



Title	陰影領域回折干渉現象の解析と微細形状情報計測への応用
Author(s)	金井, 徳兼
Citation	大阪大学, 1997, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/3132543">https://doi.org/10.11501/3132543</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

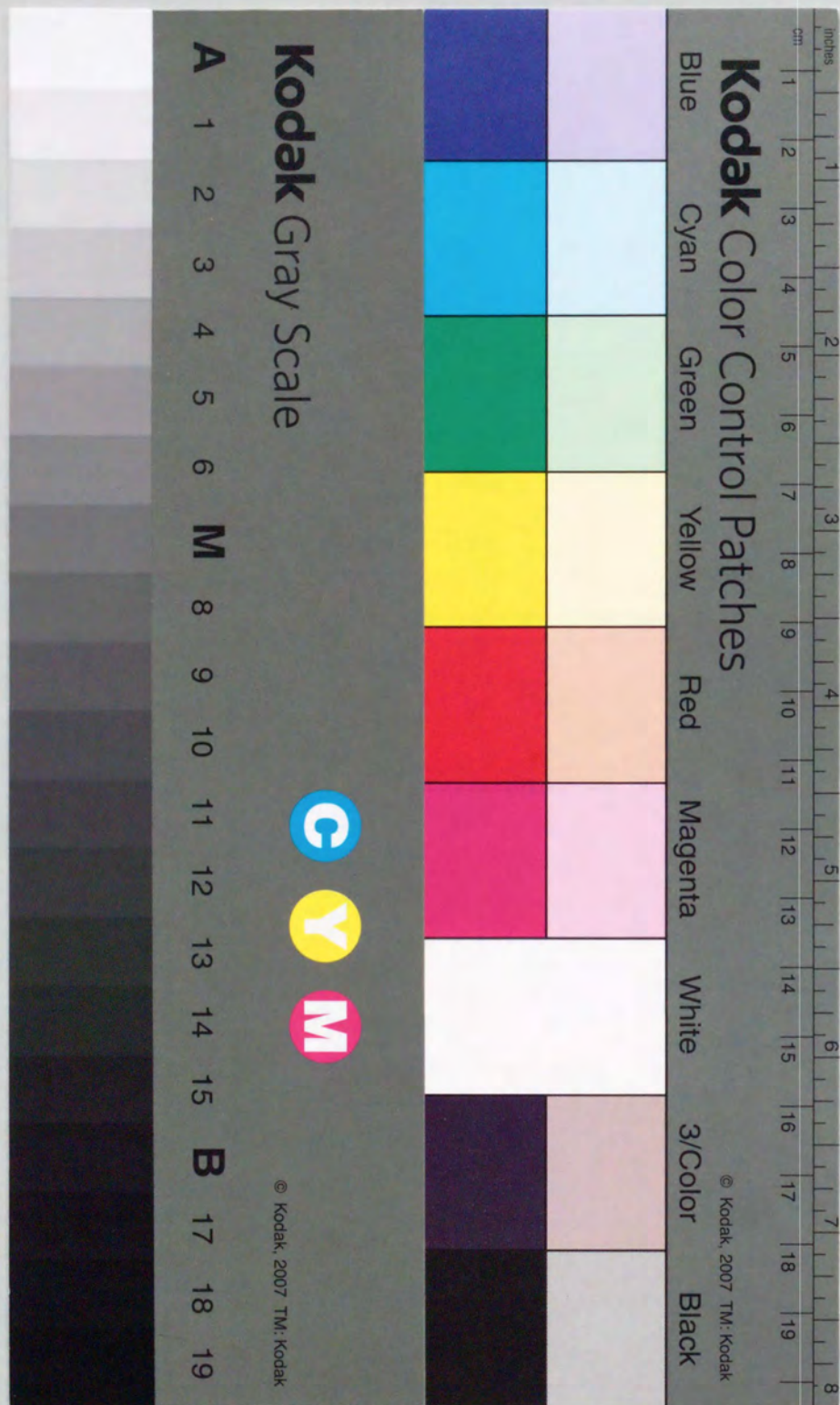
The University of Osaka



陰影領域回折干渉現象の解析と  
微細形状情報計測への応用

1997 年 4 月

金井 徳兼





陰影領域回折干渉現象の解析と  
微細形状情報計測への応用

1997 年 4 月

金井 徳兼



## 目 次

頁

### 第1章 序論

1-1 研究の背景と課題 .....	1
1-1-1 陰影領域回折像と境界回折波 .....	1
1-1-2 陰影領域回折像と境界形状計測 .....	4
1-2 研究の目的と意義 .....	4
1-3 本論文の構成と各章の概要 .....	5
文献 .....	6

### 第2章 基本原理

2-1 はじめに .....	8
2-2 境界回折波の回折干渉 .....	8
2-2-1 宮本・Wolf の境界回折波による回折理論 .....	8
2-2-2 2 光束干渉 .....	14
2-2-3 境界回折波の作る 2 次波面 .....	16
2-3 2 光束干渉と空間コヒーレンス .....	17
2-3-1 準単色な 2 光波の干渉 .....	17
2-3-2 van Cittert — Zernike の定理 .....	20
2-4 まとめ .....	24
文献 .....	25

### 第3章 陰影領域回折像と境界回折波

3-1 はじめに .....	26
3-2 境界回折波の相互干渉 .....	26
3-3 陰影領域回折像の観測 .....	27



	頁
3-4 矩形の角による境界回折波の干渉 .....	32
3-5 楔頂点からの境界回折波 .....	37
3-5-1 円柱波同士の干渉 .....	38
3-5-2 半球面波と円柱波の干渉 .....	41
3-5-3 実験結果と考察 .....	43
3-6 まとめ .....	50
文献 .....	52

#### 第4章 陰影領域回折像による物体端の仕上げ評価法

4-1 はじめに .....	53
4-2 半無限直線端の仕上げ評価 .....	54
4-2-1 実験 .....	54
4-2-2 凹凸形状による陰影領域回折像の変化 .....	56
4-3 楔の頂点の仕上げ評価 .....	63
4-3-1 実験 .....	64
4-3-2 実験結果 .....	65
4-3-3 考察 .....	65
4-4 本計測法と従来の計測法との比較考察 .....	71
4-5 まとめ .....	72
文献 .....	74

#### 第5章 陰影領域回折像による微粒子サイズ簡易計測への応用

5-1 はじめに .....	75
5-2 実験の発端 .....	75
5-3 微粒子回折像観測時の直接光の影響の除去について .....	77
5-4 球形微粒子のサイズ計測 .....	80
5-5 実験結果の考察 .....	83

	頁
5-6 本計測法と他の微細粒子計測法との比較考察 .....	83
5-7 まとめ .....	86
文献 .....	87

#### 第6章 楔陰影領域回折像による空間コヒーレンス計測

6-1 はじめに .....	88
6-2 楔境界と2光束干渉 .....	
空間コヒーレンス計測との対応関係 .....	88
6-3 楔陰影領域回折像による .....	
擬似熱的光の空間コヒーレンス計測 .....	89
6-4 楔陰影領域回折像による .....	
空間コヒーレンスの伝搬特性の観測 .....	93
6-5 考察 .....	95
6-6 従来の空間コヒーレンス計測法と .....	
本計測法との比較考察 .....	104
6-7 陰影領域回折像位相変化による .....	
微細物体境界端幅検出 .....	105
6-8 まとめ .....	107
文献 .....	109

#### 第7章 総括

7-1 結論 .....	111
7-2 今後の課題 .....	114



	頁
謝辞 .....	1 1 5
著者発表論文 .....	1 1 6

## 序 論

### 第1章

#### 1-1 研究の背景と課題

光の回折干渉現象は、今日まで新しい物理分野を開いたり、また精密計測技術の中心的な役割を果たしてきた。今後も光を用いた新しい計測法が生み出されると思われる。本章では、陰影領域回折干渉現象と物理・工業計測との関係を確認し、本研究の背景と動機を明確にする。

##### 1-1-1 陰影領域回折像と境界回折波

光の回折理論は、光を波動と考える Huygens の原理によって基礎が確立した。Huygens の原理<sup>1)</sup>は、光が到達したある波面上の各点が2次波源となり、その波面外側で観測される新しい波面は2次波の重ね合わせの結果として表わすと考ええるものである。この原理を基に光の回折現象は大きく分けて2つの理論によって表現される。その一つは Fresnel, Kirchhoff による球面波理論<sup>2)</sup>であり、もう一つは Sommerfeld らによる円柱波理論<sup>3)</sup>である。しかしながら、両理論とも解析上の数学的困難さから、解析可能な問題は少ない。また、回折物体を完全導体と考え、



電磁波の散乱現象として回折現象を定式化することも行われてきた。

光の波長が短いことから、光波を光線として近似して回折現象を定式化することもしばしば試みられた<sup>4)</sup>。その中でも Young<sup>5)</sup> が導入した回折端を波源とする 2 次波は物理的に興味がある。Young は回折現象を回折端からの 2 次波と入射光との干渉によって定性的に説明を試みたが、その考えは当時十分受け入れられなかった。この Young の提唱した 2 次波は『境界回折波』と呼ばれている。その後、Magi<sup>6)</sup> や Rubinowicz<sup>7)</sup> らは Young の考えを基礎とした回折理論を数学的に定式化し、その物理モデルの正当性を示した。また、前者らの回折理論の数学的困難さを回避するために、回折波を入射波の境界での一種の反射波と考え幾何光学的に回折現象を解析することもしばしば行われた。宮本・Wolf<sup>8, 9, 10)</sup> は Helmholtz-Kirchhoff のスカラー波動場を境界回折波の考えによって定式化し、その定式が Kirchhoff の回折理論と同等であることを示した。この定式化された境界回折波による回折理論は、いくつかの回折現象の解析に応用されている<sup>11)</sup>。

境界回折波の存在やその回折現象への影響についての実験的な研究は 1950 年代に活発に行われている<sup>12)</sup>。しかしながら、当時は高コヒーレント・高強度の光がなかった為、境界回折波の関わる回折干渉現象の観測が充分であったとはいえない。また、このような実験光源の制約によって、観測容易な開口を用いた入射光領域回折像だけが実験の対象であった。円形遮板による回折象の陰影領域中央部が明輝点となる Poisson スポット<sup>13)</sup>の解析はこのころ行われた。その解析法は Fresnel 回折積分や Cornu の螺旋を用いた方法であった。しかし、実験像との強度面での不一致が示されている。最近では、種々の遮光体によるこの現象解析は F F T 法<sup>14)</sup>によって試みられている。

レーザの出現により、微小物体の陰影領域の回折干渉像が観測可能となった。陰影領域に生じる回折像は特に電波伝搬の光学シミュレーションとして用いられている<sup>15)</sup>。陰影領域回折像の解析は Babinet の原理<sup>16)</sup>による開口の相補的スクリーンの作る回折場として位置づけられる。しかし、境界条件の問題や解析上の数学的複雑さによって種々の解法でも完結しているもの

は少ない<sup>17)</sup>。また、幾何学的構造の単純な円形や矩形遮板による陰影領域回折像が Fresnel-Kirchhoff 回折理論により解析されているが、せいぜい対称軸上の強度解析がされているだけで、陰影部全体の回折像空間構造解析は不可能である<sup>18)</sup>。厳密な遮光体による陰影領域回折像の解析は入射光による回折電磁場の解析法<sup>19)</sup>であるが、境界条件の問題により解析可能な回折問題は少ない。

Carlson<sup>20)</sup> Kumar や Ranganath<sup>21)</sup> らは、Young の提唱した境界からの 2 次波の伝搬に着目し幾何光学的に回折波を近似することを積極的に行い、回折波の多重干渉によって陰影領域回折像を解析している。しかし、境界端を波源とする 2 次波の波面を考慮し、波動理論と対応した陰影領域回折像の解析は行われていない。

光のコヒーレンスと回折干渉現象との関係は古くから研究されてきた。揺らぎや広がりをもつ 1 次光源の光波の相関を考えることがその研究の始まりである。van Cittert<sup>22)</sup> は光源の揺らぎや広がり取り扱いに確率分布をはじめて導入した。Zernike<sup>23)</sup> は直接実験と結びつけた形で光波の空間コヒーレンスを 2 光波干渉像の鮮明度を用いて定義した。回折像と空間コヒーレンスとの関わり合いの実験的研究は、Thompson・Wolf<sup>24, 25)</sup> らの複スリットによる多光波干渉現象が代表的なものである。また、光源のコヒーレンスと顕微鏡の分解能<sup>26)</sup>の関係についても活発に研究が行われてきた。最近では、大気圏層の屈折率の揺らぎと天体観測との関係を調べる上で、空間・時間コヒーレンス理論は注目されている<sup>27)</sup>。陰影領域回折干渉現象との光源の空間コヒーレンスとの関連については、白色光や準単色光による陰影領域回折像の実験比較を行った研究例があるだけで精力的に研究されていない<sup>18)</sup>。境界回折波の回折現象への関わり合いを解析する上で光源の空間コヒーレンスの陰影領域回折像への影響は重要な問題を抱えている。空間コヒーレンス伝搬による陰影領域回折像への影響を解析することにより、新しい境界形状計測が可能である。



### 1-1-2 陰影領域回折像と境界形状計測

工業製品の加工技術の進歩に伴い、その仕上り精度を評価するシステムの開発が行われている。レーザの出現以来、レーザ光は非接触に物理計測を行う手段を提供している。多くの場合、レーザ光を計測対象物に照射し、直接光領域の回折干渉像を計測に応用している。この直接光領域の回折像は観測が容易であるが、直接光の影響により、微弱な回折干渉像の変化を検出することは困難である。この問題を解決する為に回折干渉像の厳密な解析が必要である。しかし、直接光の影響を除去することによって、微細物体の形状情報を従来の計測法より簡便にかつ精密に得ることができる。また、微細物体の陰影領域回折像を用いた境界形状計測法は未開拓である。

光の空間コヒーレンスは回折現象への物理的な興味や光学系の解像度との関係より古くから研究されてきた。しかしながら、レーザが出現以来、準単色光を物理計測に応用することはあまり行われていない。しかし、生体などの光計測においては低刺激の光を用いた計測が、最近注目されている。光空間コヒーレンスの伝搬による微細物体の陰影領域回折像に対する影響が観測され、境界形状との関係が定性・定量的に解析されると、境界形状情報を得る新しい手段として応用できると考える。

### 1-2 研究の目的と意義

前節を受けて、本研究ではコヒーレント光、準単色光によって照らされた微細物体の陰影領域回折像を境界回折波の考えを用いて解析する。さらに、その回折像の境界形状計測への応用を見出すことを目的とする。本研究は以下の4項を目的とする。

1. 陰影領域回折像と境界回折波の関係を明確にする。境界回折波の作る2次波面や伝搬領域を考慮し、陰影領域回折像を実験的に解析する。

2. 境界形状の変化による陰影領域回折像を観測し、微細物体の境界部の仕上げ評価法を確立する。
3. 微細物体の大きさによる陰影領域回折像の変化を観測し、ミクロン程度の大きさの微粒子サイズ計測の基礎を確立する。
4. 準単色光照射下の陰影領域回折像を観測し、空間コヒーレンス計測や境界端間隔計測への応用を図る。

### 1-3 本論文の構成と各章の概要

本章につづき第2章では、本研究の上で基礎となる光の干渉・境界回折波による回折理論・空間コヒーレンスの伝搬などの理論的な背景を概説し、陰影領域回折像解析の準備を行う。第3章では、微細物体端から生じる境界回折波の2次波面やその伝搬領域をモデル化し、境界回折波の相互干渉によって陰影領域回折像を説明する。特に、楔頂点からの2次波面について実験をふまえてモデル化する。第4章では、物体端の仕上がりによる陰影領域回折像の変化を実験的に調べ、境界形状計測への応用を検討する。特に、形状計測の対象を楔などの頂点や直線端を取り上げる。第5章では、ミクロンオーダーの粒径粒子の作る陰影領域回折像を観測し、微細粒径計測への応用を考察し、微細粒子の作る回折像の観測系を検討する。第6章では、楔陰影回折像を用いた空間コヒーレンス計測法を提唱する。また、空間コヒーレンスの伝搬による位相変化を陰影領域回折像で観測し、その位相変化を用いた境界端間隔計測を検討する。また、陰影領域回折像への2次波や直接光の影響を考察する。第7章総括では、本研究によって得られた成果をまとめ、また、残された課題について言及する。



# 文献

- 1) B. B. Baker and E. T. Copson, Mathematical Theory of Huygens' Principles (Chelsea, New York, N. Y., 1949) 1-6.
- 2) M. Born and E. Wolf, Principles of Optics (Pergamon, Oxford, 1987) 6<sup>th</sup> ed., Chap., 8.
- 3) A. Sommerfeld, Optics (Academic Press, Inc., 1949) 247-272.
- 4) M. P. Bachynski and M. G. Kingsmill, "Effect of Obstacle Profiles on Knife-Edge Diffraction," IRE Trans. Antennas . Propagat., AP-10 (1962) 201-205.
- 5) A. Rubinowicz, "Thomas Young and the Thory of Diffraction," Nature 27 (1957) 160-163.
- 6) B. B. Baker and E. T. Copson, Mathematical Theory of Huygens' Principles (Chelsea, New York, N. Y., 1949) 74-83.
- 7) M. Born and E. Wolf, Principles of Optics (Pergamon, Oxford, 1987) 6<sup>th</sup> ed., 449-453.
- 8) K. Miyamoto and E. Wolf, "Generalization of the Maggi-Rubinowicz Theory of the Boundary Diffraction Wave Part I," J. Opt. Soc. Am., 52 (1962) 615-625.
- 9) K. Miyamoto and E. Wolf, "Generalization of the Maggi - Rubinowicz Theory of the Boundary Diffraction Wave Part II," J. Opt. Soc. Am., 52 (1962) 626-636.
- 10) 宮本健郎, 光学入門(岩波書店, 1995 )122-129.
- 11) M. N. Vesperineas, Scattering and Diffraction in Physical Optics, (Wiley, New York, 1991) Sect. 6.12.
- 12) たとえば, S. Banerji, "On the Radiation of Light from the Boundaries of Diffracting Apetures," Phil. Mag., 37(1919) 112-128.
- 13) M. E. Hufford, "The Diffraction Ring Pattern in the Shadow of a Circular Object," Phys. Rev., 7(1916) 545-547.
- 14) Y. P. Kathuria and G. Herziger, "Annular Apertures Focused in the Fresnel Region,"

Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. 288(1981)505-515.

- 15) 関口 利男 "回折電磁界のレーザシミュレーションによる観測と測定," 電気通信学会誌, 56 (1976) 795-801.
- 16) M. Born and E. Wolf, Principles of Optics (Pergamon, Oxford, 1987) 6<sup>th</sup> ed., 381-382.
- 17) E. Hecht, Optics, (Addison-Wesley Publishing Company, 1990) 457-459.
- 18) R. E. English and N. George, "Diffraction patterns in the shadows of disks and obstacles", Appl. Opt., 27(1988) 1581-1587.
- 19) M. Born and E. Wolf, Principles of Optics (Pergamon, Oxford, 1987) 6<sup>th</sup> ed., Chap. x1.
- 20) A. B. Carlson, "Shadow -Zone Diffraction Patterns for Triangular Obstacles," IEEE Trans. Antennas Propag., AP-21 (1973) 121-124.
- 21) P. B. S. Kumar and G.S. Ranganath, "Geometrical theory of diffraction", J. Phys., 37(1991) 457-188.
- 22) M. Born and E. Wolf, Principles of Optics (Pergamon, Oxford, 1987) 6<sup>th</sup> ed., Chap. X.
- 23) L. Mandel and E. Wolf, Optical Coherence and Quantum Optics (Cambridge Univ. Press, 1995) 188-193.
- 24) B. J. Thompson and E. Wolf, "Two-Beam Interference with Partially Coherent Light," J. Opt. Soc. Am., 47 (1957) 895-902.
- 25) B. J. Thompson, "Illustration of the Phase Change in Two-Beam Interference with Partially Coherent Light", J. Opt. Soc. Am., 48(1958) 95-97.
- 26) G.O. Reynolds, J. B. DeVelis, G.B. Parrent and B. J. Thompson, Physical Optics Notebook, (SPIE, 1989).
- 27) 伊東一良, 大塚喜弘, "光の複素コヒーレンス測定と光源像再生", 光学, 25(1982) 253-260.



## 基本原理

## 第2章

### 2-1 はじめに

本章では境界回折波による回折理論について議論し、陰影回折現象の定性解析の準備とする。  
また、準単色光照射下の陰影領域回折像を van Cittert-Zernike の定理を用いて解析する。

### 2-2 境界回折波の回折干渉

本節では、Helmholtz-Kirchhoff スカラー波動場の境界回折波による回折理論定式を概説し、  
陰影領域回折像と境界回折波との関わり合いを考察する。

#### 2-2-1 宮本・Wolf の境界回折波による回折理論

境界回折波と陰影領域回折像との関係を明確にするため、宮本・Wolf の境界回折波による回折

理論<sup>1)</sup> を記述する。

次式のような完全に単色なスカラー波  $U$  を考える。

$$U(r, t) = U(r)e^{-i\omega t}. \quad (2-1)$$

真空中ならば、このスカラー波の空間依存部分は次の Helmholtz 方程式を満たす。

$$(\nabla^2 + k^2)U(r) = 0, \quad (2-2)$$

$$k^2 = \left(\frac{\omega}{v}\right)^2.$$

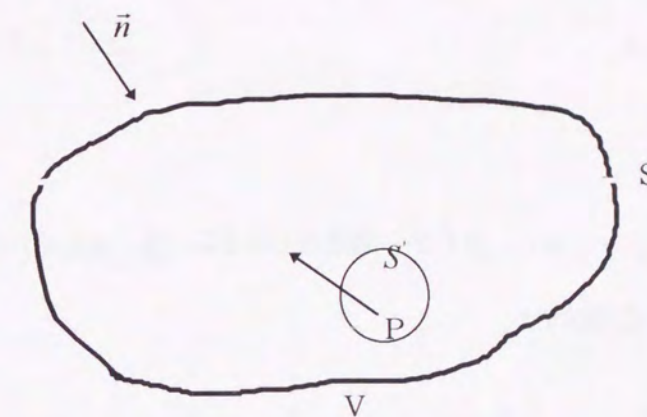


図2-1 Helmholtz - Kirchhoff の積分領域。

ここで、 $k$  は入射波の波数を表わす。閉曲面  $S$  によって囲まれた領域を  $V$  とし、その内部の任意の点を  $P$  とする(図2-1)。関数  $U$  は、閉曲面上および内部で、連続な1次および2次の偏微分係数をもつとする。また、関数  $U'$  を関数  $U$  と同じ連続条件を満たす任意の関数に Green の定理を適用すると次の関係が導ける。



$$\iiint_V (U \nabla^2 U' - U' \nabla^2 U) dv = - \iint_S \left( U \frac{\partial U'}{\partial n} - U' \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS. \quad (2-3)$$

ただし,  $\frac{\partial}{\partial n}$  演算子は  $S$  の内向き法線に沿った微分である. 関数  $U'$  が時間に依存しない次の波

動方程式を満足する,

$$(\nabla^2 + k^2)U'(r) = 0. \quad (2-4)$$

式 (2-3) の左辺は領域  $V$  のすべての点で零となるので, 次の関係が得られる,

$$\iint_S \left( U \frac{\partial U'}{\partial n} - U' \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (2-5)$$

いま, 注目する点を  $P(x, y, z)$ , 点  $P$  から閉曲面上の点  $Q(\xi, \eta, \zeta)$  までの距離を  $s$  とし, 次に示す関数について考察する,

$$U'(r) = \frac{\exp(iks)}{s}. \quad (2-6)$$

この関係は, Helmholtz の方程式を満たしているので式 (2-5) は次式のようになる,

$$\iint_S + \iint_S \left( U \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS = 0. \quad (2-7)$$

さらに変形すると, 次の関係が導かれる,

$$\iint_S \left( U \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) \frac{\partial U}{\partial n} \right) dS = - \iint_\Omega \left\{ U \left( \frac{e^{iks}}{\varepsilon} \right) \left( ik - \frac{1}{\varepsilon} \right) - \left( \frac{e^{iks}}{\varepsilon} \right) \frac{\partial U}{\partial s} \right\} \varepsilon^2 d\Omega. \quad (2-8)$$

ここで,  $d\Omega$  は微小立体角を表す. 右辺の積分を  $\varepsilon \rightarrow 0$  の極限に置き換えると Kirchhoff の回折場  $U_k(P)$  は一般的に次式で表わせる,

$$U_k(P) = \iint_S \vec{V}(P, Q) \cdot \vec{n} dS. \quad (2-9)$$

ここで,  $\vec{V}(Q, P)$  は次式である,

$$\vec{V}(Q, P) = \frac{1}{4\pi} \left( U(Q) \text{grad}_Q \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) \text{grad}_Q U(Q) \right). \quad (2-10)$$

このベクトル場  $\vec{V}(r)$  の発散は常に零である<sup>2)</sup> から, ベクトルポテンシャル  $\vec{W}(P, Q)$  が存在する,

$$\vec{V}(P, Q) = \text{rot}_Q \vec{W}(P, Q). \quad (2-11)$$



ここで、式(2-11)に Stokes の定理を適用すると、開口 S における面積積分が開口積分領域の周囲  $\Gamma$  に沿う線積分に変わる。

$$U_k(P) = \int_S \nabla_Q \times \vec{W}(P, Q) \cdot \vec{n} dS_Q = \oint_{\Gamma} \vec{W}(P, Q) \cdot \vec{l} dl. \quad (2-12)$$

