

Title	薄板状物体のマニピュレーション方策導出支援に関する研究
Author(s)	若松, 栄史
Citation	大阪大学, 2001, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3184387
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

薄板状物体のマニピュレーション方策
導出支援に関する研究

平成 12 年 11 月

若 松 栄 史

薄板状物体のマニピュレーション方策
導出支援に関する研究

平成 12 年 11 月

若 松 栄 史

目次

1	緒論	1
1.1	研究の背景	1
1.2	研究の目的	2
1.3	本論文の構成	3
2	薄板状物体のマニピュレーション表現	7
2.1	緒言	7
2.2	柔軟物体を対象とするマニピュレーションの特徴	8
2.3	作業環境の定義	8
2.4	単一の環境面に対する接触状態とその遷移	10
2.4.1	単一の環境面に対する接触状態	10
2.4.2	単一の環境面に対する接触状態の遷移	14
2.5	複数の環境面に対する接触状態とその遷移	17
2.5.1	二つの環境面に対する接触状態	17
2.5.2	三つ以上の環境面に対する接触状態	19
2.5.3	複数の環境面に対する接触状態の遷移	21
2.5.4	接触状態遷移経路自動生成のケーススタディ	21
2.6	状態遷移可能な制御物体の接触領域	24
2.7	状態遷移の実現可能性に対する考察	30
2.8	結論	36
3	薄板状物体の静的変形解析	37
3.1	緒言	37
3.2	基本原理	37
3.3	ポテンシャルエネルギーと制約条件の定式化	38
3.4	変形形状導出のための計算アルゴリズム	41
3.5	変形形状の数値計算例	43
3.6	線状物体の静的変形解析	47
3.6.1	幾何形状の表現	47
3.6.2	ポテンシャルエネルギーの定式化	48
3.6.3	制約条件の定式化	49
3.6.4	変形形状の数値計算例	49

3.7	薄板状物体の3次元変形解析	54
3.7.1	幾何形状の表現	54
3.7.2	ポテンシャルエネルギーの定式化	56
3.7.3	制約条件の定式化	56
3.7.4	変形形状の数値計算例	57
3.8	検証実験	61
3.9	結論	63
4	薄板状物体のマニピュレーション軌道の導出	65
4.1	緒言	65
4.2	マニピュレーション軌道導出における前提条件	66
4.3	変形経路とマニピュレーション軌道の導出手法	66
4.4	提案手法の妥当性に対する考察	68
4.5	ケーススタディ	73
4.6	検証実験	74
4.7	結論	76
5	薄板状物体の把持の安定性評価	81
5.1	緒言	81
5.2	Bounded Force Closure の定義	81
5.3	Bounded Force Closure の必要条件	83
5.4	把持安定性の評価計算例	85
5.5	結論	88
6	薄板状物体のマニピュレーション方策の導出	91
6.1	緒言	91
6.2	マニピュレーション方策の導出手順	91
6.2.1	想定するマニピュレーション作業	91
6.2.2	状態遷移経路例1に対する考察	92
6.2.3	状態遷移経路例2に対する考察	98
6.2.4	状態遷移経路例1と状態遷移経路例2との比較	102
6.3	結論	103
7	総括	105
	謝辞	107
	参考文献	109
	研究業績	113

第 1 章

緒論

1.1 研究の背景

従来，マニピュレーションの研究は，剛体，すなわち変形しない，あるいは変形しないとみなせる物体をその主たる対象として進められてきた．把持と操りはその研究の基本となるものである．把持とは対象物を固定し自由度を奪うこと，操りとは対象物に任意の運動を与えることであり，この両者は双対関係にある．把持の概念を物理的・数学的に表したものが form closure であり，これは幾何学的な拘束のみにより対象物の自由度を完全に奪うことを意味する．Lakshminarayana は三次元空間に存在する，すなわち 6 自由度を持つ物体に対し form closure を実現するためには，最少 7 点の接触点が必要であることを明らかにした [1]．一方，与えられた接触点で静止摩擦の制限が許す指力によって，対象物に任意の力およびモーメントを作用させることができる状態を force closure と呼ぶ．これは Ohwovoriole によって提案され [2]，操りの概念を物理的・数学的に表したものとみなすことができる．この二つの概念を元に，剛体のマニピュレーションに対する研究が進められ，物体の把握位置の決定や組立作業計画などに応用されてきている．例えば，平井らは，マニピュレーションにおける単方向拘束に起因する不等式条件を，凸多面錐理論を用いて解析し，マニピュレーション作業の計画に適用している [3]．この凸多面錐を用いたマニピュレーション計画問題は，盛んに研究されている．

しかし，生産現場に存在するのは，必ずしも剛体ばかりではない．ケーブルやワイヤー，ゴム，皮革，紙，板金など，柔軟物体を扱う作業は数多く存在する．このような作業には，上述の解析手法を適用することができないため，機械システムによる自動化が困難であり，その多くを人間の力に頼っているというのが現状である．

一方で，最近，ロボットは既に生産現場，あるいは研究施設の中だけに存在するものではなくってきた．介護ロボットやレスキューロボット，エンタテイメントロボットなど，単なる省人化・省力化ではなく，日常生活から社会産業分野まで，幅広い分野でのより高度な人間支援を行なうロボットの開発を求める気運が高まってきている [4],[5]．このように，今後ロボットのさらなる活用・発展が期待される今日においては，人間と共存し，人間に働きかけ，人間を支援することが求められる．そのためには，人間の生活環境である実世界に存在する物体全般を操作することが必要となる．そこで我々の周囲を見回してみると，そこには柔軟物体が溢れている．衣類，寝具，書籍，食品，そして我々人間自体が柔軟物体の一つである．したがって，人間との親和性の高い，ロボットを含めた機械システムを構築するためには，柔軟物体を扱う能力が望まれる．これらのことを受けて，近年，柔軟物体のマニピュレーションの研究が活発化しつつある [6]．

1.2 研究の目的

一口に柔軟物体と言っても、その性質は多様である。例えば、針金や板金は、材質としては柔らかいものではなく、微小領域での変形も小さいが、直径あるいは厚さに対して長さあるいは幅が大きいため、変形量が累積し、全体として大きな変形を生じる。これらは形状的特徴に起因する柔らかさであると言える。ゴムは、材質そのものが柔らかいため伸縮性に富み、特に極めて高い伸び率を示す。布は、それを構成する繊維の変形だけでなく、繊維同士の絡み部における現象も影響するため、多様な伸縮性を示す。また、材質だけでなく、編み方の違いによってもその振舞いは異なる。食品や生体などの有機物は、粘弾性の性質を有し、変形形態はより複雑となる。また、例えば枕のような、粉体、粒体、あるいは液体で満たされた袋状物体も、多様な変形を生じる柔軟物体の一つとみなすことができる。このように、柔軟物体の性質は多種多様であり、それぞれに振舞いも異なる。

そして、このような柔軟物体を対象とする作業の一つの特徴として、対象物の変形の積極的な利用が挙げられる。例えば、人間が本を読む動作を考えた場合、対象物である紙を意識的に変形させ、めくりやすい状態をつくり出すことでページを繰るといった目的を達成している。また、柔軟物体の変形そのものが作業目的である場合も多い。例えば、配線作業では、定められた空間内に収まるように、線材を変形させる必要がある。

すなわち、柔軟物体を対象とする作業において、物体の変形を拘束し、剛体とみなして従来の手法により作業方策を立てることも可能ではあるが、その手法を全ての作業に適用することは不可能である。したがって、柔軟物体を扱う作業を分析し、それを機械システムによって実現する場合には、柔軟物体の変形のモデリングと、それを利用した作業方策の導出手法が必要となる。

そこで、まず柔軟物体のモデリングについて考察する。柔軟物体のモデリングに対しては、コードやワイヤなどの線状物体から、板金のような薄板状物体、ゴムのような塊状物体まで、既にさまざまな研究が行なわれている。物体の変形を扱う技術としては、離散要素法、有限要素法、境界要素法等が挙げられ、特に、有限要素法 [7] を用いた各種形状の解析が行なわれている。また、コンピュータ・グラフィックスの分野では、映像をより本物らしく見せるための研究が行なわれている。Terzopoulos らは、連続体の弾性変形を表現するための数値モデルを提案している [8]。このモデルでは、変形によるひずみエネルギーに類似する量を定義し、これより運動方程式を導いている。また、粘性や塑性変形を考慮したモデリングも行なっている [9]。Gascuel は、柔軟物体同士の接触や衝突による局所的な変形を考慮するために、等ポテンシャル implicit surface を用いたモデリングを行なっている [10]。Weil らは、懸垂線による近似により布のモデリングを行なっている [11]。Breen らは、物体にかけた布にできるひだに注目したモデリングを行なっている [12]。これは、布の微小構造を相互作用する質点群として表現し、変形によるエネルギーを質点間に働くエネルギーとみなして形状を導いている。また、Baraff らは、物理法則モデリングに基づき、布の変形を高速で計算するための手法を提案している [13]。これらのモデリング手法は、それぞれ対象とする物体の変形形状を求めることはできるが、マニピュレーション作業への応用を考えた場合、必ずしも扱いやすいとは言い難い。マニピュレーション作業においては、操作中に、位置や姿勢、あるいは力などの制御量に誤差を生じる可能性があり、また、対象物の初期形状や力学的特性に個体差が存在する場合もある。このような場合、詳細なモデル化によって得られる厳密な変形形状は、あまり実用的な意味を持たない。したがって、柔軟物体のモデリングだけを切り離して独立に考えるのではなく、マニピュレーションへの適用を考慮した、簡易で扱いやすいモデル化を行なう必要がある。

このような観点からのモデリングとしては、和田らの編み地のモデリング等が挙げられる [14].

次に、柔軟物体を対象とした作業方策の導出手法について考察する。柔軟物体のマニピュレーションに関しては、製紙産業や衣料産業などにおいて、多くの研究がなされている。例えば、西村は、紙の端面を利用したページめくり動作について解析し、ページめくり機を製作している [15]。また、小野らは、積層された布を上から一枚ずつ分離するためのハンドの製作 [16] や、視覚情報を用い、折れ重なった布地の展開作業を行なうシステムを開発している [17]。蒲谷らは、回転ハンドを用いた布地の把握方法を提案している [18]。濱島らは、洗濯物の後片付けロボットの開発を目標に、衣類などの布地物体の展開作業におけるプランニングについて研究している [19],[20]。小菅らは、有限要素法を用いて曲げ変形およびねじり変形を伴う薄板のマニピュレーション問題を考え、複数のマニピュレータによるその制御手法を提案している [21]。島地らは、弾性板穴への円筒棒の挿入作業 [22],[23] や、弾性ホースへの円筒の挿入作業におけるスキルについて解析を行なっている [24]。また、平井らは、管状物体の挿入作業において、人間が行なっている動作をマニピュレータに移植する研究を行なっている [25]。

しかしながら、これらの研究は、さまざまな工程に関して個別に行なわれており、系統的な手法は確立されていない。系統的なアプローチとしては、柔軟物体の力学的性質をもとに、作業の方策を導く研究が行なわれている。例えば、Zheng らは、変形しやすい軸を穴に挿入する作業に対して、くいつき現象が生じないような作業方策を導いている [26]。また、Villarreal らは、組立部品の分布コンプライアンスを表現するために、buffer zone の概念を導入し、それを利用して作業方策を導いている [27]。Henrich らは、線状物体と多面体との接触状態を有限個に分類し、点接触における線状物体の定性的振舞いについて解析している [28]。

以上をまとめると、以下のようなになる。

- 柔軟物体のモデリングは多数行なわれているが、必ずしもマニピュレーション作業方策の導出に適したものではない。
- 柔軟物体のマニピュレーション作業に対する方策を導出した研究は、特定の作業に限定されたものが多く、一般的なマニピュレーション作業における方策導出に対する系統的な手法は確立されていない。

特に、対象物に対する初期状態と目標状態のみが与えられた時、可能性としてどのような操作方策が考えられ、どのような評価基準を与えれば、どのような操作方策が候補として選択されるのかについて、一貫した考察を行なった研究は見当たらない。したがって、本論文では、柔軟物体として紙や板金のような薄板状物体を例にとり、その一般的なマニピュレーション方策の導出に対する系統的な手法を確立することを目的とし、方策の導出を計算機により支援することを試みる。

1.3 本論文の構成

本論文は全7章で構成されている。その構成を Fig.1.1 に示す。

1章では、研究の背景と目的について述べた。

2章では、薄板状物体の接触状態とその遷移に着目することにより、一般的なマニピュレーション過程の表現手法を提案する。まず、二次元空間における薄板状物体と環境との接触状態を定性的に分類し、得られた各接触状態間の遷移について考察する。これにより、薄板状物体のマニピュレ-

ション過程を接触状態とその遷移によって表す。次に、遷移を生じさせるためにハンドを接触させる必要のある箇所を定義し、この接触箇所に着目した各遷移経路の評価を行う。

3章では、薄板状物体の静的変形形状について解析する。マニピュレーション作業において、物体にはハンド等により幾何学的あるいは力学的制約が加えられる。また、他の物体との接触により、非ホロノミックな制約も加えられる。そこで、これらを考慮できる変形形状の計算手法を提案し、いくつかの数値例を示す。次に、変形形状の測定実験を行ない、提案する手法の妥当性を検証する。

4章では、3章での変形形状計算手法を利用することにより、マニピュレーション軌道の導出手法を提案する。まず、初期状態から目標状態へと薄板状物体の形状が変化する場合の形状の移り変わり方を変形経路と定義する。次に、適切な変形経路を求める手法を提案し、得られた変形経路を生じるような制約条件の移り変わりを適切なマニピュレーション軌道とする。更に、変形形状の測定実験を行ない、提案する手法の妥当性を検証する。

5章では、柔軟物体の把持について解析を行ない、把持の安定性について考察する。まず、剛体の把持における force closure の考え方を拡張した bounded force closure という概念を導入し、柔軟物体の把持における安定性の指標を提案する。次に、柔軟物体の把持の状態が bounded force closure であるための必要条件について考察する。更に、薄板状物体を例にとり、bounded force closure に基づく把持の安定性を数値的に評価する。

6章では、これまで提案した手法を統合し、具体的なマニピュレーション計画の導出方法について考察する。まず、要求される作業目標から、2章で提案したマニピュレーションの表現手法に基づいて状態遷移経路を生成する。次に、得られた経路について、3章で提案した解析手法を用いて実際の変形形状を求め、それぞれの経路に対する適切な接触位置を定量的に決定する。最後に、5章で提案した bounded force closure の考え方に基づいて、遷移経路のうちどれがより適切かについて考察する。

7章では、これらの結論について総括を行う。

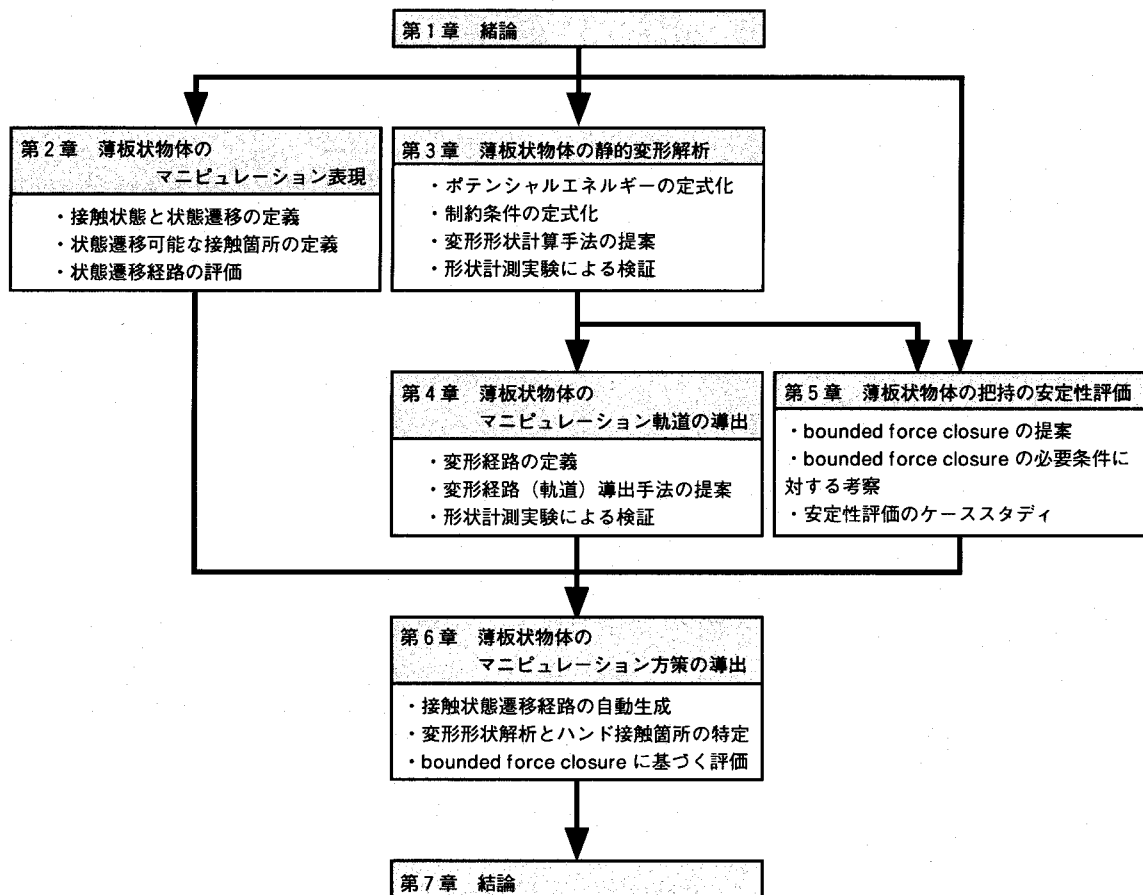


Fig.1.1 Flow chart of this study

第 2 章

薄板状物体のマニピュレーション表現

2.1 緒言

マニピュレーションは、生産現場に限らず、さまざまな環境において広く人間や機械が行なっている作業の一形態である。一般に、マニピュレーションは対象物とハンド、あるいは対象物と作業空間内に存在する他の物体との接触状態を変化させることによって行われる。それらの物体の接触状態が異なれば、対象物に加えることのできる力やモーメントが異なり、結果として対象物の移動方向や姿勢も異なってくる。したがって、対象物を要求される位置・姿勢にマニピュレートするためには、対象物に対し、どこにどのようにハンドを接触させるかが重要となる。

剛体のマニピュレーションについては既に多くの研究がなされており、例えば、平井らは、物体同士の接触状態に着目して、マニピュレーション過程を接触状態ネットワークで表現することを提案し、そのネットワークの自動生成を行なっている [29]。また、マニピュレーションにおける単方向拘束に起因する不等式条件を、凸多面錐理論を用いて解析し、マニピュレーション作業の計画に適用している [3]。吉川らは、対象物と環境との接触状態から拘束度というものを定義し、接触状態ネットワークから得られたいくつかの作業方法の候補に対して拘束度を評価基準として最適な遷移経路を求める手法を提案している [30]。相山らは、二次元におけるグラスプレス・マニピュレーションの操作計画の生成に、対象物と環境との接触状態遷移グラフを利用している [31]。

柔軟物体のマニピュレーションに関しては、線材や板材の穴への挿入作業 [41]、あるいは製紙産業や衣料産業などにおいて、多くの研究が成されている [15],[16],[17],[18],[19],[20]。しかしながら、これらの研究は、さまざまな工程に関して個別に行なわれており、対象物が剛体の場合のような体系的な手法は確立されていない。

したがって、本章では、柔軟物体として薄板状物体を例にとり、その接触状態と状態遷移に着目することにより、一般的なマニピュレーション過程の表現手法を考える。まず、二次元空間における薄板状物体と環境との接触状態を定性的に分類する。次に、得られた各接触状態間の遷移について考察する。これにより、薄板状物体のマニピュレーション過程を接触状態とその遷移によって表す。更に、遷移を生じさせるためにハンドを接触させる必要のある箇所を定義し、この接触箇所に着目して各遷移経路を評価することによりマニピュレーション計画導出の支援を試みる。

2.2 柔軟物体を対象とするマニピュレーションの特徴

マニピュレーション作業計画における接触状態の重要性は、対象物が剛体の場合も柔軟物体の場合も同様である。ただし、柔軟物体の場合には、取り得る接触状態が剛体の場合と比べて極めて多様となる。そこで、本論文では、柔軟物体の接触状態を定性的に分類することを考える。例えば、Fig.2.1に示す薄板状物体の摘み上げ作業は、6個の状態から成ると考えることができる。個々の状態では、ハンドやテーブルから薄板状物体に加えられる幾何学的拘束が異なり、薄板状物体における境界条件が異なる結果となる。個々の状態遷移は、ハンドの接触や離脱、薄板状物体のテーブルからの離脱など、接触状態の変化を伴う単一の操作に対応する。例えば、Fig.2.1(a)の状態からFig.2.1(b)への遷移は、ハンドを薄板状物体に接触させる操作に、Fig.2.1(d)の状態からFig.2.1(e)への遷移は、ハンドを離す操作に相当する。また、個々の状態は、接触状態が保たれる操作、すなわち、物体の移動や形状変形に対応する。例えば、Fig.2.1(c)に示す状態は、薄板状物体と接触している指が物体に力を作用させ、物体に曲げ変形を生じさせる操作に、Fig.2.1(e)に示す状態は、指を上方に動かし、薄板状部品を移動させる操作に相当する。このように考えると、柔軟物体のマニピュレーション過程は、接触状態の保たれる変形・移動操作に対応する有限個のノードと、接触状態の変化する接触・離脱操作に対応する有限個のアークとから成るネットワークにより表現することができる。この時、マニピュレーション作業は、ノードとアークに相当する一連の基本操作の列で与えられる。

そこで、以降では、マニピュレーション作業を表現するノードとアーク、すなわち接触状態と接触状態遷移について定義を行なう。

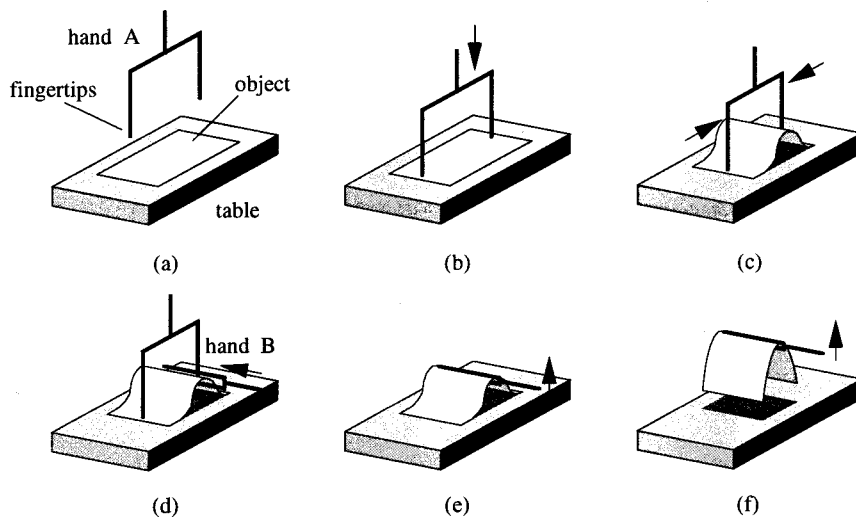


Fig.2.1 Picking up process of thin object

2.3 作業環境の定義

ここでは、二次元空間内での薄板状物体のマニピュレーションを考える。作業空間内にはハンドやテーブル等の物体が存在しているものとする。ここで、ハンドのような、対象とする薄板状物体

に接触することにより対象物の位置・姿勢・形状等を直接制御できる物体と、テーブルのような、接触することにより対象物の位置・姿勢・形状等に影響を与えることはできるが、直接制御することはできない物体とを区別して考え、前者を制御物体、後者を環境物体と呼ぶことにする。環境物体は、複数の環境面によってその内部と外部空間とを区別しているものとする。ここで、環境面には平面・曲面の区別はなく、また、環境物体の持つ環境面の個数は、作業目標によって決定されるものとする。すなわち、Fig.2.2(a)に示すような作業において、「平面Cに接触してはならない」という制約がある場合には、Fig.2.2(b)に示すように環境面は5面となり、そのような制約がない場合にはFig.2.2(c)に示すように環境面は3面とみなすことができる。

次に、環境面 S_j の接線ベクトル $\overrightarrow{V_s^{S_j} V_e^{S_j}}$ と外向き法線ベクトルとの外積が正になるように、環境面 S_j の始点 $V_s^{S_j}$ と終点 $V_e^{S_j}$ を定める。ここで、Fig.2.3(a)のように、環境面 S_j の終点が環境面 S_k の始点に等しい場合、環境面 S_k は環境面 S_j に正隣接していると定義し、環境面 S_j は環境面 S_k に逆隣接していると定義する。また、Fig.2.3(b)のように環境面 S_j の始点・終点が共に環境面 S_k の始点あるいは終点と等しくない場合、環境面 S_j と環境面 S_k とは隣接していないと定義する。

次節では、このような環境面の一つと薄板状物体との接触状態およびその遷移について定義を行なう。

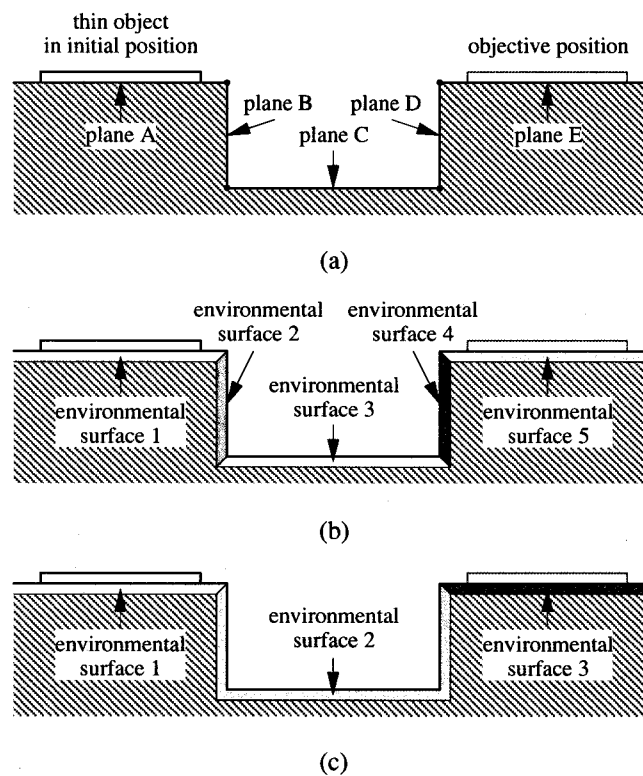


Fig.2.2 Number of environmental surfaces depending upon required operation

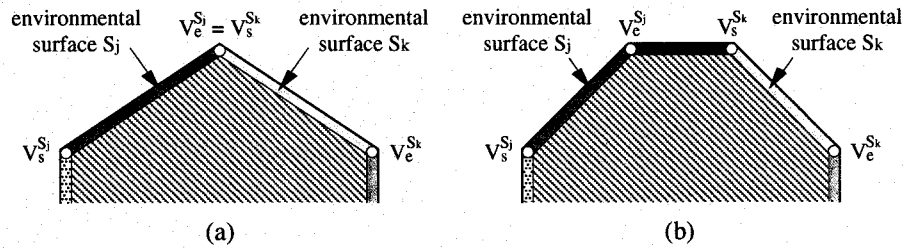


Fig.2.3 Definition of normal adjoining, reverse adjoining, and no adjoining

2.4 単一の環境面に対する接触状態とその遷移

2.4.1 単一の環境面に対する接触状態

まず、二次元空間における薄板状物体について、以下のように定義する。

定義 0-1 薄板状物体を、頂点 $V_i (i = 0, \dots, n)$ と稜線 $E_j (j = 1, \dots, n)$ という要素の集合として表現する。

定義 0-2 薄板状物体の両端は、頂点 V_0 および V_n であるとし、 V_0 を始点、 V_n を終点と呼ぶ。

定義 0-3 頂点 V_i と稜線 E_j は必ず交互に現れ、同じ要素が隣り合うことはない。

以上のように定義した薄板状物体と単一の環境面との接触状態について、以下のように定義する。

定義 1-1 各要素に対し、単一の環境面と接触している状態を接触状態 1、接触していない状態を接触状態 0 と表現する。

定義 1-2 全頂点および全稜線は、それぞれただ一つの接触状態を持つ。

定義 1-3 両側の頂点 V_{i-1} 、 V_i の接触状態のいずれか一方が 1 であり、他方が 0 の時、挟まれる稜線 E_i の接触状態を 0 とする。

定義 1-2 により、Fig.2.4 のように稜線の途中で接触状態が変化することはなく、また定義 1-3 により、Fig.2.5 に示すような接触状態は存在しないことになる。したがって、Fig.2.6(a) に示すような実際の接触状態は Fig.2.6(b) のように表現される。なお、以降の図では、始点と終点を区別するため、始点を黒く着色してある。

定義 1-4 稜線 E_i の接触状態が 1 の時、ベクトル $\overrightarrow{V_{i-1}V_i}$ と、接触している物体面の法線ベクトルとの外積が紙面に対して垂直上向きならば、稜線 E_i の接触方向を 1 とし、垂直下向きならば、接触方向を -1 とする。接触状態が 0 である稜線 E_i の接触方向は 0 とする。

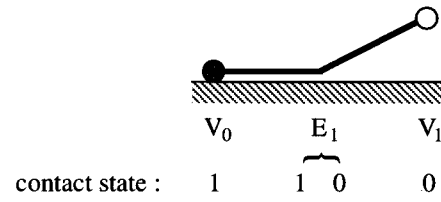


Fig.2.4 Contact state prohibited by definition #1-2

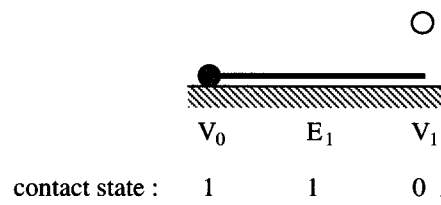


Fig.2.5 Contact state prohibited by definition #1-3

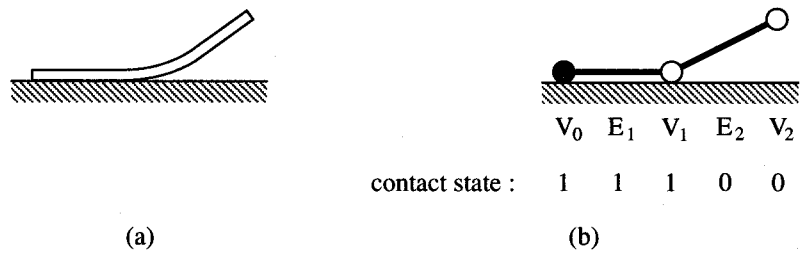


Fig.2.6 Example of actual contact state and its representation

定義1-4により, Fig.2.7(a)のように薄板状物体のオモテ面が接触している場合と, Fig.2.7 (b)のようにウラ面が接触している場合とを区別することができる.

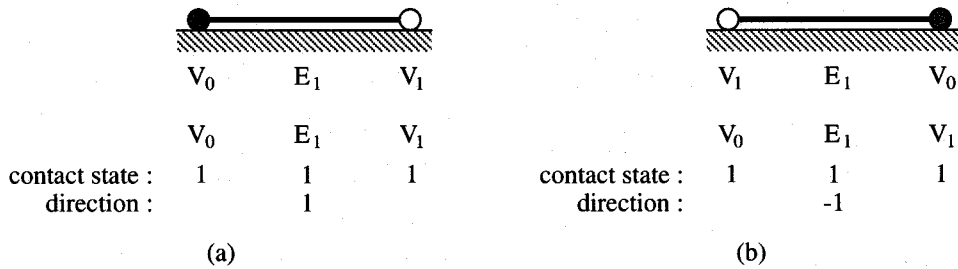


Fig.2.7 Distinguishable contact states by definition #1-4

定義1-5 頂点 V_i の接触状態が1の時, ベクトル $\overrightarrow{V_i V_{i+1}}$ とベクトル $\overrightarrow{V_{i-1} V_i}$ の外積が紙面に対して垂直上向きならば, 頂点 V_i における物体の変形方向を1とし, 垂直下向きならば, 変形方向を-1とする. 接触状態が0である頂点 V_i ならびに物体の始点 V_0 および終点 V_n の変形方向は0とする.

定義1-5により, Fig.2.8(a)のような接触状態と Fig. 2.8(b)のような接触状態とを区別することができる.

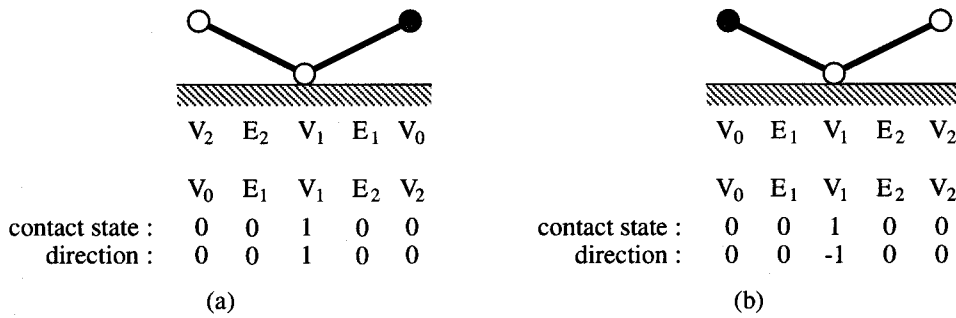


Fig.2.8 Distinguishable contact states by definition #1-5

定義1-6 両側の頂点 V_{i-1} , V_i の接触状態がともに1の時, 挟まれる稜線 E_i の接触状態を1とする.

定義1-6により, Fig.2.9(a)のような接触状態は, 物体のウラ面に相当する稜線 E_1 の片側に対し, 他の物体が接近不可能すなわち接触不可能であるため, Fig.2.9(b)と同じ接触状態であると見なす.

定義1-7 稜線 E_i , E_{i+1} に挟まれた頂点 V_i の変形方向が0の時, 頂点 V_i は削除でき, $E_{i+1} = E_i$ となる.

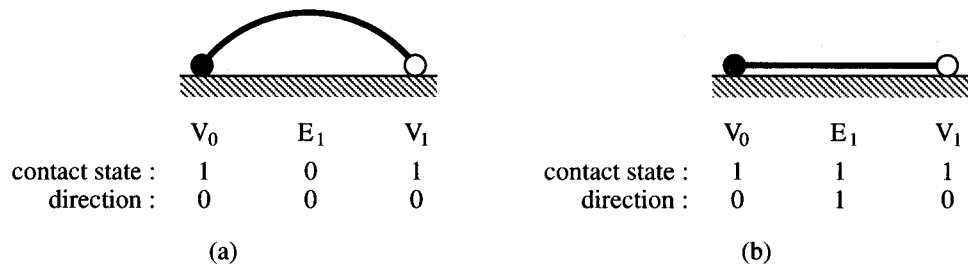


Fig.2.9 Identifiable contact states by definition #1-6

定義 1-7 により, Fig.2.10(a) のような接触状態は, Fig. 2.10(b) と同じ接触状態であると見なす.

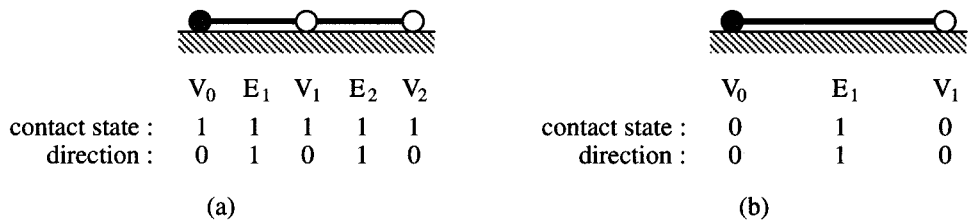


Fig.2.10 Identifiable contact states by definition #1-7

定義 1-8 稜線 E_i の接触状態が 1 の時, 稜線 E_i の接触方向と頂点 V_i の変形方向との積が正 (負) ならば, 稜線 E_i は稜線 E_{i+1} の上 (下) に存在する. また, 稜線 E_i の接触方向と頂点 V_{i-1} の変形方向との積が正 (負) ならば, 稜線 E_i は稜線 E_{i-1} の上 (下) に存在する.

定義 1-9 最も上に存在する稜線とその両端の頂点以外の要素は, 全て接近不可能である. 接近不可能な要素の接触状態は全て 1 とする.

定義 1-10 両側の稜線 E_i, E_{i+1} が接近不可能である場合, 挟まれた頂点 V_i は削除でき, $E_{i+1} = E_i$ となる.

定義 1-8, 定義 1-9, および定義 1-10 により, Fig.2.11 に示す (a), (b), (c) の接触状態は, 全て Fig.2.11(d) と同じ接触状態であると見なす.

定義 1-11 最も上に存在し, 接触方向が 1 である稜線 E_i に隣接する頂点 V_i を接触右端とし, 頂点 V_{i-1} を接触左端とする. また, 最も上に存在し, 接触方向が -1 である稜線 E_i に隣接する頂点 V_{i-1} を接触右端とし, 頂点 V_i を接触左端とする.

