OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Studies on examples of one-parameter families of Calabi-Yau threefolds : Generic Torelli theorem and global monodromy
Author(s)	Shirakawa, Kennichiro
Citation	大阪大学, 2011, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2172
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【20】

氏名	白河 憲一郎（しらかわ けんいちろう）
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記番号	第 24315 号
学位授与年月日	平成23年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Studies on examples of one-parameter families of Calabi-Yau threefolds: Generic Torelli theorem and global monodromy (1-パラメータの3次元カラビ-ヤウ多様体の族の例の研究：弱大域トレリの定理と大域モノドロミー)
論文審査委員	(主査) 教授 臼井 三平 (副査) 教授 今野 一宏　教授 小木曽啓示　准教授 川口 周 准教授 高橋 篤史

論文内容の要旨

本論文では良く知られた 1-パラメータの 3 次元 Calabi-Yau 多様体の族の例について考察した。本論文は第一部と第二部から成る。

第一部では、重みが (1,1,1,1,1), (2,1,1,1,1), (4,1,1,1,1), (5,2,1,1,1) の重み付き複素 4 次元射影空間中の次数がそれぞれ 5, 6, 8, 10 の Fermat 型の方程式で定義される Calabi-Yau 超曲面の鏡映像の族に対する弱大域 Torelli 問題に焦点を当てる。重みが (1,1,1,1,1) の場合の族は 5 次鏡映族と呼ばれている。これらの族のパラメータ空間はどれも複素 1 次元射影空間であり、無限遠点ともう 1 つの点で特異ファイバーが現れる。パラメータ空間をこの 2 つの点と原点を除いた空間に制限すると複素解析族になっている。各パラメータに対して、そのファイバーの 3 次コホモロジー群の Hodge フィルトレーションを対応させる事により、この空間から周期領域を大域モノドロミーで割った空間への周期写像が得られる。第一部のメインテーマはこの写像の単射性である。5 次鏡映族に対しては弱大域 Torelli の定理が成り立つ、即ち周期写像が例外的な点を除いて単射である、という事が臼井により示されている。第一部の主定理では臼井の証明方法を参考にして、5 次鏡映族以外の 3 つの族に対する弱大域 Torelli の定理の証明を与えた。その証明では 5 次鏡映族に対する証明と同様に、加藤-臼井による logarithmic Hodge 理論を用いた。この理論を使う事により、周期写像の行き先である周期領域を大域モノドロミーで割った空間を logarithmic manifold と呼ばれるスリットが出てくる logarithmic 構造をもつ局所環付き空間に拡張できる。この時、周期写像も 1 次元射影空間から今述べた空間への logarithmic 環付き空間の射として延長でき、この写像の像が解析的曲線になることも分かる。従って、延長された周期写像の局所的写像度が 1、即ちある 1 点の逆像が 1 点でありその点での分岐指数が 1 である事を示せば、弱大域 Torelli 定理が示せたことになる。実際にこの考察を境界上の点に対して行い、第一部の主定理を得た。

第二部では 5 次鏡映族の大域モノドロミーに焦点を当てる。大域モノドロミーはこの族のファイバーの整数係数の 3 次コホモロジー群をファイバーにもつ局所系に付随する基本群の 4 次シンプレクティック群における表現の像である。今、大域モノドロミーは 2 つの元で生成されており、その生成元の表示は良く知られている。また大域モノドロミーの Zariski 閉包が 4 次シンプレクティック群に一致する事も既に知られている。しかし、大域モノドロミーの 4 次シンプレクティック群中での指数の決定や完全な記述はまだなされていない。第二部の主定理では、大域モノドロミーの 5 を法とする整数を係数とする一般線型群の中での表示を与えた。一方で Chen, Yang, Yui によって大域モノドロミーを含む指数有限のシンプレクティック群の合同部分群が発見されている。第二部の主定理と彼らの結果を用いて、大域モノドロミーにより近い合同部分群が構成できる事を主定理の系として与えた。しかし、指数の決定や完全な記述には至っていない。

論文審査の結果の要旨

本論文では、3 次元 Calabi-Yau 多様体の 1 パラメータ族について考察している。このような族は重みが (1,1,1,1,1), (2,1,1,1,1), (4,1,1,1,1), (5,2,1,1,1) の荷重射影空間中の次数が各 5, 6, 8, 10 の Fermat 型超曲面の 1 パラメータ退化族の鏡映族となっていることがよく知られている。

前半は Torelli 問題の研究である。Torelli 問題とは、Hodge 構造を対応させる周期写像の単射性を調べる問題である。申請者は前出の族のうち後ろの 3 つの族について弱大域 Torelli 定理を証明した。前出の族のうち最初のものは 5 次鏡映族と呼ばれており、この族については加藤・臼井の log Hodge 理論の応用として臼井が弱大域 Torelli 定理を証明していた。申請者はこの手法を他の族にも適応して、上記の結果を得た。これら一連の結果は、Hodge 構造の分類空間が古典的な対称領域を超えた場合の最初の大域 Torelli 型定理となっている。

後半は大域モノドロミーの研究である。申請者は 5 次鏡映族の大域モノドロミー群に対して、5 を法とした一般線型群の中での表示を得た。これまでに、この大域モノドロミー群の Zariski 閉包は 4 次シンプレクティック群になることが Deligne により指摘されており、Chen-Yang-Yui により大域モノドロミー群を含む指数有限のシンプレクティック群の合同部分群が構成されていた。申請者の今回の結果で、Chen-Yang-Yui の部分群より大域モノドロミー群に近い合同部分群が構成できるようになった。

前半部分に当たる結果は既に Proc. Japan Acad. に full paper として掲載されており、後半部分に当たる結果も、査読付学術雑誌に投稿中である。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値があるものと認める。