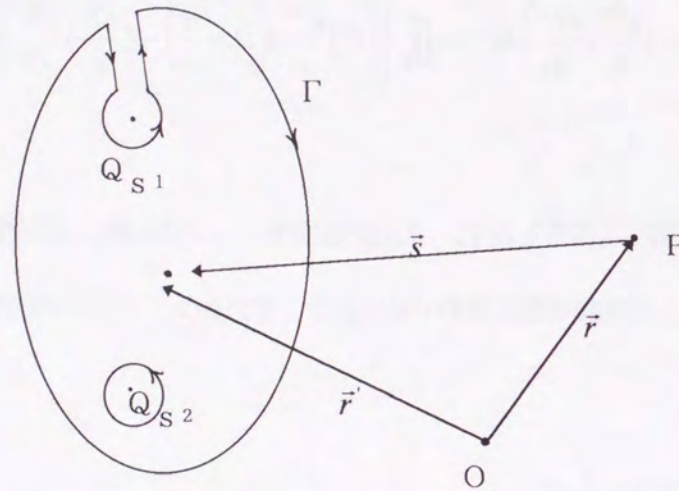


図2-2 ベクトルポテンシャル  $\vec{W}$  の特異点  $Q_S$ 。

$\vec{V}(Q, P)$  が開口 S 上に特異点  $Q_S$  を持つ場合は、図2-2のようにその点を積分領域より避ける必要がある。特異点の周りによる寄与を次のように表わす。

$$U_s(P) = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \oint_{\Gamma} \vec{W}(Q, P) \cdot \vec{l} dl. \quad (2-13)$$

これにより、Kirchhoff の回折場は次式のように一般的に2つの項に分離して表わすことができ

る。

$$U_k(P) = \sum U_s(P) + \oint_{\Gamma} \vec{W} \cdot \vec{l} dl. \quad (2-14)$$

この関係式の第2項は開口周辺からの伝搬波、すなわち境界回折波による寄与を表わす。さらに、単位ベクトル  $\vec{p}$  の方向に伝搬する平面波  $U(r)$  について考える。

$$U(r') = A \exp(ik\vec{p} \cdot \vec{r}'). \quad (2-15)$$

この場合、ベクトルポテンシャル  $\vec{W}(r', r)$  は、次式のようになる。

$$\vec{W}(r', r) = -\frac{1}{4\pi} A \exp(ik\vec{p} \cdot \vec{r}') \cdot \frac{\exp(iks)}{s} \frac{\vec{s} \times \vec{p}}{1 + \hat{s} \cdot \vec{p}}. \quad (2-16)$$

ここで、 $\vec{r}'$  は点 Q の座標ベクトル、 $\vec{r}$  は点 P の座標ベクトル  $\vec{s} = \vec{r}' - \vec{r}$  であり、 $\hat{s}$  は  $\vec{s}$  方向の単位ベクトルである(図2-2)。従って、回折場は次の表記になる。

$$U_k(\vec{r}) = U_s(\vec{r}) + U_B(\vec{r}). \quad (2-17)$$

$U_s(\vec{r})$  は  $\vec{V}$ 、 $\vec{W}$  の特異点であり次の関係を満たす S 上の点である。

$$1 + \vec{s} \cdot \vec{p} = 0. \quad (2-18)$$



このことは、点Pが平面波によって直接照らされる位置を示している。従って直接光の影響のない陰影領域は、次のようになる。

$$U_s(r) = 0. \quad (2-19)$$

これらの議論により境界回折波を回折現象の解析に導入することにより、入射波と境界回折波との合成によって記述できる。また、式(2-17)によると開口の陰影領域や遮光体の入射波の影響のない陰影領域は境界回折波だけの波動場である。従って、陰影領域回折像は簡単な物理モデルによって解析できる。

## 2-2-2 2光束干渉

本研究の対象である陰影領域は、境界回折波の伝搬領域である。2波以上の境界回折波が相互に可干渉であるとそれらの共存領域において干渉が生じる。ここでは、光の干渉性を示したYoungの実験<sup>3)</sup>を取り上げ、境界回折波の2光束干渉について議論する。Youngの実験では、単色光源Sを発した光を等距離に置かれた2つのスリットあるいはピンホールで分割し、再度、観測スクリーン上で合成強度を観測する。図2-3のように示すように光源が光軸上にあると仮定すると、2つのスリットは互いに位相のそろった2つの2次単色光源とみなせる。

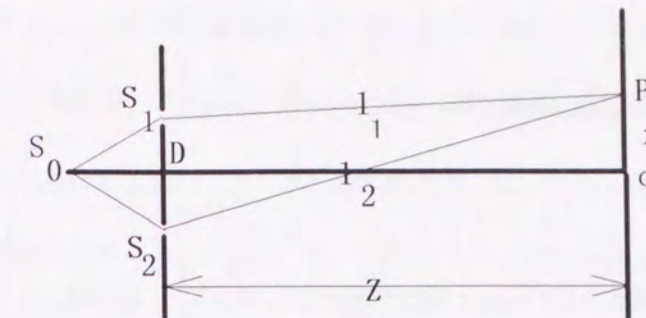


図2-3 Youngの干渉実験。

図2-3のようにスリット $S_1$ 、 $S_2$ の間隔を $D$ 、スリットとスクリーンとの距離を $Z$ とする。観測スクリーンS上の点Pにおける光の強度を考える。実験条件として $Z \gg D$ とする。それぞれのスリットから点Pまでの光の光路長は、次の関係となる。

$$S_1P = \sqrt{Z^2 + \left(\frac{D}{2} - x\right)^2}, \quad (2-20)$$

$$S_2P = \sqrt{Z^2 + \left(\frac{D}{2} + x\right)^2}. \quad (2-21)$$

2つの光路長差は1次近似により、次のように書き換えられる。

$$|S_2P - S_1P| = |l_1 - l_2| = \frac{Dx}{Z}. \quad (2-22)$$

観測点Pにおける強度Jは、2次波源の振幅が等しく、それらをaとすると次式で得られる。



$$J = 2a^2 \left\{ 1 + \cos \left( \frac{2\pi D}{\lambda Z} x \right) \right\}. \quad (2-23)$$

式 (2-23) に対して整数  $n$  を用いると、強度の極大は  $x = n \frac{z\lambda}{D}$ 、極小は  $x = \frac{2n+1}{2} \frac{z\lambda}{D}$  と

なる。

従って、隣接する明暗の干渉縞間隔  $\Delta x$  は、次の式で得られる。

$$\Delta x \approx \frac{\lambda z}{D}. \quad (2-24)$$

遮光体の境界から生じる境界回折波が同位相の 2 次波として伝搬すると、それらの共存領域において干渉が生じる。その干渉縞の隣接する間隔は、式 (2-24) より境界端間隔情報を含んでいる。境界回折波の強度を考慮すると、直接光の影響がほとんどない陰影領域で境界回折波の相互干渉像が観測可能である。

### 2-2-3 境界回折波の作る 2 次波面

ここでは、境界回折波の作る 2 次波面について解析する。回折端が入射光に照らされると、回折端各点より境界回折波が伝搬する。宮本・Wolf の境界回折波理論では、この微小領域からの 2 次波は幾何光学的に伝搬すると仮定している。境界形状を計測するためには個々の境界回折波自身の伝搬よりも、境界全体からの 2 次波の波面が重要である。境界より生じた境界回折波が球面波

であるとする。この 2 次球面波は個々に伝搬するのではなく、ホイヘンスの原理<sup>4)</sup> に基づく波面を構成すると考える。すなわち、境界各点からの境界回折波は強度が弱いため、それ自身では観測されずそれらの波の強め合う 2 次波面が観測される。直線回折端からの生じる境界回折波を考える。境界の各点から生じた波は、互いに強め合う包絡面を波面とする 2 次円柱波を形成する。しかし、物体境界の形状によっては、この 2 次円柱波の波面が乱れる。したがって境界の形状変化による 2 次円柱波の乱れによる効果を回折・干渉像より検出可能であれば境界形状情報が得られる。

## 2-3 2 光束干渉と空間コヒーレンス

本節では、準単色光の 2 光束干渉について考察する。境界回折波の干渉現象への空間コヒーレンスの影響について議論し、その定性解析の方法を述べる。

### 2-3-1 準単色な 2 光波の干渉

本節では、2-2-2 節で述べた Young の干渉実験を一般化し、波動場の任意の 2 点の振動  $V(P_1, t)$ 、 $V(P_2, t)$  の相関について考える<sup>5)</sup> (図 2-4)。



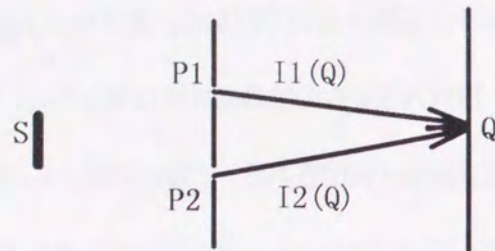


図2-4 準単色光による干渉実験.

有限な大きさをもつ非単色光源によって作られる波動場を考える. 観測点Qにおける複素振幅  $V(Q, t)$  は次式で表わせる.

$$V(Q, t) = K_1 V(P_1, t - t_1) + K_2 V(P_2, t - t_2). \quad (2-25)$$

ここで,  $t_1, t_2$  は2次波源  $P_1, P_2$  を発した波が観測点Qまで伝搬する時間である.  $K_1, K_2$  は(複素数になりうる)定数であり開口の大きさと幾何学的な2波源の位置関係に依存する.

観測点Qにおける光の強度  $I(Q)$  は, 時間平均を  $\langle \rangle$  の記号を用いて表わすと, 次式になる.

$$I(Q) = \langle V^*(Q, t) V(Q, t) \rangle. \quad (2-26)$$

さらに次式のように表わせる.

$$I(Q) = |K_1|^2 I_1 + |K_2|^2 I_2 + 2|K_1 K_2| \Gamma_{12}^{(r)} \left( \frac{s_2 - s_1}{c} \right). \quad (2-27)$$

ここで,  $\Gamma_{12}^{(r)}(\tau)$  は, 次の関係の実数部を表わし, 相互可干渉度と呼ばれる.

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle V_1(t + \tau) V_2^*(t) \rangle. \quad (2-28)$$

さらに,  $P_1, P_2$  を変数として  $P_1 = P_2$  の場合には, 相互可干渉度は次式となる.

$$\Gamma_{11}(\tau) = \langle V_1(t + \tau) V_1^*(t) \rangle. \quad (2-29)$$

この関係は自己可干渉度と呼ばれる. 相互可干渉度を自己可干渉度を用いて規格化する.

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)} \sqrt{\Gamma_{22}(0)}}. \quad (2-30)$$

この  $\gamma_{12}(\tau)$  は複素可干渉度と呼ばれる. 式(2-29), (2-30)を用いると観測点Qにおける光強度は次のようになる.

$$I(Q) = I_1(Q) + I_2(Q) + 2\sqrt{I_1(Q)}\sqrt{I_2(Q)}\gamma'_{12}(\tau). \quad (2-31)$$

ここで,  $\gamma'_{12}(\tau)$  は  $\gamma_{12}(\tau)$  の実数部を表わす. 式(2-31)で表される光強度は2つの開口が十分小さく2次波の周波数域が狭い, 準単色光とした場合, 一様なバックグラウンド上に  $2\sqrt{I_1(Q)}\sqrt{I_2(Q)}\gamma'_{12}(\tau)$  で表される強度振動が重ねあわされたものとなる. この観測される光の強度分布の極大は近似的に  $I(Q)_{\max} = I_1(Q) + I_2(Q) + 2\sqrt{I_1(Q)}\sqrt{I_2(Q)}\gamma'_{12}(\tau)$ , 極小は  $I(Q)_{\min} = I_1(Q) + I_2(Q) - 2\sqrt{I_1(Q)}\sqrt{I_2(Q)}\gamma'_{12}(\tau)$  になる.



$$V(Q) = |\gamma'_{12}(\tau)|. \quad (2-33)$$

従って、干渉縞鮮明度と光の空間的可干渉度の絶対値は等しくなる。

光の空間コヒーレンス度は干渉縞の鮮明度により評価できる。代表的な光の空間コヒーレンス計測法は、実験装置が簡単で観測結果の解析の容易な2光束干渉法(Youngの実験)である。しかしながら、準単色光場全体の空間コヒーレンスの計測には、間隔の異なる幾種類もの複スリットが必要となる。境界回折波がスリットによる2次波と物理的に同じに働き、また間隔が変化するスリットと等価な境界をもつ遮光体があれば瞬時に光空間領域の空間コヒーレンス計測が可能である。

### 2-3-2 van Cittert-Zernikeの定理

準単色2光波の干渉において空間的コヒーレンスの伝搬による影響について議論する。また、光源の空間コヒーレンス伝搬と陰影領域回折像の関わり合いを考察する。

レーザ以外の1次光源からの光場はたがい独立輻射する微小光源の集まりと考える。この微小光源からの輻射を光学系において分解できないと仮定すると、この光はインコヒーレント光、すなわち互いに干渉しない光である。このインコヒーレント光の相互強度の空間伝搬は物理的に興味がある。インコヒーレント光の空間伝搬特性は、van Cittert-Zernikeの定理<sup>6)</sup>によって記述される。

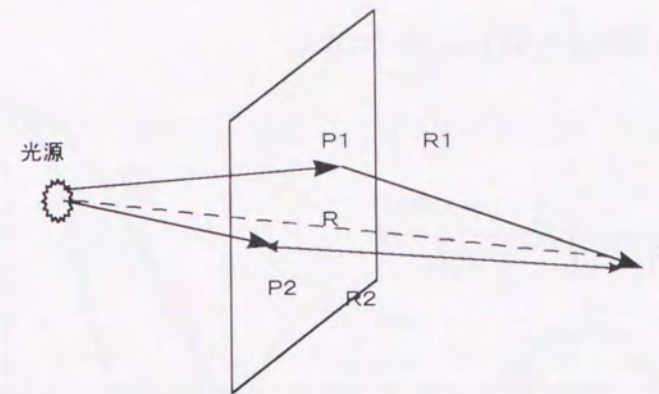


図2-5 van Cittert - Zernikeの定理の説明。

いま、図2-5のような準単色光源Sによって照らされる2つの開口 $P_1$ ,  $P_2$ を考え、スクリーン上の点Pへの開口からの2次波をそれぞれ、 $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$ としての2光波の相関を考える。

$$V_P(t) = V_1(t-t_1) + V_2(t-t_2). \quad (2-34)$$

観測点Pにおける光強度Jは、次式で得られる。

$$J(P_1, P_2) = \langle V_P(t) V_P^*(t) \rangle. \quad (2-35)$$

$I(s)$ を光源の単位面積当たりの強度とすると、光強度一般的に次式になる。

$$J(P_1, P_2) = \int_{\sigma} I(s) \frac{e^{i\bar{k}(R_1 - R_2)}}{R_1 R_2} ds. \quad (2-36)$$

ここで、 $R_1$ ,  $R_2$ は光源Sとの距離を表わす。また、 $\bar{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$ とし光源の波長の揺らぎを考慮



する。複素コヒーレンス度  $\mu(P_1, P_2)$  は、次式になる。

$$\mu(P_1, P_2) = \frac{1}{\sqrt{I(P_1)}\sqrt{I(P_2)}} \int_{\sigma} I(s) \frac{e^{ik(R_1 - R_2)}}{R_1 R_2} ds. \quad (2-37)$$

ここで、 $I(P_i) = J(P_i, P_i)$  を表わしている。この式が、一般的なインコヒーレント光源に対する van Cittert-Zernike の定理である。この定式は2つの開口からの球面波による回折像の複素振幅を Huygens の原理を基に求めた式である。このことより、インコヒーレントな単色光源によって照らされた開口  $P_1$ ,  $P_2$  の作る2光波の振幅相関は複素コヒーレンス度を表わしている。また、任意の2つの開口の幾何学的位置関係が、2光波の干渉縞の鮮鋭度を決めると考える。ここで、式(2-37)をもとに1次単色光源が半径  $r$  の円形開口の場合、2つの開口からの2光波干渉像の鮮明度の変化を考察する。1次単色光源が円形開口の場合、式(2-37)は次式に書き換えられる。

$$\gamma_{12} = \frac{2J_1(v)}{v}, \quad v = \frac{2\pi r D}{\lambda z}. \quad (2-38)$$

ここで  $D$  は2次波源の間隔、 $z$  は2次波源と観測点との距離を表わす。式(2-38)により2光束干渉鮮明度  $\gamma_{12}$  を求めた結果を図2-6に示す。ここで曲線(1)は1次光源開口の半径  $r = 50 \mu\text{m}$ 、曲線(2)は  $r = 100 \mu\text{m}$  の場合である。

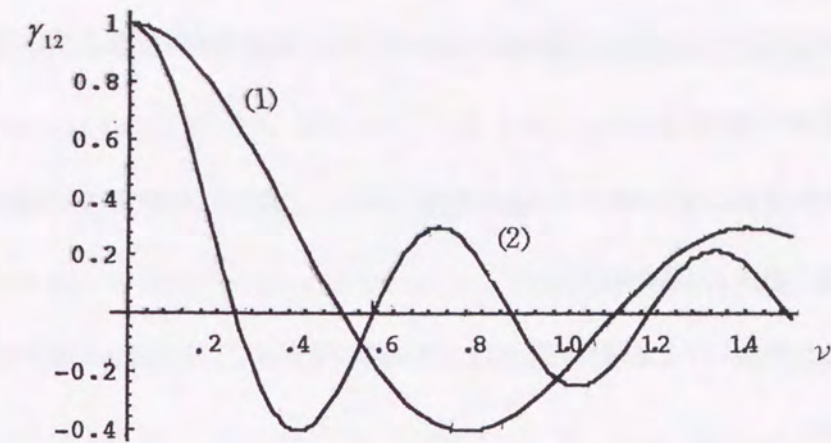


図2-6 式(2-38)による2光波干渉の位相変化。

1次円形準単色光源半径  $r = (1) 50 \mu\text{m}$ ,  $(2) 100 \mu\text{m}$ 。

干渉縞の位相が2次波源の幾何学的な位置関係により連続的に変化し、干渉縞の観測条件によっては干渉縞の位相が  $\pi$  変化する。実際の観測においては2光束干渉縞の極大極小位置の逆転が観測される。Thompson・Wolf<sup>7,8)</sup>らは2光束干渉現象においてこの2光束干渉現象の位相変化を実験によって示した。

2光束干渉現象における空間コヒーレンス伝搬特性として、干渉縞の位相変化が観測できる。従って、境界回折波の2光波干渉においても空間コヒーレンスによる効果が観測されるはずである。干渉像の位相変化の大きさは、1次光源の空間的な特性や観測条件によって決まる。この境界回折波干渉像の観測条件と干渉縞の位相変化を用いることにより、2次波源の間隔すなわち境界端幅を計測する重要な応用が可能である。



## 2-4 まとめ

本章では境界回折波の回折および干渉現象の解析を行い、陰影領域回折像について考察した。以下に得られた結果を要約する。

- (1) 遮光体の陰影領域は境界回折波のみの波動場であることが、宮本-Wolf の境界回折波による回折理論の定式より導かれた。
- (2) ならかな境界から生じる境界回折波は2次元柱波を形成し、その波面の乱れは境界形状情報を表す。
- (3) 境界回折波による干渉像の隣接する縞間隔は、干渉に寄与する2次波源間隔によって決まる。そのため境界回折波の作る干渉像は境界端間隔情報を含んでいる。
- (4) 1次光源の空間コヒーレンス度は2光束干渉像の鮮明度より実験的に評価できる。このことより、連続的に間隔が変化する複スリットと等価な境界をもつ遮光体と境界回折波の干渉縞の鮮明度より空間コヒーレンスの計測が可能である。
- (5) 準単色光を入射光として用いると、境界回折波の干渉像に空間コヒーレンス伝搬による位相変化が予想される。その位相変化量より微細物体の境界幅を計測することが可能である。

## 文 献

- 1) K. Miyamoto and E. Wolf, "Generalization of the Maggi-Rubinowicz Theory of the Boundary Diffraction Wave," J. Opt. Soc. Am., **52** (1962) 615-625.
- 2) 宮本健郎, 光学入門 (岩波書店, 1990) 122-129.
- 3) M. Born and E. Wolf, Principles of Optics (Pergamon, Oxford, 1987) 6<sup>th</sup> ed., Chap. 7.3.1.
- 4) B.B. Baker and E. T. Copson, The Mathematical Theory of Huygens' Principle (Chelsea Publishing Company, 1987) 1-6.
- 5) M. Born and E. Wolf, Principles of Optics (Pergamon, Oxford, 1987) 6<sup>th</sup> ed., 499-503.
- 6) M. Born and E. Wolf, Principles of Optics (Pergamon, Oxford, 1987) 6<sup>th</sup> ed., 508-512.
- 7) J. B. Thompson and E. Wolf, "Two-Beam Interference with Partially Coherent Light," J. Opt. Soc. Am., **47** (1957) 895-902.
- 8) B. J. Thompson, "Illustration of the Phase Change in Two-Beam Interference with Partially Coherent Light", J. Opt. Soc. Am., **48**(1958)95-97.



## 陰影領域回折像と境界回折波

### 第3章

#### 3-1 はじめに

本章では、コヒーレント光を2次元遮光物体に照射した際、その陰影領域に生じる回折像に着目する。宮本・Wolfの境界回折波の理論によると、直接光の影響のない陰影領域は境界回折波のみの伝搬領域である。遮光体の境界からの境界回折波の作る2次波面とその伝搬領域を解析し、陰影領域回折像を境界回折波の相互干渉によって記述する。

#### 3-2 境界回折波の相互干渉

陰影領域での境界回折波の相互干渉を考察する。入射光によって回折端が照らされると、境界回折波がその各点より生じる。図3-1に示すように、この2次波群の同位相の波面は、Huygensの原理<sup>1)</sup>により回折端を軸とする2次円柱波を形成する。図3-2は、遮光物体に光を照射した際の回折端からの2次回折波の伝搬領域を示す。この図より陰影領域は境界回折波の共存領域であると考え、この共存領域において境界回折波の相互干渉が生じる。この物理モデルの有効

性を実験的に調べるため、2次元遮光体の陰影領域回折像を境界回折波の相互干渉によって解析する<sup>2)</sup>。

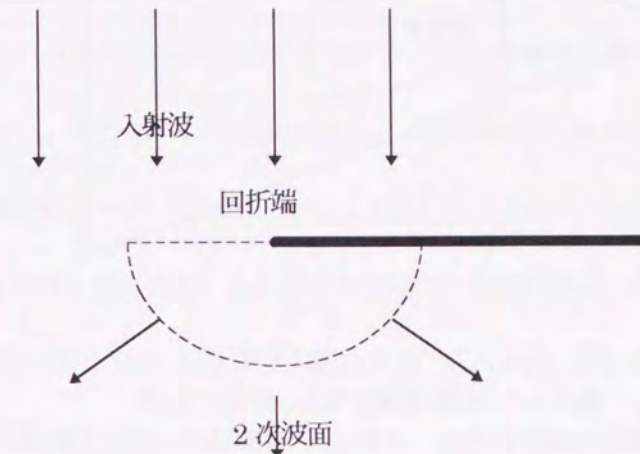


図3-1 回折端より伝搬する2次波面。

- (1) 円形遮板の場合： 陰影領域回折縞は同心円状となり、その回折縞の隣接する間隔は、式(2-24)による等間隔である。
- (2) 無限に長い帯の場合： 境界に平行な直線回折縞群となる。その回折縞間隔は、式(2-24)による等間隔である。

#### 3-3 陰影領域回折像の観測

前節で解析した2次元遮光体による陰影領域回折像を観測する<sup>3)</sup>。観測では、図3-3に示す光学系を用いて回折像の観測を行った。光源としてMOC社製出力安定化He-Neレーザを用いた。このレーザ光は直線偏光で、出力3mWである。



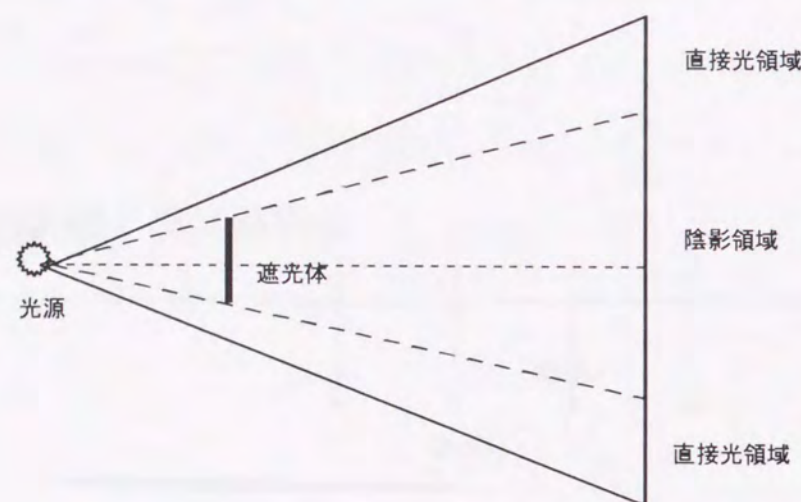


図3-2 陰影領域と境界回折波の伝搬.

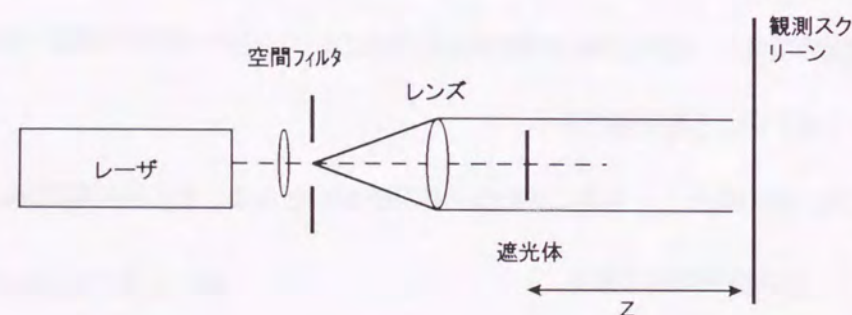
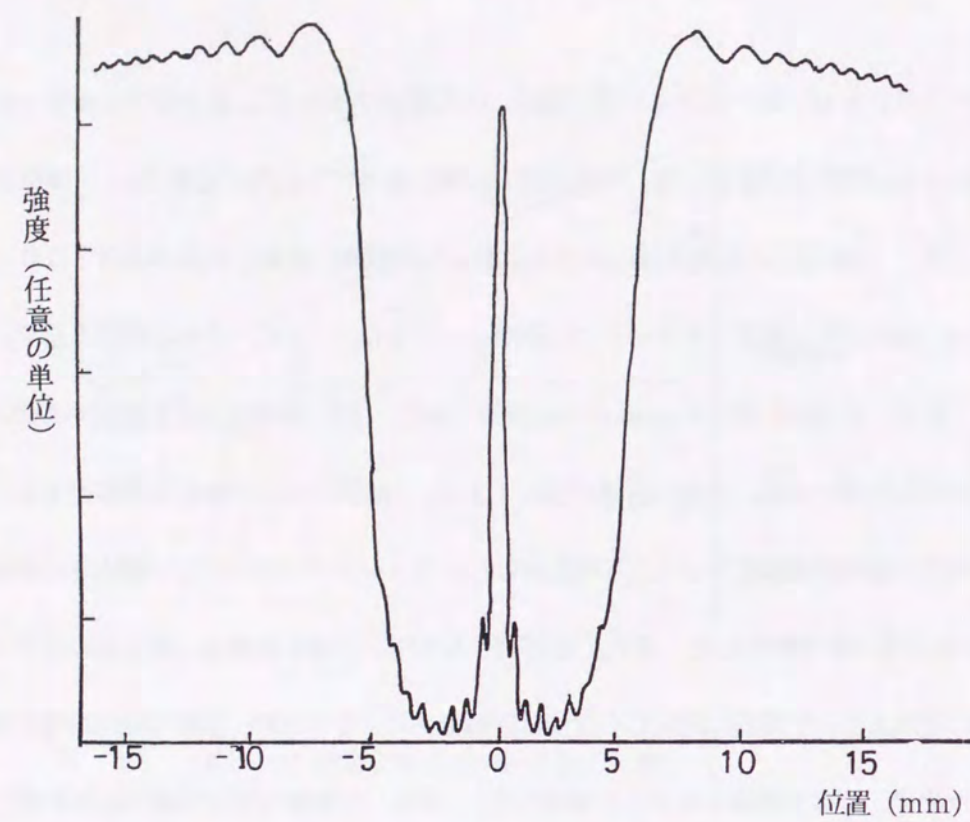


図3-3 実験で使った光学系.

