_2 - y_4}{\sqrt{2S}}, & y_\varsigma \equiv \frac{y_3 - y_1}{\sqrt{2S}} \\ z_\eta \equiv \frac{z_2 - z_4}{\sqrt{2S}}, & z_\varsigma \equiv \frac{z_3 - z_1}{\sqrt{2S}} \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

ただし、上式の関係は次式が満足されるように決定した。

$$\begin{cases} n_x = y_\eta z_\varsigma - z_\eta y_\varsigma \\ n_y = z_\eta x_\varsigma - x_\eta z_\varsigma \\ n_z = x_\eta y_\varsigma - y_\eta x_\varsigma \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

付 表 一 覧

Table3.1	Coefficients used for Minimum Spacing Requirement
Table3.2	Input Data from Offset Data File
Table4.1	Computational Conditions for Sensitivity Analysis on Surface Grid Resolution
Table4.2	Computational Grids for Sensitivity Analysis on Surface Grid Resolution
Table4.3	Principal Particulars of DTRC4119 Propeller
Table4.4	Computational Conditions for Turbulent Flow Simulation around DTRC4119
Table4.5	Comparison of K_T , K_Q and η at Design Point
Table4.6	Principal Particulars of SEIUNMARU CP
Table4.7	Computational Conditions for Turbulent Flow Simulation around SEIUNMARU CP
Table4.8	Effect of Transition on Simulated K_T , K_Q and η_0
Table5.1	Principal Particulars of SEIUNMARU HSP-1
Table5.2	Computational Conditions for Turbulent Flow Simulation around SEIUNMARU HSP-1
Table6.1	Computational Conditions for Scale Effect Simulation of DTRC4119

付 表

Table 3.1 Coefficients used for Minimum Spacing Requirement

	$e < \delta_\xi$	$e \geq \delta_\xi$
$w < \delta_\xi$	if $e > w$ $k_E^{(e)}=1/2, k_W^{(e)}=1/2, k_\delta^{(e)}=0$ $k_E^{(w)}=0, k_W^{(w)}=0, k_\delta^{(w)}=0$ else $k_E^{(e)}=0, k_W^{(e)}=0, k_\delta^{(e)}=0$ $k_E^{(w)}=-1/2, k_W^{(w)}=1/2, k_\delta^{(w)}=0$	if $(e + w) > 2\delta_\xi$ $k_E^{(e)}=0, k_W^{(e)}=-1, k_\delta^{(e)}=1$ $k_E^{(w)}=0, k_W^{(w)}=0, k_\delta^{(w)}=0$ else $k_E^{(e)}=1/2, k_W^{(e)}=-1/2, k_\delta^{(e)}=0$ $k_E^{(w)}=0, k_W^{(w)}=0, k_\delta^{(w)}=0$
$w \geq \delta_\xi$	if $(e + w) > 2\delta_\xi$ $k_E^{(e)}=0, k_W^{(e)}=0, k_\delta^{(e)}=0$ $k_E^{(w)}=-1, k_W^{(w)}=0, k_\delta^{(w)}=1$ else $k_E^{(e)}=0, k_W^{(e)}=0, k_\delta^{(e)}=0$ $k_E^{(w)}=-1/2, k_W^{(w)}=1/2, k_\delta^{(w)}=0$	$k_E^{(e)}=0, k_W^{(e)}=0, k_\delta^{(e)}=0$ $k_E^{(w)}=0, k_W^{(w)}=0, k_\delta^{(w)}=0$

Table 3.2 Input Data from Offset Data File

Z	翼数
D	プロペラ直径
r	半径位置
H	ピッチ
ϕ	レーキ
s	コード方向座標
s_L	翼前縁の s 座標
to and tu	翼上面および下面の翼厚方向座標
$nspan$	スパン方向のオフセットデータ点数
$nchord$	コード方向のオフセットデータ点数

Table 4.1 Computational Conditions for Sensitivity Analysis on Surface Grid Resolution

Propeller	SEIUNMARU CP
Reynolds no. (Re)	10^4
Advance coeff. (J_{in})	0.900
Min. spacing ($\Delta\zeta_{min}$)	0.0005

Table 4.2 Computational Grids for Sensitivity Analysis on Surface Grid Resolution

Grid	Total Grid ($\xi \times \eta \times \zeta$)	Surface Grid (Chord $\times$ Span)
A	$33 \times 20 \times 15 = 9900$	11×9
B	$37 \times 25 \times 15 = 13875$	13×15
C	$41 \times 29 \times 15 = 17835$	15×17
D	$45 \times 33 \times 15 = 22275$	17×19

Table 4.3 Principal Particulars of DTRC4119 Propeller

Pitch Ratio at 0.7R	1.084
Hub Ratio	0.200
Number of Blade	3
Skew Angle	0.0°
Rake Angle	0.0°
Blade Section	NACA66 modified

Table 4.4 Computational Conditions for Turbulent Flow Simulation around DTRC4119

Reynolds no. (R_{nk})	10^6
Advance coeff. (J_{in})	0.833, 0.900, 1.100
Total grid ($\xi \times \eta \times \zeta$)	$41 \times 27 \times 27 = 29889$
Surface grid	$15 \times 17 = 255$
Min. spacing ($\Delta \zeta_{min}$)	0.00005
Max. Δt	0.001
CPU time per iteration	16 sec ^{*)}

* by HP9000 model735

Table 4.5 Comaprison of K_T , K_Q and η_o at Design Point

	$Rnk \times 10^6$	K_T	$10K_Q$	η_o
Present	1.00	0.161	0.307	0.698
DTMB [37]	1.00	0.146	0.280	0.692
SVA [39]	0.93	0.161	0.300	0.711
SVA [39]	0.78	0.145	0.283	0.679
VMS [39]	0.75	0.150	0.285	0.698
SVA [39]	0.26	0.138	0.279	0.656

Table 4.6 Principal Particulars of SEIUNMARU CP

Pitch Ratio at 0.7R	0.950
Hub Ratio	0.1972
Number of Blade	5
Skew Angle	10.5°
Rake Angle	6.0°
Blade Section	MAU

Table 4.7 Computational Conditions for Turbulent Flow Simulation around SEIUNMARU CP

Reynolds no. ($Rn=nD^2/\nu$)	4.64×10^5
Advance coeff. (Jin)	0.700, 0.800, 0.900
Total grid ($\xi \times \eta \times \zeta$)	$41 \times 29 \times 25 = 29725$
Surface grid	$15 \times 17 = 255$
Min. spacing ($\Delta\zeta_{min}$)	0.00005
Max. Δt	0.001
CPU time per iteration	16 sec *)

* by HP9000 model735

Table 4.8 Effect of Transition on Simulated K_T , K_Q and η_o

Transition	$Rnk \times 10^6$	K_T	$10K_Q$	η_o
No	1.00	0.161	0.307	0.698
Yes	1.00	0.162	0.299	0.720

Table 5.1 Principal Particulars of SEIUNMARU HSP-1

Pitch Ratio at 0.7R	0.926
Hub Ratio	0.1972
Number of Blade	5
Skew Angle	45.0°
Rake Angle	-6.11°
Blade Section	Modified SRI-B

Table 5.2 Computational Conditions for Turbulent Flow Simulation around SEIUNMARU HSP-1

Reynolds no. (Re)	10^5
Advance coeff. (J_{in})	0.850
Total Grid ($\xi \times \eta \times \zeta$)	$45 \times 25 \times 25 = 28125$
Surface Grid	15×15
Min. Spacing ($\Delta \zeta_{min}$)	0.00005
Max. Δt	0.0005
CPU Time per Iteration	15 sec ^{*)}

* by HP9000 model735

Table 6.1 Computational Conditions for Scale Effect Simulation around DTRC4119

Reynolds no. (R_{nk})	$10^6, 2 \times 10^6, 5 \times 10^6, 10^7$
Advance coeff. (J_{in})	0.833
Total Grid ($\xi \times \eta \times \zeta$)	$41 \times 27 \times 27 = 29889$
Surface Grid	15×17
Min.Spacing ($\Delta \zeta_{min}$)	0.00005
Max. Δt	0.0005
CPU Time per Iteration	15 sec [*])

* by HP9000 model735

付 図 一 覧

Fig.2.1	Coordinate Systems around Propeller
Fig.2.2	Determination of Eddy Viscosity at Wake
Fig.2.3	Control Volume at (i,j,k)
Fig.2.4	Extrapolation of q^R and q^L at Cell Interface($i+1/2$)
Fig.2.5	Location of Control Volume and Points for Evaluation of ξ -Inviscid Flux at $i+1/2$ Interface
Fig.2.6	Location of Control Volume and Points for Evaluation of η -Inviscid Flux at $j+1/2$ Interface
Fig.2.7	Location of Control Volume and Points for Evaluation of ζ -Inviscid Flux at $k+1/2$ Interface
Fig.2.8	Control Volume adjacent to Wall
Fig.2.9	Location of Control Volume and Points for Evaluation of Velocity Derivatives at $k=3/4$ Interface
Fig.2.10	Computational Domain around Propeller in ξ - ζ plane
Fig.2.11	Computational Domain around Propeller in ξ - η plane
Fig.3.1	Movement of P_c by Smoothing Requirement in One Dimension
Fig.3.2	Movement of P_c by Smoothing Requirement in Two Dimension
Fig.3.3	Clustering Requirement by Constant Expansion
Fig.3.4	Movement of P_c by Clustering Requirement
Fig.3.5	Orthogonality Requirement in Two Dimension
Fig.3.6	Movement of P_c by Orthogonality Requirement due to the Contribution of P_s
Fig.3.7	Movement of P_c by Bias Parameter w_η near Wall
Fig.3.8	Orthogonality Requirement in Three Dimension
Fig.3.9	Determination of Tip Points from Offset Data
Fig.3.10	Initial Grid Generation on Blade Surface

- Fig.3.11 Initial and Converged Surface Grid on Back Side of SEIUNMARU CP
- Fig.3.12 Computational Grid around Propeller in y - z plane
- Fig.3.13 Extension of Grid to Radial Direction on Pitch Surface ($k=1$) -1
- Fig.3.14 Extension of Grid to Radial Direction on Pitch Surface ($k=1$) -2
- Fig.3.15 Interpolation of Circumferential Grid Points at $j=\text{const.}$ Plane
- Fig.3.16 Total Grid System around SEIUNMARU CP
- Fig.3.17 Close-up View of Grid System near Blade of SEIUNMARU CP
- Fig.3.18 Circumferential Grid System around SEIUNMARU CP
-
- Fig.4.1 Dependency of Surface Grid Resolution on the Computed Thrust Coefficient
- Fig.4.2 Time History of L2-norm of Residuals
- Fig.4.3 Time History of Convergence Error
- Fig.4.4 Time History of x-Momentum Integral at Surface and Outer Integral
- Fig.4.5 Computational Grid System around DTRC4119 Propeller
- Fig.4.6 Comparison of Thrust Coefficient with Panel Method
- Fig.4.7 Comparison of Torque Coefficient with Panel Method
- Fig.4.8 Comparison of Chordwise Pressure Distribution at $0.3R$
- Fig.4.9 Comparison of Chordwise Pressure Distribution at $0.7R$
- Fig.4.10 Comparison of Chordwise Pressure Distribution at $0.9R$
- Fig.4.11 Comparison of Open Water Characteristics of SEIUNMARU CP with Experiment
- Fig.4.12 Correction of Thrust Coefficient of DTRC4119
- Fig.4.13 Correction of Torque Coefficient of DTRC4119
- Fig.4.14 Correction of Open Water Characteristics of SEIUNMARU CP
-
- Fig.5.1 Comparison of Chordwise Displacement Thickness Distribution at $0.7R$ of DTRC4119

- Fig.5.2 Comparison of Chordwise Displacement Thickness Distribution at $0.9R$ of DTRC4119
- Fig.5.3 Comparison of Chordwise Displacement Thickness Distribution at $0.95R$ of DTRC4119
- Fig.5.4 Radial Displacement Thickness Distribution at Suction Side Surface of DTRC4119
- Fig.5.5 Radial Displacement Thickness Distribution at Pressure Side Surface of DTRC4119
- Fig.5.6 Comparison of Chordwise Shape Factor Distribution at $0.7R$ of DTRC4119
- Fig.5.7 Comparison of Chordwise Shape Factor Distribution at $0.9R$ of DTRC4119
- Fig.5.8 Comparison of Chordwise Shape Factor Distribution at $0.95R$ of DTRC4119
- Fig.5.9 Radial Shape Factor Distribution at Suction Side Surface of DTRC4119
- Fig.5.10 Radial Shape Factor Distribution at Pressure Side Surface of DTRC4119
- Fig.5.11 Computed Limiting Streamlines at Suction Side Surface of DTRC4119
- Fig.5.12 Measured Limiting Streamlines at Suction Side Surface of DTRC4119[39]
- Fig.5.13 Computed Pitch-line Vorticity Distribution at $x/D=0$ Section of DTRC4119
- Fig.5.14 Computed Pitch-line Vorticity Distribution at $x/D=0.0655$ Section of DTRC4119
- Fig.5.15 Measured Pitch-line Vorticity Distribution at $x/D=0.0655$ Section of DTRC4119
- Fig.5.16 Computed Pitch-line Vorticity Distribution at $x/D=0.164$ Section of DTRC4119
- Fig.5.17 Measured Pitch-line Vorticity Distribution at $x/D=0.164$ Section of DTRC4119
- Fig.5.18 Comparison of Wake Pitch Distribution of DTRC4119

- Fig.5.19 Computational Grid System around SEIUNMARU HSP-1
- Fig.5.20 Computed Surface Pressure Distribution at Suction Side of SEIUNMARU HSP-1
- Fig.5.21 Computed Surface Pressure Distribution at Suction Side of SEIUNMARU CP
- Fig.5.22 Computed Helicity Distribution over Suction Side of SEIUNMARU HSP-1
- Fig.5.23 Computed Helicity Distribution over Suction Side of SEIUNMARU CP
-
- Fig.6.1 Comparison of Scale Effect on Thrust Coefficient of DTRC4119
- Fig.6.2 Comparison of Scale Effect on Torque Coefficient of DTRC4119
- Fig.6.3 Comparison of Scale Effect on Efficiency of DTRC4119
- Fig.6.4 Increase of Pressure and Friction Components of Thrust Coefficient of DTRC4119
- Fig.6.5 Scale Effect on Chordwise Pressure Distribution at 0.7R of DTRC4119
- Fig.6.6 Scale Effect on Chordwise Displacement Thickness Distribution at 0.7R of DTRC4119
- Fig.6.7 Scale Effect on k_{TP} Distribution of DTRC4119
- Fig.6.8 Spanwise Distribution of cale Effect on k_{TP} of DTRC4119
- Fig.6.9 Spanwise Distribution of cale Effect on k_{TF} of DTRC4119
-
- Fig.A.1 Location of Points for Volume Calculation
- Fig.A.2 Location of Points at Cell Interface

付 図

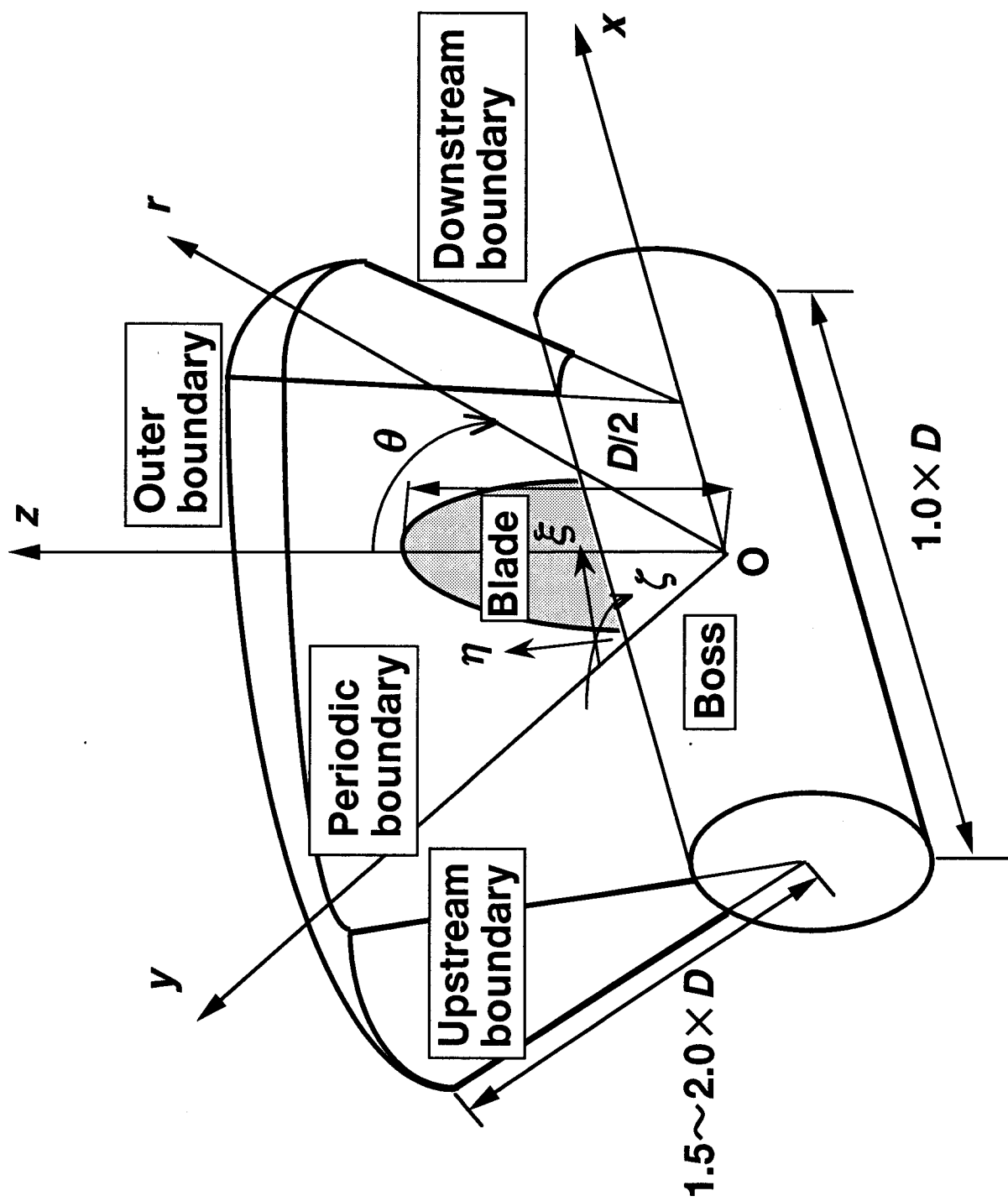


Fig.2.1 Coordinate Systems around Propeller

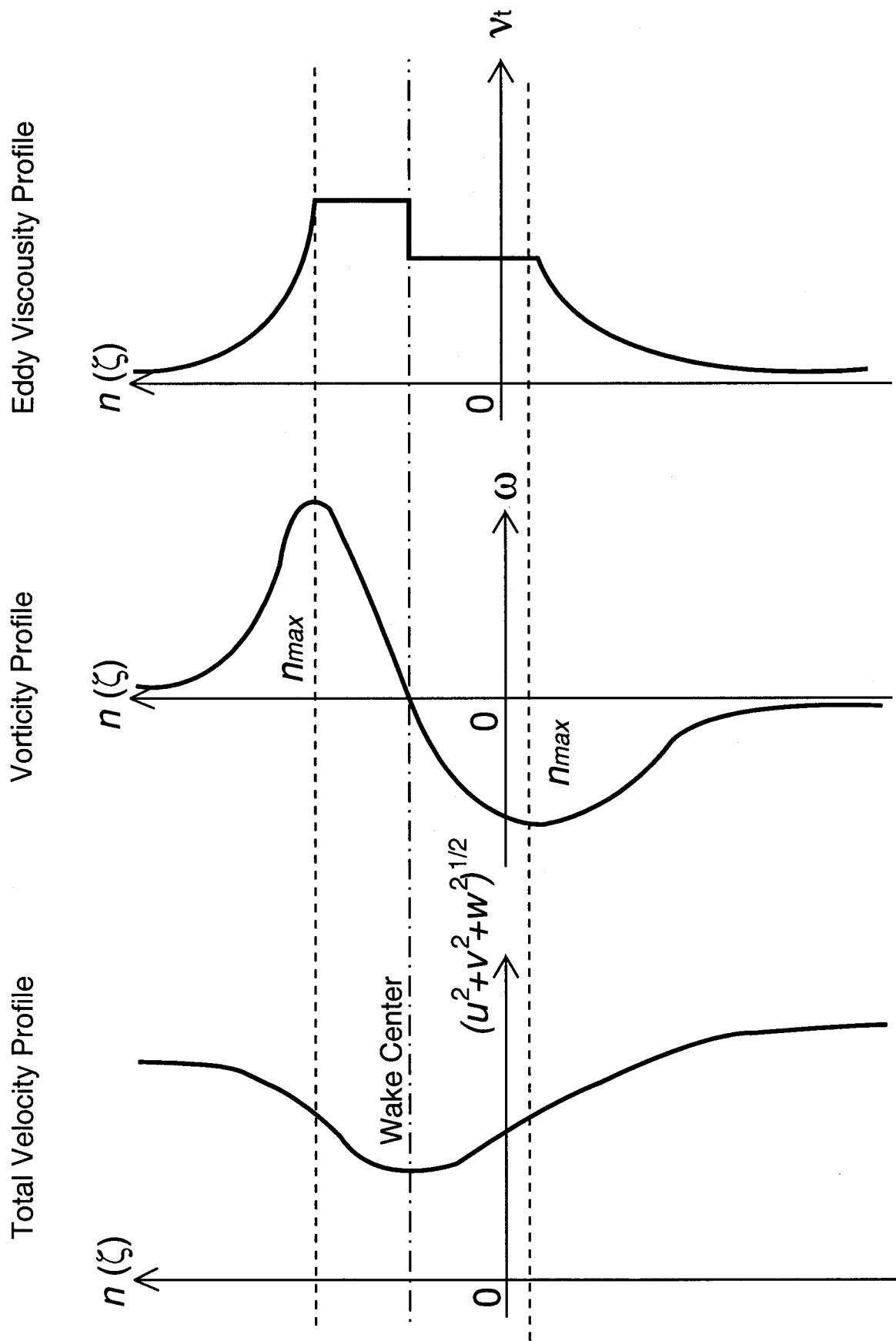


Fig.2.2 Determination of Eddy Viscosity at Wake

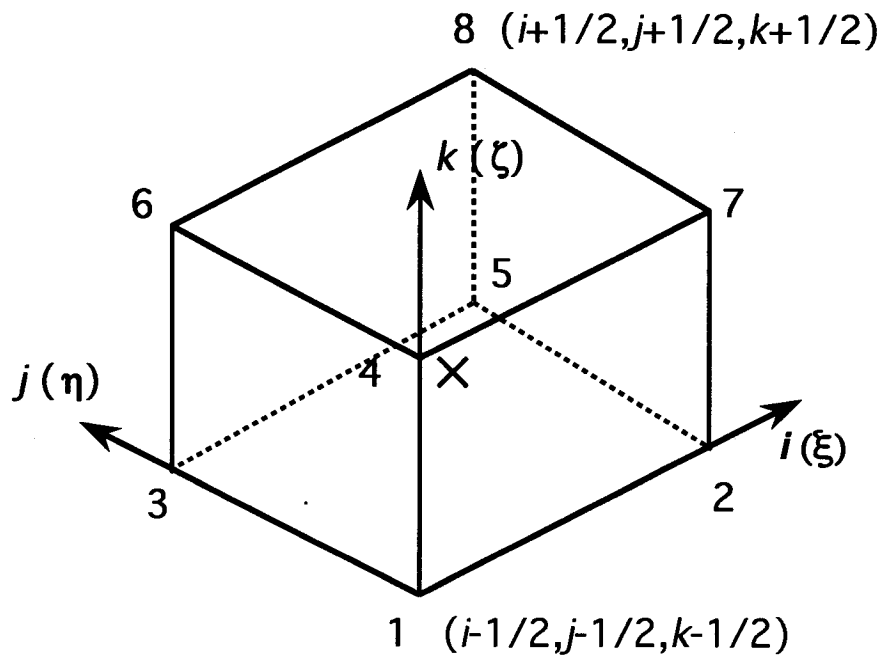


Fig.2.3 Control Volume at (i, j, k)

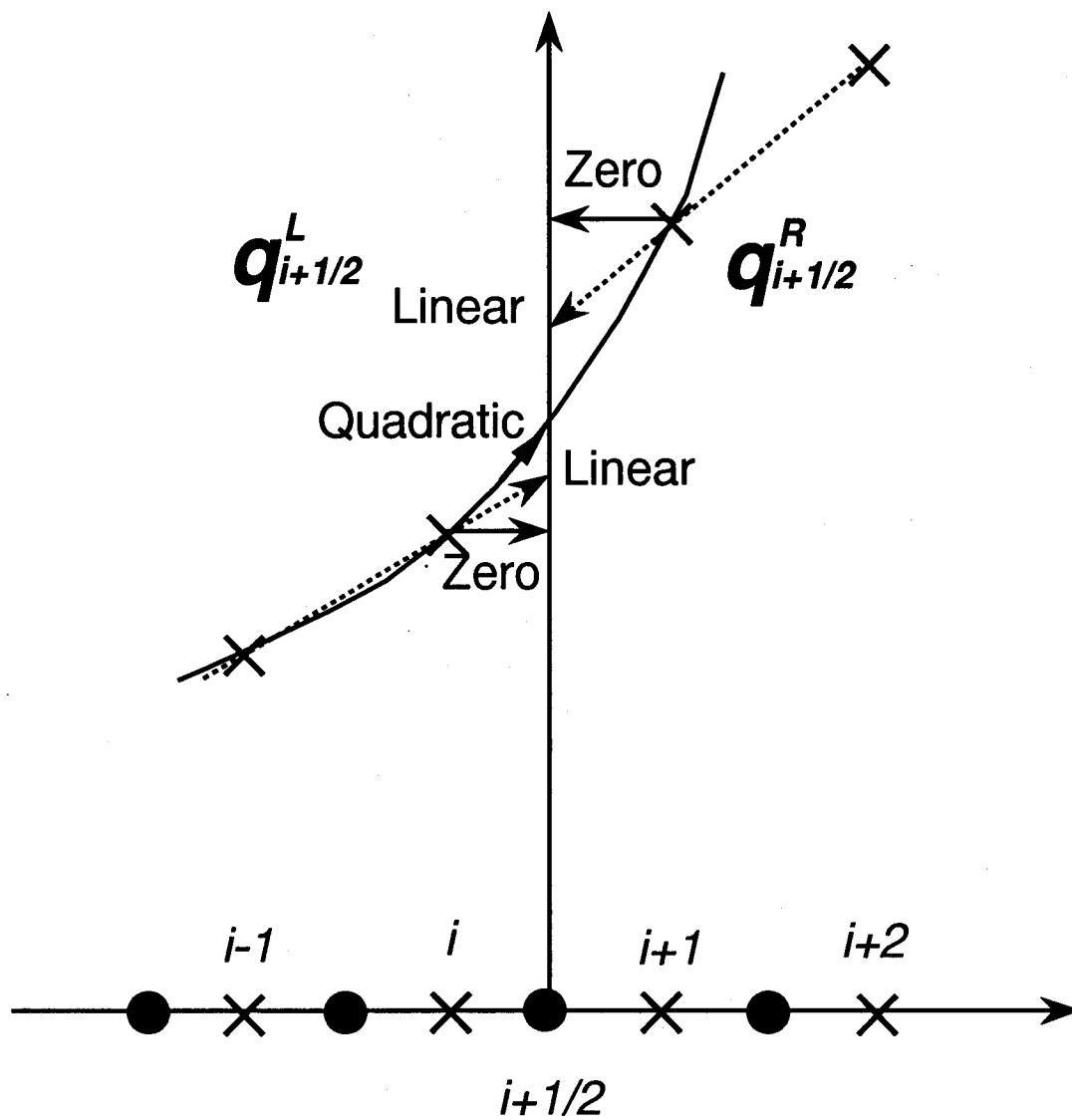


Fig.2.4 Extrapolation of q^R and q^L at Cell Interface ($i+1/2$)

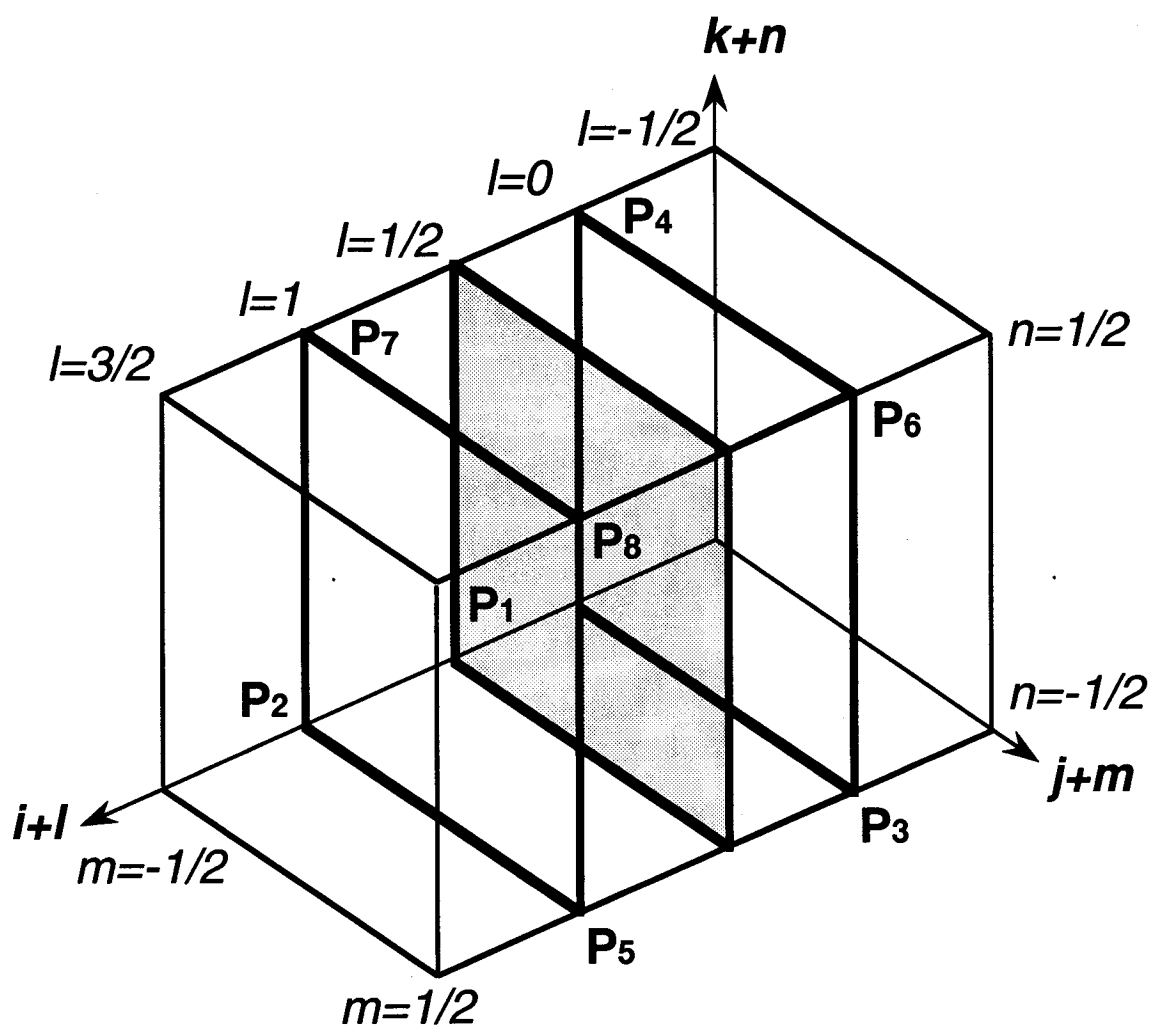


Fig.2.5 Location of Control Volume and Points for Evaluation of ξ -Inviscid Flux at $i+1/2$ Interface

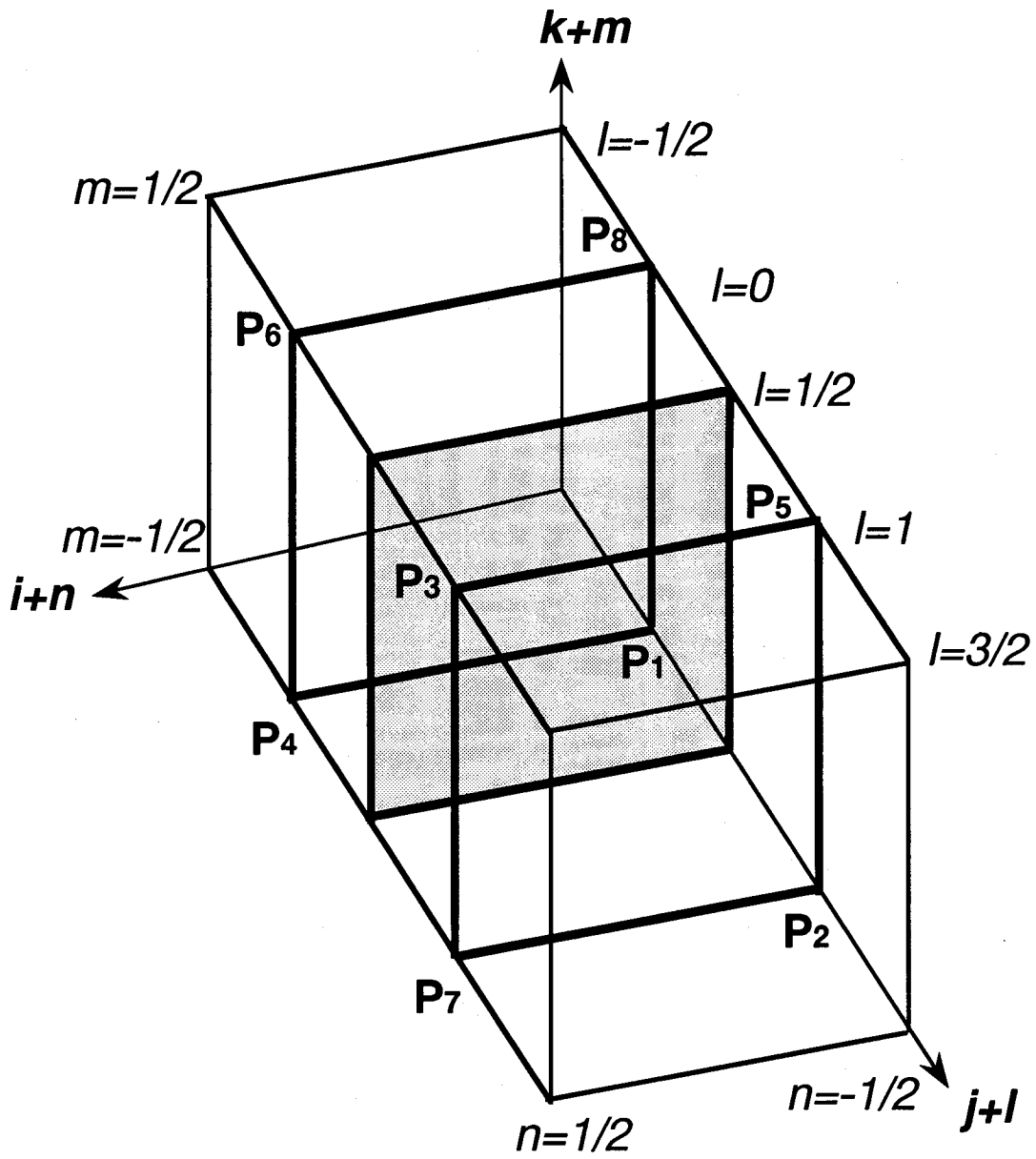


Fig.2.6 Location of Control Volume and Points for Evaluation of η -Inviscid Flux at $j+1/2$ Interface

