選択画素による画像の
符号化および位相的な特徴の抽出

１９８３年２月

森　田　啓　義

要　旨

本論文では，ディジタル白黒2値画像およびディジタル濃淡画像のそれぞれに適した符号化方式を提案する。ディジタル2値画像の符号化では，従来多くの符号化方式がラスタ走査方向に色の変化する変化点を選び出し，変化点の位置の統計的性質に基づいて構成された符号を用いて符号化を行っている。この方法では，統計的性質を調べるための前処理や，性質の異なる画像ごとにそれに適した符号を用意する必要がある。一方2値画像でも特に文字や漢字あるいは機械部品の設計図などの幾何学的なパターンから構成されるものに対しては，画面内の物体の配置や，どの点とどの点が直線で結ばれているあるいは結ばれていないといった幾何学的な特徴が画像の情報として重要な意味をもっている。そこで画面から幾何学的特徴を有する点を選び出せば，単に変化点を選び出す場合に比べ，選び出される点の数も少なく，後に続く選び出された点を符号化する場合にも，変化点の場合に比べ，より構成の簡単な符号の使用が期待できる。この見地に立ち，幾何学的な特徴点として画像のコーナー点に対応する選択画素を定義し，さらにできるだけ少ない選択画素によって画像を一意に表現する理論を展開し選択画素符

号化方式を導出した。さらに選択画素から知りうる元の画像の位相的な性質について調べ，一旦画面から取り出しておいた選択画素の情報のみから，元の画像に含まれる連結成分とホールの検出や周囲長・面積を計測する方法について論じる。

一方，ディジタル濃淡画像の符号化における問題の一つに，濃淡レベル数がある程度以上ある場合には，画像を直接符号化することがハードウェア上非常に困難になることが挙げられる。この問題を解決するために，元の画像を正確に復元するという制約のもとで，濃淡画像を複数個の2値情報源に効率よく還元する Bit-Plane 変換を提案し，この変換を用いて濃淡画像を符号化する方法について論じる。

謝辞

本研究を遂行するにあたり終始御指導いただいた本学機械工学科教授有本卓博士に深く感謝します。さらに機械工学科教授林卓夫博士，制御工学科教授辻三郎博士，生物工学科教授鈴木良次博士，そして機械工学科助教授門田良実博士に感謝します。また選択画素の定義に関して有意義な御助言をいただいた金沢工業大学教授林彬博士に感謝します。そして有本研究室の橋本猛助手，生物工学科の小林欣吾助手の二人には，常日頃から適切な助言と励しを受けていました。ここにそれを記すとともに厚く感謝します。さらに宮崎文夫助手を始めとする有本研究室の皆様に感謝します。最後に研究に協力していただいた，北島浩司氏，樋野文夫氏，向井信彦氏，古市浩朗氏，そして北田茂氏に感謝します。特に最後の二人には編集段階において並々ならぬ御助力を受けました。改めてこの二人に感謝します。

目　次

第1章

序　　論

本論文では画像の符号化を白黒2値画像の場合と濃淡画像の場合とに分けて，それぞれに適した符号化方式について論じる。

まず最初に，2値画像の符号化について考察する。2値画像の中でも符号化の対象として特に重要なものに，言語処理システムで欠かせない漢字や文字あるいは計算機援助システムによる製図・設計で扱われる機械部品の設計図やＬＳＩ回路の配線図などが挙げられる。これらの2値画像の符号化は画像の特徴抽出と密接にかかわっている。というのはこれらの画像においては，画面内の物体の配置やどの点とどの点が直線で結ぶ結ばれないの関係にあるのかといった幾何学的特徴が画像の情報として重大な意味をもっているからである。

この観点から従来の2値画像の符号化方式を見直してみると，第3章でも指摘するように実に多くの方式が一種の特徴抽出を行っていることが分る。しかしながら従来の方式では，どういう特徴点をどう選び出すかという問題には深く立ち入らないで，選出後の特徴点を効率よく符号化することが主眼点であった。　と

ころがこれらの方法にはいくつかの問題点が含まれている。すなわち，特徴点を符号化するための処理が複雑になればなるほど処理の必然性があいまいになってゆく点や，画像の統計的性質を調べる前処理を行う必要がある点，そして性質の異なる画像ごとにそれに適した符号を用意しなければならないという点である。そこでこれらの問題点を解決するために従来の方式とは異なり，選び出す特徴点自体をできるだけ少なくする方向から２値画像の符号化を考察する。

第３章ではまず新しい特徴点として画像のコーナー点に対応した選択画素を定める。次に選択画素によって画像を一意に表現する方法について議論し，新しい符号化方式すなわち選択画素符号化方式（Selective Element Coding Technique，略してＳＥＣＴ）を導出する。

ＳＥＣＴによる符号化例として漢字パターンのデータ圧縮を第４章において行い，さらにＳＥＣＴの有効性を他の方式との比較において論じる。第５章では画像の特徴点としての選択画素から知ることのできる元の画像の位相的な性質について調べ，画面全体ではなく選択画素の情報のみから，元の画像に含まれる連結成分とホールの検出ならびに連結成分の周囲長・面積の計測を行う方法について論じる。この方法は処理形式からいうと画面を一定順序で１回走査するだけですべての連結成分あるいはホールの計測を行うことのできる，いわゆる１パス走査方式になっている。

一方，濃淡画像の符号化における問題の一つに，濃淡レベル数がある程度以上ある場合には，画像を直接符号化することがハードウェア上非常に困難になるということが挙げられる。そこでハードウェア規模の小型化，処理の高速化を図るために，復元画像と元の画像の間にある程度の誤差を許して符号器への入力となるシンボル数を削減することが従来行われてきたが，第6章ではこの方法とは異なり，元の画像を正確に復元するという制約のもとで，濃淡画像データを複数個の2値情報源に効率よく還元するBit-Plane変換を提案し，さらにこの変換を用いて濃淡画像を符号化する方法について論じる。

さて次の第2章ではディジタル画像の表現方法と使用する語句，そして符号化に関する一般的な知見について説明する。

なお本文の第3章，第5章におけるアルゴリズムは文献[73]に基づくALGOL流の記述がなされている。

第２章

準　　備

2.1　画像の入力と記述

本論文で取扱う画像とは，実世界の物体がＴＶカメラや光センサなどによって電気信号に変換され，さらにA/Dコンバータにより標本化ならびに量子化を行ったものである。このような処理を施した画像を一般に，ディジタル画像と呼ぶ。このディジタル画像は，数学的には大きさＭ×Ｎの行列Ｐによって表現される。これより以後では，ディジタル画像とその行列表現Ｐを同一視する。直積集合 $\{1, 2, \cdots, M\} \times \{1, 2, \cdots, N\}$ を画像Ｐの画面といい，画面内に含まれる要素 (i, j)，$1 \leqq i \leqq M$，$1 \leqq j \leqq N$ を画素と呼ぶ。さらにＰの要素 $p(i, j)$ を画素 (i, j) の画素値と呼ぶ。$p(i, j)$ の値が０と１に限る行列Ｐを特にディジタル２値画像という。ディジタル２値画像は，A/D変換の際にあるしきい値によって作られた白黒２値画像に相当し，０が白，１が黒に対応しているとみなす。$p(i, j)$ のとる値の種類が２より大きなＰをディジタル濃淡画像と呼ぶ。

2.2　ディジタル２値画像における用語の定義

以下の章では各種の処理を簡単に記述するために，

Pの上下左右に1行1列ずつ，値が0の要素を付け加えた大きさ $(M+2)\times(N+2)$ の行列 P_{ex} をしばしば用いる。このとき P_{ex} の画面は $\{0,1,\cdots,M+1\}\times\{0,1,\cdots,N+1\}$ である。また明らかに

$$P_{ex}(i,0) = P_{ex}(i,M+1) = 0 \quad , \quad 0 \leqq i \leqq M+1$$
$$P_{ex}(0,j) = P_{ex}(M+1,j) = 0 \quad , \quad 0 \leqq j \leqq N+1$$
$$P_{ex}(i,j) = p(i,j) \quad , \quad 1 \leqq i \leqq M \quad , \quad 1 \leqq j \leqq N$$

である。P_{ex} において画素 (i,j)，$0 \leqq i \leqq M+1$，$1 \leqq j \leqq N+1$ が左隣りの画素 $(i,j-1)$ と異なる値を持つとき，(i,j) を<u>変化点</u>と呼ぶ。さらに (i,j) が

$$P_{ex}(i,j) = P_{ex}(i-1,j-1)$$
$$P_{ex}(i,j) = 1 - P_{ex}(i-1,j)$$
$$P_{ex}(i,j) = 1 - P_{ex}(i,j-1)$$

を満たすとき，(i,j) を<u>交差点</u>と呼ぶ。また同じ値をとる変化点が縦に一列に並んだもの，そして真上の画素と異なる値をとる画素で同じ値のものが横に一列に並んだものを画像Pの<u>辺</u>あるいは<u>境界</u>と呼ぶ。また P_{ex} の各行において同じ値の画素が一列に並んだものを，その値が0ならば<u>0－ラン</u>，1ならば<u>1－ラン</u>と呼ぶ。

以後では特に混乱が生じない限り P_{ex} の要素は $p(i,j)$ と略して記すことにする。また画素 (i_1,j_1) と (i_2,j_2)，$0 \leqq i_1, i_2 \leqq M+1$，$0 \leqq j_1, j_2 \leqq N+1$ の間には

$$(i_1,j_1) \leqq (i_2,j_2) \Leftrightarrow \begin{cases} i_1 < i_2 & \text{あるいは} \\ i_1 = i_2 & \text{かつ} \quad j_1 \leqq j_2 \end{cases}$$

の意味での辞書式順序を与え，画素の位置関係に大小比較を許すものとする。

2.3 符号化について

標準ＴＶ信号やＴＶカメラから得られた画像データをそのままディジタル化すると膨大な量のデータが発生する。このため画像をディジタル画像として計算機内の記憶装置に記憶する場合，あるいは電波や回線ケーブルなどを用いて伝送する場合には，一意に復元が可能な変換でしかも変換後のデータを減少しうるものをディジタル画像に施すことによって，占有記憶容量の削減あるいは回線使用時間の短縮が行われる。これらの処理を称してディジタル画像の符号化（またはデータ圧縮）と呼ぶ。

符号化を行うシステムは，図2.1に示すように符号器と復号器とから構成される。ここで符号器は情報源から出力されるシンボル列を符号語（符号化データ）へ変換する。復号器は符号語から元のシンボル列を復元する。復元に際しては誤りを全く許さずに元のシンボル列を正確に復元する場合と，許容範囲内の誤りを許して復元を行う場合が考えられる。本論文では前者の場合についてのみ議論する。

符号化の効率を議論する場合，情報源は一般にある確率過程としてモデル化される。このとき情報源からの長さNの出力シンボル列はある確率変数列となり，

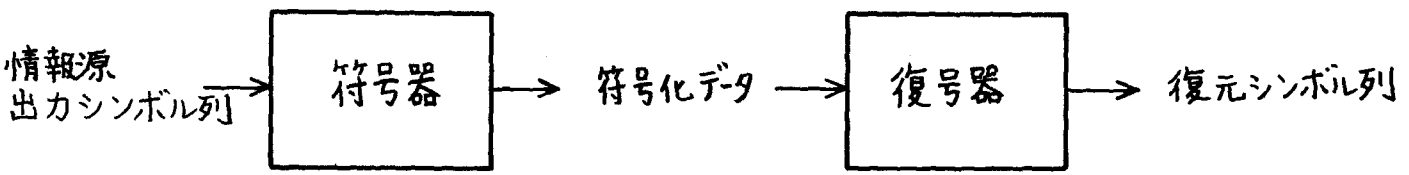


図 2.1　符号化の概略図

これに対応する符号語の長さLも一般に確率変数となる。このとき符号化の効率は圧縮率

$$R = \frac{EL}{N} \tag{2.1}$$

によって測られる。ここでELはLの期待値，すなわち平均符号長を意味する。

適当な符号器と復号器を用いることによってRをどこまで下げることができるかという問題は，確率モデルに対応して定まるエントロピー

$$H^N = \sum_{x^N:\text{長さ}N\text{のシンボル列}} p(x^N) \log_2 p(x^N)^{-1} \text{ (ビット)} \tag{2.2}$$