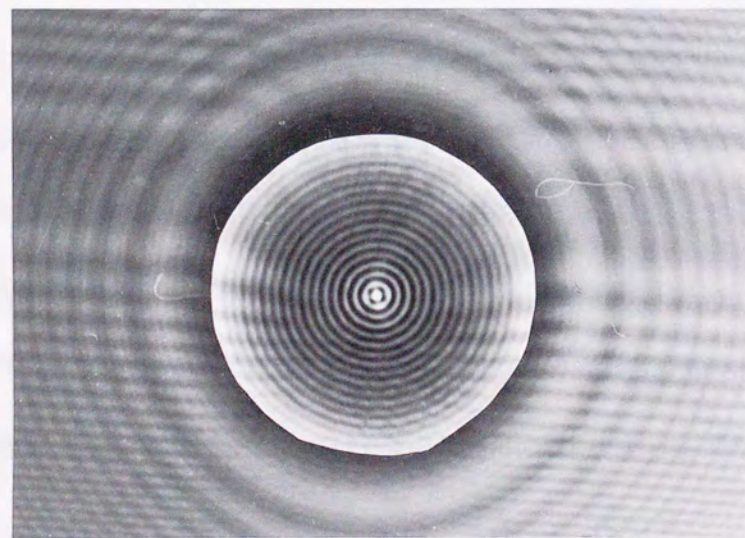
この光を  $50\text{ }\mu\text{m}$  ピンホールと  $40$  倍対物レンズの組み合わせによる空間フィルターを用いてノイズの少ない発散光に変換する。発散光はレンズによって平行光に変換され、実験試料に垂直入射する。実験で用いた遮光体の大きさは数mm角程度、光軸方向の厚みは  $100\text{ }\mu\text{m}$  程度であった。実験試料と観測スクリーンとの距離 ( $z$ ) を  $0.1 \sim 0.5\text{ m}$  の範囲として、回折像を観測すると、その回折像は Fraunhofer 回折像である。陰影領域回折像を観測する際に、注意しなければならない点は、境界回折波の強度である。陰影領域回折像を写真観測するためには数秒間程度の露光が必要であった。写真乾板としてカラーカプラのみにより構成され解像度の高い ILFORD XP2 400 を利用した。また、光電管などを用いた強度計測は、検出器のダイナミックレンジの制限より、空間的に連続した計測は困難である。そのため、陰影領域回折像を鮮明に観測するために、直接光領域と区別して観測した。また、回折像の長時間露光記録の際には、入射光の光学素子などからの反射光の影響を少なくするために実験系を黒布で覆った。

図3-4は、径  $1.0\text{ mm}$  の金属円盤の回折像である。陰影領域には同心円状の干渉縞が表れている。回折像の強度計測より陰影領域の強度は直接光領域の  $1$  割以下の強度である。図3-5は長い金属帯の回折像である。陰影領域には強度の弱い直線干渉縞が表れている。表3-1は、この隣接する干渉縞間隔を測微計を用いて計測した結果と式(2-24)を用いて求めた干渉縞間隔の比較を示す。実験結果と解析結果はほぼ一致し、これらの実験結果より、陰影領域回折像は境界回折波の相互干渉によって説明できることが示された。図3-6は円形開口による回折像を示す。この回折像の陰影領域には微弱強度の干渉縞が観測できる。この実験結果より、入射光の影響のある領域では、境界回折波の相互干渉の効果を観測することが困難である。





(a)



(b)

図3-4 円形遮板(半径1 mm)による回折像。(a) 動径方向の強度分布, (b) 回折像(陰影領域ははめ込み写真)。

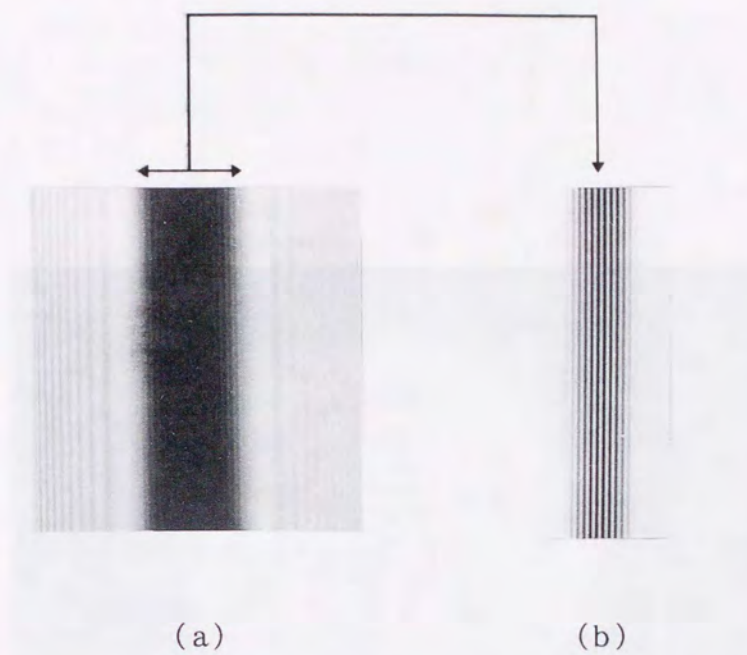


図3-5 細いリボン(幅0.57 mm)の作る回折像。(a) 直接光領域, (b) 陰影領域。

表 3-1 矩形物体の境界回折波の干渉縞間隔と計算値との比較(矩形の幅  $D=0.57$  mm)。

Z (m)	観測値 (mm)	計算値 (mm)
0.1	0.116	0.113
0.2	0.214	0.226
0.3	0.357	0.339
0.4	0.464	0.452
0.5	0.571	0.565





図3-6 円形開口(半径0.5mm)による回折像.

### 3-4 矩形の角による境界回折波の干渉

本節では、矩形遮光体の角による陰影領域回折像を解析する<sup>1)</sup>。図3-7の矩形OABCにコヒーレント光を垂直入射すると、境界各点から境界回折波は各辺を軸とする2次円柱波を作る。

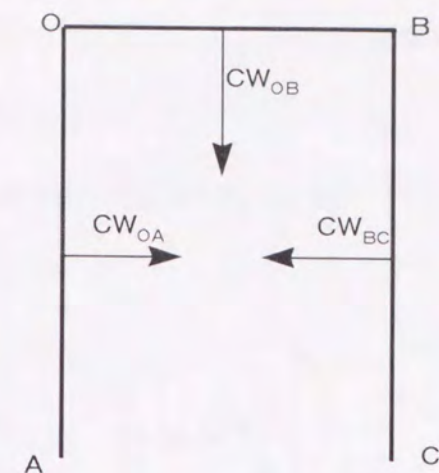


図3-7 矩形遮光体OABCからの境界回折波。(CWは2次円柱波を表す。)

これらの2次円柱波の相互干渉する組み合わせは次のようになる。

- (1) 角AOBを作る2辺OAとOBからの2波の干渉,
- (2) 角CBOを作る2辺OBとCBからの2波の干渉,
- (3) 長辺OAとOBからの2波の干渉.

干渉の組み合わせ3)は、前節で解析した長辺方向に平行な直線干渉縞群となる。角を作る2辺からの2次円柱波の干渉を解析する。図3-8のような矩形の頂点Oを原点とする座標系を用いる。辺OA上の点Rおよび辺OB上の点Q、と観測点Pの光路長をそれぞれ  $l_1$  ,  $l_2$  とする。観測点Pは矩形物体と充分離れているものとする。それぞれの光路長の自乗の間には次の関係が成り立つ。

$$l_1^2 - l_2^2 = x^2 - y^2. \quad (3-1)$$



光の干渉条件より次の関係が成立する.

$$|l_1 - l_2| = n\lambda \quad (n=1, 2, 3, \dots). \quad (3-2)$$

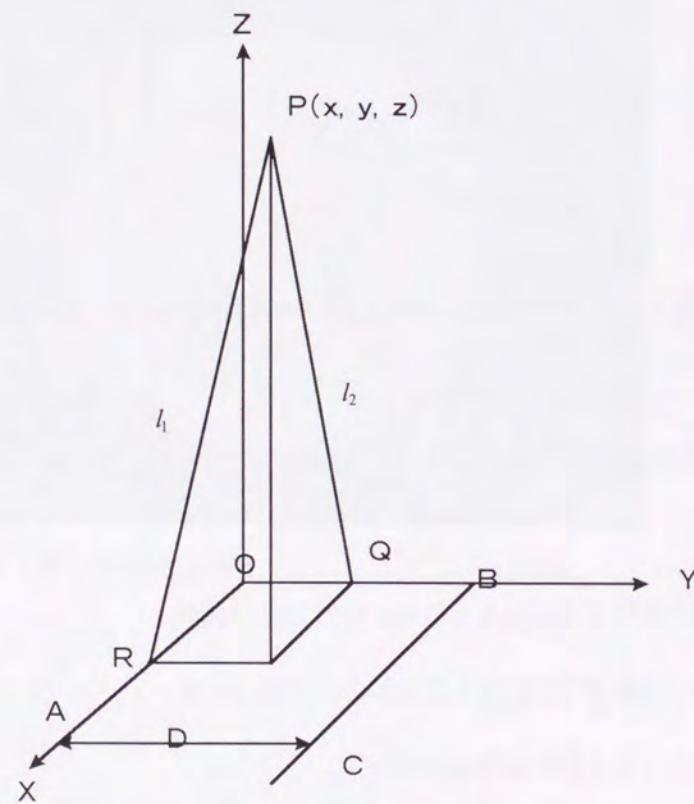


図3-8 矩形遮板による境界回折波の相互干渉を求めた座標系

ここで $\lambda$ は入射波の波長,  $n$ は干渉次数を表わす. 陰影領域回折像を観測するスクリーンは矩形遮光体より充分離れているとすると, 次の条件が成立する.

$$l_1 + l_2 \approx 2z. \quad (3-3)$$

$$l_1 + l_2 \approx 2z. \quad (3-3)$$

式(3-2)および式(3-3)を用いると, 式(3-1)の左辺は次式のように書き換えられる.

$$(l_1 - l_2)(l_1 + l_2) \approx n\lambda \cdot 2z. \quad (3-4)$$

図3-9は, 式(3-4)で得られる干渉図形と長辺(OA, OB)からの2次波による平行直線干渉図形のそれぞれの極大を計算によって描いた結果である.

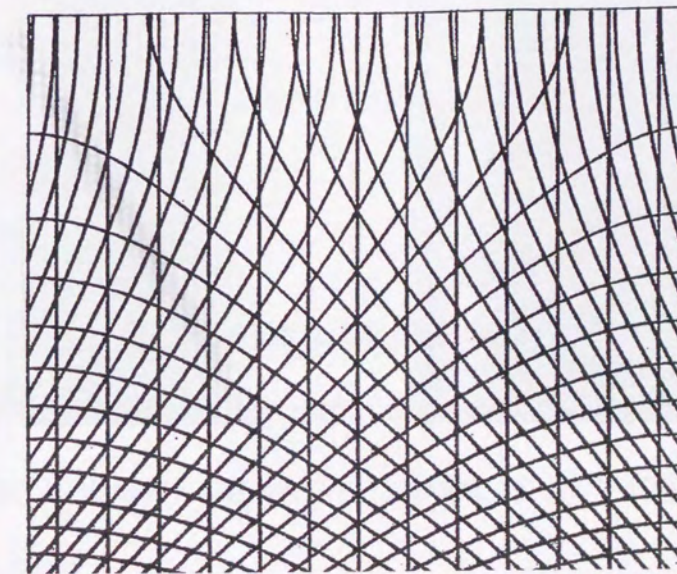


図3-9 計算によって求めた矩形遮板による境界回折波干渉図形.



図3-10は観測した矩形物体による回折像である。陰影領域回折像は計算によって求めた干渉像と定性的に一致する。3辺からの2次波による3光波干渉は干渉図形として特徴的に表れず、干渉像の強度変化として表れると考える。角をはさむ2辺からの2次波による曲線干渉縞は境界に近づくにつれて縞自身が太くなる傾向が観察できる。この原因として、各辺から生じる2波の光路長の差が接近し多光波干渉が生じ、その結果干渉縞の線幅が太くなったと考える。

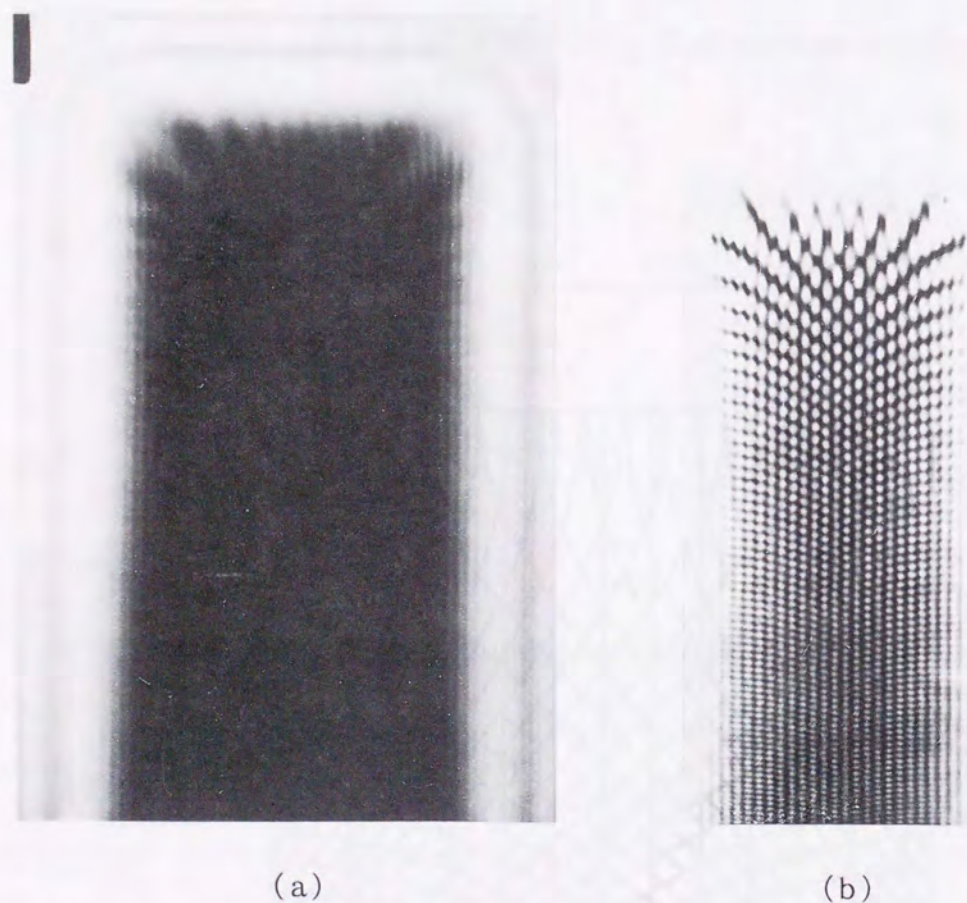


図3-10 矩形遮板(幅0.96mm)による回折像。(a)直接光領域、(b)陰影領域。

### 3-5 楔頂点からの境界回折波

楔頂点からの生じる境界回折波の波面を解析する。半無限回折端の場合は、境界回折波は回折端を軸とする2次円柱波を作る。しかし、楔頂点のような有限端では、2次円柱波波面に乱れを生じる<sup>4)</sup>。図3-11は有限端頂点Oからの2次波の伝搬を2次的に示す。楔形AOBの辺OAからの2次波を解析する。

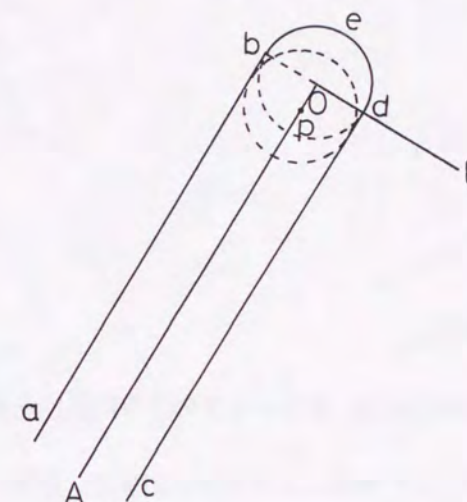


図3-11 楔頂点Oでの2次円柱波の終端効果。

- (1) 辺OA上の各点からの2次球面波は波面abcdの円柱波を形成する。
- (2) 頂点Oからの2次球面波の半分は波面bedの半球面波として伝搬する。
- (3) 頂点近傍の点Pからの2次球面波で円柱波形成に寄与しない波面は(2)の半球面波の一部として伝搬する。

厳密には(3)の影響により複雑な振幅分布をもつ2次波面が楔の頂点から伝搬する。以下、楔OABの辺OAおよびOBを軸とする2次円柱波の終端効果として頂点Oより2つの半球面



波が近似的に伝搬すると仮定する。この半球面波は直接光および陰影領域に伝搬する。その伝搬領域は楔の頂角の大きさ（ $\Phi$ ）によって決まる。図3-12は楔の境界からの2次波の伝搬領域を頂角の大きさ $\Phi$ をもとに2次的に示す。2辺OAとOBより伝搬する2次円柱波を $CW_1$ ,  $CW_2$ , その波の終端効果による半球面波波面KLM, LMNをもつ2次半球面波を $HSW_1$ ,  $HSW_2$ とする。図3-12の2次波の伝搬共存領域より干渉の組み合わせは、(1)円柱波同士の干渉（ $CW_1$ と $CW_2$ ）, (2)円柱波と半球面波の干渉（ $CW_1$ と $HSW_2$  および  $CW_2$ と $HSW_1$ ）となる。

### 3-5-1 円柱波同士の干渉

ここでは、円柱波同士の干渉を考える。図3-13のように原点を基準としx軸を辺OAとする楔AOBを置く。Z軸の負方向から垂直に1次光が入射する。観測点Pと辺OA, OB上の2点R, Qとの光路長をそれぞれ $l_1$ ,  $l_2$  とすると、それぞれは次式で表わせる。

$$l_1^2 = y^2 + z^2, \quad (3-5)$$

$$l_2^2 = (x \sin \Phi - y \cos \Phi)^2 + z^2. \quad (3-6)$$

2つの光路長2乗  $l_1^2$  と  $l_2^2$  の差を取ると次式になる。

$$l_1^2 - l_2^2 = y^2 - (x \sin \Phi - y \cos \Phi)^2. \quad (3-7)$$

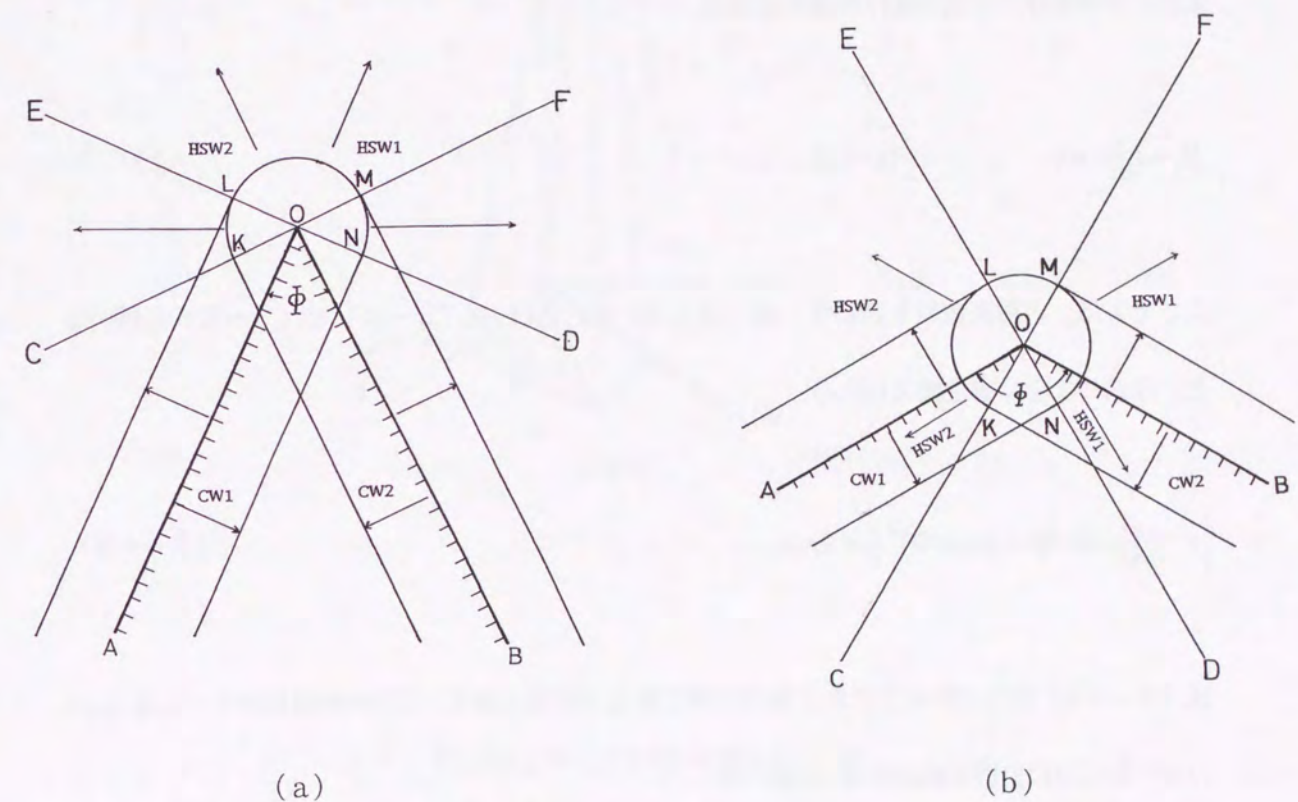


図3-12 楔境界からの2次波の伝搬領域。CWは2次円柱波、HSWは2次半球面波を表わす。

す。(a)  $0 < \Phi < \frac{\pi}{2}$ , (b)  $\frac{\pi}{2} < \Phi < \pi$ .



観測点は楔試料より十分離れていると、次の条件が成立する。

$$l_1 + l_2 \approx 2z. \quad (3-8)$$

また、干渉条件より次の条件が適用できる.

$$|l_1 - l_2| = n\lambda \quad (n=1, 2, \dots). \quad (3-9)$$

ここでは、入射光波長を表わす、式(3-7)の右辺は式(3-8)と(3-9)を用いると、次式のように書き換えられる。

$$\left| y^2 - \left( (x \sin \Phi - y \cos \Phi)^2 \right) \right| \approx 2n\lambda z. \quad (3-10)$$

式(3-10)は2辺から生じた2次元柱波の相互干渉縞を表す。この干渉縞は図3-12(a), (b)のCODで囲まれる領域に表れる。

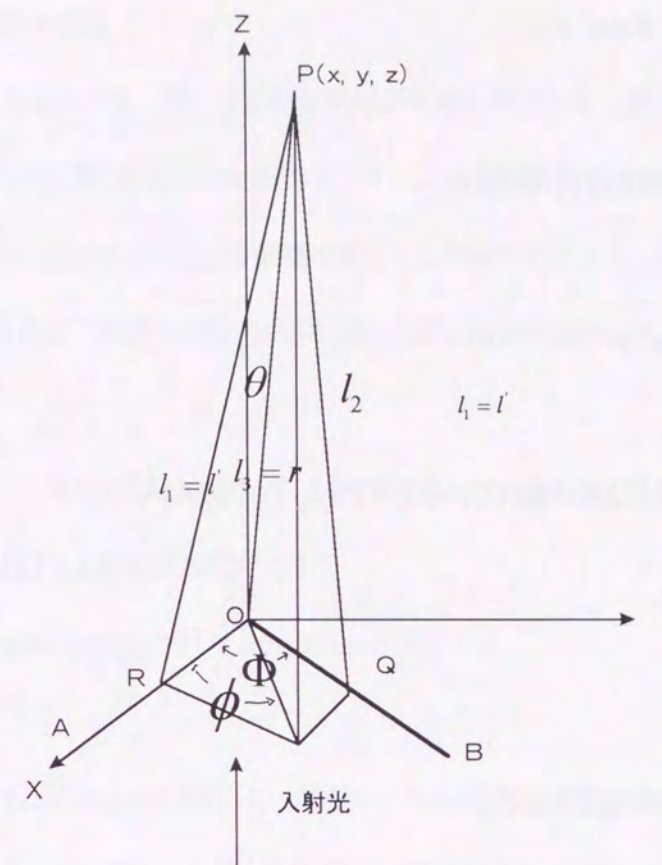


図3-13 楔形遮光体による境界回折波の干渉.