以上の定義を用いることにより, 単一の環境面に対する薄板状物体の接触状態として, 23 通りの状態が導かれる. これら 23 通りの接触状態を, それぞれ接触パターン P_1 から接触パターン P_{23}

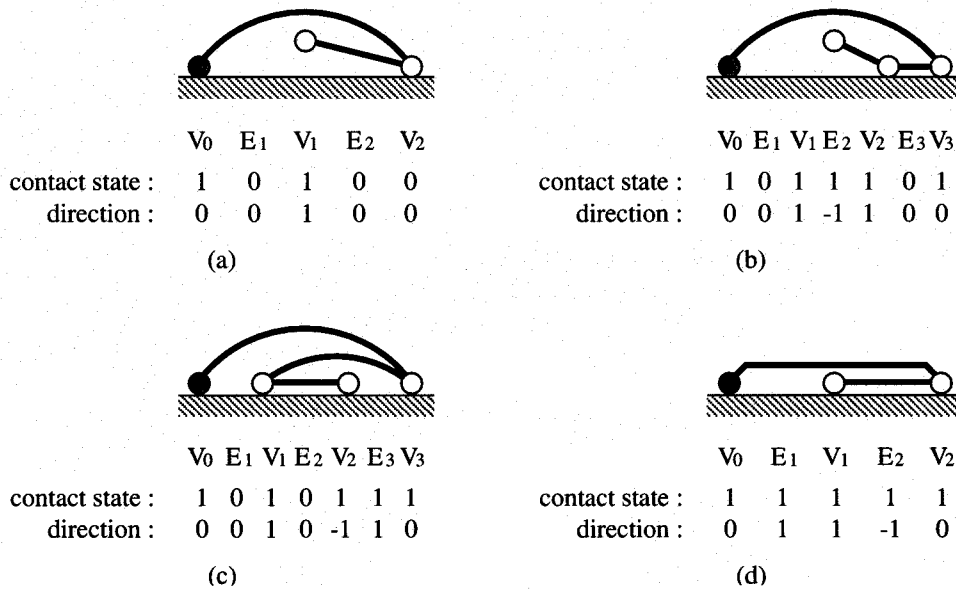


Fig.2.11 Identifiable contact states by definition #1-8, #1-9, and #1-10

と呼ぶことにする。各接触パターンを Fig.2.12に、また各接触パターンにおける各要素の接触状態および接触方向・変形方向を Table 2.1に示す。

2.4.2 単一の環境面に対する接触状態の遷移

前節において、単一の環境面に対する薄板状物体の接触状態は、23通りの接触パターンによって表現できることを示した。そこで、各接触パターン間の遷移可能性について考察する。まず、接触状態の遷移について、以下のように定義する。

定義 2-1 一回の遷移では、以下のいずれか一つの接触状態の変化が起こるものとする。変化した接触状態に対して定義 1-1 から定義 1-10 を適用したものが遷移後の接触パターンとなる。

- ある接触パターンにおいて、既存の頂点のうち、一つの接近可能な頂点の接触状態が変化する。
- ある接触パターンにおいて、接触状態が0である稜線 E_i を E_i と E_{i+1} とに分割する新しい頂点 V_{i+1} が生成され、その接触状態が変化する。
- ある接触パターンにおいて、接触状態が1でかつ接近可能な稜線 E_i が E_i と E_{i+1} とに分割され、その二つの稜線 E_i 、 E_{i+1} のいずれかの接触方向が変化する。

定義 2-2 定義 2-1 を用いることにより、接触パターン P_i から接触パターン P_j への遷移が可能だった場合、接触パターン P_j から接触パターン P_i への遷移も可能であるとする。

Table 2.1 Contact state, contact direction, and deformation direction of each element in each contact pattern

P ₁	V ₀	E ₁	V ₁	P ₉	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	P ₁₇	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	E ₃	V ₃		
	0	0	0		0	0	0	1	1		1	0	0	1	1	1	0	0	
	0	0	0		0	0	1	-1	0		0	0	1	-1	1	0	0		
P ₂	V ₀	E ₁	V ₁	P ₁₀	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	P ₁₈	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	E ₃	V ₃		
	1	0	0		1	1	1	0	0		0	0	0	1	1	1	1	1	
	0	0	0		0	1	-1	0	0		0	0	-1	1	1	-1	0		
P ₃	V ₀	E ₁	V ₁	P ₁₁	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	P ₁₉	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	E ₃	V ₃		
	0	0	1		1	1	1	0	0		0	0	0	1	1	1	1	1	
	0	0	0		0	-1	1	0	0		0	0	1	-1	-1	1	0		
P ₄	V ₀	E ₁	V ₁	P ₁₂	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	P ₂₀	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	E ₃	V ₃		
	1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	0	0	
	0	1	0		0	1	1	-1	0		0	-1	1	1	-1	0	0		
P ₅	V ₀	E ₁	V ₁	P ₁₃	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	P ₂₁	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	E ₃	V ₃		
	1	1	1		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	0	0	
	0	-1	0		0	-1	1	1	0		0	1	-1	-1	1	0	0		
P ₆	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	P ₁₄	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	P ₂₂	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	E ₃	V ₃
	0	0	1	0	0		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1
	0	0	-1	0	0		0	-1	-1	1	0		0	-1	1	1	1	-1	0
P ₇	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	P ₁₅	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	P ₂₃	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	E ₃	V ₃
	0	0	1	0	0		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1
	0	0	1	0	0		0	-1	-1	1	0		0	1	-1	-1	-1	1	0
P ₈	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	P ₁₆	V ₀	E ₁	V ₁	E ₂	V ₂	E ₃	V ₃						
	0	0	1	1	1		0	0	1	1	1	0	0						
	0	0	-1	1	0		0	0	-1	1	-1	0	0						

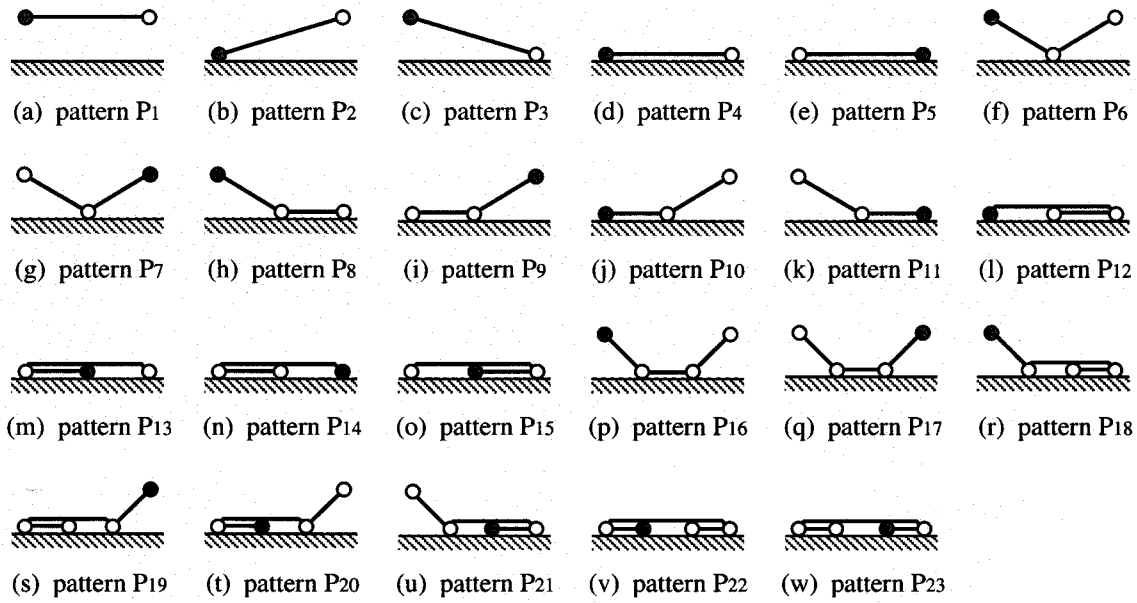


Fig.2.12 Contact patterns

上記定義 2-1 と定義 2-2 を用いることにより，接触パターン P_i から接触パターン P_j へと遷移できる場合を $M_{ij}^t = 1$ ，遷移できない場合を $M_{ij}^t = 0$ で表すと，式 (2.1) のようなパターン遷移マトリックス M^t が導かれる。

$$M^t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

したがって，単一の環境面に対する薄板状物体の接触状態とその遷移は，接触パターンに対応する 23 個のノードと，式 2.1 で表されるアークからなるネットワークによって表現することができる。

2.5 複数の環境面に対する接触状態とその遷移

2.5.1 二つの環境面に対する接触状態

これまででは、単一の環境面に対する薄板状物体の接触状態とその遷移について述べてきた。ここでは、複数の環境面に対する接触状態について考察する。まず、二つの環境面が存在する場合について考える。二つの環境面に対する薄板状物体の接触状態を、各環境面に対する接触パターンの組み合わせとして表現する。例えば、Fig.2.13のような接触状態は、環境面1に対して接触パターンP₁₆、環境面1に正隣接する環境面2に対して接触パターンP₉であるとみなすことができる。ただし、全ての接触パターンの組み合わせが可能となる訳ではない。例えば、Fig.2.14のように、環境面1に対してパターンP₂₂の接触状態にある薄板状物体は、この接触パターンを変化させることなく、環境面1に正隣接する環境面2に対してパターンP₂の接触状態を取ることはできない。したがって、可能な接触パターンの組み合わせについて考察していく。

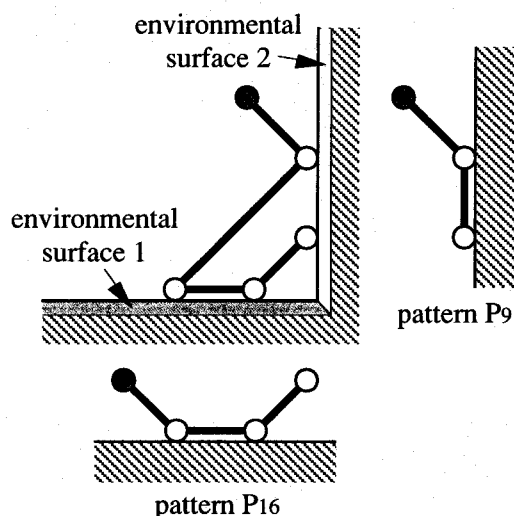


Fig.2.13 Example of two contact pattern combination

二つの環境面が存在する場合に可能な接触状態について、以下のように定義する。

定義 3-1 環境面 S_j に対して接触状態が0である頂点 V_i は、環境面 S_k に接触させることができる。

定義 3-2 環境面 S_j に対して接触状態が0である稜線 E_i は、内部に一つの新頂点 V_i を生成してこれを環境面 S_k に、あるいは二つの新頂点 V_i, V_{i+1} を生成してこれらに挟まれる新稜線 E_{i+1} を環境面 S_k に接触させることができる。

定義 3-3 環境面 S_j に対して接触方向が1であり、かつ接近可能な稜線 E_i は、内部に一つの新頂点 V_i を生成してこれを環境面 S_k に、あるいは二つの新頂点 V_i, V_{i+1} を生成してこれらに挟まれる新稜線 E_{i+1} を環境面 S_k に接触させることができる。この時、環境面 S_k に対する新稜線 E_{i+1} の接触方向は -1 となる。

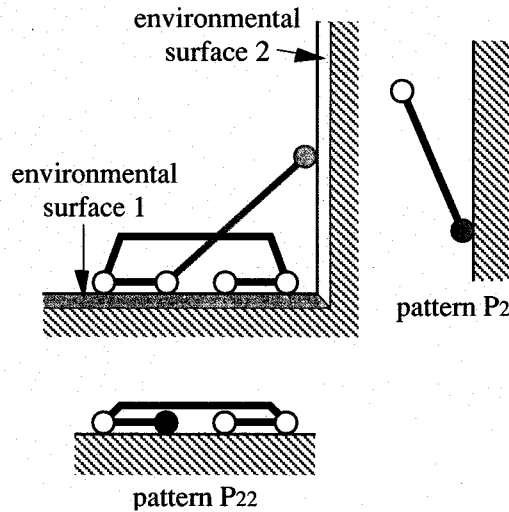


Fig.2.14 Example of no combinable contact patterns

定義 3-4 環境面 S_j に対して接触方向が -1 であり、かつ接近可能な稜線 E_i は、内部に一つの新頂点 V_i を生成してこれを環境面 S_k に、あるいは二つの新頂点 V_i, V_{i+1} を生成してこれらに挟まれる新稜線 E_{i+1} を環境面 S_k に接触させることができる。この時、環境面 S_k に対する新稜線 E_{i+1} の接触方向は 1 となる。

以上の定義を用いることにより、環境面 S_j および S_k に対する接触パターンのうち、実現可能な組み合わせを $M_{jk}^c = 1$ 、実現不可能な組み合わせを $M_{jk}^c = 0$ で表すと、式 (2.2) のような非隣接環境面に対するパターン組み合わせマトリックス M^c を導くことができる。

$$M^c = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

特に、二つの環境面が隣接する場合には、以下のように定義する。

定義4-2 頂点 V_{i-1} , V_i がともに環境面 S_j に接触している稜線 E_i の環境面 $S_{j'}$ に対する接触方向は、環境面 S_j に対する接触方向に等しい。頂点 V_{i-1} , V_i がともに環境面 S_k に接触している稜線 E_i の環境面 $S_{j'}$ に対する接触方向は、環境面 S_k に対する接触方向に等しい。

定義4-3 環境面 $S_{j'}$ に対する稜線 E_{i-1} , E_i の接触方向が頂点 V_i において変化する場合、頂点 V_i の環境面 $S_{j'}$ に対する変形方向は、環境面 S_j あるいは環境面 S_k に対する変形方向に等しい。環境面 $S_{j'}$ に対する稜線 E_{i-1} , E_i の接触方向が頂点 V_i において変化しない場合、頂点 V_j の環境面 $S_{j'}$ に対する変形方向は0とする。

以上の定義により、環境面 S_j とそれに正隣接する環境面 S_k に対するパターン組み合わせマトリックス M^{CNA} は、式(2.4)のように書き換えることができる。ここで、 M_{jk}^{CNA} の値は、二つの環境面に対する接触パターンの組み合わせを、一つの環境面に対する接触パターンへ合成した場合の接触パターンを表しており、 $M_{jk}^{CNA} = 0$ の場合には、そのような接触パターンの組み合わせは不可能であることを表している。また、マトリックス中の英字は二つの環境面に対する接触状態により合成後の接触パターンが複数考えられることを示しており、それぞれ、 $A=16,23$, $B=18,19$, $C=20,21$, $D=17,22$ となっている。また、環境面 S_j とそれに逆隣接する環境面 S_k に対するパターン組み合わせマトリックス M^{CRA} は $M^{CRA} = (M^{CNA})^T$ となる。

$M^{CNA} =$

$$\begin{bmatrix}
 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 & 19 & 20 & 21 & 22 & 23 \\
 2 & 2 & 4 & 4 & 0 & 10 & 12 & 4 & 12 & 10 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 10 & 12 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 3 & 5 & 3 & 0 & 5 & 15 & 9 & 0 & 9 & 15 & 5 & 0 & 0 & 0 & 15 & 15 & 9 & 0 & 0 & 15 & 15 & 0 & 0 \\
 4 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 6 & 13 & 8 & 0 & 13 & A & B & 8 & 18 & 23 & 13 & 0 & 13 & 0 & 15 & A & B & 18 & 18 & 23 & 23 & 0 & 23 \\
 7 & 11 & 14 & 14 & 0 & C & D & 14 & 22 & 20 & 11 & 22 & 0 & 14 & 0 & C & D & 22 & 22 & 21 & 21 & 22 & 0 \\
 8 & 13 & 8 & 0 & 13 & 23 & 19 & 0 & 19 & 23 & 13 & 0 & 0 & 0 & 23 & 23 & 19 & 0 & 0 & 23 & 23 & 0 & 0 \\
 9 & 5 & 0 & 0 & 0 & 15 & 9 & 0 & 0 & 15 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 9 & 0 & 0 & 15 & 15 & 0 & 0 \\
 10 & 0 & 4 & 0 & 0 & 10 & 12 & 4 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 12 & 12 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 11 & 11 & 14 & 14 & 0 & 20 & 22 & 14 & 22 & 21 & 0 & 22 & 0 & 0 & 0 & 20 & 22 & 22 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 13 & 13 & 0 & 0 & 0 & 23 & 0 & 0 & 0 & 23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 14 & 0 & 14 & 0 & 0 & 0 & 22 & 0 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 16 & 13 & 8 & 0 & 13 & A & B & 8 & 18 & 23 & 13 & 0 & 13 & 0 & 23 & A & B & 18 & 18 & 23 & 23 & 0 & 23 \\
 17 & 11 & 14 & 14 & 0 & C & D & 14 & 22 & 21 & 11 & 22 & 0 & 22 & 0 & C & D & 22 & 22 & 21 & 21 & 22 & 0 \\
 18 & 13 & 0 & 0 & 0 & 23 & 19 & 0 & 0 & 23 & 13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23 & 19 & 0 & 0 & 23 & 23 & 0 & 0 \\
 19 & 13 & 0 & 0 & 0 & 23 & 19 & 0 & 0 & 23 & 13 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23 & 19 & 0 & 0 & 23 & 23 & 0 & 0 \\
 20 & 0 & 14 & 0 & 0 & 20 & 22 & 14 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 22 & 22 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 21 & 0 & 14 & 0 & 0 & 20 & 22 & 14 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 22 & 22 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

(2.4)

このマトリックスにより、例えば、環境面1に対し接触パターンが P_8 、環境面1に正隣接する環境面2に対し接触パターンが P_{15} であるような薄板状物体は、合成後の接触パターンが P_{23} であるため、環境面2に正隣接する環境面3に対して、接触パターン P_6 あるいは P_{16} をとることができることになる。更にこの接触状態を一つの接触パターンに合成すると、再びパターン P_{23} となるため、環境面3に正隣接する環境面4に対して接触パターン P_6 あるいは P_{16} をとることができる。このようにして、Fig.2.15のような複数の環境面に対する接触状態は、それぞれの環境面に対する接触パターンの組み合わせによって表現することができる。

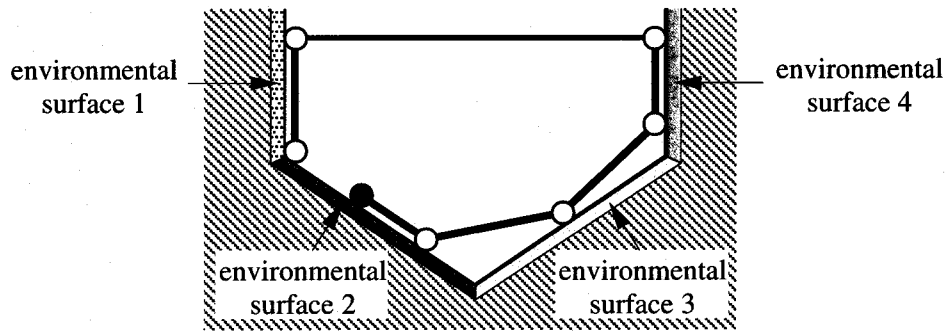


Fig.2.15 Example of contact state with several environmental surfaces (pattern combination : P_8 - P_{15} - P_6 - P_{16})

2.5.3 複数の環境面に対する接触状態の遷移

本節では、複数の環境面に対する接触状態の遷移について考察する。複数の環境面との接触の場合、一回の遷移で一つの環境面に対してのみ接触パターンが変化するものとする。ここで、遷移後の接触状態、すなわち接触パターンの組み合わせは次のようにして求めることができる。まず、パターン遷移マトリックス M^t により、ある環境面に対する接触パターンに対し遷移可能な接触パターンを求める。求められたパターンのそれぞれに対しパターン組み合わせマトリックス M^{CNA} および M^{CRA} を適用し、他の環境面に対する接触パターンとの組み合わせが可能かどうかを調べる。組み合わせが可能であれば、その接触パターンが遷移可能な接触パターンということになる。このようにして、環境面が複数存在する場合についても、接触状態の遷移を表現することができる。

例えば、Fig.2.16(a)のように、正隣接する環境面が二つ存在し、初期状態が、環境面1に対し接触パターン P_{10} 、環境面2に対し接触パターン P_3 であったとする。この場合の接触状態の遷移について考える。まず、環境面1に対する接触パターンのみを遷移させる。パターン遷移マトリックスにより、接触パターン P_{10} から遷移できる接触パターンは P_2 , P_4 , P_6 , P_{12} , P_{15} , P_{16} , P_{20} , P_{21} , P_{23} となる。次に、パターン組み合わせマトリックスにより、これらの接触パターンと環境面2に対する接触パターン P_3 との組み合わせが可能である接触パターンを求めると P_2 , P_4 , P_6 , P_{16} , P_{20} , P_{21} となる。一方、環境面2に対する接触パターンのみを遷移させると、遷移可能でかつ環境面1に対する接触パターンとの組み合わせが可能である接触パターンは P_1 , P_6 , P_7 , P_8 , P_9 となる。したがって、この初期状態から遷移可能な全接触パターンは、Fig.2.16(b) ~ (j) に示す P_2 - P_3 , P_4 - P_3 , P_6 - P_3 , P_{16} - P_3 , P_{20} - P_3 , P_{21} - P_3 , P_{10} - P_1 , P_{10} - P_8 , P_{10} - P_9 の9種類となる。

2.5.4 接触状態遷移経路自動生成のケーススタディ

これまでの議論をもとに、接触状態遷移経路の自動生成プログラムを計算機上に構築した。例として、Fig.2.17に示すような正隣接する三つの環境面が存在する環境で、Fig.2.17(a)のように、それぞれの環境面に対し接触パターンが P_4 - P_1 - P_1 であるような初期状態から、Fig. 2.17(b) のようなパターン P_1 - P_1 - P_1 の目標状態へと状態を変化させる場合の状態遷移経路を求める。なお、ここでは3回までの状態遷移により目標状態へ到達できるもののみを選択している。結果を Fig. 2.18に

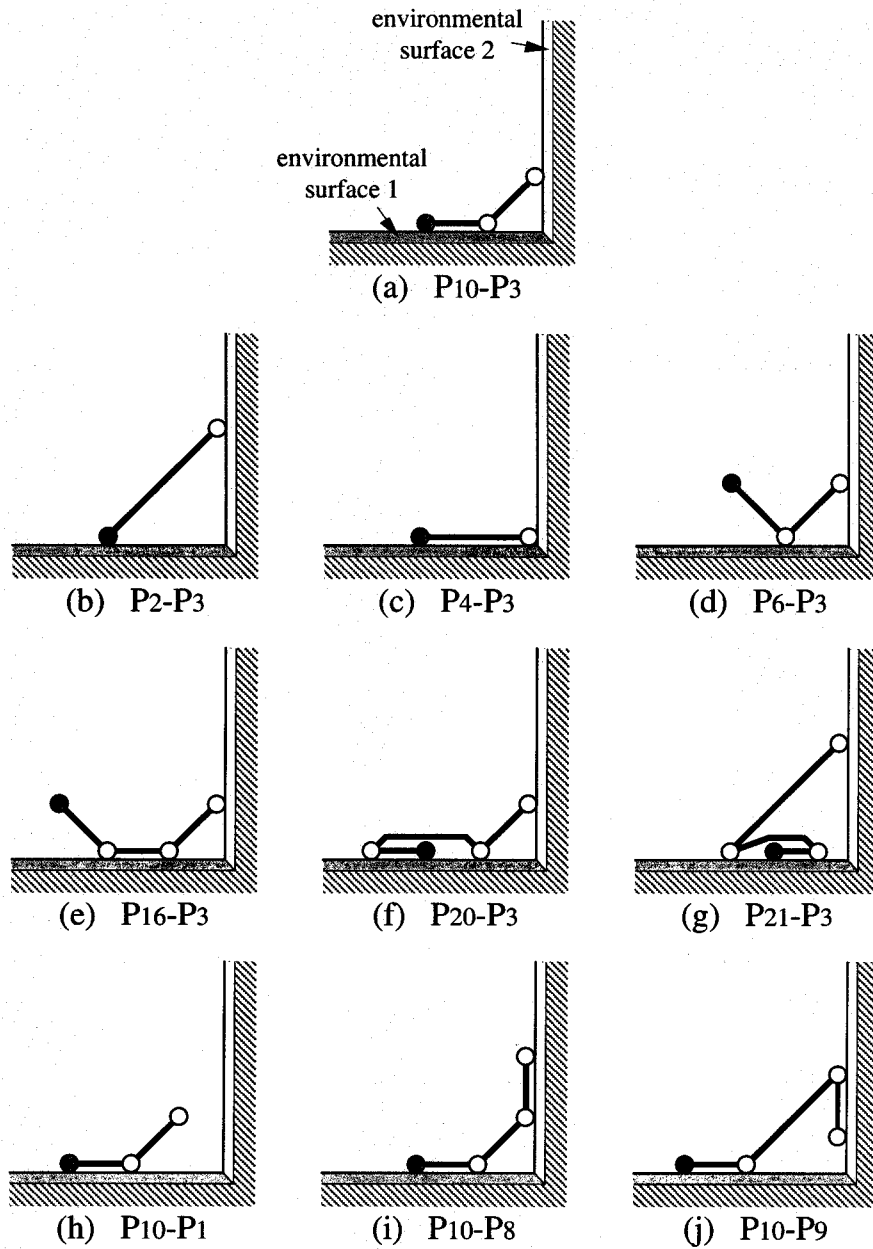


Fig.2.16 Example of contact state transition with two environmental surfaces

示す。条件を満たす状態遷移経路は全部で10通り存在し、Fig.2.18のように2回の状態遷移により目標状態に到達できる遷移経路と、3回の状態遷移により目標状態に到達できる遷移経路とが存在することが分かる。

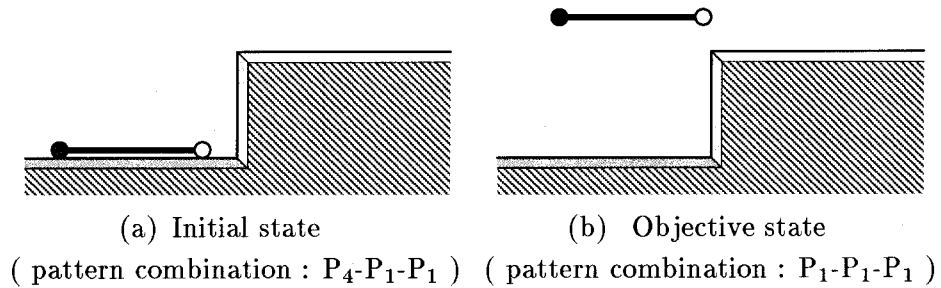


Fig.2.17 Operation for contact state transition network generation

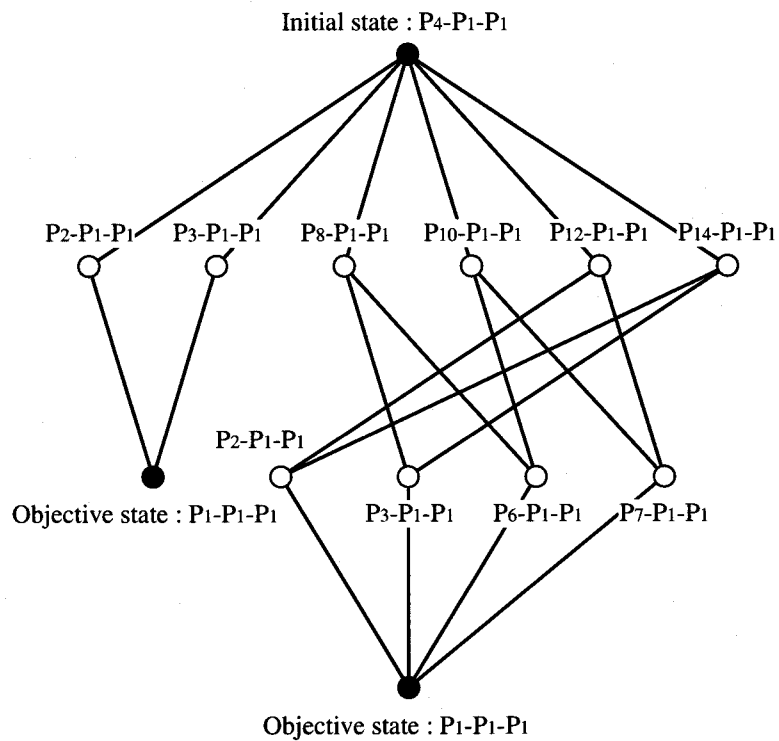


Fig.2.18 Result of contact state transition network generation

このように、初期状態と目標状態、更に目標状態に到達するまでに許容される状態遷移の回数を入力することにより、可能な状態遷移経路群を自動生成することができる。また、例えば「状態遷移の間ある環境面には接触して欲しい／欲しくない」といった条件を付加することにより、条件を満たすような遷移経路を導くことができる。

2.6 状態遷移可能な制御物体の接触領域

前節までで、複数の環境面に対する薄板状物体の接触状態とその遷移について考察した。ここでは、薄板状物体にある接触状態遷移を生じさせるために、ハンド等の制御物体をどこに接触させたらいいかについて考察する。制御物体との接触によりある状態遷移を生じる可能性のある薄板状物体の構成要素を、遷移可能接触領域と呼ぶことにする。ここで、ある状態遷移が与えられた場合の遷移可能接触領域を以下のように定義する。

定義 5-1 状態遷移の前後で接触可能であり、状態遷移により接触状態の変化する頂点は、遷移可能接触領域である。

定義 5-2 状態遷移の前後で接触可能であり、状態遷移により隣接する稜線の接触方向が変化する頂点は、遷移可能接触領域である。

定義 5-3 定義 5-1 および定義 5-2 の頂点に隣接し、状態遷移の前後で接触可能な稜線のオモテ面あるいはウラ面は、遷移可能接触領域である。

定義 5-4 定義 5-3 で定義した稜線に隣接し、状態遷移の前後で、接触可能でありかつ接触パターンの変化する環境面に対して接触状態が 0 である頂点は、遷移可能接触領域である。

以上の定義により、例えば Fig.2.19(a) に示す接触パターン P_8 から Fig.2.19(b) に示す接触パターン P_3 へと状態遷移する場合、遷移可能接触領域は Fig.2.19(a) に示す灰色の要素群となり、逆に Fig.2.19(b) から Fig.2.19(a) への状態遷移における遷移可能接触領域は Fig.2.19(b) に示す灰色の要素群となる。環境面が複数存在する場合にも、同様にして遷移可能接触領域を定義することができる。

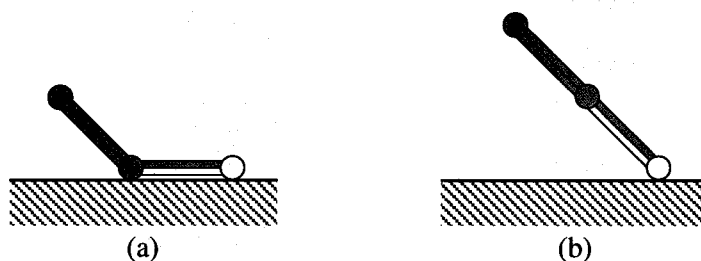


Fig.2.19 Example of touchable region for state transition P_8 to P_3

ただし、Fig.2.20(a) のように接触パターンが P_{16} から P_6 へと変化する場合や、Fig.2.20(b) のように接触パターンが P_6 から P_{16} へと変化する場合には、遷移可能接触領域は図に示す縦縞、横縞、および灰色の部分となり、縦縞の要素群と横縞の要素群とを遷移可能接触領域として同時に選択することはできない。

更に、状態遷移に必要な制御物体のより具体的な接触箇所について考察する。前提として、環境面 S_j は属性値として水平面からの角度 Θ^{S_j} を持つものとする。また、制御物体は薄板状対象

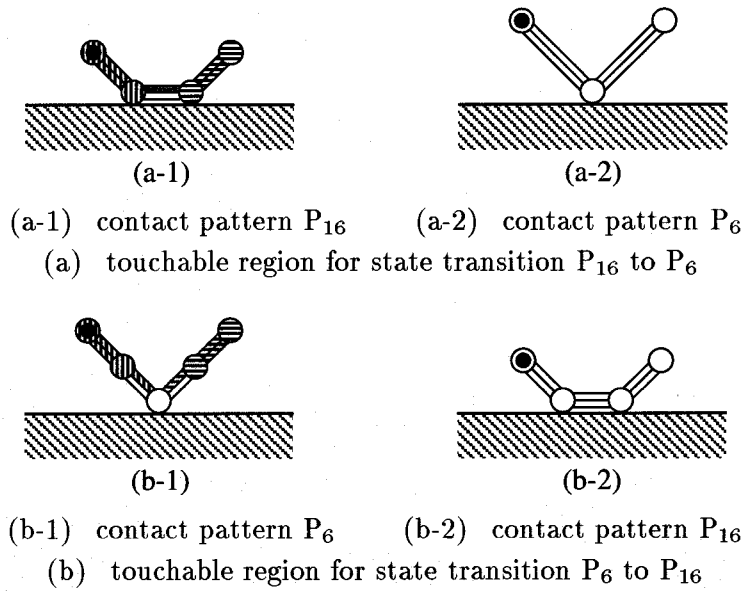


Fig.2.20 Example of touchable region for state transition

物と点接触すると仮定する。まず、ある遷移経路における物体構成要素の移動方向について以下のように定義する。

定義 6-1 ある物体の要素のうち、遷移可能接触領域に選択されている要素 $X_i \in \{V_i, E_i\}$ が、状態遷移において移動しなければならない方向を表す水平面からの角度 μ^{X_i} の集合を要求移動方向集合 M^{X_i} とする。

定義 6-2 環境面 S_j に対し接触状態が 1 であり、状態遷移により接触状態が 0 となる要素 X_i に対する要求移動方向集合 M^{X_i} は $M^{X_i} = \{ \mu^{X_i} \mid \Theta^{S_j} < \mu^{X_i} < \Theta^{S_j} + \pi \}$ である。

定義 6-3 接触状態が 0 であり、状態遷移により環境面 S_j に対し接触状態が 1 となる要素 X_i に対する要求移動方向集合 M^{X_i} は $M^{X_i} = \{ \mu^{X_i} \mid \Theta^{S_j} + \pi < \mu^{X_i} < \Theta^{S_j} + 2\pi \}$ である。

定義 6-4 ある物体の要素のうち、遷移可能接触領域に選択されていない要素 X_i が、状態遷移において移動できる方向を表す水平面からの角度 ν^{X_i} の集合を許容移動方向集合 N^{X_i} とする。

定義 6-5 環境面 S_j に対し接触状態が 1 である要素 X_i に対する許容移動方向集合 N^{X_i} は $N^{X_i} = \{ \Theta^{S_j}, \Theta^{S_j} + \pi \}$ である。

定義 6-6 接触状態が 0 である要素 X_i に対する許容移動方向集合 N^{X_i} は $N^{X_i} = \{ \nu^{X_i} \mid 0 \leq \nu^{X_i} \leq 2\pi \}$ である。

以上の定義により、例えば Fig.2.21(a) に示すような、角度 $\Theta^{S_1} = 0$ の環境面 S_1 に対し接触パターンが P_4 の状態から、Fig.2.21(b) のように接触パターンが P_8 の状態へと遷移する場合、この

物体の構成要素の要求移動方向集合 M^{X_i} , 許容移動方向集合 N^{X_i} はそれぞれ Fig.2.21(c) のように図示できる. ここで,

$$M^{V_0} = \{ \mu^{V_0} \mid 0 < \mu^{V_0} < \pi \} \quad (2.5)$$

$$M^{E_1} = \{ \mu^{E_1} \mid 0 < \mu^{E_1} < \pi \} \quad (2.6)$$

$$N^{V_1} = \{ 0, \pi \} \quad (2.7)$$

$$N^{E_2} = \{ 0, \pi \} \quad (2.8)$$

$$N^{V_2} = \{ 0, \pi \} \quad (2.9)$$

となる.

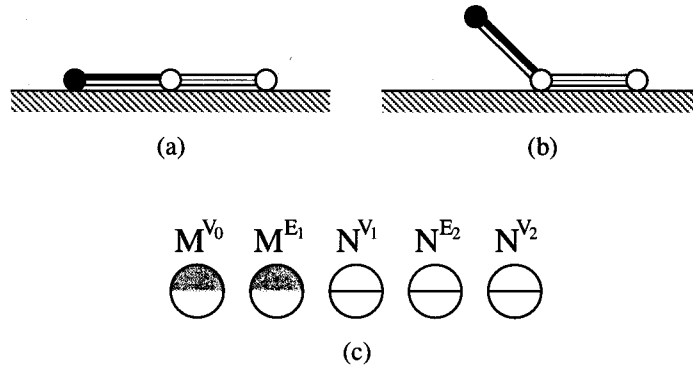


Fig.2.21 Example of required/allowable moving direction set

次に, 物体にどのように制御物体を接触させることにより, 接触状態を変化させることができるのかを考察するために, 以下のように定義する.

定義 7-1 ある物体の要素 X_i に対し, 無限小の物体が接触できる方向を表す水平面からの角度 τ^{X_i} の集合を接触方向集合 T^{X_i} とする. 特に, 稜線 E_i は, オモテ面に対する接触方向集合 $T_h^{E_i}$ とウラ面に対する接触方向集合 $T_t^{E_i}$ を持つ.

定義 7-2 環境面 S_j に対する接触方向集合 T^{S_j} を, $T^{S_j} = \{ \tau^{S_j} \mid \Theta^{S_j} \leq \tau^{S_j} \leq \Theta^{S_j} + \pi \}$ とする.

定義 7-3 稜線 E_i は, 水平面からの角度 Θ^{E_i} を持つ.

定義 7-4 接触状態が 0 である頂点 V_i に対する接触方向集合 T^{V_i} は, 隣接する稜線端の角度 Θ^{E_i} , $\Theta^{E_{i+1}}$ を除く全方向, すなわち, $T^{V_i} = \{ 0 \leq \tau^{V_i} \leq 2\pi, \tau^{V_i} \neq \Theta^{E_i}, \tau^{V_i} \neq \Theta^{E_{i+1}} \}$ とする.

定義 7-5 環境面 S_j に対し接触状態が 1 である頂点 V_i に対する接触方向集合 T^{V_i} は, 環境面 S_j に対する接触方向集合 T^{S_j} と接触状態が 0 である場合の V_i に対する接触方向集合との積集合とする.

定義 7-6 接触状態が 0 である稜線 E_i に対する接触方向集合 $T_h^{E_i}$ および $T_t^{E_i}$ はそれぞれ $T_h^{E_i} = \{ \tau_h^{E_i} \mid \Theta^{E_i} < \tau_h^{E_i} < \Theta^{E_i} + \pi \}$, $T_t^{E_i} = \{ \tau_t^{E_i} \mid \Theta^{E_i} + \pi < \tau_t^{E_i} < \Theta^{E_i} + 2\pi \}$ とする.

定義 7-7 環境面 S_j に対し接触状態が 1 である稜線 E_i に対する接触方向集合 $T_1^{E_i}$ は, 環境面 S_j に対する接触方向集合 T^{S_j} と接触状態が 0 である場合の E_i に対する接触方向集合との積集合とする.

以上の定義により, 例えば Fig.2.22(a) に示すような, 角度 $\Theta^{S_1} = 0$ の環境面 S_1 に対し接触パターンが P_4 の状態である物体の構成要素の接触方向集合は, Fig.2.22(b) のように図示できる. ここで,

$$T^{V_0} = \{ \tau^{V_0} \mid 0 < \tau^{V_0} \leq \pi \} \quad (2.10)$$

$$T_h^{E_1} = \{ \tau_h^{E_1} \mid 0 < \tau_h^{E_1} < \pi \}, \quad T_t^{E_1} = \emptyset \quad (2.11)$$

$$T^{V_1} = \{ \tau^{V_1} \mid 0 < \tau^{V_1} < \pi \} \quad (2.12)$$

$$T_h^{E_2} = \{ \tau_h^{E_2} \mid 0 < \tau_h^{E_2} < \pi \}, \quad T_t^{E_2} = \emptyset \quad (2.13)$$

$$T^{V_2} = \{ \tau^{V_2} \mid 0 \leq \tau^{V_2} < \pi \} \quad (2.14)$$

となる.

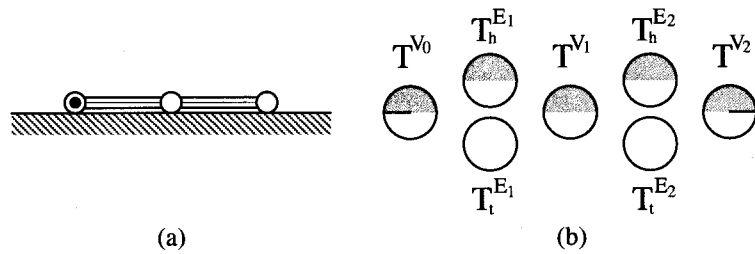


Fig.2.22 Example of touchable direction set

続いて, 制御物体が接触することによって物体に加えることのできる力について, 以下のように定義する.

定義 8-1 ある要素 X_i に対する接触方向が τ^{X_i} で表される時, その接触によって加えることのできる作用力 $f^{X_i}(\alpha^{X_i})$ の方向 α^{X_i} を $\alpha^{X_i} = \tau^{X_i} + \pi$ とする.

定義 8-2 全ての α^{X_i} を含むような集合 A^{X_i} を要素 X_i に対する作用力方向集合とする.

定義 8-3 作用力 $f^{X_i}(\alpha^{X_i})$ に対し, $\alpha^{X_i} + \pi$ で表される方向を持つ抗力 $r^{X_i}(\alpha^{X_i} + \pi)$ が存在する場合, 作用力方向集合 A' は $A' = \{ \alpha'^{X_i} \mid \alpha^{X_i} - \pi/2 \leq \alpha'^{X_i} \leq \alpha^{X_i} + \pi/2 \}$ となる.

定義 8-4 環境面 S_j は, その環境面に対し接触状態が 1 である物体の構成要素 X_i に作用力 $f^{S_j}(\Theta^{S_j} + \pi/2)$ が加えられた場合, 抗力 $r^{S_j}(\Theta^{S_j} + 3\pi/2)$ を発生できる.

以上の定義により, 例えば Fig.2.23(a) に示すような, 角度 $\Theta^{S_1} = 0$ の環境面 S_1 に対し接触パターンが P_4 の状態である物体の構成要素の作用力方向集合 A^{X_i} および A'^{X_i} は, それぞれ Fig.2.23(b) および Fig.2.23(c) のように図示できる. なお, Fig.2.23(c) では環境面 S_1 からの抗力を考慮し, 抗力が存在する方向の作用力 $f(\alpha^{X_i})$ を矢印で示している. ここで,

$$A^{V_0} = \{ \alpha^{V_0} \mid \pi < \alpha^{V_0} \leq 2\pi \} \quad (2.15)$$

$$A_h^{E_1} = \{ \alpha_h^{E_1} \mid \pi < \alpha_h^{E_1} < 2\pi \}, \quad A_t^{E_1} = \emptyset \quad (2.16)$$

$$A^{V_1} = \{ \alpha^{V_1} \mid \pi < \alpha^{V_1} < 2\pi \} \quad (2.17)$$

$$A_h^{E_2} = \{ \alpha_h^{E_2} \mid \pi < \alpha_h^{E_2} < 2\pi \}, \quad A_t^{E_2} = \emptyset \quad (2.18)$$

$$A^{V_2} = \{ \alpha^{V_2} \mid \pi \leq \alpha^{V_2} < 2\pi \} \quad (2.19)$$

$$A'^{V_0} = \{ \alpha'^{V_0} \mid \pi \leq \alpha'^{V_0} \leq 2\pi \} \quad (2.20)$$

$$A_h'^{E_1} = \{ \alpha_h'^{E_1} \mid \pi \leq \alpha_h'^{E_1} \leq 2\pi \}, \quad A_t'^{E_1} = \emptyset \quad (2.21)$$

$$A'^{V_1} = \{ \alpha'^{V_1} \mid \pi \leq \alpha'^{V_1} \leq 2\pi \} \quad (2.22)$$

$$A_h'^{E_2} = \{ \alpha_h'^{E_2} \mid \pi \leq \alpha_h'^{E_2} \leq 2\pi \}, \quad A_t'^{E_2} = \emptyset \quad (2.23)$$

$$A'^{V_2} = \{ \alpha'^{V_2} \mid \pi \leq \alpha'^{V_2} \leq 2\pi \} \quad (2.24)$$

となる.

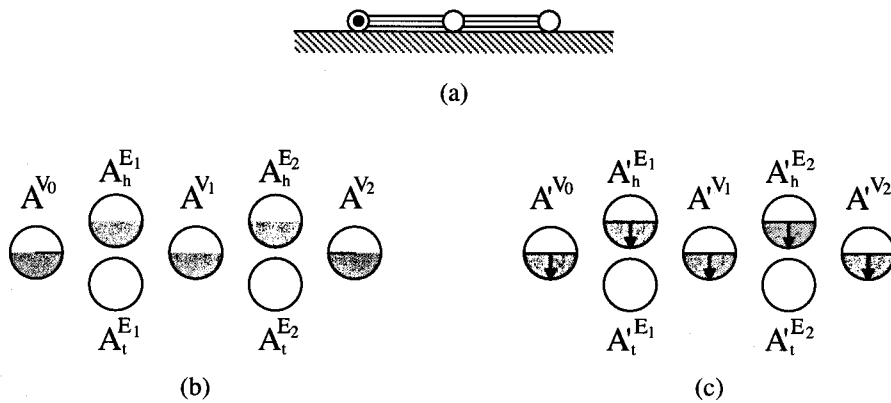


Fig.2.23 Example of acting direction set

以上の定義により, 遷移可能接触領域に選択された物体の全要素に対して, $M^{X_i} \cap (A^{X_i} \cup A'^{X_i}) \neq \emptyset$ が成り立つ場合, その状態遷移は実現できる可能性があり, その時の各要素に対する制御物体の接触方向 τ^{X_i} は, $\tau^{X_i} = \alpha^{X_i} - \pi$ となる. ただし, $\alpha^{X_i} \in (M^{X_i} \cap (A^{X_i} \cup A'^{X_i}))$ とする.