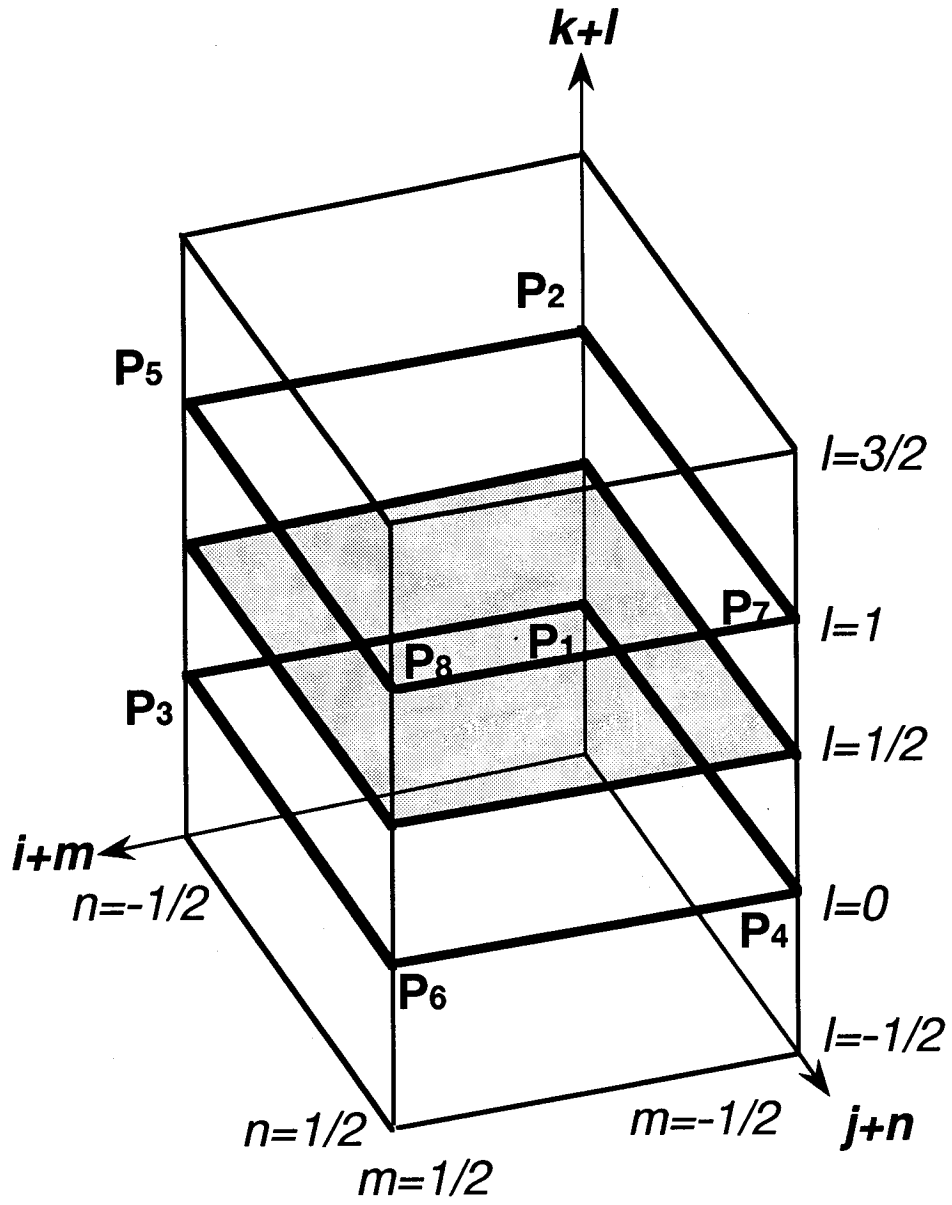


Fig.2.7 Location of Control Volume and Points for Evaluation of ζ -Inviscid Flux at $k+1/2$ Interface

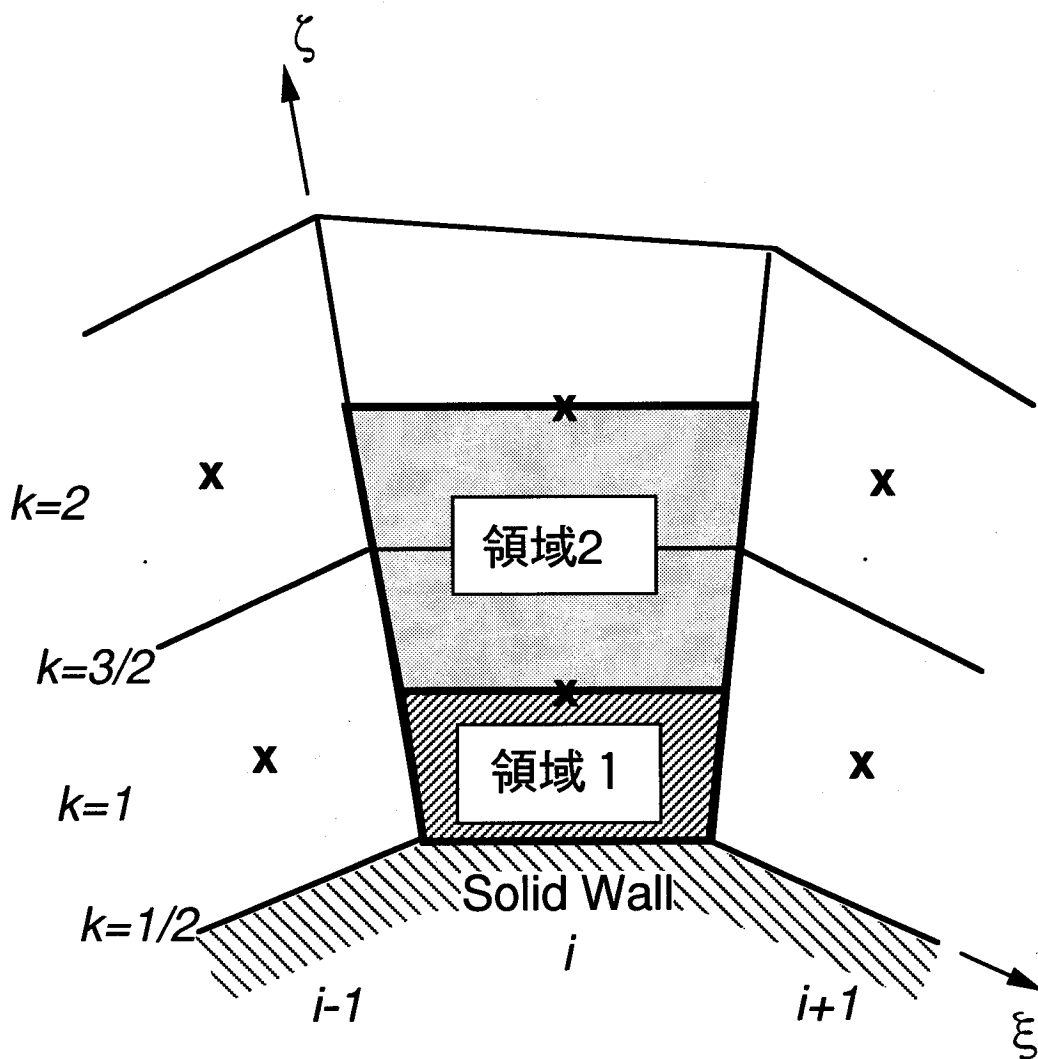


Fig.2.8 Control Volume adjacent to Wall

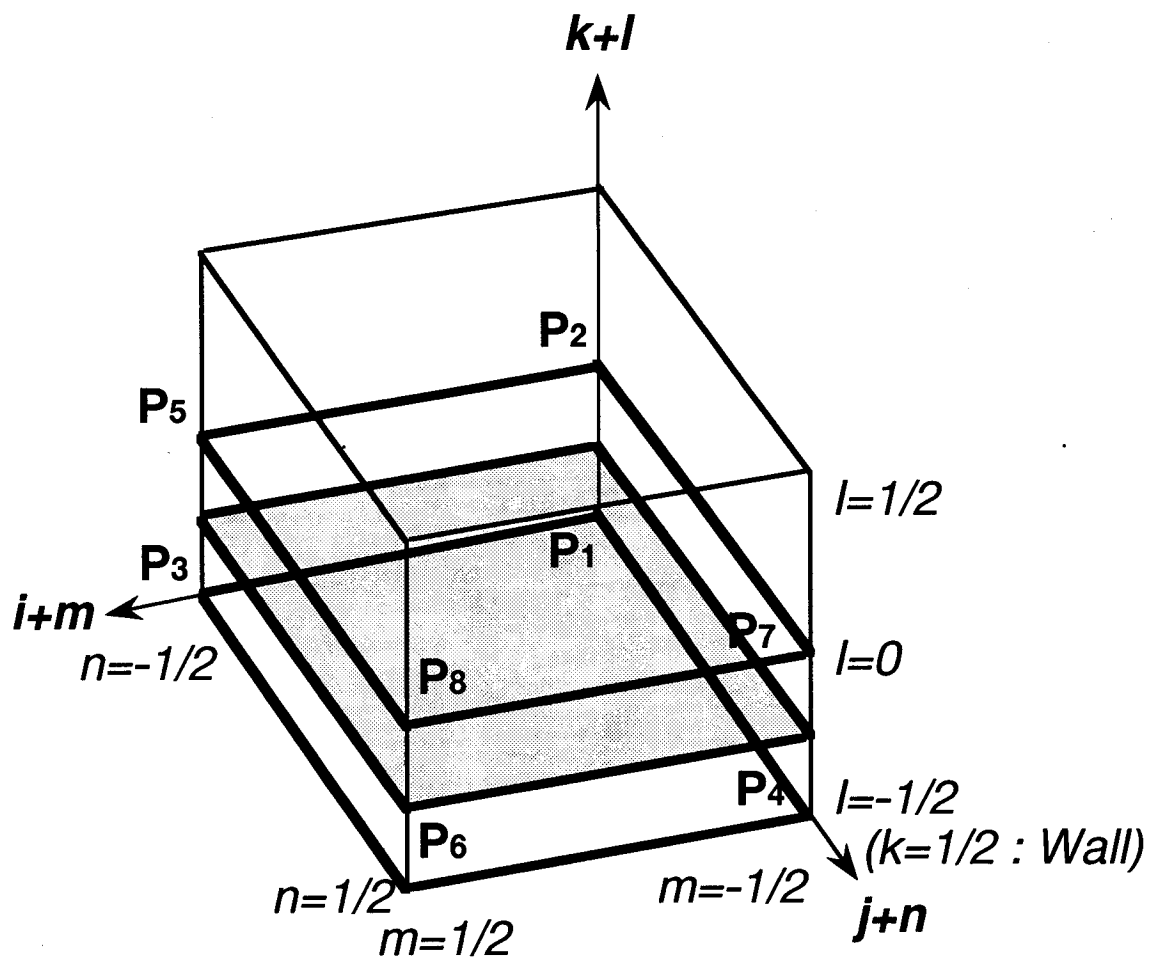


Fig.2.9 Location of Control Volume and Points for Evaluation of Velocity Derivatives at $k=3/4$ Interface

ξ - ζ Plane

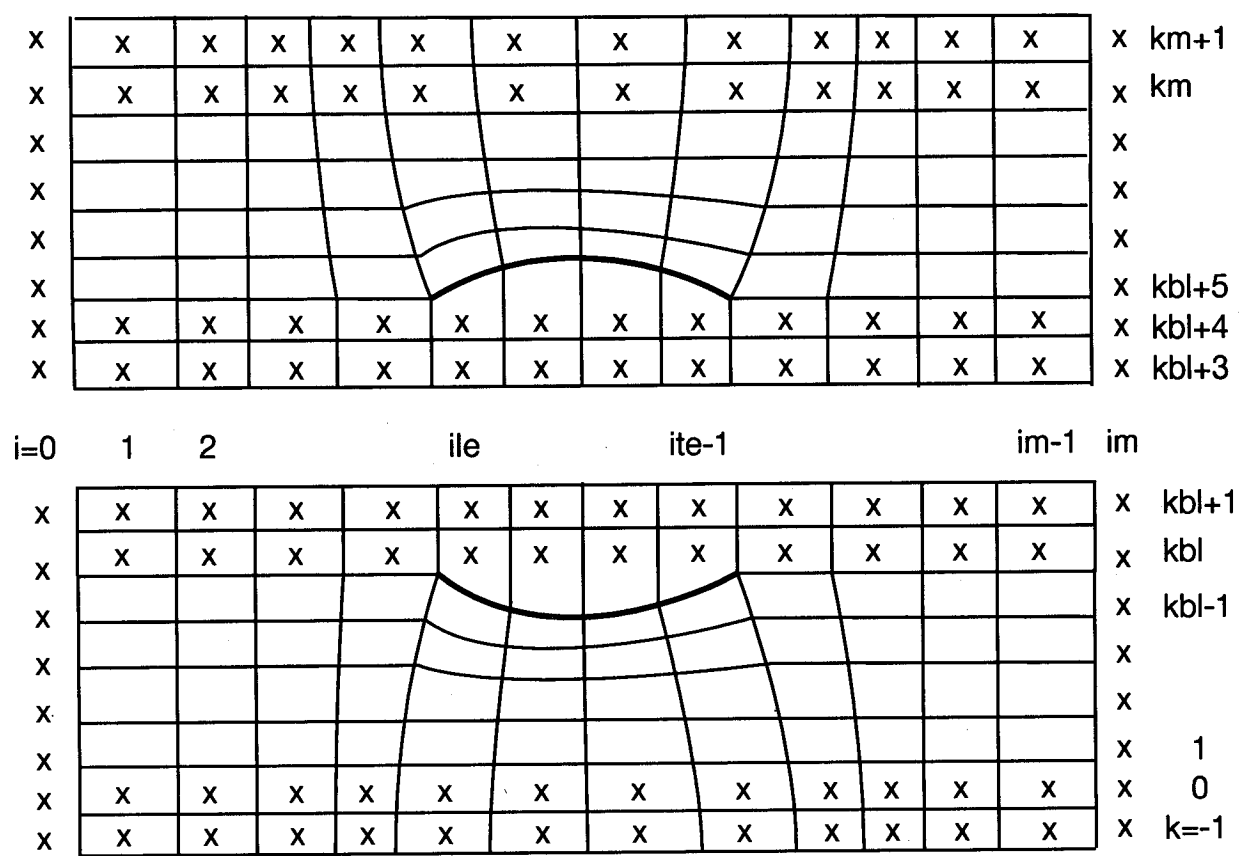


Fig.2.10 Computational Domain around Propeller in ξ - ζ Plane

ξ - η Plane

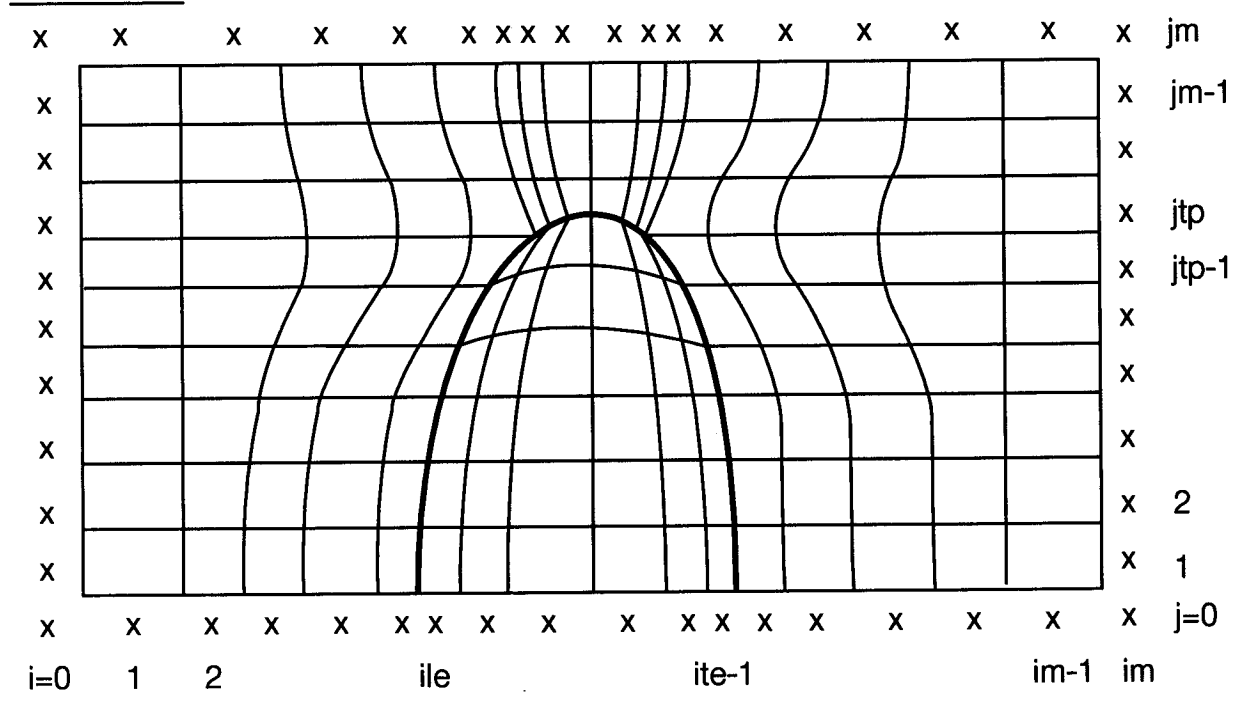


Fig.2.11 Computational Domain around Propeller in ξ - η Plane

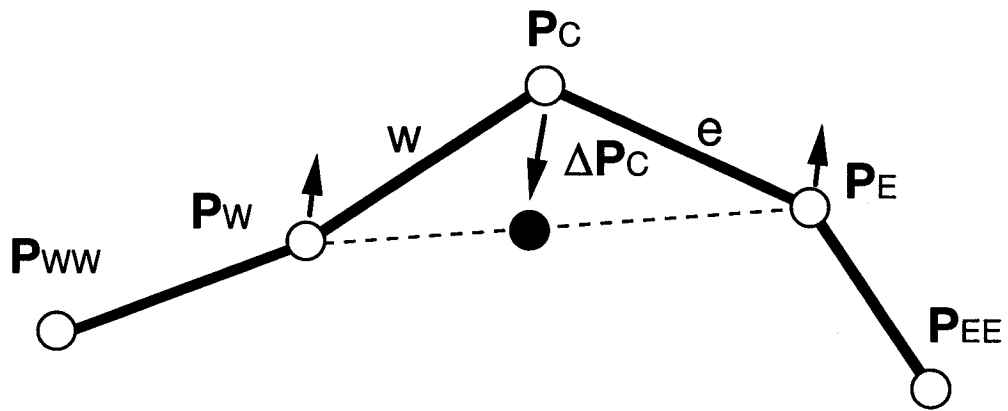
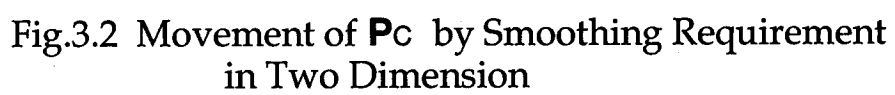


Fig.3.1 Movement of P_C by Smoothing Requirement in One Dimension



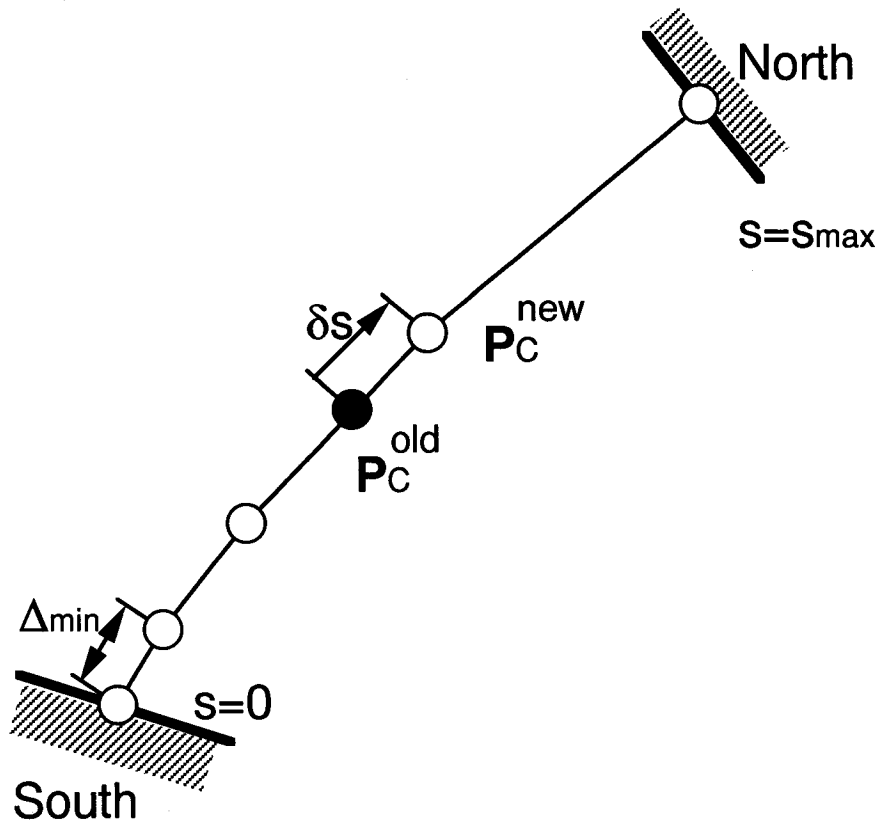


Fig.3.3 Clustering Requirement by Constant Expansion

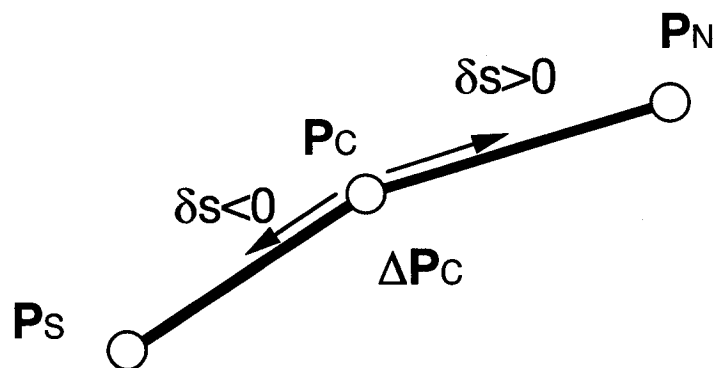


Fig.3.4 Movement of P_C by Clustering Requirement

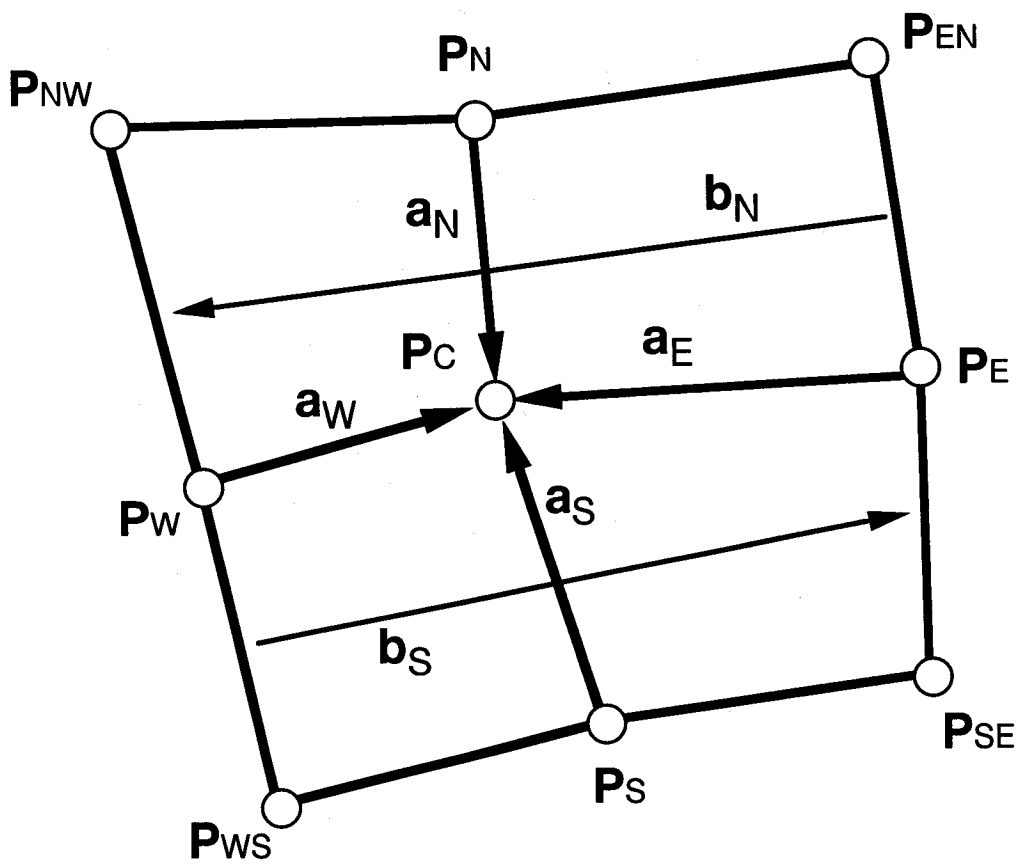


Fig.3.5 Orthogonality Requirement in Two Dimension

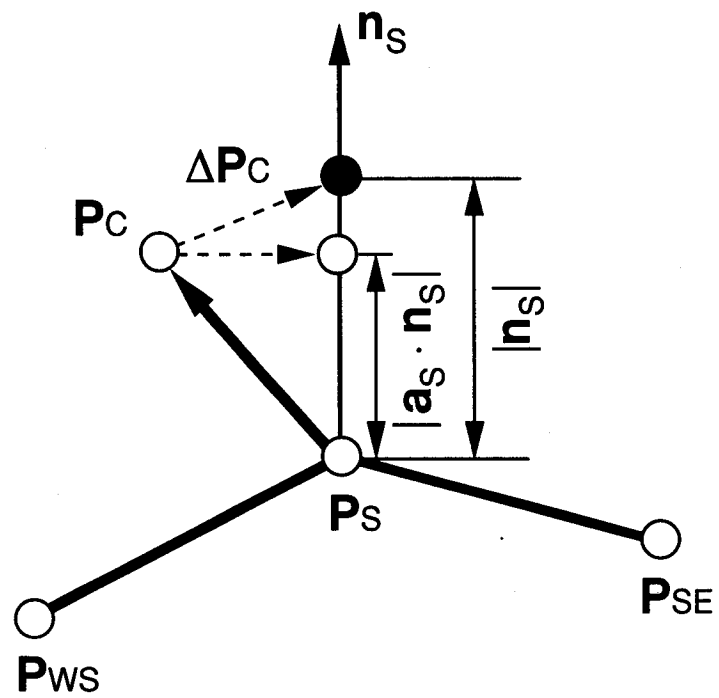


Fig.3.6 Movement of P_C by Orthogonality Requirement due to the contribution of P_S

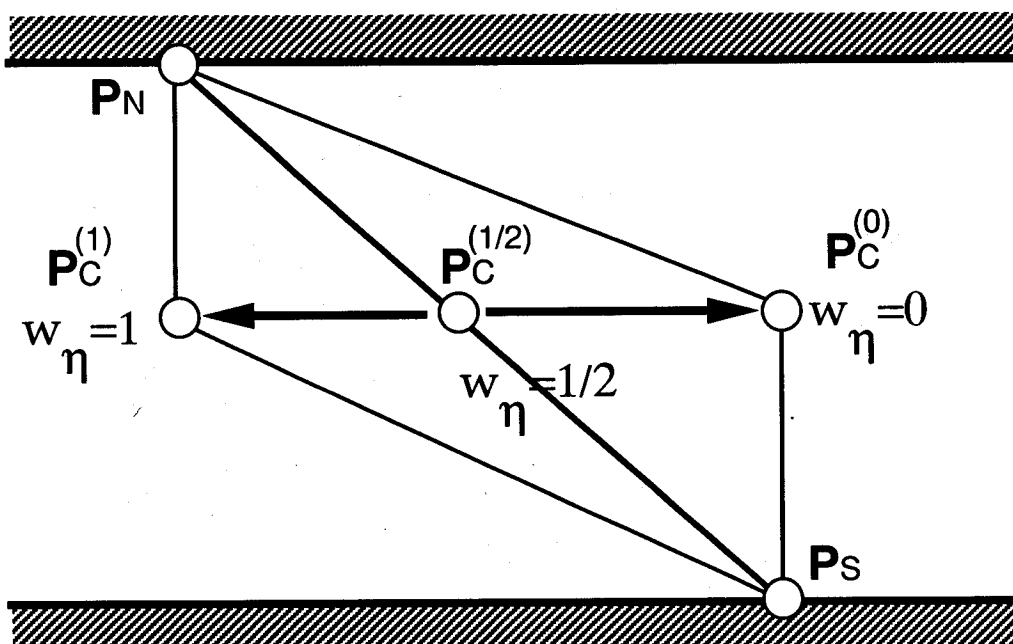


Fig.3.7 Movement of P_C by Bias Parameter w_η near Wall

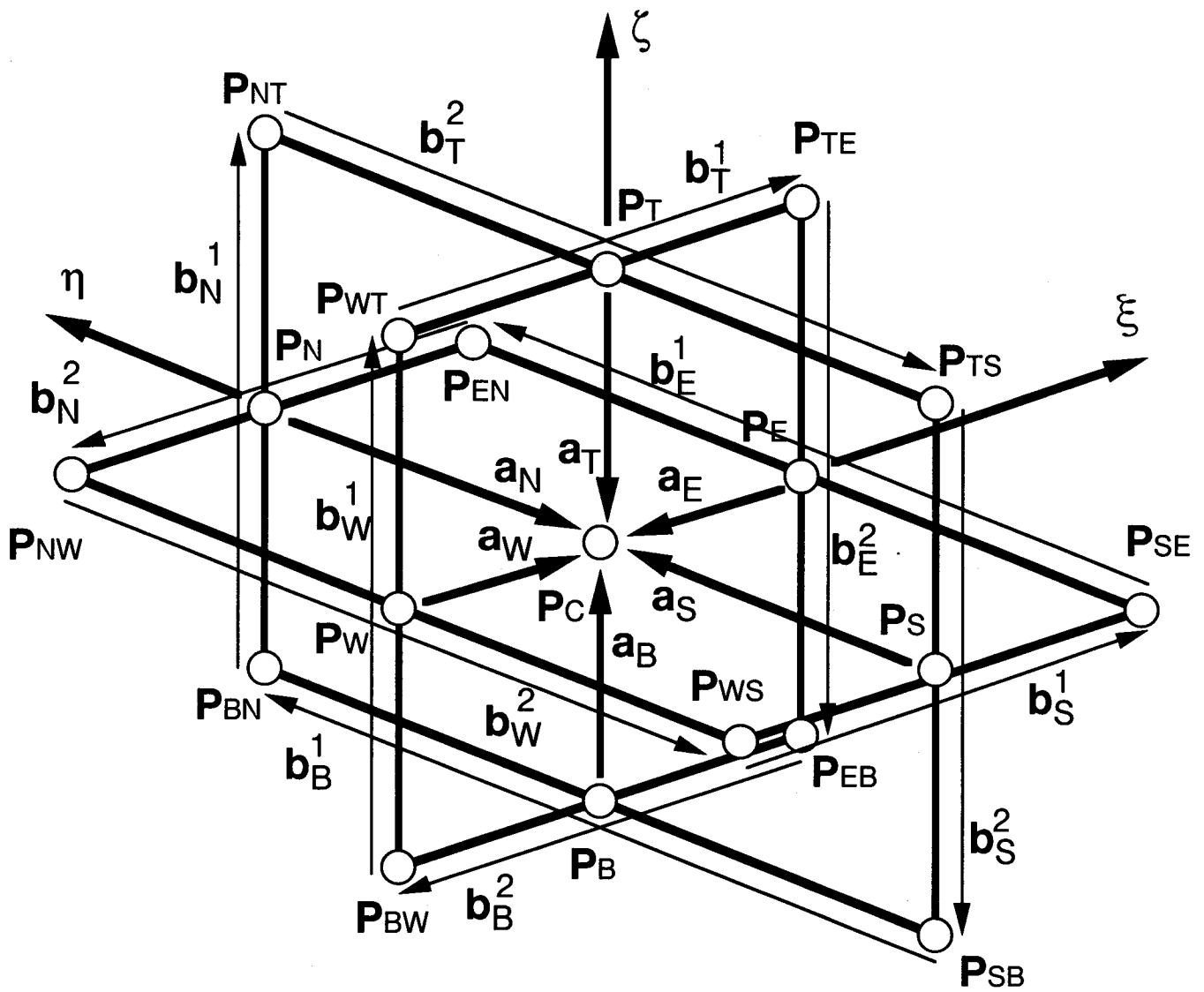


Fig.3.8 Orthogonality Requirement in Three Dimension

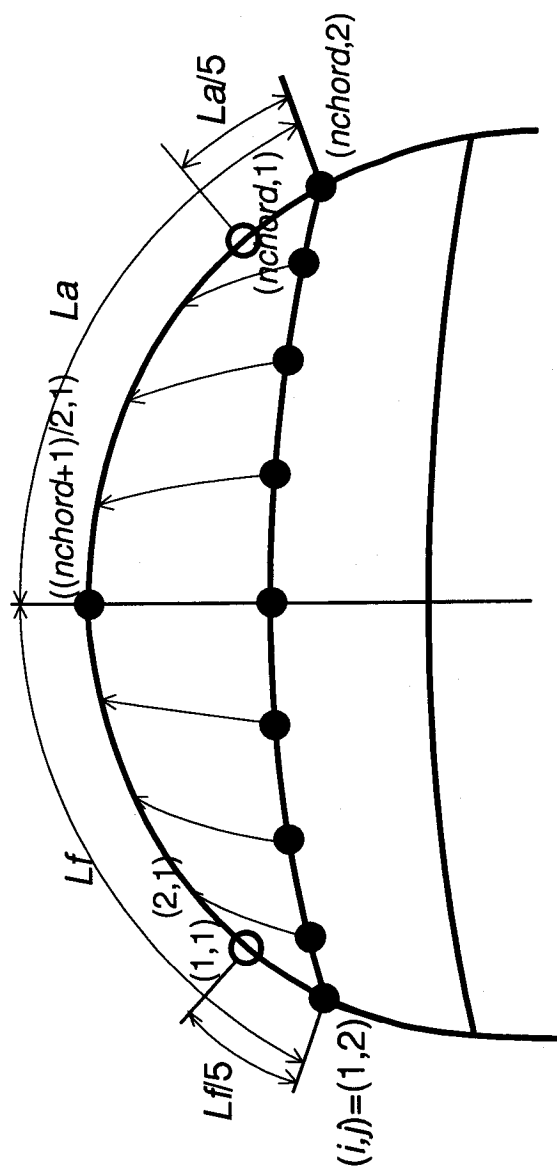
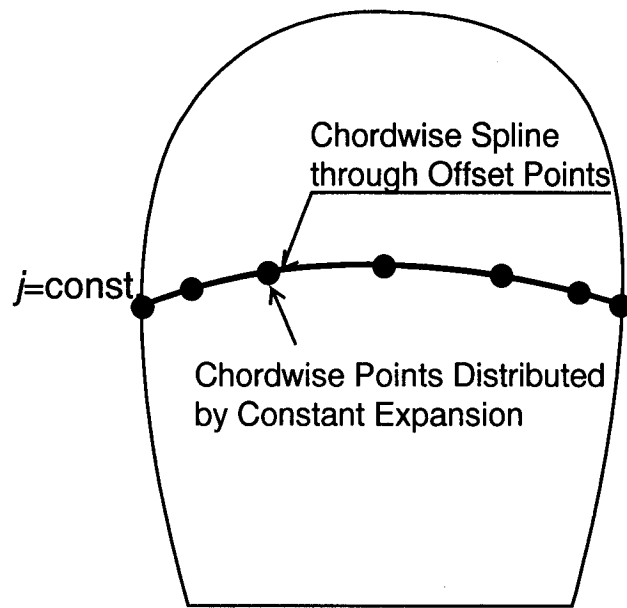
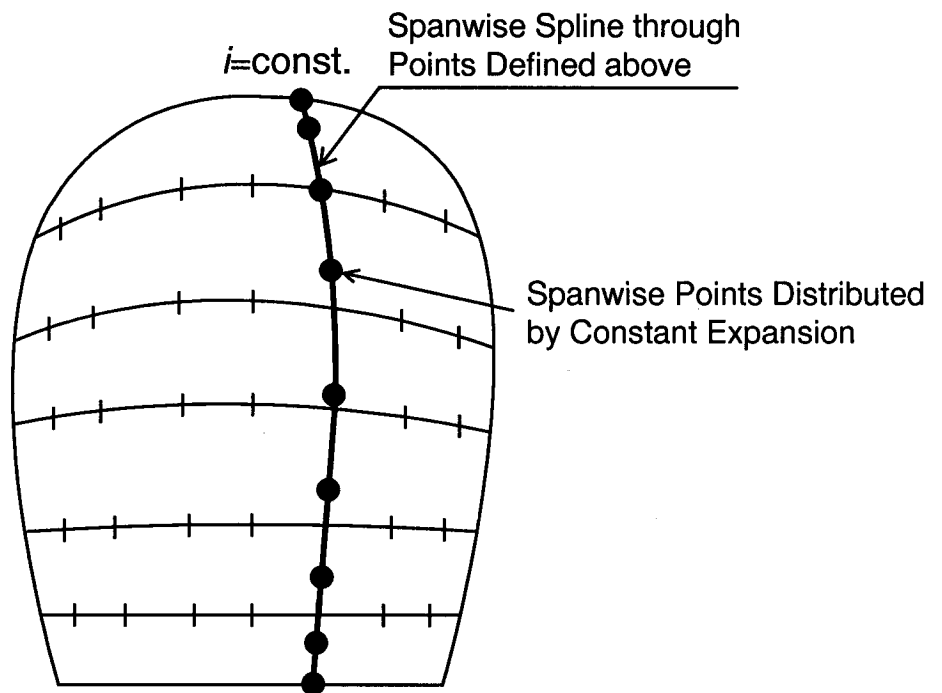


