The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	ボルト締結体の等価剛性とそれを用いた構造物の解析手法および強度評価に関する研究
Author(s)	成瀬, 友博
Citation	大阪大学, 2011, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/2197
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

学位論文

ボルト締結体の等価剛性と
それを用いた構造物の解析手法
および強度評価に関する研究

平成２２年１１月

成瀬　友博

大阪大学大学院　工学研究科

機械工学専攻

目次

第 1 章　序論 1
1.1　ボルト締結体の設計法と課題 1
1.2　ボルト締結体の剛性に関する研究動向 7
1.3　ボルト締結構造物の解析法に関する研究動向 10
1.4　論文の目的と構成 11
1.5　参考文献 12

第 2 章　外荷重と外モーメント下の被締結体剛性の線形挙動 19
2.1　緒言 19
2.2　被締結体のコンプライアンス 19
2.3　解析方法 22
2.3.1　モデル形状 22
2.3.2　荷重条件 26
2.4　解析結果 28
2.4.1　軸方向コンプライアンス 28
2.4.2　曲げコンプライアンス 35
2.5　被締結体モデルの改善 41
2.6　結言 48
2.7　参考文献 49

第 3 章　外荷重と外モーメント下の被締結体剛性の非線形挙動 51
3.1　緒言 51
3.2　解析方法 52
3.3　軸方向荷重に対する解析結果 55
3.4　モーメントに対する解析結果 57
3.5　被締結体曲げ剛性の非線形挙動の力学モデル 62

3.5.1 $0<M_c<M_{cth1}$ の領域 62
3.5.2 $M_{cth2}<M_c$ の領域 63
3.6 被締結体曲げ剛性力学モデルと解析結果の比較 67
3.7 結言 77
3.8 参考文献 78

第 4 章 シェル要素とビーム要素によるボルト締結体の簡易モデル化手法 79
4.1 緒言 79
4.2 ボルト締結部のモデル化手法 80
4.2.1 ボルトの剛性 80
4.2.2 被締結体の剛性 81
4.2.3 内力係数と修正係数 82
4.2.4 ボルト締結体の等価ビーム剛性 89
4.2.5 等価座面領域 92
4.2.6 VDI 2230 (1977)に基づくボルト締結体の簡易モデル 94
4.3 ボルト締結体の要素試験方法と解析モデル 97
4.4 試験結果 100
4.5 解析結果 107
4.6 結言 112
4.7 参考文献 112

第 5 章 ボルト締結体の簡易モデル解析を用いた強度評価手法 115
5.1 緒言 115
5.2 ボルト締結部の強度評価法 116
5.2.1 ボルト簡易モデル 116
5.2.2 ボルト締結部の外力 120
5.2.3 静的強度評価 121
5.2.4 疲労強度評価 124
5.2.5 すべり評価 125
5.2.6 座面陥没，へたり，熱変形による軸力変化 126
5.3 評価例 129
5.3.1 評価モデル 129

5.3.2 評価結果 130
5.4 結言 140
5.5 参考文献 141

第 6 章 結論 143
6.1 本研究の結論 143
6.2 今後の展開 145
6.3 参考文献 147

関連発表論文 149

謝辞 151

第1章　序論

本章では，はじめにボルト締結について，その用途や利点，そして近年多発している事故を元にその問題点を述べる．次に本研究の対象の１つとしたボルト締結体の剛性に関して，現在までに明らかとなっている知見と，残された課題を述べる．そして本研究のもう一つの対象である多数のボルトで締結された構造物の解析と評価に適したボルト簡易モデルについて，現状と課題を述べる．これらに基づき，本研究の目的と意義，そして各章の概要について述べる．

1.1　ボルト締結体の設計法と課題

ねじやボルトは，最も一般的な締結方法であり，古くから用いられてきた．日本においては，1543 年の鉄砲伝来によって，初めてねじの概念がもたらされたといわれている(1.1). その後, ボルトは機械や建造物の締結方法としてあらゆる構造物に用いられ，溶接やリベット，接着などの他の手法が発達している現在においても最も使用されている締結方法である．これは，ボルト締結体が他の締結方法に比べて(1)分解が可能である，(2)再使用が可能である，(3)作業が容易である，(4)締結強度が高いといった利点によるところが大きい．

一方で，一見すると単純なボルト締結体は，ボルトと被締結体との力学的なつり合い状態によって荷重を分担する複雑な構造体であり，その強度評価は見た目ほど容易ではない(1.1)~(1.9)．さらに，多数のボルトで締結されている構造物は，ボルト締結部それぞれで複雑に荷重を分担するため，より設計が困難である(1.10)．従来は，十分な開発期間の中で，詳細な検討を行って安全裕度を持って設計したり，信頼性試験により検証したりすることで，製品の安全性を確保してきた．近年市場競争の激化により，開発期間の大幅な短縮や，低価格化のための極限設計が求められるようになってきている．そのため，従来行われてきた信頼性試験や詳細な強度検討が不十分となり，ボルト締結部から破損する事例が散見されるようになってきている．最近では，ジェットコースター車軸のねじ折損事故(1.11)や，大型トラックのタイヤホイールの締結ボル

ト折損事故[1.12]など，人命に係わる重大事故も発生している．設計期間を短縮しつつ十分な信頼性を確保して，これらの事故を未然に防ぐためには，ボルト締結体を簡便にかつ高精度に強度評価する手法が不可欠と考えられる．

一本のボルト締結体に対する強度評価方法としては，ドイツ技術者協会の定めるVDI 2230[1.7]~[1.9]が最も体系づけられた設計法として，度々改訂されながら使われてきている[1.1]~[1.6]．これら強度設計法では，外力に対して初期締付け力を十分に大きく設計して，座面や被締結体間の接触面がかい離しない状態，すなわちボルトと被締結体が一体となって変形する状態を規範とする．ボルトと被締結体が一体となって変形する場合は，初期締付け力および締結体に加わる外力から，ボルトの剛性と被締結体の剛性を用いてボルトと被締結体間の内力を求めることができる．

この手順を２つの板材を１組のボルト・ナットで締結する簡単なボルト締結体を例として説明する(図 1.1). 図 1.1 に示したボルト締結体の締付け線図を図 1.2 に示す．初期締付け状態では，ボルトが初期締付け力 F_f で引っ張られ，被締結体には初期締付け力で圧縮される圧縮体(Clamped solid)が形成される．図 1.2 の締付け線図では，ボルトの剛性 K_b と被締結体の圧縮体の剛性 K_c の２つの荷重―変位関係で表わされ，それらの交点が初期締付け状態となる．その状態に軸方向外力 W_a が加わると，ボルトはさらに荷重 F_b で引っ張られ，被締結体の圧縮力が F_c 分除荷される．すなわち，外力 W_a をボルトと被締結体の内力として分担する. このとき W_a に対するボルト荷重 F_b の比率は, 内力係数と呼ばれる. ボルト締結体に外モーメントが負荷された場合にも，ボルトと被締結体がその剛性比に応じてモーメントを負担する．したがって，ボルトの応力を求めて強度評価を行うためには，ボルトのみではなく被締結体の軸方向剛性や曲げ，ねじり剛性を正確に把握することが必要となる．

一本のボルト締結体に対しては，外力や締結体の寸法が既知であれば，上記の VDI 2230 に基づく強度評価方法を適用することが可能である. 複数のボルトで締結される構造物においては，それぞれのボルトで荷重を複雑に負担することから，一本のボルト締結体に対する外力を求めることは容易ではない．従来はボルト締結される点を拘束して，荷重とボルトの幾何学的な位置から各ボルトの荷重を算出している[1.6], [1.13]．この手法はボルト締結部を剛体として扱うものに相当する．しかしながら，実際にはボルト締結部もボルトと被締結体両者の合剛性を持ち，構造物の変形や固有値はこの締結部の合剛性に依存することが知られている[1.10]．また，一本のボルト締結体に対する外力も，荷重のつり合いと変位の適合条件の両者を満足する不静定問題を解くことによって求められる．

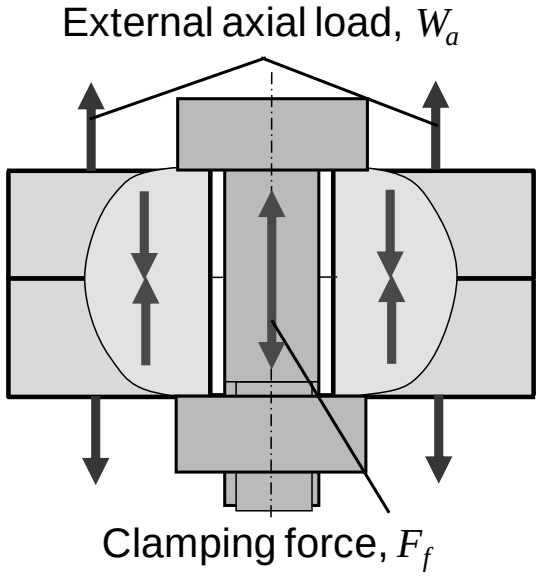

Fig. 1.1 Model of bolted joint

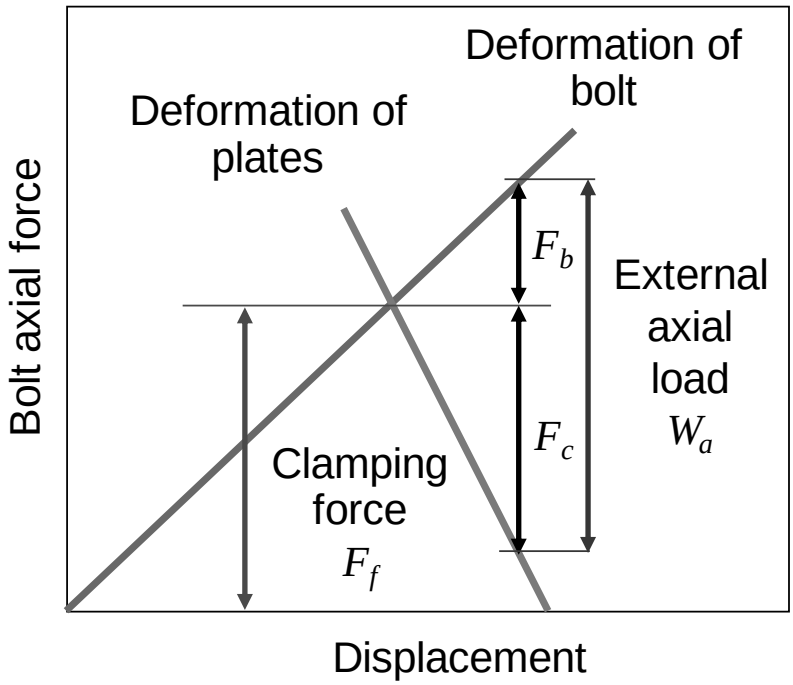

Fig. 1.2 Joint diagram

２つの径の異なるボルトで締められた構造物（図 1.3 (a)）に，ボルト軸方向荷重を加えたものを例に，軸力のみを考慮したボルト締結部における不静定問題を説明する．ここではボルト締結部のみの変形を考慮し，板材の変形は無視する．従来の設計法[1.6),(1.13)]を用いて，ボルトを剛体と仮定して荷重の分担を算出する（図 1.3 (b)）．この場合，２つのボルト締結部に加わる内力 W_{a1} と W_{a2} は力のつり合いから等しくなり，締結部は変形しないため剛性を実際より高く評価してしまう．

これに対して，２つの締結部の変形が一致するように，荷重を分担する不静定問題を解く場合を図 1.3 (c), (d)に示す．図 1.3 (c)は，それぞれのボルトの剛性 K_{b1} と K_{b2} を考慮したモデルで，ボルトを１つのバネでモデル化する場合によく用いられる[1.14)]．図 1.3 (d)は，ボルトの剛性 K_{b1} と K_{b2} と被締結体の剛性 K_{c1} と K_{c2} のそれぞれの合剛性で締結部をモデル化したものである．図 1.2 の締付け線図で示したように，ボルト締結部はボルトと被締結体とで外力を分担して変形する．そのため，ボルトの剛性のみを考慮する図 1.3 (c)では，締結部の剛性を低く評価し，ボルト締結部の内力 W_{a1} と W_{a2} も不正確なものとなる．図 1.3 (d)のようにボルトと被締結体両者の剛性をモデル化することによって，構造物全体の変形を評価しつつ，ボルトに加わる外力を正確に求めることができる．

締結部が少なく，形状が簡単で外力も単純な構造については，ボルト一本当たりの外力を図 1.3 (d)のように少数の方程式を解析することで求めることが可能である．しかしながら，実際の複数のボルトで締結された構造物においては，板材の変形を考慮しなければならないこと，多数の締結部の剛性を考慮しなければならないこと，締結部の剛性として軸方向剛性のみではなく曲げやねじりの剛性を必要とすることから，上記のようにボルト締結部の外力の解析解を得ることは困難である．機械構造物のきょう体床部の例を図 1.4[1.15)]に示す．このような複数のボルト締結部を持つ複雑な構造物に対しては，有限要素解析に代表される数値解析を用いることが検討される．

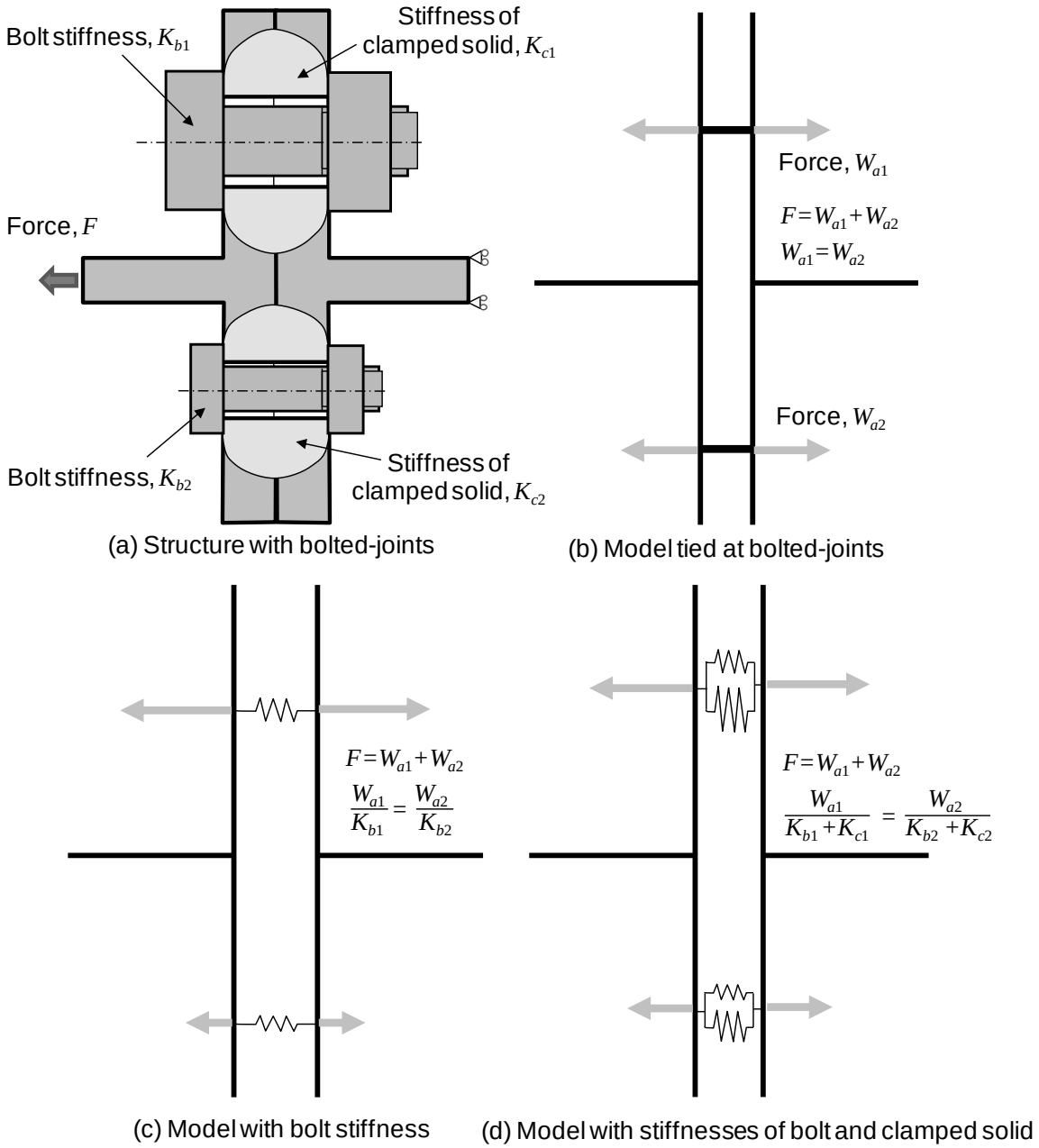

Fig. 1.3 Load division for structure with two bolted-joints

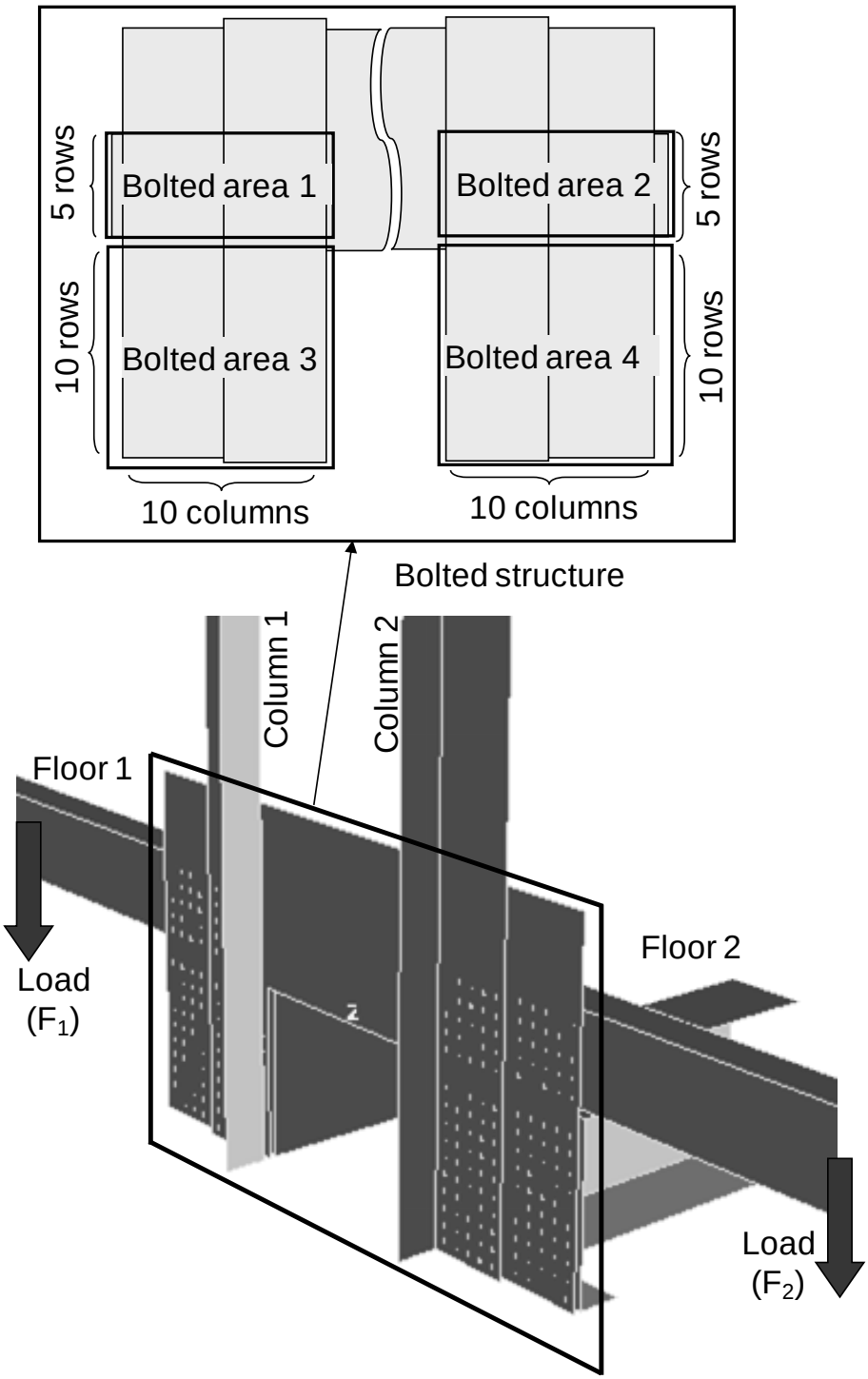

Fig. 1.4 Bolted structure in frame base[1.15]

近年 CAE(Computer Aided Engineering)は劇的に進歩し，有限要素解析による締結部の強度評価が現実的になりつつある．単一ボルトでの締結体(1.16)~(1.21)やフランジ締結体(1.22)~(1.26)などの要素レベルでは，ボルトを詳細にモデル化し，接触を考慮した有限要素解析により締結部の負荷を精度良く求めている例がある．さらに、ねじ面の接触をも考慮した有限要素解析により，ねじの応力を評価している例(1.27)~(1.39)や，ねじの形状をモデル化して，ゆるみの評価を行っている例(1.40)~(1.42)もある．図 1.4 に示したような多数のボルトで締結された構造物の締結部の荷重を正確に評価するためには，締結部の剛性を加味しつつ構造全体をモデル化した解析が必要である．接触を考慮して締結部をモデル化しつつ構造全体をモデル化することは，煩雑で計算負荷も甚大である．そのため多数のボルトで締結された構造物の有限要素解析において，ボルト締結部を簡易にかつ精度良くモデル化し，その解析結果からボルト強度評価を行う手法の開発が必要と考えられる(1.43)~(1.45).

以上のように，ボルト締結体を簡便にかつ高精度に強度評価するためには，ボルト締結体の剛性を正確に把握することと，複数のボルトで締結された構造物に対してこのボルト締結体の剛性を考慮した解析手法と強度評価法を開発することが必要と考えられる.

1.2　ボルト締結体の剛性に関する研究動向

前述のように，ボルト締結体の設計法では，被締結体間や座面での接触面のかい離やすべり，ねじ部のゆるみが生じないボルトと被締結体が一体となって変形する状態における，ボルトと被締結体の剛性を必要とする．また，複数のボルトで締結された構造物の変形や固有値,および一本のボルト締結体に加わる荷重を見積もるためには，ボルトと被締結体の合剛性で構成される締結部の軸方向，曲げ，およびねじり剛性を必要とする．ここでは，ボルトと被締結体の剛性に関する研究の動向を述べ，課題を示す.

ボルトの軸方向剛性としていくつかの剛性計算式が提案されている．VDI 2230 (1977) (1.7)では，経験的に得られたボルト頭とナットおよびねじかみ合い部の剛性を，遊びねじ部や首下部等の円筒部等の剛性に直列結合したものとしてモデル化している．それ以降提案されている剛性式は，ボルト頭とナットおよびねじかみ合い部の剛性を改良することで発展してきている．VDI 2230 (1986)(1.8)以降では，実験に基づきねじかみ合い部の剛性を改善したものを用いている．山本は二次元弾性理論に基づきねじ

山の変形を求めた式を提案している[1.47]．沢と丸山はねじ山の変形を三次元弾性理論で求め，さらにボルト頭の弾性変形を加えた式を提案している[1.48]．

ボルトの曲げ剛性については，ボルト頭とナットおよびねじかみ合い部の曲げ剛性と，遊びねじ部や首下部等の円筒部の曲げ剛性を，それぞれの長さと断面二次モーメントを用いて求め，軸方向剛性と同様にそれらを直列結合したものとして求められる[1.2], [1.7]~ [1.9]．単純円筒でモデル化できないねじかみ合い部の曲げ剛性は，多数の因子が影響を及ぼすため，未だ一般化された剛性式が提案されていない．しかしながら，ボルトの曲げ剛性は被締結体の曲げ剛性に比べて非常に小さいことから，実際のボルトの評価上大きな問題とはならない．ねじり剛性については，断面二次モーメントと断面二次極モーメントのアナロジーから予測可能と考えられる．以上のように，ボルトの軸方向，曲げおよびねじり剛性は，ボルトがほぼ円筒でモデル化できることから過去の研究における剛性式間での差異が小さく，現状のものでも十分な精度でボルトの剛性が予測できているものと考えられる．

一方被締結体の剛性は，ボルトで圧縮される部位の剛性を評価する必要があり，この圧縮体のモデル化方法に応じて様々な式が提案されている．その多くは Rötscher の影響円すい法とその等価円筒による近似式[1.49]を基本としている． Fritze は実験に基づき等価円筒式を改善し[1.50]，VDI 2230 (1977)[1.7]に採用されている． VDI 2230 (1986) [1.8]では，Thomala が実験結果に基づき提案した等価円筒式[1.51]を採用している．しかしながら，VDI 2230 (1986)の剛性は VDI 2230(1977)の剛性に対して３倍程度となっていることが示されており[1.2], 締結体の微小な変位測定が困難であることが実験値に基づく計算式での大きなばらつきにつながっているものと考えられる．

一方で，圧縮体の剛性を解析的に評価したものもある．柴原は，三次元弾性理論による解析に基づき等価円筒の式を改良している[1.52]．Lori らは，形状やヤング率をパラメータとした二次元軸対称有限要素解析を行い，圧縮体を等価円すいでモデル化したときの円すいの頂角φを表わす式を重調和解析により算出した[1.53]．現行の VDI 2230 (2003) [1.9]では，Lori によって算出されたこの等価円すい式を用いている．曲げ剛性に関してもこの等価円すいの曲げ剛性が解析的に求められており，被締結体の剛性を求める計算式としては，現状の VDI 2230 (2003)が最も体系化されているものと考えられる．しかしながら Lori のモデルでは，(1)ボルトの軸力による変形すなわち締付け時の剛性のみを評価し，締結体に外力が加わった時の剛性を評価していないこと，(2)同板厚の２枚の板の締結体を対象に被締結体間の接触面上を拘束する対称モデルを用いているため，被締結体間の接触条件や被締結材の板厚差が考慮されていない

こと，などの未検討な点がある．

ボルト締結体に外力を加えた場合，締結体の変形は外力の負荷する位置に依存することが知られている．Hanau は，ボルト中心軸に対して偏心した軸方向荷重を与えた場合，すなわち軸方向負荷と曲げモーメントを同時に与えた場合について，外力作用点の板厚方向の位置とボルト中心軸からの距離を変えたときのボルト頭部の変位を 3 次元の境界要素法解析により求め，内力係数を補正する係数を提案している(1.54)．沢らは，ティーフランジ構造(1.55)や管フランジ構造(1.56)~(1.59)に対して，内力係数の補正係数を三次元弾性理論に基づき解析的に求めている．これらの補正係数は，それぞれが対象とした典型的な形状に対して有効であるが，様々なボルト配置に対応できるように一般化されていない. 外力を加えた場合の被締結体の剛性を一般化するためには，被締結材の板材としての変形とボルト締結部の変形を分けて評価することと，軸方向荷重による変形と曲げモーメントによる変形を分けて評価することが必要と考えられる．

これまで議論してきた被締結体間や座面の接触面がかい離せずボルトと被締結体が一体となって変形する状態に対して，さらに軸方向荷重や曲げモーメントを増大させていくと，やがて接触面がかい離し始める．接触面がかい離すると，図 1.1 の締付け線図を逸脱して外力と変形の関係は非線形関係となる．実際の機械構造物の設計では，外力を低減するために構造変更したり，ボルトの径を増大したり，ボルト本数を増加したりして, 締結部の変形状態が非線形とならないよう設計する. しかしながら，機械構造物の限界を知り，その後の破壊まで検討するような限界設計を行っていくためには，締結部の非線形変形について検討することは重要と考えられる．

軸方向荷重を負荷した場合の非線形挙動は，被締結体間の接触面が分離するとボルトがすべての荷重を分担することから，図 1.2 の締付け線図において圧縮変位が消失した状態と考えることによって容易に予測できる．曲げモーメントを加えた場合としては，矩形断面を持つ被締結体にボルト中心軸に対して偏心した軸方向荷重，すなわち軸方向荷重と曲げモーメントを同時に加えた状態に対して，VDI 2230 (1.7)~(1.9)の中で被締結体の接合面の口開き限界とその後の非線形変形挙動が議論されている．山本は，VDI 2230 の非線形挙動を一般化した被締結体の形状に適用できるように，被締結体の曲げ剛性式を構築している(1.2)．服部らは塑性締めされたボルトに関して VDI 2230 の非線形変形挙動を拡張し，実験的に評価している(1.60)．しかしながら，これらの過去の研究成果は，初期締付けによる面圧が被締結体間の接触面全体に渡る場合，この条件は山本によればボルト中心から座面径に締付け長さを加えた範囲内に被締結

体間の接触面が収まるような比較的被締結体が小さい場合に適用が限られている．板材を締結するより一般的な被締結体に対して，曲げモーメントに対する非線形挙動を評価した例は見られない．

1.3　ボルト締結構造物の解析法に関する研究動向

1.1 節で示したように，複数のボルト締結部を持つ複雑な構造物に対しては，簡易でかつ精度良い有限要素モデル化手法が必要とされ，過去にもいくつかの手法が提案されている．そのほとんどは，ボルト締結部をバネやビーム要素に置き換える手法である．

田中らは，被締結体の圧縮領域を複数のバネ要素に分けてモデル化する方法を提案している(1.61)~(1.66)．福岡らは，同様のモデルに接触面の摩擦を考慮したバネ定数を考慮したものを提案している(1.67)．これらの手法は軸対称状態や平面応力・ひずみ状態を仮定する２次元問題で展開されており，３次元形状に適用するのは困難である．また，一つのボルト締結部に対して複数のバネ要素を必要とするため，有限要素モデルを作成する上で煩雑である．

Montgomery は，３次元ソリッド要素で分割された上下２つの被締結体をボルト締結する際のボルトの簡易モデル化手法について，上下の座面内の節点をカップリングする方法，上下の座面内の節点を Rigid Body Element (RBE)で接続する方法，ボルトをビーム要素でモデル化してビーム要素と上下座面内の節点をビーム要素端点とカップリングする方法（Spider beam と呼称）などを，ボルトも３次元ソリッド要素で分割した解析結果と比較している(1.45)．この成果をもとに，ANSYS®のモデル化マクロが作成されている(1.14)．この手法では，被締結体の剛性を考慮されておらず，被締結体間の接触解析が必要とするため，大きな計算負荷低減は見込めない．

Rutman らは，板材をシェル要素でモデル化し，ボルト締結部をバネ要素で接合するモデルを提案している(1.46)．この手法は，線形計算により解析できるため計算負荷を圧倒的に低減できるが，締結部をモデル化するバネ要素として，ボルト径と座面径内の被締結体の軸方向剛性とせん断剛性を考慮するのみで，図 1.2 に示した締付け線図で表わされるボルト力学が考慮しておらず,不完全なモデル化と言わざるを得ない．

Kim らは, 板材をシェル要素でモデル化し, 締結部をバネ要素でモデル化する際に, VDI 2230 (1977)(1.7)と VDI 2230 (2003)(1.9)の被締結体の軸方向剛性を考慮したモデル化を提案している. この手法ではボルトの力学を考慮した正確な軸方向剛性を用いて,

かつシェル要素の線形解析による評価が可能であり,計算負荷も低い.しかしながら,締結部の曲げ剛性やねじり剛性が考慮できていない．また，上記で示した全てのモデル化手法おいて，解析対象の変形や固有値を解析結果から直接評価することは可能であるが，VDI 2230 に示されるようなボルトの強度評価を行う手法が不明確であるとう共通の課題がある.

1.4　論文の目的と構成

1.2 節で示したように，ボルト締結体の設計法で重要とされる被締結体の剛性については，Lori によって算出されたこの等価円すい式によって最も体系づけられている.しかしながら,外力特に曲げモーメントが加わった時の剛性が評価されていないこと,被締結体間の接触条件や被締結材の板厚差が考慮されていないこと，などの未検討な点があった．また，さらに外力が増大し接触面がかい離する場合の被締結体の非線形挙動については，被締結体が狭い特別な場合を除くと評価した例は見られない.

また，1.3 節で示したように，複数のボルト締結部を持つ複雑な構造物を解析するための簡易でかつ精度良い有限要素モデル化手法が必要とされるが，締結部の曲げ剛性やねじり剛性をボルトの力学を考慮して正確にモデル化しているものは見当たらない．さらに，簡易モデルから得られた結果からボルトの強度評価を行う手法が従来不明確である.

そこで本研究では，まず一本のボルトで締結された２枚の板材で構成されるボルト締結体に関して，板材の厚さやボルト径をパラメータとして，軸方向荷重と曲げモーメントを負荷したときの変形を三次元有限要素解析によって求め，被締結体の剛性を評価し，従来用いられてきている剛性式の改善を図る．さらに負荷を大きくしていったときの被締結体剛性の非線形挙動を評価し，その力学モデルを構築して非線形挙動にも対応した剛性式を提案する.

得られた被締結体の剛性を元に，複数のボルト締結部を持つ複雑構造物を解析するのに好適な簡易モデル化手法として，板材をシェル要素，ボルト締結部をビーム要素でモデル化する手法を検討する．さらに提案したボルト締結部簡易モデルを用いて解析した結果に対して，静的強度や疲労強度，すべり等を評価するボルト締結部の強度評価手法を検討する.

本論文は本章を含め全 6 章により構成される．以下に各章の目的と概要を示す.

第 2 章では，まず一本のボルトで締結された２枚の板材を対象に，被締結体の剛性

の線形挙動を検討する．接触を考慮したボルト締結体モデルにより，被締結体の軸方向コンプライアンスと曲げコンプライアンスを評価する．

第 3 章では，第 2 章で明らかにした被締結体の線形領域での剛性を拡張するため，接触を考慮したボルト締結体モデルにおいて，被締結体の軸方向コンプライアンスと曲げコンプライアンスの非線形挙動を評価する．その中では，非線形挙動を表現可能な力学モデルを構築し，被締結体の剛性の定式化を試みる．

第 4 章では，第 2 章で構築した被締結体の剛性式を基に，複数のボルトで締結された複雑な構造物の解析に適した，シェル要素とビーム要素を用いたボルト締結体の簡易モデル化手法を構築する．ボルト締結体の固有値測定を行い，実験値と構築した簡易モデルによる解析値を比較して上記ボルト締結体のモデル化手法の妥当性を検証する．

第 5 章では，第 4 章で構築した板材のボルト締結構造体に対するシェル要素とビーム要素を用いたモデル化手法に対して，強度評価手法を検討する．この強度評価手法を具体的な例に適用して，その有効性を検証する．

第 6 章では，第 2 章から第 5 章までで得られた結果を総括し，本研究で得られた結論をまとめるとともに，将来への展望について論じる．

1.5　参考文献

(1.1)　新版　接合技術総覧編集委員会，新版　接合技術総覧，産業技術サービスセンター，1992.

(1.2)　山本　晃，ねじ締結の原理と設計，養賢堂，1997.

(1.3)　吉本　勇，ねじ締結体設計のポイント，日本規格協会，1992.

(1.4)　酒井　智次，増補　ねじ締結概論，養賢堂，2008.

(1.5)　日本ねじ研究協会出版委員会，新版　ねじ締結ガイドブック，2006.

(1.6)　Bickford, J. H., Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints 4th Edition Non-Gasketed Joints, CRC, 2008.

(1.7)　Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Richtlinien 2230 (1977) Systematic calculation of high duty bolted joints, 1977 [日本ねじ研究協会訳，高強度ねじ締結の体系的計算方法，日本ねじ研究協会，1982].

(1.8)　Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Richtlinien 2230 (1986) Systematic calculation of high duty bolted joints , -Joints with one cylindrical bolt-,

1986 [丸山　一男・賀勢　晋司・澤　俊行　訳，高強度ねじ締結の体系的計算法 -円筒状一本ボルト締結-，日本ねじ研究協会，1989].

(1.9) Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Richtlinien Blatt 1 2230 (2003) Systematic calculation of high duty bolted joints -Joints with one cylindrical bolt-, 2003 [賀勢　晋司・川井　謙一　訳，高強度ねじ締結の体系的計算法 -円筒状一本ボルト締結-，日本ねじ研究協会，2006].

(1.10) 日本機械学会 A-TS10-28 産業施設の耐震問題研究会　ボルト締結体 WG 委員会，ボルト締結体 WG 活動成果報告書，日本機械学会，2001.

(1.11) Asahi.com，ナットの緩みで車軸破断か　コースター事故 (online), available from http://www.asahi.com/special/070505/OSK200705090087.html (accessed 2009-12-18).

(1.12) Asahi.com，タイヤ直撃事故　ボルトすべて破断、一部は以前から？ (online), available from http://atashi.com/webarchives/2008/04/12/06/04/50/ www.asahi.com/national/update/0411/TKY200804110314.htlm (accessed 2008-10-11).

(1.13) 日本建築学会，鋼構造接合部設計指針，日本建築学会, 2001.

(1.14) CYBERNET，ボルト締結モデリングマクロのご紹介，CAE のあるモノづくり， **11**(2009)，19-20.

(1.15) 山口　貴吏・成瀬　友博・尾田　十八，ボルト締結部の強度評価を目的とした設計支援システム，設計工学，**39**-2(2004)，33-38.

(1.16) 福岡　俊道・許　全托，熱膨張法によるボルト締め付け過程の解析（接触面の熱抵抗を考慮した場合），日本機械学会論文集（A 編），**66**-644(2000)，658-664.

(1.17) 高木　知弘・福岡　俊道，ボルト締付け過程の弾塑性有限要素解析，日本機械学会論文集（A 編），**67**-660(2001)，1269-1275.

(1.18) 福岡　俊道・許　全托・吉田　健太郎，ボルト締結体の熱および力学挙動の有限要素解析，日本機械学会論文集（A 編），**68**-665(2002)，1-7.

(1.19) 福岡　俊道・野村　昌孝・篠　圭一，ボルト締結体まわりの熱流れと軸力変化の解析，日本機械学会論文集（A 編），**74**-739(2008)，399-405.

(1.20) 福岡　俊道・野村　昌孝・山下　正嗣，数値解析によるリーマボルトの負荷性能と強度の評価，日本機械学会論文集（A 編），**74**-745(2008)，

1212-1219.

(1.21)　岡田　学・賀勢　晋司・田中　道彦，ボルト締結における座面圧分布について（座面の角度偏差が及ぼす影響），日本機械学会論文集（C 編），**70**-699(2004)，3324-3330.

(1.22)　永田　聡・松本　光広・沢　俊行，内圧作用下でのガスケット付管フランジ締結体の応力解析と密封性能評価：ボルトばらつきの影響，日本機械学会論文集（A 編），**70**-699(2004)，1595-1602.

(1.23)　黒沢　亮・前崎　渉・沢　俊行，内圧を受けるガスケット付き非円形箱形容器ボルト締結体の有限要素応力解析と密封性能評価，日本機械学会論文集（A 編），**73**-727(2007)，352-359.

(1.24)　福岡　俊道・高木　知弘，有限要素解析による管フランジ締結体のボルト締付け過程の評価（うず巻形ガスケットを用いた場合），日本機械学会論文集（A 編），**66**-668(2000)，1834-1840.

(1.25)　高木　知弘・福岡　俊道，管フランジ締結体の効率的なボルト締付け手順（有限要素解析と弾性相互作用係数法による検討），日本機械学会論文集（A 編），**68**-668(2002)，550-557.

(1.26)　石田　栄一・小泉　孝之・辻内　伸好，円柱薄フランジボルト締結体の動特性の研究，日本機械学会論文集（C 編），**68**-667(2002)，768-773.

(1.27)　丸山　一男，有限要素法および銅めっき法によるねじ結合体の応力解析（第１報，引張荷重を受ける環状 V みぞ底の応力），日本機械学会論文集，**38**-312(1972)，1975-1981.

(1.28)　丸山　一男，有限要素法および銅めっき法によるねじ結合体の応力解析（第２報，引張荷重を受けるボルト谷底の応力），日本機械学会論文集，**39**-324(1973)，2340-2349.

(1.29)　丸山　一男，有限要素法および銅めっき法によるねじ結合体の応力解析（第３報，ピッチ誤差およびフランク各誤差の影響），日本機械学会論文集，**41**-348(1975)，2292-2302.

(1.30)　田中　道彦・宮澤　英夫・朝場　栄喜・北郷　薫，ねじ締結体への有限要素法の応用（ねじ締結体の有限要素法解析に関する基礎的研究），日本機械学会論文集（C 編），**46**-410(1980)，1276-1284.

(1.31)　田中　道彦・北郷　薫，有限要素法によるねじ締結体の解析，日本機械学会論文集（C 編），**46**-412(1980)，1491-1503.

(1.32)　田中　道彦・宮澤　英夫，有限要素法によるダブルナットの解析，日本機械学会論文集（C 編），**47**-417(1981)，592-601.

(1.33)　田中　道彦，各種ねじ締結体の応力解析，日本機械学会論文集（C 編），**47**-417(1981)，602-611.

(1.34)　田中　道彦・北郷　薫・朝場　栄喜，外荷重が作用するねじ締結体の有限要素解析，日本機械学会論文集（C 編），**47**-418(1981)，766-775.

(1.35)　田中　道彦・北郷　薫・朝場　栄喜，ねじ締結体への有限要素法の応用（第２報，幾何学的形状を考慮した場合の解析方法について），日本機械学会論文集（C 編），**48**-434(1982)，1607-1614.

(1.36)　田中　道彦・辺見　信彦・石橋　寛之，塑性域締付におけるねじの振舞（有限要素法による弾・塑性解析），日本機械学会論文集(C編)，**66**-650(2000)，3483-3488.

(1.37)　福岡　俊道・山崎　直樹・北川　浩・浜田　実，ボルト締付け時に発生する応力の評価，日本機械学会論文集（A 編），**51**-462(1985)，504-509.

(1.38)　福岡　俊道・野村　昌孝・森本　雄哉，ねじ山らせん形状の高精度なモデリングと有限要素解析，日本機械学会論文集（A 編），**72**-723(2006)，1639-1645.

(1.39)　奥林　敬未・萩原　正弥・浜田　政彦・弘岡　義男，ボルトの引張特性に及ぼす遊びねじ部の影響，日本機械学会論文集（C 編），**72**-650(2006)，1982-1986.

(1.40)　中村　眞行・服部　敏雄・辻本　静夫・梅木　健，軸直角方向の往復荷重が作用するボルトの回転ゆるみ限界評価，日本機械学会論文集（C 編），**67**-661(2001)，2976-2980.

(1.41)　泉　聡志・横山　喬・岩崎　篤・酒井　信介，ボルト締結体の締付けおよびゆるみ機構の三次元有限要素法解析，日本機械学会論文集（A 編），**71**-702(2005)，204-212.

(1.42)　泉　聡志・木村　成竹・酒井　信介，微小座面すべりに起因したボルト・ナット締結体の微小ゆるみ挙動に関する有限要素法解析，日本機械学会論文集（A 編），**72**-717(2006)，780-786.

(1.43)　Kim, J. G., Park, S. S., Choi, S. H. and Kim, B. K., Finite Element Modelling and Experimental Verification of the Structures with Bolted Joints, *Transactions of the Korea Society of Mechanical Engineers*,

20–6(1996), 1854-1861.

(1.44)　Hurrell, P. R., Good Practice in Modelling of Pressure Vessel Bolted Joints for Stress and Fatigue Analysis, *ASME PVP,* **405**(2000), 123-134.

(1.45)　Montgomery, J., Methods for Modeling Bolts in the Bolted Joint, ANSYS 2002 Conference, 2002 April.

(1.46)　Rutman, A. and Kogan, J. B., Software takes the load off joint modeling, *Machine Design*, **70**–6(1998), 79-82.

(1.47)　山本　晃，ねじ締結の理論と計算，養賢堂，1970.

(1.48)　沢　俊行・丸山　一男，ねじ結合におけるボルト頭部およびナットの変形について，機械学会論文集，**41**-346(1975)，1917-1925.

(1.49)　Rötscher, F., Die Maschinenelemente, Beilin, Julius Springer, 1927.

(1.50)　Fritze, G., Grundlagen einer genaueren Berechnung statisch und dynamisch beanspruchter Schraubenvergindungen, Dissertation TU Berlin, 1962.

(1.51)　Thomala, W., Elastische Nachgiebigkeit verspannter Teile einer Schraubenvergindung, *VDI-Z,* **126**-6(1982), 205-214 [賀勢　晋司訳，ねじ締結における被締付け物の弾性コンプライアンス，日本ねじ研究協会誌，**14**-4(1983), 90-100].

(1.52)　柴原　正雄，ねじ締結体のバネ定数計算法，設計製図，**15**-80(1980)，307-313.

(1.53)　Lori, W. und Glaser, H. Berechnung der Plattennachgiebigkeit bei Schraubenverbindungen, *Konstruktion*, **42**(1990), 271-277 [賀勢　晋司訳，ねじ締結体における被締付け板のコンプライアンスの計算，日本ねじ研究協会誌，22-12(1991), 393-401].

(1.54)　Hanau, A., Zum Krafteinleitungsfaktor bei der Berechnung von Schraubenvergindungen, *Konstruktion*, **46**(1994), 99-106

(1.55)　沢　俊行・宮沢　秀明・陸川　和男，ねじ締結体の内力係数の簡単な求め方（被締結体がディーフランジの場合），日本機械学会論文集（C 編），**48**-432(1982)，1200-1208.

(1.56)　沢　俊行・白石　浩之，ねじ締結体の内力係数の簡単な求め方（被締結体が円形フランジおよび管フランジの場合），日本機械学会論文集（C 編），**48**-434(1982)，1598-1606.

(1.57)　沢　俊行，ねじ締結体の内力係数，日本ねじ研究会誌，**19**-11(1988)，363-371.

(1.58)　沢　俊行・熊野　博之，ガスケットを用いたねじ締結体の特性について（管フランジにはさまれた全面座金属平形ガスケットの応力解析），日本機械学会論文集（A 編），**50**-455(1984)，1383-1393.

(1.59)　沢　俊行・熊野　博之・岩川　博文，ガスケットを用いたねじ締結体の特性について（管フランジにはさまれた平面座形金属ガスケットの応力解析），日本機械学会論文集（A 編），**51**-466(1985)，1587-1596.

(1.60)　服部　敏雄・野中　寿夫・種田　元治，塑性域締付けボルト締結体の強度，圧力技術，**23**-1(1985)，7-16

(1.61)　田中　稔，ばね・はりモデルによるねじ締結体の応力解析，精密機械，**51**-12(1985)，2265-2270.

(1.62)　田中　稔・北郷　薫，ばね・はりモデルによるねじ締結体の応力解析 偏心外力を受ける場合，精密工学会誌，**52**-4(1986)，665-660.

(1.63)　田中　稔・北郷　薫，ばね・はりモデルによるねじ締結体の応力解析 複数ボルトによる締結体の場合，精密工学会誌，**53**-4(1987)，664-669.

(1.64)　田中　稔・北郷　薫，ばね・はりモデルによるねじ締結体の応力解析　Ｔ型フランジの場合，精密工学会誌，**54**-2(1988)，323-328.

(1.65)　田中　稔・北郷　薫，ばね・はりモデルによるねじ締結体の応力解析　締付線図への応用，精密工学会誌，**54**-9(1988)，1747-1752.

(1.66)　田中　稔・北郷　薫，ばね・はりモデルによるねじ締結体の応力解析　シリンダカバー締結体の場合，精密工学会誌，**55**-7(1989)，1229-1234.

(1.67)　福岡　俊道・野村　昌孝・菅野　伸国，ボルト締結体の振動特性評価と接触面剛性を考慮した有限要素解析，日本機械学会論文集（C 編），**73**-734(2007)，2820-2827.