ここで$p(x^N)$はシンボル列x^Nが生起する確率と密接に関係する。Shannon[1]とFano[2]はELをH^Nより少なくすることができる符号は存在しないことと，次の不等式を満足する符号が存在することを証明した。

$$H^N \leq EL \leq H^N + 1 \tag{2.3}$$

そしてHuffman[3]は最適な符号を構成するアルゴリズムを求めた。以来，彼のアルゴリズムに基づいて構成されるいわゆるハフマン符号は広く応用されるに至っている。しかしながらハフマン符号を構成するためには，シンボル列の長さNの指数乗オーダの計算手数が必要となるので，画像データなどで確率パラメータが変動する場合や実時間処理には不向きである。これらの状況に適した符号化方法については第6章において

詳しく議論する。

第3章

ディジタル2値画像の符号化

3.1 問題の記述と歴史

ディジタル2値画像の符号化は，主に，ファクシミリ通信分野において盛んに研究され，すでに数多くの符号化方式が提案されている[4][5]。これらの方式には一つの共通した特徴がある。それは図3.1のように画面を左から右，上から下へラスタ走査を行いながら変化点を検出するという点である。検出された変化点の情報から元の画像は正確に復元できるので，これらの符号化方式で問題となるのは変化点の情報をできるだけ効率よく符号化することである。実際，変化点の符号化をどのように行うかを主題として2値画像の符号化技術は発展してきたといっても過言ではない。この節では，その中でも特に代表的な符号化方式のいくつかを紹介し，問題点を明らかにする。

ランレングス符号化方式：歴史的に一番古いものとしては，隣り合う変化点間の距離（ランレングス）によって各変化点の位置を表わすランレングス符号化方式[6]がある。ランレングス符号化方式は画像に限らず，一般のデータ伝送においても幅広く用いられており[7][8]，後述の各種符号化方式の基礎となる方式である。

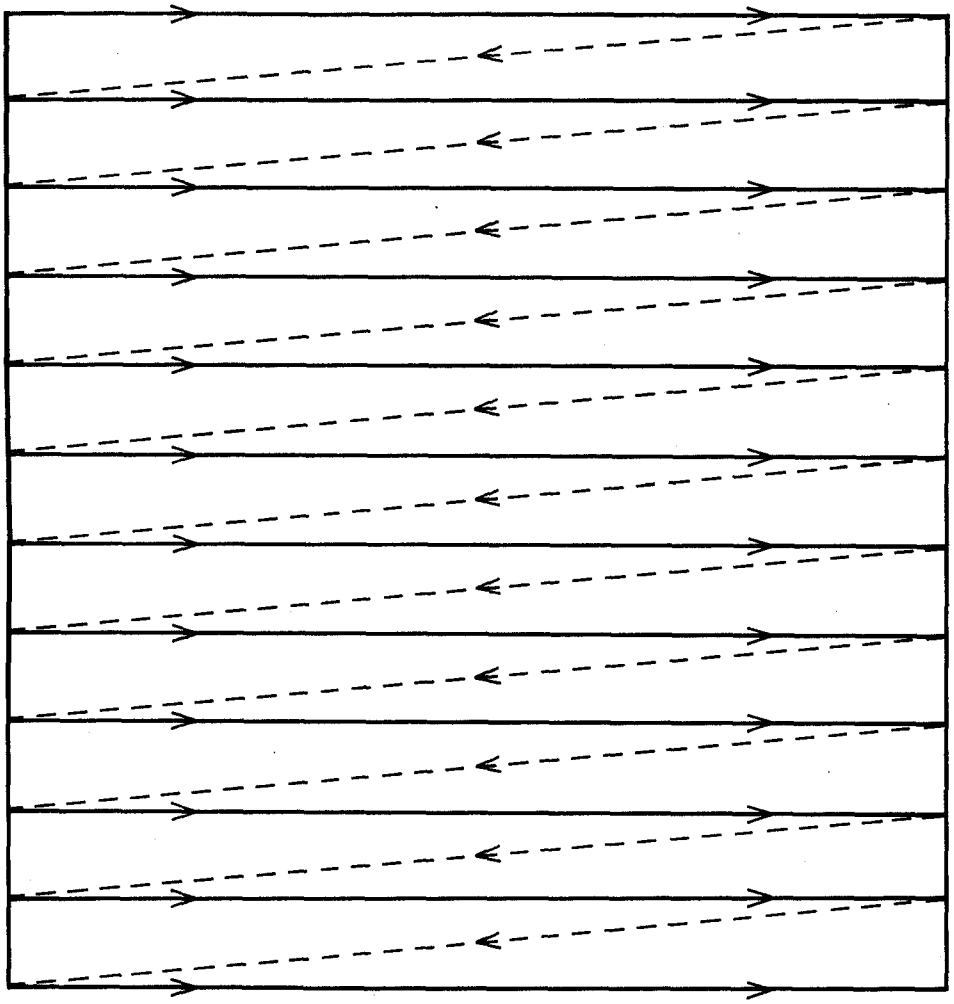


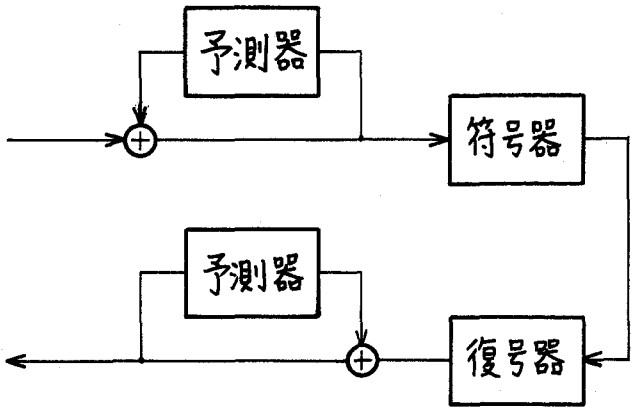
図 3.1　ラスタ走査形式

このランレングス符号化方式では，あらかじめランレングスの頻度分布を調べ，分布にもっとも適した符号（ハフマン符号）を構成しておく。そして，ランレングスを対応する符号語に変換する。また，場合によっては，白のランと黒のランの分布が異なることを考慮して，より圧縮効果を上げるために白ランと黒ランとに別々の符号を使い分けることが行なわれる[9][10]。

予測符号化方式：予測符号化方式の符号器は予測器とランレングス符号を直列に結合した構成からなる。予測器では，すでに走査した過去の画素値から現在走査中の画素値の予測を行なう[11][12][13]。予測の結果が正しければ予測器は0を，誤まっていれば1を出力する。このとき，うまく予測器を構成しておけば0の頻度に較べ1の頻度は遥かに少なくなる。その結果，白ランでは長いランが，黒ランでは短かいランが多く表われる。すなわち，予測器出力列のランレングスは元の画像のランレングスに比べて偏った分布に従う。一般に，確率分布が偏ればよるほど適当な符号を用いて符号化データの平均量を少なくすることができる。したがって，ランレングス符号化を行う前に予測処理を施すことにより，より効率の良い符号化が可能となる。復号器では，最初にランレングスの復元を行ない予測器出力列を求め，次に符号器で用いた予測器を駆動して，いま得られた出力列から元の画像データを復元する(図3.2参照)。

再整列化方式：予測符号化方式にさらに手を加えたものに，再整列化（Reordering）操作を行う方式がある[14][15]。この再整列化方式では1走査ラインごとに画素値をまとめて次の処理を行う。まず予測器の入力を予測結果がある確率以上で的中する入力とそうでない入力とに分ける。次に，前者に対する予測器の出力はラインの左端から，後者に対する予測器の出力はラインの右端から整列し直してゆく。このとき双方からの出力が会する位置（境界点）を付加情報として記憶しておく。再整列化後のデータには，境界点より左側は非常に白っぽく，境界点より右側は白黒が入り混じるという空間的な偏りが生じる。したがって境界点より左側と右側でそれぞれに適したランレングス符号を用いて符号化すれば，単なる予測符号化方式より以上の圧縮効果を得ることができる。この再整列化方式の一般化として予測器の各入力ごとに予測器出力を整列し直し，それぞれに最適な符号を用いてランレングス符号化を行うという方式も提案されている[16][17]。

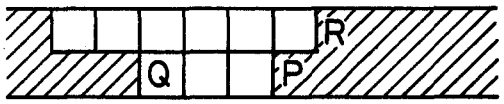
ＲＡＣおよびＥＤＩＣ方式：今まで紹介してきた符号化方式では，変化点位置を符号化するためにランレングスが用いられてきた。ランレングスは白あるいは黒の画素の連なりの長さであるが，詳しく言うと，走査中の変化点に対し直前に検出された変化点を基準点として，基準点から測った現在走査中の変化点までの相対距離である。このランレングスの概念を一般化し



⊕ --- exclusive or

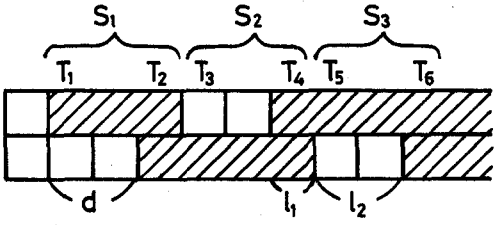
予測符号化方式のブロック図

図 3.2



$\overline{PR} = 1$
$\overline{PQ} = 3$　　$\overline{PR} < \overline{PQ}$ より $\overline{PR}$ を符号化する。

(a)　RAC 方式の構成



$S_1(+2) \cdot S_2 \cdot S_3(1, 2)$

(b)　EDIC 方式の構成

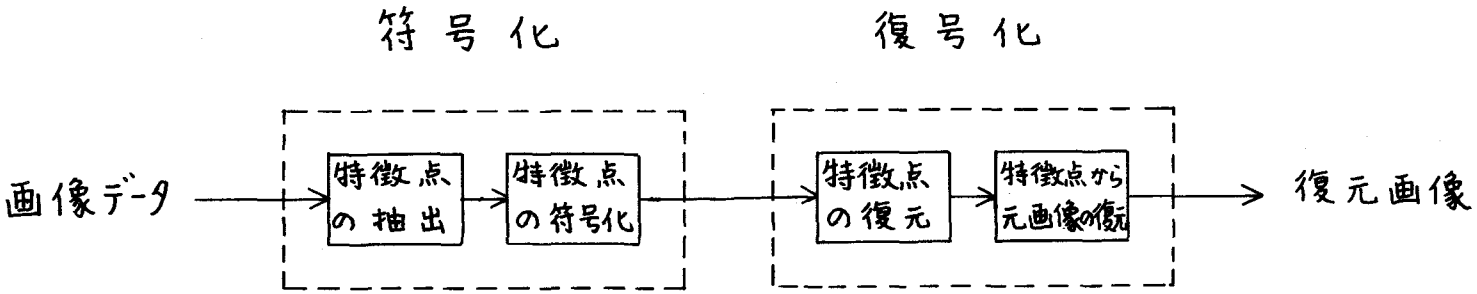
図 3.3

て，現在走査中の変化点からの相対距離ができるだけ短かくなるように，前走査ライン上の変化点をも含めて基準点となる変化点を選び分ける符号化方式が開発されている。その代表として変化点相対アドレス（ＲＡＣ）方式[18]，境界差分符号化（ＥＤＩＣ）方式[19]などがある。ＲＡＣ方式では，現在走査中の変化点Ｐを次のように符号化する。まずＰとその直前に走査された変化点Ｑとの距離$\overline{PQ}$を求めると同時に，前走査ライン上においてＰと同種の変化点の中でＱより右側にありＱに最も近い変化点Ｒを捜し出してＰからの距離$\overline{PR}$を求める。次にこれらの距離を比較して短かい方を，いずれを採用したかを示す符号とともに符号化する（図3.3a参照）。ＥＤＩＣ方式では連続した2走査ライン上で相続いて現われるニつの変化点を対とする。そしてこの対を変化点が各走査ラインに1個ずつ存在する場合S_1，両方とも前走査ラインに存在する場合S_2，両方とも現走査ラインに存在する場合S_3に分類する。変化点対がS_1であるときは，S_1を示す符号とともに変化点間の距離dを符号化する。S_2であるときはS_2を示す符号のみを符号化する。最後にS_3であるときは直前の変化点対と現在の変化点対との距離ℓ_1と現在の変化点対に含まれる変化点間の距離ℓ_2とを符号化する（図3.3b参照）。さらに，ＲＡＣ方式とEDIC方式を組合せた符号化方式としてModified ＲＥＡＤ方式[20]が考案され実用化されている[21]。

