

Title	薄肉円筒殻の溶接残留応力と溶接変形に関する研究
Author(s)	吹田, 義一
Citation	大阪大学, 1985, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://hdl.handle.net/11094/2157">https://hdl.handle.net/11094/2157</a>
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

# 薄肉円筒殻の溶接残留応力と 溶接変形に関する研究

昭和 60 年 8 月

吹 田 義 一

# 目 次

第 1 章	緒 論	1
1.1 節	円筒殻の溶接残留応力・変形に関する従来の研究	1
1.2 節	本研究の目的及び対象・範囲	3
1.3 節	本論文の構成	5
第 2 章	薄肉円筒殻上の長方形領域に存在する固有歪による 応力と変形	7
2.1 節	緒言	7
2.2 節	円筒殻非定常熱応力問題のグリーン関数について	8
2.3 節	円筒殻上に存在する任意の等方性固有歪による応力・変形式 の誘導法	14
2.4 節	固有歪分布が周方向には一定で軸方向に矩形及び三角形の分 布を持つモデルの応力と変形	17
2.4.1	矩形モデルの応力・変形式	17
2.4.2	三角形モデルの応力・変形式	20
2.4.3	矩形及び三角形モデルによる応力と変形の計算例	21
2.5 節	固有歪分布が軸方向には一定で周方向に矩形及び三角形の分 布を持つモデルの応力と変形	27
2.5.1	矩形モデルの応力・変形式	27
2.5.2	三角形モデルの応力・変形式	28
2.5.3	矩形及び三角形モデルによる応力と変形の計算例	29
2.6 節	結 論	36
第 3 章	薄肉円筒殻の溶接による固有歪、残留応力及び変形 についての実験	38

3.1節	緒言	38
3.2節	実験方法	39
3.2.1	供試鋼管	39
3.2.2	実験装置	39
3.2.3	実験条件	40
3.2.4	測定方法	42
3.3節	周方向溶接についての実験結果	45
3.3.1	固有歪分布におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響	45
3.3.2	残留応力におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響	46
3.3.3	溶接変形におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響	48
3.3.4	全周溶接による残留応力と変形の軸対称性について	49
3.3.5	ビード溶接とグループ溶接の差違及び溶接層数が固有歪、 残留応力、変形におよぼす影響	49
3.4節	軸方向溶接についての実験結果	52
3.4.1	固有歪分布におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響	52
3.4.2	残留応力におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響	53
3.4.3	溶接変形におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響	55
3.4.4	ビード溶接とグループ溶接の差違及び溶接層数が固有歪、 残留応力、変形におよぼす影響	57
3.5節	結論	60
第4章	薄肉円筒殻の溶接残留応力・変形の解析	62
4.1節	緒言	62
4.2節	固有歪分布形状	63
4.3節	台形固有歪モデルによる残留応力と変形の解析手法	65
4.4節	周方向溶接による残留応力・変形の解析結果と実験結果 の比較	68
4.4.1	位置 $l_0'$ について	68

4.4.2	小径鋼管についての結果	68
4.4.3	大径鋼管についての結果	70
4.4.4	円周の一部が溶接された場合の結果	70
4.5節	軸方向溶接による残留応力・変形の解析結果と実験結果の比較	73
4.5.1	位置 $\theta_0$ について	73
4.5.2	小径鋼管についての結果	74
4.5.3	大径鋼管についての結果	77
4.5.4	軸方向の一部が溶接された場合の結果	79
4.6節	固有歪分布におよぼす溶接入熱の影響	80
4.6.1	全周溶接による固有歪分布	81
4.6.2	全長溶接による固有歪分布	82
4.7節	結論	83
第5章	薄肉円筒殻の溶接残留応力・変形の支配パラメータ	86
5.1節	緒言	86
5.2節	全周溶接による残留応力・変形の支配パラメータ	86
5.2.1	台形モデルの応力・変形を支配するパラメータ	87
5.2.2	固有歪特性を考慮した残留応力・変形の支配パラメータ	90
5.3節	全長溶接による残留応力・変形の支配パラメータ	94
5.3.1	台形モデルの応力・変形を支配するパラメータ	94
5.3.2	固有歪特性を考慮した残留応力・変形の支配パラメータ	98
5.4節	結論	101
第6章	薄肉円筒殻の溶接残留応力・溶接変形の予測推定	102
6.1節	緒言	102

6.2節	無限長円筒殻に軸対称集中荷重が作用する場合の解による 全周溶接の残留応力・変形の解析	102
6.3節	全周溶接による残留応力・変形の入熱パラメータによる 整理	107
6.3.1	寸法パラメータの臨界値 $(\beta_0)_{cr}$ について	107
6.3.2	入熱パラメータ $H_0$ が残留応力・変形におよぼす影響	110
6.4節	梁理論による全長溶接の残留応力・変形の解析	112
6.5節	全長溶接による残留応力・変形の入熱パラメータによる 整理	116
6.5.1	寸法パラメータの臨界値 $(\beta_x)_{cr}$ について	116
6.5.2	入熱パラメータ $H_x$ が残留応力・変形におよぼす影響	117
6.6節	結論	119
第7章	総括	121
謝辞		127
参考文献		128
本論文に関連した発表論文		132

## 記号の説明

- $x$  : 円筒殻の軸方向座標  
 $\theta$  : 円筒殻の周方向座標  
 $z$  : 円筒殻の半径方向座標  
 $a$  : 円筒殻の平均半径  
 $h$  : 円筒殻の板厚  
 $l$  : 円筒殻の長さ  
 $E$  : 縦弾性係数  
 $\nu$  : ポアソン比  
 $c$  : 比熱  
 $\rho$  : 密度  
 $\lambda$  : 熱伝導率  
 $\chi$  : 温度拡散率(  $=\lambda/c\rho$  )  
 $k$  : 熱伝達率  
 $\alpha$  : 線膨張係数  
 $t$  : 熱源投与後の時間  
 $t'$  : 上記の無次元時間(  $=\chi t/a^2$  )  
 $T$  : 温度  
 $T_i$  : 初期温度  
 $\Theta$  : 温度上昇量(  $= T-T_i$  )  
 $\sigma_y$  : 円筒殻材の降伏応力  
 $\epsilon_y$  : 円筒殻材の降伏歪  
 $D$  : 曲げ剛性 {  $=Eh^3/12(1-\nu^2)$  }  
 $Q$  : 単位長さ当りの溶接入熱  
 $u, v, w$  :  $x, \theta, z$  方向の変位成分  
 $T_x, T_\theta$  : 単位長さ当りの  $x, \theta$  方向の面内力

- $S, S'$  : 単位長さ当りの $x, \theta$  方向の面内せん断力  
 $M_x, M_\theta$  :  $x, \theta$  断面に働く単位長さ当りの曲げモーメント  
 $\mathfrak{M}$  : 単位長さ当りのねじりモーメント  
 $N_x, N_\theta$  :  $x, \theta$  断面に働く単位長さ当りの横せん断力  
 $\sigma_x, \sigma_\theta$  :  $x, \theta$  方向の応力  
 $(\sigma_x)_i, (\sigma_x)_o$  :  $x$  方向の内, 外表面応力  
 $(\sigma_\theta)_i, (\sigma_\theta)_o$  :  $\theta$  方向の内, 外表面応力

上添字 $p, c, g$  : 特解, 斉次解, 一般解を示す

- $g$  : 固有歪  
 $g_0$  : 三角形固有歪の最大値  
 $g_1$  : 台形固有歪の最大値  
 $l_0$  : 固有歪の発生領域の半幅 ( $x$  方向)  
 $\theta_0$  : 固有歪の発生領域の半角 ( $\theta$  方向)  
 $T_0$  : 平面点熱源の平均温度上昇  
 $D_0$  : 平面点熱源の作用面積, あるいは固有歪領域  
 $M_p$  : 平面点熱源の強さ  
 $\xi$  : 平面点熱源の $x$  方向の作用位置  
 $\zeta$  : 平面点熱源の $\theta$  方向の作用位置  
 $\epsilon = h/a$   
 $\mu = mra/l$   
 $\beta_x = \sqrt{h/a} (l/a)$  : 寸法パラメータ  
 $\beta_\theta = l/\sqrt{a h}$  : 寸法パラメータ  
 $(T_{av})_x = Q/2c\rho r a h$  : 平均温度上昇量  
 $(T_{av})_\theta = Q/c\rho h l$  : 平均温度上昇量  
 $H_x = (T_{av})_x = Q/2c\rho r a h$  : 入熱パラメータ  
 $H_\theta = Q/c\rho h \sqrt{a h}$  : 入熱パラメータ



$$(SSS) : \sin \frac{m\pi x}{l} \sin \frac{m\pi \xi}{l} \frac{\sin(m\pi l_0/l)}{m\pi l_0/l} \quad \text{の略号}$$

$$(SCS) : \sin \frac{m\pi \xi}{l} \cos \frac{m\pi x}{l} \frac{\sin(m\pi l_0/l)}{m\pi l_0/l} \quad \text{の略号}$$

$$(SSC) : \sin \frac{m\pi \xi}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \frac{1 - \cos(m\pi l_0/l)}{(m\pi l_0/l)^2} \quad \text{の略号}$$

$$(SCC) : \sin \frac{m\pi \xi}{l} \cos \frac{m\pi x}{l} \frac{1 - \cos(m\pi l_0/l)}{(m\pi l_0/l)^2} \quad \text{の略号}$$

$$(SS) : \frac{\sin n\theta_0}{n\theta_0} \sin n(\theta - \zeta) \quad \text{の略号}$$

$$(SC) : \frac{\sin n\theta_0}{n\theta_0} \cos n(\theta - \zeta) \quad \text{の略号}$$

$$(CS) : \frac{1 - \cos n\theta_0}{(n\theta_0)^2} \sin n(\theta - \zeta) \quad \text{の略号}$$

$$(CC) : \frac{1 - \cos n\theta_0}{(n\theta_0)^2} \cos n(\theta - \zeta) \quad \text{の略号}$$

$$H_{m0} = \mu^4 + 6\bar{I}$$

$$H_{mn} = A\mu^8 + 4B\mu^6 n^2 + 6C\mu^4 n^4 - (8 - 2\nu^2)\mu^4 n^2 + 6L\mu^4 + n^2(4\mu^2 + n^2)(n^2 - 1)^2$$

$$A = 1 + \epsilon^2/3 \quad A' = 1 + \epsilon^2/6$$

$$A'' = 1 + (1 + \nu)\epsilon^2/18 \quad B = 1 + \epsilon^2/12$$

$$B' = 1 + (1 + \nu)\epsilon^2/36 \quad B'' = 1 + (2 - \nu)\epsilon^2/18$$

$$B''' = 1 + (2 + \nu)\epsilon^2/18 \quad C = 1 + (1 - \nu)\epsilon^2/72$$

$$C' = 1 + \nu\epsilon^2/6 \quad C'' = 1 + \nu(1 - \nu^2)\epsilon^2/36$$

$$C''' = 1 + (1 + \nu)\epsilon^2/12\nu \quad I = 1 + \nu\epsilon^2/6(1 + \nu)$$

$$J'' = 1 + \nu\epsilon^2/24 \quad U' = 1 + (2 - \nu)\epsilon^2/6(1 - \nu)$$

$$U'' = 1 + (2 + \nu)\epsilon^2/6(1 + \nu) \quad V = 1 - \nu\epsilon^2/6(1 - \nu)$$

$$V' = 1 - \nu\epsilon^2/12(1 - \nu) \quad L = 2(1 - \nu^2)A/\epsilon^2$$

$$L' = 2(1 - \nu)/\epsilon^2 \quad \bar{I} = 2(1 - \nu^2)/\epsilon^2$$

# 第1章 緒 論

本章では、まず初めに薄肉円筒殻の溶接残留応力と変形に関する従来の研究について概説して、この分野の研究の推移を述べるとともに、現状での問題点を指摘する。次に、本研究の目的と対象・範囲について述べ、本研究の位置づけを行っている。本章の最後の部分では、本論文の構成について述べている。

## 1.1 節 円筒殻の溶接残留応力・変形に関する従来の研究

今日の溶接技術は飛躍的な進歩によって、機械・電気部品から巨大構造物に至る広い分野において、各種金属材料の接合手段として利用されており、現代の金属加工技術に不可欠な接合技術にまで成長した。ところが、溶接（融接）はアークなどの溶接熱源によって母板を局部的に急加熱・急冷却する現象であるから、溶接部には不可避免的に熱応力・熱歪が発生し、塑性歪を生じるので最終的には溶接継手部に応力と変形が残留する。これらの溶接残留応力と溶接変形は製作、建造時の障害となるだけでなく、脆性破壊強度、座屈強度及び応力腐食割れなどに悪影響をおよぼし、また製品の精度及び美観を害するなどの理由で、平板の溶接残留応力と溶接変形については古くから多数の研究<sup>1-5)</sup>が行なわれてきた。それらの研究成果は、技術者に溶接残留応力・変形に関する数多くの知見と情報を与え、溶接構造物・部品の安全性、信頼性及び生産性の向上に大きく貢献した。現在では、平板の突合せ溶接継手の溶接変形と残留応力に関しては、母板寸法、溶接入熱などの溶接諸条件から簡便に予測推定できるまでになっている。

一方、本論文の対象である円筒殻・鋼管の溶接残留応力と溶接変形に関する研究は、実際的には1955年に発表された渡辺、峰久等<sup>6-8)</sup>の溶接管への低温応力緩和法の適用に関する実験的研究が始まりと考えられる。これらの論文では薄肉円筒殻の周方向溶接と軸方向溶接による残留応力の測定結果を中心にした議論によって、残留応力分布特性、溶着法が残留応力におよぼす影響ならびに低温応力緩和法の有効性などが

論じられているが、円筒殻寸法、溶接入熱の影響については明らかにされていない。その後、しばらくの間、円筒殻・鋼管の溶接残留応力に関する研究はあまり行なわれなかったが、1965年米国イリノイ州モリス近郊のドレスデン原子力発電所沸騰水形原子炉(BWR) 1号炉の1次冷却系ステンレス鋼管に原子力プラントとしては初めての応力腐食割れ(SCC) 事故が発生している。そして、その数年後の1970年頃にソ連<sup>9)</sup>、米国<sup>10)</sup> においてパイプの全周溶接による残留応力・変形の近似的弾塑性解析が行なわれている。しかしながら、それらは2,3 の溶接条件についての解析と実験結果の対応についての議論に止まり、また溶接残留応力と変形の定量的評価も、必ずしも満足できるものではなかった。前出のドレスデン1号炉は初期のもので設計も特殊であるとして、同BWR に発生したSCC は一般的な問題としては取り上げられなかったが<sup>11)</sup>、1974年9月ドレスデン2号炉、同年10月我国の福島原子力発電所BWR 1号炉の一次冷却系再循環系バイパス管に相次で発生したSCC 事故を契機にパイプの周方向溶接による残留応力に関する研究が盛んに行なわれるようになった。なかでも平板の溶接残留応力の解析<sup>12-19)</sup> で威力を発揮した有限要素法による研究がRybicki, Stonesifer<sup>20, 21)</sup> 上田、中長ら<sup>22, 23)</sup> などによって行なわれ、残留応力の発生過程、溶着積層法及び水冷効果が残留応力におよぼす影響などについて貴重かつ詳細な報告がなされた。有限要素法は汎用性もあり、特に残留応力の発生機構及び残留応力におよぼす溶着積層の影響を詳細に調べられるなどの利点を持つが、大型計算機を必要とし、また数値解析法であるため残留応力・変形を支配するパラメータなどを解析的に導き出すことが出来ないなどの問題点も持っている。また、藤田、野本、長谷川<sup>24, 25)</sup> はパイプの全周溶接による残留応力・変形の解析を薄肉円筒の軸対称問題として取り扱い、たわみ関数を仮定したRayleigh-Ritz 法による一次元熱弾塑性解析を行っている。この解析手法も有限要素法と同様に応力・変位を逐次追跡していく手法であるので、解析の最終結果である残留応力・変形を陽の形に表示できず残留応力・変形の支配パラメータの導出には不向であるが、藤田等は数値計算によって支配パラメータ $(Q/h) \cdot \beta$  を導出している。そして $(Q/h) \cdot \beta$  が残留応力・変形におよぼす影響を数値計算によって明らかにし、残留応力・変形の推定法を示している。しかしながら、剪断応力を無視した解析のために、計算と実験結果はあまり良い対応を示さず、残留応力・変形の定

量的評価に多少の問題点もあるようである。また一方では、熱サイクル過程での変形挙動を考慮しないで、室温において溶接継手部に残留する“収縮しようとする特性”に注目して、残留応力と溶接変形を弾性論に基づいて解析する研究<sup>26-28)</sup>も行なわれた。以上に記したパイプの溶接残留応力と変形に関する解析的研究は著者等の研究を除くといずれも全周溶接を対象にしたものである。その後、1983年に松岡<sup>29)</sup>は軸方向溶接による残留応力を固有応力概念とDuhamelの相似定理を拡張して、有限要素法に基く弾性解析法を提示しているが、残留応力特性を明らかにするまでには至っていない。

以上、円筒殻・鋼管の溶接残留応力・変形に関する研究について概観したが、多くの研究が周方向溶接の残留応力・変形を対象としたもので、しかも解析法の妥当性を2,3の実験結果との比較によって示すにとどまっている。周方向溶接による残留応力・変形を決定するパラメータを誘導して、円筒殻寸法と溶接入熱が残留応力・変形におよぼす影響を定量的に明らかにすることを試みた系統的な研究に藤田<sup>24,25)</sup>等の研究が上げられるが、前述のように支配パラメータの誘導法と解析結果の定量性に問題を残している。また、周方向溶接の残留応力・変形を取り扱ったほとんどの研究が軸対称問題の解を利用したものであるから、周方向の一部分に補修溶接が行なわれたり、付加物が取り付けられた場合の残留応力・変形が評価できない問題点もある。次に、軸方向溶接による残留応力・変形の解析では松岡<sup>29)</sup>の有限要素法に基く弾性解析例が見られる程度であって、残留応力・溶接変形を決定する支配パラメータに注目したり、残留応力・変形を整理した論文は見あたらない。また、周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と溶接変形を同じ考え方に基づいて、簡便にしかも統一的に取り扱うことができる解析手法の研究は、学問的にも興味があるが、それを試みた論文も見受けられないようである。

## 1.2節 本研究の目的及び対象・範囲

円筒殻の周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と変形に関する研究には、前節で述べたようないくつかの問題点が残されている。本研究は、それらの問題点の中でも

図1-1(a), (b)に示すような周方向溶接と軸方向溶接について、次の事項を主な研究の目的として行った。

- ① 周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と変形を同じ考え方に基づいて、簡便でしかも比較的精度よく計算できる統一的な解析手法を提案する。
- ② 提案した解析手法を用いて周方向溶接及び軸方向溶接による残留応力・変形を支配決定するパラメータを解析的に誘導する。
- ③ 誘導したパラメータに注目して、溶接入熱と円筒殻寸法が残留応力と溶接変形におよぼす影響を定量的に明らかにする。

研究対象は板厚 $h$  に比べて、平均半径 $a$  が比較的大きい薄肉円筒殻が図1-1(a), (b) に示すように周方向あるいは軸方向の全部または一部分が溶接入熱  $Q$  (cal/cm) で溶接された場合の残留応力と変形である。しかも、溶接によって溶接部に発生・残存する固有歪（残留塑性歪）の板厚方向と溶接線方向の分布が無視できる（つまり、一定と考えて良い）ような溶接入熱 $Q/h$  と溶接長を満す条件で溶接された場合の残留応力と変形を研究範囲にしている。従って、本研究で得られた結果は、寸法比 $h/a$  が小さく円筒殻理論が適用できる場合であっても、溶接入熱 $Q/h$  が小さすぎるため、あるいは厚肉多層溶接のために固有歪の板厚方向分布が無視できない場合や、溶接長が極端に短く固有歪の溶接線方向分布を考慮する必要がある場合には適用範囲外になる。また、本研究は第2章と4章で詳述するように溶接によって溶接部に残留する“収縮しようとする特性”に着目し、その特性を固有歪によって表現し、いわゆる固有歪概念に基づいて残留応力・変形を解析するもので

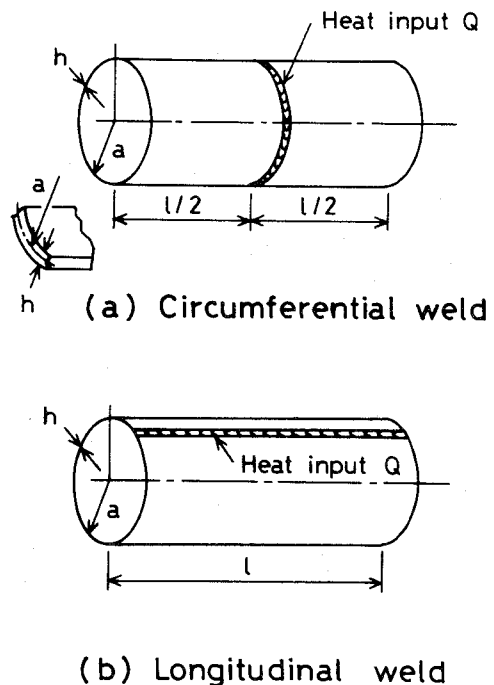


図1-1 周方向と軸方向に溶接された薄肉円筒殻

あるから溶接熱サイクル中の過渡応力・過渡変形は対象の範囲外である。

以後の記述での混乱を避けるために、「周方向溶接」という用語は周方向の全部あるいは一部分が溶接される場合の両方を意味するときに使用し、「全周溶接」という用語は全周が溶接された場合のみに用いる。同様に「軸方向溶接」は軸方向の全長あるいは一部が溶接された場合の両方、また「全長溶接」は軸方向の全長が溶接された場合のみに使用する。

### 1.3 節 本論文の構成

本論文は7章から成る。

第1章では、薄肉円筒殻の溶接残留応力と溶接変形に関する従来の研究について概説し、それらの問題点を指摘している。そして、それらを背景にした本研究の目的及び対象・範囲について述べ、本研究の位置づけを行っている。

第2章では、溶接残留応力と溶接変形の解析に限定しないで、一般的な固有歪問題として、まず薄肉円筒殻上の任意領域に等方性固有歪が存在する場合の応力・変形式を円筒殻熱応力問題のグリーン関数を適用して求める方法の一般論について述べている。次に、具体的な問題として、薄肉円筒殻上の長方形領域に固有歪の大きさが矩形分布（矩形固有歪モデル）と三角形分布（三角形固有歪モデル）の固有歪が存在する場合の応力・変形式を誘導して、固有歪分布、円筒殻寸法等が応力と変形におよぼす影響を数値計算によって明らかにしている。

第3章では、まず最初に実験方法について述べ、次に周方向溶接と軸方向溶接による固有歪、残留応力、溶接変形におよぼす溶接入熱、円筒殻寸法の影響を実験によって明らかにしている。

第4章では、まず第2章で示した三角形固有歪モデルの応力と実測された残留応力との比較検討によって、より精度よく実際の残留応力・変形を解析できる台形固有歪モデルを考案している。そして、周方向溶接と軸方向溶接による残留応力・変形を統一的に取り扱うことができる解析手法について述べている。次に、その台形固有歪モデルによる数値計算結果と実測された残留応力・変形の比較によって、提案した台形

固有歪モデルとそれによる解析手法の妥当性と有用性を実証している。また、終りの部分では固有歪分布の実験式を求めて、任意条件の周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と溶接変形の計算を可能にしている。

第5章では、第4章で提案した台形固有歪モデルの応力・変形式に注目して、その応力と変形を決定するパラメータを解析的に誘導する。そして、周方向溶接と軸方向溶接によって溶接部に残存する固有歪の実験式を考慮して、周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と溶接変形を支配決定する入熱パラメータと寸法パラメータを導き出している。また、導出されたこれらのパラメータの妥当性を実験によって立証している。

第6章では、まず全周溶接による残留応力と変形の数値計算の簡略化を目的として、無限長円筒殻に軸対称集中荷重が作用する場合の解を利用して求めた応力・変形式によって、溶接線上の残留応力とたわみ変形をより実用的に算定できるようにしている。そして、その応力・変形式による計算と実験によって残留応力と変形におよぼす入熱パラメータの影響を明らかにしている。また、引張残留応力とたわみ変形の発生領域幅を定量的に評価するための略算式を求めている。次に、円筒殻が十分に長い場合の全長溶接による残留応力とたわみ変形についても、数値計算の簡単化を計るために梁理論を適用して応力・変形式を誘導している。そして、計算と実験によって、溶接線上の残留応力とたわみ変形におよぼす入熱パラメータの影響を明らかにしている。また、引張残留応力の発生領域幅の略算式も求めている。

第7章では、本研究によって得られた主な結論を総括的にまとめている。

## 第2章 薄肉円筒殻上の長方形領域に存在する固有歪による応力と変形

### 2.1節 緒言

平板の溶接残留応力と溶接変形の解析手法に、溶接熱サイクル中の変形挙動の解析にまでさかのぼらずに、室温において溶接継手部の比較的狭い領域に残留する“収縮・変形しようとする特性”に着目して、弾性論的に残留応力と変形を解析する方法がある。その方法には増淵<sup>30, 31)</sup>の「くい違い理論」、佐藤<sup>32, 33)</sup>の「固有変形概念」及び藤本<sup>34, 35)</sup>の「固有歪概念」に基づく解析などがあり、それぞれ「くい違い」、「固有収縮・固有角勾配」及び「固有歪」によって溶接継手部に残存する“収縮・変形しようとする特性”を表現している。

本論文は1.2節で述べた研究目的を考慮して、上述の収縮・変形特性に着目した弾性解析によって薄肉円筒殻の溶接残留応力と変形を解析するものである。その基本的な考え方は、藤本の提唱する「固有歪概念」に基づくものであるが、収縮・変形特性を表現する固有歪をさらに熱歪で表現することによって、円筒殻熱応力問題のグリーン関数の適用を可能にし、円筒殻の溶接残留応力と変形をより簡便かつ容易に解析できるようにしようとするものである。

そのような理由から、本章では、第4章での溶接残留応力と変形の解析に先立って、まず一般的な固有歪問題として薄肉円筒殻上の任意領域に板厚方向には一定で、しかも等方性の固有歪が存在する場合の応力・変形式を白川<sup>36-38)</sup>の誘導した円筒殻熱応力問題の解をグリーン関数として用いて求める方法を述べる。次に、具体的な計算例として、矩形と三角形分布を持つ固有歪が円筒殻上に存在する場合の応力・変形式を導いて、固有歪分布形状、円筒殻寸法及び境界条件が応力・変形におよぼす影響を数値計算によって明らかにする。



## 2.2節 円筒殻非定常熱応力問題のグリーン関数について

本節では、まず円筒殻熱応力問題のグリーン関数の誘導手順について概説し、図2-1に示した面素の単位長さあたりの各内力、モーメント及び各変位（いずれも矢印の方向が正）についての結果を例記する。

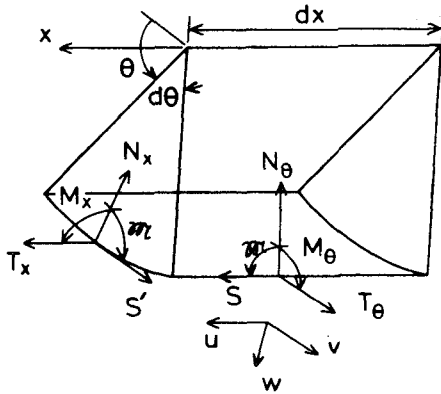


図2-1 円筒殻の微小要素上の変位、内力、モーメント

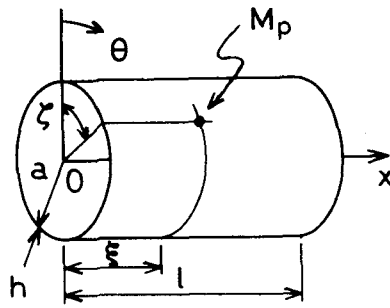


図2-2 平面点熱源 $M_p$ が作用する円筒殻(a: 平均半径, h: 板厚,  $l$ : 長さ)

白川は図2-2に示す平均半径 $a$ 、板厚 $h$ 、長さ $l$ の円筒殻上の任意位置 $(x, \theta) = (\xi, \zeta = 0)$ に平均温度上昇を $T_0$ 、熱源の作用面積を $D_0$ として、

$$\lim_{\substack{D_0 \rightarrow 0 \\ T_0 \rightarrow \infty}} (T_0 D_0) = M_p \quad \dots \dots \dots (2.1)$$

で表示される強さ $M_p$ の平面点熱源（板厚方向には一定の温度）が瞬間投与され、放置自然冷却される問題を次式の両端単純支持条件について解析している。

$$\begin{aligned} &x = 0, l \text{ において} \\ &w = v = T_x = M_x = 0 \quad \dots \dots \dots (2.2) \end{aligned}$$

その手順は、まず次式の円筒殻の熱伝導方程式<sup>39)</sup>

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \chi \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{a^2 \partial \theta^2} \right] + \frac{2k}{c\rho h} (T - T_i) = 0 \quad \dots\dots (2.3)$$

ここに、 $T$  : 温度       $T_i$  : 初期温度       $a$  : 平均半径  
 $h$  : 板厚       $t$  : 熱源投与後の時間       $k$  : 熱伝達率  
 $c$  : 比熱       $\rho$  : 密度       $\lambda$  : 熱伝導率  
 $\chi = \lambda/c\rho$  : 温度拡散率

を強さ $M_p$ の平面点熱源を $\delta$ 関数とみなして、次の条件のもとに解いている。

- Ⓐ 初期条件 :  $t=0$  にて $(x, \theta)=(\xi, \zeta=0)$  に強さ $M_p$ の平面点熱源が発生する。
- Ⓑ 境界条件 : 温度上昇 $T-T_i = \Theta$ は $x=0, \varrho$  にて0である。

その結果は次式のように示される。

$$\begin{aligned} \Theta = T - T_i = & \frac{M_p}{\pi \varrho a} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\chi(g_{mn})^2 t} \sin \frac{m\pi \xi}{\varrho} \sin \frac{m\pi x}{\varrho} \\ & + \frac{2M_p}{\pi \varrho a} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\chi(g_{mn})^2 t} \sin \frac{m\pi \xi}{\varrho} \sin \frac{m\pi x}{\varrho} \\ & \times \cos n\theta \quad \dots\dots\dots (2.4) \end{aligned}$$

ただし、 $(g_{mn})^2 = (m\pi/\varrho)^2 + n^2/a^2 + 2k/\lambda h$

次に、求めた温度上昇量 $\Theta = T-T_i$ を溝口が導き出した円筒殻熱応力問題の基礎微分方程式<sup>39)</sup>に代入して得られた次式

$$\begin{aligned} A \frac{\partial^8 w}{\partial x^8} + \frac{4B}{a^2} \cdot \frac{\partial^8 w}{\partial x^6 \partial \theta^2} + \frac{6C}{a^4} \cdot \frac{\partial^8 w}{\partial x^4 \partial \theta^4} + \frac{8-2\nu^2}{a^4} \cdot \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial \theta^2} \\ + \frac{6L}{a^4} \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{1}{a^6} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( 4 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{a^2 \partial \theta^2} \right) \cdot \left( \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 1 \right)^2 w \\ = \frac{12(1+\nu)\alpha}{ah^2} \left[ \frac{(2-\nu)\epsilon^2}{12} \cdot \frac{\partial^6 \Theta}{\partial x^4 \partial \theta^2} + \frac{(3-\nu)\epsilon^2}{12a^2} \cdot \frac{\partial^6 \Theta}{\partial x^2 \partial \theta^4} \right. \\ \left. + \frac{\epsilon^2}{12a^4} \cdot \frac{\partial^6 \Theta}{\partial \theta^6} + (1-\nu)A \frac{\partial^4 \Theta}{\partial x^4} + \frac{(1-\nu)U'}{a^2} \cdot \frac{\partial^4 \Theta}{\partial x^2 \partial \theta^2} + \frac{\epsilon^2}{12a^4} \cdot \frac{\partial^4 \Theta}{\partial \theta^4} \right] \\ \dots\dots\dots (2.5) \end{aligned}$$

ここに、 $w$  : たわみ (半径方向変位)       $\alpha$  : 線膨張係数       $\nu$  : ポアソン比

$\epsilon = h/a$      $A, B, \dots, U'$  などは「記号の説明」参照

を(2.2)式の境界条件の下に、二重フーリエ変換法を適用して解き、(2.5)式の特解として熱たわみ $w^p$ 〔上添字 $P$ は特解を示す〕を求めている。次に、軸及び周方向変位の特解 $u^p, v^p$ を $w \sim u$ と $w \sim v$ の関係式<sup>40)</sup>から求めている。これらの結果は、円筒殻非定常熱応力問題の変位 $w, u$ および $v$ に関するグリーン関数 $G\{w(x, \theta, t' | \xi, \zeta=0, t')\}, G\{u(x, \theta, t' | \xi, \zeta=0, t')\}$ 及び $G\{v(x, \theta, t' | \xi, \zeta=0, t')\}$ を与えるものであり、次式のように表示できる。ただし、 $t'$ は熱源投与後の無次元時間 $t' = xt/a^2$ である。

$$\begin{aligned}
 w^p &= M_p G\{w(x, \theta, t' | \xi, \zeta=0, t')\} \\
 &= M_p \left[ \frac{12(1+\nu)\alpha}{\pi\epsilon^2} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\mu^2 t'} \sin \frac{m\pi\xi}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \right. \\
 &\quad \left. \times \left\{ \frac{1-\nu}{H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t'} \frac{\bar{w}}{H_{mn}} \cos n\theta \right\} \right]
 \end{aligned}$$

ただし、 $\bar{w} = -\epsilon^2 n^2 \{ (2-\nu)\mu^4 + (3-\nu)\mu^2 n^2 + n^2(n^2-1) \} / 12$   
 $+ (1-\nu)\mu^2 (A\mu^2 + U' n^2)$

$$\kappa_p = 2a^2 k / \lambda h \quad \mu = m\pi a / l \quad H_{m0} = \mu^4 + 6\bar{\Gamma}$$

$$\begin{aligned}
 H_{mn} &= A\mu^8 + 4B\mu^6 n^2 + 6C\mu^4 n^4 - (8-2\nu^2)\mu^4 n^2 \\
 &\quad + 8L\mu^4 + n^2(4\mu^2 + n^2)(n^2-1)^2
 \end{aligned}$$

$A, B, C, U'$  等は「記号の説明」参照

..... 以上 (2.6)

$$\begin{aligned}
 u^p &= M_p G\{u(x, \theta, t' | \xi, \zeta=0, t')\} \\
 &= M_p \left[ -\frac{(1+\nu)\alpha}{\pi\epsilon} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\mu^2 t'} \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos \frac{m\pi x}{l} \right. \\
 &\quad \left. \times \left\{ \frac{\mu^4 + 8L'}{\mu H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t'} \frac{\bar{u}}{H_{mn}} \cos n\theta \right\} \right]
 \end{aligned}$$

ただし、 $\bar{u} = \mu \{ A\mu^6 + 3A''\mu^4 n^2 + 3\mu^2 n^4 + n^6 - 3(2-\nu)\mu^2 n^2 - 3n^4 + 6L' A\mu^2 + 2n^2 \}$

..... 以上 (2.7)

$$v^p = M_p G\{v(x, \theta, t' | \xi, \zeta=0, t')\}$$

$$= M_p \left[ \frac{2(1+\nu)\alpha}{\pi l} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(\mu^2+n^2)t'} \frac{\bar{V}}{H_{mn}} \right. \\ \left. \times \sin \frac{m\pi\xi}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \sin n\theta \right]$$

ただし、 $\bar{V} = n\{(\mu^2+n^2)^3 - 2(2-\nu)\mu^4 - (4-\nu)\mu^2 n^2 - n^4 - 6L'\mu^2\}$

..... 以上 (2.8)

以上で、すべての熱変位  $u, v, w$  に関する特解が求められたので熱内力、熱モーメント (図2-1) についての特解は次式<sup>39)</sup> を用いて求めることができる。

$$T_x = (12D/h^2) \{ \epsilon_x + \nu\epsilon_\theta - (1+\nu)\alpha \Theta \}$$

$$T_\theta = (12D/h^2) \{ \nu\epsilon_x + \epsilon_\theta - (1+\nu)\alpha \Theta \}$$

$$S = \{ 6(1-\nu)D/h^2 \} \gamma_{x\theta}$$

$$M_x = D \{ \kappa_x + \nu\kappa_\theta \}$$

$$M_\theta = D \{ \nu\kappa_x + \kappa_\theta \}$$

$$\mathfrak{M} = \{ (1-\nu)D/a \} \kappa_{x\theta}$$

$$S' = S - \mathfrak{M}/a$$

$$N_x = \partial M_x / \partial x + \partial \mathfrak{M} / a \partial \theta$$

$$N_\theta = \partial M_\theta / a \partial \theta + \partial \mathfrak{M} / \partial x$$

ここに、 $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$

$E$  : 縦弾性係数

$$\epsilon_x = \partial u / \partial x$$

$$\epsilon_\theta = (\partial v / \partial \theta + w) / a$$

$$\gamma_{x\theta} = \partial v / \partial x + \partial u / a \partial \theta$$

$$\kappa_x = \partial^2 w / \partial x^2$$

$$\kappa_\theta = (\partial^2 w / \partial \theta^2 - \partial v / \partial \theta) / a^2$$

$$\kappa_{x\theta} = (\partial^2 w / \partial x \partial \theta - \partial v / \partial x)$$

..... 以上 (2.9)

白川によって求められた結果を示すと次のようになる。

$$T_x^p = M_p G \{ T_x(x, \theta, t' \mid \xi, \zeta=0, t') \}$$

$$= M_p \left[ -\frac{2E\alpha\epsilon}{\pi l} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(\mu^2+n^2)t'} \frac{\bar{T}_x}{H_{mn}} \right. \\ \left. \times \sin \frac{m\pi\xi}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \cos n\theta \right]$$

$$\text{ただし、 } \bar{T}_x = n^2 \{ A' \mu^6 + 3B' \mu^4 n^2 + 3\mu^2 n^4 + n^6 - (2-\nu)\mu^4 \\ - (5-2\nu)\mu^2 n^2 - 2n^4 + 2(1-\nu)\mu^2 + n^2 \}$$

$$T_{\theta^p} = M_p G \{ T_{\theta}(x, \theta, t' \mid \xi, \zeta=0, t') \} \\ = M_p \left[ \frac{E\alpha\epsilon}{\pi\varrho} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\mu^2 t'} \sin \frac{m\pi\xi}{\varrho} \sin \frac{m\pi x}{\varrho} \right. \\ \left. \times \left\{ -\frac{\mu^4}{H_{m0}} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t'} \frac{\bar{T}_{\theta}}{H_{mn}} \cos n\theta \right\} \right]$$

$$\text{ただし、 } \bar{T}_{\theta} = \mu^2 \{ A\mu^6 + 3B''' \mu^4 n^2 + 3B' \mu^2 n^4 + n^6 - (2-\nu)\mu^2 n^2 - n^4 \}$$

$$S^p = M_p G \{ S(x, \theta, t' \mid \xi, \zeta=0, t') \} \\ = M_p \left[ \frac{2E\alpha\epsilon}{\pi\varrho} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(\mu^2 + n^2)t'} \frac{\bar{S}}{H_{mn}} \right. \\ \left. \times \sin \frac{m\pi\xi}{\varrho} \cos \frac{m\pi x}{\varrho} \sin n\theta \right]$$

$$\text{ただし、 } \bar{S} = \{ A' \mu^6 + 3B' \mu^4 n^2 + 3\mu^2 n^4 + n^6 - (2-\nu)\mu^4 \\ - (5-2\nu)\mu^2 n^2 - 2n^4 + 2(1-\nu)\mu^2 + n^2 \} \mu n$$

$$M_x^p = M_p G \{ M_x(x, \theta, t' \mid \xi, \zeta=0, t') \} \\ = M_p \left[ \frac{(1-\nu^2)D\alpha}{\pi\varrho a^2} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\mu^2 t'} \sin \frac{m\pi\xi}{\varrho} \sin \frac{m\pi x}{\varrho} \right. \\ \left. \times \left\{ -\frac{12\mu^2}{\epsilon^2 H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t'} \frac{\bar{M}_x}{H_{mn}} \cos n\theta \right\} \right]$$

$$\text{ただし、 } \bar{M}_x = 2\mu^6 n^2 + (3+\nu)\mu^4 n^4 + (1+\nu)\mu^2 n^6 - (12/\epsilon^2) \{ A\mu^6 \\ + (1+\nu)U'' \mu^4 n^2 + \nu C''' \mu^2 n^4 - \nu\mu^2 n^2 \}$$

$$M_{\theta}^p = M_p G \{ M_{\theta}(x, \theta, t' \mid \xi, \zeta=0, t') \} \\ = M_p \left[ \frac{(1-\nu^2)D\alpha}{\pi\varrho a^2} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\mu^2 t'} \sin \frac{m\pi\xi}{\varrho} \sin \frac{m\pi x}{\varrho} \right. \\ \left. \left\{ -\frac{12\nu\mu^2}{\epsilon^2 H_{m0}} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t'} \frac{\bar{M}_{\theta}}{H_{mn}} \cos n\theta \right\} \right]$$

$$\text{ただし、 } \bar{M}_{\theta} = \mu^2 \{ (1-\nu)\mu^2 n^2 (\mu^2 + n^2) + (12/\epsilon^2) \{ \nu A\mu^4 \\ + (1+\nu) [ \mu^2 n^2 + n^2 (n^2 - 1) ] \} \}$$

$$\begin{aligned} \bar{m} &= M_p G \{ \bar{m}(x, \theta, t' \mid \xi, \zeta=0, t') \} \\ &= M_p \left[ -\frac{2(1-\nu^2)D\alpha}{\pi l a^2} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(\mu^2+n^2)t'} \frac{\bar{m}}{H_{mn}} \right. \\ &\quad \left. \times \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos \frac{m\pi x}{l} \sin n\theta \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} \bar{m} &= \mu n \{ \mu^6 + (1+\nu)\mu^4 n^2 + \nu\mu^2 n^4 + \{12(1-\nu)/\epsilon^2\} \\ &\quad \times \mu^2 (V\mu^2 + V' n^2 - 1) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_x^p &= M_p G \{ N_x(x, \theta, t' \mid \xi, \zeta=0, t') \} \\ &= M_p \left[ \frac{E\alpha\epsilon}{\pi l} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\mu^2 t'} \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos \frac{m\pi x}{l} \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ -\frac{\mu^3}{H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t'} \frac{\bar{N}_x}{H_{mn}} \cos n\theta \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} \bar{N}_x &= \mu \{ (\epsilon^2/12)\mu^2 n^2 (\mu^2+n^2)^2 - A\mu^6 - 2A'\mu^4 n^2 \\ &\quad - B\mu^2 n^4 + \mu^2 n^2 \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_\theta^p &= M_p G \{ N_\theta(x, \theta, t' \mid \xi, \zeta=0, t') \} \\ &= M_p \left[ \frac{2E\alpha\epsilon}{\pi l} e^{-\kappa_p t'} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(\mu^2+n^2)t'} \frac{\bar{N}_\theta}{H_{mn}} \right. \\ &\quad \left. \times \sin \frac{m\pi\xi}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \sin n\theta \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} \bar{N}_\theta &= n \{ (\epsilon^2/12)\mu^4 (\mu^2+n^2)^2 + C'\mu^6 + 2J''\mu^4 n^2 \\ &\quad + \mu^2 n^4 - (1-\nu)\mu^4 - \mu^2 n^2 \} \end{aligned}$$