ここで, Fig.2.21(a) から Fig.2.21(b) への状態遷移を考えた場合, 作用力方向集合 A^{X_i} および A'^{X_i} はそれぞれ Fig.2.22(b) および Fig.2.22(c) のようになり, $M^{X_i} \cap (A^{X_i} \cup A'^{X_i}) = \emptyset$ となる. したがって, このままでは $P_4 \rightarrow P_8$ の状態遷移を実現できない.

そこで, 定義 8-3 を用いて $\alpha \in M^{X_i}$ なる作用力 $f(\alpha)$ を実現することを考える. 例えば, $\alpha_1^{X_i} = 0$, $\alpha_2^{X_i} = \pi$ となる $f_1^{X_i}(\alpha_1^{X_i})$, $f_2^{X_i}(\alpha_2^{X_i})$ が存在する場合, $f_1^{X_i}(\alpha_1^{X_i})$ に対し $f_2^{X_i}(\alpha_2^{X_i})$ が, $f_2^{X_i}(\alpha_2^{X_i})$ に対し $f_1^{X_i}(\alpha_1^{X_i})$ が抗力に相当するので, 定義 8-3 より $\alpha'^{X_i} = \pi/2 \in M^{X_i}$ となる. したがって,

遷移可能接触領域に選択されている V_0 および E_0 のオモテ面に対し, $f_1^{X_i}(\alpha_1^{X_i})$ および $f_2^{X_i}(\alpha_2^{X_i})$ で表される作用力を加えることができれば, 状態遷移は実現できることになる. ここで, 抗力に相当する作用力について以下のように定義する.

定義 8-5 物体に複数の作用力が作用している場合, 頂点 V_i への作用力 $f^{V_i}(\alpha^{V_i})$ に対し, 頂点 V_i, V_{i-1}, V_{i+1} および稜線 E_i への作用力 $f^{V_i}(\alpha^{V_i} + \pi), f^{V_{i-1}}(\alpha^{V_{i-1}} + \pi), f^{V_{i+1}}(\alpha^{V_{i+1}} + \pi), f^{E_i}(\alpha^{E_i} + \pi)$ は抗力となる. また, 稜線 E_i への作用力 $f^{E_i}(\alpha^{E_i})$ に対し, 頂点 V_{i-1}, V_i および稜線 E_i への作用力 $f^{V_{i-1}}(\alpha^{V_{i-1}} + \pi), f^{V_i}(\alpha^{V_i} + \pi), f^{E_i}(\alpha^{E_i} + \pi)$ は抗力となる.

上記の定義をもとに, $\alpha^{X_i} \in M^{V_0}$ なる作用力 $f(\alpha^{X_i})$ を実現するために, 制御物体をどこに接触させたらよいかを考えると, 以下ようになる.

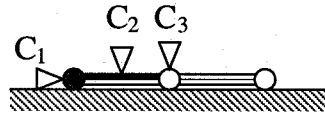
1. 頂点 V_0 に作用力 $f_1^{V_0}(0), f_2^{V_0}(\pi)$ を発生させる場合には, $0 \in A^{V_0}, \pi \in A^{V_0}$ となるので, 例えば, $\tau^{V_0} = \pi, \tau^{V_0} = \pi/2$ で表される方向から接触すればよいことになる. ただし, 状態遷移により頂点 V_0 の接触状態は 0 となるため, $f^{V_0}(3\pi/2)$ に対する抗力が失われ, $f_2^{V_0}(\pi)$ を発生できなくなる. よって, $(\tau^{V_0}, \tau^{V_0}) = (\pi, \pi/2)$ という組み合わせでは状態遷移を実現できない.
2. 頂点 V_0 に作用力 $f_1^{V_0}(0)$, 稜線 E_1 に作用力 $f_2^{E_1}(\pi)$ を発生させる場合には, $0 \in A^{V_0}, 0 \in A^{V_0}, \pi \in A^{E_1}$ となるので, 例えば, V_0 に対しては $\tau^{V_0} = \pi$, E_1 に対しては $\tau^{E_1} = \pi/2$ で表される方向から接触すればよいことになる. この場合も状態遷移により頂点 E_1 の接触状態は 0 となるが, 作用力 $f_1^{V_0}(0), f_2^{E_1}(\pi)$ により稜線 E_1 は変形するため, $\Theta^{E_1} = \Theta^{E_1}(s) \neq \Theta^{S_1} = 0$ となる. ここで, s は頂点 V_0 から稜線 E_1 に沿った距離を表す. したがって $\Theta^{E_1}(s) = 3\pi/2$ となるような位置に制御物体を接触させていれば, $f_2^{E_1}(\alpha_2^{E_1})$ は維持され, $(\tau^{V_0}, \tau^{E_1}) = (\pi, \pi/2)$ という組み合わせで状態遷移を実現できる可能性があることになる.
3. 頂点 V_0 に作用力 $f_1^{V_0}(\alpha_1)$, 頂点 V_1 に作用力 $f_2^{V_1}(\alpha_2)$ を発生させる場合には, $\alpha_1^{V_0} \in A^{V_0}, \alpha_1^{V_0} \in A^{V_0}, \alpha_2^{V_1} \in A^{V_1}$ となり, かつ $\alpha_2^{V_1} \in N^{V_1}$ となるので, 例えば, V_0 に対しては $\tau^{V_0} = \pi$, V_1 に対しては $\tau^{V_1} = \pi/2$ で表される方向から接触すればよいことになる. この場合, 状態遷移後も $f_1^{V_0}(\alpha_1^{V_0}), f_2^{V_1}(\alpha_2^{V_1})$ は維持されるため, $(\tau^{V_0}, \tau^{V_1}) = (\pi, \pi/2)$ という組み合わせは状態遷移を実現できる可能性がある.

稜線 E_1 についても同様に考えることにより, 制御物体を接触させる位置は Fig.2.24 に示すようになる. ここで, 状態遷移可能な接触位置の組み合わせは $C_1-C_2, C_1-C_3, C_2-C_2, C_2-C_3$ の 4 通りとなる. また, 例えば, 接触位置が C_1-C_3 の場合には, 最終的な作用力 $f(0 < \alpha < \pi)$ を発生させるために, 接触位置 C_1 では $f^{V_0}(\pi)$, 接触位置 C_3 では $f^{E_1}(\pi < \alpha^{E_1} < 3\pi/2)$ で表される作用力が必要であることも分かる.

特に, Fig.2.25 に示すように, 角度 $\Theta^{S_1} = 0$ の環境面 S_1 に対し接触パターンが P_4 の状態から, Fig.2.25(c) のように接触パターンが P_{12} の状態へと遷移する場合には, 実際には Fig.2.25(b) のような中間状態を取るので, 要求移動方向集合 M^{X_i} , 許容移動方向集合 N^{X_i} はそれぞれ

$$N^{V_0} = \{ 0, \pi \} \quad (2.25)$$

$$M^{E_1} = \{ \mu \mid 0 \leq \mu \leq 2\pi \} \quad (2.26)$$

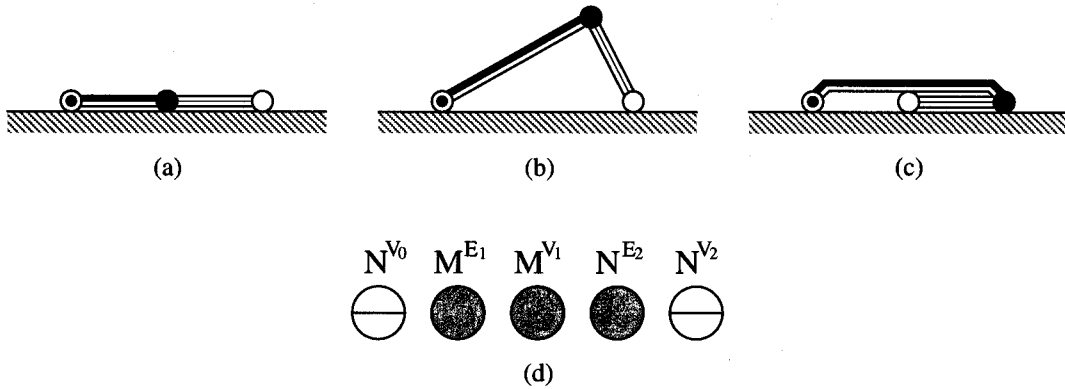
Fig.2.24 Example of contact points for transition from P_4 to P_8

$$M^{V_1} = \{ \mu \mid 0 \leq \mu \leq 2\pi \} \quad (2.27)$$

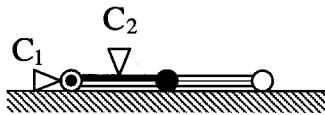
$$N^{E_2} = \{ \nu \mid 0 \leq \nu \leq 2\pi \} \quad (2.28)$$

$$N^{V_2} = \{ 0, \pi \} \quad (2.29)$$

となる。これらを図示したものを Fig.2.25(d) に示す。一方、接触方向集合 T^{X_i} は、式 (2.10) から式 (2.14) に、作用力方向集合 A^{X_i} および A'^{X_i} は、それぞれ式 (2.15) から式 (2.19) および式 (2.20) から式 (2.24) に等しい。

Fig.2.25 Transition from P_4 to P_{12} and its required/allowable moving direction set

したがって、制御物体を接触させる位置は Fig.2.26 に示すようになる。ここで、状態遷移可能な接触位置の組み合わせは C_1 - C_2 、 C_2 - C_2 の 2 通りとなる。

Fig.2.26 Example of contact points for transition from P_4 to P_{12}

このように、ある接触状態遷移が与えられた時、遷移可能接触領域および接触位置を考慮することにより、その状態遷移が実際に実現できるのか否か、実現できるとすれば、薄板状物体のどこに制御物体を接触させ、どのように力を与えればよいのかがわかる。

2.7 状態遷移の実現可能性に対する考察

例として、Fig.2.27 に示すような正隣接する三つの環境面が存在する環境で、Fig.2.27(a) のように、それぞれの環境面に対し接触パターンが P_4 - P_1 - P_1 であるような初期状態から、Fig. 2.27(b)

のようなパターン P_1 - P_1 - P_5 の目標状態へと状態を変化させる場合の状態遷移経路を求める。なお、ここでは7回までの状態遷移により目標状態へ到達できるもののみを選択している。経路の自動生成プログラムを実行することにより、条件を満たす状態遷移経路は全部で15,154通り存在することが分かる。以下では、得られた状態遷移経路のいくつかについて考察する。

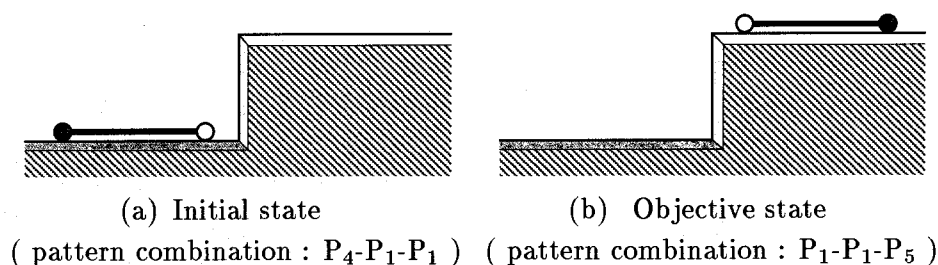


Fig.2.27 Operation for verification of state transition realization

(例1) Fig.2.28に、例1の場合の接触状態遷移と遷移可能接触領域を示す。また、Table 2.2に Fig.2.28の各状態における接触位置候補の組み合わせを示す。この例では、状態遷移全体を通して、物体の始点が常に遷移可能接触領域に選択されている。したがって、始点にハンド等の制御物体を接触させて操作すれば、一度も持ち変えることなく目標状態へと状態へと遷移させることができる。

なお、ここで Fig.2.28(b)における接触位置候補の組み合わせとして C_4 - C_4 が挙げられているのは、Fig.2.28(a)において、例えば組み合わせ C_2 - C_2 を選択した場合に、稜線 E_1 が変形し、Fig.2.28(b)において上向きの作用力を加えられるような形状になっている場合のみであり、そのような変形がない場合には、物体ウラ面からの抗力が存在しないため、接触位置 C_4 - C_4 に制御物体を接触させても物体に上向きの作用力を加えることはできず、状態遷移を実現できない。

Table 2.2 List of contact point combination in each state in Fig.2.28

pattern combination	list of contact point combination
(a) P_4 - P_1 - P_1	C_1 - C_2 , C_1 - C_3 , C_2 - C_2 , C_2 - C_3
(b) P_8 - P_1 - P_1	C_1 (when $\Theta^{E_1} \neq 3\pi/2$), C_1 - C_2 , C_3 (when $\Theta^{E_1} > 3\pi/2$), C_3 - C_3 , C_3 - C_4 , C_4 (when $\Theta^{E_1} < 3\pi/2$), C_4 - C_4 , C_5 - C_6 , C_5 - C_7 , C_5 - C_8 , C_6 - C_6 , C_6 - C_7
(c) P_3 - P_1 - P_1	C_1 (when $\Theta^{E_1} \neq 3\pi/2$), C_1 - C_2 , C_3 (when $\Theta^{E_1} > 3\pi/2$), C_3 - C_3 , C_3 - C_4 , C_4 (when $\Theta^{E_1} < 3\pi/2$), C_4 - C_4 , C_5 (when $\Theta^{E_1} \neq 3\pi/2$), C_5 - C_6
(d) P_1 - P_1 - P_1	C_1 (when $\Theta^{E_1} \neq 0$), C_1 - C_2 , C_3 (when $0 < \Theta^{E_1} < \pi$), C_3 - C_3 , C_3 - C_4 , C_4 (when $\pi < \Theta^{E_1} < 2\pi$), C_4 - C_4 , C_5 (when $\Theta^{E_1} \neq 0$), C_5 - C_6
(e) P_1 - P_3 - P_1	C_1 - C_2 , C_2 , C_3 - C_3 , C_3 - C_4 , C_4 , C_4 - C_4 , C_5 - C_6 , C_6
(f) P_1 - P_3 - P_3	C_1 - C_2 , C_2 , C_3 , C_3 - C_3
(g) P_1 - P_3 - P_5	C_1 , C_2 , C_3 , C_3 - C_3 , C_4

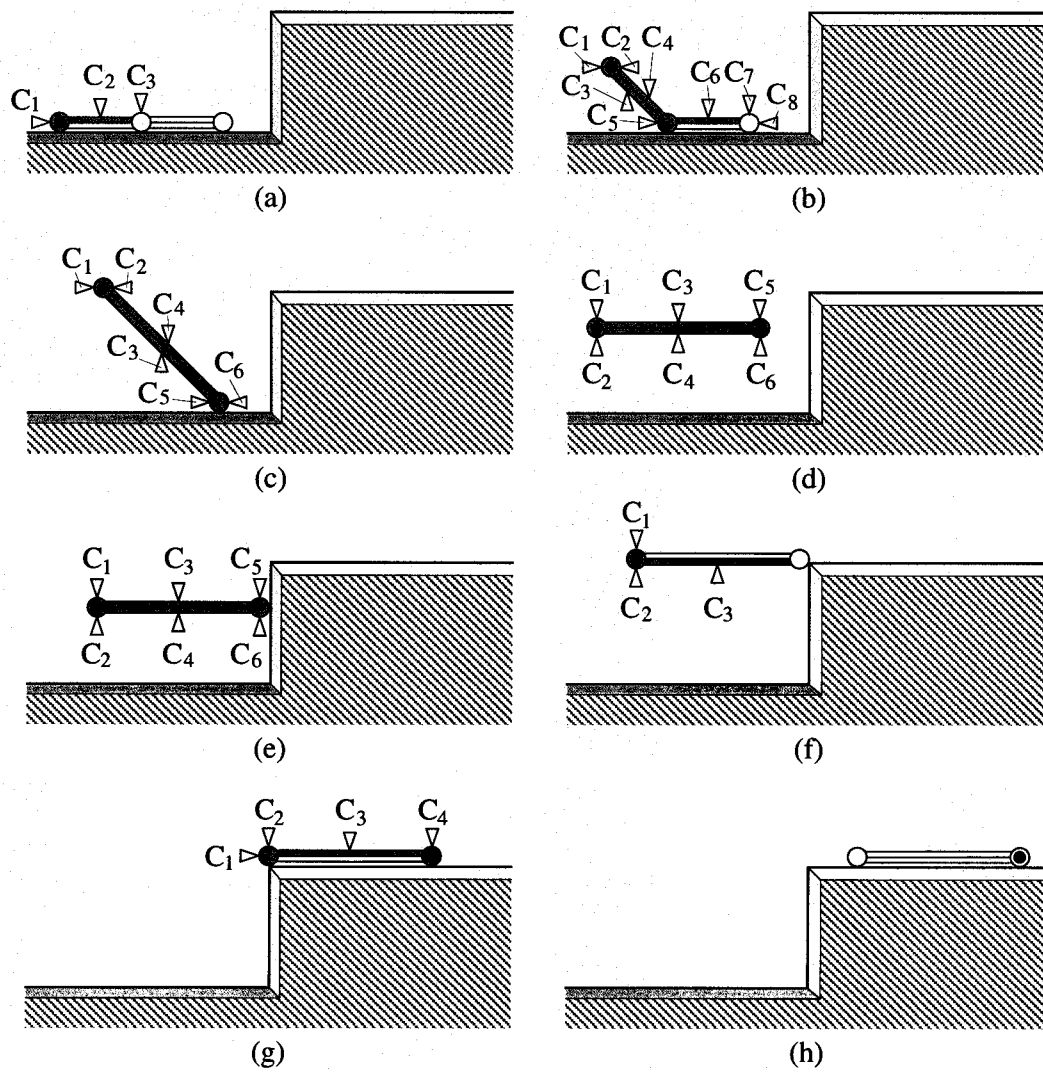


Fig.2.28 Contact state transition example #1

(例2) Fig.2.29に、例2の場合の接触状態遷移と遷移可能接触領域を示す。また、Table 2.3に Fig.2.29の各状態における接触位置候補の組み合わせを示す。この例では、Fig. 2.29(a)から Fig. 2.29(b)への状態遷移における遷移可能接触領域と、Fig. 2.29(b)から Fig. 2.29(c)への状態遷移における遷移可能接触領域とが全く異なっている。したがって、この例に示した状態遷移を選択した場合、Fig.2.29(b)の状態を一度持ち変えるか、複数のハンドが必要となる。

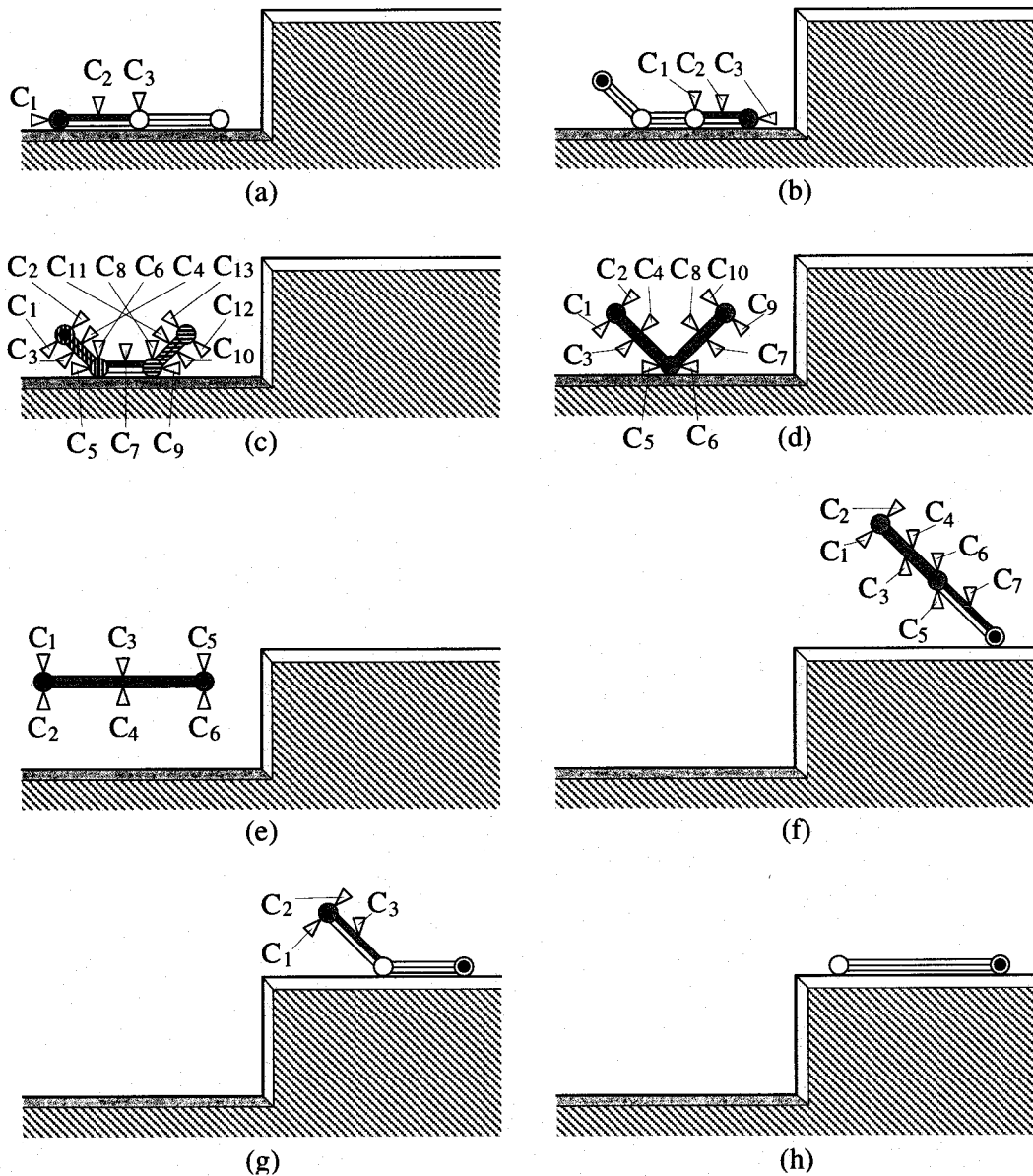


Fig.2.29 Contact state transition example #2

(例3) Fig.2.30に、例3の場合の接触状態遷移と遷移可能接触領域を示す。また、Table 2.4に Fig.2.30の各状態における接触位置候補の組み合わせを示す。この例では、状態遷移のみを考慮した場合、目標状態へと到達することができるが、Fig.2.30(c)から Fig.2.30(d)への状態遷移において遷移可能接触領域に選択されている要素が存在しない。したがって、この例に示した状態遷移は

Table 2.3 List of contact point combination in each state in Fig.2.29

pattern combination	list of contact point combination
(a) P ₄ -P ₁ -P ₁	C ₁ -C ₂ , C ₁ -C ₃ , C ₂ -C ₂ , C ₂ -C ₃
(b) P ₈ -P ₁ -P ₁	C ₁ -C ₂ , C ₁ -C ₃ , C ₂ -C ₂ , C ₂ -C ₃
(c) P ₁₆ -P ₁ -P ₁	C ₁ (when $\Theta^{E_1} \neq 3\pi/2$), C ₁ -C ₂ , C ₃ (when $\Theta^{E_1} < 3\pi/2$), C ₄ (when $\Theta^{E_1} > 3\pi/2$), C ₃ -C ₃ , C ₃ -C ₄ , C ₄ -C ₄ , C ₅ -C ₇ , C ₅ -C ₈ , C ₅ -C ₉ , C ₆ -C ₉ , C ₇ -C ₇ , C ₇ -C ₇ , C ₇ -C ₉ , C ₁₀ -C ₁₀ , C ₁₀ -C ₁₁ , C ₁₁ -C ₁₁ , C ₁₀ (when $\Theta^{E_3} < \pi/2$), C ₁₁ (when $\Theta^{E_3} > \pi/2$), C ₁₀ -C ₁₁ , C ₁₂ (when $\Theta^{E_3} \neq \pi/2$), C ₁₂ -C ₁₃
(d) P ₆ -P ₁ -P ₁	C ₁ (when $\Theta^{E_1} \neq 3\pi/2$), C ₁ -C ₂ , C ₃ (when $\Theta^{E_1} < 3\pi/2$), C ₃ -C ₃ , C ₃ -C ₄ , C ₄ (when $\Theta^{E_1} > 3\pi/2$), C ₄ -C ₄ , C ₅ -C ₆ , C ₇ (when $\Theta^{E_2} < \pi/2$), C ₇ -C ₇ , C ₇ -C ₈ , C ₈ (when $\Theta^{E_2} > \pi/2$), C ₈ -C ₈ , C ₉ (when $\Theta^{E_2} \neq \pi/2$), C ₉ -C ₁₀
(e) P ₁ -P ₁ -P ₁	C ₁ -C ₂ , C ₂ , C ₃ -C ₃ , C ₃ -C ₄ , C ₄ , C ₄ -C ₄ , C ₅ -C ₆ , C ₆
(f) P ₁ -P ₁ -P ₂	C ₁ -C ₂ , C ₂ , C ₃ -C ₃ , C ₃ -C ₄ , C ₄ , C ₄ -C ₄ , C ₆ , C ₅ -C ₆ , C ₇ , C ₇ -C ₇
(g) P ₁ -P ₁ -P ₁₁	C ₁ -C ₂ , C ₂ , C ₃ , C ₃ -C ₃

実際には実現不可能ということになる。

このように、接触状態遷移経路自動生成プログラムにより得られた遷移経路のそれぞれに対し、遷移可能接触領域を考慮することにより、そのような状態遷移を生じるマニピュレーションが実際に実現可能であるか否か、もし可能ならば、ハンド等の制御物体を薄板状物体のどこに接触させればいいのかをある程度導くことができる。更に、物体の実際の変形形状解析やそれぞれの状態に対する定量的な評価等と組み合わせることにより、薄板状物体のマニピュレーション計画導出の支援ができるものと考えられる。

Table 2.4 List of contact point combination in each state in Fig.2.30

pattern combination	list of contact point combination
(a) P ₄ -P ₁ -P ₁	C ₁ -C ₂ , C ₁ -C ₃ , C ₂ -C ₂ , C ₂ -C ₃
(b) P ₈ -P ₁ -P ₁	C ₁ , C ₁ -C ₂ , C ₃ , C ₃ -C ₃ , C ₄
(c) P ₈ -P ₂ -P ₁	—
(d) P ₆ -P ₂ -P ₁	C ₁ , C ₁ -C ₂ , C ₁ -C ₃ , C ₂ -C ₂ , C ₃ -C ₄
(e) P ₁ -P ₂ -P ₁	C ₁ (when $\Theta^{E_1} \neq \pi$), C ₁ -C ₂ , C ₃ (when $\Theta^{E_1} < \pi$), C ₃ -C ₃ , C ₃ -C ₄ , C ₄ (when $\Theta^{E_1} > \pi$), C ₄ -C ₄ , C ₅ -C ₆
(f) P ₁ -P ₁ -P ₁	C ₁ , C ₁ -C ₂ , C ₃ , C ₃ -C ₃ , C ₃ -C ₄ , C ₄ -C ₄ , C ₅ , C ₅ -C ₆
(g) P ₁ -P ₁ -P ₂	C ₁ -C ₂ , C ₂ , C ₃ , C ₃ -C ₃

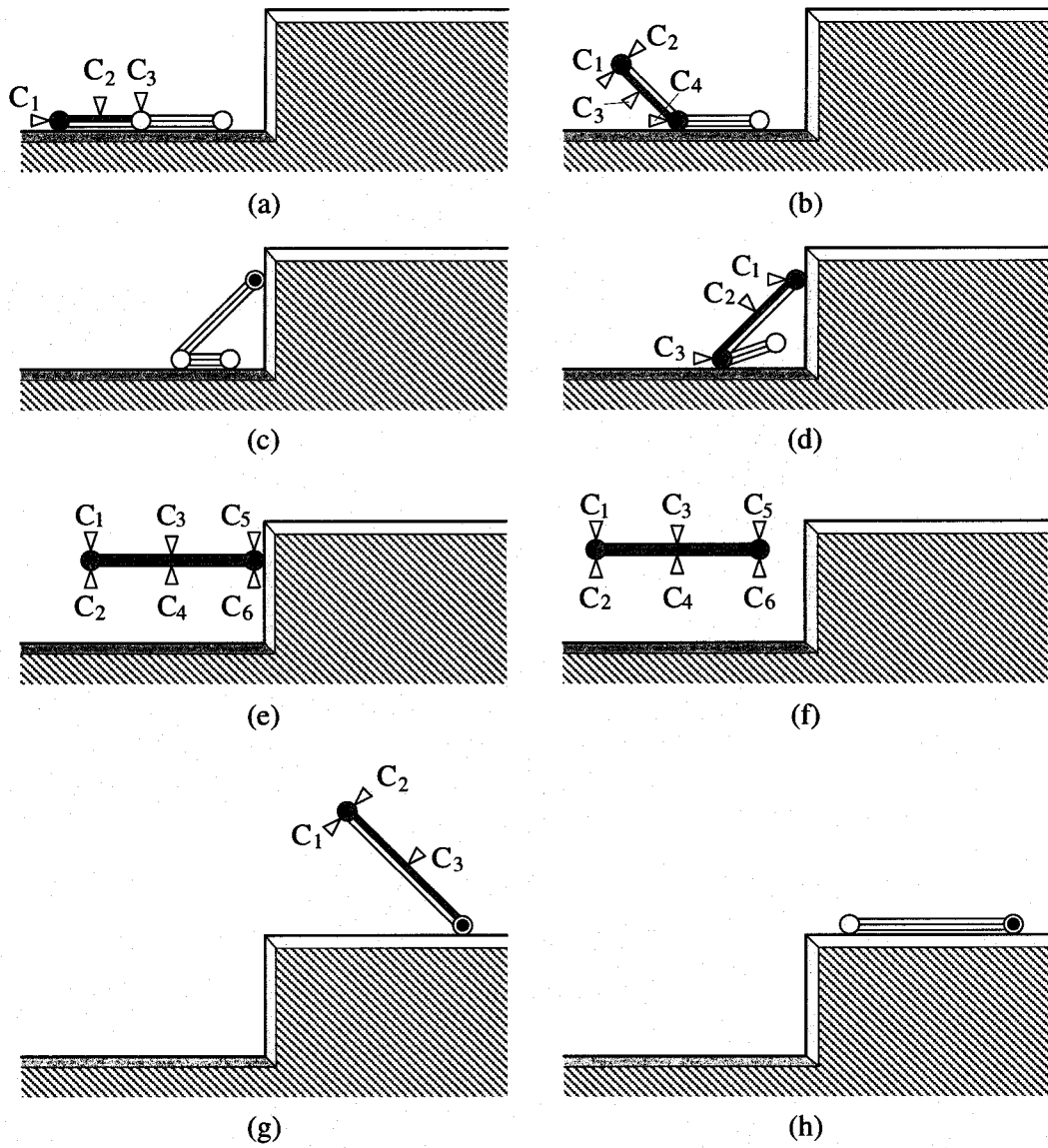


Fig.2.30 Contact state transition example #3

2.8 結論

本章では、二次元における薄板状物体と環境面との接触状態に基づいて、マニピュレーション過程を定性的に表現し、マニピュレーション計画導出の支援を試みた。本章の結論を以下に述べる。

- 薄板状物体と単一の環境面との接触状態を、定性的に23通りの接触パターンに分類した。また、複数の環境面との接触状態は、接触パターンの組み合わせにより表現できることを示した。
- 薄板状物体の接触状態の遷移について定義し、マニピュレーション過程が接触状態をノード、状態遷移をアークとするネットワークによって表現できることを示した。
- 物体の接触状態が遷移するためには必ず制御物体が接触する必要があることから、ある遷移を生じさせるために制御物体が接触しなくてはならない箇所を遷移可能接触領域として定義した。
- 薄板状物体の初期状態と目標状態が与えられた時、計算機により、条件を満たす接触状態遷移経路を自動生成できることを示した。
- 得られた接触状態遷移経路に対し、遷移可能接触領域を考慮することにより、薄板状物体のどこにハンドを接触させれば、そのような遷移を生じるマニピュレーションが可能なのかを導くことができることを示した。

本章で提案したマニピュレーションの表現手法は定性的なものであり、これから直接具体的なマニピュレーション計画を導出することは困難である。したがって、次章以降では、薄板状物体の変形解析手法およびマニピュレーション軌道導出手法、更には把持における安定性評価手法を提案し、本章での定性的表現手法と組み合わせることにより、より具体的なマニピュレーション計画の導出について考えていく。

第 3 章

薄板状物体の静的変形解析

3.1 緒言

紙や板金などの薄板状物体を扱うマニピュレーション作業は、生産現場や屋外作業、あるいは日常生活において、多く見受けられる作業であり、変形しやすい物体を対象とするマニピュレーション作業のひとつの典型である。このような作業においては、対象物の変形形状が予測できるか否かによって、成否のみならず、作業方策そのものに大きく影響を与えるため、マニピュレーションを合理的に遂行するためには、変形操作を含む作業の解析が重要となる。

薄板状物体の変形解析については、有限要素法等を用いて既に多くの研究がなされている。これらの解析手法は、物体の厳密な変形形状を求めることはできるが、マニピュレーション作業への応用を考えた場合、必ずしも扱いやすいとは言い難い。マニピュレーション作業においては、同一の作業においても、対象物とハンド、あるいは対象物と周囲の環境との相対位置に誤差を生じる可能性がある。よって、これより得られる不確実な拘束条件をもとにした厳密解は、あまり実用的な意味を持たない。また、マニピュレーション作業を考慮した場合には、必ずしも厳密な解を必要としない場合がある。例えば、薄板状物体のマニピュレーションにおいては、対象物の板厚方向への変形は無視できる。したがって、マニピュレーションへの適用を考慮したより簡潔なモデル化を行なう必要がある。更に、マニピュレーション作業では、対象物とハンド、周囲の環境とが接触することにより、単方向拘束の生じる場合が多い。先の手法では、このような現象を扱うことが困難となる。

そこで、本章では、マニピュレーション作業における薄板状物体の静的変形形状について解析する。まず、作業空間を二次元とし、安定な変形形状を求めるために、薄板状物体のポテンシャルエネルギーと物体に加えられる幾何学および力学的制約を定式化する。次に、非線形計画法を利用した変形形状の計算アルゴリズムを確立し、いくつかの数値例を示す。続いて、上記手法を応用して、三次元空間における線状物体および薄板状物体の変形形状についても解析を行う。最後に、変形形状の測定実験を行ない、提案する手法の妥当性を検証する。

3.2 基本原理

物体の変形形状は、物体に作用する力、他の物体から受ける幾何学的拘束、種々の環境における物体の物理的な性質に強く依存する。したがって、変形形状を導くときには、物体と環境の物理的性質、ならびにそれらの間の相互作用を考慮に入れる必要がある。本章では、変形に伴う動力学的

な影響は、すべて無視できるものと仮定し、薄板状物体の静的な安定形状を求めることを目的とする。ここで、物体のポテンシャルエネルギーは、静的な安定形状で最小になる [32] とする。そこで、本章では、物体に与えられる制約の下で、ポテンシャルエネルギーが最小になるような形状を計算することにより、変形形状を求める。したがって、変形形状を求める手順は、次のようになる。まず、物体の位置と形状を表現する一般化座標を導入する。次に、物体のポテンシャルエネルギーと制約を、一般化座標を用いて書き表す。続いて、制約のもとで、物体のポテンシャルエネルギーが最小になるような一般化座標を計算することにより、物体の静的な安定形状を求める。

マニピュレータにおける基本的な制御則として、位置制御と力制御とがある。位置制御では、マニピュレータの先端が、指定された位置・姿勢をもつように、マニピュレータを制御する。このような位置制御マニピュレータで物体を操作する場合、物体の位置・姿勢がある関係になるように制御されるので、物体には幾何学的な制約が課せられる。一方、力制御では、マニピュレータの先端に発生する力・モーメントが、指定された値になるようにマニピュレータを制御する。このような力制御マニピュレータで物体を操作する場合、物体は、手先によって与えられる力・モーメントとつり合うように変形するので、物体には力学的な制約が課せられる。このように、操作物体に加えられる制約は、制御則によって異なってくる。また、物体にはハンドやテーブル等、作業環境に存在する物体との接触により幾何学的な制約が課せられる。このような制約は非ホロノミックな拘束となる。したがって、以降では、このような位置制御、力制御、および非ホロノミックな拘束の取り扱いについても説明する。

3.3 ポテンシャルエネルギーと制約条件の定式化

本節では、前節で述べた基本原理を適用して、薄板状物体の変形操作を解析する。Fig.3.1に示すように、物体は長手方向にのみ曲げ変形するものと仮定する。ここでは、テーブル上の薄板状物体の曲げ操作を対象として解析を進めるが、薄板状物体の一般のマニピュレーション作業へも適用可能である。

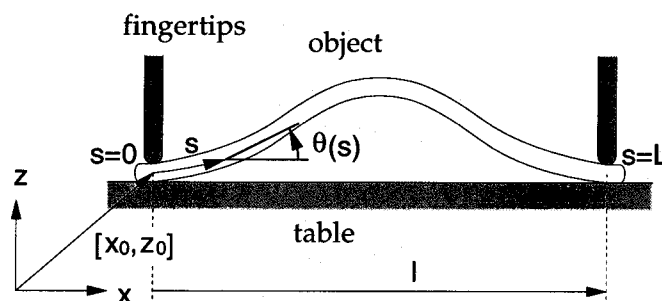


Fig.3.1 Bending deformation of thin object in 2 dimensional space

まず、薄板状物体の変形形状を表す一般化座標を導入する。変形前の薄板状物体の長さを L 、薄板の一端からの距離を s で表し、座標 s における物体の水平面からの角度を $\theta(s)$ で表す。Fig.3.1に示すように、水平方向に x 軸、鉛直方向に z 軸をとる。距離 s に対応する x, z 座標は、それぞれ次

のように表される.

$$x(s) = \int_0^s \cos \theta \, ds + x_0, \quad (3.1)$$

$$z(s) = \int_0^s \sin \theta \, ds + z_0 \quad (3.2)$$

ここで, x_0, z_0 はそれぞれ, $s = 0$ に対応する端点の x, z 座標を表す.

薄板状物体のポテンシャルエネルギー U_p が, 曲げ変形による弾性エネルギー U_{bend} と重力による位置エネルギー U_{grav} との和で与えられる場合について考える. すなわち,

$$U_p = U_{\text{bend}} + U_{\text{grav}} \quad (3.3)$$

各点の曲率は曲げモーメントに比例すると仮定する. 曲率は角度 θ の微係数で与えられるので, 物体の曲げ変形による弾性エネルギー U_{bend} は, 次式で表される.

$$U_{\text{bend}} = \int_0^L \frac{R_f}{2} \dot{\theta}^2 \, ds \quad (3.4)$$

ここで $\dot{\theta}$ は, 角度 θ の距離 s に関する微係数を, R_f は, 物体の曲げ剛性を表す. 重力による位置エネルギー U_{grav} は, 次式で与えられる.

$$U_{\text{grav}} = \int_0^L Mgz \, ds \quad (3.5)$$

ここで M は, 単位長さ当たりの物体の質量を, g は重力加速度を表す.