Fig.3.9 Determination of Tip Points from Offset Data



(a) Chordwise Direction



(b) Spanwise Direction

Fig.3.10 Initial Grid Generation on Blade Surface

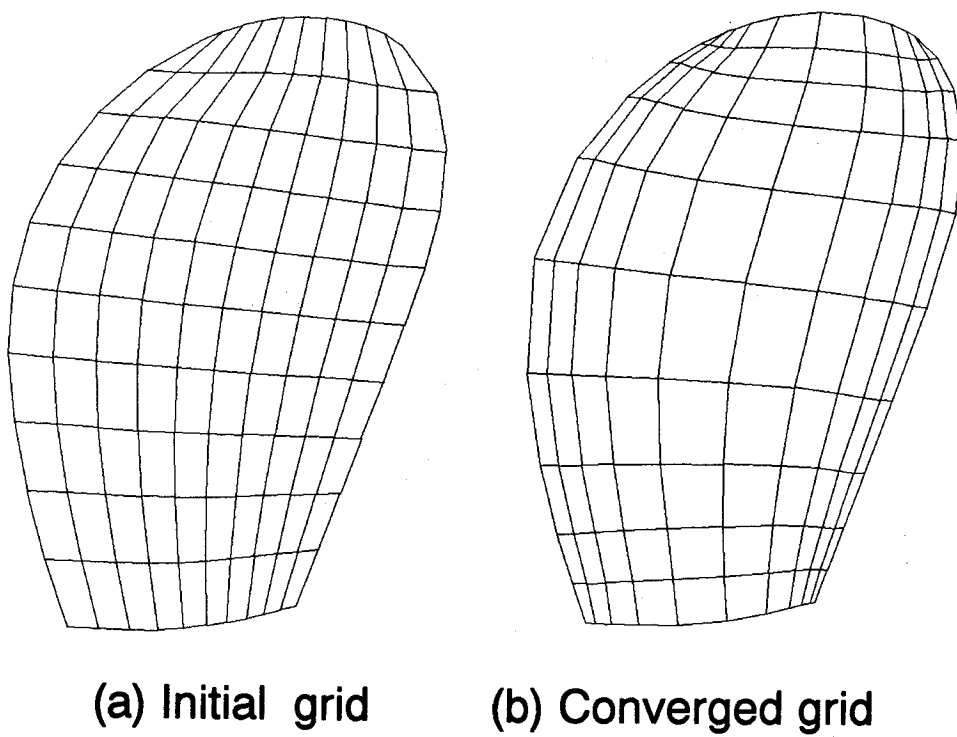


Fig.3.11 Initial and Converged Surface Grid on Back Side of SEIUNMARU CP

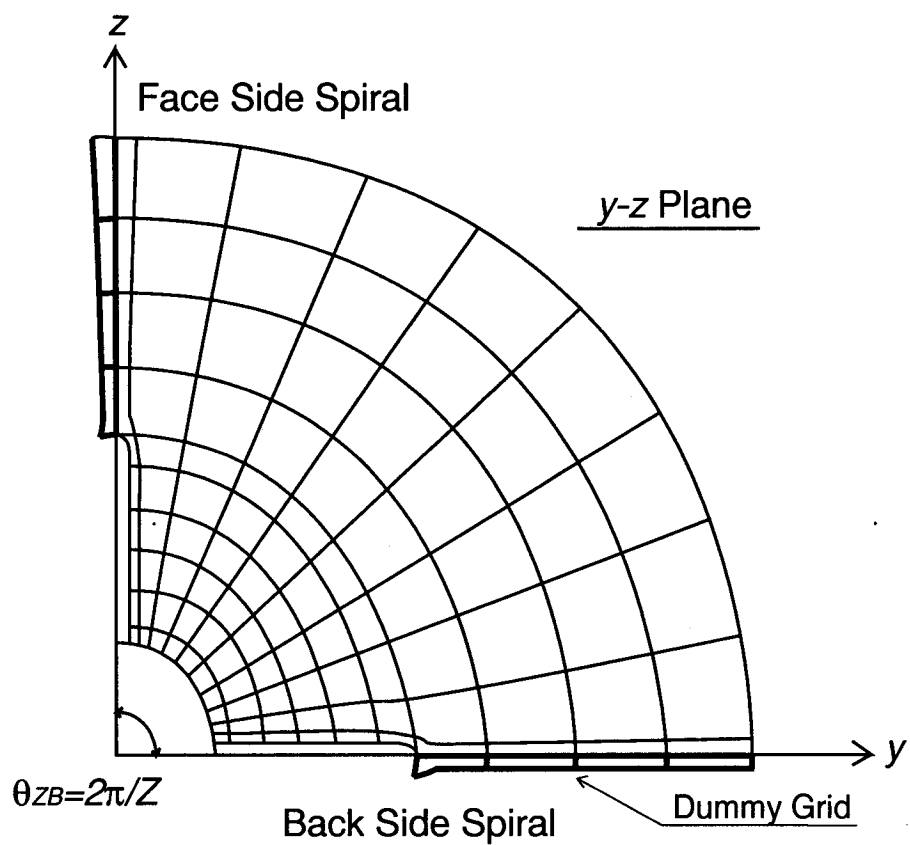


Fig.3.12 Computational Grid around Propeller in y - z Plane

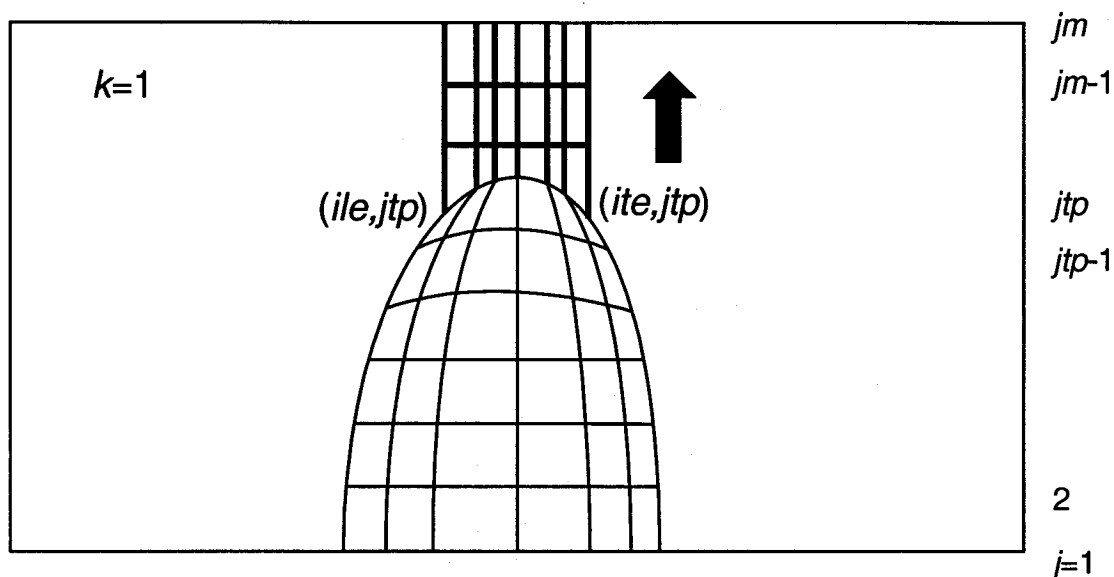


Fig.3.13 Extension of Grid to Radial Direction
on Pitch Surface ($k=1$) - 1

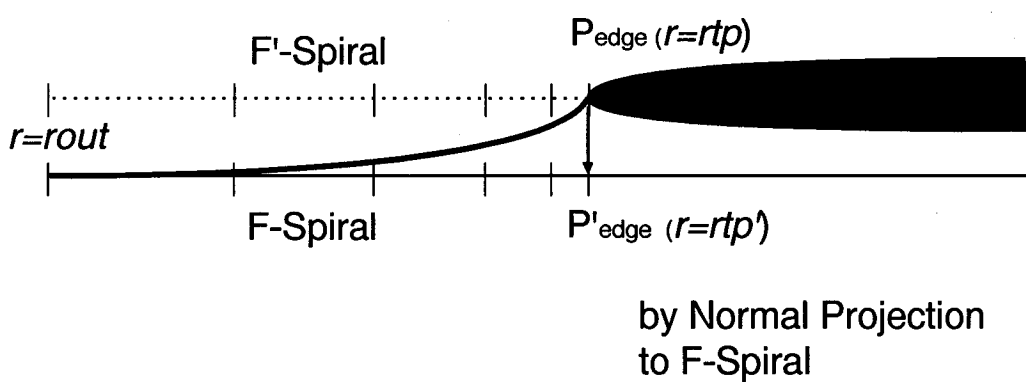


Fig.3.14 Extension of Grid to Radial Direction
on Pitch Surface ($k=1$) - 2

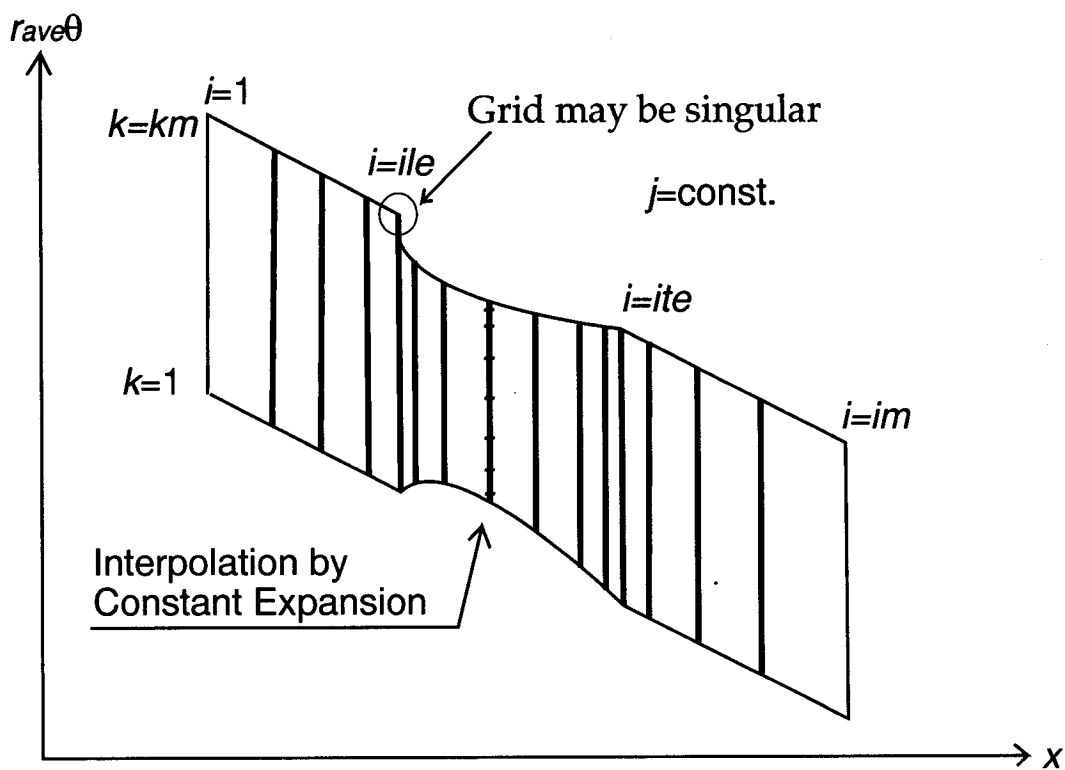


Fig.3.15 Interpolation of Circumferential Grid Points
at $j=const.$ Plane

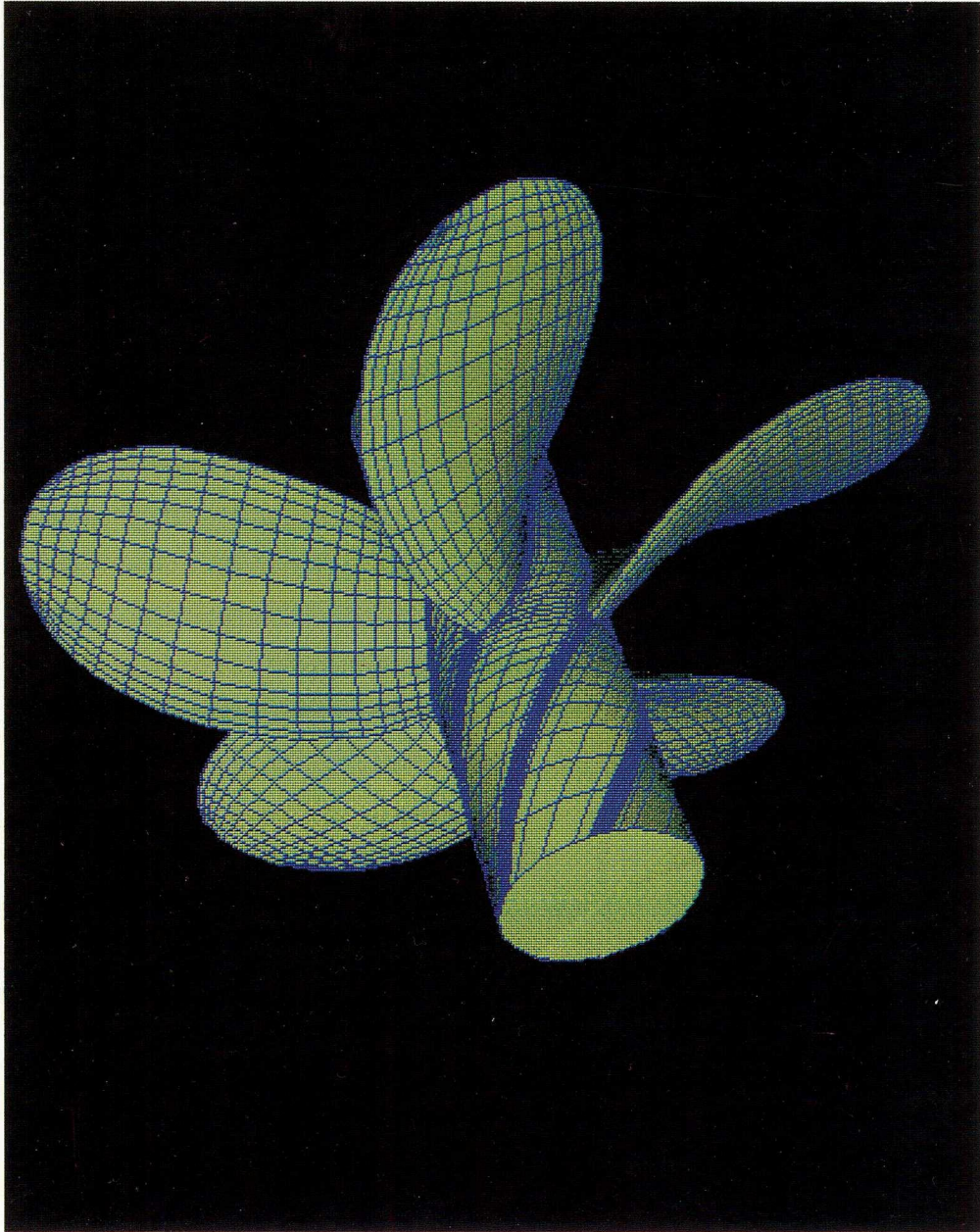


Fig.3.16 Total Grid System around SEIUNMARU CP

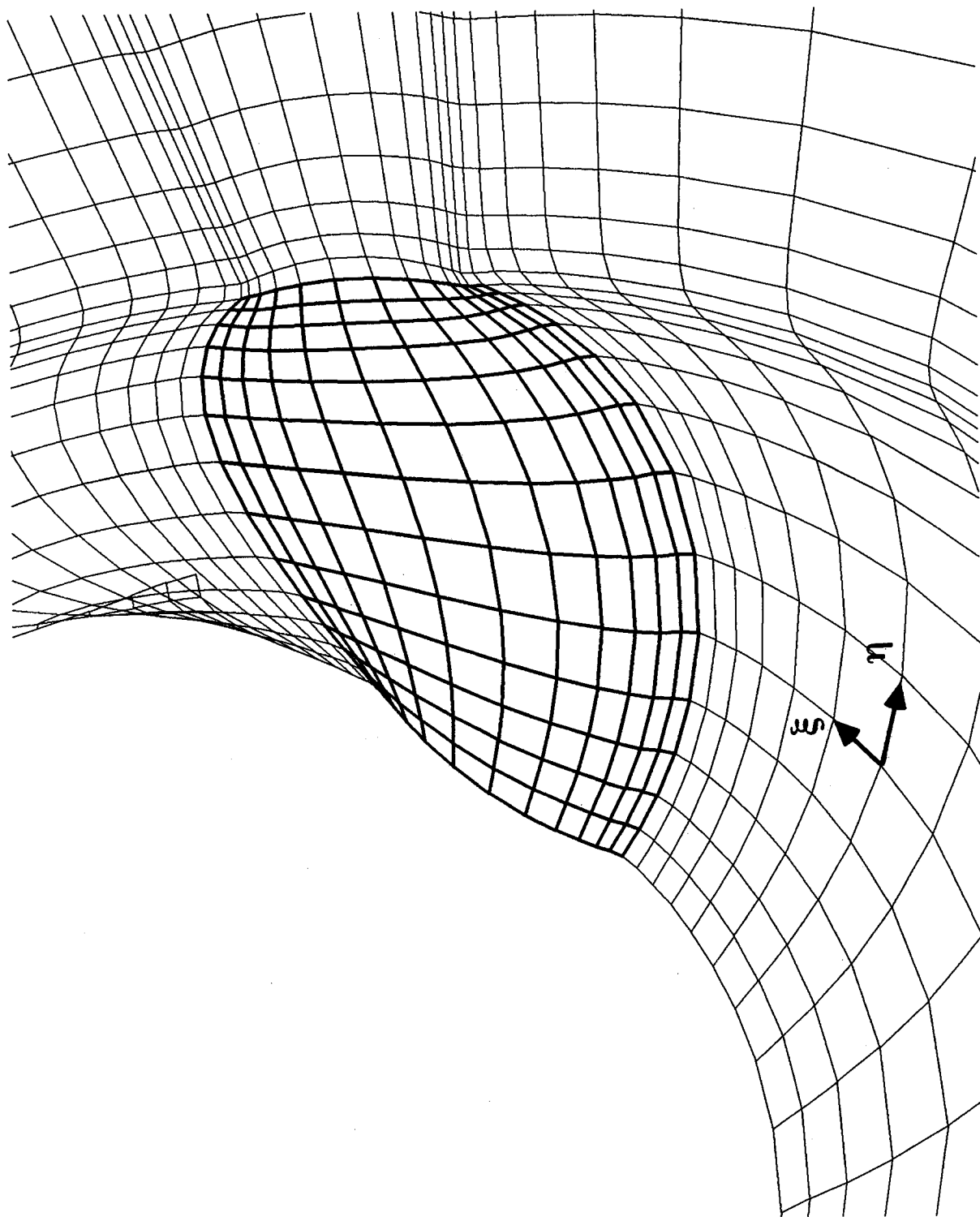


Fig.3.17 Close-up View of Grid System near Blade
of SEIJUNMARU CP

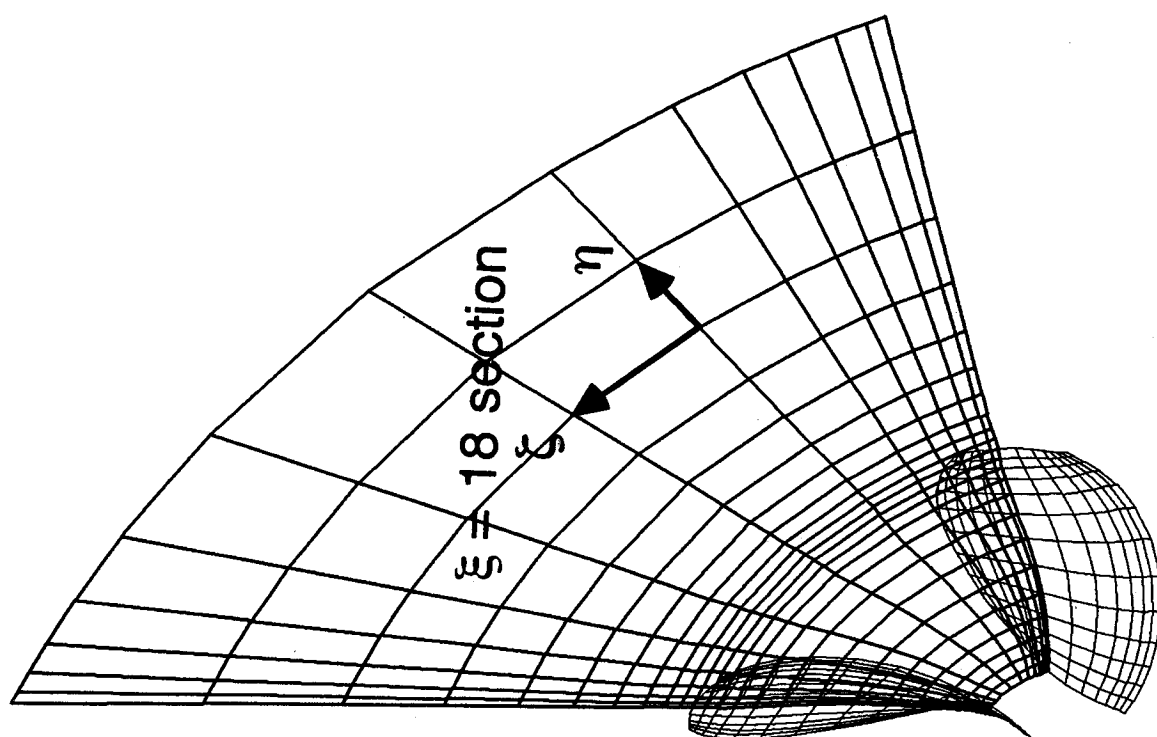


Fig.3.18 Circumferential Grid System around SEIUNMARU CP

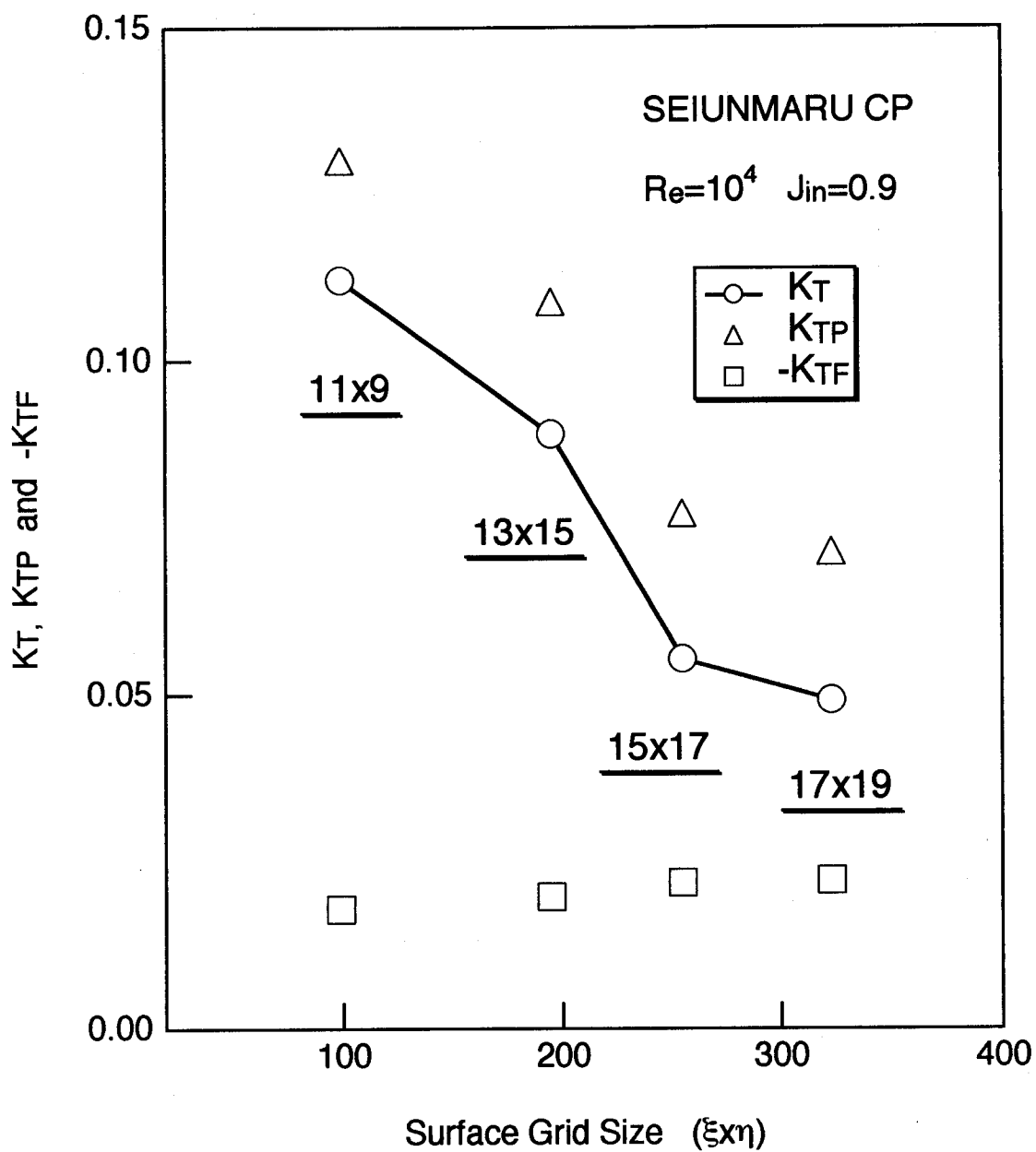