..... 以上(2.10)

(2.6) 式～(2.8) 式と(2.10)式は(2.2) 式の両端単純支持条件を自動的に満足している。従って、両端単純支持条件の円筒殻に、図2-2 に示すように平面点熱源 $M_p$ が作用した場合の熱変形、熱内力及び熱モーメントは上式を用いて計算できる。また内外表面上の周方向応力と軸方向応力は、上記の諸式と後出の(2.15)式を用いて計算できる。

## 2.3 節 円筒殻上に存在する任意の等方性固有歪による応力・変形式の誘導法

2.2 節では、白川が求めた円筒殻熱応力問題のグリーン関数の誘導手順と結果について述べた。本節では、これらのグリーン関数を一般的な固有歪問題に適用して、図 2-3 (a) に示すように薄肉円筒殻上の任意領域  $D_0$  に板厚方向には一定の等方性固有歪  $g(x', \theta')$  が存在する場合の応力・変形の誘導法を、たわみ変形  $w$  を例にあげて説明する。まず初めに、円筒殻両端での境界条件が次式(2.11)で表わされる。

両端単純支持条件；  $x=0, l$  で

$$w = v = T_x = M_x = 0 \quad \dots\dots\dots (2.11)$$

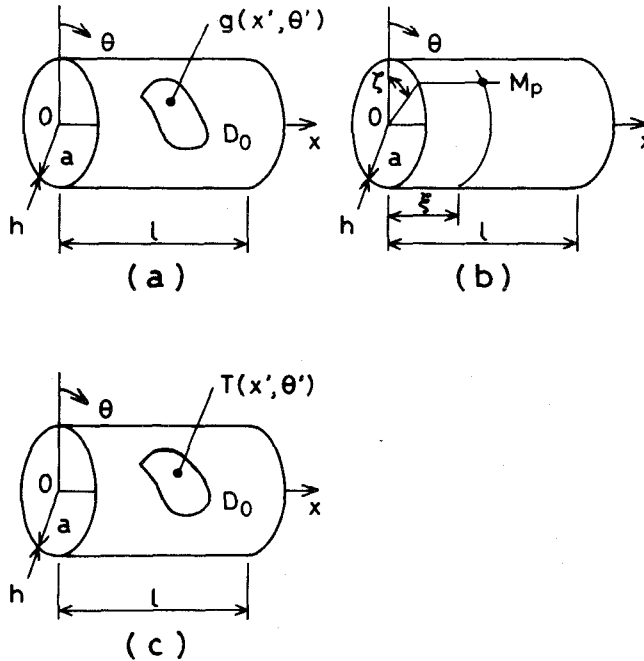


図2-3 (a) 固有歪  $g(x', \theta')$ 、(b) 平面点熱源  $M_p$  及び (c) 温度分布  $T(x', \theta')$  が作用する薄肉円筒殻

両端単純支持条件について説明し、次に、次式 (2.12) で表わされる両端自由条件について述べる。

両端自由条件；  $x=0, l$  で

$$N_x + \partial \pi / \partial \theta = S' - \pi / a = T_x = M_x = 0 \quad \dots\dots\dots (2.12)$$

図 2-3(b) のように強さ  $M_0$  の平面点熱源が任意位置  $(x, \theta) = (\xi, \zeta \neq 0)$  に投与された場合のグリーン関数、例えば  $G \{w(x, \theta, t' | \xi, \zeta, t')\}$  は(2.6) 式の  $\cos n\theta$  を  $\cos n(\theta - \zeta)$  に置き換えて得られる。他の変位、内力、モーメントに関するグリーン関数も同様に  $\cos n\theta$  は  $\cos n(\theta - \zeta)$ 、 $\sin n\theta$  は  $\sin n(\theta - \zeta)$  に置き換えて得られる。次に、図2-3(c) に示すように領域  $D_0$  が板厚方向には一定の任意温度  $T(x', \theta')$  に、瞬時に加熱あるいは冷却され後、時間  $t'$  後の熱たわみ  $w$  は(2.6) 式の  $G \{w(x, \theta, t' | \xi, \zeta, t')\}$  を用いると

$$w^p = \int \int_{D_0} T(x', \theta') G \{w(x, \theta, t' | \xi, \zeta, t')\} adx' d\theta' \quad \dots\dots (2.13)$$

と表示できる。ところで等方性固有歪は、熱歪  $\alpha T(x', \theta')$  によって表現できるので、図2-3(a) に示すように領域  $D_0$  に板厚方向には一定の等方性固有歪  $g(x', \theta')$  が存在する場合のたわみ  $w^p$  は(2.13) 式  $T(x', \theta') = g(x', \theta') / \alpha$  と  $t' = 0$  を代入して次式のように求められる。

$$\begin{aligned} w^p &= \int \int_{D_0} \frac{g(x', \theta')}{\alpha} G \{w(x, \theta, t'=0 | \xi, \zeta, t'=0)\} adx' d\theta' \\ &= \frac{12(1+\nu)}{\pi l \epsilon^2} \int \int_{D_0} g(x', \theta') \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi \xi}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \left\{ \frac{1-\nu}{H_{m0}} \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{w}}{H_{mn}} \cos n(\theta - \zeta) \right\} adx' d\theta' \quad \dots\dots\dots (2.14) \end{aligned}$$

以下、同様な方法によって(2.7) 式、(2.8) 式及び(2.10) 式中の各グリーン関数を用いて、図 2-3(a) の薄肉円筒殻の残りの変位  $u^p, v^p$ 、単位長さあたりの各内力  $T_x^p, T_\theta^p, N_x^p, N_\theta^p, S^p$  及び各モーメント  $M_x^p, M_\theta^p, \pi^p$  が求められる。従って、 $x$  (軸) 方向の内外表面応力  $(\sigma_\theta)_i, (\sigma_\theta)_o$  [下添字  $i$  は内表面、 $o$  は外表面での応力を意味する] 及び  $\theta$  (周) 方向の内外表面応力  $(\sigma_x)_i, (\sigma_x)_o$  は、次式のように膜応力と曲げ応力の加減算によって求められる。



$$\begin{aligned}
(\sigma_x)_i^p &= T_x^p/h + 6M_x^p/h^2 \\
(\sigma_x)_o^p &= T_x^p/h - 6M_x^p/h^2 \\
(\sigma_\theta)_i^p &= T_\theta^p/h + 6M_\theta^p/h^2 \\
(\sigma_\theta)_o^p &= T_\theta^p/h - 6M_\theta^p/h^2
\end{aligned}$$

..... 以上(2.15)

以上の方法によって求められた応力と変形は、やはりいずれも(2.11)式の両端単純支持条件を自動的に満足している。

次に、(2.12)式の両端自由の境界条件を応力と変形の誘導について述べる。上に述べた方法で求められた内力、モーメント等で(2.12)式を満足するのは、 $T_x^p$ と $M_x^p$ だけである。従って、両端自由条件の解を得るには基礎微分方程式(2.5)の斉次解を考える必要がある。そこでまず、たわみ  $w$  についての斉次解  $w^c$  [上添字  $c$  は斉次解を意味する] を

$$\begin{aligned}
w^c &= \operatorname{Re} C_0 A \mu_0^4 \cos \frac{\mu_0}{a} \left( x - \frac{l}{2} \right) \\
&+ \operatorname{Re} C_1 \xi(\mu_1, 1) \cos \frac{\mu_1}{a} \left( x - \frac{l}{2} \right) \cos(\theta - \zeta) \\
&+ \sum_{n=2}^{\infty} \operatorname{Re} C_n \xi(\mu_n, n) \cos \frac{\mu_n}{a} \left( x - \frac{l}{2} \right) \cos n(\theta - \zeta)
\end{aligned}$$

ここで、 $\xi(\mu_n, n) = A\mu_n^4 + 2U\mu_n^2 n^2 + Bn^4$

$\mu_0, \mu_1, \mu_n$  : 複素数

..... 以上(2.16)

と置き<sup>41)</sup> [ただし、 $\operatorname{Re}$ は複素数の実数部を意味する]、 $w \sim u$ 、 $w \sim v$  の関係式から  $x, \theta$  方向変位の斉次解  $u^c, v^c$  を求め、また(2.9)式から各内力、モーメントについての斉次解を求める。次に、先の特解と求めた斉次解を(2.12)式に代入して斉次解の未知定数  $C_0, C_1, C_n$  を決定し、そして特解と斉次解を加えることによって、(2.12)式の境界条件すなわち自由条件を満足する一般解が得られる。例えば、たわみ  $w^g$  [上添字  $g$  は一般解を意味する] について示すと

$$w^g = w^p + w^c \quad \text{..... (2.17)}$$

が(2.12)式を満たすたわみ  $w$  の解になる。同様にして  $x, \theta$  方向変位  $u^g, v^g$  を、また  $T_x^g$ ,

$M_x^g$  などの各内力、モーメントの一般解を求めることができるので

$$\begin{aligned} (\sigma_x)_i^g &= T_x^g/h + 6M_x^g/h^2 \\ (\sigma_x)_o^g &= T_x^g/h - 6M_x^g/h^2 \\ (\sigma_\theta)_i^g &= T_\theta^g/h + 6M_\theta^g/h^2 \\ (\sigma_\theta)_o^g &= T_\theta^g/h - 6M_\theta^g/h^2 \end{aligned}$$

..... 以上(2.18)

によって、(2.12)式を満足する $x, \theta$  方向の内外表面上の応力を求めることができる。従って、図 2-3(a) のように領域 $D_0$ と $D_0$ 内での固有歪分布 $g(x', \theta')$ が与えられ、しかも(2.14)式の積分が可能であれば(2.11)式及び(2.12)式の境界条件を満たす応力・変形式を上述の方法で求めることができる。

## 2.4 節 固有歪分布が周方向には一定で軸方向に矩形及び三角形の分布を持つモデルの応力と変形

前節では、薄肉円筒殻上の任意領域 $D_0$ に等方性固有歪 $g(x', \theta')$ が存在する場合の応力と変形を固有歪概念に基づいて求める一般論について述べた。本節では具体的な例題として、図2-4 と図2-5 のように薄肉円筒殻上の長方形領域 $2a\theta_0 \times 2\ell_0$  に周方向には一定で軸方向には固有歪の大きさが矩形分布あるいは三角形分布となる固有歪が存在する場合の応力・変形式を求める。〔以後、前者を矩形モデル、後者を三角形モデルと呼ぶ〕そして、数値計算によって固有歪分布形状、円筒殻寸法及び境界条件が応力と変形におよぼす影響について考察し、第4章での周方向溶接による残留応力と溶接変形の解析に役立てる。

### 2.4.1 矩形モデルの応力・変形式

ここでは、図 2-4のように薄肉円筒殻上の位置 $(x, \theta) = (\xi, \zeta)$  を中心とする長方形領域  $D_0 (2a\theta_0 \times 2\ell_0)$  に次式でわさられるような矩形分布の固有歪 $g(x', \theta')$ が存在する円筒

$$g(x', \theta') = \begin{cases} 0 & : x' < \xi - l_0 & , \theta' < \zeta - \theta_0 \\ g_0 & : \xi + l_0 \geq x' \geq \xi - l_0 & , \zeta + \theta_0 \geq \theta' \geq \zeta - \theta_0 \\ 0 & : x' > \xi + l_0 & , \theta' > \zeta + \theta_0 \end{cases}$$

..... (2.19)

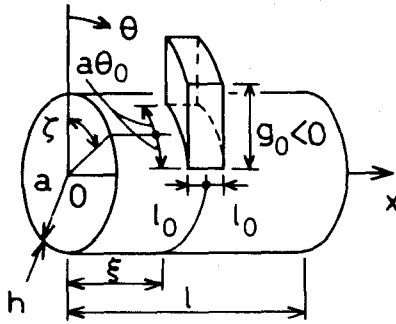


図2-4 長方形領域 $2a\theta_0 \times 2l_0$ に矩形状固有歪が存在する薄肉円筒殻 (矩形モデル)

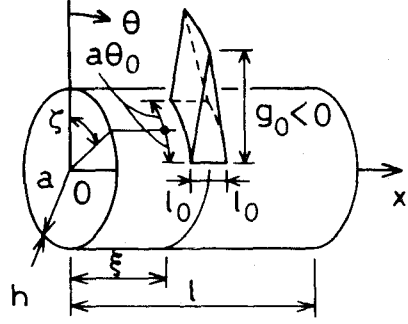


図2-5 長方形領域 $2a\theta_0 \times 2l_0$ に三角形状固有歪が存在する薄肉円筒殻 (三角形モデル)

殻の応力・変形式を導く。

たわみ変形 $w^p$ は、(2.14)式の $g(x', \theta')$ に(2.19)式を代入して、領域  $D_0 (2a\theta_0 \times 2l_0)$  について積分すると、次式のように求められる。

$$w^p = \frac{48(1+\nu)g_0 l_0 \theta_0 a}{\pi l e^2} \sum_{m=1}^{\infty} (SSS) \left[ \frac{1-\nu}{H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{w}}{H_{mn}} (SC) \right]$$

ここで、 $(SSS) = \sin \frac{m\pi\xi}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \frac{\sin(m\pi l_0/l)}{m\pi l_0/l}$

$$(SC) = \frac{\sin n\theta_0}{n\theta_0} \cos n(\theta - \zeta)$$

..... 以上(2.20)

同じ手順で、各変位、内力及びモーメントを求めると次式の結果が得られる。

$$u^p = -\frac{4(1+\nu)g_0 l_0 \theta_0 a}{\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} (SCS) \left[ \frac{\mu^4 + 6L'}{\mu H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{u}}{H_{mn}} (SC) \right]$$

$$\begin{aligned}
v^p &= \frac{8(1+\nu)g_0 l_0 \theta_0 a}{\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{v}}{H_{mn}} \quad (\text{SSS})(\text{SS}) \\
T_x^p &= -\frac{8Eg_0 l_0 \theta_0 h}{\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{T}_x}{H_{mn}} \quad (\text{SSS})(\text{SC}) \\
T_\theta^p &= -\frac{4Eg_0 l_0 \theta_0 h}{\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} (\text{SSS}) \left[ \frac{\mu^4}{H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{T}_\theta}{H_{mn}} \right] (\text{SC}) \\
S^p &= \frac{8Eg_0 l_0 \theta_0 h}{\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{S}}{H_{mn}} \quad (\text{SCS})(\text{SS}) \\
N_x^p &= -\frac{4Eg_0 l_0 \theta_0 h}{\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} (\text{SCS}) \left[ \frac{\mu^3}{H_{m0}} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{N}_x}{H_{mn}} \right] (\text{SC}) \\
N_\theta^p &= \frac{8Eg_0 l_0 \theta_0 h}{\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{N}_\theta}{H_{mn}} \quad (\text{SSS})(\text{SS}) \\
M_x^p &= -\frac{Eg_0 l_0 \theta_0 h^2}{3\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} (\text{SSS}) \left[ \frac{12\mu^2}{\epsilon^2 H_{m0}} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{M}_x}{H_{mn}} \right] (\text{SC}) \\
M_\theta^p &= -\frac{Eg_0 l_0 \theta_0 h^2}{3\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} (\text{SSS}) \left[ \frac{12\nu\mu^2}{\epsilon^2 H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{M}_\theta}{H_{mn}} \right] (\text{SC}) \\
\pi^p &= -\frac{2Eg_0 l_0 \theta_0 \epsilon h^2}{3\pi l} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{\pi}}{H_{mn}} \quad (\text{SCS})(\text{SS})
\end{aligned}$$

$$\text{ここで、} (\text{SCS}) = \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos \frac{m\pi x}{l} \frac{\sin(m\pi l_0/l)}{m\pi l_0/l}$$

$$(\text{SS}) = \frac{\sin n\theta_0}{n\theta_0} \sin n(\theta - \zeta)$$

..... 以上(2.21)

(2.20)式、(2.21)式と(2.15)式を使用すれば両端単純支持条件の矩形モデルの応力と変形が計算できる。また、2.3節と同じ方法で両端自由条件の応力と変形が計算できる。

## 2.4.2 三角形モデルの応力と変形式

次に、図 2-5に示すように位置 $(x, \theta) = (\xi, \zeta)$ を中心とする長方形領域 $D_0$  ( $2a\theta_0 \times 2\ell_0$ ) に周方向には一定で軸方向には

$$g(x', \theta') = \begin{cases} 0 & : x' < \xi - \ell_0 \\ g_0 (x' - \xi + \ell_0) / \ell_0 & : \xi \geq x' \geq \xi - \ell_0 \\ -g_0 (x' - \xi - \ell_0) / \ell_0 & : \xi + \ell_0 \geq x' \geq \xi \\ 0 & : x' > \xi + \ell_0 \end{cases} \dots (2.22)$$

の三角形分布を持つ固有歪 $g(x', \theta')$ が薄肉円筒殻上に存在するモデルの応力・変形式を求める。矩形モデルの場合と同様に、(2.14)式の $g(x', \theta')$ に(2.22)式を代入して積分すると三角形モデルのたわみ変形の特解 $w^p$ が次式のように求められる。

$$w^p = \frac{48(1+\nu)g_0 \ell_0 \theta_0 a}{\pi \ell e^2} \sum_{m=1}^{\infty} (\text{SSC}) \left[ \frac{1-\nu}{H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{w}}{H_{mn}} (\text{SC}) \right]$$

ここで、 $(\text{SSC}) = \sin \frac{m\pi\xi}{\ell} \sin \frac{m\pi x}{\ell} \frac{1 - \cos(m\pi\ell_0/\ell)}{(m\pi\ell_0/\ell)^2}$

..... (2.23)

この結果と矩形モデルのたわみ変形(2.20)式を比較すると、(2.20)式の(SSS)を(2.23)式の(SSC)に置換することによって(2.23)式が得られるのがわかる。三角形モデルの各変位、内力及びモーメントもたわみ変形と同様に、(2.7)、(2.8)式と(2.10)式のグリーン関数を用いて計算できる。計算の結果によれば、三角形モデルの他の各変位、内力、モーメントの諸式は(2.21)式において(SSS)の項を含むものは(SSC)に、また(SCS)の項を含むものは次式の(SCC)に置換したものに完全に合致する。

$$(\text{SCC}) = \sin \frac{m\pi\xi}{\ell} \cos \frac{m\pi x}{\ell} \frac{1 - \cos(m\pi\ell_0/\ell)}{(m\pi\ell_0/\ell)^2} \dots (2.24)$$

従って、三角形モデルの各変位、内力等の計算結果の例記は省略する。また、両端自由の境界条件についての変位、内力等は矩形モデルの場合と同様に2.3節で述べた手順で求められる。

### 2.4.3 矩形及び三角形モデルによる応力と変形の計算例

2.4.1, 2.4.2 節では薄肉円筒殻上の任意位置( $\xi, \zeta$ ) を中心とする長方形領域 $D_0$  ( $a\theta_0 \times 2\varrho_0$ ) に板厚方向と周方向には一定の等方性固有歪が存在する矩形モデル (図2-4) と三角形モデル (図2-5) の変位、内力及びモーメントを導出した。ここでは、それらの諸式を用いて、薄肉円筒殻の中央断面( $\xi=l/2$ ) の全周( $\theta_0 = \pi$ ) に矩形と三角形分布の固有歪が存在する場合の応力と変形の数値計算例を示す。そして、次の各要因が応力・変形におよぼす影響について考察する。

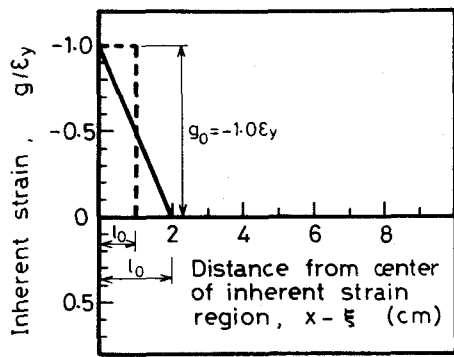
- (a) 固有歪分布形状
- (b) 固有歪領域幅 $\varrho_0$
- (c) 円筒殻板厚 $h$
- (d) 円筒殻長  $l$
- (e) 境界条件

#### (a) 固有歪分布形状の影響

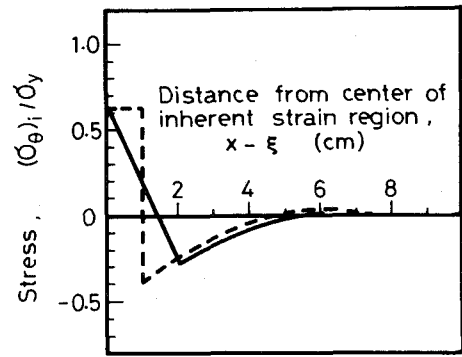
図2-6(a)の破線と実線は、矩形モデルと三角形モデルの応力と変形の数値計算に使用した固有歪分布である。二つの固有歪分布においては、固有歪の最大値 $g_0$ と固有歪の総和をそれぞれ等しくしている。数値計算は、 $a=10\text{cm}$ ,  $h=0.5\text{cm}$ ,  $l=20\text{cm}$ ,  $\xi=10\text{cm}$ ,  $\theta_0 = \pi$  の寸法諸元で単純支持条件について行った。図2-6 の(b) ~ (f) は応力とたわみについての結果であるが、矩形モデルの結果は破線、三角形モデルの結果は実線で示されている。

まず、図2-6 (b), (c) の  $\theta$  方向外表面応力 $(\sigma_\theta)_i / \sigma_y$ ,  $(\sigma_\theta)_o / \sigma_y$  [ $\sigma_y$ : 円筒殻材の降伏応力] について述べる。固有歪発生領域内の応力分布は固有歪分布形状の影響を受けて、固有歪分布に類似した応力分布になっている。しかし、固有歪領域外の応力分布には差がほとんど認められない。

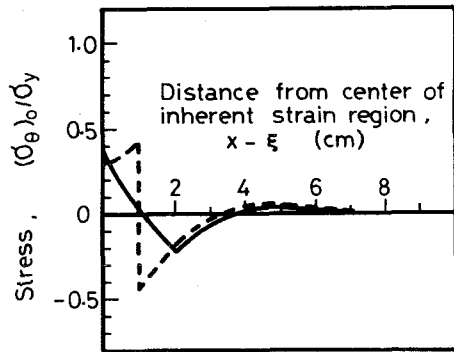
次に、図2-6 (d), (e) の  $x$  方向内外表面応力 $(\sigma_x)_i / \sigma_y$ ,  $(\sigma_x)_o / \sigma_y$  は、両固有歪分布の領域幅 $\varrho_0$  が2倍異なるにもかかわらず、応力分布には、固有歪分布形状の影響がわずかに認められる程度である。内力 $T_x$  は (2.21) 式のように非軸対称項のみから成るので、 $\theta_0 = \pi$  の軸対称問題では $T_x = 0$  になる。従って、(2.15)式で求められる  $x$  方向応力は



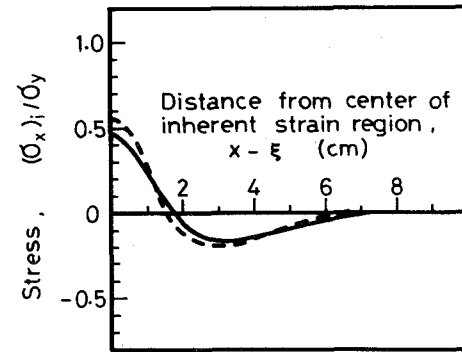
(a)



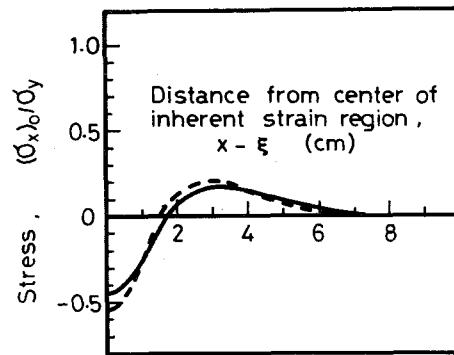
(b)



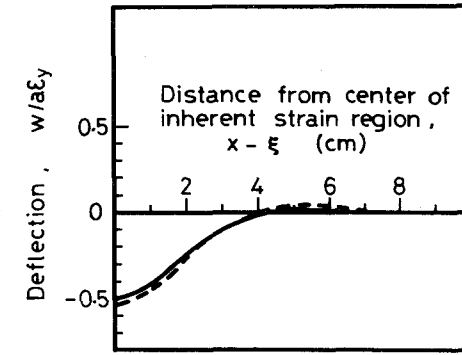
(c)



(d)



(e)



(f)

図2-6 固有歪分布形状が応力と変形におよぼす影響 [(a)固有歪分布、(b),(c)周方向内外表面応力、(d),(e)軸方向内外表面応力、(f)たわみ変形]

曲げ応力 $6M_x/h^2$ のみに依存し、しかも内外表面上の応力は逆符号であるから大きな応力差 $12M_x/h^2$ を生じる。図2-6 (d) と(e) の両破線の応力差が $12M_x/h^2$ になる。実線角形モデルの $x$  方向応力についても同様のことが言える。参考までに、 $\theta$  方向内外表面の応力差についても考察してみると、 $\theta_0=\pi$ の軸対称問題では(2.21)式から $M_\theta=\nu M_x$ となる。従って、(2.15)式から応力差は $12M_\theta/h^2=12\nu M_x/h^2$ となり、 $\theta$  方向内外表面応力差は $x$  方向の応力差の $\nu=0.3$ 倍になる。

図2-6(f)はたわみ $w/a\epsilon_y$ の分布におよぼす固有歪分布形状の影響を示したものであるが、 $x$  方向応力と同様、固有歪分布形状の影響はほとんど認められない。固有歪領域近傍での負のたわみは負の固有歪の存在によって、薄肉円筒殻表面がその中心方向に変位することを意味している。

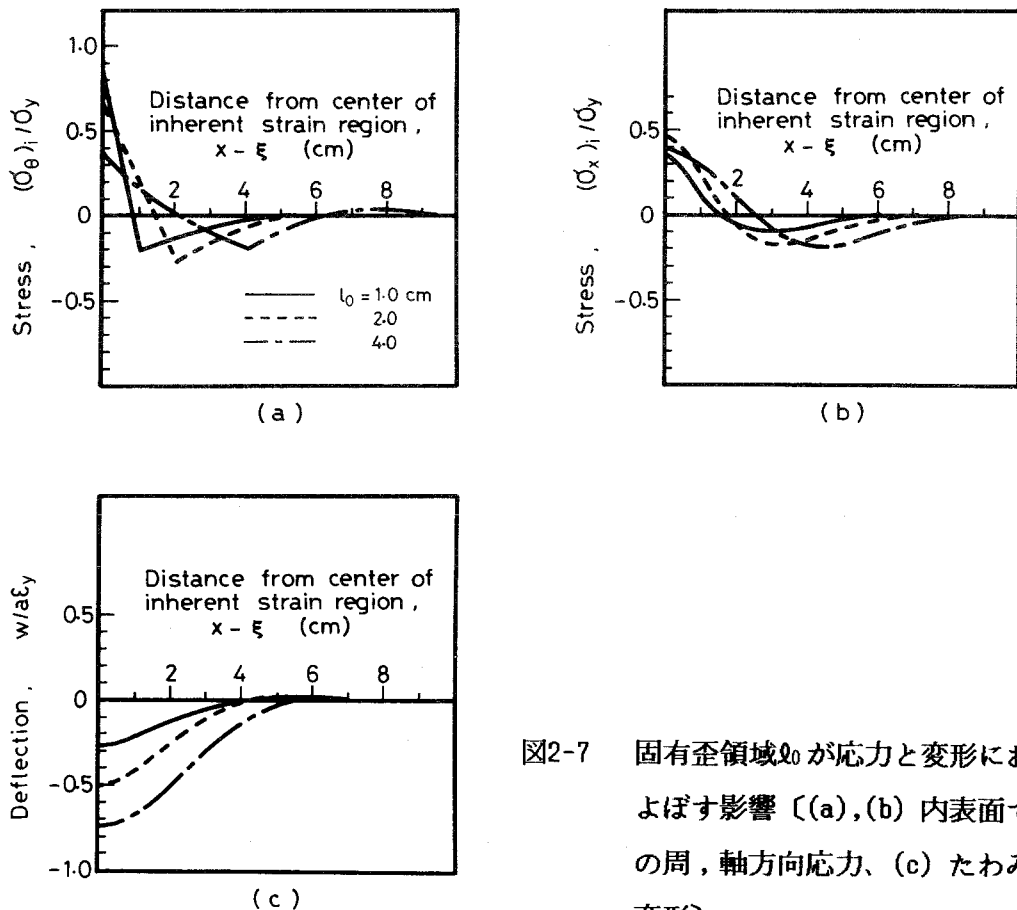


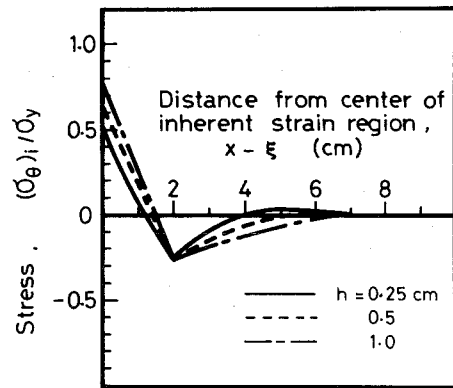
図2-7 固有歪領域 $l_0$ が応力と変形におよぼす影響 [(a),(b) 内表面での周, 軸方向応力, (c) たわみ変形]



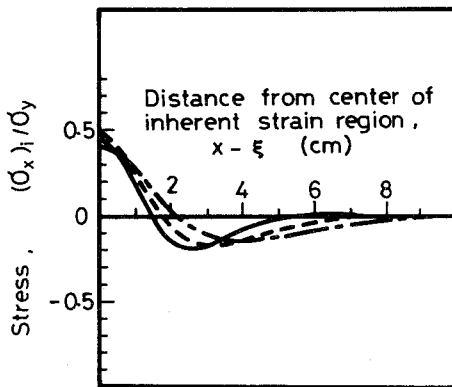
以上の考察から、固有歪分布形状の影響を大きく受けるのは固有歪領域内の $\theta$ 方向応力のみで、それ以外の応力・変形は固有歪分布形状の影響をあまり受けないことが明らかになった。

(b) 固有歪領域幅 $l_0$ の影響

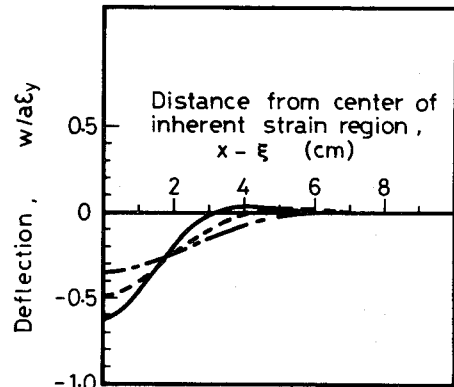
次に、三角形モデルによって、固有歪領域幅 $l_0$ が応力と変形におよぼす影響について述べる。数値計算は図2-6と同じ円筒殻寸法で、三角形固有歪が $g_0 = -1.0\epsilon_y$ 、 $l_0 = 1.0, 2.0$ 及び $4.0\text{cm}$ の条件について行った。図2-7(a)の $\theta$ 方向内表面応力の計算結果によると、 $l_0$ が大きくなると $x-\xi=0$ の引張応力値は単調に低下し、応力の発生領域は大きくなる傾向にある。図2-7(b)の $x$ 方向応力も $l_0$ が大きくなると応力の発生領域は大きくなる傾向が認められる。一方、またここには示さないが多くの計算結果から $x-\xi=0$ に生じる最大引張応力に関しては、 $l_0$ がある値の時に最大値を示すようである。図2-7(c)のたわみについては、 $l_0$ が大きくなるとたわみ発生領域、 $x-\xi=0$ での最大たわみは、ともに大きくなる。



(a)



(b)



(c)

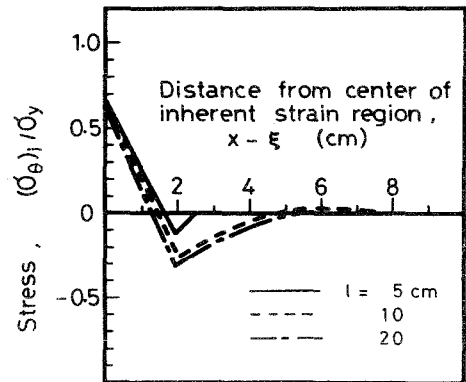
図2-8 板厚 $h$ が応力と変形におよぼす影響 [(a), (b) 内表面での周, 軸方向応力 (c) たわみ変形]

(c) 円筒殻板厚 $h$ の影響

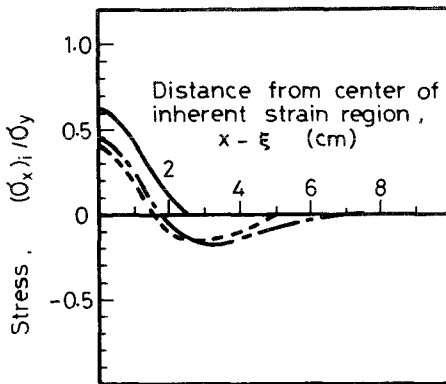
図2-8(a),(b),(c)は図2-6と同じ計算条件の三角形モデルによって、板厚 $h$ が応力と変形におよぼす影響を示したものである。板厚 $h$ が厚くなると多くの計算結果によれば、応力と変形の発生領域はいずれも大きくなる傾向にある。また、 $x-\xi=0$ の $\theta$ 方向応力は板厚 $h$ が厚くなると、それにしたがって大きくなる。 $x$ 方向応力は $h$ がある値で最大値を示し、たわみは単調に減少する傾向が認められる。

(d) 円筒殻長さ $l$ の影響

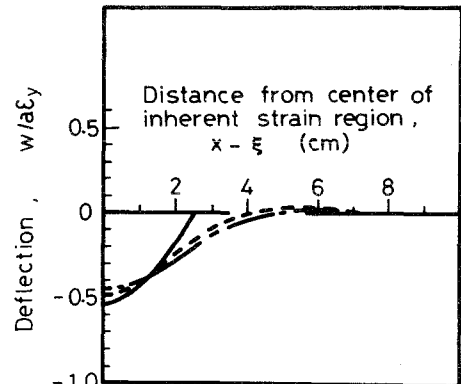
図2-9(a),(b),(c)は図2-6の同じ寸法諸元の三角形モデルによって長さ $l$ の影響を示したものである。境界条件は両端単純支持である。その結果によると、長さ $l$ が極端に短い場合を除いて、応力と変形は長さ $l$ の影響をあまり受けないようである。この計算条件では、 $l$ が長くなっても $x-\xi > 8$ での応力と変形はゼロであるから、長さ $l$ が $l > 16$ の範囲では応力と変形は長さ $l$ の影響を受けないと結論することができる。



(a)

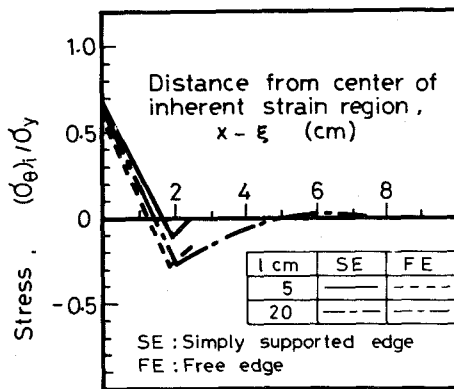


(b)

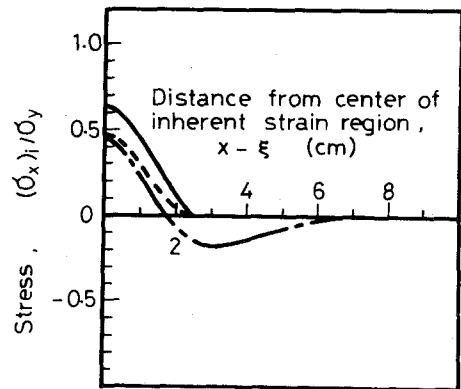


(c)

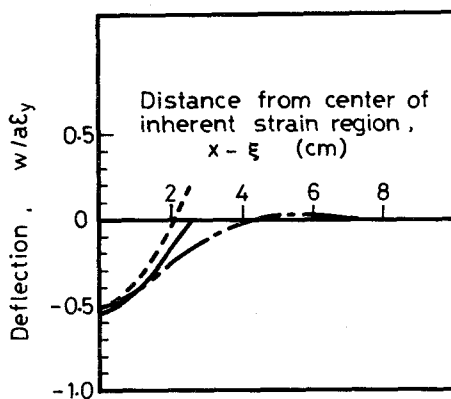
図2-9 長さ $l$ が応力と変形におよぼす影響 [(a),(b) 内外表面での周, 軸方向応力 (c) たわみ変形]



(a)



(b)



(c)

図2-10 境界条件が応力と変形におよぼす影響 [(a), (b) 内表面での周, 軸方向応力 (c) たわみ変形]

### (e) 境界条件の影響

図2-6 から図2-9 はいずれも両端単純支持条件についての計算結果を示したものであるが、図2-10は図2-6 と同じ寸法諸条件の三角形モデルを用いて、境界条件の違いが応力と変形におよぼす影響を調べたものである。図からわかるように、長さ  $l$  が短

い場合は $\theta$  方向応力とたわみについては端部付近での結果に、また $x$  方向応力については $x-\xi=0$  付近の結果に境界条件の影響が現れる。なお、両端自由条件では、端部のたわみが正となる現象、すなわち直径が大きくなるのは興味ある現象である。応力と変形が長さ $l$  の影響を受けないような範囲〔図2-10の条件では $l > 16\text{cm}$ 〕では当然のことながら応力と変形には境界条件の影響は認められない。

## 2.5 節 固有歪分布が軸方向では一定で周方向に矩形及び三角形の分布を持つモデルの応力と変形

2.4 節では、固有歪が周方向には一定で、軸方向に矩形あるいは三角形分布を持つ矩形モデルと三角形モデルの応力・変形式を誘導し、固有歪分布、円筒殻寸法などが応力と変形におよぼす影響を数値計算によって明らかにした。

本節では、軸方向には一定で周方向に矩形と三角形分布を持つ固有歪が存在する薄肉円筒殻の応力・変形式を2.4 節と同様な考え方、方法で誘導する。そして、それらの諸式を使用した数値計算によって、固有歪分布、円筒殻寸法及び境界条件等が応力と変形におよぼす影響を明らかにする。

### 2.5.1 矩形モデルの応力・変形式

図2-11に示すように、円筒殻上の任意位置 $(\xi, \zeta)$  を中心とする長方形領域 $2l_0 \times 2a_0$  に板厚方向には一定で、次式に示す固有歪 $g(x', \theta')$ が存在する矩形モデルの応力・

$$g(x', \theta') = \begin{cases} 0 & : \theta' < \zeta - \theta_0 & , & x' < \xi - l_0 \\ g_0 & : \zeta + \theta_0 \geq \theta' \geq \zeta - \theta_0 & , & \xi + l_0 \geq x' \geq \xi - l_0 \\ 0 & : \theta' > \zeta + \theta_0 & , & x' > \xi + l_0 \end{cases} \dots\dots\dots (2.25)$$

変形式を誘導するのであるが、(2.25)式と(2.19)式は全く同じ内容の式である。つまり、図2-4 と図2-11の両矩形モデルは全く同じモデルである。従って、図2-11に示す

矩形モデルの各変位、内力モーメントは(2.20), (2.21) 式を用いて計算でき、内外表面応力も(2.15)式によって計算できる。

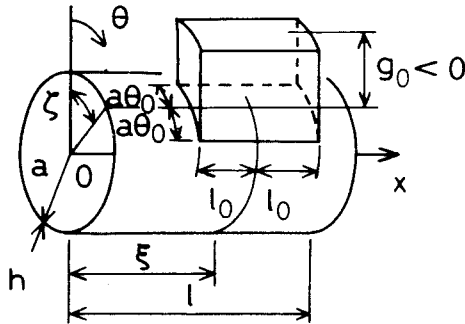


図2-11 長方形領域 $2l_0 \times 2a\theta_0$ に矩形状固有歪が存在する薄肉円筒殻 (矩形モデル)

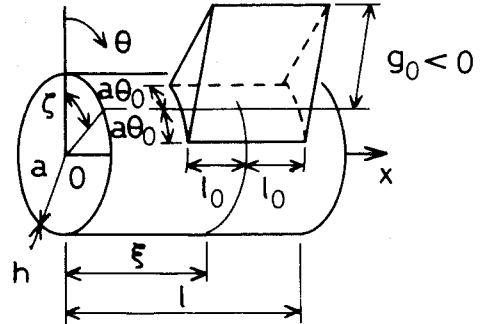


図2-12 長方形領域 $2l_0 \times 2a\theta_0$ に三角形状固有歪が存在する薄肉円筒殻 (三角形モデル)

### 2.5.2 三角形モデルの応力・変形式

次に、図2-12に示すように薄肉円筒殻上の位置 $(\xi, \zeta)$ を中心とする長方形領域 $2l_0 \times 2a\theta_0$ に軸方向には一定で、周方向には、次式の三角形分布を持つ固有歪 $g(x', \theta')$

$$g(x', \theta') = \begin{cases} 0 & : \theta' < \zeta - \theta_0 \\ g_0 (\theta' - \zeta + \theta_0) & : \zeta - \theta_0 \leq \theta' \leq \zeta \\ -g_0 (\theta' - \zeta - \theta_0) & : \zeta \leq \theta' \leq \zeta + \theta_0 \\ 0 & : \zeta + \theta_0 < \theta' \end{cases} \quad \dots\dots (2.26)$$