指やテーブルなどの他物体との接触により, 薄板状物体には幾何学的あるいは力学的な制約が課せられる. 物体に加えられるこのような制約を定式化する. まず, 物体と指とが接触することにより, 物体両端における角度に制約が加えられる. 両端における薄板状物体の角度は, 一定に保たれると仮定する. 左端, 右端における角度を, それぞれ θ_0, θ_L とすると, 次の制約が得られる.

$$\theta(0) = \theta_0, \quad \theta(L) = \theta_L \quad (3.6)$$

このように, 物体上のある点 $P(s_a)$ における変形後の姿勢が θ_a で与えられる場合には, 変形形状は次式で表される制約を満たさなくてはならない.

$$\theta(s_a) - \theta_a = 0 \quad (3.7)$$

変形後の端点間の距離は, x 軸方向に l , z 軸方向に 0 であるので, 次の制約式が得られる.

$$x(L) = x_0 + l, \quad (3.8)$$

$$z(L) = z_0 \quad (3.9)$$

一般に, 物体上の 2 点 $P(s_s), P(s_e)$ の変形後の位置関係 $\mathbf{x}(s_e) - \mathbf{x}(s_s)$ が $\mathbf{l} = [l_x \ l_z]^T$ で与えられる時, 変形形状は次式で表される制約を満たさなくてはならない.

$$\int_{s_s}^{s_e} \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} ds - \mathbf{l} = \mathbf{0} \quad (3.10)$$

水平方向の指の運動を位置制御する場合は、端点間の距離 l が指定されるので、式 (3.8) は幾何学的制約の一つである。一方、力制御する場合には、両端に加える力 F が指定されており、距離 l が未知量であるので、式 (3.8) は幾何学的制約に含まれない。したがって、上述のような形で力学的制約を定式化することはできない。

力学的制約を考慮するために、端点の移動距離と作用力とが、Fig.3.2に示すように一対一に対応すると仮定する。端点の移動距離 $L - l$ に対応する作用力を F とする。この時、物体のポテンシャルエネルギー U_p は、Fig.3.2に示す領域の面積で与えられる。ここで、作用力と移動距離の積 $F(L - l)$ と、ポテンシャルエネルギー U_p との差を U_{cp} とする。積 $F(L - l)$ は、物体の形状に関わらず一定なので、ポテンシャルエネルギー U_p が最小の時、 U_{cp} は最大である。すなわち、

$$-U_{cp} = U_p - F(L - l) \quad (3.11)$$

が最小になる。上式右辺は、指定された作用力 F を含む。また、端点間の距離 l は、 $x(L) - x(0)$ で与えられるので、ポテンシャルエネルギー U_p とともに、角度 θ の関数である。したがって、力制御の場合には、 $-U_{cp}$ を最小化することにより、安定な変形形状を求めることができる。

一般に、物体上のある点 $P(s_i)$ 、($i = 1, \dots, m$) に外力 f_i が加えられ、 $\Delta x(s_i)$ で表される変位が生じた場合、物体に加えられた仕事 W_i は

$$W_i = f_i \cdot \Delta x(s_i) \quad (3.12)$$

と表される。したがって、物体の静的に安定な変形形状は

$$-U_{cp} = U_p - \sum_{i=1}^m W_i \quad (3.13)$$

を最小とする $\theta(s)$ によって表される。

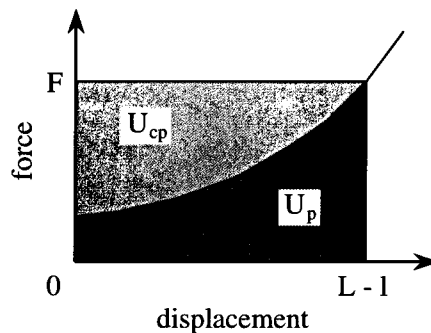


Fig.3.2 Relationship between displacement and applied force

続いて、物体とテーブルとの接触による幾何学的制約を定式化する。物体とテーブルとが干渉しないためには、物体上の任意の点は、テーブルの面上あるいは外側になければならない。この条件は、次式のように表される。

$$z(s) \geq z_0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (3.14)$$

一般に、作業空間には、作業対象物の変形を制限するような障害物が存在する。今、 $f(x, z) \leq 0$ で表される障害物があるとすると、変形形状は次式のような制約を満たさなくてはならない。

$$f(x(s), z(s)) \geq 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (3.15)$$

以上のように、薄板状物体に与えられる制約は、位置・姿勢制御に起因する制約と他の物体との干渉に起因する制約とから成る。前者は、一般化座標が満たすべき等式条件で与えられ、後者は、物体同士の接触による拘束が単方向性拘束であるため、不等式条件で表される。

以上まとめると、Fig.3.1のようなテーブル上の薄板状物体の曲げ操作において、水平方向の指の運動を位置制御する場合、制約式(3.6)(3.8)(3.9)(3.14)の下で、式(3.3)で与えられるポテンシャルエネルギーを最小化するような角度 $\theta(s)$ を求めることにより、薄板状物体の安定形状を計算することができる。一方、力制御の場合は、制約式(3.6)(3.9)(3.14)の下で、式(3.11)で与えられるエネルギーを最小化するような角度 $\theta(s)$ を求めることにより、薄板状物体の安定形状を計算することができる。

より一般的なマニピュレーション作業の場合には、制約式(3.7)(3.10)(3.15)の下で、式(3.13)で与えられるエネルギーが最小となるような $\theta(s)$ を求めることにより、薄板状物体の変形形状を計算することができる。

結局、変形形状の計算は、一般化座標 $\theta(s)$ に関する変分問題に帰着される。

3.4 変形形状導出のための計算アルゴリズム

前節で示したように、薄板状物体の変形形状を求める問題は、変分問題に帰着される。変分問題に対しては、関数空間の停留条件をもとにしたEulerの解法が知られている。すなわち、ラグランジュの未定乗数を用いて、制約式を目的関数に埋め込み、さらにオイラーの微分方程式を解くことにより、形状を導く手法である。この解法の問題点として、次の二点があげられる。

- 不等式制約を考慮することができない。
- 微分方程式を解くことが一般に難しい。

複数の物体が互いに干渉しないという条件は、式(3.14)のように、不等式制約により表される。このような不等式制約は、機械的な接触に起因し、非ホロノミックな拘束の一つである[33]。このような制約がある場合には、ポテンシャルエネルギーが最小となる形状が、停留条件を満たすとは限らない。したがって、停留条件に基づくオイラーの手法を適用することはできない。

しかし、物体のマニピュレーション作業においては、非ホロノミックな拘束を含む接触状態は多数存在すると考えられるため、不等式制約を考慮できない手法は、マニピュレーション作業の解析手法としては不十分である。

そこで本章では、Ritz法[34]と非線形計画法をもとにした、不等式制約も考慮できる直接的な手法により形状を求める。まず、変数 $\theta(s)$ を基底関数 $e_1(s), e_2(s), \dots, e_n(s)$ の線形和で表現する。

$$\theta(s) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot e_i(s) \triangleq \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{e}(s) \quad (3.16)$$

ここで、 $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_n]^T$ は係数ベクトル、 $\mathbf{e}(s) = [e_1(s), \dots, e_n(s)]^T$ は基底関数系である。

次に、ポテンシャルエネルギーならびに幾何学的制約を、係数ベクトル \mathbf{a} で表す。以下、水平方向の指の運動を位置制御する場合を例にとり、説明を進める。前節に示すように、位置制御の場合、ポテンシャルエネルギーは式 (3.3) で、幾何学的制約は式 (3.6) (3.8) (3.9) (3.14) で与えられる。式 (3.16) を式 (3.3) に代入すると、ポテンシャルエネルギー U_p は、係数ベクトル \mathbf{a} の関数として、次のように表される。

$$U_p(\mathbf{a}) = \int_0^L \frac{R_f}{2} (\mathbf{a}^T \cdot \dot{\mathbf{e}})^2 ds + \int_0^L Mg \left\{ \int_0^s \sin(\mathbf{a}^T \cdot \mathbf{e}) ds \right\} ds \quad (3.17)$$

同様に、制約式 (3.6) (3.8) (3.9) (3.14) も、係数ベクトル \mathbf{a} に関する条件式に帰着される。さらに、区間 $[0, L]$ を N 個の小区間に分割、制約式 (3.14) を離散化し、有限個の制約式に置き替える。その結果、制約式は、次のように表される。

$$\mathbf{a}^T \cdot \mathbf{e}(0) = \theta_0, \quad \mathbf{a}^T \cdot \mathbf{e}(L) = \theta_L, \quad (3.18)$$

$$\int_0^L \cos(\mathbf{a}^T \cdot \mathbf{e}) ds = x_0 + l, \quad (3.19)$$

$$\int_0^L \sin(\mathbf{a}^T \cdot \mathbf{e}) ds = z_0, \quad (3.20)$$

$$\int_0^{\frac{kL}{N}} \sin(\mathbf{a}^T \cdot \mathbf{e}) ds \geq z_0, \quad \forall k = 0, 1, \dots, N \quad (3.21)$$

以上のように、物体のポテンシャルエネルギーならびに幾何学的制約は、有限次元の係数ベクトル \mathbf{a} の関数として表される。結局、物体の形状は、制約式 (3.18) (3.19) (3.20) (3.21) のもとで、式 (3.17) を最小にするような係数ベクトル \mathbf{a} を計算することにより、求めることができる。これは、等式条件ならびに不等式条件のもとの最小化問題であり、非線形計画法の一手法である乗数法を用いて数値的に解くことができる [35]。水平方向の指の運動を力制御する場合に関しても、同じ手順にしたがって、物体の変形形状を求めることができる。

一般に、制約式 (3.7) (3.10) (3.15) は係数ベクトル \mathbf{a} の関数として表すことができる。したがって、先の変分問題は係数ベクトル \mathbf{a} に関する以下のような最適化問題に変換される。

$$\begin{aligned} \text{minimize} & : O(\mathbf{a}) = U_p(\mathbf{a}) - \sum_i W_i(\mathbf{a}) \\ \text{subject to} & : g_j(\mathbf{a}) \leq 0, \quad (j = 1, 2, \dots) \\ & h_k(\mathbf{a}) = 0, \quad (k = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (3.22)$$

ここで、 $g_j(\mathbf{a}) \leq 0$ は、式 (3.15) のような不等式制約、 $h_k(\mathbf{a}) = 0$ は、式 (3.7) のような等式制約を表す。これを、非線形計画法の手法によって制約なし最適化問題に変換すると、拡張目的関数 $O'(\mathbf{a})$ は、

$$O'(\mathbf{a}) = U_p(\mathbf{a}) - \sum_i W_i(\mathbf{a}) + \sum_j \lambda_j^{\text{in}} \cdot g_j(\mathbf{a}) + \sum_k \lambda_k^{\text{eq}} \cdot h_k(\mathbf{a})$$

となり、これを解くことによって、係数ベクトル \mathbf{a} と同時に、未定乗数 λ_j^{in} 、 λ_k^{eq} を求めることができる。これらの未定乗数は、 $g_j(\mathbf{a}) < 0$ あるいは $h_k(\mathbf{a}) = 0$ で表される制約が加えられている点にかかる力あるいはモーメントに一致する。したがって、変形形状の計算により、力制御の場合には力やモーメントの作用点における物体の位置および姿勢がわかるだけでなく、位置制御の場合には幾何学的制約の加えられた点にかかる力やモーメントも求めることができる。

3.5 変形形状の数値計算例

本節では、いくつかの数値例を示し、薄板状物体の変形形状がどのように計算されるかを示す。まず、例1では、水平方向の指の運動が位置制御の場合の計算例を示す。次に、例2では、水平方向の指の運動が力制御の場合の計算例を示す。例3では、変形形状への重力の影響を示す。最後に、例4として、いくつかの障害物に囲まれているときの薄板状物体の変形形状の計算例を示す。物体の長さ L は 100mm、曲げ剛性 R_f の値は $9.81 \times 10^7 \text{N}\cdot\text{m}^2$ とする。形状の計算時における基底関数系として、次の三角関数を用いる。

$$\begin{aligned} e(s) &= [e_1(s), e_2(s), e_3(s), e_4(s), e_5(s)]^T \\ &= \left[1, \sin \frac{2\pi s}{L}, \cos \frac{2\pi s}{L}, \sin \frac{4\pi s}{L}, \cos \frac{4\pi s}{L} \right]^T \end{aligned} \quad (3.23)$$

(例1) 例1では、水平方向の指の運動は、位置制御されると仮定する。変形後の端点間の距離 l に、いくつかの値を与えて、変形形状を計算する。ただし、重力による位置エネルギーは無視できるものと仮定する。すなわち、ポテンシャルエネルギーは、曲げ変形による弾性エネルギーのみから成る。両端の角度 θ_0, θ_L は、ともに 0(rad) とする。距離 l の値として順次 90, 70, 50, 30mm を与え、係数 a_1, \dots, a_5 ならびにポテンシャルエネルギー U_p の値を計算した結果を、Table 3.1 に示す。表に示すように、 a_2 以外の係数は、すべて 0 に等しい。すなわち、この例では、物体の変形形状は、基底関数 e_2 に対応する係数 a_2 のみによって特徴付けられる。Fig.3.3は、表に示した係数から計算した物体の変形形状である。図に示すように、提案した手法を用いることにより、大きな変形を伴う薄板状物体の形状を計算することができる。ここで、変形形状は z 軸に関して対象であることに注意する。偶関数 e_1, e_3, e_5 に対応する係数 a_1, a_3, a_5 は、いずれも 0 である。これは、変形形状が軸対称であることを意味する。

Table 3.1 Computed values of coefficient vectors and potential energy

l	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	U_p [J]
90	0.000	0.641	0.000	0.000	0.000	0.397×10^{-2}
70	0.000	1.141	0.000	0.000	0.000	1.260×10^{-2}
50	0.000	1.521	0.000	0.000	0.000	2.240×10^{-2}
30	0.000	1.869	0.000	0.000	0.000	3.380×10^{-2}

(例2) 例2では、水平方向の指の運動が、力制御されると仮定する。作用力 F にいくつかの値を与えて、変形形状を計算する。作用力 F と端点の変位量 $L - l$ との関係を示す。図に示すように、力の大きさが 0.4N より小さいときは、端点の変位が 0 である。すなわち、薄板状物体に曲げ変形を生じさせるためには、少なくとも 0.39N の作用力が必要であることがわかる。なお、この値は、座屈荷重 $4\pi^2 R_f / L^2$ に一致する。

(例3) 例3では、重力の影響を考慮した計算結果を示す。水平方向の指の運動は、位置制御されるとする。変数 s を長さ L で割り、ポテンシャルエネルギーと幾何学的制約を正規化すると、薄

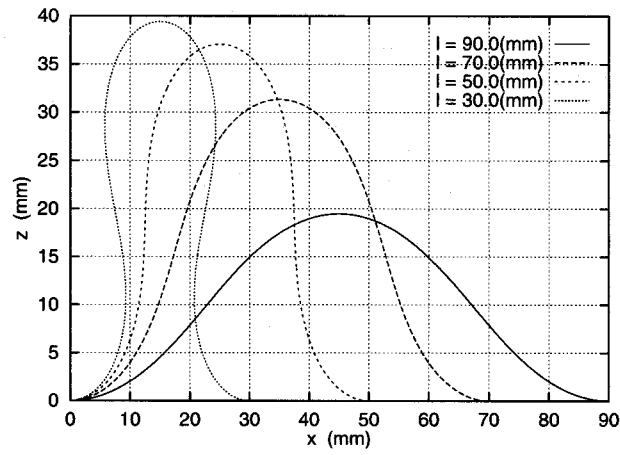


Fig.3.3 Example of computed object shapes

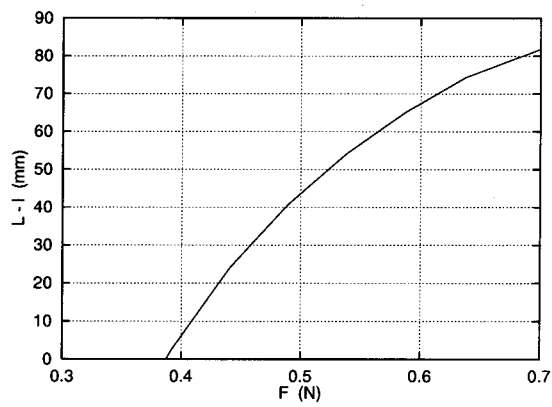


Fig.3.4 Relationship between applied force and computed displacement

板状物体の変形形状は，次の無次元量により特徴付けられることがわかる．

$$\rho = \frac{Mg}{R_f} L^3 \quad (3.24)$$

無次元量 ρ は，変形形状に対する重力の影響の寄与を表す．特に， $\rho = 0$ となる場合は，重力の影響を考慮しない場合に相当する．無次元量 ρ の値が大きくなるにしたがって，重力による位置エネルギーの寄与が大きくなる．変形後の端点間の距離 l は 70mm，両端の角度 θ_0, θ_L はともに 0rad とする．パラメータ ρ の値として 0, 1000, 2000, 3000, 5000 を与え，係数ベクトルとポテンシャルエネルギーの値を計算した結果を，Table 3.2 に示す．表に示すように， ρ の値が 2000 を越えたとき，偶関数 e_3, e_5 に対応する係数 a_3 ならびに a_5 の値は 0 でない．これは，変形形状が軸対称でないことを表す．Fig.3.5 は，表に示した係数に対応する変形形状を計算した結果を表す．図に示すように， ρ の値が大きくなるにしたがって，重力方向に形状の偏差が生じ，断面形状の頂点が下がることがわかる．さらに， ρ の値が 2000 を超えると，形状の対称性が崩れる．ただし，このとき物体は，おたがいに軸対称な二つの形状をとりうる．図には，一方の形状のみを示してある．非対称形状が得られることを確認するために，形状が対称であると仮定して変形形状を求め，そのときのポテンシャルエネルギーを計算する．対称性を仮定しない場合，たとえば ρ の値が 3000 のとき，エネルギー U_p の値は $5.081 \times 10^{-2} \text{J}$ である．一方，対称性を仮定した場合， U_p の値として $7.319 \times 10^{-2} \text{J}$ が得られた．このように，対称解はエネルギー最小条件を満たさないので，形状の対称性が崩れることがわかる．すなわち，無次元量 ρ がある値を超えると，変形形状の対称性が失われる．

このようなおたがいに軸対称な二つの非対称形状は，どちらもエネルギー最小条件を満たしている．したがって，変形形状がどちらの形状になるかを，事前に予測することは難しい．Fig.3.1 に示すマニピュレーション作業を考えた場合，Fig.3.1(d) において物体をはさむためにハンドを差し込むことのできる空間領域は，物体の変形形状が対称か非対称かに依存する．したがって，マニピュレーション作業を計画する際には，無次元量 ρ の値を考慮に入れる必要がある．

Table 3.2 Computed values of coefficient vectors and potential energy considering gravity effect

ρ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	U_p [J]
0	0.000	1.141	0.000	0.000	0.000	1.285×10^3
1000	0.000	1.135	0.000	-0.130	0.000	2.758×10^{-2}
2000	0.000	1.074	-0.004	-0.420	0.005	4.091×10^{-2}
3000	0.000	0.900	0.462	-0.332	-0.462	5.081×10^{-2}
5000	0.000	0.672	0.673	0.000	-0.673	6.888×10^{-2}

(例 4) 例 4 では，いくつかの障害物に囲まれた薄板状物体の変形形状を計算する．水平方向の指の運動は，位置制御されると仮定する．前節で述べたように，本手法の特徴の一つとして，物体どうしが干渉しないという条件に起因する，不等式条件を考慮できるという点が挙げられる．テーブルに起因する幾何学的制約に加えて，別の障害物がある場合の計算結果を示す．座標 (35.0mm, 25.0mm) に中心が来るように，半径 r の円形の障害物を置く．このとき，係数ベクトルとポテンシャルエネルギーを計算した結果を，Table 3.3 に示す．表には，障害物の半径 r を，5.0, 10.0,

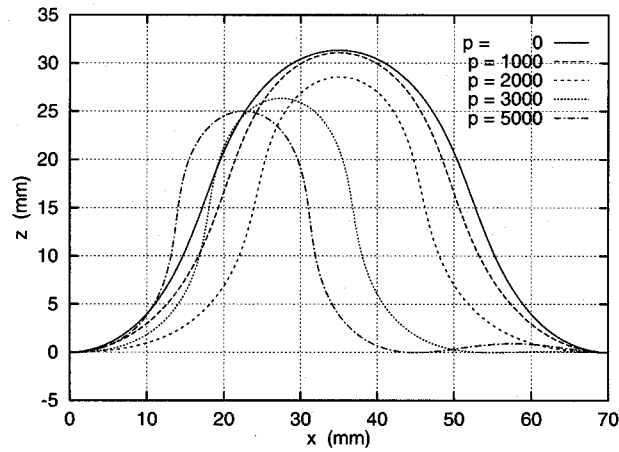


Fig.3.5 Example of computed object shapes considering gravity effect

15.0, 20.0mm とおき, 計算した例を示してある. Fig.3.7に, それぞれの場合の断面形状を示す. 薄板状物体が障害物と接触しながら変形していること, 形状の対称性が崩れていることがわかる. ただし, 物体が実際に障害物と接触する場合には, 摩擦力が発生するが, ここでは考慮していない.

Table 3.3 Computed values of coefficient vectors with obstacles

r	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	U_p [J]
5.0	-0.073	0.969	-0.406	0.113	0.479	2.005×10^{-2}
10.0	-0.079	0.806	-0.510	0.332	0.589	2.650×10^{-2}
15.0	-0.046	0.419	-0.483	0.817	0.529	4.066×10^{-2}
20.0	-0.094	0.471	-0.764	0.588	0.393	3.827×10^{-2}

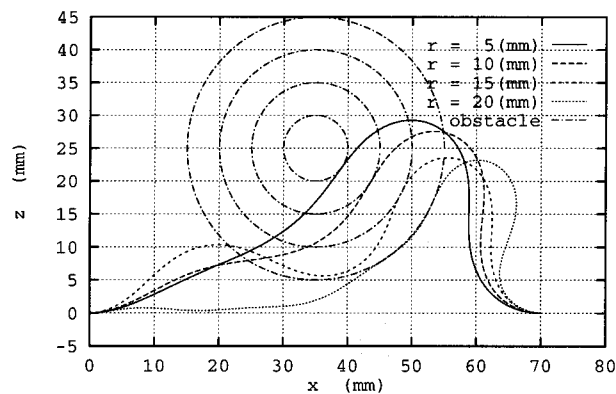


Fig.3.7 Example of computed object shapes with obstacles

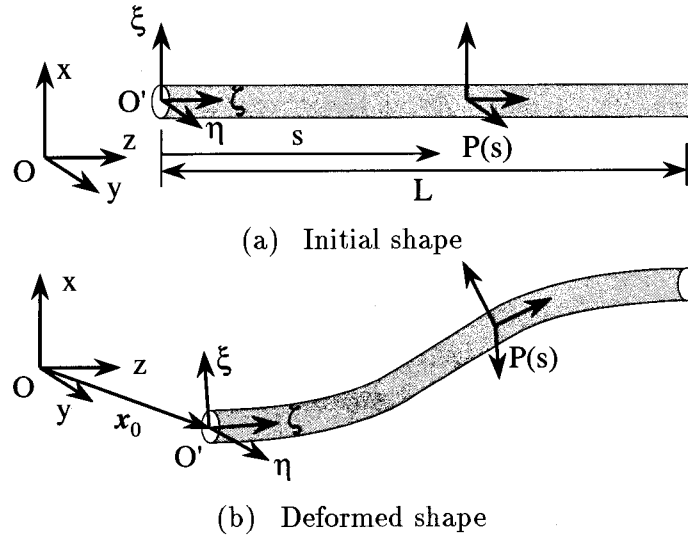


Fig.3.8 Deformation of string object

3.6 線状物体の静的変形解析

本節では、前節までの手法を応用して、線状物体の3次元空間内での変形形状を解析する。コードやワイヤーなどの線状物体は、一般に中心軸方向に長いため、薄板状物体と同じように、微小領域での変形量は小さくても、それらが累積することによって、物体全体の占める空間位置が大きく変化する。また、曲げ変形のほかに中心軸回りのねじれが加わるため、kinking[36]のような線状物体特有の現象を生じる。この時、物体は局所的に極端に変形するため、コードの場合には中の電線が断線するなどの損傷を受ける恐れがある。したがって、このような物体をマニピュレートするためには、変形形状を予測し、物体に損傷を与える可能性のある変形現象の発生を防ぐことが特に重要となる。

ここで、物体の持つポテンシャルエネルギーは、前節までの薄板状物体の変形形状解析と同じように、静的な安定形状において最小になるとし、与えられた制約条件の下で、ポテンシャルエネルギーが最小となるような形状を計算することにより、変形形状を求める。

3.6.1 幾何形状の表現

Fig.3.8に示すような長さ L の直線状物体の3次元空間内での変形形状の幾何表現について定式化する。作業空間内に空間座標系 $O-xyz$ を、物体の一方の端点に物体座標系 $O'-\xi\eta\zeta$ をとる。端点から部品に沿った距離を s で表し、その点における物体の中心軸方向に ζ 軸を、また初期状態、すなわち無変形状態において各点の ξ, η 軸方向が、空間座標系の x, y 軸に一致するように定める。変形後の各点における姿勢の変化を、オイラー角 $\phi(s), \theta(s), \psi(s)$ で表す。この時、各点における座標変換行列を A とすると、

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi \cos \psi - \sin \phi \sin \psi & -\cos \theta \cos \phi \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \psi & -\cos \theta \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \theta \sin \phi \\ -\sin \theta \cos \psi & \sin \theta \sin \psi & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

と表される。これより、点 $P(s)$ における中心軸方向ベクトル $\zeta(s)$ は、次のように表される。

$$\zeta(s) = A \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

また、変形後の物体上のある点 $P(s)$ の空間位置は、次のように表すことができる。

$$\mathbf{x}(s) = \mathbf{x}_0 + \int_0^s \zeta(s) ds \quad (3.27)$$

ここで、 \mathbf{x}_0 は変形後の物体座標系の原点の空間位置を表す。また、変形後の点 $P(s)$ における物体の曲率、ねじれ率は、それぞれ

$$\kappa^2 = \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 \quad (3.28)$$

$$\omega^2 = \left(\frac{d\phi}{ds} \cos \theta + \frac{d\psi}{ds} \right)^2 \quad (3.29)$$

と表すことができる。以上のように、線状物体の変形形状は、変数 $\phi(s)$ 、 $\theta(s)$ 、 $\psi(s)$ によって表現することができる。

3.6.2 ポテンシャルエネルギーの定式化

次に、線状物体の持つエネルギーを定式化する。前提条件として、物体には弾性変形のみが生じるものとし、物体は、中心軸方向には伸縮しないものとする。すなわち、ポテンシャルエネルギーとしては、曲げ・ねじれ変形による弾性エネルギーと、重力による位置エネルギーとを考える。各点の曲げモーメントは曲率 κ に、ねじりモーメントはねじれ率 ω に比例すると仮定すると、物体のポテンシャルエネルギー U_p は、次式により表すことができる。

$$U_p = \int_0^L \frac{R_f}{2} \kappa^2 ds + \int_0^L \frac{R_t}{2} \omega^2 ds + g \int_0^L M y ds \quad (3.30)$$

ここで、 R_f は曲げ剛性、 R_t はねじり剛性、 M は単位長さ当たりの質量を表す。また、物体上の点 $P(s_i)$ 、($i = 1, \dots, m$) に外力 \mathbf{f}_i が加えられ、 $\Delta \mathbf{x}(s_i)$ で表される変位が生じた場合、物体に加えられた仕事 W_i は式 (3.12) と同じように

$$W_i = \mathbf{f}_i \cdot \Delta \mathbf{x}(s_i) \quad (3.31)$$

と表される。結局、物体の静的に安定な変形形状は

$$-U_{cp} = U_p - \sum_{i=1}^m W_i \quad (3.32)$$

を最小とする変数 $\phi(s)$ 、 $\theta(s)$ 、 $\psi(s)$ によって表される。

3.6.3 制約条件の定式化

物体には、ハンドや作業空間によってさまざまな制約条件が課される。ここでは、そのような制約条件を定式化する。

物体上の2点 $P(s_s)$, $P(s_e)$ の変形後の位置関係 $\mathbf{x}(s_e) - \mathbf{x}(s_s)$ が $\mathbf{l} = [l_x, l_y, l_z]^T$ で与えられる時、変形形状は次式で表される制約を満たさなくてはならない。

$$\int_{s_s}^{s_e} \zeta(s) ds - \mathbf{l} = \mathbf{0} \quad (3.33)$$

また、物体上の点 $P(s_a)$ における変形後の姿勢が $\boldsymbol{\alpha} = [\phi_a, \theta_a, \psi_a]^T$ で与えられる場合には、変形形状は次式で表される制約を満たさなくてはならない。

$$\begin{bmatrix} \phi(s_a) \\ \theta(s_a) \\ \psi(s_a) \end{bmatrix} - \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0} \quad (3.34)$$

作業空間内に $f(x, y, z) \leq 0$ で表されるような障害物があるとすると、この障害物と干渉しないために、変形形状は次式のような制約を満たさなくてはならない。

$$f(x(s), y(s), z(s)) \geq 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (3.35)$$

特に、物体が自分自身と干渉しないためには、 $\phi(s)$, $\theta(s)$, $\psi(s)$ は以下の条件を満たさなくてはならない。

$$\begin{aligned} |\mathbf{x}(s_i) - \mathbf{x}(s_j)| &\geq r(s_i) + r(s_j), \\ \forall s_i, s_j \in [0, L], \text{ s.t. } |s_i - s_j| &\geq r(s_i) + r(s_j) \end{aligned} \quad (3.36)$$

ここで、 $r(s)$ は点 $P(s)$ における物体の半径を表す。したがって、 $\phi(s)$, $\theta(s)$, $\psi(s)$ は、式 (3.33) (3.34) (3.35) (3.36) で表されるような制約条件を満たさなくてはならない。

以上のように、線状物体に与えられる制約は、変数 $\phi(s)$, $\theta(s)$, $\psi(s)$ に関する等式および不等式条件で表される。

したがって、制約式 (3.33) (3.34) (3.35) (3.36) の下で、式 (3.32) で与えられるエネルギーを最小化するような変数 $\phi(s)$, $\theta(s)$, $\psi(s)$ を求めることにより、線状物体の安定形状を計算することができる。結局、変形形状の計算は、 $\phi(s)$, $\theta(s)$, $\psi(s)$ に関する変分問題に帰着される。

3.6.4 変形形状の数値計算例

前節では、変数 $\theta(s)$ を基底関数の線形和で表現することにより、 $\theta(s)$ に関する変分問題を係数ベクトルに関する最適化問題に変換し、薄板状物体の変形形状を数値的に導出した。そこで、本項でも同様な手法で線状物体の変形形状を求める。変数 $\phi(s)$, $\theta(s)$, $\psi(s)$ を基底関数 $e_1(s)$, $e_2(s)$, \dots , $e_n(s)$ の線形和として以下のように表現する。

$$\phi(s) = \sum_{i=1}^n a_i^\phi \cdot e_i(s) \triangleq \mathbf{a}^{\phi T} \cdot \mathbf{e}(s) \quad (3.37)$$

$$\theta(s) = \sum_{i=1}^n a_i^\theta \cdot e_i(s) \triangleq \mathbf{a}^{\theta T} \cdot \mathbf{e}(s) \quad (3.38)$$

$$\psi(s) = \sum_{i=1}^n a_i^\psi \cdot e_i(s) \triangleq \mathbf{a}^\psi \cdot \mathbf{e}(s) \quad (3.39)$$

$$\mathbf{a} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{a}^\phi \\ \mathbf{a}^\theta \\ \mathbf{a}^\psi \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

これにより，線状物体の変形形状の計算は，前節と同様に，式(3.22)で表されるような有限次元の係数ベクトル \mathbf{a} に関する最適化問題に変換される．そこで本項では，最適化手法を用い数値的に求めた線状物体の変形形状例をいくつか示す．また，3次元空間内で線状物体をマニピュレートした場合に起こり得る現象について考察する．本項の数値計算で用いる基底関数を以下に示す．

$$\begin{aligned} e_1(s) &= 1, & e_2(s) &= s, \\ e_{2n+1}(s) &= \sin \frac{2n\pi s}{L}, & (n &= 1, 2, 3, 4) \\ e_{2n+2}(s) &= \cos \frac{2n\pi s}{L}, & (n &= 1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

(例1) 長さ $L = 1$ の直線状物体に，以下のような制約条件を加える．

$$\int_0^L \zeta(s) ds - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.41)$$

$$\begin{bmatrix} \phi(0) \\ \theta(0) \\ \psi(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi(L) \\ \theta(L) \\ \psi(L) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.42)$$

また， $R_f/R_t = 1$ とし，重力の影響は無視する．同一軸線上で線状物体の両端間の距離を縮めた場合の変形形状の計算結果を Fig.3.9 に示す．線状物体を曲げていくと，物体の変形形状が Fig.3.9 左のような Ω 型，すなわち曲げ変形のみが生じている形状から，Fig.3.9 右のような l 型，すなわち曲げ変形とねじれ変形とが生じている形状へと変化する場合がある．ここでは，前者をモード1形状，後者をモード2形状と呼ぶことにする．Fig.3.10 にこのような現象における線状物体のポテンシャルエネルギーを示す．また，物体の形状がモード1を維持するように制約を加えた場合のポテンシャルエネルギーも図中に示す．図より，物体がモード1形状からモード2形状になることによって，曲げ変形による弾性エネルギーの一部がねじれ変形による弾性エネルギーに変換され，全体として，モード1形状を維持した場合よりもポテンシャルエネルギーが小さくなっていることが分かる．したがって，このような変形形状の変化は，物体がより低いエネルギー状態を選択するために生じる現象であると考えることができる．この現象は，本手法を用いることにより，Fig.3.9 のようにシミュレートすることができる．

(例2) $R_f/R_t = 1$ ，また重力の影響は無視できるとし，同一軸線上で線状物体にねじりを加えた場合の変形形状の計算結果を Fig.3.11 に示す．線状物体をねじっていくと，物体の変形形状が Fig.3.11 左のような直線状から Fig.3.11 右のような曲がりくねった状態へと変化する場合がある．このような現象は kinking と呼ばれる．Fig.3.12 に kinking 現象における線状物体のポテンシャルエネルギーを示す．両端の相対的なねじれ角 ω_0 が $\omega_0 = 4\pi$ となるまでは両端間の距離 l を $l = L$

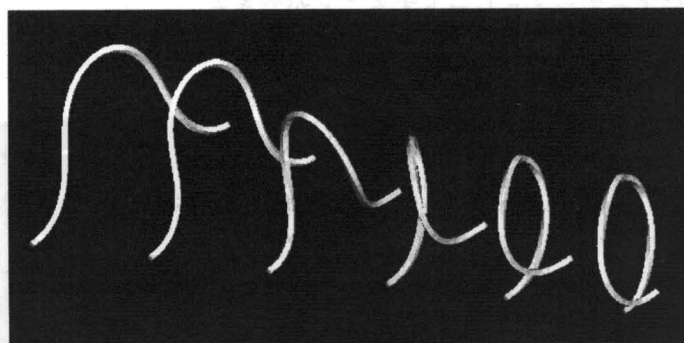


Fig.3.9 Computational results of bending deformation

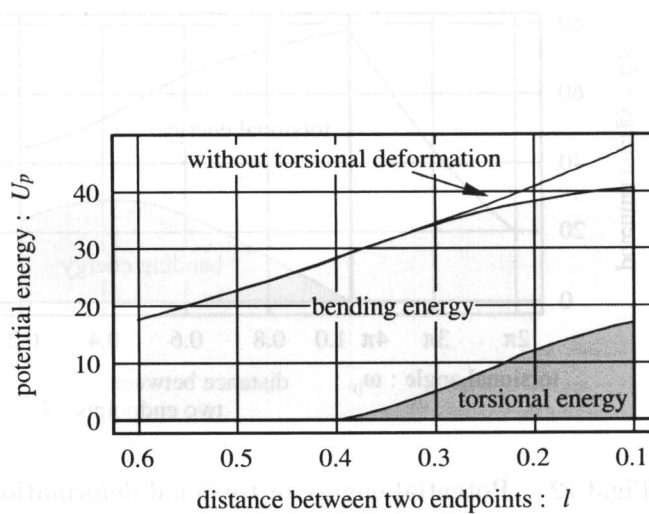


Fig.3.10 Potential energy of bending deformation

に固定し、その後、 $\omega_0 = 4\pi$ のままで l を小さくしていった場合の物体のポテンシャルエネルギーを示している。図より、物体が曲がりくねることによって、ねじれ変形による弾性エネルギーの一部が曲げ変形による弾性エネルギーに変換され、全体としてポテンシャルエネルギーが小さくなっていることが分かる。すなわち、kinking とは、線状物体をねじった場合に、直線的形状より曲がりくねった形状の方がエネルギー状態が小さくなるために生じる現象であると考えられる。このような現象も、本手法によってシミュレートすることができる。

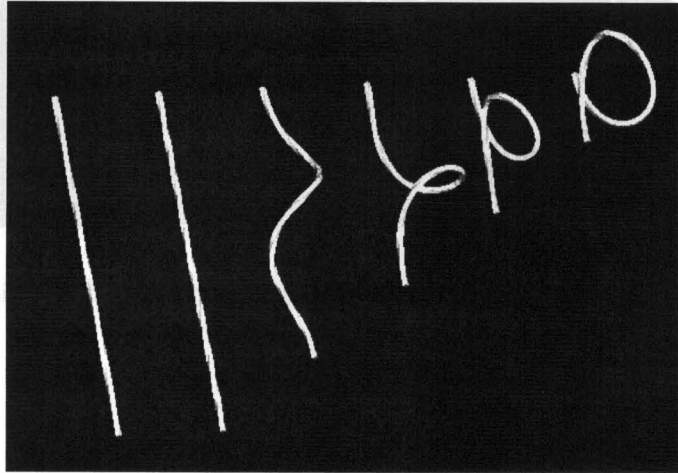


Fig.3.11 Computational results of torsional deformation

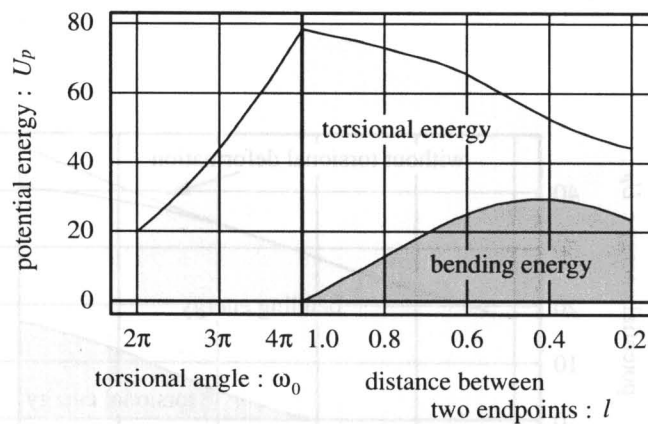


Fig.3.12 Potential energy of torsional deformation

(例1) および (例2) に示したような、変形操作における線状物体特有の現象を予測できるということは、線状物体のマニピュレーション計画を行なう上で非常に重要である。その他、線状物体の太さが一様ではない、すなわち曲げ剛性やねじり剛性が一様ではない場合や、作業空間内に障害物がある場合の変形形状も、本手法により Fig.3.13, Fig.3.14 のように求めることができる。したがって、本手法はより一般的な線状物体のマニピュレーション戦略導出支援において非常に有用であると考えられる。

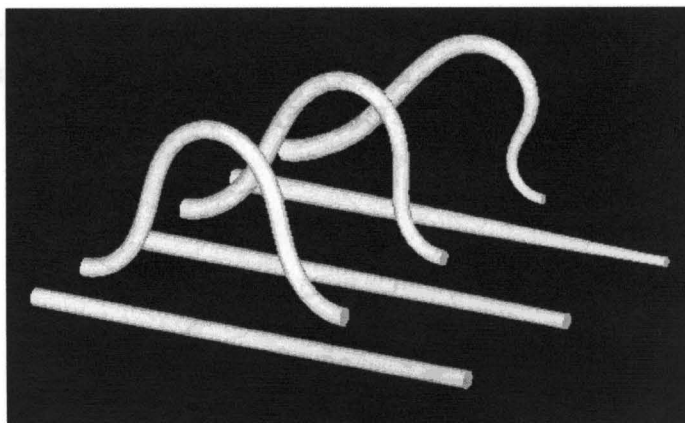


Fig.3.13 Computed shape of deformed objects whose radius changes along their central axis

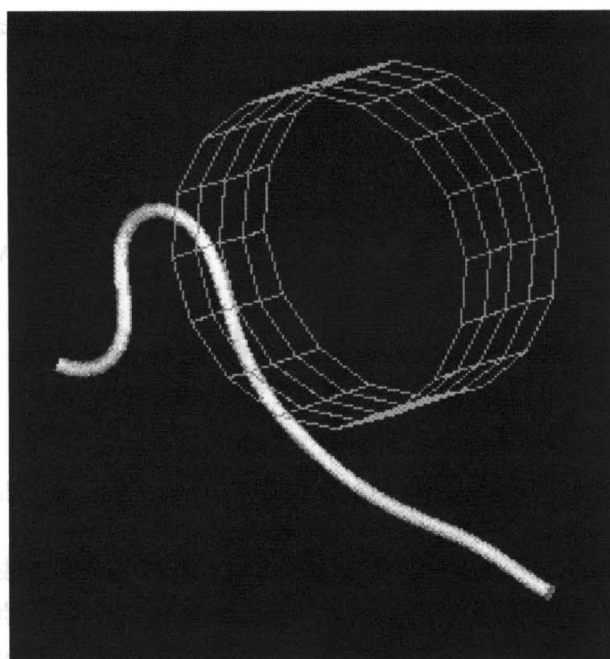


Fig.3.14 Computed shape of deformed object with obstacle

3.7 薄板状物体の3次元変形解析

本節では、前節までの手法を応用して、薄板状物体の3次元空間内での変形形状を解析する。3.2節から3.5節では、物体は長手方向にのみ曲げ変形を生じる、すなわち幅方向には一様に変形するものと仮定していたが、本節では、物体は長手方向、幅方向の両方に变形するものとし、解析を行なう。したがって、曲げ変形だけでなく、面内変形や長手・幅方向へのねじれも考慮する必要がある。これにより、薄板状物体の一般的な変形形状の予測が可能となる。

3.7.1 幾何形状の表現

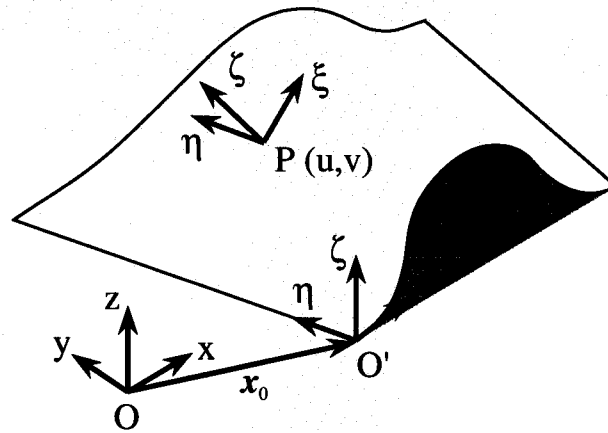


Fig.3.15 Deformation of thin object in 3 dimensional space

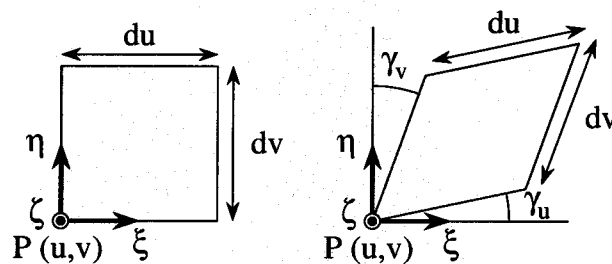


Fig.3.16 Deformation of infinitesimal element $dudv$

長さ U 、幅 V の矩形型薄板状物体の三次元空間内での変形形状の幾何表現について定式化する。Fig.3.15に示すように、作業空間内に空間座標系 $O-xyz$ を、物体の一端点に物体座標系 $O'-\xi\eta\zeta$ をとる。端点から部品の長さ方向に沿った距離を u 、部品の幅方向に沿った距離を v で表し、その点における物体の法線方向に ζ 軸を、また初期状態、すなわち無変形状態において各点の ξ 、 η 軸方向が、空間座標系の x 、 y 軸に一致するように定める。物体の微小要素 $dudv$ は Fig.3.16(b) のように変形するものとし、変形後の各点における ξ 、 η 、 ζ 軸の方向の変化を、オイラー角 $\phi(u, v)$ 、 $\theta(u, v)$ 、 $\psi(u, v)$ で表す。ここで、新たに $\psi_u(u, v) = \psi(u, v) + \gamma_u(u, v)$ 、 $\psi_v(u, v) = \psi(u, v) - \gamma_v(u, v)$ と