第2章　外荷重と外モーメント下の被締結体剛性の線形挙動

2.1　緒言

本章では，有限要素解析により被締結体間の接触と分離を考慮しつつ，負荷時における被締結体の軸剛性，曲げ剛性を評価することを目的とする．被締結体の剛性は，従来から VDI 2230 (1977) (2.1)や VDI 2230 Blatt 1 (2003)(2.2)などで与えられている．VDI 2230 (1977)の軸方向剛性式は実測結果に基づく経験式であり，曲げ剛性は評価されていない．一方 VDI2230 (2003)は，締付け荷重に対する二次元軸対称有限要素解析から求められたものであり，締結体に軸方向荷重や曲げモーメントが加わった時の剛性を評価していないこと，同板厚の２枚の板の締結体を対象に被締結体間の接触面上を拘束する対称モデルを用いているため被締結体間の接触条件や被締結材の板厚差が考慮されていないこと，などの未検討な点がある．本章では，これらの被締結体の軸方向と曲げのコンプライアンスを，接触を考慮したボルト締結体に軸方向荷重や曲げモーメント荷重を与えた有限要素解析結果と比較し，従来の VDI 2230 では考慮できなかった板厚の異なる二枚の板を締めつけた場合にも対応した高精度な等価圧縮体モデルの提案を目的とする．

2.2　被締結体のコンプライアンス

ボルト締結部の模式図を図 2.1 に示す．締付け力が十分に保持されて２つの被締結体間の接触状態が変化しない状態では，ボルト自身と図 2.1 の灰色で示した被締結体の等価圧縮体で力が伝達される．したがって，被締結体の剛性は等価圧縮体の剛性に等しい．VDI 2230 (1977)(2.1)と VDI 2230 Blatt 1 (2003)(2.2)では，この等価圧縮体の剛性として被締結体のコンプライアンスの式を以下のように定義している．

VDI 2230 (1977)では，等価圧縮体を図 2.2 の一点鎖線で示すように外径が等価径

D_{eq}で内径が穴径 D_iの中空円筒にモデル化する．等価径D_{eq}と等価断面積A_{eq}は，式(2.1)と式(2.2)のように定義されている．また，被締結体の軸方向コンプライアンスδ_c は，式(2.3)のように得られる．

$$D_{eq} = d_w + \frac{l_f}{10} \quad \left(3d_w < D_c, \quad l_f \le 8d\text{のとき}\right) \tag{2.1}$$

$$A_{eq} = \frac{\pi}{4}\left(D_{eq}^2 - D_i^2\right) \tag{2.2}$$

$$\delta_c = \frac{l_f}{E_c A_{eq}} \tag{2.3}$$

ここで，d_w は座面径を表し，l_f は 2 枚の板厚の和に相当する締付け長さ，E_c は被締結体のヤング率を表す．D_c は被締結体の外径を表し，式(2.1)は被締結体がボルトに対して十分に広い $D_c > 3d_w$ の場合に適用される式である．

被締結体の曲げ剛性については VDI 2230 (1977)に定義されていない．ここでは，軸方向コンプライアンスと同様に外径が等価径 D_{eq} で内径が穴径 D_i の中空円筒の曲げ剛性を仮定し，曲げコンプライアンスβ_cを次式のように表す．

$$\beta_c = \frac{l_f}{E_c I_{eq}} = \frac{64 l_f}{\pi E_c \left(D_{eq}^4 - D_i^4\right)} \tag{2.4}$$

VDI 2230 Blatt1 (2003) [2.2]では，等価圧縮体を図 2.2 の破線で示す等価円すいで表す．通しボルトの場合，等価円すいの角度φ は，以下の式で表される．

$$\tan\varphi = 0.362 + 0.032 \ln\left(\frac{l_f}{2d_w}\right) + 0.153 \ln\left(\frac{D_c}{d_w}\right) \tag{2.5}$$

円すいの最大外径 $D_{A,Gr}$ は，以下のように求められる．

$$D_{A,Gr} = d_w + w l_f \tan\varphi \tag{2.6}$$

ここで，w は締結体係数と呼ばれ，通しボルトの場合 w =1 が用いられる．被締結体が十分広く $D_c > D_{A,Gr}$ であるとき，被締結体の軸方向コンプライアンスδ_c は，次式のように得られる．

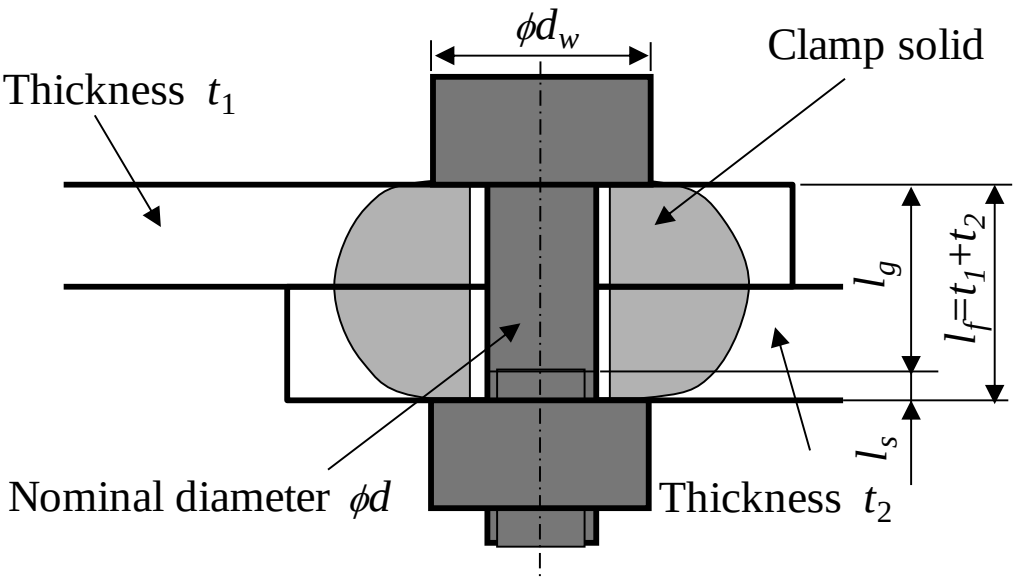

Fig. 2.1 Structure and model of bolt joints

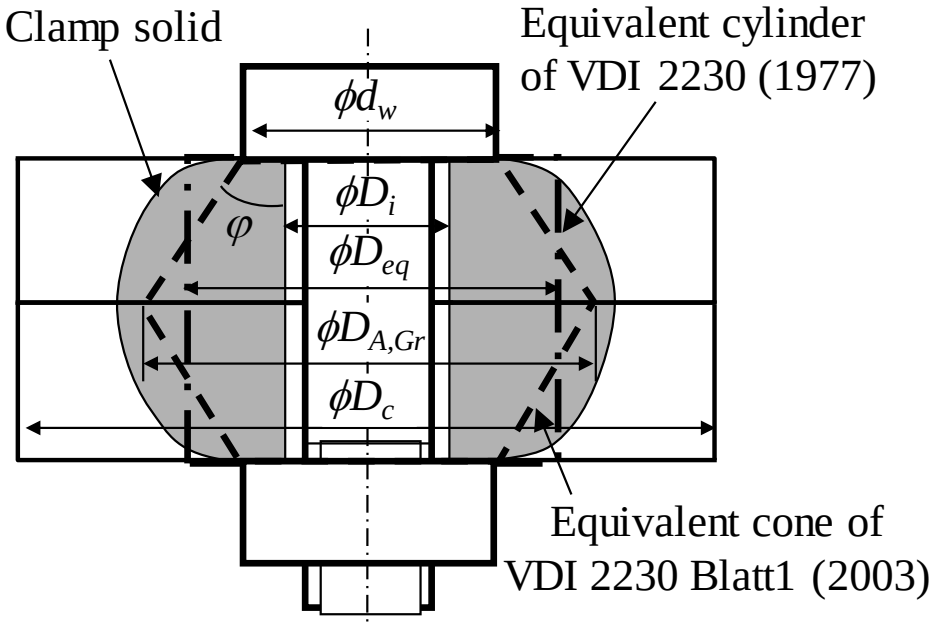

Fig. 2.2 Equivalent cylinder and equivalent cone

$$\delta_c = \frac{2\ln\left[\dfrac{(d_w + D_i)(d_w + wl_f \tan\varphi - D_i)}{(d_w - D_i)(d_w + wl_f \tan\varphi + D_i)}\right]}{wE_c \pi D_i \tan\varphi} \tag{2.7}$$

また，等価圧縮体の曲げ剛性を求めるために，等価円すいの断面二次モーメントとして次式を用いている．

$$I_{Bers} = \frac{3\pi}{64}\frac{(D_c - d_w)d_w^3 D_c^3}{D_c^3 - d_w^3} - \frac{\pi}{64}D_i^4 \tag{2.8}$$

締結体が十分広く $D_c > D_{A,Gr}$ であるとき，式(2.8)は D_c の代わりに $D_{A,Gr}$ を用いる．曲げコンプライアンス β_c は次式のように表される．

$$\beta_c = \frac{l_f}{E_c I_{Bers}} \tag{2.9}$$

これら VDI 2230 (1977)と VDI 2230 Blatt 1 (2003)で与えられる被締結体の軸方向と曲げのコンプライアンスを，次節以降に示す板間の接触を考慮した有限要素解析結果と比較する．

2.3　解析方法

2.3.1　モデル形状

VDI2230 Blatt1 (2003)の被締結体コンプライアンスの式に採用された Lori らによる有限要素モデル(2.3)を図 2.3 に示す．図 2.3 の各パラメータを変えて，与えた応力 σ_{zS} と座面の平均直径における板モデルの軸方向変形 Δ_{lK} の関係から，解析結果から得られる軸方向コンプライアンス δ_c は式(2.10)のように得られる．

$$\delta_c = \frac{4\Delta_{lK}}{\pi d^2 \sigma_{zS}} \tag{2.10}$$

この解析結果から得られる軸方向コンプライアンス δ_c に一致するように，式(2.7)から $\tan\varphi$ を求めることができる．式(2.5)に示される円すい角 $\tan\varphi$ の式は，得られた $\tan\varphi$ に対して各パラメータの重回帰分析を行って近似式を求めたものである．このモデル

では，板モデルの下面を完全拘束しているため，被締結体の剛性を高く評価していると考えられる．また，ボルトに軸方向応力を与えた解析であることから，締付け時の被締結体の圧縮剛性は評価されているが，軸方向荷重や曲げモーメントなどの荷重を加えたときの剛性は評価されていない．

そこで，本研究では被締結体間の接触と分離を考慮した３次元有限要素モデルを用いて，初期締め付け時，軸方向荷重負荷時，および曲げモーメント負荷時の被締結体の剛性を評価する．本研究の解析モデルの形状と材料の機械的特性を図 2.4 に示す．その３次元有限要素モデルを図 2.5 に示す．２枚の鋼板を１本の鋼材ボルトで締結した形状を想定し，鋼材の弾性体でモデル化した．ボルト座面と鋼板間，および２枚の鋼板間の接触を考慮し, 摩擦係数をそれぞれ 0.15 とした. 板厚 t_1 と t_2 は, 3.2, 4.5, 6.0, 9.0 mm（以後板厚 3.2mm を t3.2 と表記）の厚さの全組み合わせとした．板材接触面の位置のボルト断面において，ボルトの軸方向にあたる z 方向を拘束し，さらにボルトの中心軸上の一点を x 方向に拘束した．図 2.5 のように曲げモーメントの対称性を考慮して 1/2 モデルとし，対称面の y 方向を拘束した．被締結体の直径 D_c は，締付け時に生じる応力が十分小さくなるように，$D_c = 5d_w$ とした．なお、有限要素解析には ANSYS® ver.11 を用いた．

図 2.4 に示した各部の寸法と初期締付け力 F_f，および初期締付け力によるボルト谷径応力 σ_{zS} と座面平均面圧 p_w を表 2.1 に示す. M8 から M16 の全ねじボルトを想定し，図 2.4 に示したようにボルトモデルの径は谷径とした．穴径は JIS B1001 の２級とした．座面径 d_w は JIS B1180 の座付き六角ボルトのものを用いた．ナットとボルト頭の高さは実際にはナットの方が高いが，ここでは JIS B1180 のボルト頭の高さ k で等しくした．ボルトの材質として強度区分 4.8 を想定して，初期締付け力は JIS B1083 に規定される降伏締付け力の 70%とし, ANSYS®のプリテンション要素を用いてボルトの z 方向拘束面に初期締付け力を与えた．そのときの谷径断面における軸方向応力 σ_{zS} は，ねじ径によらずほぼ 220MPa となる．

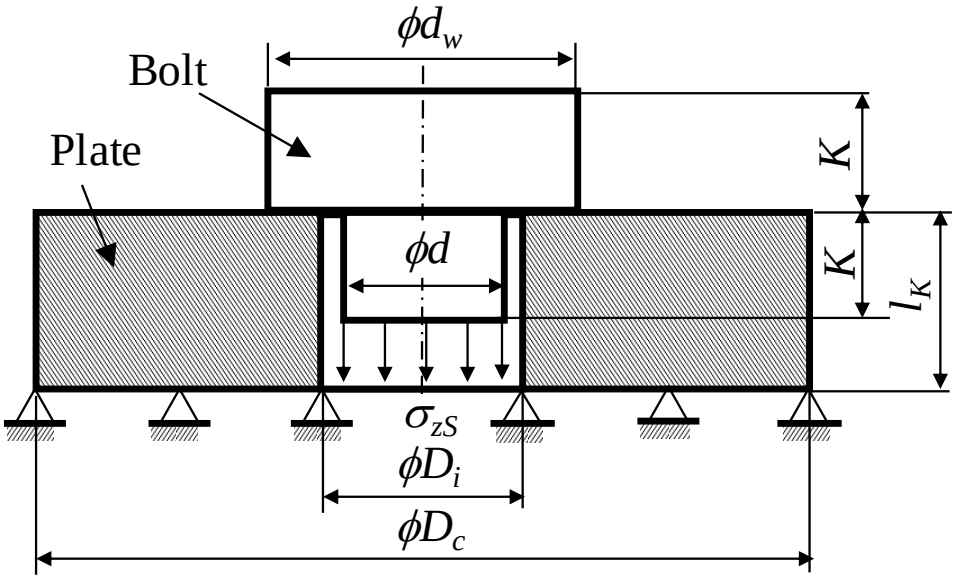

Fig. 2.3 Lori's model of finite element analysis(2.5)

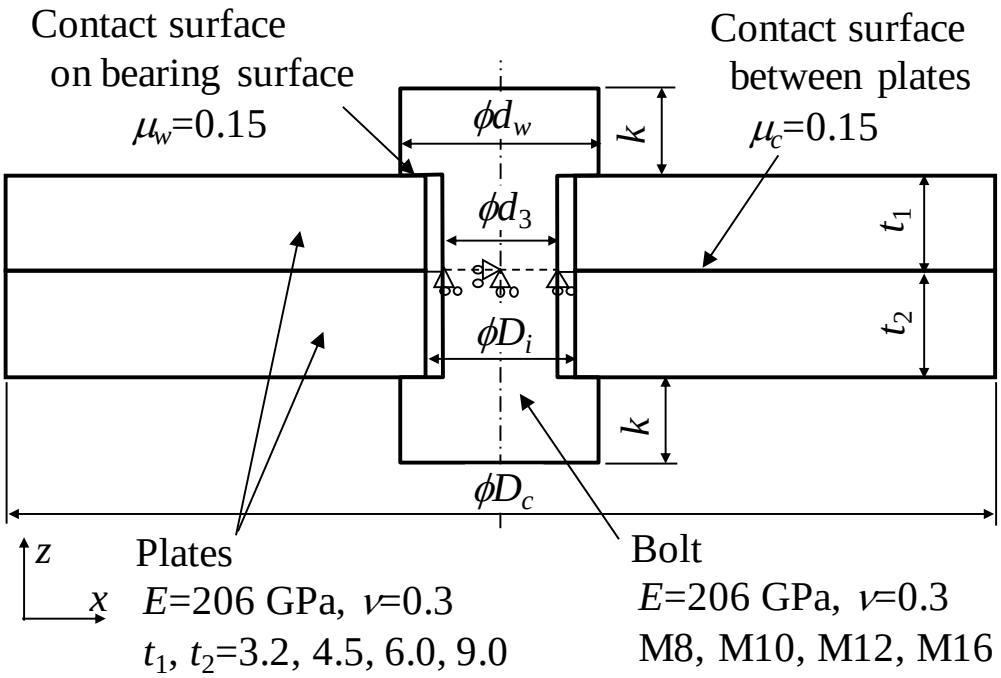

Fig. 2.4 Dimensions and material properties of analysis model [mm]

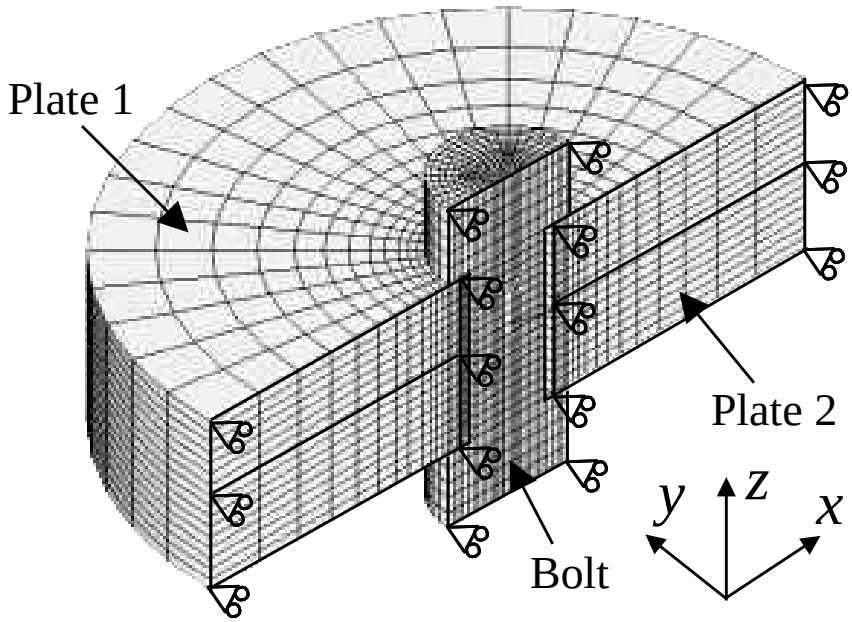

Fig. 2.5 3D finite element model of bolted joint

Table 2.1 Dimensions of analysis model, preload, preload stress on thread section, and pressure on bearing surface

		M8	M10	M12	M16
d_3	[mm]	6.647	8.376	10.106	13.835
D_i	[mm]	9.0	11.0	13.5	17.5
d_w	[mm]	11.63	14.63	16.63	22.00
k	[mm]	5.3	6.4	7.5	10.0
F_f	[N]	7,670	12,130	17,610	32,620
σ_{zS}	[MPa]	221	220	220	217
p_w	[MPa]	180	166	238	234

2.3.2 荷重条件

図 2.4 と図 2.5 に示した解析モデルに，軸方向荷重と曲げモーメントを与え，被締結体の剛性を評価する．被締結体の見かけ上の剛性は，外力の作用する位置に依存する[2.2), (2.4)]． Hanau らは，２次元の境界要素法解析により，外力作用点を変えたときのボルト頭部の変位に及ぼす影響を報告している[2.4)]. 外力作用点の座面からの径方向の距離と板厚方向の距離を変えて解析した結果から，外力が座面内に働くとき，全ての外力がボルト頭部の変位に寄与することが示されている．本研究では，外力全てがボルトの変形に寄与する理想状態での被締結体の剛性を評価する．具体的には，軸方向荷重と曲げモーメントはボルト座面内の被締結体表面に与えるものとした．

図 2.4 と図 2.5 に示した解析モデルに軸方向荷重を与える場合の負荷条件を図 2.6 に示す．軸方向荷重を与える場合は，２つの被締結体のボルト座面部分に軸方向荷重 W_a に相当する負圧の面圧を与えた．軸方向荷重 W_a は，初期締付け力 F_f の 1.4 倍程度を与えた．

曲げモーメントを与える場合の負荷条件を図 2.7 に示す．円管などを軸対称要素でモデル化するとき，非軸対称荷重である曲げモーメントを加えた解析結果は，荷重を１次フーリエ級数展開して考え，端部に荷重を与えた軸対称解析結果の１次フーリエ級数和として得られる[2.5)]. 本計算は接触を含む非線形解析であるため，３次元解析モデルに対して，周方向に１次のフーリエ級数で表されるモーメント荷重を与えた．すなわち，図 2.7 に示すように角度θの関数として，p=100cosθ [MPa]で表される面圧をボルト座面部分に与えた．このときの面圧の最小値 −100MPa は表 2.1 に示した座面面圧 p_w の 1/2 程度で，座面が分離しない程度に十分な曲げ荷重を与えた．

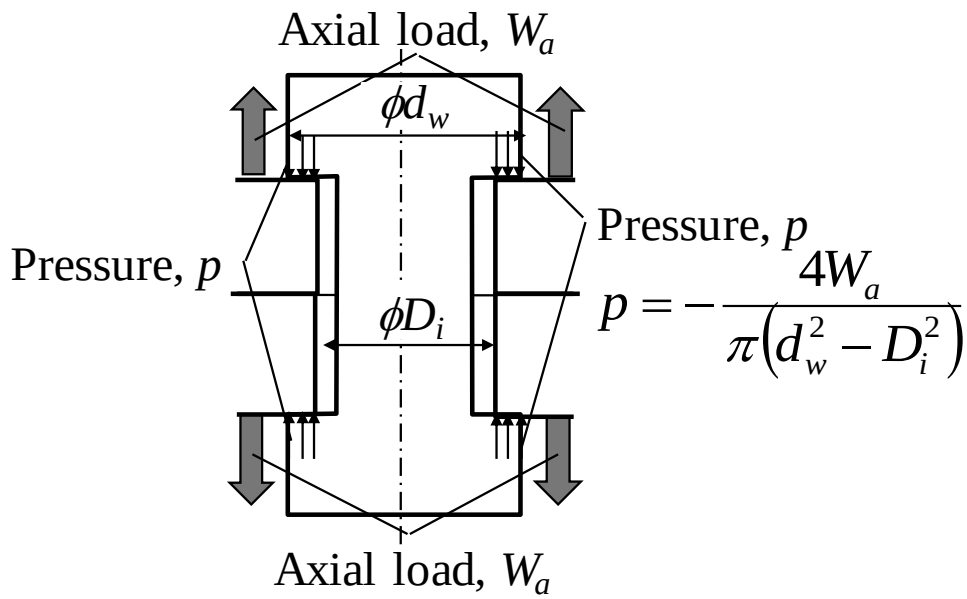

Fig. 2.6 Axial load condition of analysis model

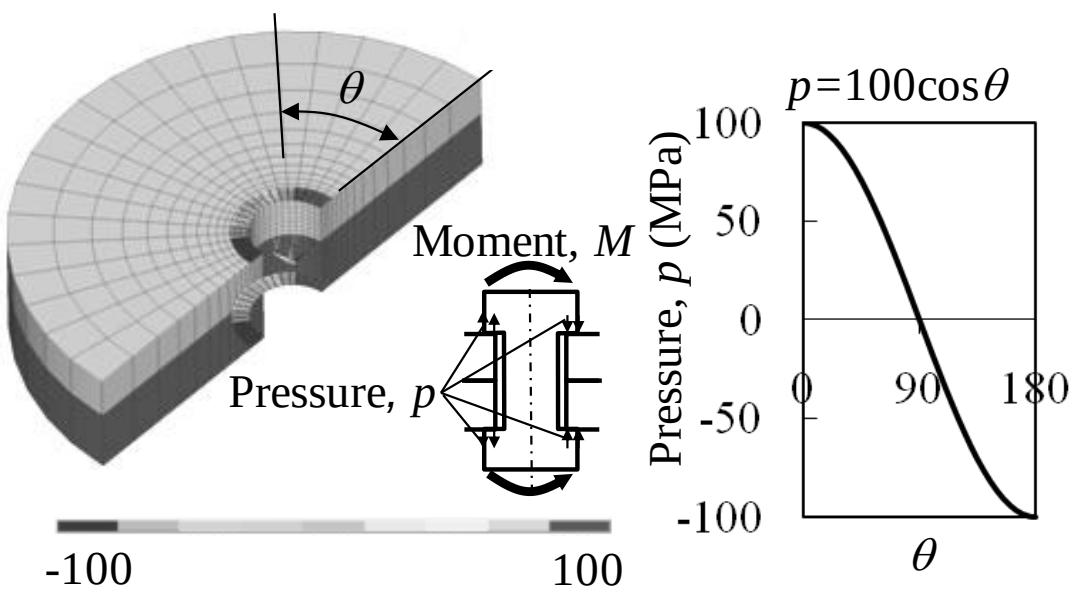

Fig. 2.7 Bending moment condition of analysis model

2.4　解析結果

2.4.1　軸方向コンプライアンス

図 2.4 と図 2.5 に示した解析モデルの軸方向コンプライアンスを，初期締付け力と軸方向荷重を与えた場合に対して評価し，式(2.3)と式(2.7)の値と比較する．　コンプライアンスは被締結体の圧縮変位を被締結体の圧縮力で除算して求められる．

まず，被締結体の圧縮力を求める．t6.0 と t9.0 を M10 ボルトで締める場合の初期締付け状態，すなわち軸方向荷重 W_a=0 と，W_a を初期締付け力 1.38F_f まで徐々に増加させたときの被締結体間の面圧分布を図 2.8 に示す．そのときの被締結体の z 方向応力分布を図 2.9 に示す．図 2.8 から，被締結体間の面圧は，初期締付け状態で最大となり，軸方向荷重を増加させると低下することが分かる．荷重が低い W_a≦0.483F_f では，面圧が負荷されている外径は式(2.6)の等価円すいの最大外径 $D_{A,Gr}$ にほぼ等しい．軸方向荷重 W_a が 1.08F_f と 1.38F_f の間で，被締結体が分離して面圧が 0 となる．図 2.9 からも初期締付け状態で円すい状に圧縮応力が分布し，W_a≦0.483F_f ではその形状が維持され，W_a=1.08F_f では円すいが縮小していることが分かる．図 2.8 の面圧を接触面全体で積分することで被締結体間の圧縮力を求めることができる．

次に，被締結体の圧縮変位を検討する．t6.0 と t9.0 を M10 ボルトで締める場合の上座面の面圧分布を図 2.10 に，そのときの上下座面の変位を図 2.11 に示す．図 2.10 の座面の面圧分布も初期締付け状態で最大となり，軸方向荷重とともに減少している．W_a≦0.483F_f では座面外径まで面圧が保持されるが，さらに荷重が増加すると座面外径の面圧が 0 となる．面圧分布の重心位置 d_c は W_a≦0.483F_f でほぼ一定で，座面径 d_w に対して 0.87 程度となった．

図 2.8 の被締結体間面圧と図 2.10 の座面面圧を比較すると，被締結体が分離していない W_a≦0.483F_f では両者ともに面圧が減少している．さらに荷重が増加し被締結体が分離し始めると，図 2.8 の被締結体間面圧が減少して 0 になるのに対し，図 2.10 の座面面圧は W_a=1.08F_f と W_a=1.38F_f でほとんど変化せず一定の分布となる．図 2.3 の従来の解析モデルでは，座面の面圧と被締結体の拘束面の荷重（被締結体間の面圧に相当）が必ずつり合った状態での圧縮剛性を求めている．一方，本解析モデルでは，座面での接触状態と被締結体間の接触状態を考慮した上で，軸方向荷重と被締結体間の面圧および座面の面圧が被締結体内でつり合った状態を求めているため，軸方向荷重に対する剛性は Lori らの解析から得られる従来の圧縮剛性と異なる．

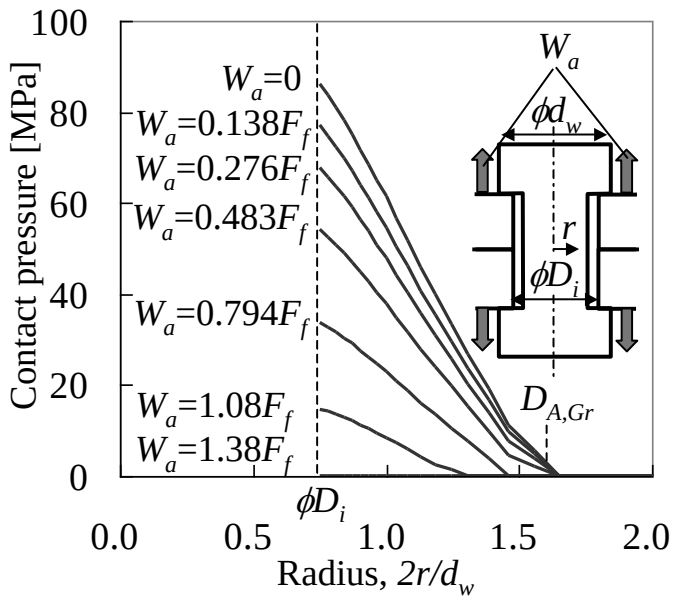

Fig. 2.8 Contact pressure on surface between two plates under axial load (M10, *t*6.0, *t*9.0)

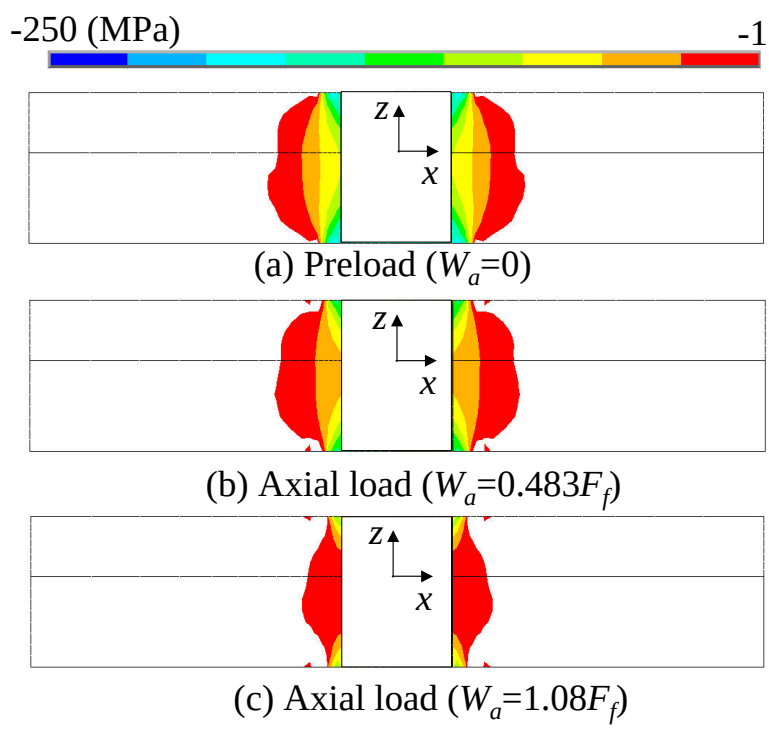

Fig. 2.9 *z* direction stress distribution under preload and axial load (M10, *t*6.0, *t*9.0)

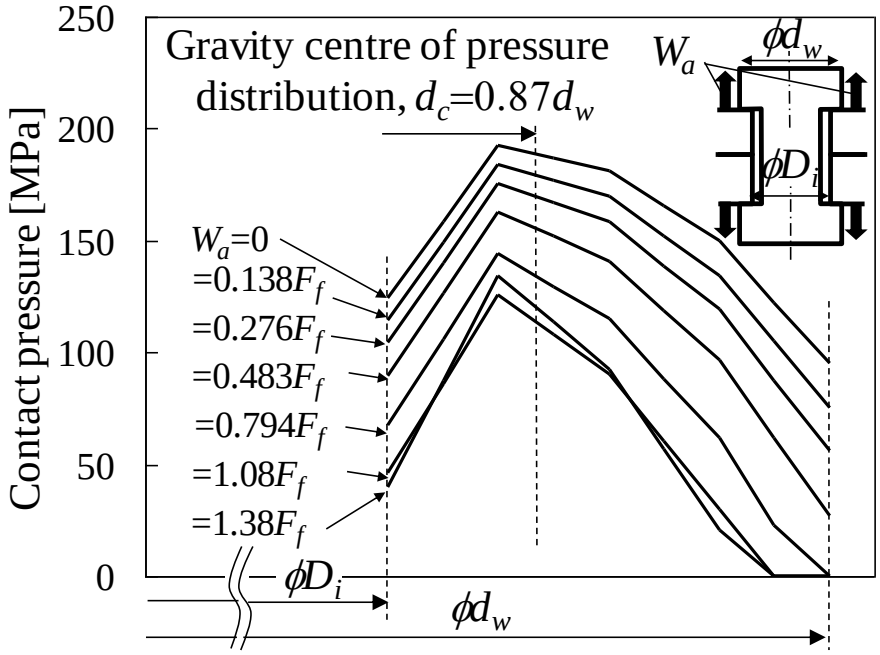

Fig. 2.10 Contact pressure on upper bearing surface under axial load (M10, *t*6.0, *t*9.0)

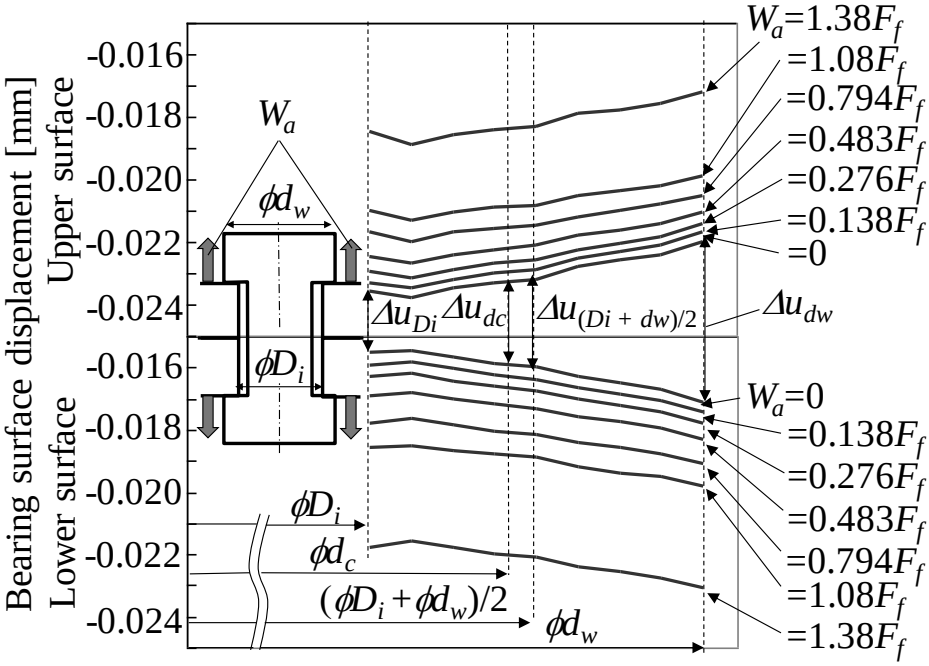

Fig. 2.11 Displacement on bearing surfaces under axial load (M10, *t*6.0, *t*9.0)

図 2.11 の下座面と上座面の変位差分から，被締結体の圧縮変位が求められる．内径 D_i と外径 d_w の位置の変位量は，ボルト頭の変形を含むため，被締結体の剛性を求めるためには適当ではない．ここでは，内径 D_i と外径 d_w の上下座面変位の差分（図 2.11 の Δu_{Di} と Δu_{dw}）の平均値（Ave.(Δu_{Di}, Δu_{dw})と表記）と，内径 D_i と外径 d_w の中央での変位の差分（図 2.11 の $\Delta u_{(Di+dw)/2}$），および図 2.10 で求めた面圧分布の重心位置 d_c での変位の差分（図 2.11 の Δu_{dc}）で比較する．

軸方向荷重を加えたとき，軸方向荷重に応じて圧縮量 Ave.(Δu_{Di}, Δu_{dw})，$\Delta u_{(Di+dw)/2}$，および Δu_{dc} が変化する．被締結体間の圧縮力に対する圧縮量 Ave.(Δu_{Di}, Δu_{dw}) と $\Delta u_{(Di+dw)/2}$，および Δu_{dc} の変化を図 2.12 に示す．軸方向荷重 W_a が増加すると，被締結体間の圧縮力と圧縮量は低下する．図 2.12 より $\Delta u_{(Di+dw)/2}$ と Δu_{dc} は軸方向荷重によらずほとんど等しいが，Ave.(Δu_{Di}, Δu_{dw}) はこれらと異なることが分かる．

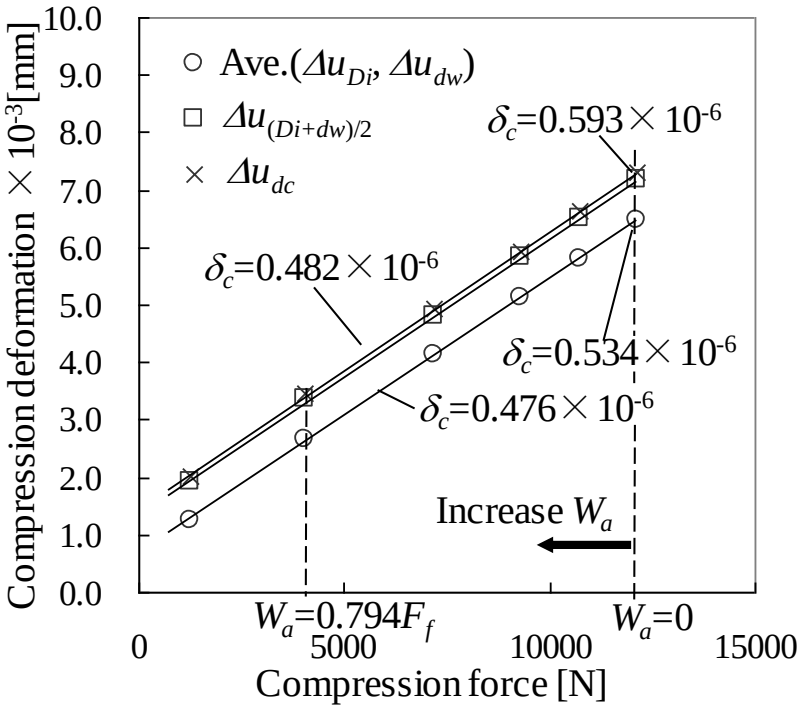

Fig. 2.12 Relation between compression force and compression deformation of plates (M10, *t*6.0, *t*9.0)

図 2.12 から初期締付けの軸方向コンプライアンスと軸方向荷重を加えたときのコンプライアンスを求める．初期締付け状態の軸方向コンプライアンスδ_cは，W_a=0 のときの圧縮量 Ave.(Δu_{Di}, Δu_{dw})または$\Delta u_{(Di+dw)/2}$を圧縮力で割ったもので求められる．初期締付け力によるコンプライアンスδ_c は，圧縮量として Ave.(Δu_{Di}, Δu_{dw})を用いると 0.534×10^{-6} [mm/N]で，$\Delta u_{(Di+dw)/2}$を用いると 0.593×10^{-6} [mm/N]で 10%程度異なる．初期締め付け時の座面の変形は非線形性が大きく，変形量の測定点によってコンプライアンスが大きく異なると考えられる．

一方，軸方向荷重を与えたときの軸方向コンプライアンスδ_cは，グラフの傾きに相当する．図 2.8 で被締結体間の面圧負荷されている外径が $D_{A,Gr}$ にほぼ等しいとき，すなわち軸方向荷重 W_a が $0.794F_f$ より低い 4 点を用い，各変位差分に対して求めた近似直線を図 2.12 に示す. 軸方向荷重が初期締付け力の 80%程度までは, VDI 2230 (2003)の等価円すい体の外径の見積もりが妥当で，被締結体の軸方向コンプライアンスも一定となっている．さらに軸方向荷重を初期締付け力の 100%程度まで増加させても，図 2.8 で等価円すい体の外径が縮小しているのにもかかわらず, 図 2.12 の軸方向コンプライアンスはほとんど変化していないことが分かる．軸方向圧縮量 Ave.(Δu_{Di} , Δu_{dw})と$\Delta u_{(Di+dw)/2}$ の傾きの差は 2%以下でほぼ等しく，どちらの圧縮量でも軸方向荷重に対するコンプライアンスを一意に決定できる．以後，初期締付け力に対するコンプライアンスと軸方向荷重に対するコンプライアンスを，Ave.(Δu_{Di} , Δu_{dw})で評価した．

M8, 10, 12, 16 の締付け長さ t_1+t_2 に対する軸方向コンプライアンスδ_cを，VDI 2230 (1977)の式(2.3)と VDI 2230 (2003)の式(2.7)と比較して図 2.13 から図 2.16 に示す．解析結果として初期締付け力（Preload）に対する軸方向コンプライアンスと軸方向荷重（Axial load）を加えたときの軸方向コンプライアンスをそれぞれ示した．初期締付け力によるコンプライアンスの方が大きく，軸方向荷重を加えたときのコンプライアンスの方が小さい．初期締付け力によるコンプライアンスは，等価圧縮体として円筒型を仮定する VDI 2230 (1977)と円すい型を仮定する VDI2230 (2007)の中間に位置するが，ボルト径によって傾向が異なる．M8 と M16 は，M10 と M12 に比べて初期締付け力によるコンプライアンスが VDI2230 (1977)の値により近い傾向にある．

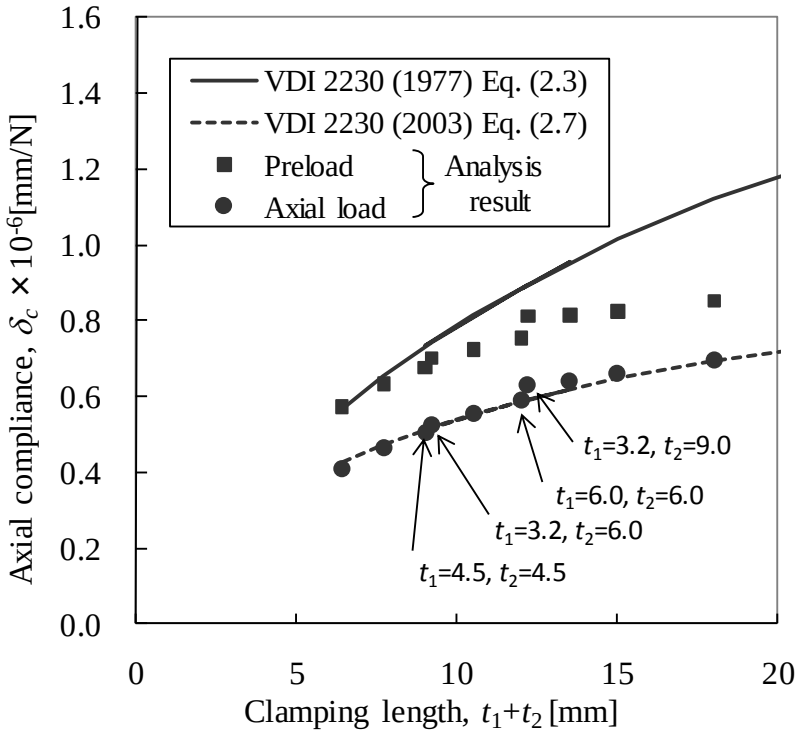

Fig. 2.13 Axial compliance of clamped plates with M8

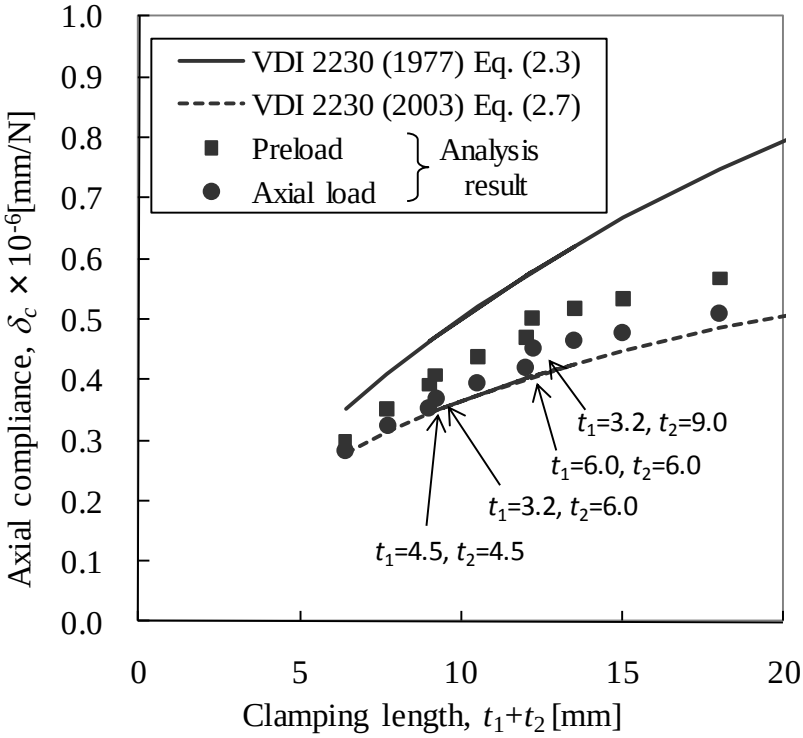

Fig. 2.14 Axial compliance of clamped plates with M10

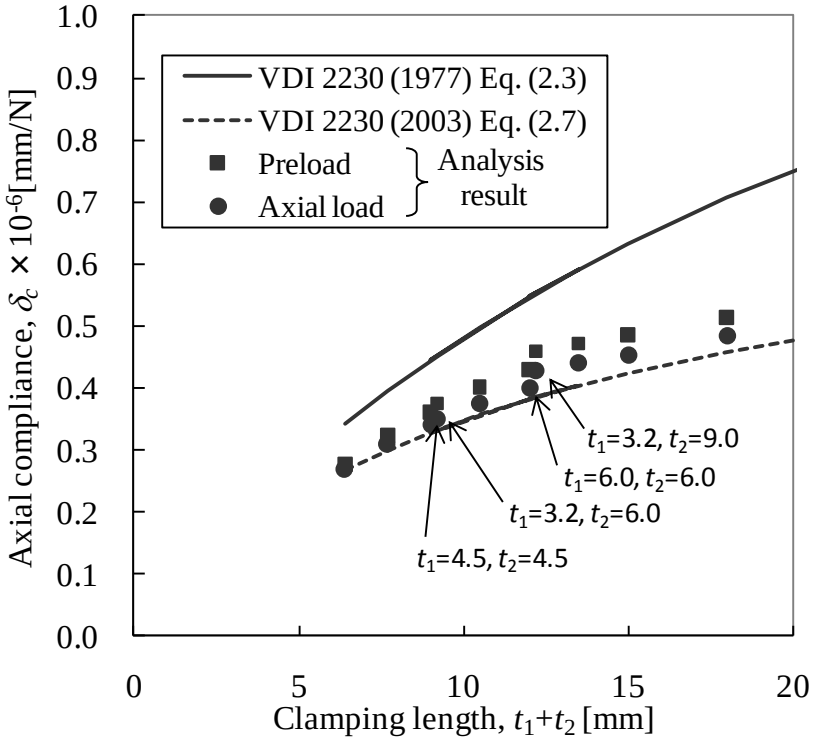

Fig. 2.15 Axial compliance of clamped plates with M12

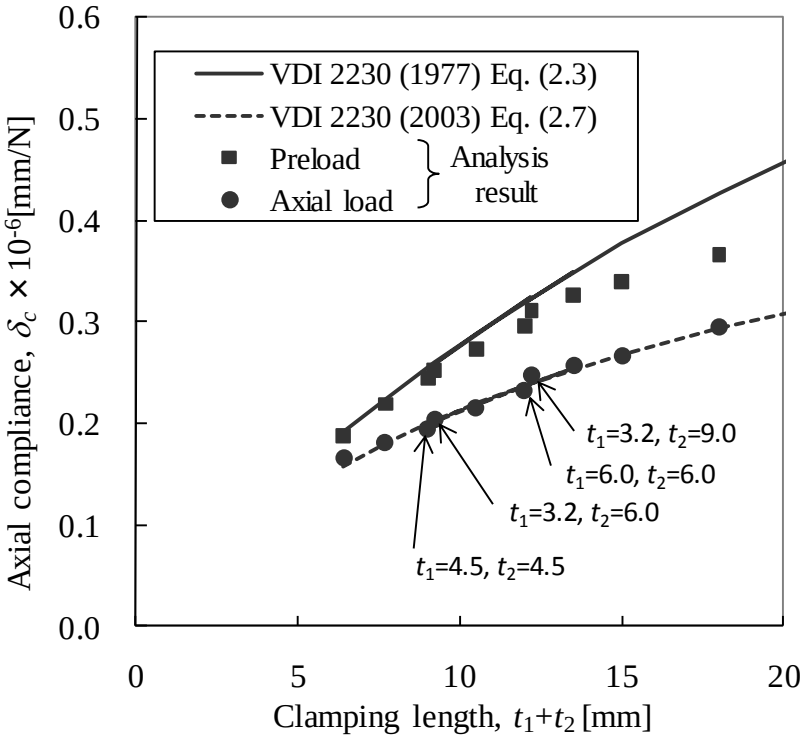

Fig. 2.16 Axial compliance of clamped plates with M16

軸方向荷重を加えたときのコンプライアンスは，VDI 2230 (2003)の値に非常に近いが，場合によっては 11%程度解析結果の方が大きい．VDI 2230 (2003)の値は図 2.3 に示したように被締結体の下面を拘束した解析モデルから求められているため，被締結体の剛性を高く評価していると思われる．そのため，被締結体間の接触を考慮した本解析結果よりもコンプライアンスを低く評価しているものと考えられる．ボルトの締付け線図において被締結体の剛性を高く評価すると，ボルトの負荷を低めに見積もることから危険側の評価となる．したがって，VDI 2230 (2003)の剛性は若干危険側の評価を与えることに注意が必要である．

また，締付け長さ t_1+t_2 が 9mm と 12mm 付近に解析結果がそれぞれ 2 点上下にばらついている．これはそれぞれ，t_1=t_2=4.5 と t_1=3.2, t_2=6.0，t_1=t_2=6.0 と t_1=3.2, t_2=9.0 としたもので，ほぼ同じ板厚で締め付けた場合と板厚が大きく異なる場合となっている．板厚が大きく異なる場合は，コンプライアンスが高い，すなわち剛性が低い．同じ締付け長さであっても，２つの板厚が大きく異なる場合は，同じ板厚を仮定する VDI 2230 (2003)に比べて，板厚の薄い側の剛性が低く，その変形が大きいためと考えられる．

2.4.2 曲げコンプライアンス

図 2.4 と図 2.5 に示した解析モデルに初期締付け力を与えた後，図 2.7 に示した曲げモーメント M を与え，そのときの変形から被締結体の曲げコンプライアンスを求める．t6.0 と t9.0 を M10 ボルトで締める場合の，断面の z 方向（軸方向）応力分布と被締結体間の面圧分布を図 2.17 に示す．曲げモーメントにより，圧縮荷重の加わる側の面圧が増加して接触面も拡大し，引張荷重の加わる側の面圧は低下して接触面が縮小している．被締結体間の面圧を面積積分して，被締結体に加わる y 軸周りの曲げモーメント M_c を求めることができる．モデルに与えた曲げモーメントは，被締結体とボルトで分担されることから被締結体の負担する曲げモーメント M_c は与えた曲げモーメント M より小さい．

t6.0 と t9.0 を M10 ボルト締めたモデルに曲げモーメント M を与えた場合の座面の変形分布を図 2.18 に示す．初期締付け状態，すなわち M =0 のとき上下座面は平行であるのに対して，モーメント M を負荷すると上下座面が傾く．ここでは，上下座面の傾き角 ξ を被締結体に加わる曲げモーメント M_c で割ることで，曲げコンプライアンス β_c を求める．傾き角 ξ は，座面中央径 $(D_i+d_w)/2$ の位置で評価するものとし，以下の 2 つの方法で傾き角を求めた．

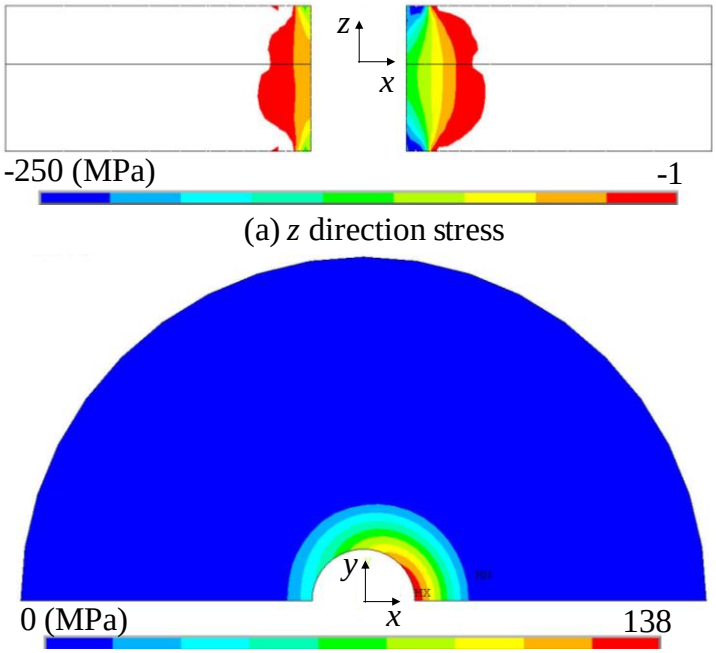

Fig. 2.17 z direction stress distribution and contact pressure distribution on surface between two plates under bending moment (M10, t6.0, t9.0)

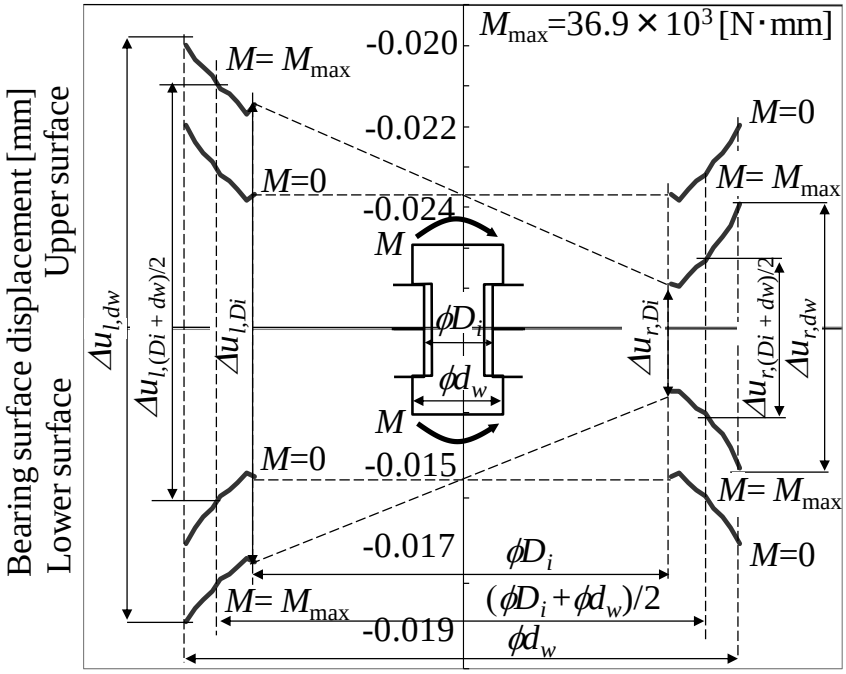

Fig. 2.18 Displacement on bearing surfaces under bending moment (M10, t6.0, t9.0)

まず，座面中央の変位を，座面左右端点の変位の平均値とし，傾き角ξ_1を次式のように求めた．

$$\xi_1 = \frac{(\Delta u_{l,Di} + \Delta u_{l,dw}) - (\Delta u_{r,Di} + \Delta u_{r,dw})}{D_i + d_w} \tag{2.11}$$

次に，座面中央の上下の変位差$\Delta u_{r,(Di+dw)/2}$と$\Delta u_{l,(Di+dw)/2}$から，傾き角ξ_2を次式のように求めた．

$$\xi_2 = \frac{2(\Delta u_{l,(Di+dw)/2} - \Delta u_{r,(Di+dw)/2})}{D_i + d_w} \tag{2.12}$$

被締結体の曲げモーメント M_cと傾き角ξ_1，およびξ_2の関係を図 2.19 に示す．曲げモーメントの低い 4 点から近似直線を求め，曲げコンプライアンスβ_cを求めた．傾き角ξ_1とξ_2によらずほぼ等しい．また，モーメントが大きくなると直線からずれていくが，偏差は小さい．以後曲げコンプライアンスは傾き角ξ_1を用いて求めた．