### 3-5-2 半球面波と円柱波の干渉

次に半球面波と円柱波との干渉を考える。図3-13で楔頂点Oから観測点Pへの光路長を  $l_3$  とする。また楔の辺OA上の点Rから観測点Pまでの光路長を  $l_1'$  とする。光路長の自乗は極座標を用いると次式の関係になる。

$$l_3^2 = r^2, \quad (3-11)$$



$$l_1^2 = r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \sin^2 \phi). \quad (3-12)$$

それぞれの光路長の自乗差は次式となる。

$$l_3^2 - l_1^2 = r^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi. \quad (3-13)$$

以下の楔形試料と観測点は充分離れているとすれば、次の関係が成立する。

$$l_1' + l_3 \approx 2z. \quad (3-14)$$

干渉条件より次の関係が適用できる。

$$|l_1' - l_3| = n\lambda. \quad (3-15)$$

これらの関係式を用いると、式(3-13)の左辺は次のように書き換えられる。

$$|r^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi| \approx 2n\lambda z. \quad (3-16)$$

この式は半球面波と円柱波による干渉縞を表し、図3-12 COE, DOF で囲まれる領域に生じる。式(3-10), (3-16)によって求めた干渉図形を図3-14に示す。円柱波の楔頂点での終端効果による半球面波の影響は頂角が鈍角の楔形の陰影領域に直線干渉縞として観測されるはずである。

### 3-5-3 実験結果と考察

前節までの解析をふまえて、楔による陰影領域回折像を観測する。図3-15は金属板を切断し作成した楔形試料とその陰影領域回折像を示す。この実験結果は、前節で求めた干渉図形と異なり、無数の境界に直交する干渉縞が観測できる。この観測結果より、実験試料の仕上げが回折像観測に影響を与える。本研究では、実験で用いる楔形試料の製作において、以下の点に注意を払った。

- (1) 楔頂点の仕上げを入射波波長程度にする。
- (2) 楔の2つの境界の直線仕上げを入射波波長程度にする。

以上の2点を満足する楔形試料の製作は、金属加工では困難であった。本研究では、理想的な楔形試料としてガラス基板上のフォトエッチングによる楔形図形を用いた。図3-16にフォトエッチングによる楔形試料を示す。この楔頂点部の丸みは1 μm以下の半径で、境界線には1 μm以上の凹凸が存在していない。図3-17は理想的な鋭角頂角をもつ楔の回折像を示す。直接光領域においては境界部にほぼ直交する強度の弱い直線干渉縞が観測できる。陰影領域には2つの円柱波による干渉像が生じている。図3-18は鈍角頂角をもつ楔の回折像を示す。



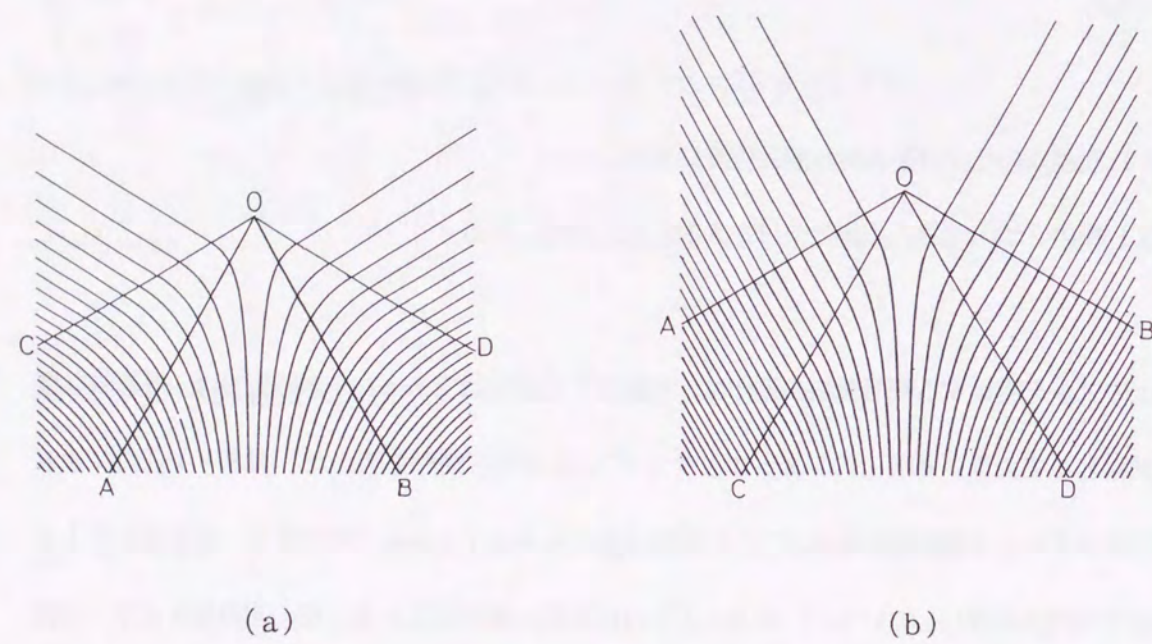
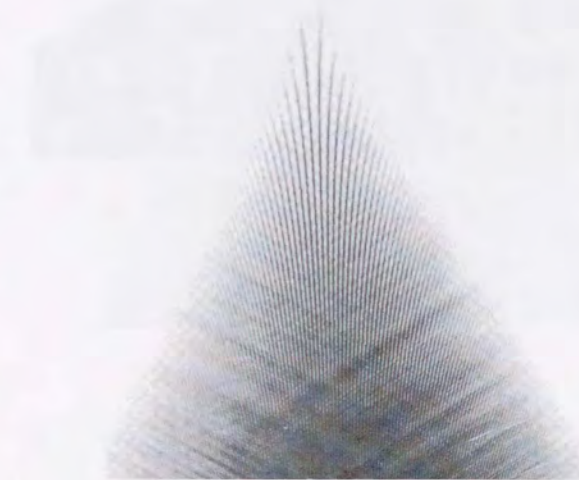
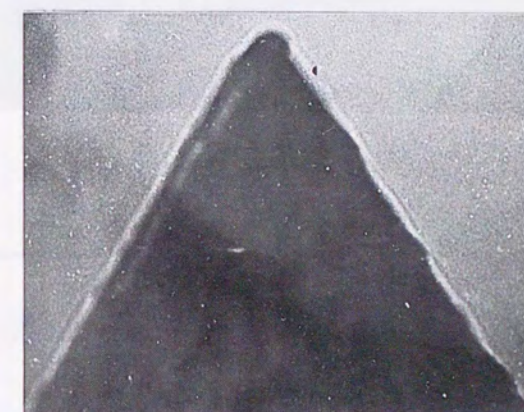


図3-14 計算によって求めた2次波による楔干渉像。(a)  $\Phi = \frac{\pi}{3}$ , (b)  $\Phi = \frac{2\pi}{3}$ .



(a)

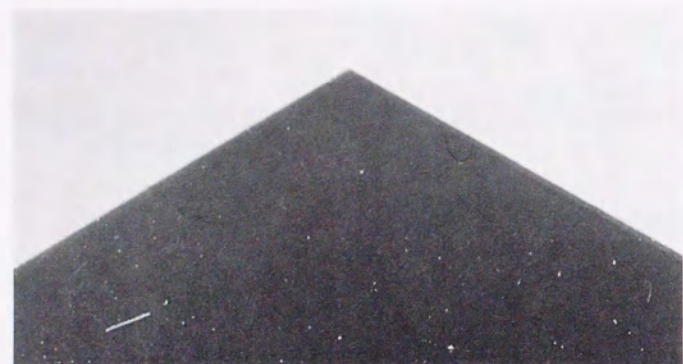


(b)

— 10 μm

図3-15 (a) 切断加工楔試料の陰影領域回折像, (b) 試料顕微鏡写真.





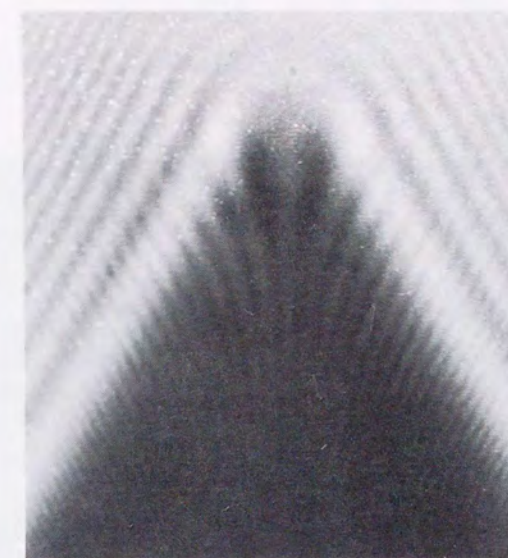
(a)



(b)

— 10  $\mu$ m

図3-16 楔試料の仕上り比較。(a) フォトエッチングによるガラス基板上の楔図形。  
(b) 研磨仕上げによる金属製楔試料。



(a)

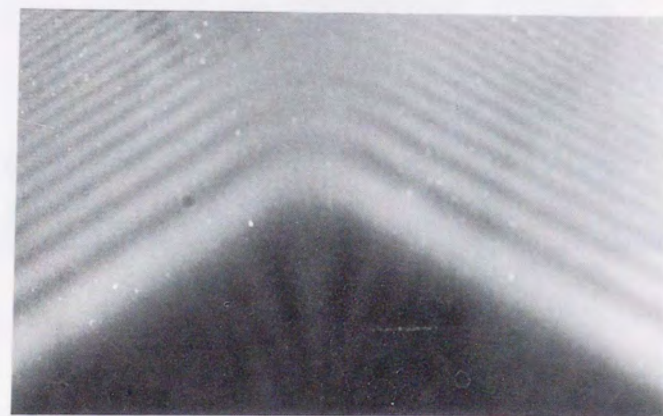


(b)

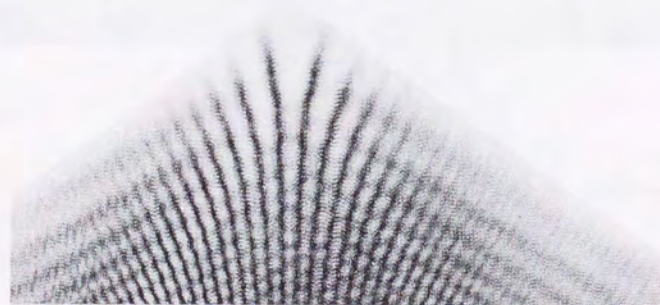
図3-17 理想的な仕上げの楔試料による回折像  $\left(\Phi = \frac{\pi}{3}\right)$ 。(a) 直接光領域,

(b) 陰影領域。





(a)



(b)

図3-18' 理想的な仕上げの楔試料による回折像  $\left(\Phi = \frac{2\pi}{3}\right)$ . (a) 直接光領域, (b) 陰影領域.

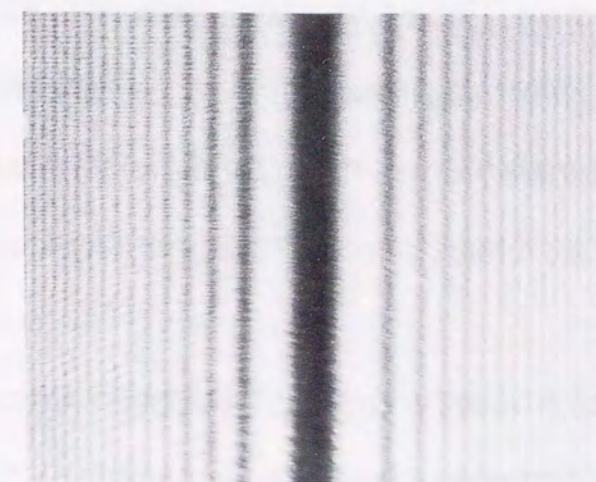


図3-19 ガラス基板上半無限フォトエッチング面による回折像.

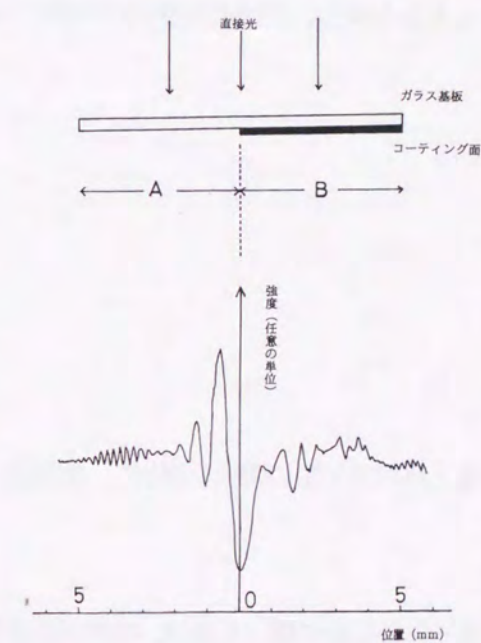


図3-20 ガラス基板上の半無限フォトエッチング面による回折像 (強度分布).



陰影領域回折像は2種類の干渉縞に区別できる。1つは頂点を中心とする三角領域に表れる曲線干渉縞群であり、もうひとつは境界部にほぼ直交する直線干渉縞群である。この直交直線干渉縞は解析によって求めた楔頂点から伝搬する半球面波の効果と定性的に一致する。

図3-17および18の陰影領域回折像には境界の2辺に平行に走る直線状干渉縞が観られる。図3-19はフォトエッチングによるガラス基板上半無限平板による回折像を示す。陰影領域には境界線に対して対称的な直線干渉縞群が生じている。理想的な楔形試料を作成する際、試料境界部の仕上がり精度維持のためエッチング膜厚(数10 $\mu\text{m}$ )を十分厚くすることが困難であった。エッチング膜を透過した直接光とエッチング膜端からの2次波による干渉(図3-20)が生じたと考える<sup>5)</sup>。

本実験において、楔頂点から伝搬する2次波として半球面波を考えることが有効であることが明らかとなった。楔による陰影領域回折像の研究は、他の研究者によっても精力的に行われてきた。しかし、本実験のように楔形試料の製作精度に注意を払った実験はほとんどない。従来の研究は、楔頂点からは半球面波が伝搬するモデルを導入し、楔頂点および2辺からの2次波の3光波干渉を議論している<sup>6)</sup>。しかしながら、理想的な楔の回折像には、3光波干渉効果は観測されなかった。

### 3-6 まとめ

本章では、陰影領域回折像と境界回折波の関係を解析し、観測結果を考察した。以下に得られた成果をまとめる。

(1) 直接光の影響がない遮光体の陰影領域回折像は、境界回折波の相互干渉によって説明できる。

(2) 直線状やなだらかな曲線状の境界からは、境界各点からの境界回折波が作る2次元柱波が

伝搬する。

(3) 理想的な楔頂点からは2次波の波面として2つの2次半球面波を考えることが、陰影領域回折像の解析上有効である。



## 文 献

- 1) 宮本健郎, 光学入門 (岩波書店, 1995) 1-3.
- 2) H. Ito and N. Kanai, "Interference Phenomena of Diffraction Waves Originating on the Boundary of a Small Obstacle," Jpn. J. Appl. Phys., **27** (1988) L426-428.
- 3) N. Kanai, "Interpretation of Diffraction in the Shadow Region and Its Visualization," Am. J. Phys., **64** (1996) 823-826.
- 4) N. Kanai, H. Ito, "Diffraction Pattern Observed in Shadow Region of Thin Wedge," Opt. Rev., **1**(1994) 135-138.
- 5) N. Kanai and H. Ito, "Diffraction Pattern of Thin Wedges Illuminated by Coherent Light," Optik, **102** (1996) 51-57.
- 6) A. B. Carlson, "Shadow-Zone Diffraction Patterns for Triangular Obstacles," IEEE Trans. Antennas, Propag., **AP-21** (1973) 121-124.

## 陰影領域回折像による物体端仕上げ評価法

### 第4章

#### 4-1 はじめに

これまでの各章における陰影領域回折像の解析の結果, その回折空間的構造は境界回折波の作る2次波面・伝搬領域・相互干渉によって求められることが明らかとなった。本章では, 境界からの2次波円柱波波面の乱れ現象を用いた境界形状計測を検討する。

本章の実験では, 評価試料2つの部分の境界仕上げを計測対象とした。

(1) 直線端

(2) 楔頂点

従来, これらの仕上げの定量評価は顕微鏡などによる拡大評価法が中心であった。本研究では, 物理計測にほとんど用いられなかった陰影領域回折像に着目し, 境界形状の高精度でかつ簡便な新しい計測法を提唱する。



## 4-2 半無限直線端の仕上げ評価

本節では、陰影領域回折像を用いた半無限直線端の仕上げ評価について述べる。境界部の微細凹凸形状の違いやそのサイズの違いによる陰影領域回折像の変化の解析を行い、境界部の仕上げ評価法を提唱する。

### 4-2-1 実験

理想的に仕上がった直線端と大きさがミクロン程度の凹凸が多数存在する直線端の作る回折像を観測する。ここで用いる理想的とは入射波長より大きいサイズの凹凸がないことを意味する。

実験装置を図4-1に示す。回折像の強度計測を行うため、一軸上を移動する径が $100\mu\text{m}$ のファイバーと光電管を利用した。図4-2は数ミクロンの微細凹凸による陰影領域および直接光領域に生じた回折像を示す。直接光領域の回折像は直線端の仕上げに関わらず、境界に平行に走る直線回折像が生じている。しかし、直線端上に微細凹凸が存在する場合は、境界に直交する直線干渉縞が多数生じている。この実験結果より、陰影領域回折像は直接光領域回折像より境界形状を正確に表わしていることが分かる。

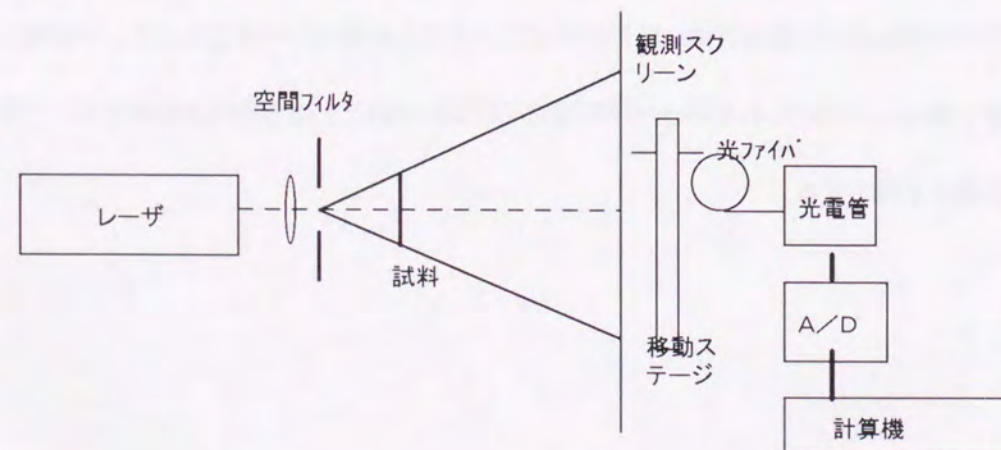


図4-1 実験装置。



(a)



(b)

— 1 mm

図4-2 境界端に無数の凹凸がある平板の作る回折像。(a) 直接光領域、(b) 陰影領域。



#### 4-2-2 凹凸形状による陰影領域回折像の変化

ここでは、直線端上の微細凹凸からの2次波をモデル化し、前項で観測した境界直交直線干渉縞を解析する。また、微細凹凸の大きさによる陰影領域回折像の変化を解析し、微細凹凸のサイズ計測法を検討する。

理想的な直線端に直接光が入射すると、その境界から2次円柱波が伝搬する。しかし、直線端に微細凹凸が存在すると、その近傍で2次円柱波に乱れが生じる。この2次円柱波の乱れとして近似的に1つの独立した球面波が伝搬すると考える。この2次球面波は直接光領域および陰影領域に伝搬する。しかし、2次球面波の強度を考慮すると特に陰影領域においてその影響が観測できる。境界直線部からの2次円柱波と凹凸からの2次球面波との伝搬共存領域で2光波干渉が生じると考える。図4-3は1つの微細凹凸を原点O、直線端をX軸とした座標系を示す。この座標系をもちいて2光波の干渉効果を求める。観測点Pと凹凸（原点O）および直線端（X軸）上の点Qとの光路長を $l_1$ 、 $l_2$ とする。それぞれの光路長の自乗は、次のように求められる。

$$l_1^2 = r^2, \quad (4-1)$$

$$l_2^2 = r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \sin^2 \phi). \quad (4-2)$$

ここで、 $l_1^2$ と $l_2^2$ の差を考える。

$$l_1^2 - l_2^2 = r^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi. \quad (4-3)$$

観測点Pが試料より充分離れていると、次の条件が成立する。

$$l_1 + l_2 \approx 2z. \quad (4-4)$$

また、干渉条件より次の条件が成立する。

$$|l_1 - l_2| = n\lambda \quad (n=1, 2, \dots). \quad (4-5)$$

式(4-3)の左辺は式(4-4)および式(4-5)より次のように書き換えられる。

$$|r^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi| \approx 2n\lambda z. \quad (4-6)$$

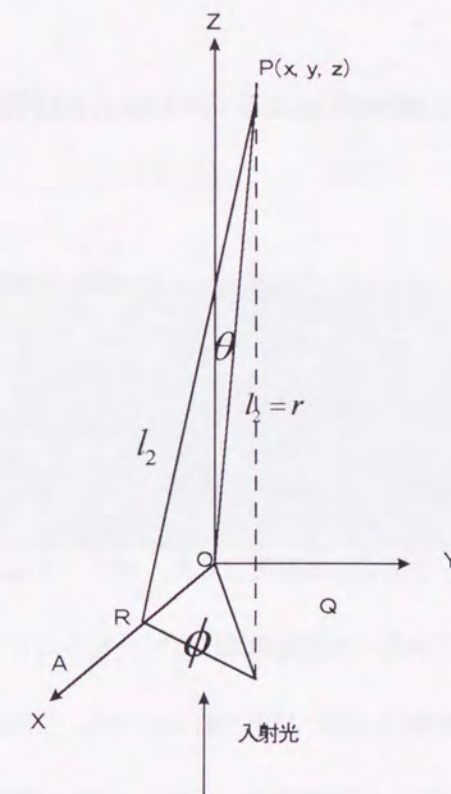


図4-3 凹凸からの2次波の干渉効果の解析。



この式を用いて計算によって2光波の干渉像を求めると、図4-4に示す境界直線に直交し凹凸を中心とした線対称な直線干渉縞が得られる。この結果は、図4-2の実験結果と定性的に一致する。このことより物体端上に存在する微細凹凸より独立した2次波が伝搬すると考えるモデルが有効であることが分かる。

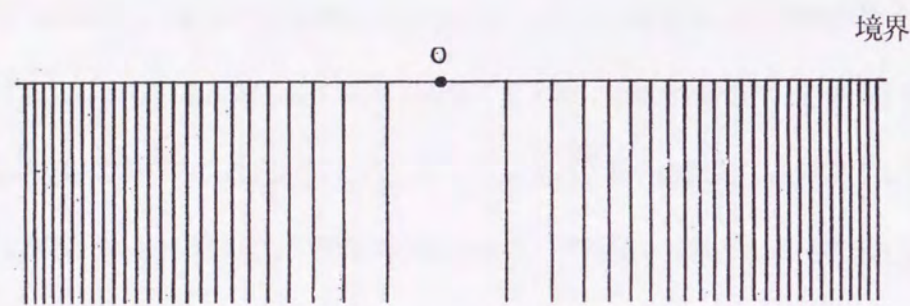


図4-4 1つの微細凹凸による干渉図形(計算結果)。

さらに、凹凸形状や大きさに関する情報の検出を考察する。微細凹凸の形状の違いによる陰影領域回折像に及ぼす影響を実験的に解析する。凹凸の形状モデルを図4-5に示す。凹凸の大きさとして機械的切断時に生じる $10-100\mu\text{m}$ 程度とした。図4-6は、直線端上の凹、凸部によって形成された回折像の断面図である。直接光領域には凹凸を中心とする同心円状の回折像が形成され、凹凸形状の違いによる影響は容易に見出されなかった。しかしながら、陰影領域回折像は凹凸部の後方中央の干渉強度に違いが観測できる。図4-7は、観測スクリーン上で境界より $100\mu\text{m}$ 程度陰影領域に入った位置の強度分布の計測結果を示す。この結果は凹凸形状の差により傷の真後側に生じる回折像の強度変化が異なることを示している。従って、陰影領域回折像の観測より境界上の凹凸形状の選別が可能である。

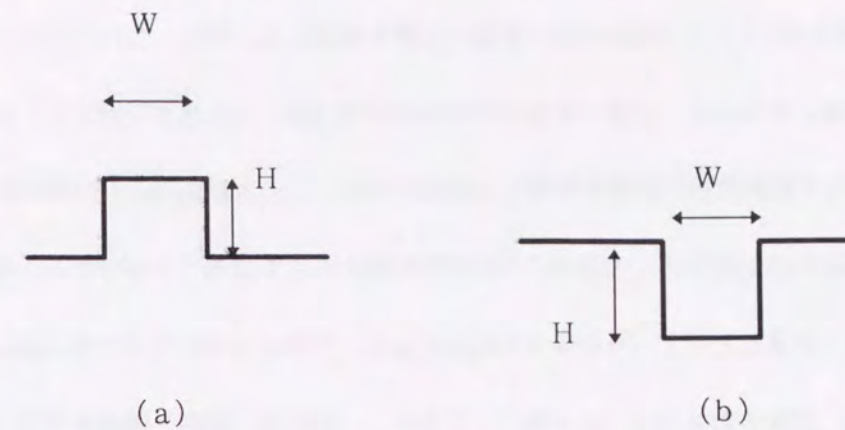


図4-5 微細凹凸試料の形状モデル図。(a)凸形、(b)凹形。図中のHおよびWは形状の大きさを決める変数。



図4-6 観測された図4-5のモデルによる陰影領域回折像。(a)凸形、(b)凹形。



さらに微細凹凸の大きさの陰影領域回折像へ影響を観測した。図4-5に凹凸の大きさを決めるパラメータH, Wを示す。図4-8は凸形傷の底辺部(W)の大きさを固定し、垂直方向の高さ(H)を変えて陰影領域回折像を観測した結果である。この実験結果より凸部の高さが増加すると、陰影領域の傷を取り巻く円弧状の干渉縞の間隔が小さくなることが分かる。傷の高さと縞の間隔をグラフ化すると図4-9のような結果となる。この2つのパラメータの間には反比例関係が成り立つ。比例定数kは $1.04 \times 10^{-7}$ であり、この値は、試料と観測スクリーンとの距離(z)と入射波長( $\lambda$ )の積にほぼ一致する。凸部の高さ(H)と干渉縞の極大間隔の間には実験結果より、次の関係が導かれる。

$$\Delta x \approx \frac{k}{H} \quad (4-7)$$

この結果より、陰影領域回折干渉縞の間隔を用いて、凹凸の高さを計測できる。

さらに微細凹凸の幅(W)の大きさが陰影領域回折像に及ぼす影響を調べた。凹凸形状は微細矩形であるため、3-4節で解析した曲線あるいは直線干渉縞が生じ、幅が計測できるはずである。しかし、陰影領域の広がりか形成する干渉縞の間隔に対して充分でない場合( $W < 100 \mu\text{m}$ )、凹凸幅(W)の情報を表わす回折干渉像は観測できなかった。

陰影領域回折像を用いて直線端上の微細凹凸や傷の大きさを計測する際には、陰影領域の広がりを考慮し、観測結果を評価する必要がある。特に半無限平板の直線端の場合は、凹凸の高さ情報を陰影領域回折像より簡便に計測できる。

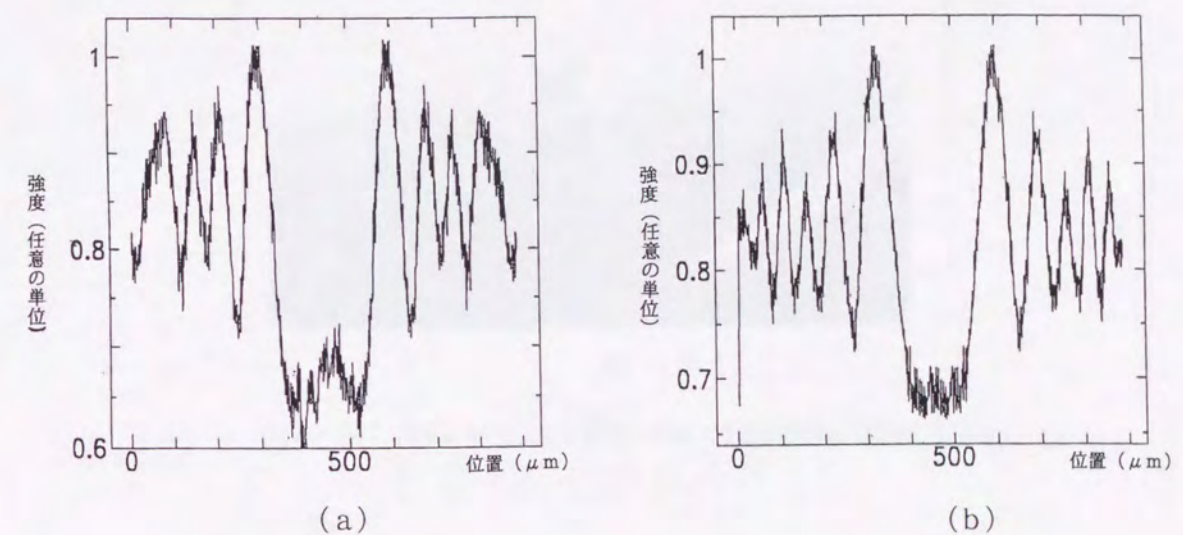


図4-7 凹凸形状の違いによる陰影領域回折像(強度分布)。(a)凸形、(b)凹形。





(a)



(b)



(c)

— 5 mm

図4-8 微細凸部の高さ(H)による陰影領域回折像構造変化。H = (a)  $32\mu\text{m}$ , (b)  $50\mu\text{m}$ , (c)  $67\mu\text{m}$ .