Fig.4.1 Dependency of Surface Grid Resolution on the Computed Thrust Coefficient

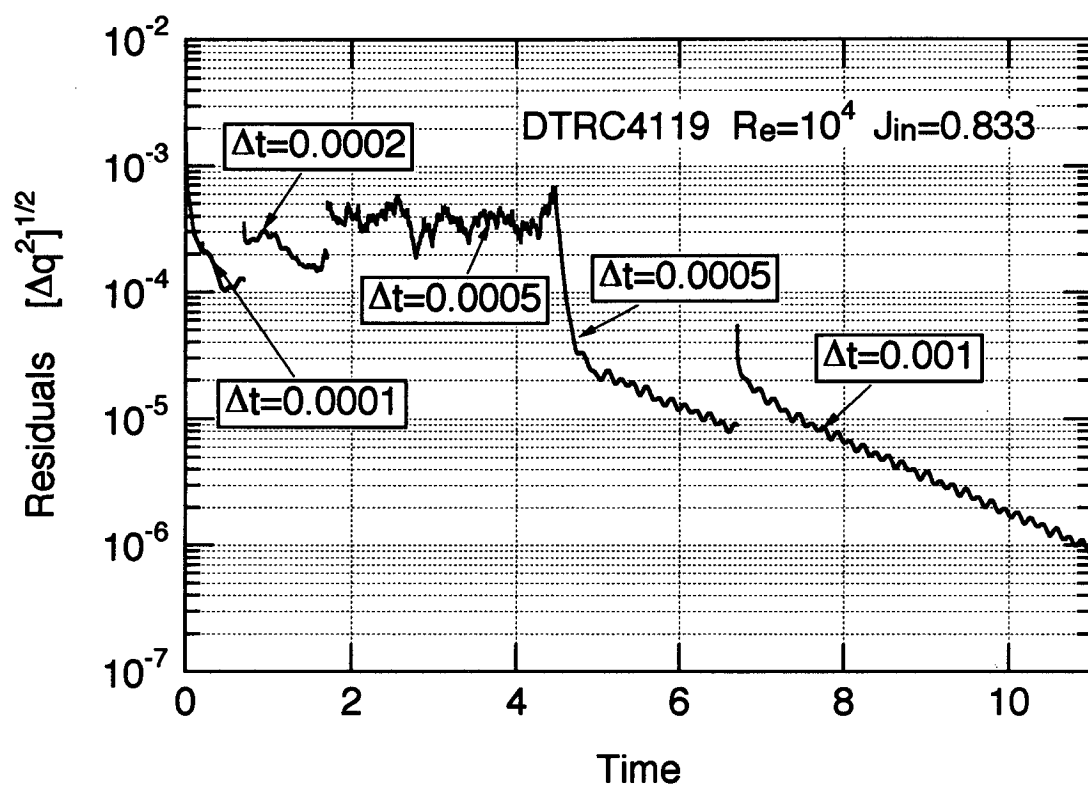


Fig. 4.2 Time History of L2-norm of Residuals

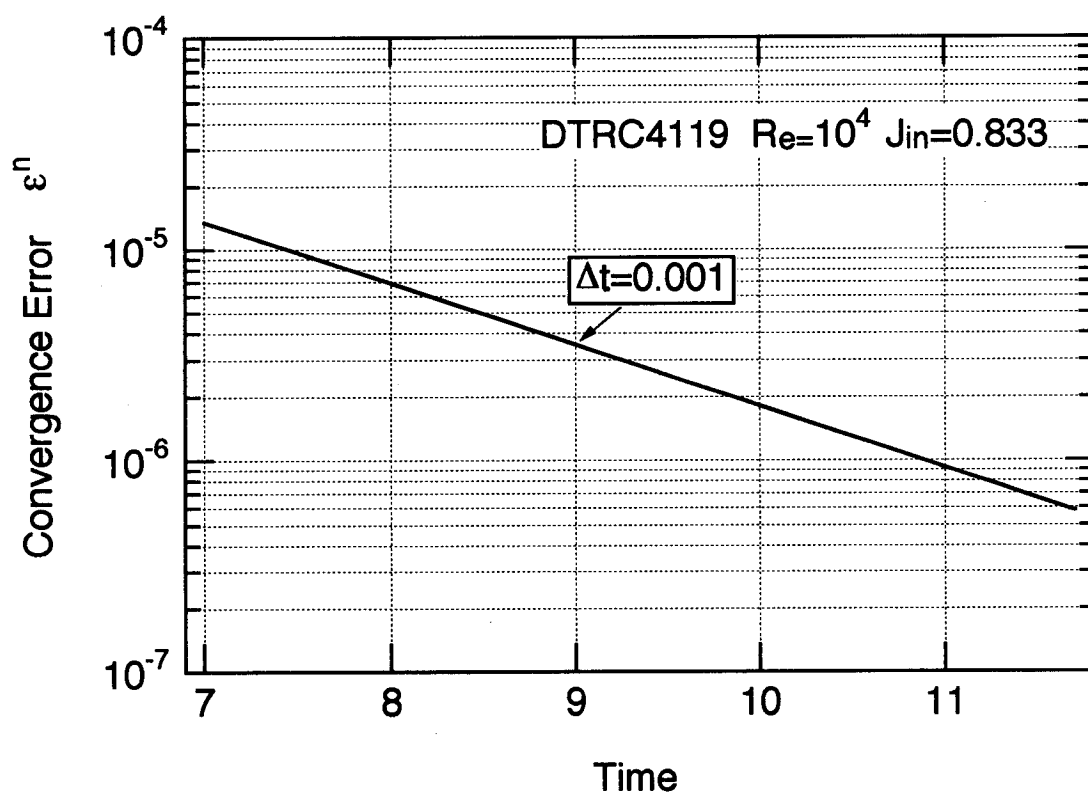


Fig.4.3 Time History of Estimated Convergence Error

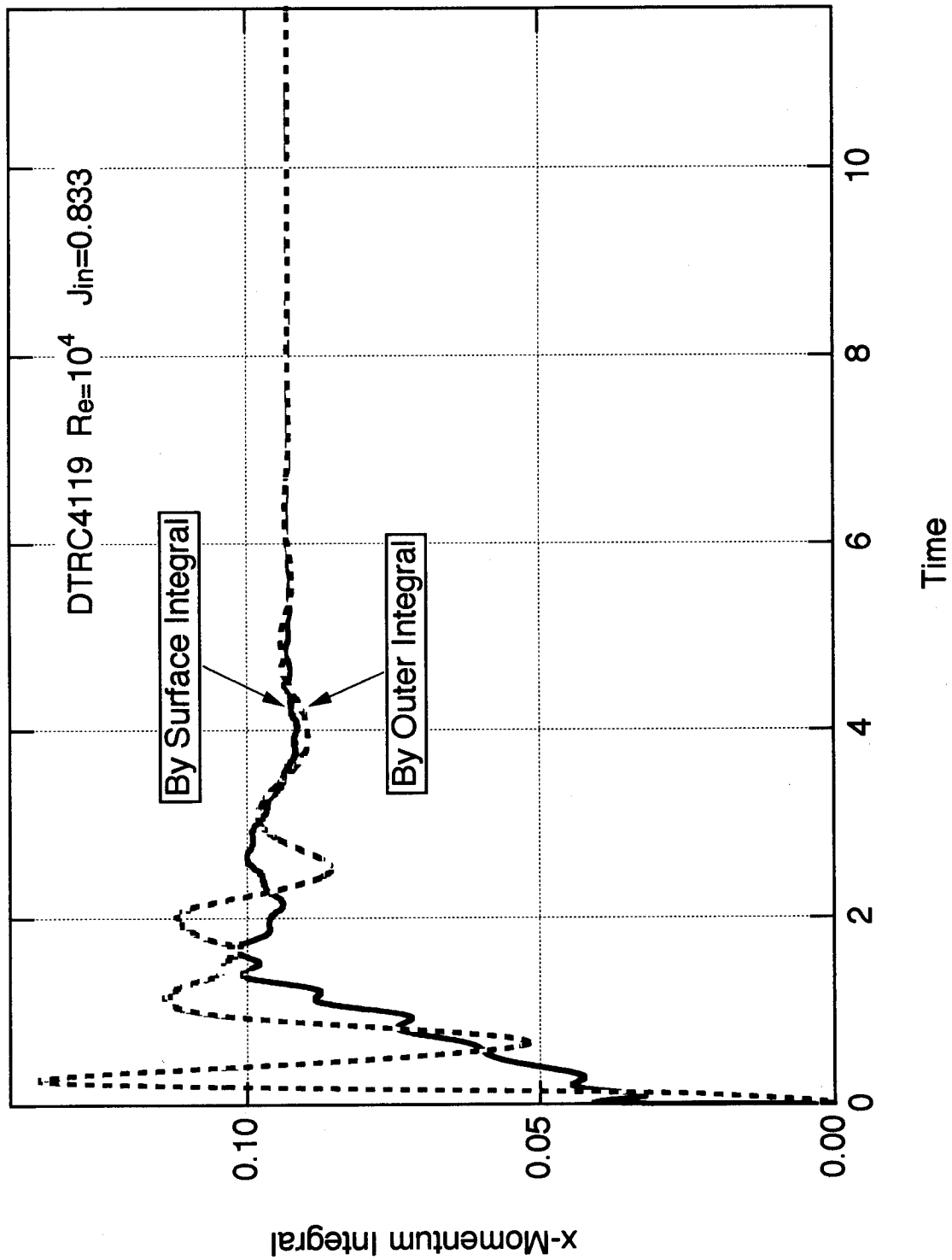


Fig.4.4 Time History of x-Momentum Integral at Surface and Outer Integral

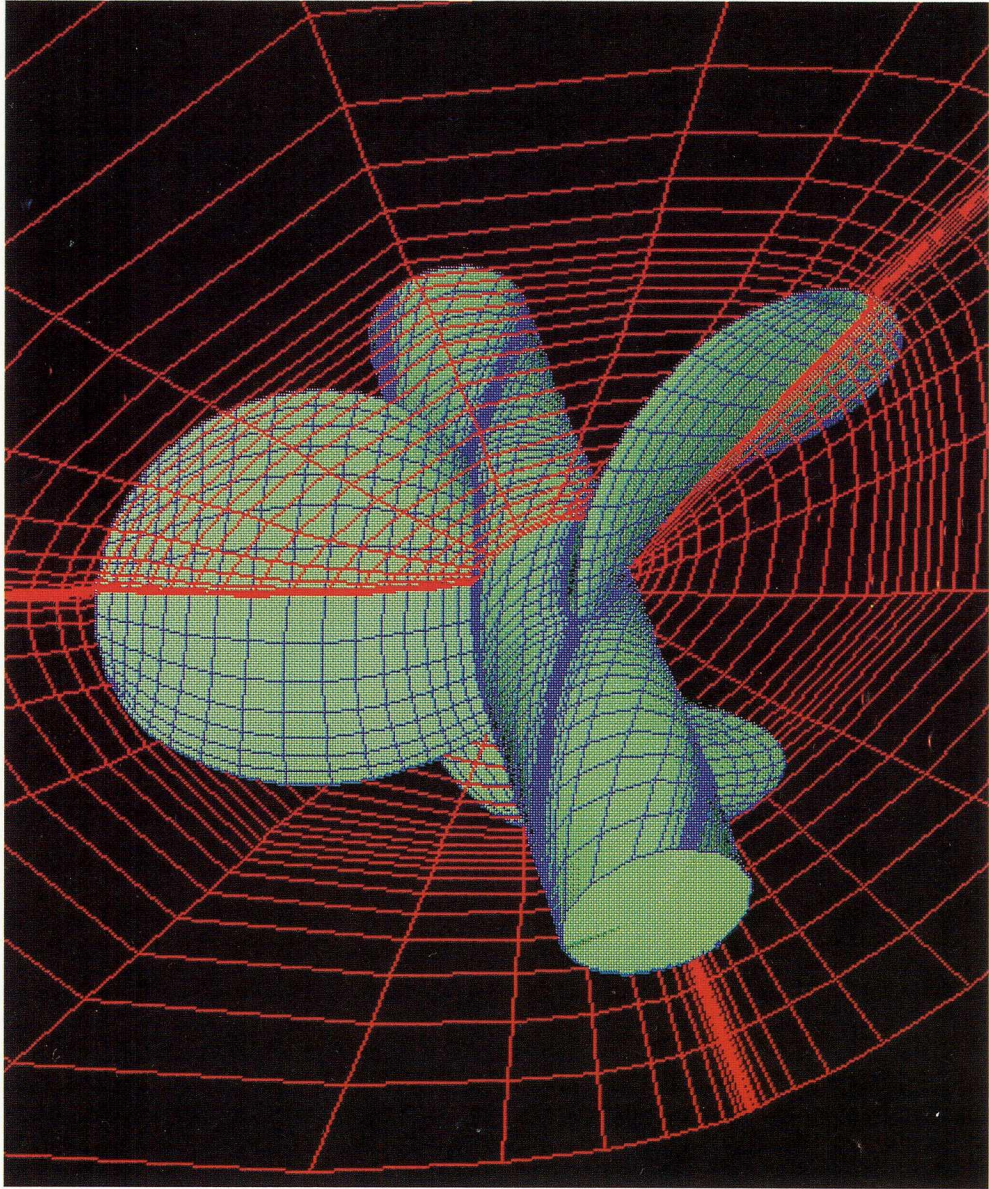


Fig.4.5 Computational Grid System around DTRC4119 Propeller

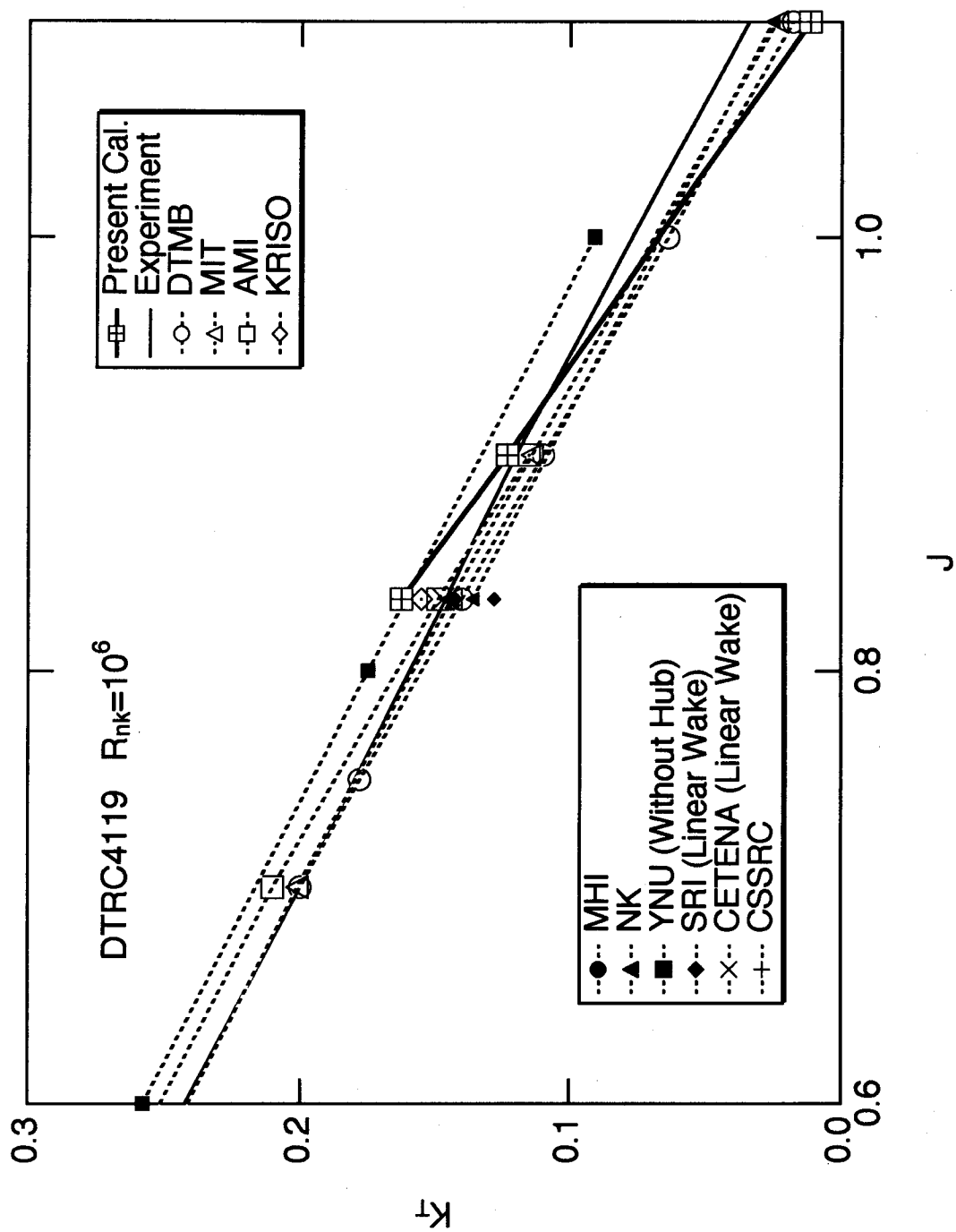


Fig.4.6 Comparison of Thrust Coefficient with Panel Method

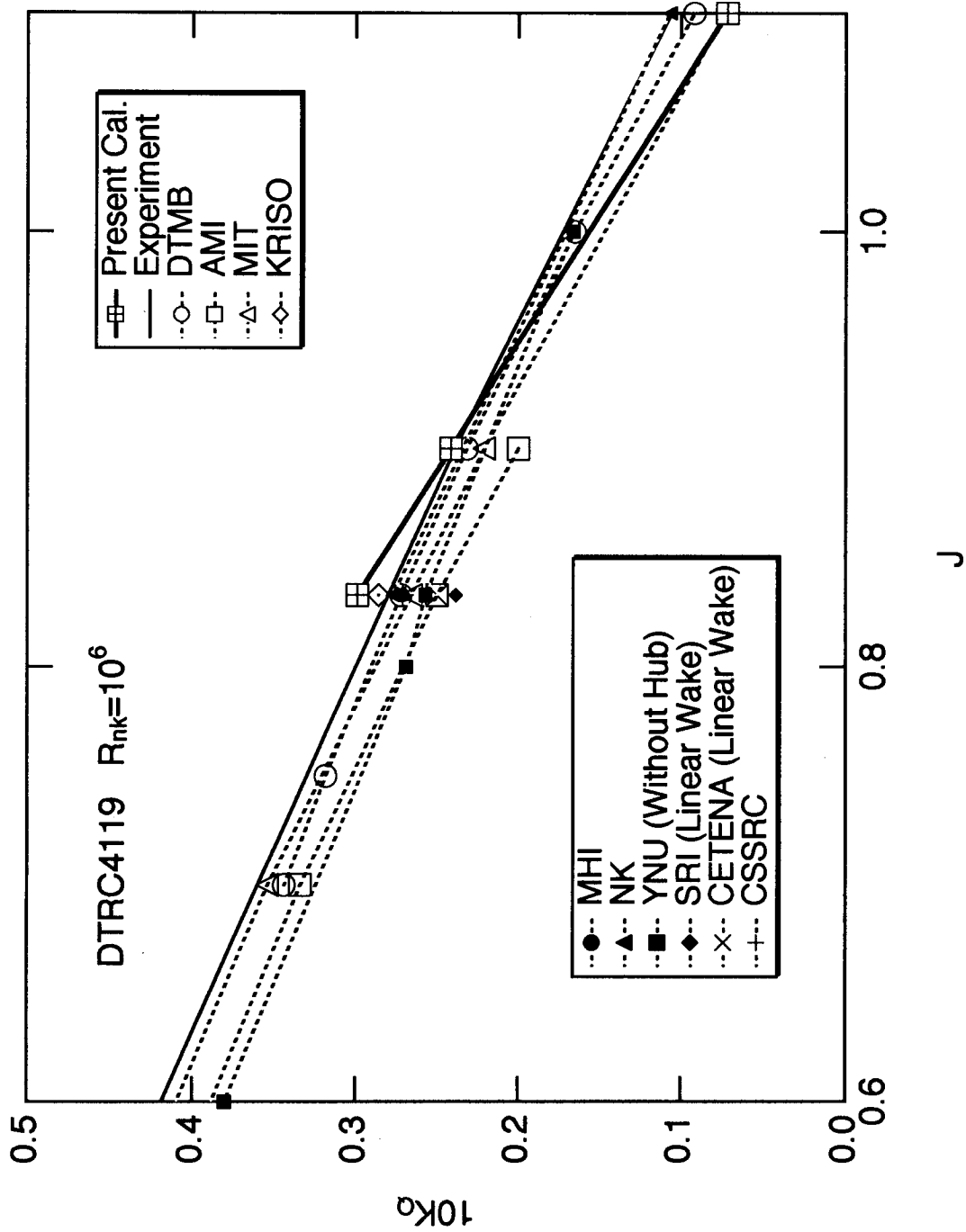


Fig.4.7 Comparison of Torque Coefficient with Panle Method

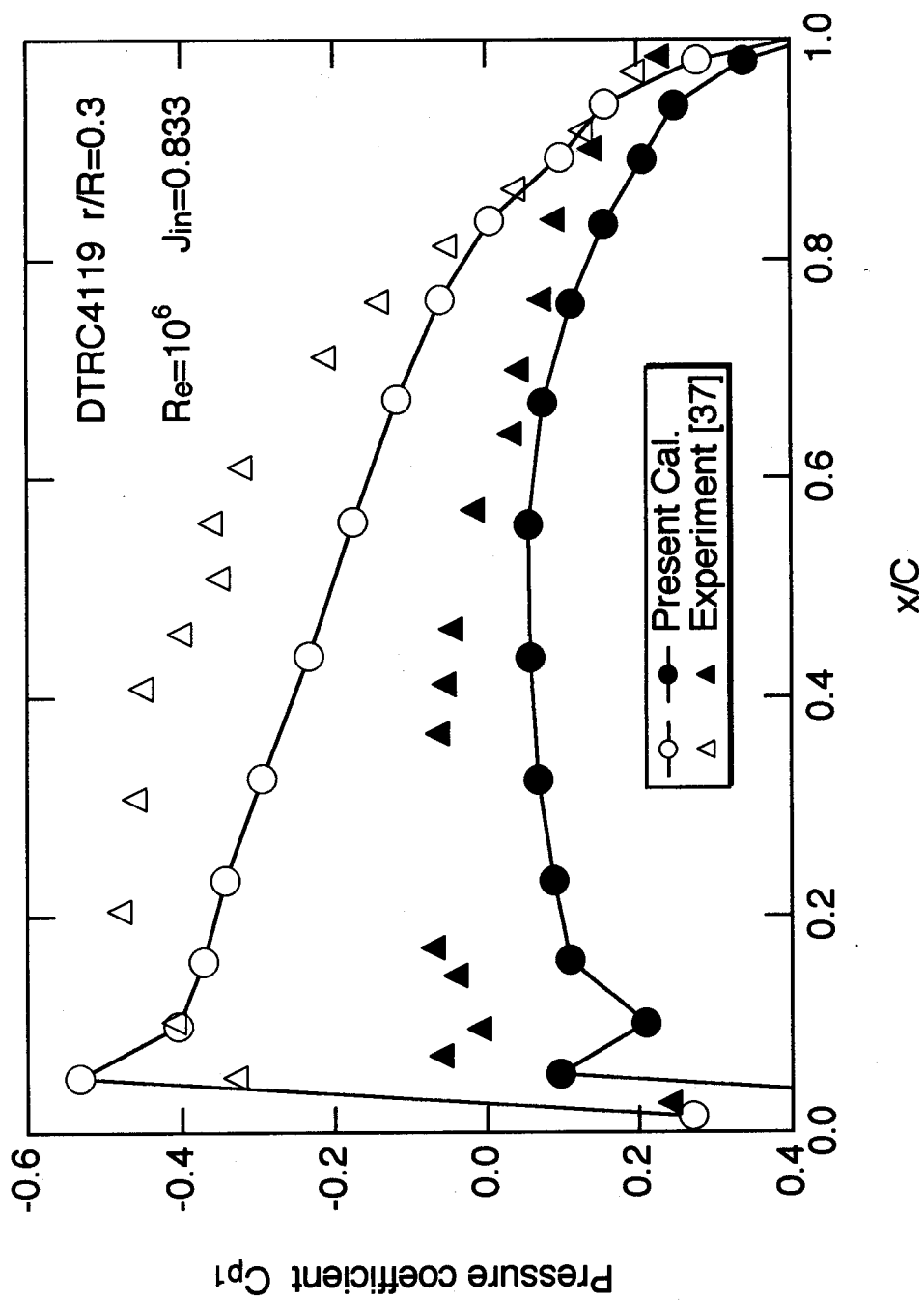


Fig.4.8 Comparison of Chordwise Pressure Distribution at 0.3R

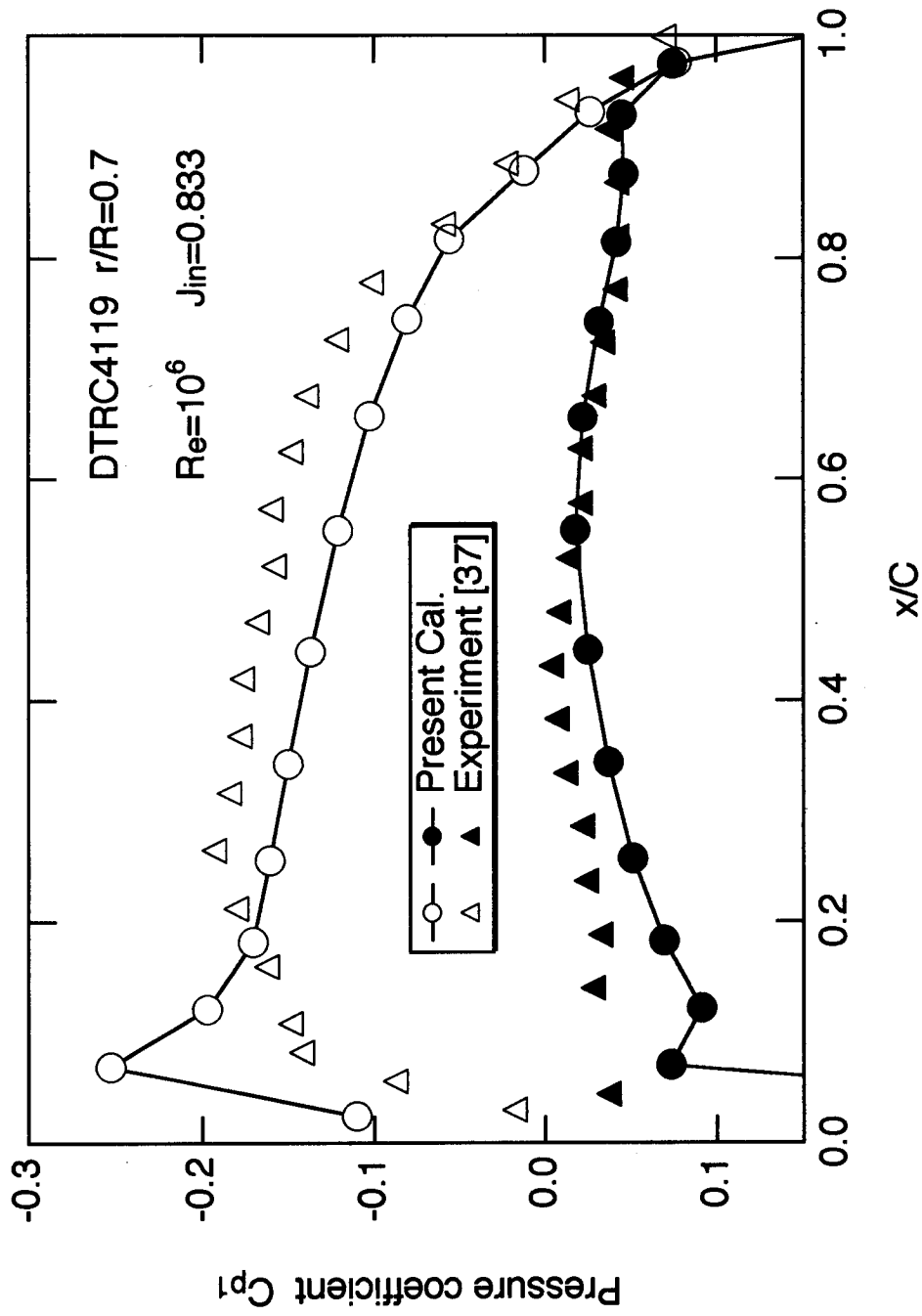


Fig.4.9 Comparison of Chordwise Pressure Distribution at 0.7R

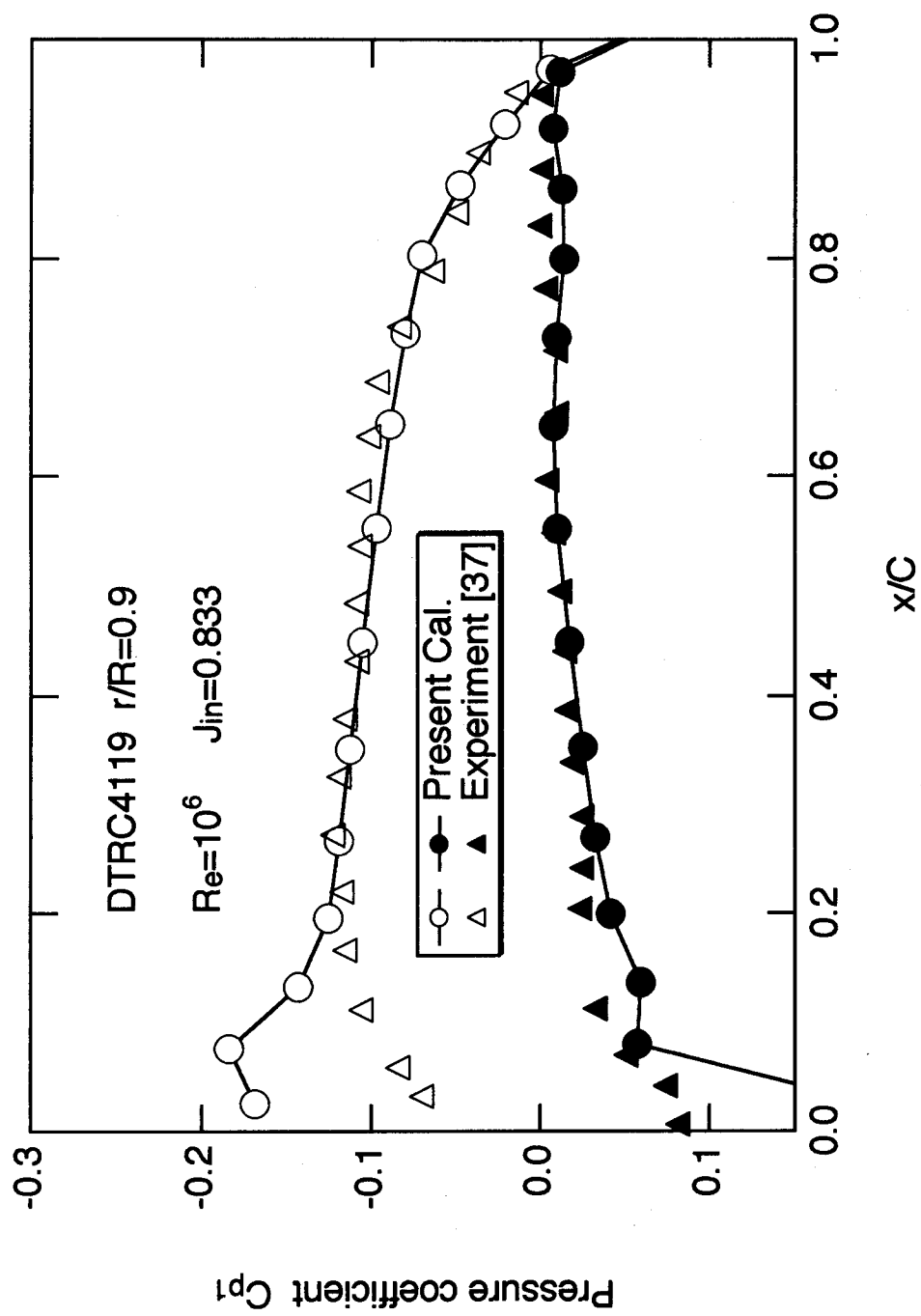


Fig.4.10 Comparison of Chordwise Pressure Distribution at 0.9R

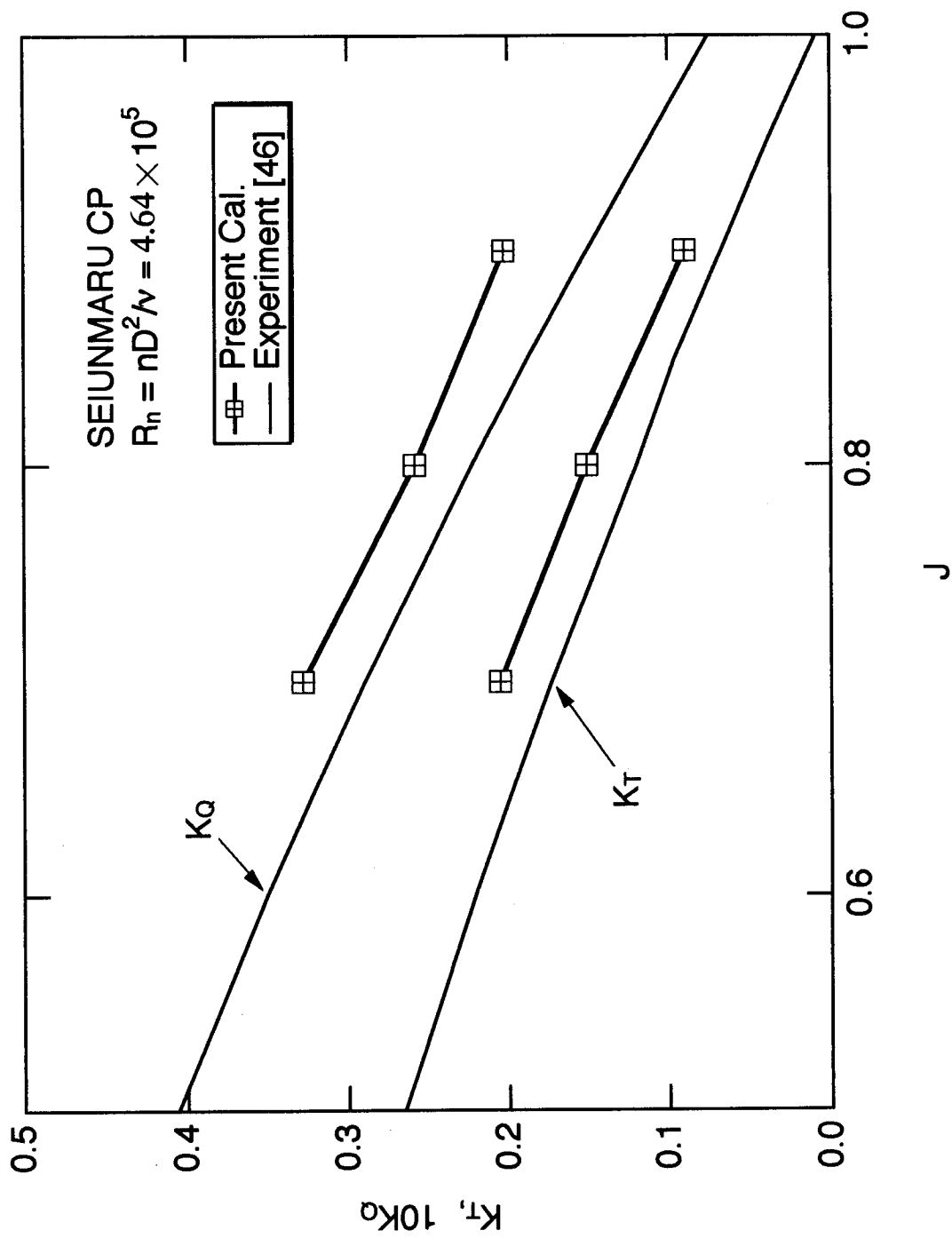


Fig.4.11 Comparison of Open Water Characteristics of SEIUNMARU CP with Experiment