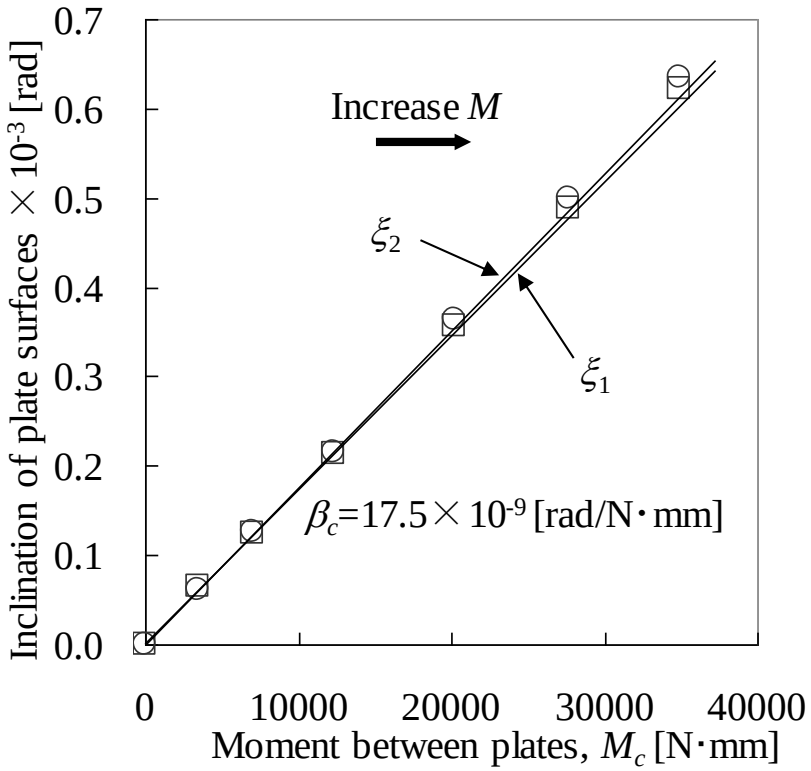

Fig. 2.19 Relation between moment and inclination of plate surfaces (M10, *t*6.0, *t*9.0)

M8, 10, 12, 16 の締付け長さ t_1+t_2 に対する曲げコンプライアンスβ_cを，VDI 2230 (1977)の式(2.4)と VDI 2230 (2003)の式(2.9)と比較して図 2.20 から図 2.23 に示す．図 2.13 から図 2.16 に示した軸方向コンプライアンスと同様に，ボルト径によらず解析結果は VDI 2230 (2003)の値に非常に近いが，若干大きい値となっている．VDI 2230 (2003)は被締結体の下面を拘束した解析モデルから求められているため，被締結体の剛性を最大で 22%程度高く評価し，被締結体間の接触を考慮した本解析結果よりもコンプライアンスを低く評価しているものと考えられる．軸方向荷重と同様に曲げモーメント負荷下においても，被締結体の剛性を高く評価するとボルトの負荷を低めに見積もることから危険側の評価となる．したがって，VDI 2230 (2003)の剛性は若干危険側の評価を与えることに注意が必要である．

軸方向コンプライアンスと同様に，締付け長さ t_1+t_2 が 9mm と 12mm 付近に解析結果がそれぞれ 2 点上下にばらついている．これはそれぞれ，t_1=t_2=4.5 と t_1=3.2, t_2=6.0, t_1=t_2=6.0 と t_1=3.2, t_2=9.0 としたもので，ほぼ同じ板厚で締め付けた場合と板厚が大きく異なる場合となっている．板厚が大きく異なる場合は，コンプライアンスが高い，すなわち剛性が低い．同じ締付け長さであっても，板厚の異なる被締結体の場合，板厚の薄い側の剛性が全体の剛性に影響を与え，非対称性の効果が生じている．

ここまでの検討から，軸方向コンプライアンスと曲げコンプライアンス両者とも，VDI 2230 (2003)により，ほぼ妥当に評価できることが分かった．ただし，VDI 2230 (2003)は，軸方向剛性を最大で 11%程度，曲げ剛性を最大で 22%程度高めに評価し，ボルト荷重を若干危険側に評価することが分かった．特に，板厚が大きく異なる場合は，同一板を締付ける場合のみに定式化された VDI 2230 (2003)の式は，軸方向剛性と曲げ剛性をより高く評価することが分かった．

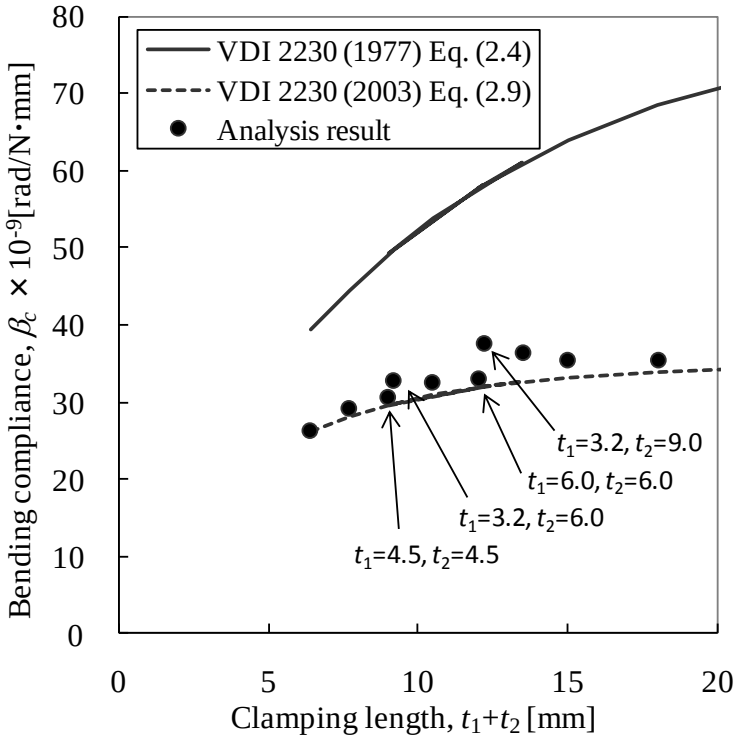

Fig. 2.20 Bending compliance of clamped plates with M8

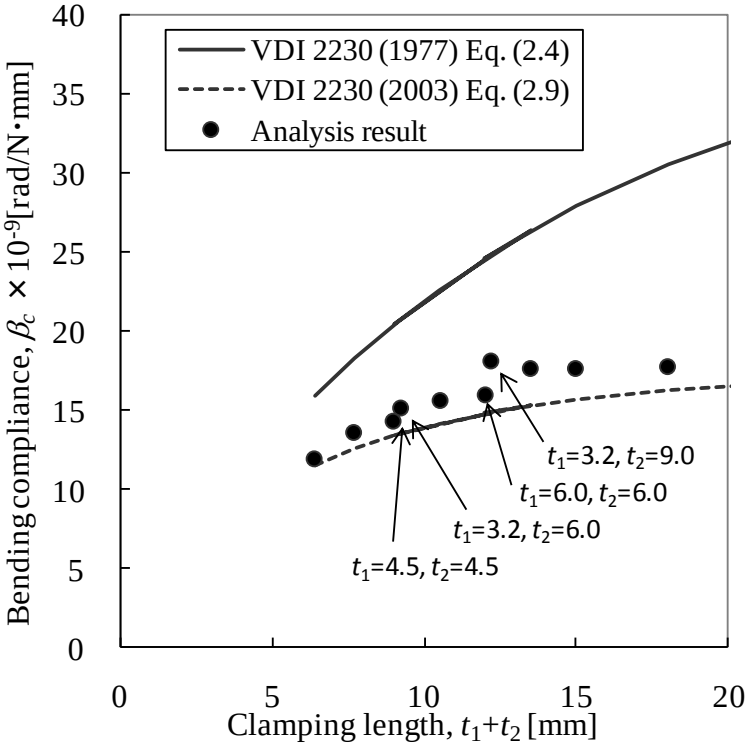

Fig. 2.21 Bending compliance of clamped plates with M10

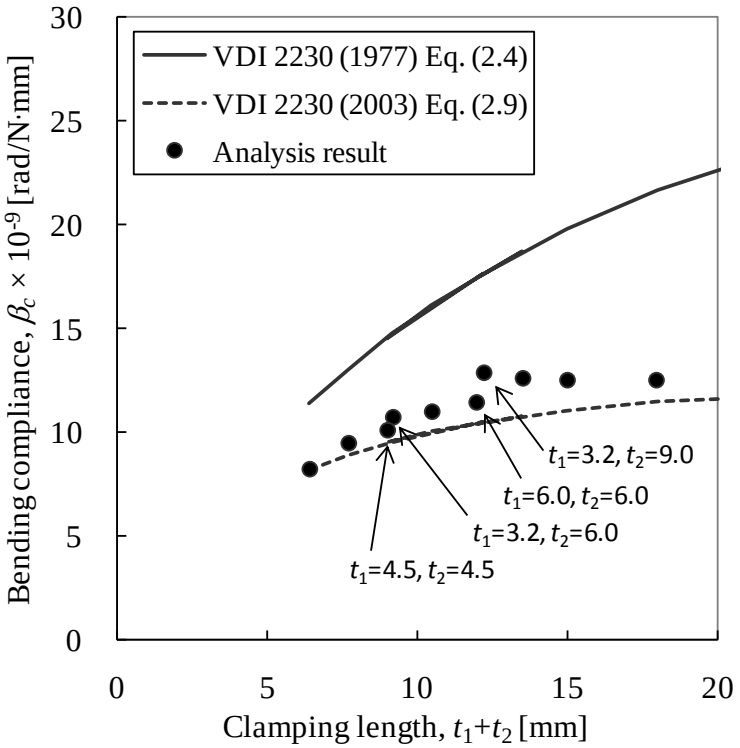

Fig. 2.22 Bending compliance of clamped plates with M12

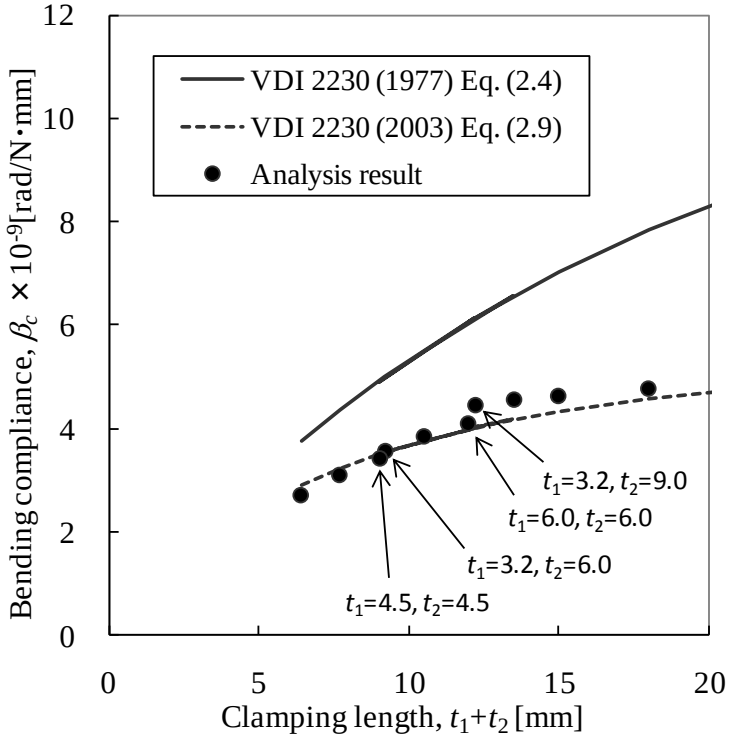

Fig. 2.23 Bending compliance of clamped plates with M16

2.5　被締結体モデルの改善

解析結果と VDI 2230 (2003)の計算値との比較から，VDI 2230 (2003)は剛性を高めに見積もり，２つの板の板厚の差異が大きいほど解析結果に対する誤差が大きいことが分かった．式(2.5)に示した等価円すい体の頂角を表す tanφ は，図 2.3 に示す Lori の有限要素解析[2.3]に基づいている．Lori らは，板厚と座面径の比が $2l_K/d_w$=0.59～4.82 の範囲の締結体に対する解析結果から，重回帰分析により式(2.5)の tanφ を導いた．図 2.3 に示す Lori の有限要素モデルでは，板モデルの下面を完全拘束した上下対称モデルとしたため２つの板の板厚の差異が大きいほど剛性を高めに見積もるもの考えられる．本研究では，薄板構造物を対象として l_f/d_w=0.11～1.29 の範囲の締結体に対して，図 2.13 から図 2.16 のように得られた軸方向コンプライアンスの解析結果に，式(2.7)による計算値が一致するように，tanφ を準ニュートン法による反復計算によって算出した．

板厚比 t_1/t_2（ただし，$t_1 \leq t_2$）に対する軸方向コンプライアンスの解析結果から求めた tanφ の変化を図 2.24 に示す．板厚比 t_1/t_2 とともに tanφ が増加している．式(2.5)の VDI 2230 (2003)の tanφ との相違を明確にするため，軸方向コンプライアンスの解析結果から求めた tanφ から式(2.5)の tanφ を除算した値を，板厚比 t_1/t_2 を横軸にとって図 2.25 に示す．M8 と M16，および，M10 と M12 の２組に大きく分かれているが，全体としては板厚比 t_1/t_2 とともに tanφ が増加している．また，M8 と M16，M10 と M12 の２組を平均してみれば，板厚比 t_1/t_2 が 1 に近づくほど VDI 2230 (2003)との差が小さくなる傾向がある．

図中に，板厚比 t_1/t_2 を引数とした対数近似曲線とその近似式を M8 から M16 の４つに対して示した．各ボルトの板厚比と tanφ の関係を対数近似にて表現できることが分かる．近似曲線の $\ln(t_1/t_2)$ に対する係数は，0.0625 から 0.0764 の範囲にあり，平均すると 0.0717 でボルト径による差が小さい．また，各近似式の定数項は，$t_1=t_2$ のときの VDI2230 (2003)からの差で，負に大きくなるほど剛性が小さいことを表す．M8 と M16 では定数項が正となっているが，M10 と M12 では定数項が −0.039 の負の値となり，VDI 2230 (2003)より剛性が低いことが分かる．

上記の軸方向コンプライアンスの解析結果から求めた tanφ に対する考察から式(2.5)を式(2.13)のように改良した．

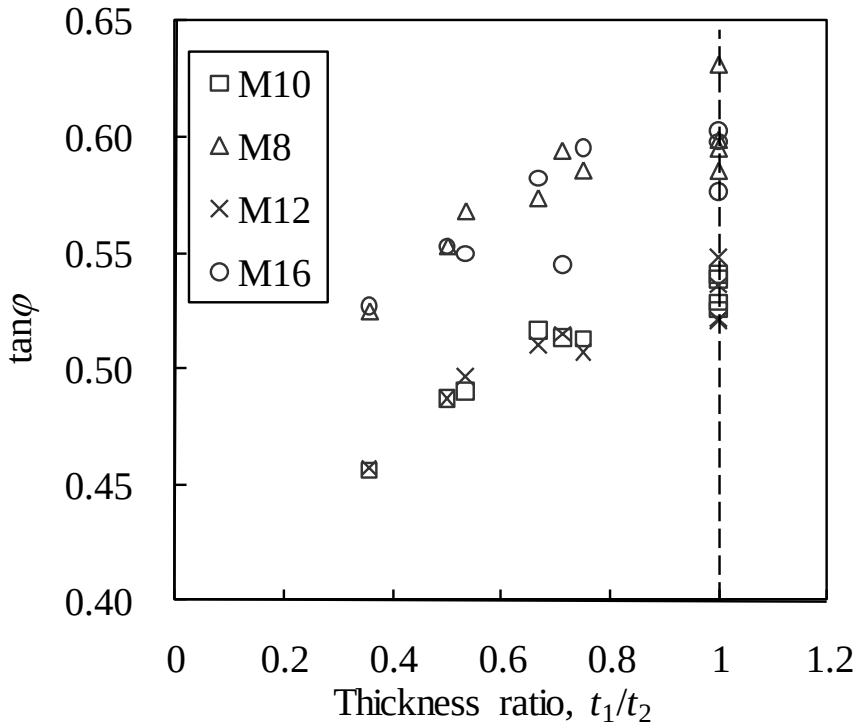

Fig. 2.24 Relation between thickness ratio and analysis result of tanφ

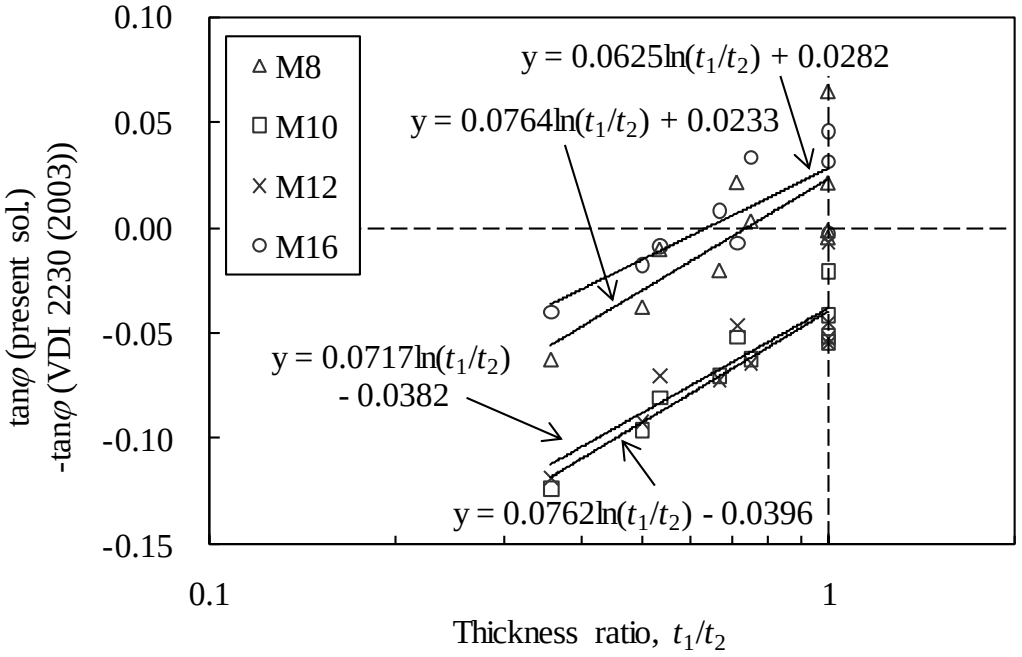

Fig. 2.25 Relation between thickness ratio and difference of tanφ

$$\tan\varphi = 0.323 + 0.032\ln\left(\frac{l_f}{2d_w}\right) + 0.153\ln\left(\frac{D_c}{d_w}\right) + 0.0717\ln\left(\frac{t_1}{t_2}\right) \qquad (\text{ただし}\quad t_1 \le t_2) \tag{2.13}$$

まず, 板厚比 t_1/t_2 に対して, 対数近似の係数の平均値 0.0717 を用いて, 0.0717 $\ln(t_1/t_2)$ の対数関数を式(2.5)に加えることとした．$t_1=t_2$ のときは $\ln(t_1/t_2)=0$ となり，板厚の比に依存しない従来の VDI2230 (2003)の式と一致する．

また， VDI 2230 (2003)は特に M10 と M12 に対して剛性を高めに評価して，ボルト負荷に対して危険側の評価を与えることから，M10 と M12 を近似曲線の定数項 −0.039 で式(2.5)を修正することとした．すなわち，式(2.5)の定数項 0.362 から 0.039 を引いて 0.323 とした．

修正した tanφ の式(2.13)を用いて式(2.7)から軸方向コンプライアンスを求め，VDI 2230 (2003)の式(2.5)および解析結果と比較したものを図 2.26 から図 2.29 に示す．VDI 2230 (2003)の式(2.5)では剛性を高めに評価していた M10 と M12 については，修正した tanφ の式(2.13)を用いることで解析結果とほぼ一致している．M8 と M16 については，式(2.13)の方がコンプライアンスを大きめに，すなわち，剛性を低めに評価している．修正した tanφ の式(2.13)は，板厚比の項を追加したことで，従来の VDI 2230 (2003)では表せなかった板厚の違いによるコンプライアンスの変化を, 精度よく評価できている．VDI 2230 (2003)では，解析結果に対して最低 −11%低めに軸方向コンプライアンスを見積もっていたのに対して, 修正した tanφ の式(2.13)では, −1.5%から 6.8%の範囲で予測できている．

式(2.13)の tanφ を用いて式(2.8)と式(2.9)から曲げコンプライアンスを求め，VDI 2230 (2003)および解析結果と比較したものを図 2.30 から図 2.33 に示す．M8 と M16 については，式(2.13)の方がコンプライアンスを高めに，M10 と M12 については，式(2.13)の方がコンプライアンスを低めに評価する傾向があるが，VDI 2230 (2003)の式(2.5)よりも解析結果を良く近似している．また，従来の VDI 2230 (2003)では表せなかった板厚の違いによるコンプライアンスの変化を精度よく評価できている．VDI 2230 (2003)では, 解析結果に対して最低 −22%低めに曲げコンプライアンスを見積もっていたのに対して，修正した tanφ の式(2.13)では，−6.5%から 10%の範囲で予測できている．

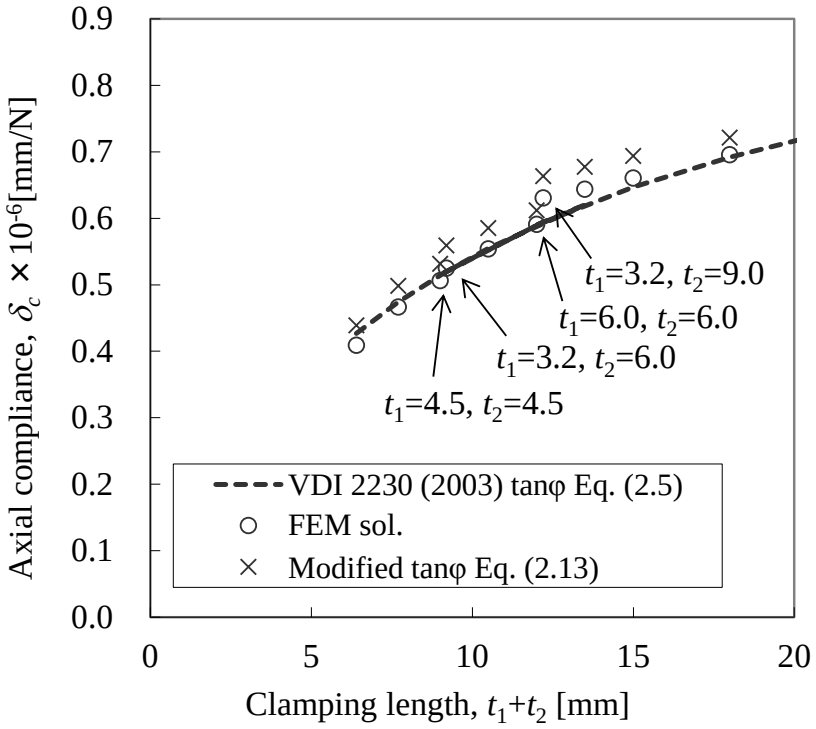

Fig. 2.26 Comparison of axial compliance of clamped plates with M8

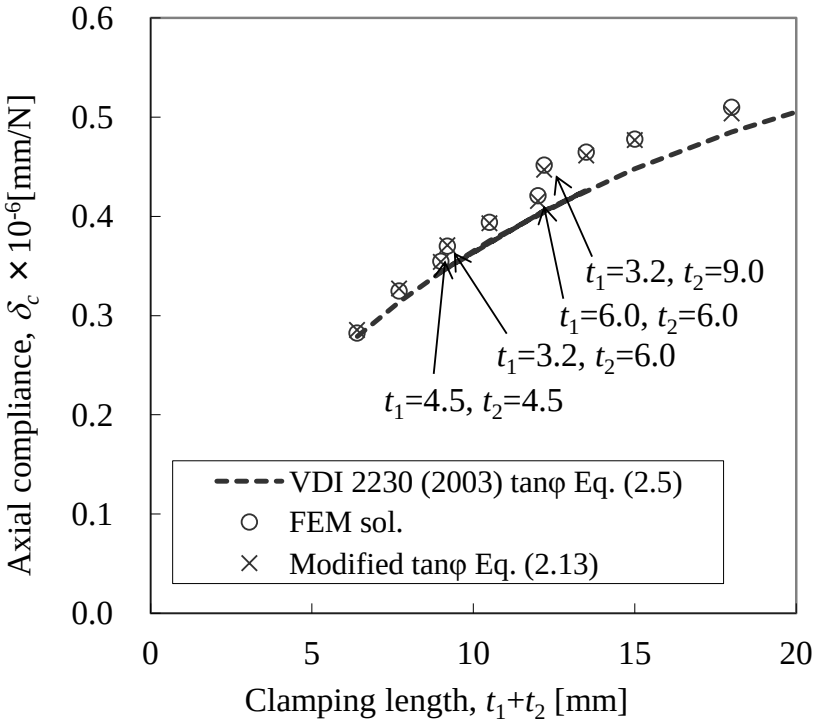

Fig. 2.27 Comparison of axial compliance of clamped plates with M10

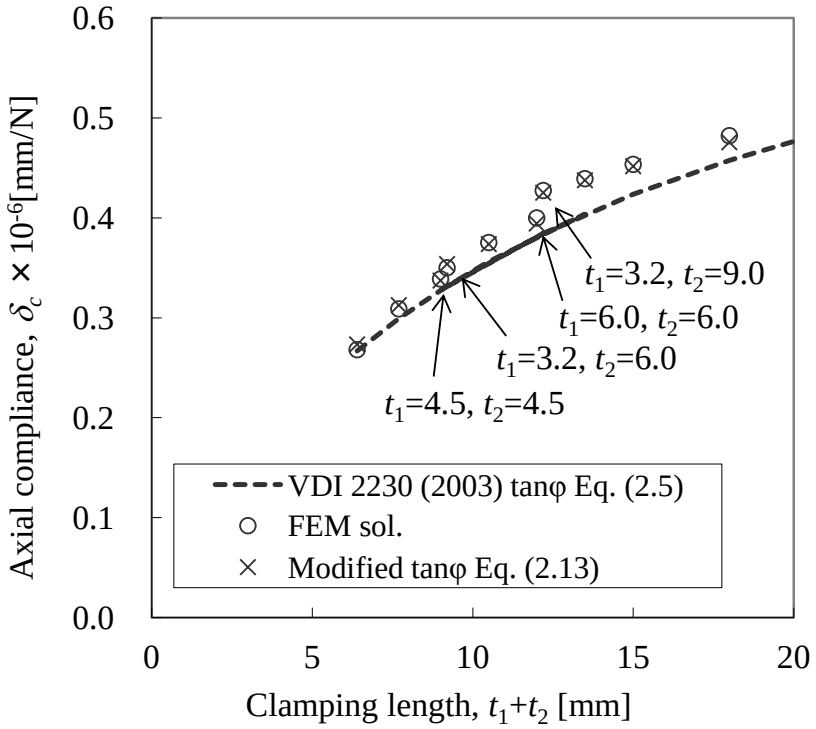

Fig. 2.28 Comparison of axial compliance of clamped plates with M12

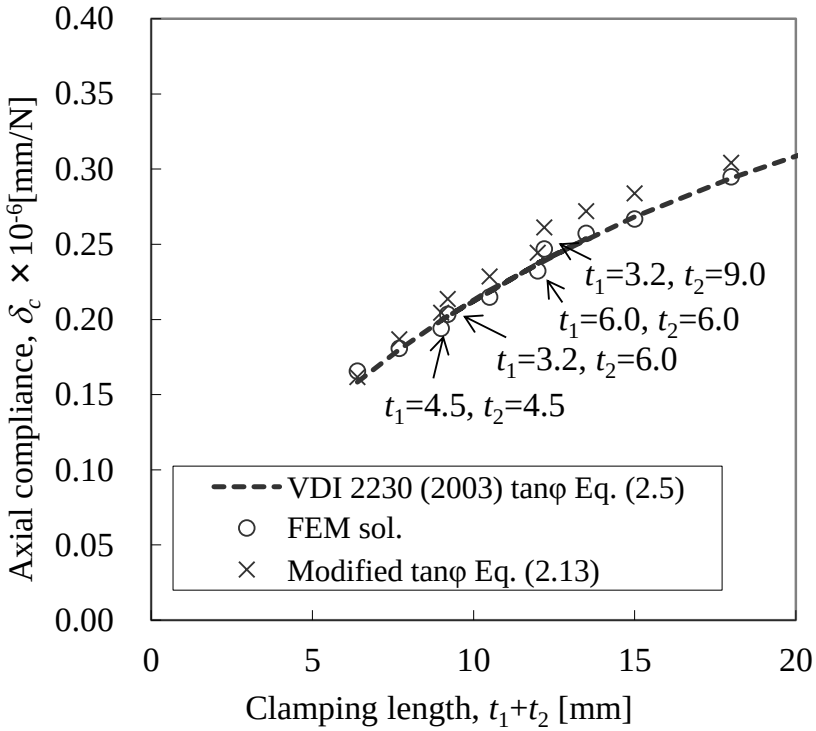

Fig. 2.29 Comparison of axial compliance of clamped plates with M16

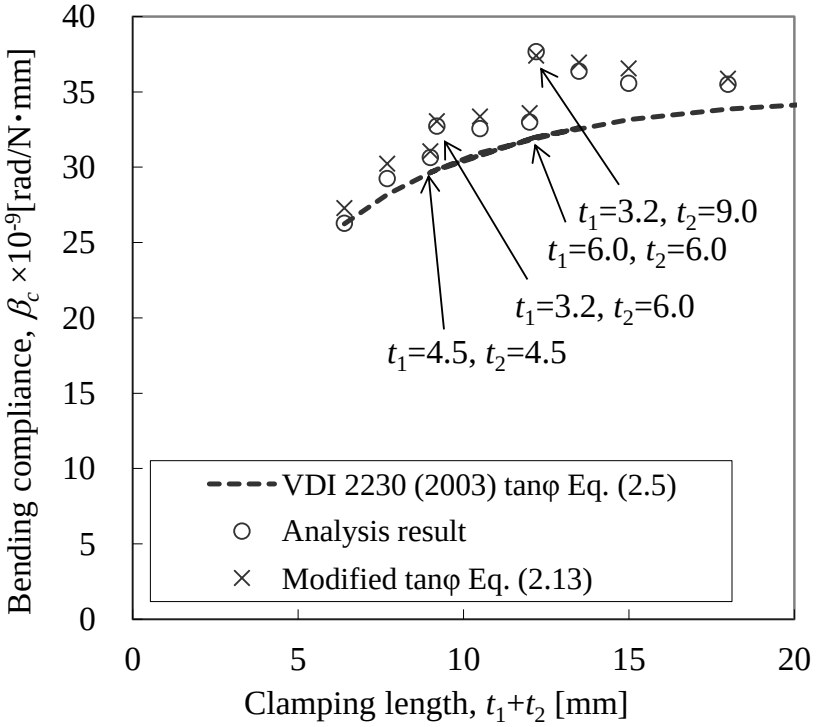

Fig. 2.30 Comparison of bending compliance of clamped plates with M8

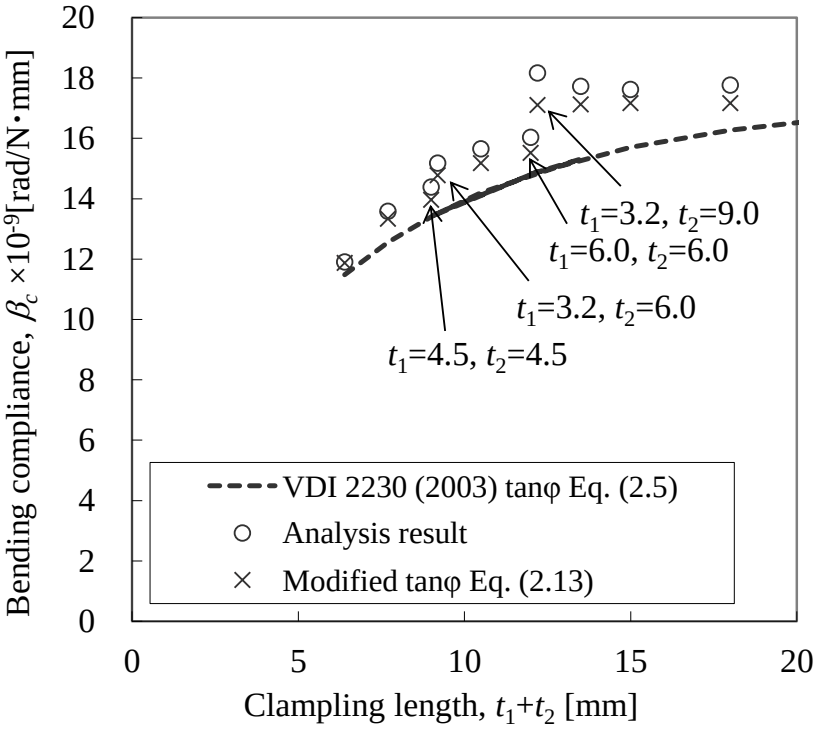

Fig. 2.31 Comparison of bending compliance of clamped plates with M10

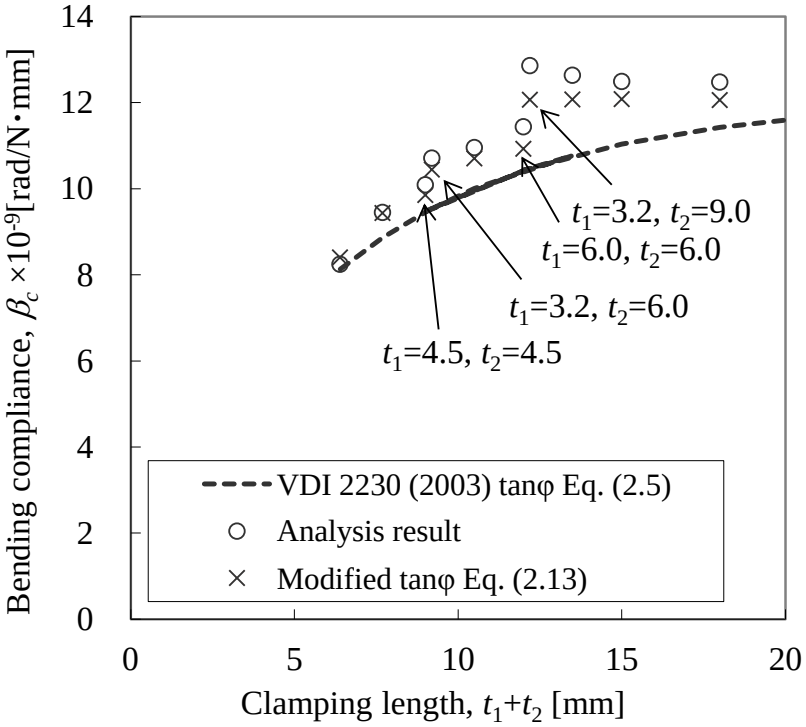

Fig. 2.32 Comparison of bending compliance of clamped plates with M12

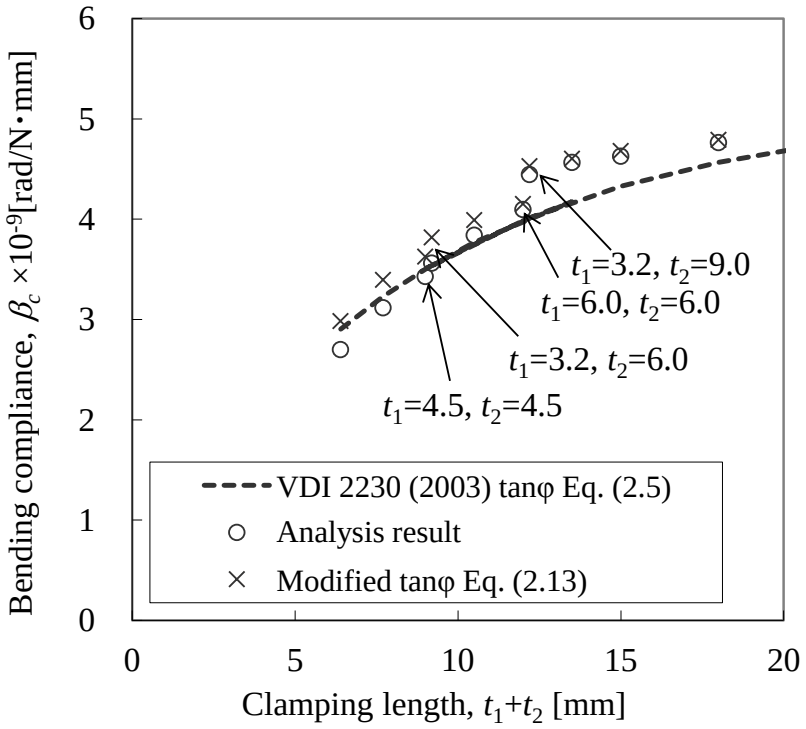

Fig. 2.33 Comparison of bending compliance of clamped plates with M16

2.6　結言

接触を考慮したボルト締結体モデルにおいて，被締結体の軸方向コンプライアンスと曲げコンプライアンスを評価し，被締結体の軸方向コンプライアンスと曲げコンプライアンスを評価した．得られた結果により，従来から用いられている被締結体の等価圧縮体の妥当性を検証した結果，以下の結論を得た．

(1) 初期締付け力による被締結体の軸方向コンプライアンスは，VDI 2230 (1977)の円筒型と VDI 2230 (2003)の円すい型の等価圧縮体モデルの中間に位置しているが，その両者への漸近度合はボルト径に依存している．

(2) 軸荷重が作用した場合の被締結体のコンプライアンスは，初期締付け力の 80%程度の荷重まで一定で，100%程度に増加してもほとんど変化しない．

(3) 軸荷重と曲げモーメントが作用した場合の被締結体の剛性は，円すい型の等価圧縮体でモデル化している VDI 2230 (2003)により，ほぼ妥当に評価できることが分かった．ただし，VDI 2230 (2003)は，軸方向剛性を最大で 11%程度，曲げ剛性を最大で 22%程度高めに評価し，ボルト荷重を若干危険側に評価する．さらに，板厚の異なる被締結体の場合，対称な被締結体を前提とする VDI 2230 (2003)から離れる傾向にある．

(4) 解析結果から，VDI 2230 (2003)の等価円すい体モデルの頂角を表す $\tan\varphi$ を求めた．その結果から $\tan\varphi$ の式に，２つの板の板厚比 t_1/t_2 を考慮した対数項 $\ln(t_1/t_2)$ を加え，定数項を修正した $\tan\varphi$ の式を提案した．

(5) 締付け長さと座面径の比 l_f/d_w=0.11～1.29 の範囲のボルト締結体に，修正した $\tan\varphi$ の式を用いることで，軸方向コンプライアンスを−1.5%から 6.8%の範囲で，曲げコンプライアンスを−6.5%から 10%の範囲で予測でき，評価手法の改善がみられる．

2.7　参考文献

(2.1) Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Richtlinien 2230 (1977) Systematic calculation of high duty bolted joints, 1977 [日本ねじ研究協会訳，高強度ねじ締結の体系的計算方法，日本ねじ研究協会，1982].

(2.2) Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Richtlinien Blatt 1 2230 (2003) Systematic calculation of high duty bolted joints -Joints with one cylindrical bolt-, 2003 [賀勢　晋司・川井　謙一　訳，高強度ねじ締結の体系的計算法 -円筒状一本ボルト締結-，日本ねじ研究協会，2006].

(2.3) Lori, W. und Glaser, H. Berechnung der Plattennachgiebigkeit bei Schraubenverbindungen, Konstruktion, **42**(1990), 271-277 [賀勢　晋司訳，ねじ締結体における被締付け板のコンプライアンスの計算，日本ねじ研究協会誌，**22**-12(1991), 393-401].

(2.4) Hanau, A., Zum Krafteinleitungsfaktor bei der Berechnung von Schraubenvergindungen, Konstruktion, **46**(1994), 99-106

(2.5) ANSYS v.11.0 Documentation, 2.13 Axisymetric Elements with Nonaxisymmetric Loads, ANSYS.

第3章　外荷重と外モーメント下の被締結体剛性の非線形挙動

3.1　緒言

前章において，座面間と被締結体間の接触を考慮したボルト締結体の有限要素解析により,外荷重の小さい線形領域における被締結体の軸方向剛性と曲げ剛性を評価し，ドイツ技術者協会規格 VDI 2230 (2003)[3.1]の剛性式を板厚の異なる 2 枚の板の締結に適用できるように修正した．これによって，線形領域におけるボルト締結体の剛性については，軸方向剛性，曲げ剛性ともに精度の高い剛性式を構築した．

前章で議論した線形領域からさらに外力や外モーメントが大きくなると，被締結体間の接触面が分離し始める．接触面が分離し始めると，ボルトと被締結体の荷重変位関係は非線形挙動を示す．軸方向荷重下では，荷重が大きくなり被締結体間の接触面がかい離すると，ボルトがすべての荷重を分担することから荷重変位関係が予測されている[3.1]~[3.7]．一方，外モーメントが加わる場合，被締結体が小さく接合面全体に初期締付け力による面圧が負荷される条件のみ限定された場合について，ボルトと被締結体の荷重変位関係の接合面分離による非線形挙動が定式化されている[3.1]~[3.7]．しかしながら，被締結体が十分大きい場合，外モーメントが作用したときの接合面分離による非線形挙動は未だ十分議論されておらず，安全面を考慮した設計には，その極限状態の理解が不可欠である．

本章では，前章と同様の接触を考慮した有限要素解析により，被締結体剛性の接合面分離による非線形挙動を評価する．そして，その非線形挙動を表す力学モデルを構築して一般的なボルト締結体に適用できるように定式化することを目的とする．

3.2　解析方法

前章と同様の解析モデルを用いる．被締結体間の接触と分離を考慮した３次元有限要素モデルを用いて，軸方向荷重と曲げモーメント負荷時の被締結体の剛性を評価する．モデルの形状と材料の機械的特性を再度図 3.1 に示す．その３次元有限要素モデルを図 3.2 に示す．２枚の鋼板を１本の鋼材ボルトで締結した形状を想定し，鋼材の弾性体でモデル化した．ボルト座面と鋼板間，および２枚の鋼板間の接触を考慮し，摩擦係数をそれぞれ 0.15 とした．各部の寸法と初期締付け力 F_f についても，前章と同様の表 3.1 の値を用いた．

軸方向荷重 W_a も図 3.3 に示す前章と同様の負荷条件とし，初期締付け力 F_f の 1.4 倍程度を与えた．ただし，非線形挙動を詳細に評価するために，荷重ステップを初期締付け力の 3%程度に細分化した．

曲げモーメント M の負荷条件も，前章と同様に図 3.4 に示すような角度 θ の余弦関数として表わした．ただし，曲げモーメントとして与える座面の面圧 p が，表 2.1 に示した初期締付け力による座面面圧 p_w より十分大きくなるように，p=1000cosθ [MPa] で表される面圧をボルト座面部分に与えた．非線形挙動を評価するため，荷重ステップを全モーメント負荷の 1%として細分化した．

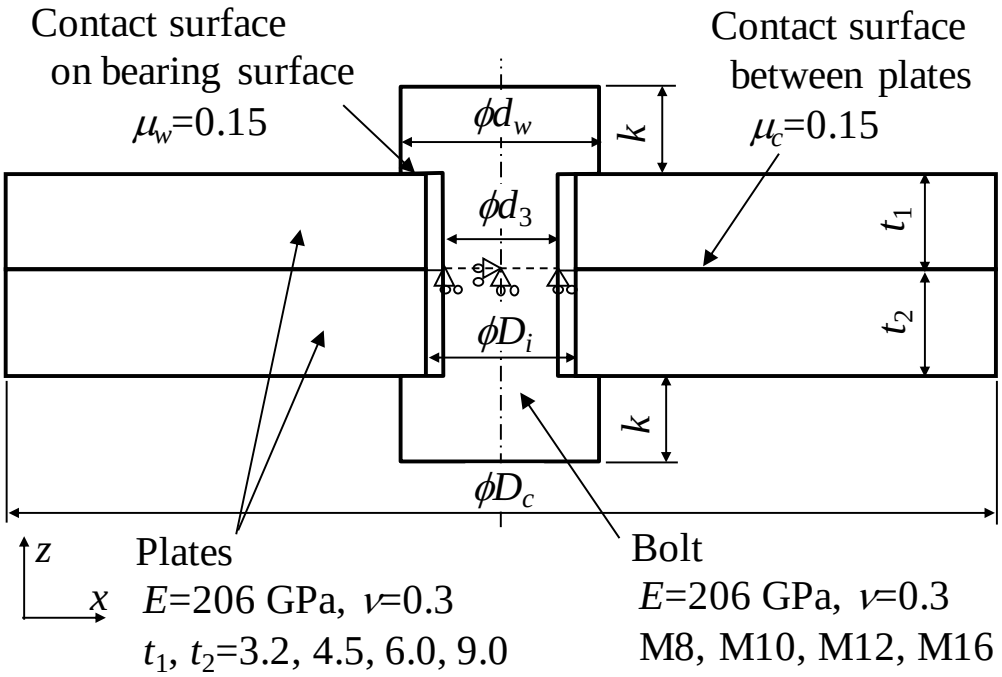

Fig. 3.1 Dimensions and material properties of analysis model [mm]

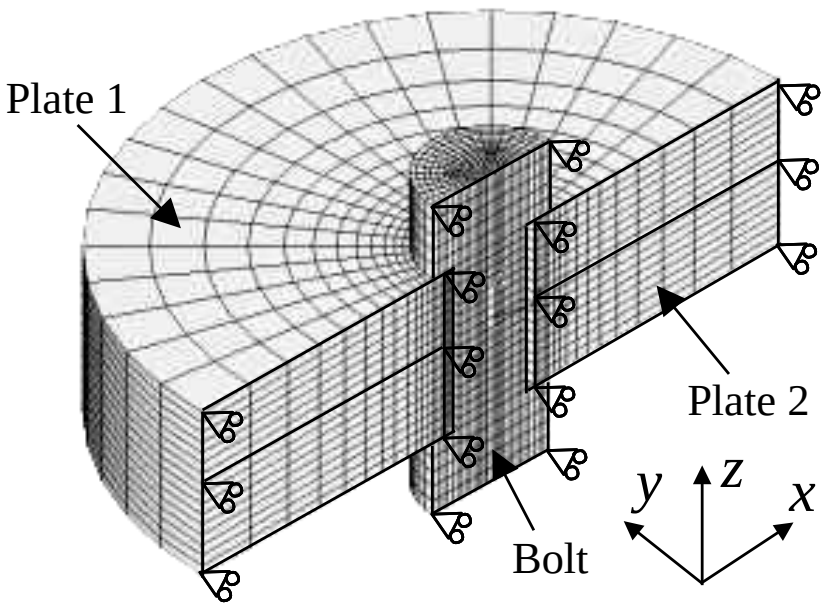

Fig. 3.2 3D finite element model of bolted joint

Table 3.1 Dimensions of analysis model, preload, preload stress on thread section, and pressure on bearing surface

		M8	M10	M12	M16
d_3	[mm]	6.647	8.376	10.106	13.835
D_i	[mm]	9.0	11.0	13.5	17.5
d_w	[mm]	11.63	14.63	16.63	22.00
k	[mm]	5.3	6.4	7.5	10.0
F_f	[N]	7,670	12,130	17,610	32,620
σ_{zS}	[MPa]	221	220	220	217
p_w	[MPa]	180	166	238	234

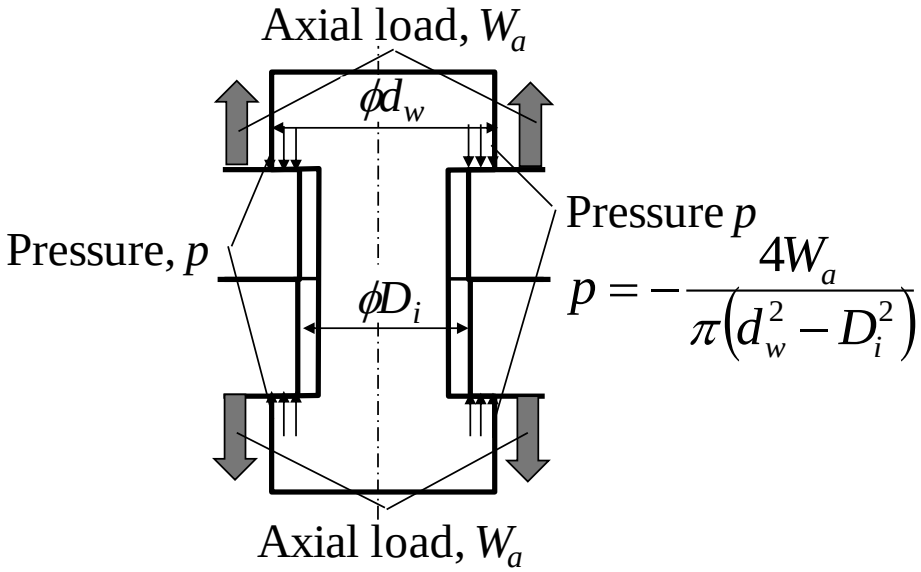

Fig. 3.3 Axial load condition of analysis model

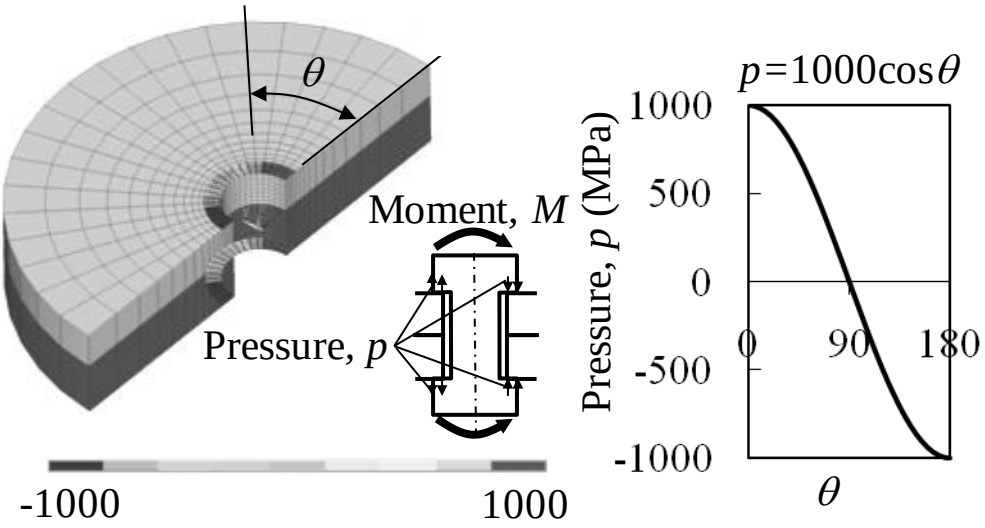

Fig. 3.4 Bending moment condition of analysis model

3.3　軸方向荷重に対する解析結果

線形領域の剛性を求めた前章の解析条件に対して，軸方向荷重を与えた際の荷重ステップを初期締付け力の 3%程度に細分化した．2.4.1 節に示した図 2.8 と同様に被締結体間面圧の分布を各荷重ステップに対して算出し，接触面全体で積分して被締結体間の圧縮力を各荷重ステップに対して求めた．また，2.4.1 節に示した図 2.11 と同様に座面変位の分布を各荷重ステップに対して算出し，上下座面の変位差から被締結体の圧縮量として，内径 D_i と外径 d_w の変位の差分（図 2.11 のΔu_{Di} とΔu_{dw}）の平均値（Ave.(Δu_{Di}, Δu_{dw})）と，内径 D_i と外径 d_w の中央での変位の差分（図 2.11 の$\Delta u_{(Di+dw)/2}$）を求めた．これらをまとめて，被締結体の圧縮量と被締結体間の圧縮力の関係を示したのが図 3.5 である．なお，初期締付け時が A 点(W_a=0)であり，軸方向荷重 W_a=0.800F_f 負荷時がＢ点，W_a=1.10F_f 負荷時をＣ点として示した．

図 3.5 において圧縮量と圧縮力が直線で表わされる部分が線形領域で，直線から外れる部分が非線形領域となる．Ave.(Δu_{Di}, Δu_{dw})と$\Delta u_{(Di+dw)/2}$ に対して，W_a<0.800F_f の値から近似直線を求めたものを図中に示した．その傾きが線形領域における軸方向コンプライアンスを表わし，Ave.(Δu_{Di}, Δu_{dw})と$\Delta u_{(Di+dw)/2}$ がほぼ一致している．また，図 2.12 で求めたものとも，±1%の範囲で一致している．図 3.5 から 0.800F_f<W_a<1.10F_f の範囲においても，圧縮量と圧縮力の関係は直線から外れておらず，初期締付け力の 110%程度まで線形関係が維持されていることが分かる．W_a>1.10F_f において非線形性を示していることが，図 2.12 に比べて明確となっている．