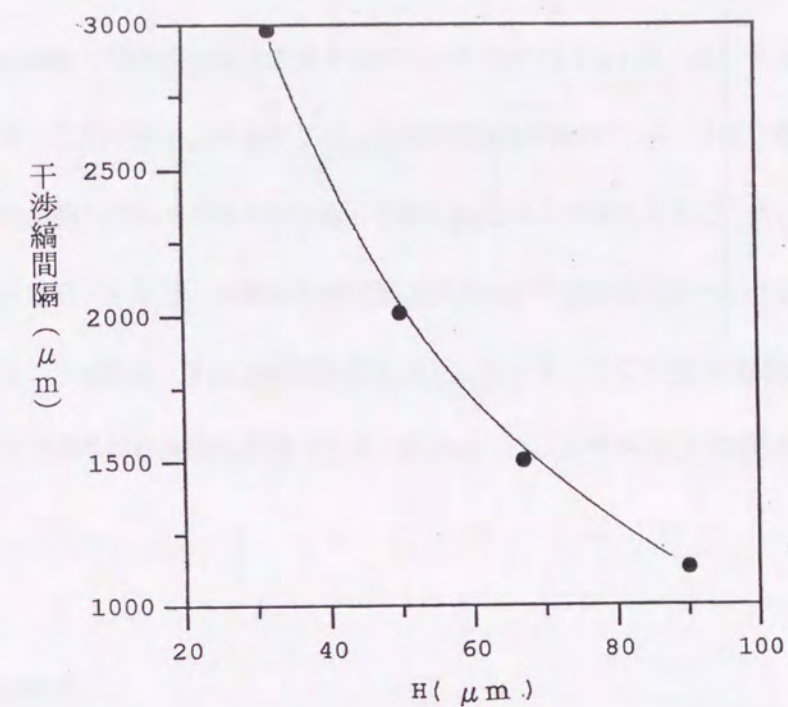


図4-9 微細凸の高さと陰影領域回折縞の隣接間隔の関係.

#### 4-3 楔の頂点の仕上げ評価

3-5節では理想的な楔の作る陰影領域回折像を解析した。その結果、理想的な楔の頂点からは2つの半球面波が伝搬するモデルが有効であることが実験的に明らかとなった。本節では、楔頂点が円弧状になった場合の陰影領域回折像の変化を定性・定量的に解析する。また、精密加工仕上げ上有効と考える楔や角の頂点仕上げ評価への応用を考察する。



#### 4-3-1 実験

円弧状上部を持つ楔と理想的な頂点を持つ楔による陰影領域回折像を観測し、比較する。頂点部の丸みを入射波長 ( $0.6 \mu\text{m}$ ) 以下の半径に作成することは最近のNC機械加工やレーザ切断を用いても困難である。そこで理想的な楔の頂点としてフォトエッチングによるガラス基盤上の楔図形を利用した。この方法で作られた楔試料は3章で述べたように光の透過性が高いため境界部の精度を損なわない程度楔図形に塗料着色し遮光性を高めた。図4-10は実験で用いた金属加工による楔形試料の例とフォトエッチングによる楔試料を示す。金属加工によって楔上部の仕上げが異なる数種類の試料を作成した。金属加工による楔頂点の丸みは半径が $5 \mu\text{m}$ 程度が製作限界であった。

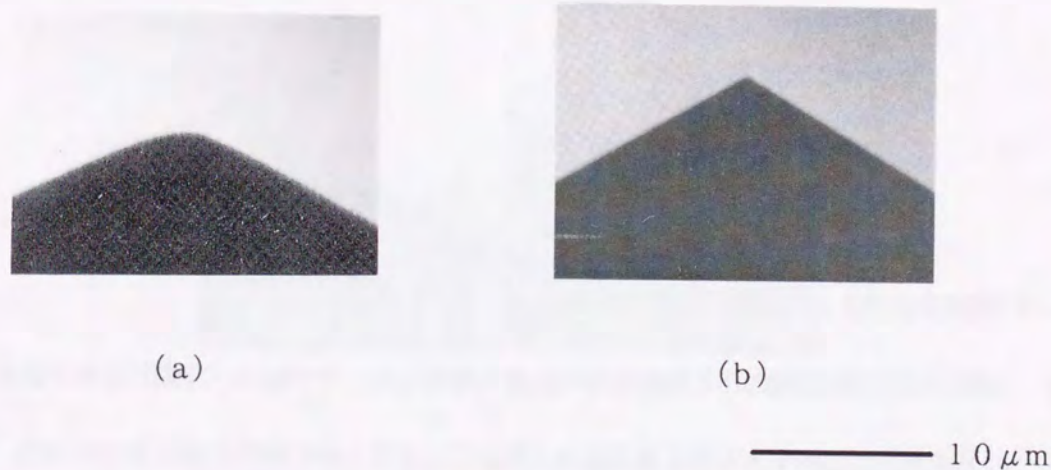


図4-10 楔実験試料の例。(a) 金属加工, (b) ガラス基板上の楔図形。

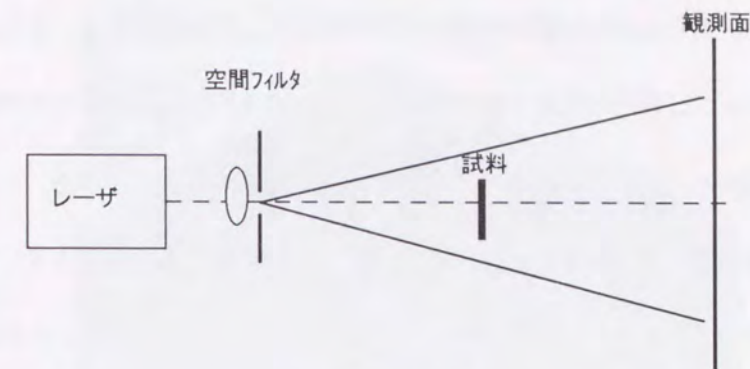


図4-11 実験装置。

#### 4-3-2 実験結果

楔頂点の仕上げによる陰影回折像への影響を図4-11の実験系で観測する。理想的な頂点および円弧上部をもつ楔の回折像を図4-12および4-13に示す。直接光領域の回折像では、楔頂点部の仕上げによる影響は観測できない。しかし、楔上部が円弧に仕上がることにより、陰影領域回折像には、曲線干渉縞と直線干渉縞が共存する狭い3角形干渉領域が生じている。図4-14は、頂角が鋭角で上部が円弧である楔形試料による陰影領域回折像を示している。楔頂角が鈍角の場合と比べて頂点部の仕上の差による陰影領域回折像の変化は観測できなかった。

#### 4-3-3 考察

観測された楔頂点部の仕上りによる陰影領域回折像の変化を考察する。楔の上部が円弧に仕上がった場合の2次波の伝搬領域を考える。図4-15は楔の境界からの2次波の伝搬を2次元

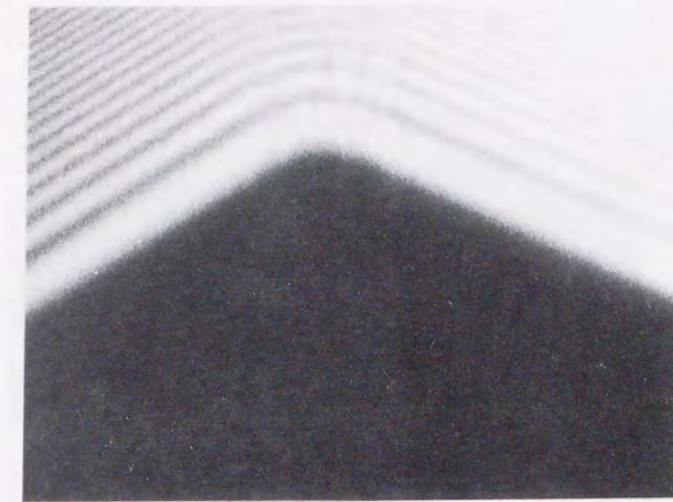


的に示す。楔上部円弧 $RO'Q$ の各点の2次波は、円弧の曲率中心であるP点を通過後、領域CPDに伝搬する。P点での2次波群の位相のずれや波面の乱れは無視する。また点R、Qでの各辺からの2次円柱波(CW)の乱れは無視する。点Pを通過した円弧からの2次波は辺ARとBQからの2次円柱波と領域CPDにおいて重り合い、3光波の干渉が生じる。この3波干渉は理想的な楔形の陰影領域回折像の解析結果の式(3-10)および式(3-16)で得られる干渉の合成となる。図4-16は、計算によって求めた3光波干渉縞を示す。この計算結果は実験結果の干渉像と幾何学構造が一致している。さらに、幾何学を用いると、弧RQの中心角を $\theta$ とすると、次の関係が導かれる。

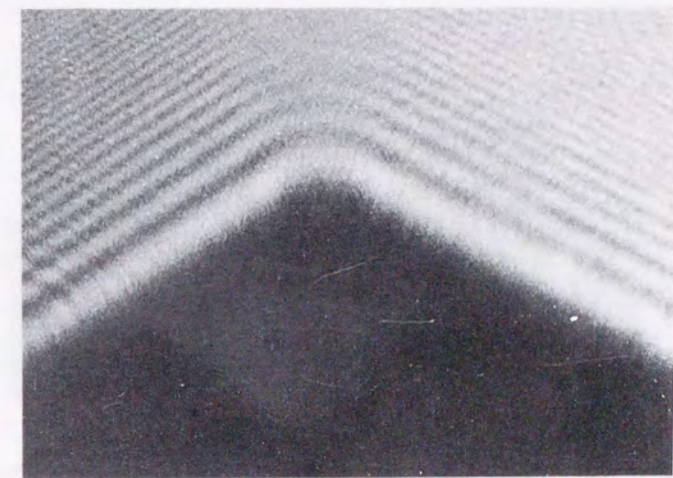
$$\angle RPQ = \angle CPD, \quad (4-8)$$

$$\therefore \angle AO'B = \pi - \theta = \angle RO'Q. \quad (4-9)$$

ここで、 $O'$ は点R、Qからの接線の交点である。従って、陰影領域の3角形干渉領域の頂角 $\angle CPD$ の大きさを計測することにより、円弧RQの大きさの評価値として中心角が計測できる。表4-1は、陰影領域回折像の3光波干渉領域の大きさ(角度)と投影機を用いて計測した曲率および曲率半径を示している。3光波干渉領域の大きさより求めた楔頂点部の曲率と楔試料の実測値は定量的にほぼ一致した。



(a)

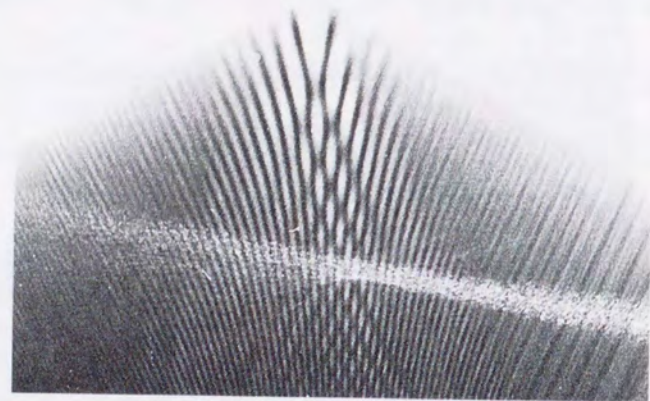


(b)

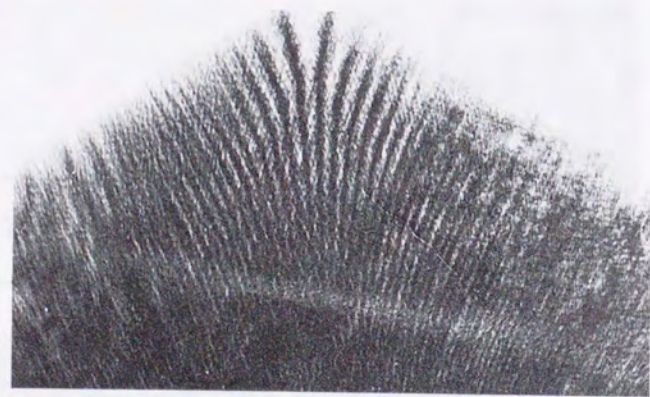
— 1 mm

図4-12 楔試料による直接光領域回折像。(a)金属試料，(b)ガラス基板上楔図形。





(a)



(b)

— 1 mm

図4-13 楔試料による陰影領域回折像。(a) 金属試料，(b) ガラス基板上楔図形。陰影領域回折像の空間構造の変化が観測できる。



図4-14 鋭角頂角をもつ楔陰影領域回折像。楔頂点付近に回折像の乱れが観られる。

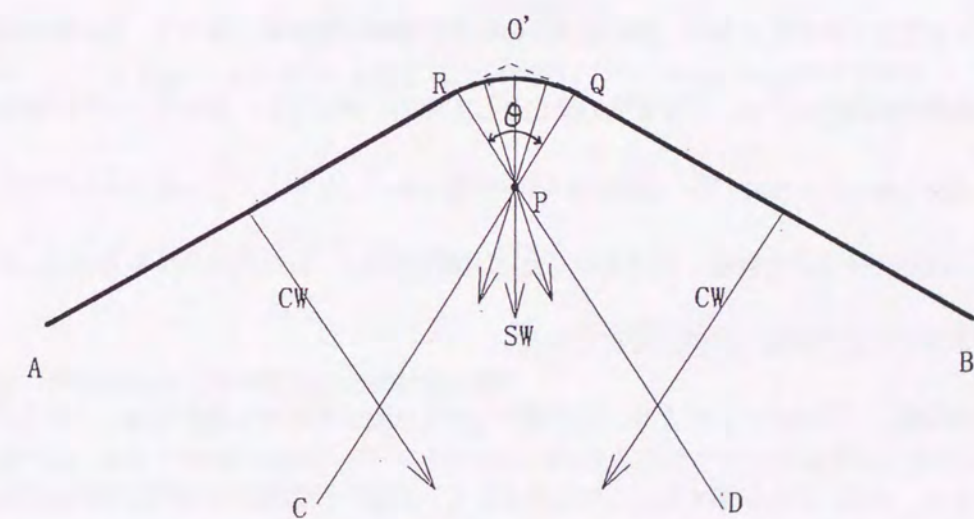


図4-15 頂点仕上りと陰影領域干渉領域の変化。図中のSWは2次球面波，CWは2次円柱波を表わす。



表4-1 干渉領域と試料頂点部の実測結果.

試料	1	2	3	4	5
干渉パターン	60	61	62	30	25
領域 $\theta$ (°)					
拡大投影機	121	120	117	152	154
での実測 $\Phi$ (°)					
曲率半径 $r$ ( $\mu\text{m}$ )	12	8	9	6	10

楔頂角が鋭角の場合、実験結果を考察する。頂角が鋭角の場合は、頂点部が円弧に仕上がることにより3光波干渉が生じるが、陰影領域全体にその効果が及ぶ。従って、その効果は、楔の頂角が鈍角の場合のような、干渉領域の変化として顕著に表れない。図4-14の陰影領域上部で、3光波干渉による強度の弱い曲線干渉縞群が観られる。しかし、この変化からは定性的・定量的に頂点部の仕上げを評価・計測することは困難である。したがって、本方法は、頂角が鈍角の楔や角の仕上げ評価・計測に有効である。

頂点部が円弧に仕上がることにより、頂点部からの2次波があたかも陰影領域に入り込んだ点(図4-15 P点)から伝搬する。この効果として3光波干渉領域が理想的な楔頂点の場合より陰影領域内側に入り込むことが考えられる。この干渉像全体の移動量が観測可能であれば頂点の丸みの曲率半径を定量的に計測できる。しかし、現時点では実験的に検証していない。

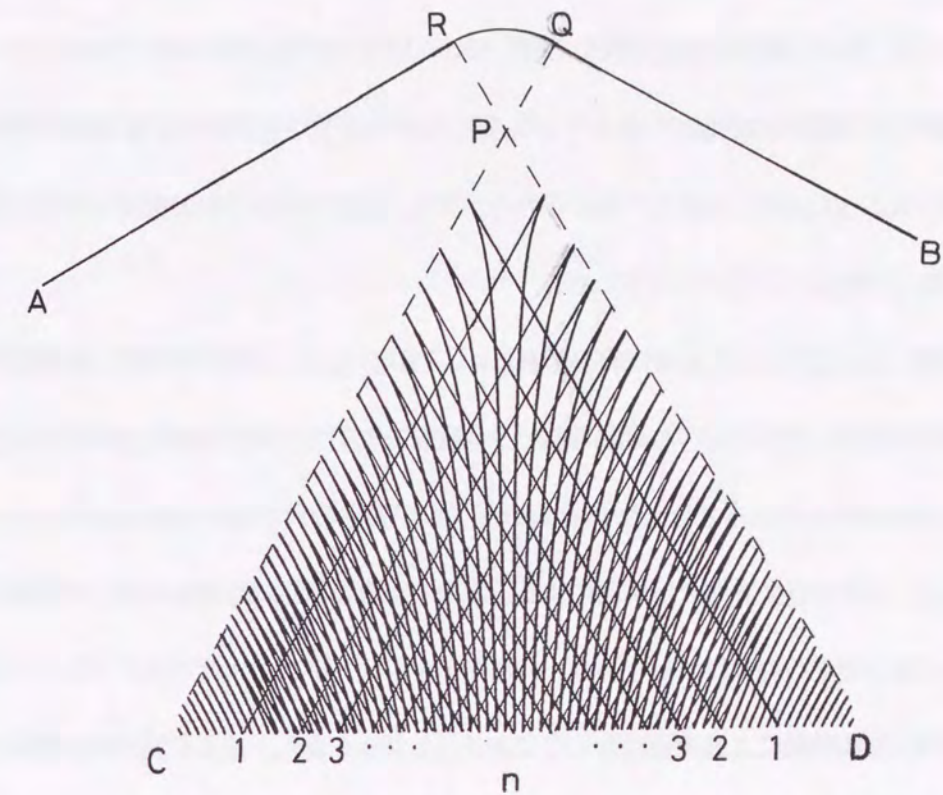


図4-16 楔による3光波干渉像(計算).  $n$ は干渉の次数を表す.

#### 4-4 本計測法と従来の計測法との比較考察

本節では、本章で提唱した陰影領域回折像を用いた境界形状計測法と従来の計測法との比較考察を行う。機械工作分野の切断研磨過程評価は、ほとんどの場合、評価試料の拡大像を用いて行われている<sup>5)</sup>。その代表的な方法として光学顕微鏡による加工面の観察が挙げられる。光学顕微鏡による試料観察は形状情報だけではなく試料の色の情報も与えるため、化学的仕上げ加工に



よる反応状態を定性的に検知することができる。しかしながら、 $1\mu\text{m}$ 以下のサイズになると光学顕微鏡では解像度の点で観測が困難になる。この観測限界を克服する手段として走査電子顕微鏡の利用がある。特に、電界放射電子銃を搭載したSEMは分解能が数nmまで到達しているので試料評価部の超微細観測が可能である<sup>6)</sup>。しかしながら、電子顕微鏡による試料の観測は鏡筒内の大きさによって試料の大きさが制約される。また、観察の準備手順の複雑さから工業加工過程での計測・評価法としては不向きである。

光学顕微鏡による試料形状の観測は容易であるが、形状評価の定量的な計測は、顕微鏡視野内の測微目盛りを利用して行わなければならない。本研究で提唱する陰影領域回折像を用いた境界形状評価は直線端や角の頂点の仕上がり評価のみならず形状の大きさを干渉縞形成やその領域として与える。形状の定量計測では試料による干渉像を写真乾板上で計測したり、光電変換などによる電子画像計測を行わなければならない。基準値を用いて形状の大きさを計らなければならない点では本計測法も顕微鏡による評価法も同じである。しかしながら、拡大計測は観測者の形状認識による誤差を含んでいると考える。

試料の境界形状として試料表面精度が取り上げられる。現在、試料表面の仕上げ・粗さ評価は機械的な触診法から光による計測が中心となりつつある。光学的な面精度の計測は入射光によって作られる散乱・反射場を用いている<sup>7)</sup>。しかしながら、本研究の計測対象である薄い試料の断面境界からの光散乱場の観測は困難であるため、境界形状評価に光散乱計測法を用いることは不可能と思われる。

#### 4-5 まとめ

本章は陰影領域回折像の境界部の仕上りの簡易評価への応用を提唱した。計測では陰影領域回折像の幾何学的な構造の変化に着目した。以下に本章の成果をまとめる。

#### (1) 直線端の仕上げ評価

- (a) 陰影領域に形成する境界直交直線干渉縞より微細凹凸の検出が可能である。
- (b) 陰影領域回折像の強度分布計測より、微細凹凸の形状判別が可能である。
- (c) 陰影領域回折像の同心円干渉縞の間隔測定より、ミクロン程度の凹凸の高さ情報を得ることが可能である。

#### (2) 楔の頂点の仕上げ評価

- (a) 頂点部が丸くなることにより、3光波干渉が陰影領域に生じる。
- (b) 頂角が鈍角の楔の場合、3光波干渉領域の大きさを計測することにより、曲率半径が数ミクロン程度の楔上部の曲率を計測できる。

陰影領域回折像による形状計測は簡便な光学系によって可能である。また、コヒーレント光照明を用いることによりリアルタイム画像として陰影領域回折像を観測できることから、製品製作過程での実用性の高い計測法ある。



## 文 献

- 1) 中沢 晃編, 精密測定技術マニュアル(新技術開発センター, 1981).
- 2) 田幸 敏治編, 光測定ハンドブック(朝倉書店, 1994) 670-682.
- 3) N. Kanai and H. Ito, "Simple technique for the evaluation of the finish of an edge using interference phenomena in a shadow region," Rev. Sci. Instrum., **67**(1996)291-293.
- 4) N. Kanai, "A simple technique for the evaluation of a vertex using interference phenomena in the shadow region," Rev. Sci. Instrum., **67** (1996) 2079-2082.
- 5) 工作機械技術研究会編, 超精密加工(大河出版, 1984 ).
- 6) 日本電子顕微鏡学会編, 電子顕微鏡の上手な使い方講座(医学出版センター, 1992).
- 7) たとえば, W. Lauterborn, T. Kurz, and M. Wiesenfeldt, Coherent Optics(Springer, 1995) Chap. 6.