が存在する三角形モデルの応力・変形式について述べる。たわみ $w$ の特解 $w^p$ は(2.26)式を(2.14)式に代入して積分すると、次式のように求められる。

$$w^p = \frac{48(1+\nu)g_0 l_0 \theta_0 a}{\pi l \epsilon^2} \sum_{n=1}^{\infty} (SSS) \left[ \frac{1}{2} \frac{1-\nu}{H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{w}}{H_{mn}} (CC) \right]$$

$$\text{ここで、} (CC) = \frac{1 - \cos n\theta_0}{(n\theta_0)^2} \cos n(\theta - \zeta) \quad \dots\dots\dots (2.27)$$

上式と矩形モデルのたわみ(2.20)式の比較からわかるように、(2.20)式の〔 〕内の第一項に $\frac{1}{2}$ を乗じ、(SC)を(CC)に置き換えることによって(2.27)式が得られることがわかる。他の各変位、内力、モーメントもたわみと同様にそれぞれのグリーン関数を用いて計算できる。それらの結果は、先のたわみ(2.27)式と(2.20)式の関係と同様に、(2.21)式において〔 〕を含むものはその中の第一項に $\frac{1}{2}$ を乗じ、(SC)は(CC)に、また(SS)は次式で示す(CS)に置換したものに完全に合致する。ここでは、図2-12

$$(CS) = \frac{1 - \cos n\theta_0}{(n\theta_0)^2} \sin n(\theta - \zeta) \dots\dots\dots (2.28)$$

に示す三角形モデルの各変位、内力、及びモーメントの諸式を例記するのは省略する。また、それらの内力、モーメントを(2.15)式に代入すれば両端単純支持条件についての内外表面上の各応力を計算することができる。(2.12)式で示される両端自由条件の応力・変形についても、2.3 節で述べたように斉次解を求めて、特解すなわち上記の単純支持条件についての結果と加え合せて求められる。

### 2.5.3 矩形及び三角形モデルによる応力と変形の計算例

2.5.1 節では、図2-11の矩形モデルは図2-4 の矩形モデルと同じものであり、その応力と変形は(2.20)、(2.21)及び(2.15)式によって計算できることを述べた。また、2.5.2 節では図2-12の三角形モデルの応力・変形式の誘導手順を述べ、それらの結果は(2.20)、(2.21) 式の一部を修正・置換した結果と合致することを述べて図2-12の三角形モデルの応力と変形の計算を可能にした。

本節では、図2-11の矩形モデルと図2-12の三角形モデルにおいて、 $l_0 = l/2$ の場合、すなわち円筒殻の軸方向全長に固有歪が存在する場合の応力と変形の数値計算を行い、2.4.3 節と同様に固有歪分布、円筒殻寸法及び境界条件が応力と変形におよぼす影響を明らかにする。なお、数値計算にあたっての境界条件は、次の(a) 固有歪分布形状の影響から(d) 円筒殻長 $l$  の影響まではすべて(2.11)式で示される単純支持条件である。

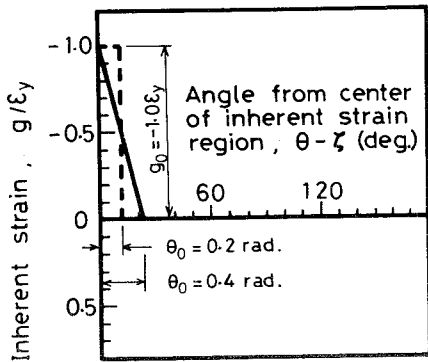
### (a) 固有歪分布形状の影響

図2-13(a) は数値計算に用いた固有歪分布を示したもので、固有歪領域の中心 $\theta-\xi=0$ における最大固有歪 $g_0=-1.0\epsilon_y$ と矩形と三角形の面積をそれぞれ等しくしてある。数値計算は一例として $a=10\text{cm}$ ,  $h=0.5\text{cm}$ ,  $l=20\text{cm}$ ,  $l_0=10\text{cm}$ の寸法諸元について行った。図2-13(b)～(f)は中央断面 $x=l/2$ の応力と変形についての結果で、破線は矩形モデル、実線は三角形モデルについてのものである。

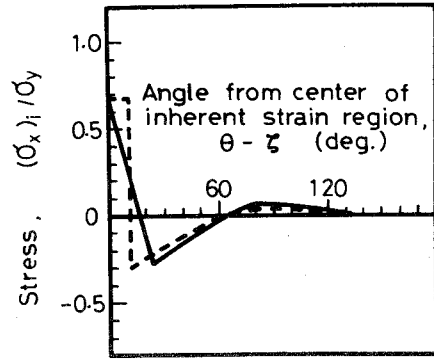
図2-13(b),(c)は円筒殻中央断面 $x=l/2$ での内外表面上の $x$ 方向応力分布を示したものである。固有歪領域内の応力分布は固有歪分布に類似した分布になり、固有歪分布形状の影響が顕著に現われる。固有歪領域中央付近は引張応力を示し、その値は内表面の方が大きい。固有歪領域以外の $x$ 方向応力には固有歪分布形状の影響は認められない。また、固有歪領域のすぐ外側に最大圧縮応力を生じ、その値は矩形モデルの外表面での値が最も大きい。これらの傾向は図2-6(b)と(c)に示した結果と全く同じ傾向にある。図2-13(d),(e)は $\theta$ 方向応力の結果を示したものである。破線と実線で示された応力分布形状はほぼ一致するが、応力値に僅かの差がある。この差は主に膜応力( $=T_\theta/h$ )の違いに起因するもので、矩形モデルの膜応力は三角形モデルのそれより小さな値である。図2-13(f)はたわみ $w/a\epsilon_y$ の結果である。実線と破線はほぼ一致し、たわみは固有歪分布形状の影響をほとんど受けないと言える。以上の結果から、固有歪分布形状の影響を大きく受けるのは、固有歪領域内 $\theta<\theta_0$ の $x$ 方向応力だけであると結論できる。また、この結果は2.4.3節(a)で示した図2-4,2-5の矩形及び三角形モデルの応力・変形についての結果に一致する。

### (b) 固有歪領域幅 $a\theta_0$ の影響

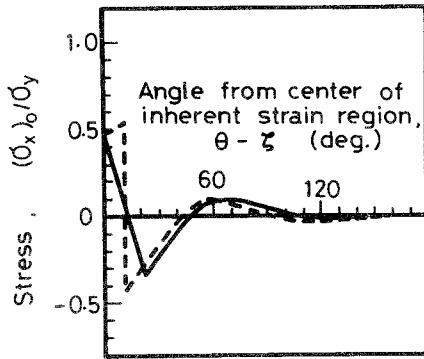
図2-14は、図2-13と同じ寸法の三角形モデルによって、固有歪領域幅  $a\theta_0$ が中央断面の $x, \theta$ 方向内表面応力 $(\sigma_x)_i/\sigma_y, (\sigma_\theta)_i/\sigma_y$ とたわみ変形 $w/a\epsilon_y$ におよぼす影響を示す計算結果である。 $\theta_0$ が大きくなると、 $x$ 方向については、固有歪領域の中心 $\theta-\xi=0$ での引張応力が低下し、引張応力の発生領域が広がる傾向にある。 $\theta$ 方向応力については $\theta-\xi=0$ での引張応力値が大きくなるが、引張応力の発生領域はあまり変化しない。たわみについても、 $\theta$ 方向応力と同様の傾向が認められ、 $\theta_0$ が大きくなると $\theta-\xi=0$ のたわみは大きくなるが、負のたわみ発生領域はあまり大きく変化しない。



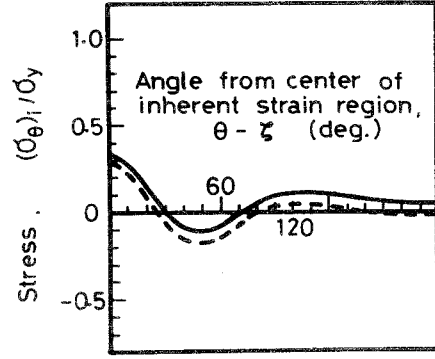
(a)



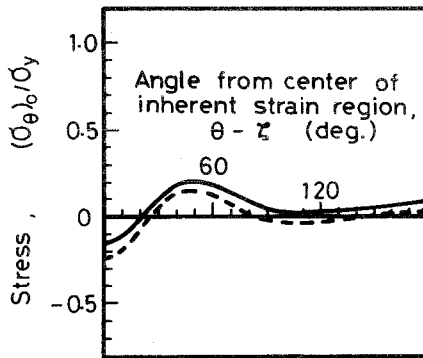
(b)



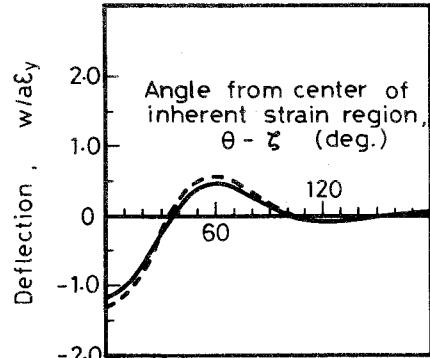
(c)



(d)



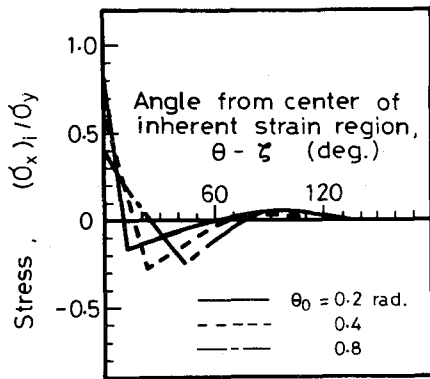
(e)



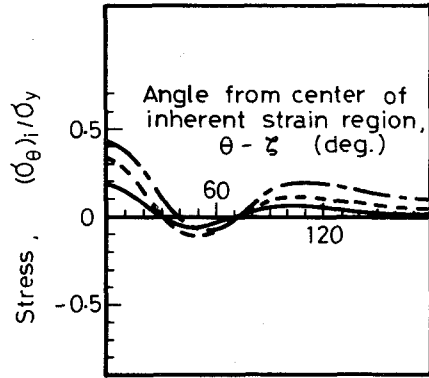
(f)

図2-13 固有歪分布形状が応力と変形におよぼす影響 [(a) 固有歪分布、(b),(c) 軸方向内外表面応力、(d),(e) 周方向内外表面応力、(f) たわみ変形]

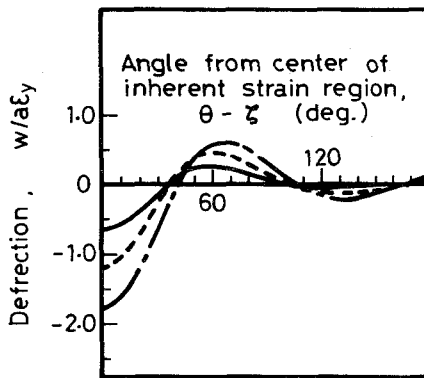




(a)



(b)



(c)

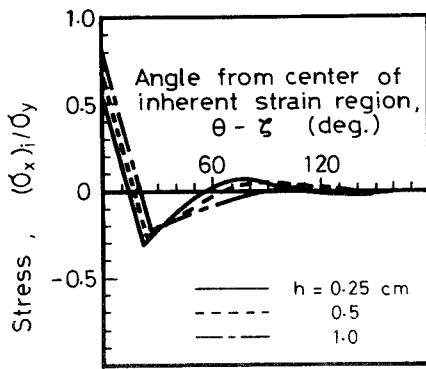
図2-14 固有歪領域幅 $a\theta_0$  が応力と変形におよぼす影響 [(a),(b) 内表面での軸、周方向応力、(c) たわみ変形]

### (c) 円筒殻板厚 $h$ の影響

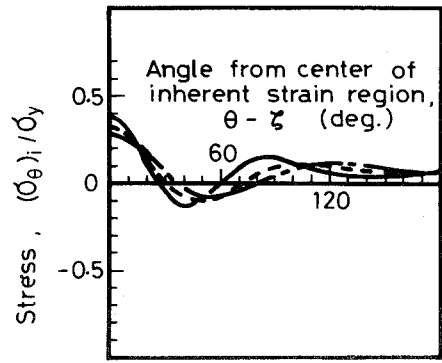
図2-15(a),(b),(c) は図2-13と同じ計算条件の三角形モデルを使用して、板厚 $h$ が中央断面( $x=l/2$ )の応力と変形におよぼす影響を示したものである。板厚 $h$ が厚くなると応力と変形の発生領域は広がる傾向にある。また、僅かではあるが $\theta - \zeta = 0$ の $x$ 方向応力は大きく、 $\theta$ 方向応力とたわみ変形は小さくなるようである。

### (d) 円筒殻長 $l$ の影響

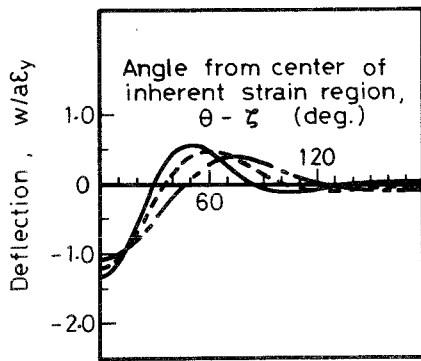
図2-16(a) ~ (e) は中央断面の応力と変形におよぼす円筒殻長 $l$ の影響を示した計



(a)



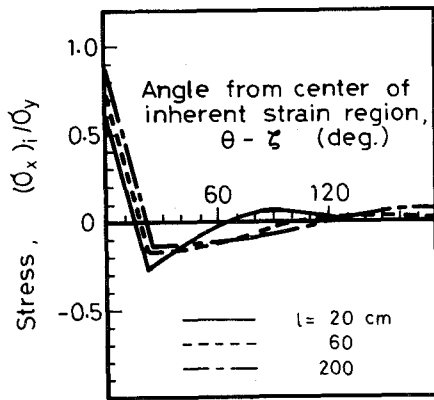
(b)



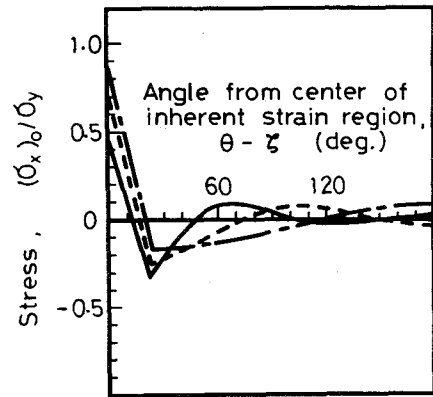
(c)

図2-15 板厚 $h$  が応力と変形におよぼす影響 [(a),(b) 内表面での軸、周方向応力、(c) たわみ変形]

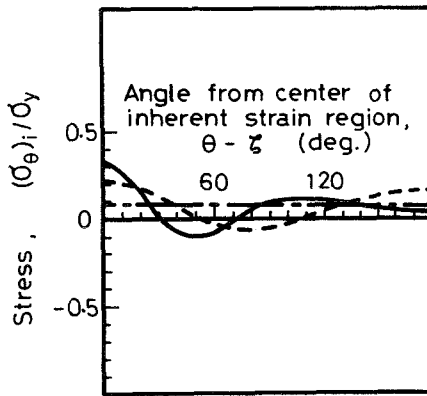
算結果で、長さ $l$  の値以外は図2-13の計算条件と同じである。図2-16(a),(b) は内外表面上の $x$  方向応力、同図(c),(d) は $\theta$  方向応力の計算結果である。長さ $l$  が長くなると次のことが言える。 $\theta - \zeta = 0$  の $x$  方向応力は大きくなるがある値に飽和する傾向にある。 $\theta - \zeta = 0$  の $\theta$  方向応力は逆に小さくなり、角度 $\theta$  に関係なく一定値になる。しかも、その応力値は $x$  方向応力に比べて十分に小さい。また長さ $l$  が長くなると、 $x, \theta$  方向応力ともに内外表面の応力はほぼ同じ値になる。図2-16(e) はたわみについての結果である。長さ $l$  が長くなるとともに、たわみは全体的に大きくなり、その分布形は $-\cos(\theta - \zeta)$  の余弦曲線と相似な分布になる。なお、長さ $l$  が応力におよぼす影響で



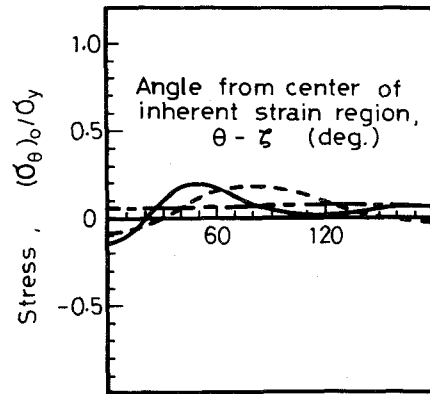
(a)



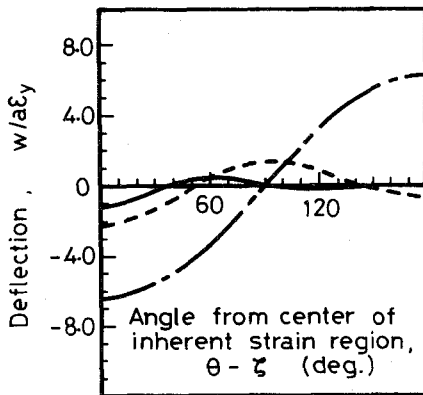
(b)



(c)



(d)



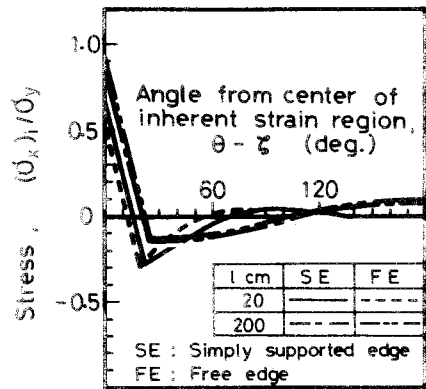
(e)

図2-16 長さ $l$  が応力と変形におよぼす影響 [(a),(b) 軸方向内外表面応力 (c),(d) 周方向内外表面応力、(e) たわみ変形]

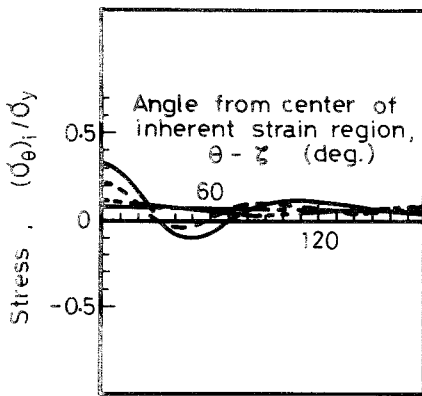
注意を必要とするのは、次の事項である。図2-5の三角形モデルによる応力は図2-9(a),(e)に示したように長さ $l$ が10~20cmになると長さ $l$ の影響を受けない。ところが、同じ断面寸法の図2-12に示す三角形モデル( $l_0=l/2$ )の中央断面における応力は、図2-18(a)~(d)に示した計算結果から推察できるように長さ $l$ が相当長くないと応力への影響は無視できないことである。

(e) 境界条件の影響

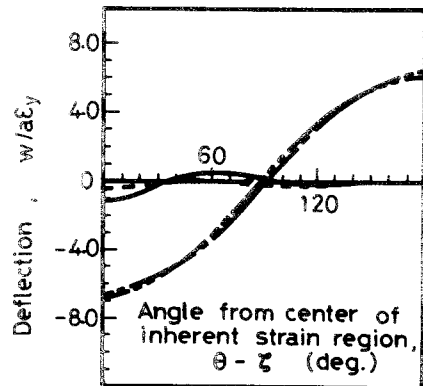
いままでに議論した数値計算結果は、いずれも円筒殻両端の境界条件が(2.11)式で示される単純支持条件についてのものである。ここでは、(2.12)式の自由条件についての計算結果と単純支持条件についての計算結果を比較検討する。図2-17は図2-13と同じ計算条件で、長さ $l$ と境界条件が中央断面の応力と変形におよぼす影響を示す計



(a)



(b)



(c)

図2-17 境界条件が応力と変形におよぼす影響 [(a),(b) 内表面での軸, 周方向応力, (c) たわみ変形]

算結果である。その結果によれば、応力が長さ $l$ の影響を受けないほどの長さであれば応力と変形は、ともに境界条件の影響をほとんど受けない。短い場合は、応力と変形は境界条件によって多少変化し、 $\theta-\xi=0$ の応力と変形については単純支持よりも自由の方が値が小さい傾向にある。

## 2.6節 結 論

円筒殻熱応力問題のグリーン関数を固有歪問題に適用して、薄肉円筒殻上の任意領域 $D_0$ に等方性固有歪が存在するような一般的な場合について、応力と変形の解析手法を示した。

次に、具体的な解析例として、まず固有歪分布が板厚方向と周方向には一定である矩形モデル（図2-4）と三角形モデル（図2-5）の各変位、内力およびモーメントの諸式を導き出した。そして、これらの諸式を用いた数値計算によって固有歪分布、円筒殻寸法及び境界条件が応力と変形におよぼす影響を明らかにした。数値計算によって得られた結果を要約すると、次のようになる。

- (1) 固有歪領域内の $\theta$ 方向応力分布には固有歪分布形状の影響が認められ、固有歪分布形状に類似した応力分布形状になる。しかし、固有歪領域以外の $\theta$ 方向応力には固有歪分布形状の影響はほとんど認められない。 $x$ 方向応力とたわみ変形は、固有歪領域の内外にかかわらず、固有歪分布形状の影響をほとんど受けない。固有歪領域 $l_0$ が大きくなると、応力と変形の発生領域は大きくなる。また固有歪領域の中央( $x-\xi=0$ )でのたわみは大きくなるが、 $\theta$ 方向応力は逆に低下する。 $x$ 方向応力は $l_0$ がある値の時に最大値を持つ。
- (2) 板厚 $h$ が厚くなると、応力と変形の発生領域は広くなる傾向にある。そして、固有歪領域中央での、たわみは減少するが、 $\theta$ 方向応力は大きくなる。 $x$ 方向応力は $h$ がある値で最大値を示す。円筒殻長さ $l$ が短い場合、端部付近の応力と変形は当然ながら $l$ の影響を受ける。

しかし、応力と変形は固有歪領域を中心とするある限られた領域内に発生するので、長さ $l$ が少し長くなると $l$ の影響は全くなくなる。例えば、 $a=10\text{cm}$ ,  $h=0.5$

cm,  $l_0 = 2\text{cm}$  では  $l = 16\text{cm}$  以上になれば応力・変形は  $l$  の影響を受けなくなる。

- (3) 円筒殻長が短い場合は、 $\theta$  方向応力とたわみについては端部付近の値に、また  $x$  方向応力については固有歪領域中央の計算結果に境界条件の影響が現われる。

また、固有歪分布が板厚方向と軸方向には一定である矩形モデル (図2-11) は図2-4 の矩形モデルと同じであることを述べるとともに、三角形モデル (図2-12) の各変位、内力及びモーメントの諸式を導出し、数値計算によって固有歪分布形状、円筒殻寸法及び境界条件が中央断面の応力と変形におよぼす影響を明らかにした。得られた結果は、次の通りである。

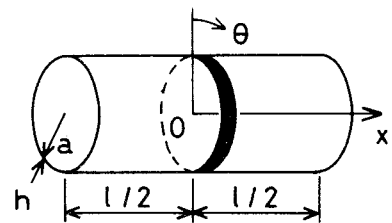
- (4) 固有歪領域内の  $x$  方向応力分布は固有歪分布形状の影響を受け、固有歪分布に類似の応力分布になる。しかし、固有歪領域外の  $x$  方向応力及び  $\theta$  方向応力とたわみ変形は固有歪分布形状の影響をほとんど受けない。また固有歪領域  $a\theta_0$  が大きくなると、固有歪領域中央での、 $x$  方向応力は小さくなるが  $\theta$  方向応力とたわみは大きくなる。
- (5) 板厚  $h$  が厚くなると、応力と変形の発生する領域が広がる。そして、僅かであるが固有歪領域中央の  $x$  方向応力は大きく、 $\theta$  方向応力とたわみは小さくなる。長さ  $l$  が長くなると固有歪領域中央での  $x$  方向応力とたわみは大きくなるが、 $x$  方向応力はある値に飽和する。 $\theta$  方向応力は低下してある値の一様分布になる。そして、長さ  $l$  が十分に長い場合は  $x$ 、 $\theta$  方向応力ともに内外表面の応力差は無視でき、 $\theta$  方向応力の値自体も十分小さく無視できる。たわみ変形は  $-\cos(\theta - \zeta)$  の余弦曲線と相似な分布になる。
- (6) 円筒殻の長さ  $l$  が長い場合は中央断面の応力と変形には境界条件の影響は認められないが、短い場合は、固有歪領域中央の応力と変形は単純支持よりも自由の方が値が小さいようである。

### 第3章 薄肉円筒殻の溶接による固有歪、 残留応力及び変形についての実験

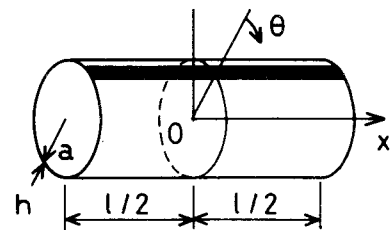
#### 3.1 節 緒 言

第2章では、固有歪概念に基づいて薄肉円筒殻上の任意領域に固有歪 $g(x', \theta')$ が存在する場合の応力・変形式の誘導法を示した。そして、具体的な解析例として二つの代表的な固有歪分布形状を考えた。すなわち、矩形モデルと三角形モデルの場合の応力・変形式を導出するとともに、数値計算によって固有歪分布形状、円筒殻寸法などの影響について考察した。

本章では、平均半径 $a$ 、板厚 $h$ 、長さ $l/2$ の薄肉円筒殻2本を図3-1(a)に示すように全周溶接した場合、ならびに図3-1(b)に示すように長さ $l$ の薄肉円筒殻を全長溶接した場合の固有歪、残留応力及び変形の諸特性を実験的に明らかにし、第4章での残留応力と溶接変形の解析に役立てる。まず実験方法について記述し、次に全周溶接についての実験結果を示して固有歪、残留応力及び溶接変形におよぼす溶接入熱、円筒殻寸法の影響などを明らかにしている。全長溶接についても全周溶接の場合と同様に固有歪、残留応力及び溶接変形の諸特性を実験的に明らかにしている。



(a) Circumferential weld



(b) Longitudinal weld

図 3-1 全周溶接と全長溶接された円筒殻と座標系

## 3.2節 実験方法

### 3.2.1 供試鋼管

供試鋼管の主なものは市販の一般構造用炭素鋼管 STK41に650 °C、1時間の応力除去焼なまし処理を施したものである。一部の大径鋼管は一般構造用炭素鋼板SS41（板厚6 mm，板幅1524 mm，長さ3048 mm）をロール曲げ加工して製作した鋼管を供試鋼管とした。なお、この大径鋼管は応力除去焼なまし処理を行っていない。表3-1 はこれらの供試鋼管の機械的性質と化学組成である。

表 3-1 供試鋼管の機械的性質と化学組成

a cm	h cm	$\sigma_y$ kg/mm <sup>2</sup>	$\sigma_T$ kg/mm <sup>2</sup>	EL. %	wt(%) x 100			wt(%) x 1000	
					C	Si	Mn	P	S
4.92	0.32	43.0	49.0	36	16	2	67	12	7
5.54	0.35	38.0	46.0	36	9	2	58	20	14
5.57	0.29	44.0	48.0	32	17	—	—	7	19
6.77	0.45	38.0	48.0	33	14	1	57	12	13
6.82	0.35	39.0	48.0	33	19	1	47	16	13
8.04	0.45	40.0	49.0	34	18	1	33	19	15
10.4	0.82	41.0	50.0	34	10	12	92	12	10
10.6	0.45	35.0	46.0	34	14	10	73	20	14
48.7	0.60	30.0	45.0	32	10	20	90	16	7

NOTE ;  $\sigma_y$  : Yield strength,  $\sigma_T$  : Tensile strength, EL. : Elongation

### 3.2.2 実験装置

溶接の自動化と溶接変形測定の目的から図3-2 に示すような溶接・たわみ測定装置を製作した。供試鋼管の両端部に溶接された鏡板あるいは平鋼にセンター穴をあけ、それを実験装置のセンター間で支持して溶接を行い、冷却後にたわみ変形の測定を行った。溶接は径1.2 mmの軟鋼・50キロ級高張力鋼用ワイヤを用い、自動炭酸ガスアーク溶接によって行った。周方向溶接の溶接速度はモータの回転速度を、軸方向溶接の溶接速度は溶接トーチを取付けた走行台車の移動速度を調節して所定の値に設定した。溶接入熱 $Q(\text{cal/cm})$  は次式で算定した。



$$Q = 0.24\eta IV/v \dots\dots\dots (3.1)$$

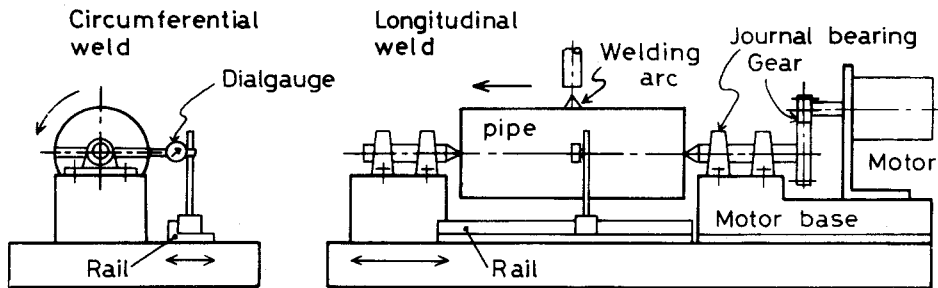
ただし、I : 溶接電流 (A)

V : 溶接電圧 (V)

v : 溶接速度 (cm/s)

$\eta$  : 熱効率 = 0.7

なお、溶接線裏面には溶落ち防止の目的で裏あて材（ガラス-耐熱テープ）を貼りつけた。



Experimental apparatus

図 3-2 実験装置

溶接残留応力あるいは固有歪の測定にあたっては、電気抵抗線歪ゲージを用いる場合は自動歪測定装置を使用し、またコンタクトボールを用いる場合にはコンタクトタイプ・ストレインメータを使用した。たわみ変形の測定は図 3-2に示すように実験装置上のL型レールとダイヤルゲージ(1/100)を用いて行った。

### 3.2.3 実験条件

表 3-2(a), (b) はそれぞれ全周溶接と全長溶接による固有歪、残留応力及び溶接変形を測定するための実験条件である。なお、同表中の

表 3-2 実験条件

(a) Circumferential weld

No.	a cm	h cm	l cm	Q cal/cm	$\beta_\theta$	$(Tav)_\theta$ °C	$H_\theta = (Tav)_\theta$ $\times \beta_\theta$ °C	Groove
1	6.77	0.45	34.9	780	20	50	1000	V
2	8.04	0.45	38.0	1710	20	100	2000	B
3	"	"	19.0	1280	10	150	1500	B
4	10.4	0.82	29.2	1200	10	50	500	B
5	"	"	"	2400	10	100	1000	V
6	"	"	"	2400	10	100	1000	B
7	"	"	"	4800	10	200	2000	B
8	"	"	58.4	4800	20	100	2000	B
9	10.6	0.45	21.8	760	10	77	770	B
10	"	"	32.8	1280	15	87	1300	V
11	"	"	43.6	1280	20	65	1300	B
12	"	"	37.1	1570	17	94	1600	B
13	48.7	0.60	152.4	1280	28.2	14	390	I

Groove : V - Vee groove weld, B - bead weld  
I - square groove weld

(b) Longitudinal weld

No.	a cm	h cm	l cm	Q cal/cm	$\beta_x$	$H_x =$ $(Tav)_x$ °C	Boundary condition	Groove
1	4.92	0.32	77.2	1460	4.0	148	F	B
2	5.54	0.35	80.0	610	3.6	50	F	B
3	"	"	110.2	2440	5.0	200	F	B
4	5.57	0.29	72.0	510	2.9	50	F, S	B
5	6.77	0.45	77.0	570	2.9	30	F	B, V
6	"	"	100.0	570	3.8	30	F	B
7	"	"	"	960	3.8	50	F	B
8	"	"	100.0	1840	3.8	96	F	V
9	"	"	105.0	2410	4.0	126	F	B
10	6.82	0.35	70.0	490	2.3	33	F	B
11	"	"	100.0	1050	3.3	70	F	B
12	8.04	0.45	50.0	1140	1.5	50	F, S	B
13	"	"	100.0	1140	2.9	50	F, S	B
14	10.4	0.82	54.5	2680	1.5	50	F	B, V
15	10.6	0.45	"	2680	1.1	90	F	B
16	48.7	0.60	152.4	1840	0.3	10	F	I

Boundary condition : F - free edge, S - simply supported edge  
Groove : V - Vee groove weld, B - bead weld  
I - square groove weld

$$(T_{av})_e = Q/c\rho h l \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

$$(T_{av})_x = Q/2c\rho r a h \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

ただし、 $c$  : 比熱 (cal/g·°C)

$\rho$  : 密度 (g/cm<sup>3</sup>)

は、それぞれ全周溶接と全長溶接による円筒殻の平均温度上昇量( $c\rho = 1.0\text{cal}/^\circ\text{C}\cdot\text{cm}^3$ として計算)で、第4章で述べるように固有歪分布の整理に使用した。グループ溶接のV開先寸法は開先角度60deg.、ルート間隔とルート面は2mmである。またI開先についてはルート間隔はゼロとした。次に鋼管両端の境界条件であるが、全周溶接については2.4.3節でも述べたように鋼管がよほど短くない限り、応力と変形は長さで境界条件の影響を受けない。従って、表3-2(a)に示した実験条件の範囲では、応力と変形は端部の境界条件の影響を受けないので、鋼管端部に仮付溶接した平鋼にセンター穴をあけ、図3-2に示すようにセンター間に供試鋼管を支持して溶接あるいはたわみ変形の測定を行った。これに対して全長溶接による中央断面の応力と変形は2.5.3節で述べたように円筒殻の長さ $l$ が相当に長くなければ境界条件の影響を受ける。その理由から全長溶接については、表3-2(b)に示すように両端自由と単純支持の2つの境界条件について実験している。(2.11)式の両端単純支持条件を満たす供試鋼管としては、板厚2.3mmの円板を鋼管両端部に全周溶接し、その中心にセンター穴をあけたものを用いた。また、(2.12)式の両端自由条件については、第2章で示した矩形モデルによる数値計算で、両端部のたわみがほぼゼロになる位置(角度)をあらかじめ求めて、その位置に平鋼を仮付溶接し、それにセンター穴をあけたものを供試鋼管とした。

### 3.2.4 測定法

#### (a) 固有歪分布

図3-3は周方向溶接による固有歪と残留応力を測定するためのコンタクトボール打ち込み位置と電気抵抗線歪ゲージ〔以下、歪ゲージと記す〕貼付位置の関係を示している。周方向溶接の場合は溶接開始位置から約180deg.の位置に歪ゲージを貼付け、

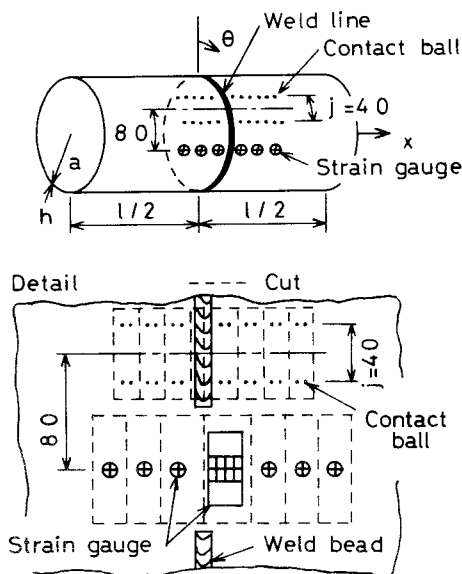


図3-3 周方向溶接による固有歪と残留応力の測定法

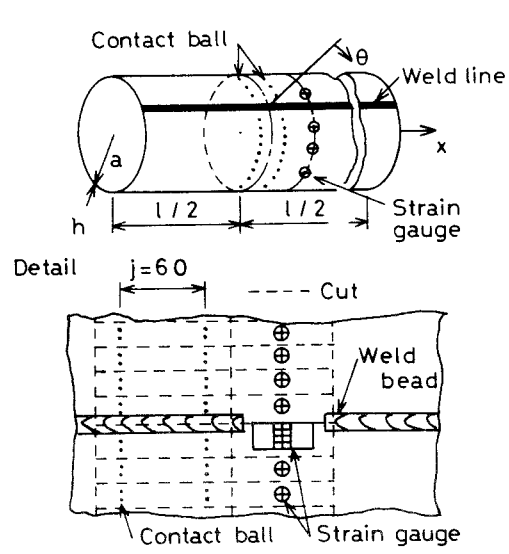


図3-4 軸方向溶接による固有歪と残留応力の測定法

そこから約 80mm の位置がコンタクトボール間の中央になるように外表面上にコンタクトボールを打ち込んだ。コンタクトボールの直径は 1.6mm で、その平均標点距離は  $j = 40\text{mm}$  である。溶接前、溶接後及び破線で示すように小片（幅25mm以下）に切断解放したあとの、それぞれのボール間距離をコンタクトタイプ・ストレインメータで測定し、 $j_1, j_2$  及び  $j_3$  として、固有歪  $g(x')$  を次式によって決定している。

$$g(x') = (j_3 - j_1)/j \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

図3-4 は軸方向溶接による固有歪と残留応力の測定法を示したものである。軸方向溶接による固有歪と残留応力の測定は全て鋼管中央部で行い、図3-4 のように平均標点距離  $j=60\text{mm}$  でコンタクトボールを溶接線から所定の位置の外面に打込み、周方向溶接の場合と同様に、溶接前、溶接後及び切断解放後のボール間の距離  $j_1, j_2$  及び  $j_3$  を計測して次式によって軸方向固有歪  $g(\theta')$  を決定している。

$$g(\theta') = (j_3 - j_1)/j$$

(b) 残留応力分布

周方向溶接による残留応力は図 3- 3 に示す方法で測定した。溶接開始位置から約

180deg. 付近の余盛を削除して応力勾配が大きいと予想される溶接部近傍にはゲージ長1.3mmのx方向、θ方向応力集中用ゲージを、その他の場所にはゲージ長2.0mmのロゼット歪ゲージを内外両表面上に貼付けた。そして、24時間以上経過後に図3-3の破線で示す小片に切断し、いわゆる切り出し法によって解放されるx,θ方向歪ε<sub>x</sub>,ε<sub>θ</sub>を計測して次式

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -E(\epsilon_x + \nu\epsilon_\theta)/(1 - \nu^2) \\ \sigma_\theta &= -E(\epsilon_\theta + \nu\epsilon_x)/(1 - \nu^2) \\ &\dots\dots\dots (3.5)\end{aligned}$$

ただし、E = 21000kg/mm<sup>2</sup>  
ν = 0.3

によって、x,θ方向の残留応力σ<sub>x</sub>,σ<sub>θ</sub>を決定した。

軸方向溶接による残留応力はコンタクトボールと歪ゲージの両方で計測した。コンタクトボールによる方法は溶接後室温にまで冷却した時のボール間距離j<sub>2</sub>と小片に切断解放した時のボール間距離j<sub>3</sub>の測定値を

$$\sigma_x = -E\sigma_x = -E(j_3 - j_2)/j \dots\dots\dots (3.6)$$

に代入してx方向残留応力σ<sub>x</sub>を求めた。歪ゲージによる測定法は、周方向溶接の場合と同様に余盛を除去して、図3-4に示すように鋼管の内外表面に歪ゲージを貼付け、切り出し法によって解放される歪ε<sub>x</sub>,ε<sub>θ</sub>を測定して、(3.5)式によって残留応力を求めた。鋼管が比較的長い場合の軸方向溶接では、後で示すようにθ方向残留応力が小さいためにコンタクトボールによるx方向残留応力と歪ゲージによるx方向残留応力測定結果はほぼ一致する(図3-16)ので多くの実験ではコンタクトボールだけでx方向残留応力を測定した。

(c) たわみ変形

供試鋼管を図3-2に示すようにセンター間で支持し、図中のL型レール上をダイヤルゲージを移動、あるいは鋼管を回転させて溶接前の鋼管の初期変形量を読み取る。溶接終了後、完全に室温にまで冷却してから同様に鋼管の溶接後の変形量をダイヤルゲージで読み取り、初期変形量との差を求めてたわみ変形の実験結果とした。

### 3.3節 周方向溶接についての実験結果

#### 3.3.1 固有歪分布におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響

図3-5 は溶接入熱が固有歪分布におよぼす影響を示したものである。溶接部近傍のある限られた領域に負の値を持つ固有歪が残存し、これが残留応力・変形の発生要因になっている。溶接線から少し離れた位置の固有歪分布は直線で近似できる。しかし、溶接線上( $x=0$ )と溶接線に極めて近い位置の固有歪を測定することは技術的に不可能である。実験の結果によると、溶接入熱が大きくなると、それに従って固有歪領域幅 $l_0$ も広くなる傾向が認められる。

図3-6 は円筒殻寸法の影響を示したものである。まず円筒殻長さ $l$ の影響について見ると、 $l=32.8$ と $43.6$ cmの固有歪分布測定結果はほぼ一致しており、長さ $l$ が極端に短くなければ固有歪分布は長さ $l$ の影響を受けないと結論できる。この実験結果は固有歪の発生が溶接部近傍の極く限られた領域に生じる塑性変形に起因することからも

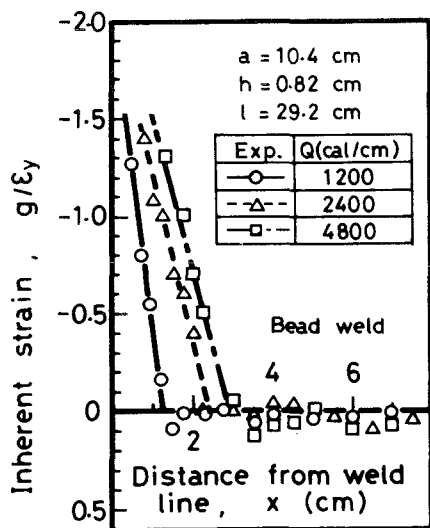


図3-5 溶接入熱が全周溶接による固有歪におよぼす影響

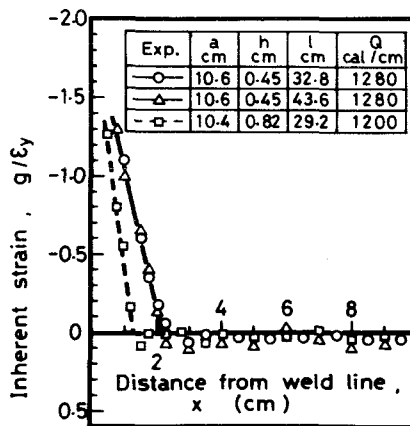


図3-6 鋼管寸法が全周溶接による固有歪におよぼす影響

容易に予想される。次に、板厚 $h$ の影響を見ると、板厚 $h$ が0.45cmから約2倍の0.82cmになると固有歪の発生領域は板厚が0.45cmのときの約半分になり、固有歪の発生領域幅は板厚 $h$ が大きくなると狭くなるようである。