図 3.5 の$\Delta u_{(Di+dw)/2}$ の圧縮量と荷重の関係を元に，図 1.1 に示した締付け線図を表わしたものが図 3.6 である．図 3.6 から，荷重変位関係が非線形となる領域は非常に狭いことが分かる．締付け線図における被締結体の変位の偏曲点となる外力，すなわち被締結体間の圧縮力が 0 となるときの外力 W_{ath} は，ボルトのコンプライアンスδ_b と被締結体のコンプライアンスδ_c を用いて以下のように求められる．

$$W_{ath} = \left(1 + \frac{\delta_c}{\delta_b}\right) F_f \tag{3.1}$$

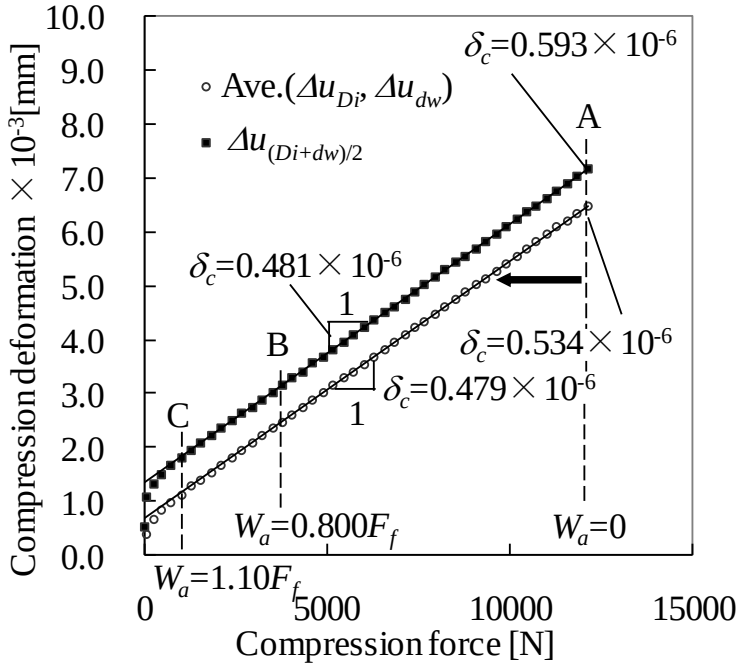

Fig. 3.5 Nonlinear relation between compression force and compression deformation of plate (M10, *t*6.0, *t*9.0)

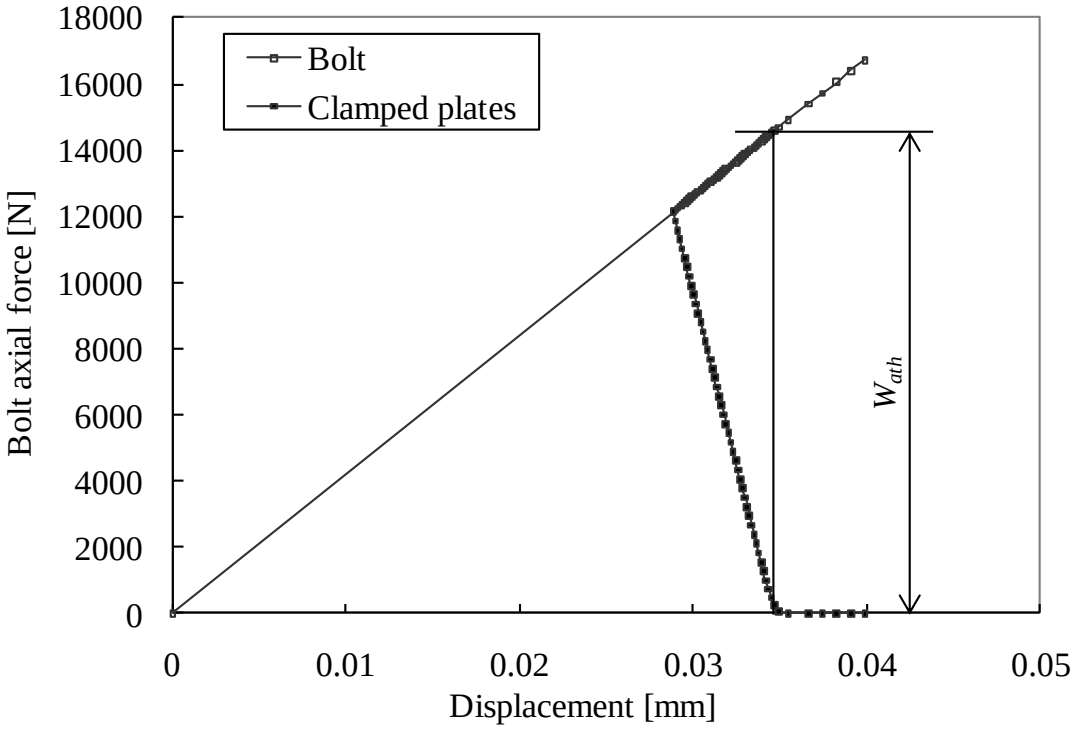

Fig. 3.6 Joint diagram of analysis result (M10, *t*6.0, *t*9.0)

解析結果から得られるボルトのコンプライアンスδ_bと被締結体のコンプライアンスδ_cを用いて求めたW_{ath}を，図 3.6 に示した．軸方向荷重がW_{ath}のときは，被締結体の変位の偏曲点とほぼ一致しており，従来の締付け線図から十分な精度で予測することができることが分かる．したがって，軸方向の剛性については，線形領域における剛性さえ予測できれば，被締結体間がかい離した後の挙動も十分予測可能であることが分かった．

3.4　モーメントに対する解析結果

t4.5 と t6.0 を M10 ボルトで締める場合について，モーメント負荷時のいくつかの荷重ステップに対する被締結体間の接触面面圧分布を図 3.7 に示す．そのときの x 軸上の面圧分布を図 3.8 に示す．与えたモーメント M は，ボルトに加わるモーメントM_bと被締結体に加わるモーメントM_cの和となる．被締結体のモーメントM_cは，原点を中心に図 3.7 の面圧と x 座標の積を面積積分して求められる．図 3.7 と図 3.8 には，各荷重ステップでの被締結体のモーメント M_c も示した．モーメントの増加とともに引張側の面圧が低下し，図 3.7 (b)～(d)では面圧が 0 となって接触面の分離が生じている．圧縮側の面圧の大きさは，モーメントの増加とともに増加しているが，面圧の範囲はほとんど変化せず，式(2.6)に示した等価円すい体の最大外径 $D_{A,Gr}$ とほぼ一致している．

t4.5 と t6.0 を M10 ボルトで締める場合の断面の z 方向（軸方向）応力分布を図 3.9 に示す．曲げモーメントの増加とともに，引張側の z 方向圧縮応力が低下し，圧縮側の z 方向圧縮応力が増加している．接触面の分離が生じたのちに相当する M_{c3} と M_{c4} について，図 3.7 と図 3.8 の接触面圧と図 3.9 の z 方向応力分布を比較すると，接触面圧と圧縮応力は増加するものの，接触面の面積と圧縮体の形状はほとんど変化しないことが分かる．

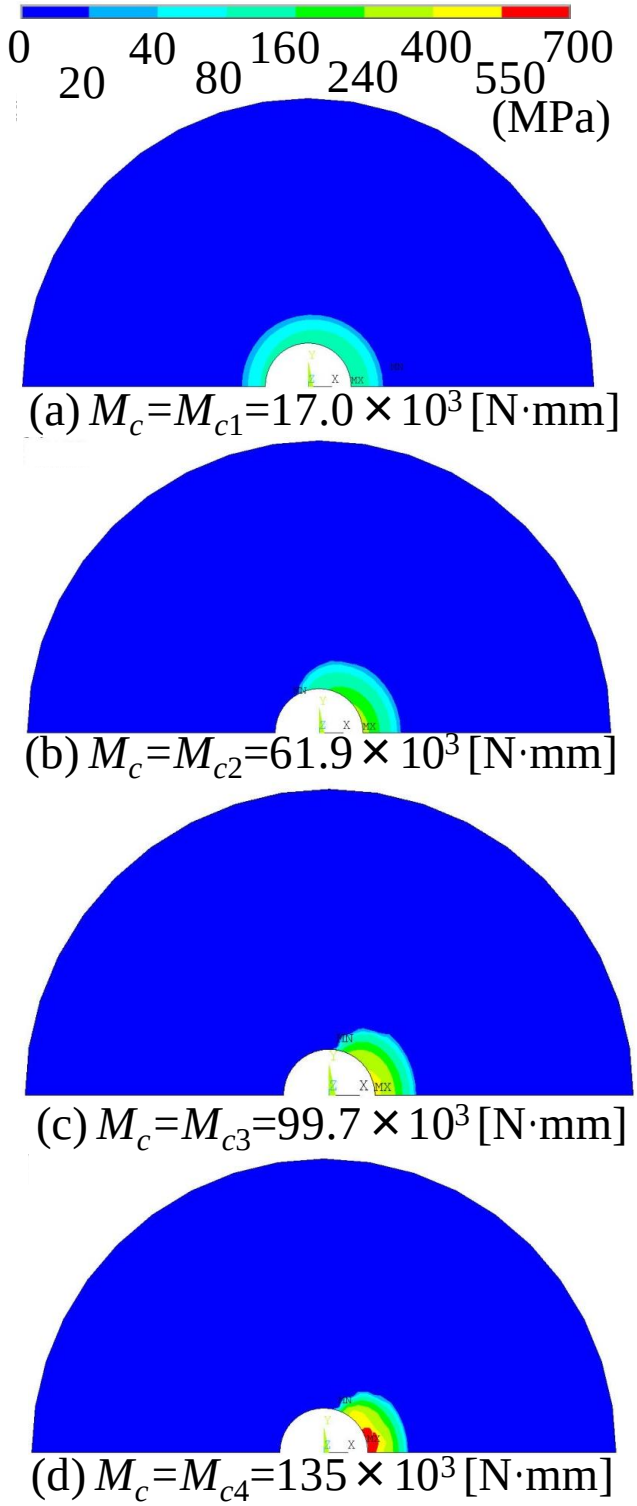

Fig.　3.7 Contact pressure distribution on surface between two plates
(M10, *t*4.5, *t*6.0)

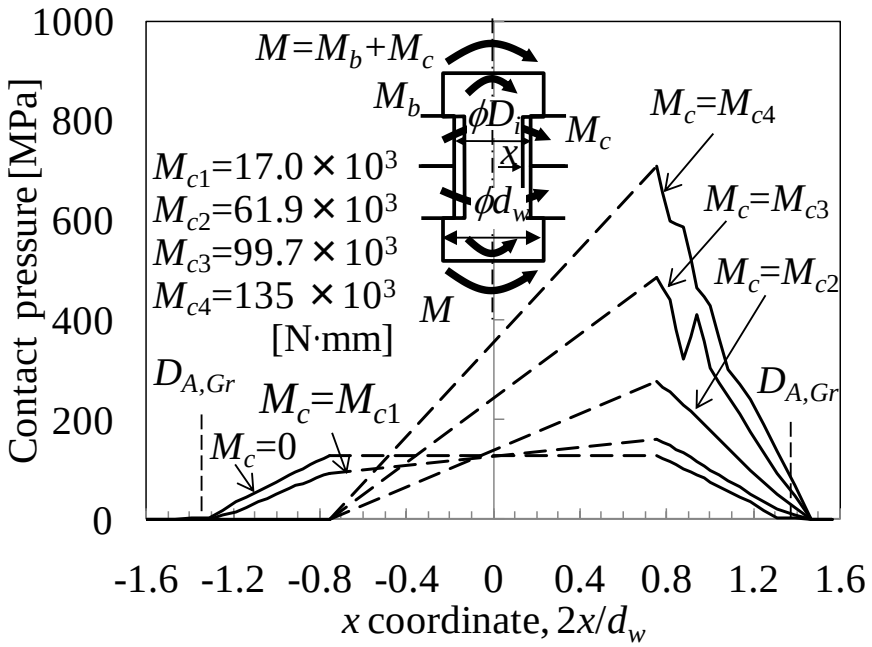

Fig. 3.8 Contact pressure distribution on surface between two plates along x axis (M10, t4.5, t6.0)

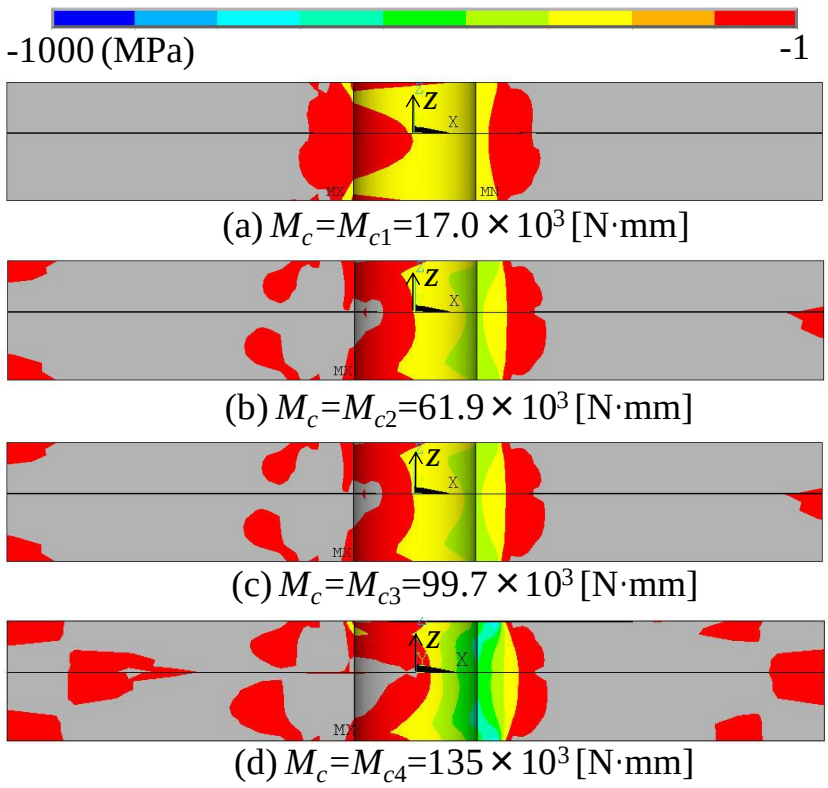

Fig. 3.9 z direction stress distribution (M10, t4.5, t6.0)

t4.5 と t6.0 を M10 ボルトで締める場合の座面の変形分布を図 3.10 に示す．初期締付け状態，すなわちモーメント M_c=0 のとき上下座面は平行であるのに対して，モーメント M_c の増加とともに上下座面の傾きが増加している．傾き角ξは，座面中央径$(D_i+d_w)/2$ の位置で評価するものとし，式(2.12)と同様に次式のように求めた．

$$\xi = \frac{(\Delta u_{l,Di} + \Delta u_{l,dw}) - (\Delta u_{r,Di} + \Delta u_{r,dw})}{D_i + d_w} \tag{3.2}$$

t4.5 と t6.0 を M10 ボルトで締める場合の被締結体の曲げモーメント M_c と傾き角ξの関係を図 3.11 に示す. このグラフの傾きが被締結体のコンプライアンスに相当する. 図 3.11 から被締結体は２つの一定のコンプライアンスを持つことが分かる．図 3.11 の各荷重ステップ間の曲げモーメント M_c の差分で，各荷重ステップ間の傾き角ξの差分を割って，被締結体のコンプライアンスを求めたものを図 3.12 に示す.

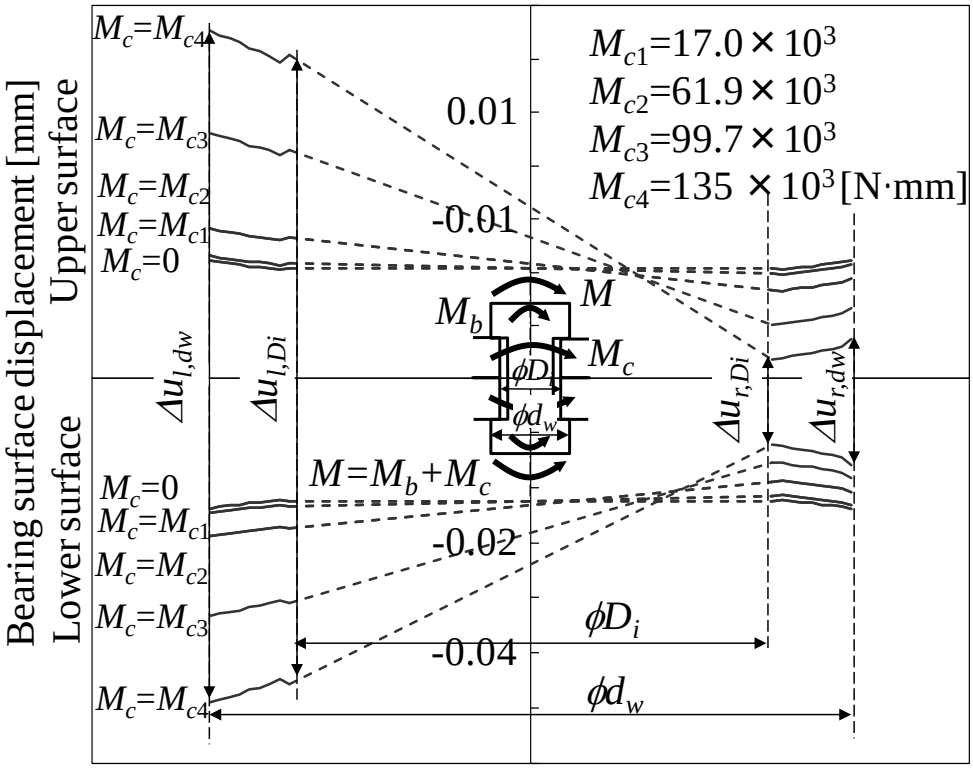

Fig. 3.10 Displacement on bearing surfaces (M10, t4.5, t6.0)

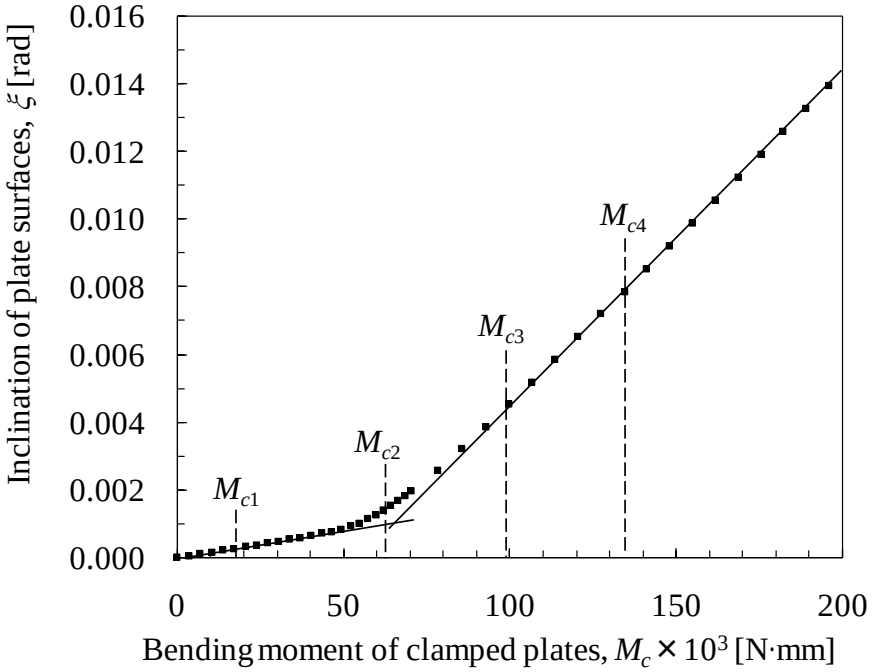

Fig. 3.11 Relation between moment and inclination of plate surfaces (M10, *t*4.5, *t*6.0)

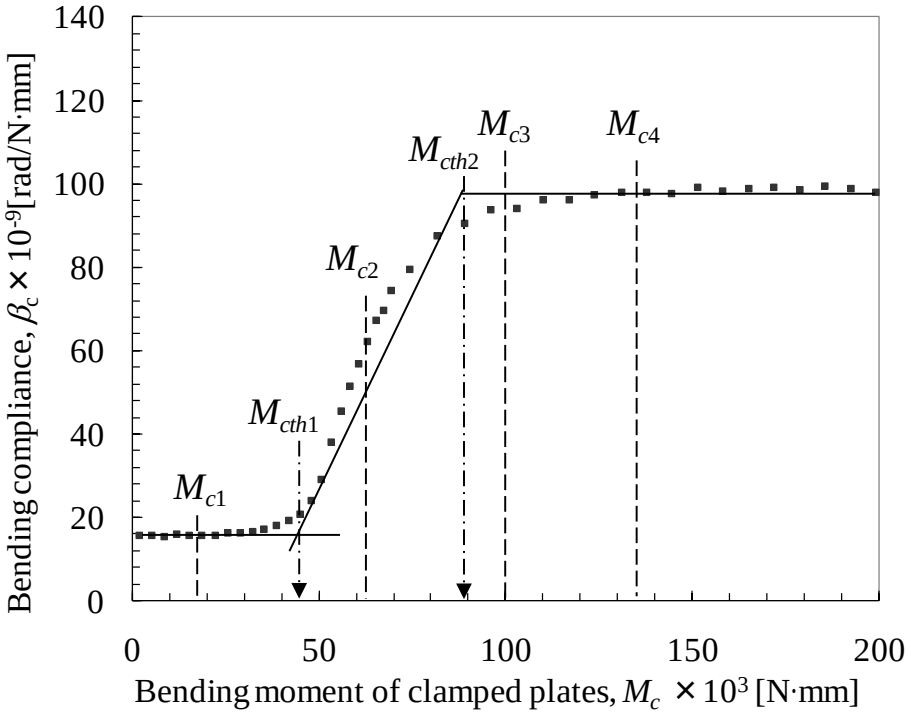

Fig. 3.12 Relation between moment and bending compliance (M10, *t*4.5, *t*6.0)

図 3.12 から，被締結体のコンプライアンスとモーメントの関係は，モーメントのしきい値 M_{cth1} と M_{cth2} により，(i) $0<M_c<M_{cth1}$, (ii) $M_{cth1}<M_c<M_{cth2}$, (iii) $M_{cth2}<M_c$ の三つの範囲に分けられる．(i)はモーメントが十分小さいので，第 2 章で示した線形領域の被締結体のコンプライアンスで一定となっている．(iii)のときは，上述のように引張側の被締結体間接触面が完全に分離して，圧縮側の圧縮体のみでモーメントを保持している状態を表す．圧縮側の圧縮体形状が変化しないため，被締結体のコンプライアンスもほぼ一定となっていると考えられる．(ii)は(i)から(iii)への遷移領域で，被締結体のモーメント中心が，ボルト軸から圧縮側へ移動する領域と考えられる．

3.5　被締結体曲げ剛性の非線形挙動の力学モデル

解析結果に対する考察から，被締結体のコンプライアンスとモーメントの関係は，(i) $0< M_c< M_{cth1}$, (ii) $M_{cth1}< M_c< M_{cth2}$, (iii) $M_{cth2}< M_c$ の三つの範囲に分けられることが分かった．これら三つの範囲のうち，(ii)は(i)から(iii)への遷移領域として，図 3.12 のコンプライアンスとモーメントの関係から直線近似できるものと考えられる．そこで，(i)と(iii)について被締結体の剛性を見積もる力学モデルを構築する．

3.5.1　$0<M_c<M_{cth1}$ の領域

この範囲は，第 2 章で議論した締付け力が十分に保持され 2 つの被締結体間の接触状態が変化しない場合に相当する．したがって，被締結体の剛性は図 2.2 に示した VDI 2230 (2003) [3.1]で用いられる円すい形の等価圧縮体で近似できる．2.5 節の議論から，等価円すいの角度 φ には，VDI 2230 (2003)を修正した式(2.13)を用いる．曲げコンプライアンス β_c は式(2.3)から式(2.5)により求めることができる．

(i)の領域では，等価円すいの弾性変形によって被締結体間の面圧を再配分することで，面圧が圧縮側に偏心する．この条件の限界値である曲げモーメントのしきい値 M_{cth1} は，等価円すいが保持される条件，すなわち式(2.4)で表わされる等価円すい体の最外径 $D_{A,Gr}$ まで圧縮の面圧が保持される条件に置き換えることができる．被締結体上の接触面上の面圧 p は，初期締付け力 F_f による面圧と，被締結体の曲げモーメント M_c による面圧の和として，次式で近似される．

$$p=\frac{F_f}{\frac{\pi}{4}(D_{A,Gr}^2-D_i^2)}+\frac{M_c}{\frac{\pi}{64}\left(D_{A,Gr}^4-D_i^4\right)}x \tag{3.3}$$

したがって，曲げモーメントのしきい値 M_{cth1} は，最外径 $x=-D_{A,Gr}/2$ の面圧 p が 0 となるときと考え，次式のように得られる．

$$M_{cth1}=\frac{F_f\left(D_{A,Gr}^2+D_i^2\right)}{8D_{A,Gr}} \tag{3.4}$$

3.5.2 $M_{cth2}<M_c$ の領域

この領域では，前述したように引張側の接触面が完全に分離して，圧縮側の圧縮体のみでモーメントを保持している状態となっている．図 3.7，図 3.8，および図 3.9 から，圧縮体の形状は座面で径 $d_w/2$，被締結体間接触面で径 $D_{A,Gr}/2$ の円すい台から，ボルト穴を除いたものでモデル化することとした．

圧縮体の形状を図 3.13 に示す．そのときのボルトと圧縮体の変形モデルを図 3.14 に示す．曲げモーメントの引張側が完全に分離した状態では，被締結体に加わるモーメント M_c は，被締結体の軸方向圧縮力 F がボルト中心軸から x_{c0} 離れて加わることによって生じる．

このとき x_{c0} は，二つの板の接触面すなわち $z=0$ における圧縮体の断面の重心位置と考えられる．

$$M_c=Fx_{c0} \tag{3.5}$$

ボルトの引張力 F と被締結体の圧縮力 F はつり合い，ボルトは Δ_b 伸びて被締結体は Δ_c 縮む．したがって座面上の傾き ξ は，次式で与えられる．

$$\xi=\frac{\Delta_b+\Delta_c}{x_{cw}}=\frac{F(\delta_b+\delta_{c2})}{x_{cw}} \tag{3.6}$$

ここで，x_{cw} は座面における圧縮体の重心位置，δ_b はボルトの軸方向コンプライアンス，δ_{c2} は圧縮体の軸方向コンプライアンスを表す．このことから，式(3.5)と式(3.6)より曲げコンプライアンスは次式で得られる．

$$\beta_{c2}=\frac{\xi}{M_c}=\frac{\delta_b+\delta_{c2}}{x_{cw}x_{c0}} \tag{3.7}$$

ボルトの軸方向コンプライアンス δ_b として，いくつかの式が提案されているが，ここでは VDI 2230 (2003)の式に従うものとした．

$$\delta_b = \frac{0.5d}{E_b \frac{\pi}{4} d^2} + \frac{l_f}{E_b \frac{\pi}{4} d_3^2} + \frac{0.5d}{E_b \frac{\pi}{4} d_3^2} + \frac{0.4d}{E_b \frac{\pi}{4} d^2} \tag{3.8}$$

ここで，d はボルトの呼び径，d_3 はボルトの谷径，E_b はボルトのヤング率を表す．第一項はボルト頭のコンプライアンス，第二項はねじ部のコンプライアンス，第三項はボルトとナットのはめ合い部のコンプライアンス，第四項はナットのコンプライアンスを表わしている．図 3.1 と図 3.2 に示した解析モデルに軸方向荷重を加え，ボルトのコンプライアンスを求めたところ，式(3.8)と解析結果は誤差 10%の範囲で一致した．

図 3.13 に示す圧縮体の z における断面は，図 3.15 のように表される．すなわち，ボルト中心を通り，直径 $D(z)$で表わされる円に接する直径 $D(z)/2$ の円から，ボルト穴と重なる部分を除いたものとなる．この断面をもつ圧縮体の軸方向コンプライアンスを，解析的に得ることは困難である．そこで，図 3.16 のように圧縮体の断面は，直径 $D(z)/2$ の円からだ円を除いたもので表すことにした．だ円の短径はボルト穴の半径に相当する D_i とし，だ円の長径はボルト穴と図 3.15 に示す圧縮体との交点とした．図 3.15 の断面に比べて図 3.16 の断面の方が面積が多少小さくなるが，M10 ボルトで $t4.5$ と $t6.0$ の板を締めつけた場合，被締結体間接合面における図 3.16 の近似断面は図 3.15 の断面に対して 7%小さく，十分な精度で近似できている．このとき，$D(z)$は次式で表される．

$$\begin{aligned} D(z) &= D_{A,Gr} - \frac{D_{A,Gr} - d_w}{t_1} z \qquad (0 \le z \le t_1) \\ &= D_{A,Gr} + \frac{D_{A,Gr} - d_w}{t_2} z \qquad (-t_2 \le z < 0) \end{aligned} \tag{3.9}$$

このとき，図 3.13 の圧縮体断面の座標 z における重心 x_c，および，x_{cw} と x_{c0} は次式で得られる．

$$x_c(D) = \frac{1}{4} \frac{D^3 - 2D_i^3 \sqrt{1 - \frac{D_i^2}{D^2}}}{D^2 - 2D_i^2 \sqrt{1 - \frac{D_i^2}{D^2}}} \tag{3.10}$$

$$x_{cw} = x_c(D = d_w), \quad x_{c0} = x_c(D = D_{A,Gr})$$

円すい台の剛性 K_{crc} を，直径 $D(z)/2$ の円の面積 A_{crc} を用いて以下のように求める．

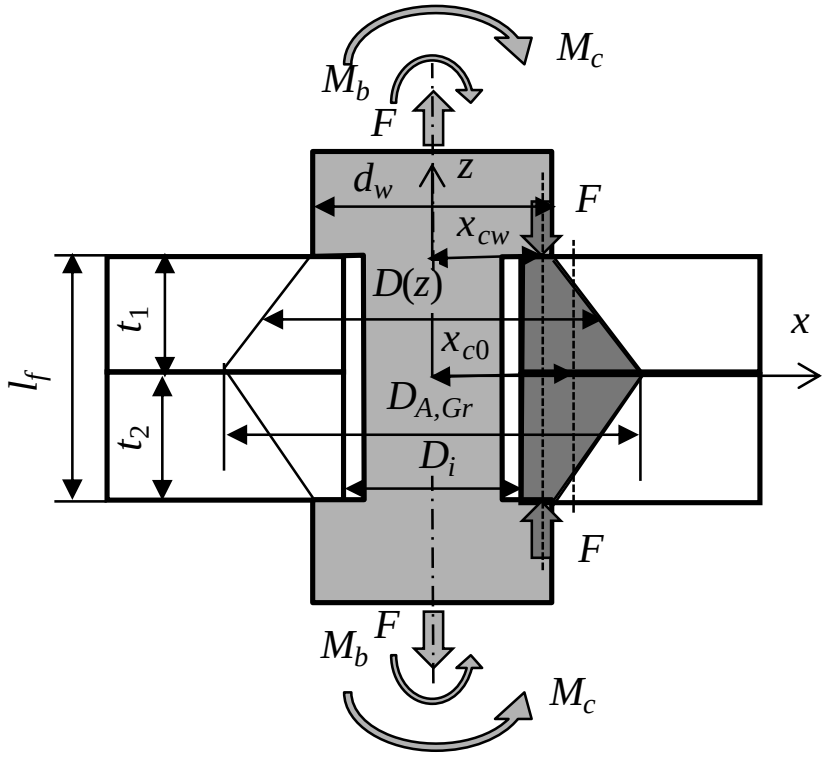

Fig. 3.13 Equivalent solid model when $M_{cth2}<M_c$

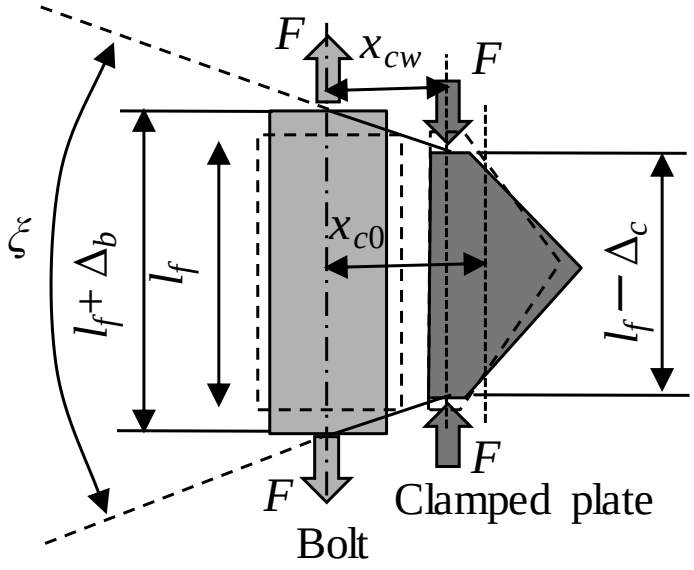

Fig. 3.14 Deformation model when $M_{cth2}<M_c$

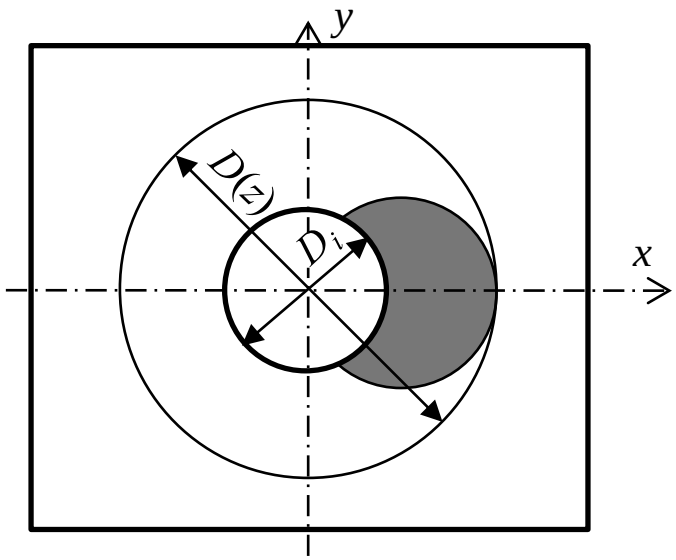

Fig. 3.15 Section of equivalent solid model when $M_{cth2} < M_c$

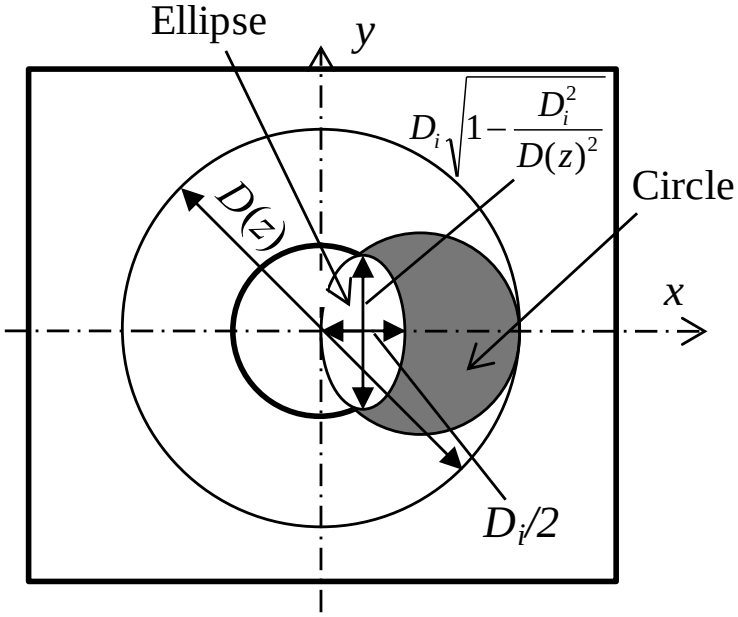

Fig. 3.16 Approximated section of equivalent solid model when $M_{cth2} < M_c$

$$K_{crc}=\frac{E_c}{\displaystyle\int_{-t_2}^{t_1}\frac{dz}{A_{crc}(D)}}=\frac{E_c}{\displaystyle\int_{-t_2}^{t_1}\frac{16}{\pi D^2}dz}=\frac{\pi}{16}\frac{E_c D_{A,Gr} d_w}{l_f} \tag{3.11}$$

だ円柱の剛性 K_{elp} を，だ円の面積 A_{elp} を用いて以下のように求める．

$$K_{elp}=\frac{E_c}{\displaystyle\int_{-t_2}^{t_1}\frac{dz}{A_{elp}(D)}}=\frac{E_c}{\displaystyle\int_{-t_2}^{t_1}\frac{dz}{\frac{\pi}{8}D_i^2\sqrt{1-\frac{D_i^2}{D^2}}}}=\frac{\pi E_c}{8l_f}\frac{D_i^2\left(D_{A,Gr}-d_w\right)}{\sqrt{D_{A,Gr}^2-D_i^2}-\sqrt{d_w^2-D_i^2}} \tag{3.12}$$

圧縮体の剛性は，円すい台の剛性 K_{crc} からだ円柱の剛性 K_{elp} を引いたものと考えられる．よって，圧縮体の軸方向コンプライアンス δ_{c2} は次式で得られる．

$$\frac{1}{\delta_{c2}}=K_{crc}-K_{elp} \tag{3.13}$$

以上のことから，曲げコンプライアンス β_{c2} は，式(3.8)で得られるボルトの軸方向コンプライアンス δ_b と，式(3.11)から式(3.13)で得られる圧縮体の軸方向コンプライアンス δ_{c2}，および式(3.10)で得られる座面と被締結体間での圧縮体の重心 x_{cw} と x_{c0} を式(3.7)に代入することで得られる．

また，しきい値 M_{cth2} は，式(3.5)において軸力 F が初期締付け力 F_f から増加し始める境界値と考え，次式のように得られる．

$$M_{cth2}=F_f x_{c0} \tag{3.14}$$

3.6　被締結体曲げ剛性力学モデルと解析結果の比較

２枚の板の板厚を t3.2，t4.5，t6.0，t9.0 の中から組み合わせて，M10 ボルトで締めた場合に対して，前節で構築した被締結体の曲げ剛性モデルと，図 3.12 のように得られた解析結果とを比較したのが図 3.17 から図 3.25 である．図 3.12 の t4.5 と t6.0 の板を M10 ボルトで締め付けたものが，図 3.22 に相当する．二つの被締結体の曲げコンプライアンス β_c と β_{c2}，および二つのしきい値 M_{cth1} と M_{cth2}，ともに良く一致している．板厚 t6.0 と t9.0 と締付け長さが長い図 3.23 の場合に，M_c>M_{cth2} の領域において曲げ剛性モデルの方が解析値よりコンプライアンスを若干低く評価している．この場合を除くと板厚を変えても，構築したモデルで被締結体の曲げコンプライアンスの非

線形挙動を表現できている．

図 3.26 から図 3.28 には t4.5 と t6.0 を M8, 12, 16 ボルトで締めた場合の比較を示す．ボルト径を変えても，構築したモデルで被締結体の曲げコンプライアンスの非線形挙動を首尾よく表現できていることが分かる．

(iii) M_{cth2}<M_c の領域における曲げコンプライアンス β_{c2} の解析値と構築したモデルでの予測値を，M8, 10, 12, 16 に対して比較したものを図 3.29 から図 3.32 に示す．ボルト径の小さい M8 と M10 では, 締付け長さ l_f が長い場合においてモデルでの予測値が解析値より小さくなっている．これは，(iii) M_{cth2}< M_c に対してモデル化した圧縮体が軸方向に一様に縮むことを仮定したのに対して，板厚が増加してグリップ長さが長くなると座面直下の局所的な変形が顕著になり，剛性が低下するためと考えられる．M12 と M16 については，モデルでの予測値と解析値が良く一致しており，２枚の板厚が大きく異なる場合のコンプライアンスの変化を良く表わしている. このことから，今回構築した非線形領域における被締結体の曲げ剛性モデルは，ボルト径と２つの板の板厚を変えても，多くの場合で良好に予測することができることが分かった．ただし，締付け長さと座面径の比が l_f /D_o>1.0 となるようなボルト径に対して板厚が厚い場合には，十分表現できていない可能性があることを付記する．

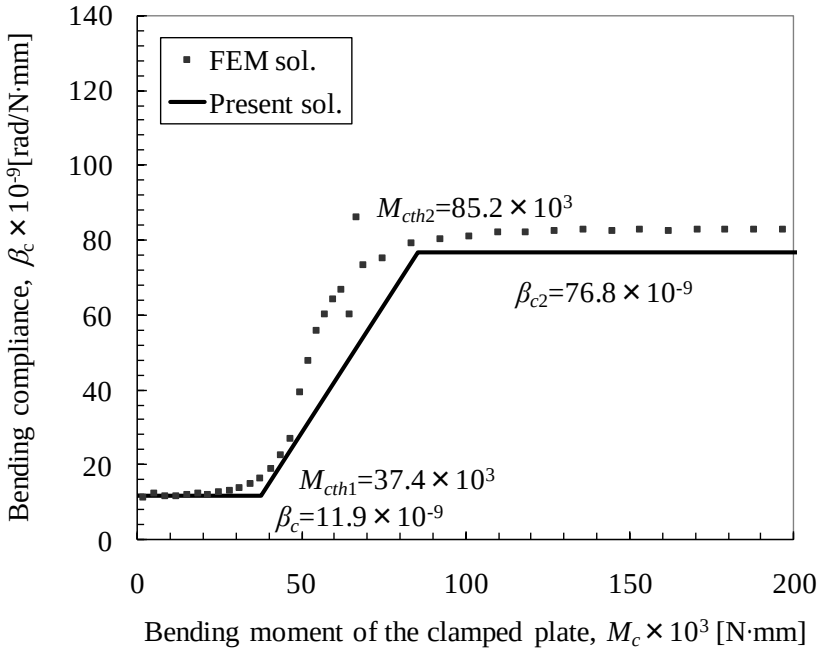

Fig. 3.17 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M10, *t*3.2, *t*3.2)

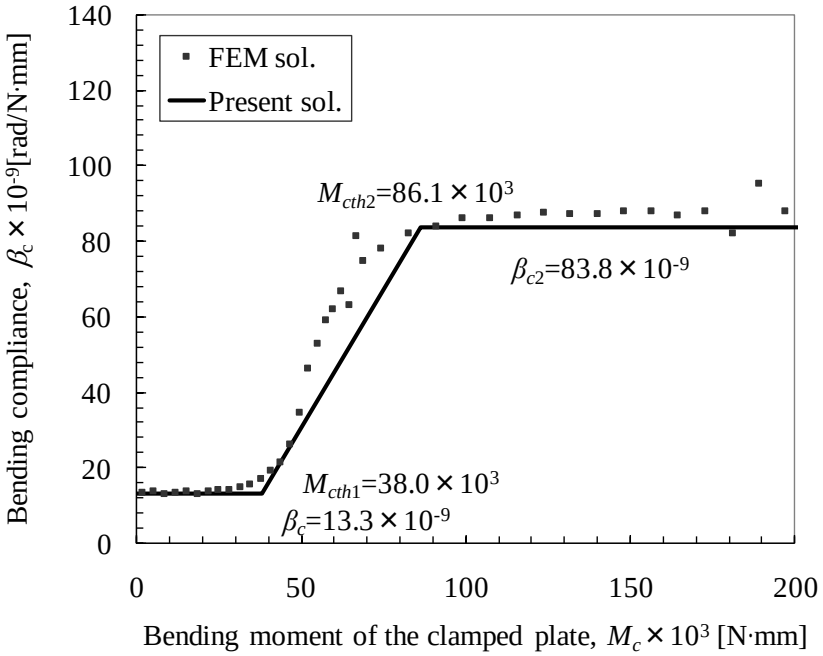

Fig. 3.18 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M10, *t*3.2, *t*4.5)

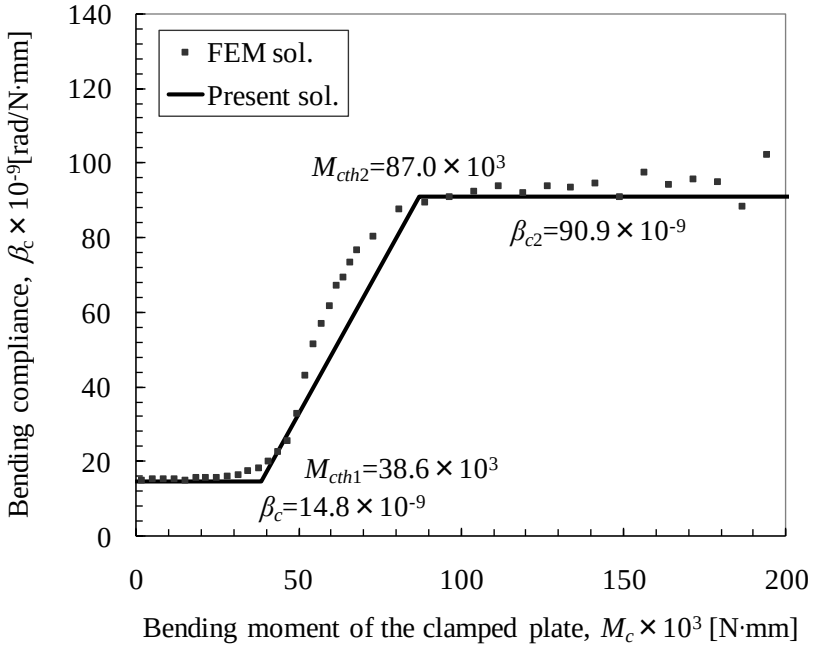

Fig. 3.19 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M10, *t*3.2, *t*6.0)

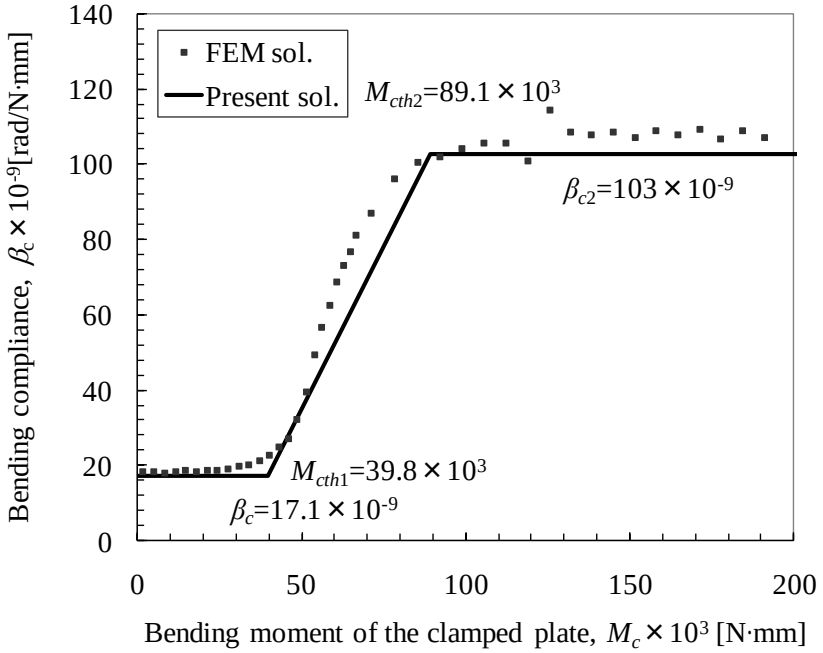

Fig. 3.20 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M10, *t*3.2, *t*9.0)

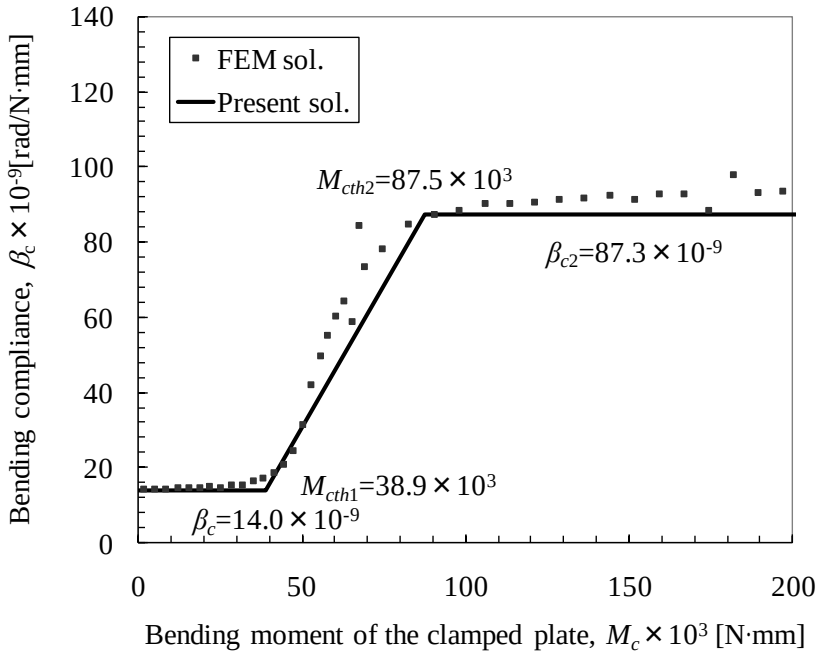

Fig. 3.21 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M10, *t*4.5, *t*4.5)

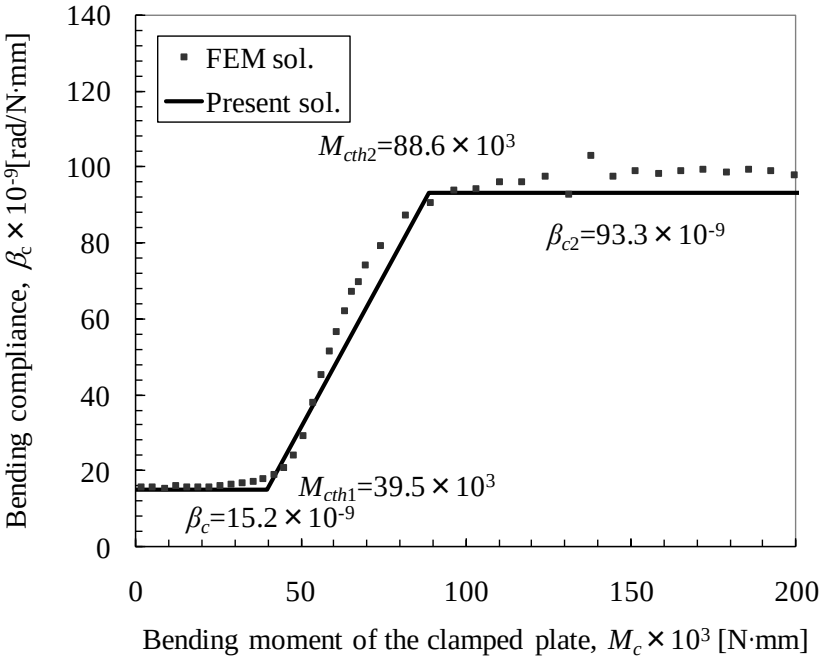

Fig. 3.22 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M10, *t*4.5, *t*6.0)

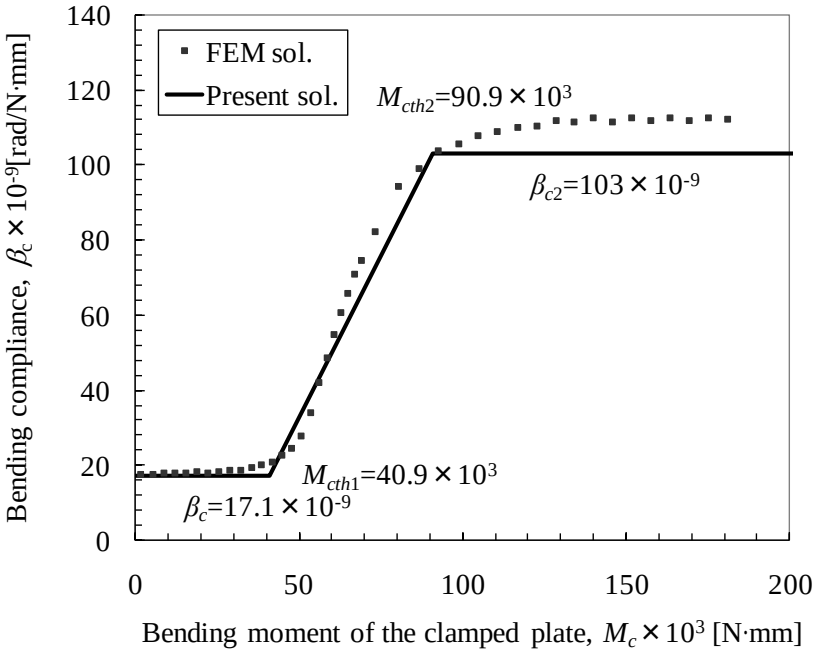

Fig. 3.23 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M10, *t*4.5, *t*9.0)