上で紹介したこれらの符号化方式には幾つかの問題点が含まれている。すなわち，処理が複雑になるにつれて処理の必然性があいまいになってゆく点，ランレングス分布などの画像の統計的性質を調べるための前処理を行なう必要がある点，そして，性質の異なる画像ごとにそれに適した符号を用意しなければならないという点である。そこで，これらの問題点を改善するために新しい符号化方式の検討を行おう。

まず、２値画像の符号化を図3.4のように図式化して解釈する。すなわち、符号器は２値画像からある特徴点を抽出する部分と抽出された特徴点を符号化する部分から構成され，復号器は符号化データから特徴点を抽出する部分と復元した特徴点から元の２値画像を正確に再生する部分から構成されると考える。上で紹介した各種方式においては，特徴点として変化点を抽出し，変化点を如何に符号化するかに独自の工夫を凝らしているという具合に解釈できる。この構成に沿ってさらに考えると，特徴点の符号化を工夫する前にできるだけ抽出する特徴点の数を少なくすることがデータ圧縮効果をより高めるために，また，後に続く特徴点の符号化を簡単化するために必要であると思われる。

もっとも直観的で理解しやすい特徴点の候補としては，画面に描かれた図形の"角"（コーナー点）を挙げることができる。実際，任意の２値画像は描かれた図形のコーナー点によって一意に特徴づけられる。　さら



画像符号化の構成

図 3.4

に少し考えると，すべてのコーナー点を抽出する必要はなく，図3.5のように一つおきにコーナー点をコーナーの方向とともに抽出すれば，残りのコーナー点の位置と方向は抽出したコーナー点の情報から同定できるように思われる。尚，コーナー点の方向としては四種類を考えておけば十分なので，コーナーの方向の情報は高々2ビットで符号化できる。もしこの方法でうまくゆくならば，特徴点の数をコーナー点（あるいは辺）の数の半分にまで抑えることができるので非常に効率的である。しかしながら，この方法は一般性に欠けている。例えば，図3.6に示すように一つの画面内に複数の図形が描かれている画像に対しては，右側と左側の図形に対し抽出されるコーナー点の方向と位置は一致するので，もとの画像の正確な復元は不可能となる。そこで，幾つのコーナー点を抽出すればコーナー点の情報からもとの画像を正確に復元できるかという問題が生じる。この章の以下では，この問題に一つの解答を与えることを目的として考察を行なってゆく。そして，さらに得られる知見をもとにして新しい2値画像の符号化方式を提案する。

3.2 2値画像の（I,R）-表現

この節では，コーナー点に相当する選択画素I点とR点を導入して，I点とR点によって任意の2値画像が表現できることを復元アルゴリズムを与えることに

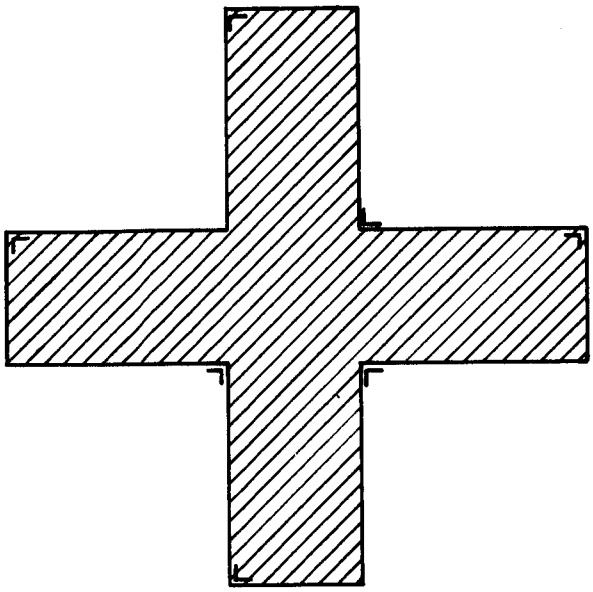


図 3.5　一つおきにコーナー点を抽出する方法

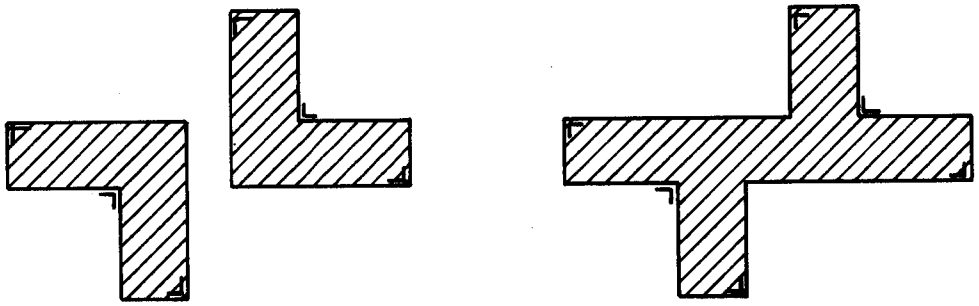


図 3.6　図 3.5 に示した抽出法では
うまく抽出できない例

よって示す。Ｉ点とＲ点の定義は次のとおりである。

［定義 3.1］

２値画像P_{ex}の区間$\{(i,j) \mid 1 \leqq i \leqq M, 1 \leqq j \leqq N+1\}$内の画素に対し，Ｉ点とＲ点を次のように定義する。

1)画素(i,j)がＩ点であるための必要十分条件は，

$p(i-1,j-1) = p(i,j-1)$ と

$p(i-1,j) \neq p(i,j)$

がともに成立することである。

2)画素(i,j)がＲ点であるための必要十分条件は，

$p(i-1,j-1) \neq p(i,j-1)$ と

$p(i-1,j) = p(i,j)$

がともに成立することである。

Ｉ点とＲ点の例を図3.7に示す。Ｉ点とＲ点を称して選択画素と名付ける。さらに，変化点であるＩ点（Ｒ点）をＴＩ点（ＴＲ点），変化点でないＩ点（Ｒ点）をＣＩ点（ＣＲ点）と呼ぶことにする。例からも明らかなように，Ｉ点とＲ点はコーナー点に対応している。Ｉ点とＲ点に関する主な性質を次にまとめておく。

［定理 3.1］

1) (i,j)がＴＩ点ならば，$(i-1,j)$は変化点でない。

2) (i,j)がＣＩ点ならば，$(i-1,j)$は変化点である。

3) (i,j)がＴＲ点ならば，$(i-1,j)$は変化点でない。

4) (i,j)がＣＲ点ならば，$(i-1,j)$は変化点である。

（証明）

各場合について次の等式が成立する。

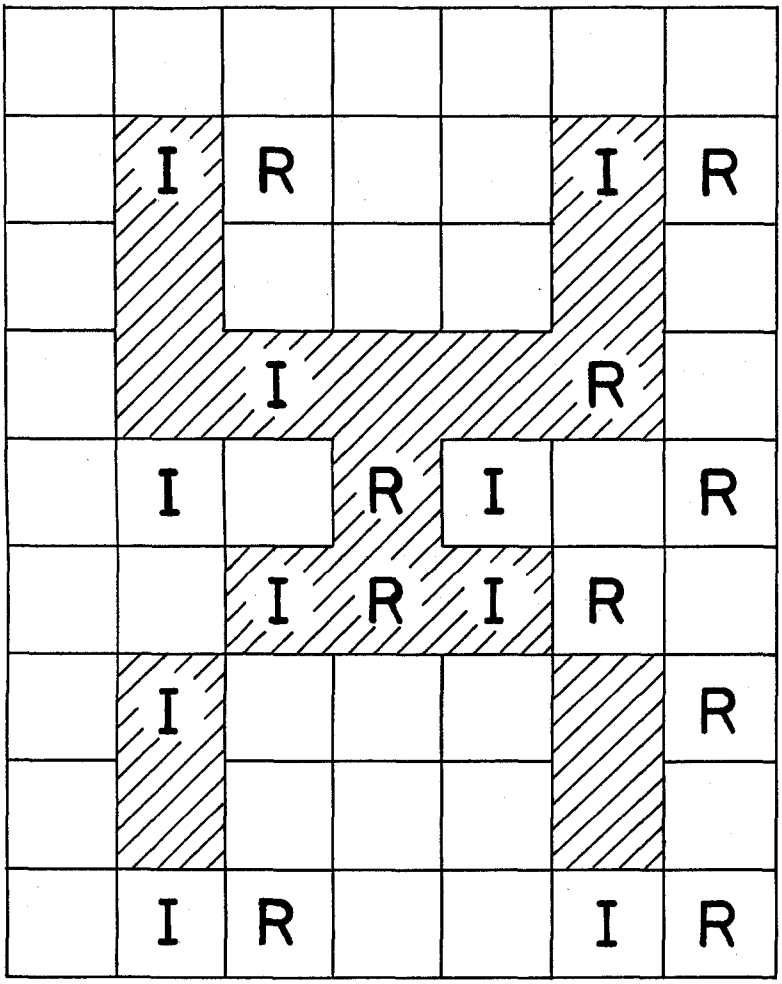


図 3.7　I 点と R 点の例

1)の場合:　$p(i-1, j-1) = p(i, j-1)$

(a) $= 1 - p(i, j)$

(b) $= p(i-1, j)$　(1)

2)の場合:　$p(i-1, j-1) = p(i, j-1)$

(c) $= p(i, j)$

(d) $= 1 - p(i-1, j)$　(2)

3)の場合:　$p(i-1, j-1) = 1 - p(i, j-1)$

(e) $= p(i, j)$

(f) $= p(i-1, j)$　(3)

4)の場合:　$p(i-1, j-1) = 1 - p(i, j-1)$

(g) $= 1 - p(i, j)$

(h) $= 1 - p(i-1, j)$　(4)

ここで，(1)と(2)の最初の等式および(b)と(d)はI点の定義から，また，(3)と(4)の最初の等式および(f)と(h)はR点の定義から導かれる。さらに，(a)と(e)は(i, j)が変化点であることから，また，(c)と(g)は(i, j)が変化点でないことから導かれる。(1)(2)(3)(4)は定理の主張が正しいことを示している。　(証明終り)

[定理 3.2]

2値画像P_{ex}のi行に選択画素が存在すると仮定する。このとき，i行の選択画素について次の主張が成立する。

1)一番左端の選択画素はI点である。

2)一番右端の選択画素はR点である。

3)I点とR点は同数あり，しかも，必ず交互に位置す

る。

（証明）

1) i 行で一番左端の選択画素を (i, j_L) とおく。(i, j_L) が第1列に存在したとする（すなわち，$j_L = 1$）。このとき，P_{ex} の定義から $p(i, 0) = p(i-1, 0) = 0$ なので，$(i, 1)$ が選択画素であるならば定義からI点に他ならない。次に，$2 \leq j_L \leq N+1$ の場合を考える。もし，(i, j_L) がR点であると仮定すると，R点の定義から，$p(i, j_L-1) \neq p(i-1, j_L-1)$ が成立しなければならない。ところで，$p(i, 0) = p(i-1, 0)$ なので，第1列から第 j_L-1 列の間には少なくとも一つのI点が存在しなければならない。これは，(i, j_L) が i 行上で一番左端の選択画素であるという前提に矛盾する。したがって，(i, j_L) は常にI点である。