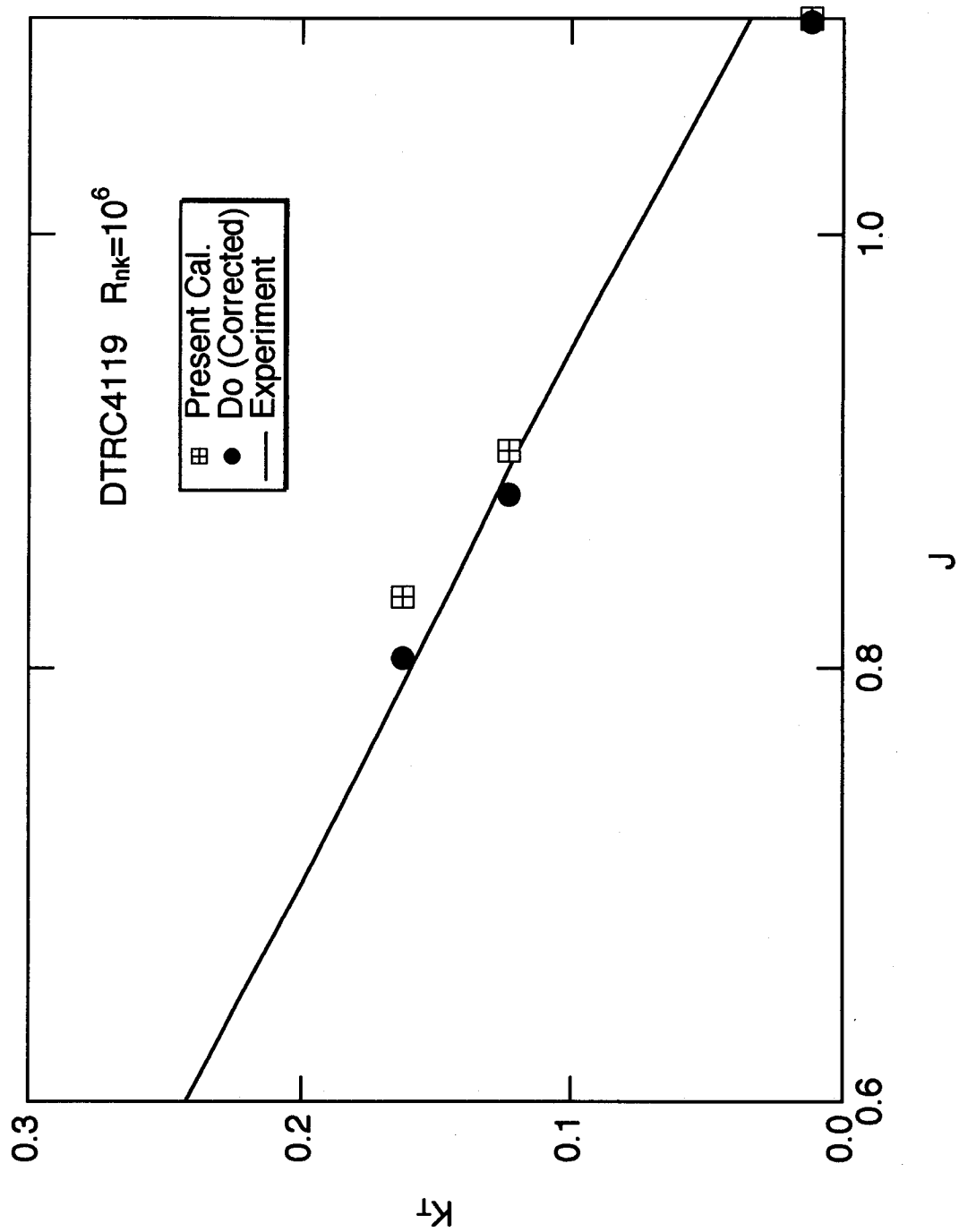


Fig. 4.12 Correction of Thrust Coefficient of DTRC4119

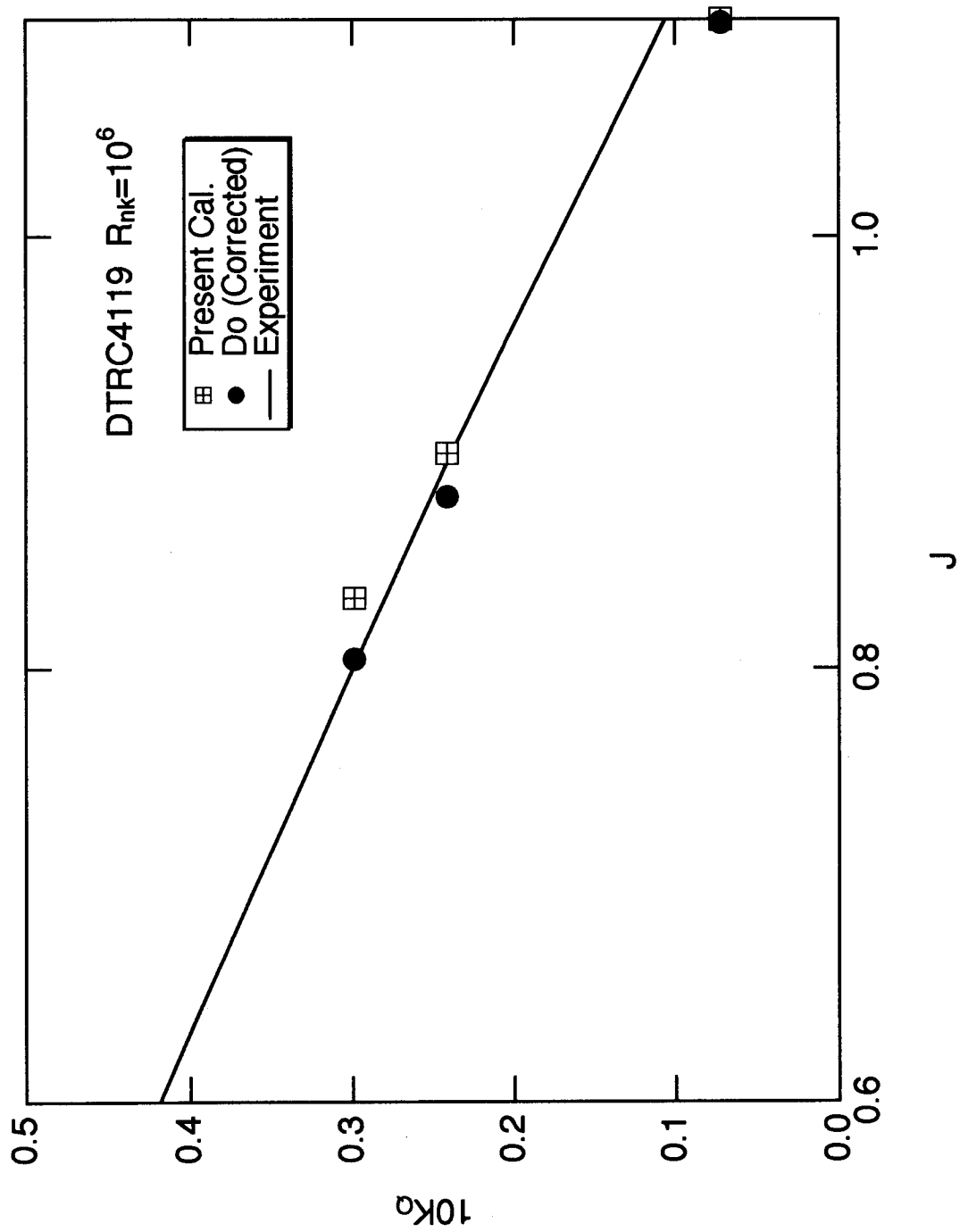


Fig.4.13 Correction of Torque Coefficient of DTRC4119

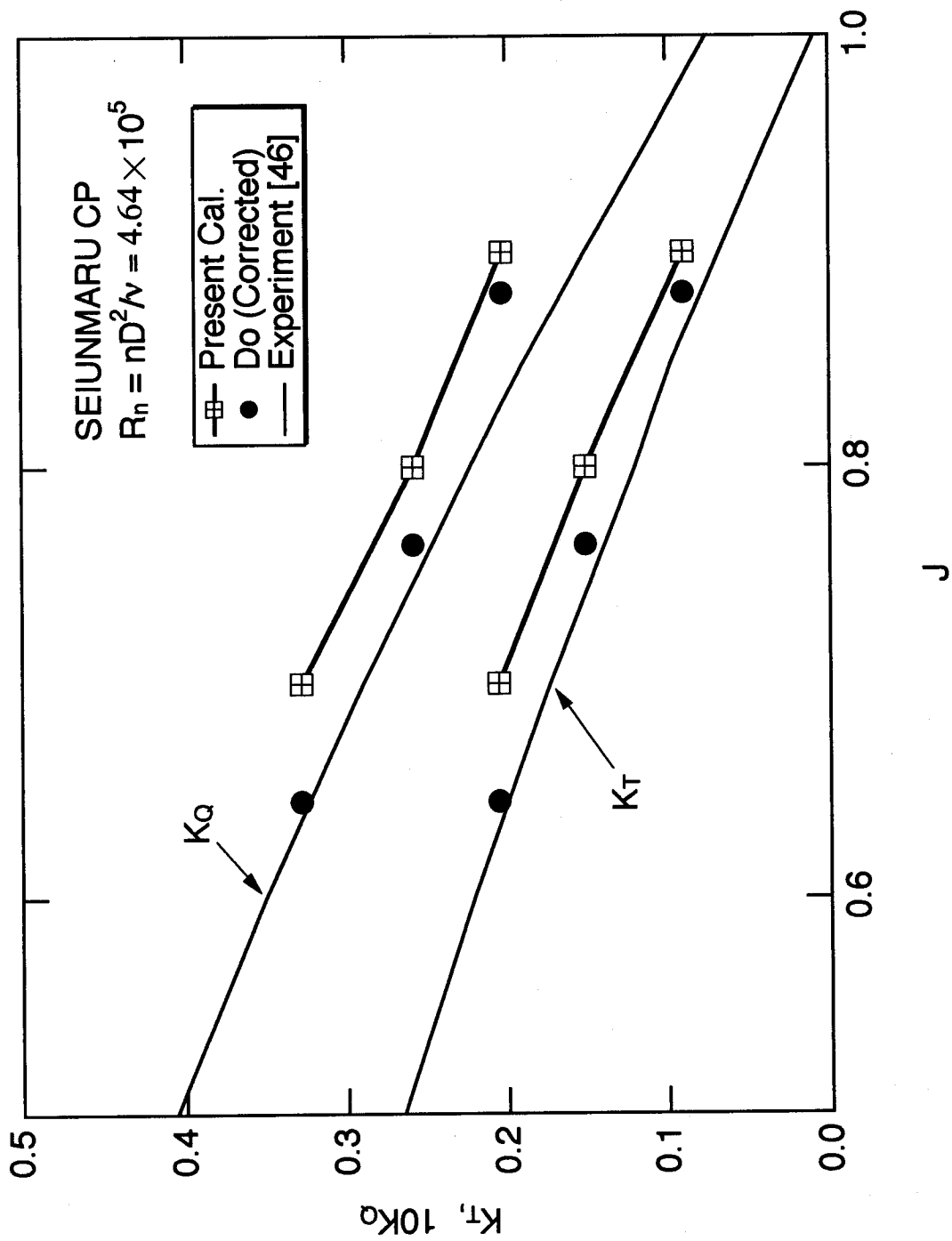


Fig.4.14 Correction of Open Water Characteristics of SEIUNMARU CP

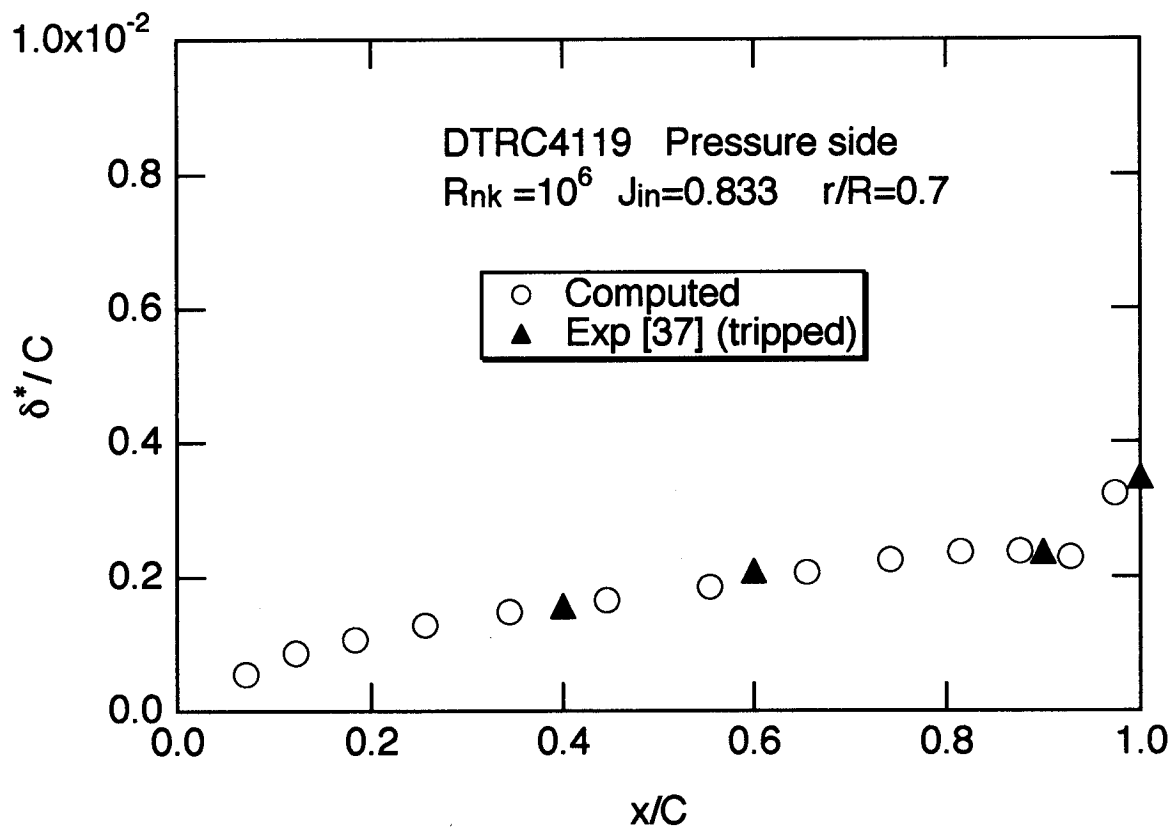
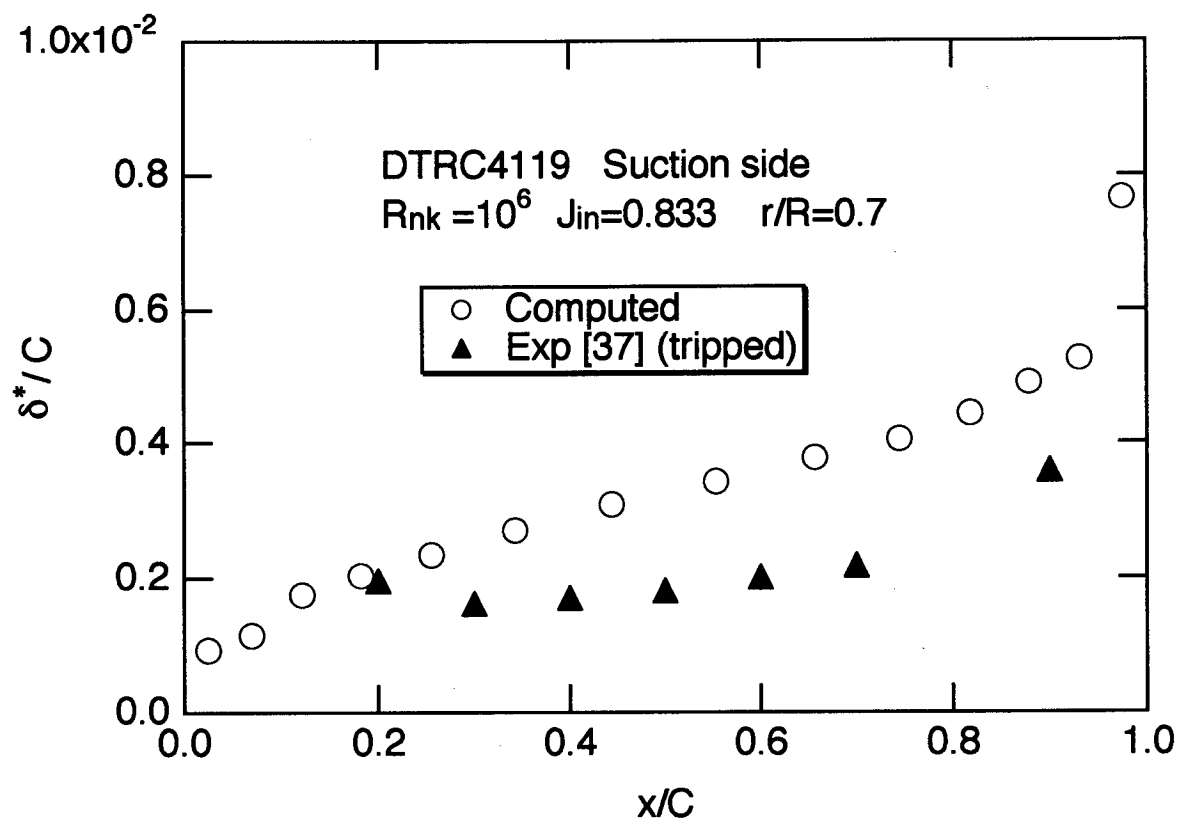


Fig.5.1 Comparison of Chordwise Displacement Thickness Distribution at 0.7R of DTRC4119

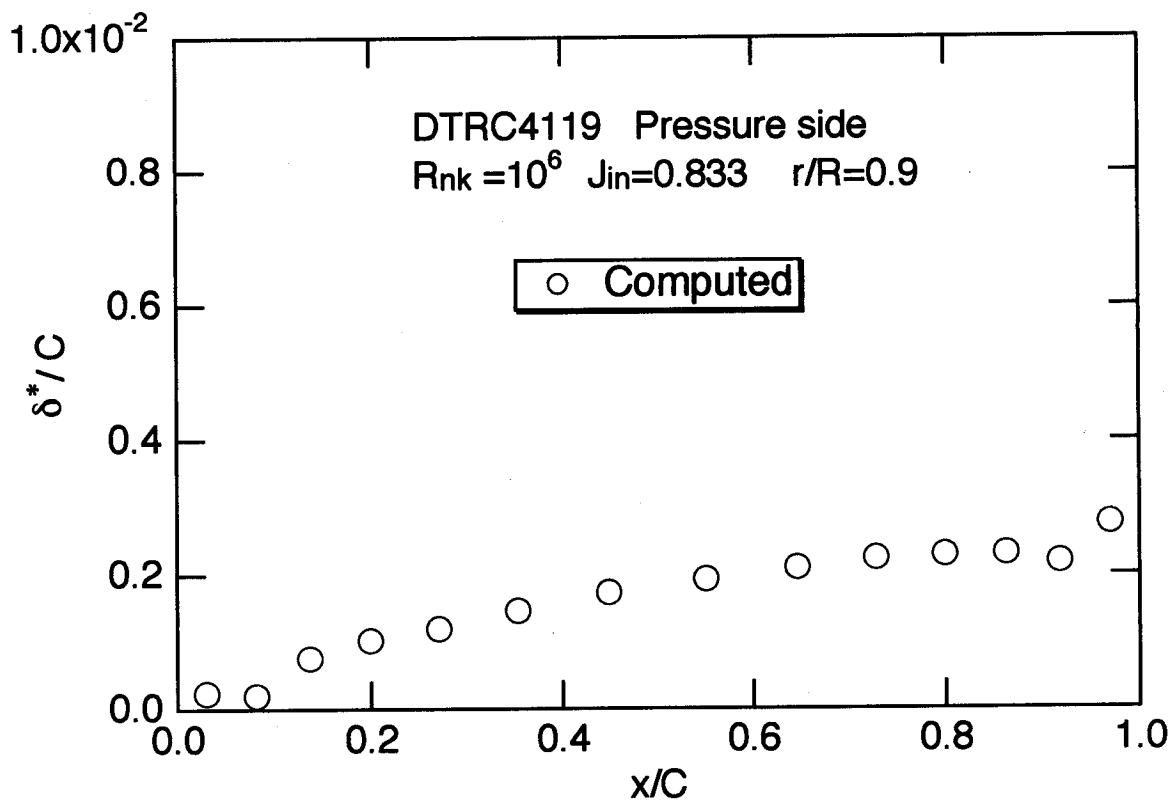
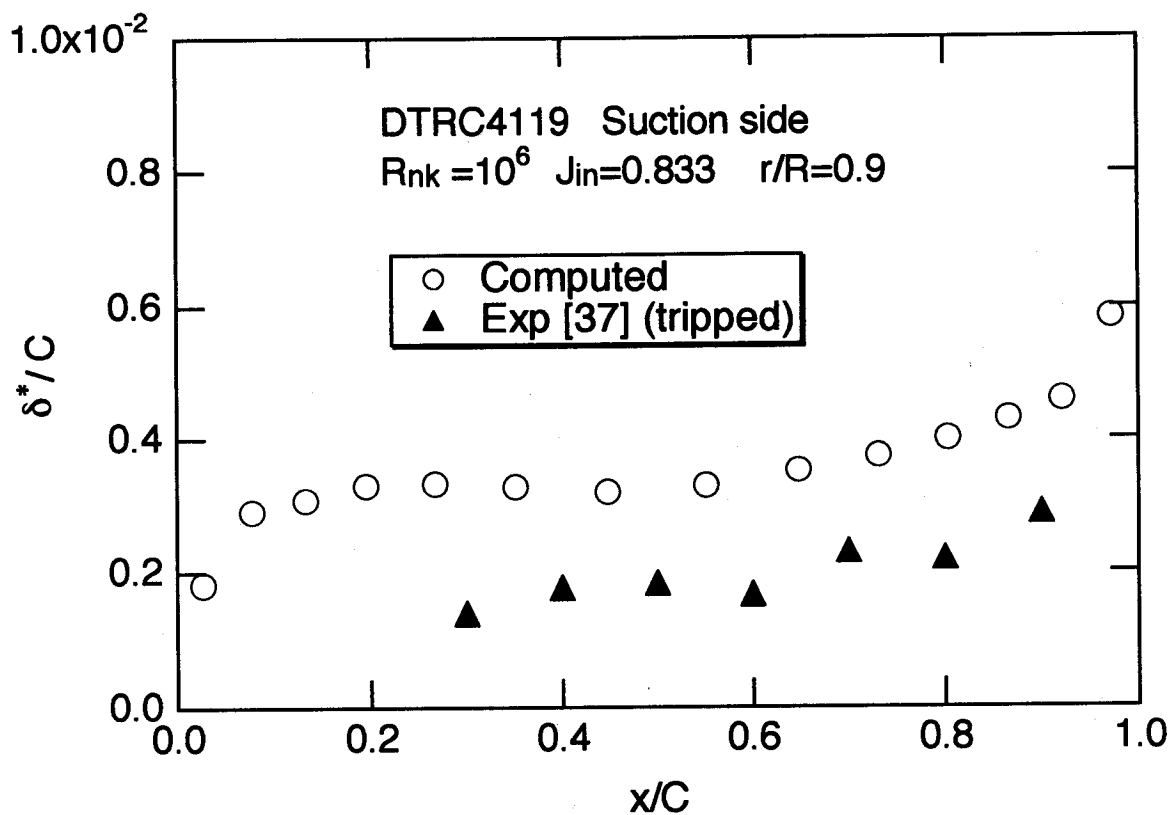


Fig.5.2 Comparison of Chordwise Displacement Thickness Distribution at 0.9R of DTRC4119

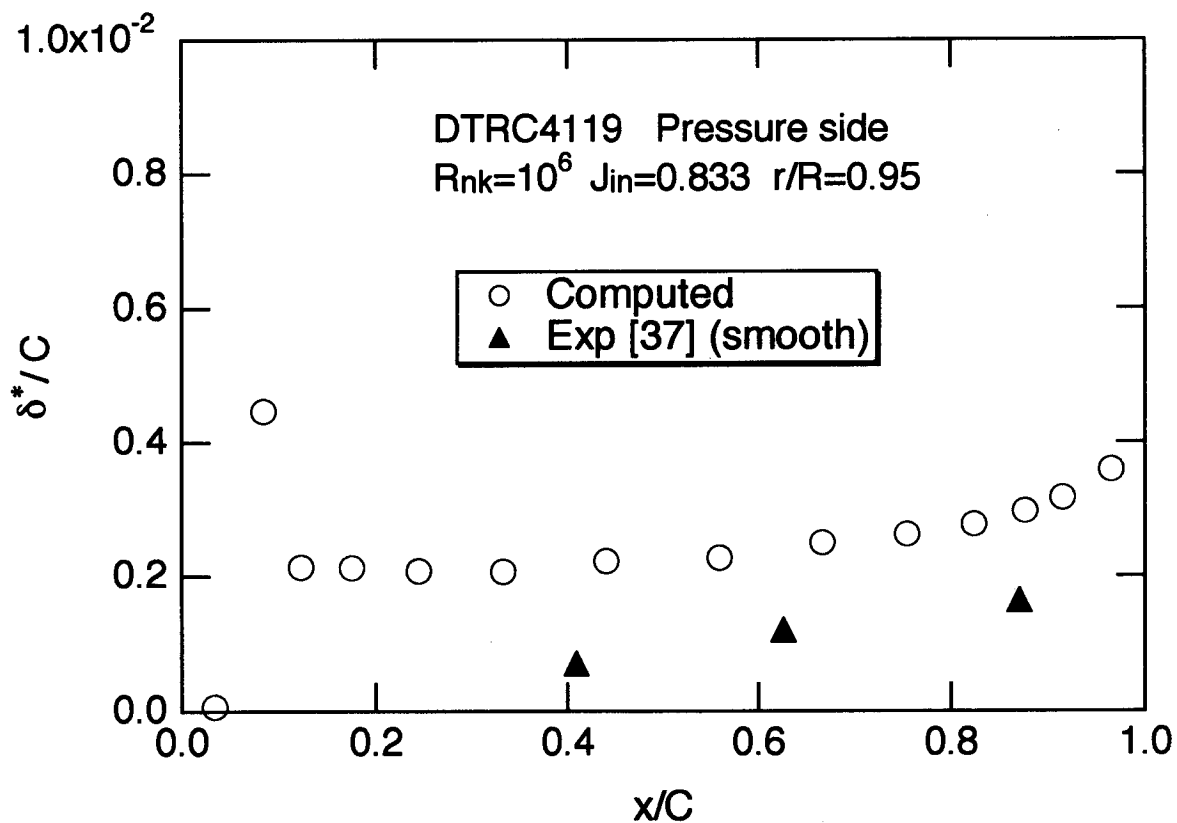
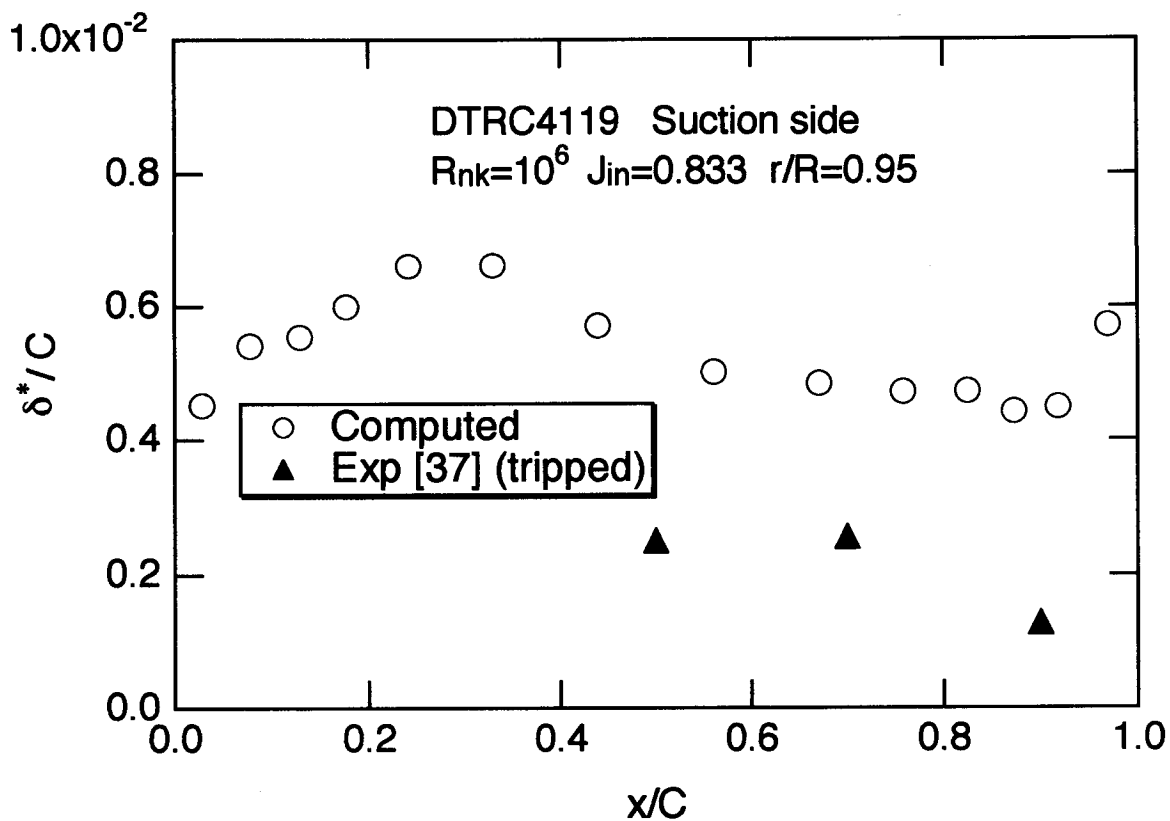


Fig.5.3 Comparison of Chordwise Displacement Thickness Distribution at 0.95R of DTRC4119

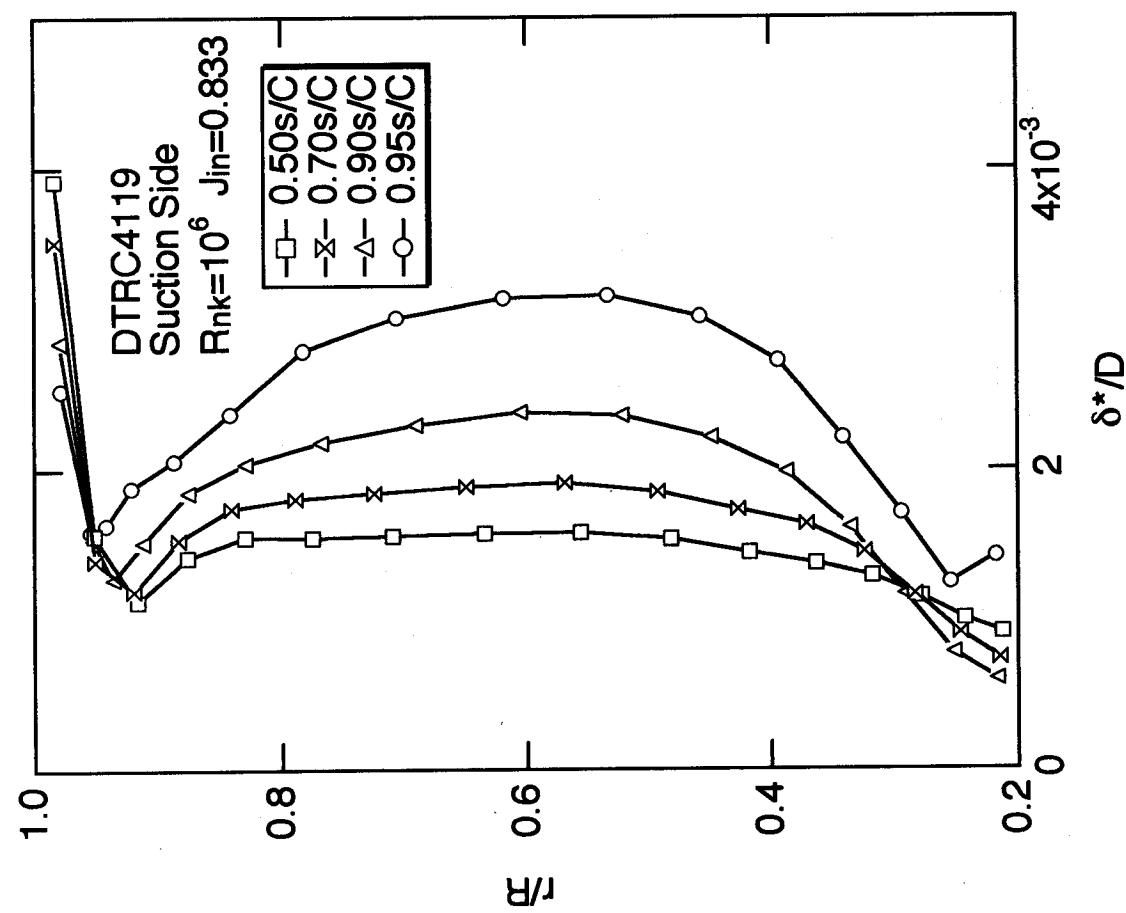


Fig.5.4 Radial Displacement Thickness Distribution at Suction Side Surface of DTRC4119

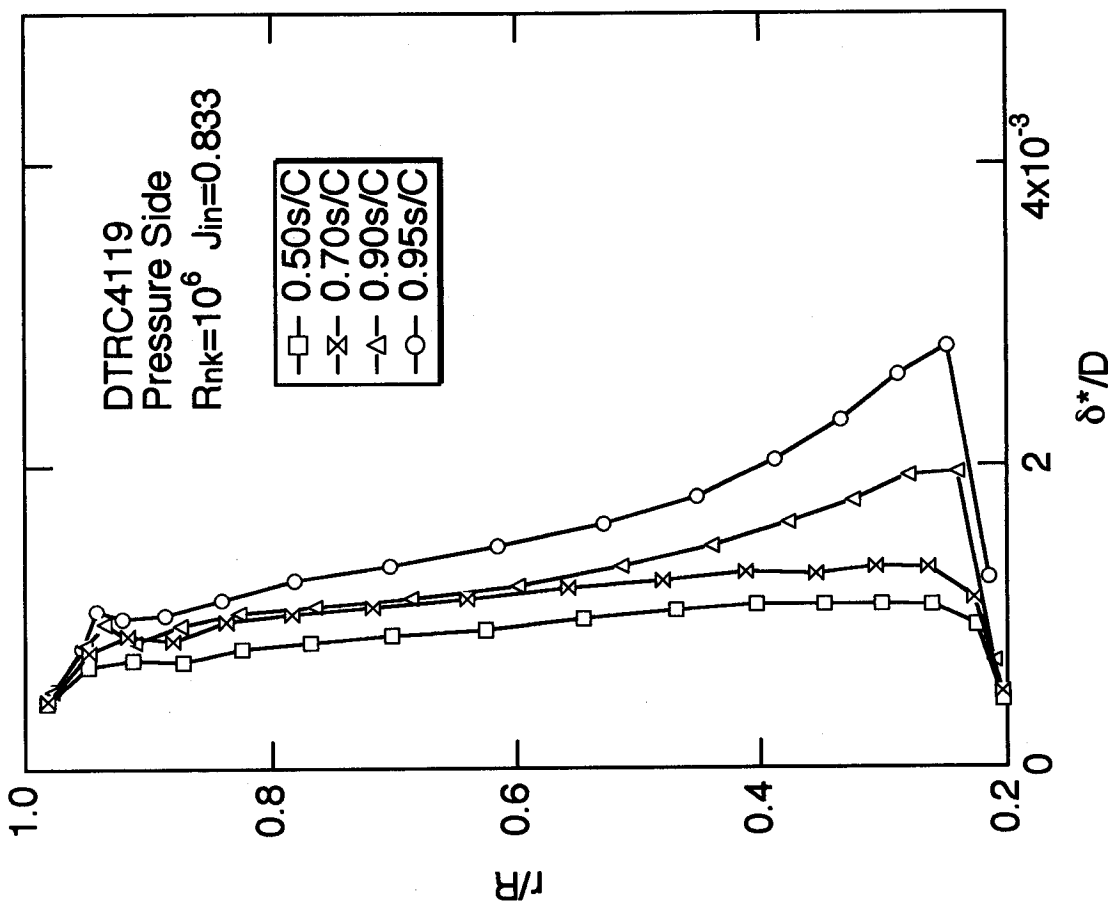


Fig.5.5 Radial Displacement Thickness Distribution at Pressure Side Surface of DTRC4119

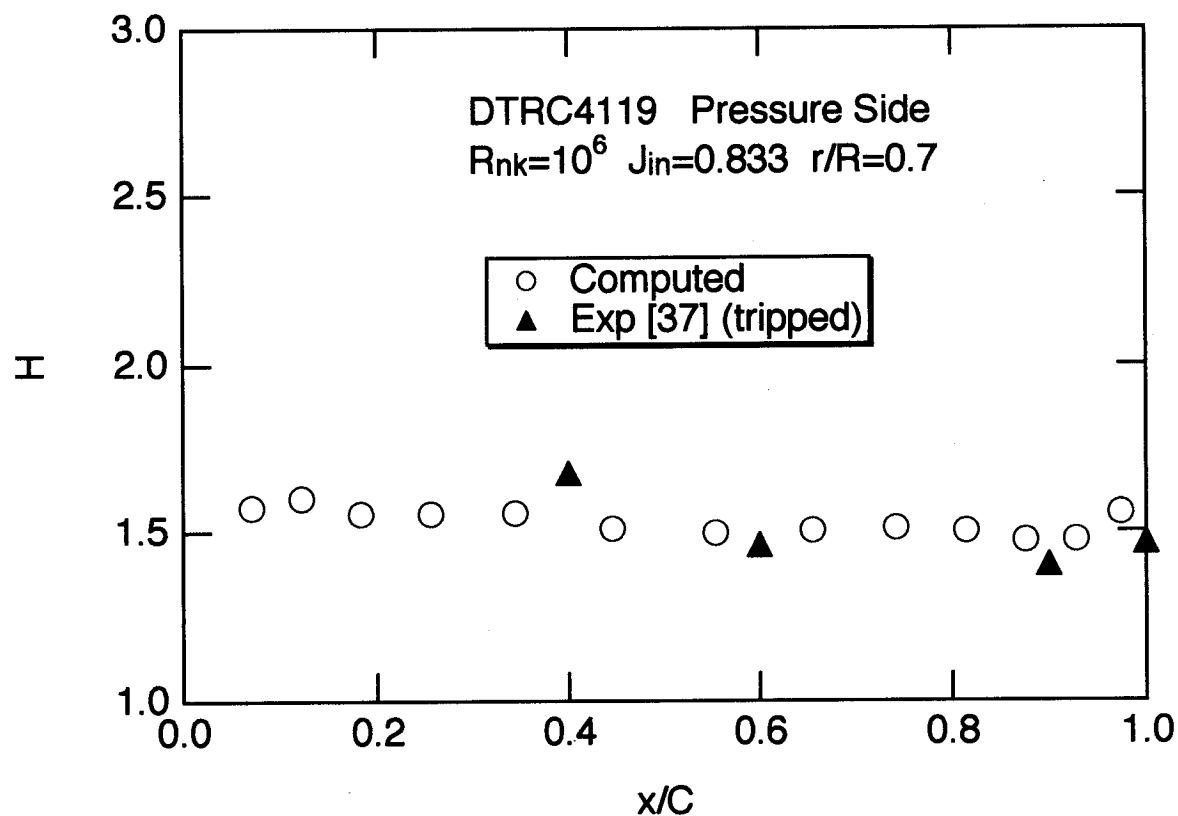
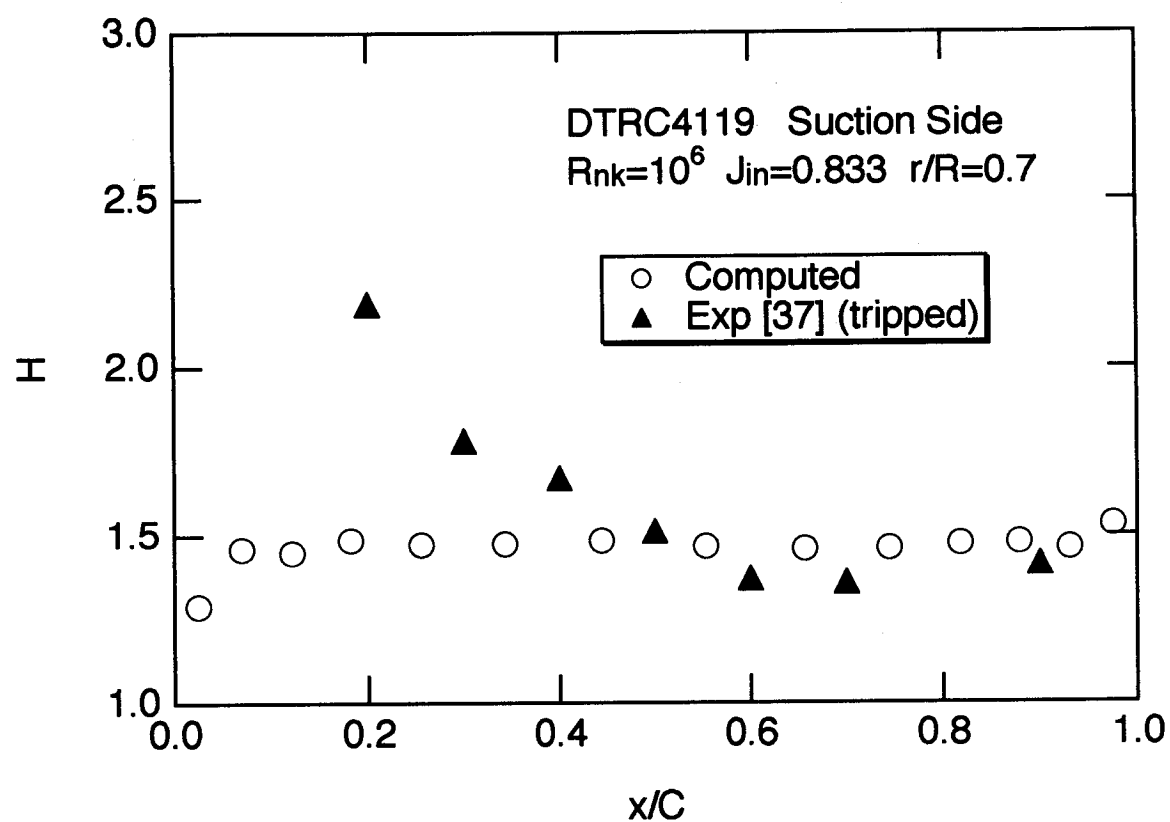