おき、 ξ 軸および η 軸に対する座標変換行列をそれぞれ A および B とすると、

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi \cos \psi_u - \sin \phi \sin \psi_u & -\cos \theta \cos \phi \sin \psi_u - \sin \phi \cos \psi_u & \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \cos \psi_u + \cos \phi \sin \psi_u & -\cos \theta \sin \phi \sin \psi_u + \cos \phi \cos \psi_u & \sin \theta \sin \phi \\ -\sin \theta \cos \psi_u & \sin \theta \sin \psi_u & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$B = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi \cos \psi_v - \sin \phi \sin \psi_v & -\cos \theta \cos \phi \sin \psi_v - \sin \phi \cos \psi_v & \sin \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \cos \psi_v + \cos \phi \sin \psi_v & -\cos \theta \sin \phi \sin \psi_v + \cos \phi \cos \psi_v & \sin \theta \sin \phi \\ -\sin \theta \cos \psi_v & \sin \theta \sin \psi_v & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

と表される。これより、点 $P(u, v)$ における各軸方向単位ベクトル $\xi(u, v)$, $\eta(u, v)$, $\zeta(u, v)$ は、それぞれ次のように表される。

$$\xi(u, v) = A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \eta(u, v) = B \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \zeta(u, v) = A \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

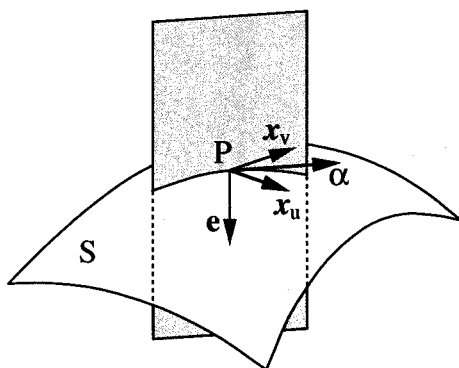


Fig.3.17 Curvature of curved surface

一方、3次元曲面の幾何学において、曲面 $S : \mathbf{x} = \mathbf{x}(u, v)$ 上のある点 P における単位接ベクトル α 方向の曲率 κ は一般に次のように表される。

$$\kappa = (\mathbf{x}_{uu} \cdot \mathbf{e}) \cos^2 \alpha + 2(\mathbf{x}_{uv} \cdot \mathbf{e}) \cos \alpha \sin \alpha + (\mathbf{x}_{vv} \cdot \mathbf{e}) \sin^2 \alpha \quad (3.46)$$

ただし、

$$\alpha = \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial u} \right|_P \cdot \cos \alpha + \left. \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial v} \right|_P \cdot \sin \alpha \quad (3.47)$$

であるとする。ここで、

$$\mathbf{x}_{uu} = \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial u^2} = \frac{\partial \xi}{\partial u} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{x}_{uv} = \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial v \partial u} = \frac{\partial \xi}{\partial v} \quad (3.49)$$

$$\mathbf{x}_{vv} = \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial v^2} = \frac{\partial \eta}{\partial v} \quad (3.50)$$

$$\mathbf{x}_{vu} = \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial u \partial v} = \frac{\partial \eta}{\partial u} \quad (3.51)$$

$$\mathbf{e} = -\zeta \quad (3.52)$$

であるので、 u, v 方向の曲率 κ_u, κ_v およびねじれ率 ω_u, ω_v は次のように表される。

$$\kappa_u = -\frac{\partial \xi}{\partial u} \cdot \zeta = -\frac{\partial \theta}{\partial u} \cos \psi_u - \frac{\partial \phi}{\partial u} \sin \theta \sin \psi_u \quad (3.53)$$

$$\kappa_v = -\frac{\partial \eta}{\partial v} \cdot \zeta = \frac{\partial \theta}{\partial v} \sin \psi_v - \frac{\partial \phi}{\partial v} \sin \theta \cos \psi_v \quad (3.54)$$

$$\omega_u = -\frac{\partial \eta}{\partial u} \cdot \zeta = \frac{\partial \theta}{\partial u} \sin \psi_v - \frac{\partial \phi}{\partial u} \sin \theta \cos \psi_v \quad (3.55)$$

$$\omega_v = -\frac{\partial \xi}{\partial v} \cdot \zeta = -\frac{\partial \theta}{\partial v} \cos \psi_u - \frac{\partial \phi}{\partial v} \sin \theta \sin \psi_u \quad (3.56)$$

3.7.2 ポテンシャルエネルギーの定式化

次に、薄板状物体の持つエネルギーを定式化する。前提条件として、物体には弾性変形のみが生じるものとし、物体の中立面は伸縮しないものとする。すなわち、ポテンシャルエネルギーとしては、曲げ・ねじれによるひずみエネルギーと、重力による位置エネルギーとを考える。

薄板状物体の微小要素 $dudvdw$ が持つポテンシャルエネルギー dU_p は、Kirchhoff-Love の仮定を用いることにより、次のように与えられる。

$$dU_p = \left\{ \frac{1}{2}(\varepsilon_u^2 + \varepsilon_v^2 - 2\nu\varepsilon_u\varepsilon_v) + \frac{1}{2}\gamma_{uv}^2 + Dgz \right\} dudvdw \quad (3.57)$$

ここで、 ε_u および ε_v はそれぞれ u および v 方向の垂直ひずみ、 γ_{uv} はせん断ひずみ、 ν はポアソン比、 D は密度を表す。各点の垂直ひずみおよびせん断ひずみを式 (3.53)(3.54)(3.55)(3.56) で与えられる曲率 κ_u 、 κ_v およびねじれ率 ω_u 、 ω_v で表すことにより、薄板状部品の持つポテンシャルエネルギー U_p は

$$U_p = \frac{Et^3}{24(1-\nu^2)} \int_0^U \int_0^V (\kappa_u^2 + \kappa_v^2 + 2\nu\kappa_u\kappa_v) dudv + \frac{Gt}{2} \int_0^U \int_0^V (\psi_u - \psi_v)^2 dudv \\ + \frac{Gt^3}{6} \int_0^U \int_0^V \omega_u^2 dudv + Dgt \int_0^U \int_0^V z dudv \quad (3.58)$$

となる。ただし、 E はヤング率、 G は剛性率、 t は板厚を表す。

3.7.3 制約条件の定式化

物体には、ハンドや作業空間によってさまざまな制約条件が課される。ここでは、そのような制約条件を定式化する。

まず、式 (3.49)(3.51) より、物体の任意の点で

$$\mathbf{x}_{uv} = \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial v \partial u} = \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial u \partial v} = \mathbf{x}_{vu} \quad (3.59)$$

という条件を満たさなくてはならないので、ベクトル \mathbf{x}_{uv} および \mathbf{x}_{vu} の ξ 、 η 、 ζ 各軸成分を比較することにより、以下のような制約条件が導かれる。

$$\left(\frac{\partial \psi_v}{\partial u} + \frac{\partial \phi}{\partial u} \cos \theta \right) \cos(\psi_u - \psi_v) = 0, \quad \forall \{u, v \mid u \in [0, U], v \in [0, V]\} \quad (3.60)$$

$$\left(\frac{\partial \psi_u}{\partial v} + \frac{\partial \phi}{\partial v} \cos \theta \right) \cos(\psi_u - \psi_v) = 0, \quad \forall \{u, v \mid u \in [0, U], v \in [0, V]\} \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial u} \sin \psi_v - \frac{\partial \phi}{\partial u} \sin \theta \cos \psi_v + \frac{\partial \theta}{\partial v} \cos \psi_u + \frac{\partial \phi}{\partial v} \sin \theta \sin \psi_u = 0, \\ \forall \{u, v \mid u \in [0, U], v \in [0, V]\} \quad (3.62)$$

物体上の2点 $P(u_s, v_s)$, $P(u_e, v_e)$ の変形後の位置関係 $\mathbf{x}(u_e, v_e) - \mathbf{x}(u_s, v_s)$ が $\mathbf{l} = [l_x, l_y, l_z]^T$ で与えられる時, 変形形状は次式で表される制約を満たさなくてはならない.

$$\begin{aligned} & \int_{u_s}^{u_e} \boldsymbol{\xi}|_{v=v_s} du + \int_{v_s}^{v_e} \boldsymbol{\eta}|_{u=u_e} dv - \mathbf{l} \\ &= \int_{v_s}^{v_e} \boldsymbol{\eta}|_{u=u_s} dv + \int_{u_s}^{u_e} \boldsymbol{\xi}|_{v=v_e} du - \mathbf{l} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.63)$$

また, 物体上のある点 $P(u_a, v_a)$ における変形後の u 方向単位接線ベクトルが $\boldsymbol{\xi}_a = [\xi_{xa}, \xi_{ya}, \xi_{za}]^T$, v 方向単位接線ベクトルが $\boldsymbol{\eta}_a = [\eta_{xa}, \eta_{ya}, \eta_{za}]^T$ で与えられる場合には, 変形形状は次式で表される制約を満たさなくてはならない.

$$\boldsymbol{\xi}(u_a, v_a) = \boldsymbol{\xi}_a, \quad \boldsymbol{\eta}(u_a, v_a) = \boldsymbol{\eta}_a \quad (3.64)$$

作業空間内に $f(x, y, z) \leq 0$ で表されるような障害物があるとすると, この障害物と干渉しないために, 変形形状は次式のような制約を満たさなくてはならない.

$$f(x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \geq 0, \quad \forall \{u, v \mid u \in [0, U], v \in [0, V]\} \quad (3.65)$$

したがって, 制約式 (3.60) (3.61) (3.62) (3.63) (3.64) (3.65) の下で, 式 (3.58) で与えられるエネルギーを最小化するような変数 $\phi(u, v)$, $\theta(u, v)$, $\psi_u(u, v)$, $\psi_v(u, v)$ を求めることにより, 薄板状物体の安定形状を計算することができる. 結局, 変形形状の計算は, $\phi(u, v)$, $\theta(u, v)$, $\psi_u(u, v)$, $\psi_v(u, v)$ に関する変分問題に帰着される.

3.7.4 変形形状の数値計算例

前節では, 変数 $\theta(s)$ を基底関数の線形和で表現することにより, $\theta(s)$ に関する変分問題を係数ベクトルに関する最適化問題に変換し, 薄板状物体の変形形状を数値的に導出した. そこで, 本項でも同様な手法で薄板状物体の変形形状を求める. 変数 $\phi(u, v)$, $\theta(u, v)$, $\psi_u(u, v)$, $\psi_v(u, v)$ を基底関数 $e_i(u) \cdot e_j(v)$, ($i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$) の線形和として以下のように表現する.

$$\phi(u, v) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\phi} \cdot e_i(u) \cdot e_j(v) \quad (3.66)$$

$$\theta(u, v) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\theta} \cdot e_i(u) \cdot e_j(v) \quad (3.67)$$

$$\psi_u(u, v) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\psi_u} \cdot e_i(u) \cdot e_j(v) \quad (3.68)$$

$$\psi_v(u, v) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\psi_v} \cdot e_i(u) \cdot e_j(v) \quad (3.69)$$

$$\mathbf{a}^{\phi} \triangleq [a_{11}^{\phi} \quad a_{12}^{\phi} \quad \dots \quad a_{nn}^{\phi}]^T \quad (3.70)$$

$$\mathbf{a}^{\theta} \triangleq [a_{11}^{\theta} \quad a_{12}^{\theta} \quad \dots \quad a_{nn}^{\theta}]^T \quad (3.71)$$

$$\mathbf{a}^{\psi_u} \triangleq \begin{bmatrix} a_{11}^{\psi_u} & a_{12}^{\psi_u} & \cdots & a_{nn}^{\psi_u} \end{bmatrix}^T \quad (3.72)$$

$$\mathbf{a}^{\psi_v} \triangleq \begin{bmatrix} a_{11}^{\psi_v} & a_{12}^{\psi_v} & \cdots & a_{nn}^{\psi_v} \end{bmatrix}^T \quad (3.73)$$

$$\mathbf{a} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{a}^\phi \\ \mathbf{a}^\theta \\ \mathbf{a}^{\psi_u} \\ \mathbf{a}^{\psi_v} \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

これにより，薄板状物体の変形形状の計算は，前節と同様に，式(3.22)で表されるような係数ベクトル \mathbf{a} に関する最適化問題に変換される．そこで本項では，薄板状物体の変形形状を数値的に求める．本項の数値計算で用いる基底関数を以下に示す．

$$\begin{aligned} e_1(u) &= 1, & e_2(u) &= u, \\ e_{2n+1}(u) &= \sin \frac{2n\pi u}{L}, & (n &= 1, 2, 3, 4) \\ e_{2n+2}(u) &= \cos \frac{2n\pi u}{L} & (n &= 1, 2, 3, 4) \\ e_1(v) &= 1, & e_2(v) &= v, \\ e_{2n+1}(v) &= \sin \frac{2n\pi v}{L}, & (n &= 1, 2, 3, 4) \\ e_{2n+2}(v) &= \cos \frac{2n\pi v}{L} & (n &= 1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

Fig.3.18に薄板状物体の変形例を示す．初期状態，すなわち無変形状態において Fig.3.18(a)に示すような形状を有する矩形型薄板状物体を， Fig.3.18(b)に示すように変形させる．この時の制約条件は以下のように表される．

$$\mathbf{x}(0, V) = [-0.1U, 0.9V, 0]^T \quad (3.75)$$

$$\mathbf{x}(U, 0) = [0.7U, 0, 0]^T \quad (3.76)$$

$$\mathbf{x}(U, V) = [0.8U, 0.9V, 0]^T \quad (3.77)$$

$$\boldsymbol{\xi}(0, 0) = \boldsymbol{\xi}(0, V) = [0.92, 0.4, 0.0]^T \quad (3.78)$$

$$\boldsymbol{\xi}(U, 0) = \boldsymbol{\xi}(U, V) = [0.92, -0.4, 0.0]^T \quad (3.79)$$

$$\boldsymbol{\eta}(0, 0) = \boldsymbol{\eta}(0, V) = [-0.4, 0.92, 0.0]^T \quad (3.80)$$

$$\boldsymbol{\eta}(U, 0) = \boldsymbol{\eta}(U, V) = [0.4, 0.92, 0.0]^T \quad (3.81)$$

$$z(u, v) \geq 0, \quad \forall \{u, v \mid u \in [0, U], v \in [0, V]\} \quad (3.82)$$

以上のような制約条件のもとで計算した物体の変形形状を Fig.3.19に示す．図のように，3.5節で示したような幅方向に一様な変形ではない場合についても，本手法を用いることにより変形形状を導出することができる．

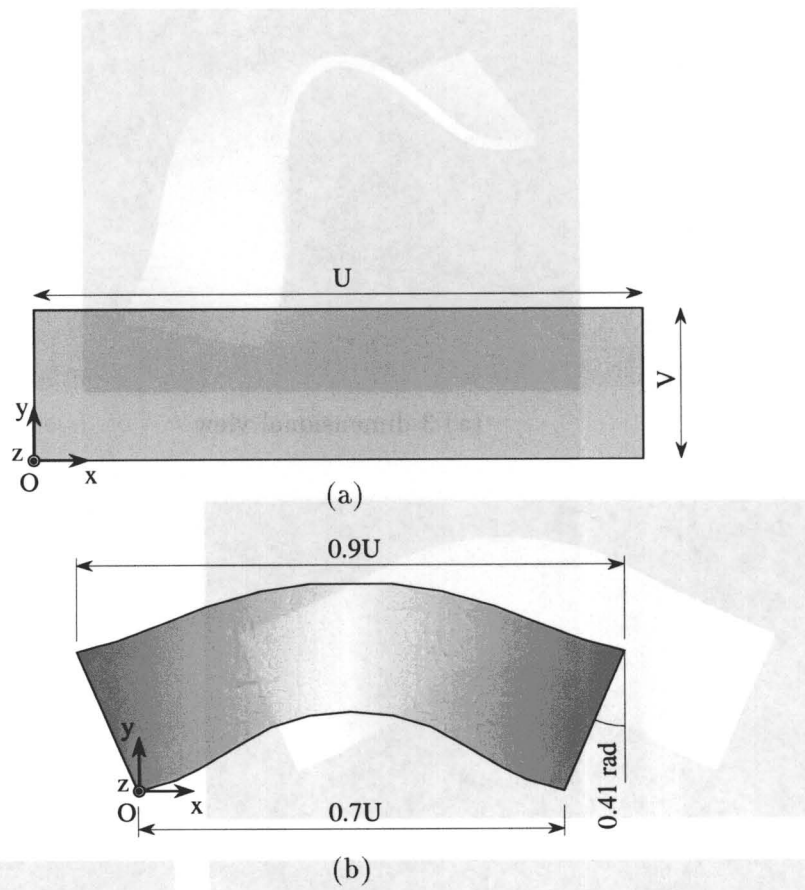
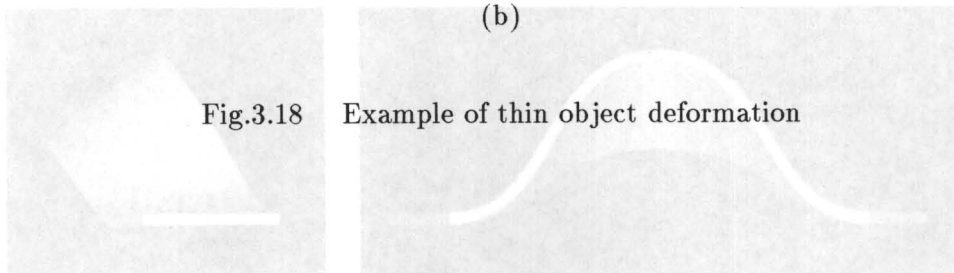


Fig.3.18 Example of thin object deformation



(b) Top front side view

Fig.3.19 Example of compound shape of thin object

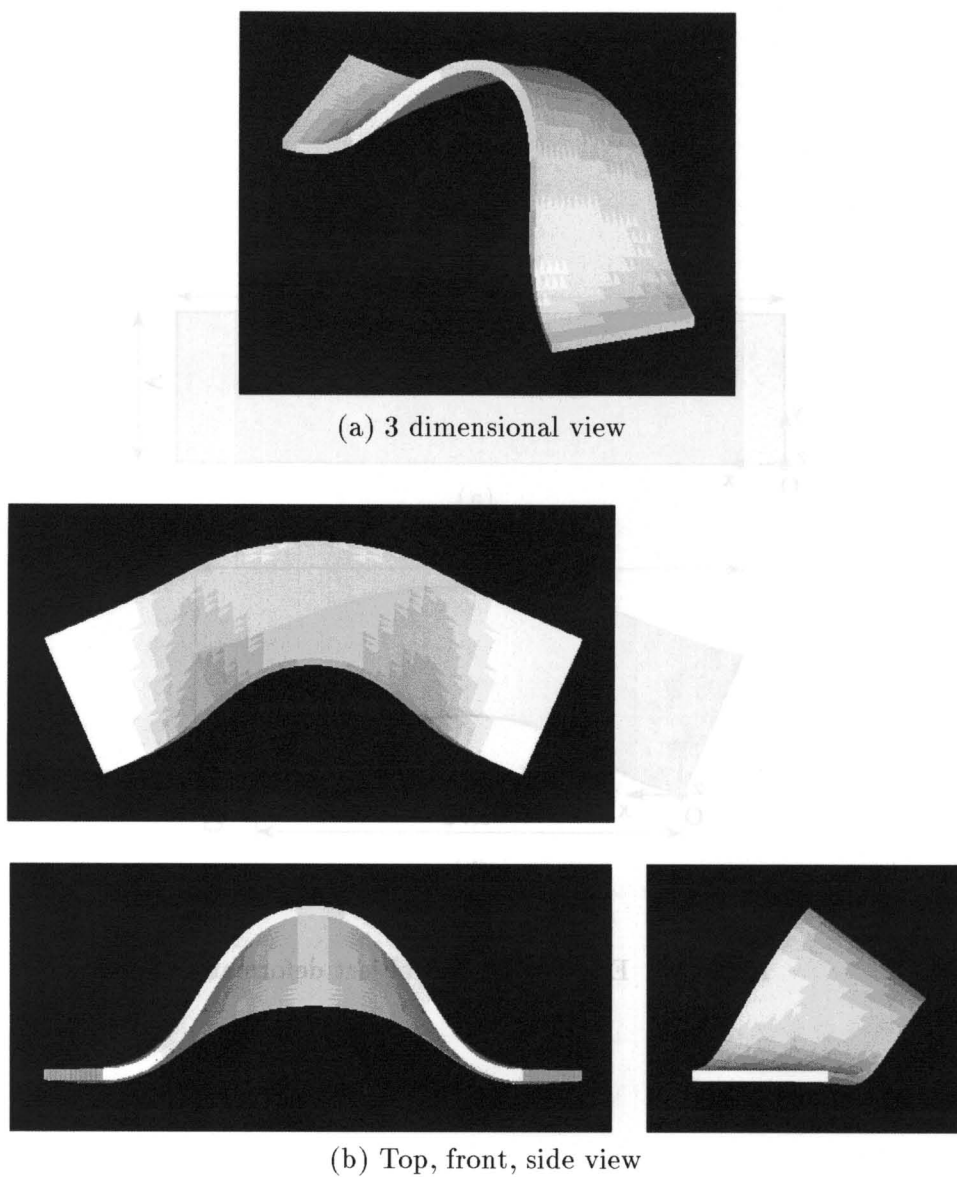


Fig.3.19 Example of computed shape of thin object

3.8 検証実験

本節では、変形形状の測定結果を示し、本章の定式化の妥当性を検証する。まず、Fig.3.20に示す二つの形状のコピー用紙に曲げ変形を生じさせ、その変形形状を測定し、3.5節で示した理論値と比較する。コピー用紙の厚さは、ともに $t = 9.2 \times 10^{-2} \text{mm}$ である。Fig.3.20(a)に示す長方形の用紙では、曲げ剛性 R_f ならびに単位長さ当たりの重量 Mg が一定である。一方、Fig.3.20(b)に示す台形の用紙では、 R_f 、 Mg ともに変数 s にしたがって変化する。本章の手法を用いると、このような場合にも、変形形状を求めることができる。

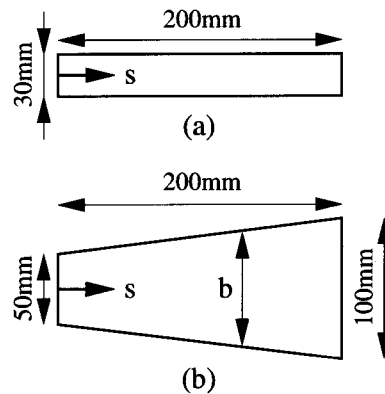


Fig.3.20 Shape of copy paper used in experiment

まず、Fig.3.20(a)に示す形状のコピー用紙の変形形状を測定する。用紙の長さは200mm、幅は30mmである。用紙の曲げ剛性 R_f は $9.81 \times 10^7 \text{N}\cdot\text{m}^2$ 、単位長さ当たりの重量 Mg は $1.96 \times 10^{-2} \text{N/m}$ である。変形後の端点間の距離 l が、180、140、70mmになるときの変形形状の計測結果と、前節の手法による計算結果とをFig. 3.21に示す。実線が計算結果、点線が計測結果を表す。計算において、端点の角度 θ_0 、 θ_L は、ともに0radであると仮定した。また、重力の寄与を表す無次元数 ρ の値は、1.60である。これは、重力の影響がほとんど無視できることを示している。計算結果と計測結果との z 軸方向の最大誤差は、11mmである。これは、用紙の長さに対して、約6%の誤差である。

計算値と実測値との差は、端点の角度 θ_0 、 θ_L の不一致に起因すると考えられる。実測値から角度 θ_0 、 θ_L の値を推定すると、それぞれ0.17rad、0radであることがわかった。これらの推定値を用いて変形形状を再計算した結果を、Fig.3.22に示す。この場合、 z 軸方向の最大誤差は2mmであり、用紙の長さに対する誤差は、1%に減少したことがわかる。

次に、Fig.3.20(b)に示す台形状のコピー用紙の変形形状を測定し、理論値と比較する。図に示すように、長さ200mm、左端、右端の幅はそれぞれ50mm、100mmである。Fig.3.20(a)の例と異なり、用紙の曲げ剛性 R_f ならびに単位長さ当たりの重量 Mg は、幅によって変化する。幅を b mmとすると、剛性 R_f は $3.23b \times 10^6 \text{N}\cdot\text{m}^2$ 、重量 Mg は $0.69b \text{N/m}$ で与えられる。また、幅 b は $50 + 0.25s$ mmで与えられる。前節の手法を用いると、曲げ剛性や単位長さ当たり重量が、座標 s に応じて変化する場合においても、変形形状を計算することができる。変形形状の計算結果と計測結果とを、Fig.3.23に示す。計算結果と計測結果との z 軸方向の最大誤差は、8mmである。これは、用紙の長さに対して、約4%の誤差である。測定値から推定した両端の角度を用いて、変形形状を再計算した結果を、Fig.3.24に示す。この場合、 z 方向の最大誤差は2mmであり、用紙の

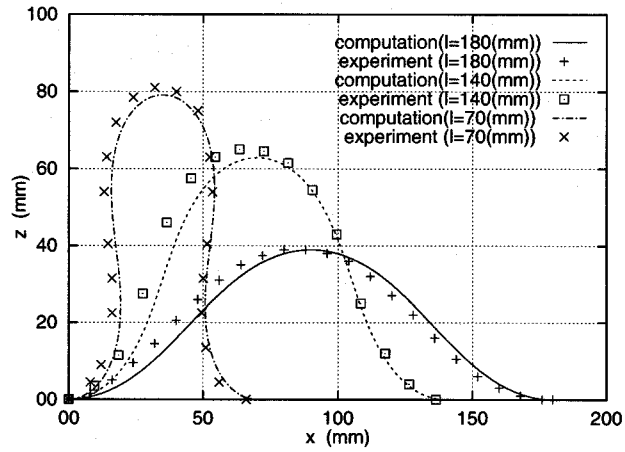


Fig.3.21 Comparison between computed shapes of paper illustrated in Fig.3.20(a) and experimental results

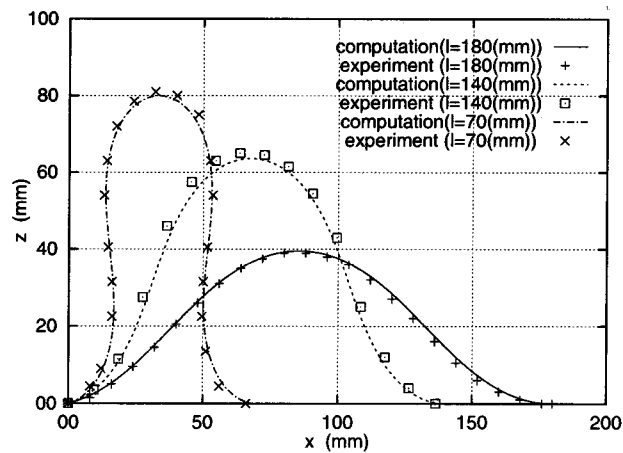


Fig.3.22 Computed shapes of paper illustrated in Fig.3.20(a) using actual angles at end points in measured shapes

長さに対する誤差は、1%に減少したことがわかる。

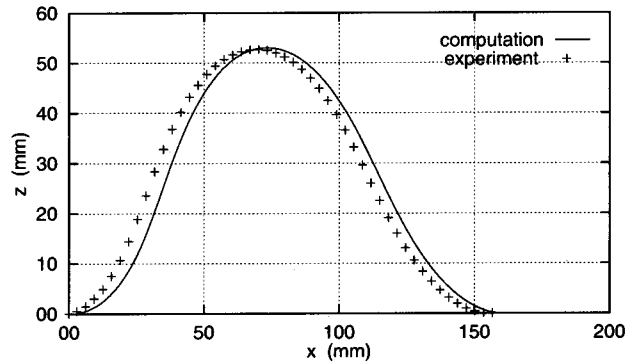


Fig.3.23 Comparison between computed shape of paper illustrated in Fig.3.20(b) and experimental result

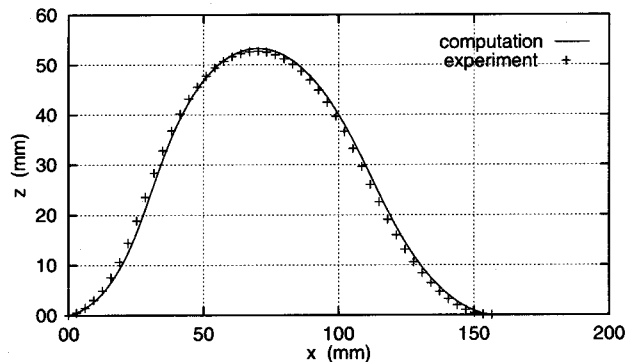


Fig.3.24 Computed shape of paper illustrated in Fig.3.20(b) using actual angles at end points in measured shape

3.9 結論

本章では、薄板状物体の曲げ変形を解析し、薄板状物体の変形形状を理論的に導く手法を確立するとともに、実験によりその妥当性を確認した。本章の結論を以下に述べる。

- 変形しやすい薄板状物体のポテンシャルエネルギーと、物体に加えられる幾何学および力学的制約を定式化した。幾何学的制約は、境界条件に相当する等式制約と、機械的な接触に起因する不等式制約から成ることを示した。また、力学的制約は、エネルギーの観点から定式化できることを示した。
- 上述の不等式制約を考慮して、変形形状を計算することのできるアルゴリズムを構築した。提案したアルゴリズムが、周囲の障害物と機械的に接触している薄板状物体の変形形状を計算する能力を持っていることを、いくつかの数値例により確認した。
- 変形形状を測定、測定値を理論値と比較することにより、両者の誤差が1%程度であることがわかった。

本章では、薄板状物体のマニピュレーション作業、特に一方向の曲げ変形操作を対象として、非ホロノミックな拘束を含めた解析を行なった。しかし、3.6 節および 3.7 節に示したように、基本的な考え方は、線状物体や薄板状物体のより一般的なマニピュレーション作業に拡張することができる。次章では、本章で提案した変形形状の計算手法を応用した、薄板状物体のマニピュレーションにおけるハンド等制御物体の軌道導出方法について説明する。

第 4 章

薄板状物体のマニピュレーション軌道の導出

4.1 緒言

マニピュレーション作業において、ハンドやマニピュレータをどのような軌道で動かすかは非常に重要である。山本らは、マニピュレータの関節軌道を適当な関数で近似して最適な軌道を求めている [37]。尾崎らは、マニピュレータの空間経路が拘束される条件の下で最適な関節速度を求める手法を提案している [38]。泉は、マニピュレータの初期姿勢と目標姿勢、および動作時間が制約として与えられた時に、消費エネルギーを評価関数として軌道を生成している [39]。加島らは、更に動作時間も変数とし、消費エネルギーが最小となる軌道の計画手法を提案している [40]。しかし、これらはいずれも操作対象物については言及しておらず、マニピュレータの動作に関する数値のみが評価基準となっている。対象物が柔軟物体の場合には、軌道が対象物の形状に影響を与えるため、このような評価基準からのみ軌道を決定することは好ましくない。

柔軟物体を対象物とするマニピュレーションにおける軌道生成に関しては、Zheng らは、変形しやすい軸を穴に挿入する作業に対して、くいつき現象が生じないようなマニピュレーション軌道を導いている [26]。また、中垣らは、平板の穴への挿入作業において、穴壁面と対象物との摩擦を考慮し、平板対象物に座屈が生じた場合の挿入方法について考察している [41]。しかし、これらはいずれも対象とする作業が限定されており、一般的なマニピュレーション作業に対する議論はなされていない。加藤らは、一端を壁に固定された弾性板バネの他端を目標位置まで移動させる問題を例に、マニピュレータの関節トルクのノルムを低減する軌道を導出している [42]。しかし、この軌道計画法はマニピュレータの駆動トルクの低減化に着目しており、対象物に加わる力は考慮しているものの、対象物の変形形状全体を考慮してはいない。

そこで本章では、3章での変形形状導出手法を利用することにより、薄板状物体のより一般的なマニピュレーションにおける制御物体の軌道導出手法を提案する。まず、操作中に物体のポテンシャルエネルギーが大きくなるマニピュレーション軌道は、物体に塑性変形や予期しない動的変形が生じる可能性があるため、ポテンシャルエネルギーの最大値がなるべく小さくなるような軌道を適切なマニピュレーション軌道と考える。次に、初期状態から目標状態へと薄板状物体の形状が変化する場合の形状の移り変わり方を変形経路と定義し、この変形経路を経路ベクトルを用いて表す。この経路に沿って計算した物体のポテンシャルエネルギーの最大値が最も小さくなるような経路ベクトルを求める手法を提案する。このような経路ベクトルから得られる変形経路を生じるような制約条件の移り変わりを適切なマニピュレーション軌道とする。更に、上記手法により得られた制約条件の下で、3章で提案した解析手法を用いて物体の変形形状を計算し、得られた変形経路が実際に

ポテンシャルエネルギーの最大値が最小となる経路かどうか確認することにより，上記提案手法の妥当性を検証する．また，薄板状物体の変形形状の計測実験も行ない，三者の結果を比較する．

4.2 マニピュレーション軌道導出における前提条件

マニピュレーション軌道を決定するための基準は多数存在すると考えられるが，本章では，マニピュレーション操作中の物体のポテンシャルエネルギーに着目する．ポテンシャルエネルギーが大きいということは，物体に大きな変形が生じていることを意味する．3章の静的変形解析では，物体には弾性変形のみが生じると仮定しているが，実際には，変形が大きくなると塑性変形となる可能性がある．一般に，柔軟物体のマニピュレーションの目的は，対象物の移動あるいは対象物の弾性変形を利用するような配置であることが多いため，物体に塑性変形が生じることは好ましくない．また，外乱が作用した時に，物体のポテンシャルエネルギーが運動エネルギーに変換され，動的変形を生じる場合がある．ポテンシャルエネルギーが大きい場合には運動エネルギーも大きくなる可能性があり，急激な形状の変化が生じ得ることになる．これは物体に塑性変形などの損傷を与える恐れがあり，また，3章で提案したような解析手法では物体の変形形状を推定することができない．更に，このような物体の動的変形がいつ起こるのかは，予測が非常に困難となる．以上のことから，本章では，マニピュレーション操作中，物体のポテンシャルエネルギーの最大値が最小となるような軌道を，適切なマニピュレーション軌道として選択することにする．

4.3 変形経路とマニピュレーション軌道の導出手法

ある条件下での物体の静的変形形状は3章に示した手法により求めることができる．本章では，初期状態から目標状態へと物体を操作することにより，物体の変形形状が変化する場合の形状の移り変わりについて考察する．式(3.16)より，物体の形状は係数ベクトル \mathbf{a} によって表される．ここで，初期状態での変形形状を表す係数ベクトルを \mathbf{a}_0 ，目標状態での変形形状を表す係数ベクトルを \mathbf{a}_1 とおき，その間の状態における変形形状を係数ベクトル

$$\mathbf{a} = k\mathbf{a}_1 + (1-k)\mathbf{a}_0 + k(1-k)\mathbf{b}, \quad (0 \leq k \leq 1) \quad (4.1)$$

で表現することにする．ここで k は状態パラメータであり， $k = 0$ の時 $\mathbf{a} = \mathbf{a}_0$ ， $k = 1$ の時 $\mathbf{a} = \mathbf{a}_1$ となる．この時，物体のポテンシャルエネルギーは $U_p(\mathbf{a}) = U(\mathbf{b}, k)$ と表される．ベクトル \mathbf{b} が異なれば， k が0から1まで変化する間の係数ベクトル \mathbf{a} の値も異なり，物体の持つポテンシャルエネルギー $U_p(\mathbf{b}, k)$ も異なってくる． $\dim \mathbf{a} = 2$ の場合のポテンシャルエネルギー $U_p(\mathbf{b}, k)$ とベクトル \mathbf{b} との関係を模式的に表したものを Fig.4.1に示す．図より，ベクトル \mathbf{b} は係数ベクトル空間内での二点間の道筋を決定するベクトルであると考えることができる．本研究では，この道筋を変形経路 $\text{Path}(\mathbf{b})$ と呼び，ベクトル \mathbf{b} を経路ベクトルと呼ぶことにする．ポテンシャルエネルギーが大きな値を取る変形経路は，状態変化中に物体が大きく変形していることを意味する．したがって，前提条件より，状態変化中のポテンシャルエネルギーの最大値 $U_{p \max}(\mathbf{b}) = \max_k U_p(\mathbf{b}, k)$ が最小となるように物体の形状を操作した方がより好ましいと言える．

一方，操作中の任意の状態において，

$$g_j(\mathbf{a}) \leq 0, \quad (j = 1, \dots, m) \quad (4.2)$$

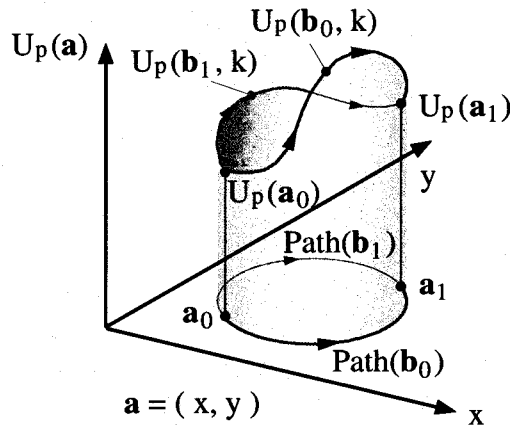


Fig.4.1 Example of deformation paths

で表されるような係数ベクトル \mathbf{a} に関する不等式制約がある場合には,

$$g_i \left(\mathbf{b}, \frac{t}{N} \right) \leq 0, \quad (i = 1, \dots, m, t = 0, 1, \dots, N) \quad (4.3)$$

のような経路ベクトル \mathbf{b} に関する不等式制約に, また,

$$h_j(\mathbf{a}) = 0, \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4.4)$$

で表されるような係数ベクトル \mathbf{a} に関する等式制約がある場合には,

$$\int_0^1 \{h_j(\mathbf{b}, k)\}^2 dk = 0, \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4.5)$$

のような経路ベクトル \mathbf{b} に関する等式制約に書き換えることができる。したがって, 以下のような経路ベクトル \mathbf{b} に関する最適化問題を解くことにより, 適切な変形経路 $\text{Path}(\mathbf{b})$ を求めることができると思われる。

$$\begin{aligned} \text{minimize} & : U_p \max(\mathbf{b}) \\ \text{subject to} & : g_i(\mathbf{b}) \leq 0, \\ & h_j(\mathbf{b}) = 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

なお, 係数ベクトル \mathbf{a} が状態パラメータ k の高次関数となるように

$$\mathbf{a} \triangleq k\mathbf{a}_1 + (1-k)\mathbf{a}_0 + \sum_{n=1} k^n(1-k) \cdot \mathbf{c}_n \quad (4.7)$$

とおき, 経路ベクトル \mathbf{b} を

$$\mathbf{b} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_2 \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

として式(4.6)の最適化問題を解くことにより, より厳密な変形経路 $\text{Path}(\mathbf{b})$ を求めることができる。

変形経路 $\text{Path}(\mathbf{b})$ が求めれば、任意の状態における物体各点の位置および姿勢を求めることができる。したがって、物体を複数点で把持し操作する場合、対応する点の変形経路 $\text{Path}(\mathbf{b})$ から得られる位置および姿勢を、初期状態から目標状態まで変化させたものが、物体のポテンシャルエネルギーの最大値が最小となる、すなわち物体の変形を最小限に抑えるマニピュレーション軌道であると考えられる。

4.4 提案手法の妥当性に対する考察

ここでは、前述の変形経路導出手法の妥当性について考察する。Fig.4.2に、経路ベクトル導出のための薄板状物体の変形例を示す。物体の曲げ剛性 R_f を 1.0、長さ L を 1.0 とし、Fig.4.2(a) を初期状態、Fig.4.2(b) を目標状態とする。物体のポテンシャルエネルギーとしては、曲げ変形による弾性エネルギーのみを考える。3章で示した手法と同様に、物体の角度 $\theta(s)$ を基底関数の線形和として

$$\theta(s) = \sum_{i=1}^{10} a_i \cdot e_i(s) \quad (4.9)$$

と表す。ここで、基底関数を

$$\begin{aligned} e_1(s) &= 1, & e_2(s) &= s, \\ e_{2n+1}(s) &= \sin n\pi s, & (n &= 1, 2, 3, 4) \\ e_{2n+2}(s) &= \cos n\pi s & (n &= 1, 2, 3, 4) \end{aligned} \quad (4.10)$$