2) i 行で一番右端の選択画素を (i, j_R) とおく。(i, j_R) が第 $N+1$ 列に存在したとする（$j_R = N+1$）。このとき，P_{ex} の定義から $p(i, N+1) = p(i-1, N+1) = 0$ なので，$(i, N+1)$ が選択画素であるならば定義からR点に他ならない。次に，$1 \leq j_R \leq N$ とおく。さて，(i, j_R) がI点であると仮定すると，I点の定義から $p(i, j_R) \neq p(i-1, j_R)$ が成立する。ところで，$p(i, N+1) = p(i-1, N+1) = 0$ なので，第 $j_R + 1$ 列から $N+1$ 列の間には少なくとも一つのR点が存在しなければならない。これは，(i, j_R) が i 行上において一番右端の選択画素であるという前提に矛盾する。したがって，(i, j_R) は常にR点である。

3) i 行上には少なくとも二つの選択画素が存在することを 1) と 2) の結果は示している。そこで，相続く選択画素 (i, j_1) と (i, j_2)，$j_1 < j_2$ が隣接している（$j_2 = j_1 + 1$）場合をまず考える。もし，$p(i, j_1) = p(i-1, j_1)$ ならば定義 1 から (i, j_1) は R 点，(i, j_2) は I 点である。また，$p(i, j_1) \neq p(i-1, j_1)$ ならば (i, j_1) は I 点，(i, j_2) は R 点である。そこで，$j_2 > j_1 + 1$ とおく。(i, j_1), (i, j_2) ともに R 点であれば，$p(i, j_1) = p(i-1, j_1)$ かつ $p(i, j_2-1) \neq p(i-1, j_2-1)$ が成立するので，$j_1 + 1$ 列から $j_2 - 1$ 列までの間に少なくとも一つの I 点が存在する。これは (i, j_1) と (i, j_2) の間に選択画素が存在しないという前提に矛盾する。また，(i, j_1) と (i, j_2) が I 点であるとすれば，$j_1 + 1$ 列から $j_2 - 1$ 列までの間に少なくとも一つの R 点が存在することが導びかれ，やはり矛盾が生じる。したがって，相続く選択画素は異なる種類のものである。I 点と R 点の個数が同じであることは，左端の選択画素が I 点，右端の選択画素が R 点であり，しかも，I 点と R 点が交互に位置することから自明である。（証明終り）

画像 P_{ex} に K（K は偶数）個の I 点と R 点が存在するとき，これらを大きさの順に並べた系列 $D_P = \{(I_n, J_n), n = 1, \cdots, K\}$ を画像 P の <u>(I, R)-表現</u> と呼ぶ。(I, R)-表現からもとの 2 値画像 P は次のアルゴリズム 1 をもちいて復元できる。

［アルゴリズム 1］

```
   begin
1     Q ← 0 - matrix of the size ( M + 1 ) x ( N + 2 ) ;
2     for n ← 0 until K do
3        if n is even then DECODE((I_n,J_n),(I_n+1,J_n+1 - 1),0)
4                     else DECODE((I_n,J_n),(I_n+1,J_n+1 - 1),1) ;
5     return(Q)
   end

   procedure  DECODE((I_S,J_S),(I_E,J_E),FLAG)
1  if FLAG = 0 then for (u,v) ← (I_S,J_S) until (I_E,J_E) do q(u,v) ← q(u-1,v)
2              else for (u,v) ← (I_S,J_S) until (I_E,J_E) do q(u,v) ← 1-q(u-1,v)
```

アルゴリズム1

(I, R) - 表現からの元の画像の復元

図 3.8

入力：ある２値画像Ｐの(I,R)-表現Dpを入力とする。
出力：復元画像Pex
方法：大きさ(M+1)x(N+2)の２次元配列Ｑと$(I_0,J_0)=(1,0)$, $(I_{k+1},J_{k+1})=(M,N+1)$なる定数を使用し，画像の復元を部分区間$[(I_n,J_n),(I_{n+1},J_{n+1}-1)]$, $0 \leq n \leq K$ごとに手続きDECODEをもちいて順次行なってゆく。アルゴリズムを図3.8に示す。

[補助定理3.1]
２値画像Ｐのｉ－１行($1 \leq i \leq M$)の画素値とｉ行のＩ点とＲ点の位置が与えられれば，ｉ行の画素値はアルゴリズム１から正確に復元される。

(証明)
アルゴリズム１によって復元されたｉ行の画素値を$g(i,j)$, $0 \leq j \leq N+1$とおく。ｉ行上の選択画素を(I_n,J_n), $i=I_n$とするとき，定理3.1からｎが奇数ならば(I_n,J_n)はＩ点であり，偶数ならばＲ点である。一方，手続きDECODEの実行によって，ｎが奇数ならば，$g(i,J_n) \neq g(i-1,J_n)$，また$g(i,J_n-1)$は直前の区間$[(I_{n-1},J_{n-1}),(I_n,J_n-1)]$において復元され，$n-1$が偶数なので$g(i,J_n-1)=g(i-1,J_n-1)$である。同様の議論から，ｎが偶数ならば，$g(i,J_n)=g(i-1,J_n)$, $g(i,J_n-1) \neq g(i-1,J_n-1)$が成立する。したがって，$(I_n,J_n)$は復元画像においても同種の選択画素である。さて，復元された画素値がＰのｉ行の値と異なっていると仮定しよう。$j^*=\min\{j \mid p(i,j) \neq g(i,j)\}$とおく。したがって，$p(i,j)=g(i,j)$,

$0 \leqq j \leqq j^* - 1$。もし，$p(i-1, j^*-1) = p(i, j^*-1)$ならば，画素$(i, j^*)$はもとの画像と復元された画像のいずれか一方においてI点であり他方においては選択画素ではない。ところで，もとの画像において(i, j^*)がI点であることはありえない。なぜなら，もしI点であるとすれば，あるnが存在して，$(i, j^*) = (I_n, J_n)$が成立する。これは，(i, j^*)が復元画像においてもI点であることを意味し，矛盾が生じるからである。したがって，(i, j^*)はもとの画像では選択画素でなく，復元画像においてI点でなければならない。しかし，これもありえない。なぜなら，(i, j^*)はもとの画像では選択画素でないのだから，あるmが存在して，$(I_m, J_m) < (i, j^*) \leqq (I_{m+1}, J_{m+1} - 1)$が成立する。DECODEの実行により，mが偶数なら，

$g(i, j^*-1) = g(i-1, j^*-1)$かつ$g(i, j^*) = g(i-1, j^*)$

奇数なら，

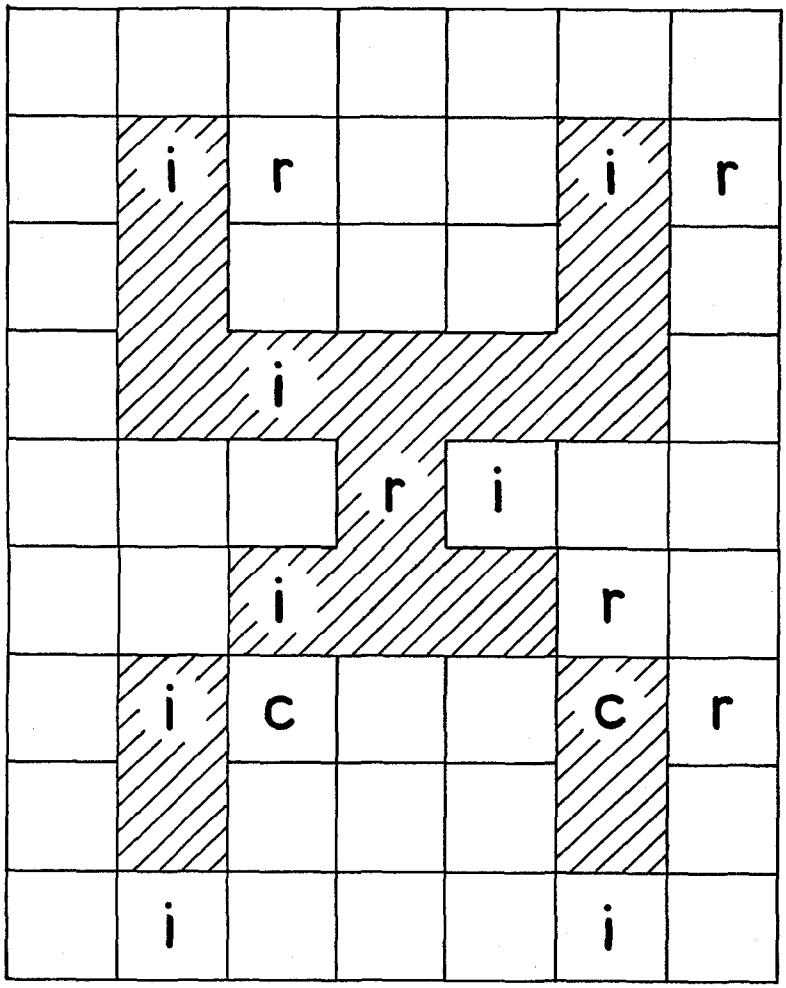
$g(i, j^*-1) \neq g(i-1, j^*-1)$かつ$g(i, j^*) \neq g(i-1, j^*)$

が成立し，いずれの場合においても，(i, j^*)は復元画像においてI点ではありえないからである。また，もし，$p(i-1, j^*-1) \neq p(i, j^*-1)$ならば，画素$(i, j^*)$はもとの画像と復元された画像のいずれか一方においてR点であり他方においては選択画素ではない。この場合にも上と同じ議論で矛盾が示されるので，結局，$p(i, j) = g(i, j)$，$0 \leqq j \leqq N+1$が成立する。　　（証明終り）

[定理 3.3]
ある(I,R)-表現 D_P に対してアルゴリズム1をもちいることによって，もとの2値画像Pは正確に復元される。
(証明)
P_{ex} の第0行とアルゴリズム1のQの第0行はともに0-ベクトルで等しいので，$i=1$ とおいて補助定理3.1から P_{ex} とQの第1行は等しいことが導かれる。以下，補助定理をくり返し用いることにより，QがPに完全に一致することが示される。　　(証明終り)

3.3 2値画像の(i, r, C)-表現

(I,R)-表現は2値画像の表現としては十分すぎる。すなわち，選択画素の定義を少し変更することによって，画像を表現する選択画素の数を画像に含まれるコーナ点の個数,あるいは同じことだが辺の数より確実に少なくすることができる。このことを示すために，新しい選択画素i点，r点およびC点を次のように定める。
[定義 3.2]
1)画素(i,j)がi点であるための必要十分は，次のi)またはii)の条件のいずれか一方が成立することである。
i) (i,j)はTI点である。
ii)次の3条件が同時に成立する。
a) (i,j)はCI点である。



i 点，r点，C 点の例

図 3.9

b) $j^+ = \min\{k \mid (i,k)$はR点，$t > j\}$に対して，
(i,j^+)はCR点である。

c) (i,j)と(i,j^+)の間には交差点が存在しない。

2) (i,j)がr点であるための必要十分条件は，(i,j)がTR点であることである。

3) (i,j)がC点であるための必要十分条件は，(i,j)が交差点であることである。

注意：1)のii)において，(i,j)がCI点である場合，定理3.2から必ずj^+は存在する。

i点，r点，C点の例を図3.9に示す。

［定理 3.4］

2値画像Pに含まれるi点，r点，そしてC点の総数をN_Pとし，Pに描かれた図形の辺数をL_Pとすれば，次の不等式が常に成立する，

$$L_P/2 \leqq N_P \leqq 3L_P/4$$

（証明）

縦辺の上端の画素(i,j)は変化点であり，しかも，

$$(p(i-1,j-1), p(i-1,j)) \neq (p(i,j-1), p(i,j))$$

を満足するので，選択画素i点，r点，C点のいずれかである。このことと縦辺の数が$L_P/2$であることより左側の不等号が導かれる。一方，縦辺の直下の画素(m,n)は，C点，CI点，CR点のいずれかに限られる。(m,n)がC点ならば，(m,n)はある縦辺の上端でもある。また，(m,n)がCR点であれば定義からr点ではない。そこで，(m,n)がCI点のみならずi点で