Fig.5.6 Comparison of Chordwise Shape Factor Distribution at 0.7R of DTRC4119

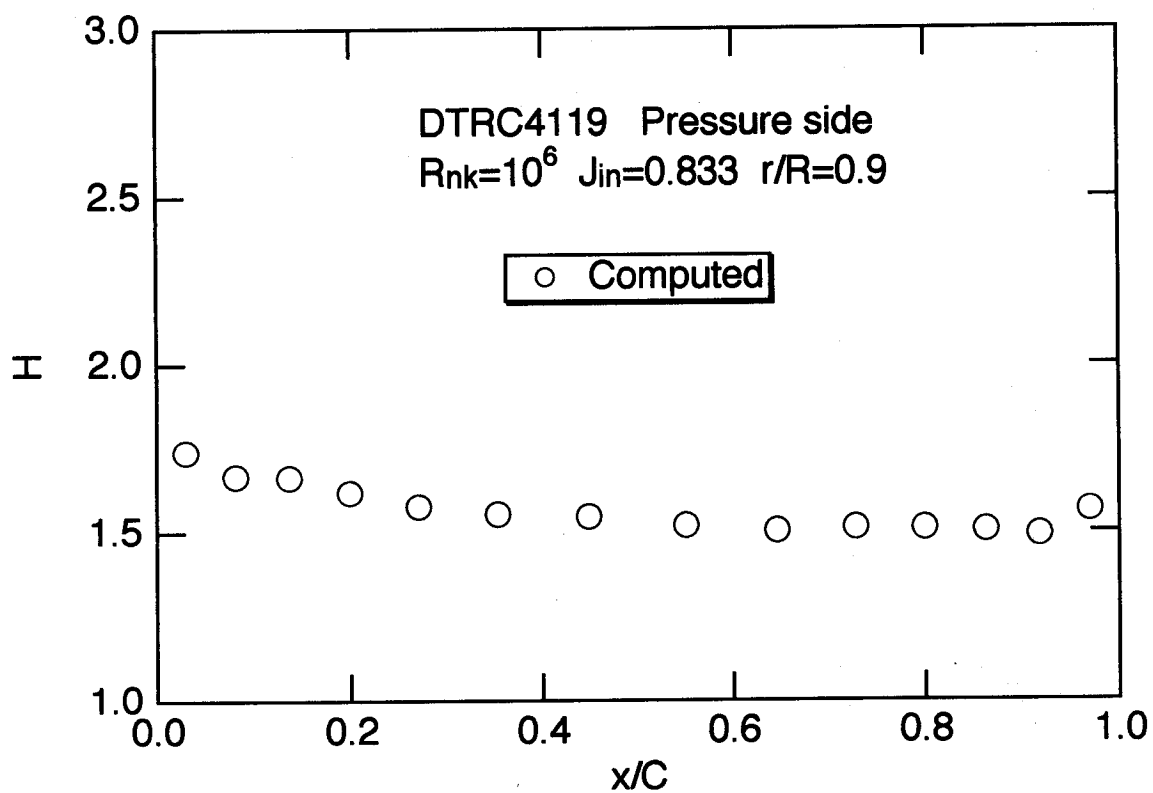
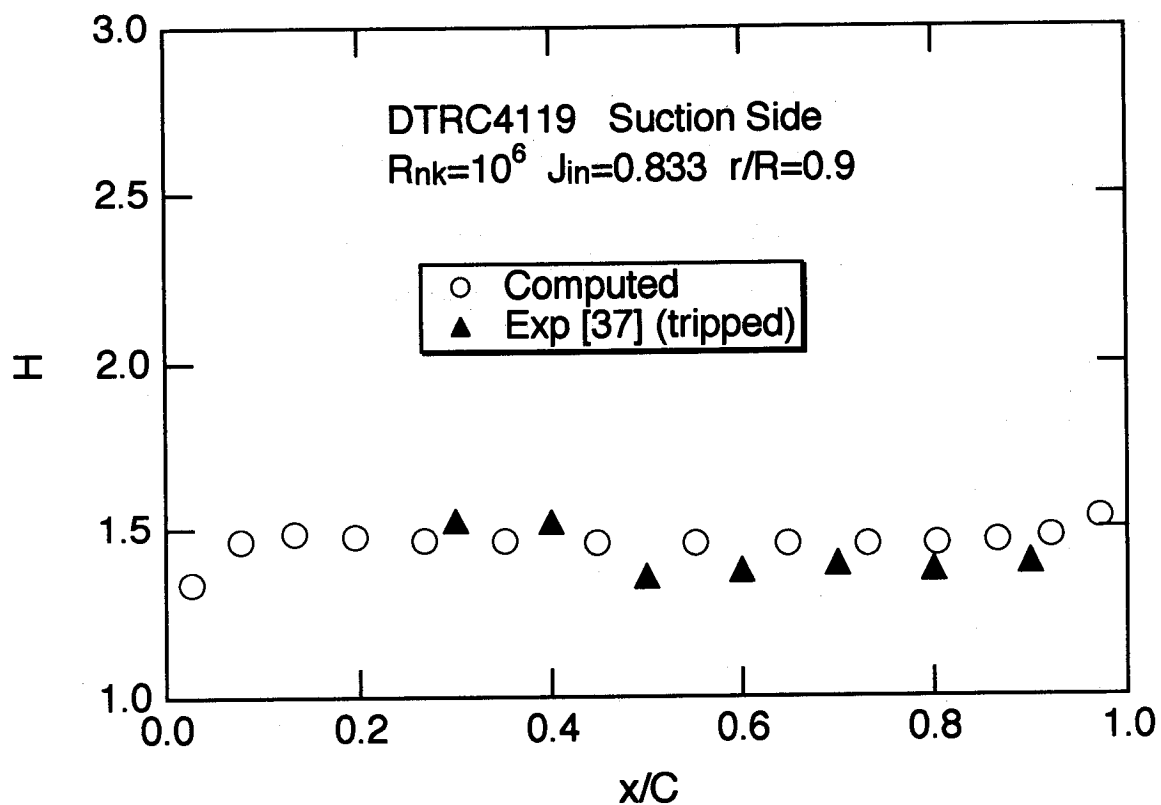


Fig.5.7 Comparison of Chordwise Shape Factor Distribution at 0.9R of DTRC4119

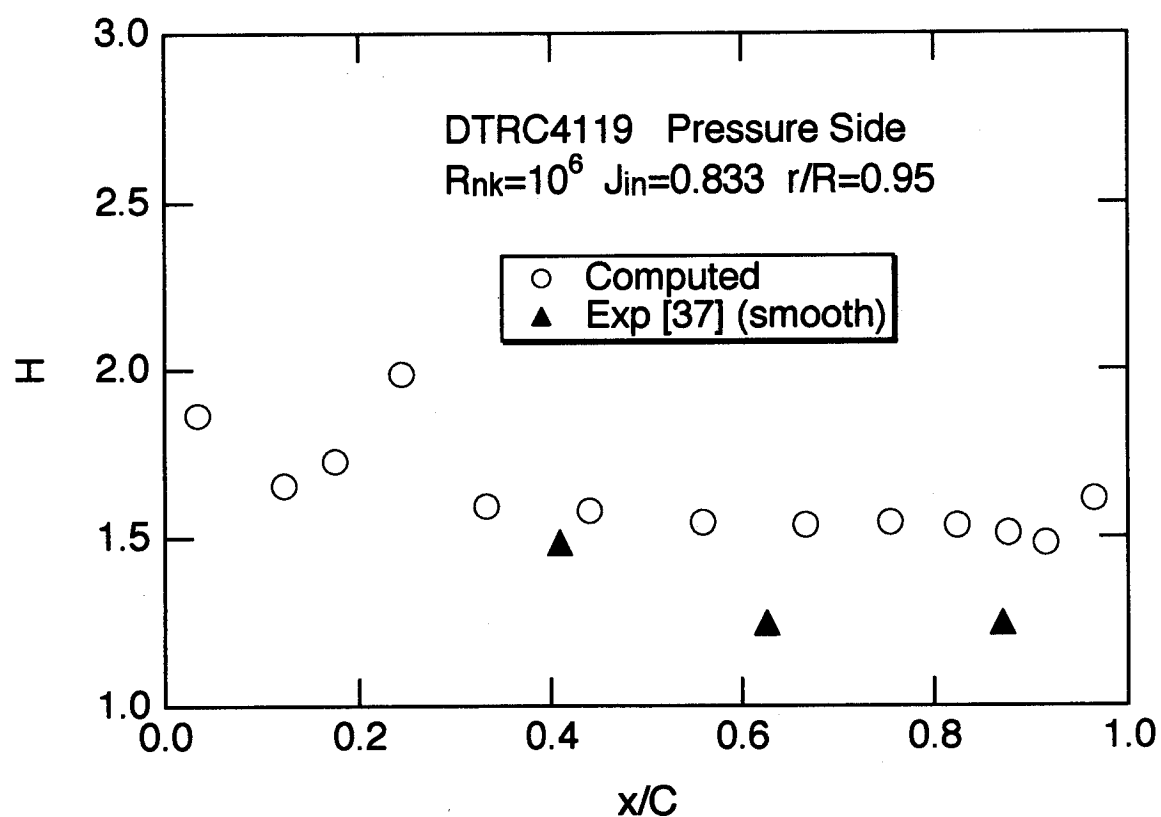
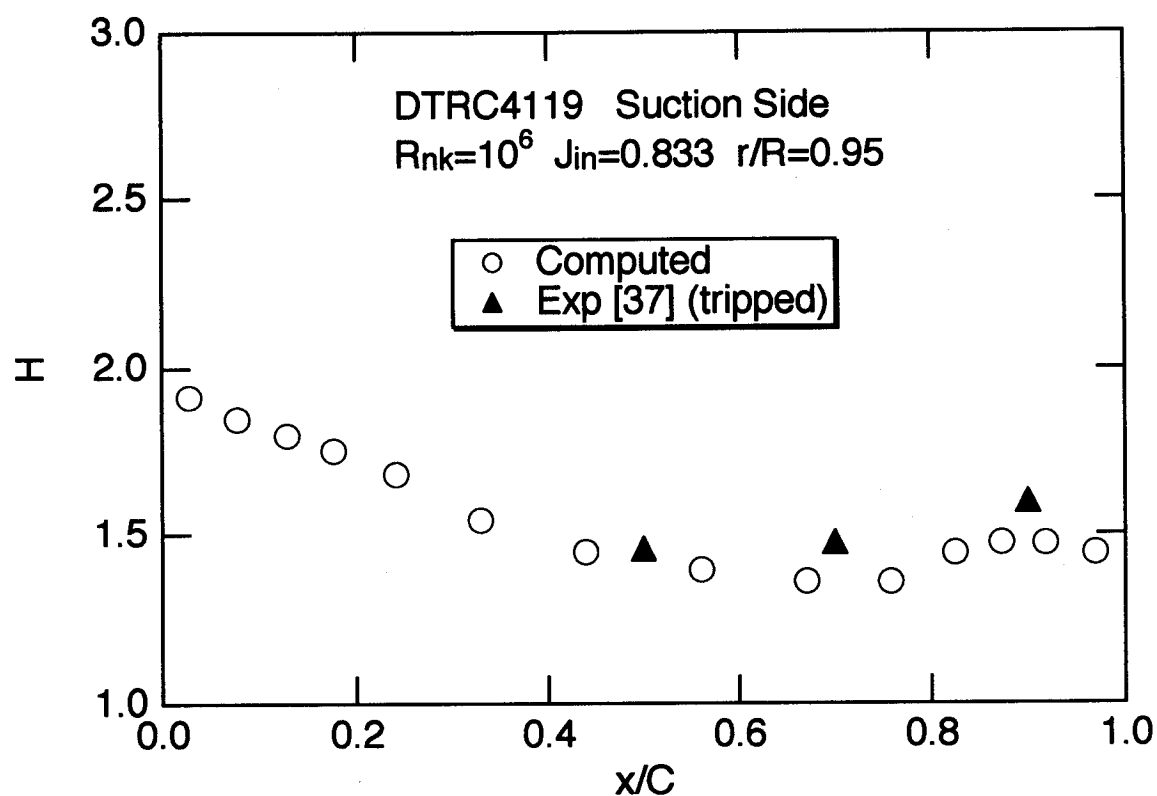


Fig.5.8 Comparison of Chordwise Shape Factor Distribution at $0.95R$ of DTRC4119

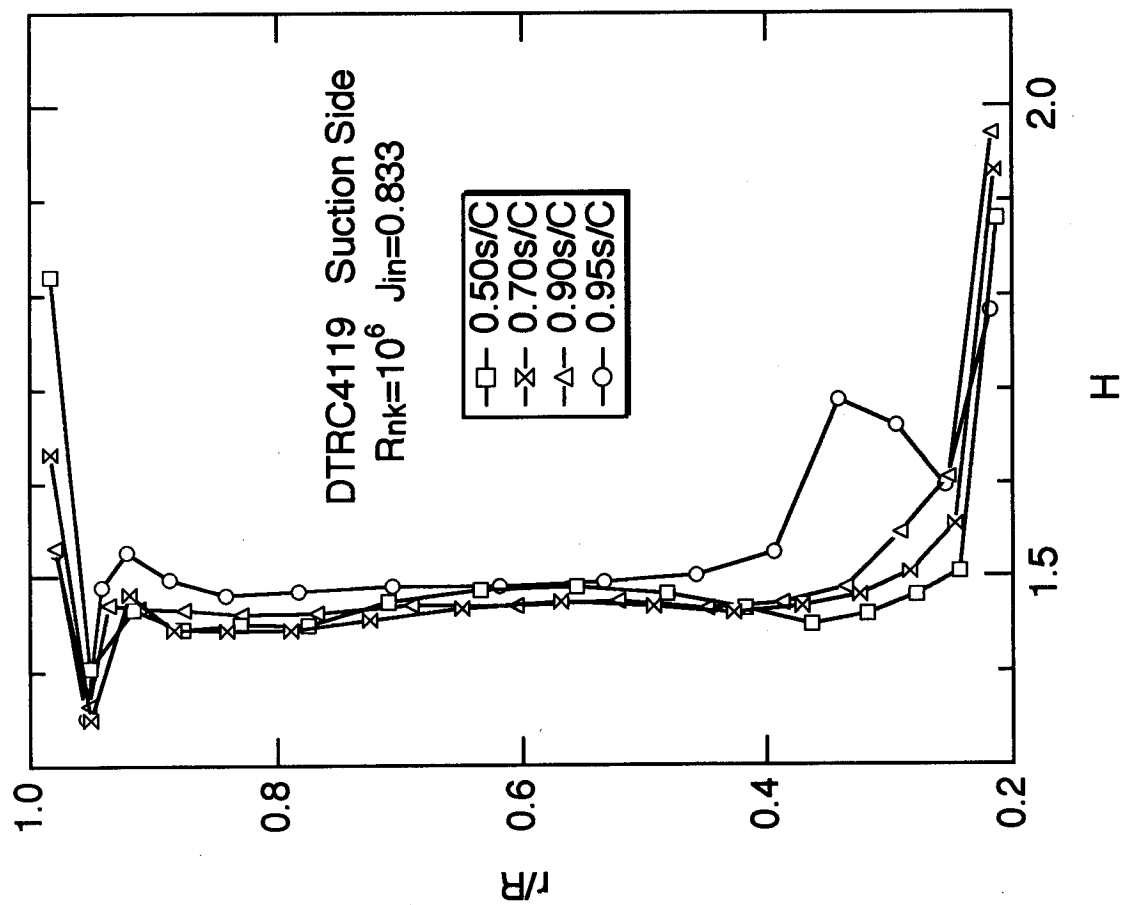


Fig.5.9 Radial Shape Factor Distribution at Suction Side Surface of DTRC4119

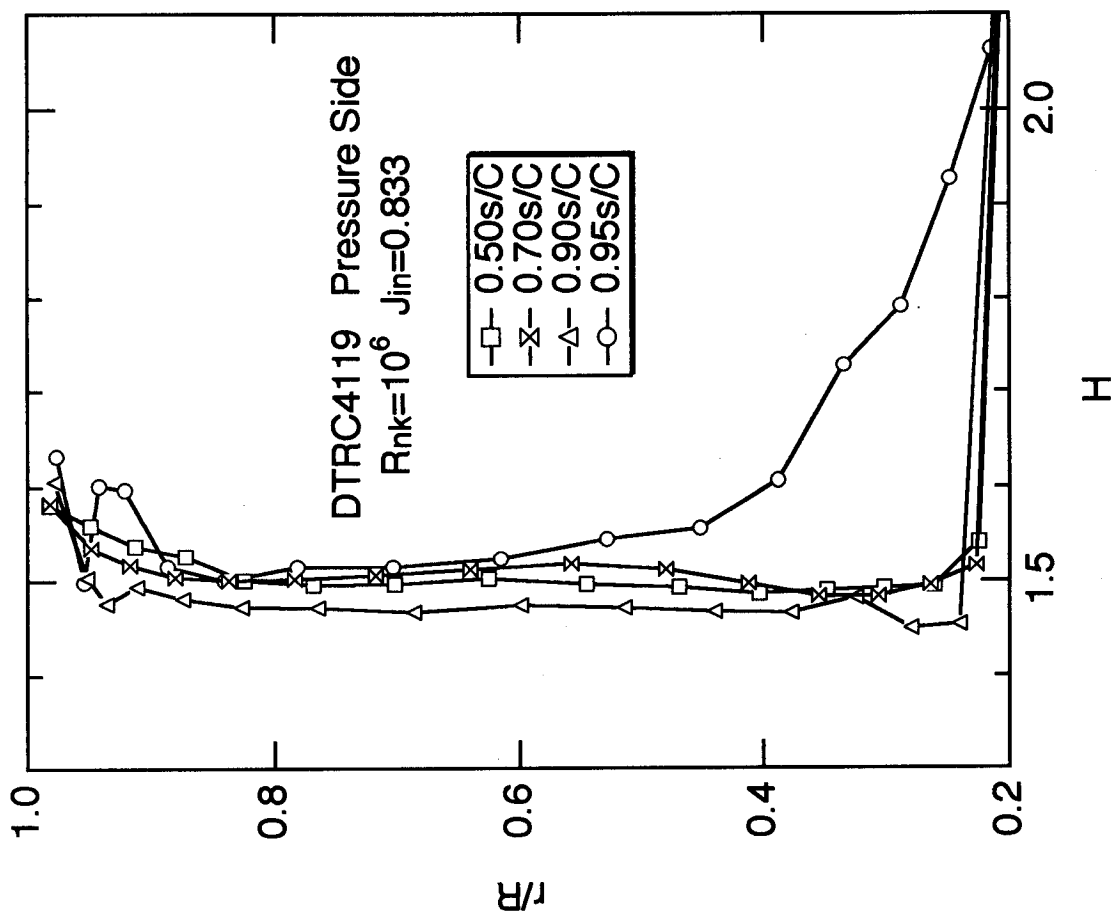
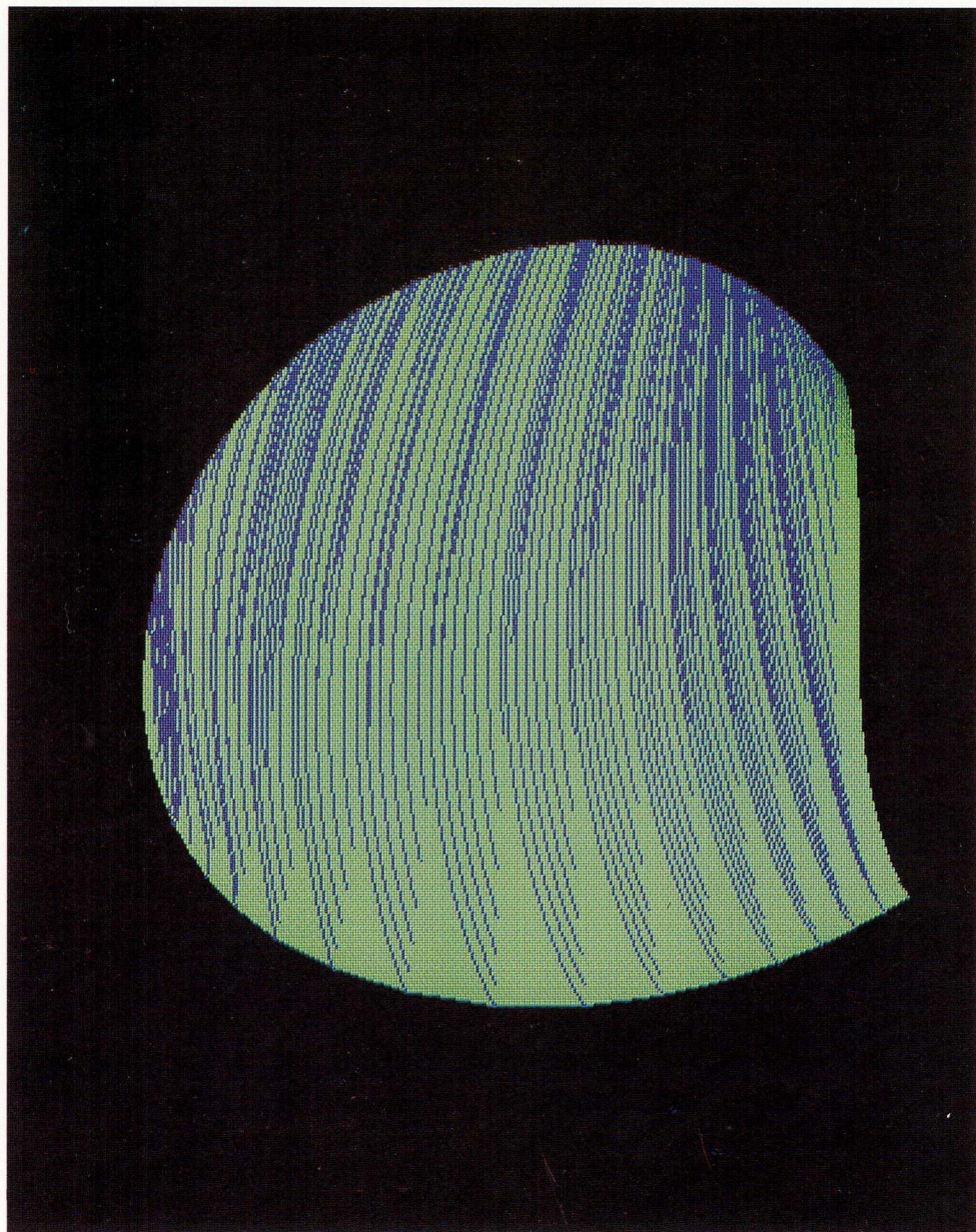


Fig.5.10 Radial Shape Factor Distribution at Pressure Side Surface of DTRC4119



$$R_{nk}=10^6$$

$$J_{in}=0.833$$

Fig.5.11 Computed Limiting Streamlines at Suction Side Surface of DTRC4119

Leading Edge →

$$R_{nk}=1.146 \times 10^6$$

$$J=0.833$$

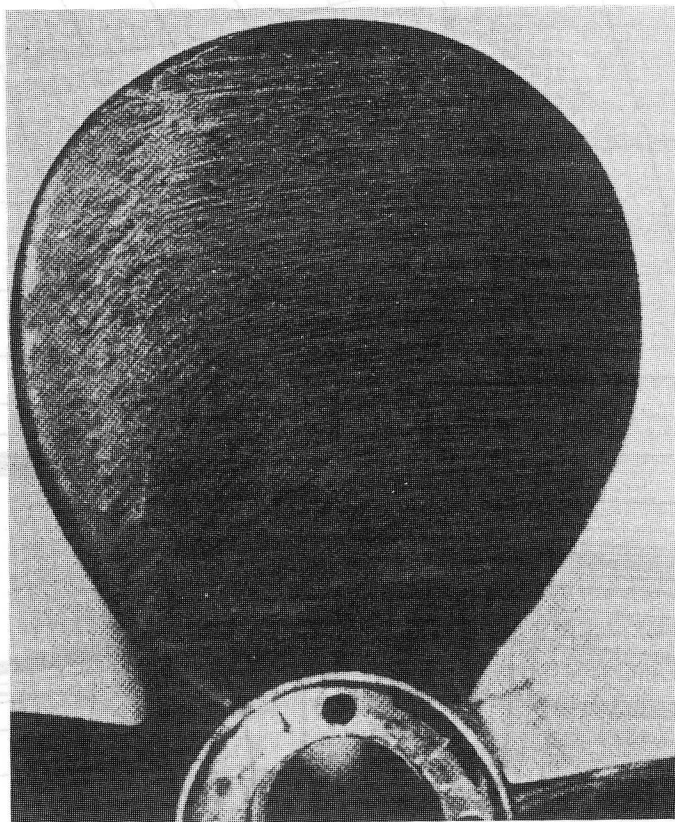


Fig.5.12 Measured Limiting Streamlines
at Suction Side Surface of DTRC4119[39]

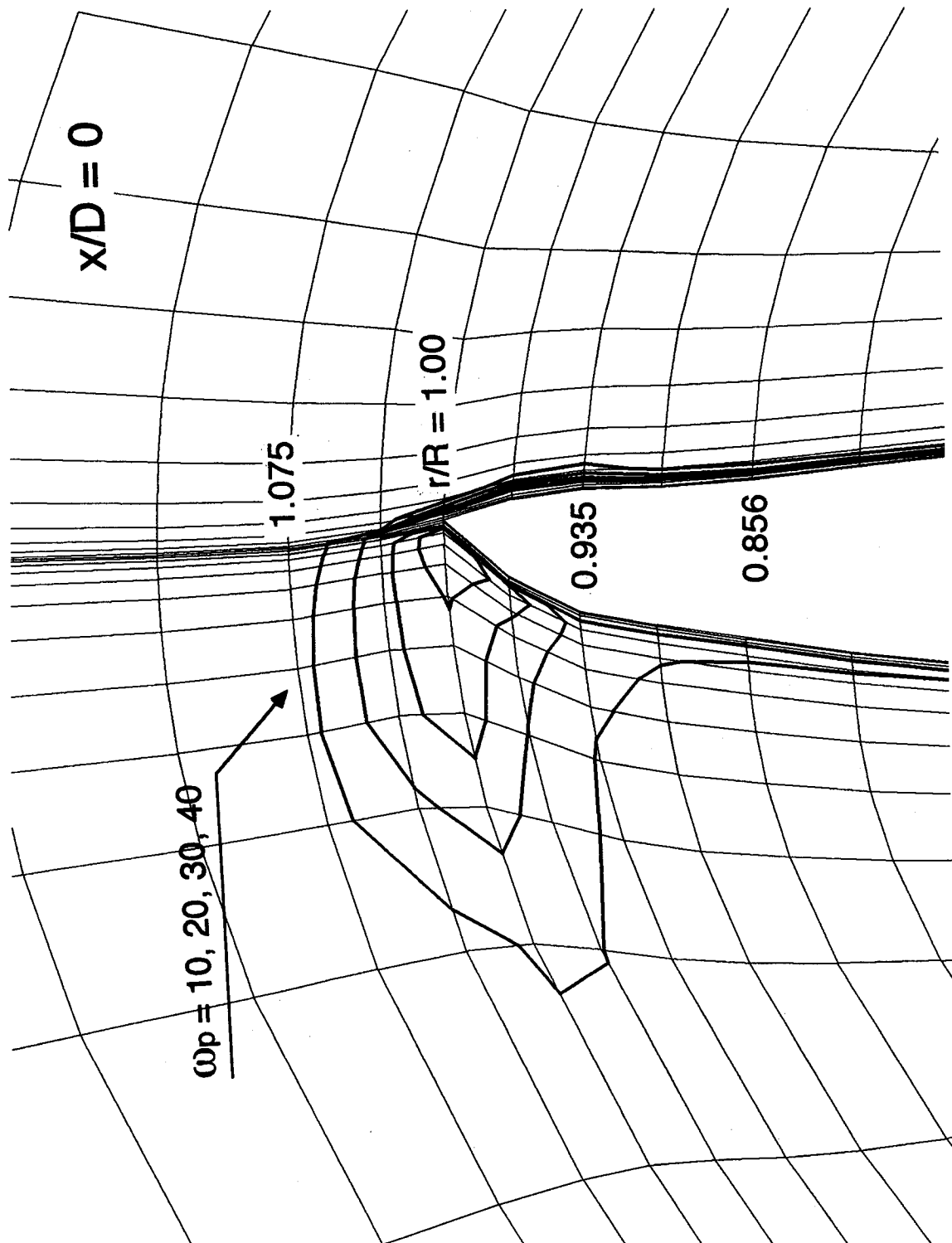


Fig.5.13 Computed Pitch-line Vorticity Distribution at $x/D=0$ Section of DTRC4119

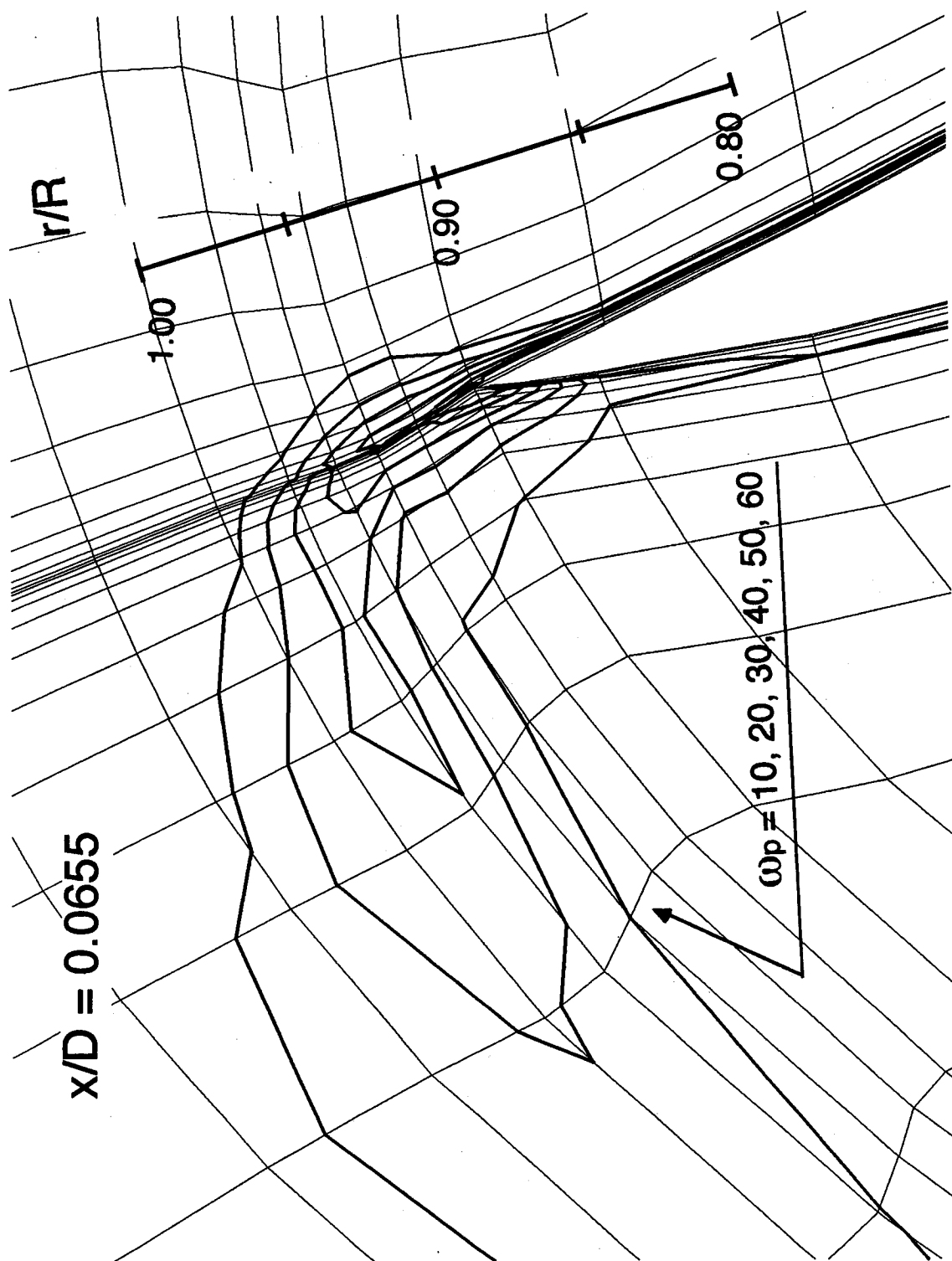


Fig.5.14 Computed Pitch-line Vorticity Distribution at $x/D=0.0655$ Section of DTRC4119

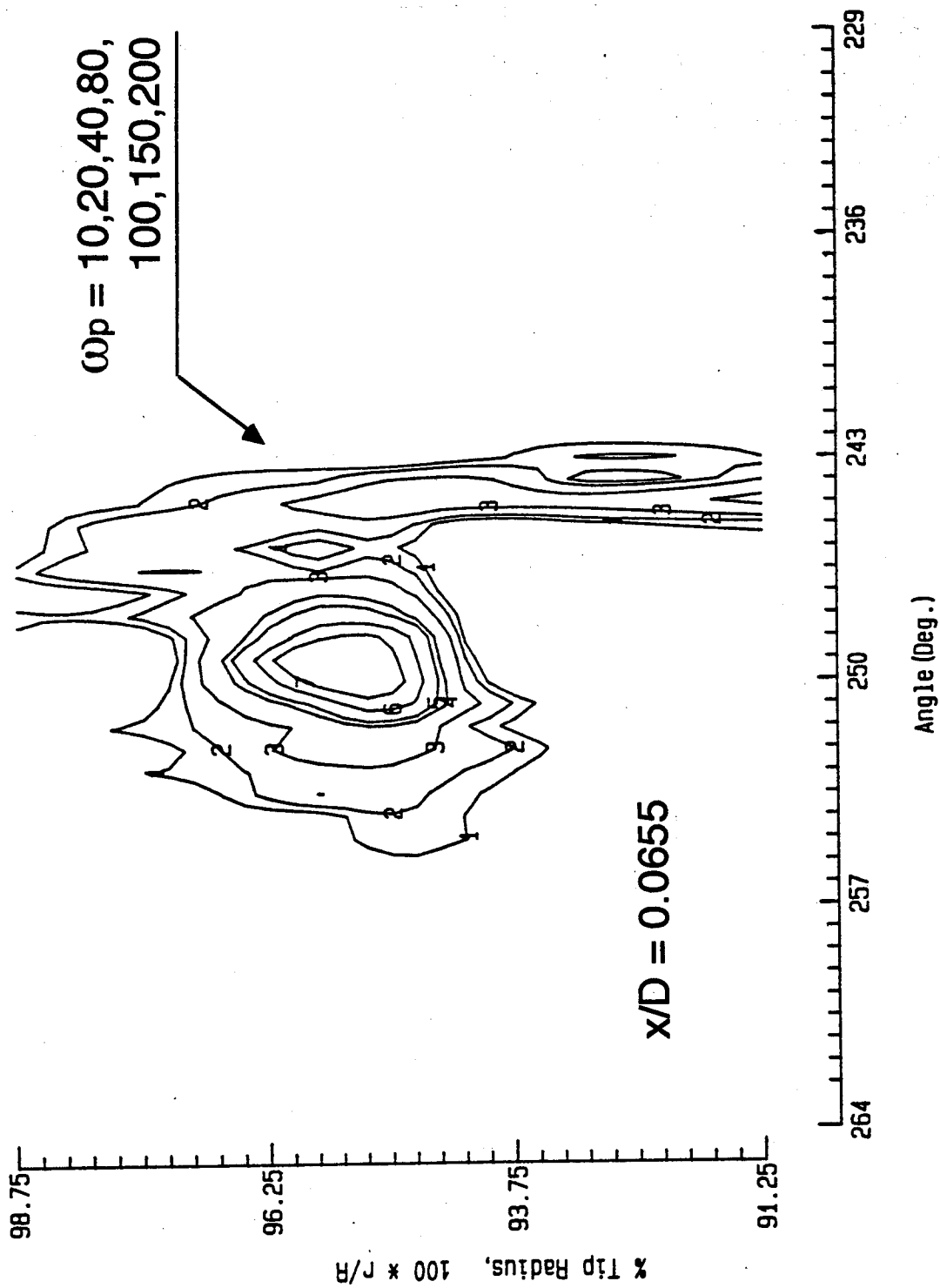


Fig.5.15 Measured Pitch-line Vorticity Distribution at $x/D=0.0655$ Section of DTRC4119