## 陰影領域回折像による微粒子サイズ簡易計測への応用

### 第5章

#### 5-1 はじめに

円盤や矩形などの幾何学的な形状が簡単な微細物体は境界回折波の2光波干渉を考えることにより, その陰影領域回折像の空間構造を解析できる。また, 対称性の良い遮光体の作る陰影領域干渉縞の隣接する縞間隔は式(2-24)で得られる等間隔となる。これらの解析から, コヒーレント光照射下の微細物体の陰影領域回折像を観測解析することにより, 非接触に微細粒子の形状・サイズ計測が可能である。微細粉体や様々な材質の微細球形粒子などを用いた製品製作では, 均一サイズの微細粒子群の形成や製作が注目され, それらの評価・計測法が数多く提唱されてきた<sup>1)</sup>。本章では, 陰影領域回折像による新しい微粒子簡易計測への応用を試みた。

#### 5-2 実験の発端

ミクロン, サブミクロン程度の微粒子は, 工業製品製作用の材料としてだけでなく, 物理定



数を決める実験にも用いられてきた。その代表的な実験として Millikan の油滴実験が挙げられる。Millikan<sup>2)</sup> は、噴霧油滴がサブミクロン程度の径分布となり、さらに油滴はなだれ帯電現象による静電帯電をおこす。この帯電油滴は空気との粘性によってゆっくりと落下運動し、適当な電界によりこの落下運動を制御できる。この油滴の落下速度と帯電量との関係の解析より電気素量を求めることができる。Millikan の実験では白色光に照らされた帯電油滴像を顕微鏡を用いて観測する。簡易 Millikan の実験装置<sup>3)</sup> (島津製作所製、図5-1) を用いて帯電油滴の運動の観測を行うと、その像は輝点として観測できる。この実験装置の付属白光源をレーザに変えて油滴像を写真観測すると、図5-2に示す楕円輪状の回折像を観測した。この観測した油滴像とそのサイズと形状の関係を解析することが本研究の始まりであった<sup>4)</sup>。

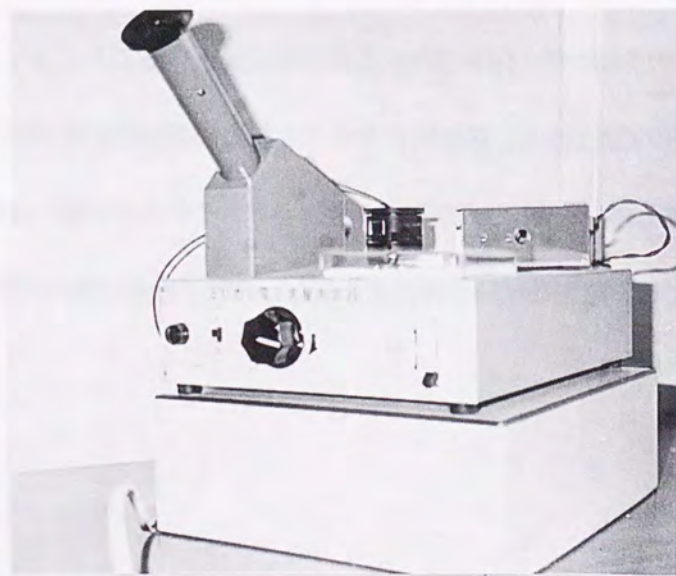


図5-1 簡易 Millikan の実験装置 (島津製作所製)。

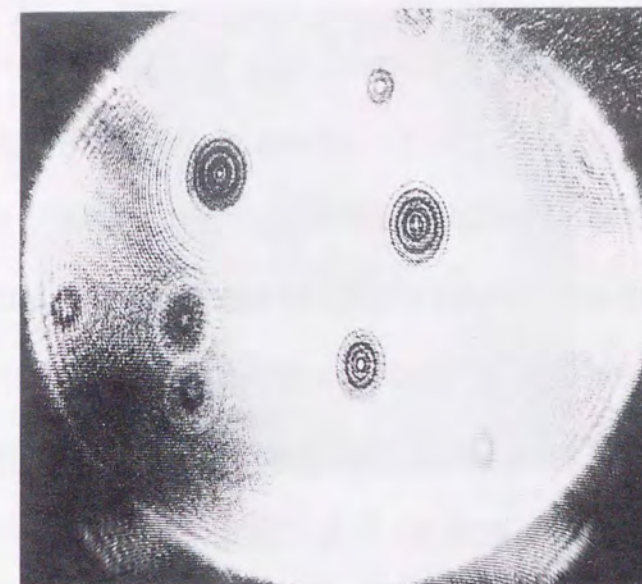


図5-2 レーザ照射による油滴像。

### 5-3 微粒回折像観測時の直接光の影響の除去について

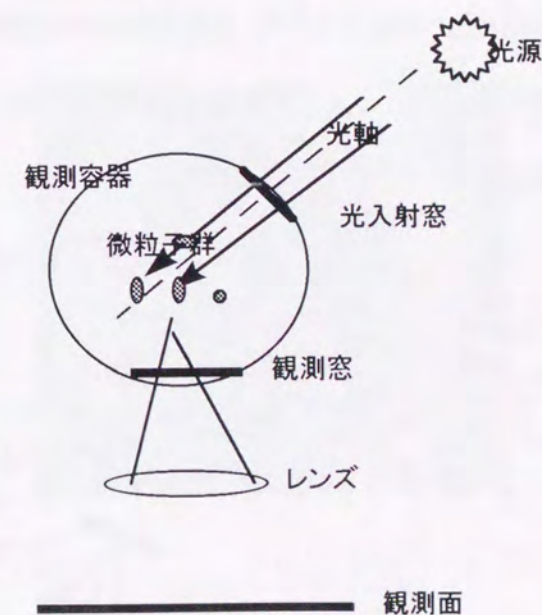


図5-3 Millikan の実験装置 (光学系)。観測円筒容器 (径 1.5 mm, 高さ 5 mm) の高さ方向に電界が印加される。



図5-3はMillikanの実験装置の観測光学系の概略を示す。光学系で着目する点として、光軸外からの像の観察を行う点である。これは、入射光の影響を出来るだけ低減し、油滴像を鮮明に観測する為の工夫である。干渉性の良いレーザ光を用いて観測する際も、バックグラウンド光の影響が少ない方が、回折像の写真観測や光電計測上の雑音の取り扱いの点で有利である。

図5-4は光軸外からの微粒子の観測装置を示す。粒径が小さくなると微粒子の固定が困難であるため、径が $50\mu\text{m}$ のアクリル粒子を糸( $10\mu\text{m}$ )で固定した試料を用いて異なる観測位置による微粒子回折像を観測した。観測においては、光軸上と光軸に対して $\theta$  ( $0 < \theta < 90^\circ$ ) の方向からの微粒子回折像を観測した。観測では微粒子回折像をスクリーンとして用いたフォーカルプレート上に形成し、その後方のレンズを通して写真乾板に記録した。観測された微粒子回折像を図5-5に示す。観測範囲  $0 < \theta < 60^\circ$  では同心円状から楕円状の回折像が鮮明に観測された。この結果、Millikanの実験装置において観測された楕円状回折像は光軸外からの観測の結果であると考えられる。しかし、 $60^\circ < \theta$  の観測位置では微粒子による回折像が $\theta$  方向に関して不鮮明になり、最後には陰影領域回折像は消滅した。光軸外からの微粒子の陰影領域回折像の観測は強度的に光軸上の観測と比べ大差はないが、直接光領域の回折像観測が不鮮明になり陰影領域回折像が観測し易くなった。しかし、光軸外観測時の陰影領域回折干渉縞の変化と境界波の干渉条件については検討が必要がある。

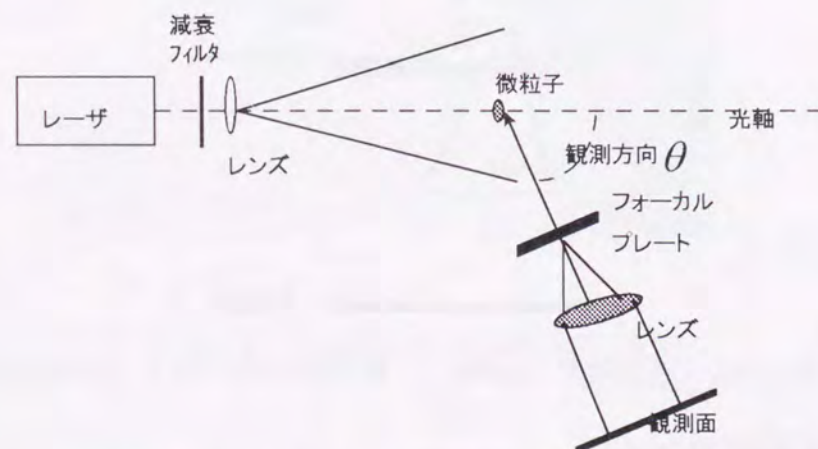
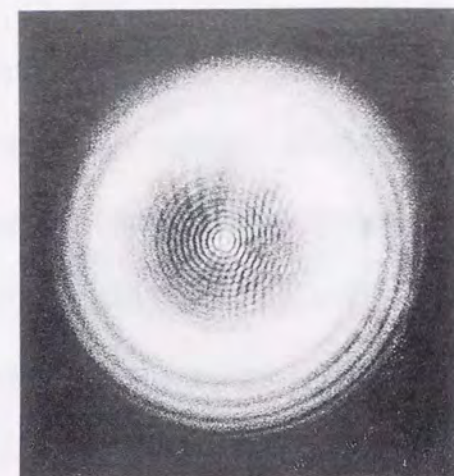
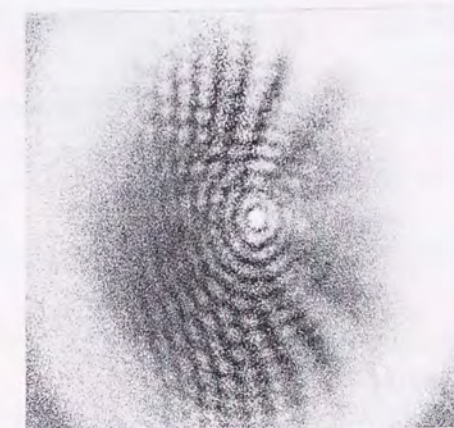


図5-4 微粒子回折像の観測方向の違いによる実験。



(a)



(b)



(c)

— 1 mm

図5-5 異なる観測位置からの微粒子回折像の観測（粒子径 $50\mu\text{m}$ ）。(a) 光軸上、(b) 観測位置 $\theta = 50^\circ$ 、(c)  $\theta = 70^\circ$ 。



#### 5-4 球形微粒子のサイズ計測

微細落下油滴の陰影領域回折像が観測可能となったので、回折像による粒子サイズ計測について考察する。しかし、空中落下の油滴群は、その大きさが判明しないためサイズ計測の評価が困難である。そこで、静電付着によるガラス基盤上の粒子群を用いて実験を行った<sup>5)</sup>。図5-6はガラス基盤上微細粒子の回折像観測に用いた光学系を示す。微細粒子として粒径分布の中心が $5\mu\text{m}$ の球形マイクロパール(コピーター用に開発中の球形微粒子)を用いた(図5-7参照)。

入射波長程度の粒径になると境界での直接光の回折により陰影領域が十分形成されない。そのため観測面を出来るだけ、粒子に近づけるためにレンズを用いる必要があった。空間的広がりの少ない入射光を用いると、陰影領域が小さいため、回折干渉像は中心極大縞のみが観測された。

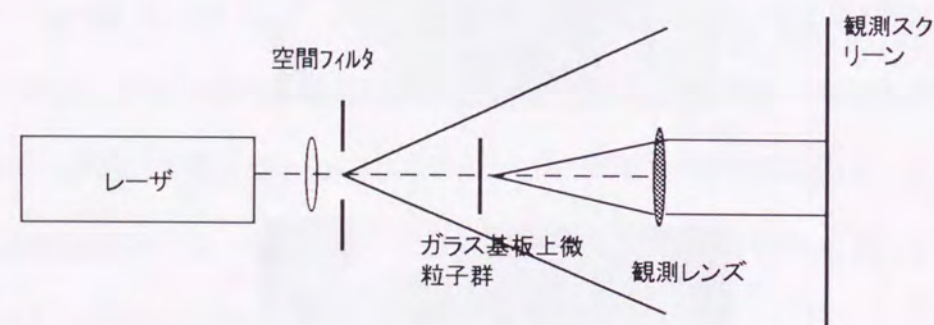


図5-6 微粒子サイズ計測のための実験系。

このため、微粒子による陰影領域回折像の観測においては出来るだけ広がり大きい発散光入射が必要である。図5-8はレンズを通して観測した微粒子群の作る回折像である。観測された微粒子陰影領域回折像は径が $1\text{mm}$ 程度の円形遮板と同様な極大間隔の等しい干渉縞が観測できた。この極大間隔を測微計などを用いて計測すれば2-2節で考察した2光波干渉縞間隔と物体

端間隔の関係より粒径を計測できる。レンズを用いた回折像観測では、干渉縞間隔の計測値の補正が必要である。回折像観測位置と観測回折像の倍率をマイクロメータを用いて更正した。実際の縞間隔 $\Delta\chi$ と観測した縞間隔 $\Delta\chi_e$ の間には、次の補正関係がある。

$$\Delta\chi \approx \Delta\chi_e \times \alpha. \quad (5-1)$$

ここで、定数 $\alpha$ は実験で用いた観測用レンズの倍率および観測点と試料の距離によって決まる。本実験では、 $\alpha \approx 1.2 \times 10^{-2}$ であった。写真乾板に記録された回折縞間隔は顕微鏡とマイクロメータを用いて計測した。微粒子粒子は球形であるが、2次元円盤と近似して干渉縞間隔を解析した。干渉縞間隔と式(2-24)より算出した粒径の一例を表5-1に示す。算出した粒径結果と顕微鏡による試料の計測結果を比べると、回折像による計測結果は最大で $0.3\mu\text{m}$ 程度大きい値となった。

表5-1 微細粒子計測結果。試料粒径は顕微鏡とマイクロメータによって計測した結果。

試料	1	2	3	4	5
補正された回折縞間隔 ( $\mu\text{m}$ )	31	30	32	31	31
計算された粒径 ( $\mu\text{m}$ )	5.1	5.3	4.9	5.1	5.1
	$\pm 0.5$	$\pm 0.5$	$\pm 0.5$	$\pm 0.5$	$\pm 0.5$
試料粒径 ( $\mu\text{m}$ )	5	5	4	4	5
	$\pm 1$	$\pm 1$	$\pm 1$	$\pm 1$	$\pm 1$



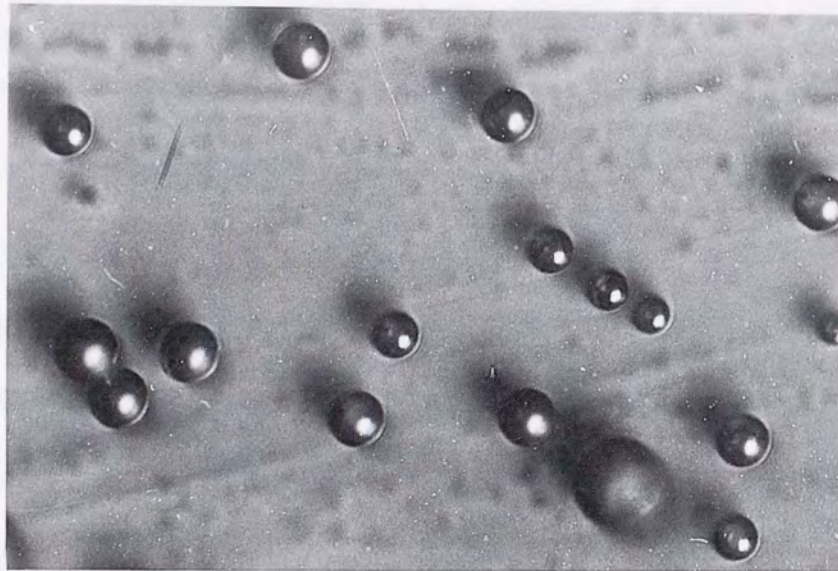


図5-7 実験で使った微粒子群（平均粒子径 $5\mu\text{m}$ ）。

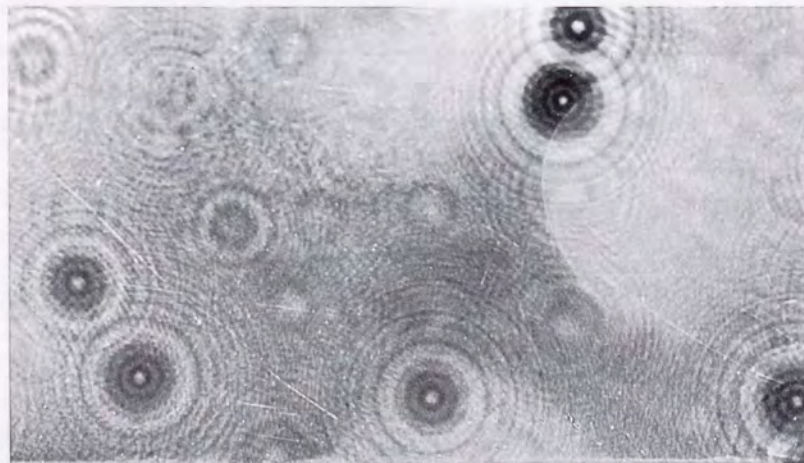


図5-8 レンズを用いて観測した微粒子回折像。

## 5-5 実験結果の考察

本節では、陰影領域回折像による微細粒子サイズ計測の課題において議論する。陰影領域回折像によって求めた微細粒子径は実測径より大きい値となった。この計測結果の誤差を生じる原因として、以下の要因を考える。

- (1) 境界回折波の波源を微粒子の最大円周と考えること。
- (2) 回折像観測点が微粒子に近い場合、光路に対する近似が十分でないこと。

要因(1)の解決として3次元曲面上での境界回折波の波源およびその伝搬について充分検討しなければならない。要因(2)は2光波の光路差の近似精度を高めることやレンズによる補正を高めることにより解決できると考える。また、入射光の微粒子への透過についても検討し、その陰影回折像への影響も解析する必要がある。

微粒子の形状と陰影領域回折像の空間的な構造のデータベース化により、微粒子形状計測が可能になると思われる。それに伴い、微粒子サイズを特徴付ける回折縞情報が瞬時に検出可能となれば微粒子計測への実用応用が期待できる。

## 5-6 本計測法と従来の計測法との比較考察

微粒子はその形状や材料により様々な物理的・化学的特性を有している(表5-1)。それに伴い、微粒子の形状とサイズ測定解析法が研究されてきた<sup>1)</sup>。

表5-1 微粒子形状と材料特性。

特性	流動性	充填性	保磁性	反射・屈折	導電性	研磨性
材料	研磨剤	超繊維	導電性塗料	マイカ	磁性体	



微粒子計測法は微粒子のサイズは1) 幾何学的な大きさと2) 物理的な大きさに大別される。幾何学的な大きさは顕微鏡や画像解析機で直接測定される幾何学的な諸料から求められる。後者は微粒子の動力学的な挙動の観測や電磁場との相互作用などの物理現象を介して間接的に観測される大きさである。

微粒子計測において留意すべき点として、

- (1) 測定粒子の範囲
- (2) 測定に必要な粒子の物性・物理量(屈折率など)
- (3) 観測の汎用性
- (4) 測定時間(オンライン測定・リアルタイム測定)
- (5) 再現性
- (6) 信頼性

などが挙げられる。これらの点を考慮すると顕微鏡などからの観測画像計測法が有利であり、さらに計算機を中心とする画像処理解析を用いると多数粒子の解析もアプリケーションソフトとの連携で高速に可能となる。しかしながら、形状保持が困難な微粒子(今回実験で注目した油滴など)には前者は不向きであると考え、この解決法として、光による非接触な物理計測が有効であると考えられ、古くから様々な計測方法が提唱されてきた<sup>6)</sup>。

光による微粒子計測は、光散乱を用いた計測法と光回折による計測法に大きく大別される。光散乱法は計測対象粒子径が測定波長(粒子径がミクロンあるいはサブミクロン)と同程度になると Mie 散乱理論<sup>7)</sup>に基づく解析が必要となる。散乱特性は微粒子径と屈折率に依存する。微粒子の複素屈折率の考え方が大きく微粒子計測結果に影響を及ぼす<sup>8)</sup>。微粒子径を求める為には複雑な種々の計算処理が必要となり、簡易計測法とは考えにくい。ある領域の微粒子群のつくる散乱光場の解析より微粒子のサイズや運動に関する統計的情報を得るためには有効な方法である。

光回折法は粒径が観測波長に比べて大きい範囲で、Fraunhofer 回折理論に基づいて解析でき

る。半径  $r$  の球形微粒子の作る回折強度  $I(r)$  は次式で得られる。

$$I(r) \propto \left( \frac{2J_1(\alpha r)}{\alpha r} \right)^2 \quad (5-2)$$

ただし、 $\alpha$  は光散乱に関する定数、 $J_1$  は第一種の 1 次の Bessel 関数である。光回折像は微粒子の化学的特性に依存せず、微粒子の大きさと形状によって決定する特徴がある。単に微粒子の回折像解析によって微粒子を計測するだけではなく、微粒子像を再生する目的で、Fraunhofer ホログラム<sup>9)</sup>を計測に応用することが提唱されてきた。図5-9は Fraunhofer ホログラム実験装置の概略を示す。このホログラム記録法は、インラインホログラム法と呼ばれ、直接光が微粒子によって回折した光と干渉してホログラムを形成する。コリメートされた直接光を用いることにより 3 次元的に分布する微粒子群の観測が可能となる。しかし、微粒子が直接光の位相や振幅の変化を与える場合、この方法は用いることができない。また、可干渉性の高い直接光を用いると、記録した微粒子ホログラムに微粒子表面での回折によるリング像が合成され、微粒子計測の誤差となる報告<sup>10)</sup>がある。簡易計測の立場で考えると、陰影領域回折像を用いた本計測法は、観測結果の解析が容易でかつ簡単な実験装置によって計測可能である点より有利な方法である。しかしながら、微粒子の陰影領域回折像を計測するためには、観測面を微粒子に近づけなければならない点や観測系を更正しなければならない点など、今後改善しなければならない課題点がある。

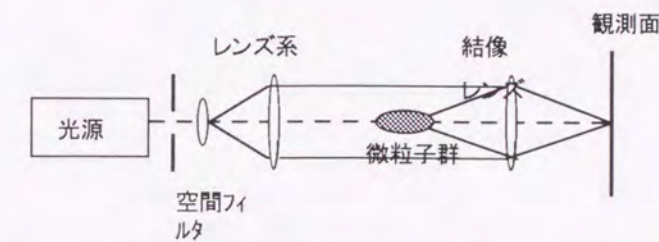


図5-9 Fraunhofer ホログラム法。



## 5-7 まとめ

ミクロン程度の球形粒子による陰影領域回折像を観測し、微粒子計測への応用について検討した。以下に得られた成果をまとめる。

- (1) 境界回折波の相互干渉縞の極大間隔より球形微粒子のサイズ計測が可能である。
- (2) 微粒子回折像の光軸外観測によって直接光の影響が低減でき、その観測法は微粒子計測においては有効である。
- (3) 微粒子の陰影領域回折像を観測するためには、発散光を入射光として用いたり、レンズを用いて観測する必要がある。

## 文献

- 1) 遠藤 茂寿, “粉粒体の粒径と形状の測定と解析”, 資源と素材 109(1993)841-843.
- 2) R. A. Millikan, “A New Modification of the Cloud Method of Measuring the Elementary Electrical Charge, and the Most Probable Value of that Charge”, Am. Phys. Soc., 6(1916)560-561.
- 3) 吉田卯三郎他, 物理学実験(三省堂, 1982) 6訂, 300-304.
- 4) 金井 徳兼, 境界回折波の作る干渉パターンの実験的研究(福井工業大学大学院修士論文, 1988) 第4章.
- 5) K. Kanai, H. Ito and N. Kanai, “Apparatus for measuring particulate size without contacting the particulate,” U. S. Patent No. 5327217(1994).
- 6) B. J. Thompson, “Holographic particle sizing techniques”, J. Phys., 7(1974)781-787.
- 7) H. C. van de Hulst, Light Scattering by Small Particles(Dover Publications, Inc. New York, 1957)Chap. 9.
- 8) 文献7) Chap. 14.
- 9) 辻内順平, 中村琢磨共訳, ホログラフ イー入門(共立出版, 1992)第5章.
- 10) G.A. Tyler and B.J. Thompson, “Fraunhofer holography applied to particle size analysis”, Opt. Acta., 23(1976)685-700.