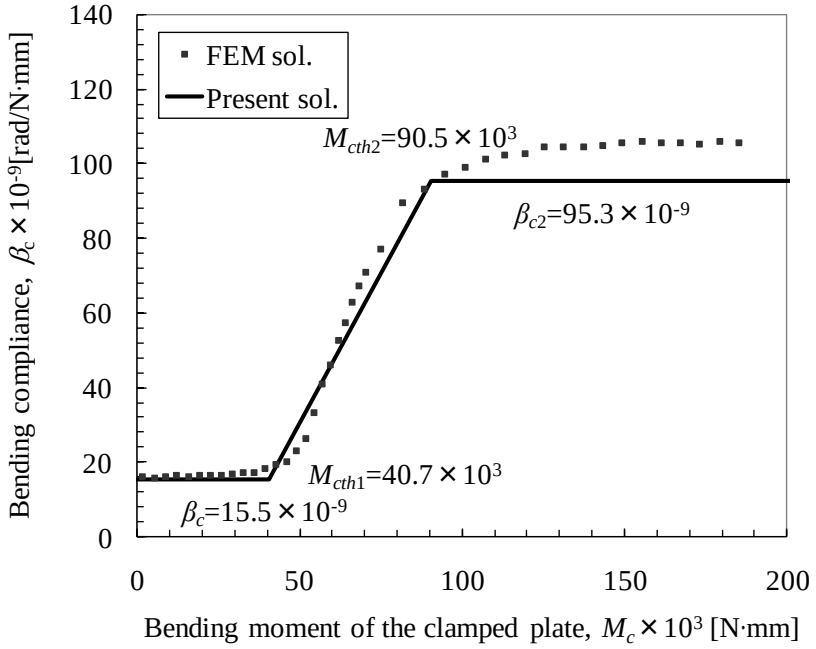

Fig. 3.24 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M10, *t*6.0, *t*6.0)

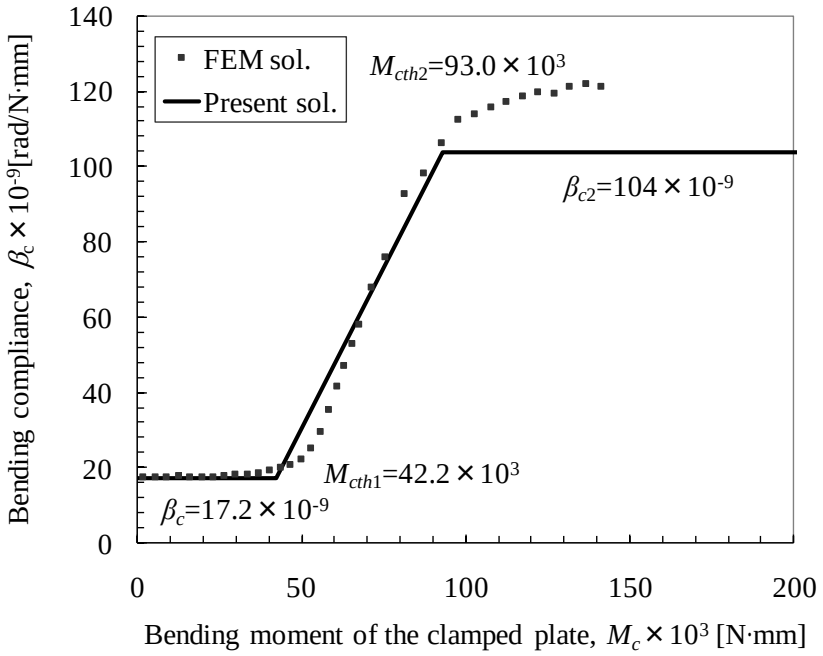

Fig. 3.25 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M10, *t*6.0, *t*9.0)

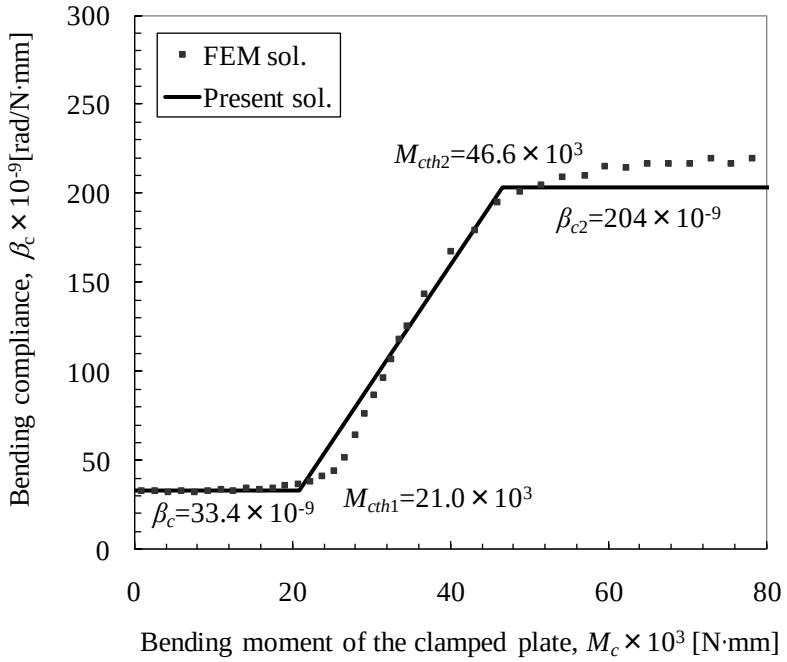

Fig. 3.26 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M8, *t*4.5, *t*6.0)

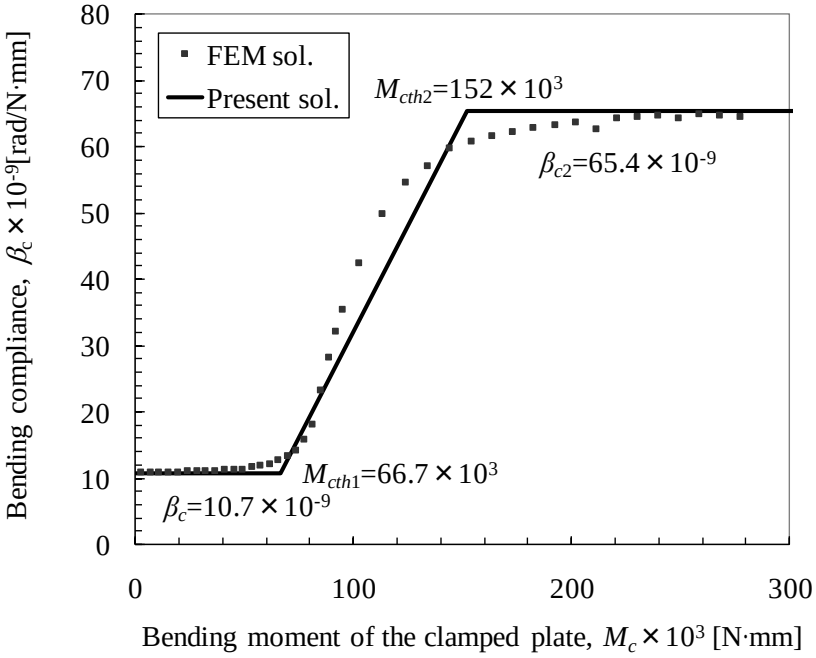

Fig. 3.27 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M12, *t*4.5, *t*6.0)

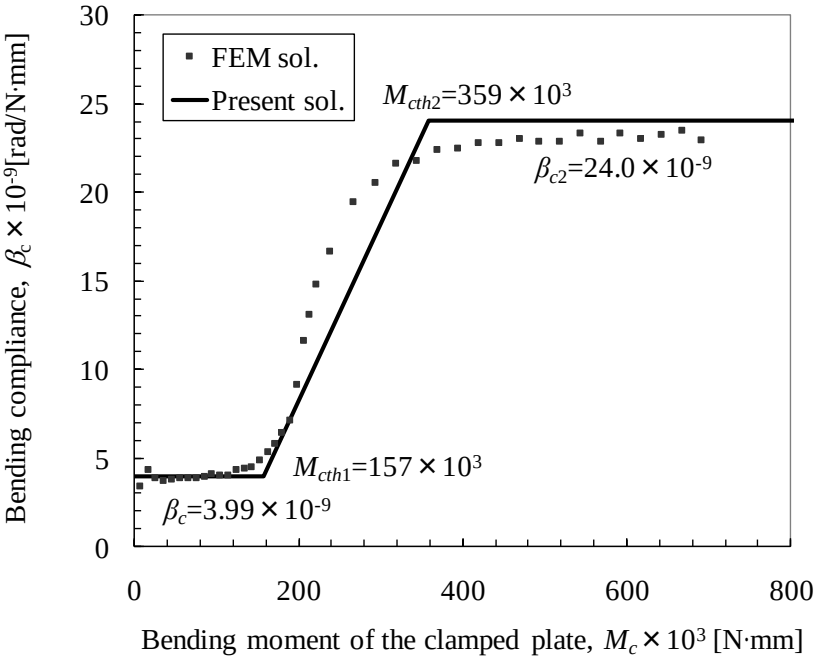

Fig. 3.28 Comparison of analysis result and prediction of bending compliance (M16, *t*4.5, *t*6.0)

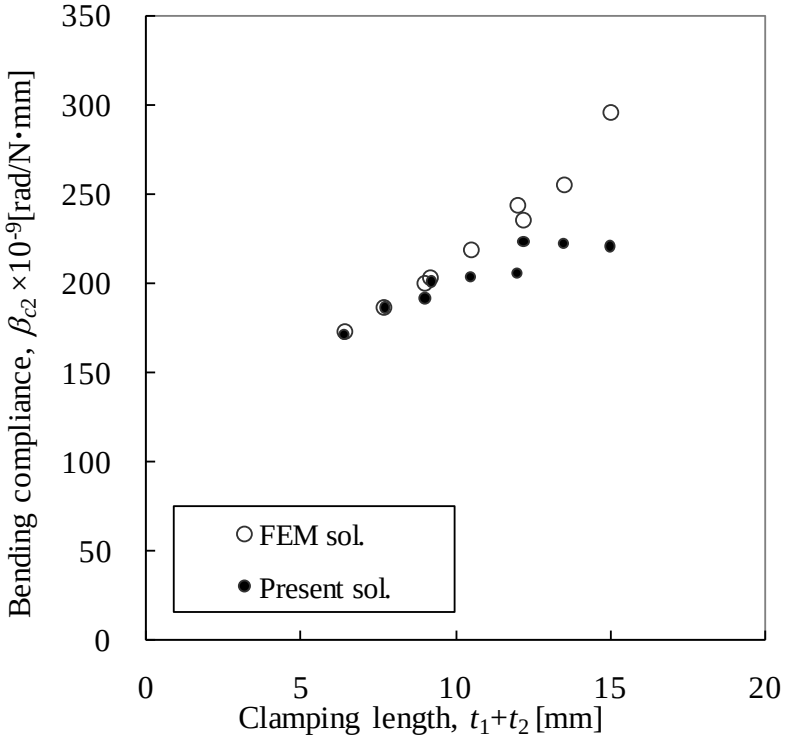

Fig. 3.29 Comparison of bending compliance of clamped plates with M8

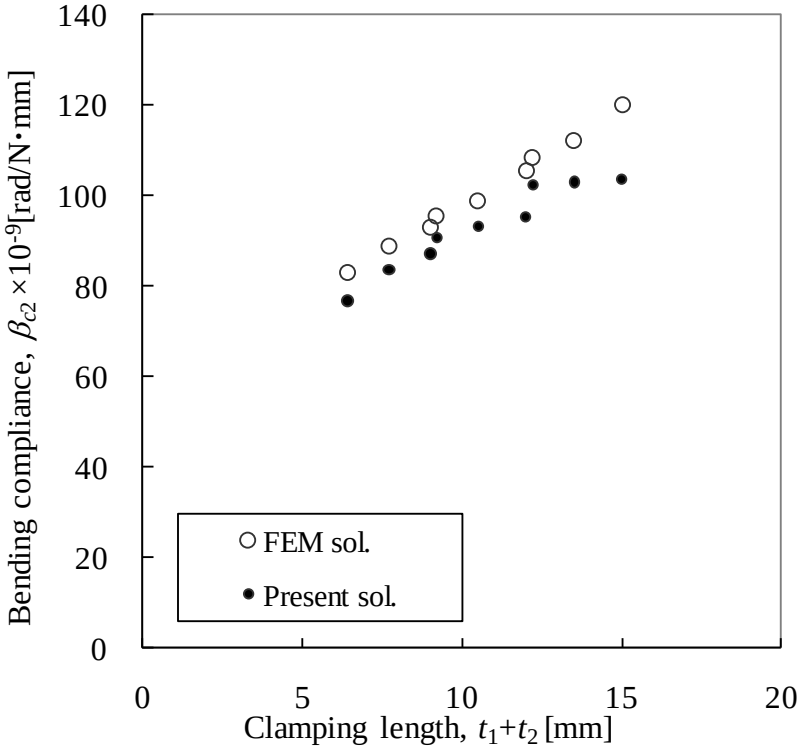

Fig. 3.30 Comparison of bending compliance of clamped plates with M10

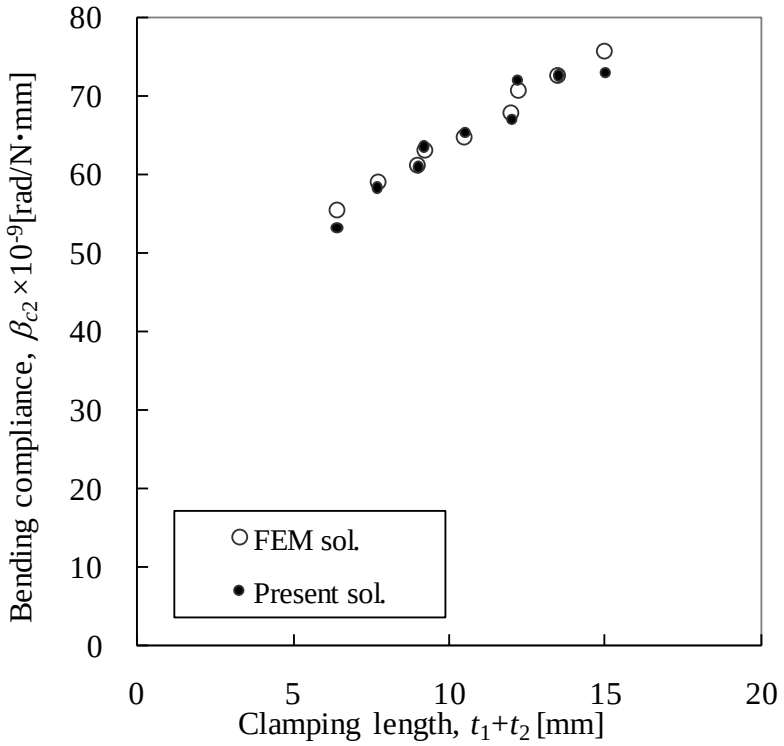

Fig. 3.31 Comparison of bending compliance of clamped plates with M12

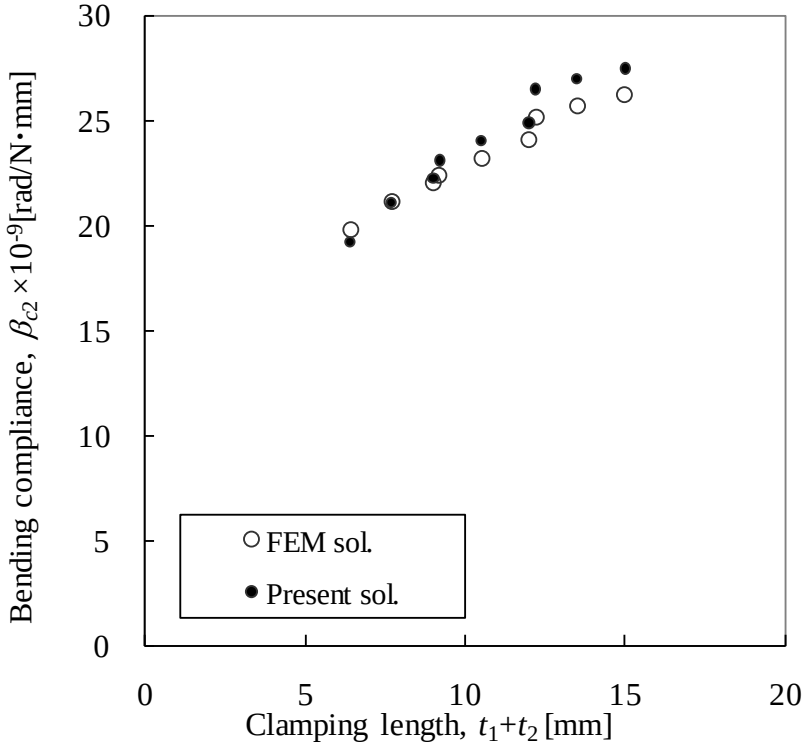

Fig. 3.32 Comparison of bending compliance of clamped plates with M16

3.7　結言

接触を考慮したボルト締結体モデルにおいて，被締結体の軸方向コンプライアンスと曲げコンプライアンスの非線形挙動を評価し，以下の結論を得た．

(1) 被締結体の軸方向コンプライアンスは，非線形となる領域は非常に狭く，その偏曲点の軸方向荷重 W_{ath} はボルトのコンプライアンス δ_b と被締結体のコンプライアンス δ_c を用いて求めたものと良く一致した．したがって，軸方向の剛性については，線形領域における剛性さえ予測できれば，被締結体間がかい離した後の挙動も十分予測可能であることが分かった．

(2) 被締結体の曲げコンプライアンスとモーメントの関係は，モーメントのしきい値 M_{cth1} と M_{cth2} により，(i) $0< M_c< M_{cth1}$, (ii) $M_{cth1}< M_c< M_{cth2}$, (iii) $M_{cth2}< M_c$ の三つの領域に分けられた．このとき (i) $0< M_c< M_{cth1}$ の領域では，被締結体の剛性は従来の VDI 2230 (2003)の等価圧縮体モデルで表される．

(3) 限界値を表す M_{cth1} と M_{cth2} を予測するために，被締結体の曲げコンプライアンスの非線形挙動を表す力学モデルを提案し，ボルト径や板厚を変えた場合にも良好な予測ができることが分かった．

(4) (iii) $M_{cth2}< M_c$ の領域では，モーメント荷重の引張側の接触面が完全分離する．圧縮側の面圧の大きさはモーメントの増加とともに増加するが，面圧の範囲はほとんど変化しないことが分かった．このことから，圧縮側のみに構成される円すい型の等価圧縮体で表す力学モデルを構築し，被締結体の剛性を定式化した．

(5) 構築したモデルによる被締結体のコンプライアンスの予測値と解析結果を比較した結果，ボルト径が小さく締付け長さ l_f が長い場合において，モデルでの予測値が解析値より小さい傾向があるが，おおむね一致した．特に 2 枚の板厚が大きく異なる場合のコンプライアンスの変化も良く表わせた．

本研究の結果，接合面の外径が等価円すい体の外径 $D_{A,Gr}$ よりも広い薄板構造物に対して，VDI 2230 (2003)で定義される曲げ剛性が，モーメントのしきい値 M_{cth1} 以下であれば適用できることが分かった．一般的な構造物においては，接合面の口開きが許容されないため，この範囲で設計することが求められる．

3.8　参考文献

(3.1)　Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Richtlinien Blatt 1 2230 (2003) Systematic calculation of high duty bolted joints -Joints with one cylindrical bolt-, 2003 [賀勢　晋司・川井　謙一　訳，高強度ねじ締結の体系的計算法 -円筒状一本ボルト締結-，日本ねじ研究協会，2006].

(3.2)　新版　接合技術総覧編集委員会，新版　接合技術総覧，産業技術サービスセンター，1992.

(3.3)　山本　晃，ねじ締結の原理と設計，養賢堂，1997.

(3.4)　吉本　勇，ねじ締結体設計のポイント，日本規格協会，1992.

(3.5)　酒井　智次，増補　ねじ締結概論，養賢堂，2008.

(3.6)　日本ねじ研究協会出版委員会，新版　ねじ締結ガイドブック，2006.

(3.7)　Bickford, J. H., Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints 4th Edition Non-Gasketed Joints, CRC, 2008.

第4章　シェル要素とビーム要素による ボルト締結体の簡易モデル化手法

4.1　緒言

第 2 章と第 3 章において，被締結体の剛性の線形挙動と非線形挙動を検討した．線形領域では VDI2230(2003)[4.1]の剛性式を改善し，軸方向剛性，曲げ剛性ともに精度の高い剛性式を提案した．非線形領域においても，被締結体間の接触面のかい離を考慮した力学モデルを構築し，その力学モデルから求められる被締結体の剛性によって非線形挙動を予測できることを示した．ボルト締結部の剛性は，ボルト自身の剛性と被締結体の剛性の合剛性で表わされる．したがって，これら被締結体の剛性を用いることで，ボルト締結部を精度良くモデル化することが可能であると考えられる．

1.1 節で述べたように，複数のボルト締結部を持つ複雑な構造物に対して，締結部の荷重を正確に評価するためには，締結部の剛性を加味しつつ構造全体をモデル化した解析が必要である．ボルトの最も簡易なモデル化手法として，２つの板材の穴またはボルトの座面領域を剛体棒要素で結合する方法が用いられている[4.2]．また，より精度の高い簡易モデル化手法として，等価ばねやビームを用いた解析手法が提案されている[4.2]~[4.6]．しかし，前者はボルト締結体の剛性が正確に考慮されていないため，解析精度に劣ると考えられる．後者においては，ボルト締結体を表す等価ばねやビームの剛性に様々なモデル化がなされている．

Montgomery らの手法[4.2],[4.3]は, ビーム要素としてボルトの剛性を考慮するのみで, 被締結体の剛性評価には計算負荷の高い接触を考慮した有限要素解析を必要とする．Rutman らの手法[4.4][4.5]は，等価ばね要素としてボルト径と座面径内の被締結体の軸方向剛性とせん断剛性を考慮するのみで, 被締結体剛性の精度が低い. Kim らは, VDI 2230 (2003) [4.1]の被締結体の軸方向剛性を考慮したモデル化を提案している[4.6]. この手法は，ボルトの力学を考慮した軸方向剛性を用いているため，前述の手法に比べて精度が高いと考えられる．しかしながら，締結部の曲げ剛性やねじり剛性が考慮でき

ていないという欠点がある．

そこで本章では，板材をシェル要素でモデル化し，ボルト締結体をビーム要素でモデル化するとき，第 2 章で得られた線形領域における被締結体の剛性を用いてビーム要素の剛性を決定する簡易モデル化手法を構築する．また，ボルト締結体の要素試験片に対して固有値測定を行い，構築した簡易モデルによる固有値解析結果と比較してモデル化手法の精度を検証する．

4.2　ボルト締結部のモデル化手法

ボルト締結部の模式図と，それをシェル要素とビーム要素でモデル化した解析モデルを図 4.1 に示す．締付け力が十分に保持されて 2 つの被締結体間の接触状態が変化しない状態では，ボルト自身と図 4.1 の灰色で示した被締結体の等価圧縮体で力が伝達される．ボルト締結部を，ボルトおよび等価圧縮体の合成体で表し，板材間やねじ，および座面での接触状態変化やすべりは考慮しないものとした．すなわち，ボルト締結体の剛性をボルト自身の剛性と，等価圧縮体で代表される被締結体の剛性の和として表わす．まず，ボルトの軸方向，曲げ，およびねじり剛性を決定する．次に，被締結体の軸方向，曲げ，およびねじり剛性を決定する．そして，ボルトと被締結体の剛性を，ボルトの締付け線図に基づき合成し，等価ビームの剛性を決定する．

4.2.1　ボルトの剛性

ボルトの軸方向剛性を表すコンプライアンスδ_bを，VDI 2230 (2003)の式に従い以下のように求める．

$$\delta_b = \frac{0.5d}{E_b \frac{\pi}{4} d^2} + \frac{l_g}{E_b \frac{\pi}{4} d_g^2} + \frac{l_s}{E_b \frac{\pi}{4} d_3^2} + \frac{0.5d}{E_b \frac{\pi}{4} d_3^2} + \frac{0.4d}{E_b \frac{\pi}{4} d^2} \tag{4.1}$$

ここで，d はボルトの呼び径，d_g は図 4.1 に示す円筒部の径，d_3 はボルトの谷径，E_b はボルトのヤング率を表す．l_g は図 4.1 に示す円筒部の長さ，l_s は締付け範囲のねじ長さを表す．右辺の第一項はボルト頭のコンプライアンス，第二項は円筒部のコンプライアンス，第三項はねじ部のコンプライアンス，第四項はボルトとナットのはめ合い部のコンプライアンス，第五項はナットのコンプライアンスを表わしている．第一項，第四項，第五項は，実験結果から経験的に求められている．図 4.1 の長さ l_g で示す円筒部が無い全ねじボルトの場合は，l_g=0 と l_s= l_f となる．

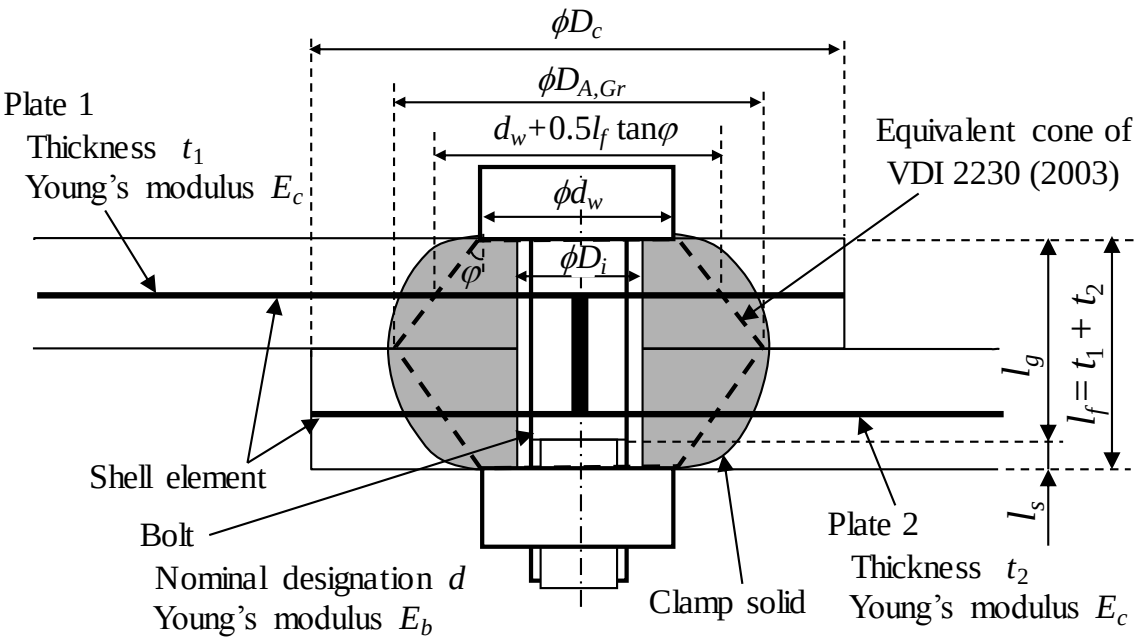

Fig. 4.1 Structure and model of bolt joints

ボルトの曲げ剛性β_bについても，VDI 2230 (2003)の式に従い，軸方向コンプライアンスδ_bと同様に，各部の曲げコンプライアンスの総和として求められる．

$$\beta_b = \frac{0.5d}{E_b \frac{\pi}{64} d^4} + \frac{l_g}{E_b \frac{\pi}{64} d_g^4} + \frac{l_s}{E_b \frac{\pi}{64} d_3^4} + \frac{0.5d}{E_b \frac{\pi}{64} d_3^4} + \frac{0.4d}{E_b \frac{\pi}{64} d^4} \tag{4.2}$$

4.2.2 被締結体の剛性

被締結体の等価圧縮体には，VDI 2230 (2003)で表わされる等価円すい体モデルを2.5 節で改良したもの用いる．図 4.1 に示す等価円すい体の頂角φは，式(2.13)に示した次式で求められる．

$$\tan\varphi = 0.323 + 0.032 \ln\left(\frac{l_f}{2d_w}\right) + 0.153 \ln\left(\frac{D_c}{d_w}\right) + 0.0717 \ln\left(\frac{t_1}{t_2}\right) \quad (\text{ただし}\quad t_1 \le t_2) \tag{4.3}$$

等価円すいの最大外径 $D_{A,Gr}$ は，式(2.6)で示した次式により求められる．

$$D_{A,Gr} = d_w + wl_f \tan\varphi \tag{4.4}$$

ここで，d_w は座面径で，w は締結体係数と呼ばれ，通しボルトの場合 w =1 が用いられる．被締結体が十分広く D_c>$D_{A,Gr}$ であるとき，被締結体の軸方向コンプライアンス δ_c は，式(2.7)で示した次式のように得られる．

$$\delta_c = \frac{2\ln\left[\dfrac{(d_w + D_i)(d_w + wl_f \tan\varphi - D_i)}{(d_w - D_i)(d_w + wl_f \tan\varphi + D_i)}\right]}{wE_c \pi D_i \tan\varphi} \tag{4.5}$$

ここで，E_c は被締結体のヤング率を表わす．

また，曲げ剛性は式(2.8)で示した断面二次モーメント I_{Bers} より求める．

$$I_{Bers} = \frac{3\pi}{64}\frac{(D_c - d_w)d_w^3 D_c^3}{D_c^3 - d_w^3} - \frac{\pi}{64}D_i^4 \tag{4.6}$$

締結体が十分広く D_c>$D_{A,Gr}$ であるとき， D_c の代わりに $D_{A,Gr}$ を用いる．曲げコンプライアンス β_c は式(2.9)と同様に次式のように表される．

$$\beta_c = \frac{l_f}{E_c I_{Bers}} \tag{4.7}$$

4.2.3 内力係数と修正係数

上記で求めたボルトと被締結体の剛性を用いて，外力が加わったときにボルトと被締結体が一体となって変形する状態を検討する．まず，理想的な状態として外力 W_a が座面内に加わった場合を想定する．外力が座面内に加わる場合のボルト締結体と締付け線図を図 4.2(a)に示す．このとき，図 4.2(b)に示すようにボルトが引張内力 F_b によって ε だけ伸び, 被締結体の座面間距離が圧縮内力の減少分 F_c によって ε だけ伸びる．したがって，ボルトの軸方向コンプライアンス δ_b と被締結体の軸方向コンプライアンス δ_c から，次式が成り立つ．

$$F_b\delta_b = F_c\delta_c = \varepsilon \tag{4.8}$$

一方，被締結体の座面間距離の伸び ε は，外力 W_a による引張変形 $W_a\delta_c$ から，ボルト

の引張内力 F_b の反力による圧縮変形 $F_b\delta_c$ を差し引いたものに等しい．すなわち，次式が成り立つ．

$$W_a\delta_c - F_b\delta_c = \varepsilon \tag{4.9}$$

式(4.8)と式(4.9)からεを消去すると以下の式が得られる．

$$W_a = F_b + F_c \tag{4.10}$$

$$\frac{F_b}{W_a} = \frac{\delta_c}{\delta_b + \delta_c} = \Phi \tag{4.11}$$

ここで，Φは内力係数と呼ばれるもので，外力 W_a に対する引張内力 F_b の割合を表わす．

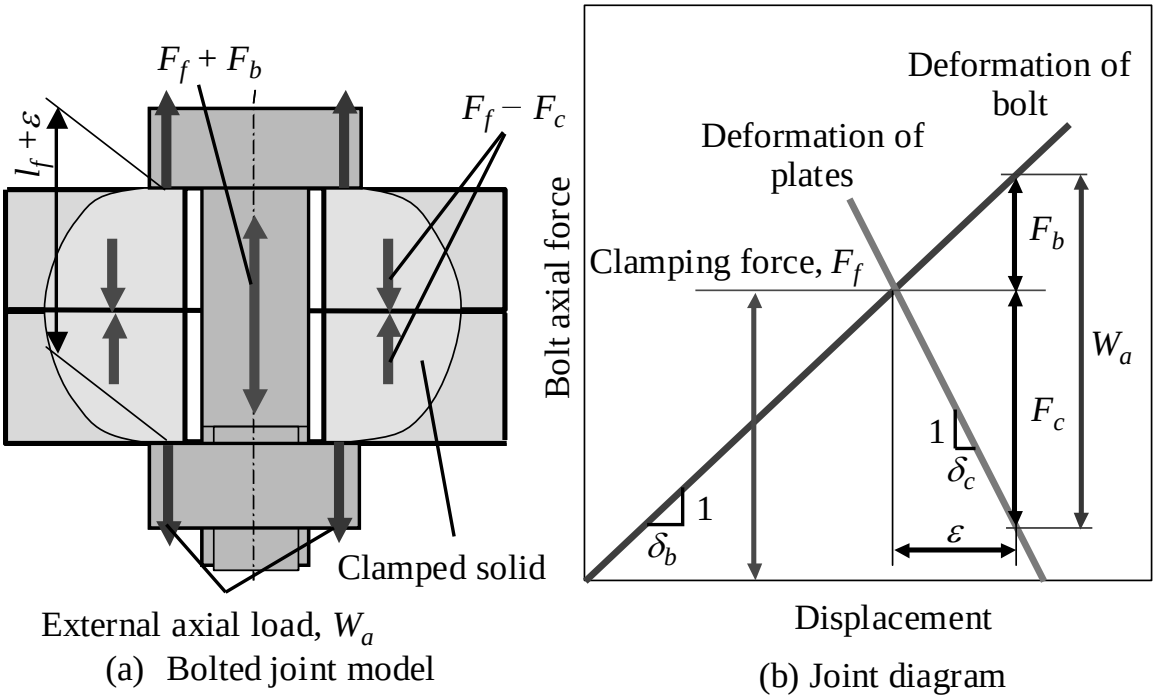

Fig. 4.2 Bolted joint with axial load on bearing surface

外力の負荷位置が座面内から外れると，ボルト締結体の変形状態が変わるため，内力係数を修正する必要があることが知られている(4.7)~(4.17). 外力負荷位置を考慮した内力係数Φ_nは，式(4.11)で定義される内力係数に対して修正係数 n を用いて次式のように定義される.

$$\Phi_n = n\Phi \tag{4.12}$$

この修正係数 n を，図 4.3(a)に示すような被締結体の外径 D_c が座面径 d_w より小さく, 外力 W_a が被締結体の接触面から上下 $h/2$ の位置に加わっている場合を例に説明する．このとき，図 4.3(b)に示すようにボルトが引張内力 F'_bによってε'だけ伸び，被締結体の座面間距離が圧縮内力の減少分 F'_cによってε'だけ伸びることから，式(4.8)と同様に次式が成り立つ.

$$F'_b\delta_b = F'_c\delta_c = \varepsilon' \tag{4.13}$$

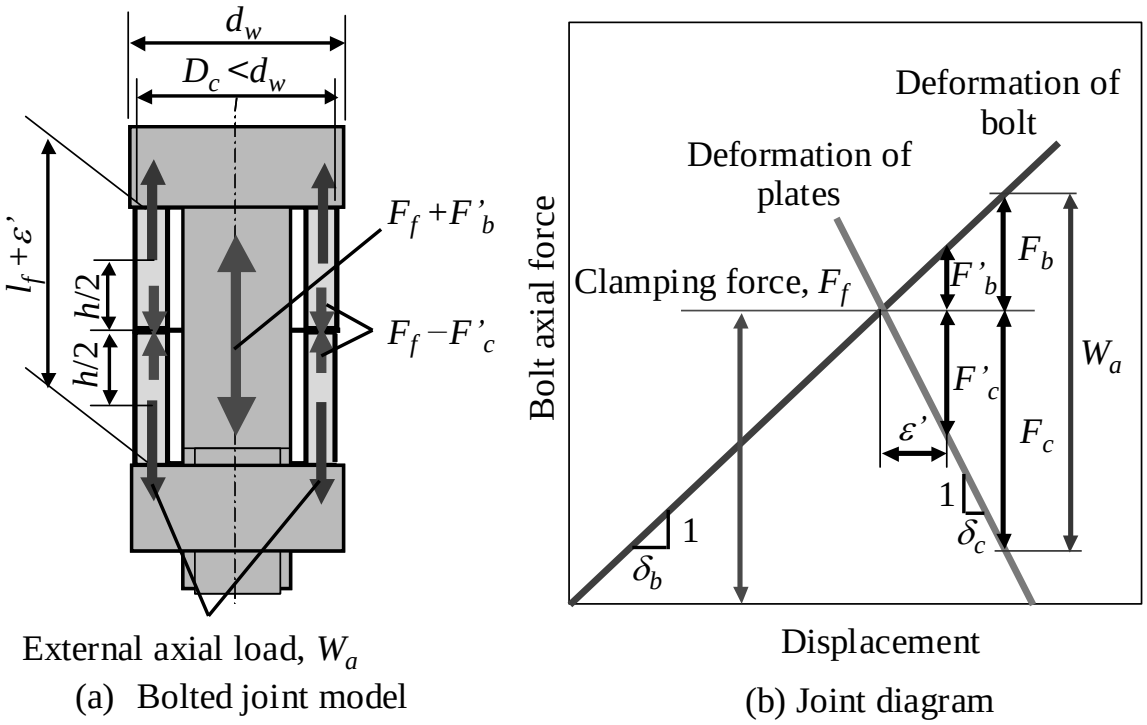

Fig. 4.3 Bolted joint with axial load between bearing surface and plates contact surface

一方，被締結体の座面間距離の伸びε'は，外力 W_a による長さ h の円筒の引張変形 $W_a\delta_c(h/l_f)$から，ボルトの引張内力 F'_bの反力による圧縮変形 $F'_b\delta_c$ を差し引いたものに等しい．すなわち，次式が成り立つ．

$$W_a\delta_c\frac{h}{l_f}-F_b\delta_c=\varepsilon' \tag{4.14}$$

式(4.13)と式(4.14)からε'を消去すると以下の式が得られる．

$$W_a\delta_c\frac{h}{l_f}=F'_b\delta_c+F'_b\delta_b \tag{4.15}$$

$$\Phi_n=\frac{F'_b}{W_a}=\frac{h}{l_f}\frac{\delta_c}{\delta_b+\delta_c}=n\Phi \tag{4.16}$$

このように，図 4.3 に示す被締結体の径が座面径 d_w より小さい場合，修正係数 n は荷重点の位置 h と締付け長さ l_f の比として表わされる．

上記のように被締結体が座面径 d_w より小さい場合は，被締結体の変形状態を容易にモデル化できるため，修正係数 n が単純な式で表わされる．実際は，修正係数 n は被締結体の形状や荷重点位置に依存して変化する．板材を締付ける場合は，図 4.4(a)に示すように板材が等価円すい体の外径 $D_{A,Gr}$ に比べて十分広く，外力 W_a も等価円すい体の外側に加わるような状態が特に頻繁に想定される．

修正係数 n として，VDI 2230 (2003) [4.1]では Hanau らが境界要素解析から求めたものを用いている．Hanau らのモデル[4.8]では，偏心外力が加わる場合を想定し，被締結体の接触面分離が考慮されていない．そのため，図 4.4(a)に示す板材が $D_{A,Gr}$ に比べて十分広く，外力 W_a も $D_{A,Gr}$ の外側に加わるような場合に適用できない．また，沢らは，柴原らの三次元弾性理論に基づく円筒の式[4.9]~[4.11]を用いて，軸対称円筒やＴ型フランジ，円形フランジの場合に対して，修正係数 n を算出している[4.12]~[4.14]．これらの修正係数 n の元となる三次元弾性理論に基づく円筒の式[4.9]~[4.11]においても，被締結体の接触面の分離が考慮されていない．そのため，これらの修正係数 n の式を用いて内力係数を計算すると，外力が等価円すい体の外側に加わる場合において 0 以下となってしまうという非現実的な値が算出されてしまう．

吉本らは，柴原らの三次元弾性理論による円筒の式[4.9]~[4.11]を発展させ，被締結体の接触面の分離を考慮しつつ修正係数 n を算出する手法を提案している[4.15]．この手法

は，接合面が外力によって徐々に分離していく状態を等価円筒の径を変化させて計算する収束計算を必要とし，適用が困難である．萩原は，外力が等価円すい体の外側に加わる場合を想定し，荷重・変位関係がほぼ線形となる接合面分離の少ない状態に対し修正係数 n を簡略化して求めている(4.16)~(4.17)．本研究においては，萩原の手法を用いて修正係数 n を求め，第 2 章で得られた被締結体の剛性を用いて内力係数を求めることとした．

図 4.4(a)に示すように板材が等価円すい体の外径 $D_{A,Gr}$ に比べて十分広く，外力 W_a も等価円すい体の外側に加わるような状態を考える．このとき図 4.4(b)に示すように，ボルトが引張内力 F''_b によって ε'' だけ伸び，被締結体の座面間距離が圧縮内力の減少分 F''_c によって ε'' だけ伸びることから，式(4.13)と同様に次式が成り立つ．

$$F''_b\delta_b = F''_c\delta_c = \varepsilon'' \tag{4.17}$$

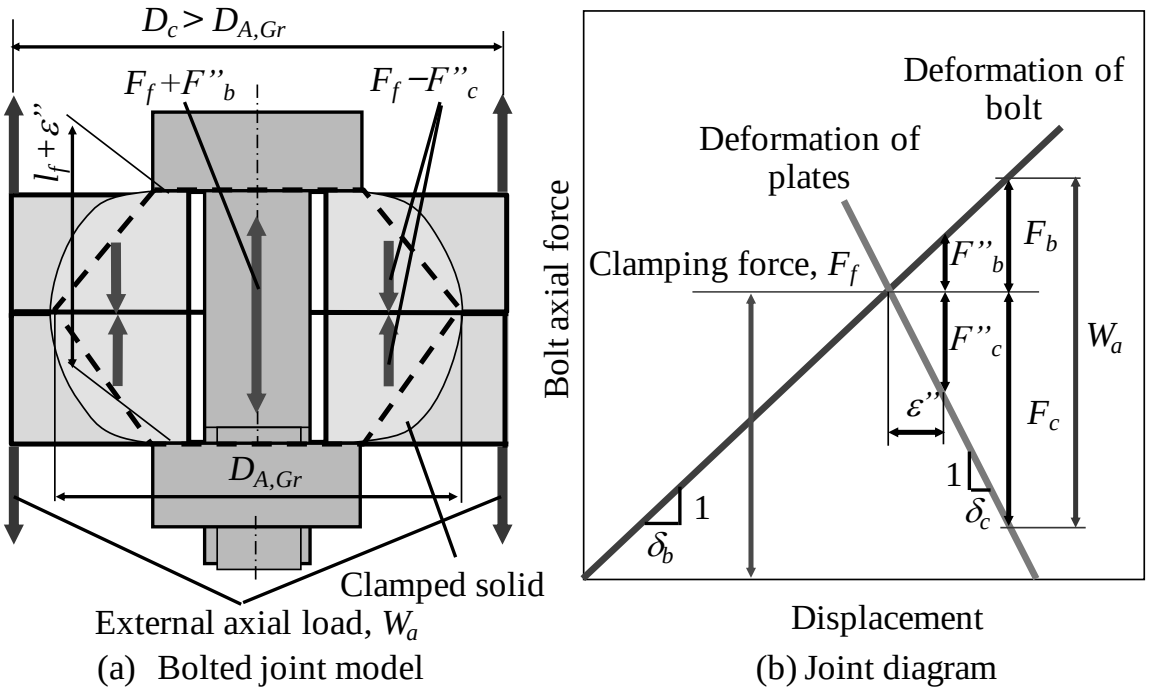

Fig. 4.4 Bolted joint with axial load away from outer diameter of equivalent cone, $D_{A,Gr}$

一方被締結体については，図 4.5(a)のように座面位置にボルトの引張内力 F''_bが作用し，さらに $D_{A,Gr}$ より外側に外力 W_a が作用した状態となる．この場合，$D_{A,Gr}$ より外側は，外力 W_a が作用しなくても接合面が分離しており，ボルト締結体の内力と変形は $D_{A,Gr}$ より内側の領域でつり合うため，図 4.5(b)(c)に示す外径 $D_{A,Gr}$，内径 D_i の円筒の圧縮変形と引張変形の重ね合わせと考えられる．図 4.5(b)に示す圧縮変形は，ボルトの引張内力 F''_b の反力が座面内に加わった状態と考えることができる．この圧縮変形に対する被締結体のコンプライアンスは，式(4.5)で示したδ_c となる．

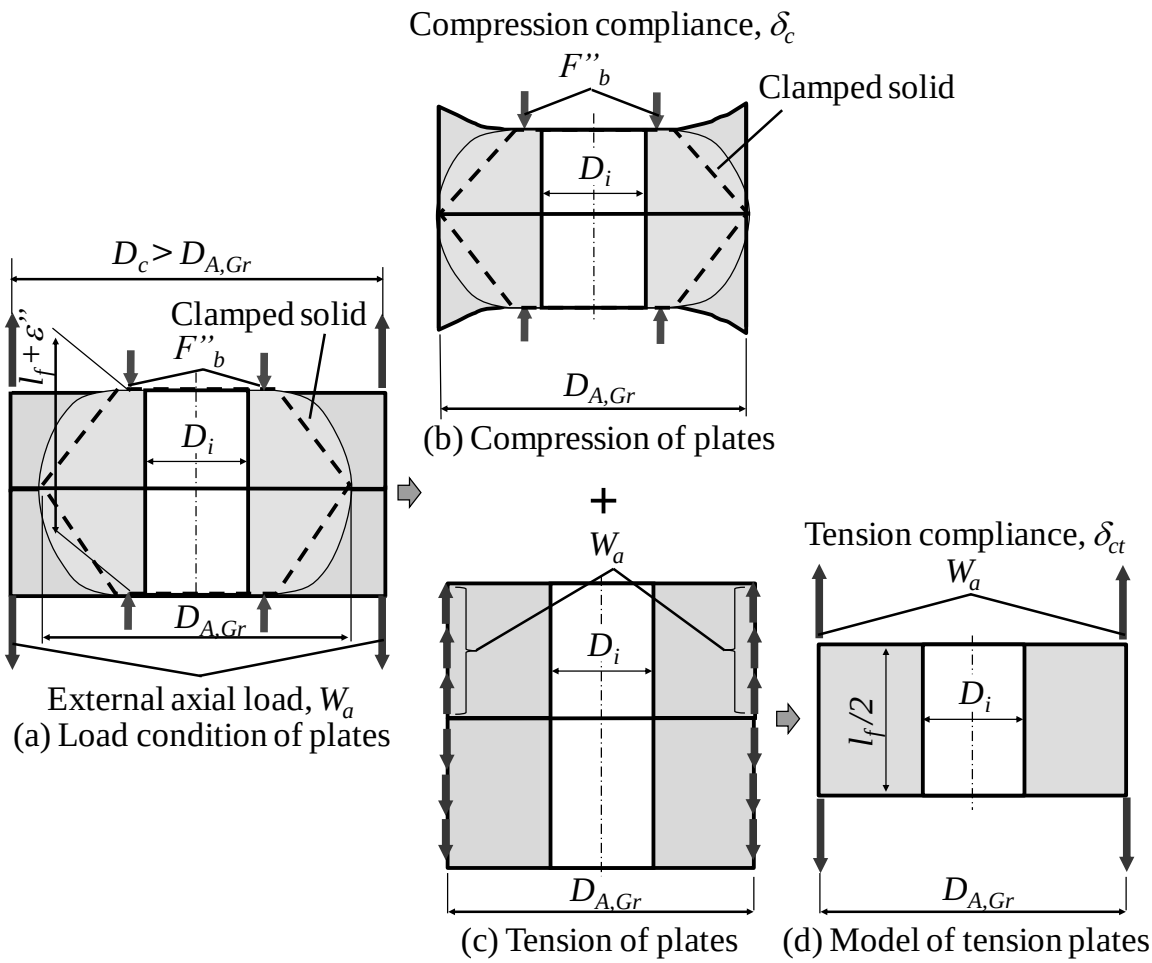

Fig. 4.5 Plates stiffness model of bolted joint with axial load away from outer diameter of equivalent cone, $D_{A,Gr}$

一方引張変形は，外力 W_a が等価円すいの外径 $D_{A,Gr}$ に比べて十分に大きければ，図 4.5(c)に示すように外径 $D_{A,Gr}$ の円筒外径面に一様に分布すると考えられる．この状態は，図 4.5(d)に示すように外径 $D_{A,Gr}$，内径 D_i，長さ $l_f/2$ の円筒の上下面に集中力 W_a が加わったモデルに置き換えることができる．このときの引張コンプライアンス δ_{ct} は，次式で求められる．

$$\delta_{ct} = \frac{l_f/2}{E_c \dfrac{\pi}{4}\left(D_{A,Gr}^2 - D_i^2\right)} \tag{4.18}$$

したがって，図 4.5(b)(c)を重ね合わせた被締結体の座面の伸び ε'' は次式で求められる．

$$W_a\delta_{ct} - F_b''\delta_c = \varepsilon'' \tag{4.19}$$

式(4.17)と式(4.19)から ε'' を消去すると以下の式が得られる．

$$W_a\delta_{ct} = F_b''\delta_c + F_b''\delta_b \tag{4.20}$$

$$\Phi_n = \frac{F_b''}{W_a} = \frac{\delta_{ct}}{\delta_c}\frac{\delta_c}{\delta_b + \delta_c} = n\Phi \tag{4.21}$$

このように，図 4.5 に示した外力 W_a が等価円すい体の外側に加わる場合，修正係数 n は式(4.18)に示す被締結体の引張コンプライアンス δ_{ct} と式(4.5)に示す被締結体の圧縮コンプライアンス δ_c の比として表わされる．

ここまでは，軸方向荷重 W_a に対する内力係数 Φ と修正係数 n を議論してきた．ボルト締結体に曲げモーメント M を加えた場合も，ボルトと被締結体両者が荷重を分担することから，曲げモーメント M に対する内力係数 Φ_β と修正係数 n_β を同様に定義することができる．曲げモーメントに対する内力係数 Φ_β は，式(4.2)で示したボルトの曲げコンプライアンス β_b と式(4.7)で示した被締結体の曲げコンプライアンス β_c から，以下のように得られる．

$$\Phi_\beta = \frac{\beta_c}{\beta_b + \beta_c} \tag{4.22}$$

曲げモーメント M が等価円すい体の外側に加わる場合，図 4.5 に示した軸方向荷重と同様に，図 4.5(b)の座面内にボルトのモーメントの反力が加わるモデルと，図 4.5(c)

の円筒外表面にモーメント M が加わるモデルの重ね合わせと考える．図 4.5(c)の等価モデルとして，図 4.5(d)に示す外径 $D_{A,Gr}$，内径 D_i，長さ $l_f/2$ の円筒の曲げコンプライアンスβ_{ct}を以下のように定義する．

$$\beta_{ct} = \frac{l_f/2}{E_c \dfrac{\pi}{64}\left(D_{A,Gr}^4 - D_i^4\right)} \tag{4.23}$$

この円筒の曲げコンプライアンスβ_{ct} と被締結体の曲げコンプライアンスβ_c から修正係数 n_βが定義され，モーメント負荷位置を考慮した内力係数$\Phi_{\beta n}$ も次のように定義できる．

$$n_\beta = \frac{\beta_{ct}}{\beta_c} \tag{4.24}$$

$$\Phi_{\beta n} = n_\beta \Phi_\beta \tag{4.25}$$

4.2.4 ボルト締結体の等価ビーム剛性

ここまで定義したボルトのコンプライアンスと被締結体のコンプライアンス，および，それらの内力係数とその修正係数から，ボルト剛性を表わす等価ビームを定義する．まず，等価ビームの軸方向剛性を，ボルト締結体の軸方向剛性と一致するように決定する．図 4.1 のように板材をシェル要素でモデル化する場合，ボルト締結体を表す等価ビームの長さは，板材の厚さの和で表わされる締付け長さ l_fの 1/2 となる．したがって，等価ビームに軸方向荷重 W_a が加わったときの伸びは，図 4.4(a)に示した座面の変位ε''の 1/2 となる．式(4.17)と式(4.21)から次式が得られる．

$$\frac{1}{2}\varepsilon'' = \frac{1}{2}F_b''\delta_b = \frac{1}{2}\Phi_n \delta_b W_a \tag{4.26}$$