あると仮定する。この場合，定義から (m,n) の右側に，CR点 (m,n^+)，$n^+=\min\{l \mid (m,l)$ はR点，$t>j\}$ が存在する。(m,n^+) はある縦辺の下に位置しており，(m,n) にはあわせて二つの縦辺が対応する。すなわち，縦辺の上端に対応していない選択画素の数は高々 $L_P/4$ である。また，選択画素i点，r点，C点は縦辺の上端または下端にしかあらわれないので，結局，i点，r点，C点の総数は高々 $3L_P/4$ である。(証明終り)

例えば，図3.9では $L_P=24$，$N_P=15$ で，定理の主張は成立する。

画像Pにi点，r点，C点がK個含まれるとき，その位置 (I,J) と種類 X ($=i,r,C$) を組にして，位置の大きさ順に並べた系列 $dp=\{(I_1,J_1,X_1),\cdots,(I_K,J_K,X_K)\}$ を<u>Pの(i,r,C)-表現</u>と呼ぶ。i点，r点，C点と(i,r,C)-表現に含まれないI点，R点とに対して次の関係が成立する。

[定理3.5]

1) $X_n=i$ または C のとき，もし，

$J_n^f=\min\{j \mid (I_n-1,j)$ は変化点，$(I_n-1,J_n)<(I_n-1,j)<(I_{n+1}-1,J_{n+1})\}$

が存在するならば，(I_n,J_n^f) はCR点である。

2) $X_n=r$ または C のとき，もし，

$J_n^b=\max\{j \mid (I_n-1,j)$ は変化点，$(I_{n-1}-1,J_{n-1})<(I_n-1,j)<(I_n-1,J_n)\}$

が存在するならば，(I_n,J_n^b) はi点とは異なるCI点である。

(1)の証明)

$X_n = i$ または C で，J_n^f が存在すると仮定する。このとき，J_n^f の定義から，

$$p(I_n-1, j) = p(I_n-1, J_n),\ J_n \leqq j \leqq J_n^f - 1 \qquad (1)a$$

$$p(I_n-1, J_n^f) = 1 - p(I_n-1, J_n) \qquad (1)b$$

が成立する。また，仮定より，

$$p(I_n, J_n) = 1 - p(I_n-1, J_n) \qquad (2)$$

である。さらに，

$$p(I_n, j) = p(I_n, J_n),\ J_n \leqq j \leqq J_n^f \qquad (3)$$

が次のようにして導かれる。

ある $J_n < j' \leqq J_n^f$ をみたす j' に対して，

$$p(I_n, j) = p(I_n, J_n),\ J_n \leqq j \leqq j'-1 \qquad (4)a$$

$$p(I_n, j') = 1 - p(I_n, J_n) \qquad (4)b$$

が成立すると仮定する。このとき，

$$\begin{aligned} p(I_n, j'-1) &= p(I_n, J_n) \\ &\overset{(a)}{=} 1 - p(I_n-1, J_n) \\ &\overset{(b)}{=} 1 - p(I_n-1, j'-1), \end{aligned} \qquad (5)$$

である。ここで，最初の等式は (4)a より，(a) は (2)，(b) は (1)a より導かれる。

もし，$j' = J_n^f$ であるならば，

$$\begin{aligned} p(I_n, j') &= 1 - p(I_n, J_n) \\ &\overset{(c)}{=} p(I_n-1, J_n) \\ &\overset{(d)}{=} 1 - p(I_n-1, j') \end{aligned} \qquad (6)$$

ここで，最初の等式は (4)b，(c) は (2)，(d) は (1)b より導かれる。また (4)a，(4)b から

$$p(I_n, j') = 1 - p(I_n, j'-1) \qquad (7)$$

である。(5),(6),(7)は(I_n, j')がC点であることを意味するが、$(I_n, J_n) < (I_n, j') \leqq (I_n, J_n^f) < (I_{n+1}, J_{n+1})$より、$(I_n, J_n)$と$(I_{n+1}, J_{n+1})$の間にはi点、r点、C点が存在しないという前提に矛盾する。一方、$J_n < j' < J_n^f$ならば、

$$\begin{aligned} p(I_n-1, j') &= p(I_n-1, J_n) \\ &(e)= 1 - p(I_n, J_n) \\ &(f)= p(I_n, j') \end{aligned} \tag{8}$$

ここで最初の等式は(1)aから、(e)は(2)から、(f)は(4)aから導かれる。

(5),(7),(8)より(I_n, j')はr点でなければならないが、これは矛盾である。したがって、(3)が成立する。さて、

$$\begin{aligned} p(I_n-1, J_n^f) &= 1 - p(I_n-1, J_n) \\ &(g)= p(I_n, J_n) \\ &(h)= p(I_n, J_n^f), \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} p(I_n-1, J_n^f-1) &= p(I_n-1, J_n) \\ &(i)= 1 - p(I_n, J_n) \\ &(j)= 1 - p(I_n, J_n^f-1), \end{aligned} \tag{10}$$

さらに、

$$p(I_n, J_n^f-1) = p(I_n, J_n^f) \tag{11}$$

が成立する。ここで、(9)と(10)の最初の等式は(1)b,(1)aそのもので、(g)と(i)は(2)から、(h)と(j)さらに(11)は(3)から導かれる。(9),(10),(11)は(I_n, J_n^f)がCR点であることを示している。

(2)の証明)

X_n = rまたはCで、J_n^bが存在すると仮定する。この

とき，J_n^bの定義から，

$$p(I_n-1, j) = p(I_n-1, J_n-1), \quad J_n^b \leqq j \leqq J_n - 1 \qquad (12)_a$$

$$p(I_n-1, J_n^b-1) = 1 - p(I_n-1, J_n-1) \qquad (12)_b$$

が成立する。また，仮定より，

$$p(I_n, J_n-1) = 1 - p(I_n-1, J_n-1) \qquad (13)$$

である。さらに，

$$p(I_n, j) = p(I_n, J_n-1), \quad J_n^b-1 \leqq j \leqq J_n-1 \qquad (14)$$

が次のようにして導かれる。

ある$J_n^b \leqq j'' < J_n - 1$をみたす$j''$に対して，

$$p(I_n, j) = p(I_n, J_n-1), \quad j'' \leqq j \leqq J_n - 1, \qquad (15)_a$$

$$p(I_n, j''-1) = 1 - p(I_n, J_n-1) \qquad (15)_b$$

が成立したとする。$(15)_a$，$(15)_b$より

$$p(I_n, j'') = 1 - p(I_n, j''-1) \qquad (16)$$

である。さらに，

$$\begin{aligned} p(I_n, j'') &= p(I_n, J_n-1) \\ &(k) = 1 - p(I_n-1, J_n-1) \\ &(\ell) = 1 - p(I_n-1, j'') \end{aligned} \qquad (17)$$

が成立しなければならない。ここで，(17)の最初の等式は$(15)_a$より，(k)は(13)より，(ℓ)は$(12)_a$より導かれる。

もし，$j'' = J_n^b$ならば，

$$\begin{aligned} p(I_n, j''-1) &= 1 - p(I_n, j'') \\ &(m) = 1 - p(I_n, J_n-1) \\ &(n) = p(I_n-1, J_n-1) \\ &(o) = 1 - p(I_n-1, j''-1) \end{aligned} \qquad (18)$$

となる。ここで(18)の最初の等式は(16)から，(m)は$(15)_a$

から，(n)は(13)から，(o)は(12)bから導かれる。

(16),(17),(18)より(I_n, j'')はC点でなければならないが，$(I_{n-1}, J_{n-1}) < (I_n, J_n^b) \leq (I_n, j'') < (I_n, J_n)$なので，$(I_{n-1}, J_{n-1})$と$(I_n, J_n)$の間には選択画素i点，r点，C点は存在しないという前提に矛盾する。一方，もし，$J_n^b < j'' < J_n - 1$ならば，

$$\begin{aligned} p(I_n-1, j''-1) &= p(I_n-1, J_n-1) \\ &(p) = 1 - p(I_n, J_n-1) \\ &(q) = p(I_n, j''-1) \end{aligned} \tag{19}$$

でなければならない。ここで，(19)の最初の等式は(12)aより，(p)は(13)より，(q)は(15)bより導かれる。

(16),(17),(19)より(I_n, j'')はi点でなければならないが，これは矛盾である。したがって，(14)が成立する。さて，

$$\begin{aligned} p(I_n-1, J_n^b-1) &= 1 - p(I_n-1, J_n-1) \\ &(r) = p(I_n, J_n-1) \\ &(s) = p(I_n, J_n^b-1), \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} p(I_n-1, J_n^b) &= p(I_n-1, J_n-1) \\ &(t) = 1 - p(I_n, J_n-1) \\ &(u) = p(I_n, J_n^b) \end{aligned} \tag{21}$$

$$p(I_n, J_n^b-1) = p(I_n, J_n^b) \tag{22}$$

が成立する。ここで，(20)と(21)の最初の等号はそれぞれ(12)bと(14)を書きなおしたものであり，(r)と(t)は(13)より，(s)と(u)そして(22)は(14)より導かれる。

(20),(21),(22)より，(I_n, J_n^b)はCI点である。(証明終り)

[定理 3.6]

1)任意のCR点(i,j)に対して適当なnが存在し，$I_n = i$，$J_n^f = j$，$X_n = i$またはCが成立する。

2)任意のi点とは異なるCI点(i,j)に対して適当なnが存在し，$I_n = i$，$J_n^b = j$，$X_n = r$またはCが成立する。

(1)の証明)

任意のCR点(i,j)を一つ固定する。$p(i,j-1) = 1 - p(i-1,j-1)$かつ$p(i,0) = p(i-1,0)$なので，

$$j_s = \max\{k \mid (p(i,k), p(i-1,k)) \neq (p(i,j-1), p(i-1,j-1)), \quad 0 \leq k < j-1\}$$

が必ず存在する。このとき，

$$p(i, j_s + 1) = 1 - p(i-1, j_s + 1) \qquad (1)$$

である。

$p(i,j_s)$と$p(i-1,j_s)$の値に関して，次の三つの場合が考えられる。

① $p(i,j_s) = p(i,j_s+1)$かつ$p(i-1,j_s) = 1 - p(i-1,j_s+1)$

このとき，$p(i,j_s) = p(i,j_s+1)$ (2)

(a) $= 1 - p(i-1,j_s+1)$

(b) $= p(i-1,j_s)$ (2)'

ここで，(a)は(1)から，(b)は①の第2式から導かれる。(1),(2),(2)'より(i,j_s+1)はCI点である。さらに，j_sの定義から，$j \leq k \leq j_E - 1$に対し，

$(p(i,k), p(i-1,k)) = (p(i,j), p(i-1,j))$

であることと(i,j)がCR点であることから，(i,j_s+1)

はi点である。

② $p(i,j_s) = 1 - p(i,j_s+1)$ かつ $p(i-1,j_s) = p(i-1,j_s+1)$

このとき、 $p(i,j_s) = 1 - p(i,j_s+1)$ (3)

$(c) = p(i-1,j_s+1)$

$(d) = p(i-1,j_s)$ (3)'

ここで、(c)は(1)から、(d)は②の第2式から導かれる。
(1),(3),(3)'は (i,j_s+1) がi点であることを示している。

③ $p(i,j_s) = 1 - p(i,j_s+1)$ かつ $p(i-1,j_s) = 1 - p(i-1,j_s+1)$

このとき、 $p(i,j_s) = 1 - p(i,j_s+1)$ (4)

$(e) = p(i-1,j_s+1)$

$(f) = 1 - p(i-1,j_s)$ (4)'

ここで、(e)は(1)から、(f)は③の第2式から導かれる。
(1),(4),(4)'は (i,j_s+1) がC点であることを示している。

①②③のいずれにおいても (i,j_s+1) はi点あるいはC点である。このことは、あるnが存在して、$(I_n, J_n) = (i,j_s)$ を意味する。(i,j) はCR点なので、定理3.1より $(i-1,j)$ は変化点である。したがって、J_n^f は必ず存在する。また、j_s の定義から区間 $[(i-1,j_s+1),(i-1,j-1)]$ には変化点は存在しない。これは、区間 $[(I_n-1, J_n+1),(I_{n+1}-1, J_{n+1}-1)]$ における最小の変化点が (i,j) であることを意味する。すなわち、$J_n^f = j$ である。