### 3.3.2 残留応力におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響

図3-7(a)~(d)は全周溶接による残留応力におよぼす溶接入熱の影響を示す実験結果である。同図(a)と(b)は周方向残留応力の内表面と外表面上における測定結果、

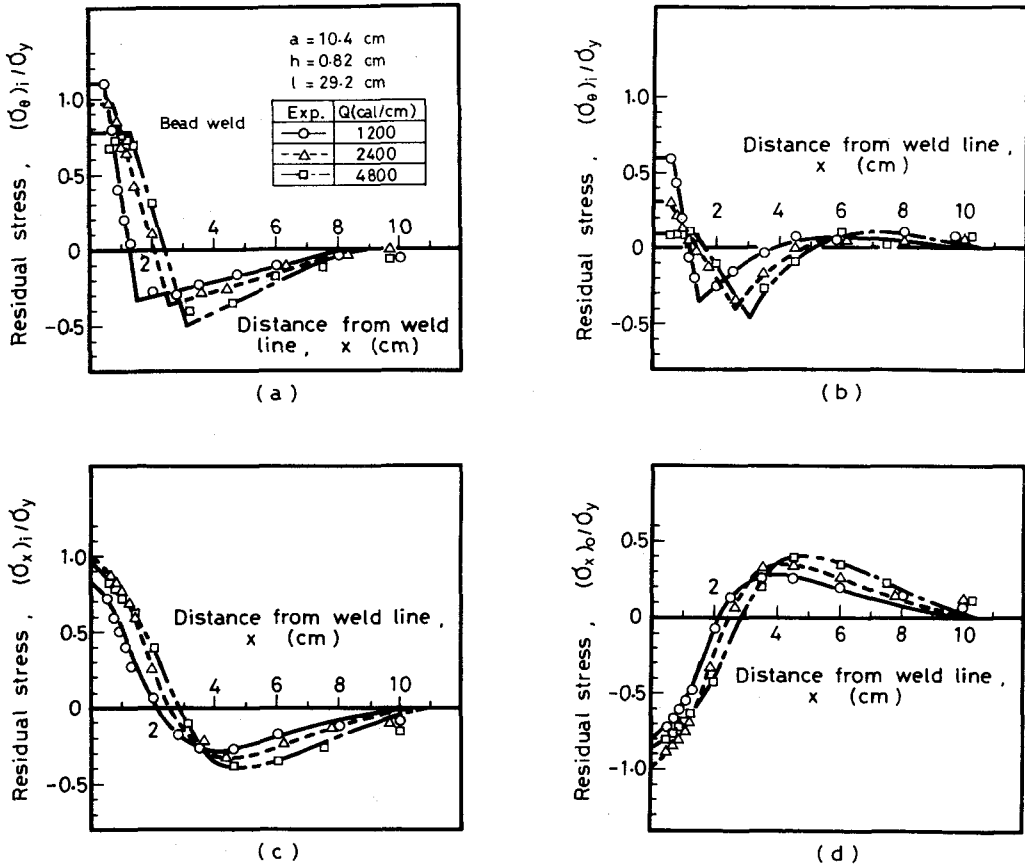


図3-7 溶接入熱が全周溶接による残留応力におよぼす影響

〔(a),(b) 周方向内外表面応力、(c),(d) 軸方向内外表面応力〕

(c) と(d) は軸方向残留応力の内表面と外表面における測定結果である。図中の実線、破線及び一点鎖線はそれぞれの測定結果を全体的な分布特性を考慮して結んだものである。周方向応力は溶接線近傍では、内外表面ともに引張応力であるが、その値は外面よりも内面の方が大きい。そして、溶接線から少し離れた所では圧縮応力になっている。溶接入熱が大きくなると、溶接線近くの引張応力値は低下するが、引張応力の残留する領域は広くなる。しかし、残留応力の発生する領域は溶接入熱の影響をそれほど大きく受けず、図3-7 の条件では溶接線の両側約10cmの範囲内に応力が残

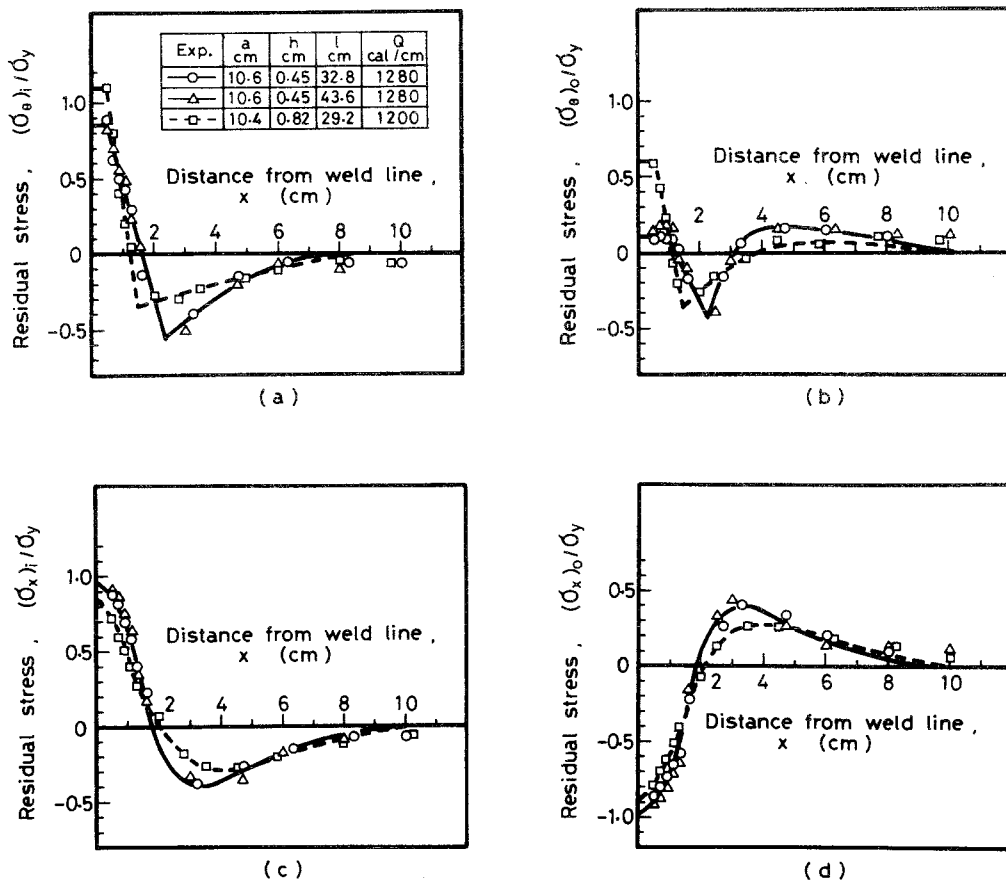


図3-8 鋼管寸法が全周溶接による残留応力におよぼす影響

〔(a),(b) 周方向内外表面応力、(c),(d) 軸方向内外表面応力〕



留する。軸方向応力は内面と外面では符号が全く逆の応力分布になり、内面では溶接線近傍で引張応力、少し離れると圧縮応力になっている。溶接線付近の応力は溶接入熱によって複雑に変化するが、引張応力の残留する領域は溶接入熱が大きくなると広くなる傾向にある。しかし、残留応力の発生範囲に関しては周方向応力と同様に溶接入熱の影響をあまり受けないようである。

図3-8(a)から(d)は円筒殻寸法が残留応力におよぼす影響を示したものである。実験の結果によると、円筒殻長さ $l$ がある程度長いと周方向と軸方向の残留応力はともに長さ $l$ の影響を受けないようである。一方、板厚 $h$ が残留応力におよぼす影響は複雑である。図3-8の条件について述べると、板厚 $h$ が厚くなると溶接線上の周方向応力は大きくなるが、軸方向応力は低下する傾向にある。

### 3.3.3 溶接変形におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響

図3-9は全周溶接によるたわみ変形におよぼす溶接入熱の影響を示す実験結果である。たわみの負号は円筒殻の中心方向に変位することを意味している。図から明らかのように、溶接入熱が大きくなると溶接部近傍のたわみ変形量は大きくなるが、たわみ変形を生じる領域はあまり大きく変化しない。

図3-10は溶接変形におよぼす円筒殻寸法の影響を示したものである。円筒殻長さ $l$ がある程度長い場合は残留応力と同様に、たわみ変形も長さの影響を受けないが、板厚 $h$ が厚くなるとたわみ変形は全体的に小さくなる。

以上に述べた全周溶接の残留応力と変形の実験結果で、注目に値することは図3-7から図3-10に示した残留応力、変形の分布特性及びそれらにおよぼす溶接入熱、円筒殻寸法の影響と、2.4.3節の図2-7から図2-9に示した三角形モデルの応力、変形の分布特性及びそれらにおよぼす固有歪領域幅 $l_0$ 、円筒殻寸法の影響の間には類似した関係が認められることである。

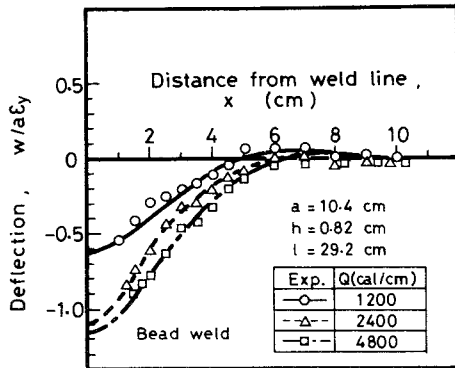


図3-9 溶接入熱が全周溶接による溶接変形におよぼす影響

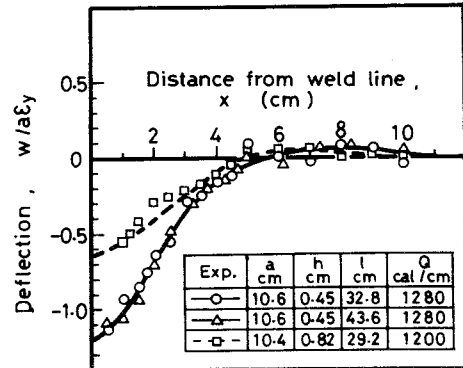


図3-10 鋼管寸法が全周溶接による溶接変形におよぼす影響

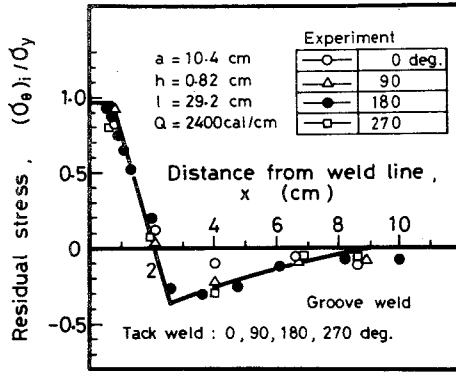
### 3.3.4 全周溶接による残留応力と変形の軸対称性について

溶接は熱源の移動する現象であるので、たとえ全周溶接であっても溶接中の円筒殻の変形挙動を考慮すると残留応力、変形は必ずしも軸対称であるとは限らない。従って、残留応力、変形の軸対称性を実験的に把握しておくことも重要である。

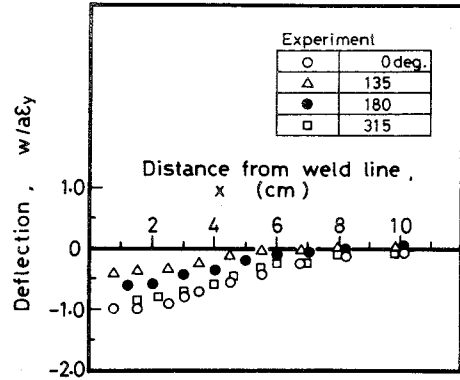
図3-11(a),(b) は図中に示す溶接条件で、溶接開始位置(0deg.) と終了位置が約1 cm重なるような全周溶接を行い、図中に示す各角度において残留応力とたわみを計測した結果である。実験の結果によれば、残留応力はほぼ軸対称と判断できるが、たわみ変形に関しては各測定位置において図に示す程度の違いがあることを常に考慮しておく必要がある。

### 3.3.5 ビード溶接とグループ溶接の差違及び溶接層数が固有歪、残留応力、変形におよぼす影響

実際のパイプの溶接施工においては、グループ溶接、多層溶接あるいは補修溶接等も行なわれるので、残留応力と変形におよぼすビード溶接とグループ溶接の差違の影

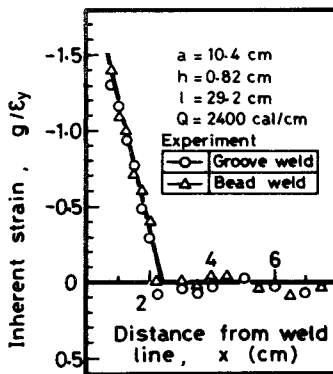


(a)

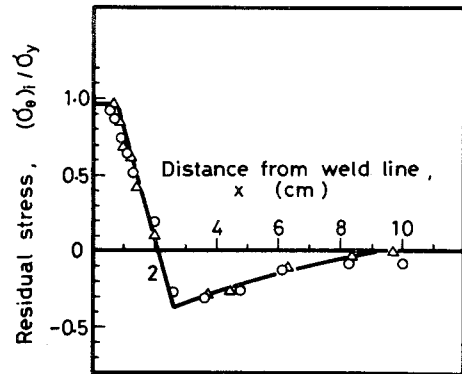


(b)

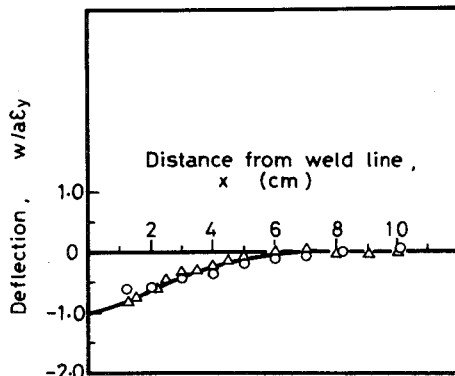
図3-11 全周溶接による残留応力と変形の軸対称性についての検討



(a)



(b)



(c)

図3-12 全周溶接された鋼管のビード溶接とグループ溶接による固有歪、残留応力及び変形の差違

響、あるいは溶接層数の影響を知っておく必要がある。ここでは、これらの影響について検討するが、層数の影響については本論文が薄肉円筒殻を対象にすることから、2層溶接までを対象とする。

図3-12(a),(b),(c) は、それぞれビード溶接とグループ溶接の差違が固有歪、残留応力及び変形におよぼす影響を示す実験結果である。図から明らかなように固有歪、残留応力、変形のいずれにおいてもビード溶接とグループ溶接の間に差違は認められない。

図3-13(a),(b),(c) は溶接層数が固有歪、残留応力、変形におよぼす影響を示したものである。2層溶接による各測定結果は第1層溶接終了後、室温にまで冷却させて

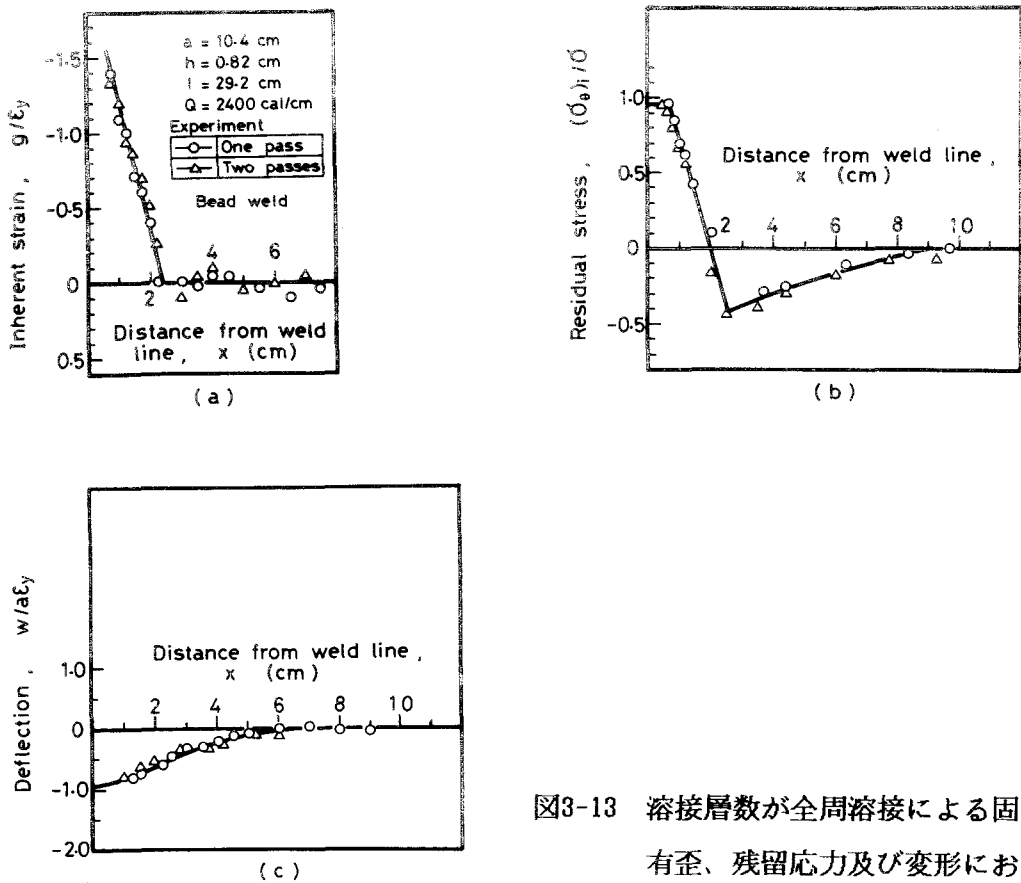


図3-13 溶接層数が全周溶接による固有歪、残留応力及び変形におよぼす影響

から第1層溶接と同じ溶接入熱で第2層目の溶接を行った場合の実験結果で、残留応力・変形ともに第1層溶接をする前の状態を初期状態としたものである。実験結果によれば、固有歪、残留応力、変形のいずれにおいても単層溶接と2層溶接の結果は、ほぼ一致している。従って、同じ溶接入熱、層間温度が室温の2層溶接の固有歪、残留応力、変形は単層溶接によるそれらにほぼ一致し、溶接層数の影響を受けないと結論できる。すなわち、溶接変形についてもこの条件（薄肉円筒殻の2層溶接）では、加算性がないと言える。

### 3.4節 軸方向溶接についての実験結果

#### 3.4.1 固有歪分布におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響

図3-14は固有歪分布におよぼす溶接入熱の影響を示す実験結果である。図3-5に示した全周溶接による固有歪分布と同様に溶接線から少し離れた所の固有歪分布は直線で近似できるが、溶接線に極めて近い所の固有歪は測定できない。そして、溶接入熱 $Q$ が大きくなると固有歪の発生領域 $\theta_0$ は大きくなる傾向にある。

図3-15(a),(b)は円筒殻寸法が固有歪分布におよぼす影響を調査した実験結果である。図3-15(a)から明らかなように、固有歪分布は長さ $l$ の影響を受けない。図3-15(b)は板厚 $h$ が固有歪分布におよぼす影響を示したもので、やはり全周溶接の場合と同様に、固有歪の発生領域 $\theta_0$ は板厚 $h$ が厚くなると小さくなる傾向にある。

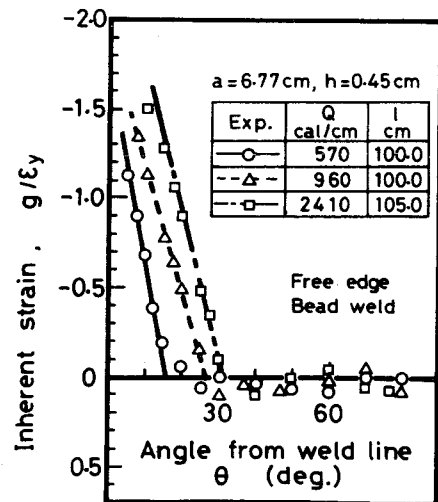
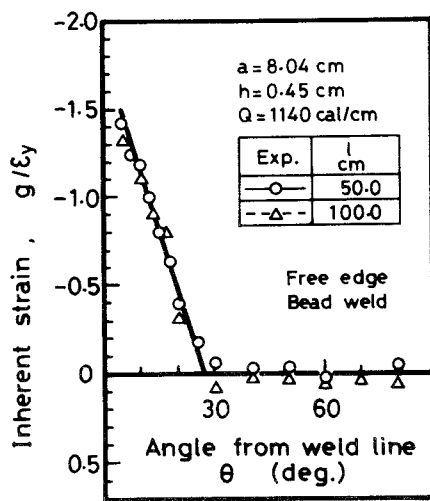
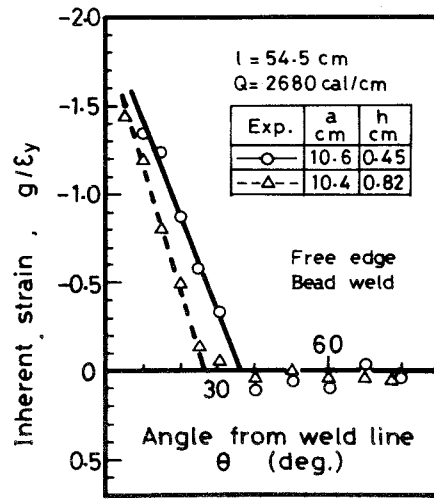


図3-14 溶接入熱が全長溶接による固有歪分布におよぼす影響



(a)



(b)

図3-15 鋼管寸法が全長溶接による固有歪分布におよぼす影響

### 3.4.2 残留応力におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響

2.5.3 節(d) で示した三角形モデルによる応力の計算結果の類推から、長さ  $l$  が比較的長い全長溶接による  $\theta$  方向残留応力の値は、小さいことが予想される。もし、そうであれば、近似的には一軸応力状態と考えてよいので、軸方向残留応力はコンタクトボールを使用して切り出し法によって軸方向解放歪  $\epsilon_x$  を求め、(3.6) 式によって決定できる。図3-16は全長溶接による中央断面付近での残留応力分布の測定例である。図中の○、△印の実験結果は2軸応力状態と考えて、歪ゲージによって  $x, \theta$  方向の解放歪  $\epsilon_x, \epsilon_\theta$  を計測し、(3.5) 式によって決

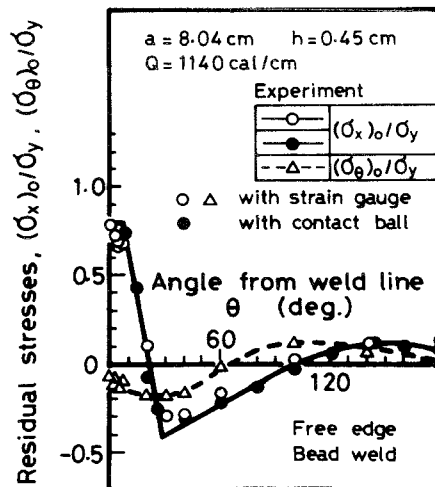


図3-16 中央断面での全長溶接による残留応力測定例

定した残留応力である。また、●印は上述のように、コンタクトボールを使用して決定した残留応力である。実験結果によれば、予想されたように鋼管が比較的長い場合は外面上の $\theta$  方向応力 $(\sigma_\theta)_0$  の値は小さい。そのためにコンタクトボールによる測定結果は、歪ゲージによる測定結果にほぼ合致しており、コンタクトボールによって軸方向残留応力の測定ができることがわかる。ところで、多くの供試鋼管は小径のために内表面にコンタクトボールを打ち込むことができない。そのために、内表面の固有歪、残留応力が測定できないので、外表面上のみで測定している。しかしながら、鋼管が比較的長い場合は図2-16に示した三角形モデルの計算例、あるいは後出の大径鋼管による実験結果( 図4-10) からもわかるように内表面と外表面の残留応力はほとんど一致するので、外表面の残留応力測定結果から内面の残留応力をほぼ推定できる。

図 3-17 は溶接入熱が残留応力分布におよぼす影響を調べた実験結果である。縦軸は外表面上の残留応力 $(\sigma_x)_0$  を供試鋼管材の降伏応力 $\sigma_y$  で無次元化して示している。図中の各種曲線は実験値を全体的な分布特性を考慮して結んだものである。実験結果によれば、溶接線近傍には鋼管の降伏応力に近い引張残留応力が発生しており、その引張応力は溶接入熱が大きくなると低下するが、引張残留応力の発生する領域と最大圧縮応力値及び $\theta = 180\text{deg.}$  における残留応力値は、いずれも大きくなる。

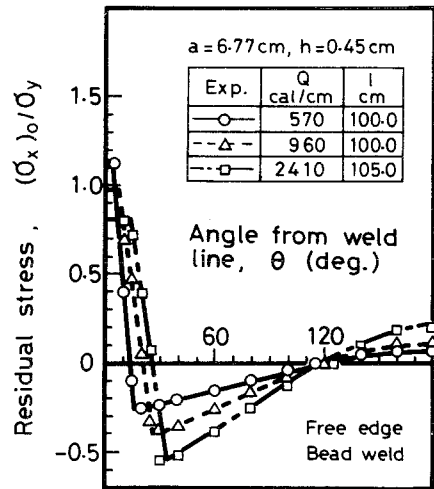


図3-17 溶接入熱が全長溶接による残留応力におよぼす影響

図3-18(a),(b) はそれぞれ長さ $l$  と板厚 $h$  が残留応力におよぼす影響を示したものである。長さ $l$  が長くなると、 $\theta = 180\text{deg.}$  における応力は圧縮から引張応力に変化する。また、板厚 $h$  が厚くなると溶接線近傍の引張応力が大きくなる傾向にある。

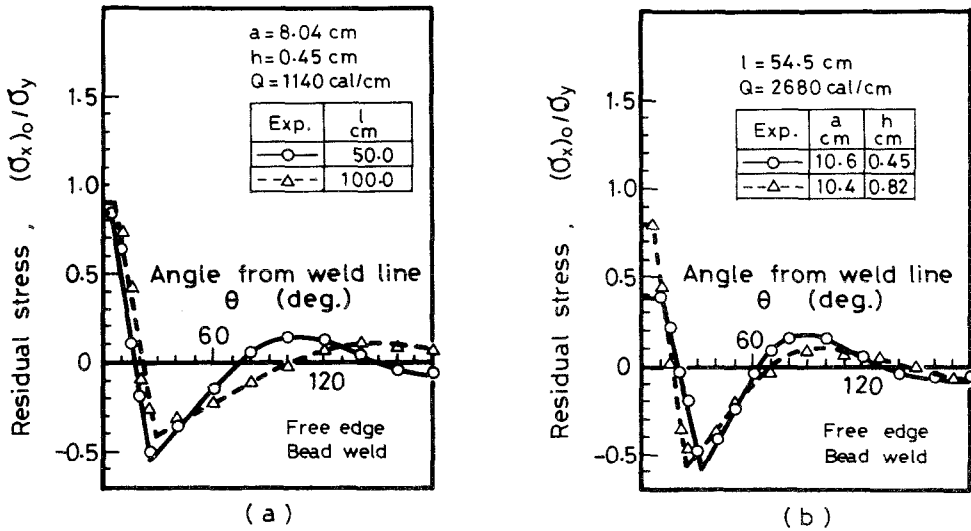


図3-18 円筒殻寸法が全長溶接による残留応力におよぼす影響

### 3.4.3 溶接変形におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響

図3-19は鋼管が比較的長い場合について、溶接入熱が鋼管中央部のたわみ $w/aey$ におよぼす影響を示した実験結果である。たわみは $\theta < 90\text{deg.}$ では負値で、鋼管の中心方向に変位している。たわみの分布は余弦曲線でほぼ近似できそうである。このことは、鋼管が比較的長い場合は、鋼管の中央部付近では図3-20に示すように断面はほぼ円を保った状態で、溶接線の反対側の方向（下向）に変位することを意味している。換言すると鋼管が梁としての変形挙動をとることを意味している。溶接入熱が大きくなると、それとともにたわみ量も大きくなるが、円形断面はほぼ保たれるために分布形状は相似である。



図3-21(a),(b) は鋼管寸法の影響を示したものである。図3-21(a) から明らかなように鋼管が比較的短い場合は、図3-19のような分布特性は現われず、図中の実線のように、溶接部近傍では鋼管中心方向に変位するが、 $\theta > 70\text{deg.}$  ではあまり変形を生じていない。たわみ $w/a\epsilon\gamma$  の最大値は長さ $l$  の長い方が大きいようである。次に、図3-21(b) の板厚の影響であるが、板厚 $h$  が厚くなると溶接近傍のたわみ量は小さくなる傾向にある。

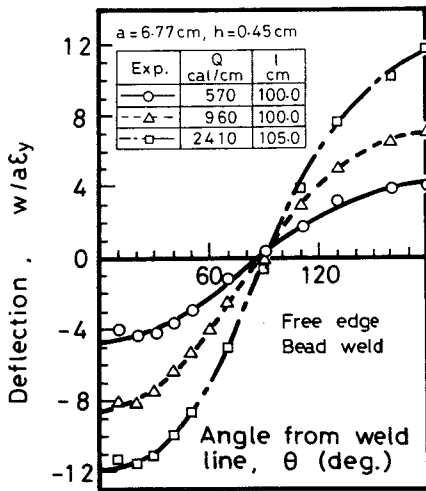


図3-19 溶接入熱が全長溶接による溶接変形におよぼす影響

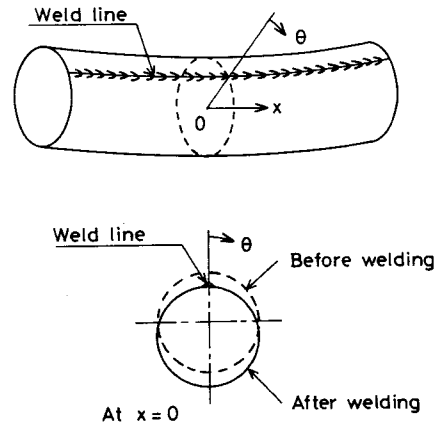


図3-20 長い円筒殻の全長溶接によるたわみ変形

以上に示した全長溶接による残留応力及び溶接変形におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響についての実験的調査結果から次のことが言える。全長溶接の残留応力と変形の分布特性におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響は、図2-12に示した三角形モデルの応力と変形におよぼす固有歪領域幅と円筒殻寸法の影響と類似した特性が認められる。

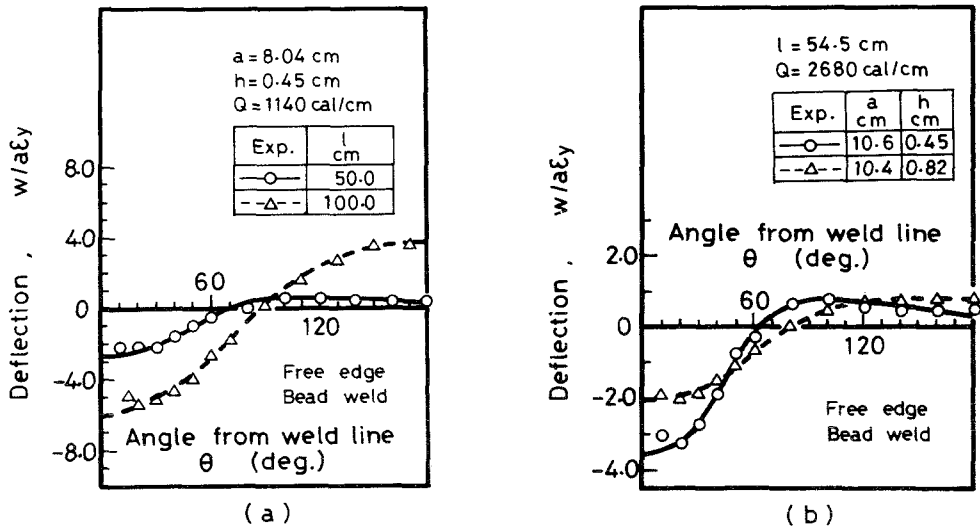


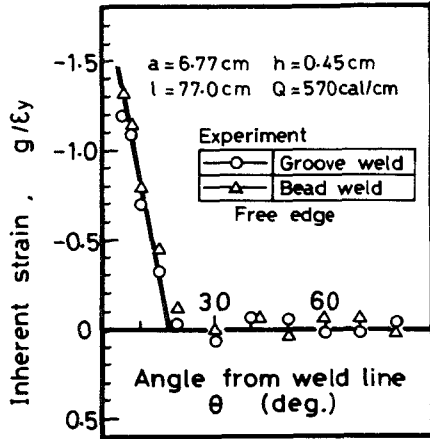
図3-21 円筒殻寸法が全長溶接による溶接変形におよぼす影響

### 3.4.4 ビード溶接とグループ溶接の差違及び溶接層数が固有歪、残留応力、変形におよぼす影響

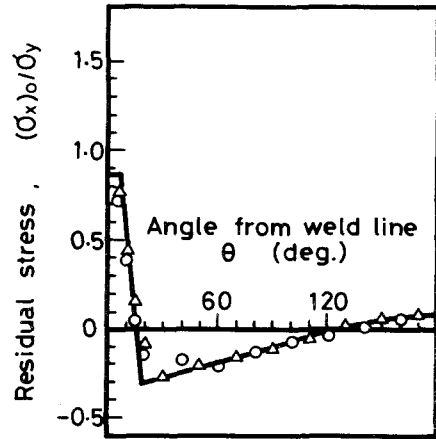
全周溶接の場合と同じ理由から、全長溶接についてもビード溶接とグループ溶接の残留応力・変形の差違ならびに溶接層数の影響などを知っておく必要がある。ここでは、それらの影響を実験によって検討する。

図3-22(a), (b), (c) はビード溶接とグループ溶接による固有歪、残留応力及び変形の測定結果を同時に図示したものである。図から明らかなように、いずれにおいてもビード溶接とグループ溶接の差違は認められない。

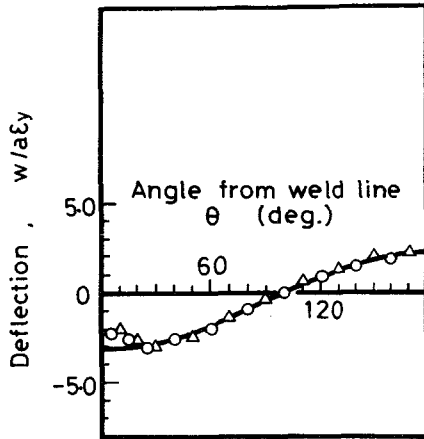
次に、図3-23(a), (b), (c) は溶接層数が固有歪、残留応力及び変形におよぼす影響を検討した実験結果である。第2層目の溶接は、第1層と同じ入熱量で層間温度を室温として行なわれた。図から明らかなように、いずれの実験結果についても溶接層数の影響は認められない。



(a)

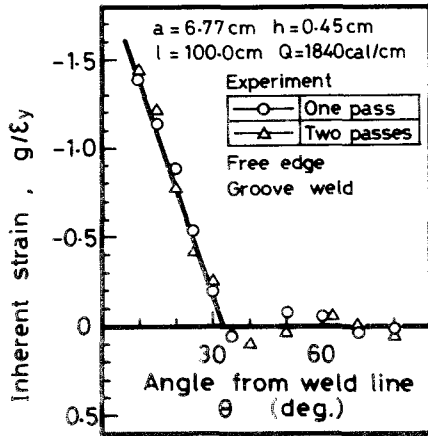


(b)

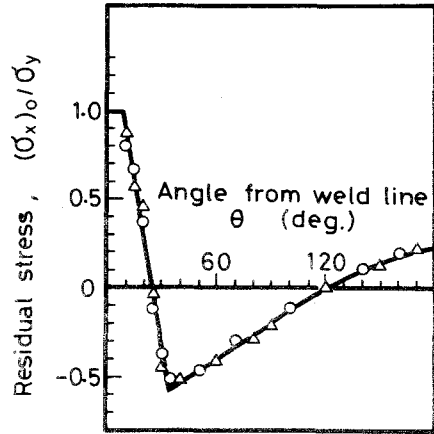


(c)

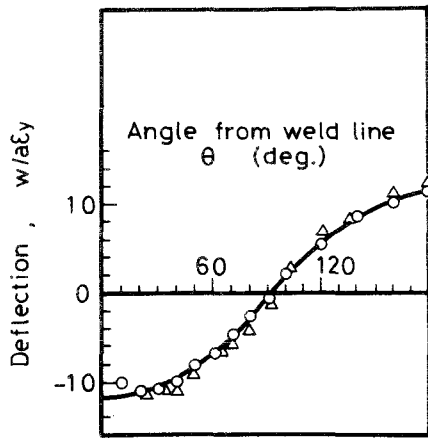
図3-22 全長溶接された鋼管のビード溶接とグループ溶接による固有歪、残留応力及び変形の差違



(a)



(b)



(c)

図3-23 溶接層数が全長溶接による固有歪、残留応力及び変形におよぼす影響

### 3.5 節 結 論

本章では、薄肉円筒殻の溶接による固有歪、残留応力及び溶接変形の諸特性を実験的に明らかにした。得られた結果を要約すると以下ようになる。

平均半径 $a$ 、板厚 $h$ 、長さ $l/2$  の2つの鋼管の全周溶接（単位溶接長あたりの入熱 $Q$ ）による固有歪、残留応力、変形について次の結果が得られた。

- 1) 溶接線から少し離れた位置の固有歪分布は直線で近似できる。固有歪発生領域は溶接入熱が大きくなると広く、また板厚が厚くなると狭くなる。鋼管の長さの影響は受けない。
- 2) 周方向応力は溶接部近傍では内外表面ともに引張応力が残留し、少し離れた所には圧縮応力が残留している。溶接線付近の引張応力は外面よりも内面の方が大きく、その値は溶接入熱が大きくなると低下し、板厚が厚くなると大きくなる傾向にある。また、引張応力の発生領域は溶接入熱が大きくなると広く、板厚が厚くなると狭くなる。

軸方向応力は内面と外面では符号が全く逆の応力分布状態で、内面については溶接部近傍では引張応力、少し離れた場所では圧縮応力が残留している。そして、溶接線付近の引張応力値は溶接入熱によって複雑に変化するが、引張応力発生領域は溶接入熱が大きくなると広がる。鋼管の長さが残留応力におよぼす影響は鋼管の長さがよほど短くない限り無視できる。

- 3) たわみ変形は溶接線近傍で最大たわみを生じ、溶接線から離れるにしたがって小さくなる。最大たわみは溶接入熱が大きくなると大きく、板厚が厚くなると小さくなる。たわみ変形も鋼管の長さの影響を受けない。
- 4) 全周溶接による残留応力は、ほぼ軸対称と見なしてよさそうであるが、たわみ変形については角度によって多少の違いがある。また、ビード溶接とグループ溶接及び単層溶接と2層溶接の固有歪、残留応力、溶接変形にはあまり違いが認められない。

平均半径 $a$ ,板厚 $h$ ,長さ $l$  の鋼管の全長溶接による固有歪、残留応力、変形について次の結果が得られた。

- 5) 溶接線から少し離れた場所の固有歪分布は直線で近似できる。固有歪発生領域は溶接入熱が大きくなると広く、また板厚が厚くなると狭くなるが、鋼管長さの影響は受けない。
- 6) 残留応力の測定結果によると、長さ $l$  が比較的長い場合は $\theta$  方向応力の値が小さいので、近似的には一軸応力状態と見なせる。従って、コンタクトボールによる測定法で軸方向応力の測定が可能である。
- 7) 外面の軸方向応力分布は溶接部近傍で引張応力、少し離れた所では圧縮応力である。鋼管が比較的長い場合は $\theta > 120\text{deg.}$  でも引張応力を残留している。溶接線上の引張応力は、溶接入熱が大きくなると低下し、板厚が厚くなると大きくなる傾向にある。また、引張応力の発生領域は溶接入熱が大きくなると広くなり板厚が厚くなると狭くなる。
- 8) たわみの分布形状は鋼管の長さの影響を大きく受け、短い場合は溶接部近傍で鋼管の中心方向に変位し、溶接部から離れた場所では外側にわずかに変位する程度であるが、長い場合は断面はほぼ円を保った状態で梁としての大きな曲がり変形を生じる。溶接線近傍のたわみ $w/aey$  は溶接入熱が大きいくほど、また長さ $l$  が長いほど大きくなり、板厚が厚くなると小さくなる。
- 9) 全長溶接の場合も、ビード溶接とグループ溶接及び単層溶接と2層溶接の固有歪、残留応力、溶接変形の間には大きな違いは認められない。

## 第4章 薄肉円筒殻の残留応力・変形の解析

### 4.1 節 緒 言

第3章では、全周溶接と全長溶接による固有歪、残留応力、たわみ変形におよぼす溶接入熱と円筒殻寸法の影響を実験によって明らかにした。また、その実験結果の考察から、全周溶接と全長溶接による残留応力と変形が、それぞれ図2-5 と図2-12に示した三角形モデルの応力・変形と同じ特性を持つことを述べた。

本章では、第2章の三角形モデルによる計算結果と第3章の実験結果の比較検討によって、薄肉円筒殻の周方向溶接と軸方向溶接による残留応力・変形の解析を目的とした台形固有歪モデル〔以後、台形モデルと呼ぶ〕を提案している。そして、その台形モデル・応力と変形は、第2章で示した三角形モデルの応力・変形式を利用して計算できることも示している。その結果、円筒殻熱応力問題のグリーン関数を固有歪概念に適用するという解析手法によって、周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と変形を統一的に解析できることを述べている。また、その台形モデルによる解析結果と実験結果の比較から、提案した台形モデルによる残留応力と変形の解析手法の妥当性と有用性を実証している。本章の終りの部分では固有歪分布を決定するための実験式を求めて、本解析法によって任意の溶接条件による周方向溶接と軸方向溶接の残留応力と変形の計算を可能にしている。