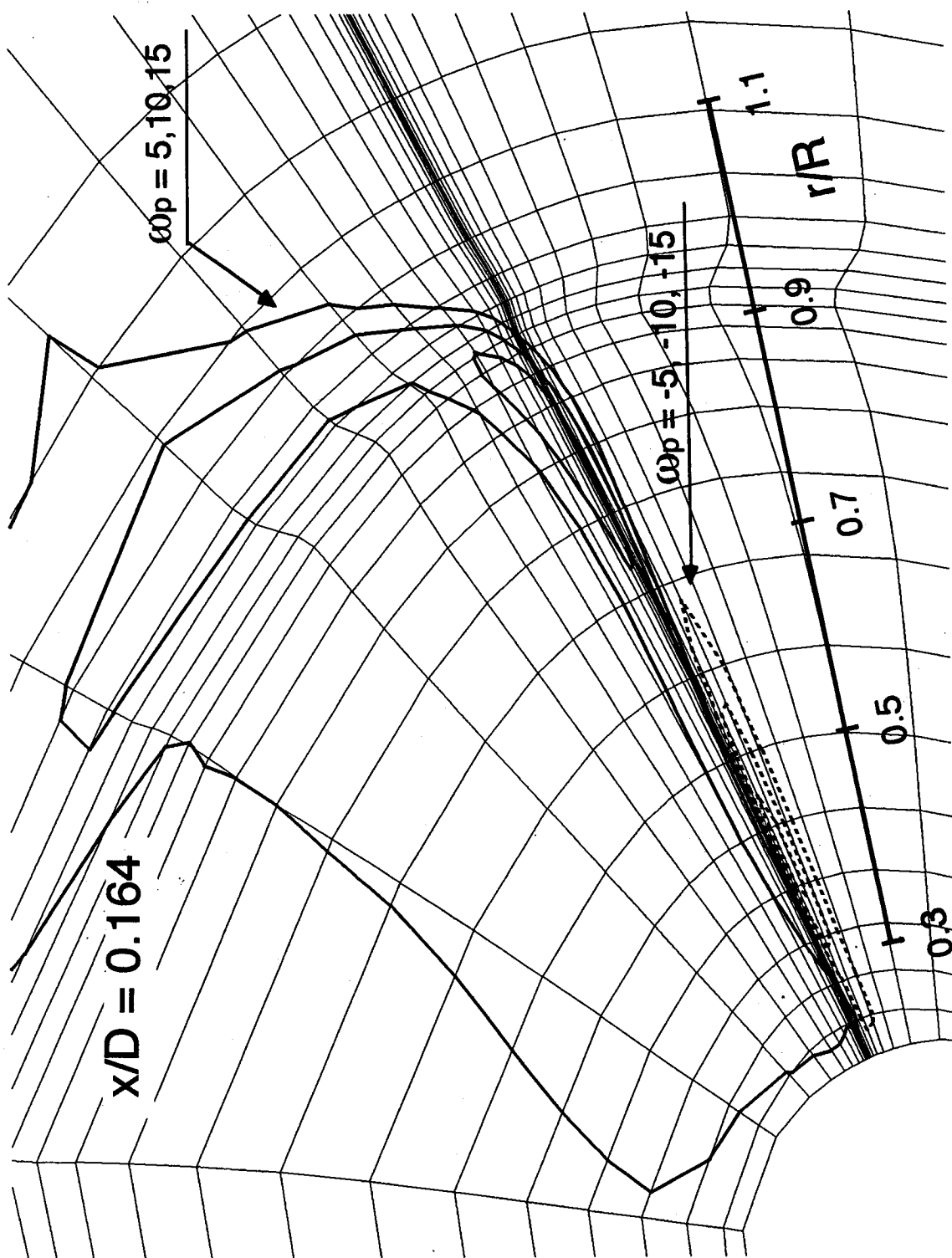


Fig.5.16 Computed Pitch-line Vorticity Distribution at $x/D=0.164$ Section of DTRC4119

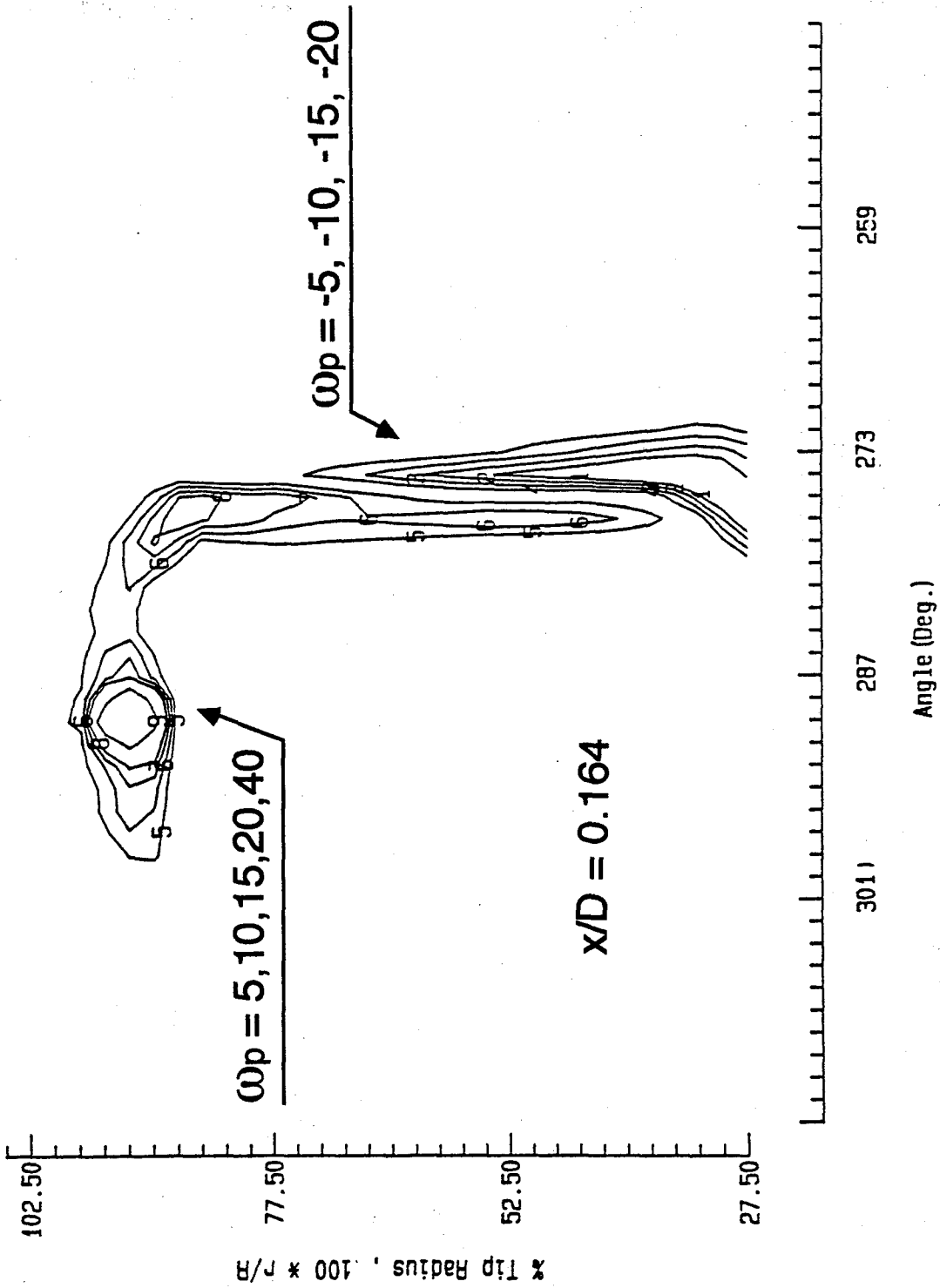


Fig.5.17 Measured Pitch-line Vorticity Distribution at $x/D=0.164$ Section of DTRC4119

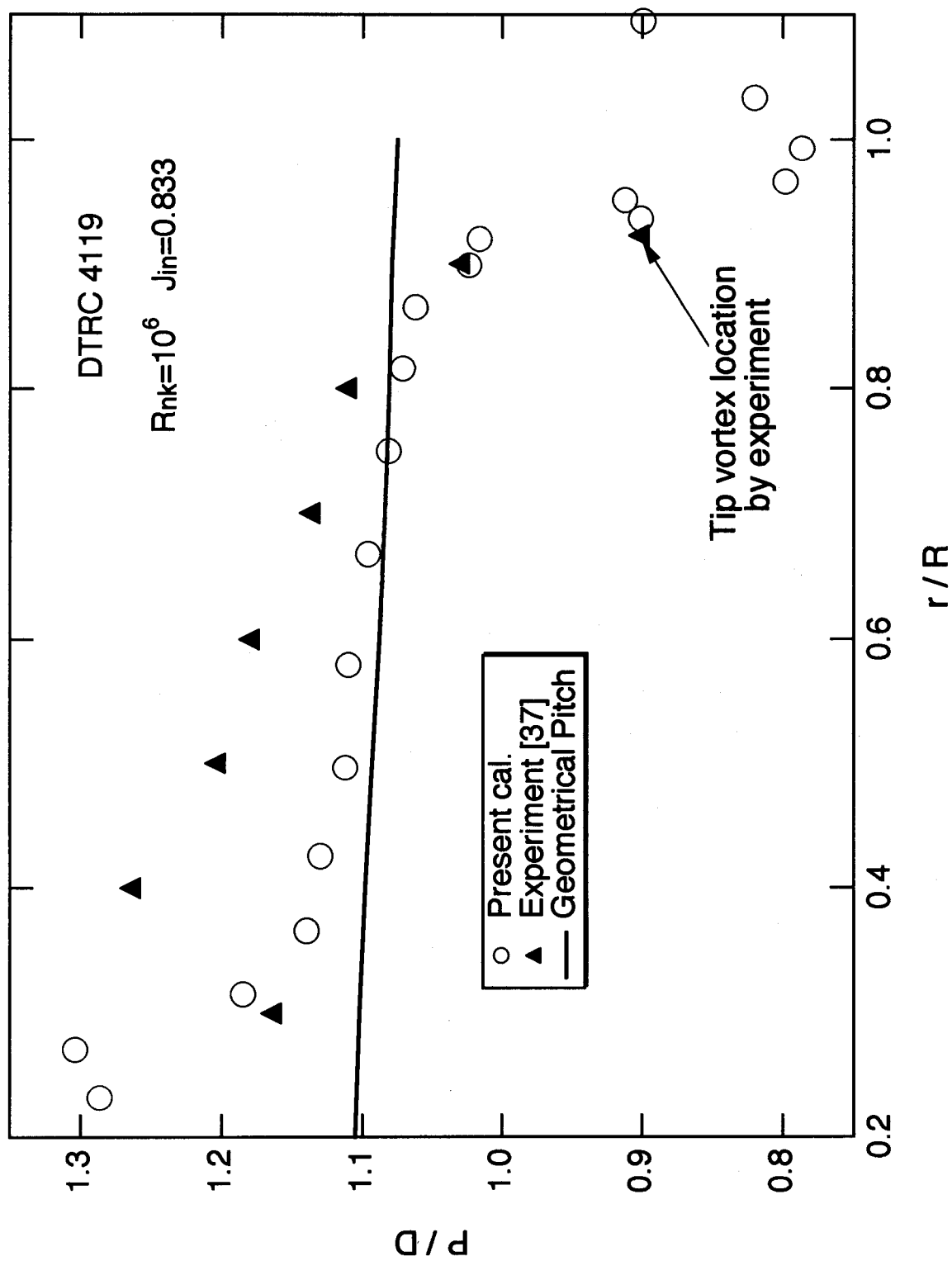


Fig.5.18 Comparison of Wake Pitch Distribution of DTRC4119

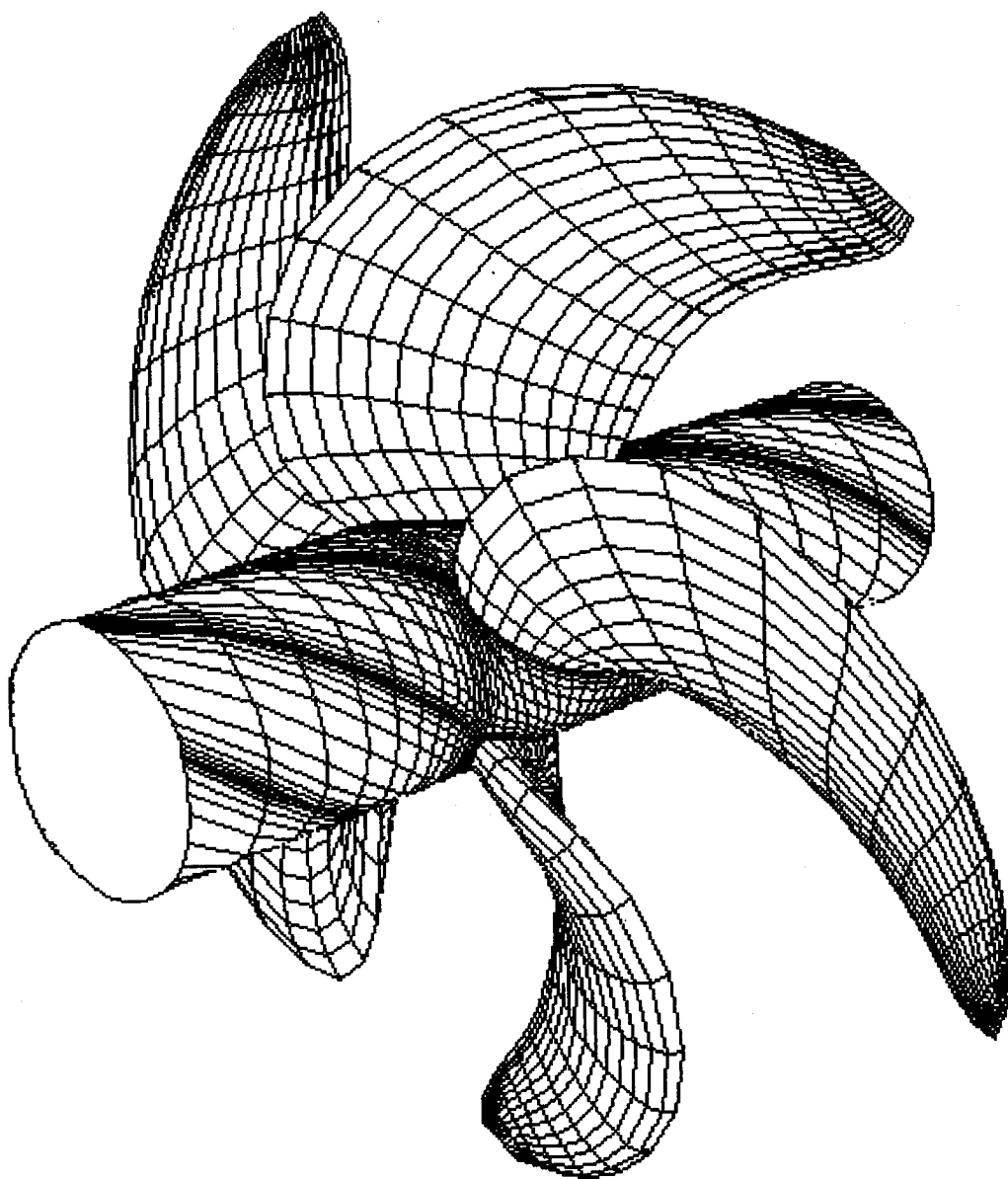


Fig.5.19 Computational Grid System around SEIUNMARU HSP-1

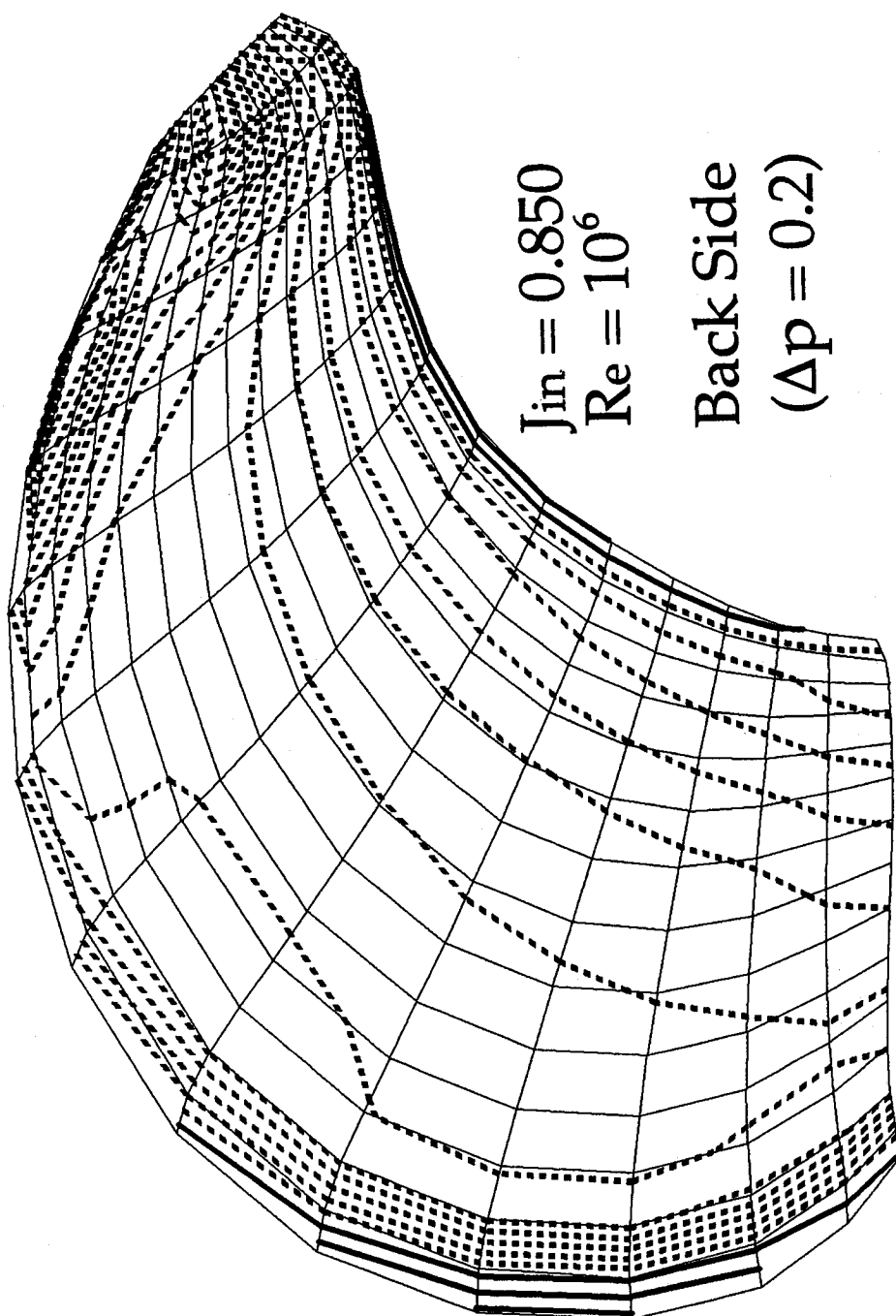


Fig.5.20 Computed Surface Pressure Distribution at Suction Side of SEIUNMARU HSP-1