一方，等価ビームのヤング率を E_b，断面積を A_{beq} とすると， $1/2 \cdot l_f$長さの等価ビームに軸方向荷重 W_a が加わったときの伸びは次式で表わされる．

$$\frac{1}{2}\varepsilon'' = \frac{W_a}{E_b A_{beq}} \frac{1}{2} l_f \tag{4.27}$$

便宜上断面積 A_{beq} となる等価径 d_{eq1} を定義すると，式(4.26)と式(4.27)から等価ビームの断面積を A_{beq} は次式で表わされる．

$$\frac{\pi}{4}d_{eq1}^{2}=A_{beq}=\frac{l_f}{\Phi_n\delta_b E_b} \tag{4.28}$$

曲げ剛性についても同様に考える．等価ビームの断面二次モーメントを I_{beq} とし，便宜上断面二次モーメント I_{beq} となる等価径 d_{eq2} を定義すると，式(4.2)のボルトの曲げコンプライアンスβ_b と，式(4.25)のモーメント負荷位置を考慮した内力係数$\Phi_{\beta n}$ から，I_{beq} は次式のように定義される．

$$\frac{\pi}{64}d_{eq2}^{4}=I_{beq}=\frac{l_f}{\Phi_{\beta n}\beta_b E_b} \tag{4.29}$$

ねじり剛性も曲げ剛性と同様に考える．円柱体のねじり剛性を表す断面二次極モーメントは，曲げ剛性を表す断面二次モーメントの 2 倍となる．ボルト締結部を模擬したビーム要素の等価断面二次極モーメントは，結果的に等価断面二次モーメント I_{beq} の 2 倍となる．したがって，ねじり剛性の等価径は曲げ剛性の等価径 d_{eq2} と等しくなり，ねじりトルクに対する内力係数も曲げモーメントに対する内力係数$\Phi_{\beta n}$ に等しい．

ボルト締結体の等価ビームの剛性を求めたものを表 4.1 に示す．ここでは，板材とボルトをヤング率が等しい材料とし，穴径は JIS B1001 の 2 級とした．また，ボルトは全ねじボルトとし，厚さ 3.2mm と 4.5mm（以後 t3.2，t4.5 と表記）の板をそれぞれ 2 枚締結した場合を求めた．等価ビーム径は，呼び径よりも大きく板厚が厚くなるほど大きくなる．

Table 4.1 Stiffness of equivalent beam and equivalent pressure area

			M6	M8	M10	M12	M16	M20	M24
E_b		[MPa]	206000	206000	206000	206000	206000	206000	206000
E_c		[MPa]	206000	206000	206000	206000	206000	206000	206000
d_3		[mm]	4.197	6.647	8.376	10.106	13.835	17.294	20.752
d_w		[mm]	8.88	11.63	14.63	16.63	22.00	27.70	33.25
D_i		[mm]	6.60	9.00	11.00	13.50	17.50	22.00	26.00
D_c		[mm]	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00
t3.2×2	$\tan\varphi$		0.6062	0.5563	0.5139	0.4902	0.4384	0.3958	0.3620
	$D_{A,Gr}$	[mm]	12.76	15.19	17.92	19.77	24.81	30.23	35.57
	δ_b	$\times 10^{-9}$ [mm/N]	4225	2150	1561	1214	812.7	617.1	495.9
	δ_c	$\times 10^{-9}$ [mm/N]	594.9	430.1	286.6	278.0	167.6	112.9	78.46
	δ_{ct}	$\times 10^{-9}$ [mm/N]	165.8	132.1	98.85	94.87	63.99	45.99	33.58
	n		0.2788	0.3071	0.3449	0.3413	0.3819	0.4075	0.4280
	Φ		0.1234	0.1667	0.1552	0.1863	0.1709	0.1546	0.1366
	β_b	$\times 10^{-9}$ [rad/N·mm]	3408	700.7	318.0	169.1	60.60	29.26	16.25
	β_c	$\times 10^{-9}$ [rad/N·mm]	60.88	26.46	11.908	8.579	3.124	1.3603	0.6737
	β_{ct}	$\times 10^{-9}$ [rad/N·mm]	12.86	6.779	3.578	2.649	1.111	0.5264	0.2768
	n_β		0.2112	0.2562	0.3004	0.3088	0.3556	0.3870	0.4109
	Φ_β		0.01755	0.03639	0.03609	0.04829	0.04902	0.04443	0.03981
	A_{beq}	[mm^2]	213.7	282.3	372.0	402.5	585.6	799.0	1071.6
	I_{beq}	$\times 10^3$ [mm^4]	2.459	4.756	9.009	12.32	29.41	61.77	116.9
	d_{eq1}	[mm]	16.50	18.96	21.76	22.64	27.31	31.90	36.94
	d_{eq2}	[mm]	14.96	17.64	20.70	22.38	27.82	33.49	39.28
	D_{weq}	[mm]	10.82	13.41	16.27	18.20	23.40	28.97	34.41
t4.5×2	$\tan\varphi$		0.6171	0.5672	0.5248	0.5011	0.4493	0.4067	0.3729
	$D_{A,Gr}$	[mm]	14.43	16.74	19.35	21.14	26.04	31.36	36.61
	δ_b	$\times 10^{-9}$ [mm/N]	5138	2514	1790	1371	896.6	670.8	533.2
	δ_c	$\times 10^{-9}$ [mm/N]	703.9	519.2	355.6	343.9	213.7	146.8	103.7
	δ_{ct}	$\times 10^{-9}$ [mm/N]	168.8	139.7	109.7	105.1	74.76	55.69	41.89
	n		0.2398	0.2691	0.3085	0.3056	0.3499	0.3794	0.4039
	Φ		0.1205	0.1712	0.1658	0.2005	0.1925	0.1795	0.1628
	β_b	$\times 10^{-9}$ [rad/N·mm]	4237	832.4	370.3	193.7	67.62	32.13	17.64
	β_c	$\times 10^{-9}$ [rad/N·mm]	66.86	29.97	14.02	10.110	3.846	1.723	0.8726
	β_{ct}	$\times 10^{-9}$ [rad/N·mm]	10.72	6.192	3.542	2.673	1.215	0.6072	0.3324
	n_β		0.1603	0.2066	0.2526	0.2644	0.3159	0.3523	0.3810
	Φ_β		0.01554	0.03475	0.03649	0.04960	0.05382	0.05090	0.04715
	A_{beq}	[mm^2]	294.3	377.3	477.4	519.9	723.6	956.2	1245.9
	I_{beq}	$\times 10^3$ [mm^4]	4.140	7.310	12.80	17.20	38.00	75.82	137.9
	d_{eq1}	[mm]	19.36	21.92	24.65	25.73	30.35	34.89	39.83
	d_{eq2}	[mm]	17.04	19.64	22.60	24.33	29.66	35.25	40.94
	D_{weq}	[mm]	11.66	14.18	16.99	18.88	24.02	29.53	34.93

4.2.5 等価座面領域

実際に多数のボルトで締結された大きな構造物をモデル化する場合，計算の効率を向上させるためにはできるだけ節点数を減少させることが望ましい．また，自動要素分割を用いることも考慮すると，ボルト穴を省略して，なるべく四辺形形状で分割されたモデルとした方が扱いやすい．そこで，図 4.6 に示すように板材を表すシェル要素上のボルト穴を省略し，ボルト中心にできる板材の節点を上記の等価ビーム要素で結合することとした．

シェル要素とビーム要素を同一節点で単につないだ場合，シェル要素のビーム要素との結合部は局所的に変形してしまう．しかし，実際はボルトと等価圧縮体が一体となって変形するため，上記のような局所変形は起こらない．したがって，等価圧縮体内のシェル要素の変形を等価ビームの変形に拘束する必要がある．図 4.1 に示したように，板材をモデル化したシェル要素は板の中立軸上に置かれるため，シェル面上の等価圧縮体の径は $d_w+0.5l_f\tan\varphi$ となる．この領域を等価座面領域と呼ぶこととする．等価座面領域のシェル要素節点を，等価ビーム要素の端点に以下に示すように拘束することとした．

図 4.7 に等価座面領域の拘束条件と変形状態を示す．前述のように，なるべく四辺形形状でモデル化するために，等価座面領域は一辺 D_{weq} の正方形とする．等価座面領域上の節点 1～8 の並進自由度を，等価ビーム要素の端点 0 の並進と回転自由度によって拘束する．節点 i の座標を(x_i, y_i, z_i)，x, y, z 方向の並進自由度を u_{xi}, u_{yi}, u_{zi}，回転自由度を r_{xi}, r_{yi}, r_{zi} と表すこととする．等価座面領域上の節点 i の z 方向並進自由度 u_{zi} を，ビーム端点 0 の座標と自由度を用いて次式のように表す．

$$u_{zi} - u_{z0} = (y_i - y_0)r_{x0} - (x_i - x_0)r_{y0} \tag{4.30}$$

同様の拘束方程式を，節点 i の x と y 方向の並進自由度 u_{xi} と u_{yi} にも与える．このような拘束方程式は，ANSYS®では CERIG コマンド，MSC/NASTRAN®では RBE2 要素を用いて容易に定義できる．表 4.1 には，等価座面領域の一辺の長さ D_{weq} の値も示した．等価座面領域 D_{weq} は，座面径 d_w より大きく，板厚が厚くなるほど大きくなる．

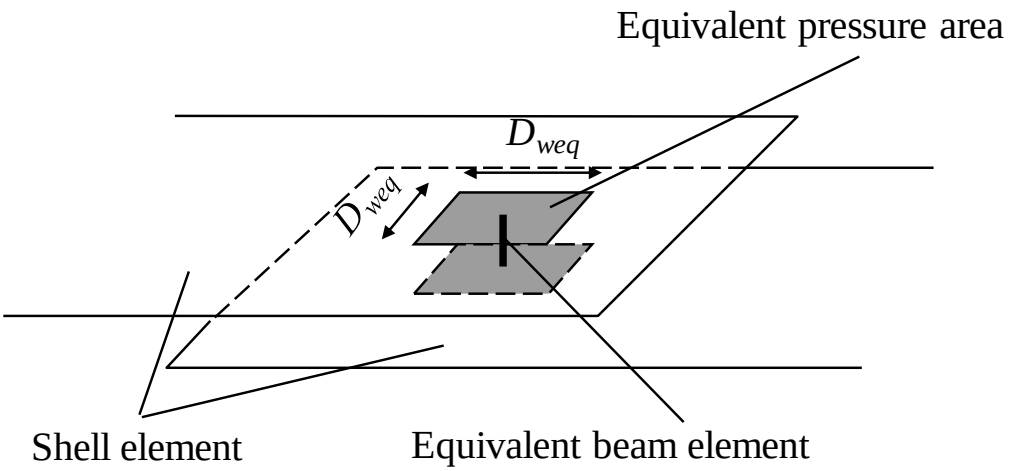

Fig. 4.6 Equivalent model of bolt joints

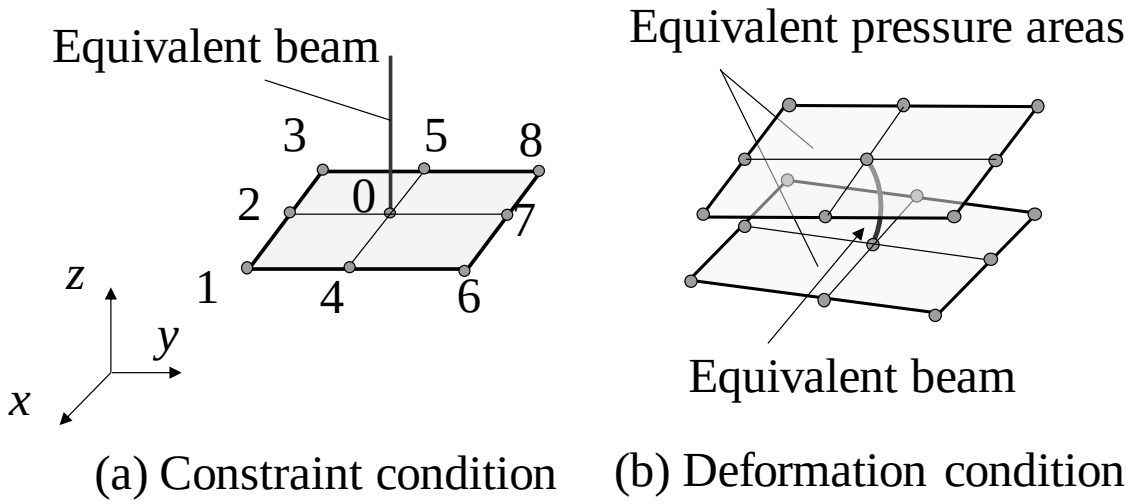

Fig. 4.7 Constraint condition of equivalent pressure areas

4.2.6 VDI 2230 (1977)に基づくボルト締結体の簡易モデル

4.2.1 節から 4.2.5 節では，VDI 2230 (2003)を基に第 2 章で拡張した被締結体の剛性式によりボルト締結体のモデル化を示した．一方で，VDI 2230 (1977)を基にボルト締結体の剛性を以下のように決定することもできる[4.18]．

図 4.8 に VDI 2230 (1977)に基づく場合のボルト締結体モデルを示す．まず，ボルトのコンプライアンス$\delta_{b(1977)}$（以後 VDI 2230 (1977)に基づくものは，添え字に(1977)を付加して区別する），VDI 2230 (2003)の式(4.1)に対して次式のように表わされる．

$$\delta_{b(1977)} = \frac{0.4d}{E_b \frac{\pi}{4} d^2} + \frac{l_g}{E_b \frac{\pi}{4} d_g^2} + \frac{l_s}{E_b \frac{\pi}{4} d_3^2} + \frac{0.4d}{E_b \frac{\pi}{4} d^2} \tag{4.31}$$

最初と最後の項はボルト頭とナットの剛性を表わし，同一の項を用いている．VDI 2230 (2003)の式(4.1)ではボルト頭とナットで剛性式が異なり，さらにナット側ではねじの遊びに対する剛性を考慮している点で，VDI 2230 (1977)の式(4.31)に対して改善されている．

ボルトの曲げ剛性β_bについても，VDI 2230 (2003)の式(4.2)にと同様に，各部の曲げコンプライアンスの総和として求められる．

$$\beta_{b(1977)} = \frac{0.4d}{E_b \frac{\pi}{64} d^4} + \frac{l_g}{E_b \frac{\pi}{64} d_g^4} + \frac{l_s}{E_b \frac{\pi}{64} d_3^4} + \frac{0.4d}{E_b \frac{\pi}{64} d^4} \tag{4.32}$$

一方 VDI 2230 (1977)の被締結体の剛性は，等価圧縮体を図 4.8 の点線で示すように外径が等価径 D_{eq} で内径が穴径 D_i の中空円筒にモデル化される．等価径 D_{eq} と等価断面積 A_{eq} は，式(4.33)と式(4.34)のように定義されている．また，被締結体の軸方向コンプライアンス$\delta_{c(1977)}$は，式(4.35)のように得られる．

$$D_{eq} = d_w + \frac{l_f}{10} \quad \left(3d_w < D_c, \quad l_f \le 8d \text{のとき}\right) \tag{4.33}$$

$$A_{eq} = \frac{\pi}{4}\left(D_{eq}^2 - D_i^2\right) \tag{4.34}$$

$$\delta_{c(1977)} = \frac{l_f}{E_c A_{eq}} \tag{4.35}$$

D_c は被締結体の外径を表し，式は被締結体がボルトに対して十分に広い $D_c > 3d_w$ の場

合に適用される式である．

被締結体の曲げ剛性については VDI 2230 (1977)に定義されていない．ここでは，軸方向コンプライアンスと同様に外径が等価径 D_{eq} で内径が穴径 D_i の中空円筒の曲げ剛性を仮定し，曲げコンプライアンス$\beta_{c(1977)}$を次式のように表す．

$$\beta_{c(1977)} = \frac{l_f}{E_c I_{eq}} = \frac{64 l_f}{\pi E_c \left(D_{eq}^4 - D_i^4\right)} \tag{4.36}$$

上記のボルトと被締結体の軸方向コンプライアンス，曲げコンプライアンスから，4.2.3 節と同様に軸方向と曲げの内力係数$\Phi_{(1977)}$, $\Phi_{\beta(1977)}$を定義することができる．

$$\Phi_{(1977)} = \frac{\delta_{c(1977)}}{\delta_{b(1977)} + \delta_{c(1977)}} \tag{4.37}$$

$$\Phi_{\beta(1977)} = \frac{\beta_{c(1977)}}{\beta_{b(1977)} + \beta_{c(1977)}} \tag{4.38}$$

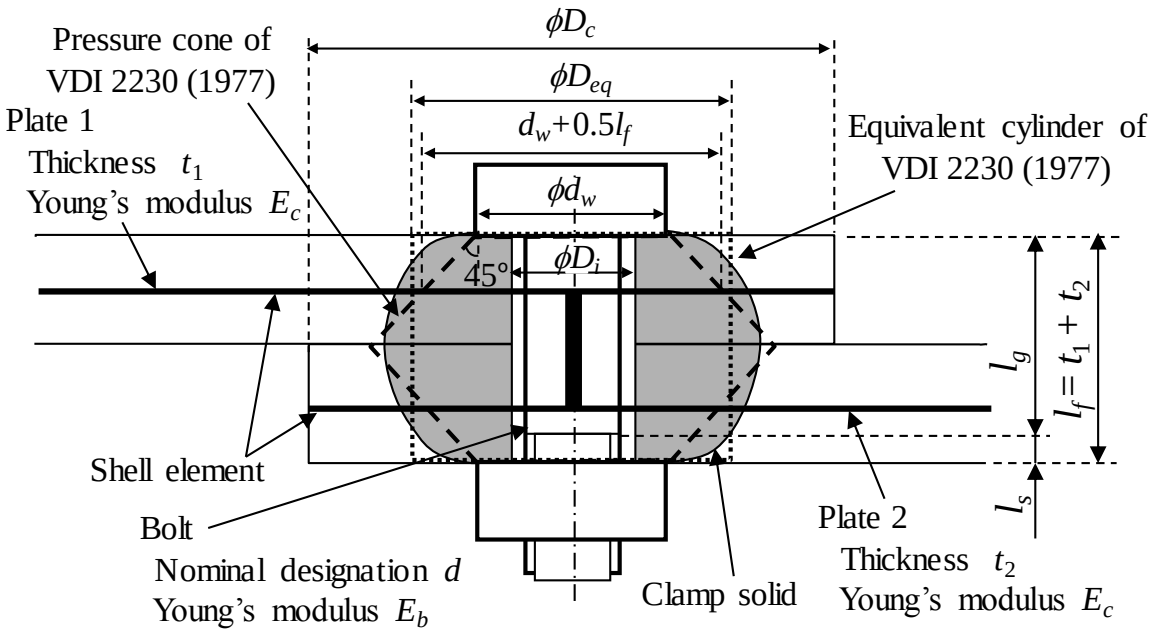

Fig. 4.8 Structure and model of bolt joints based on VDI 2230 (1977)

4.2.3 節では，被締結体に加わる荷重の位置を考慮して，修正係数 n を定義した．VDI 2230 (1977)においても修正係数 n が議論されているが，明確な定義がされていない．修正係数 n は必ず 1.0 以下の値で，1.0 のときにボルトの負荷を最大，すなわち安全側に見積もる．そこで，従来の手法[4.18]では修正係数 n=1.0，すなわち修正係数を考慮せずにボルト締結部をモデル化している．4.2.4 節の式(4.28)と式(4.29)と同様にして，等価ビーム剛性表わすビームの断面積 $A_{beq(1977)}$とビームの断面二次モーメント $I_{beq(1977)}$と，それらの等価径 $d_{eq1(1977)}$と $d_{eq2(1977)}$以下のように定義できる．

$$\frac{\pi}{4} d_{eq1(1977)}^2 = A_{beq(1977)} = \frac{l_f}{\Phi_{(1977)} \delta_{b(1977)} E_b} \tag{4.39}$$

$$\frac{\pi}{64} d_{eq2(1977)}^4 = I_{beq(1977)} = \frac{l_f}{\Phi_{\beta(1977)} \beta_{b(1977)} E_b} \tag{4.40}$$

4.2.5 節で等価座面領域を定義した．VDI 2230 (1977)に基づく簡易モデルでも，等価座面領域を定義する．VDI 2230 (1977)は，Rötscher の影響円すい法を規範としている．したがって，図 4.8 に示す頂角 45°の円すい体からシェル要素の等価座面領域を定義することが適当である．そこで，等価座面領域を一辺 $D_{weq}=d_w+0.5l_f$ の正方形としてモデル化する。

本節で示した VDI 2230 (1977)に基づくモデルと，4.2.1 節から 4.2.5 節で示した VDI 2230 (2003)を修正したモデルについて，それぞれの等価ビームの剛性と等価座面領域を表 4.2 に比較する．表中には，M6 から M24 のボルトで，t4.5 の板を 2 枚締めた場合（t4.5×2）と，t3.2 と t9.0 の板を締めた場合（t3.2+t9.0）の等価ビーム剛性表わすビームの断面積 A_{beq} とビームの断面二次モーメント I_{beq}，および，等価座面領域 D_{weq} を示した．等価ビームの剛性を表わす断面積 A_{beq} と断面二次モーメント I_{beq} に関しては，VDI 2230 (1977)の場合ボルトの径に依存して大きく変化し，特に径の小さいとき修正した VDI 2230 (2003)のものよりも非常に小さい．一方，等価座面領域 D_{weq} は，VDI 2230 (1977)の方が大きく見積もることが分かる．特に 2 つの板の板厚が大きく異なる t3.2+t9.0 の場合は，第 2 章で新たに導入した板厚比 t_1/t_2 の項の影響により，修正した VDI 2230 (2003)の D_{weq} はより小さく見積もられている．4.5 節で，これらのモデル化の相違を固有値解析結果で評価する．

Table 4.2 Comparison between stiffness of equivalent beam and equivalent pressure area of VDI 2230 (1977) and those of modified VDI 2230 (2003)

				M6	M8	M10	M12	M16	M20	M24
E_b			[MPa]	206000	206000	206000	206000	206000	206000	206000
E_c			[MPa]	206000	206000	206000	206000	206000	206000	206000
d_3			[mm]	4.197	6.647	8.376	10.106	13.835	17.294	20.752
d_w			[mm]	8.88	11.63	14.63	16.63	22.00	27.70	33.25
D_i			[mm]	6.60	9.00	11.00	13.50	17.50	22.00	26.00
D_c			[mm]	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00	70.00
t4.5×2	VDI 2230 (1977) Previous study	$A_{beq(1977)}$	[mm^2]	51.88	82.97	128.3	143.9	244.2	363.1	515.4
		$I_{beq(1977)}$	×10^3 [mm^4]	0.3694	0.9595	2.305	3.338	9.897	23.55	48.48
		$d_{eq1(1977)}$	[mm]	8.128	10.28	12.78	13.53	17.63	21.50	25.62
		$d_{eq2(1977)}$	[mm]	9.314	11.82	14.72	16.15	21.19	26.32	31.52
		$D_{weq(1977)}$	[mm]	13.38	16.13	19.13	21.13	26.50	32.20	37.75
	Modified VDI 2230 (2003) Present study	A_{beq}	[mm^2]	294.3	377.3	477.4	519.9	723.6	956.2	1246
		I_{beq}	×10^3 [mm^4]	4.140	7.310	12.80	17.20	38.00	75.82	137.9
		d_{eq1}	[mm]	19.36	21.92	24.65	25.73	30.35	34.89	39.83
		d_{eq2}	[mm]	17.04	19.64	22.60	24.33	29.66	35.25	40.94
		D_{weq}	[mm]	11.66	14.18	16.99	18.88	24.02	29.53	34.93
t3.2 +t9.0	VDI 2230 (1977) Previous study	$A_{beq(1977)}$	[mm^2]	57.51	91.54	140.0	158.6	267.2	395.3	557.7
		$I_{beq(1977)}$	×10^3 [mm^4]	0.4316	1.093	2.562	3.720	10.80	25.37	51.71
		$d_{eq1(1977)}$	[mm]	8.557	10.80	13.35	14.21	18.44	22.44	26.65
		$d_{eq2(1977)}$	[mm]	9.683	12.22	15.11	16.59	21.66	26.81	32.04
		$D_{weq(1977)}$	[mm]	14.98	17.73	20.73	22.73	28.10	33.80	39.35
	Modified VDI 2230 (2003) Present study	A_{beq}	[mm^2]	358.2	448.6	552.4	602.2	814.8	1054	1349
		I_{beq}	×10^3 [mm^4]	5.747	9.462	15.66	20.65	43.26	83.26	147.7
		d_{eq1}	[mm]	21.36	23.90	26.52	27.69	32.21	36.63	41.44
		d_{eq2}	[mm]	18.50	20.95	23.76	25.47	30.64	36.09	41.65
		D_{weq}	[mm]	12.25	14.70	17.44	19.29	24.35	29.79	35.13

4.3　ボルト締結体の要素試験方法と解析モデル

モデル化手法の妥当性を検証するために，要素試験を行い解析結果と比較した．剛性に関して容易に評価できる試験方法として，打撃試験による固有値測定を行った．図 4.9 に試験片形状を示す．板材の剛性が低いと板材の固有モードが顕著になってしまい，ボルト締結部の剛性を評価することが困難となる．そこで，U 字形に折り曲げた 2 枚の SS400 板材を，ボルトで締結する構造とした．板厚の影響を評価するために，t3.2 と t4.5 の試験片を作成した．ISO 強度区分 4.8 のボルトを用い，M6 から M24 に対して計測を行った．穴径は JIS B1001 の 2 級とした．十分な締付け力を与えるた

めに，JIS B1083 記載の座面摩擦係数 μ_w=0.15 の降伏締付けトルク T_{fy} に対して約 0.7 倍のトルクで締め付けた．

図 4.9 の試験片に対して図 4.6 および図 4.7 に示した手法でモデル化したものを図 4.10 に示す．モデル化には，表 4.1 と表 4.2 に示した等価ビームの径 d_{eq1}, d_{eq2} と等価座面領域の一辺の長さ D_{weq} を用いた．

図 4.11 に板厚 t4.5 の試験片を M10 ボルトで締め付けたときの固有モードを示す．モード 1 はボルトを支点として U 字試験片がよじれるモードを示し，モード 2 はボルトを支点とした片持ちはりのモードを示す．モード 1 とモード 2 の固有値の次数は，板厚やボルト径に応じて 1 次または 2 次に変化する．ここでは，測定が容易であるモード 1 の固有値を測定するために，図 4.9 に示したように加速度計を①②③の三箇所に取り付け，反対側を打撃加振して加速度を測定した．

加速度計には PCB 製 353B16 を用い，打撃加振には PCB 製インパクトハンマ 086C03 を用いた．測定データを OROS 製 OR2514 にて処理した．1 つの測定に対して 8 回の打撃加振波形を平均化し，加速度を加振力で割ったアクセレランスとその位相を求めた．モード 1 の固有モードでは，①～③の加速度計のうち，両脇の①と③が逆位相となり，中心の②の加速度振幅は両脇の①と③に対して小さくなる．3 つの加速度計の振幅，位相を比較して，モードを確認しながら固有値を評価した．

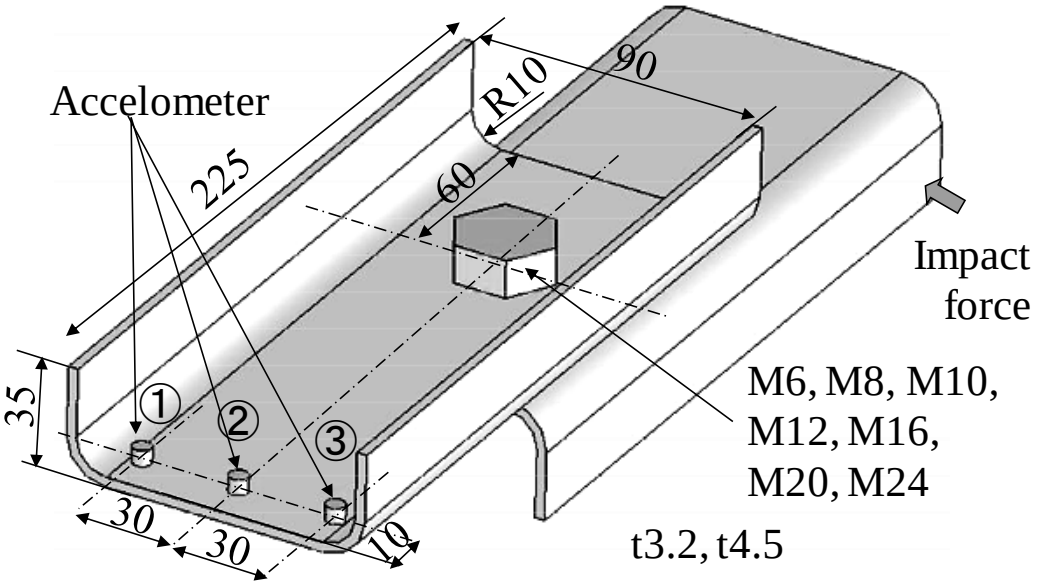

Fig. 4.9 Test piece and testing method

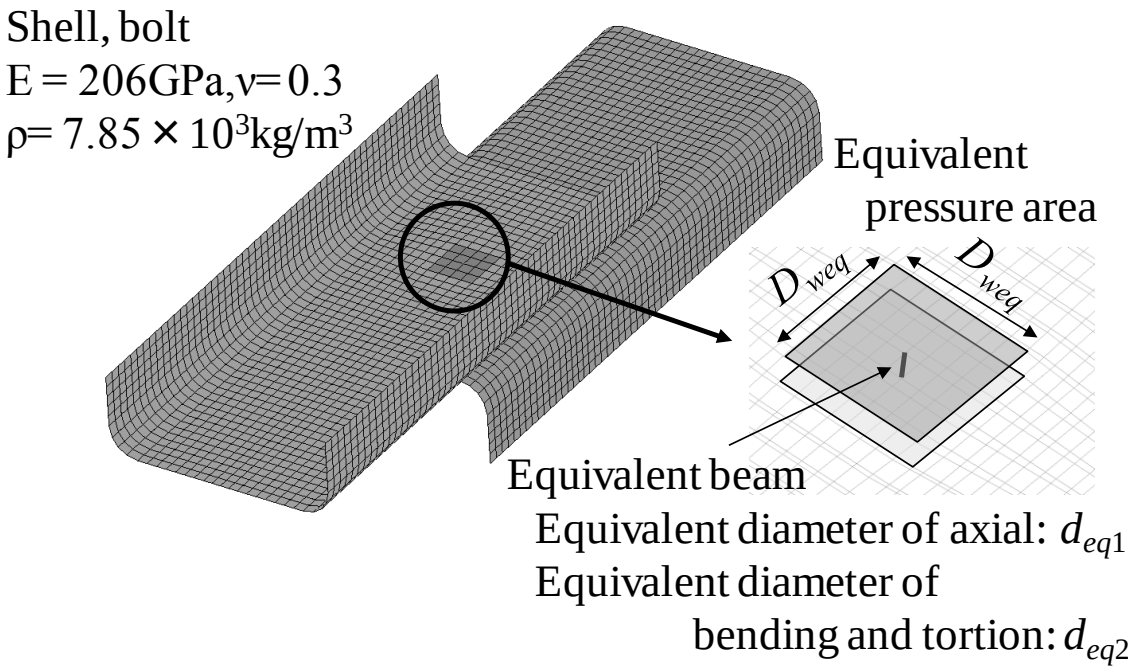

Fig. 4.10 Analysis model of test piece

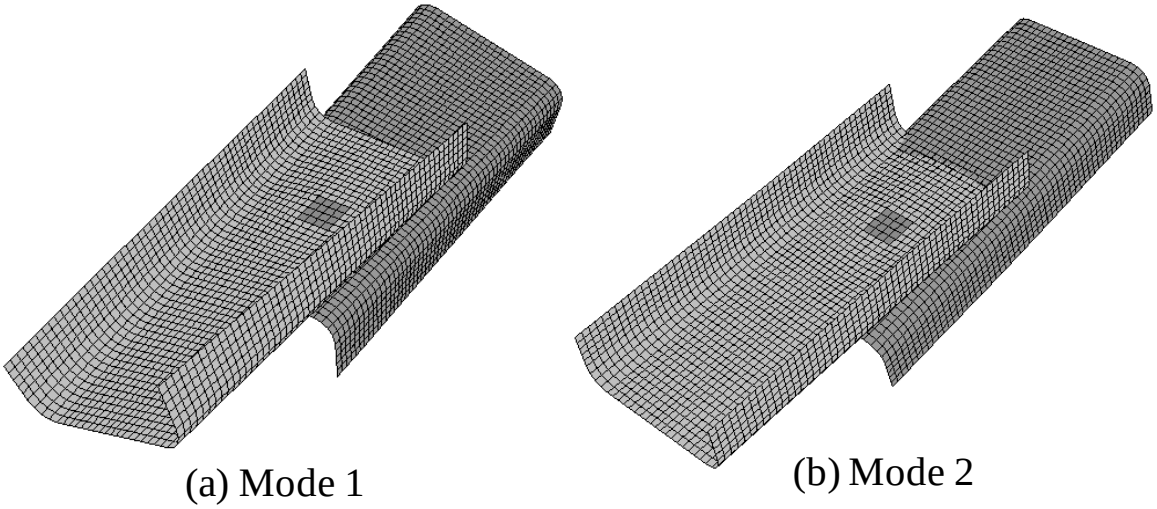

Fig. 4.11 Modes of analysis result

4.4　試験結果

図 4.12 から図 4.17 に M12 のボルトで締め付けた板厚 *t*4.5 の試験片のアクセレランスと位相を示す. 図 4.12 の①と図 4.16 の③は 350Hz でアクセレランスのピークを示し, 図 4.13 と図 4.17 から逆位相の状態で+90°と－90°をそれぞれ通過している. また図 4.15 から，350Hz での中央の②のアクセレランスは，①③に比べて小さいことも分かる．したがって，この試験片のモード 1 の固有値は 350Hz と同定できる.

図 4.18 から図 4.23 に M20 のボルトで締め付けた板厚 *t*4.5 の試験片のアクセレランスと位相を示す．この場合，アクセレランスには 380Hz と 428Hz にピークが見られる．図 4.18 の①と図 4.22 の③の 380Hz と 428Hz のアクセレランスの大きさは同程度であるが，図 4.20 の②では 380Hz の方が 428Hz よりアクセレランスが小さい. また，図 4.19，図 4.21 と図 4.23 を比較して，380Hz では①と③が逆位相，428Hz では①，②，③が同相となっている．したがって，380Hz は図 4.11(a)のモード 1，428Hz は図 4.11(a)のモード 2 の変形形態となっていると考えられる．このようにして，モード 1 の固有値を抽出することができる.

板厚 *t*3.2 の試験片ついては M8, M12, M20 のボルトに対して，板厚 *t*4.5 の試験片については M6, M8, M10, M12, M16, M20, M24 のボルトに対して，モード 1 の固有値測定を行った．測定結果を図 4.24 に示す．図からボルト呼び径が大きくなるほど，また板厚が厚くなるほど固有値が高いことも分かる.

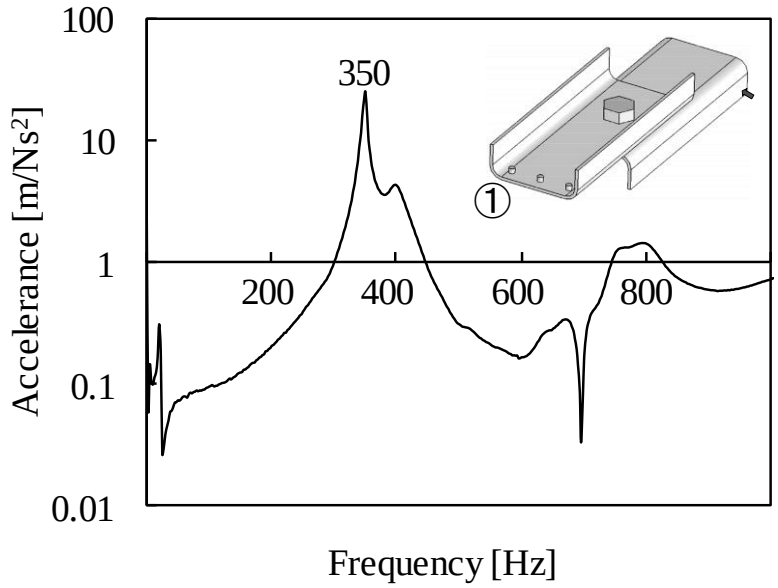

Fig. 4.12 Accelerance result of ① with test piece of *t*4.5, M12

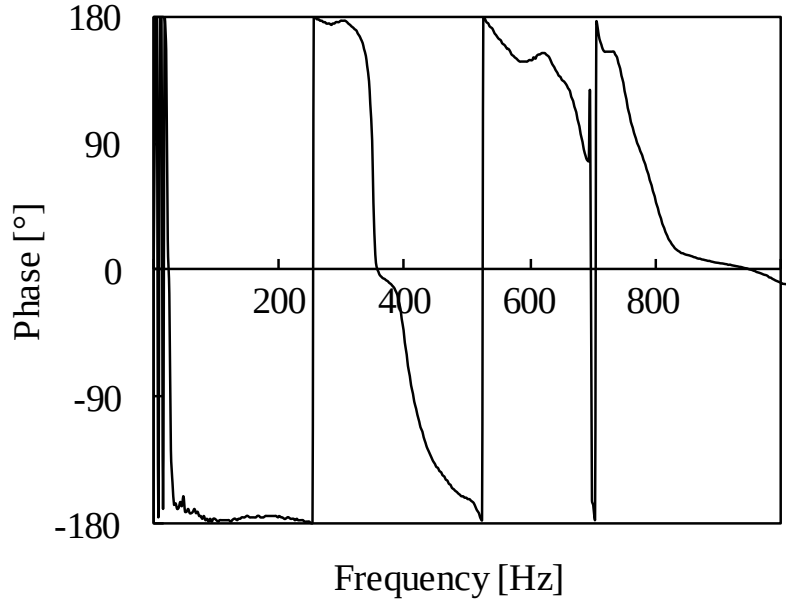

Fig. 4.13 Phase result of ① with test piece of *t*4.5, M12

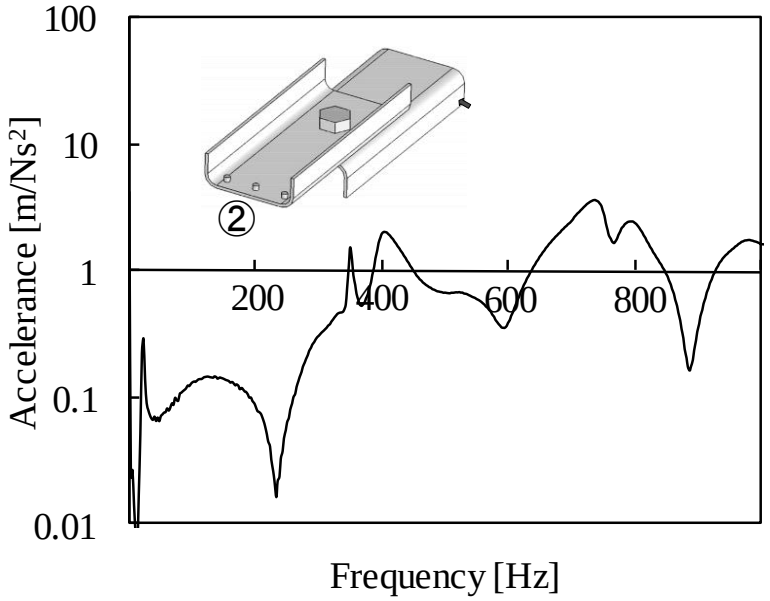

Fig. 4.14 Accelerance result of ② with test piece of *t*4.5, M12

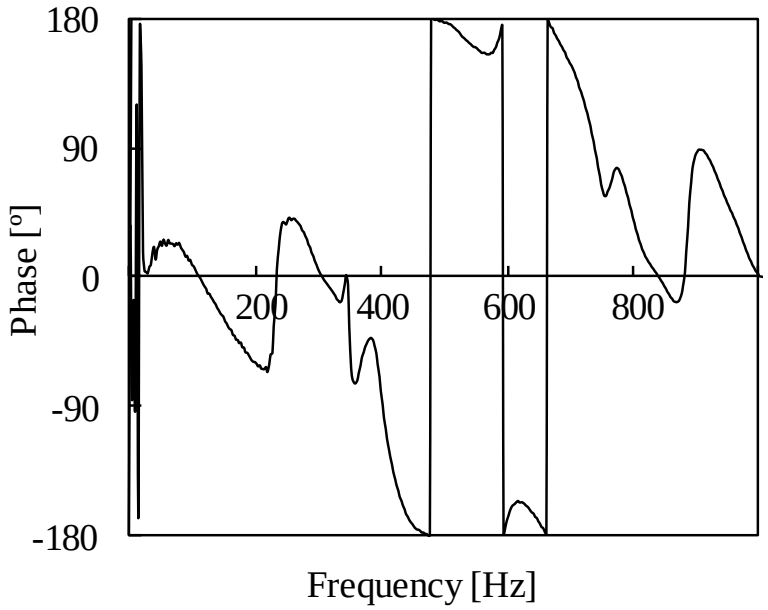

Fig. 4.15 Phase result of ② with test piece of *t*4.5, M12

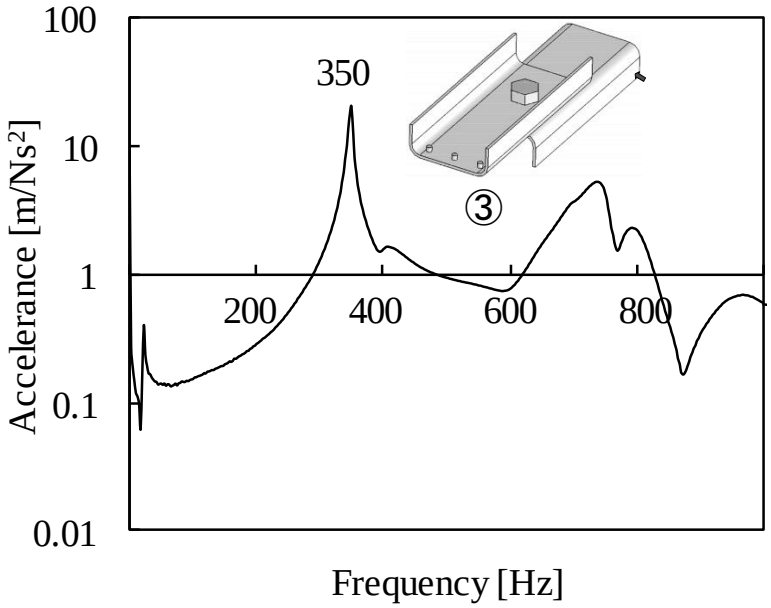

Fig. 4.16 Accelerance result of ③ with test piece of *t*4.5, M12

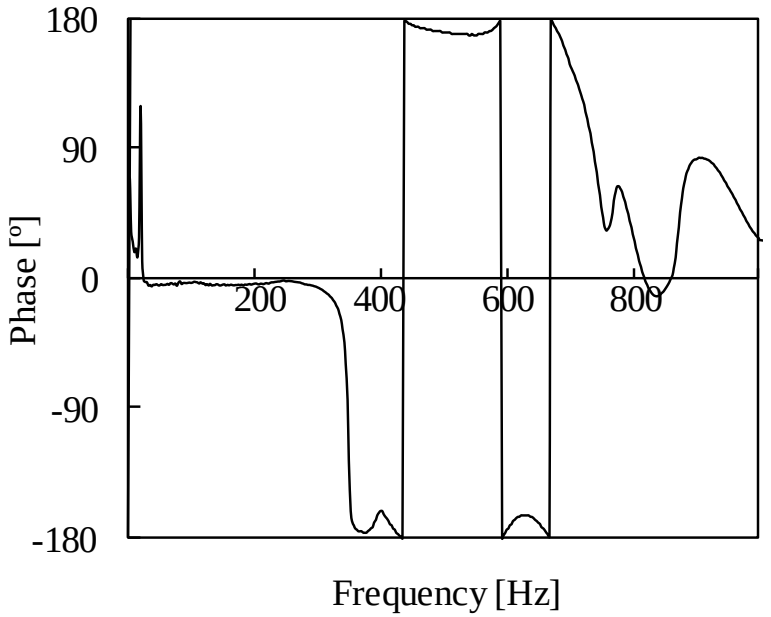

Fig. 4.17 Phase result of ③ with test piece of *t*4.5, M12

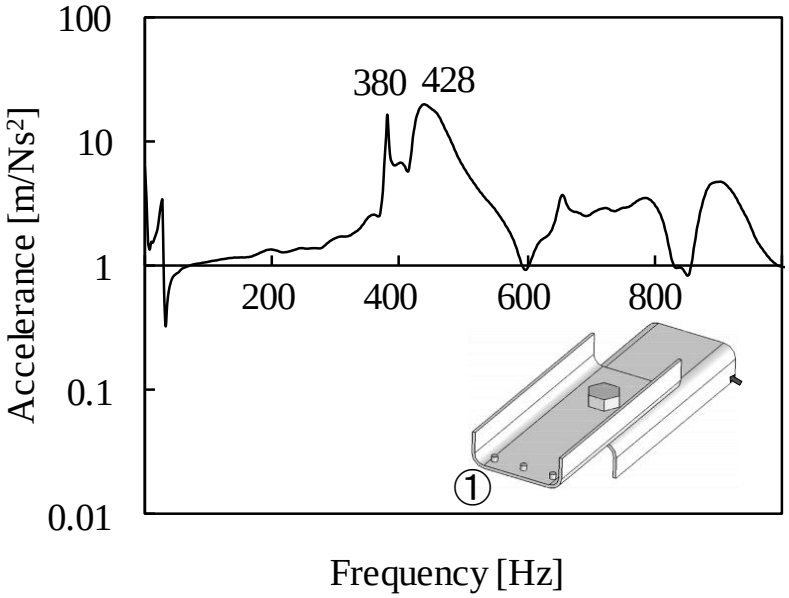

Fig. 4.18 Accelerance result of ① with test piece of *t*4.5, M20

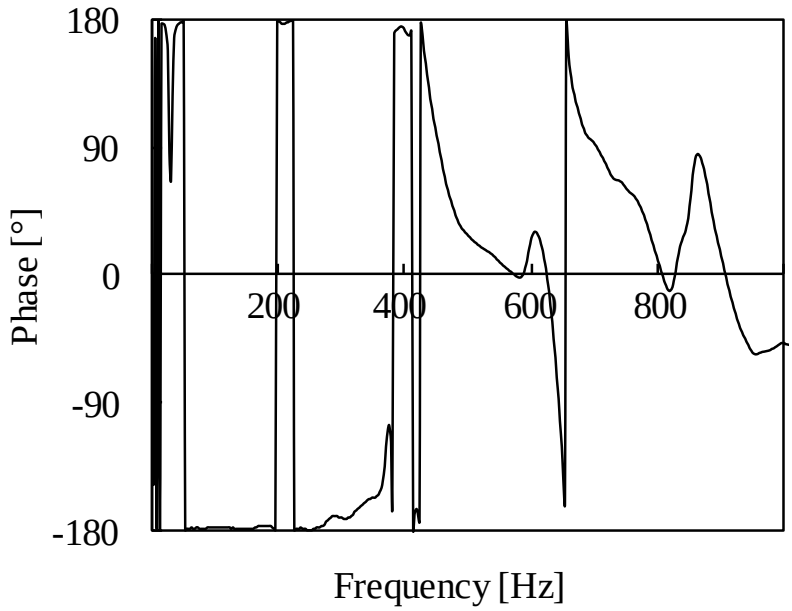

Fig. 4.19 Phase result of ① with test piece of *t*4.5, M20

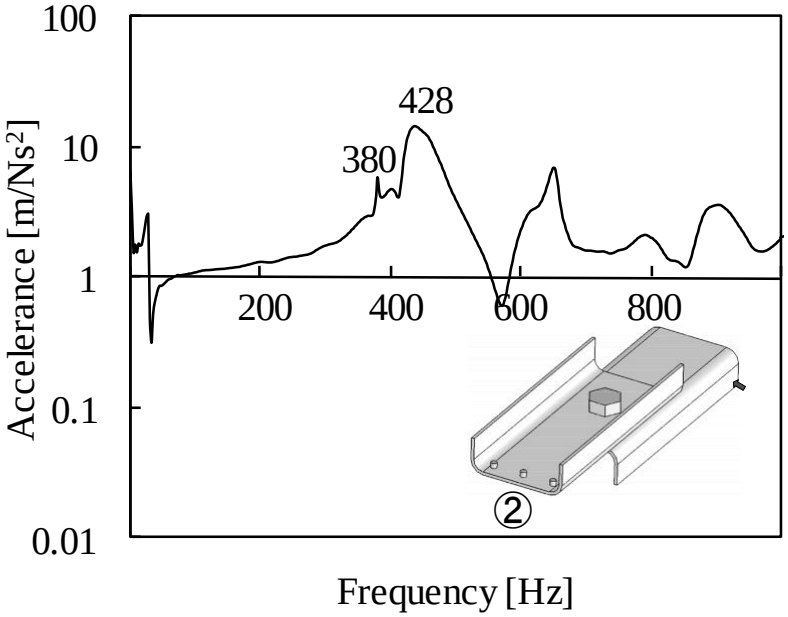

Fig. 4.20 Accelerance result of ② with test piece of *t*4.5, M20

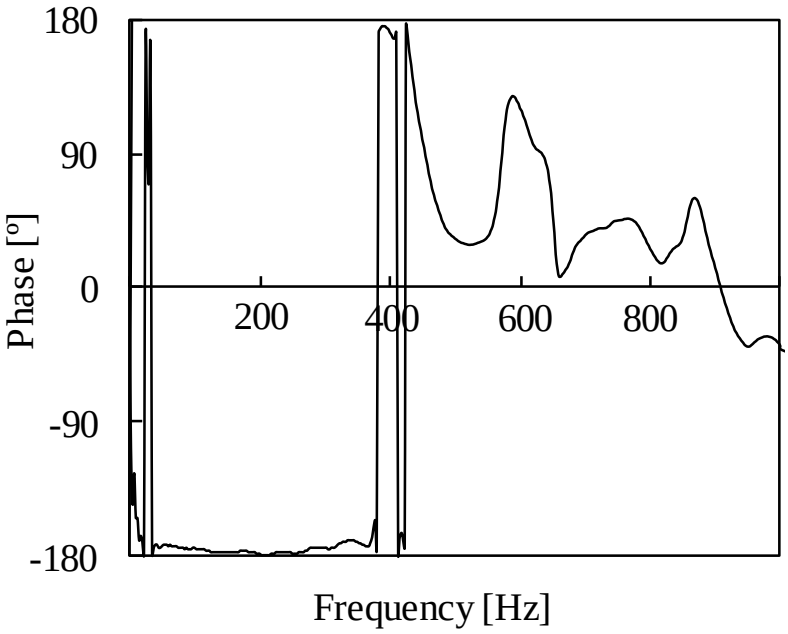

Fig. 4.21 Phase result of ② with test piece of *t*4.5, M20

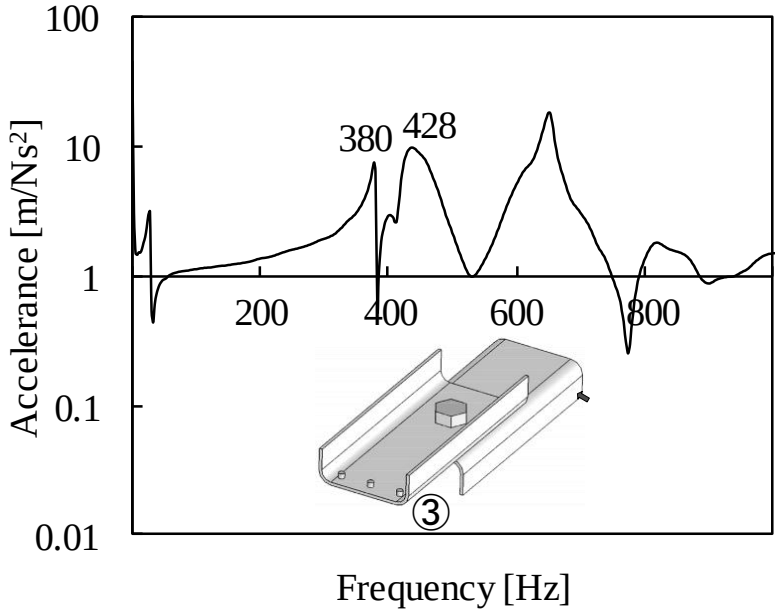

Fig. 4.22 Accelerance result of ③ with test piece of *t*4.5, M20

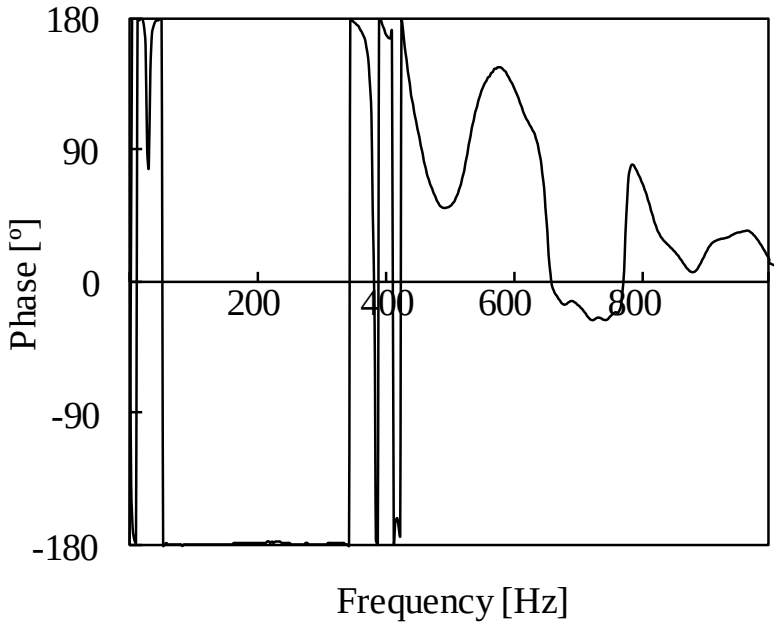

Fig. 4.23 Phase result of ③ with test piece of *t*4.5, M20

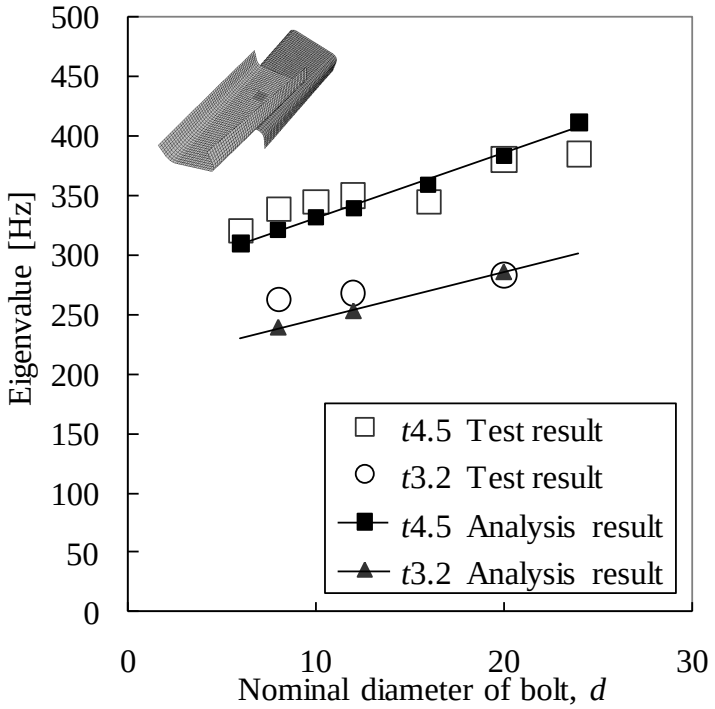

Fig. 4.24 Test and analysis results of eigenvalue

4.5　解析結果

図 4.10 に示した解析モデルについて，ANSYS 11.0®を用いて解析を行った．表 4.1 に示した等価ビームの軸方向等価径 d_{eq1} と曲げ等価径 d_{eq2}，および等価座面領域の一辺の長さ D_{weq} の値を用いて解析した固有値解析結果を，図 4.24 の解析値として示した．ボルト径の小さい領域では実験値より解析値の方が多少低く，ボルト径の大きい領域では実験値より解析値の方が多少高くなっているが，実験値と解析値はほぼ一致している．