## 4.2節 固有歪分布形状

3.3.1 及び3.4.1 節で述べたように、全周溶接と全長溶接による固有歪分布は、ともに溶接線から少し離れた位置では直線で近似できるが、溶接線に極めて近い所では技術的に測定不可能である。また一方、全周溶接と全長溶接による残留応力と変形は、ともに三角形モデルの応力・変形と類似の特性が認められることも述べた。本節では、三角形モデルの応力分布と実測された残留応力分布の比較検討によって、実際の残留応力・変形を簡便に精度よく解析するための固有歪分布形状を考える。

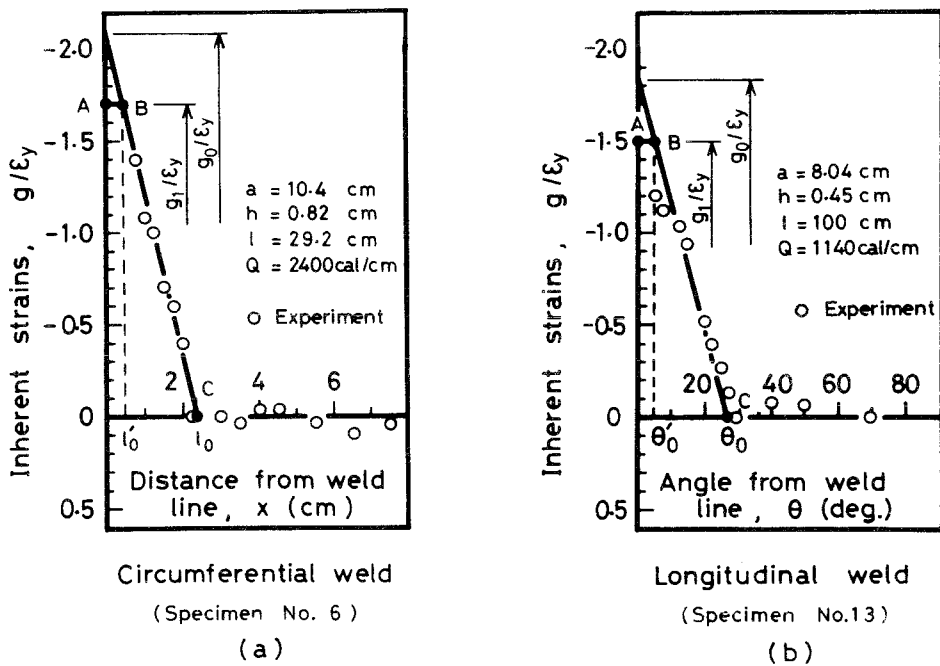


図4-1 周方向溶接と軸方向溶接による固有歪分布形状についての仮定

図4-1 (a), (b) は全周溶接と全長溶接による溶接線方向の固有歪の測定例を示したものである。上述のように、溶接線付近の固有歪は測定できないので、溶接線から少し離れた所での固有歪分布を直線で近似し、それを溶接線すなわち $x=0$  あるいは $\theta=0$  に外挿して、残留応力の発生原因となる固有歪分布を図中の実線で示すように三角形と仮定している。したがって、周方向溶接あるいは軸方向溶接によって、図 4-1(a),



(b) に実線で示すような等方性固有歪が残存すると仮定するならば、それによる残留応力と変形は2.4.2 節 (図2-5)と2.5.2 節 (図2-12) で述べた三角形モデルの応力・変形式によって計算できる。

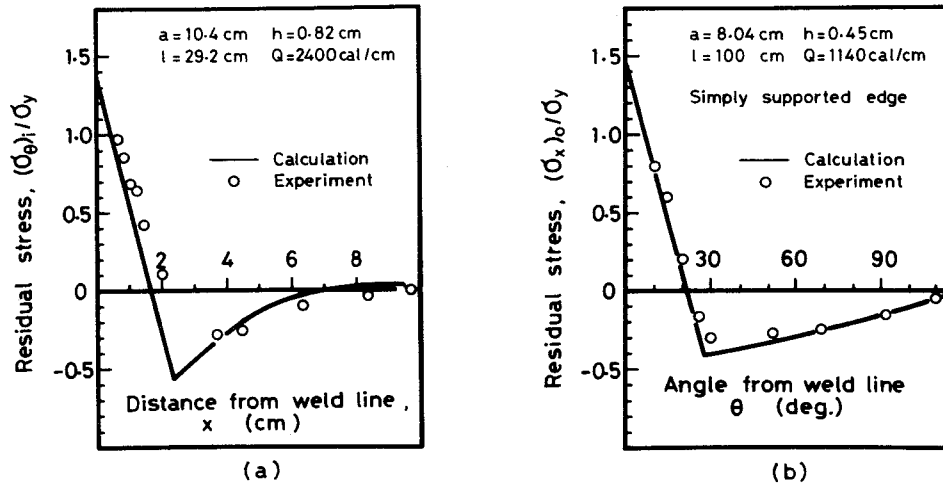


図4-2 全周溶接と全長溶接による残留応力の測定値と三角形モデルによる計算値の比較

図4-2(a),(b)は、それぞれ図4-1(a),(b)と同一試験体によって計測された残留応力と、図4-1(a),(b)の実線の三角形固有歪による応力の計算結果を実線で同時に示したものである。図から明らかなように全周溶接と全長溶接による残留応力分布は、ともに全体的には計算結果と実験結果はよく一致しているが、溶接線の近いところでは計算結果が実験結果よりも大きい値を示している。周知のように、軟鋼平板の突合せ溶接継手の溶接線に極めて近い所の残留応力は母板の降伏応力の1.1～1.2倍程度で、しかもある領域でほぼ一定値を示す。そして、また2.4.3及び2.5.3節で述べたように固有歪領域内の応力分布が固有歪分布形状に類似の分布になることなどを考慮すると、周方向溶接及び軸方向溶接による残留応力・変形を解析するための固有歪分布としては三角形分布よりも図4-1(a),(b)に折れ線ABCで示す台形分布と仮定する方が合理的である。すなわち、 $x \leq x_0'$ あるいは $\theta \leq \theta_0'$ のAB間では固有歪は一定値 $\epsilon_1$

と仮定する。そのように仮定するとB点、すなわち $\theta_0'$ あるいは $\theta_0'$ の位置の決定法が重要な課題になるが、それについては4.4.1節と4.5.1節で述べる。

### 4.3節 台形固有歪モデルによる残留応力と変形の解析手法

図3-1(a),(b)に示すように鋼管が全周溶接あるいは全長溶接された場合の残留応力・変形を解析する固有歪分布としては、三角形分布よりもむしろ台形分布と仮定する方が合理的であることを4.2節で述べた。したがって、図4-3,図4-4の(a)に示すように薄肉円筒殻の周方向あるいは軸方向の一部あるいは全部が溶接された場合の残留応力と変形を解析するモデルとして、図4-3,図4-4の(b)に示す台形モデルが考えられる。ただし、この台形モデルの固有歪は溶接線方向と板厚方向には分布を持たず

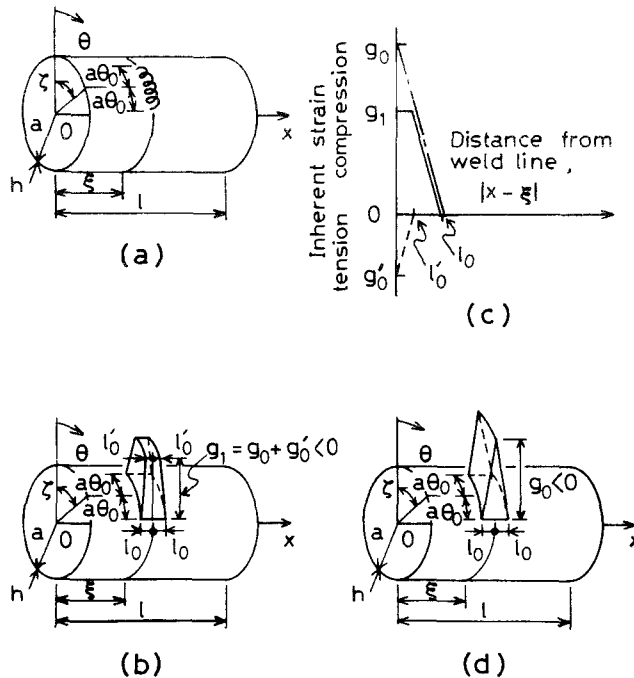


図4-3 周方向溶接による残留応力と変形の解析モデル

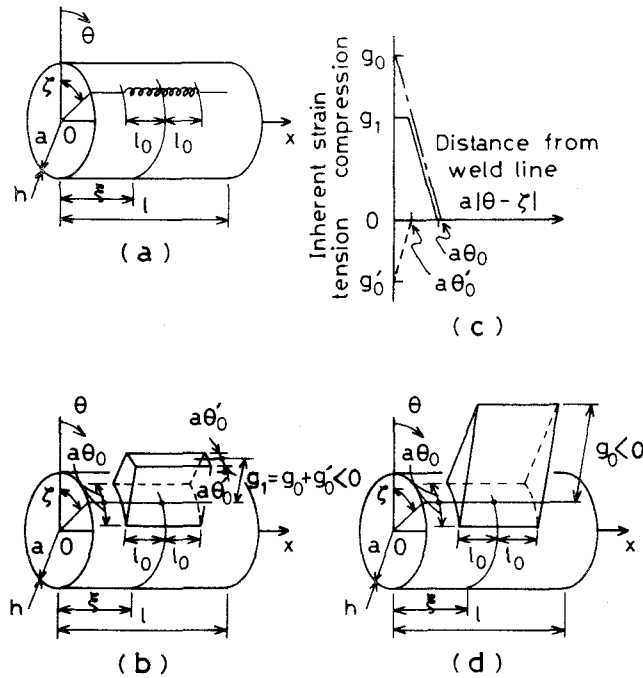


図4-4 軸方向溶接による残留応力と変形の解析モデル

一定であると仮定している。前者の溶接線方向には一定という仮定は、溶接長が極端に短い場合や、溶接の終始端付近の残留応力・変形を対象にする場合を除いて、十分に許容される仮定である。また、後者の固有歪が板厚方向に一定という仮定も、本研究が薄肉円筒殻の残留応力と変形を対象にすることから、溶接入熱 $Q/h$ が比較的大きいので、十分に許容できる。

次に、この台形モデルの応力と変形の計算法について述べる。弾性解析では、周知のように解の重ね合せが可能であるから、図4-3, 図4-4 の(c) に実線で示す台形固有歪〔台形モデル〕による応力と変形は一点鎖線と破線で示す三角形固有歪〔三角形モデル〕による応力と変形を加え合せて求められる。従って、図4-3, 図4-4 の(d) に示すような三角形モデルの応力・変形式を導き出せばよいことになるが、これらの三角形モデルはそれぞれ2.4 節の図2-5 及び2.5 節の図2-12に示した三角形モデルと同じ

ものである。故に、2.4.2 節と2.5.2 節で述べた計算方法によって図4-3, 図4-4 の (d) に示す三角形モデルすなわち図4-3, 図4-4 の(c) の一点鎖線で示す三角形固有歪による応力と変形を計算できる。また、 $g_0$  を  $g_0'$  に、 $l_0$  を  $l_0'$  あるいは  $a\theta_0$  を  $a\theta_0'$  に置き換えることによって、図4-3, 図4-4(c)の破線の三角形固有歪による応力と変形が計算できるので、これらの結果を加え合わせることによって、図4-3, 図4-4(b)の台形モデルの応力と変形を計算できる。以上の結果、なんらかの方法で台形固有歪分布を知ることができれば、円筒殻熱応力問題のグリーン関数を固有歪概念に適用するという手法によって、周方向溶接と軸方向溶接の残留応力と変形を統一的に解析することができる。

そこで、本解析手法の妥当性と有用性を実証するために、次の4.4 節と4.5 節では周方向溶接と軸方向溶接について、実験的に求めた台形固有歪を用いて、上述の解析法によって計算した残留応力・変形と実測された残留応力・変形を比較検討する。なお、以後の議論では座標原点を図3-1(a), (b)に示すようにとるものとし、周方向溶接は円筒殻中央断面( $x=0$ ) 上を、また軸方向溶接は $\theta=0$  の位置( $\xi=0$ ) を溶接する場合を対象にする。その場合の三角形モデルの応力・変形式は座標原点が図2-5 と図2-12に示すように円筒殻の左端にある場合の応力・変形式において、次のような置換によって得られる。

$x$  軸の原点を左端から中央に移動した場合：

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi\xi}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} &\quad \longrightarrow \quad \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \cos \frac{m\pi x}{l} \\ \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{m\pi\xi}{l} \cos \frac{m\pi x}{l} &\quad \longrightarrow \quad \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left( -\sin \frac{m\pi x}{l} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

$\theta$  の原点を $\xi$  に移動した場合 (すなわち  $\xi=0$ ) :

$$\begin{aligned} \cos n(\theta - \xi) &\quad \longrightarrow \quad \cos n\theta \\ \sin n(\theta - \xi) &\quad \longrightarrow \quad \sin n\theta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

## 4.4節 周方向溶接による残留応力・変形の解析結果と実験結果の比較

### 4.4.1 位置 $l_0'$ について

4.3節では、溶接による残留応力・変形を解析するための固有歪分布としては、台形分布を採用するのが合理的であることから、台形モデルを提案してそれによる計算手順について述べた。ところで、実際に台形モデルによって残留応力・変形を計算するためには図4-1(a)の台形分布のB点すなわち位置 $l_0'$ を決定する必要がある。本研究では、表3-2(a)に示した溶接条件についての多数の固有歪、残留応力及び溶接変形の測定結果と、位置 $l_0'$ を種々変化させて実験的に決定した固有歪分布による残留応力、変形の数値計算結果との比較検討によって位置 $l_0'$ の算定法を次のように決めた。すなわち、溶接線から少し離れた位置の固有歪勾配を実験的に決定し、周方向溶接については、位置 $l_0'$ を溶接線 $x=0$ に瞬間平面熱源を投与したと考えたときの最高到達温度 $T_M$ が $T_M=1500$  °Cとなる位置とし、

$$l_0' = 0.242Q/cphT_M \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

で決定する。そのように $l_0'$ を決定すると広い範囲の溶接条件について計算結果と実験結果がよく一致する。図4-1(a)の折れ線ABCの台形状固有歪分布は、このようにして決定されたものである。

### 4.4.2 小径鋼管についての結果

図4-5(a)～(d)は鋼管寸法 $a=10.4$ cm, $h=0.82$ cm, $l=29.2$ cmの中央部を溶接入熱 $Q=2400$  cal/cmで全周溶接〔ビード溶接〕した場合の固有歪、残留応力及びたわみ変形の実験結果と計算結果を示したものである。計算結果は、同図(a)の固有歪実測値から4.4.1節で述べた方法で決定した実線の固有歪分布を使用して、4.3節で述べた台形モデルの応力と変形の計算手順にしたがって求めたものである。図4-5(b)に示した周方向

残留応力、同図(c)の軸方向残留応力及び同図(d)のたわみ変形のいずれに関しても計算結果と実験結果はよく一致しており、4.3節で提案した台形モデルとそれによる残留応力と変形の解析手法ならびに4.4.1節で述べた固有歪分布の仮定と決定法が妥

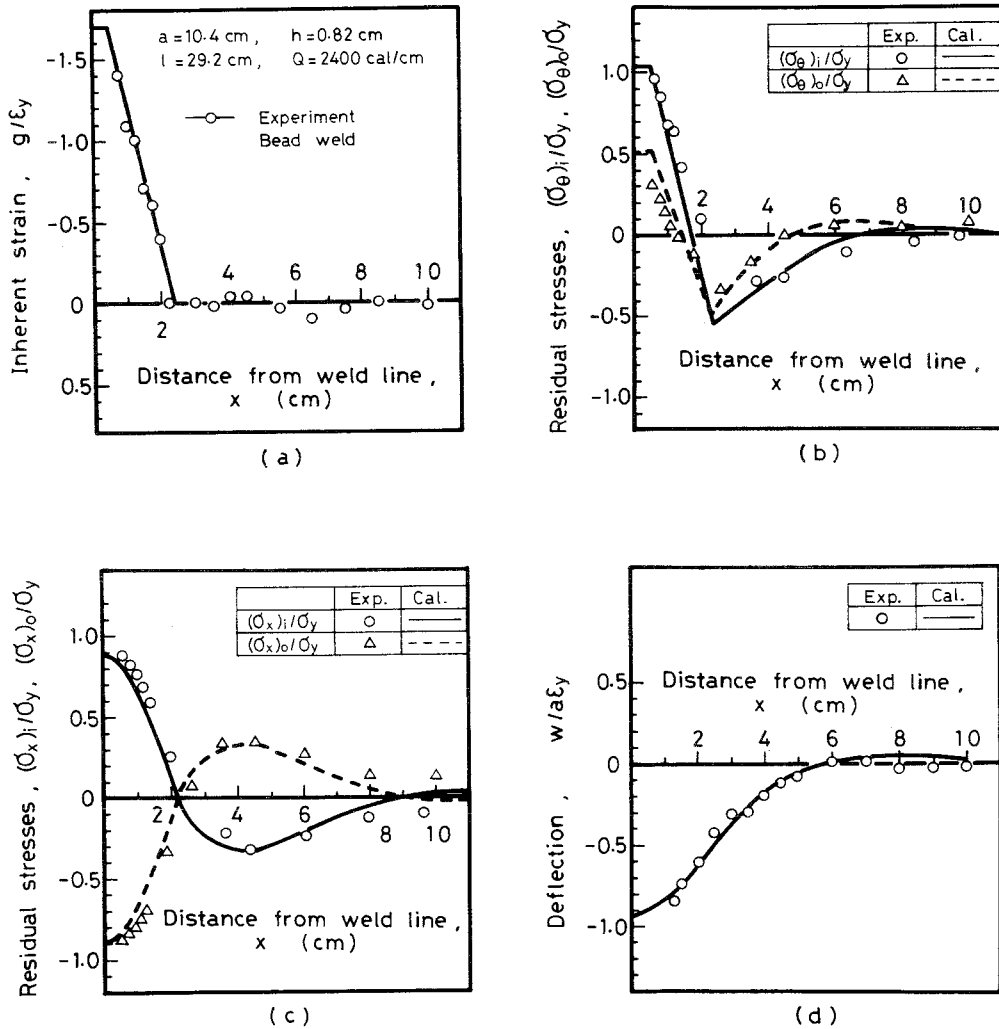


図4-5 全周溶接による応力・変形の計算結果と実験結果の比較  
 [(a) 計算に使用した固有歪分布 (b)周方向内外表面応力、  
 (c) 軸方向内外内外表面応力、(d) たわみ変形]

当であることが実証された。

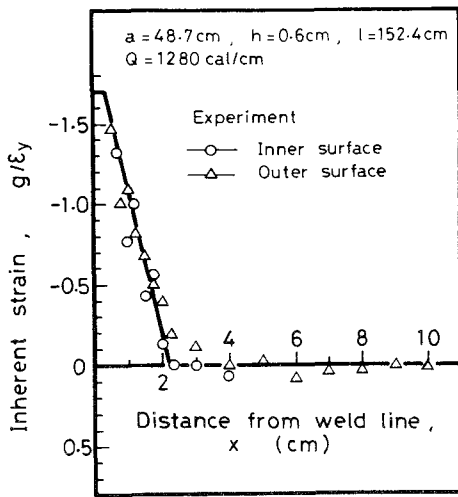
ところで、周方向溶接による固有歪分布は、図4-3(b)の台形モデルのように必ずしも等方性とは限らない。しかし、上述のように溶接線方向の固有歪のみを測定し、等方性と仮定して台形モデルで計算した応力と変形が実験結果とよく一致することは、溶接線直角方向の固有歪は応力と変形にはあまり影響しないことを意味している。このことは、また6.2節で示すように溶接線方向の固有歪のみを考えた解析結果と上述の等方性固有歪の台形モデルによる計算結果が一致することからも理解できる。また軸方向溶接についても同様のことが言える。

#### 4.4.3 大径鋼管についての結果

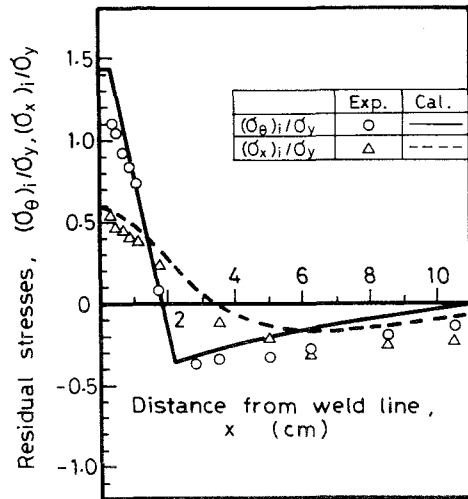
図4-6 は $a=48.7\text{cm}$ ,  $h=0.6\text{cm}$ ,  $Q=152.4\text{cm}$ の大径鋼管を溶接入熱 $Q=1280\text{cal/cm}$ で全周溶接した場合の実験結果と計算結果を示したものである。同図(a) は内外表面において測定された溶接線方向の固有歪である。図からわかるように、内面と外面の固有歪はほぼ一致しており、4.3節で述べた固有歪は板厚方向に一定であるという仮定が適切であることがうかがえる。図中の実線は4.4.1節で述べた方法で実測値から決定した固有歪分布である。この固有歪分布を用い、4.3節で述べた方法で計算した残留応力を図4-6(b), (c)に示した。図から明らかなように、内外表面の $x, \theta$ 方向いずれについても計算結果は実験結果と良い対応を示しており、台形モデルによる解析手法が大径鋼管の全周溶接による残留応力の解析にも適用できることが確認できた。

#### 4.4.4 円周の一部が溶接された場合の結果

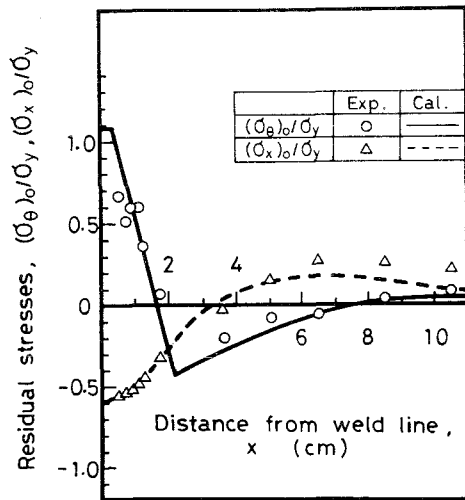
周方向溶接による残留応力・変形については1.1節でも述べたように現在までに幾つかの解析法が示されているが、それらはいずれも全周溶接による残留応力・変形を対象にしたもので、いずれも軸対称問題として取り扱っている。従って、円周の一部が溶接される補修溶接や付加物の溶接による残留応力・変形の計算には、それらの解析法はそのままでは適用できない。ところが、4.3節で提案した台形モデルによる



(a)



(b)



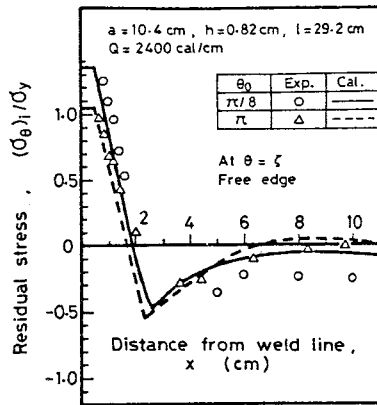
(c)

図4-6 全周溶接による応力・変形の計算結果と実験結果の比較

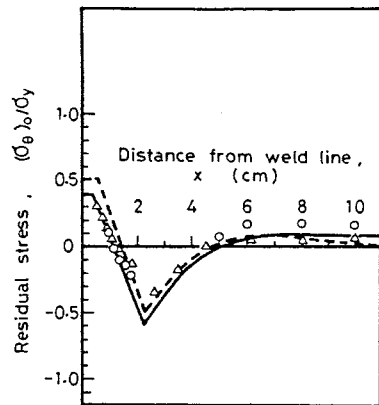
〔(a) 計算に使用した固有歪分布、(b) 内表面での周、軸方向応力、(c) 外表面での周、軸方向応力〕

解析法は理論的には図4-3(a)に示すように円周の一部 $2a\theta_0$ が溶接された場合の残留応力・変形も全周溶接と全く同様に解析できる特長を持っている。そこで、ここでは本解析法による計算結果と実験結果の比較によって、本解析法が円周の一部が溶接さ

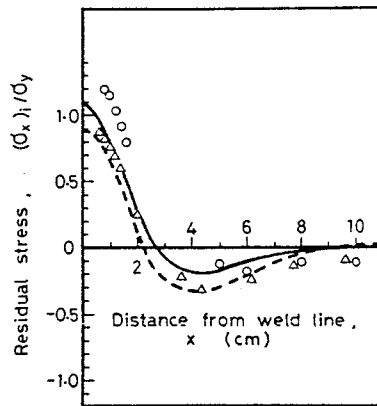




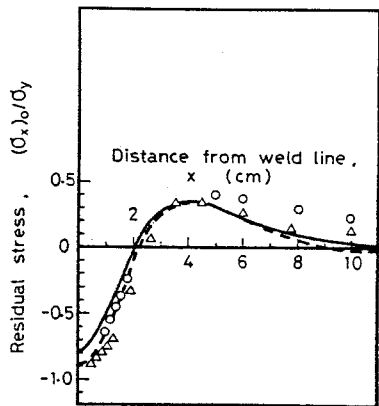
(a)



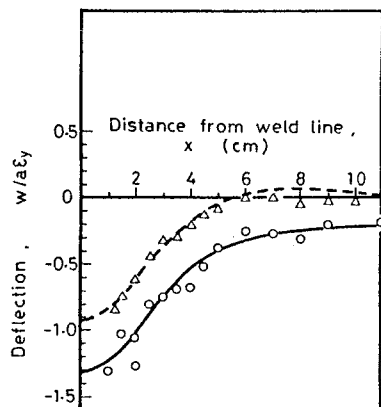
(b)



(c)



(d)



(e)

図4-7 周方向の一部が溶接された場合の応力・変形の計算結果と実験結果の比較

れる場合の残留応力・変形の計算にも適用できることを示す。

図4-7 は図4-5 と同じ溶接条件で円周の1/8 を溶接した場合の溶接線中央部( $\theta=\zeta$ )の残留応力とたわみ変形を全周溶接の結果と一緒に示したものである。円周の一部( $2\theta_0=2\pi/8$ )を溶接した場合の残留応力とたわみ変形の数値計算は、図4-5(a)に実線で示した全周溶接による固有歪と同じものが溶接長 $2a\theta_0=8.17\text{cm}$  にわたって残存すると仮定して行った。まず、実験と計算結果と対応に注目すると、図4-7(a),(b)に示した内外表面の周方向応力、同図(c),(d)の軸方向応力及び(c)のたわみ変形のいずれも計算結果と実験結果は比較的良く一致している。従って、円周の一部分が溶接された場合の残留応力・変形の計算にも本解析法の適用が可能である。次に、全周溶接の結果との差違に注目すると、溶接線近傍の内表面では、円周の一部分を溶接した場合の方が全周溶接に比べて、周及び軸方向応力ともに引張応力が大きい。たわみ変形は円周の一部を溶接した方が全体的に大きい。これらの理由は溶接線方向の収縮に加えて、溶接線を節とする横曲り変形を生じるためと考えられる。

以上2,3の溶接条件について、周方向溶接による残留応力・変形の実験結果と図4-3(b)に示した台形モデルによる計算結果の比較から、本解析手法の妥当性と有効性の検証を行った。その結果を総合的に判断すると、本解析手法によって比較的精度良く残留応力と変形を解析できることが明らかになった。次節では軸方向溶接について同様の検討を試みる。

## 4.5 節 軸方向による残留応力・変形の解析結果と実験結果の比較

### 4.5.1 位置 $\theta_0'$ について

図4-1(a),(b)に示したように軸方向溶接の固有歪分布は周方向溶接の固有歪分布と同じ特性を持つので、4.4.1 節と同様な考え方で図4-1(b)に示すB点すなわち位置 $\theta_0'$ を決めることができる。そこで、表3-2(b)の溶接条件について、実験結果と計算結果の比較検討を行い、次に示すようにして台形固有歪分布を決定した。すなわち、

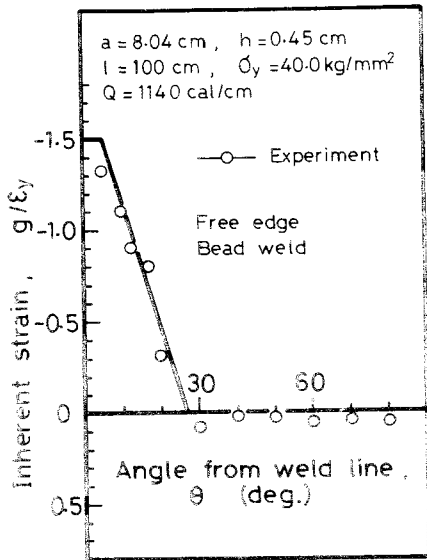
溶接線から少し離れた場所の固有歪勾配を実験によって決定し、軸方向溶接については、溶接線 $\theta=0$  に瞬間平面熱源を投与したと考えたときの最高到達温度 $T_M$ が $T_M=830^\circ\text{C}$ となる位置を $\theta_0'$ として、次式によって決定した。

$$a\theta_0' = 0.242Q/c\rho hT_M \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

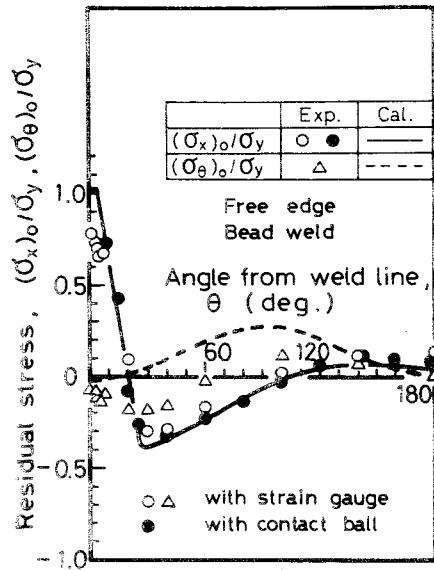
そのようにすると、溶接条件の広い範囲にわたって残留応力・変形の計算結果は実験結果とよい一致を示す。図4-1(b)の折れ線ABCの台形固有歪分布は、上述の方法に従って決定したものである。

#### 4.5.2 小径鋼管についての結果

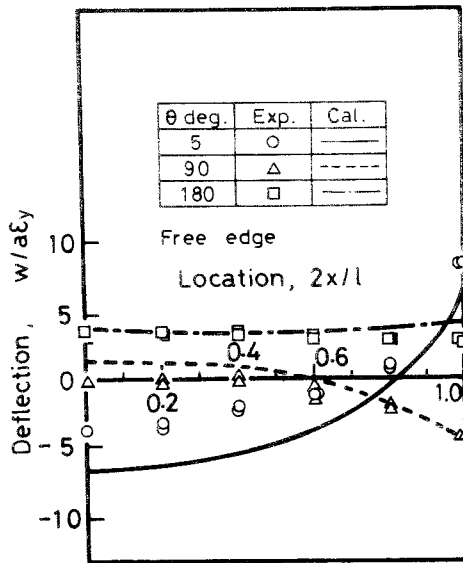
図4-8は寸法 $a=8.04\text{cm}$ ,  $h=0.45\text{cm}$ ,  $l=100\text{cm}$ の両端自由条件の鋼管に溶接入熱 $Q=1140\text{ cal/cm}$ で全長溶接した場合の実験結果と計算結果を示したものである。同図(a)は鋼管のほぼ中央付近で測定された固有歪分布である。図中の実線は4.5.1節の方法で実験的に決定された固有歪分布で、この固有歪分布を用い、4.3節で述べた解析法による計算結果を図4-8(b), (c), (d)に示した。同図(b)は鋼管中央付近の外表面上の軸及び周方向応力の結果である。軸方向応力は計算と実験結果が非常に良く一致している。周方向応力は計算と実験結果の対応は余り良くないものの、周方向応力は値が小さい。同図(c)はたわみ変形の軸方向の分布について計算と実験結果を比較したものである。図から明らかのように、溶接線から $\theta=5\text{deg.}$ のたわみ変形については計算と実験結果の間に多少の差があるが、 $\theta=90$ と $180\text{deg.}$ については計算と実験結果は良く一致している。 $\theta=5\text{deg.}$ と $90\text{deg.}$ のたわみ変形は、軸方向に大きく変化し、中央付近と端面では全く逆符号の変形を生じている。同図(d)は中央断面と端面におけるたわみ変形の周方向分布すなわち断面形状変化を示したものである。右半分に中央断面、左半分に端面についての結果を示しているが、両面ともに計算値は実験値と良く一致している。中央断面の変形状態を見ると、鋼管寸法がまだ十分に長いとは言えないので図3-20に示したように完全に円を保った状態でたわみ変形を生じるまでには至っていないが、それに近い変形様式が認められる。端面では $\theta=0$ と $180\text{deg.}$ 付近で外側にふくらみ卵形の形状に変形している。



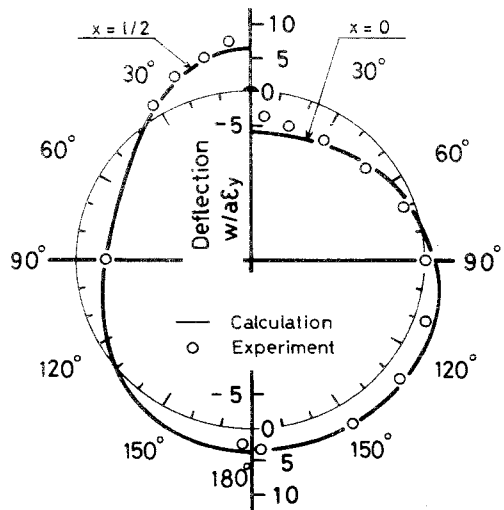
(a)



(b)



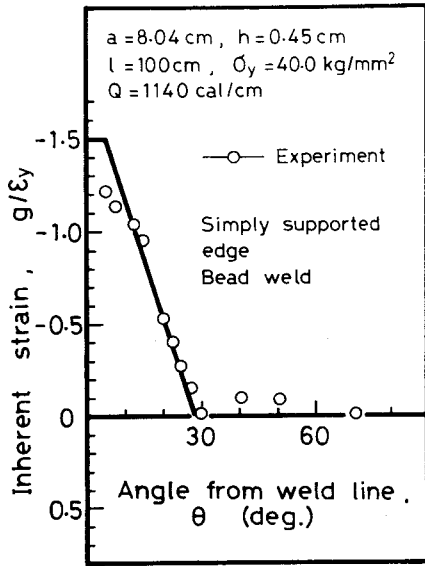
(c)



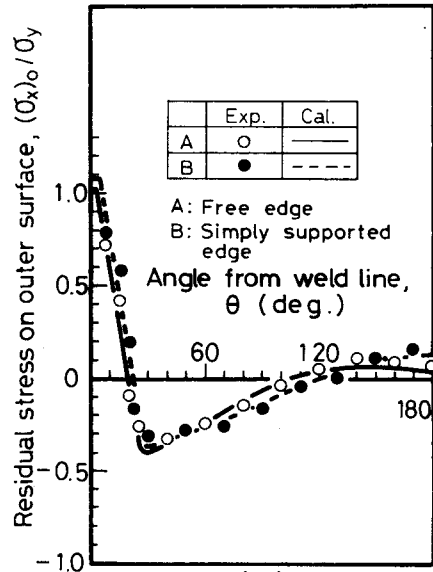
(d)

図4-8 全長溶接による応力・変形の計算結果と実験結果の比較

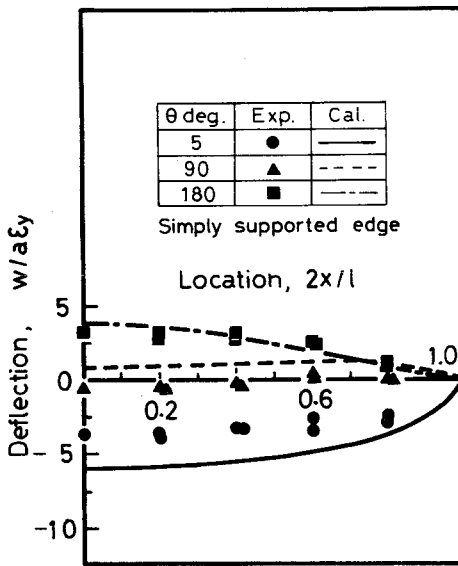
〔(a) 計算に使用した固有歪分布、(b)外表面での軸、周方向応力、  
(c),(d) たわみ変形〕



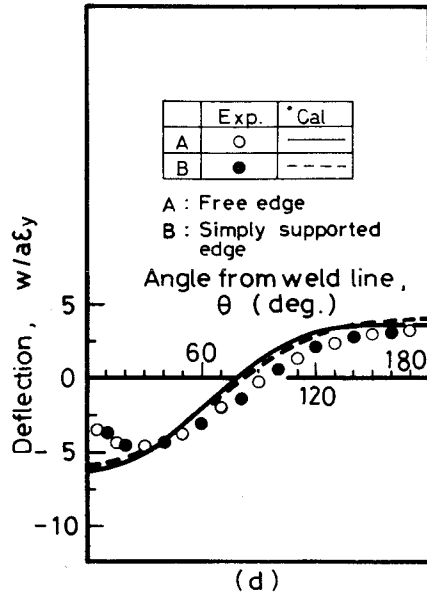
(a)



(b)



(c)



(d)

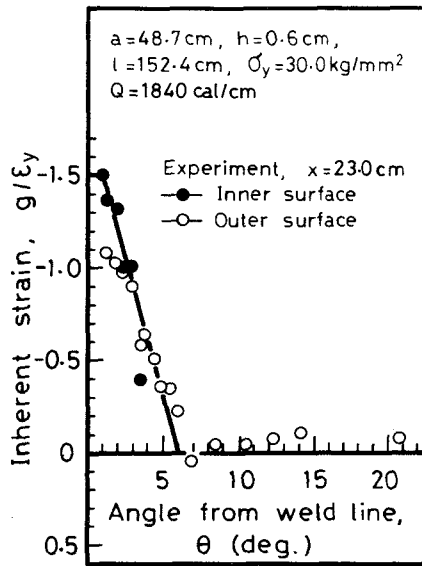
図4-9 全長溶接による応力・変形の計算結果と実験結果の比較

〔(a) 計算に使用した固有歪分布、(b) 外表面での軸、周方向応力、(c)、(d) たわみ変形〕

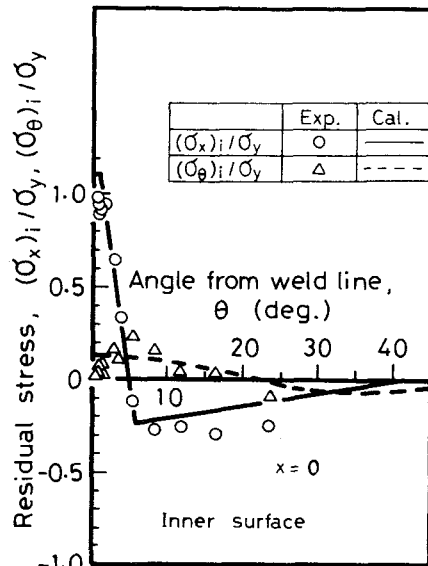
図4-9 は図4-8 と同じ鋼管寸法、溶接入熱条件で両端部の境界条件が単純支持の場合の結果を示したものである。数値計算は実験的に決定された同図(a)の実線の固有歪分布を用いて行った。また、同図(b),(d)には比較のために図4-8(a)の固有歪分布を用いた両端自由条件の計算結果と実験結果も示した。まず、単純支持条件の計算結果と実験結果の対応を見ると、溶接線近傍のたわみ変形については、計算と実験の間に多少の違いが認められるが、その他の場所のたわみ変形と軸方向応力については計算と実験結果は良く一致している。次に、鋼管中央部の残留応力とたわみ変形におよぼす境界条件の影響を見ると、同図(b),(d)から明らかのように両境界条件の残留応力とたわみ変形はほぼ一致しており鋼管の長さ $l$ がある程度以上長くなると、境界条件の影響をあまり受けなくなり、その影響を無視できるのがわかる。

#### 4.5.3 大径鋼管についての結果

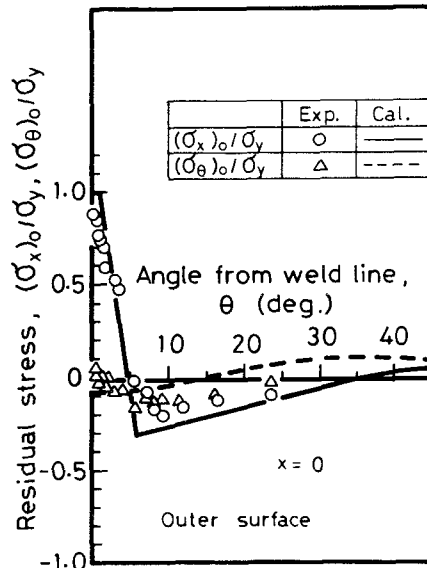
図4-10(a)～(c)は、図中に示す寸法の大径鋼管に全長溶接を行った場合の結果を示したものである。同図(a)は溶接線方向の固有歪の内外表面における測定値である。実験結果から明らかのように、内外表面の固有歪には多少の違いはあるけれども、固有歪の板厚方向の分布は無視できそうである。したがって4.3節で提案した台形モデルの仮定は適切であると言える。固有歪の板厚方向分布を無視できる入熱条件 $Q/h^2$ を決定するには、なお多数の実験を必要とするが、図4-6(a)の全周溶接についての結果及び図4-10(a)の全長溶接についての結果を考慮すると、固有歪の板厚方向分布が無視できる条件は少なくとも $Q/h^2 > (3500 \sim 5000) \text{ cal/cm}^3$ の範囲内と考えられる。図4-10(a)に実線で示す台形は4.5.1節の手順で実験的に決定した固有歪分布で、これを用いて残留応力の計算を行った。同図(b),(c)は内表面と外表面における軸及び周方向応力の計算結果と実験結果を示したものである。図から明らかのように、計算結果は実験値によく一致し、大径鋼管の全長溶接による残留応力の計算にも本解析法の適用が可能であるのがわかる。



(a)



(b)