とし、係数ベクトル \mathbf{a} を状態パラメータ k の 4 次関数として以下のように表す。

$$\mathbf{a} = k\mathbf{a}_1 + (1-k)\mathbf{a}_0 + k(1-k)\mathbf{c}_1 + k^2(1-k)\mathbf{c}_2 + k^3(1-k)\mathbf{c}_3 \quad (4.11)$$

ここで、 \mathbf{a}_0 は初期状態、 \mathbf{a}_1 は目標状態における係数ベクトルであり、式 (3.22) に示した最適化問題を解くことによって求めることができる。

変形中に両端間の相対位置および両端の角度は変わらないとすると、物体には以下のような制約条件が与えられる。

$$\int_0^1 \left\{ \int_0^L \cos \theta \, ds - 0.8 \right\}^2 dk = 0 \quad (4.12)$$

$$\int_0^1 \left\{ \int_0^L \sin \theta \, ds \right\}^2 dk = 0 \quad (4.13)$$

$$\int_0^1 \{\theta(0)\}^2 dk = 0 \quad (4.14)$$

$$\int_0^1 \{\theta(L)\}^2 dk = 0 \quad (4.15)$$

そこで、経路ベクトル \mathbf{b} を

$$\mathbf{b} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_2 \\ \mathbf{c}_3 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

とおき、式(4.12)(4.13)(4.14)(4.15)を満たすように変形中のポテンシャルエネルギーの最大値

$$U_{p \max} = \max_k \left\{ \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 ds \right\} \quad (4.17)$$

を最小化することによって適切な変形経路 Path(\mathbf{b}) が求められる。そこで、 k を 0 から 1 まで 0.05 刻みで変化させた場合に、経路ベクトル \mathbf{b} から得られる物体の変形形状を Fig.4.3 に、その時のポテンシャルエネルギーの変化を Fig.4.4 に示す。

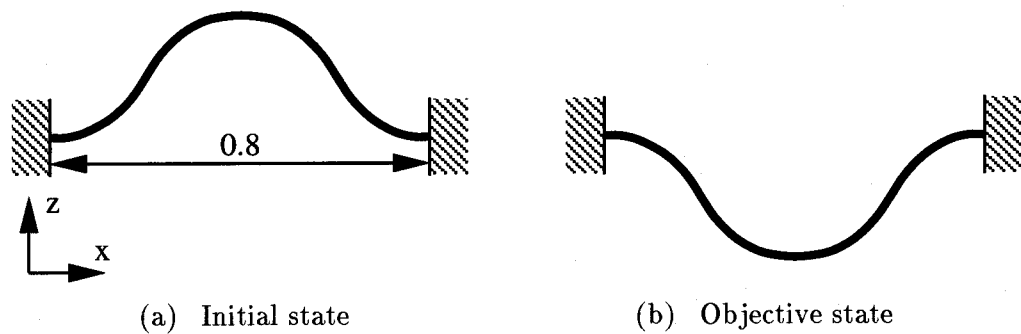


Fig.4.2 Example of deformation transition

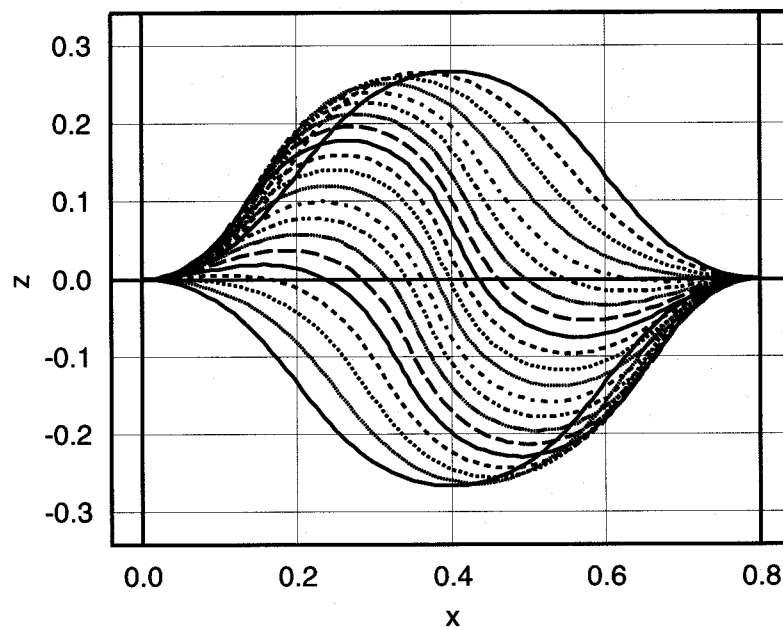


Fig.4.3 Result of deformation path vector computation

Fig.4.3より、変形中の物体の各点の位置および姿勢が得られる。そこで、点 $P(0.5)$ における位置および姿勢を制約条件としてポテンシャルエネルギーを最小化し、物体の変形形状を求めた結果を Fig.4.5 に示す。Fig.4.3 と Fig.4.5 とより、両者の形状はよく一致していることが分かる。

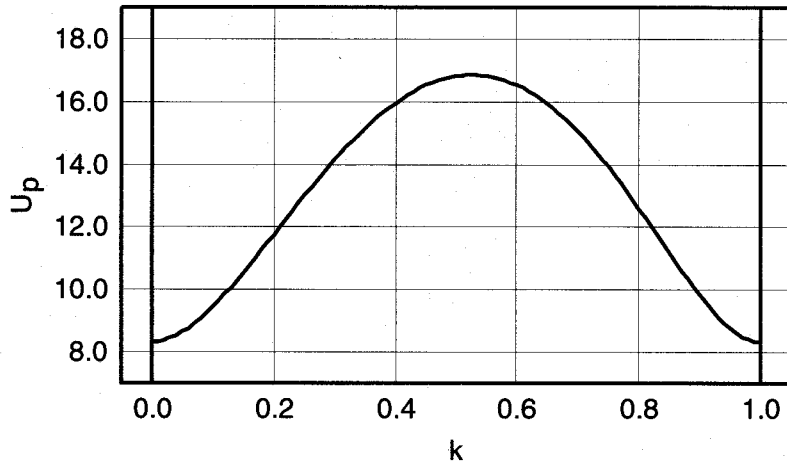
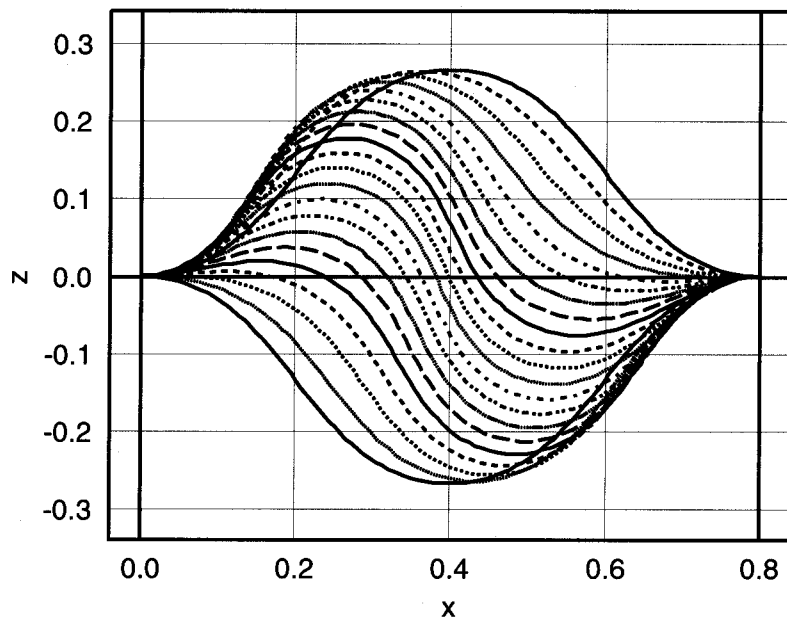


Fig.4.4 Potential energy along deformation path

Fig.4.5 Result of proposed procedure in chapter 3 when position and direction of $P(0.5)$ are controlled

次に、経路ベクトル \mathbf{b} から得られた点 $P(0.1)$ における位置および姿勢を制約条件として物体の変形形状を求めた結果を Fig.4.6 に示す。また、その時のポテンシャルエネルギーの変化を Fig.4.7 に示す。Fig.4.6 より、物体の変形形状は Fig.4.3 のものとはかなり異なっており、特に、状態パラメータ $k = 0.85$ に対応する形状から $k = 0.90$ に対応する形状へと大きく変化している。また、Fig.4.7 より、ポテンシャルエネルギーも Fig.4.4 のものより低い値で推移しているように見える。ただし、Fig.4.6 の変形形状群は、それぞれある制約条件下で物体のポテンシャルエネルギーを最小化することにより求められたものであり、ある一つの変形経路を表しているわけではない。Fig.4.8 に二つの変形経路におけるポテンシャルエネルギーの変化を模式的に示す。Fig.4.8 の場合、ポテンシャルエネルギーの最小化により、点 A-Path₁(\mathbf{b}_1)-点 B-Path₂(\mathbf{b}_2)-点 C という見かけ上の変形経路が得られるが、点 B の前後で実際の変形経路は Path(\mathbf{b}_1) から Path(\mathbf{b}_2) へと変化しており、点 B でのエネルギー値のまま経路を移り変わることができるとは限らない。

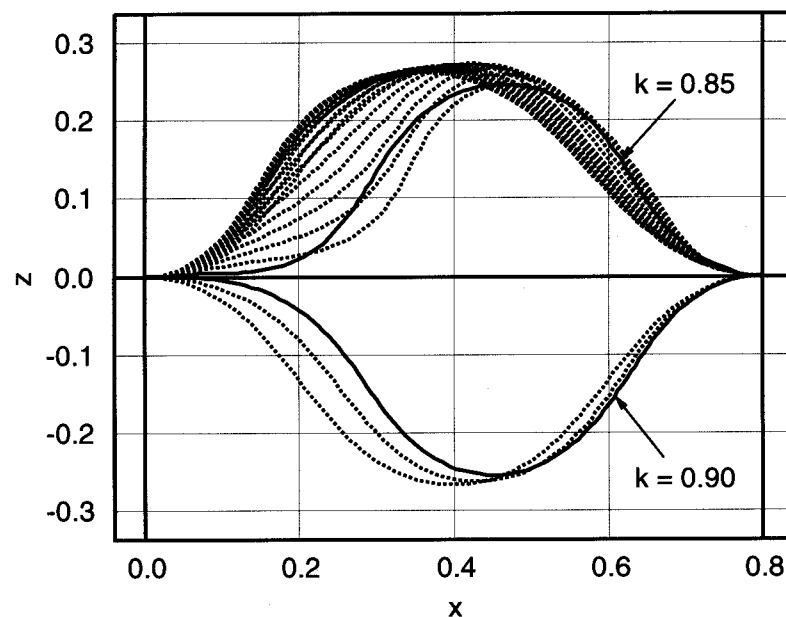


Fig.4.6 Result of proposed procedure in chapter 3 when position and direction of $P(0.1)$ are controlled

そこで、状態パラメータ $k = k_0$ に対応する形状を初期状態、 $k = k_0 + 0.05$ に対応する形状を目標状態として、その間の経路ベクトル \mathbf{b} を新たに求め、その時のポテンシャルエネルギーの変化を $k_0 = 0$ の場合から $k_0 = 0.95$ の場合まで繋ぎ合わせた結果を Fig.4.9 に示す。Fig.4.9 より、ポテンシャルエネルギーは $k \leq 0.80$ と $k \geq 0.90$ の時には比較的緩やかに変化しているが、特に $k = 0.85$ と $k = 0.90$ の間では急激に変化している。つまり、Fig.4.6 のように形状を変化させるためには、状態パラメータ $k = 0.85$ に対応する形状から $k = 0.90$ に対応する形状へと変化させる際に、Fig.4.9 のように大きなポテンシャルエネルギーを与える必要があり、またその最大値は、Fig.4.4 に示した最大値より大きいことが分かる。同様に、点 $P(0.2)$ 、 $P(0.3)$ 、 $P(0.4)$ における位置および姿勢を経路ベクトル \mathbf{b} から得られる値に制御した場合、変形形状はいずれも Fig.4.3 に示すものとは一致せず、変形中のポテンシャルエネルギーの最大値はいずれも Fig.4.4 に示すものより

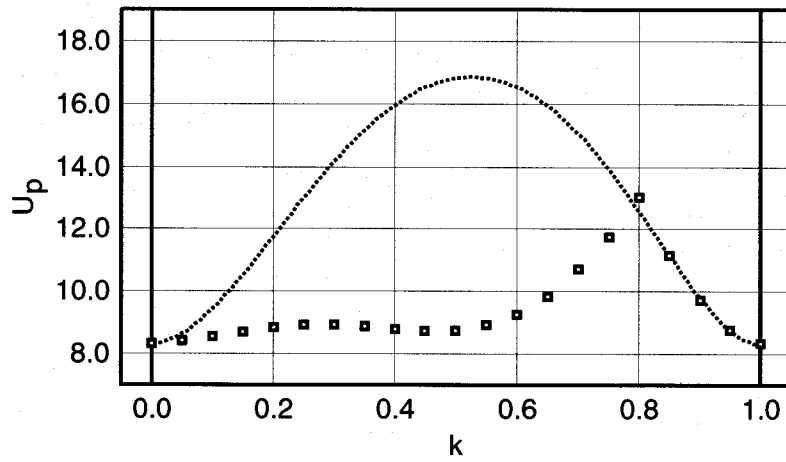


Fig.4.7 Potential energy corresponding to deformation as shown in Fig.4.5 and that corresponding to deformation as shown in Fig.4.6

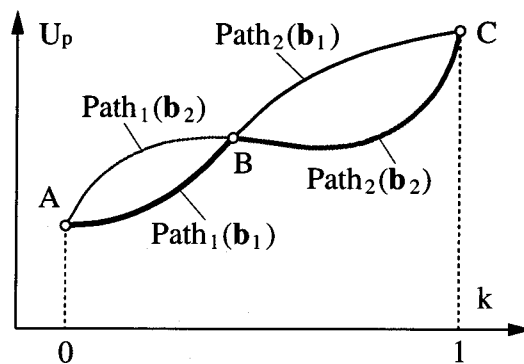


Fig.4.8 Example of potential energy corresponding to two deformation paths

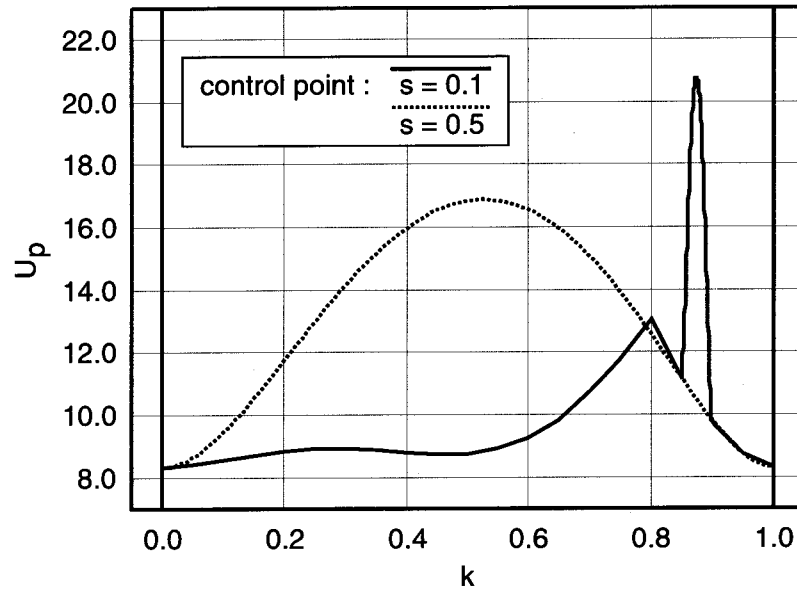


Fig.4.9 Potential energy corresponding to deformation as shown in Fig.4.5 and that corresponding to deformation as shown in Fig.4.6 considering deformation path

大きくなる。

したがって、経路ベクトル \mathbf{b} から得られた Fig.4.4 に示すような形状に一致するように物体各点の位置と姿勢を制御することにより、変形中の物体のポテンシャルエネルギー、すなわち変形の度合いを小さく抑えることができることになる。点 $P(0.5)$ の位置と姿勢を制御する場合には、この制御点のみにより、適切な変形経路 $\text{Path}(\mathbf{b})$ に沿って物体を操作することができる。点 $P(0.1)$ の位置と姿勢を制御する場合には、この制御点のみでは変形経路 $\text{Path}(\mathbf{b})$ に沿った物体操作は不可能であるため、制御点を変更するか、物体上の複数の点の位置と姿勢を制御する必要がある。

4.5 ケーススタディ

マニピュレーション軌道導出の一例として、Fig.4.10 に示すような操作を考える。一端を固定された、Fig.4.10(a) のような初期状態の薄板状物体を、Fig.4.10(b) のような目標状態へとマニピュレートする。ただし、作業空間には、物体の自由端側に図に示したような矩形型の障害物が存在するものとする。この時、物体に加えられる制約は以下のように表される。

$$\int_0^1 \{\theta(k)\}^2 dk = 0 \quad (4.18)$$

$$x(s) \leq 0.8, \quad \forall \{s \mid -0.2 \leq z(s) \leq 0.2\}, \quad \forall k \in [0, 1] \quad (4.19)$$

そこで、式 (4.18)(4.19) を満たすようにポテンシャルエネルギーの最大値 $U_{p \max}$ を最小化することにより、適切な経路ベクトル \mathbf{b} が求められる。この経路ベクトルをもとに、状態パラメータ k を 0 から 1 まで 0.05 刻みで変化させた場合の物体の変形形状を Fig.4.11 に、その時の物体右端の位置および姿勢の変化を Fig.4.12 に、また、その時のポテンシャルエネルギーの変化を Fig.4.13 に示す。これより、Fig.4.12 のように物体右端の位置および姿勢を制御することにより、物体を最も変形さ

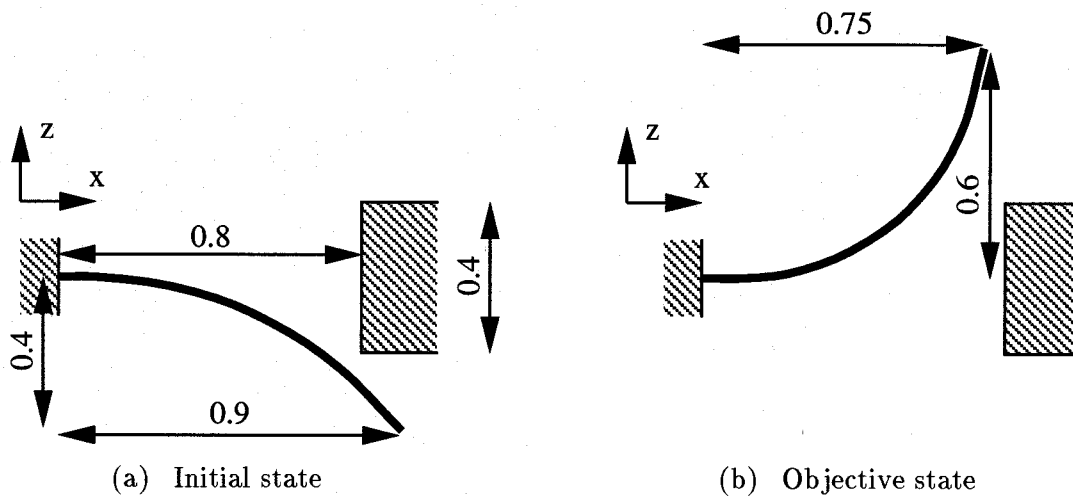


Fig.4.10 Example of optimal trajectory calculation

せないマニピュレーションが実現できることになる。ただし、ここではマニピュレータと障害物との干渉は考慮していない。

4.6 検証実験

前節では、Fig.4.10に示す操作における適切なマニピュレーション軌道を求めた。ここでは、前節で得られたFig.4.11のような薄板状物体の形状の変化と、Fig.4.12に示した物体右端の位置・姿勢を制約条件として、3章で提案した手法により計算した変形形状、更には実際に右端の位置・姿勢を制御した場合の物体の変形形状とを比較し、本章で提案するマニピュレーション軌道導出手法の妥当性を検証する。

計測実験には、対象物として長さ100mm、幅12mm、厚さ0.5mmの長方形塩化ビニール製シートを用い、重力の影響を受けないよう水平面内で変形させて形状を測定した。なお、物体の曲げ剛性 R_f は物体の長手方向に沿って一定となるため、ポテンシャルエネルギーは

$$U_p = \int_0^L \frac{R_f(s)}{2} \dot{\theta}^2 ds = \frac{R_f}{2} \int_0^L \dot{\theta}^2 ds = \frac{R_f}{2} \int_0^L f(\mathbf{a}, s) ds \quad (4.20)$$

と表され、係数ベクトル \mathbf{a} 、すなわち変形形状を求める際の最適化計算の結果には影響を与えない。したがって、対象物の実際の曲げ剛性 R_f は測定していない。

状態パラメータ k を0から1まで0.1刻みで変化させた場合の、二つの計算結果と実測値とをFig.4.14に示す。ここで、computation 1はFig.4.11に示したように経路ベクトル \mathbf{b} を用いて計算した変形形状、computation 2はcomputation 1より得られた物体右端の位置・姿勢を制約条件として、3章で提案した手法により計算した変形形状を意味する。以降では、前者を計算値1、後者を計算値2と表す。

図より、 $k = 0.6 \sim 0.8$ 以外では計算値2と実測値とはよく一致している。 $k = 0.6 \sim 0.8$ での形状の不一致は、実験における物体左端の角度 $\theta(0)$ が、 $\theta(0) \neq 0$ となっていたためと考えられる。計算値1と計算値2との間にも、特に $k = 0.4$ や $k = 0.8$ の場合に形状の不一致が見られ

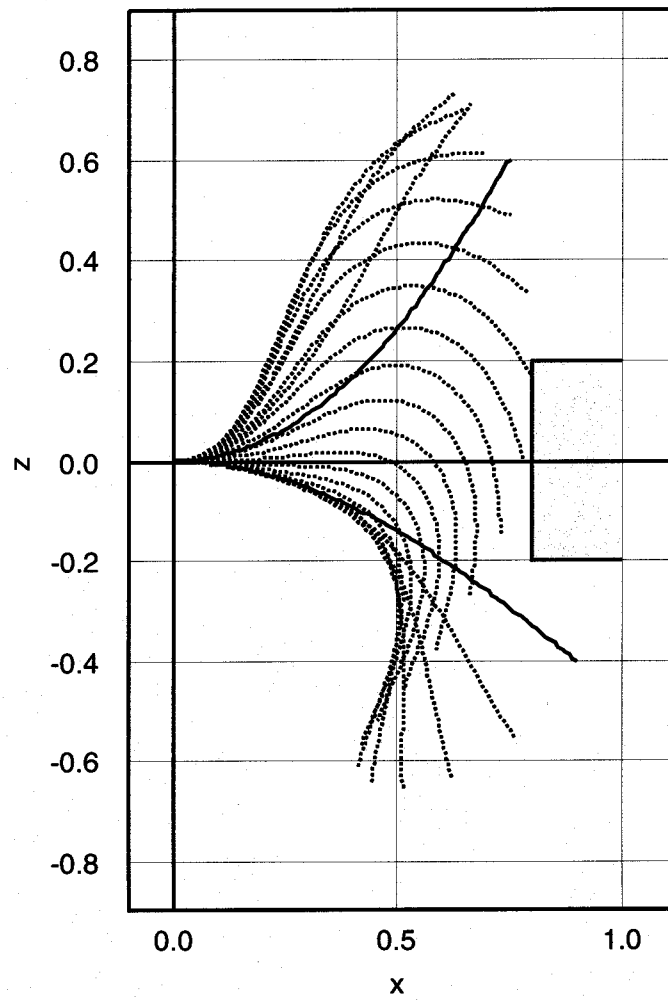


Fig.4.11 Result of deformation path vector computation

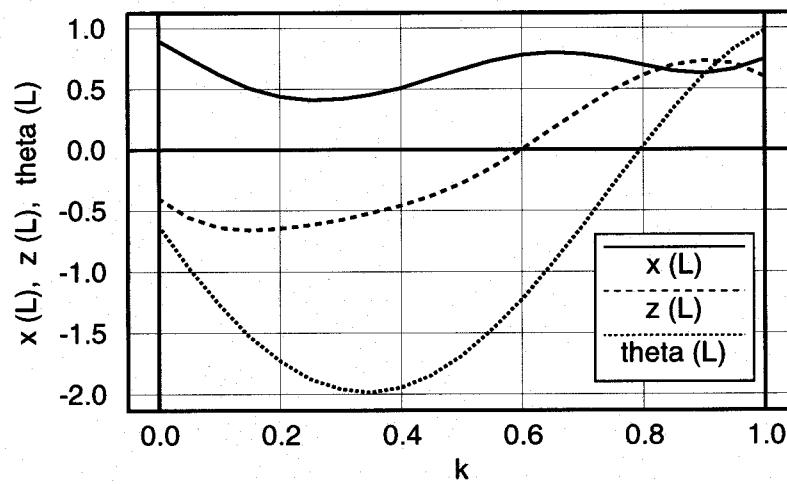


Fig.4.12 Positional and directional control values for optimal trajectory

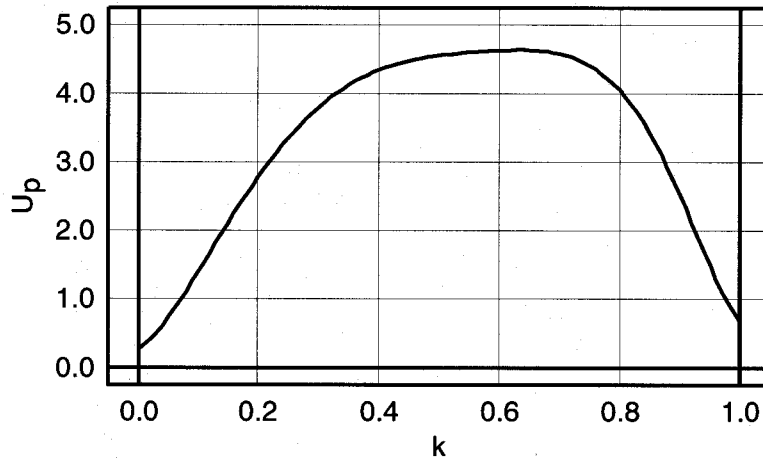


Fig.4.13 Potential energy corresponding to optimal trajectory

るが、これは、計算値1の形状を、物体右端の位置と姿勢のみを制御することにより実現しようとしたためと考えられる。計算値1の形状は、特定の点の位置や姿勢に制約を与えたものではないため、Fig.4.6のように、適切な制御点を選択しないと、経路ベクトルから得られるような形状には制御できない。したがって、Fig.4.14の場合にも、物体右端以外の点の位置と姿勢を制御することにより、計算値1により近い形状が得られるものと思われる。ただし、Fig.4.14に示す計算値2の形状には、Fig.4.6のような極端な形状のずれや、Fig.4.9のようなポテンシャルエネルギーの急激な変化がないため、物体右端を制御点とし、Fig.4.12に示す値を制御量とするマニピュレーション軌道は、Fig.4.10に示した作業における適切なマニピュレーション軌道の一つであるとみなすことができる。

4.7 結論

本章では、3章での変形状導出手法を利用することにより、柔軟物体のマニピュレーション軌道の導出手法を提案し、その妥当性を確認した。本章の結論を以下に述べる。

- 初期状態から目標状態へと薄板状物体の形状が変化する場合の形状の移り変わり方を変形経路と定義し、この変形経路を経路ベクトルを用いて表した。
- 変形経路に沿って計算した物体のポテンシャルエネルギーの最大値が最小となるような経路を適切な変形状態とし、そのような形状の移り変わりを生じるような一連の制約条件を適切なマニピュレーション軌道と定義した。
- マニピュレーション軌道を、経路ベクトルに関する最適化問題として捉え、数値的に導出する手法を提案した。
- 上記手法により得られた制約条件の下で、3章で提案した手法により求められる変形状態、更には計測実験による結果と比較することで、得られた変形経路がマニピュレーション軌道として妥当であることを確認できた。

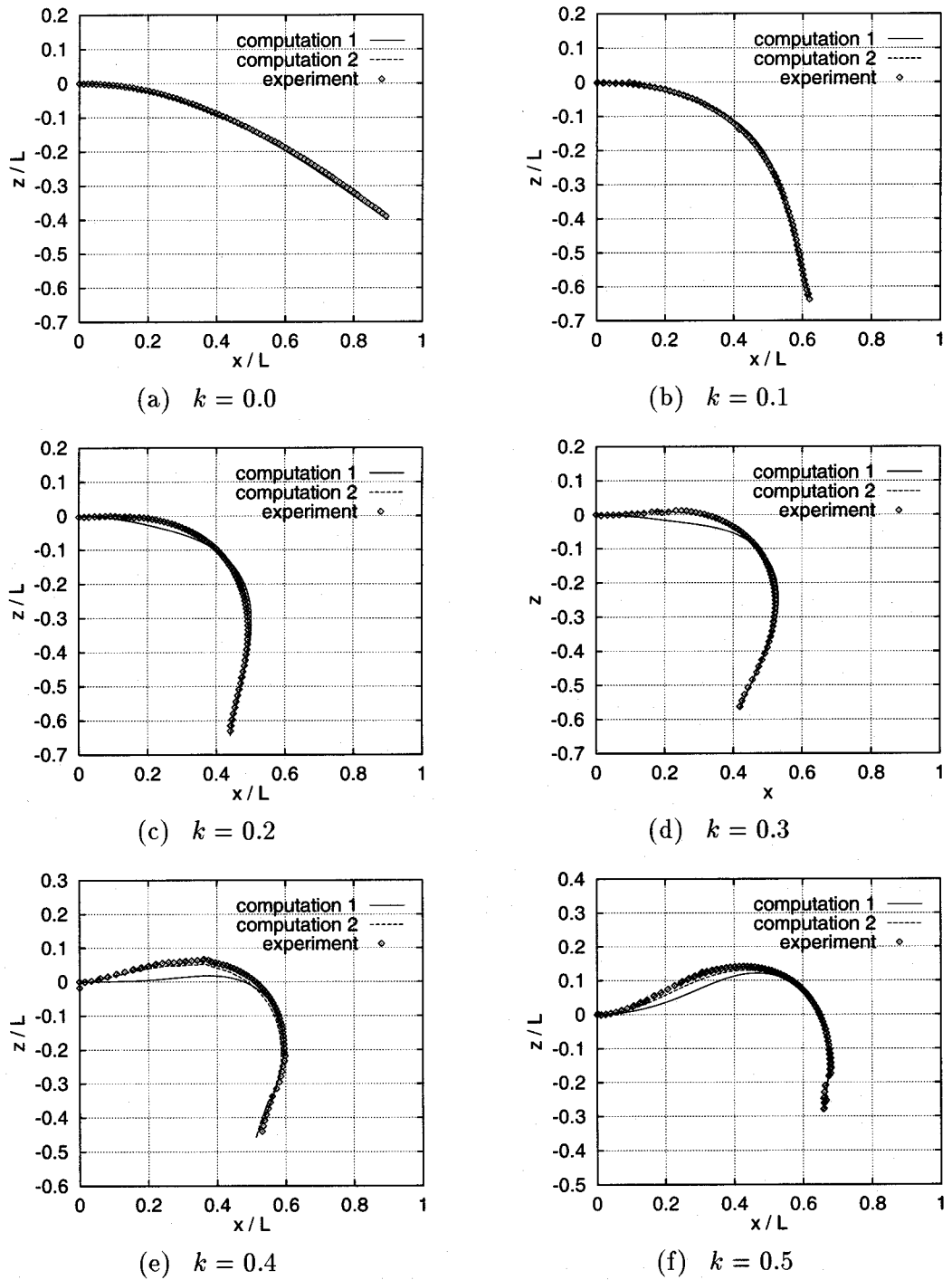


Fig.4.14 Comparison among shapes computed from deformation path vector, those computed from proposed procedure in chapter 3, and experimental results

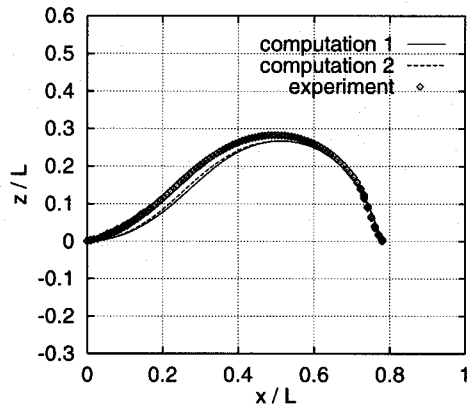
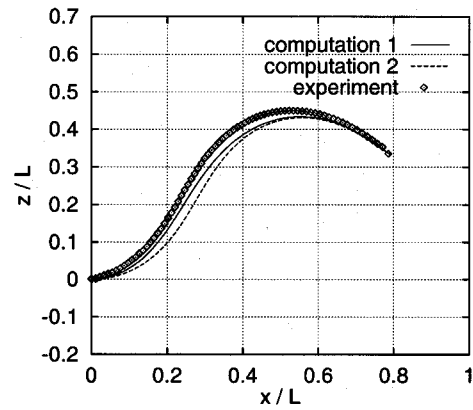
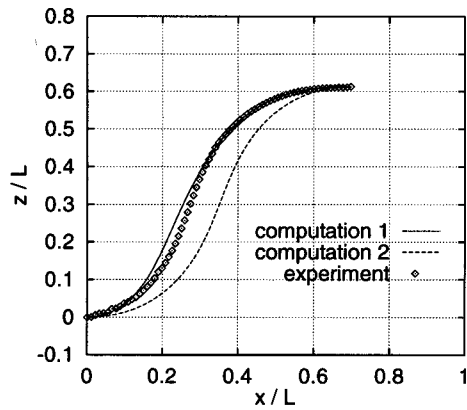
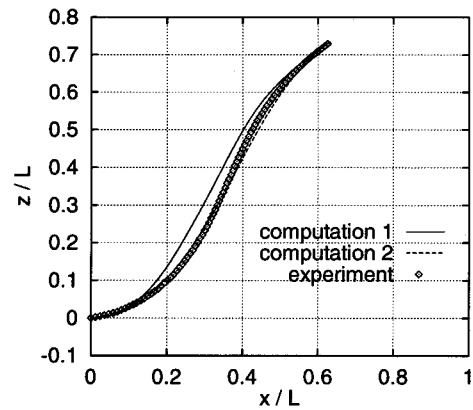
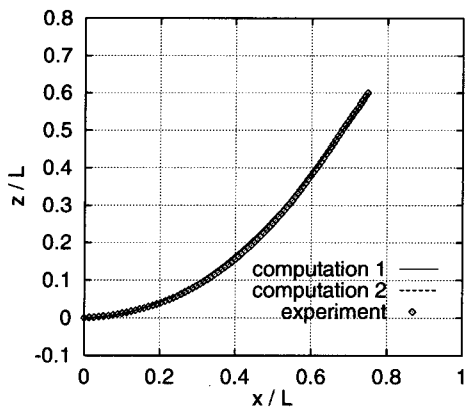
(g) $k = 0.6$ (h) $k = 0.7$ (i) $k = 0.8$ (j) $k = 0.9$ (k) $k = 1.0$

Fig.4.14 Continued

本手法では、物体のポテンシャルエネルギーの最大値が最小となる、すなわち物体の変形を最小限に抑えるマニピュレーション軌道を求めているので、変形経路に沿ったポテンシャルエネルギーの変動曲線が極大値を持たない場合には、適切な変形経路を求めることができない。しかし、例えば、変形経路に沿ったポテンシャルエネルギーの勾配の絶対値の最大値が最小となるような変形経路を求めることにより、操作中に変形形状の極端な変化を生じないようなマニピュレーション軌道が得られるものと考えられる。続いて次章では、薄板状物体の把持方法について、3章に示した手法を用いた定量的な評価を行なう。

第 5 章

薄板状物体の把持の安定性評価

5.1 緒言

把持は、マニピュレーション作業における基本操作の一つである。これまで、把持の安定性を評価するための概念として、form closure や force closure という概念が提案され、Lakshminarayana や Ohwovoriole らによって分析がなされている [1],[2]。Nguyen は、2次元および3次元の force closure grasps の構成を議論し、摩擦のない3次元での把持の場合には、最少7接触点を必要とすることを証明した [43]。中村は、物体の拘束点をマニピュレータと環境とに分散させた work closure という概念を提案している [44]。吉川は、受動拘束 (passive closure)、能動拘束 (active closure) という概念を導入し、それに基づいて上述の form closure、force closure、work closure を分類するとともに、各拘束の条件について考察している [45]。

また、以上の概念に基づいた把持における対象物とハンドとの接触の解析も、Salisbury を始めとして多数行なわれている [46],[47]。また、平井らは、凸多面錐理論を用いてマニピュレーション作業の解析を行なっている [3]。また、ハンドの指先だけでなく中間のリンクも接触させることにより物体を確実に把持するパワーグラスプが提案され、小俣らにより解析が行なわれている [48]。しかし、これらの研究は、いずれも対象物として剛体のみを取り扱っており、柔軟物体の把持に関しては、一般的な議論はまだなされていない。

そこで本章では、柔軟物体の把持について解析を行ない、把持の安定性について考察する。まず、柔軟物体の把持について、剛体の把持における force closure の考え方を拡張した bounded force closure という概念を導入し、把持安定性の指標を提案する。次に、柔軟物体の把持の状態が bounded force closure であるための必要条件について考察する。最後に、二次元空間における薄板状物体を例にとり、bounded force closure に基づく把持の安定性を数値的に評価する。

5.2 Bounded Force Closure の定義

これまで、剛体の把持安定性を評価するために、form closure や force closure といった概念が提案されてきた。本節では、これらの概念が柔軟物体の把持についても適用できるか否かについて検討する。

まず、form closure について考える。Form closure は、物体の自由度を幾何学的に拘束するという概念とみなすことができる。しかし、柔軟物体は、無限の自由度を持つと考えられるので、これを有限個の指で幾何学的に拘束することは不可能である。

続いて, force closure について考える. 本章では, 力とモーメントを合わせて6次元ベクトルで表す. このベクトルをレンチと呼ぶ. Fig.5.1に示すように, 物体は k 個の指で把持されているとする. 体積力に対応するレンチを \mathbf{b} , 第 i 番目の指からの抗力に対応するレンチを $r_i \mathbf{w}_i$ で表す. ここで, r_i はレンチの大きさ, \mathbf{w}_i はレンチの方向を表す. この物体に, レンチ \mathbf{p} が加えられるとする. 任意のレンチ \mathbf{p} に対して, 力のつりあいが保たれる時, その把持の状態は, force closure の条件を満たすという. これを式で表すと,

$$\begin{aligned} \forall \mathbf{p}, \quad \exists r_1, r_2, \dots, r_k \geq 0, \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{p} + \mathbf{b} + \sum_{i=1}^k r_i \mathbf{w}_i = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

となる. 物体と指との接触は, 単方向拘束であるので, レンチの大きさ r_i は, 正または零である.

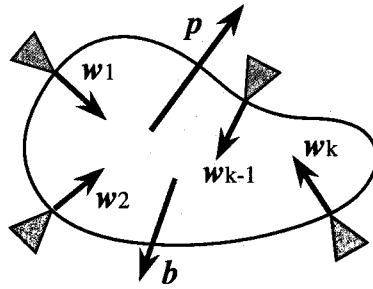


Fig.5.1 Rigid object where external force and moment are imposed

今, 把持対象物が柔軟物体の場合について考える. 初期状態において, 物体には周囲の指から, $r_i^0 \mathbf{w}_i$ で表されるレンチが加えられており, 物体にはレンチに対応する変形が生じている. また, それぞれの指は初期状態における位置に固定されているものと仮定する. 物体と指との i 番目の接触点に, $r_c > r_i^0$ となるレンチ $r_c \mathbf{w}_i$ を加える. これにより, 接触点には初期状態以上の変形が生じ, 物体と指との接触が失われてしまう. この時, 残りの指の配置によっては, レンチ $r_c \mathbf{w}_i$ に対する反力を残りの指で発生させることができなくなり, 式(5.1)で表されるような force closure の条件が満たされなくなる可能性がある. これは, 対象物が柔軟物体の場合, k 個の点接触によって把持するためには, 物体に加えることのできるレンチの大きさに上限があることを意味する. また, この上限値は, レンチの作用する位置や方向に依存する.

そこで, 柔軟物体の把持に適用できるように, force closure の考え方を拡張した次のような概念を導入する. Fig.5.2に示すように, 大きさ f , 方向 \mathbf{n} で表される外力 $f\mathbf{n}$ が, 物体上のある点 \mathbf{x} に加えられているものとする. この外力に対応するレンチベクトルは $\mathbf{w}_f = [\mathbf{n}^T, (\mathbf{x} \times \mathbf{n})^T]^T$ と表される. 力の大きさ f がある上限を超えない限りにおいては, force closure であるための条件が成り立つ. また, この上限は \mathbf{n} および \mathbf{x} に依存する. Force closure の条件を満たす最大の f を $f_{\text{ub}}(\mathbf{x}, \mathbf{n})$ とおき, その最小値を f_{mub} とおく. すなわち,

$$f_{\text{mub}} = \min_{\mathbf{x}} \min_{\mathbf{n}} f_{\text{ub}}(\mathbf{x}, \mathbf{n}) \quad (5.2)$$

とする. これより, 力の大きさ f が $f \leq f_{\text{mub}}$ である限りは, 任意の \mathbf{x} および \mathbf{n} に対して force closure の条件が満たされることになる. このような状態を, bounded force closure の状態にあ

ると定義する. このことを式で表すと次のようになる.

$$\begin{aligned} & \forall \mathbf{x}, \forall \mathbf{n}, \exists f_{\text{mub}} > 0, r_1, r_2, \dots, r_k \geq 0, \\ \text{s.t. } & f\mathbf{w}_f + \mathbf{b} + \sum_{i=1}^k r_i \mathbf{w}_i = \mathbf{o}, \quad \forall f \in [0, f_{\text{mub}}]. \end{aligned} \quad (5.3)$$

ここで, f_{mub} を最大許容外力と呼ぶことにする.