一般的に良く使われているボルト締結部のモデル化手法と，本研究で開発したモデル化手法を比較した．従来の手法として，ビーム要素を用いずに主節点に従属節点の自由度を拘束するカップリングを用いてモデル化する方法がある．カップリングを用いてボルト締結部をモデル化する手法として，２つの板のボルト中心節点をカップリングする方法[4.2), (4.6)]と，２つの板の接触面上の節点をすべてカップリングする方法[4.3), (4.6)]が考えられる．前者を一点カップリング(Point coupling)，後者を全面カップリング(All coupling) と呼ぶこととする．また、もう一つの手法として，ボルト等価ビー

ムの径を呼び径 d として，ビーム端をボルト穴と剛接合する方法，すなわち等価座面範囲 D_{weq} を穴径 D_i とする方法(4.6)が用いられる．これを $d_{eq1}= d_{eq2}=d$, $D_{weq}=D_i$ と示すこととする．

図 4.25 に t4.5 の試験片に対する一点カップリング，全面カップリング，および $d_{eq1}=d_{eq2}=d$, $D_{weq}=D_i$ の解析結果を示す．一点鎖線で表した一点カップリングの結果では，1 次の固有モードがカップリング部で局所的にねじれるモードで実験と異なる上，固有値が非常に低い．一方，破線で表した全面カップリングの場合，２枚の板が接触面全面で剛に接合されているため，ボルト径が小さいときは実験値より固有値が高い．"◆"印で表される $d_{eq1}= d_{eq2}=d$, $D_{weq}=D_i$ の解析結果は，"■"印で表される表 4.1 の値での解析結果と”□”印で表される実験結果に対して固有値が低く，特にボルト径の小さいときには著しく固有値が低いことが分かる．

次に，ボルト等価ビームの軸方向等価径 d_{eq1} と曲げ等価径 d_{eq2}，および等価座面範囲 D_{weq} をパラメータとして，解析結果への影響を検討する．まず，表 4.1 の d_{eq1}, d_{eq2}, D_{weq} のうち等価ビーム径 d_{eq1}, d_{eq2} の影響を検討する．図 4.26 に板厚 t4.5 のモデルに対して等価ビーム径 d_{eq1}, d_{eq2} を表 4.1 の 0.5 倍としたもの（$d_{eq1}\times0.5$, $d_{eq2}\times0.5$）と，2 倍としたもの（$d_{eq1}\times2$, $d_{eq2}\times2$）の解析結果を示す．"×"印で表される等価ビーム径を 2 倍とした解析結果は，ビームの軸方向剛性が 4 倍，曲げとねじり剛性が 16 倍と非常に大きくなっているのにもかかわらず，"■"印で表される表 4.1 での解析結果とほぼ等しい．"＋"印で表される等価ビーム径を 0.5 倍とした解析結果は，ボルト径の小さいときは"■"印で表される表 4.1 の値での解析結果より固有値が低く，ボルト径が大きいときはほぼ等しくなる．したがって，等価ビーム径は表 4.1 の d_{eq1}, d_{eq2} 以上では影響は小さいと考えられる．

次に，表 4.1 の d_{eq1}, d_{eq2}, D_{weq} のうち等価座面範囲 D_{weq} の影響を検討する．表 4.1 の等価座面範囲 D_{weq} は，図 4.1 に示したように板材の中立軸における等価円すいの径（d_w+0.5$l_f$tanφ）として求めている．図 4.27 に板厚 t4.5 のモデルに対して等価座面範囲 D_{weq} を穴径 D_i と小さくしたもの（$D_{weq}=D_i$）と，座面径 d_w と締付け長さ l_f の和と大きくしたもの（$D_{weq}=d_w+l_f$）の解析結果を示す．"＊"印で表される $D_{weq}=D_i$ の結果は，表 4.1 の値での解析結果および実験結果よりもすべてのボルト径において固有値が小さい．"△"印で表される $D_{weq}=d_w+l_f$ の結果は，表 4.1 の値での解析結果および実験結果よりも，すべてのボルト径において固有値が大きい．したがって，等価座面範囲 D_{weq} の影響は大きく，今回用いた等価円すいの径（d_w+0.5$l_f$tanφ）程度が良いことが分かる．

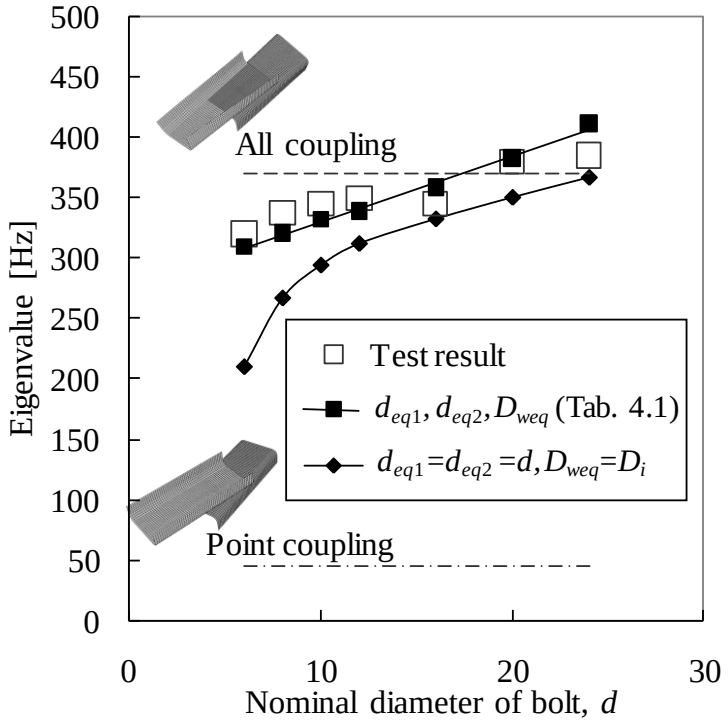

Fig. 4.25 Difference of modeling method

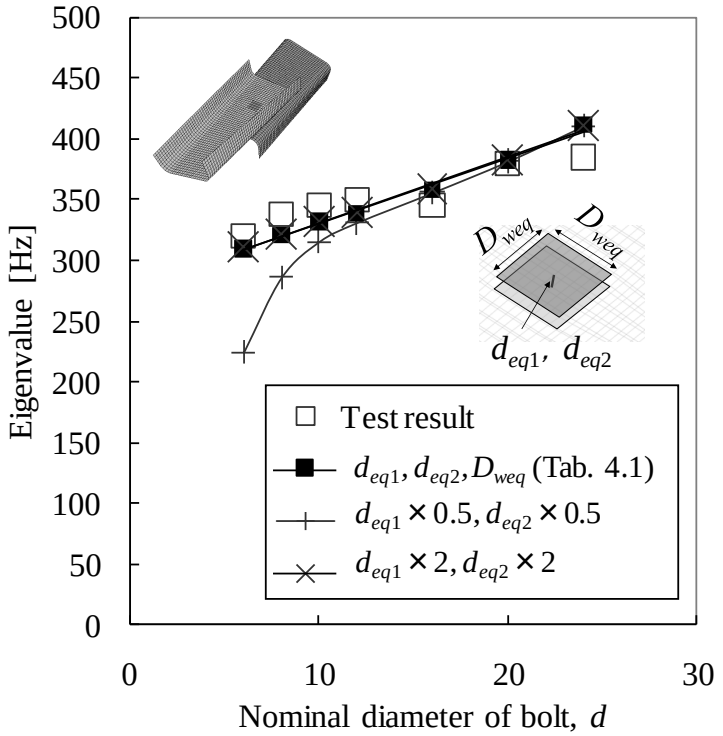

Fig. 4.26 Effect of equivalent diameter of beam on analysis

これらの等価ビームの剛性を変えた結果と等価座面範囲を変えた結果から，ボルト径の小さい領域では等価ビームの剛性の影響が表れるが，ボルト径の大きい領域では等価ビームの剛性の影響は小さいことが分かる．等価座面範囲は $D_{weq}= d_w+0.5l_f \tan\varphi$ としたものが実験値と良く一致し，それよりも等価座面範囲が小さいと実験値より固有値が低く，大きいと固有値が高くなることが分かる．

次に，4.2.6 節で示した VDI 2230 (1977)に基づくモデル化と，本研究で修正した VDI 2230 (2003)に基づくモデル化の比較を行う．表 4.2 で示した等価ビームの剛性と等価座面範囲を用いて解析した結果を図 4.28 に示す．t4.5×2 については試験結果も示した．VDI 2230 (1977)では，小さい径では固有値を低く，大きい径では固有値を大きく見積もり，修正した VDI 2230 (2003)に比べてグラフの傾きが大きい．VDI 2230 (1977)の方が大径ボルトにおいて固有値を高く見積もる傾向は，２つの板の板厚が大きく異なる t3.2+t9.0 の場合でより強いことが分かる．修正した VDI 2230 (2003)の解析結果の方が，t4.5×2 の試験結果により近いことも分かる．これらの結果から，従来の VDI 2230 (1977)のボルト締結体モデル化手法に対して，修正した VDI 2230 (2003)の方が精度良くモデル化できていることが分かる．

以上から，表 4.1 に示したボルトモデル化手法の各パラメータが，最も実験結果と一致することが分かる．よって，ボルト力学を考慮してモデル化手法を検討した結果，精度の高くかつ簡易なボルトモデル化手法を構築できたと考えられる．

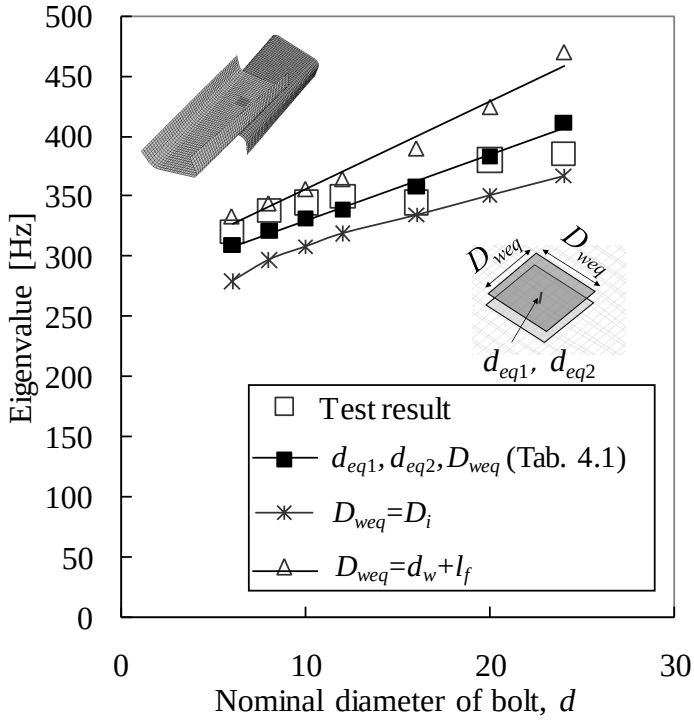

Fig. 4.27 Effect of equivalent pressure area on analysis result

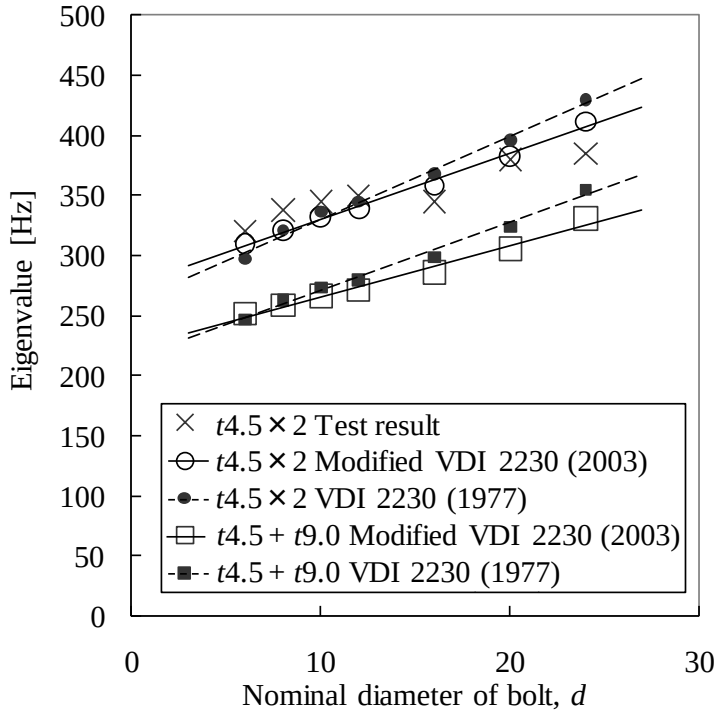

Fig. 4.28 Comparison between VDI 2230 (1977) and modified VDI 2230 (2003)

4.6 結言

板材のボルト締結構造体に対するシェル要素とビーム要素を用いたモデル化手法を検討し，以下の結論を得た．

(1) ボルト締結体の力学に基づきボルトと被締結体の剛性を考慮して，ボルトを模擬したビーム要素の軸方向等価径 d_{eq1} と曲げ等価径 d_{eq2} を決定した．

(2) シェル要素でモデル化した板材締結部に，被締結体の等価圧縮体を考慮した一辺 $D_{weq}= d_w+0.5l_f \tan\varphi$ の正方形で表される座面等価領域を設け，座面等価領域内の節点の並進自由度を上記ボルト等価ビーム要素端点の並進および回転自由度に拘束するボルト締結体のモデル化手法を提案した．

(3) ボルト締結体の固有値測定を行い，実験値と解析値を比較して上記ボルト締結体のモデル化手法の妥当性を検証した．

4.7 参考文献

(4.1) Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Richtlinien Blatt 1 2230 (2003) Systematic calculation of high duty bolted joints -Joints with one cylindrical bolt-, 2003 [賀勢　晋司・川井　謙一　訳，高強度ねじ締結の体系的計算法 -円筒状一本ボルト締結-，日本ねじ研究協会，2006].

(4.2) CYBERNET，ボルト締結モデリングマクロのご紹介，CAE のあるモノづくり， **11**(2009)，19-20.

(4.3) Montgomery, J., Methods for Modeling Bolts in the Bolted Joint, ANSYS 2002 Conference, 2002 April.

(4.4) Rutman, A. and Kogan, J. B., Software takes the load off joint modeling, *Machine Design*, **70**–6(1998), 79-82.

(4.5) Rutman, A., Boshers, B., Pearce, L. and Parady, J., Fastener Modeling for Joining Parts Modeled by Shell and Solid Elements, 2007 Americas Virtual Product Development Conference, 2007 Octorber, Detroit, MI.

(4.6) Kim, J. G., Park, S. S., Choi, S. H. and Kim, B. K., Finite Element Modelling and Experimental Verification of the Structures with Bolted Joints, *Transactions of the Korea Society of Mechanical Engineers*,

20–6(1996), 1854-1861.

(4.7)　山本　晃，ねじ締結の原理と設計，養賢堂，1997.

(4.8)　Hanau, A., Zum Krafteinleitungsfaktor bei der Berechnung von Schraubenvergindungen, *Konstruktion*, **46**(1994), 99-106.

(4.9)　柴原　正雄・尾田　十八，軸対称変形をする有限円筒問題，日本機械学会論文集，**34**-259, 388-402.

(4.10)　柴原　正雄・尾田　十八，軸対称変形をする有限円筒問題（第 2 報，せん断力を受ける場合），日本機械学会論文集，**36**-282，168-176.

(4.11)　柴原　正雄・尾田　十八，ボルト結合体における被締付材のばね定数について（多数ボルトによる締付け），日本機械学会論文集，**37**-297，1033-1039.

(4.12)　沢　俊行・宮沢　秀明，陸川　和男，ねじ締結体の内力係数の簡単な求め方（被締結体がディーフランジの場合），日本機械学会論文集（C 編），**48**-432(1982)，1200-1208.

(4.13)　沢　俊行・白石　浩之，ねじ締結体の内力係数の簡単な求め方（被締結体が円形フランジおよび管フランジの場合），日本機械学会論文集（C 編），**48**-434(1982)，1598-1606.

(4.14)　沢　俊行，ねじ締結体の内力係数，日本ねじ研究会誌，**19**-11(1988)，363-371

(4.15)　吉本　勇・丸山　一男，沢　俊行，西口　伸幸，ねじ締結体の内力係数（被締結体が中空円筒の場合），日本機械学会論文集，**42**-359，2174-2184.

(4.16)　萩原　正弥，ねじ締結体の内力係数の簡易計算法（被締付け部材が軸対称引張外力を受ける円筒の場合），日本機械学会論文集（C 編），**48**-428，622-625.

(4.17)　萩原　正弥・吉本　勇，繰返し荷重を受けるねじ締結体における負荷と強度の関係，日本機械学会論文集（C 編），**48**-428，1072-1078.

(4.18)　成瀬　友博・川崎　健・服部　敏雄，シェル要素とビーム要素を用いたボルト締結部の簡易モデル化手法と強度評価（第 1 報　モデル化手法），日本機械学会論文集（A 編），**73**-728(2007)，522-528 [Naruse, T., Kawasaki, T. and Hattori, T., Simple Modelling and Strength Evaluation Methods for Bolt Joints Using Shell Elements and Beam Elements (1st Report, Modelling Method), Journal of Computational Science and Technology, **3**-1 (2009), 22-33].

(4.19)　Rötscher, F., Die Maschinenelemente, Beilin, Julius Springer, 1927.

第5章　ボルト締結体の簡易モデル解析を用いた強度評価手法

5.1　緒言

前章において，板材のボルト締結構造体に対して，シェル要素とビーム要素を用いた簡易なボルトモデル化手法を構築した．このモデル化手法は，ボルト締結部の力学を考慮しつつ等価ビーム剛性を決定しており，簡易なモデルでありながら精度の高いものである．このボルト締結体の簡易モデルを用いることで，多数のボルトで締結された構造物を少ない計算負荷で解析し，精度良く評価することが可能であると考えられる．

多数のボルトで締結された構造物を解析するための最も簡単なモデル化手法として，２つの板材の穴を剛体棒要素で結合する方法や(5.1)，等価ばねやビームを用いた解析手法が提案されている(5.1)~(5.4)．これらの手法は，変形などの解析結果に対する精度については検討されているものもあるが，得られた結果からボルト負荷に対する強度評価方法が明確ではない．そこで，等価ばねやビームにてボルト締結部を簡易モデル化し，このモデルを用いて解析した結果に対して，ボルトの破断，疲労破壊，およびすべりを評価できる手法が必要と考えられる．

本章では，前章で開発したボルト簡易モデルの解析結果に対して従来の強度設計方法(5.6)~(5.12)を適用し,簡易モデルでありながらボルトの強度評価方法が容易に行える手法を示す．本手法を適用することにより，従来不明確であったボルト簡易モデルに対する強度評価が可能となる．

5.2　ボルト締結部の強度評価法

5.2.1 ボルト簡易モデル

以後の強度評価のため，4.2 節で構築したボルト締結部モデルをまとめる．ボルト締結部のモデルを図 5.1 に示す．本モデル化手法では，ボルト締結部と等価な剛性を持つ等価ビームを用い，締結部付近の圧縮領域に等価座面領域を設けている．図 5.2 にボルト締結部の模式図を示す．締付け力が十分に保持された状態では，ボルト自身と図 5.2 の灰色で示した被締結体の等価圧縮体で力が伝達される．そこでボルト締結部をボルトと等価圧縮体の剛性の和で表される弾性体と考え，ボルト締結部を表す等価ビームの軸方向剛性，曲げ剛性，およびねじり剛性を以下のように決定した．

ボルトの軸方向剛性を表すコンプライアンスδ_bを，VDI 2230 (2003)[5.6]の式(4.1)に従い，以下のように求めた．

$$\delta_b = \frac{0.5d}{E_b \frac{\pi}{4} d^2} + \frac{l_g}{E_b \frac{\pi}{4} d_g^2} + \frac{l_s}{E_b \frac{\pi}{4} d_3^2} + \frac{0.5d}{E_b \frac{\pi}{4} d_3^2} + \frac{0.4d}{E_b \frac{\pi}{4} d^2} \tag{5.1}$$

ここで，d は呼び径，d_3は谷径，d_gは図 5.2 に示す円筒部の径，E_bはボルトのヤング率，l_gは図 5.2 に示す円筒部の長さ，l_sは締付け範囲のねじ長さを表す．

ボルトの曲げ剛性を表わす曲げコンプライアンスβ_bも，式(5.1)のコンプライアンスと同様に柱状体の直列結合と考える．

$$\beta_b = \frac{0.5d}{E_b \frac{\pi}{64} d^4} + \frac{l_g}{E_b \frac{\pi}{64} d_g^4} + \frac{l_s}{E_b \frac{\pi}{64} d_3^4} + \frac{0.5d}{E_b \frac{\pi}{64} d_3^4} + \frac{0.4d}{E_b \frac{\pi}{64} d^4} \tag{5.2}$$

また，被締結体の等価圧縮体の剛性は，VDI 2230 (2003)で表わされる等価円すい体モデルを 2.5 節で改良したものを用いる．図 5.2 に示す等価円すい体の頂角φは，式(2.13)に示した次式で求められる．

$$\begin{aligned} \tan\varphi = 0.323 + 0.032 \ln\left(\frac{l_f}{2d_w}\right) + 0.153 \ln\left(\frac{D_c}{d_w}\right) \\ + 0.0717 \ln\left(\frac{t_1}{t_2}\right) \qquad (\text{ただし}\quad t_1 \le t_2) \end{aligned} \tag{5.3}$$

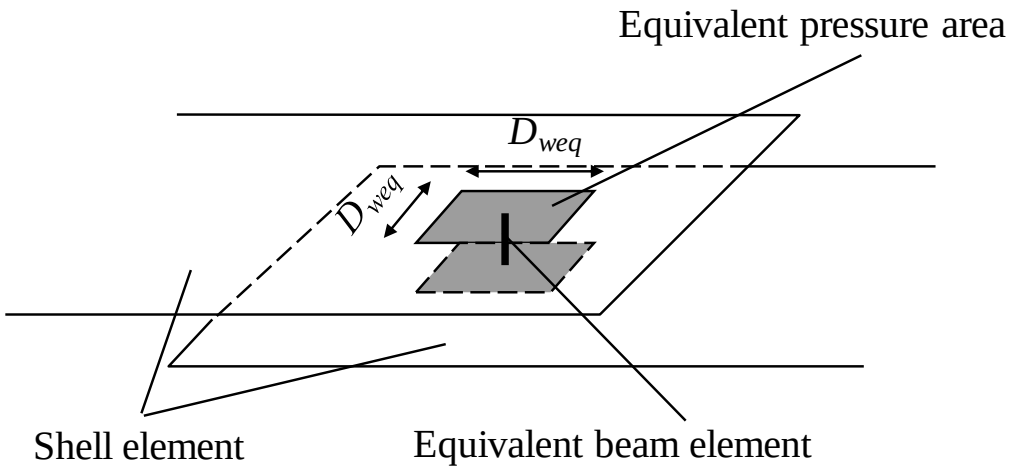

Fig. 5.1 Equivalent model of bolt joints

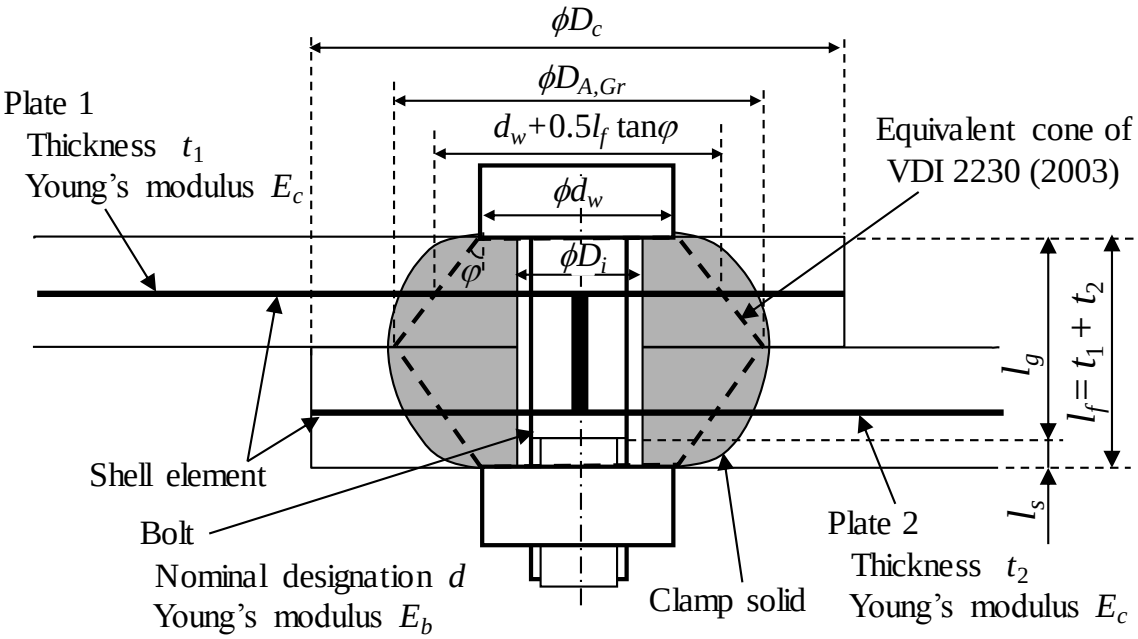

Fig. 5.2 Structure and model of bolt joints

等価円すいの外径 $D_{A,Gr}$ は式(5.4)のように定義され，被締結体が十分広く $D_c>D_{A,Gr}$ のときは，被締結体のコンプライアンス δ_c が式(5.5)のように求められる．

$$D_{A,Gr} = d_w + l_f \tan\varphi \tag{5.4}$$

$$\delta_c = \frac{2\ln\left[\dfrac{(d_w + D_i)(D_{A,Gr} - D_i)}{(d_w - D_i)(D_{A,Gr} + D_i)}\right]}{E_c \pi D_i \tan\varphi} \tag{5.5}$$

ここで，d_w は座面径，E_c は被締結体のヤング率を表わす．

また，式(5.6)に示す $D_c>D_{A,Gr}$ のときの等価圧縮体の断面二次モーメント I_{Bers} より，被締結体の曲げコンプライアンス β_c は式(5.7)のように求められる．

$$I_{Bers} = \frac{3\pi}{64}\frac{(D_{A,Gr} - d_w)d_w^3 D_{A,Gr}^3}{D_{A,Gr}^3 - d_w^3} - \frac{\pi}{64}D_i^4 \tag{5.6}$$

$$\beta_c = \frac{l_f}{E_c I_{Bers}} \tag{5.7}$$

内力係数 Φ と曲げに対する内力係数 Φ_β を，式(5.1)と式(5.5)の δ_b と δ_c，式(5.2)と式(5.7)の β_b と β_c を用いて以下のように定義する．

$$\Phi = \frac{\delta_c}{\delta_b + \delta_c} \tag{5.8}$$

$$\Phi_\beta = \frac{\beta_c}{\beta_b + \beta_c} \tag{5.9}$$

4.2 節で述べたように，これらの内力係数は荷重とモーメントの負荷位置によって，修正する必要がある．負荷位置が等価円すいの外径 $D_{A,Gr}$ に対して十分離れているとき，外径 $D_{A,Gr}$ で内径が穴径の円筒に対して，コンプライアンス δ_{ct} と曲げコンプライアンス β_{ct} を式(5.10)と式(5.11)のように定義する．

$$\delta_{ct} = \frac{l_f/2}{E_c \dfrac{\pi}{4}\left(D_{A,Gr}^2 - D_i^2\right)} \tag{5.10}$$

$$\beta_{ct} = \frac{l_f/2}{E_c \frac{\pi}{64}\left(D_{A,Gr}^4 - D_i^4\right)} \tag{5.11}$$

これらコンプライアンスを用いて，軸方向荷重に対する修正係数 n と曲げモーメントに対する修正係数 n_βが式(5.12)と式(5.13)のように表わされ，修正した内力係数Φ_n, $\Phi_{\beta n}$は式(5.14)と式(5.15)のように求められる．

$$n = \frac{\delta_{ct}}{\delta_c} \tag{5.12}$$

$$n_\beta = \frac{\beta_{ct}}{\beta_c} \tag{5.13}$$

$$\Phi_n = n\Phi \tag{5.14}$$

$$\Phi_{\beta n} = n_\beta \Phi_\beta \tag{5.15}$$

等価ビームのヤング率を E_b とすると，軸方向の剛性を表す等価ビームの断面積 A_{beq} とその等価径 d_{eq1} は，式(5.14)の内力係数Φ_nを用いて次式で得られる．

$$\frac{\pi}{4} d_{eq1}^2 = A_{beq} = \frac{l_f}{\Phi_n \delta_b E_b} \tag{5.16}$$

等価ビームの曲げ剛性を表す断面二次モーメント I_{beq} とその等価径 d_{eq2} は，$\Phi_{\beta n}$を用いて以下のように得られる．

$$\frac{\pi}{64} d_{eq2}^4 = I_{beq} = \frac{l_f}{\Phi_{\beta n} \beta_b E_b} \tag{5.17}$$

ねじり剛性も曲げ剛性と同様に考えると，等価ビームの断面二次極モーメントは，断面二次モーメント I_{beq} の 2 倍となる．ねじりトルクに対する内力係数は曲げモーメントに対する内力係数$\Phi_{\beta n}$と等しくなる．

一辺の長さ $D_{weq}= d_w+0.5l_f \tan\varphi$ の正方形で表される等価座面領域を，等価ビーム要素の端点と一体となって変形させる．この変形を等価ビーム要素の端点を主節点とし，等価座面領域のシェル要素節点を従節点とした拘束方程式で表すこととした．この拘

束方程式は，ANSYS®では CERIG コマンドを用いて容易に定義できる．

5.2.2 ボルト締結部の外力

ボルト締結体には，締め付け時にかかる初期締付け力と負荷時の外力が加わる．従来，多数のボルトで締結された構造物のボルト１本当りの外力は，単純に外力をボルト本数で割ったものや，幾何学的な力のバランスによって求めた精度の低い値を用いていた(5.12)~(5.13)．しかしながら，前節で示したボルトモデル化手法を用いて解析すると，１つのボルト締結部に加わる外力成分は，ビーム要素に加わる力として容易に求めることが可能となる．このビーム要素荷重は，ボルト締結部の剛性を考慮しているため，従来よりも精度が高い．

図 5.3 に，ビーム要素に加わる力の模式図を示す．ビーム要素に加わる荷重は，図 5.3(a)のように要素座標系で求めることができる．これらの力とモーメント成分から 5.3(b)のようにボルト締結部に加わる軸力 W_a，せん断力 W_s，曲げモーメント M，およびねじりトルク T を次のように求める．

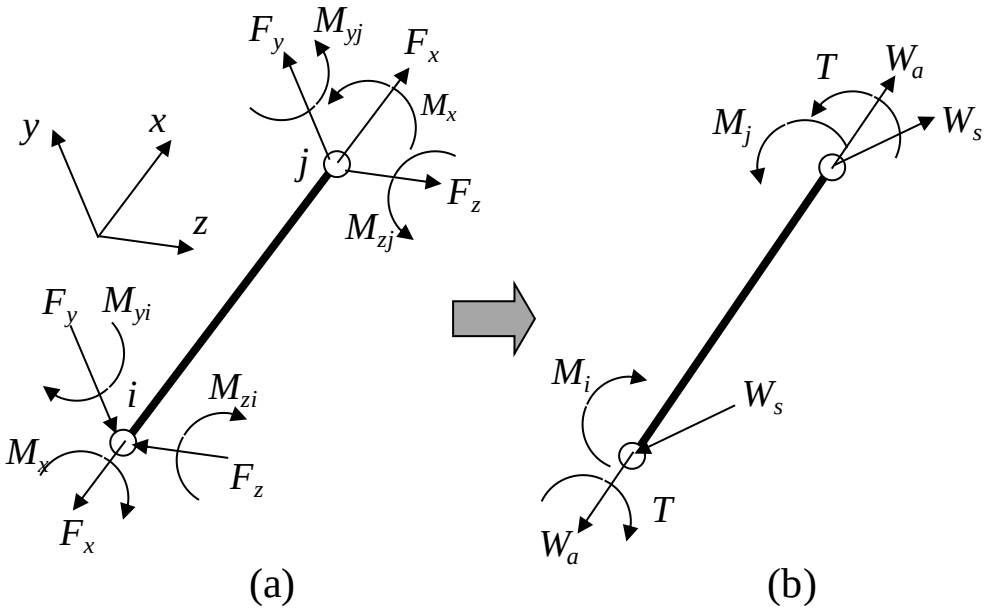

Fig. 5.3 Forces and moments of equivalent beam element of bolt

$$W_a = F_x \tag{5.18}$$

$$W_s = \sqrt{F_y^2 + F_z^2} \tag{5.19}$$

$$M = \max\left(\sqrt{M_{yi}^2 + M_{zi}^2}, \sqrt{M_{yj}^2 + M_{zj}^2}\right) \tag{5.20}$$

$$T = \left|M_x\right| \tag{5.21}$$

ボルト締結体の主な強度評価項目として，[1]静的強度評価，[2]疲労強度評価，および[3]すべり評価の評価がある．これらの主な評価の他に，[4]座面陥没，へたり，熱変形による軸力変化の評価がある．以下順に評価方法を説明する．

5.2.3 静的強度評価

呼び径 d のボルトを締付けトルク T_f で締め付けたときの初期締付け力 F_f は，式(5.22)で表される．

$$F_f = \frac{T_f}{Kd} \tag{5.22}$$

K はトルク係数と呼ばれるもので，式(5.23)に示すように，ねじ面の摩擦係数 μ_s，座面の摩擦係数 μ_w，およびねじの形状から求められるものである．

$$K = \frac{1}{2d}\left(\frac{P}{\pi} + \mu_s d_2 \sec\alpha' + \mu_w D_w\right) \tag{5.23}$$

ここで，P はねじのピッチで，d_2 は有効径を表す．また，α' はねじ山の半角 α とリード角 β によって $\tan\alpha' = \tan\alpha\cos\beta$ と表される角である．また，D_w は座面の摩擦等価径と呼ばれるもので，座面の外径 D_o と内径 D_i を用いて次式で与えられる．

$$D_w = \frac{2}{3}\frac{D_o^3 - D_i^3}{D_o^2 - D_i^2} \tag{5.24}$$

座金を用いない場合は，座面の外径 D_o はボルト又はナットの座面径 d_w に等しい．

摩擦係数はばらつきが大きく予測し難いため，トルク管理による締付け法の場合には軸力のばらつきを考慮する必要がある．ばらつきを m%とすると，締付け力の最大値 F_{fmax} と最小値 F_{fmin} は，式(5.22)の F_f を用いて以下のように表される．

$$F_{f\max} = (1 + m/100)F_f \tag{5.25}$$

$$F_{f\min} = (1 - m/100)F_f \tag{5.26}$$

一般にばらつき m は 15%とされている．

上記の初期締付け力と 5.2.2 節の外力から，ボルトに負荷される応力を求める．ねじ部応力は，ねじ部有効断面積 A_s を用いて求める．有効断面の径 d_s は，有効径 d_2 と谷径 d_3 の平均値として表される．

$$d_s = \frac{d_2 + d_3}{2} \tag{5.27}$$

初期締付け力には，式(5.25)で示した最大値 $F_{f\max}$ を用いる．初期締付け力による有効面積 A_s での軸方向応力の最大値 $\sigma_{f\max}$ は，次式で表される．

$$\sigma_{f\max} = \frac{F_{f\max}}{A_s} \tag{5.28}$$

初期締付け時にボルト部に加わるせん断応力の最大値 $\tau_{f\max}$ は，初期締付け時にねじ部に加わるトルクの最大値 $T_{s\max}$ を，有効断面の径でのねじり断面係数 Z_{ps} で割って得られる．

$$\tau_{f\max} = \frac{T_{s\max}}{Z_{ps}} = \frac{8F_{f\max}d_2}{\pi d_s^3}\left(\tan\beta + \frac{\mu_s}{\cos\alpha'}\right) \tag{5.29}$$

初期締付け力によってボルトが降伏しないようにするためには，式(5.28)と式(5.29)から得られる初期締付け時のねじ部の等価応力 σ_{e1} を，安全率 a_y を考慮した上でボルト材降伏点 σ_{by} よりも低くする必要がある．

$$\sigma_{e1} = \sqrt{\sigma_{f\max}^2 + 3\tau_{f\max}^2} < \sigma_{by}/a_y \tag{5.30}$$

ボルト材の降伏点 σ_{by} は表 5.1 の下降伏点 R_{eL} または 0.2%耐力 $R_{p0.2}$ に相当し，ISO 強度区分に応じて下限値が定められている．

Table 5.1 Tensile strength and yield strength of bolt material

Material property		ISO grade					
		4.8	6.8	8.8		10.9	12.9
				d<=16	d>16		
Tensile strength $R_{m,\min}$	[MPa]	420	600	800	830	1040	1220
Yield strength R_{eL}	[MPa]	340	480				
0.2% proof strength $R_{p0.2}$	[MPa]			640	660	940	1100

次に，ボルト締結体に図 5.3(b)の W_a，W_s，M，T の外力が加わったときの静的強度評価を行う．前述のように本研究においては，ボルト締結体はボルト自身と被締結体の等価圧縮体が一体となって外力を支えると考える．そのとき，せん断力 W_s と曲げモーメント M によってボルトに生じる応力は非常に小さく，これらの外力による静的破壊を考える必要がない．

そこで，軸力 W_a とねじりトルク T による応力が，初期締付け力の応力に重畳したときの静的破断に対する検討を行う．軸力 W_a が重畳したとき，ボルトが $\Phi_n W_a$ 分の荷重を受け持つ．ここで，Φ_n は式(5.14)で示した内力係数である．軸力 W_a によるボルトの有効断面の応力増加分 σ_n は，次式のように表される．

$$\sigma_n = \frac{\Phi_n W_a}{A_s} \tag{5.31}$$

ねじりトルク T についても，ボルトと被締結体でトルクを分担して受け持つ．ねじりトルクに対する内力係数が式(5.15)で定義した曲げモーメントの内力係数 $\Phi_{\beta n}$ と等しいことから，有効断面のせん断応力 τ_s は，以下のように表される．

$$\tau_s = \frac{\Phi_{\beta n} T}{Z_{ps}} \tag{5.32}$$

外力が加わったときもボルトが降伏しないようにするためには，式(5.28)，式(5.29)，式(5.31)，および式(5.32)から，式(5.33)のように外力負荷後のねじ部の等価応力 σ_{e2} を求め，この等価応力 σ_{e2} をボルト材の降伏点 σ_{by} に安全率 a_y を考慮して求められる許容応力よりも低くする必要がある．

$$\sigma_{e2} = \sqrt{(\sigma_{f\max} + \sigma_n)^2 + 3(\tau_{f\max} + \tau_s)^2} < \sigma_{by} / a_y \tag{5.33}$$

以上のように，静的破壊の評価では初期締付け時と外力負荷後のそれぞれで，式(5.30)と式(5.33)を満たすようにボルト径を決定する．

5.2.4 疲労強度評価

ねじ部の疲労破壊は，軸方向の繰返し応力によって起こると考えられる．したがって，図 5.3(b)の W_a，W_s，M，T の外力のうち，軸力 W_a による谷径の軸方向応力 σ'_n と，曲げモーメント M による谷径の曲げ応力 σ'_b を考える．軸力 W_a による谷径の軸方向応力 σ'_n は，式(5.14)で定義した内力係数 Φ_n を用いて以下のように表される．

$$\sigma'_n = \frac{\Phi_n W_a}{A_3} \tag{5.34}$$

ここで，A_3 は谷径の断面積を表す．

曲げモーメント M による谷径の曲げ応力 σ'_b は，式(5.15)で定義した曲げモーメントの内力係数 $\Phi_{\beta n}$ を用いて以下のように表される．

$$\sigma'_b = \frac{\Phi_{\beta n} M}{Z_3} \tag{5.35}$$

ここで Z_3 は谷径の断面係数を表す．

山本ら[5.8]は，初期締付け力が十分負荷されているとき，ねじの疲れ強さは初期締付け力による応力の大きさによらずほぼ一定値となることを示した．さらに，ねじ部の応力集中率，材料の切り欠き係数，および材料の疲労強度を考慮して，ねじの疲労強度の推定値を算出した．このねじの疲労強度の推定値は，谷径応力に対してねじの ISO 等級と呼び径に応じて表 5.2 のように求められている．このねじの疲労強度の推定値 σ_{wk} に安全率 a_w を考慮して，式(5.34)と式(5.35)から式(5.36)のように得られる応力振幅 σ_a と比較して疲労強度評価を行う．

$$\sigma_a = \max\left(\frac{\left|\sigma'_n + \sigma'_b\right|}{2}, \frac{\left|\sigma'_n - \sigma'_b\right|}{2}\right) < \sigma_{wk} / a_w \tag{5.36}$$

Table 5.2 Fatigue strength of bolt, σ_{wk}(5.8) [MPa]

Nominal designation	ISO grade				
	4.8	6.8	8.8	10.9	12.9
M6	81	56	64	78	81
M8	61	49	59	72	76
M10	52	45	55	69	72
M12	48	43	53	67	71
M16	42	39	49	62	66
M20	39	37	46	61	65
M24	37	36	45	69	63
M30	24	34	43	57	61

5.2.5 すべり評価

外力が負荷されたとき，ボルト頭と被締結体間，またはナット座面と被締結体間，または被締結体と被締結体間ですべらないようにボルトを設計する必要がある．そのためには，座面の静摩擦力と被締結体間の静摩擦力を外力よりも大きくすればよい．静摩擦力は押し付け力に静摩擦係数をかけることで計算される．座面の静摩擦係数をμ_w，被締結体間の静摩擦係数をμ_cと表す．押し付け力は，式(5.26)で示した初期締付け力の最小値$F_{f\min}$に，軸方向外力W_aの荷重分担分を加えることで求められる．

座面の押し付け力は，軸方向外力W_aにより初期締付け力の最小値$F_{f\min}$から$\Phi_n W_a$だけ増加する．ここで，Φ_nは式(5.14)で示した内力係数を表す．したがって，座面の静摩擦力F_wは次式のように得られる．

$$F_w = \mu_w \left(F_{f\min} + \Phi_n W_a \right) \tag{5.37}$$

一方，被締結体間の静摩擦力F_cは，外力により被締結体間の押し付け力が$(1-\Phi_n)W_a$だけ低下するため，

$$F_c = \mu_c \left\{ F_{f\min} - \left(1-\Phi_n\right) W_a \right\} \tag{5.38}$$

のように得られる．これらの静摩擦力と，せん断力W_sとねじりトルクTによるせん断力を比較して評価する．せん断力W_sによって座面および被締結体間ですべらないた

めには，すべりに対する安全率 a_s を考慮して次式が成り立つ必要がある．

$$W_s < F_w / a_s \tag{5.39}$$

$$W_s < F_c / a_s \tag{5.40}$$

一方，ねじりトルク T により，被締結体間ですべらないためには次式が成り立つ必要がある．

$$T < \frac{F_w}{a_s} \times \frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{D_{A,Gr}^3 - D_i^3}{D_{A,Gr}^2 - D_i^2} = \frac{F_w}{a_s} \times \frac{D_{Aw}}{2} \tag{5.41}$$

ここで，D_{Aw} は被締結体間の摩擦等価径である．また，座面のねじりトルク T によるすべりは，被締結体間でのすべりが生じたのちに生じるため，被締結体間のみを評価すれば十分と考えられる．

5.2.6 座面陥没，へたり，熱変形による軸力変化

次に，座面陥没とへたりによる軸力低下，および熱変形による軸力変化について述べる．座面陥没とは，被締結体の接触面がクリープや外力負荷によって塑性変形することで，ゆるみの原因となる．種々の材料に対して座面陥没に対する限界面圧が，表 5.3 のように実験的に求められている(5.7)~(5.12)．この限界面圧 p_L と初期締付け時および負荷時の座面面圧を，以下のように比較すればよい．

$$\frac{F_{f\max}}{A_w} < p_L, \quad \frac{F_{f\max} + \Phi_n W_a}{A_w} < p_L \tag{5.42}$$

ここで，A_w は座面の負荷面積で，座面外径 D_o と穴径 D_i によって次式のように表される．

$$A_w = \frac{\pi}{4}\left(D_o^2 - D_i^2\right) \tag{5.43}$$

Table 5.3 Allowable pressure on bearing surface, p_L[5.9]

Material			Tensile strength	Allowable pressure
Type	German standard	Equivalent material in JIS		
Low carbon steel	St 37	S10C	370	260
Medium carbon steel	St 50	S30C	500	420
Low-alloy tempering steel	C 45	S45C	800	700
	42 CrMo 4	SCM440	1000	850
Austenitic CrNi steels	x5 CrNiMo 1810	SUS316	500~700	210
Cast iron	GG 15	FC150	150	600
	GG 25	FC250	250	800
	GG 35	FC350	350	900
	GG 40	-	400	1100
Magnesium alloys	GDMgAl 9	MC2	300(200)	220(140)
	GKMgAl 9		200(300)	140(220)
Cast aluminium alloy	GKAlSi 6 Cu 4	AC2B	-	200
Aluminium alloy	Al99	A1200	160	140
	AlZnMgCu 1.5	A7075	450	370
FRP	-	-	-	120~140

次にへたりの評価について述べる．へたりとは，初期締付け後ある程度時間経過すると，接触表面の微小な凹凸が平らにならされることで，締付け力の低下の原因となる．へたりによる軸力低下は，外力によらずボルトと被締結体間の剛性から決定されるため，修正した内力係数Φ_nではなく，式(5.8)で表される内力係数Φを用いて算出する．締付け力のへたりによる低下量 F_{z1} は，へたり量 f_z と内力係数Φ，および式(5.5)で表される被締結体のコンプライアンスδ_cを用いて，以下のように求められる．

$$F_{z1} = \frac{\Phi}{\delta_c} f_z \tag{5.44}$$

へたり量 f_z には，実験的に求められた手法がいくつか提案されている[5.7]~[5.12]．ここでは，呼び径 d と締付け長さ l_f で求められる VDI 2230 (2003)[5.6]の式を式(5.45)に示す．式(5.45)で得られる値はμm 単位であるため，式(5.44)の単位系に合わせる必要がある．

$$f_z = 3.29\left(\frac{l_f}{d}\right)^{0.34} \qquad (\mu m) \tag{5.45}$$

これらのへたりによる締付け力低下は, 5.2.5 節のすべり評価の初期締付け力の最小値 $F_{f\min}$ を$(F_{f\min}-F_{z1})$と置き直すことで評価される.

次に熱変形による締付け力変化について述べる．ボルトと被締結体の線膨張係数が異なり，ボルト締結体の温度が変化する場合，ボルト軸方向の熱変形差によって締付け力が変化する. 5.2.1 節で示したシェル要素とビーム要素を用いたモデル化を行う場合，シェル要素の面内での熱変形は有限要素解析で評価することが可能である．しかしながら，シェル要素の板厚方向の熱変形は評価することができない．したがって，以下に示す方法にしたがって，熱変形による締付け力変化を評価する必要がある.

ボルトと被締結体の線膨張係数をそれぞれα_b，α_cとする．また，ボルトと被締結体それぞれの温度変化をΔt_b，Δt_cとする．締付け力の熱変形による低下量 F_{z2} は，式(5.8)で表される内力係数Φと式(5.5)で表される被締結体のコンプライアンスδ_c，および締付け長さ l_f を用いて次式で表される.

$$F_{z2} = \frac{\Phi}{\delta_c}\left(\alpha_b \Delta t_b - \alpha_c \Delta t_c\right) l_f \tag{5.46}$$

熱変形による締付け力低下 F_{z2} は，5.2.3 静的強度評価，5.2.4 疲労強度評価，5.2.5 すべり評価および上記座面陥没評価において, 軸方向外力の項$\Phi_n W_a$を$(\Phi_n W_a - F_{z2})$と置き直すことで評価される.