(2)の証明)

任意のi点でないCI点 (i,j) を一つ固定する。このとき、$p(i,j) = 1 - p(i-1,j)$ かつ $p(i,N+1) = p(i-1,N+1) = 0$ より必ず、

$$j_E = \min\{\, k \mid (p(i,k), p(i-1,k)) \neq (p(i,j), p(i-1,j)),\ j < k \leq N+1 \,\}$$

が存在する。このとき，

$$p(i, j_E - 1) = 1 - p(i-1, j_E - 1) \tag{5}$$

が成立する。$p(i, j_E)$ と $p(i-1, j_E)$ の値に関しては，1)の場合と同様に，次の三つの場合が考えられる。

① $p(i, j_E) = p(i, j_E - 1)$ かつ $p(i-1, j_E) = 1 - p(i-1, j_E - 1)$

このとき，$p(i, j_E) = p(i, j_E - 1)$ (6)

$= 1 - p(i-1, j_E - 1)$ (g)

$= p(i-1, j_E)$ (h) (6)'

ここで，(g)は(5)から(h)は①の第2式から導かれる。(5), (6), (6)' は (i, j_E) がCR点であることを意味する。ところが，j_E の定義から，$j \leq k \leq j_E - 1$ に対して

$(p(i,k), p(i-1,k)) = (p(i,j), p(i-1,j))$ が成立する。これは，(i,j) がi点であることを示しているが，(i,j) がi点とは異なるという前提に矛盾する。すなわち，(i,j) がi点と異なるCI点のときには①は起りえない。

② $p(i, j_E) = 1 - p(i, j_E + 1)$ かつ $p(i-1, j_E) = p(i-1, j_E + 1)$

このとき，$p(i, j_E) = 1 - p(i, j_E + 1)$ (7)

$= p(i-1, j_E + 1)$ (i)

$= p(i-1, j_E)$ (j) (7)'

ここで，(i)は(5)から(j)は②の第2式から導かれる。(5), (7), (7)' は (i, j_E) がr点であることを示している。

③ $p(i, j_E) = 1 - p(i, j_E + 1)$ かつ $p(i-1, j_E) = 1 - p(i-1, j_E + 1)$

このとき，　$p(i, j_E) = 1 - p(i, j_E + 1)$　　(8)

$(k) = p(i-1, j_E + 1)$

$(\ell) = 1 - p(i-1, j_E + 1)$　　(8)'

ここで，(k)は(5)から(ℓ)は③の第2式から導かれる。(5), (8),(8)'は(i, j_E)がC点であることを示している。

②,③のいずれにおいても，(i, j_E)はr点あるいはC点である。このことは，あるnが存在して，$(I_n, J_n) = (i, j_E)$を意味する。(i, j)はCI点なので定理3.1より$(i-1, j)$は変化点である。したがって，J_n^bは必ず存在する。また，j_Eの定義より，区間$[(i-1, j), (i-1, j_E-1)]$には変化点は存在しない。これは，区間$[(I_{n-1}-1, J_{n-1}+1), (I_n-1, J_n-1)]$における最大の変化点は$(i, j)$であることを意味している。すなわち，$J_n^b = j$　である。

（証明終り）

定理3.5と定理3.6を一つにまとめると，2値画像Pの(i, r, C)-表現に対して次の定理が成立する。

[定理3.7]

2値画像Pの(i, r, C)-表現$d_P = \{(I_1, J_1, X_1), \cdots, (I_k, J_k, X_k)\}$が与えられているとする。このとき，Pの部分区間$[(I_n, J_{n+1}), (I_{n+1}, J_{n+1}-1)]$にはCR点$(I_n, J_n^f)$とi点でないCI点$(I_{n+1}, J_{n+1}^b)$が高々一つづつ存在する。

（証明）

定理3.5と定理3.6より明らかである。（証明終り）

(i, r, C)-表現からもとの画像を復元するには，この定理3.7として得られた知見をもとに次のようにして

行なう。

[アルゴリズム2]

ある(i, r, C)-表現dpを入力としPexを出力する。

方法：区間$[(I_n, J_n), (I_{n+1}, J_{n+1}-1)]$, $0 \leq n \leq K$ ごとに, J_n^f および J_{n+1}^b を捜しながら(i, r, C)-表現を(I, R)-表現に変換して, アルゴリズム1を用いて元の画像を復元する。

$(I_0, J_0, X_0) \leftarrow (1, 0, r)$

$(I_{k+1}, J_{k+1}, X_{k+1}) \leftarrow (M, N+2, i)$

とおく。アルゴリズムを図3.10に示す。

[定理3.8]

アルゴリズム2は, ある(i, r, C)-表現 dp から元の画像Pを正確に復元する。

(証明)

m-1行($m \geq 1$)までのPexの画素値が正確に復元されているとする。なお第0行はPexの条件からどの列も値0をとるので常に正確に復元される。このとき, m行の画素値が正確に復元されることを示せばよい。もし, m行にi点, r点, C点のいずれも存在しなければ, あるn(≥ 0)に対し, $I_n \leq m < I_{n+1}$ が成立する。但し, 等号成立は$m=1$, すなわち$n=0$の場合に限る。このとき, m行はアルゴリズム2のステップ8の実行中において値が定まる。このステップでの操作はアルゴリズム1の場合と同じなので, m行は正確に復元される。次に, m行にi点, r点, C点のいずれか

```
   begin
1     Q ← 0 - matrix of the size ( M + 1 ) x ( N + 2 )
2     for n ← 0 until K do
         begin
3           CURPEL ← (I_n,J_n);
4           if ( X_n is " i " or " c " ) then
5              if ( J_n^f exists ) then
                  begin
6                    DECODE(CURPEL,(I_n,J_n^f - 1),1);
7                    CURPEL ← (I_n,J_n^f )
                  end;
8              if ( I_n+1 > I_n ) then
                  begin
9                    DECODE(CURPEL,(I_n+1 - 1,M),0);
10                   CURPEL ← (I_n,J_n^f )
                  end;
11             if ( X_n+1 is " r " or " c " ) then
                  begin
12                   FLAG ← 1;
13                   if ( J_n+1^b exists ) then
                        begin
14                         DECODE(CURPEL,(I_n+1,J_n+1^b - 1),0);
15                         CURPEL ← (I_n+1,J_n+1)
                        end
                  end
16             else FLAG ← 0;
17             DECODE(CURPEL,(I_n+1,J_n+1 - 1),FLAG)
         end;
18    return(Q)
   end
```

図 3.10　アルゴリズム2：(i, r, C)-表現から元の画像を復元するアルゴリズム

が存在するとする。その一つを (I_p, J_p), $I_p = m$ とする。定理3.7より，(I_p, J_p) の前後には，CR点 (I_p, J_p^f) あるいはi点と異なるCI点 (I_p, J_p^b) が存在する可能性がある。これらの画素が存在するかしないか，さらに存在するとすればどの位置かということは，$m-1$ 行の値と，X_p, J_{p-1}, J_{p+1} から正確に判定できる。アルゴリズム2ではこの判定をステップ5とステップ13において行なっている。判定後の操作は，あらかじめ，(I,R)-表現が得られている場合のアルゴリズム1で行なう操作と等しいことが見てとれるので，m 行は正確に復元される。（証明終り）

定理3.4と定理3.8は，3.1節の最後で提起した問題に対して一つの解答を与えている。すなわち，2値画像を一意に特徴づけるために抽出しなければならない特徴点の数は辺数の半分では一般に不十分であったが，高々辺数の3/4の選択画素を選択画素の種類（i点，r点，C点）を示す付加情報とともに取り出せば，元の画像を復元することができることをこれらの定理は示している。

3.4 選択画素の右変形と左変形

2値画像の (i, r, C)-表現は，特に，回路図や機械部品の設計図などのように，縦・横の直線で構成された画像の表現としては効率的であるが，斜め45°の直線部分において他の場所以上に選択画素が多く現われ

る傾向をもつ（図3.11参照）。この節では，斜め45°の直線上にあるi点，r点，C点を省いた，より少ない選択画素による画像表現を試みる。

まず，i点，r点，C点の定義を次のように細分化する。

[定義3.3]

画素(i,j)が選択画素i点，r点，C点のいずれかであるとする。このとき

1) もし，$p(i+1,j-1)=p(i,j)$ かつ $(i+1,j-1)$は変化点であるならば，画素(i,j)を選択画素の<u>左変形</u>と呼ぶ。そして，i点，r点，C点の左変形をそれぞれ，i_L点，r_L点，C_L点と記す。また，

2) もし，(i,j)が左変形の条件を満たさず，さらに，$p(i+1,j+1)=p(i,j)$ かつ $(i+1,j+1)$ は変化点であるならば，画素(i,j)を選択画素の<u>右変形</u>と呼ぶ。そして，i点，r点，C点の右変形をそれぞれ，i_R点，r_R点，C_R点と記す。

図3.11の画像に対し，定義3.3にしたがって選択画素を列挙すると図3.12のようになる。これだけでは選択画素の種類だけが増えて，選択画素数はもとのままである。選択画素を減らすためには，次に述べるランシフト動作を行なう必要がある。