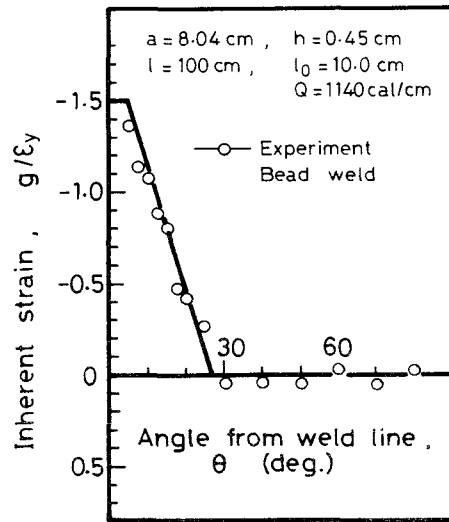
(c)

図4-10 全長溶接による応力・変形の計算結果と実験結果の比較

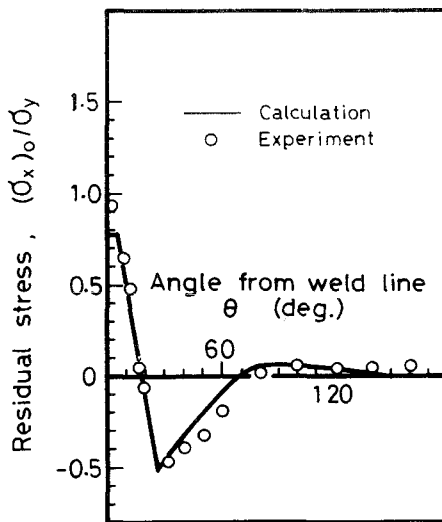
[(a) 計算に使用した固有歪分布、(b) 内表面での軸、周方向応力、(c) 外表面での軸、周方向応力]

#### 4.5.4 軸方向の一部が溶接された場合の結果

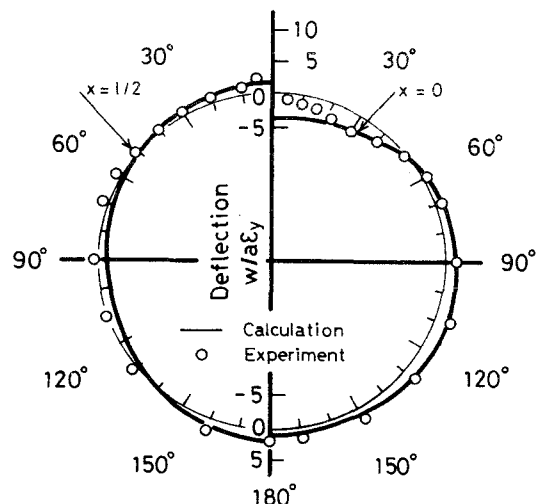
図4-11は寸法が $a=8.04\text{cm}$ ,  $h=0.45\text{cm}$ ,  $l=100\text{cm}$  の鋼管の中央部分20cmを軸方向に溶接した場合の中央断面付近の固有歪、残留応力とたわみ変形の実験結果と計算結果である。図4-11(a)の固有歪分布は同一条件で溶接した図4-8(a)の全長溶接の結果とほぼ一致している。同図中の実線はやはり、4.5.1節に記した方法で実験値から決定された固有歪分布である。これを用いて計算した鋼管中央部( $x=0$ )の応力を同図(b)に、また中央部と端部のたわみ変



(a)



(b)



(c)

図4-11 軸方向の一部が溶接された場合の応力・変形の計算結果と実験結果の比較  
〔(a) 計算に使用した固有歪分布、(b) 軸方向応力、(c) たわみ変形〕



形を同図(c) に示した。両図から明らかなように、計算結果と実験結果はほぼ一致しており、軸方向の一部分が溶接されるような場合についても4.3 節で提案した本解析法が適用できるのがわかった。

#### 4.6 節 固有歪分布におよぼす溶接入熱の影響

4.4 節と4.5 節では、周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と変形の解析を目的として、4.3 節で提案した台形モデルによる解析手法の妥当性と有用性を実験との比較によって確認した。従って、鋼管寸法及び溶接入熱などの諸条件から何らかの方法で固有歪分布が決定できれば、前述の解析法によって残留応力と変形を計算することができる。そこで、本節では多数の全周溶接と全長溶接による固有歪分布を整理し、溶接諸条件から固有歪分布を決定する実験式を求める。

佐藤、寺崎<sup>18)</sup>の研究によると、図4-12の図中に示すような平板の突合せ溶接による溶接線方向残留応力を同図に折れ線で示すように無次元座標で表示すると平均温度上昇量 $T_{av} = Q/2cphW$  が等しい場合は、折れ線の残留応力分布は一致する。そして、また $Y \leq Y_2$ の領域に残留応力の発生原因となる塑性歪が残留し、 $T_{av}$  が低い範囲では、 $Y_2$  が $T_{av}$  に比例することがFEM 解析と実験によって明らかにされている。これらの平板についての解析と実験結果を参考にすると、図3-1(a)の全周溶接については、溶接条件が異なっても平均温度上昇量( $T_{av}$ )<sub>0</sub>が一致する場合は、

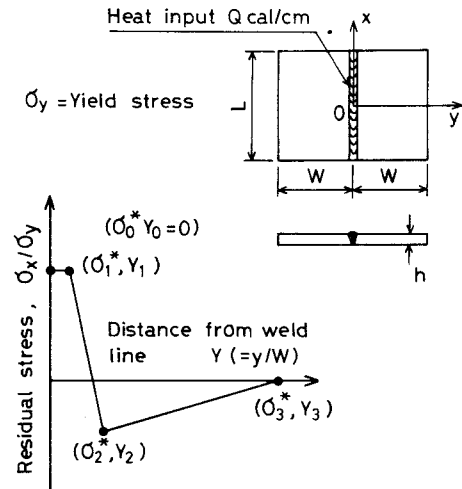


図4-12 平板の突合せ溶接継手の残留応力分布特性

縦軸 $g/\epsilon_y$ 、横軸 $x/(l/2)$  で表示された固有歪分布は一致することが推察される。また全長溶接についても同様に、平均温度上昇量 $(T_{av})_x$ が一致する場合は縦軸 $g/\epsilon_y$ 、横軸 $\theta$  で表示された固有歪分布は一致することが予想される。以下では、これらに着目して固有歪の実験式を誘導する。

#### 4.6.1 全周溶接による固有歪分布

図4-13は平均温度上昇量 $(T_{av})_0 = Q/cphl$ の等しい2つの鋼管の固有歪をそれぞれの鋼管材の降伏歪 $\epsilon_y$ で割り、それを鋼管の半長で無次元化した溶接線からの無次元距離 $2x/l$ に対してプロットしたものである。その結果によると、鋼管寸法と溶接入熱が異なるにも拘わらず固有歪分布はほぼ一致している。従って、無次元座標 $2x/l$ で表示される固有歪 $g/\epsilon_y$ は平均温度上昇量 $(T_{av})_0$ によって一義的に決定されることになる。そこで、表3-2(a)に示した条件によって測定

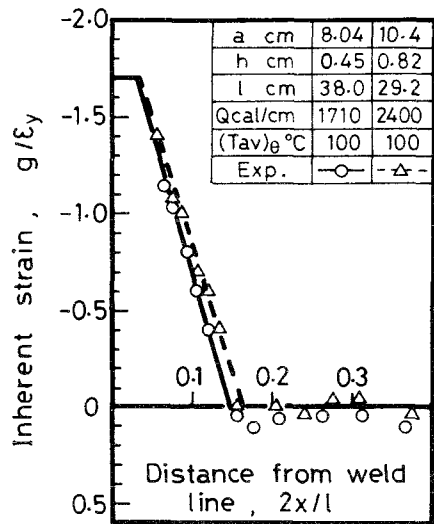


図4-13 全周溶接による固有歪分布と平均温度上昇量 $(T_{av})_0$ の関係

された固有歪を図4-12と同じ様にプロットして、4.4.1 節で述べた方法で溶接線上の固有歪 $g_1/\epsilon_y$  と固有歪の発生領域幅 $2l_0/l$  を求めて $(T_{av})_0$ に対して整理すると図4-14のようになる。図からわかるように、 $g_1/\epsilon_y$  は多少のばらつきはあるが、本実験の範囲では $(T_{av})_0$ に無関係にほぼ一定であり、 $2l_0/l$  は図中に示す2本の折れ線で近似することができる。これらの結果から次のような実験式が導かれる。

$$g_1 = -1.7\epsilon_y \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

$$l_0 = \begin{cases} 0.8 \times 10^{-3} Q/cph & ; (T_{av})_0 \leq 125 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.1l & ; (T_{av})_0 > 125 \text{ }^\circ\text{C} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

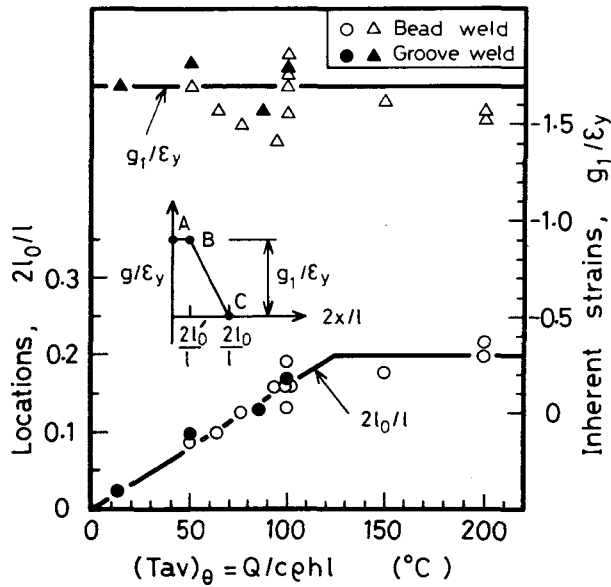


図4-14 全周溶接による固有歪分布の平均温度上昇 $(T_{av})_{\theta}$ による整理

#### 4.6.2 全長溶接による固有歪分布

図4-15は鋼管寸法、溶接入熱は異なるが、平均温度上昇量 $(T_{av})_x = Q/2cprah$  が等しい鋼管の中央付近の固有歪の測定結果を示したものである。図から明らかなように、寸法及び溶接入熱が異なる鋼管でも $(T_{av})_x$ が等しい場合は固有歪分布が一致する。従って、固有歪分布 $g/\epsilon_y$ は $(T_{av})_x$ によって決定されると考えられる。そこで、表3-2(b)に示した実験条件によって測定された固有歪を図4-15のように表示し、溶接線上の固有歪 $g_1/\epsilon_y$ と固有歪の発生領域 $\theta_0$ を $(T_{av})_x$ に対してプロットすると図4-16のような結果が得られる。図4-16は図

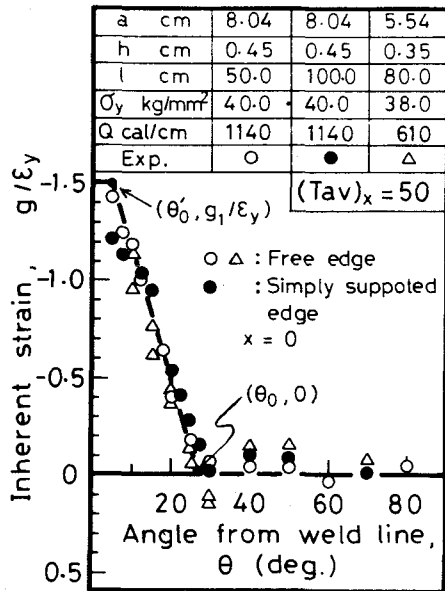


図4-15 全長溶接による固有歪分布と平均温度上昇量 $(T_{av})_x$ の関係

4-14と類似の特性を持っており、図から次のような実験式が導かれる。

$$g_1 = -1.5\epsilon_y \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

$$a\theta_0 = \begin{cases} 1.5 \times 10^{-3} Q/cph & ; (T_{av})_x \leq 65^\circ\text{C} \\ 0.61a & ; (T_{av})_x > 65^\circ\text{C} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

以上に示した結果から、溶接入熱 $Q$ と円筒殻寸法 $a, h, \rho$ が与えられると、全周溶接による固有歪分布は(4.3), (4.5), (4.6)式によって、また全長溶接による固有歪分布は(4.4), (4.7), (4.8)式によって決定することができる。従って、4.3節で述べた解析法によって、任意条件の全周溶接ならびに全長溶接による残留応力と変形を計算することができる。

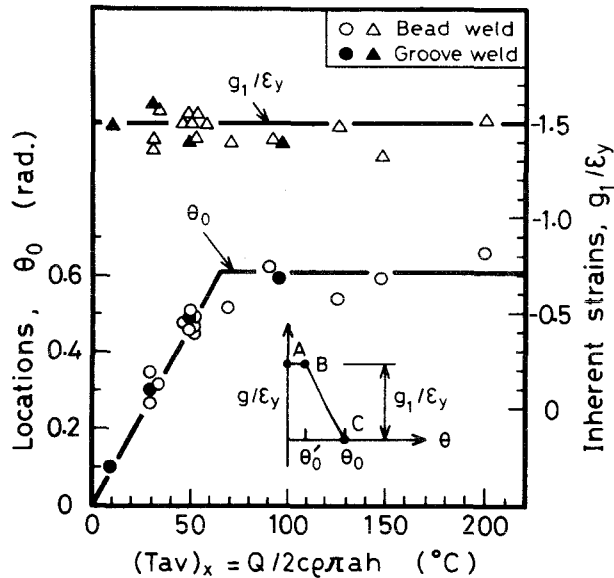


図4-16 全長溶接による固有歪分布の平均温度上昇量 $(T_{av})_x$ による整理

#### 4.7節 結 論

第2章では、固有歪の大きさが周方向に一定の三角形モデル（図2-5）と軸方向に一定の三角形モデル（図2-12）の応力と変形は、円筒殻熱応力問題のグリーン関数を固

有歪概念に適用することによって統一的に解析できることを示して、両三角形モデルの応力・変形式を誘導した。また、第3章では実験によって残留応力・変形の分布特性を明らかにした。本章では、第2章での三角形モデルによる応力の計算結果と第3章の残留応力測定結果の比較検討によって、全周溶接と全長溶接による固有歪分布は台形と仮定するのが合理的であること、ならびに弾性解析では解の重ね合せが可能であることなどに着目して、周方向溶接と軸方向溶接の残留応力・変形を統一的な考え方に基づいて解析できる台形モデルを提案し、その解析手法を示した。すなわち、図4-3(a)に示す周方向溶接による残留応力・変形は同図(b)の台形モデルの応力・変形によって評価でき、その応力・変形は同図(c)の一点鎖線と破線で示した三角形モデルの応力・変形を第2章で導出した応力・変形式によって算出し、それらを加えて求めることができる。また、同様に図4-4(a)に示す軸方向溶接による残留応力・変形は同図(b)の台形モデルの応力・変形によって評価でき、その応力・変形は同図(c)の一点鎖線と破線で示す三角形モデルによって計算できる。そして、実験的に決定された固有歪分布を使用して上述の解析法による計算結果と実験結果を種々の条件について比較検討した結果、以下に要約して示すように両者はよく一致した。その結果として、本解析法の妥当性が実証されるとともに、その有用性が明らかになった。

周方向溶接について得られた結果を要約すると次のようになる。

- (1) 全周溶接による残留応力・変形についての計算結果は実験結果と良く一致する。
- (2) 周方向の一部が溶接された場合の残留応力と変形の計算結果も実験結果とよい対応を示した。
- (3) 全周溶接による固有歪の実験式

$$g_1 = -1.7\epsilon_y$$

$$g_0 = \begin{cases} 0.8 \times 10^{-3} Q / c \rho h & ; (T_{av})_e \leq 125 \text{ } ^\circ\text{C} \\ 0.1g & ; (T_{av})_e > 125 \text{ } ^\circ\text{C} \end{cases}$$

を求め、任意条件の残留応力と変形の計算を可能にした。

軸方向溶接による残留応力・変形についての計算結果と実験結果の比較検討によって次のことが明らかになった。

- (4) 両端が自由条件の小径鋼管に全長溶接を行った場合、軸方向応力については計算と実験結果は非常に良く一致した。たわみ変形は溶接線近傍での計算と実験結果に僅かの違いがあるが、その他の場所では計算と実験結果は良く一致した。また両端単純支持条件の鋼管についても上記と同様の結果が得られ、溶接線近傍におけるたわみ変形の多少の違いを除いて、軸方向応力、たわみ変形ともに計算結果と実験結果は良い対応を示した。そしてまた、鋼管の長さがある程度以上長くなると鋼管中央付近の応力・変形は境界条件の影響を受けなくなることを実験と計算によって確認した。
- (5) 鋼管の軸方向の一部分が溶接された場合の残留応力・変形についても計算と実験結果が良い対応を示すことを確かめた。
- (6) 全長溶接による固有歪の実験式

$$g_1 = -1.5\epsilon_y$$

$$a\theta_0 = \begin{cases} 1.5 \times 10^{-3} Q/cph & ; (T_{av})_x \leq 65^\circ\text{C} \\ 0.61a & ; (T_{av})_x > 65^\circ\text{C} \end{cases}$$

を求め、任意条件の残留応力と変形の計算を可能にした。

## 第5章 薄肉円筒殻の溶接残留応力・変形の支配パラメータ

### 5.1節 緒言

第4章では、薄肉円筒殻の周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と変形を解析するための台形モデルを提案し、その応力・変形の計算法について述べた。そして、2, 3の実験条件について、実験結果と計算結果が良く一致することを示し、提案された台形モデルによる残留応力と変形の解析法が適切であることを実証した。

鋼管の溶接に限らず、残留応力と変形を精度良く解析する解析法の開発研究も重要であるが、また一方では溶接入熱や被溶接物の寸法が残留応力と変形におよぼす影響を簡便な方法で定性的に、できれば定量的に評価できるようにすることも工学的には重要な課題である。このような観点から、本章ではまず4.3節で提案された台形モデルによって、全周溶接と全長溶接の残留応力と変形を決定するパラメータを解析的に見出し、それらが固有歪分布を決定するパラメータと円筒殻寸法によって決定される寸法パラメータの2つであることを示す。次に、前者の固有歪分布を決定するパラメータは、第4章で求めた固有歪分布の実験式を用い、溶接入熱によって決まる入熱パラメータであることを示す。そして、結果的には、全周溶接と全長溶接による残留応力と変形は、ともに入熱パラメータと寸法パラメータの2つのパラメータによって決定されることを実験によって立証する。

### 5.2節 全周溶接による残留応力・変形の支配パラメータ

ここでは、図5-1(a)に示すように平均半径 $a$ 、板厚 $h$ 、長さ $l/2$ の2つの薄肉円筒殻が溶接入熱 $Q$ で全周溶接された場合の残留応力と変形を支配決定するパラメータを誘導する。

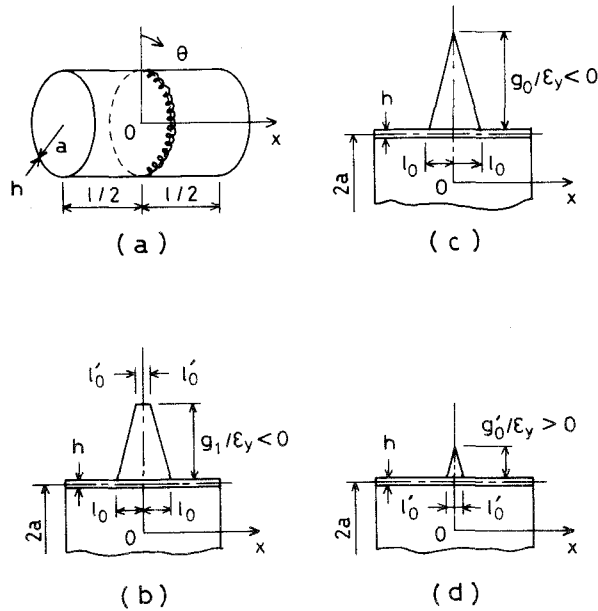


図5-1 全周溶接の残留応力と変形の解析モデル

### 5.2.1 台形モデルの応力・変形を決定するパラメータ

第4章で明らかにしたように、周方向溶接の残留応力・変形は図5-1(b)に示す台形モデルの応力・変形によって評価できる。そして、その応力・変形は図5-1(c)と(d)に示す三角形モデルの応力・変形を加え合せて求められる。従って、図5-1(c),(d)の三角形モデルの応力・変形を決定するパラメータが求められれば、同図(b)の台形モデルすなわち全周溶接の応力・変形を決定するパラメータが求められる。そこで、まず、初めに図5-1(c)の三角形モデルの応力・変形を決めるパラメータを見出す。座標原点が図5-1(c)に示すように円筒中央にあるときの三角形モデルの応力・変形式は、第4章で述べたように、2.4.2節で示した座標原点が円筒殻の左端にある場合の三角形モデルの応力・変形式において(4.1)式のような置き換えによって求められる。従って、図5-1(c)の三角形モデルのたわみ変形は



$$\frac{w^p}{a\epsilon_y} = \frac{48(1+\nu)l_0\theta_0}{\pi l \epsilon^2} \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \cos \frac{m\pi x}{l} \frac{1 - \cos(m\pi l_0/l)}{(m\pi l_0/l)^2} \times \left[ \frac{1-\nu}{H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{w}}{H_{mn}} \text{(SC)} \right] \dots\dots\dots (5.1)$$

ただし、 $(SC) = \frac{\sin n\theta_0}{n\theta_0} \cos n(\theta - \zeta)$

と表示できる。そして、全周溶接を対象にするので $\theta_0 = \pi$ を上代に代入すると〔 〕内第2項の非軸対称項は(SC)=0だから、ゼロになり次式のように簡単になる。

$$\frac{w^p}{a\epsilon_y} = \frac{48(1+\nu)}{\epsilon^2} \frac{l_0}{l} \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \cos \frac{m\pi x}{l} \times \frac{1 - \cos(m\pi l_0/l)}{(m\pi l_0/l)^2} \frac{1-\nu}{H_{m0}} \dots\dots\dots (5.2)$$

また、 $H_{m0} = \mu^4 + 6I$ ,  $\mu = m\pi a/l$ ,  $\epsilon = h/a$  を考慮した変形を行うことによって次式が導かれる。

$$\frac{w^p}{a\epsilon_y} = 48(1+\nu) \frac{l_0/\sqrt{a h}}{\beta_0} \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \cos \frac{m\pi x/\sqrt{a h}}{\beta_0} \times \left[ \frac{\beta_0}{m\pi l_0/\sqrt{a h}} \right]^2 \left[ 1 - \cos \frac{m\pi l_0/\sqrt{a h}}{\beta_0} \right] \times \left[ \frac{1-\nu}{(m\pi/\beta_0)^4 + 12(1-\nu^2)} \right] \dots\dots\dots (5.3)$$

ただし、 $\beta_0 = l/\sqrt{a h}$

上式から次のことが言える。無次元位置 $x/\sqrt{a h}$ の無次元たわみ変形 $w^p/a\epsilon_y$ は、固有歪分布によって決まる $g_0/\epsilon_y$ ,  $l_0/\sqrt{a h}$ と円筒殻寸法で決まる $\beta_0 = l/\sqrt{a h}$ によって決定される。周方向と軸方向の膜応力、曲げ応力についても同じような変形を行うと、次の結果が得られる。

$$\frac{T_{\theta}^p}{h\sigma_y} = -4 \frac{l_0/\sqrt{a h}}{\beta_0} \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \cos \frac{m\pi x/\sqrt{a h}}{\beta_0} \times \left[ \frac{\beta_0}{m\pi l_0/\sqrt{a h}} \right]^2 \left[ 1 - \cos \frac{m\pi l_0/\sqrt{a h}}{\beta_0} \right]$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[ \frac{1}{1 + 12(1 - \nu^2)(\beta_\theta / m\pi)^4} \right] \\
\frac{T_x^p}{h\sigma_y} &= 0 \\
\frac{6M_\theta^p}{h^2 \sigma_y} &= -2 \frac{\varrho_0 / \sqrt{a h}}{\beta_\theta} \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \cos \frac{m\pi x / \sqrt{a h}}{\beta_\theta} \\
& \times \left[ \frac{\beta_\theta}{m\pi \varrho_0 / \sqrt{a h}} \right]^2 \left[ 1 - \cos \frac{m\pi \varrho_0 / \sqrt{a h}}{\beta_\theta} \right] \\
& \times \left[ \frac{12\nu}{(m\pi / \beta_\theta)^2 - 12(1 - \nu^2)(\beta_\theta / m\pi)^2} \right] \\
\frac{6M_x^p}{h^2 \sigma_y} &= -2 \frac{\varrho_0 / \sqrt{a h}}{\beta_\theta} \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1, 3, 5, \dots}^{\infty} \cos \frac{m\pi x / \sqrt{a h}}{\beta_\theta} \\
& \times \left[ \frac{\beta_\theta}{m\pi \varrho_0 / \sqrt{a h}} \right]^2 \left[ 1 - \cos \frac{m\pi \varrho_0 / \sqrt{a h}}{\beta_\theta} \right] \\
& \times \left[ \frac{12}{(m\pi / \beta_\theta)^2 - 12(1 - \nu^2)(\beta_\theta / m\pi)^2} \right] \\
& \dots\dots\dots \text{以上 (5.4)}
\end{aligned}$$

上式から、無次元位置  $x / \sqrt{a h}$  の各無次元応力も(5.3) 式の無次元たわみと同様に、 $g_0 / \epsilon_y, \varrho_0 / \sqrt{a h}$  と  $\beta_\theta$  によって決定されるのがわかる。従って、(2.15)式を考慮すると、図5-1(c)の三角形モデルの円周方向応力 $\sigma_\theta$ 、軸方向応力 $\sigma_x$ とたわみ変形  $w$ の無次元量は次式のように表示でき、位置  $x / \sqrt{a h}$  の応力と変形は3つのパラメータの関数になる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_\theta / \sigma_y \\ \sigma_x / \sigma_y \\ w / a\epsilon_y \end{bmatrix} = F_\theta \left[ \frac{g_0}{\epsilon_y}, \frac{\varrho_0}{\sqrt{a h}}, \beta_\theta, \frac{x}{\sqrt{a h}} \right] \dots\dots\dots (5.5)$$

全く同じ考え方で、図5-1(d)の三角形モデルの応力・変形を決定するパラメータが次のように求められる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_\theta / \sigma_y \\ \sigma_x / \sigma_y \\ w / a\epsilon_y \end{bmatrix} = F_\theta \left[ -\frac{g_0'}{\epsilon_y}, \frac{\varrho_0'}{\sqrt{a h}}, \beta_\theta, \frac{x}{\sqrt{a h}} \right] \dots\dots\dots (5.6)$$

前述のように、図5-1(b)の台形モデルの応力・変形は同図(c),(d) の三角形モデルの

応力・変形を重畳して求められるので、(5.5),(5.6) 式の結果から、次のように表示できる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_{\theta}/\sigma_y \\ \sigma_x/\sigma_y \\ w/a\epsilon_y \end{bmatrix} = F_{\theta} \left[ \frac{g_1}{\epsilon_y}, \frac{l_0}{\sqrt{a h}}, \frac{l_0'}{\sqrt{a h}}, \beta_{\theta}, \frac{x}{\sqrt{a h}} \right] \dots\dots (5.7)$$

(5.7) 式は台形モデルの応力と変形の無次元分布が4つのパラメータによって決定されることを意味している。それらのうち、 $g_1/\epsilon_y$ ,  $l_0/\sqrt{a h}$ ,  $l_0'/\sqrt{a h}$ は台形固有歪分布によって、また $\beta_{\theta}$ は円筒殻寸法によって決定されるパラメータである。以上に示したように、台形モデルによって全周溶接による残留応力と変形を解析できることと、台形モデルの応力・変形が三角形モデルの応力・変形の重畳によって計算できることに着目して、台形モデルすなわち全周溶接による残留応力と変形を支配決定するパラメータを解析的に誘導した。

## 5.2.2 固有歪特性を考慮した残留応力・変形の支配パラメータ

4.6.1 節で述べたように、全周溶接された鋼管の固有歪分布は図 4-13 に示すように平均温度上昇量  $(T_{av})_{\theta}$  によって一義的に決定される。そこで、多数の実験結果を  $(T_{av})_{\theta}$  に対してプロットして、図4-14を作成した。そして、固有歪分布特性を明らかにするとともに、固有歪分布を決定する実験式(4.5),(4.6) を導いた。

本節では、前節で解析的に誘導した残留応力・変形を支配するパラメータのうち、固有歪分布に関係する3つのパラメータについて検討し、パラメータと  $(T_{av})_{\theta}$  との関係を考えて、溶接入熱  $Q$  と関係づけることを試みる。

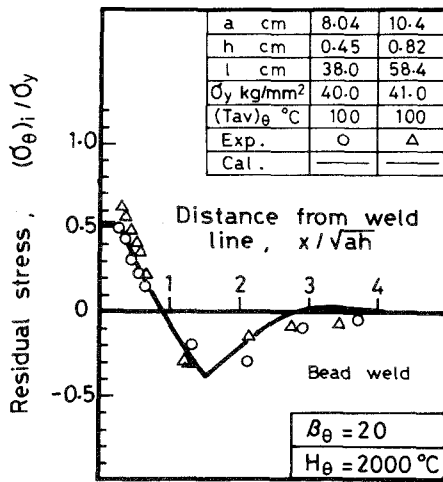
(4.3) 式と(4.5),(4.6) 式を用いると(5.7) 式の固有歪分布に関係するパラメータは次のようになる。

$$\frac{g_1}{\epsilon_y} = -1.7 \quad ; \quad \text{Constant}$$

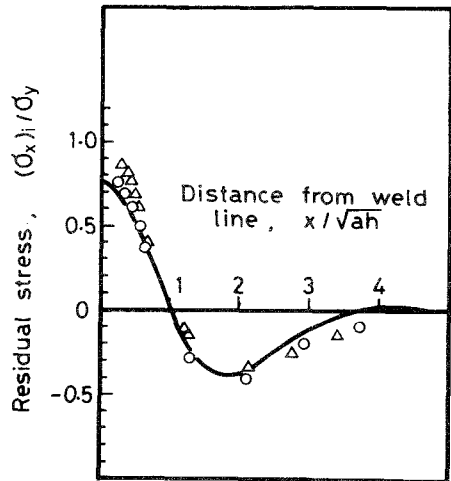
$$\frac{l_0}{\sqrt{a h}} = \frac{l_0}{l} \beta_{\theta} \propto \begin{cases} (T_{av})_{\theta} \cdot \beta_{\theta} & ; (T_{av})_{\theta} \leq 125 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ \beta_{\theta} & ; (T_{av})_{\theta} > 125 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{cases}$$

$$\frac{\varrho_0'}{\sqrt{a \cdot h}} = \frac{\varrho_0'}{\varrho} \beta_\theta \propto (T_{av})_\theta \cdot \beta_\theta \quad \dots\dots\dots \text{以上 (5.8)}$$

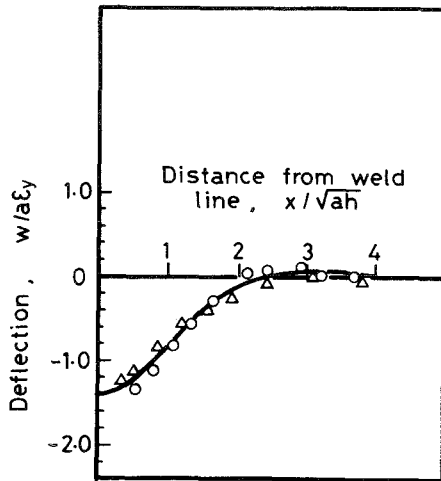
従って、(5.7) 式は平均温度上昇量 $(T_{av})_\theta$ のいかんにかかわらず、次のように書きか



(a)



(b)



(c)

図5-2 全周溶接による残留応力・変形の支配パラメータ $H_\theta$ と $\beta_\theta$ の妥当性の検証 [(a), (b) 内表面での周, 軸方向応力、(c) たわみ変形]

えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{\theta}/\sigma_y \\ \sigma_x/\sigma_y \\ w/ae_y \end{array} \right\} = F_{\theta} \left[ (T_{av})_{\theta} \cdot \beta_{\theta} , \beta_{\theta} , \frac{x}{\sqrt{a h}} \right] \dots\dots\dots (5.9)$$

(5.9) 式によれば、図5-1(a)のように全周溶接された円筒の任意の無次元位置  $x/\sqrt{a h}$  における無次元残留応力  $\sigma_{\theta}/\sigma_y$ 、 $\sigma_x/\sigma_y$  及びたわみ変形  $w/ae_y$  はいずれも次の2つのパラメータ

$$\left. \begin{array}{l} \text{入熱パラメータ} : H_{\theta} = (T_{av})_{\theta} \cdot \beta_{\theta} = Q/cph\sqrt{a h} \\ \text{寸法パラメータ} : \beta_{\theta} = l/\sqrt{a h} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (5.10)$$

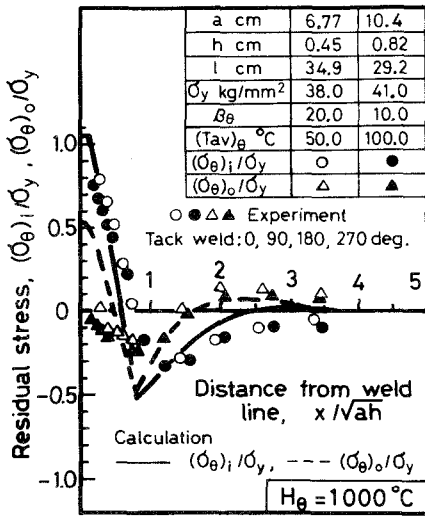
によって決定されることがわかる。

次に、導出された残留応力・変形の支配パラメータ  $H_{\theta}$  と  $\beta_{\theta}$  の妥当性を実験によって実証する。図5-2 は表3-2(a)の実験条件のうち、No.2とNo.8の試験体の残留応力と変形の実測値と計算結果を図示したものである。両試験体の入熱パラメータ  $H_{\theta}$  (=2000 °C) と寸法パラメータ  $\beta_{\theta}$  (=20) はそれぞれ同じ値である。そのために、両試験体の残留応力・変形の実測値と計算値は、ともに図5-2(a),(b),(c)に示すように一致しており、導出した支配パラメータ  $H_{\theta}$  と  $\beta_{\theta}$  が適切であるのがわかる。

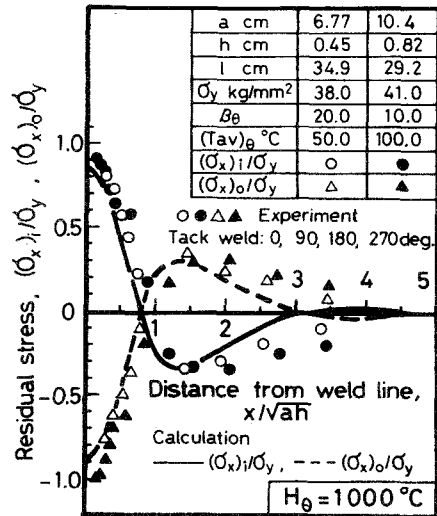
周方向溶接による残留応力とたわみ変形は、溶接線を中心とするある限られた領域内に生じるから、図5-1(a)の長さ  $l$  がある程度以上長くなると、溶接線近傍に残存する残留応力とたわみ変形は、長さ  $l$  に無関係になるはずである。従って、固有歪分布が長さ  $l$  の影響を受けない場合は寸法パラメータ  $\beta_{\theta}$  がある臨界値  $(\beta_{\theta})_{cr}$  よりも大きくなると(5.9) 式に示した残留応力とたわみ変形の無次元量は入熱パラメータ  $H_{\theta} = Q/cph\sqrt{a h}$  だけで決定されることが推測される。図5-3(a),(b),(c)は、寸法パラメータの臨界値  $(\beta_{\theta})_{cr}$  の存在を示す実験結果と計算結果である。図から明らかなように、 $\beta_{\theta} > (\beta_{\theta})_{cr}$  と考えられる条件では、 $\beta_{\theta}$  が異なる場合でも入熱パラメータ  $H_{\theta}$  が一致すれば残留応力・変形は一致する。なお、臨界値  $(\beta_{\theta})_{cr}$  については、6.3.1 節で詳しく論ずるが、図5-3 の  $H_{\theta} = 1000$  °C の場合、 $(\beta_{\theta})_{cr}$  は  $(\beta_{\theta})_{cr} = 8$  {図6-4、(6.21)式参照} である。

全周溶接による残留応力・変形の支配パラメータについては、第1章緒論で述べたように、藤田等<sup>24)</sup> が本論文の入熱パラメータに相当するものを既に数値計算によって導き出しているが、本論文では、提案した台形モデルを使用してパラメータを解析

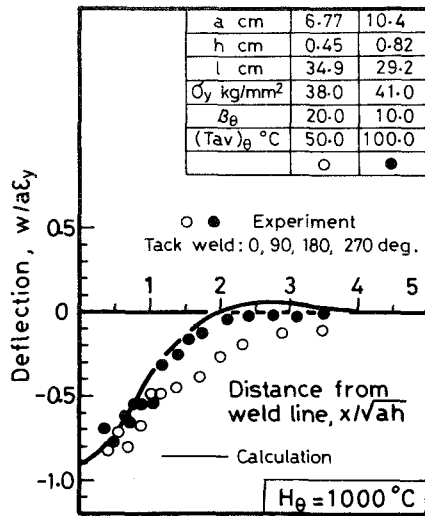
的に誘導しているのので、パラメータの物理的意味が理解しやすい。また、次節で示すように全長溶接による残留応力・変形の支配パラメータも同じ考え方に基づいて誘導されている。



( a )



( b )



( c )

図5-3  $\beta_\theta \geq (\beta_\theta)_{cr}$  のために、入熱パラメータ  $H_\theta$  のみによって決定される全周溶接の残留応力と変形 [(a) 内、外表面での周方向応力、(b) 内、外表面での軸方向応力、(c) たわみ変]

### 5.3 節 全長溶接による残留応力・変形 の支配パラメータ

ここでは、図5-4(a)に示すように平均半径 $a$ 、板厚 $h$ 、長さ $l$ の薄肉円筒殻が溶接入熱 $Q$ で全長溶接された場合の残留応力と変形を決定するパラメータを導き出す。

#### 5.3.1 台形モデルの応力・変形を決定するパラメータ

図5-4(a)に示すように、全長溶接された場合の残留応力と変形は同図(b)に示した台形モデルによって解析できる。その応力と変形は同図(c),(d)の2つの三角形モデルの応力と変形を重畳して求められる。従って、これらの三角形モデルの応力と変形を決定するパラメータを明らかにすれば、同図(b)の台形モデルの応力・変形を支配決定するパラメータを明らかにすることができる。そこで、まず図5-4(c)に示す三角

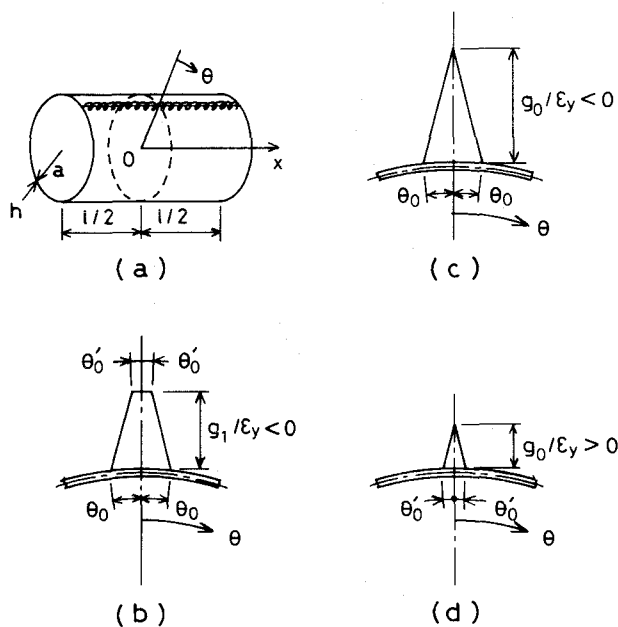


図5-4 全長溶接の残留応力と変形の解析モデル

形モデルの応力・変形を決定するパラメータを求める。座標原点が円筒殻の左端にある場合の応力・変形式については2.5.2節で述べたが、図5-4(a)のように座標原点を円筒殻中央に移動させ、しかも溶接線を $\theta=0$ とした場合の応力・変形式は、2.5.2節で述べた方法によって求めた応力・変形式において、(4.1)式と(4.2)式に示す置換を行う必要がある。そのようにして得られた図5-4(c)の三角形モデルの無次元たわみと無次元応力は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \left( \frac{h}{a} \right)^{1/2} \frac{w}{\rho \epsilon_y} &= \frac{24(1+\nu)}{\pi} \theta_0 \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} \\ &\times \cos \frac{m\pi x}{l} \left[ \frac{1}{2} \frac{2\mu}{\epsilon^{3/2} (m\pi)^2} \frac{1-\nu}{H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\mu}{\epsilon^{3/2} (m\pi)^2} \right. \\ &\times \left. \frac{\bar{w}}{H_{mn}} \frac{1-\cos n\theta_0}{(n\theta_0)^2} \cos n\theta \right] \\ \frac{T_{\theta}^p}{h\sigma_y} &= -\frac{2}{\pi} \theta_0 \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} \cos \frac{m\pi x}{l} \\ &\times \left[ \frac{1}{2} \frac{2}{m\pi} \frac{\mu^4}{H_{m0}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{m\pi} \frac{\bar{T}_{\theta}}{H_{mn}} \right. \\ &\times \left. \frac{1-\cos n\theta_0}{(n\theta_0)^2} \cos n\theta \right] \\ \frac{6M_{\theta}^p}{h^2 \epsilon_y} &= -\frac{1}{\pi} \theta_0 \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} \cos \frac{m\pi x}{l} \\ &\times \left[ \frac{1}{2} \frac{2}{m\pi} \frac{12\nu\mu^2}{\epsilon H_{m0}} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\epsilon}{m\pi} \frac{\bar{M}_{\theta}}{H_{mn}} \right. \\ &\times \left. \frac{1-\cos n\theta_0}{(n\theta_0)^2} \cos n\theta \right] \\ \frac{T_x^p}{h\sigma_y} &= -\frac{2}{\pi} \theta_0 \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} \cos \frac{m\pi x}{l} \\ &\times \left[ 0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{m\pi} \frac{\bar{T}_x}{H_{mn}} \right. \\ &\times \left. \frac{1-\cos n\theta_0}{(n\theta_0)^2} \cos n\theta \right] \end{aligned}$$



$$\frac{6M_x^p}{h^2 \sigma_y} = -\frac{1}{\pi} \theta_0 \frac{g_0}{\epsilon_y} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} \cos \frac{m\pi x}{l}$$

$$\times \left[ \frac{1}{2} - \frac{2}{m\pi} - \frac{12\mu^2}{\epsilon H_{m0}} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\epsilon}{m\pi} \frac{\bar{M}_x}{H_{mn}} \right]$$

$$\times \frac{1 - \cos n\theta_0}{(n\theta_0)^2} \cos n\theta$$

..... 以上(5.11)