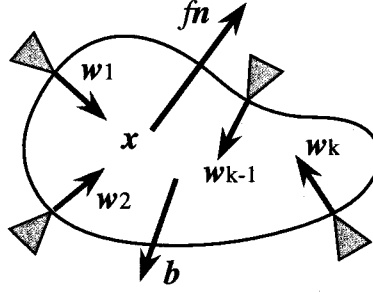


Fig.5.2 Deformable object where external force is imposed

次に, Fig.5.3に示すように, 物体に大きさ m , 回転軸方向 \mathbf{d} で表されるモーメントが加えられた場合について考える. このモーメントに対応するレンチベクトルは $\mathbf{w}_m = [\mathbf{o}^T, \mathbf{d}^T]^T$ と表される. Force closure の条件を満たす最大の m を $m_{\text{ub}}(\mathbf{d})$ とおき, その最小値を m_{mub} とおく. すなわち,

$$m_{\text{mub}} = \min_{\mathbf{d}} m_{\text{ub}}(\mathbf{d}) \quad (5.4)$$

とする. これより, モーメントの大きさ m が $m \leq m_{\text{mub}}$ である限りは, 任意の \mathbf{d} に対して force closure の条件が満たされることになる. このような状態も, bounded force closure の状態であると定義する. このことを式で表すと次のようになる.

$$\begin{aligned} & \forall \mathbf{d}, \exists m_{\text{mub}} > 0, r_1, r_2, \dots, r_k \geq 0, \\ \text{s.t. } & m\mathbf{w}_m + \mathbf{b} + \sum_{i=1}^k r_i \mathbf{w}_i = \mathbf{o}, \quad \forall m \in [0, m_{\text{mub}}] \end{aligned} \quad (5.5)$$

ここで, m_{mub} を最大許容モーメントと呼ぶことにする.

一般に, 物体に複数の外力およびモーメントが加えられ, それらに対応するレンチが $[\mathbf{f}^T, \mathbf{m}^T]^T$ と表されるとする. この時, $|\mathbf{f}| \leq f_{\text{mub}}$ かつ $|\mathbf{m}| \leq m_{\text{mub}}$ であれば, これまでの議論より, bounded force closure の条件が満たされることになる.

最大許容外力 f_{mub} および最大許容モーメント m_{mub} の値が大きければ大きいほど, より大きな外力およびモーメントに対して, 安定に把持することができる. したがって, これら二つの値は, 柔軟物体の把持の安定性を評価する指標のひとつとして用いることができると考えられる.

5.3 Bounded Force Closure の必要条件

前節では, 柔軟物体の把持に関する解析を行なうために, 従来の force closure の概念を拡張した, bounded force closure という概念を導入した. ここでは, 把持の状態が bounded force clo-

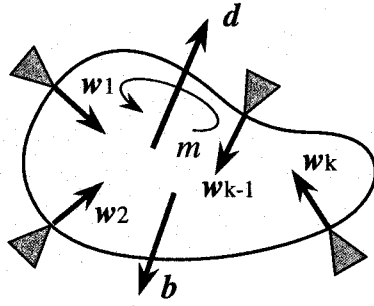


Fig.5.3 Deformable object where external moment is imposed

sure であるための条件について考察を加える。

周囲の指から物体に加えられるレンチベクトル $r_i w_i$ ($i = 1, \dots, k$) の合ベクトル w_{sum} の取り得る, 6次元空間内の領域を Ω とおくと, Ω は次のように表される。

$$\Omega = \left\{ w_{\text{sum}} = \sum_{i=1}^k r_i w_i \mid r_1, \dots, r_k \geq 0 \right\}. \quad (5.6)$$

したがって, 式(5.3)は以下のように書くことができる。

$$-f w_f - b \in \Omega, \quad \forall f \in [0, f_{\text{mub}}]. \quad (5.7)$$

体積力に対応するレンチ b と領域 Ω との関係は, 次の3つのケースに分類することができる。

- case 1 : $-b \notin \Omega$
- case 2 : $-b \in \partial\Omega$
- case 3 : $-b \in \Omega^{\text{int}}$

ここで, $\partial\Omega$ は領域 Ω の境界を表し, Ω^{int} は領域 Ω の内点集合を表す。ここで, Fig.5.4に示す2次元の場合を例にとり, 式(5.7)が成り立つ条件を考察する。ベクトル $-b_1, -b_2, -b_3$ は, それぞれ, case 1, 2, 3 に相当する。このうち, case 1 と case 2 では, 式(5.7)を満たさないレンチベクトル w_f が存在する。すなわち, 任意の w_f に対して式(5.7)が成り立つのは, case 3 のみである。これは, 一般に n 次元の場合でも同様である。したがって, bounded force closure であるための必要条件として,

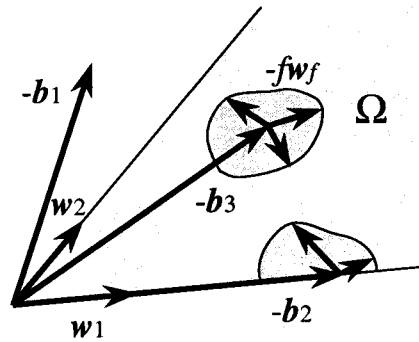
$$-b \in \Omega^{\text{int}} \quad (5.8)$$

が導かれる。また, 領域 Ω の次元が6より小さい場合には, 内点集合 Ω^{int} は空集合となり, 式(5.8)は成立しない。よって,

$$\dim \Omega = 6 \quad (5.9)$$

なる条件が得られる。特に, 体積力に対応するレンチ b の大きさが零である場合には, 上の条件式は以下ようになる。

$$\Omega = \mathbb{R}^6 \quad (5.10)$$

Fig.5.4 Relationship between body force \mathbf{b} and region Ω

一方, $\mathbf{b} = \mathbf{o}$ であり, かつ $-\mathbf{w}_f = \mathbf{w}_i$ である場合には, 式 (5.3) より,

$$r_i \in [0, f_{\text{mub}}]$$

となる. よって, レンチの大きさ r_i には上限があることになり, 領域 Ω も有限の大きさを持つことがわかる. したがって, 式 (5.10) は,

$$\mathbf{o} \in \Omega^{\text{int}}$$

となり, 体積力に対応するレンチ \mathbf{b} の大きさが零である場合にも式 (5.8) が成り立つ. 結局, bounded force closure であるための必要条件は, 式 (5.8) と式 (5.9) とをまとめて, 以下のようになる.

$$\dim \Omega = 6 \quad \text{and} \quad -\mathbf{b} \in \Omega^{\text{int}} \quad (5.11)$$

この条件が成り立つか否かは, 凸多面錐の演算アルゴリズム [3] により, 判定することができる. 一方, 式 (5.1) より, force closure であるための必要条件は, 体積力に関係なく $\Omega = \mathbf{R}^6$ となり, 条件の判定に体積力が影響することが, bounded force closure の一つの特徴であると見なすことができる.

5.4 把持安定性の評価計算例

本章で導入した bounded force closure の概念に基づいて, 薄板状物体の把持の安定性を数値的に評価する. 作業空間は 2 次元とし, Fig.5.5 に示す三つの把持状態について安定性を比較する. 把持される物体は, 厚み方向には変形しないものとし, その長さ, 厚さ, 曲げ剛性は, それぞれ $L = 1.00 \times 10^2$, $t = 1.00 \times 10^{-1}$, $R_f = 1.00$ とする.

Fig.5.5(a) では, 薄板状物体は両側から挟まれているものとし, 端点では回転支持されているものとする. 初期状態は, $l/L = 0.95, 0.80, 0.60$ の三つの場合を考える. この時の両端の初期把持力を r^0 とすると, 計算により, それぞれ $r^0 = 1.02 \times 10^{-3}, 1.10 \times 10^{-3}, 1.24 \times 10^{-3}$ となる.

一方, Fig.5.5(b) および Fig.5.5(c) では, 物体は上下から挟まれているものとする. ただし, Fig.5.5(b) ではハンドと物体とは点接触, Fig.5.5(c) ではハンドと物体とは面接触し, 特に Fig.5.5(c) では, 接触部分で紙面に垂直な軸回りに任意の大きさのモーメントを発生できるものとする. 初期

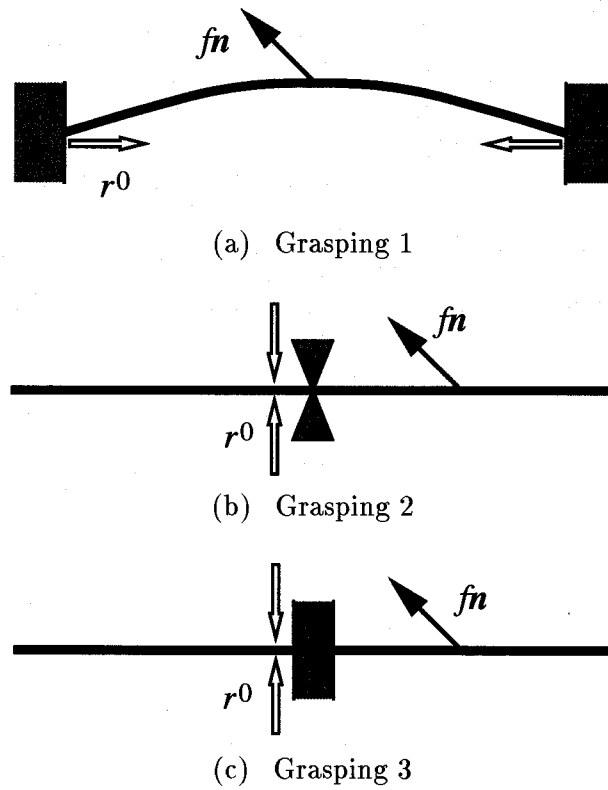


Fig.5.5 2-dimensional examples of deformable object grasping

把持力 r^0 は, Fig.5.5(b), Fig. 5.5(c) とも, Fig.5.5(a) と同じように, $r^0 = 1.02 \times 10^{-3}$, 1.10×10^{-3} , 1.24×10^{-3} の三つの場合を考える.

以上のような条件のもとで, まず, 物体のある点 $P(s_i)$ に外力 fn およびモーメント m を加え, その時の変形形状を計算する. ただし, 点 $P(s_i)$ に外力やモーメントが作用する場合, その点の両側で力やモーメントの分布が不連続に変化するので,

$$\theta(s) = \begin{cases} \mathbf{a}_l^T \cdot \mathbf{e}(s) & (s < s_a) \\ \mathbf{a}_r^T \cdot \mathbf{e}(s) & (s > s_a) \end{cases} \quad (5.12)$$

$$\text{s.t. } \theta(s_a) = \mathbf{a}_l^T \cdot \mathbf{e}(s_a) = \mathbf{a}_r^T \cdot \mathbf{e}(s_a)$$

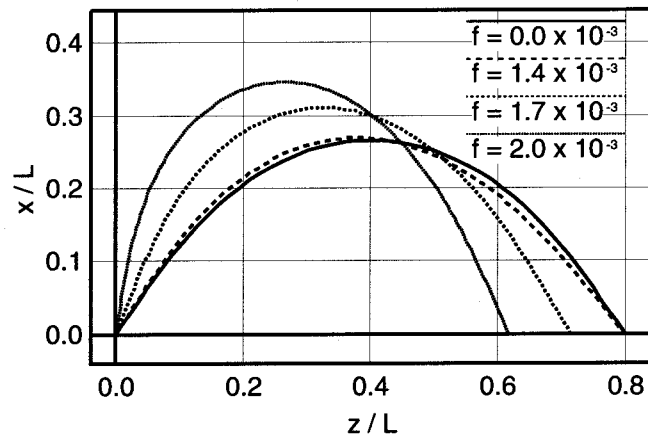
のように, 作用点の両側で別々の係数ベクトルを定義し, $\mathbf{a} = [\mathbf{a}_l^T, \mathbf{a}_r^T]^T$ に関する最適化問題を解くことにより形状を求める. Fig.5.6(a) に, 把持1において, $s_i = 0.50L$, $\mathbf{n} = [-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]^T$ としたときの変形形状を, また Fig.5.6(b) には, 把持2において, $s_i = 0.75L$, $\mathbf{n} = [-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]^T$ としたときの変形形状を示す. ただし, Fig.5.6(a) では,

$$x(L) - l < 0 \quad (5.13)$$

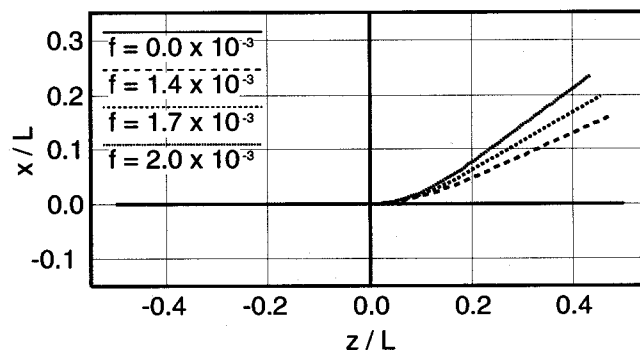
$$y(L) = 0 \quad (5.14)$$

で表される制約条件を与えている.

Fig.5.6(a) において, 大きさ f の外力を加えた時の変形形状は, 第3章で示した手法により求めることができる. その際, 制約式 (5.13)(5.14) に対する未定乗数から, 物体の右端点にかかる力 \mathbf{f}_r



(a) Grasp 1



(b) Grasp 2

Fig.5.6 Computational results of deformed object shapes caused by external force

も求めることができる。この \mathbf{f}_r は、 s_i 、 \mathbf{n} 、および f に依存する。許容力集合は、物体とハンドとの間の摩擦係数を μ とおくと、

$$\Omega = \left\{ \mathbf{w}_{\text{sum}} = r_1 \begin{bmatrix} -1 \\ \mu \end{bmatrix} + r_2 \begin{bmatrix} -1 \\ -\mu \end{bmatrix} \mid r_1, r_2 \geq 0 \right\}$$

となる。領域 Ω に $-\mathbf{f}_r$ が含まれる場合には、この物体を、ハンドとの間に滑べりを生じることなく安定に把持できる。したがって、 s_i 、 \mathbf{n} を変化させながら $-\mathbf{f}_r \in \Omega$ の条件を満たす最小の f を求めることにより、把持安定性の指標である最大許容外力 f_{mub} を求めることができる。最大許容モーメント m_{mub} も、同様にして求めることができる。このようにして求めた最大許容外力 f_{mub} と摩擦係数 μ との関係を Fig.5.7 に、最大許容モーメント m_{mub} と、摩擦係数 μ との関係を Fig.5.8 に示す。なお、把持3の場合、ハンドと物体の接触部分において紙面に垂直な軸回りには任意のモーメントを発生できると仮定しているため、 r^0 の値に関係なく $m_{\text{mub}} = \infty$ となる。そのため、Fig.5.8 においては、把持3に対応するグラフを省いてある。Fig.5.7, Fig.5.8 より、把持2よりは把持1、把持1よりは把持3の方が、また同じ把持状態なら初期把持力 r^0 および摩擦係数 μ の大きい方が、物体を安定に把持できるということがわかる。

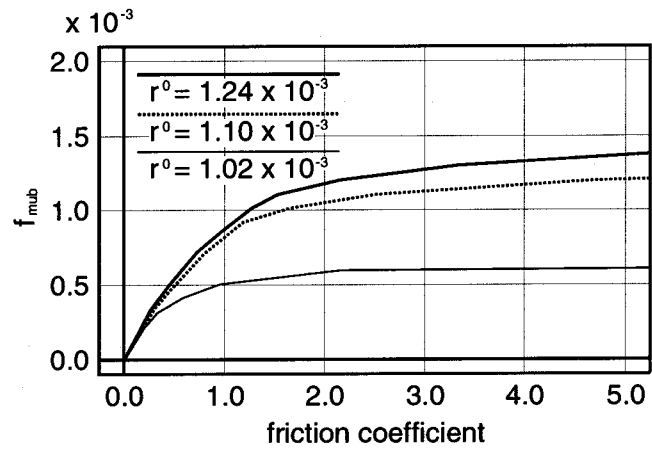
実際のハンドリングでは、物体は、把持2と把持3との中間の把持、すなわち、ある大きさのモーメントまでは、初期把持力 r^0 によって対抗できるような状態で把持されると考えられる。このような中間的な把持において、どの程度の大きさのモーメントにまで安定に把持できるかは、ハンドと物体との接触面積に依存する。したがって、中間的な把持におけるハンドと物体との接触面積の大きさによって、把持1と中間的な把持のどちらが安定に把持できるかが変わってくることになる。

5.5 結論

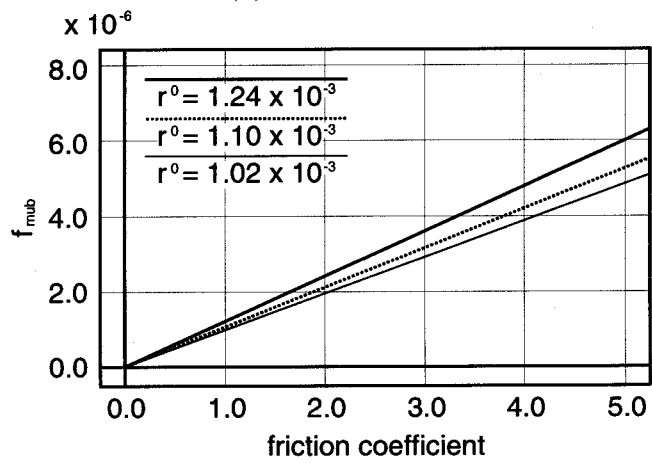
本章では、柔軟物体の把持の安定性について考察し、薄板状物体を例にした把持方法の安定性を数値的に評価した。本章の結論を以下に述べる。

- 柔軟物体の把持に関して、従来の force closure の考え方を拡張した bounded force closure という概念を導入した。この概念に基づき、柔軟物体の把持安定性の評価指標となる最大許容外力および最大許容モーメントを提案した。
- 把持の状態が bounded force closure であるための必要条件として、 $\dim \Omega = 6$ と $-\mathbf{b} \in \Omega^{\text{int}}$ を導いた。一方、force closure であるための必要条件は $\Omega = \mathbb{R}^6$ のみとなり、条件の判定に体積力 \mathbf{b} が影響することが、bounded force closure の一つの特徴であることが分かった。
- 上述の手法を用いて、薄板状物体の把持安定性を複数の把持方法について評価した。その結果、物体に加えられる把持力が大きいほど、また、物体とハンドとの摩擦係数が大きいほど安定に把持できることを数値的に示した。

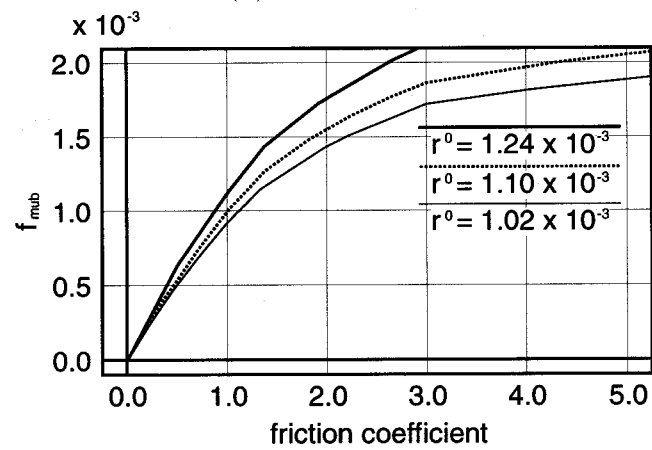
本章で定義した最大許容外力および最大許容モーメントを、実験により実際に求めることは困難であるが、このようなシミュレーションを行なうことによって、把持方法の安定性を定量的に評価することができると考えられる。そこで次章では、これまで述べてきた手法を統合し、薄板状物体のマニピュレーション計画の導出支援を試みる。



(a) Grasping 1

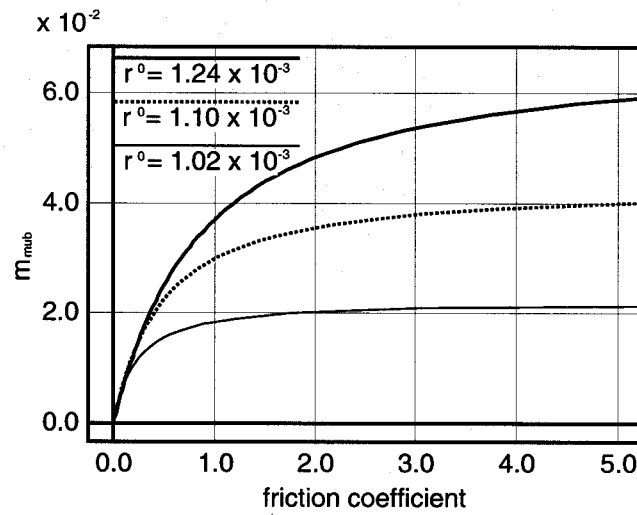


(b) Grasping 2

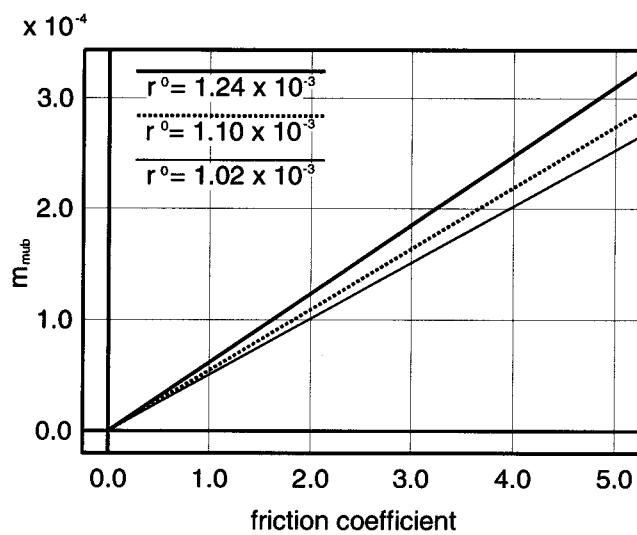


(c) Grasping 3

Fig.5.7 Relationship between maximum magnitude of admissible force and friction coefficient



(a) Grasping 1



(b) Grasping 2

Fig.5.8 Relationship between maximum magnitude of admissible moment and friction coefficient

第 6 章

薄板状物体のマニピュレーション方策の導出

6.1 緒言

本論文では，柔軟物体として薄板状物体を例にとり，その一般的なマニピュレーション方策の導出を計算機により支援するために，以下のことについて考察を行ってきた。

2章では，薄板状物体を例にとり，物体の接触状態とその遷移に着目したマニピュレーションの定性的表現手法を提案した。この手法を用いることにより，物体の初期状態と目標状態が与えられた時，計算機により，条件を満たす接触状態遷移経路を自動生成できることを示した。

3章では，薄板状物体の曲げ変形について解析を行ない，薄板状物体の変形形状を理論的に導く手法を確立するとともに，実験によりその手法の妥当性を確認した。

4章では，第3章での手法を応用し，初期状態と最終状態が与えられた場合に，物体のポテンシャルエネルギーの最大値が最小となるようなマニピュレーション軌道を導出する手法を提案した。

5章では，柔軟物体の把持の安定性を評価するために，bounded force closure の概念を提案し，最大許容外力および最大許容モーメントを求めることにより，把持状態の安定性を数値的に評価できることを示した。

そこで本章では，これまで提案した手法を統合し，具体的なマニピュレーション方策の導出方法について考察する。まず，制御物体をも含めた作業環境と要求作業を定義し，2章で構築した接触状態遷移経路自動生成プログラムを用いて状態遷移経路を生成する。次に，得られた経路のうち2種類について，3章で提案した変形解析手法を用いて実際の変形形状を求め，それぞれの経路に対する適切な接触位置を定量的に決定する。最後に，5章で提案した bounded force closure 等に基づいて，2種類の遷移経路のうちどちらがより適切かについて考察する。

6.2 マニピュレーション方策の導出手順

6.2.1 想定するマニピュレーション作業

Fig.6.1に想定する作業を示す。環境面は S_1 と S_2 の2面存在するものとし，水平面からの角度はそれぞれ $\theta^{S_1} = \pi/2$ ， $\theta^{S_2} = 0$ とする。空間座標の原点は，これら二つの環境面の交点にとる。薄板状物体は長さ $L = 200\text{mm}$ ，厚さ $t = 0.13\text{mm}$ ，曲げ剛性 $R_f = 2.39 \times 10^7 \text{N}\cdot\text{m}^2$ ，単位長さ当たりの重量 $Mg = 1.88 \times 10^{-2} \text{N/m}$ の紙状のものを考える。この時，2章で用いた重力の寄与を表す無次元数 ρ の値は 6.30 となる。制御物体は Fig.6.1(c) のような矩形状のものが二つ存在

するものとする。二つの環境面と薄板状物体との間には摩擦はなく、制御物体と薄板状物体との間の摩擦係数は 0.2 とする。以上のような条件のもとで、Fig.6.1(a) のような初期状態（接触パターン P_1-P_4 ）から Fig.6.1(b) のような目標状態（接触パターン P_1-P_1 ）へとマニピュレートするものとする。この時、目標状態における物体左端の空間座標は $(x_0, z_0) = (-100\text{mm}, 100\text{mm})$ とし、物体左端の角度については特に制約を与えないものとする。ただし、物体全体が環境面 S_2 より上、すなわち $z > 0$ に存在しなければならない。

以上のようなマニピュレーション作業に対し、2 章で構築した接触状態遷移経路自動生成プログラムを用いることにより、条件を満たす状態遷移経路は全部で 46,866 通り存在することが分かる。なお、ここでは 7 回までの状態遷移により目標状態へ到達できるもののみを選択している。このうち、物体を環境面 S_1 に接触させることなく目標状態へと状態を変化させる場合の状態遷移経路は 27,468 通り存在する。また、遷移可能接触領域を考慮することにより実現できる可能性のある状態遷移経路は全部で 35,843 通りとなる。

そこで、薄板状物体が環境面 S_2 にしか接触しない状態遷移経路と、2 つの環境面に接触する状態遷移経路の 2 種類を例にとり、各遷移経路における制御物体の適切な接触位置を、薄板状物体のポテンシャルエネルギーが最小となる、すなわち物体をなるべく変形させないという基準から導出する。また、二つの遷移経路と各状態における接触位置、すなわちマニピュレーション方策を比較し、いくつかの観点について評価を行う。

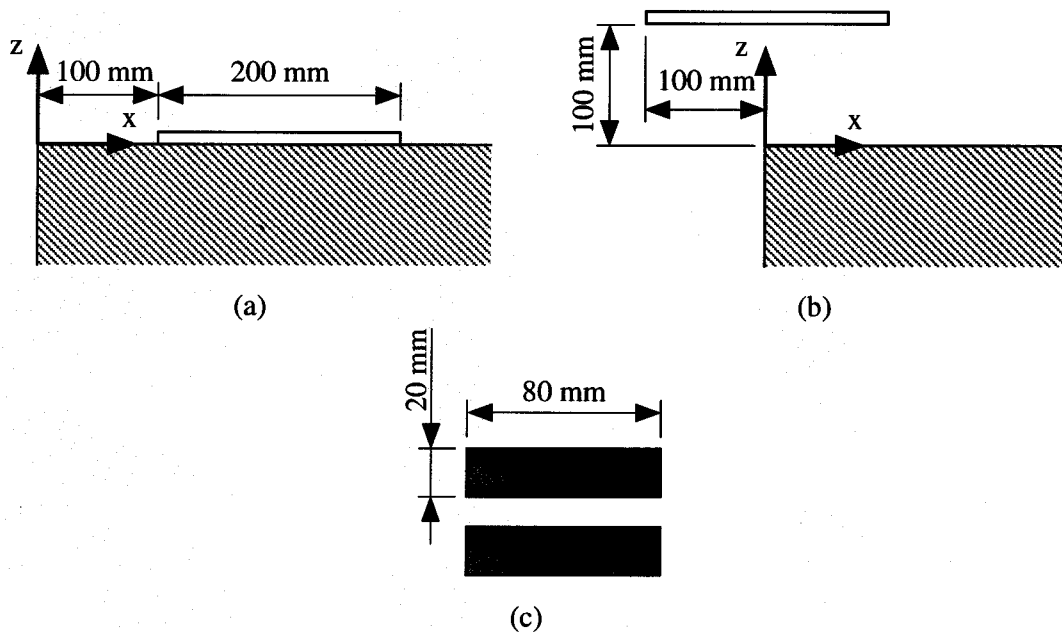


Fig.6.1 Example for manipulation strategy derivation

6.2.2 状態遷移経路例 1 に対する考察

Fig.6.2 に、状態遷移経路例 1 における接触状態遷移と遷移可能接触領域を示す。また、Table 6.1 に Fig.6.2 の各状態における接触位置候補の組み合わせを示す。この例では、物体は環境面 S_1 には接

触することなく、2回の状態遷移により目標状態へと到達している。以下では、Fig.6.2の各状態についてより詳細に考察する。

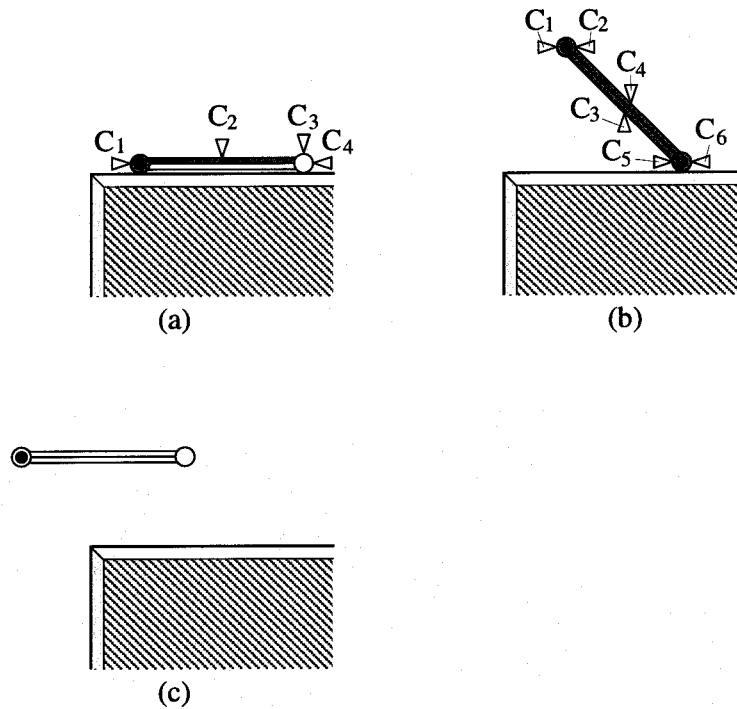


Fig.6.2 Contact state transition example #1 for manipulation strategy derivation

Table 6.1 List of contact point combination in each state in Fig.6.2

pattern combination	list of contact point combination
(a) P ₁ -P ₄	C ₁ -C ₂ , C ₁ -C ₃ , C ₁ -C ₄ , C ₂ -C ₂ , C ₂ -C ₃ , C ₂ -C ₄
(b) P ₁ -P ₃	C ₁ (when $\Theta^{E_1} \neq 3\pi/2$), C ₁ -C ₂ , C ₃ (when $0 \leq \Theta^{E_1} < \pi/2$ or $3\pi/2 < \Theta^{E_1} < 2\pi$), C ₃ -C ₃ , C ₃ -C ₄ , C ₄ (when $\pi/2 < \Theta^{E_1} < 3\pi/2$), C ₄ -C ₄ , C ₅ (when $\Theta^{E_1} \neq 3\pi/2$), C ₅ -C ₆

接触状態 (a) における接触位置候補

Fig.6.2(a)において、Fig.6.2(b)へと状態を遷移できる可能性のある制御物体の接触位置候補の組み合わせは、Table 6.1より、C₁-C₂, C₁-C₃, C₁-C₄, C₂-C₂, C₂-C₃, C₂-C₄となる。以降では、これらの接触位置候補の組み合わせそれぞれについて考察を行う。

- 接触位置候補 (a):C₁-C₂

組み合わせが C₁-C₂ の場合、実際の形状解析における制約条件は

$$\theta(s_1) = 0 \quad (6.1)$$

$$\int_0^{s_1} \cos \theta ds - l_x = 0 \quad (6.2)$$

$$l_x - \int_0^s \cos \theta ds > 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (6.3)$$

$$\int_0^s \cos \theta ds > 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (6.4)$$

$$z_0 + \int_0^s \sin \theta ds > 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (6.5)$$

となる。ここで、 s_1 は接触点 C_2 の位置とし、 l_x は制御物体間の x 方向の距離、 z_0 は薄板状物体左端の z 座標とする。ここで、3章で示した変形解析手法を用いることにより、式(6.1)から式(6.5)で表されるような制約条件において、 $s_1 = L$ の時最小の作用力 $\mathbf{f}^{V_0}(0)$ 、 $\mathbf{f}^{E_1}(\pi)$ で物体を変形させることができ、 $|\mathbf{f}^{V_0}(0)| = |\mathbf{f}^{E_1}(\pi)| = 1.21 \times 10^{-2} \text{N}$ となる。以降では $s_1 \cong L$ として議論を進める。ここで、Fig.6.2(b) に状態を遷移させるためには、制御物体の接触位置 C_2 における環境面 S_2 と薄板状物体との接触状態が 0 とならなくてはならないため、式(6.1)から式(6.4)のような制約条件は維持できない。したがって、制御物体が薄板状物体の表面を滑りながら移動することはないと仮定すると、制御物体は Fig.6.2(a) の状態において、 $s = s_1$ 以外の位置で薄板状物体と接触している必要がある。例えば、Fig.6.3に示すような状態の時、 $s_1 = L$ における薄板状物体と環境面 S_2 との接触が失われても、図右側の制御物体は薄板状物体に対し上向きの作用力を加えることができる。Fig.6.3のように薄板状物体を変形させるためには、少なくとも $s_1 = L$ において大きさ $3.72 \times 10^{-2} \text{N}$ の作用力 $\mathbf{f}^{E_1}(\pi)$ を加える必要があり、この時の制御物体間の x 方向の距離は $l_x = 36 \text{mm}$ 、薄板状物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $U_p = 3.37 \times 10^{-3} \text{J}$ となる。また、この状態から $z_0 > 12.2 \text{mm}$ となるように上向きの作用力を加えると、接触状態は Fig.6.2(b) へと遷移する。

- 接触位置候補 (a): C_1 - C_3

組み合わせが C_1 - C_3 の場合、実際の形状解析における制約条件は

$$\theta(L) = 0 \quad (6.6)$$

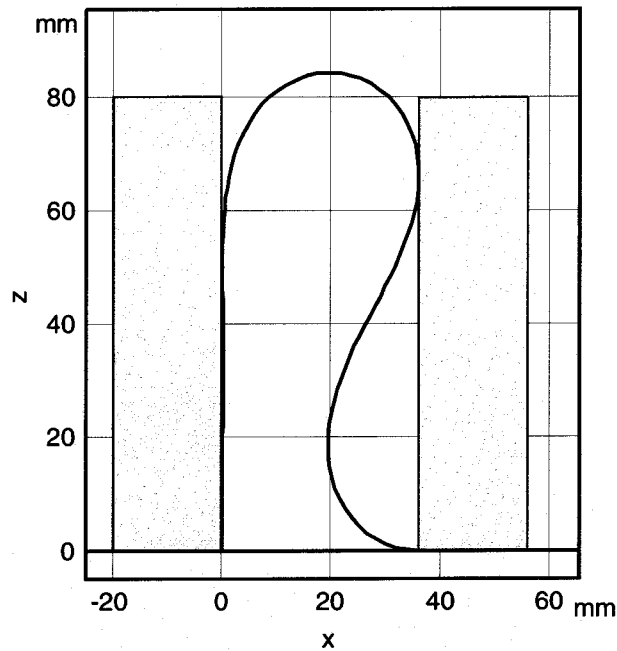
$$\int_0^L \cos \theta ds - l_x = 0 \quad (6.7)$$

$$l_x - \int_0^s \cos \theta ds > 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (6.8)$$

$$\int_0^s \cos \theta ds > 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (6.9)$$

$$z_0 + \int_0^s \sin \theta ds > 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (6.10)$$

となる。この場合は、状態が Fig.6.2(b) へと遷移しても上式で表される制約条件は維持されるので、例えば、 $l_x = 199 \text{mm}$ 、 $z_0 = 1 \text{mm}$ の時、稜線 E_1 の環境面 S_2 に対する接触状態が 0 となり、状態は Fig.6.2(b) へと遷移する。この時の物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $6.11 \times 10^{-6} \text{J}$ となる。このような状態遷移が生じるための l_x 、 z_0 は複数存在する。ただし、制御物体と薄板状物体との間の摩擦係数が 0.2 であるため、制御物体の移動に対し、滑ることなく頂点 V_0 を追従させるためには、 $s = 0$ における反力の z 方向成分と x 方向成分との比 $|r_z/r_x|$ が 0.2 以下である必要がある。

Fig.6.3 Example of shape when contact point combination is C_1-C_2

- 接触位置候補 (a): C_1-C_4

組み合わせが C_1-C_4 の場合, 実際の形状解析における制約条件は

$$\int_0^L \cos \theta ds - l_x = 0 \quad (6.11)$$

$$l_x - \int_0^s \cos \theta ds > 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (6.12)$$

$$\int_0^s \cos \theta ds > 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (6.13)$$

$$z_0 + \int_0^s \sin \theta ds > 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (6.14)$$

となる. Fig.6.4に, $s = 0$ および $s = L$ における反力の z 方向成分と x 方向成分との比 $|r_z/r_x|$ と, 制御物体間の x 方向の距離 l_x の関係を示す. 図より, 制御物体と薄板状物体との間の摩擦係数が 0.2 の場合には, $l_x \geq 190\text{mm}$ であれば, $s = 0$ および $s = L$ において滑べりを生じることなく, 物体を把持することができる. この時, 物体両端における作用力は $|\mathbf{f}^{V_0}(0)| = |\mathbf{f}^{V_1}(\pi)| = 9.27 \times 10^{-3}\text{N}$, 物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $U_p = 5.98 \times 10^{-5}\text{J}$ となる. また, この状態から $z_0 > 0\text{mm}$ となるように上向き作用力を加えると, 接触状態は Fig.6.2(b) へと遷移する.

- 接触位置候補 (a): C_2-C_2

組み合わせが C_2-C_2 の場合, 実際の形状解析における制約条件は

$$\theta(s_1) = 0 \quad (6.15)$$

$$\theta(s_2) = 0 \quad (6.16)$$

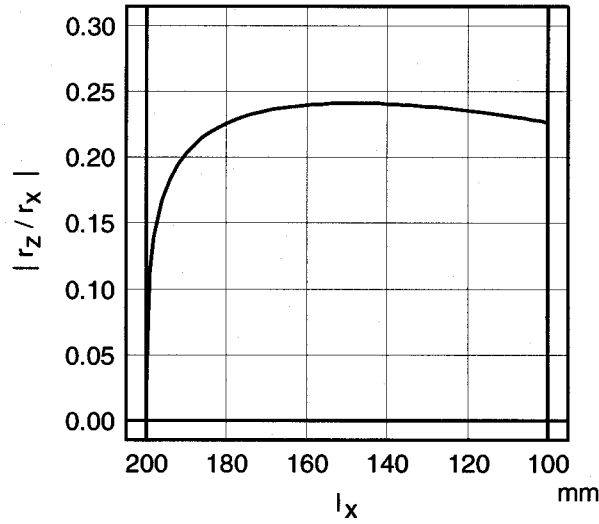


Fig.6.4 Example of shape when contact point combination is C₁-C₄

$$\int_{s_1}^{s_2} \cos \theta \, ds - l_x = 0 \quad (6.17)$$

$$l_x - \int_{s_1}^s \cos \theta \, ds > 0, \quad \forall s \in [s_1, s_2] \quad (6.18)$$

$$\int_{s_1}^s \cos \theta \, ds > 0, \quad \forall s \in [s_1, s_2] \quad (6.19)$$

$$z_0 + \int_0^s \sin \theta \, ds > 0, \quad \forall s \in [0, L] \quad (6.20)$$

となる. $s_1 = 0$, $s_2 = L$ の時, 最小の作用力 $f_1^{E1}(0)$, $f_2^{E1}(\pi)$ で物体を変形させることができ, $|f_1^{E1}(0)| = |f_2^{E1}(\pi)| = 2.36 \times 10^{-2} \text{N}$ となる. ただし, Fig.6.2(b) に状態を遷移させるためには, 接触位置 C₁-C₂ の場合と同様に, 制御物体の接触位置 C₂ における環境面 S₂ と薄板状物体との接触状態が 0 とならなくてはならないため, 式 (6.15) から式 (6.19) のような制約条件は維持できない. したがって, 制御物体は Fig.6.2(a) の状態において, $s = s_1, s_2$ 以外の位置で薄板状物体と接触している必要がある. このためには, 少なくとも $s = 0$ および $s = L$ において大きさ $4.31 \times 10^{-2} \text{N}$ の作用力 $f_1^{E1}(0)$ および $f_2^{E1}(\pi)$ を加える必要があり, この時の制御物体間の x 方向の距離は $l_x = 30 \text{mm}$, 物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $U_p = 5.32 \times 10^{-3} \text{J}$ となる. また, この状態から $z_0 > 10.8 \text{mm}$ となるように上向きの作用力を加えると, 接触状態は Fig.6.2(b) へと遷移する.