図3.12では，単に定義3.2と定義3.3を満たす選択画素が同時にその全部が表示されているが，実際に選択画素の抽出を行なうには，画面をラスタ走査しなが

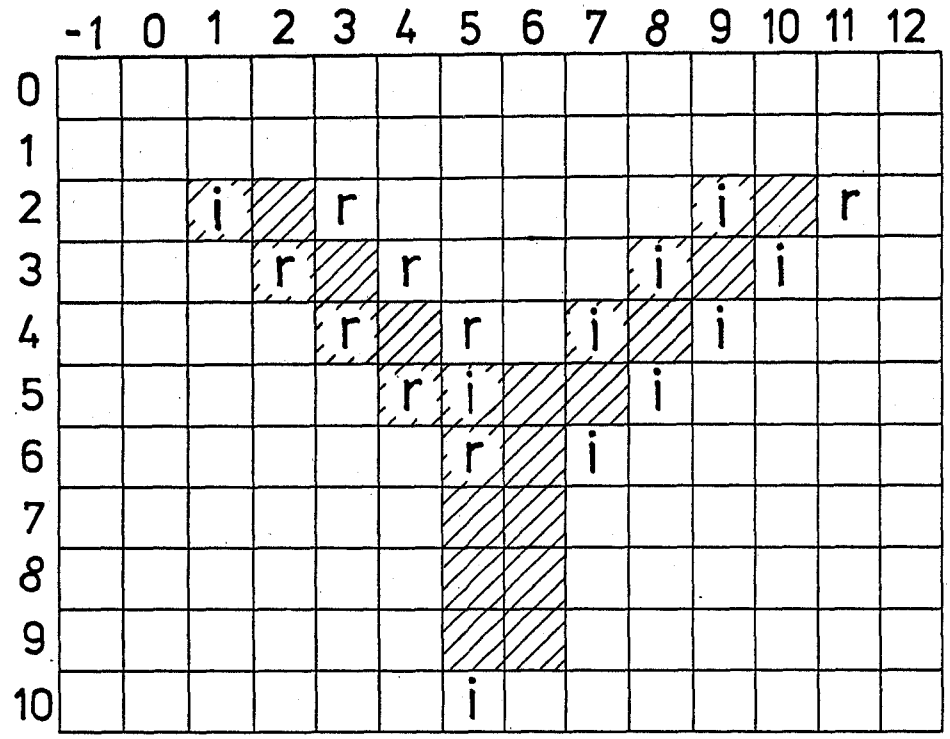


図 3.11　i 点と r 点の例

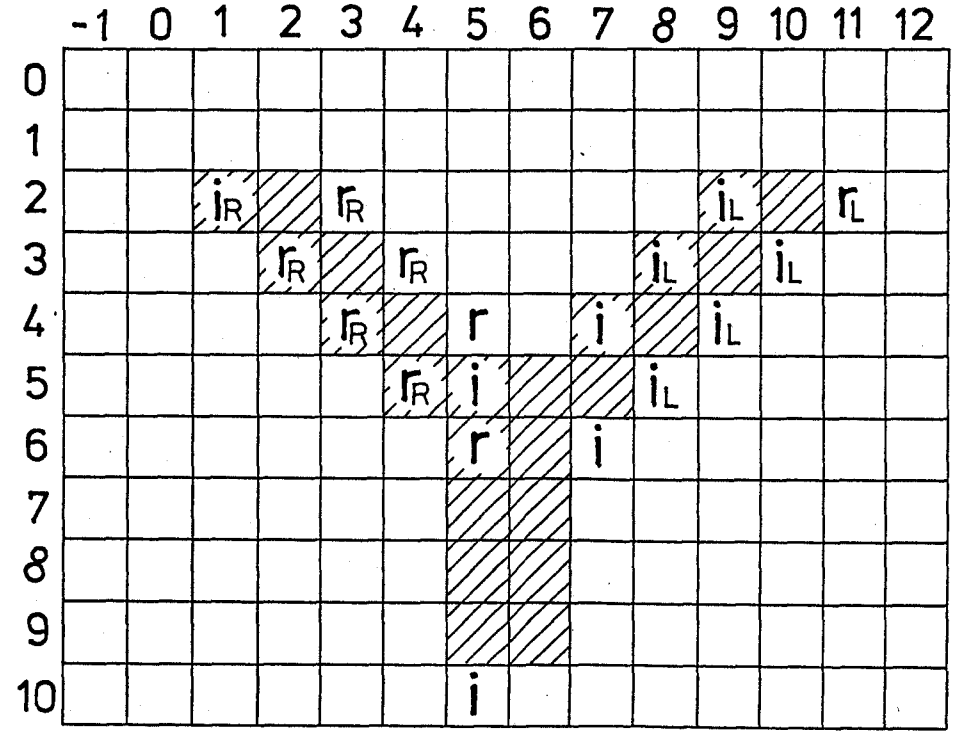


図 3.12　変形選択画素の例

ら，現在選択画素を抽出中の行とその直前の行，そして，次に抽出を行なう行の画素値からこれらの定義を満足する画素を逐次に見つけてゆくという動作を行なう。これを選択画素の抽出過程（あるいは，符号化過程）と呼ぶ。抽出過程を行なう際，ある行の抽出が終了して次の行の選択画素の抽出をしはじめる前に，次の行で抽出される選択画素をできるだけ少なくするために，今抽出し終えた行の画素値を適当な方法にしたがって修正することにする。　この修正方法をラン・シフト動作と呼ぶ。ここでは特に斜め45°の直線部分に対するラン・シフト動作について議論する。

抽出過程では，各行の選択画素の抽出が終了するごとにその行の画素値をラン・シフト動作によって次々に変更してゆく。抽出過程の処理手順を厳密に与えるまえにまず，図3.12を例にとりラン・シフト動作の原理を簡単に説明する。

図3.12において第1行，第2行と走査が進み，第2行の最後の列に走査が進んだ時点では，画素(2,1)，(2,3)，(2,9)，(2,11)がそれぞれ i_R 点，i_R 点，i_L 点，i_L 点として抽出される。ここで，図3.13aに示すように左変形の位置にはL，右変形の位置にはRという印をつけておく。さて，第3行の走査を開始する前に，第2行の画素値を次のように変更する。すなわち，図13bに示すように第2行上でLと印された画素位置を画素値を保ったまま左に一つ，Rと印された画素位置

をやはり画素値を保ったまま右に一つずらす。さらに，第3行において，第2行での"ずらし"によって移動した画素の真下の画素，すなわち，画素(3,2)，(3,4)，(3,8)，(3,10)を調べて，もし，変化点であるならばそれらの真上の画素に印された記号RおよびLをそのまま継承する。もし，変化点でなければ継承は行なわない。この場合，列挙した四つの画素はすべて変化点なので，(3,2)と(3,4)にはR，そして(3,8)と(3,10)にはLという印がつけられている。この一連の画素値の修正により，第2行の1のランは，それ自身に印された記号の示す方向に一つ移動している。これが，この修正方法をラン・シフト動作と呼ぶ理由である。ラン・シフト動作によって，第3行の走査において本来なら，(3,2)，(3,4)，(3,8)，(3,10)はそれぞれ，i_R点，n_R点，i_L点，n_L点であったのが選択画素ではなくなっていることが見てとれる。結局，第3行から抽出される選択画素は一つもなくなってしまう。第3行の走査が終了した時点で第2行のときと同様にラン・シフト動作を行ない，図3.13cを得る。このため，第4行においても選択画素は抽出されない。次に，ラン・シフト動作によって第4行は図3.13dのように修正される。このとき，(5,5)と(5,6)は変化点ではないため印の継承は，(5,4)と(5,8)においてのみ行なわれる。第5行にも選択画素は存在せず，図3.13eのように修正が施される．第6行にも選択画素は存在しない。ラン・シフト動作によって，第6行の画素値は

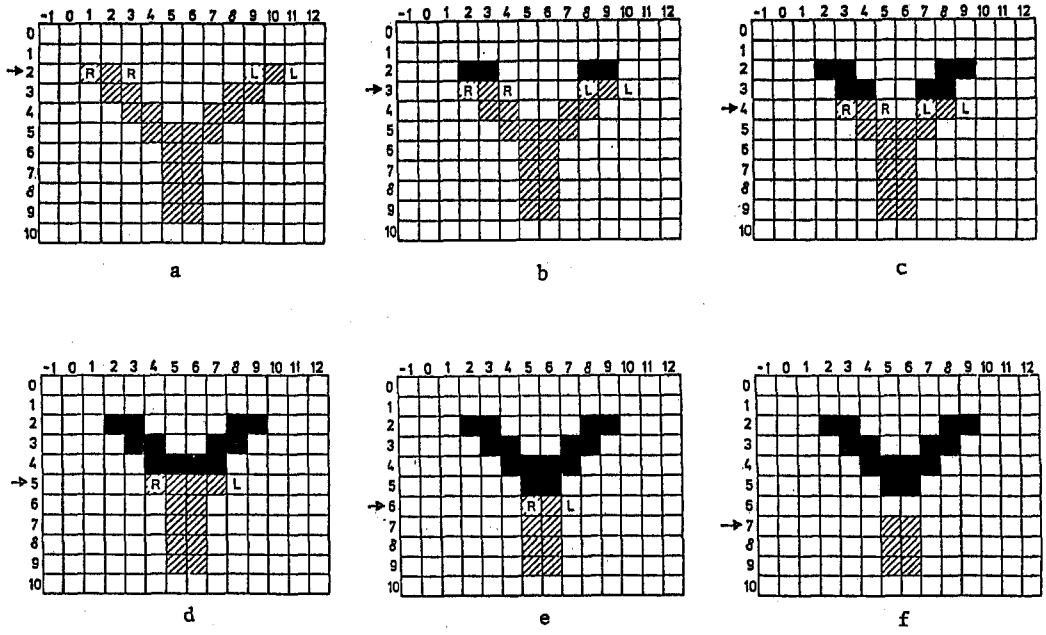


図 3.13　ランシフト動作の説明

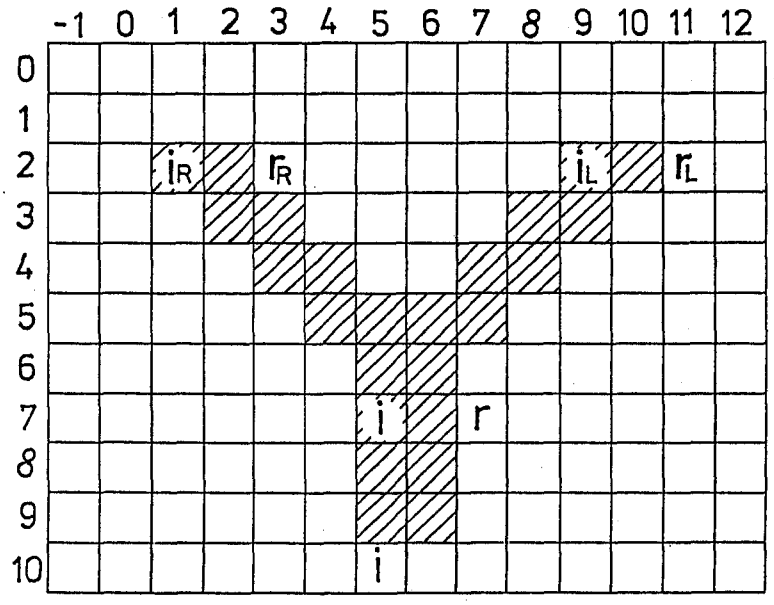


図 3.14　ランシフトの結果選ばれる
選択画素の例

図3.13ｆに示すようになる。このとき，印Ｒのついた画素とＬのついた画素は，同じ(6,6)へと移動するが，(7,6)は変化点ではないので印の継承は行なわれない。第7行から以降ではラン・シフト動作は行なわれず，(7,5)と(10,5)がｉ点，(7,7)がｒ点として抽出される。結局，(i,r,C)－表現では図3.12に18個もあった選択画素数を，変形選択画素とラン・シフト動作を導入することによって，図3.14に示すように7個にまで減らすことができた。上で述べた抽出過程を厳密に述べると次のようになる。

［アルゴリズム３］

入力：P_{ex}の両端に値０の列を加えた$(M+2)\times(N+4)$行列P'_{ex}

出力：区間$\{(i,j)\mid 1\leqq i\leqq M,\ 0\leqq j\leqq N+2\}$内に含まれる選択画素とその右および左変形の位置と種類のリストENCODE.

方法：二つの長さ$N+4$の１次元配列ＬＥＦＴとRIGHTをそれぞれ，印ＬとＲを記憶するために使用する。ＬＥＦＴとＲＩＧＨＴの各要素は値０または１をとり，その初期値は０とする。

各ｉ行（ｉ≧１）ごとにｉ－１行とｉ＋１行の画素値から定義3.2と定義3.3に基づいて選択画素を捜し，その位置と種類をリストＥＮＣＯＤＥに登録する。このとき変形選択画素が見つかれば，右変形ならRIGHT，左変形ならＬＥＦＴの対応する場所の値を１とする。ｉ行の処理が終了したら次行の処理に移る前に，手続

```
1  for (i,j) ← (1,1) until (M,N) do
     begin
2      n ← 0;
3      if (i,j)は選択画素S ( =i,r,c ) である then
         begin
4          LEFT[j] ← 0;
5          RIGHT[j] ← 0;
6          X ← S;
7          if ( p(i,j) = p(i+1,j-1) かつ p(i+1,j-1)は変化点、) then
             begin
8              X を左変形 S_L に変える ;
9              LEFT[j] ← 1
             end
10         else  if ( P(i,j) = p(i+1,j+1) かつ p(i+1,j+1)は変化点、) then
             begin
11             X を右変形 S_R に変える ;
12             RIGHT[j] ← 1
             end;
13         n を一つ増し,ENCODE[n] ← (i,j,X) とする。
         end;
14     if j = N then RUNSHIFT(i)
     end

   procedure  RUNSHIFT(i)
     begin
1      for j − 1 until N do
2        if (i,j)は変化点でないthen RIGHT[j] と LEFT[j] を0とする;
3      for j ← 1 until N-1 do LEFT[j] ← LEFT[j+1];
4      LEFT[N] ← 0;
5      for j ← 1 until N do
6        if( LEFT[j] = 1 or RIGHT[j] = 1 ) then
7          p(i,j) ← 1 - p(i,j);
8      for j ← N step -1 until 2 do RIGHT[j] ← RIGHT[j-1];
9      RIGHT[1] ← 0
     end
```

図 3.15　アルゴリズム3：変形(i,r,C)-表現から元の画像を復元するアルゴリズム

きRUNSHIFT(i)を行なう。この手続きは，RIGHT，LEFTのいずれかの値が画像P_{α}'のi行に存在する1-ランまたは0-ランの先頭の位置において1である場合に限り，該当するランの先頭をRIGHTが1なら右へ，LEFTが1なら左へ一つ移す。それと同時に，配列RIGHT，LEFT内で1をとる場所もランの先頭の移動に伴ない同じ方向へ一つずらす。アルゴリズムは図3.15に示す。