次に、寸法比が  $a/l \ll 1, h/a \ll 1$  の三角形モデルの応力・変形を決定するパラメータを誘導する。(5.11)式の〔 〕内第1項の軸対称項と第2項の非軸対称項について、両項に最も大きな影響を与える項に注目して、 $\mu (=m\pi a/l)$  と  $\epsilon (=h/a)$  の次数を求めると次式のようになる。

$$\left[ \frac{h}{a} \right]^{1/2} \frac{w^p}{l\epsilon_y} = \left[ (\mu\epsilon^{1/2}), \left( \frac{\epsilon^{1/2}}{\mu} \right) \right]$$

$$\frac{T_\theta^p}{h\sigma_y} = \left[ (\mu\epsilon^{1/2})^4, \left( \frac{\epsilon}{\mu} \right)^2 \right]$$

$$\frac{6M_\theta^p}{h^2 \sigma_y} = \left[ (\mu\epsilon^{1/2})^2, \left( \frac{\epsilon^{1/2}}{\mu} \right)^2 \right]$$

$$\frac{T_x^p}{h\sigma_y} = \left[ 0, \left( \frac{\epsilon^{1/2}}{\mu} \right)^2 \right]$$

$$\frac{6M_x^p}{h^2 \sigma_y} = \left[ (\mu\epsilon^{1/2})^2, \left( \frac{\epsilon^{1/2}}{\mu} \right)^4 \right]$$

..... 以上(5.12)

ただし、上式の〔A,B〕のうち、Aは(5.11)式の〔 〕内第1項の $\mu$ と $\epsilon$ の次数を、Bは第2項の $\mu$ と $\epsilon$ の次数を示している。上式から次のことがわかる。 $\mu, \epsilon$ の次数を考慮すると、 $m$ の値が小さくて $\mu, \epsilon$ が小さい場合は〔 〕内第1項は第2項に比べて無視できる程度に小さいか、あるいは $T_x^p/h\sigma_y$ のように0である。 $m$ が大きくなると第1項、第2項ともにその増分が小さくなるので、結果的には $m$ の値が小さい時の値が第1項と第2項を決定する。従って、上式の各無次元の応力と変形は第2項によって決定されることになる。ところで、〔 〕内第2項は $T_\theta^p/h\sigma_y$ を除いて、次式のよ

うに

$$\frac{\epsilon^{1/2}}{\mu} = \left(\frac{h}{a}\right)^{1/2} \frac{q}{m\pi a}$$

$$\propto \left(\frac{h}{a}\right)^{1/2} \frac{q}{a} = \beta_x$$

..... (5.13)

$\beta_x$ によって決定される。一方、 $T_0^p/h\sigma_y$  の〔 〕内第2項は

$$\frac{\epsilon}{\mu} = \frac{h}{a} \frac{q}{m\pi a}$$

$$\propto \frac{h}{a} \frac{q}{a} = \left(\frac{h}{a}\right)^{1/2} \beta_x$$

..... (5.14)

によって決定されるが、 $6M_0^p/h^2\sigma_y$  の〔 〕内第2項に比べて $\epsilon$ が1次高い。そのため、 $T_0^p/h\sigma_y$  は $6M_0^p/h^2\sigma_y$  に比較して値が十分に小さいので、(2.15)式に示すように、これらの和及び差によって求められる $\theta$ 方向の内外表面応力は、 $6M_0^p/h^2\sigma_y$  を決定する $\beta_x$ によってほぼ決定されることになる。

以上の検討結果を踏えて、再び(5.11)式と(2.15)式に注目すると、中央断面( $x=0$ )付近での任意角度 $\theta$ における無次元応力・変形は

$$\left[ \begin{array}{c} \sigma_0/\sigma_y \\ \sigma_x/\sigma_y \\ \sqrt{h/a} w/l\epsilon_y \end{array} \right] = F_x \left[ \begin{array}{c} g_0 \\ \epsilon_y \end{array}, \theta_0, \beta_x, \theta \right] \quad \dots\dots\dots (5.15)$$

ただし、 $\beta_x = \sqrt{h/a}(q/a)$

のように表示でき、3つのパラメータ  $g_0/\epsilon_y$  ,  $\theta_0$  ,  $\beta_x$  の関数になる。全く同じ考えで、図5-4(d)の三角形モデルの応力・変形を決定するパラメータが次式のように求められる。

$$\left[ \begin{array}{c} \sigma_0/\sigma_y \\ \sigma_x/\sigma_y \\ \sqrt{h/a} w/l\epsilon_y \end{array} \right] = F_x \left[ \begin{array}{c} -g_0' \\ \epsilon_y \end{array}, \theta_0', \beta_x, \theta \right] \quad \dots\dots\dots (5.16)$$

従って、図5-4(b)の台形モデルの中央断面付近の応力・変形は

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{\theta} / \sigma_y \\ \sigma_x / \sigma_y \\ \sqrt{h/a} w / l \epsilon_y \end{array} \right\} = F_x \left[ \frac{g_1}{\epsilon_y}, \theta_0, \theta_0', \beta_x, \theta \right] \dots\dots\dots (5.17)$$

と表示でき、任意角度 $\theta$ の無次元応力・変形は4つのパラメータによって決定されることになる。これらのパラメータのうち、前の3つは固有歪分布によって決まり、 $\beta_x$ は円筒殻寸法によって決定されるパラメータである。

### 5.3.2 固有歪特性を考慮した残留応力・変形の支配パラメータ

実験の結果によると、全長溶接による固有歪分布は4.6.2節で述べたように平均温度上昇量 $(T_{av})_x$ によって一義的に決定される。そして、そのことに着目して、固有歪分布を $(T_{av})_x$ で整理し、図4-16を作成して実験式(4.7),(4.8)を求めた。この両式と(4.4)式を使用すると(5.17)式中の固有歪分布に関するパラメータは次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{g_1}{\epsilon_y} &= -1.5 \\ \theta_0 &\propto \begin{cases} (Q/c\rho ah) \propto (T_{av})_x & ; (T_{av})_x \leq 65^\circ\text{C} \\ \text{Constant} & ; (T_{av})_x > 65^\circ\text{C} \end{cases} \\ \theta_0' &\propto (Q/c\rho ah) \propto (T_{av})_x \end{aligned} \dots\dots\dots \text{以上(5.18)}$$

従って、(5.17)式は $(T_{av})_x$ のいかんにかかわらず次のように書きかえられる。

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{\theta} / \sigma_y \\ \sigma_x / \sigma_y \\ \sqrt{h/a} w / l \epsilon_y \end{array} \right\} = F_x \left[ (T_{av})_x, \beta_x, \theta \right] \dots\dots\dots (5.19)$$

(5.19)式によれば、図5-4(a)のように全長溶接された円筒殻の中央断面( $x=0$ )及び、その付近の断面では任意の角度座標 $\theta$ における無次元残留応力 $\sigma_{\theta} / \sigma_y$ 、 $\sigma_x / \sigma_y$ 及び無次元たわみ変形 $\sqrt{h/a} w / l \epsilon_y$ はいずれも次の2つのパラメータ

$$\left. \begin{array}{l} \text{入熱パラメータ} : H_x = (T_{av})_x = Q / 2c\rho\rho ah \\ \text{寸法パラメータ} : \beta_x = \sqrt{h/a} (l/a) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (5.20)$$

によって決定されることがわかる。

次に、誘導された(5.20)式のパラメータの妥当性を実験によって立証する。図 5-5 (a), (b) は、表3-2(b)の実験条件のうち、入熱パラメータ $H_0$ と寸法パラメータ $\beta_x$ がそれぞれ一致しているNo.12 とNo.14 の鋼管の残留応力とたわみ変形の実験結果と計算結果を示したものである。図から明らかなように両鋼管についての実験値、計算結果とも一致することから、導き出されたパラメータ $H_x$ と $\beta_x$ の妥当性が確認できる。

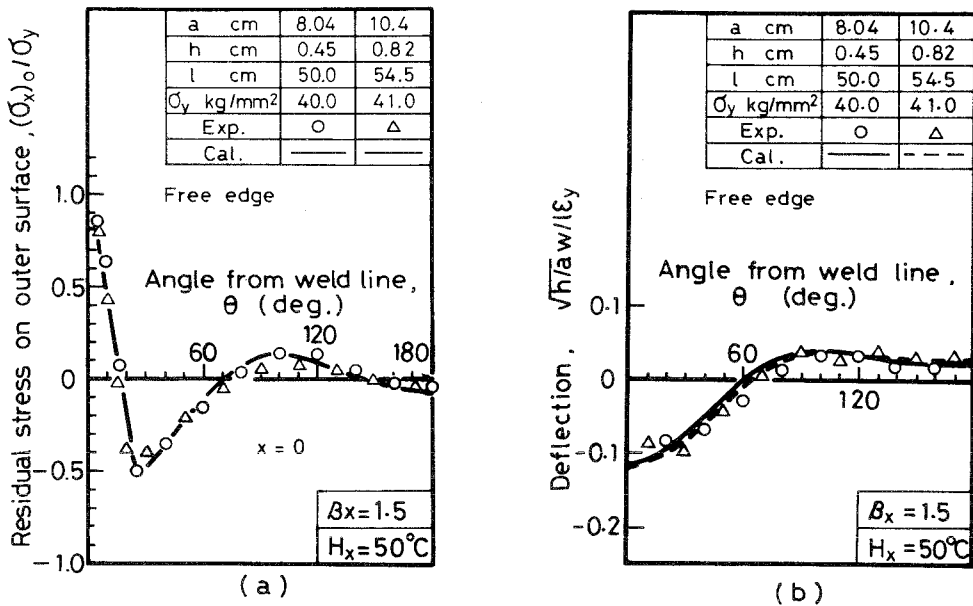


図5-5 全長溶接による残留応力・変形の支配パラメータ $H_x$ と $\beta_x$ の妥当性の検証

ところで、鋼管の長さ $l$ がある程度以上長くなると、6.4節で詳述するように固有歪による鋼管の縦曲がり変形は梁としての変形挙動を示すようになる。そのような変形を生じる場合は、長さ $l$ が変化しても縦曲り変形の曲率は変化しないから、軸方向応力 $\sigma_x / \sigma_y$ も変化しない。すなわち残留応力は長さ $l$ に無関係になる。従って、寸法パラメータ $\beta_x$  [ $=\sqrt{h/a} (l/a)$ ]がある臨界値 $(\beta_x)_{cr}$ よりも大きくなると(5.19)式に示した無次元応力は入熱パラメータ $H_x$ のみによって決定されることになる。しかしながら、 $\beta_x \geq (\beta_x)_{cr}$ の条件でも、 $\sqrt{h/a} w / l \epsilon_y$ の無次元たわみ変形は長さ $l$ が2倍、すなわち $\beta_x$ が2倍になると、やはり2倍になるので、次式のような $\beta_x$ の影響を受けない無次

元たわみを考える必要がある。

$$\left[ \frac{h}{a} \right]^{1/2} \frac{w}{l\epsilon_y} \times \frac{1}{\beta_x} = \frac{aw}{l^2\epsilon_y} \dots\dots\dots (5.21)$$

上式右辺の無次元たわみは  $\beta_x$  の影響を受けないので、 $\beta_x \geq (\beta_x)_{cr}$  では、 $aw/l^2\epsilon_y$  は入熱パラメータ  $H_x$  のみによって決定される。

図5-6(a), (b)は表3-2(b)のうち、入熱パラメータ  $H_x$  が等しく寸法パラメータ  $\beta_x$  が比較的大きい No.2 と No.13 の鋼管の残留応力と変形を示したものである。両鋼管の  $\beta_x$  が異なるにもかかわらず、実験結果と計算結果は一致しており、 $\beta_x \geq (\beta_x)_{cr}$  では上述のように  $H_x$  のみによって残留応力とたわみ変形が決定されること及び臨界値  $(\beta_x)_{cr}$  の存在を示している。

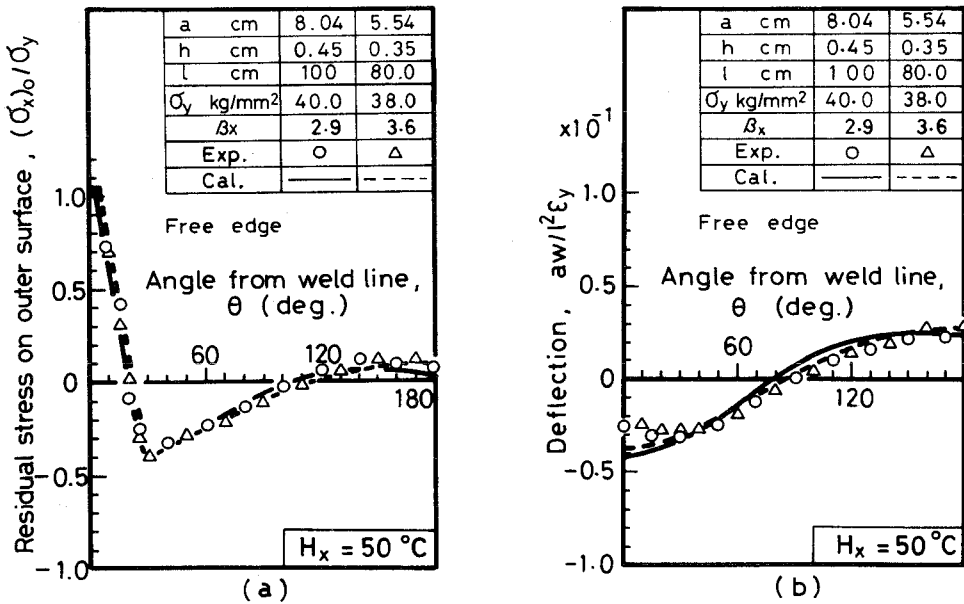


図5-6  $\beta_x \geq (\beta_x)_{cr}$  のために、入熱パラメータ  $H_x$  のみによって決定される全長溶接の残留応力と変形

## 5.4節 結 論

本章では、全周溶接と全長溶接による残留応力と変形が第4章で提案した台形モデルによる解析法で解析できることに注目して、まず台形モデルの応力と変形を支配決定するパラメータを解析的に導き出した。次に、固有歪の実験式を適用して、全周溶接と全長溶接の残留応力と変形が入熱パラメータと寸法パラメータの2つのパラメータによって決定されることを示し、その妥当性を実験によって検証した。

得られた結果を要約すると次のようになる。

- (1) 平均半径 $a$ , 板厚 $h$ , 長さ $l/2$  の2つの薄肉円筒殻を溶接入熱 $Q$  で全周溶接した場合の無次元位置 $x/\sqrt{a}h$ における無次元残留応力 $\sigma_\theta/\sigma_y, \sigma_x/\sigma_y$  及び無次元たわみ変形 $w/a\epsilon_y$  は次の2つのパラメータによって決定される。

$$\text{入熱パラメータ} : H_\theta = Q/cph \sqrt{a}h$$

$$\text{寸法パラメータ} : \beta_\theta = l/\sqrt{a}h$$

- (2) 寸法パラメータ $\beta_\theta$ が臨界値 $(\beta_\theta)_{cr}$ よりも大きい場合には、上記の無次元残留応力と無次元たわみ変形は入熱パラメータ $H_\theta$ のみによって決定される。
- (3) 平均半径 $a$ , 板厚 $h$ , 長さ $l$  の薄肉円筒殻を溶接入熱 $Q$  で全長溶接した場合、中央断面付近での任意角度 $\theta$  における無次元残留応力 $\sigma_\theta/\sigma_y, \sigma_x/\sigma_y$  及び無次元たわみ変形 $\sqrt{h}aw/l\epsilon_y$  は次の2つのパラメータによって決定される。

$$\text{入熱パラメータ} : H_x = Q/2cprah$$

$$\text{寸法パラメータ} : \beta_x = \sqrt{h/a} (l/a)$$

- (4) 寸法パラメータ $\beta_x$ が臨界値 $(\beta_x)_{cr}$ よりも大きい場合は上記の無次元残留応力と無次元たわみ変形 $aw/l^2\epsilon_y$  は入熱パラメータ $H_x$ のみによって決定される。

## 第6章 薄肉円筒殻の溶接残留応力・溶接変形の予測推定

### 6.1節 緒言

前章では、第4章で提案した台形モデルの応力・変形式に注目して、全周溶接と全長溶接による残留応力と変形を決定する支配パラメータを解析的に誘導した。

本章では、まず初めの部分で数値計算の簡便化の目的から円筒殻が十分に長い場合の全周溶接による溶接線上の残留応力と変形を無限長円筒殻に軸対称集中荷重が作用する場合の応力・変形式を用いて求めている。これらの応力・変形式を使用すれば、第4章で述べた級数解に比べて、格段に容易に残留応力と変形を算出できるので便利である。次に、寸法パラメータ $\beta_0$ が残留応力と変形に影響を与えなくなる臨界値 $(\beta_0)_{cr}$ と入熱パラメータ $H_0$ の関係を明らかにして、 $(\beta_0)_{cr}$ を溶接条件から算定できるようにしている。そして、 $\beta_0 \geq (\beta_0)_{cr}$ すなわち残留応力と変形が入熱パラメータ $H_0$ によって一義的に決定される場合について、入熱パラメータ $H_0$ が溶接線上の残留応力と変形におよぼす影響を明らかにするとともに、引張残留応力と負のたわみ変形の発生領域幅を算定するための略算式を求めている。

後半の部分では、全周溶接の場合と同様に、数値計算の簡略化を計るために梁理論に基づいて、全長溶接による残留応力と変形の計算式を誘導している。また、寸法パラメータ $\beta_x$ の臨界値 $(\beta_x)_{cr}$ を明らかにし、 $\beta_x \geq (\beta_x)_{cr}$ の範囲で、入熱パラメータが中央断面の溶接線上の残留応力とたわみ変形におよぼす影響を明らかにするとともに、引張残留応力の発生領域幅の略算式を求めている。

### 6.2節 無限長円筒殻に軸対称集中荷重が作用する場合の解による全周溶接の残留応力・変形の解析

図6-1 に示すように、平均半径 $a$ 、板厚 $h$  の無限長円筒殻に軸対称集中荷重 $P$  が $x=0$  に作用した場合のたわみ、モーメント及び内力<sup>42)</sup> は次式のように表わされる。

$$w = \frac{P}{8\beta^3 D} \varphi(\beta x) \dots\dots\dots (6.1)$$

$$M_x = \frac{P}{4\beta} \psi(\beta x) \dots\dots\dots (6.2)$$

$$M_\theta = \nu M_x \dots\dots\dots (6.3)$$

$$T_\theta = \frac{Ehw}{a} \dots\dots\dots (6.4)$$

$$T_x = 0 \dots\dots\dots (6.5)$$

ここで、
$$\beta^4 = \frac{Eh}{4a^2 D} = \frac{3(1-\nu^2)}{a^2 h^2}$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$\varphi(\beta x) = \exp(-\beta x) \{ \cos\beta x + \sin\beta x \}$$

$$\psi(\beta x) = \exp(-\beta x) \{ \cos\beta x - \sin\beta x \}$$

..... 以上 (6.6)

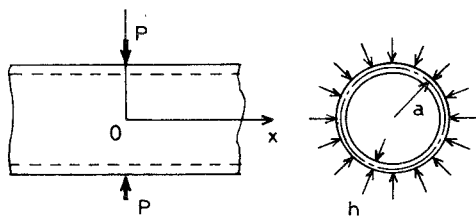


図6-1 軸対称集中荷重が作用する無限長円筒殻

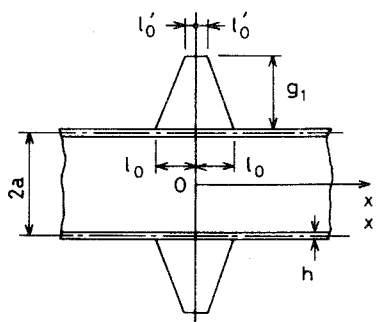


図6-2 軸対称の台形状固有歪が作用する無限長円筒殻



本節では、これらの諸式を用いて全周溶接による残留応力と変形を簡単に計算できる応力・変形式を導き出す。十分に長い薄肉円筒殻の全周溶接によって、図6-2 に示すように溶接線 $x=0$  を中心とする両側 $l_0$  の領域に次式

$$g(x') = \begin{cases} 0 & : x' < -l_0 \\ g_1 x' / (l_0 - l_0') + g_1 l_0 / (l_0 - l_0') & : -l_0 \leq x' \leq -l_0' \\ g_1 & : -l_0' \leq x' \leq l_0' \\ -g_1 x' / (l_0 - l_0') + g_1 l_0 / (l_0 - l_0') & : l_0' < x' < l_0 \\ 0 & : x' > l_0 \end{cases}$$

..... (6.7)

の台形分布を持つ $\theta$  方向固有歪 $g(x')$  が残存する解析モデルを考えると、以下に述べる方法によって全周溶接による溶接線上 $x=0$  の残留応力と変形が求められる。図6-3 は図6-2 の解析モデルの応力と変形を計算する手順を示したものである。図6-3 (a) のように全周溶接された円筒において、溶接部近傍の固有歪の残存する領域を短い円筒リングに切断し、固有歪の存在しない領域と切り離すと、残留応力が解放されて同図 (b) に示すように半径方向にくい違いを生じる。このくい違いを無くするためには、同図(c) のモデル I のようにそれぞれの円筒リングに残存する $\theta$  方向固有歪 $g(x')$  の逆符号の固有歪 $-g(x')$  と等しい周方向歪を生じさせる内圧を作用させればよい。例え

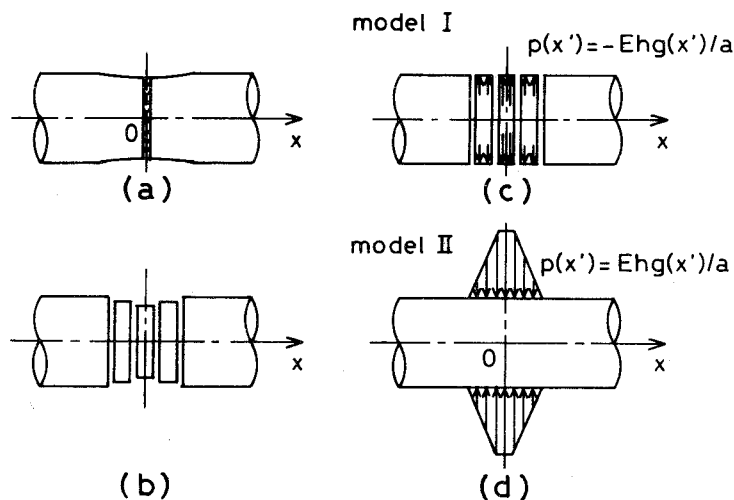


図6-3 全周溶接による残留応力と変形の解析手順とモデル

ば中央の円筒リングでは  $p_1 = -Ehg_1/a$  の内圧を作用させれば溶接前の円筒の直径になる。この時、中央の円筒リングには板厚方向には一様と見なせる次式の引張応力を生じる。

$$(\sigma_\theta)_i / \sigma_y = (\sigma_\theta)_o / \sigma_y = -g_1 / \epsilon_y \quad \dots\dots\dots (6.8)$$

$\theta$  方向の残留応力は以上の内圧による応力と、次に示すモデルIIの  $\theta$  方向応力を加えて求められる。次に、同図(d)のモデルIIによる応力と変形を考える。モデルIIは応力と変形を生じていない円筒に(6.7)式の  $\theta$  方向固有歪  $g(x')$  と同じ周方向歪を生じる等価な外圧  $p(x')$  を作用させたモデルで、その  $x=0$  におけるたわみ変形と  $x$  方向モーメントは次式の線荷重  $P(x')$  を(6.1),(6.2)式

$$P(x') = p(x') dx' = (Eh/a)g(x') dx' \quad \dots\dots\dots (6.9)$$

に代入し、次のように求められる。

$$\begin{aligned} w &= -\frac{1}{4\beta^3 D} \frac{Eh}{a} \int_0^{l_0} g(x') \varphi(\beta x') dx' \\ &= g_1 a \left[ 1 - \frac{\psi(\beta l_0') - \psi(\beta l_0)}{2(\beta l_0 - \beta l_0')} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.10)$$

$$\begin{aligned} M_x &= -\frac{1}{2\beta} \frac{Eh}{a} \int_0^{l_0} g(x') \psi(\beta x') dx' \\ &= -\frac{Eg_1 h^2}{2[3(1-\nu^2)]^{1/2}} \frac{\varphi(\beta l_0') - \varphi(\beta l_0)}{2(\beta l_0 - \beta l_0')} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6.11)$$

これらの結果を用いるとモデルIIの他の内力、モーメントは

$$\begin{aligned} M_\theta &= \nu M_x = -\frac{\nu Eg_1 h^2}{2[3(1-\nu^2)]^{1/2}} \frac{\varphi(\beta l_0') - \varphi(\beta l_0)}{2(\beta l_0 - \beta l_0')} \\ T_\theta &= \frac{Ehw}{a} = Eg_1 h \left[ 1 - \frac{\psi(\beta l_0') - \psi(\beta l_0)}{2(\beta l_0 - \beta l_0')} \right] \\ T_x &= 0 \end{aligned}$$

..... 以上(6.12)

となる。全周溶接によるたわみ変形と  $x$  方向応力はモデルIIのそれらに一致し、溶接

線上(x=0) についてのたわみ変形と内表面のx 方向残留応力について示すと次のようになる。

$$\frac{w}{a\epsilon_y} = \frac{g_1}{\epsilon_y} \left[ 1 - \frac{\psi(\beta l_0') - \psi(\beta l_0)}{2(\beta l_0 - \beta l_0')} \right] \dots\dots\dots (6.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{(\sigma_x)_i}{\sigma_y} &= \frac{T_x}{h\sigma_y} + \frac{6M_x}{h^2\sigma_y} \\ &= -\frac{g_1}{\epsilon_y} \left[ \frac{3}{1-\nu^2} \right]^{1/2} \frac{\varphi(\beta l_0') - \varphi(\beta l_0)}{2(\beta l_0 - \beta l_0')} \dots\dots\dots (6.14) \end{aligned}$$

また、内表面のθ 方向残留応力は前述のように(6.8) 式の応力を考慮して、次式のように求められる。

$$\begin{aligned} \frac{(\sigma_\theta)_i}{\sigma_y} &= -\frac{g_1}{\epsilon_y} + \frac{T_\theta}{h\sigma_y} + \frac{6M_\theta}{h^2\sigma_y} \\ &= -\frac{g_1}{\epsilon_y} \frac{1}{2(\beta l_0 - \beta l_0')} \left[ \psi(\beta l_0') - \psi(\beta l_0) \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{3}{1-\nu^2} \right\}^{1/2} \nu [\varphi(\beta l_0') - \varphi(\beta l_0)] \right] \\ &\dots\dots\dots (6.15) \end{aligned}$$

上式中の  $g_1/\epsilon_y$  と  $\beta l_0$  ,  $\beta l_0'$  は固有歪分布によって決定される因子で、第4章で求めた固有歪分布の実験式(4.5), (4.6) 式及び(4.3) 式を用いると次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{g_1}{\epsilon_y} &= -1.7 \\ \beta l_0' &= 0.207 \times 10^{-3} H_\theta \\ \beta l_0 &= \begin{cases} 1.028 \times 10^{-3} H_\theta & ; (T_{av})_\theta \leq 125 \text{ }^\circ\text{C} \\ 0.128 \beta_\theta & ; (T_{av})_\theta > 125 \text{ }^\circ\text{C} \end{cases} \\ \text{ここで、} & \quad H_\theta = \frac{Q}{c\rho h\sqrt{a}h} \quad , \quad \beta_\theta = \frac{l}{\sqrt{a}h} \\ &\dots\dots\dots \text{以上(6.16)} \end{aligned}$$

従って、(6.13)~(6.16)式を用いると全周溶接による溶接線上(x=0) の内表面の残留

応力とたわみ変形を簡単に計算することができる。(6.13)～(6.15)式は無限長円筒殻に軸対称集中荷重が作用した場合の解(6.1)～(6.6)式に基づいて得られたものであるが、円筒殻端部の応力・変形がゼロと見なせるような長さ以上の円筒殻であれば適用できる。そのような条件を満足する場合について、(6.13)～(6.16)式による残留応力とたわみ変形の計算結果と、第4章で述べた級数解による計算結果を比較すると両者はほとんど完全に合致した。従って、十分に長い鋼管の全周溶接による残留応力とたわみ変形で、溶接線上( $x=0$ )の値のみを議論する場合は(6.13)～(6.16)式を用いる方が便利である。

### 6.3節 全周溶接による残留応力・変形の入熱パラメータによる整理

第5章では、全周溶接による残留応力と変形が入熱パラメータ $H_0$ と寸法パラメータ $\beta_0$ によって決定されることを明らかにした。そして、寸法パラメータ $\beta_0$ がある臨界値 $(\beta_0)_{cr}$ よりも大きい場合は残留応力と変形は入熱パラメータ $H_0$ のみによって一義的に決定されることを計算と実験によって示した。本節では、まず上述の臨界値 $(\beta_0)_{cr}$ について考察し、臨界値 $(\beta_0)_{cr}$ と入熱パラメータ $H_0$ の関係を明らかにして、溶接条件から $(\beta_0)_{cr}$ を求められるようにする。次に、 $\beta_0 \geq (\beta_0)_{cr}$ の条件すなわち残留応力と変形が入熱パラメータのみによって決定される条件について、重要と思われる溶接線上( $x=0$ )の内表面の周方向応力、軸方向応力とたわみ変形及び引張残留応力とたわみ変形の発生領域幅を入熱パラメータ $H_0$ によって整理して、それらを簡便に予測推定できるようにしている。

#### 6.3.1 寸法パラメータの臨界値 $(\beta_0)_{cr}$ について

全周溶接による残留応力・変形は、入熱パラメータ $H_0$ と寸法パラメータ $\beta_0$ の2つのパラメータによって決定されるが、5.2.2節でも述べたように周方向溶接による残留応力と変形は溶接線を中心とするある限られた領域内に生じるので円筒殻の長さ $l$ が

ある値以上になると、残留応力・変形は長さ $l$ の影響を受けなくなる。従って、寸法パラメータ $\beta_0$ がある臨界値 $(\beta_0)_{cr}$ よりも大きくなると応力と変形は $H_0$ のみによって決定される。ここでは、この臨界値 $(\beta_0)_{cr}$ について検討を加える。

残留応力と変形が入熱パラメータ $H_0=Q/cph\sqrt{a}h$ だけで決定されるための条件としては、次の2つの条件を共に満足しなければならない。

(a) 固有歪が $\beta_0$ に無関係であること

(b) 与えられた固有歪分布に対して残留応力と変形が $\beta_0$ に無関係であること

条件(a)を満足する $\beta_0$ の範囲は次のように求められる。(5.8)式からわかるように $(T_{av})_0 \leq 125^\circ\text{C}$ ならば固有歪分布を決定する無次元位置 $l_0'/\sqrt{a}h$ と $l_0/\sqrt{a}h$ はともに入熱パラメータ $H_0=(T_{av})_0 \cdot \beta_0 = Q/cph\sqrt{a}h$ に比例し、寸法パラメータ $\beta_0$ には無関係である。従って、条件(a)を満足する $\beta_0$ の範囲は次式で与えられる。

$$\beta_0 \geq H_0/125 = 8 \times 10^{-3} H_0 \quad \dots\dots\dots (6.17)$$

次に、条件(b)を満足する $\beta_0$ の範囲の概略値は次のようにして求められる。固有応力理論<sup>43)</sup>によれば、軸対称固有歪を持つ薄肉円筒殻のたわみ変形と固有歪の存在しない領域での応力は、固有歪を持たない同じ円筒殻が固有歪の大きさと等価な軸対称集中荷重を受ける場合のたわみ変形と応力に等しい。一方、薄肉円筒殻の理論によれば、無限に長い円筒殻の任意の点 $x=x'$ に軸対称集中荷重が働く場合、たわみと応力は荷重点を中心とするある局限された領域に生じ、この領域の大きさ $l'$ の概略値は次式で与えられる<sup>42)</sup>。

$$l' = 2\pi \sqrt{a}h/[3(1-\nu)]^{1/4} \doteq 4.89 \sqrt{a}h \quad \dots\dots\dots (6.18)$$

このことから、図6-2に示すような軸対称固有歪を持つ薄肉円筒殻の長さ $l$ が

$$l \geq 2l_0 + l' = 2l_0 + 4.89\sqrt{a}h \quad \dots\dots\dots (6.19)$$

の条件を満足する範囲にあるならば、円筒殻の端部付近では応力とたわみ変形は実用上ゼロと見なせる。従って、長さ $l$ が(6.19)式を満足する場合には、実用上無限長の円筒殻と見なすことができ、固有歪分布が同じならば残留応力とたわみ変形は長さ $l$ の影響を受けないと言える。(6.19)式に(4.6)式を代入して整理すると、条件(b)を満足する $\beta_0$ の範囲は次のように書き表わされる。

$$(T_{av})_{\theta} \leq 125^{\circ}\text{C}$$

$$\beta_{\theta} \geq 1.6 \times 10^{-3} H_{\theta} + 4.89$$

$$(T_{av})_{\theta} > 125^{\circ}\text{C}$$

$$\beta_{\theta} \geq 6.11$$

..... 以上(6.20)

(6.17)式と(6.20)式を図示すると、それぞれ図6-4の直線DBEと折れ線ABCのようになり、両者は $H_{\theta}=764^{\circ}\text{C}$ のB点の位置で交わる。従って、上述の条件(a),(b)をともに満足する $\beta_{\theta}$ の範囲は図6-4の折れ線ABEの上側の領域となり、臨界値 $(\beta_{\theta})_{cr}$ は次式で与えられる。

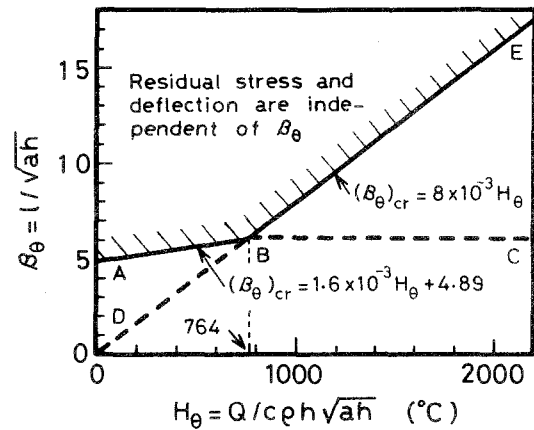


図6-4 臨界値 $(\beta_{\theta})_{cr}$ におよぼす入熱パラメータ $H_{\theta}$ の影響

$$H_{\theta} \leq 764^{\circ}\text{C}$$

$$(\beta_{\theta})_{cr} = 1.6 \times 10^{-3} H_{\theta} + 4.89$$

$$H_{\theta} > 764^{\circ}\text{C}$$

$$(\beta_{\theta})_{cr} = 8 \times 10^{-3} H_{\theta}$$

..... 以上(6.21)

$\beta_{\theta} \geq (\beta_{\theta})_{cr}$ の場合には、前述のように残留応力とたわみ変形は入熱パラメータ $H_{\theta}$ だけに依存し、 $\beta_{\theta} < (\beta_{\theta})_{cr}$ では $H_{\theta}$ と $\beta_{\theta}$ の両方に依存することになる。5.2.2節で述べたように図5-3の入熱パラメータは $H_{\theta}=1000^{\circ}\text{C}$ であるから、この場合の $(\beta_{\theta})_{cr}$ は(6.21)式から $(\beta_{\theta})_{cr}=8$ となる。図5-3の2つの鋼管の $\beta_{\theta}$ は $\beta_{\theta}=20, 10$ であって、両者ともに $\beta_{\theta} \geq (\beta_{\theta})_{cr}$ の条件を満たしているので残留応力とたわみ変形は図5-3のように $H_{\theta}$ のみによって決定される。

また、6.2 節で求めた(6.13)式～(6.15)式は図6-4 の折れ線ABC の上側すなわち  $\beta_\theta$  が(6.20)式を満足する場合であれば、 $(T_{av})_{\theta, H_\theta}$  の値のいかんにかかわらず利用できる。

### 6.3.2 入熱パラメータ $H_\theta$ が残留応力・変形におよぼす影響

鋼管あるいは円筒殻の周方向溶接では特別な場合を除いて、 $\beta_\theta$  の値は比較的大きい。表3-2(a)に示すように本実験で使用了試験体の  $\beta_\theta$  値もいずれも  $\beta_\theta \geq 6.11$  であるから(6.13)～(6.15)式を適用することができる。これらの試験体のうちNo.3とNo.7を除く試験体の  $\beta_\theta$  値は  $\beta_\theta \geq (\beta_\theta)_{cr}$  を満足するので、残留応力とたわみ変形は入熱パラメータ  $H_\theta$  によって一義的に決る。そこで、これらの試験体について重要と考えられる溶接線近傍の内面での  $\theta, z$  方向残留応力  $(\sigma_\theta)_i / \sigma_y$ ,  $(\sigma_x)_i / \sigma_y$  とたわみ変形  $w/a\epsilon_y$  の測定値を入熱パラメータ  $H_\theta$  に対してプロットすると図6-5 のようになる。図中の実線は

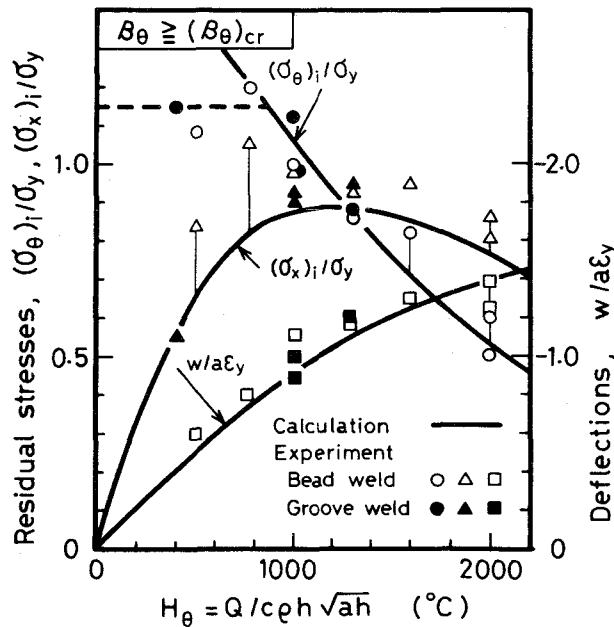


図6-5 溶接線上の残留応力、たわみ変形におよぼす入熱パラメータ  $H_\theta$  の影響

(6.13)～(6.16)式において $\beta_{\theta 0} = 1.028 \times 10^{-3} H_{\theta}$ とした場合の計算結果で、第4章で述べた級数解の計算結果とほとんど完全に合致し、また図に示すように実験結果とも比較的よく一致する。 $(\sigma_{\theta})_i$  についての実験結果は $H_{\theta} \leq 900$  °Cでは $1.15\sigma_y$ のほぼ一定値を示すが、計算結果は $H_{\theta} \rightarrow 0$  のとき $(\sigma_{\theta})_i \rightarrow 1.7\sigma_y$  となるので、実用上は計算結果を破線のように修正する必要がある。 $H_{\theta} > 900$  °Cでは $H_{\theta}$ が高くなると $(\sigma_{\theta})_i$  はほぼ直線的に減少する。 $(\sigma_x)_i$  は $H_{\theta} \approx 1000 \sim 1300$  °Cで最大値 $(0.9 \sim 1.0)\sigma_y$ を示し、 $H_{\theta} \geq 1300$  °Cでは計算結果、実験結果ともに $(\sigma_x)_i > (\sigma_{\theta})_i$  になるのは注目すべき結果である。たわみ変形 $w/a\epsilon_y$  は $H_{\theta}$ の上昇とともに単調増加の傾向を示す。

次に、図6-6は図6-5と同じ試験体によって得られた溶接部近傍での $(\sigma_{\theta})_i$ 、 $(\sigma_x)_i$ の引張残留応力の発生領域幅 $R_{\theta}$ と $R_x$ 及びたわみ変形 $w$ が負値となる領域幅 $R_w$ の実験結果を $H_{\theta}$ に対してプロットしたものである。図中の実線は第4章で述べた級数解による計算結果を示したもので、いずれもほぼ直線で近似できる。計算結果と実験結果は図

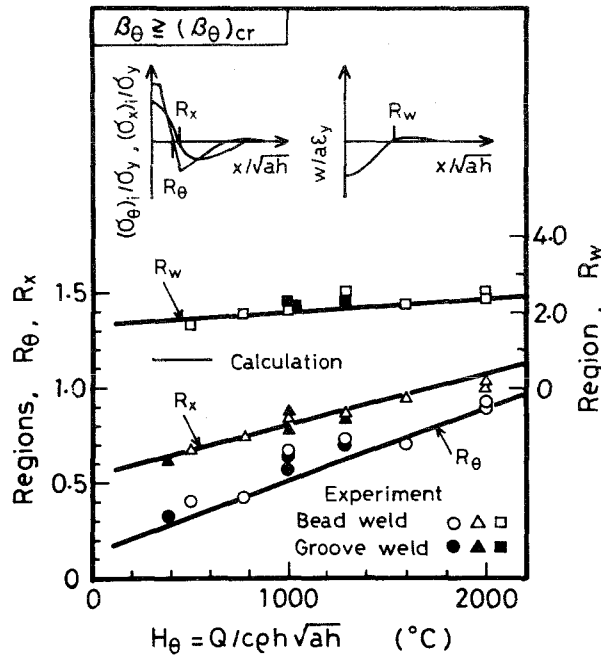


図6-6 引張残留応力及び負のたわみ変形の発生領域幅におよぼす入熱パラメータ  $H_{\theta}$  の影響



示すように比較的よく一致している。図6-6 から各領域幅について、次式の略算式が得られる。

$$R_{\theta} = 3.85 \times 10^{-4} H_{\theta} + 0.12$$

$$R_x = 2.7 \times 10^{-4} H_{\theta} + 0.54$$

$$R_w = 3.5 \times 10^{-4} H_{\theta} + 1.65$$

..... (6.22)

従って、(6.13)～(6.16)式と(6.22)式を利用すると、溶接条件から溶接線上の $\theta, x$  方向最大引張応力とそれらの引張応力の発生領域幅及び最大たわみ変形と負のたわみ発生領域幅を簡単に予測推定することができる。