- 接触位置候補 (a):C₂-C₃

組み合わせが C₂-C₃ の場合は, C₂-C₂ の場合と同様に考えることができ, 必要最小作用力は $|f_1^{E1}(0)| = |f_2^{E1}(\pi)| = 4.31 \times 10^{-2} \text{gw}$, 物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $U_p = 5.32 \times 10^{-3} \text{J}$ となる.

- 接触位置候補 (a):C₂-C₄

組み合わせが C_2-C_4 の場合は、 C_1-C_2 の場合と同様に考えることができ、必要最小作用力は $|\mathbf{f}^{E_1}(0)| = 3.73 \times 10^{-2} \text{N}$ 、物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $U_p = 3.37 \times 10^{-3} \text{J}$ となる。

以上より、接触位置候補の組み合わせが (a): C_1-C_3 および (a): C_1-C_4 の場合には、それ以外の組み合わせに比べて小さなポテンシャルエネルギーで、すなわち物体をあまり変形させることなく、Fig.6.2(b) に示す状態へと遷移させることができる。

接触状態 (b) における接触位置候補

Table 6.1 に示した Fig.6.2(b) における接触位置候補の組み合わせのうち、接触位置候補 C_1 および C_5 は頂点に一点で接触してマニピュレートするということが、現実的ではない。よってそれ以外の接触位置について考察する。ここで、Fig.6.2(b) に示す接触状態において、Fig.6.2(a) の接触位置候補 (a): C_1-C_2 、(a): C_2-C_2 、(a): C_2-C_3 、および (a): C_2-C_4 は接触位置候補 (b): C_4-C_4 に対応する。同様に、接触位置候補 (a): C_1-C_3 および (a): C_1-C_4 は接触位置候補 (b): C_1-C_5 に対応する。

- 接触位置候補 (b): C_4-C_4

Fig.6.2(b) において接触位置候補 (b): C_4-C_4 に対応する接触位置候補 (a): C_1-C_2 、(a): C_2-C_2 、および (a): C_2-C_3 の場合には、制御物体が頂点 V_1 に接触していないため、この接触位置を変えることなく、頂点 V_1 に上向きの作用力を加え、Fig.6.2(c) へと状態を遷移させることができる。同じく接触位置 (b): C_4-C_4 に対応する接触位置候補 (a): C_2-C_4 の場合には、制御物体が頂点 V_1 に接触しているが、接触方向が $\tau^{V_1} = 0$ であるため、この場合も接触位置を変えることなく、頂点 V_1 に上向きの作用力を加え、Fig.6.2(c) に示す接触状態へと状態を遷移させることができる。

接触位置候補 (a): C_1-C_3 の場合には、頂点 V_1 における制御物体の接触方向が $\tau^{V_1} = \pi/2$ であるため、接触位置を変える必要がある。ここで、制御物体が薄板状物体の表面を滑りながら移動することはないと仮定しているため、頂点 V_1 に接触している制御物体を移動させることなく、頂点 V_1 以外の要素と接触させなくてはならない。したがって、変形形状は Fig.6.3 に示すような状態遷移例 1 における接触位置候補 (a): C_1-C_2 の場合と同様になる。この時、Fig.6.2(b) においては、上記の場合と同様に、接触位置を変えることなく、Fig.6.2(c) へと状態を遷移させることができる。

- 接触位置候補 (b): C_1-C_5

Fig.6.2(b) において接触位置候補 (b): C_1-C_5 に対応する接触位置候補 (a): C_1-C_4 の場合には、制御物体が頂点 V_1 に接触しているが、接触方向が $\tau^{V_1} = 0$ であるため、接触位置を変えることなく、頂点 V_1 に上向きの作用力を加え、Fig.6.2(c) へと状態を遷移させることができる。

- それ以外の接触位置候補

その他の接触位置候補の組み合わせ (b): C_3 、(b): C_3-C_3 、(b): C_3-C_4 、(b): C_4 、(b): C_5-C_6 は、制御物体が薄板状物体の表面を滑りながら移動することはないという仮定があるため、Fig.6.2(a) での制御物体の接触位置候補の組み合わせからは実現することができない。ただ

し、制御物体が三つ以上存在する場合には、三つ目以降の制御物体を新たに接触させ、その後 Fig.6.2(a) において接触させた制御物体を離脱あるいは移動させることにより、組み合わせを実現できる可能性がある。

以上より、状態遷移経路例 1 においては、接触位置候補の組み合わせが (a): $C_1-C_4 \rightarrow$ (b): C_1-C_5 の場合に、最小のポテンシャルエネルギーで、すなわち薄板状物体を最も変形させることなく、Fig.6.2(c) に示す目標状態へとマニピュレートできることが分かる。

6.2.3 状態遷移経路例 2 に対する考察

Fig.6.5 に、状態遷移経路例 2 における接触状態遷移と遷移可能接触領域を示す。また、Table 6.2 に Fig.6.5 の各状態における接触位置候補の組み合わせを示す。この例では、物体は二つの環境面に接触し、7 回の状態遷移により目標状態へと到達している。以下では、Fig.6.5 の各状態についてより詳細に考察する。

Table 6.2 List of contact point combination in each state in Fig.6.5

pattern combination	list of contact point combination
(a) P_1-P_4	C_1, C_2, C_3, C_4
(b) P_3-P_4	$C_1-C_3, C_1-C_4, C_2-C_2, C_2-C_3, C_2-C_4$
(c) P_3-P_8	C_1, C_1-C_1, C_2
(d) $P_{10}-P_8$	$C_1-C_2, C_1-C_3, C_1-C_4, C_2-C_2, C_2-C_3, C_2-C_4$
(e) P_6-P_8	$C_1(\text{when } \Theta^{E_1} \neq 3\pi/2), C_1-C_2, C_3(\text{when } \Theta^{E_1} > 3\pi/2), C_3-C_4, C_4(\text{when } \Theta^{E_1} < 3\pi/2), C_5, C_6, C_7, C_8$
(f) P_1-P_8	$C_1(\text{when } \Theta^{E_1} \neq 3\pi/2), C_1-C_2, C_3(\text{when } \Theta^{E_1} > 3\pi/2), C_3-C_4, C_4(\text{when } \Theta^{E_1} < 3\pi/2), C_5-C_6, C_5-C_7, C_5-C_8, C_6-C_6, C_6-C_7$
(g) P_1-P_3	$C_1-C_2, C_2, C_3-C_4, C_4, C_5-C_6, C_6$

接触状態 (a) における接触位置候補

Fig.6.5(a) において、Fig.6.5(b) へと状態を遷移できる可能性のある制御物体の接触位置の組み合わせは、Table 6.2 より、 C_1, C_2, C_3, C_4 となる。

接触位置候補 (a): C_1 , (a): C_2 , および (a): C_3 は接触方向 $\tau^{X_i} = \pi/2$ より、接触位置候補 (a): C_4 は接触方向 $\tau^{V_1} = 0$ より制御物体を接触させ、左向きの作用力を与えるというものであり、薄板状物体と環境面との摩擦係数が 0 であることから、物体を変形させることなく、Fig.6.5(b) に示す接触状態へと状態を遷移することができる。

ここで、実際に解析を行うと、接触位置候補 (a): C_2 , (a): C_3 , および (a): C_4 の場合には、この接触位置および作用力の方向を変えないことなく、接触パターン P_3-P_4 から直接接触パターン P_6-P_8 へ、すなわち Fig.6.5(b) に示す接触状態から Fig.6.5(e) に示す接触状態へと遷移できることが分かる。

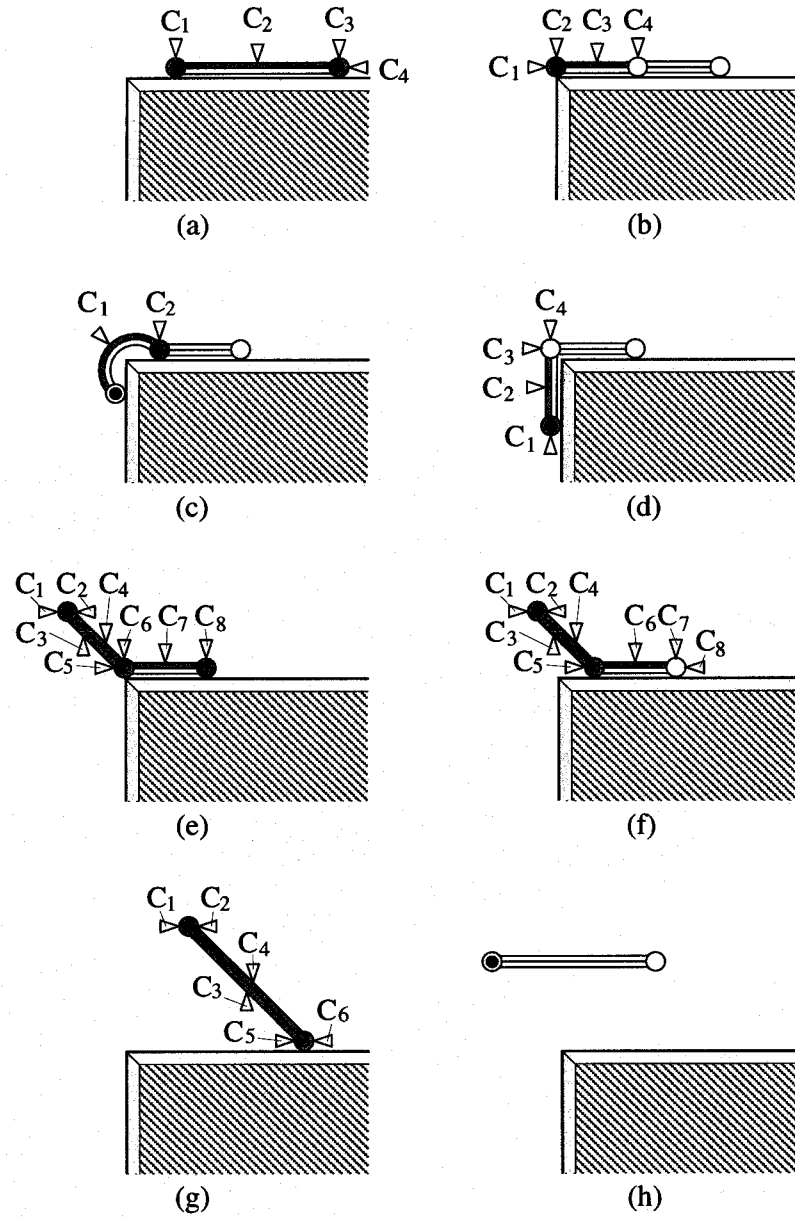


Fig.6.5 Contact state transition example #2 for manipulation strategy derivation

接触状態 (f) における接触位置候補

解析より, Fig.6.5(e) に示す接触状態において, Fig.6.5(f) に示す接触状態における作用力を物体に加えると, 接触パターン P_6 - P_8 から直接接触パターン P_1 - P_3 へ, すなわち Fig.6.5(e) に示す状態から Fig.6.5(g) に示す状態へと遷移できることが分かる. したがって, 以下では Fig.6.5(f) に示す状態における接触位置候補の組み合わせについて考察する. ただし, 接触位置 C_1 については現実的ではないため考慮しない. ここで, Fig.6.5(f) に示す接触状態において, Fig.6.5(a) の接触位置候補 (a): C_1 は (f): C_1 に, (a): C_2 は (f): C_4 あるいは (f): C_6 に, (a): C_3 は (f): C_7 に, そして (a): C_4 は (f): C_8 に対応する.

- 接触位置候補 (f): C_1 - C_2

組み合わせが C_1 - C_2 の場合, 実際の形状解析における制約条件は

$$\theta(0) = \theta_0 \quad (6.21)$$

$$z_0 + \int_0^s \sin \theta \, ds > 0, \quad \forall \left\{ s \mid s \in [0, L], x_0 + \int_0^s \cos \theta \, ds \geq 0 \right\} \quad (6.22)$$

となる. $\theta_0 = -0.501\text{rad}$, $z_0 > 50\text{mm}$ の時, Fig.6.5(g) に示す接触状態へと状態が遷移し, この時の物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $1.76 \times 10^{-5}\text{J}$ で最小となる.

- 接触位置候補 (f): C_3 および (f): C_3 - C_3

組み合わせが C_3 および (f): C_3 - C_3 の場合は, 操作中に薄板状物体と制御物体との間に滑べりを生じ, 接触が失われてしまう可能性があるため, 適切な接触位置とは言えない. また, 接触位置候補 (f): C_3 - C_3 の場合は, 一つ前の接触状態において, 稜線 E_1 に対し任意の方向に作用力を加えられるような変形を生じさせられないため, 不適當となる.

- 接触位置候補 (f): C_3 - C_4

組み合わせが C_3 - C_4 の場合は, 実際の形状解析における制約条件は

$$\theta(s_1) = \theta_0 \quad (6.23)$$

$$z_0 + \int_0^s \sin \theta \, ds > 0, \quad \forall \left\{ s \mid s \in [0, L], x_0 + \int_0^s \cos \theta \, ds \geq 0 \right\} \quad (6.24)$$

となる. $s_1 = L/2$, $\theta_0 = 0\text{rad}$, $z_0 > 0\text{mm}$ の時, Fig.6.5(g) に示す接触状態へと状態が遷移し, この時の物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $3.73 \times 10^{-7}\text{J}$ で最小となる.

- 接触位置候補 (f): C_4

組み合わせが C_4 の場合, 変形状の解析より $0 \text{ rad} \leq \Theta^{E_1} \leq 0.815 \text{ rad}$ となるため, この接触位置では状態遷移を実現できない.

- 接触位置候補 (f): C_4 - C_4

組み合わせが C_4 - C_4 の場合は, 一つ前の接触状態において, 稜線 E_1 に対し任意の方向に作用力を加えられるような変形を生じさせる必要がある. したがって, Fig.6.5(b) において, 制御物体は接触位置 (a): C_2 - C_2 に接触し, 対向する作用力を加えなければならない. これは,

状態遷移例 1 における接触位置候補 (a):C₂-C₂ に等しくなるため、必要最小作用力は $|\mathbf{f}_1^{E_1}(0)| = |\mathbf{f}_2^{E_1}(\pi)| = 4.31 \times 10^{-2} \text{N}$ 、物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $U_p = 5.32 \times 10^{-3} \text{J}$ となる。

- 接触位置候補 (f):C₅-C₆, (f):C₅-C₇, および (f):C₅-C₈

接触位置 C₅ を含む接触位置の組み合わせは、変形形状の解析より、接触位置 C₅ に対し右方向の作用力を加えることができないため、状態遷移不可能となる。

- 接触位置候補 (f):C₆-C₆ および (f):C₆-C₇

組み合わせが (f):C₆-C₆ および C₆-C₇ の場合は、状態遷移例 1 における接触位置候補 (a):C₂-C₂ に等しくなるため、必要最小作用力は $|\mathbf{f}_1^{E_1}(0)| = |\mathbf{f}_2^{E_1}(\pi)| = 4.31 \times 10^{-2} \text{N}$ 、物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $U_p = 5.32 \times 10^{-3} \text{J}$ となる。

- 接触位置候補 (f):C₆-C₈

組み合わせが C₆-C₈ の場合は、状態遷移例 1 における接触位置 (a):C₂-C₄ に等しくなるため、必要最小作用力は $|\mathbf{f}^{E_1}(0)| = 3.73 \times 10^{-2} \text{N}$ 、物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $U_p = 3.37 \times 10^{-4} \text{J}$ となる。

接触状態 (g) における接触位置候補

Fig.6.5(g) に示す接触状態において、Fig.6.5(f) の接触位置候補 (f):C₁-C₂ は接触位置 (g):C₁-C₂ に、接触位置候補 (f):C₃-C₄ は接触位置候補 (g):C₃-C₄ に、接触位置候補 (f):C₄-C₄, (f):C₆-C₆, (f):C₆-C₇, および (f):C₆-C₈ は接触位置候補 (g):C₄-C₄ に、それぞれ対応する。

- 接触位置候補 (g):C₁-C₂

組み合わせが C₁-C₂ の場合、実際の形状解析における制約条件は

$$\theta(0) = \Theta_0 \quad (6.25)$$

$$z_0 + \int_0^s \sin \theta \, ds > 0, \quad \forall \left\{ s \mid s \in [0, L], x_0 + \int_0^s \cos \theta \, ds \geq 0 \right\} \quad (6.26)$$

となる。ここで、 $x_0 = -100 \text{mm}$, $z_0 = 100 \text{mm}$ とした場合、 $\theta_0 > 0.13 \text{rad}$ で Fig.6.5(h) に示す目標状態へと状態が遷移し、この時の物体の曲げ変形によるポテンシャルエネルギーは $8.49 \times 10^{-5} \text{J}$ で最小となる。

- 接触位置候補 (g):C₃-C₄ および (g):C₄-C₄

Fig.6.5(g) において接触位置候補 (g):C₃-C₄ に対応する接触位置候補 (f):C₃-C₄ の場合には、制御物体が頂点 V₁ に接触していないため、この接触位置を変えることなく、稜線 E₁ に上向きの作用力を加え、Fig.6.5(h) へと状態を遷移させることができる。

また、Fig.6.2(g) において接触位置候補 (g):C₄-C₄ に対応する接触位置候補 (f):C₄-C₄, (f):C₆-C₆, (f):C₆-C₇, および (f):C₆-C₈ の場合にも、この接触位置を変えることなく、Fig.6.5(h) へと状態を遷移させることができる。

- それ以外の接触位置候補

その他の接触位置候補の組み合わせ (g):C₃, (g):C₃-C₃, (g):C₃-C₄, (g):C₄, (g):C₅-C₆ は、制御物体が薄板状物体の表面を滑りながら移動することはないという仮定があるため、Fig.6.5(f) での制御物体の接触位置候補の組み合わせからは実現することができない。ただし、状態遷移例 1 における接触状態 (b) の場合と同様に、制御物体の数が三つ以上存在する場合には実現できる可能性がある。

以上より、状態遷移経路例 2 においては、接触位置候補の組み合わせが (a):C₂ → (f):C₃-C₄ → (g):C₃-C₄ の場合に、最小のポテンシャルエネルギーで、すなわち薄板状物体を最も変形させることなく、Fig.6.5(h) に示す目標状態へとマニピュレートできることが分かる。

6.2.4 状態遷移経路例 1 と状態遷移経路例 2 との比較

これまでの議論により、状態遷移経路例 1 においては接触位置候補の組み合わせが (a):C₁-C₄ → (b):C₁-C₅ の場合に、最小のポテンシャルエネルギー $U_p = 5.98 \times 10^{-5} \text{J}$ で、状態遷移経路例 2 においては、接触位置候補の組み合わせが (a):C₂ → (f):C₃-C₄ → (g):C₃-C₄ の場合に、最小のポテンシャルエネルギー $U_p = 3.73 \times 10^{-7} \text{J}$ で Fig.6.1(b) に示す目標状態へとマニピュレートできる。Table 6.3 に、遷移経路例 1 および 2 における接触状態と、各状態における接触位置候補および作用力の方向を改めて示す。この表のような、初期状態から目標状態へとマニピュレーション対象物の状態を変化させるために必要な操作に関する情報は、マニピュレーション方策の一つとみなすことができる。物体のポテンシャルエネルギーを考慮した場合には、遷移経路例 1 のようなマニピュレーション方策よりも、遷移経路例 2 のようなマニピュレーション方策の方が、より適切であると言える。

Table 6.3 Contact point combination and acting force direction of example #1 and those of example #2

example #1		
pattern combination	contact point combination	acting force direction
(a) P ₁ -P ₄	C ₁ -C ₄	$f^{V_0}(0), f^{V_1}(\pi)$
(b) P ₁ -P ₃	C ₁ -C ₅	$f^{V_0}(\alpha), f^{V_1}(\alpha) (0 < \alpha < \pi)$
example #2		
pattern combination	contact point combination	acting force direction
(a) P ₁ -P ₄	C ₂	$f_h^{E_1}(\pi)$
(b) P ₃ -P ₄	C ₃	$f_h^{E_1}(\pi)$
(e) P ₆ -P ₈	C ₃ -C ₄	$f_h^{E_1}(\alpha), f_t^{E_1}(\alpha) (0 < \alpha < \pi)$
(g) P ₁ -P ₃	C ₃ -C ₄	$f_h^{E_1}(\alpha), f_t^{E_1}(\alpha) (0 < \alpha < \pi)$

更に、5章で提案した bounded force closure に基づいた把持の安定性評価を行うと、遷移経路例 1 では $l_x < 190 \text{mm}$ にはできないことから、遷移経路例 2 のようなマニピュレーション方策の方が、物体を安定に把持できていることになる。

ただし、この例では、二つの制御物体が完全に独立して動けるものと仮定しているが、Fig.6.6に示すようなハンドだった場合、遷移経路例2における接触位置候補の組み合わせ(a): $C_2 \rightarrow$ (f): $C_3-C_4 \rightarrow$ (g): C_3-C_4 は実現不可能となる。このように、マニピュレーション方策は制御物体の構造や形状にも依存する。したがって、どのような状態遷移を選択しても、与えられた制御物体あるいは作業環境では要求された作業が実現できない場合には、制御物体あるいは作業環境そのものを変更することにより、実現可能なマニピュレーション方策が存在するかどうかを検証する必要がある。

また、遷移経路が一つに限定され、それぞれの接触状態における薄板状物体の代表的な変形形状、例えば遷移経路例1におけるFig.6.3のような形状が得られれば、4章で提案した手法を用いることにより、それぞれの状態内でのマニピュレーション軌道、およびそれぞれの状態間でのマニピュレーション軌道を求めることができる。

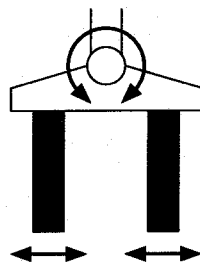


Fig.6.6 Example of shape and structure of mechanical hand

6.3 結論

本章では、これまで提案した手法を統合し、薄板状物体を対象とした、具体的なマニピュレーション方策の導出方法について考察した。導出手順は以下のようになる。

1. 要求作業が与えられた場合、それに基づいて作業対象物、作業環境、制御物体をモデル化する。この際、第2章で触れたような「状態遷移の間ある環境面には接触して欲しい／欲しくない」といった操作に対する制約条件も付加する。
2. 2章で構築した接触状態遷移経路自動生成プログラムを用いて、要求作業を満たすような状態遷移経路を生成する。これにより、遷移可能接触領域、更には制御物体の接触位置候補も得られる。
3. 3章で提案した手法を用いることにより、上で得られた各接触状態における各接触位置候補に対し、薄板状物体の変形形状を定量的に求める。これにより、接触位置候補の評価が可能となる。ここで、得られた接触位置候補あるいは状態遷移経路内のある接触状態が実現不可能である場合には、作業対象物、作業環境、制御物体を含めた要求作業が不適切であると判断し、これらを修正する。
4. 5章で提案した bounded force closure の概念に基づき、各状態遷移経路における物体の把持の安定性を定量的に評価する。これにより、適切な状態遷移経路を限定できる。

5. 上記操作により状態遷移経路が特定できれば，4章で示した手法を用いることにより，各状態内でのマニピュレーション軌道，および各状態間でのマニピュレーション軌道を求める。

2章で構築したプログラムにより生成される状態遷移経路は，環境面の数や許容できる状態遷移の最大数が大きくなると莫大な数となるため，それ以前の要求作業をモデル化する段階で，接触状態に対する制約条件をできるだけ多く付加するか，得られた状態遷移経路を，3章での形状解析手法を適用する前に，すなわち定性的な段階で評価し，限定する手法が必要であると考えられる。しかしながら，基本的には，2章から5章で示した手法を統合して用いることにより，特定の作業に限定されることなく，具体的なマニピュレーション方策の導出を支援することができる。なお，本論文では作業空間を二次元に限定し，対象物としては薄板状物体のみについて議論を進めてきたが，基本的な考え方は，三次元空間における柔軟物体一般に対しても適用できると考えられる。

第 7 章

総括

本論文では、柔軟物体として紙や板金のような薄板状物体を例にとり、その一般的なマニピュレーション方策の導出に対する系統的な手法を確立することを目的として研究を行なった。本論文の結論を以下に示す。

2章では、二次元における薄板状物体と環境面との接触状態に基づいて、マニピュレーション過程を定性的に表現した。まず、薄板状物体と単一の環境面との接触状態を、定性的に23通りの接触パターンに分類した。また、複数の環境面との接触状態は、接触パターンの組み合わせにより表現できることを示した。次に、薄板状物体の接触状態の遷移について定義し、マニピュレーション過程が接触状態をノード、状態遷移をアークとするネットワークによって表現できることを示した。これらをもとに、薄板状物体の初期状態と目標状態が与えられた時、計算機により、条件を満たす接触状態遷移経路を自動生成できることを示した。最後に、遷移可能接触領域を定義し、得られた接触状態遷移経路に対し、遷移可能接触領域を考慮することにより、薄板状物体のどこにハンドを接触させれば、そのような遷移を生じるマニピュレーションが可能なのかを導くことができることを示した。

3章では、薄板状物体の曲げ変形を解析し、変形形状の計算手法を提案するとともに、実験によりその妥当性を確認した。まず、薄板状物体のポテンシャルエネルギーと、物体に加えられる幾何学的および力学的制約を定式化した。特に、幾何学的制約は、境界条件に相当する等式制約と、他の物体との機械的な接触に起因する不等式制約から成ることを示した。次に、変形形状の計算アルゴリズムを構築し、このアルゴリズムが、周囲の障害物と機械的に接触している薄板状物体の変形形状を計算する能力を持っていることを確認した。最後に、紙の変形形状を測定し、その計測結果と計算値とを比較することにより、提案した計算手法が、薄板状物体の変形形状を推定するのに十分な精度を持っていることを示した。

4章では、3章での変形形状導出手法を利用することにより、マニピュレーション軌道の導出手法を提案した。まず、初期状態から目標状態へと薄板状物体の形状が変化する場合の形状の移り変わり方を変形経路と定義し、この変形経路を経路ベクトルを用いて表した。この経路に沿って計算した物体のポテンシャルエネルギーの最大値が最小となる変形経路を適切な変形状態とし、そのような形状の移り変わりを生じるような制約条件の移り変わりを適切なマニピュレーション軌道とした。次に、上記手法により得られた制約条件の下で、3章で提案した解析手法を用いて物体の変形形状を計算し、得られた変形経路が実際にポテンシャルエネルギーの最大値が最小となる経路かどうか確認することにより、上記提案手法の妥当性を検証した。

5章では、柔軟物体の把持の安定性について考察した。まず、柔軟物体の把持に関して、従来の

force closure の考え方を拡張した bounded force closure という概念を導入した。この概念に基づき、柔軟物体の把持安定性の評価指標となる最大許容外力および最大許容モーメントを提案した。次に、把持の状態が bounded force closure であるための必要条件として、 $\dim \Omega = 6$ と $-\mathbf{b} \in \Omega^{\text{int}}$ を導き、条件の判定に体積力 \mathbf{b} が影響することが、bounded force closure の一つの特徴であることを示した。最後に、上述の手法を用いて、薄板状物体の把持の安定性を複数の把持方法について評価した。その結果、物体に加えられる把持力が大きいほど、また、物体とハンドとの摩擦係数が大きいほど安定に把持できることを数値的に示した。

6章では、これまで提案した手法を統合し、具体的なマニピュレーション方策の導出方法について考察した。まず、要求される作業目標から、2章で提案したマニピュレーションの表現手法に基づいて状態遷移経路を生成した。次に、得られた経路について、3章で提案した解析手法を用いて実際の変形形状を求め、それぞれの経路に対する適切な接触位置を定量的に決定した。最後に、5章で提案した bounded force closure の考え方に基づいて、遷移経路のうちどれがより適切かについて評価を行ない、適切な状態遷移経路を導出した。

本論文では、作業空間を二次元、対象物を薄板状物体に限定し、マニピュレーション方策の導出について議論を進めてきた。また、薄板状対象物の力学的特性としては、弾性変形のみを考え、応力とひずみの関係は線形であると仮定している。しかし、実際には薄板状物体と言っても、その材質特性はさまざまであり、ここで用いた仮定が薄板状物体全般に当てはまるわけではない。ただし、2章で提案したマニピュレーション表現や、5章で提案した bounded force closure の概念は、対象物の力学的特性には全く依存しないため、より多様な薄板状物体のマニピュレーションに適用する場合にも、3章におけるモデリング手法を変更するだけでよい。また、三次元空間における線状物体、薄板状物体、あるいは塊状物体のマニピュレーションについて考察する場合にも、2章で提案した、定性的な接触状態に着目した表現手法を拡張することにより、接触状態遷移ネットワークを生成できるものと考えられる。

柔軟物体のマニピュレーションに関する研究は、剛体を対象としたものに較べればまだまだ始まったばかりであり、統一的なマニピュレーション方策導出手法の確立には多くの課題が残されている。しかし、本研究がその確立に少しでも役立つことを期待する。

謝辞

柔軟物体のマニピュレーションに関する研究をはじめから、本論文をまとめるまでに、大阪大学大学院 工学研究科 電子制御機械工学専攻 計算機援用生産工学講座において3年、大阪大学大学院 工学研究科 生産科学専攻に助手として任官してから6年、計9年を要した。その間、先生方、諸先輩をはじめとする多くの方々から御指導ならびに御協力をいただいた。

岩田一明 大阪大学名誉教授には、本研究の遂行に対して、有益な御指導、御鞭撻、御意見を賜わり、激励いただいた。ここに改めて厚く御礼申し上げる次第である。

本論文の主査を引き受けていただいた大阪大学大学院 工学研究科 生産科学専攻の荒井栄司教授、副査を引き受けていただいた生産科学専攻の仲田周次教授、座古勝教授、白瀬敬一助教授には、大変にお忙しい中、時間を頂戴して本論文をまとめるに際しての御指導、御助言、本研究の問題点に関する御指摘をいただいた。厚く御礼申し上げる次第である。

立命館大学 理工学部の平井慎一助教授には、研究のテーマ設定から本論文の執筆まで研究のあらゆる場面において、多くの建設的かつ詳細な御指導をいただいた。心から感謝の意を表す。

香川大学 工学部の和田隆広助手には、同じ柔軟物体のマニピュレーションの研究者として、多くの貴重な御助言をいただいた。ここに深く感謝の意を表す。

大阪大学大学院 工学研究科の小野里雅彦助教授、寺本孝司助手、そして、計算機援用生産工学講座の同窓だった故・尾崎優氏には、研究に行き詰まった際に様々なアドバイスをいただいた。ここに深く感謝の意を表すとともに、急逝された尾崎氏の御冥福をお祈りしたい。

また、本研究の遂行に御協力いただいた小林正樹氏（現 清水国際特許事務所）、山本晃氏（現 松下電子工業）、松村卓美氏（現 三菱重工業）、北村晴紀氏（現 東レ）、林俊樹氏、寺本亮氏、田中裕介氏をはじめとする、荒井研究室で出会った全ての方々に、あらためて感謝の意を表す。

最後に、これまで温かく見守ってくれた家族と、時に笑顔で、時に厳しい言葉で常に励ましてくれた一代に心から感謝する。ありがとう。

平成12年11月 若松 栄史

参考文献

- [1] Lakshminarayana, K., *Mechanics of Form Closure*, ASME report No.78-DET-32, (1978).
- [2] Ohwovoriole, M. S. and Roth, B., *An Extension of Screw Theory*, ASME J. Mechanical Design, Vol.103, Oct, (1981), 725-735.
- [3] 平井, 浅田, 得丸: 凸多面錐理論を用いたマニピュレーションの運動学とその把握および組立作業への応用, 計測自動制御学会論文集, Vol.24, No.12, (1988), 1284-1291.
- [4] 人間共存型ロボット特集, 日本ロボット学会誌, Vol.16, No.3, (1998), 283-320.
- [5] ソフトロボティクス特集, 日本ロボット学会誌, Vol.17, No.6, (1999), 755-806.
- [6] 柔軟物操作特集, 日本ロボット学会誌, Vol.16, No.2, (1998), 135-171.
- [7] 矢川, 吉村: 計算力学と CAE シリーズ 1 有限要素法, 培風館, (1991).
- [8] Terzopoulos, D. et al., *Elastically Deformable Models*, Computer Graphics, Vol.21, No.4, (1987), 205-214.
- [9] Terzopoulos, D. and Fleischer, K., *Modeling Inelastic Deformation: Viscoelasticity, Plasticity, Fracture*, Computer Graphics, Vol.22, No.4, (1988), 269-278.
- [10] Gascuel, M. P., *An Implicit Formulation for Precise Contact Modeling between Flexible Solids*, SIGGRAPH'93, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, (1993), 313-320.
- [11] Weil, J., *The Synthesis of Cloth Objects*, Computer Graphics, Vol.20, No.4, (1986), 49-54.
- [12] Breen, D. E., House, D. H., and Wozny, M. J., *Predicting the Drape of Woven Cloth Using Interacting Particles*, SIGGRAPH'94, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, (1994), 365-372.
- [13] Baraff, D. and Witkin, A., *Large Steps in Cloth Simulation*, SIGGRAPH'98, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, (1998), 43-54.
- [14] 和田, 平井, 平野, 川村: 変形形状制御のための編み地のモデリング, 日本ロボット学会誌, Vol.16, No.4, (1998), 553-560.

- [15] 西村：紙のハンドリング技術，精密工学会誌，Vol.55，No.7，(1989)，1169-1172.
- [16] 小野：布のハンドリング，精密工学会誌，Vol.55，No.7，(1989)，1165-1168.
- [17] 小野，喜多，坂根：視触覚を用いた輪郭情報に基づく折れ重なった布生地 of 展開，日本ロボット学会誌，Vol.15，No.2，(1997)，275-283.
- [18] 蒲谷，柿倉：布地物体のハンドリングに関する研究，日本機械学会論文集（C編），64巻620号，(1998)，1356-1361.
- [19] 濱島，柿倉：布地物体展開手順のプランニング（塊状洗濯物の分離），日本機械学会論文集（C編），63巻607号，(1997)，967-974.
- [20] 濱島，柿倉：布地物体展開手順のプランニング（布地物体の種類判別），日本機械学会論文集（C編），65巻636号，(1999)，3260-3267.
- [21] 小菅，吉田，福田，蟹谷，酒井：複数のマニピュレータによる薄板の形状制御，日本機械学会論文集（C編），62巻602号，(1996)，3842-3849.
- [22] Brata, A. S, 佐々木，島地：弾性板穴への円筒棒の挿入技能に関する研究（棒の位置・姿勢と挿入力），日本機械学会論文集（C編），62巻599号，(1996)，2773-2778.
- [23] 佐々木，Brata, A. S, 島地：弾性板穴への円筒棒の挿入技能に関する研究（局所遷移回帰法による局所最小挿入力経路の探索），日本機械学会論文集（C編），62巻599号，(1996)，2779-2784.
- [24] 島地，服部，Brata：弾性ホースへの円筒の挿入スキル（定性理解モデルに基づく動作ルール），日本機械学会論文集（C編），65巻630号，(1999)，615-621.
- [25] 平井，野口：変形しやすい管状物体の挿入作業における人間の運動と作業状態識別則のロボットマニピュレータへの移植，日本ロボット学会誌，Vol.15，No.8，(1995)，1172-1179.
- [26] Zheng, Y. F., Pei, R., and Chen, C., *Strategies for Automatic Assembly of Deformable Objects*, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, (1991), 2598-2603.
- [27] Villarreal, A. and Asada, H., *A Geometric Representation of Distributed Compliance for the Assembly of Flexible Parts*, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation, (1991), 2708-2715.
- [28] Henrich, D., Ogasawara. T., and Worn. H., *Manipulating deformable linear objects - Contact states and point contacts -*, Proc. IEEE Int. Symp. Assembly and Task Planning, (1999), 198-204.
- [29] 平井，浅田，得丸：組立作業における物体の接触状態遷移に関する運動学的解析とそのネットワーク表現の自動生成，計測自動制御学会論文集，Vol.24，No.4，(1988)，406-413.

- [30] 吉川, 横小路, 余: 拘束状態遷移難度に基づくロボットによる組立作業の計画法, システム制御情報学会論文誌, Vol.5, No.7, (1992), 283-293.
- [31] 相山, 安井, 新井: グラスプレス・マニピュレーションの操作計画のための接触状態遷移グラフの生成, 日本機械学会論文集 (C 編), 65 巻 636 号, (1999), 3239-3244.
- [32] Crandall, S. H., Karnopp, D. C., Kurts, E. F., and Pridmore-Brown, D. C., *Dynamics of Mechanical and Electromechanical Systems*, McGraw-Hill, (1968)
- [33] Goldstein, H., *Classical Mechanics*, Addison-Wesley, (1980)
- [34] Elsgolc, L. E., *Calculus of Variations*, Pergamon Press, (1961)
- [35] 今野, 山下, 非線形計画法, 日科技連, (1978)
- [36] 渡辺, 久田, 野口: 超弾性有限要素法による kinking 解析, 日本機械学会論文集 (A 編), 59 巻 557 号, (1993), 183-190.
- [37] 山本, 尾崎, 毛利: 逐次改善によるマニピュレータの軌道計画, 計測自動制御学会論文集, Vol.24, No.9, (1988), 942-947.
- [38] 尾崎, 山本, 毛利: 空間経路が指定されるマニピュレータ動作軌道計画, 計測自動制御学会論文集, Vol.23, No.3, (1987), 288-293.
- [39] 泉: 非線形摩擦をもつ水平多関節マニピュレータの PTP 制御における消費エネルギー最小化, 日本ロボット学会誌, Vol.13, No.8, (1995), 1179-1185.
- [40] 加島, 石動: 動作時間を考慮した消費エネルギー最少規範によるマニピュレータの軌道計画, 日本ロボット学会誌, Vol.15, No.7, (1997), 1012-1028.
- [41] 中垣, 北垣, 筑根: 平板状柔軟物体の挿入作業に関する研究, 日本ロボット学会誌, Vol.14, No.3, (1996), 398-405.
- [42] 加藤, 藤本: マニピュレータによる弾性物体の変形に関する研究 - エンドエフェクタの軌道計画 -, 日本ロボット学会誌, Vol.13, No.1, (1995), 157-160.
- [43] Nguyen, V, *Constructing Force-Closure Grasps*, Int. J. Robotics Res., Vol.7, No.3, (1988), 3-16.
- [44] 中村: 把持とあやつり, 計測と制御, Vol.29, No.3, (1990), 206-212.
- [45] 吉川: 把持と操りの基礎理論 1. 受動拘束と能動拘束, 日本ロボット学会誌, Vol.13, No.7, (1995), 950-957.
- [46] Salisbury, J. K. and Craig, J. J., *Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues*, (1982), 4-17, Int. J. Robotics Res., Vol.1, No.1.

- [47] Kerr, J. and Roth, B., *Analysis of Multifingered Hands*, Int. J. Robotics Res., Vol.4, No.4, (1986), 3-17.
- [48] 小俣, 永田: 多指ハンドによるパワーグリップの力学的特性, 日本ロボット学会誌, Vol.13, No.4, (1995), 525-531.

研究業績

投稿論文

1. 若松 栄史, 平井 慎一, 岩田 一明; 薄板状物体のマニピュレーションにおける曲げ変形操作の静力学的解析, 日本機械学会論文集 (C 編), 63 巻 608 号, (1997), pp.1102-1109.
2. 若松 栄史, 平井 慎一, 岩田 一明; Bounded Force Closure に基づく変形しやすい物体の把持に関する静力学的解析, 日本機械学会論文集 (C 編), 64 巻 618 号, (1998), pp.508-515.
3. 若松 栄史, 松村 卓美, 白瀬 敬一, 荒井 栄司; 接触状態に基づく薄板状物体のマニピュレーション表現, 日本機械学会論文集 (C 編), 66 巻 647 号, (2000), pp.2192-2199.

Full paper 査読付き国際会議発表

1. Shinichi Hirai, Hidefumi Wakamatsu, and Kazuaki Iwata ; Modeling of Deformable Thin Parts for Their Manipulation, Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation, (1994), pp.2955-2960.
2. Hidefumi Wakamatsu, Shinichi Hirai, and Kazuaki Iwata ; Modeling of Linear Objects Considering Bend, Twist, and Extensional Deformation, Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation, (1995), pp.433-438.
3. Hidefumi Wakamatsu, Shinichi Hirai, and Kazuaki Iwata ; Static Analysis of Deformable Object Grasping Based on Bounded Force Closure, Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation, (1996), pp.3324-3329.
4. Hidefumi Wakamatsu, Takumi Matsumura, Shinichi Hirai, and Eiji Arai ; Dynamic Analysis of Rodlike Object Deformation towards Their Dynamic Manipulation, Proceedings of the 1997 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, (1997), pp.196-201.

その他の国際会議発表

1. Shinichi Hirai, Hidefumi Wakamatsu, and Kazuaki Iwata ; Towards a Task Planning for Deformable Object Manipulation - Formulation and Computation of Linear Object

Deformation, Proceedings of the 1995 IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning, (1995), pp.80-85.

2. Hidefumi Wakamatsu, Shinichi Hirai, Brennan J. McCarragher, David Austin, Keiichi Shirase and Eiji Arai ; Analysis of Hysteresis in Deformation of Rodlike Objects Toward Their Manipulation, Proceedings of the 4th JAPAN-FRANCE CONGRESS & 2nd ASIA-EUROPE CONGRESS on MECHATRONICS, (1998), pp.412-416.