## 楔陰影領域回折像による空間コヒーレンス計測

### 第6章

#### 6-1 はじめに

これまでの各章では、コヒーレント光による陰影領域回折像を境界回折波の干渉によって説明し、その回折像の計測応用として微細物体の形状およびサイズ計測を提唱した。本章では、準単色光照射による楔陰影領域回折像を観測解析し、その像を用いた空間コヒーレンス計測を提唱する。また、空間コヒーレンスの伝搬による陰影領域回折像の位相変化を観測し、境界端間隔計測を検討する。

#### 6-2 楔境界と2光束干渉空間コヒーレンス計測の対応関係

2光束干渉と空間コヒーレンスとの関係については第2章で概説した。インコヒーレント光や準単色光の空間コヒーレンス度はYoungの干渉縞の鮮明度によって実験的に評価できる。3-4節で述べたように鋭角頂角をもつ理想的な楔は陰影領域に曲線干渉縞を形成する。この干渉縞は相対する辺上の点からの2次回折波が干渉によって形成する。この考えによると、図6-1に示

すように楔境界は間隔が連続的に変化する複スリット群と等価である。従って、図6-2に示す楔陰影領域回折像の鮮明度を計測すれば、光軸に対して間隔 $D_n$ の2点の空間コヒーレンスを瞬時に計測可能である<sup>1)</sup>。

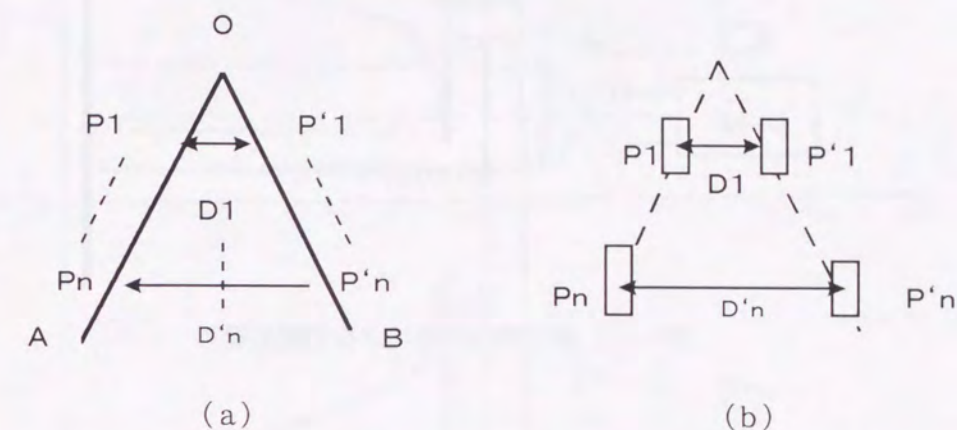


図6-1 楔境界と2光束干渉の対応関係。(a) 楔境界，(b) 複スリット。 $D_n$ は2次回折波源間隔を示す。

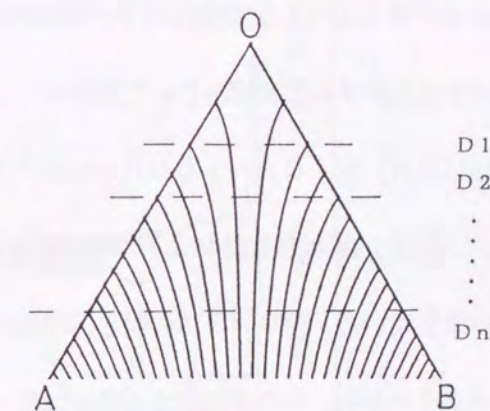


図6-2 楔陰影領域回折像と2次波源間隔 $D_n$ 。

#### 6-3 楔陰影領域回折像による疑似熱的光の空間コヒーレンス計測

前節で述べた仮定をもとに、楔を用いた空間コヒーレンス計測を検討する。空間コヒーレンス計測はインコヒーレント光源を用いて実験を行うべきである。観測する陰影領域回折像の微弱



な強度を考慮して、本実験では、光源として回転拡散物体とレーザによる擬似熱的光源を用いて行った。

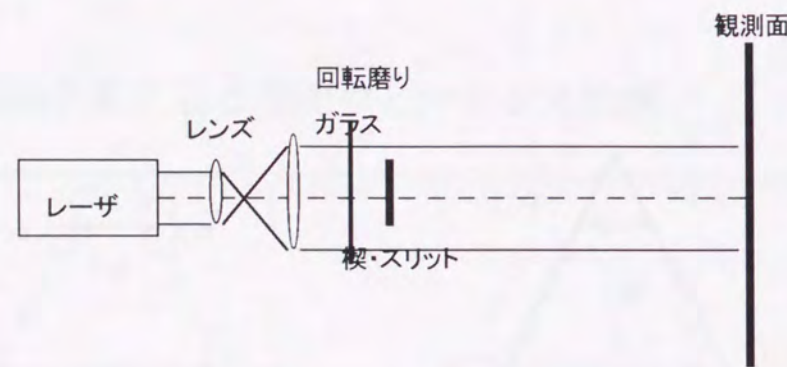


図6-3 擬似熱的光源による実験配置図

図6-3は実験で用いた光学系を示す。光源として出力5mWの直線偏光He-Neレーザを用い、光軸に垂直に回転する粗さ#200, 400の磨りガラスに垂直入射させる。回転磨りガラスを通過した光はガラスの厚みと屈折率によって位相変化を受け擬似熱放射光とみなせる<sup>2)</sup>。この光を楔あるいは複スリットに垂直入射する。楔試料として頂角60°、厚み100μmの金属製楔試料を用いた。2次波源間隔(Dn)が100~1000μmのスリットを用いた。

図6-4は予備実験として行った回転拡散物体によるコヒーレンス制御結果である。干渉縞の強度の計測は、時間積分平均値を用いた。磨りガラスの粗さの増加により複スリットによる2光束干渉縞の鮮明度が低下することから、この方法による空間コヒーレンスの制御が可能であることが分かる。レーザ光による干渉縞の鮮明度を基にそれぞれの空間コヒーレンス度 $\gamma$  (D=100μm)を決定した。図6-5は空間コヒーレンス $\gamma$ の異なる光による楔陰影領域回折像の観測結果を示す。楔試料に光を照射する際には、2辺への入射光の位相が等しくなるように、光軸に対して対称に楔を配置した。この実験結果より空間コヒーレンスの劣化に伴い、陰影領域回折像の鮮明度が低下し、回折像の形成領域が減少する傾向を観測した。図6-6は複スリット

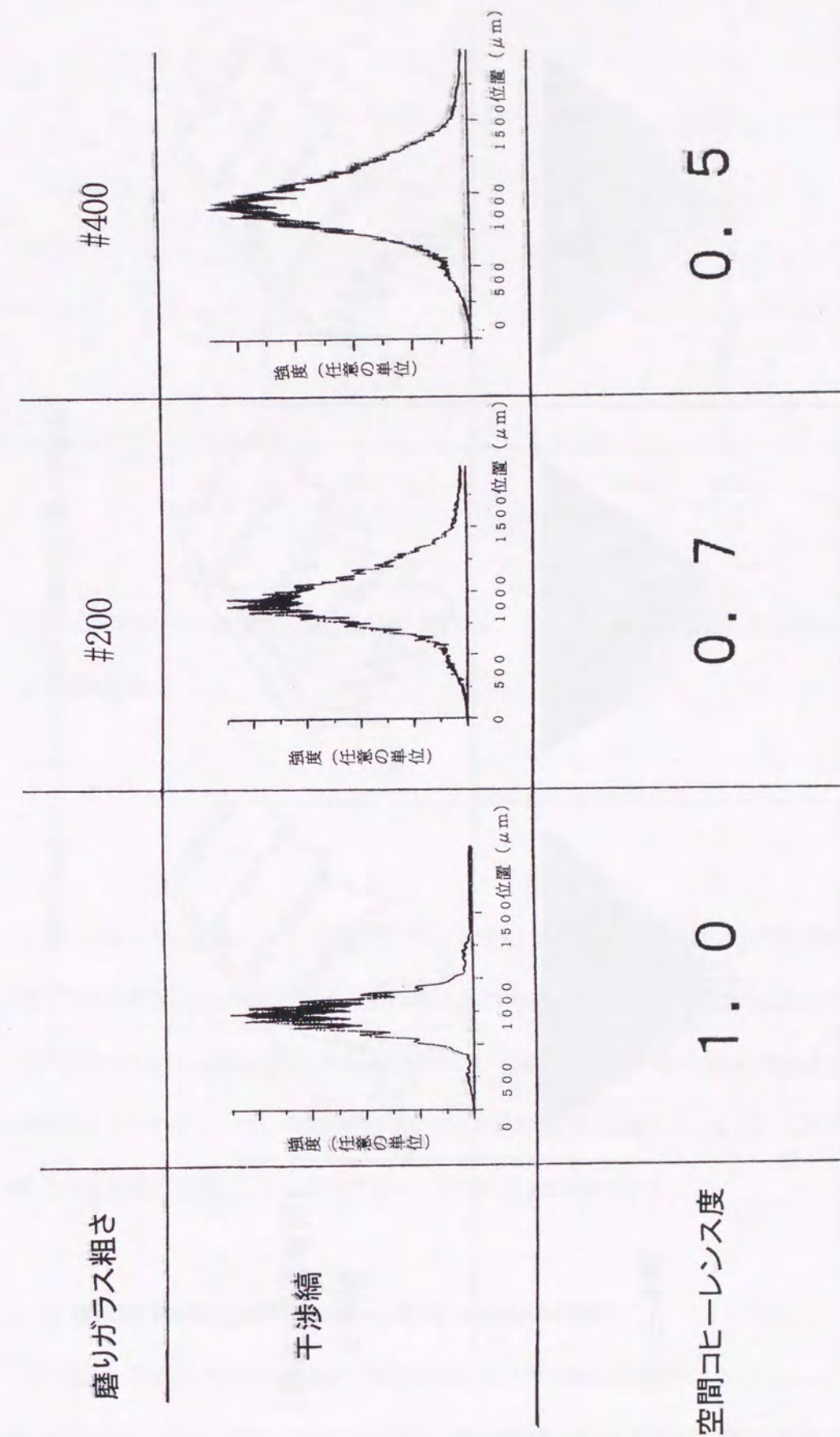


図6-4 磨りガラスによる空間コヒーレンス制御。



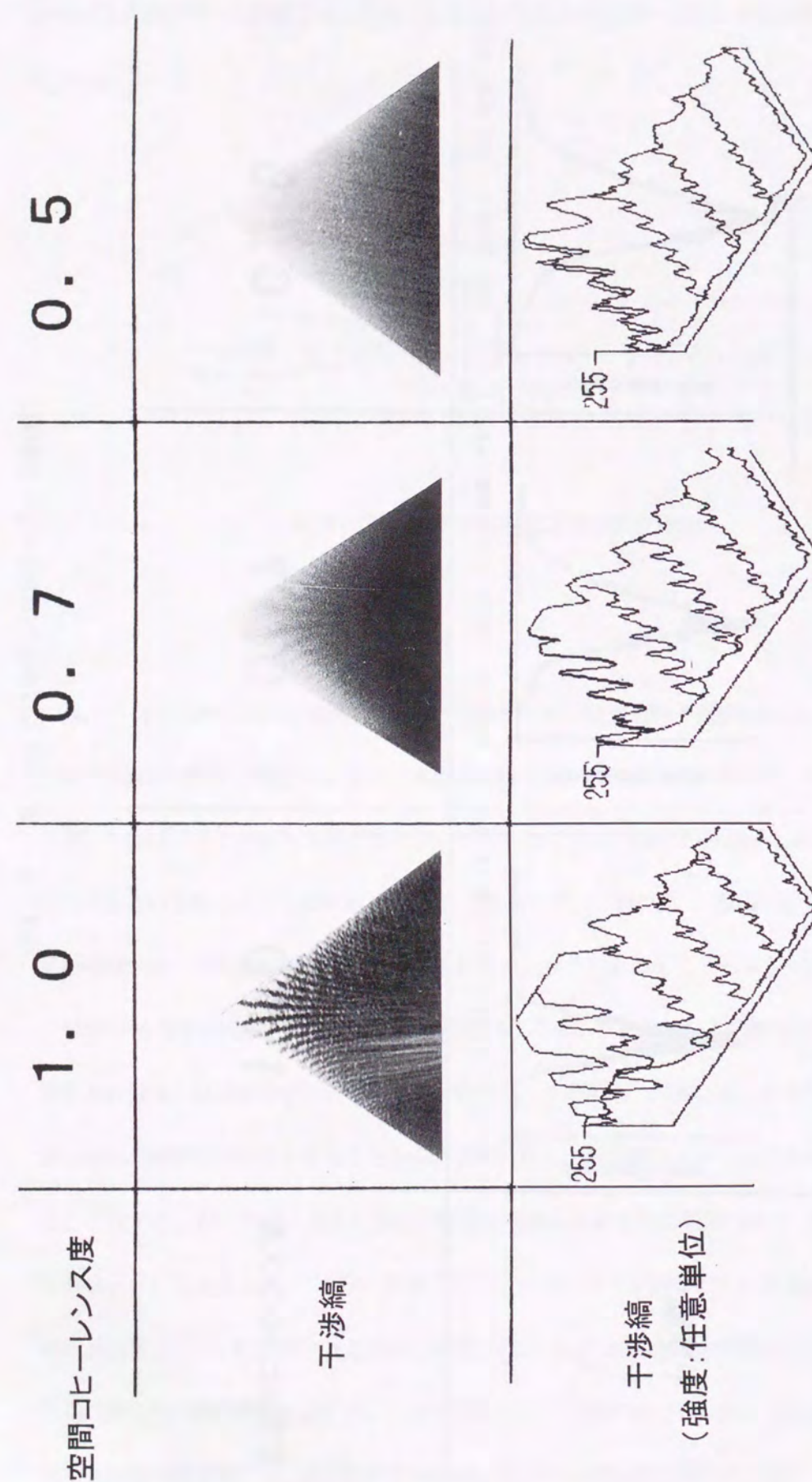


図 6-5 光源の空間コヒーレンスの楔陰影領域回折像への影響.

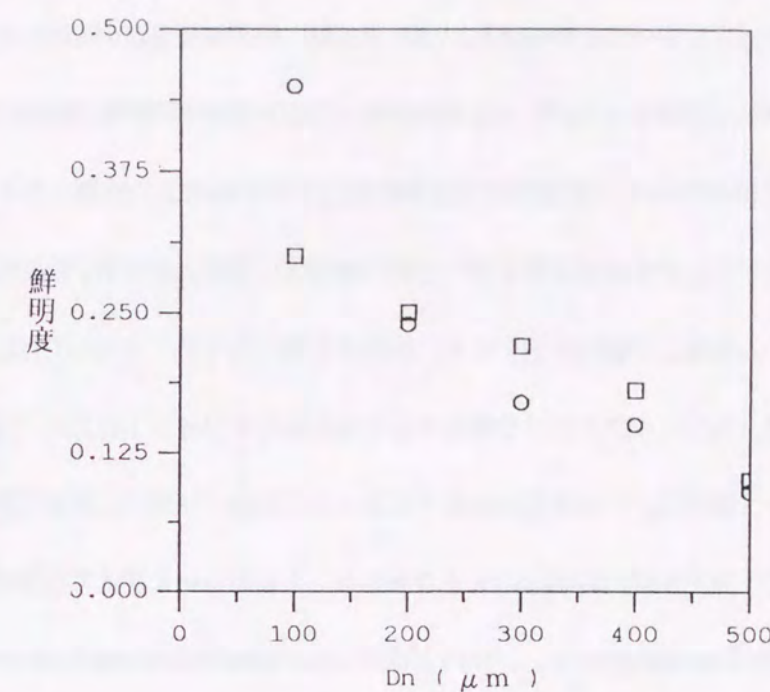


図 6-6 複スリット法と楔法による空間コヒーレンス計測比較. ○は楔法, □は複スリット法による計測結果.

による干渉縞と楔回折像による空間コヒーレンス度を比較した結果である. 2次波源間隔が小さい領域である楔頂点部での計測結果を除いては, 2つ方法による計測結果は, 定量的に一致した. 楔頂点近傍において, 鮮明度が大きくなる原因として頂点部からの2次回折光による3光波干渉の影響が考えられる. これらの実験的解析から, 楔陰影領域回折像を用いることにより1度に楔が覆う光場領域の空間コヒーレンス計測が可能であることが示された.

#### 6-4 楔陰影回折像による空間コヒーレンスの伝搬特性の観測

第2章で, 準単色光源からの光の空間コヒーレンスの伝搬を記述する van Cittert-Zernike の定理を述べた. この定理によって導かれる干渉縞の位相変化を楔陰影領域回折現象に観測する.



前節の実験では光源としてレーザと回転散乱物体による擬似熱的光源を用いて行った。本実験では、低圧Naランプと干渉フィルターによる熱的光源により楔陰影領域回折像を観測した。分光器による観測で干渉フィルター通過後の光は中心波長589nmで半値幅15nmの光であった。この光を図6-7に示す実験装置を用いて楔形遮光体に垂直入射する。後方に生じる回折像はレーザ光を用いた実験より強度が弱いため、銀粒子を用いた写真フィルムでは記録が困難であった。本実験では、カラーカプラだけで構成する写真乾板イルフォード社製XP2フィルムを用いた。2-3-2節では、1次光源の大きさによって2光波干渉像の位相変化が異なることを考察した。そこで1次円形開口の半径の大きさを50, 100 $\mu\text{m}$ と変えて楔陰影領域回折像の観測を行った。楔形物体は頂角10°, 厚み100 $\mu\text{m}$ の金属製楔形物体を用いた。頂角が大きくなると空間領域に対する2次波源間隔D $\sin\theta$ の変化が大きくなり干渉像が鮮明に表れないと考える。図6-8に実験結果を示す。円形1次光源の半径が50 $\mu\text{m}$ の場合、陰影領域に干渉像が連続的に表れる。しかし、半径が100 $\mu\text{m}$ の場合、頂点からの干渉像は一担消滅し、再度干渉像が生じている。

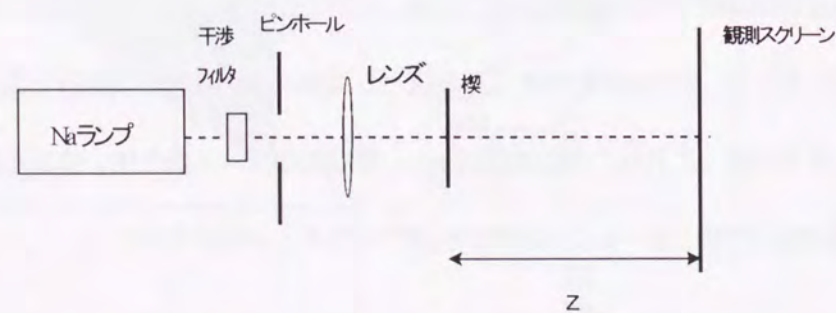


図6-7 準単色光源を用いた実験配置図

この際、各干渉縞の位相が反転し、特に中央部には極小の陰線が生じている。この観測した干渉縞の1次元強度分布を図6-9に示す。干渉縞の強度計測より境界端間隔が100 $\mu\text{m}$ 付近で鮮明度が零になっていることが分かる。干渉縞の鮮明度零を生じる2次波源間隔Dは、式(2-38)より次式で決まる。

$$D = \frac{\sqrt{\lambda z}}{2\pi r} \quad (6-1)$$

図2-6より1次光源半径rが50 $\mu\text{m}$ の場合、 $\nu=0.48$ で最初に干渉縞の鮮明度零を生じる。実験で使用した光の中心波長 $\bar{\lambda}=589\text{nm}$ 、楔試料と観測スクリーンとの距離 $z=0.487\text{m}$ から2次光源間隔Dは109 $\mu\text{m}$ と得られる。この計算結果は、実験結果と定量的に一致する。これらの実験結果より、準単色光によって照らされた楔陰影領域回折像において、1次光源の空間コヒーレンス伝搬による干渉像の鮮明度零やその後の位相変化が観測できる。

## 6-5 考察

楔陰影領域回折像による空間コヒーレンス計測結果と2光束干渉による計測結果との間には差異が認められた。この差異を示す原因として以下の2項が考えられる。

- (1) 境界回折波の多重干渉の影響、
- (2) 直接光の陰影領域への影響。

本節では楔陰影領域回折現象における上記の影響について考察する。



楔陰影領域回折像は相対する辺から生じる2次波の干渉によって生じると仮定した。図6-10は楔の一部を細い帯で覆った場合の回折・干渉像である。細い帯に覆われた陰影領域も干渉像が観測できる。この実験結果より陰影領域回折像には完全2光束干渉ではなく多重干渉による影響が存在する。先ず境界回折波の多重干渉による効果を1次元モデル(図6-11)を用いて解析する。

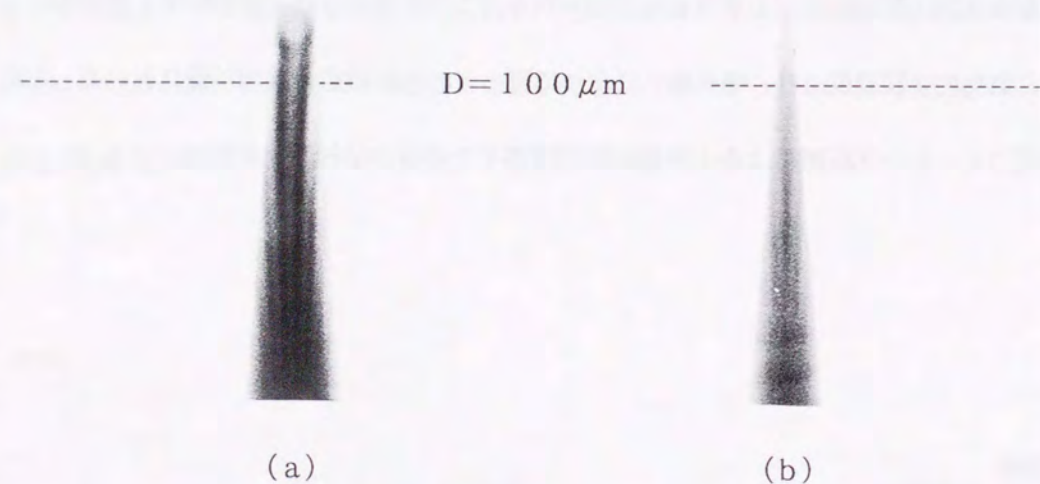


図6-8 準単色光による楔陰影領域回折像。1次光源  $r = (a) 50 \mu m$ ,  $(b) 100 \mu m$ 。  
図(b)の2次波源間隔  $100 \mu m$  付近で回折像の鮮明度が零となっている。

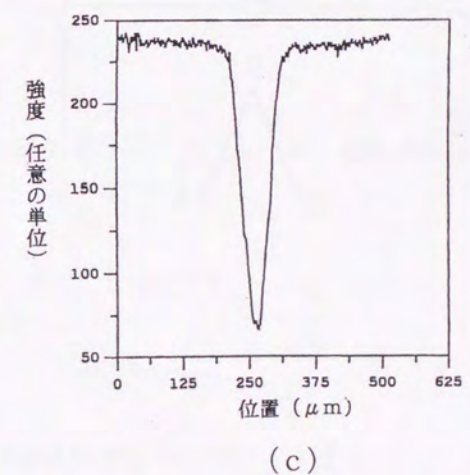
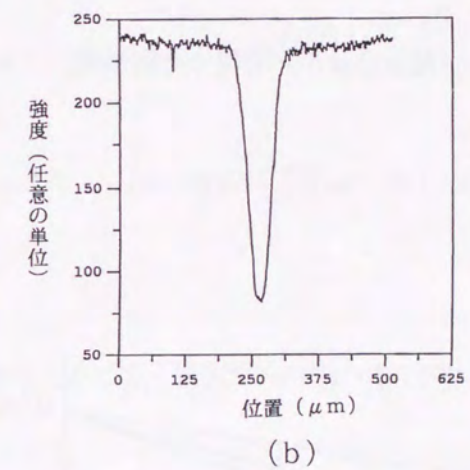
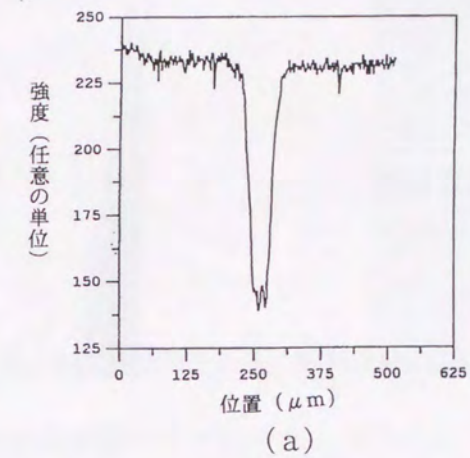


図6-9 観測結果図6-8(b)の1次元強度分布計測。境界間隔  $D = (a) 50 \mu m$ ,  $(b) 100 \mu m$ ,  $(c) 150 \mu m$ 。



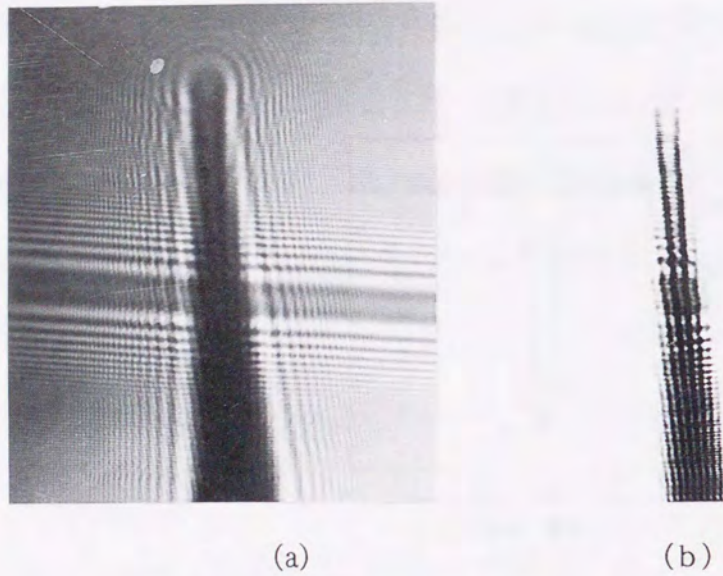


図6-10 楔の一部をリボン（幅50 $\mu$ m）で覆った回折像。（a）直接光領域回折像，（b）陰影領域回折像。

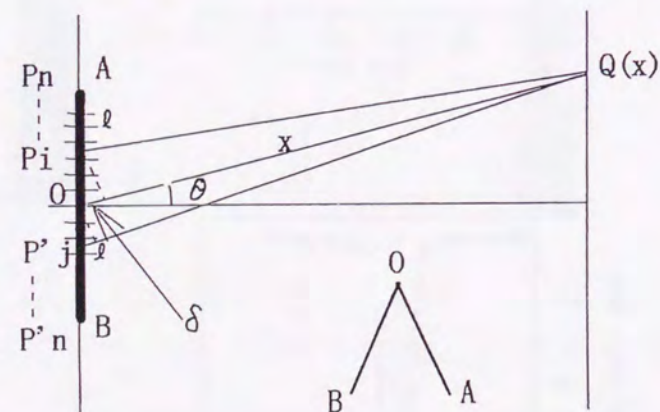


図6-11 1次元的に楔の辺OA, OBによる多重干渉効果計算座標。図左側より直接光が入射する。

楔の2辺OAとOBは図左側より直接光によって照らされる。辺上の微小区間1からの2次球面波を次式で表わす。

$$E_{p_i} = \frac{A_0}{x} \sin(\omega t - k(x + \delta)) \quad (6-2)$$

ここで、 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  は入射波の波数である。観測点Qの振動 $E_{Qij}$ は $E_{p_i}$ と $E_{p'_j}$ との合成であることより、次式のように求まる。

$$\begin{aligned} E_{Qij} &= E_{p_i} + E_{p'_j} \\ &= \frac{2A_0}{x} \left[ \cos \frac{1}{2}(-kl(i+j)\sin\theta) \sin \frac{1}{2}\{2(\omega t - kx) - kl(i+j)\sin\theta\} \right] \end{aligned} \quad (6-3)$$

多重干渉の効果を求めるために微小区間からの光の寄与の和をとる。

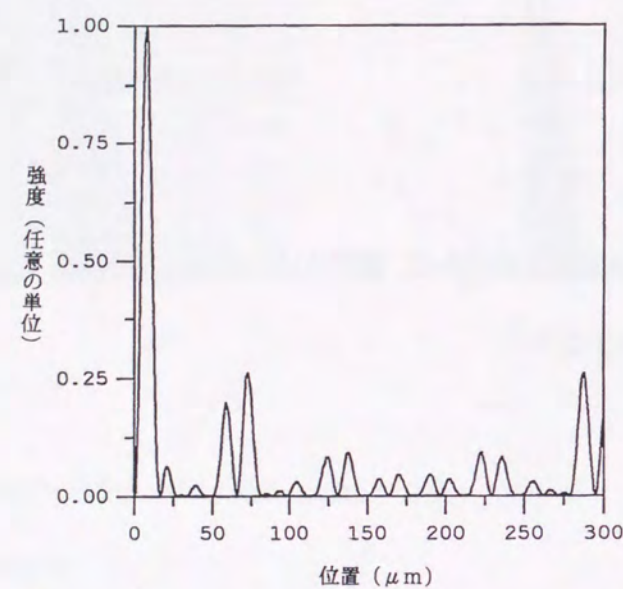
$$E_{total} = \sum_i \sum_j E_{Qij} \quad (6-4)$$

ここで、完全2光束干渉の場合は、式(6-4)は次式になる。

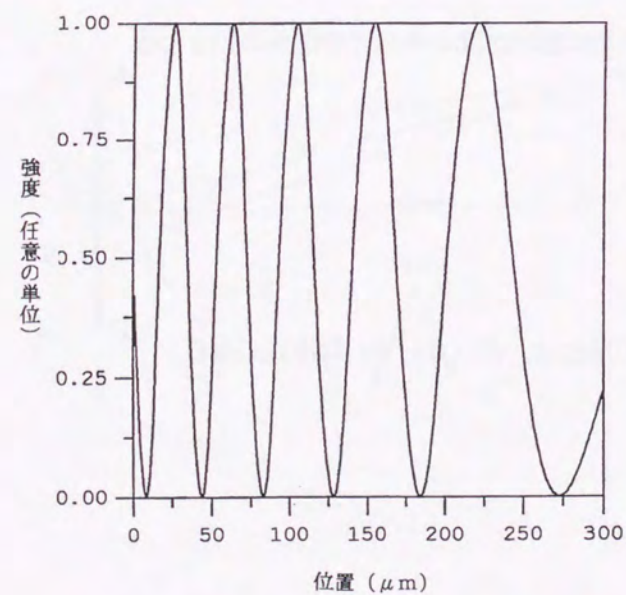
$$E_{Two} = \sum_{i=j} E_{Qij} \quad (6-5)$$

この解析結果により求めた計算結果を図6-12に示す。多重干渉の効果として回折像に微細構造が生じることになる。しかしながら、このような回折像の微細構造は実際には観測されていない。この効果は、3-4節で考察した極大・極小干渉縞の太さ増加として表れていると考える。





(a)



(b)

図6-12 解析による干渉強度。(a) 多重干渉, (b) 完全2光束干渉.