表3-2(a)の試験体No.3とNo.7は、ともに $(T_{av})_{\theta} > 125 \text{ }^{\circ}\text{C}$ であるが、(6.20)式の条件すなわち $\beta_{\theta} \geq 6.11$ を満足しているので(6.13)～(6.15)式が適用できる。そこで、 $\beta_{\theta 0} = 0.128\beta_{\theta}$  とした計算結果と実験結果を比較すると表6-1の結果が得られる。両者は比較的よく一致しており、(6.13)～(6.15)式の有用性があらためて確認される。

表6-1 計算結果と実験結果の対応

	Specimen No.3		Specimen No.7	
	Cal.	Exp.	Cal.	Exp.
$(\sigma_{\theta})_i / \sigma_y$	0.86	0.83	0.80	0.78
$(\sigma_x)_i / \sigma_y$	0.92	0.90	0.94	0.97
$w / a\epsilon_y$	-1.12	-0.95	-1.18	-1.15

## 6.4 節 梁理論による全長溶接の残留応力・変形の解析

円筒殻が十分に長い場合の全長溶接では、台形モデルによる計算結果と実験結果によると、中央断面の変形は、図4-8(d)に示すようにほぼ円形断面を保った状態で、梁としてのたわみ変形挙動を示すようになる。このことから、十分に長い円筒殻の全長溶接による残留応力とたわみ変形は、梁理論に基づいて解析できることが予想される。もし、それが可能であれば、得られた応力・変形式は第4章で述べた級数解に比べて著しく簡単になり、実用上極めて好都合になる。そこで、以下においては梁理論によって図5-4(b)の台形モデルの応力と変形を計算する方法について述べる。

まず、図5-4(c)の三角形モデルで次式の固有歪が存在する場合の応力・変形式を求めらる。

$$g(\theta') = \begin{cases} 0 & : \theta' < -\theta_0 \\ g_0(\theta'/\theta_0 + 1) & : -\theta_0 \leq \theta' \leq 0 \\ -g_0(\theta'/\theta_0 - 1) & : 0 \leq \theta' \leq \theta_0 \\ 0 & : \theta' > \theta_0 \end{cases} \dots\dots\dots (6.23)$$

文献(2)の矩形断面の一部に固有歪が存在する場合の計算と同様に通常の梁理論で用いられる仮定を採用して、同じ手順に従って計算すると、円筒殻の中央断面(x=0)の軸方向応力 $\sigma_x$ とたわみ変形 $w$ について次の結果が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} &= \frac{g_0}{\epsilon_y} \left[ \frac{2}{\pi} \frac{1 - \cos\theta}{\theta_0} \frac{r}{a} \cos\theta \right. \\ &\quad \left. + \frac{\theta_0}{2\pi} + \begin{cases} \theta/\theta_0 - 1 & : 0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ 0 & : \theta_0 < \theta \end{cases} \right] \\ &\doteq \frac{g_0}{\epsilon_y} \left[ \frac{2}{\pi} \frac{r}{a} \cos\theta + \frac{\theta_0}{2\pi} \right. \\ &\quad \left. + \begin{cases} \theta/\theta_0 - 1 & : 0 \leq \theta \leq \theta_0 \\ 0 & : \theta_0 < \theta \end{cases} \right] \dots\dots\dots (6.24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{aw}{l^2 \epsilon_y} &= \frac{g_0}{\epsilon_y} \frac{1}{4\pi} \frac{1 - \cos\theta_0}{\theta_0} \cos\theta \\ &\doteq \frac{\theta_0}{8\pi} \frac{g_0}{\epsilon_y} \cos\theta \dots\dots\dots (6.25) \end{aligned}$$

(6.24)式中の $r$ は図6-7に示すように円筒殻中心からの距離である。全く同様にして、図5-4(d)の三角形モデルの応力・変形式すなわち次式の固有歪

$$g(\theta') = \begin{cases} 0 & : \theta' < -\theta_0' \\ g_0'(\theta'/\theta_0' + 1) & : -\theta_0' \leq \theta' \leq 0 \\ -g_0'(\theta'/\theta_0' - 1) & : 0 \leq \theta' \leq \theta_0' \\ 0 & : \theta' > \theta_0' \end{cases} \dots\dots\dots (6.26)$$

による応力・変形式が次のように求められる。

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_y} \doteq \frac{g_0'}{\epsilon_y} \left[ \frac{2}{\pi} \frac{r}{a} \cos\theta + \frac{\theta_0'}{2\pi} \right. \\ \left. + \begin{cases} \theta/\theta_0' - 1 & : 0 \leq \theta \leq \theta_0' \\ 0 & : \theta_0' < \theta \end{cases} \right] \dots\dots\dots (6.27)$$

$$\frac{aw}{l^2 \epsilon_y} \doteq \frac{\theta_0'}{8\pi} \frac{g_0'}{\epsilon_y} \cos\theta \dots\dots\dots (6.28)$$

これらの結果を利用すると、図5-4(b)の台形モデルの中央断面における応力は、(6.24)式と(6.27)式を加え合せて求められる。内表面での応力 $(\sigma_x)_i$  は $r$  に $a-h/2$  を、外表面での応力 $(\sigma_x)_o$  は $r$  に $a+h/2$  を代入して求められる。また、たわみ変形 $aw/l^2 \epsilon_y$  は(6.25)式と(6.28)式を加えて得られる。以上の結果、(6.24)~(6.28)式と固有歪の実験式(4.7)、(4.8)式及び(4.4)式を用いると、十分に長い円筒殻の中央断面付近の残留応力とたわみの分布を計算することができる。溶接線上( $\theta=0$ )の残留応力と変形だけを対象にすると、上記の諸式はより簡単化される。固有歪分布の実験式を代入し、 $h/3a \ll 1$ として整理すると、図5-4(b)の台形モデルの $\theta=0$ の応力・変形式として次の結果が得られる。

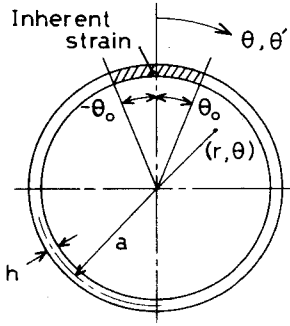


図 6-7

$$H_x \leq 65 \text{ } ^\circ\text{C} \\ \frac{(\sigma_x)_o}{\sigma_y} = \frac{(\sigma_x)_i}{\sigma_y} = -\frac{g_1}{\epsilon_y} (1 - 5.37 \times 10^{-3} H_x) \dots\dots\dots (6.29)$$

$$\frac{aw}{l^2 \epsilon_y} = \frac{g_1}{\epsilon_y} (0.448 \times 10^{-3} H_x) \dots\dots\dots (6.30)$$

$$H_x > 65 \text{ } ^\circ\text{C} \\ \frac{(\sigma_x)_o}{\sigma_y} = \frac{(\sigma_x)_i}{\sigma_y} = -\frac{g_1}{\epsilon_y} (0.71 - 8.73 \times 10^{-4} H_x) \dots\dots\dots (6.31)$$

$$\frac{aw}{l^2 \epsilon_y} = \frac{g_1}{\epsilon_y} (24.3 + 0.073H_x) \times 10^{-3} \quad \dots\dots\dots (6.32)$$

$$\text{ここで、 } g_1/\epsilon_y = -1.5, \quad H_x = Q/2c\rho\pi ah$$

円筒殻の長さが十分に長い場合は、上記の梁理論に基づいて求めた応力・変形式による計算結果と第4章で述べた級数解による計算結果はほとんど完全に一致する。従って、そのような場合には級数解よりも(6.24)式～(6.32)式を用いる方が実用的である。なお、円筒殻の長さがいくら以上になると、上記の諸式が適用できるかについては次節で述べる。

ところで、5.3.2.節において述べたように、全長溶接による(5.19)式の残留応力と変形は(5.20)式に示した2つのパラメータ $H_x$ と $\beta_x$ によって決定され、寸法パラメータ $\beta_x$ がその臨界値 $(\beta_x)_{cr}$ 以上では、応力 $\sigma_x/\sigma_y$ と $aw/l^2 \epsilon_y$ なる無次元たわみ変形は入熱パラメータ $H_x$ のみによって決定される。(6.24)式～(6.28)式を用いても同じ支配パラメータが誘導される。図5-4(b)の台形モデルの応力・変形が図5-4(c),(d)の両三角形モデルの応力・変形を加え合せて求められることを考慮すると台形モデルの応力・変形式は次式のように表示できる。

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x/\sigma_y \\ aw/l^2 \epsilon_y \end{array} \right\} = F_x \left[ \frac{g_1}{\epsilon_y}, \theta_0, \theta_0', \theta \right] \quad \dots\dots\dots (6.33)$$

すなわち、円筒殻の中央断面における任意位置 $\theta$ の残留応力と変形は固有歪分布を決定する3つの因子 $g_1/\epsilon_y, \theta_0, \theta_0'$ によって決定される。しかも、これら3つの因子は(5.18)式に示したように入熱パラメータ $H_x = (T_{av})_x = Q/2c\rho\pi ah$ によって決定されるので(6.33)式は

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x/\sigma_y \\ aw/l^2 \epsilon_y \end{array} \right\} = F_x [ H_x, \theta ] \quad \dots\dots\dots (6.34)$$

となる。

## 6.5節 全長溶接による残留応力・変形 の入熱パラメータによる整理

第5章では、全長溶接による残留応力と変形が入熱パラメータ $H_x$ と寸法パラメータ $\beta_x$ によって決定されることを明らかにした。そして、全周溶接の場合と同様に、その臨界値 $(\beta_x)_{cr}$ 以上になると入熱パラメータ $H_x$ のみによって決定されることを示した。本節では、まず初めに臨界値 $(\beta_x)_{cr}$ について検討する。次に、寸法パラメータが $\beta_x \geq (\beta_x)_{cr}$ なる条件について、特に重要と思われる溶接線上( $\theta=0$ )の外表面の軸方向残留応力とたわみ変形におよぼす入熱パラメータの影響を計算と実験で明らかにする。外表面応力に注目した理由は、円筒殻が長くなると内表面応力の測定が困難になることと、 $(\sigma_x)_i \doteq (\sigma_x)_o$ になる理由による。

### 6.5.1節 寸法パラメータの臨界値 $(\beta_x)_{cr}$ について

図5-6(a),(b)に示したように寸法パラメータ $\beta_x$ が大きくなると、残留応力とたわみ変形の実験結果と実験結果は、ともに $\beta_x$ の影響を受けなくなる。図6-8は円筒殻中央外表面の溶接線上( $x=0, \theta=0$ )の軸方向応力 $(\sigma_x)_o/\sigma_y$ におよぼす寸法パラメータの影響を示す計算結果である。計算は第4章で述べた級数解を用いて行っている。

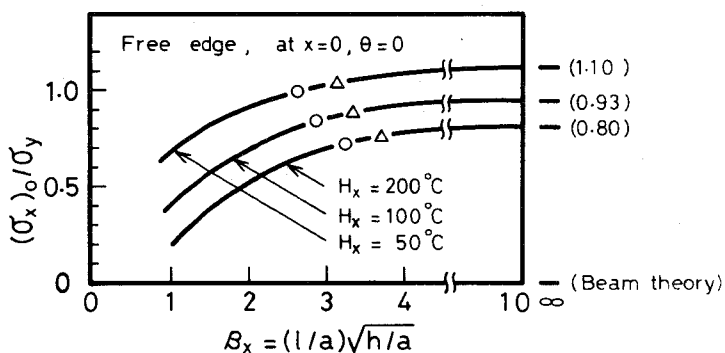


図6-8 中央断面の溶接線上の軸方向応力におよぼす寸法パラメータ $\beta_x$ の影響

図から明らかなように、寸法パラメータが $\beta_x$ 大きくなると、残留応力は $\beta_x$ の影響を徐々に受けなくなり、入熱パラメータ $H_x$ で決まるある値に飽和する。この飽和値は図の右側に示す梁理論によって得られた(6.29)式と(6.31)式による計算結果に一致する。寸法パラメータ $\beta_x$ が応力と変形に影響を与えなくなる臨界値 $(\beta_x)_{cr}$ を実用的な見地から求めることを考える。図6-8の○印と△印は梁理論による計算値のそれぞれ0.9倍と0.95倍になる点である。この結果から寸法パラメータ $\beta_x$ の値が、およそ3以上ならば中央断面付近の残留応力 $\sigma_x/\sigma_y$ は実用上 $\beta_x$ の影響を受けないと考えられる。すなわち、実用的には臨界値 $(\beta_x)_{cr}$ は $H_x$ にほぼ無関係に $(\beta_x)_{cr} = 3$ と考えてよいことになる。たわみ変形に注目して、同じ考え方で $(\beta_x)_{cr}$ を求めてもほぼ同じ結果が導かれる。以上の結果、 $\beta_x \geq 3$ であれば中央断面付近の残留応力とたわみ変形は入熱パラメータ $H_x$ のみによって決定されると結論できる。また、梁理論に基づいて求められた(6.29)式～(6.32)式の各応力・変形式は $\beta_x \geq 3$ であれば約10%の誤差範囲で利用できることになる。

### 6.5.2 入熱パラメータ $H_x$ が残留応力・変形におよぼす影響

$\beta_x \geq 3$ の円筒殻の全長溶接によって生じる中央断面付近の残留応力と変形は入熱パラメータ $H_x$ によって一義的に決定されることに着目して、それらを入熱パラメータ $H_x$ で整理することを考える。ここでは特に重要と考えられる中央断面の溶接線上( $x=0$ ,  $\theta=0$ )における軸方向応力とたわみ変形及び引張残留応力の発生領域幅 $R_x$ を対象にする。表3-2(b)に示す試験体で、 $\beta_x \geq 2.9$ 以上の試験体について実測された中央断面溶接線近傍の $(\sigma_x)_0/\sigma_y$ と $aw/l^2 \epsilon_y$ を $H_x$ に対してプロットすると図6-9のようになる。図中の実線は(6.29)式～(6.32)式を用いた計算結果である。もちろん、この計算結果は第4章で述べた級数解による計算結果とも一致する。図からわかるように、計算結果と実験結果はよく一致し、残留応力、たわみ変形と $H_x$ の関係は、ともに2本の直線で表示でき、次に述べるような特性を持っている。残留応力は $H_x$ が高くなると逆に低下する。たわみ変形は $H_x$ が高くなると大きくなる傾向にある。 $H_x \leq 40^\circ\text{C}$ の範囲では全周溶接と同様な理由から残留応力の計算結果は破線のように修正する必要がある。

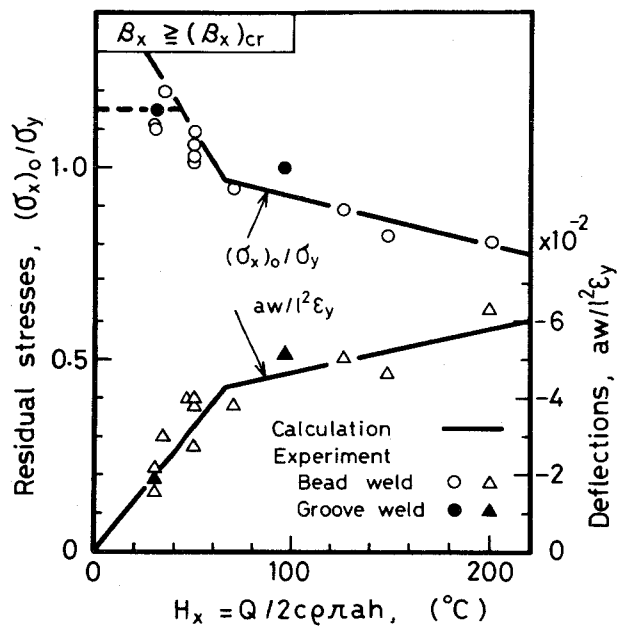


図6-9 中央断面の溶接線上の軸方向残留応力とたわみ変形におよぼす  
入熱パラメータ $H_x$ の影響

図6-10は引張残留応力発生領域幅 $R_x$ を $H_x$ に対してプロットしたものである。図中の実線は(6.24)~(6.27)式によって残留応力分布を計算して求めたものである。図から明らかのように計算結果と実験結果はよく一致し、 $H_x$ が高くなると $R_x$ も大きくなる。図6-10から $R_x$ の略算式として、次式が得られる。

$$R_x = \begin{cases} 6.92 \times 10^{-3} H_x & ; H_x \leq 65^\circ\text{C} \\ 3.55 \times 10^{-4} H_x + 0.43 & ; H_x > 65^\circ\text{C} \end{cases} \dots\dots\dots (6.35)$$

従って、(6.29)~(6.32)式と(6.35)式を用いると、溶接条件から溶接線上の $x$ 方向最大残留応力、最大たわみ変形と引張応力の発生領域幅を簡便に算定できる。

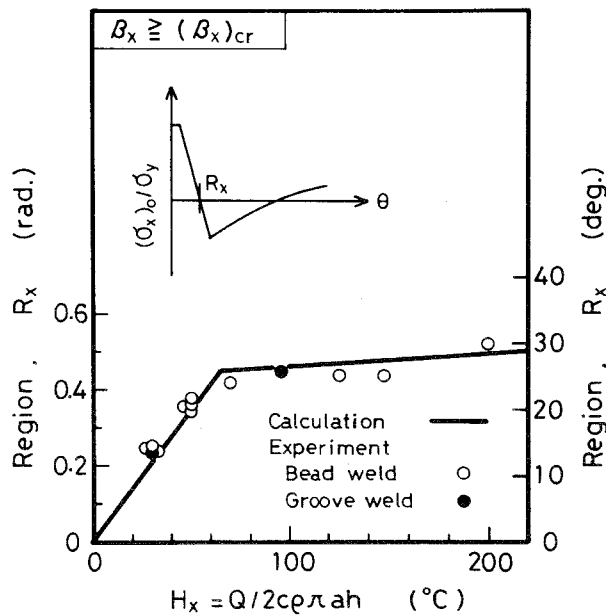


図6-10 全長溶接による引張応力の発生領域幅 $R_x$ におよぼす  
入熱パラメータ $H_x$ の影響

## 6.6 節 結 論

平均半径 $a$ ,板厚 $h$ ,長さ $l/2$  の2つの薄肉円筒殻の全周溶接による残留応力と変形について、次の結論が得られた。

- (1) 寸法パラメータ $\beta_0$ が(6.20)式を満足する場合( $\beta_0 \geq 6$ )、溶接線上の残留応力とたわみ変形は、無限長円筒殻に軸対称荷重が作用した場合の結果を用いて誘導した応力・変形式によって簡便に計算できる。(6.13)~(6.16)式
- (2) 寸法パラメータ $\beta_0$ が(6.21)式の臨界値 $(\beta_0)_{cr}$ よりも大きい場合 [ $\beta_0 \geq 6$  で、かつ平均温度上昇 $(T_{av})_0 = Q/c\rho h l \leq 125$  °Cの場合] には、無次元残留応力 $\sigma_x/\sigma_y$ ,  $\sigma_0/\sigma_y$  及び無次元たわみ $w/ae_y$  は  $\beta_0$  には無関係で入熱パラメータ $H_0$ のみによって決定される。



- (3) 残留応力とたわみ変形が $H_0$ のみで決定される場合、溶接線上の内表面 $\theta$ 方向応力 $(\sigma_\theta)_i$ は $H_0 \leq 900$  °Cでは $1.15\sigma_y$ のほぼ一定値、 $H_0 > 900$  °Cでは $H_0$ が高くなるとほぼ直線的に減少する。 $x$ 方向応力 $(\sigma_x)_i$ は $H_0 \doteq (1000 \sim 1300)$  °Cで最大値 $(0.9 \sim 1.0)\sigma_y$ を持ち、 $H_0 \geq 1300$  °Cでは $(\sigma_x)_i > (\sigma_\theta)_i$ となる。たわみ変形 $w/a\epsilon_y$ は $H_0$ の上昇とともに大きくなる。(図6-5)

また、 $(\sigma_\theta)_i, (\sigma_x)_i$ の引張残留応力の発生領域幅 $R_\theta, R_x$ と負のたわみ変形の発生領域幅 $R_w$ は、いずれも $H_0$ が大きくなると直線的に大きくなることを示し、それらの略算式(6.22)式を求めた。

平均半径 $a$ ,板厚 $h$ ,長さ $l$ の2つの薄肉円筒殻の全長溶接による残留応力と変形について、次の結論が得られた。

- (4) 寸法パラメータ $\beta_x$ が $\beta_x \geq 3$ の場合は、中央断面の残留応力とたわみ変形は、梁理論を用いて誘導した応力・変形式によって簡便に計算できる。(6.24)~(6.28)式。また、中央断面の溶接線上の応力と変形のみを必要とする場合は(6.29)~(6.32)式を用いるとより簡単に算定できる。
- (5) 寸法パラメータ $\beta_x$ が $\beta_x \geq 3$ の場合は、中央断面の無次元残留応力 $\sigma_x/\sigma_y$ 、無次元たわみ $aw/l^2\epsilon_y$ は入熱パラメータ $H_x$ のみによって決定される。
- (6)  $\beta_x \geq 3$ の場合は、溶接線上の外表面応力 $(\sigma_x)_o$ は $H_x \leq 40$  °Cでは $1.15\sigma_y$ のほぼ一定値を示し、 $H_x > 40$  °Cでは $H_x$ が高くなるにしたがって $(\sigma_x)_o$ は低下する。たわみ変形 $aw/l^2\epsilon_y$ は $H_x$ が高くなると、それにしたがって大きくなる。(図6-9)

また、 $(\sigma_x)_o$ の引張応力の発生領域幅 $R_x$ は $H_x$ が大きくなると広くなることを実験と計算によって明らかにし、 $R_x$ の略算式(6.35)式を求めた。

## 第7章 総括

本研究は、薄肉円筒殻の周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と溶接変形を取り扱ったものである。研究の主な目的は次の通りである。

- ① 周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と変形を簡便かつ統一的に取り扱う解析手法を提案する。
- ② 提案した解析手法に基づいて、残留応力・変形を支配決定するパラメータを解析的に誘導する。
- ③ 導出したパラメータによって、重要と考えられる溶接線近傍の残留応力・たわみ変形及び引張残留応力等の発生領域を整理し、それらを溶接条件から簡単に、かつ定量的に推定できるようにする。

これらの目的達成のために、まず最初に、円筒殻熱応力問題のグリーン関数を固有歪概念に適用するという解析手法によって、矩形モデルと三角形モデルの応力・変形式を誘導した。そして、固有歪分布特性、円筒殻寸法及び境界条件が応力・変形におよぼす影響を数値計算によって明らかにした。その結果を要約すると次のようになる。

- (1) 薄肉円筒殻（平均半径 $a$ 、板厚 $h$ 、長さ $l$ ）の中央断面全周に固有歪が存在する矩形モデルと三角形モデルの応力と変形は、次の特性を持つ。
  - ① 固有歪領域内の $\theta$  方向応力には、固有歪分布形状の影響が認められるが、他の応力と変形にはその影響はほとんど認められない。また、円筒殻寸法が一定の場合、固有歪領域 $l_0$ が広がると応力と変形の発生する領域は広がる。そして、中央断面上のたわみは大きくなるが、 $\theta$  方向応力は低下し、 $x$  方向応力は $l_0$ がある値の時に最大値を持つ。
  - ②  $a, l$  と $l_0$ が一定の場合、多くの数値計算結果によると板厚 $h$  が厚くなるとたわみは低下し、 $\theta$  方向応力は大きくなるが、 $x$  方向応力は $h$  がある値の時に最大値を示す。また、応力と変形の発生領域は板厚 $h$  が厚くなるといずれも広がる。長さ $l$  と境界条件の影響は $l$  が極端に短くない限り認められない。

(2) 薄肉円筒殻（平均半径 $a$ , 板厚 $h$ , 長さ $l$ ）の全長に固有歪が存在する矩形モデルと三角形モデルの応力と変形は、次の特性を持つ。

①固有歪領域内の $x$  方向応力は固有歪分布形状の影響を受けるが、他の応力と変形にはその影響は認められない。また、円筒殻寸法が一定の場合は、固有歪領域 $a\theta_0$  が広がると、応力と変形の発生領域は広がる。そして、中央断面付近の固有歪領域中央での、 $x$  方向応力は小さくなるが、 $\theta$  方向応力とたわみは大きくなる。

②板厚 $h$  が厚くなると、応力と変形の発生する領域が広がる。そして、僅かであるが固有歪領域中央の $x$  方向応力は大きく、 $\theta$  方向応力とたわみは小さくなる。また、長さ $l$  が長くなると、 $x$  方向応力は大きくなりある値に飽和するとともに、内外表面の応力はほぼ同じ値になる。そして、 $\theta$  方向応力は十分小さく無視できるようになり、たわみは余弦曲線 $(-\cos\theta)$  と相似な分布になる。

次に、全周溶接と全長溶接による固有歪、残留応力及びたわみ変形におよぼす溶接入熱、円筒殻寸法、境界条件の影響を実験的に明らかにし、次の結果を得た。

(3) 平均半径 $a$ , 板厚 $h$ , 長さ $l/2$  の2つの鋼管の全周溶接による固有歪、残留応力、たわみ変形は、次の特性を持つ。

①溶接線から少し離れた位置の固有歪分布は直線で近似できる。固有歪発生領域は溶接入熱が大きくなると広く、また板厚が厚くなると狭くなるが、長さの影響は受けない。

②周方向残留応力は溶接線近傍では内外表面ともに引張応力で、少し離れた所では圧縮応力である。溶接線付近の引張応力は外面よりも内面の方が大きく、その値は溶接入熱が大きくなると低下し、板厚が厚くなると大きくなる。また、引張応力の発生領域は溶接入熱が大きくなると広く、板厚が厚くなると狭くなる。軸方向応力は内面と外面では全く逆符号の応力分布である。内面では、溶接線近傍で引張応力、少し離れた所で圧縮応力である。そして、溶接線付近の引張り応力値は溶接入熱によって複雑に変化するが、引張応力発生領域は溶接入熱が大きくなると広がる。

③たわみ変形は溶接線近傍で最大たわみを生じ、その値は溶接入熱が大きくなる

と大きく、板厚が厚くなると小さくなる。

(4) 平均半径 $a$ , 板厚 $h$ , 長さ $l$  の鋼管の全長溶接による固有歪、残留応力、たわみ変形は、次の特性を持つ。

- ① 溶接線から少し離れた場所の固有歪は直線で近似できる。固有歪発生領域は溶接入熱が大きくなると広く、また板厚が厚くなると狭くなるが、長さの影響は受けない。
- ② 軸方向残留応力は溶接部近傍で引張応力、少し離れた所では圧縮応力である。鋼管が比較的長い場合には、周方向応力は軸方向応力に比べて十分小さく、近似的に一軸応力状態と見なせる。溶接線上の引張応力は、溶接入熱が大きくなると低下し、板厚が厚くなると大きくなる傾向にある。引張応力の発生領域は溶接入熱が大きくなると広く、板厚が厚くなると狭くなる。
- ③ たわみ分布は鋼管の長さの影響を大きく受ける。短い場合は溶接部近傍で鋼管の中心方向に変位し、溶接部から離れた場所では外側にわずかに変位する程度である。しかし、鋼管が長いと断面はほぼ円を保った状態で梁としての大きな曲り変形を生じる。

以上に述べたように、全周溶接と全長溶接による残留応力・変形の実験結果が三角形モデルの応力・変形と類似した特性を有するという実験結果に着目して、全周溶接と全長溶接による残留応力と変形を統一的に解析するための解析モデルとして、台形モデルを考案し、その応力と変形の計算手順を示した。そして、計算結果と実験結果の比較から、提案した台形モデルによる解析手法の妥当性を確認した。そして、また任意条件の周方向溶接と軸方向溶接による残留応力と変形の計算を可能にするために、固有歪分布を決定する実験式を求めた。

(5) 周方向溶接についての結果は次の通りである。

- ① 全周溶接及び周方向の一部が溶接された場合の残留応力と変形についての計算結果は、いずれも実験結果と良い一致を示す。
- ② 固有歪は次式で決定できる。

$$g = -1.7\epsilon_y$$

$$\rho_0 = \begin{cases} 0.8 \times 10^{-3} Q / c \rho h & : (T_{av})_{\theta} \leq 125 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.1 \rho & : (T_{av})_{\theta} > 125 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{cases}$$

$$\rho_0' = 0.242 Q / c \rho h T_M$$

$$T_M = 1500 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

(6) 軸方向溶接についての結果は次の通りである。

①全長溶接及び軸方向の一部が溶接された場合の中央断面付近のx 方向残留応力とたわみ変形についての計算結果は、いずれも実験結果とよく一致する。

②固有歪は次式で決定できる。

$$g = -1.5 \epsilon_y$$

$$a\theta_0 = \begin{cases} 1.5 \times 10^{-3} Q / c \rho h & : (T_{av})_x \leq 65 \text{ }^{\circ}\text{C} \\ 0.61 a & : (T_{av})_x > 65 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{cases}$$

$$a\theta_0' = 0.242 Q / c \rho h T_M$$

$$T_M = 830 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

次に、台形モデルの応力と変形を決定するパラメータを解析的に誘導し、固有歪の実験式を使用することによって、薄肉円筒殻の全周溶接と全長溶接による残留応力と変形の支配パラメータを導き出した。そして、導出されたパラメータの妥当性を実験によって実証した。得られた結果は次の通りである。

(7) 平均半径a,板厚h,長さl/2 の2つの薄肉円筒殻を溶接入熱Q で全周溶接した場合の無次元位置 $x/\sqrt{a h}$ における無次元残留応力 $\sigma_{\theta}/\sigma_y, \sigma_x/\sigma_y$  及び無次元たわみ変形 $w/a\epsilon_y$  は、次の2つのパラメータによって決定される。

$$\text{入熱パラメータ} : H_{\theta} = Q / c \rho h \sqrt{a h}$$

$$\text{寸法パラメータ} : \beta_{\theta} = l / \sqrt{a h}$$

また、寸法パラメータ $\beta_{\theta}$ が臨界値 $(\beta_{\theta})_{cr}$ よりも大きい場合は、上記の無次元残留応力と無次元たわみ変形は、寸法パラメータに無関係で入熱パラメータ $H_{\theta}$ のみによって決定される。

(8) 平均半径a,板厚h,長さl の薄肉円筒殻を溶接入熱Q で全長溶接した場合、中央断面付近での任意角度 $\theta$  における無次元残留応力 $\sigma_{\theta}/\sigma_y, \sigma_x/\sigma_y$  及び無次元たわみ変形 $\sqrt{h/a}w/l\epsilon_y$  は、次の2つのパラメータによって決定される。

入熱パラメータ :  $H_x = Q/2c\rho\pi ah$

寸法パラメータ :  $\beta_x = \sqrt{h/a}(l/a)$

また、寸法パラメータ $\beta_x$ が臨界値 $(\beta_x)_{cr} \doteq 3$ よりも大きい場合は、上記の無次元残留応力と無次元たわみ変形  $aw/l^2 \epsilon_y$ は  $\beta_x$  に無関係で、入熱パラメータ  $H_x$  のみによって決定される。

次に、本論文の最終の部分では、残留応力と変形の数値計算の簡略化を目的として、全周溶接については無限長円筒殻に軸対称荷重が作用した場合の解を、また全長溶接については梁理論を適用して、それぞれ溶接線上の残留応力とたわみ変形の計算式を誘導している。そしてまた、寸法パラメータの臨界値 $(\beta_\theta)_{cr}$ と $(\beta_x)_{cr}$ を明らかにしている。次に、残留応力と変形が入熱パラメータのみによって決定される条件について、溶接線上の残留応力とたわみ変形及び引張残留応力と負のたわみ変形の発生領域幅を入熱パラメータで整理している。

(9) 全周溶接の残留応力と変形について得られた結果は、次の通りである。

①寸法パラメータ $\beta_\theta$ が次式の臨界値 $(\beta_\theta)_{cr}$ よりも大きい

$$H_\theta \leq 764 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$(\beta_\theta)_{cr} = 1.6 \times 10^{-3} H_\theta + 4.89$$

$$H_\theta > 764 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$(\beta_\theta)_{cr} = 8 \times 10^{-3} H_\theta$$

場合は、残留応力と変形は入熱パラメータ $H_\theta$ のみによって決定される。

②寸法パラメータ $\beta_\theta$ が(6.20)式を満足する場合( $\beta_\theta \geq 6$ )は、溶接線上の残留応力とたわみ変形は無限長円筒殻に軸対称荷重が作用する場合の解を用いて導いた(6.13)~(6.16)式によって簡便に計算できる。

③ $\theta, x$  方向の引張応力と負のたわみ変形の発生領域は(6.22)の略算式で算定できる。

(10)全長溶接の残留応力と変形について得られた結果は、次の通りである。

①寸法パラメータ $\beta_x$ が $\beta_x \geq 3$ の場合は、薄肉円筒殻の中央断面付近の $x$ 方向残留応力と変形は、入熱パラメータ $H_x$ のみによって決定される。

②また、 $\beta_x \geq 3$ の場合であれば梁理論に基づいて導かれた(6.24)~(6.32)式によ

って、中央断面付近の残留応力とたわみ変形を簡便に計算できる。

- ③x 方向残留応力の引張応力の発生領域は(6.35)の略算式によって簡単に算定できる。

## 謝 辞

本研究は、大阪大学教授佐藤邦彦博士の御指導のもとに着手し、大阪大学工学部溶接工学科佐藤研究室及び高松工業高等専門学校機械工学科の諸先生方など数多くの方々の御指導と御援助を賜わって遂行し得たものである。

特に佐藤邦彦教授には本研究の全般にわたって研究の計画、実施、結果の検討などを通じ終始細部にわたる懇篤な御指導と御鞭撻を賜りました。心から深甚なる謝意を表します。また、本論文作成に際して貴重な御教示と御討論をいただいた大阪大学教授上田幸雄博士ならびに向井喜彦博士に厚く御礼申し上げます。

本研究の遂行にあたって御指導、助言をいただいた大阪大学助教授豊田政男博士、また終始あたたかい御支援、激励をいただいた高松工業高等専門学校田中正文名誉教授ならびに元同校校長立松秋雄名誉教授に心から深く感謝します。

高松工業高等専門学校助教授平野俊雄博士及び日立造船㈱技術研究所野原和宏博士（当時、大阪大学助手）には解析、数値計算において御指導、援助いただきました。また、高松工業高等専門学校機械工学科高木喜三郎技官及び多数の卒業生の方々には実験において御協力いただきました。ここに記して厚く御礼申し上げます。



## 参 考 文 献

- 1) Kihara, H., Watanabe, M., Masubuchi, K., and Satoh, K. : Researches on Welding Stress and Shrinkage Distortion in Japan, 造船協会60周年記念叢書第4巻, (1959)
- 2) 渡辺正紀, 佐藤邦彦 : 溶接力学とその応用, 朝倉書店, (1965)
- 3) 佐藤邦彦, 向井喜彦, 豊田政男 : 溶接工学, 理工学社, (1979)
- 4) 佐藤邦彦, 上田幸雄, 藤本二男 : 溶接変形・残留応力, 産報出版, (1979)
- 5) Masubuchi, K. : Analysis of Welded Structures, Pergamon Press, (1980)
- 6) 渡辺, 峰久, 尾上 : 熔接管の残留応力分布に関する二三の実験的研究, 溶接学会誌, 第24巻, 第2,3号(1955), p84 ~89
- 7) 渡辺, 峰久, 山本 : 小型熔接管に対する低温応力緩和法の適用, 溶接学会誌, 第24巻, 第1号(1955), p35 ~41
- 8) 渡辺, 山内, 中井, 国広, 峰久 : シーム熔接せる大型熔接管に対する低温応力緩和法の適用, 溶接学会誌, 第24巻, 第1号(1955), p42 ~49
- 9) V. I. Makhnenko, V. M. Shekera, L. A. Izbenko : Special Features of the Distribution of Stresses and Strains Caused by Making Circumferentials in Cylindrical Shells, Autom. Weld. No.12(1970), p43~47
- 10) S. Vaidyanathan, A. F. Todaro, I. Finne : Residual Stresses due to Circumferential Welds, JI. of Eng. Materials and Technology, Oct.(1973), p233~237
- 11) 有井 : 軽水炉一次系配管の応力腐食割れ, 日本機械学会誌, 第87巻, 第788号(1984), p716~721
- 12) Y. Ueda, T. Yamakawa : Analysis of Thermal Elastic-Plastic Stress and Strain during Welding by Finite Element Method, Trans. of JWS, Vol.2, No.2(1971), p90~100
- 13) 上田, 山川 : 有限要素法による熱弾塑性挙動の解析, 溶接学会誌, 第42巻, 第6号(1973), p567~577

- 14) 上田, 福田, 中長: 有限要素法による溶接応力の解析と残留応力の発生機構, 溶接学会誌, 第45巻, 第1号(1976), p29 ~35
- 15) 藤田, 野本: 熱弾塑性問題に関する研究(その1), 造船学会論文集, 第130号(1971), p183~191
- 16) 藤田, 野本: 熱加工に伴う変形の弾塑性解析について, 溶接学会誌, 第45巻, 第1号(1976), p22 ~28
- 17) 佐藤, 寺崎: 構造用材料の溶接残留応力・溶接変形におよぼす溶接諸条件の影響, 溶接学会誌, 第45巻, 第1号(1976), p42 ~50
- 18) 佐藤, 寺崎: 構造用材料の溶接残留応力分布におよぼす溶接諸条件の影響, 溶接学会誌, 第45巻, 第2号(1976), p150~156
- 19) 佐藤, 寺崎: 構造用材料の溶接変形におよぼす溶接諸条件の影響, 溶接学会誌, 第45巻, 第4号(1976), p302~308
- 20) E.F.Rybicki, D.W.Schmueser, R.W.Stonesifer: A Finite-Element Model for Residual Stresses and Deflections in Girth-Butt Welded Pipes, JI. of Pressure Vessel Technology, Vol.100, Aug.(1978), p256~262
- 21) E.F.Rybicki, R. B. Stonesifer: Computation of Residual Stresses due to Multipass Welds in Piping Systems, JI. of Pressure Vessel Technology, Vol.101, May(1979), p149 ~154
- 22) 上田, 中長, 清水, 笠井: オーステナイト系ステンレス鋼管の多層円周突合せ溶接への水冷法の適用とその残留応力, 溶接学会誌, 第49巻, 第1号(1980), p61 ~66
- 23) 上田, 中長, 清水, 大久保: 水冷法による円周多層突合せ溶接の残留応力とその生成機構, 溶接学会誌, 第52巻, 第2号(1983), p90 ~97
- 24) 藤田, 野本, 長谷川: 熱弾塑性問題に関する研究(その4), 日本造船学会論文集, 第146号(1979), p383~392
- 25) 藤田, 野本, 長谷川: 円筒殻と球殻の円周溶接による溶接変形・残留応力について, 溶接学会溶接構造研究委員会資料, WD-7-80(1980)
- 26) 桐原, 松本: パイプ円周溶接継手における残留応力の簡易計算式とその検討, 溶

接学会溶接構造研究委員会資料, WD-18-80(1980)

- 27) 佐藤, 豊田, 野原, 吹田, 田中: 円筒殻構造要素の軸および周方向溶接による溶接残留応力・変形と溶接諸条件の関係, 溶接学会溶接構造研究委員会資料, WD-2-81(1981)
- 28) 松岡, 直井: パイプ円周溶接により生ずる残留応力に関する一解法, 溶接学会誌, 第51巻, 第2号(1982), p148~155
- 29) 松岡: 溶接製殻構造物の残留応力に関する一解法, 日本造船学会論文集, 第153号(1983), p309~315
- 30) 増淵: 熔接残留応力の一近似計算法, 運輸技術研究所報告, Vol.3, No.1(1953), p22 ~29
- 31) 増淵: 分布した不適合度による応力について, 造船協会論文集, No.88(1955), p189
- 32) 渡辺, 佐藤: ビード溶接による横収縮, 横曲り変形と溶接条件との関係, 溶接学会誌, Vol.25, No.4(1956), p211 ~216
- 33) 渡辺, 佐藤: 突合せ溶接による横収縮, 横曲り変形と溶接条件との関係, 溶接学会誌, Vol.25, No.8(1956), p455 ~460
- 34) 藤本: 固有ひずみの概念による溶接残留応力および溶接変形の解析法, 溶接学会誌, Vol.39, No.4(1970), p236 ~252
- 35) 藤本: スリット型突合せ溶接継手を有する長方形板の残留応力, 溶接学会誌, Vol.40, No.5(1971), p459 ~473
- 36) 白川: 点熱源による円筒かくの熱変形, 熱応力とその特異性について, 日本機械学会論文集(第1部), 第39巻, 第322号(1973), p1756 ~1763
- 37) 白川: 瞬間点熱源による円筒かくの熱的挙動(第1報, 平面点熱源の場合), 日本機械学会論文集(第1部), 第39巻, 第322号(1973), p1764 ~1770
- 38) 白川: 瞬間点熱源による円筒かくの熱的挙動(第2報, 曲げ点熱源の場合), 日本機械学会論文集(第1部), 第39巻, 第322号(1973), p1771 ~1779
- 39) K.Mizoguchi : On Thermoelasticity of Cylindrical Shells, Bull. of Univ. Osaka Pref., Ser.A, Vol.15(1966), p1~ 9

- 40) 溝口：等間隔に支持を有する横置貯そうの強さ，日本機械学会論文集（第1部），第20巻，第95号(1954)，p483~491
- 41) 例えば，溝口，初田：胴部分を2箇所支持された横置貯そうの強さ，日本機械学会論文集（第1部），第41巻，第341号，p655(17)式，  
溝口，平野，保田：ロープにて吊られた円筒かくの変形と応力，日本機械学会論文集（A編），第49巻，第443号(1983)，p869~875
- 42) S.Timoshenko,S.Woinowsky-Krieger: Theory of Plate and Shells, 2nd Ed. McGraw-Hill(New York),1959, Chapter 15
- 43) S.Timoshenko,J.Goodier: Theory of Elasticity, 3rd Ed. McGraw-Hill(New York),1970, Chapter 13

本論文に関連した発表論文

- 1) 「任意の領域に存在する一様固有ひずみによる薄肉円管の応力と変形」  
溶接学会誌，第51巻，第2号(1982)，p142～148
- 2) 「薄肉円筒殻の周方向溶接による残留応力・変形」  
溶接学会誌，第52巻，第2号(1983)，p83～90
- 3) 「薄肉円筒殻の軸方向溶接による残留応力・変形」  
溶接学会論文集，第1巻，第2号(1983)，p160～167
- 4) 「薄肉円筒殻の溶接残留応力・たわみ変形の支配パラメータとその影響」  
溶接学会論文集，第2巻，第3号(1984)，p495～502