5.3　評価例

5.3.1　評価モデル

上記で述べた強度評価方法を，図 5.4 に示す具体的な構造物に適用して説明する．コの次に曲げた 3 つの鋼板部材を H 型に組み，それぞれの交点を M12 ボルト，もしくは M16 ボルト 4 本で固定した構造物を考える．境界条件として，四つの端部を固定して中央に荷重を負荷する．解析モデルは対称性を考慮して図 5.5 に示すような 1/2 モデルとし，ANSYS 11.0®を用いて解析した．ボルト締結部は，5.2.1 節で述べた手法を用いてモデル化した．モデル化のためには，図 5.2 に示した被締結体の外径 D_c を規定する必要がある．ボルト穴と板材外縁との距離やボルト間隔を比較し，図 5.4 に示す構造物においてはボルト間隔 38mm が最小値であるため，被締結体の外径 D_c を 38mm とした．解析結果の評価が容易になるように，ボルトの軸方向を x 軸方向と一致させている．

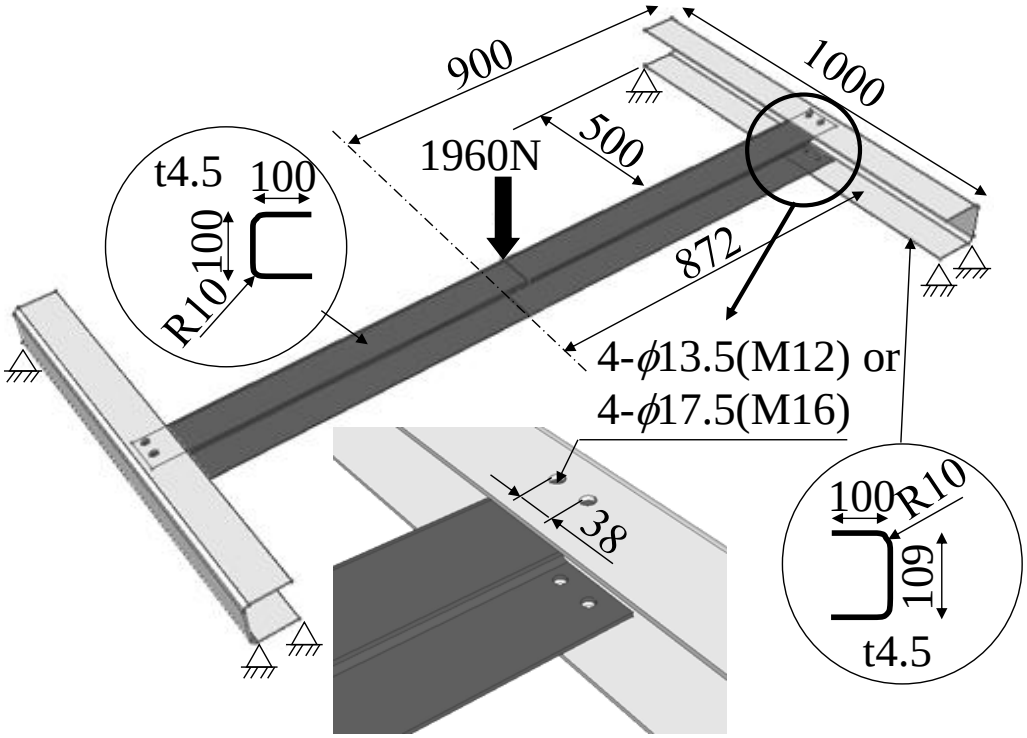

Fig. 5.4 Example of bolted joint structure

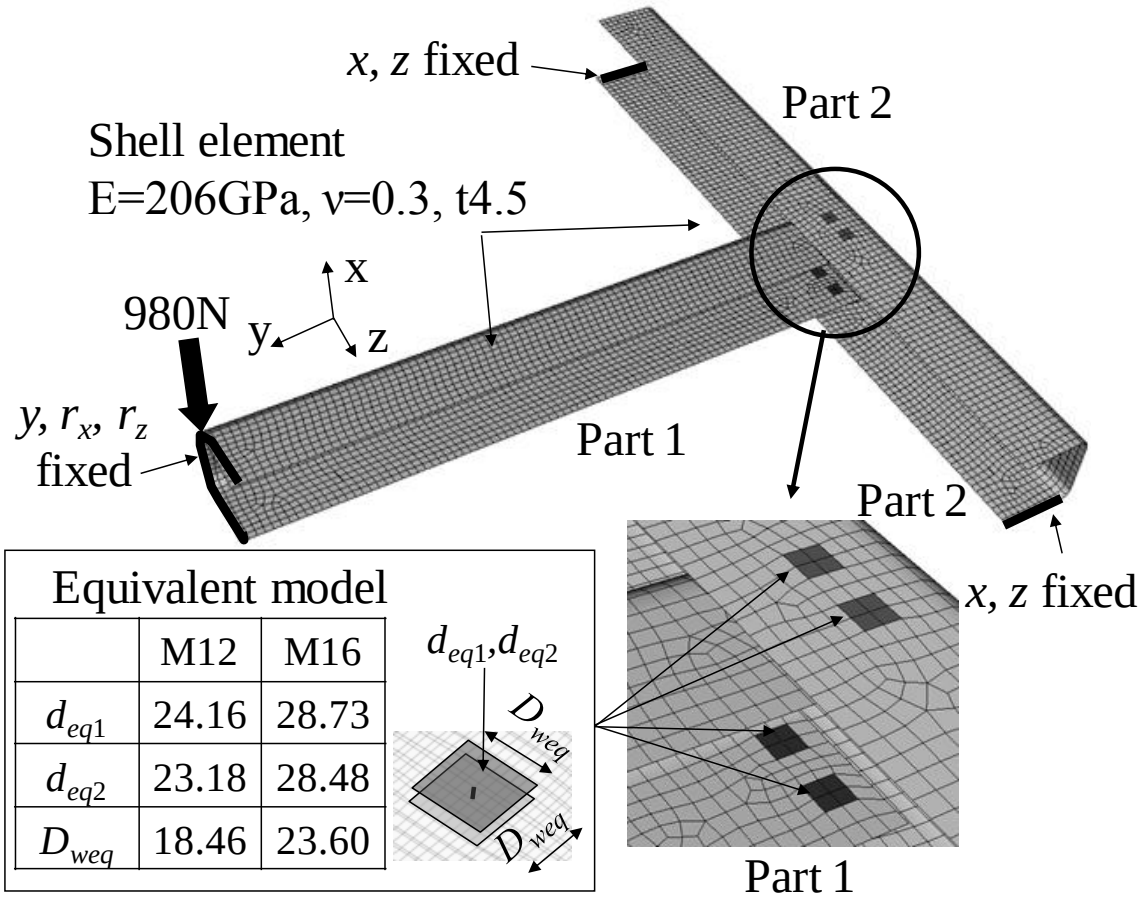

Fig. 5.5 Analysis model of example

5.3.2 評価結果

図 5.6 に M12 ボルトのモデルの変形図とミーゼス相当応力分布を示す．部材 1 が x 方向にたわむとともに，y 軸回りに回転していることが分かる．図 5.7 に M12 ボルトのモデルにおける，No.1 から No.4 の 4 つのボルト等価ビームに加わる荷重 F_x, F_y の解析結果を示す．表 5.4 に同様に求められる荷重 F_z とモーメント M_x, M_y, M_z も示す．荷重方向に注意しつつ，式(5.18)から式(5.21)に従って軸力 W_a，せん断力 W_s，曲げモーメント M, およびねじりトルク T を求めたものも表 5.4 に示した．表 5.5 には，M16 ボルトのモデルにおけるボルトの荷重分担を示す．

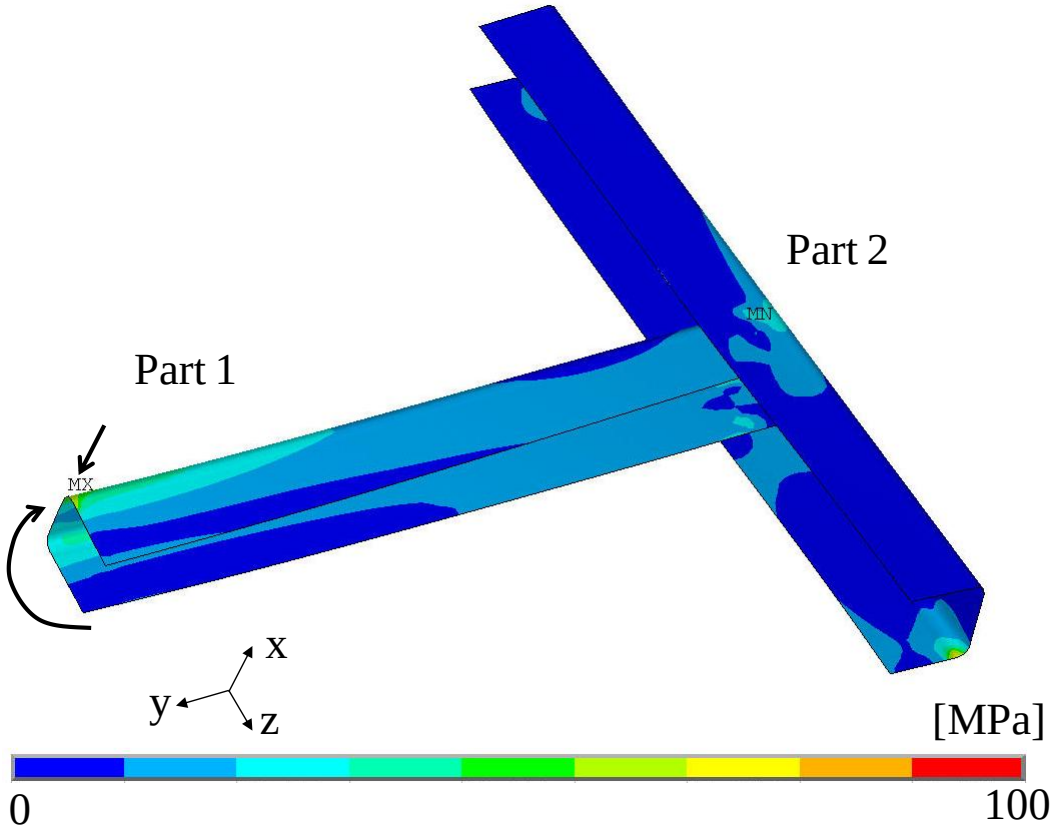

Fig. 5.6 Deformation and von Mises stress distribution of M12 bolts model

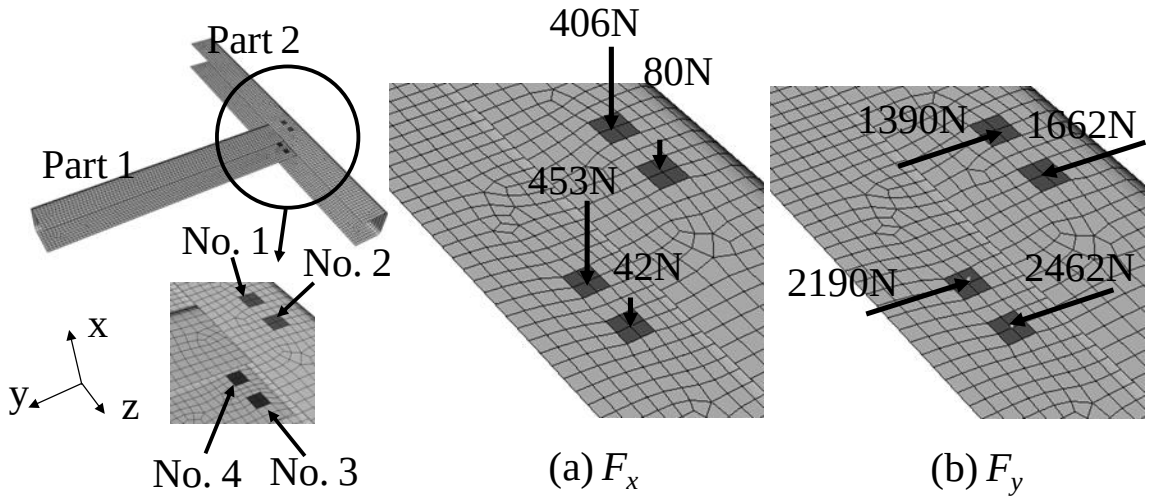

Fig. 5.7 Load distribution of analysis result of M12 bolts

Table 5.4 Load distribution of M12 bolts

No. of bolt	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
F_x [N]	-406	-80	-75	-419
F_y [N]	1,474	-1,780	2,594	-2,287
F_z [N]	-165	23	12	130
M_x [N・mm]	26,581	19,498	-31,389	-35,965
M_y [N・mm]	-4,723	1,635	1,738	-4,932
M_z [N・mm]	-10,614	8,185	10,191	-12,764
W_a [N]	406	80	-75	-419
W_s [N]	1,474	1,780	2,594	2,287
M [N・mm]	11,617	8,347	10,338	13,684
T [N・mm]	26,581	19,498	31,389	35,965

Table 5.5 Load distribution of M16 bolts

No. of bolt	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
F_x [N]	-410	-74	-42	-453
F_y [N]	1,390	-1,662	2,462	-2,190
F_z [N]	-127	-18	69	76
M_x [N・mm]	33,231	20,772	-36,066	-43,840
M_y [N・mm]	-4,712	1,974	2,604	-4,318
M_z [N・mm]	-12,472	8,357	10,004	-14,551
W_a [N]	410	74	-42	-453
W_s [N]	1,390	1,662	2,462	2,190
M [N・mm]	13,333	8,587	10,337	15,178
T [N・mm]	33,231	20,772	36,066	43,840

表 5.4 と表 5.5 から，No.1 から No.4 の x 方向の荷重は外力を単純に 1/4 ずつ負担するわけではなく， 4 つのボルトが複雑に荷重分担していることが分かる．また y 方向荷重については，No.1 と No.2，No.3 と No.4 でそれぞれ逆方向の荷重を保持し，全体として総和が 0 となっている．モーメント M_x, M_y, M_z についても複雑に荷重を分担しており，これらの外力を力のつり合いのみで導くことは困難である．このことからも，複数のボルトで締結される構造物を解析する上で，本研究で開発したボルト簡易モデルが有効であることが分かる．

表 5.4 と表 5.5 に示した外力が負荷されたボルトに対して，5.2.3 節から 5.2.6 節に示した静的強度評価，疲労強度評価，すべり評価、へたり評価、および座面陥没といった強度評価を行った．例として軸方向荷重 W_a の大きい No.1 ボルトと，せん断荷重 W_s の大きい No.3 ボルトの評価結果を，表 5.6 と表 5.7 に示す．M12 ボルトには ISO 強度区分 4.8 と 8.8 を，M16 ボルトには 4.8 のものを用いた．被締結体は SS400 相当の低炭素鋼とし，座面の許容面圧は表 5.3 の低炭素鋼のものを用いた．

初期締付けトルクは，JIS 1083 に記載されている座面摩擦係数 μ_w=0.15 のときの降伏締付けトルク T_{fy} に対して 0.5 倍の値とした．また，座面摩擦係数 μ_w とねじ面摩擦係数 μ_s をそれぞれ 0.15 として，式(5.23)からトルク係数 K は M12 の場合 K=0.196, M16 の場合 K=0.194 と得られた．初期締付け力 F_f は式(5.22)を用いて求め，式(5.25)と式(5.26)に従い m=±15%のばらつきを考慮した．また，式(5.44)から式(5.46)に従い，へたりによる軸力低下(Preload loss)を求めた．静的強度評価，疲労強度評価，すべり評価，および座面陥没に対する評価は表中の太字で示す安全率として示し，基準値や許容値に対する裕度として表している．

ISO 強度区分 4.8 の M12 ボルトを用いたときは，表 5.6 と表 5.7 の灰色の欄で示すように，すべりに対する安全率が 1.0 以下となる．せん断力 W_s に耐えられず，すべる可能性があることが分かる．ISO 強度区分 8.8 の M12 ボルトを用いると初期締付け力を大きくできるため，座面および被締結体間の静摩擦力を大きくすることができる．したがって，表 5.6 の No.1 の ISO 強度区分 8.8 の M12 ボルトでは，すべりに対する安全率を 1.0 より大きくできることも分かる．

一方， ISO 強度区分 8.8 の M12 ボルトを用いたときは，No.1 ボルトと No.3 ボルト両者とも座面陥没に対する安全率が 1.0 以下となる．被締結体が締付け力に耐えられず，座面が大きく塑性変形することが予測される．したがって M12 ボルトを用いる場合は，被締結体の材質をより降伏点の高い材料に変更するか，大径の平座金などを用いて座面の面圧を低下させる必要があることが分かる．

Table 5.6 Strength evaluation No.1 (1/3)

		Name of parameter	Symbol	Dimension	Input and output		
Input	Dimension	Nominal designation	d	[mm]	12		16
		Thread pitch diameter	d_2	[mm]	10.863		14.701
		Thread root diameter	d_3	[mm]	10.106		13.835
		Hole diameter	D_i	[mm]	13.5		17.5
		Outer bearing diameter	d_w	[mm]	16.63		22
		Thread pitch	P	[mm]	1.75		2
		Flank angle of thread	α	[°]	30		30
		Outer diameter of clamped plate	D_c	[mm]	38		38
		Friction coefficient of bearing surface	μ_w		0.15		0.15
		Friction coefficient of thread	μ_s		0.15		0.15
		Friction coefficient of clamped plates	μ_c		0.15		0.15
		Nut factor	K		0.1961		0.1924
		Young's modulus of bolt	E_b	[MPa]	206000		206000
		ISO grade			4.8	8.8	4.8
		Yield strength of bolt material	σ_{by}	[MPa]	340	640	340
		Fatigue strength of bolt	σ_{wk}	[MPa]	48	53	48
		Yield tightening torque (JIS B 1082)	T_{fy}	[N・mm]	52.7	99.2	131
		Ratio of tightening torque and yield tightening torque			0.5	0.5	0.5
		Tightening torque	T_f	[N・mm]	26350	49600	65500
		Preload	F_f	[N]	11200	21080	27850
		Maximum preload	$F_{f\max}$	[N]	12880	24240	32030
		Minimum preload	$F_{f\min}$	[N]	9520	17920	23670
		Young's modulus of plate	E_c	[MPa]	206000		206000
		Thickness of plate 1	t_1	[mm]	4.5		4.5
		Thickness of plate 2	t_2	[mm]	4.5		4.5

Table 5.6 Strength evaluation No.1 (2/3)

		Name of parameter	Symbol	Dimension	Input and output	
Input	Load	Axial load	W_a	[N]	406	410
		Shear force	W_s	[N]	1474	1390
		Bending moment	M	[N・mm]	11617	13333
		Torque	T	[N・mm]	26581	33231
Output	Stiffness calculation	Tangent of helix angle of equivalent cone	$\tan\varphi$		0.4076	0.3558
		Outer diameter of equivalent cone	$D_{A,Gr}$	[mm]	20.30	25.20
		Compliance of bolt	δ_b	[mm/N]	1.371E-06	8.966E-07
		Compliance of clamped plates	δ_c	[mm/N]	3.711E-07	2.280E-07
		Bending compliance of cylinder with $D_{A,Gr}$ and D_i	δ_{ct}	[mm/N]	1.210E-07	8.456E-08
		Load factor	Φ		0.2130	0.2028
		Modified load factor	Φ_n		0.06947	0.07519
		Bending compliance of bolt	β_b	[rad/N・mm]	1.937E-07	6.762E-08
		Bending compliance of clamped plates	β_c	[rad/N・mm]	1.123E-08	4.203E-09
		Bending compliance of cylinder with $D_{A,Gr}$ and D_i	β_{ct}	[rad/N・mm]	3.259E-09	1.437E-09
		Load factor for bending moment	Φ_β		0.05480	0.05852
		Modified load factor for bending moment	$\Phi_{\beta n}$		0.01590	0.02001
	Stiffness of equivalent beam	Area of equivalent beam	A_{beq}	[mm^2]	458.6	648.1
		Second moment of equivalent beam	I_{beq}	[mm^4]	14183	32290
		Diameter of area of equivalent beam	d_{eq1}	[mm]	24.16	28.73
		Diameter of second moment of equivalent beam	d_{eq2}	[mm]	23.18	28.48
		Equivalent pressure area	D_{weq}	[mm]	18.46	23.60
	Preload loss	Permanent deformation of bearing surface	f_z	[μm]	2.9830	2.9830
		Preload loss	F_{z1}	[N]	1712	2652

Table 5.6 Strength evaluation No.1 (3/3)

		Name of parameter	Symbol	Dimension	Input and output		
Output	Stress calculation	Axial stress due to preload	$\sigma_{f\max}$	[MPa]	149	281	200
		Shear stress due to preload	$\tau_{f\max}$	[MPa]	69	131	89
		Axial stress due to applied load W_a	σ_n	[MPa]	0.326		0.193
		Shear stress due to applied torque T	τ_s	[MPa]	1.868		1.166
		Axial stress at thread root area due to W_a	σ'_n	[MPa]	0.351		0.205
		Axial stress at thread root area due to M	σ'_b	[MPa]	1.823		1.026
		Equivalent stress due to preload	σ_{e1}	[MPa]	192	361	253
		Equivalent stress due to preload and applied load	σ_{e2}	[MPa]	194	363	255
		Stress amplitude	σ_a	[MPa]	1.1		0.6
	Evaluation for stress	Safety factor for σ_{e1}	σ_{by}/σ_{e1}		**1.77**	**1.78**	**1.34**
		Safety factor for σ_{e2}	σ_{by}/σ_{e2}		**1.75**	**1.76**	**1.33**
		Safety factor for fatigue strength	σ_{wk}/σ_a		**44.66**	**49.32**	**78.75**
	Evaluation for slip	Static frictional force on bearing surface	F_w	[N]	1175	2435	3157
		Static frictional force on clamped plates	F_c	[N]	1115	2375	3096
		Safety factor for slip on bearing surface by W_s	F_w/W_s		**0.80**	**1.65**	**2.27**
		Safety factor for slip on clamped plates by W_s	F_c/W_s		**0.76**	**1.61**	**2.23**
		Safety factor for slip on clamped plates by T	$F_w D_{Aw}/2/T$		**0.76**	**1.57**	**2.05**
	Evaluation for bearing surface pressure	Pressure due to preload	$F_{f\max}/A_w$	[MPa]	174	327	229
		Pressure due to preload and applied load	$(F_{f\max}+\Phi_n W_a)/A_w$	[MPa]	174	328	230
		Allowable pressure (for low carbon steel, SS400)	p_L	[MPa]	260		260
		Safety factor for pressure due to preload	$p_L A_w/F_{f\max}$		**1.50**	**0.79**	**1.13**
		Safety factor for pressure due to preload and applied load	$p_L A_w/(F_{f\max}+\Phi_n W_a)$		**1.49**	**0.79**	**1.13**

Table 5.7 Strength evaluation No.3 (1/3)

		Name of parameter	Symbol	Dimension	Input and output		
Input	Dimension	Nominal designation	d	[mm]	12		16
		Thread pitch diameter	d_2	[mm]	10.863		14.701
		Thread root diameter	d_3	[mm]	10.106		13.835
		Hole diameter	D_i	[mm]	13.5		17.5
		Outer bearing diameter	d_w	[mm]	16.63		22
		Thread pitch	P	[mm]	1.75		2
		Flank angle of thread	α	[°]	30		30
		Outer diameter of clamped plate	D_c	[mm]	38		38
		Friction coefficient of bearing surface	μ_w		0.15		0.15
		Friction coefficient of thread	μ_s		0.15		0.15
		Friction coefficient of clamped plates	μ_c		0.15		0.15
		Nut factor	K		0.1961		0.1924
		Young's modulus of bolt	E_b	[MPa]	206000		206000
		ISO grade			4.8	8.8	4.8
		Yield strength of bolt material	σ_{by}	[MPa]	340	640	340
		Fatigue strength of bolt	σ_{wk}	[MPa]	48	53	48
		Yield tightening torque (JIS B 1082)	T_{fy}	[N・mm]	52.7	99.2	131
		Ratio of tightening torque and yield tightening torque			0.5	0.5	0.5
		Tightening torque	T_f	[N・mm]	26350	49600	65500
		Preload	F_f	[N]	11200	21080	27850
		Maximum preload	$F_{f\max}$	[N]	12880	24240	32030
		Minimum preload	$F_{f\min}$	[N]	9520	17920	23670
		Young's modulus of plate	E_c	[MPa]	206000		206000
		Thickness of plate 1	t_1	[mm]	4.5		4.5
		Thickness of plate 2	t_2	[mm]	4.5		4.5

Table 5.7 Strength evaluation No.3 (2/3)

		Name of parameter	Symbol	Dimension	Input and output	
Input	Load	Axial load	W_a	[N]	-75	-42
		Shear force	W_s	[N]	2594	2462
		Bending moment	M	[N・mm]	10338	10337
		Torque	T	[N・mm]	31389	36066
Output	Stiffness calculation	Tangent of helix angle of equivalent cone	$\tan\varphi$		0.4076	0.3558
		Outer diameter of equivalent cone	$D_{A,Gr}$	[mm]	20.30	25.20
		Compliance of bolt	δ_b	[mm/N]	1.371E-06	8.966E-07
		Compliance of clamped plates	δ_c	[mm/N]	3.711E-07	2.280E-07
		Bending compliance of cylinder with $D_{A,Gr}$ and D_i	δ_{ct}	[mm/N]	1.210E-07	8.456E-08
		Load factor	Φ		0.2130	0.2028
		Modified load factor	Φ_n		0.06947	0.07519
		Bending compliance of bolt	β_b	[rad/N・mm]	1.937E-07	6.762E-08
		Bending compliance of clamped plates	β_c	[rad/N・mm]	1.123E-08	4.203E-09
		Bending compliance of cylinder with $D_{A,Gr}$ and D_i	β_{ct}	[rad/N・mm]	3.259E-09	1.437E-09
		Load factor for bending moment	Φ_β		0.05480	0.05852
		Modified load factor for bending moment	$\Phi_{\beta n}$		0.01590	0.02001
	Stiffness of equivalent beam	Area of equivalent beam	A_{beq}	[mm^2]	458.6	648.1
		Second moment of equivalent beam	I_{beq}	[mm^4]	14183	32290
		Diameter of area of equivalent beam	d_{eq1}	[mm]	24.16	28.73
		Diameter of second moment of equivalent beam	d_{eq2}	[mm]	23.18	28.48
		Equivalent pressure area	D_{weq}	[mm]	18.46	23.60
	Preload loss	Permanent deformation of bearing surface	f_z	[μm]	2.9830	2.9830
		Preload loss	F_{z1}	[N]	1712	2652

Table 5.7 Strength evaluation No.3 (3/3)

		Name of parameter	Symbol	Dimension	Input and output		
Output	Stress calculation	Axial stress due to preload	$\sigma_{f\max}$	[MPa]	149	281	200
		Shear stress due to preload	$\tau_{f\max}$	[MPa]	69	131	89
		Axial stress due to applied load W_a	σ_n	[MPa]	-0.060		-0.020
		Shear stress due to applied torque T	τ_s	[MPa]	2.206		1.265
		Axial stress at thread root area due to W_a	σ'_n	[MPa]	-0.065		-0.021
		Axial stress at thread root area due to M	σ'_b	[MPa]	1.622		0.796
		Equivalent stress due to preload	σ_{e1}	[MPa]	192	361	253
		Equivalent stress due to preload and applied load	σ_{e2}	[MPa]	194	363	255
		Stress amplitude	σ_a	[MPa]	0.8		0.4
	Evaluation for stress	Safety factor for σ_{e1}	σ_{by}/σ_{e1}		**1.77**	**1.78**	**1.34**
		Safety factor for σ_{e2}	σ_{by}/σ_{e2}		**1.75**	**1.76**	**1.33**
		Safety factor for fatigue strength	σ_{wk}/σ_a		**57.05**	**62.99**	**117.70**
	Evaluation for slip	Static frictional force on bearing surface	F_w	[N]	1170	2430	3152
		Static frictional force on clamped plates	F_c	[N]	1182	2442	3159
		Safety factor for slip on bearing surface by W_s	F_w/W_s		**0.45**	**0.94**	**1.28**
		Safety factor for slip on clamped plates by W_s	F_c/W_s		**0.46**	**0.94**	**1.28**
		Safety factor for slip on clamped plates by T	$F_w D_{Aw}/2/T$		**0.64**	**1.33**	**1.89**
	Evaluation for bearing surface pressure	Pressure due to preload	$F_{f\max}/A_w$	[MPa]	174	327	229
		Pressure due to preload and applied load	$(F_{f\max}+\Phi_n W_a)/A_w$	[MPa]	174	327	229
		Allowable pressure (for low carbon steel, SS400)	p_L	[MPa]	260		260
		Safety factor for pressure due to preload	$p_L A_w/F_{f\max}$		**1.50**	**0.79**	**1.13**
		Safety factor for pressure due to preload and applied load	$p_L A_w/(F_{f\max}+\Phi_n W_a)$		**1.50**	**0.79**	**1.13**

また，表 5.6 と表 5.7 に示したように軸力 W_a と曲げモーメント M から応力振幅 σ_a を求め，疲労強度に対する安全率も評価できる．本評価では，内力係数 Φ_n と曲げモーメントに対する内力係数 $\Phi_{\beta n}$ が非常に小さいため，ボルトの応力振幅 σ_a が非常に小さく，疲労強度としては問題ないことが分かる．本構造ではボルトと被締結体ともに鋼材を想定したため，熱変形による軸力変化を評価する必要が無かったが，同様に熱変形による軸力変化の評価も可能である．

表 5.6 と表 5.7 から，ISO 強度区分 4.8 と 8.8 の M12 ボルトを用いた場合，すべての安全率を 1.0 以上とすることができない．ボルト径を増大させた ISO 強度区分 4.8 の M16 ボルトを用いることで, 全ての評価に対して安全率 1.0 以上にできることが分かる．よって，本評価例では M16 ボルトを用いて締結すればよいと結論付けられる．

5.4　結言

構築した板材のボルト締結構造体に対するシェル要素とビーム要素を用いたモデル化手法に対して，強度評価手法を検討し，以下の結論を得た．

(1) 等価ビーム要素の力とモーメント成分から，従来のボルト力学を考慮した強度評価手法とすべり限界に対する評価手法を検討し，ボルト信頼性評価手法を提案した．

(2) 上記強度評価手法を具体的な例に適用し，その有効性を示した．

本評価手法は接触を考慮していないため，ボルト部の口開きやすべり量の評価を行うことができない．しかしながら，多数のボルトで締結されている構造物の解析を行った際，従来ボルトの強度評価法が不明確であったのに対して，本評価手法を適用することで多くの場合十分な信頼性評価が可能となると考える．

5.5　参考文献

(5.1)　CYBERNET，ボルト締結モデリングマクロのご紹介，CAE のあるモノづくり，　**11**(2009)，19-20.

(5.2)　Montgomery, J., Methods for Modeling Bolts in the Bolted Joint, ANSYS 2002 Conference, 2002 April.

(5.3)　Rutman, A. and Kogan, J. B., Software takes the load off joint modeling, *Machine Design*, **70**–6(1998), 79-82.

(5.4)　Rutman, A., Boshers, B., Pearce, L. and Parady, J., Fastener Modeling for Joining Parts Modeled by Shell and Solid Elements, 2007 Americas Virtual Product Development Conference, 2007 Octorber, Detroit, MI.

(5.5)　Kim, J. G., Park, S. S., Choi, S. H. and Kim, B. K., Finite Element Modelling and Experimental Verification of the Structures with Bolted Joints, *Transactions of the Korea Society of Mechanical Engineers*, **20**–6(1996), 1854-1861.

(5.6)　Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Richtlinien Blatt 1 2230 (2003) Systematic calculation of high duty bolted joints　-Joints with one cylindrical bolt-, 2003 [賀勢　晋司・川井　謙一　訳，高強度ねじ締結の体系的計算法 -円筒状一本ボルト締結-，日本ねじ研究協会，2006].

(5.7)　新版　接合技術総覧編集委員会，新版　接合技術総覧，産業技術サービスセンター，1992.

(5.8)　山本　晃，ねじ締結の原理と設計，養賢堂，1997.

(5.9)　吉本　勇，ねじ締結体設計のポイント，日本規格協会，1992.

(5.10)　日本ねじ研究協会出版委員会，新版　ねじ締結ガイドブック，2006.

(5.11)　酒井　智次，増補　ねじ締結概論，養賢堂，2008.

(5.12)　Bickford, J. H., Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints 4th Edition Non-Gasketed Joints, CRC, 2008.

(5.13)　日本建築学会，鋼構造接合部設計指針，日本建築学会，2001.

第6章　結論

6.1　本研究の結論

本論文では，一本のボルト締結体の外力と外モーメント負荷時の剛性の線形および非線形挙動を，接触を考慮した有限要素解析を基に明らかにし，被締結体の剛性式を検討した．構築した被締結体の剛性式を基に，複数のボルト締結部を持つ複雑な構造物を解析するための簡易でかつ精度良い有限要素モデル化手法を検討した．さらに，この簡易モデルから得られた解析結果に対し，ボルトの強度評価を行う手法を検討した．得られた結論を各章に沿って以下に示す．

第 1 章では，機械構造物や建築構造物に旧来から多数用いられてきたボルト締結体の利点や欠点を述べ，近年多発する事故を例にその設計の重要性を示した．そして，従来のボルト締結体の設計方法を示すとともに，既往の研究成果を調査し，本研究の位置づけと目的，そして意義について述べた．

第 2 章では，まず一本のボルトで締結された 2 枚の板材を対象に，被締結体の剛性の線形挙動を検討した．接触を考慮したボルト締結体モデルに，軸方向荷重と曲げモーメントを外力として与え，被締結体の軸方向コンプライアンスと曲げコンプライアンスを評価した．得られた結果により，従来から用いられている被締結体の等価圧縮体の妥当性を検証した．その結果，(1) 初期締付け力による被締結体の軸方向コンプライアンスは，VDI 2230 (1977)の円筒型と VDI 2230 (2003)の円すい型の等価圧縮体モデルの中間に位置しているが，その両者への漸近度合はボルト径に依存することが分かった．(2) 軸荷重と曲げモーメントが作用した場合の被締結体の剛性は，円すい型の等価圧縮体でモデル化している VDI 2230 (2003)により，ほぼ妥当に評価できることが分かった．しかしながら，VDI 2230 (2003)は，軸方向剛性を最大で 11%程度，曲げ剛性を最大で 22%程度高めに評価し，ボルト荷重を若干危険側に評価した．さらに，板厚の異なる被締結体の場合，対称な被締結体を前提とする VDI 2230 (2003)から離れる傾向にあった．そこで，(3) 解析結果から，VDI 2230 (2003)の等価円すい体モデルの頂角を表す $\tan\varphi$ を求めた．その結果から $\tan\varphi$ の式に，2 つの板の板厚比 t_1/t_2

を考慮した対数項 $\ln(t_1/t_2)$を加え，定数項を修正した $\tan\varphi$ の式を提案した．(4) 締付け長さと座面径の比 l_f/d_w=0.11～1.29 の範囲のボルト締結体に，この修正した $\tan\varphi$ の式を用いることで，軸方向コンプライアンスを−1.5%から 6.8%の範囲で，曲げコンプライアンスを−6.5%から 10%の範囲で予測でき，評価手法の改善がみられた．以上の結果から，被締結体の線形剛性を高精度に求めることのできる剛性式を構築できた．

第 3 章では，第 2 章で明らかにした被締結体の線形領域での剛性を拡張するため，接触を考慮したボルト締結体モデルにおいて，被締結体の軸方向コンプライアンスと曲げコンプライアンスの非線形挙動を評価した．その結果，(1) 被締結体の軸方向コンプライアンスは，非線形となる領域は非常に狭く，その偏曲点の軸方向荷重 W_{ath} はボルトのコンプライアンスδ_b と被締結体のコンプライアンスδ_c を用いて求めたものと良く一致した．したがって，軸方向の剛性については，線形領域における剛性さえ予測できれば,被締結体間がかい離した後の挙動も十分予測可能であることが分かった．一方，(2) 被締結体の曲げコンプライアンスβ_c とモーメント M_c の関係は，モーメントのしきい値 M_{cth1} と M_{cth2} により，(i) $0< M_c< M_{cth1}$, (ii) $M_{cth1}< M_c< M_{cth2}$, (iii) $M_{cth2}< M_c$ の三つの領域に分けられた．このとき (i) $0< M_c< M_{cth1}$ の領域では，被締結体の剛性は従来の VDI 2230 (2003)の等価圧縮体モデルで表された．(3) 限界値を表す M_{cth1} と M_{cth2} を予測するために，被締結体の曲げコンプライアンスの非線形挙動を表す力学モデルを提案し，ボルト径や板厚を変えた場合にも良好な予測ができることが分かった．(4) (iii) $M_{cth2}< M_c$ の領域では，モーメント荷重の引張側の接触面が完全分離する．圧縮側の面圧の大きさはモーメントの増加とともに増加するが，面圧の範囲はほとんど変化しないことが分かった．このことから，圧縮側のみに構成される円すい型の等価圧縮体で表す力学モデルを構築し，被締結体の剛性を定式化した．(5) 構築したモデルによる被締結体のコンプライアンスの予測値と解析結果を比較した結果，ボルト径が小さく締付け長さ l_f が長い場合において，モデルでの予測値が解析値より小さい傾向があるが，おおむね一致した．特に 2 枚の板厚が大きく異なる場合のコンプライアンスの変化も良く表わせた．

第 4 章では，第 2 章で構築した被締結体の剛性式を基に，複数のボルトで締結された複雑な構造物の解析に適した，シェル要素とビーム要素を用いたボルト締結体の簡易モデル化手法を構築した．その結果，(1) ボルト締結体の力学に基づきボルトと被締結体の剛性を考慮して，ボルトを模擬したビーム要素の軸方向等価径 d_{eq1} と曲げ等価径 d_{eq2} を決定した．また，(2) シェル要素でモデル化した板材締結部に，被締結体の等価圧縮体を考慮した一辺 $D_{weq}= d_w+0.5l_f\tan\varphi$ の正方形で表される座面等価領域を

設け，座面等価領域内の従属節点の並進自由度を上記ボルト等価ビーム要素端の主節点の並進および回転自由度に拘束するボルト締結体のモデル化手法を提案した．そして，(3) ボルト締結体の固有値測定を行い，実験値と解析値を比較して上記ボルト締結体のモデル化手法の妥当性を検証した．

第 5 章では，第 4 章で構築した板材のボルト締結構造体に対するシェル要素とビーム要素を用いたモデル化手法に対して，強度評価手法を検討した．その結果，(1) 等価ビーム要素の力とモーメント成分から，従来のボルト力学を考慮した強度評価手法とすべり限界に対する評価手法を検討し，ボルト信頼性評価手法を提案した．(2) 上記強度評価手法を具体的な例に適用し，その有効性を示した．本評価手法は接触を考慮していないため，ボルト部の口開きやすべり量の評価を行うことができない．しかしながら，多数のボルトで締結されている構造物の解析を行った際，従来ボルトの強度評価法が不明確であったのに対して，本評価手法を適用することで多くの場合十分な信頼性評価が可能となると考えられる．

以上のように，本研究によってボルト締結体の剛性を明らかにするとともに，複数のボルトで締結された複雑な構造物にも適用可能な簡易モデル化手法およびそれに対する強度評価手法を確立することができた．これらの成果により，産業機械や建築構造物などの複数のボルトで締結される複雑構造物に対して，ボルト一つ一つの負荷を有限要素解析により精度よく求め，その負荷から見落としなく強度評価を行うことが可能となった．したがって，開発期間の大幅な短縮や，低価格化のための極限設計を行うことが可能となり，市場競争の激化に耐えつつ信頼性の高く，環境負荷の低い製品の設計・開発に貢献できると考える．

6.2　今後の展開

本研究で得られた成果の一部は,既にいくつかの産業機械に対して部分的に適用し,製品の信頼性向上，原価低減，軽量化に貢献している．さらに適用製品を拡大していくことによって，各々の強度設計が合理化されるとともに，製品構造が見直され製品自体が革新されることが期待される．

一方，本研究で開発したボルト締結部の簡易モデル化手法と強度評価方法は，ボルト締結部の口開きやすべりを許容していない．ボルト締結部の口開きやすべりはボルトのゆるみにつながるため，一般的な構造物では口開きやボルトのすべりを許容しない．したがって，本研究で開発した強度評価方法で，大部分の構造物を適切に設計す

ることが可能と考えられる．しかしながら，口開きやボルトのすべりを許容する設計が必要となる製品も存在する．たとえば，自動車エンジン付近に装着する電装品のように，熱変動の大きい機器において線膨張係数の大きく異なる材質をボルト締結で固定するような場合は，ボルト締結部のすべりを許容する設計が必要となる．このような製品の設計に対応するためには，本研究で開発した簡易モデル化手法を，口開き量やボルトのすべり量が評価できるように拡張することが望まれる．

口開き量の評価については，第 3 章で構築した非線形領域における被締結体の剛性式を用いて，第 4 章で確立した簡易モデル化手法におけるビームを非線形剛性で表わすことで可能となる．ただし，軸方向荷重と曲げモーメント両者に依存して非線形剛性が変化するため，ANSYS®や NASTRAN®等の汎用有限要素コードに機能化されている非線形バネや非線形材料で表わすことは困難である．そのため，ユーザサブルーチンを用いた新たな要素の開発が必要とされる．

また，すべりを許容した設計を行うためには，第 4 章で確立した簡易モデル化手法にせん断方向の非線形挙動を表現できるようビーム剛性を拡張するとともに，ボルトの緩みが生じない限界すべり量の把握が必要となる．限界すべり量については，Junker ら(6.1)(6.2)，山本と賀勢ら(6.3)(6.4)，酒井ら(6.5)(6.6)，および中村ら(6.7)により実験的に検討され，一般化が試みられている．また，泉ら(6.8)(6.9)や富士岡ら(6.10)(6.11)は，ねじ面の接触も考慮した有限要素解析により，ゆるみ現象から限界すべり量を求めようと試みている．筆者らも限界すべり量の定式化を検討し始めている(6.12)(6.13)．しかしながら，限界すべり量に対して，決定的な理論や手法が確立されているとは現状言い難く，今後すべりとゆるみに関して新たな知見が得られることが期待される．

いずれにしても，本研究で開発した簡易モデル化手法を拡張することによって，口開きやすべりを許容した設計が可能になると考えられる．したがって，本研究の成果は，今後も有効に生かされていくものと考えられる．

6.3 参考文献

(6.1) Junker, G. H. and Strelow, D., Untersuchung überdie Mechanik des selbstsätigen Lösens und die zweckmäβige Sicherung von Schraubenverbindungen, Drahtwelt, 52-2·3·5 (1966), 103, 175, 317.

(6.2) Junker, G. H., New criteria for self-loosening of fasteners under vibration, SAE paper 690055(1969).

(6.3) 山本　晃・賀勢　晋司，軸直角振動によるねじのゆるみに関する研究―ゆるみ機構の解明―，精密機械，**43**-4(1977), 470-475.

(6.4) 山本　晃・賀勢　晋司，軸直角振動によるねじのゆるみに関する研究―ゆるみ止め性能曲線の理論化―，精密機械，**43**-9(1977), 1069-1074.

(6.5) 酒井　智次，ボルトのゆるみ（第１報，軸直角荷重を受けるボルトの場合），日本機械学会論文集，**44**-377(1978), 279-287.

(6.6) 酒井　智次，ボルトのゆるみ（第２報，回転荷重を受けるボルトの場合），日本機械学会論文集，**44**-377(1978), 288-292.

(6.7) 中村　眞行・服部　敏雄・辻本　静夫・梅木　健，軸直角方向の往復荷重が作用するボルトの回転ゆるみ限界評価，日本機械学会論文集（C 編），**67**-661(2001), 2976-2980.

(6.8) 泉　聡志・横山　喬・岩崎　篤・酒井　信介，ボルト締結体の締付けおよびゆるみ機構の三次元有限要素法解析，日本機械学会論文集（A 編），**71**-702(2005), 204-212.

(6.9) 泉　聡志・木村　成竹・酒井　信介，微小座面すべりに起因したボルト・ナット締結体の微小ゆるみ挙動に関する有限要素法解析，日本機械学会論文集（A 編），**72**-717(2006), 780-786.

(6.10) 富士岡　泰雄・酒井　智次，ねじ回転ゆるみ機構の検証（第１報，座金が直線状に往復振動する場合のボルトゆるみ挙動と要因），日本機械学会論文集（C 編），**71**-711(2005), 3270-3277.

(6.11) 富士岡　泰雄・酒井　智次，ねじ回転ゆるみ機構の検証（第２報，座金が円弧状に往復振動する場合のボルト回転ゆるみ挙動とゆるみ機構），日本機械学会論文集（C 編），**71**-711(2005), 983-990.

(6.12) 西村　尚哉・服部　敏雄・森　智志・佐合　一馬・山下　実・成瀬　友博，軸直角方向負荷下でのボルト―ナット締結体のすべり・ゆるみ挙動（第１報，

ナットによる限界拘束モーメント評価式の検討及び修正），日本機械学会論文集（A 編），**75**-756(2009)，958-966.

(6.13)　西村　尚哉・服部　敏雄・森　智志・佐合　一馬・山下　実・成瀬　友博，軸直角方向負荷下でのボルト―ナット締結体のすべり・ゆるみ挙動（第 2 報，限界相対すべり量及びボルト東部の傾き係数の評価），日本機械学会論文集（A 編），**75**-756(2009)，967-973.

関連発表論文

発表論文（筆頭者として）

- 成瀬　友博・川崎　健・服部　敏雄，シェル要素とビーム要素を用いたボルト締結部の簡易モデル化手法と強度評価（第 1 報　モデル化手法），日本機械学会論文集（A 編），**73**-728(2007)，522-528 [Naruse, T., Kawasaki, T. and Hattori, T., Simple Modelling and Strength Evaluation Methods for Bolt Joints Using Shell Elements and Beam Elements (1st Report, Modelling Method), Journal of Computational Science and Technology, **3**-1 (2009), 22-33].
- 成瀬　友博・川崎　健・服部　敏雄，シェル要素とビーム要素を用いたボルト締結部の簡易モデル化手法と強度評価（第 2 報　強度評価法），日本機械学会論文集（A 編），**73**-728(2007)，529-536 [Naruse, T., Kawasaki, T. and Hattori, T., Simple Modelling and Strength Evaluation Methods for Bolt Joints Using Shell Elements and Beam Elements (2nd Report, Strength Evalutation), Journal of Computational Science and Technology, **3**-1 (2009), 34-45].
- 成瀬　友博・渋谷　陽二，ボルト締結部における負荷時の被締結体の等価剛性評価，日本機械学会論文集（A 編），**75**-757(2009)，1230-1238 [Naruse, T. and Shibutani, Y., Equivalent Stiffness Evaluations of Clamped Plates in Bolted Joints under Loading, Journal of Solid Mechanics and Material Engineering, Accepted].
- 成瀬　友博・渋谷　陽二，ボルト締結体の軸方向剛性と曲げ剛性の高精度化，日本機械学会論文集（A 編），**76**-770(2010), 1234-1240.
- 成瀬　友博・渋谷　陽二，ボルト締結体の曲げモーメント下における被締結体剛性の非線形特性，日本機械学会論文集（A 編），2010/11 掲載予定.

発表論文（共著者として）

- 山口　貴吏・成瀬　友博・尾田　十八、ボルト締結部の強度評価を目的とした設計支援システム，設計工学，**39**(2004)，33-38.

- 西村　尚哉・服部　敏雄・森　智志・佐合　一馬・山下　実・成瀬　友博，軸直角方向負荷下でのボルト―ナット締結体のすべり・ゆるみ挙動（第１報，ナットによる限界拘束モーメント評価式の検討及び修正），日本機械学会論文集（A 編），**75**-756(2009)，958-966.
- 西村　尚哉・服部　敏雄・森　智志・佐合　一馬・山下　実・成瀬　友博，軸直角方向負荷下でのボルト―ナット締結体のすべり・ゆるみ挙動（第２報，限界相対すべり量及びボルト頭部の傾き係数の評価），日本機械学会論文集（A 編），**75**-756(2009)，967-973.

国際会議

- Naruse, T. and Shibutani, Y., Nonlinear Behaviour of Equivalent Stiffness of Plates Clamped by Bolted Joints under Loading, ASME 2009 International Mechanical Engineering Congress & Exposition (IMECE2009), November 13-19 2009, Lake Buena Vista, Florida, USA.

国内学術講演会

- 成瀬　友博・服部　敏雄・山口　貴吏，ボルト締結部の有限要素解析法の検討，日本機械学会 2004 年度年次大会，2004-9.
- 成瀬　友博，CAE に適したボルト簡易モデル化手法と強度評価法，日本機械学会 2007 年度年次大会，2007-9.
- 成瀬　友博，ねじ締結部の信頼性と CAE，日本機械学会 2008 年度年次大会，2008-8.

謝辞

本論文をまとめるにあたり，大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 渋谷陽二 教授には，終始懇切なるご指導，ご助言ならびにご教示を賜り，謹んで感謝の意を表します．また，ご多忙中にもかかわらず本論文の審査の労を取って頂くとともに，貴重なご意見とご有益な討論を頂きました大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 久保司朗 教授と大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 箕島弘二 教授に厚く御礼申し上げます．

広島大学大学院 工学研究科 機械システム専攻 沢俊行 教授，信州大学工学部 賀勢晋司 教授，ならびに東京大学大学院 工学系研究科 機械工学専攻 酒井信介 教授，泉聡志 准教授には，学会の講演会や日本機械学会材料加工部門「締結・接合・接着部のCAE 用モデリング及び評価技術の構築」分科会で有益なご助言，ご議論いただきましたことお礼申し上げます．

本研究は，著者が株式会社 日立製作所に入社後，機械研究所 第三部にて行った研究開発の成果の一部をまとめたものであり，研究を進める上で多くに方々のご意見を頂きました．岐阜大学 工学部 機械システム工学科 服部敏雄 教授には，入社当初から長きに渡りご指導頂きながら，本論文につながるテーマを与えて頂き，その後も公私共にご助言頂きましたこと，深甚なる謝意を表します．また，服部教授と共に岐阜大学にて共同研究を進めて頂きました名城大学 理工学部 交通機械工学科 西村尚哉 准教授にお礼申し上げます．

茨城県 企画部 林眞琴 技監には，学生時代に日立製作所 機械研究所 第三部への入社を勧めていただき，その後も多くのご討論，ご指導頂き深く感謝申し上げます．渡邊道弘様，北野誠 主管研究長，斉藤直人 部長，福山満由美 部長，鈴木隆之 部長には，第三部長として海外共同研究の場や社会人博士課程への機会を与えて頂く等，多くのご支援を賜り厚く御礼申し上げます．また，第三部強度信頼性ユニットの方々から，多くのご協力を頂きました．青山博様，有働竜二郎様，岩佐正明様，田中行平様，竹田憲生様，山口貴吏様，橋本裕明様，山崎美稀様，中康弘様，澤田貴彦様，北泰樹様，井村真様，丹野洋平様，川下道宏様，木村宗太様，井上剛志様には，解析や実験

に関してご助言，ご協力頂いたこと厚くお礼申しあげます．共同研究者として実験，解析に協力頂きました株式会社 日立製作所 社会･産業インフラシステム社 川崎健様に感謝の意を表します．また，解析モデル作成の自動化に当たり CAE システム開発をまとめていただいた小野寺誠様にお礼申し上げます．

本研究の遂行には，その他日立グループ関係者の方々のご協力がありました．本研究のきっかけとなりましたエレベータの構造開発では，株式会社 日立製作所 都市開発システム社 宮田弘市様，小笠原剛様，三好寛様，平野薫様，福家毅様，長谷川裕子様には，研究の推進にあたりご助言，ご協力頂きありがとうございます．また，本研究の深化へ大きく寄与している大型ポンプやプロセス圧縮機の開発では，株式会社 日立プラントテクノロジー 福島康雄様，山田洋様，植山淑治様，松井志郎様，原田一郎様，三浦治雄様，新井茂様，桜井信介様，橋本泰司様をはじめ多くの方々に，ご討論，ご協力を頂きましたことお礼申し上げます．

また，海外共同研究にて研究を指導頂き，慣れない海外生活を援助頂いた Professor Donald Mackenzie, Head of Department, Department of Mechanical Engineering, University of Strathclyde に謝意を表します．

最後に，本論文執筆を応援してくれた私の両親および，妹とその家族一同と，毎日笑顔を与えてくれた息子 宏亮，そして，論文の完成を楽しみにしながら毎日陰ながら支えてくれた妻 美子に対して感謝のことばを述べて結びといたします．