次に陰影領域回折像への入射光の影響を考察する。図6-13は複スリットと楔の境界による干渉縞の強度計測の比較を示す。複スリットによる干渉縞は楔による干渉縞より鮮明な像である。さらに図6-14は楔形スリットによる干渉縞を示す。楔形スリットの開口部は100 μm程度の平行開口領域とした。図6-14(c)には境界間隔 $D_n = 100 \mu m$ の1次元的な強度分布を計測した結果である。この結果より明らかに楔形スリット干渉像は楔陰影領域干渉像より鮮明である。これらの実験結果より陰影領域回折像には入射光の回折による影響があると考え、この入射光が可干渉性の高い光ほど、陰影領域回折像に影響を及ぼす。しかし、開口部による回折像が陰影領域に混在するため、楔形スリットによる空間コヒーレンス計測への応用は難しいと考える。

これらの考察より、陰影領域回折像を完全2光束干渉として取り扱ってきたが、厳密には多重干渉の効果、入射光回折効果が存在し陰影領域の光場は、次式で表わせると考える。

$$E = E_0 + \sum E_{ij} \quad (6-6)$$

ここで、 $E_0$ は1次光の影響、 $E_{ij}$ 多重干渉による効果を表わしている。この実験的に導かれた結果は、Wang<sup>3)</sup>による境界回折波による回折理論を発展させた定式結果と定性的に対応している。



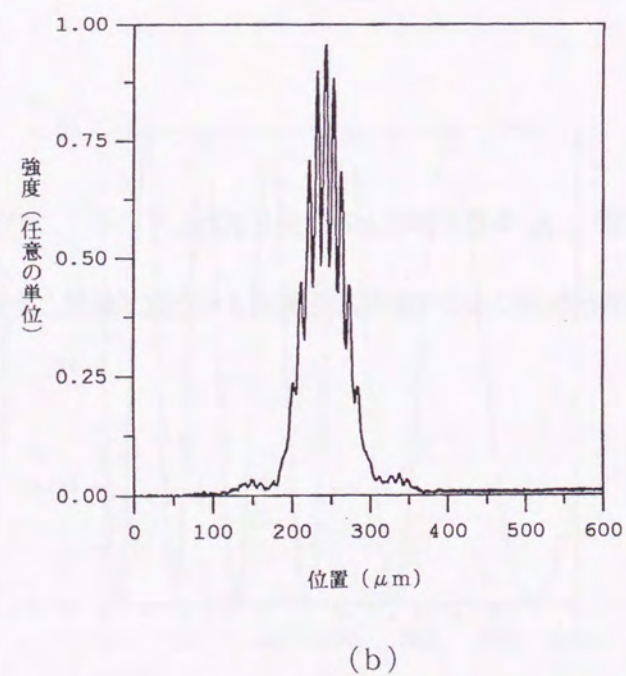
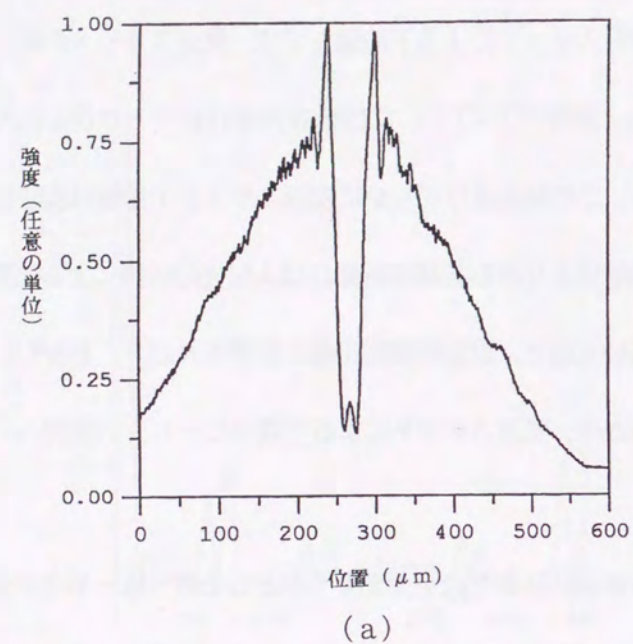


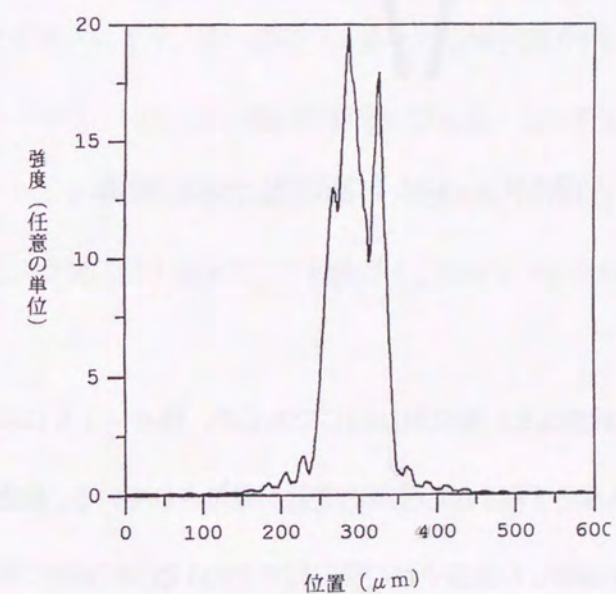
図6-13 楔と複スリットによる干渉像強度比較（計測結果）．（a）楔，（b）複スリット，両結果とも  $D=100\mu\text{m}$ ．



(a)



(b)



(c)

図6-14 楔スリットによる回折像．（a）楔スリット，（b）楔スリット回折像，（c）  $D=100\mu\text{m}$ での強度計測結果．



#### 6-6 従来の空間コヒーレンス計測と本計測法との比較考察

代表的な光の空間コヒーレンス計測は、第2章で議論した Young の実験(2 光束干渉法)である。その計測法は、2つの開口部の間隔とそれらを通する2光波による干渉縞の鮮明度との関係から、空間コヒーレンスを測定する。1次光源の空間的広い部分のコヒーレンスを2光束干渉法によって計測するためには、間隔の異なる複スリットがいくつか必要となる。この問題を解決するために、大塚<sup>4)</sup>はV溝遮光体と単スリットの組み合わせによる複スリットを用いた空間コヒーレンス計測を提唱している。

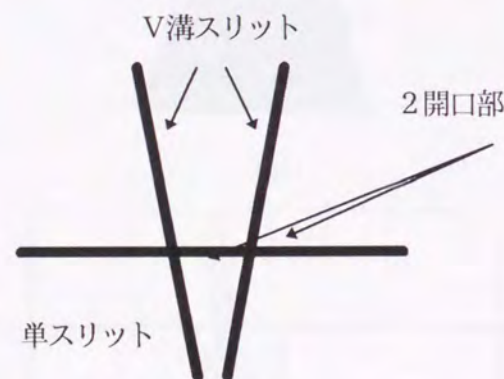


図6-15 V溝スリットによる空間コヒーレンス計測。

この計測法は楔による計測法と計測原理は同じであるが、図6-15に示す観測スリットによる干渉縞強度の極大のみならず極小値の空間的変動が報告されている。傾きのある複スリットによる回折干渉像は前節で議論した多重干渉や開口境界での1次光の回折の影響が含まれ、空間コヒーレンス計測に関する誤差として表れてくる。本計測法と比べると、V溝法は2次波の多重干渉効果は低減される利点があるが、2つのスリットの位置関係を保持する機構が必要なことや

2つの微小開口からの光の干渉縞の強度が微弱であるなどの短所がある。

複スリット用いた空間コヒーレンス計測では、開口における回折・屈折効果や光源の周波数依存による分散など影響があることが知られている。複スリットを用いない1次光源の広い空間部分の空間コヒーレンス計測法として、スペックルグラムを用いた計測法<sup>5)</sup>が提唱されている。この方法は、スペックル場の鮮明度が1次光の拡散物体を出射する位相分布に関係し、空間的多色スペックル現象が用いられている。しかし、スペックル場を用いた空間コヒーレンス計測法は、空間的多色スペックルのフーリエ変換の結果解析の問題やスペックル干渉における雑音の取り扱いでの課題<sup>6)</sup>があると思われる。また、Lau 効果<sup>7)</sup>と光源の空間コヒーレンスとの関わり合いは実験的に研究<sup>8)</sup>され、コヒーレンス計測への応用について検討されているが、現在のところ十分な結果は得られていない。また、最近では、ケスタープリズムによる波面折り畳み干渉計を用いたコヒーレンス計測法が提唱されている<sup>9)</sup>。

空間的コヒーレンス計測は実験室内の光源特性計測だけでなく、天体観測にも応用されている。Michelson<sup>10)</sup>は2つの独立した光源(恒星)からの光の干渉を考え、天体観測にコヒーレンス理論を適用した。この研究により、星の直径や2重星の距離を観測することが可能となった。また、天体スペックル干渉計<sup>11)</sup>は、大気圏の屈折率の揺らぎによって生じるスペックルの大きさから光の空間コヒーレンスを計測する方法である。その他、古典的干渉から量子的干渉に至るまで空間コヒーレンス計測に関する研究<sup>12)</sup>は数多く、今後もコヒーレンスに関わる分野の発展が期待される。

#### 6-7 陰影領域回折像位相変化による微細物体境界端幅検出

6-4節で楔形陰影領域回折現象における空間コヒーレンス伝搬による干渉縞の位相変化を観測した。この実験結果より、単色光源による簡単な光学系を用いると、干渉縞の鮮明度零の位



置より微細物体の特定の境界幅を検出することができる<sup>13)</sup>。

式(2-38)は空間コヒーレンスの伝搬による2光束干渉の鮮明度の変化を表わしている。鮮明度 $\gamma_{12}=0$ となる2つの2次波間隔 $D_0$ は、入射波の波長、1次円形単色光源の半径 $r$ 、回折端と観測点との距離 $Z$ によって決まる。光学系情報により特定物体端間隔 $D_n$ の可視検出が可能である(図6-16参照)。表6-1は頂角が異なる楔陰影領域回折像の鮮明度 $\gamma_{12}=0$ より求めた2点間隔である。実験で用いた光学系は $r=50\mu\text{m}$ 、 $z=0.52\text{m}$ であった。従って、式(2-38)より鮮明度零の2次波源間隔は $468\mu\text{m}$ であり、実験値と理論値は定量的に一致している。計測結果の鮮明度零の位置に幅があることは、前節の考察で述べた多重干渉像や直接光の影響によるものとする。

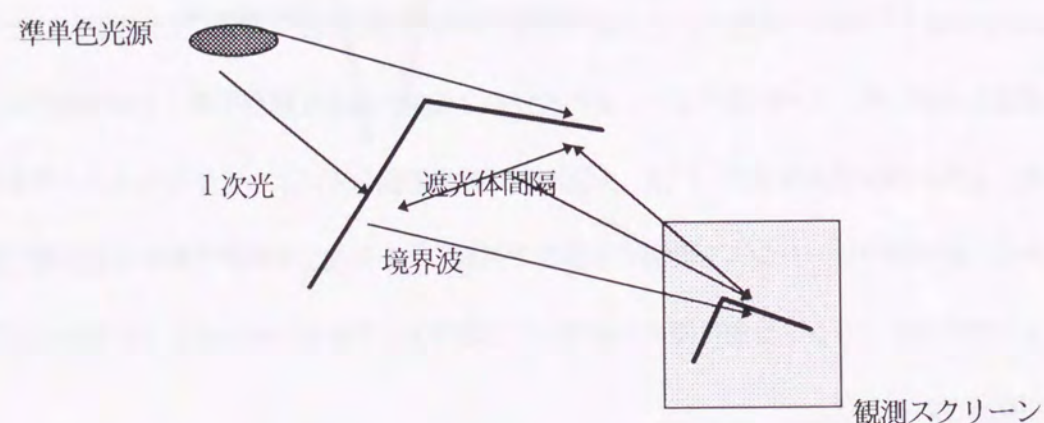


図6-16 準単色光による遮光体境界幅の検出。

表6-1 楔陰影干渉像鮮明度零の位置と楔試料。

試料	1	2	3
頂角(°)	9	10	13
観測値	460	460	480
( $\mu\text{m}$ )	$\pm 10$	$\pm 10$	$\pm 20$

本実験は準単色光による陰影領域回折像の位相変化による境界端幅検出が可能であることを示した。今後、レーザ光照射できない条件下での、複雑な幾何学的形状をもつ微細物体に本計測の応用が期待される。

#### 6-7 まとめ

本章では、楔形陰影領域回折像による空間コヒーレンス計測を提唱した。以下に本計測法の特長をまとめる。

- (1) 楔が作る陰影領域回折干渉像は相対する辺からの2次波の効果的干渉によって形成することにより、その干渉縞の鮮明度から2光束干渉法と同等の空間コヒーレンス計測が可能である。
- (2) 楔の覆う光場の空間コヒーレンス計測が一回の計測で可能であり、従来の2光束干渉法(Youngの実験)やその発展的方法より簡便に計測が可能である。



(3) van Cittert - Zernike の定理から導かれる陰影領域回折干渉縞の鮮明度零の位置と光学系の情報より, 準単色光照射によって微細物体の境界間隔の検出が可能である見通しを示した.

## 文 献

- 1) N. Kanai, "A simple technique for the evaluating the spatial coherence of light," Opt. Commun., 125 (1996) 204-206.
- 2) J.W. Goodman (武田 光夫訳), 統計光学(丸善, 1992) 199-201.
- 3) S. Wang, "On Principles of Diffraction," Optik 100 (1995) 107-108.
- 4) Y. Ohtsuka and Y. Imai, "Partial coherence controlled by a progressive ultrasonic," J. Opt. Soc. Am., 69(1979) 684-688.
- 5) N. Takai, H. Ambar and T. Asakura, "Spatial Coherence measurements of quasi-monochromatic thermal light using double-exposure specklegrams," Opt. Commun., 60 (1986) 123-127.
- 6) 文献2) 9.6 章.
- 7) R. Sudol and B. J. Thompson, "Lau effect," Appl. Opt., 20(1981) 1107-1116.
- 8) Sundergopal Chitralkha, Kodikullam V. Avudainayagam, and Sastry V. Pappu, "Role of spatial coherence on the rotation sensitivity of Lau fringes: an experimental study," Appl. Opt., 28(1989) 345-349.
- 9) 有本・田中・大塚, 応用物理 (1997・春) 予稿集 28 A-ZP-6.
- 10) A. A. Michelson, Astrophys. J., 51 (1920) 257.
- 11) たとえば, 文献2) 8.8 章.
- 12) たとえば, L. Mandel and E. Wolf, Optical Coherence and Quantum Optics (Cambridge University Press, 1995).
- 13) N. Kanai, "Measurement of width of the boundary of wedge using phase change of interference with partially coherent light," Rev. Sci. Instrum., 67 (1996) 3420-3422.



## 総括

## 第7章

本章では、本研究の総括を行う。本研究の目的は、大きく分けて以下の2つである。

- (1) 微細物体の陰影領域回折像と境界回折波の関係を実験的に解明し、解析結果と対応させること。
- (2) 陰影領域回折像を用いた微細物体の新しい形状計測法を検討すること。

微細物体の陰影領域回折現象を境界回折波理論と円柱波理論によって解析した。その際、特に境界回折波の作る2次波面や伝搬領域を考慮した。これらの陰影領域回折像の解析により境界回折波の干渉によって容易にその像の空間的構造が求められた。また微細物体の形状変化や大きさによる陰影領域回折像の変化を観測・解析し、簡便かつ実用性の高い形状計測法を確立した。さらに、光源の空間的コヒーレンス特性による陰影領域回折像の位相変化の計測法とその応用を提唱した。微細物体の陰影領域回折像をその境界からの2次波の相互干渉を解析することにより簡便な計測系でミクロン程度の微細な形状情報を得ることができるようになった。

以下、本研究で明らかとなった結論をまとめ、今後の課題を述べる。

### 7-1 結論

第1章では、本研究の背景を述べ、研究の目的、意義を明確にし、本論文の構成を述べた。

第2章では、本研究の背景となった境界回折波の理論、光の干渉・空間コヒーレンスの伝搬について概説した。陰影領域回折像と境界回折波との関わり合いについて述べた。また、陰影領域回折像を用いた微細形状計測の可能性を検討した。本章で得られた結果を要約する。

- (1) 宮本・Wolfの境界回折波の回折理論より、遮光体の陰影領域は境界回折波のみの波動場である。
- (2) ならかな境界から生じる境界回折波は2次元柱波を形成すると考えられるので、この2次元柱波の波面の乱れは境界形状情報を表す。
- (3) 境界回折波による干渉縞の隣接する間隔は干渉に寄与する波源間隔によって決まる。そのため境界回折波の作る干渉像は境界端間隔情報を含んでいる。
- (4) 1次光源の空間コヒーレンス度は2光束干渉像の鮮明度より実験的に評価できる。このことより連続的に間隔が変化する複スリットと等価な境界をもつ遮光体と境界回折波の干渉縞の鮮明度より空間コヒーレンスの計測が可能である。
- (5) 準単色光を入射光として用いると、境界回折波の干渉像に空間コヒーレンス伝搬による位相変化があらわれる。その位相変化量より微細物体の境界幅を計測することが可能である。

第3章では境界回折波による回折現象の定式をもとに、従来あまり注目されなかった遮光物



体の陰影領域回折像と境界回折波の関係を実験的に考察した。陰影領域回折像を境界回折波の作る2次波面や伝搬領域をもとに解析した。本章で得られた結果を要約する。

- (1) 直接光の影響がない遮光体の陰影領域回折像は、境界回折波の相互干渉によって記述できる。
- (2) 直線状やなだらかな曲線状の境界からは、境界各点からの境界回折波が作る2次元柱波が伝搬する。
- (3) 楔の理想的な頂点からは2次波の波面として2つの半球面波を考えることが解析上有効である。

第4章では、陰影領域回折像の応用として、直線端と楔の頂点の仕上がり評価法を提唱した。陰影領域回折像は直接光領域の回折像より境界部の微細形状を正確に表わしていることが明らかとなった。本章で得られた結果を要約する。

- (1) 直線端の仕上げ評価
  - (a) 陰影領域に形成する境界直交直線干渉縞より微細傷の検出が可能である。
  - (b) 陰影領域回折像の強度分布計測より、傷の凹凸形状判別が可能である。
  - (c) 陰影領域回折像の同心円干渉縞の間隔測定より、ミクロン程度の凹凸の高さ情報を得ることができる。
- (2) 楔頂点の仕上げ評価

- (a) 頂点部が丸くなることにより、3光波干渉が陰影領域に生じる。
- (b) 3光波干渉領域の大きさを計測することにより、楔上部の曲率を求めることが可能である。

第5章では陰影領域回折像は境界端間隔の情報をもつことから、微細粒子のつくる回折像を観測し、その干渉縞間隔による粒径計測を検討した。入射波波長に近い大きさの微細粒子は平行光線入射では陰影領域ができないことや観測点を粒子に近づける必要があった。この問題は入射光を発散光にすることや、レンズによる回折像の観測によって解決した。本実験では、ミクロンサイズの球形粒子を2次元円盤と仮定しその大きさを計測することが可能であることを示した。

第6章では楔陰影領域回折像による空間的なコヒーレンス計測法を提唱した。楔の境界は連続的に間隔が変化する複スリット群と等価である。この楔境界の相対する辺上の波源からの2次波が干渉すると、楔の覆う光場の空間コヒーレンスを瞬時に計測可能である。さらに空間的なコヒーレンスの伝搬特性を記述した van Cittert-Zernike 定理から導かれる干渉縞の位相変化を楔陰影領域回折像に観測した。本章で得られた結果を要約する。

- (1) 楔が作る陰影領域回折干渉縞は相対する辺からの2次波の効果的干渉によって形成すると考えることにより、その干渉縞の鮮明度から2光束干渉法と同等の空間コヒーレンス計測が可能である。
- (2) 楔の覆う光場の空間コヒーレンス計測が一回の計測で可能であり、従来の2光束干渉法 (Young の実験) やその発展的方法より簡便に実験が可能である。
- (3) 陰影領域回折像の鮮明度零の位置と光学系情報より微細物体の境界間隔の検出が可能である。



## 7-2 今後の課題

本研究では微細物体の形状やサイズと陰影領域回折像の空間的構造の変化に着目し、計測への応用を検討した。しかし、本研究の成果を工業計測へ適応するためには、現象の十分な定量的な解析評価が必要である。

本研究では回折端の厚みの陰影領域回折像への影響は無視しているが、境界面と境界回折波波源の関係を解析し、さらに、電磁理論を適用することにより、3次元境界情報の検出が今後可能になると思われる。

## 謝辞

---

本研究をまとめるにあたって適切かつ懇切な御教示、御鞭撻、御指導賜った大阪大学工学部超高温理工学研究施設 後藤 誠一教授に心から感謝いたします。また、本論文をまとめる過程で、大阪大学大学院工学研究科物質・生命工学専攻 一岡 芳樹教授、同大学院応用物理学専攻 中島 信一教授、伊東 一良教授には適切な御検討、御助言を頂きました。ここに心より深く感謝いたします。

本研究は、著者が福井工業大学大学院工学研究科修士課程在学中から現在まで、当時福井工業大学大学院電気工学専攻教授・大阪大学名誉教授 伊藤 博先生の御指導の下に行ったものである。本研究の遂行にあたって理論・実験の両面にわたり懇切な御指導、御鞭撻を賜った伊藤 博先生に深く感謝の意を表します。また、先生からは公私共に貴重な御助言頂きました。ここに御礼申し上げます。

北海道大学電子科学研究所 朝倉 利光教授（現北海学園大学）・同研究所 岩井 俊昭助教授には、実験・解析に関して貴重なご助言を頂きました。ここに心から御礼申し上げます。

本研究を遂行に際し、御激励、御鞭撻頂いた福井工業大学諸先生方に、感謝申し上げます。また、卒業研究を通じてご協力頂いた福井工業大学電気工学科卒業研究学生諸氏に厚く御礼申し上げます。



## 著者発表論文

---

- 1) H. Ito and N. Kanai, "Interference Phenomena of Diffraction Waves Originating on the Boundary of a Small Obstacle," Jpn. J. Appl. Phys., **27** (1988) L426-L428.
- 2) N. Kanai, H. Ito, "Diffraction Pattern Observed in Shadow Region of Thin Wedge," Opt. Rev., **1** (1994) 135-138.
- 3) N. Kanai and H. Ito, "Diffraction patterns of thin wedges illuminated by coherent light," Optik **102** (1996)51-57.
- 4) N. Kanai, "Interpretation of Diffraction in the Shadow Region and Its Visualization," Am. J. Phys., **64** (1996)823-826.
- 5) N. Kanai and H. Ito, "Simple technique for the evaluation of the finish of an edge using interference phenomena in a shadow region," Rev. Sci. Instrum., **67**(1996)291-293.
- 6) N. Kanai, "A simple technique for the evaluation of a vertex using interference phenomena in the shadow region," Rev. Sci. Instrum., **67**(1996)2079-2082.
- 7) N. Kanai, "A simple technique for evaluating the spatial coherence of light," Opt. Commun., **125** (1996)204-206.
- 8) N. Kanai, "Measurement of width of the boundary of wedge using phase change of interference with partially coherent light," Rev. Sci. Instrum., **67**(1996)3420-3422.