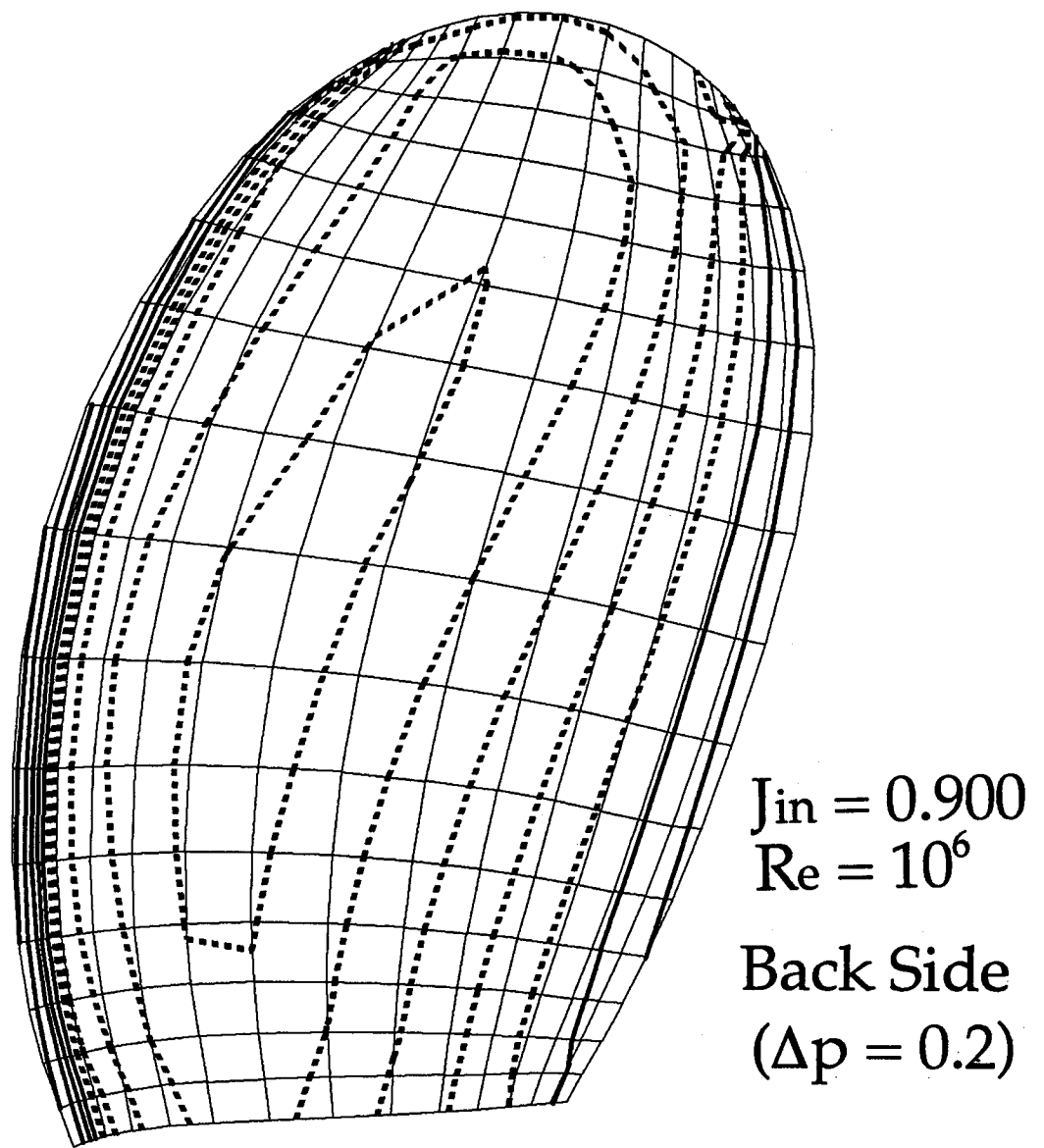


Fig.5.21 Computed Surface Pressure Distribution at Suction Side of SEIUNMARU CP

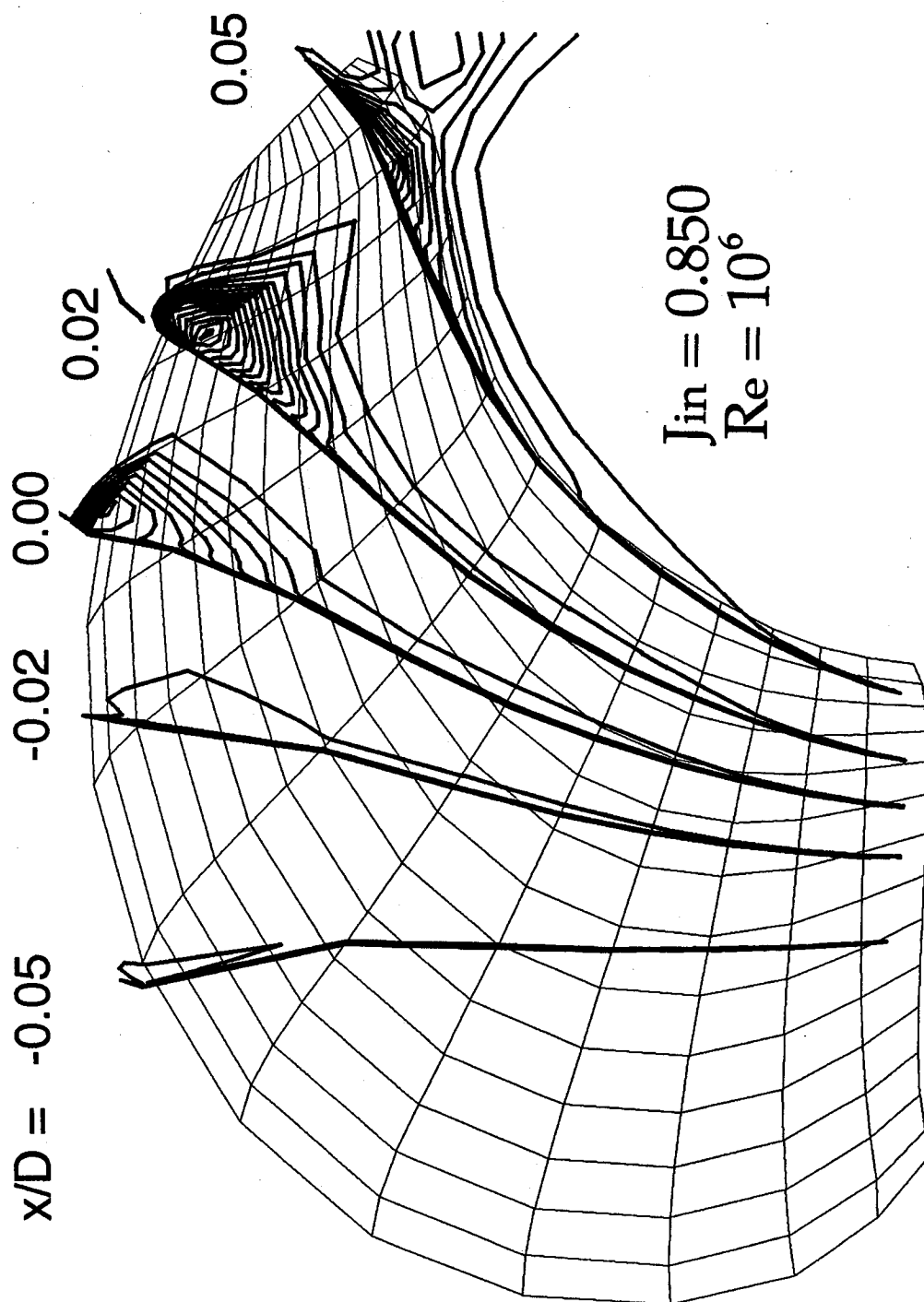


Fig.5.22 Computed Helicity Distribution over Suction Side of SEIUNMARU HSP-1

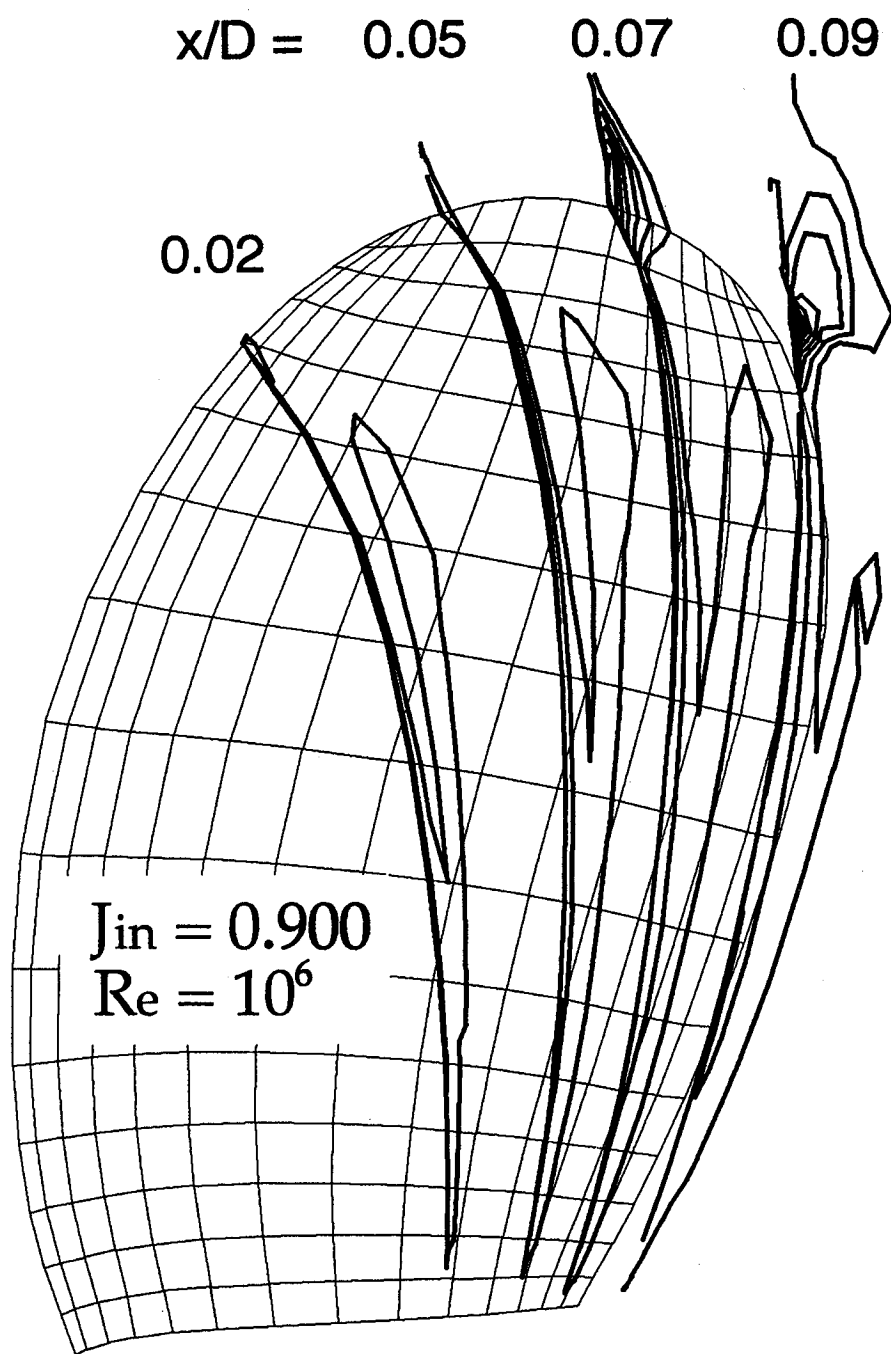


Fig.5.23 Computed Helicity Distribution over Suction Side of SEIUNMARU CP

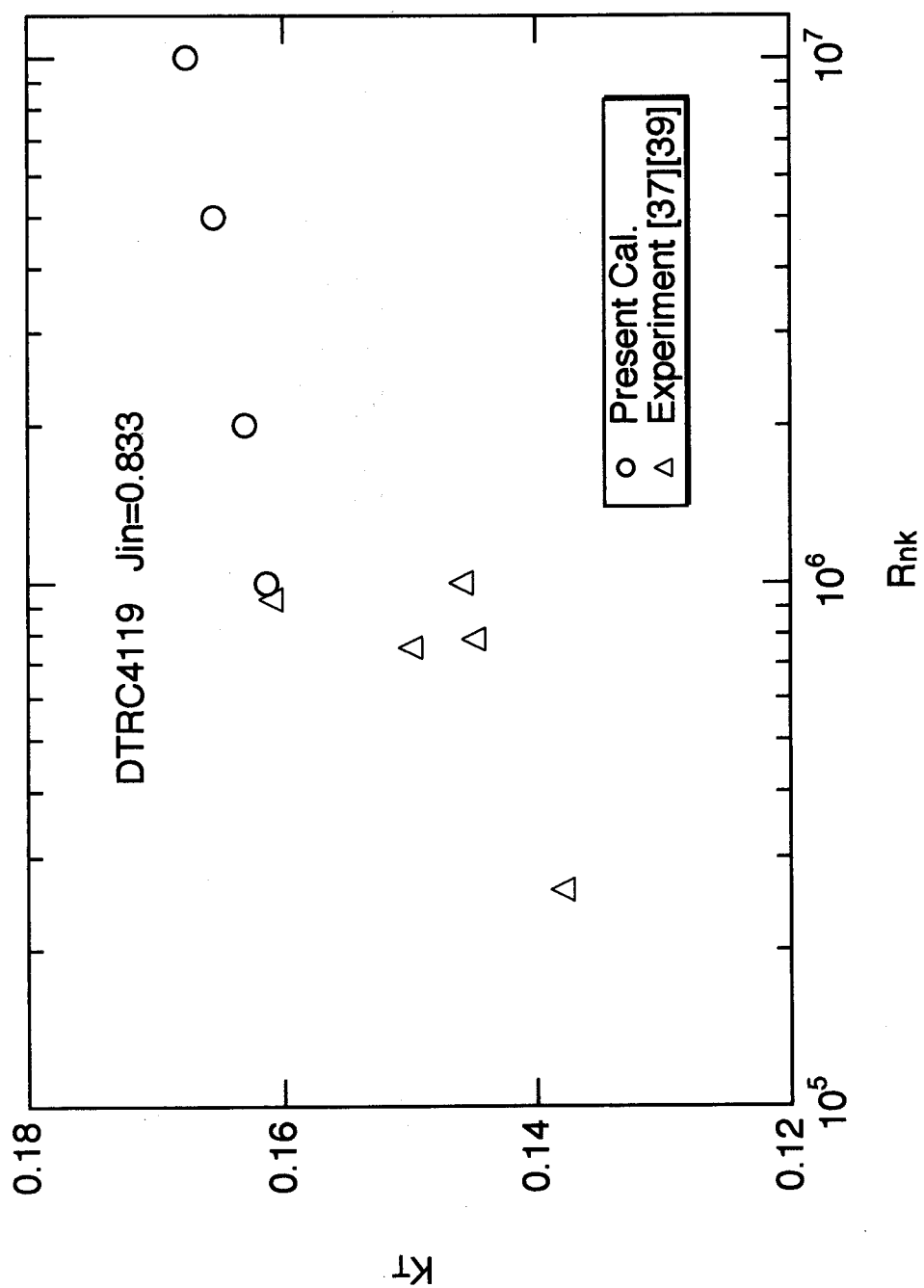


Fig.6.1 Comparison of Scale Effect on Thrust Coefficient of DTRC4119

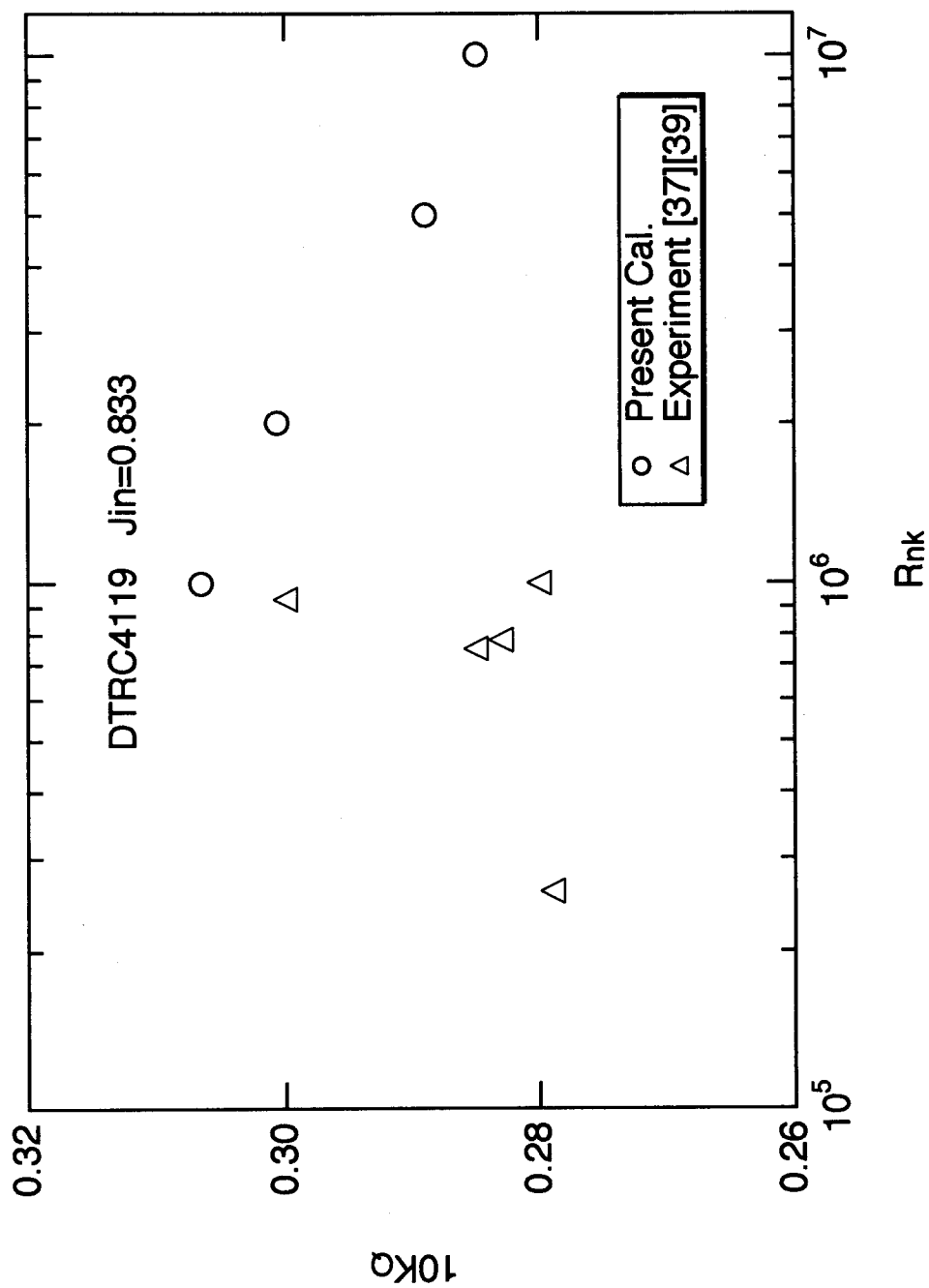


Fig.6.2 Comparison of Scale Effect on Torque Coefficient of DTRC4119

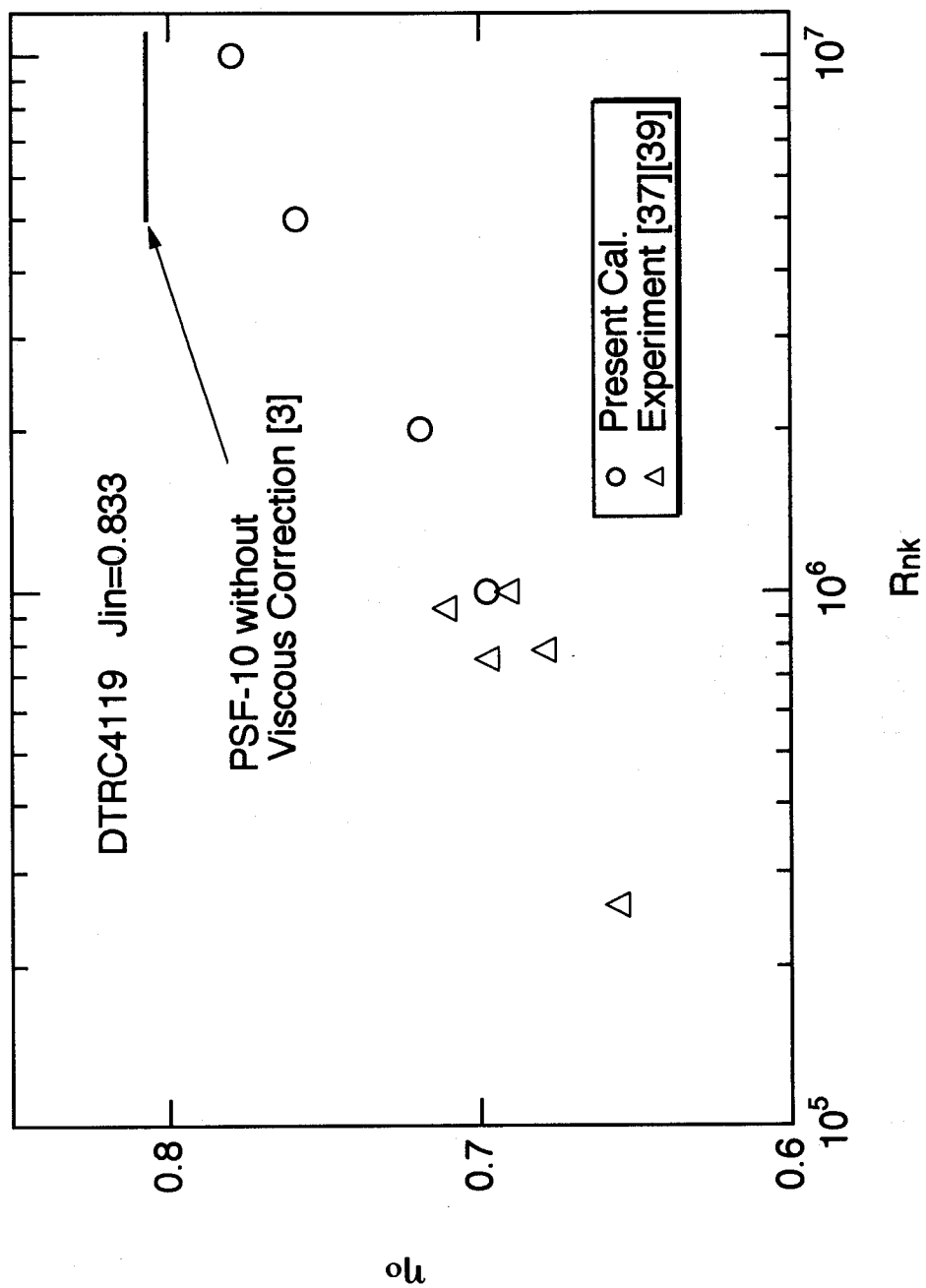


Fig.6.3 Comparison of Scale Effect on Efficiency of DTRC4119

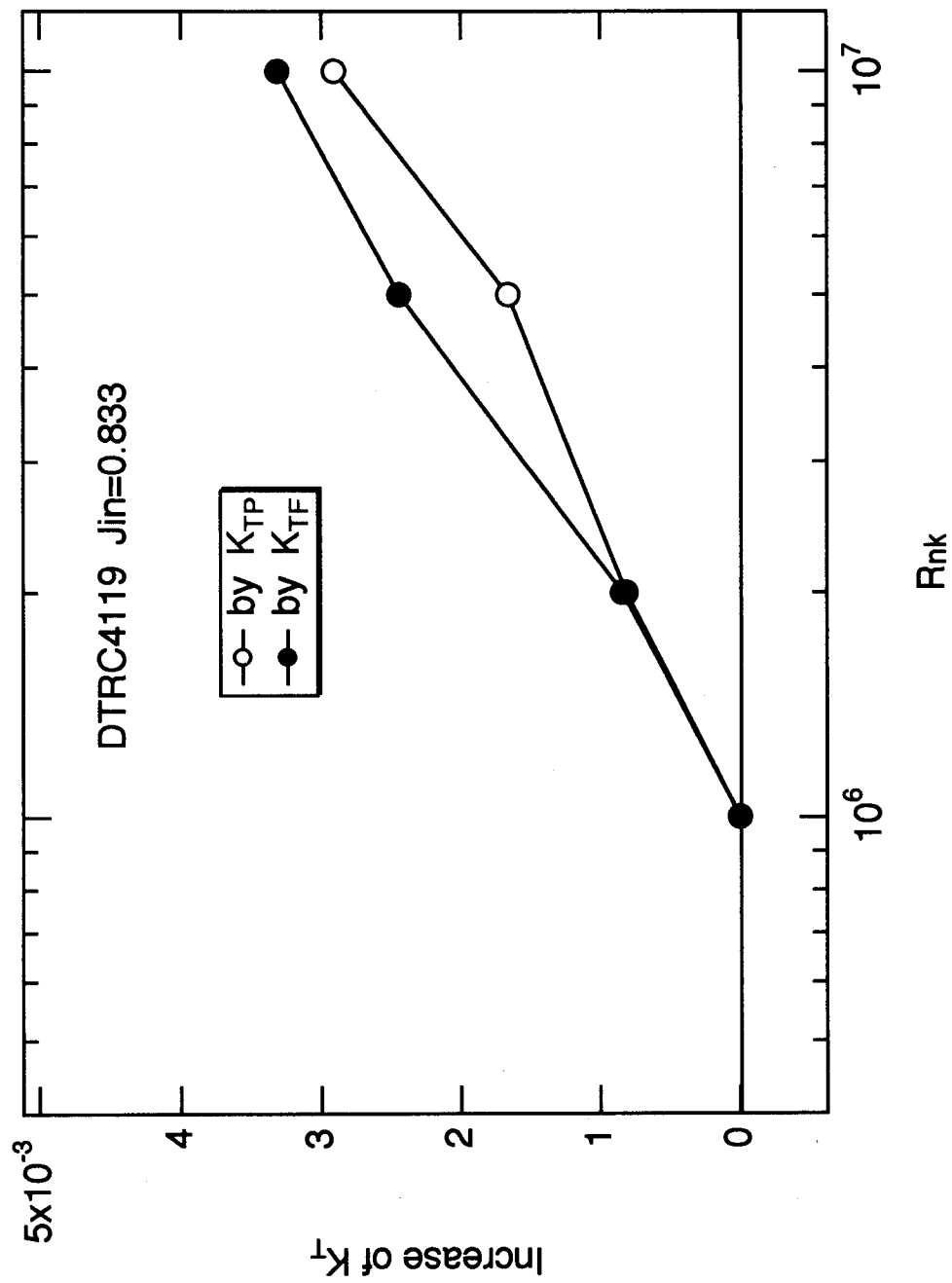


Fig.6.4 Increase of Pressure and Friction Components of Thrust Coefficient of DTRC4119

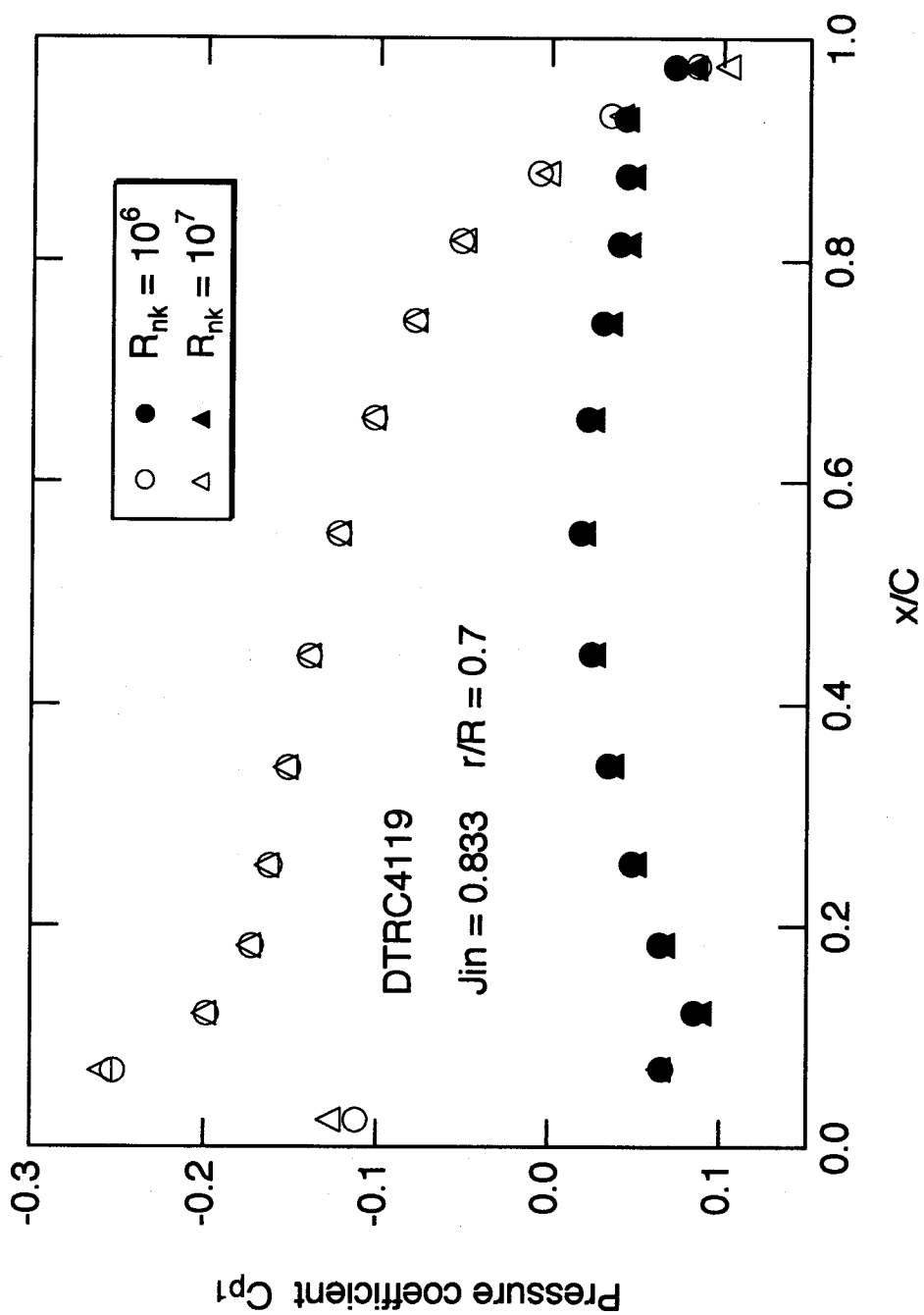


Fig.6.5 Scale Effect on Chordwise Pressure Distribution at 0.7R of DTRC4119

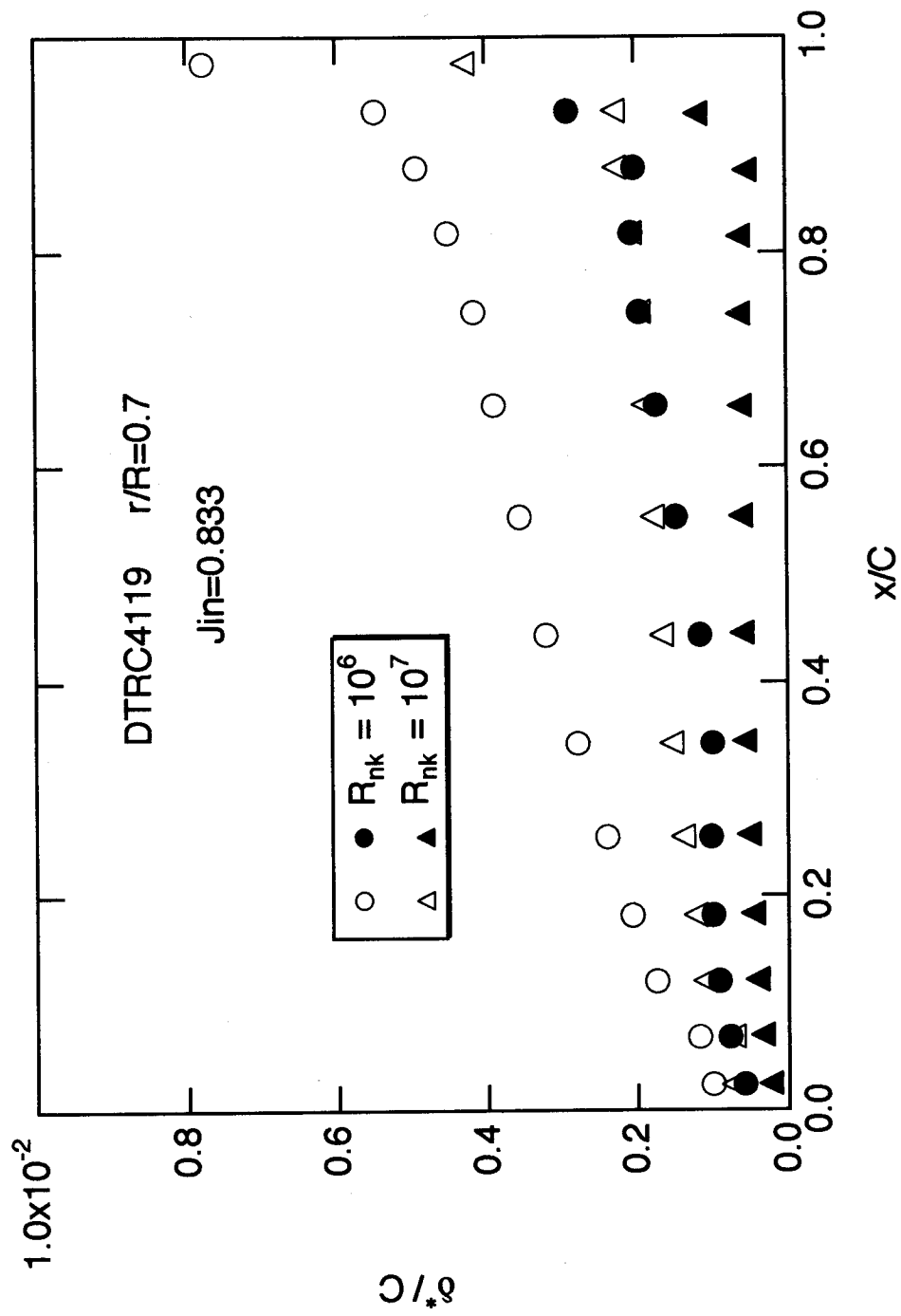


Fig.6.6 Scale Effect on Chordwise Displacement Thickness Distribution at 0.7R of DTRC4119

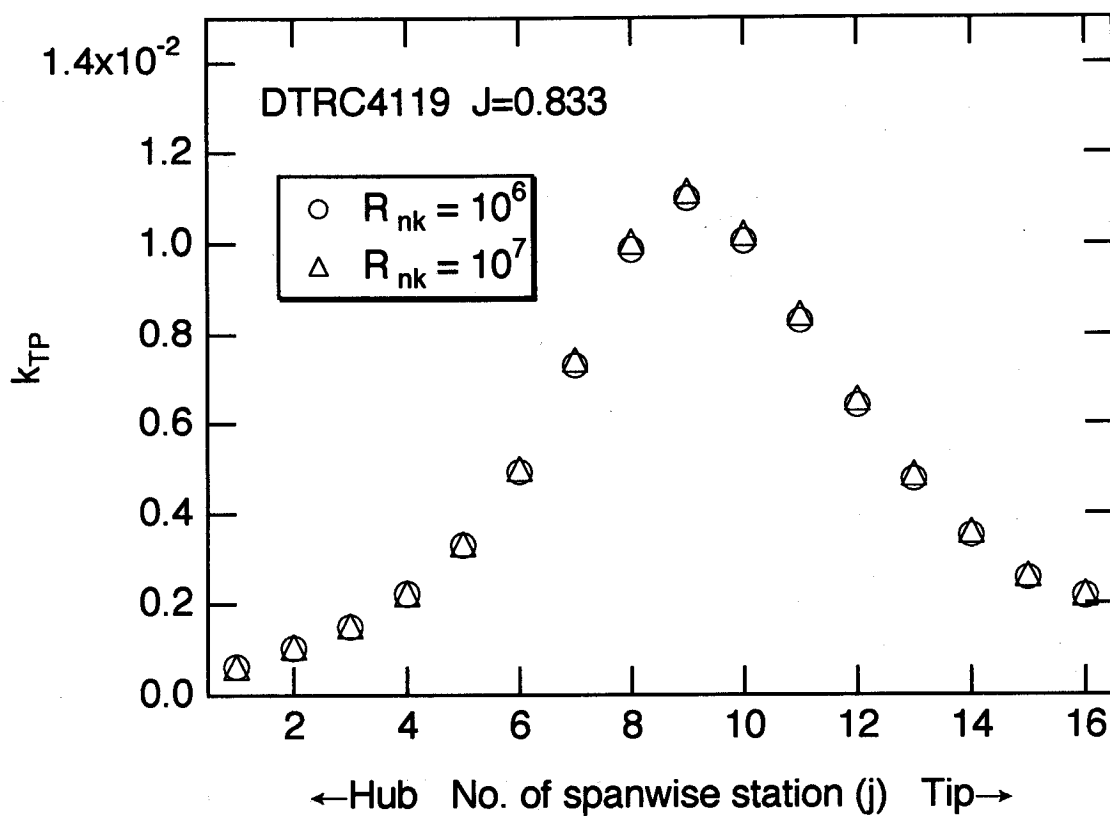


Fig.6.7 Scale Effect on k_{TP} Distribution of DTRC4119

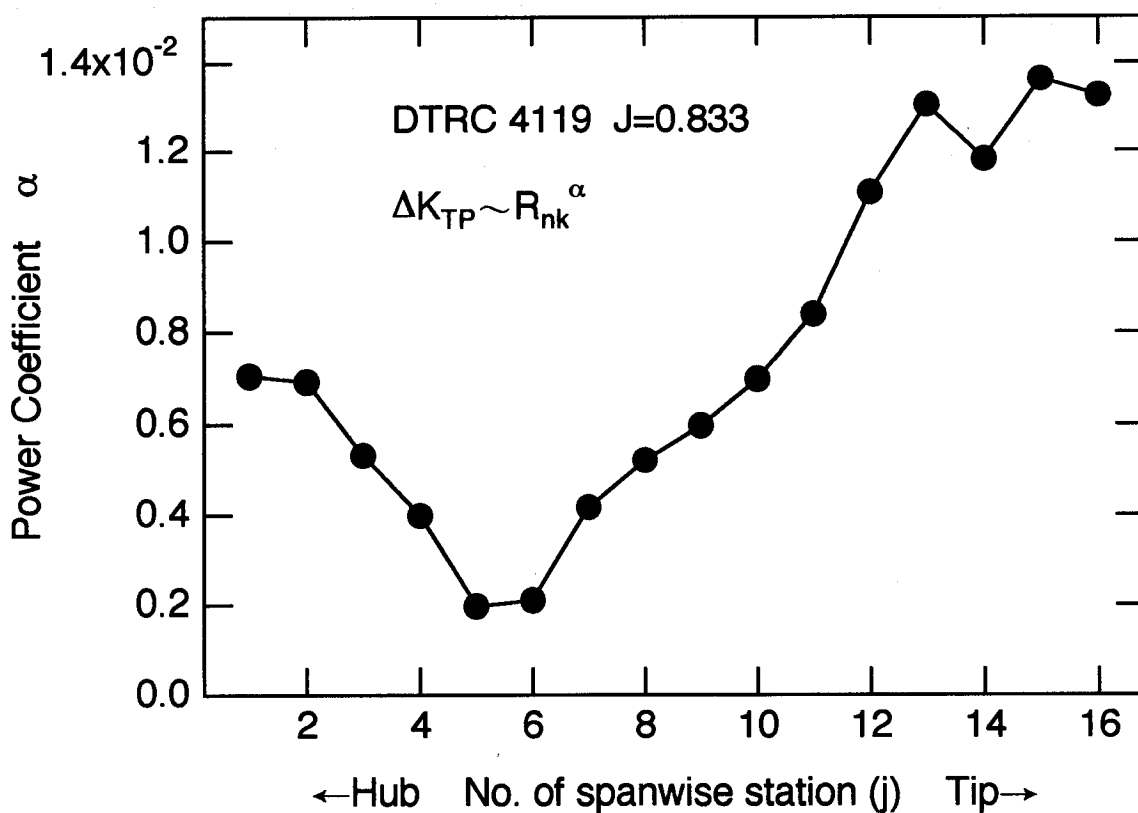


Fig.6.8 Spanwise Distribution of Scale Effect on k_{TP} of DTRC4119

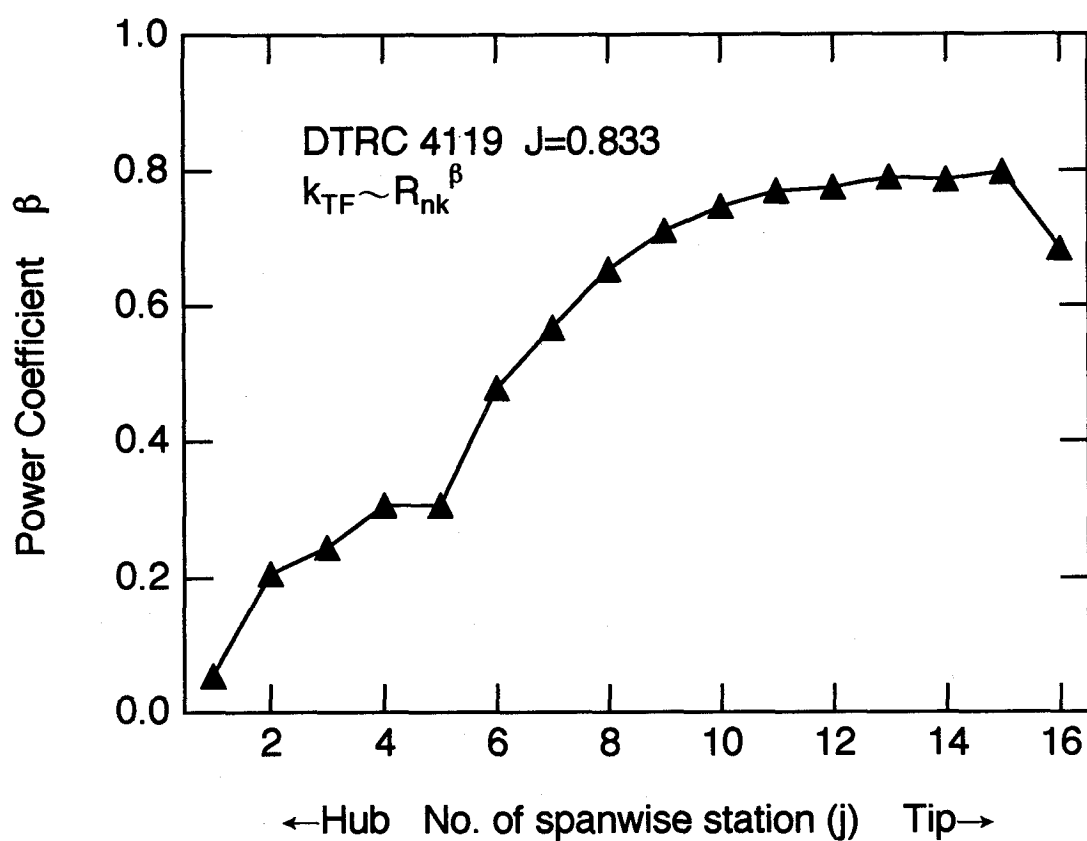


Fig.6.9 Spanwise Distribution of Scale Effect on k_{TF} of DTRC4119

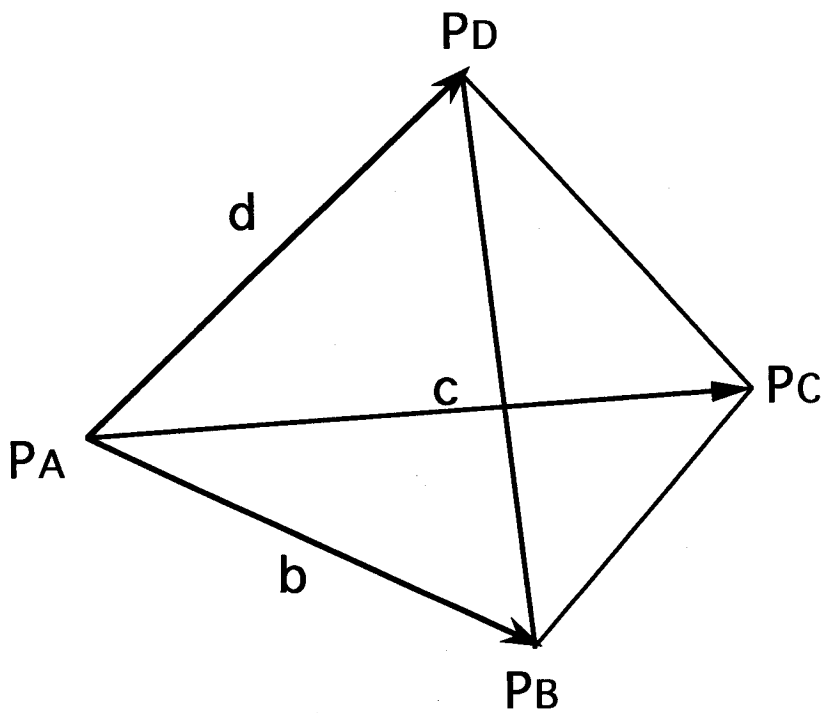
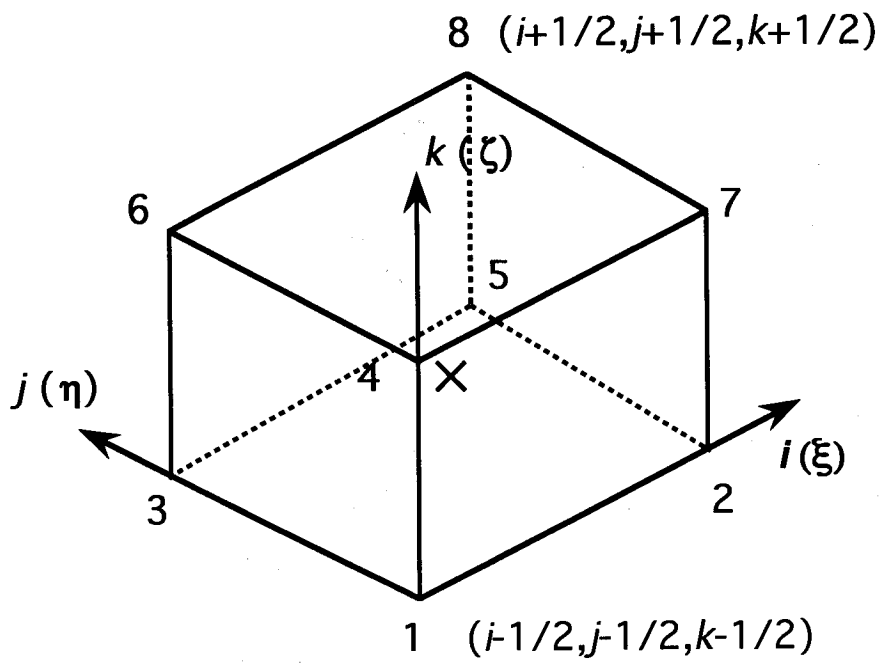
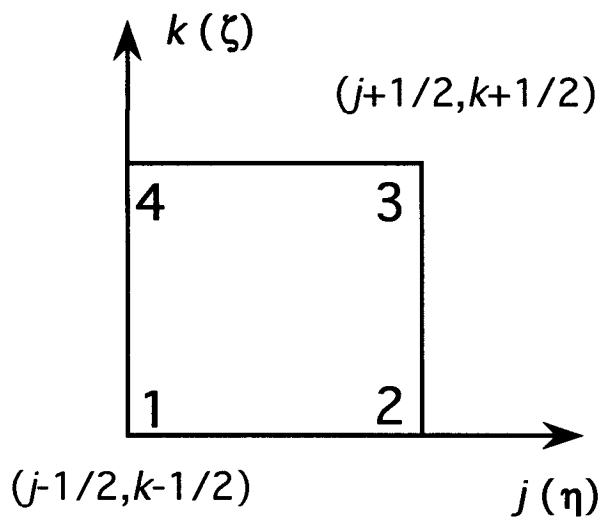
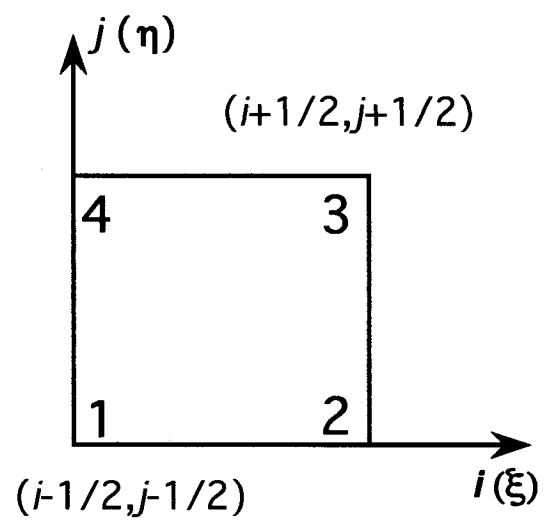


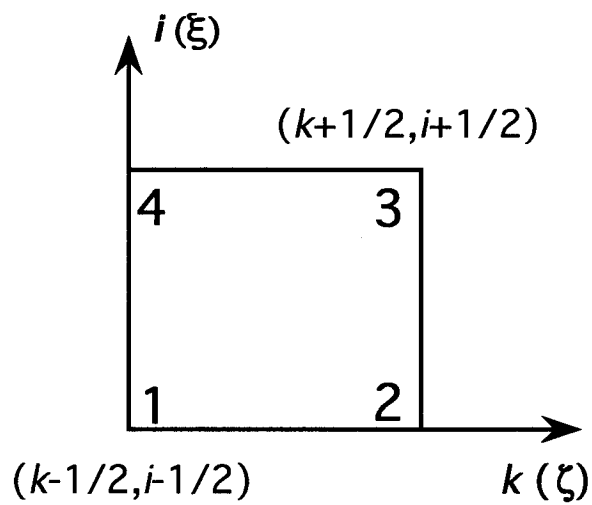
Fig.A.1 Location of Points for Volume Calculation



(a) ξ - Direction



(b) η - Direction



(c) ζ - Direction

Fig.A.2 Location of Points at Cell Interface