P_{α}'から求まるENCODEに登録された選択画素の位置(I_n, J_n)と種類X_n ($= i, r, c, i_R, r_R, C_R, i_L, r_L, C_L$)を組にして位置の大きさ順に並べた系列$\tilde{d}_P = \{(I_1, J_1, X_1), \cdots, (I_k, J_k, X_k)\}$を2値画像Pの<u>変形(i, r, c)-表現</u>と呼ぶ。変形(i, r, c)-表現からの元の画像の復元は次のようにして行なう。

[アルゴリズム4]

リストENCODEを入力とし，元の画像Pを出力する。アルゴリズム3と同様に初期値0の長さNの配列LEFTとRIGHTを用いる。アルゴリズムはアルゴリズム2に次の動作を付け加える。

①アルゴリズム2のステップ3でX_nを調べる際，X_nがある選択画素の右変形ならRIGHT[J_n] ← 1，あるいは左変形ならLEFT[J_n] ← 1とおく。

②同様にステップ10でX_{n+1}を調べる際に，X_{n+1}がある選択画素の右変形ならRIGHT[J_{n+1}] ← 1，あるいは左変形ならLEFT[J_{n+1}] ← 1とおく。

③ステップ8において各i行（$I_n \leqq i \leqq I_{n+1}$）の復元が終った時点でRUNSHIFT(i)を実行する。

［定理3.9］

アルゴリズム4は，ENCODEから原画像を正確に復元する。

（証明）

ENCODEに登録されている最初の右変形あるいは左変形を(I_f, J_f)とする。$(1, 0)$から$(I_f, N+2)$までのアルゴリズム4の動作は，I_f行において右変形と左変形がリストENCODEから取り出されるたびごとに，RIGHTおよびLEFTの対応する位置を1にすることを除いては，本質的にアルゴリズム2の動作と同じである。したがって，$(1,1)$から(I_f, N)までは正確に復元できる。I_f+1行の復元を行なう前に，I_f行の値はRUNSHIFT(I_f)によって修正される。この修正された値は抽出過程でI_f行の処理が終了した後で行なった修正によるものと等しい。したがって，I_f+1行の復元された画素値は，アルゴリズム2の復号の一意性から，元のものに等しい。I_f+2行以降についても，上の議論をくり返し用いることにより，元の画像が正確に復元されることが示される。

（証明終り）

アルゴリズム3と4を合せて，2値画像の<u>選択画素符号化方式</u>(Selective Element Coding Techniques；略してSECT)と呼ぶ。

2値画像をSECTによって符号化する場合に，選び出された選択画素の種類と位置をどのようにして符号語に変換するかが問題となる。選択画素の位置の符号化方法については実際の画像データに則して次章で考察することにする。ここでは，選択画素の種類の符号化に関して少し議論を行ないこの章を終えることにする。

[定理 3.10]

画素(i,j)がr点かC点のいずれかであるとき，第$i-1$行の画素値を参照すれば，(i,j)がr点であるかC点であるかは正確に区別できる。同じ主張は，画素(i,j)がr_L点かC_L点のいずれかである場合，また，r_R点かC_R点のいずれかである場合にも成立する。

(証明)

(i,j)がr点，またはr_R点，r_L点であるならば定義3.2より同時にTR点でもある。したがって，定理3.1から$(i-1,j)$は変化点ではない。一方，(i,j)がC点，またはC_R点，C_L点であるならば，$(i-1,j)$は変化点である。これから，前行の画素値$p(i-1,j-1)$と$p(i-1,j)$とによって，(i,j)がr点であるかC点であるか，また，r_R点であるかC_R点であるか，さらに，r_L点であるかC_L点であるかを正確に判定することができる。

(証明終り)

選択画素の種類としては，i，r，C，i_R，r_R，C_R，i_L，r_L，C_Lの9種類が考えられるが，定理3.10から，

用意する符号語の数は6個でよい。実際，r点とC点，r_R点とC_R点，そして，r_L点とC_L点に，それぞれ，同一の符号語を割り当てたとしても，ＳＥＣＴの復号化過程においてすでに復元されている前行の画素値を用いれば，選択画素の種類を正確に知ることができる。

第４章

漢字パターンのデータ圧縮

近年，ワード・プロセッサや日本語による計算機言語の開発あるいは自動翻訳など，計算機をもちいた日本語処理技術が盛んに研究されている。日本語処理における問題の一つに漢字パターンの処理がある。周知のように，日常生活において必要とされる漢字の種類は2000～3000程度，漢和辞典に掲載されているものでは約50000もの種類がある。これらの膨大な量の漢字パターンを計算機内に記憶したり，ディスプレイ端末に表示するためには，処理装置の小型化また経済性の面から漢字データをできるだけ少ないビット数で表現すること，すなわち，漢字パターンの符号化が必要となる。従来，多くの漢字パターンの符号化方式が提案されている[22]～[25]が，この章では，ＳＥＣＴを漢字パターンの符号化に適用し，他の方式との性能の比較を行なう。

漢字パターンを得るために，図4.1に示すマイコンをもちいた画像入力装置を製作した。この装置では，ライトペンを使用してブラウン管面上に大きさ32×32の２値画像を描くことができる。マイクロ・コンピュータ・システム部はＣＰＵに８０８０Ａを使用し，RAM 12Ｋバイト，ROM４Ｋバイトの記憶容量を有している。

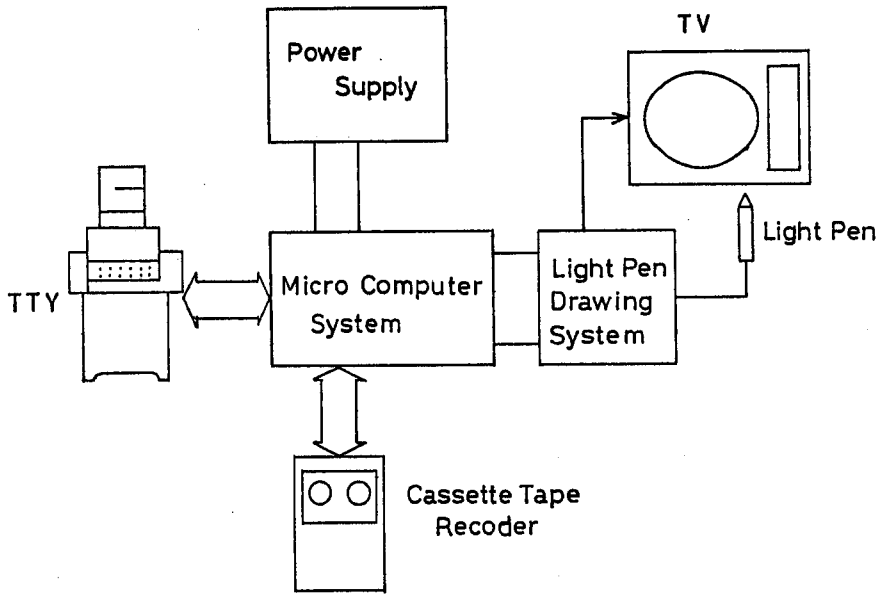
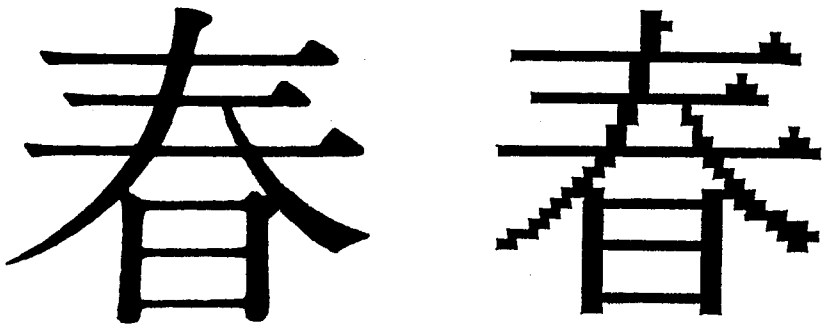


図 4.1　画像入力装置の構成



(a)
原画

(b)
32×32 ディジタル画像

図 4.2　漢字パターンの例

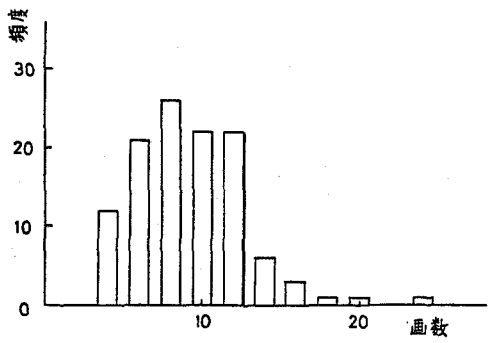


図4.3 漢字パターンの字画数の分布

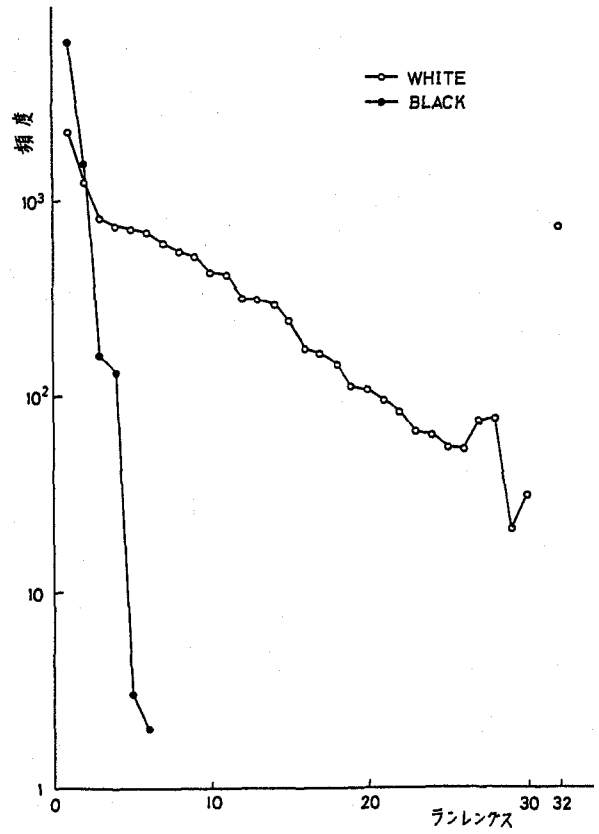


図4.4 ランレングス分布

このシステムをもちいてブラウン管面上に描かれた画像をカセットテープに記憶することやカセットテープから画像データを画面上に伝送することができる。

漢字パターンの作成は次のようにして行なった。まず，明朝体の当用漢字を任意に選択して写真撮影を行ない，得られた印画を32×32に分割したものを参照しながら画像入力装置によりブラウン管面上においてパターンを作成した。その1例を図4.2に示す。作成した漢字パターンは115個で，字画数で分類したグラフを図4.3に示す。

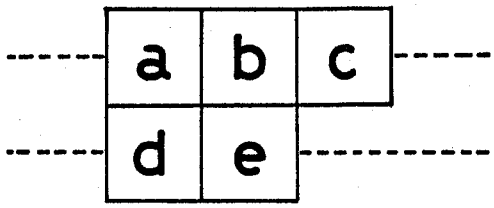
データ圧縮効果をSECTと比較するために，漢字パターン圧縮においてよく知られた次の3種類の符号化方式[26]による符号化を行なった。

1)1次元ランレングス符号化方式

漢字パターンの各行の1ランと0ランの長さを，それぞれの頻度分布にもとづいて構成された2種類のハフマン符号によって符号化する。2種類のランの分布を図4.4に示す。

2)2次元予測符号化方式

各画素の値を図4.5に示す近傍画素値の関数によって予測する。この関数は(a,b,c,d)という近傍値が与えられたもとでの出現頻度の高い方の値を示している。実際の漢字パターンから求められた出現頻度と予測関数の出力値を表4.1に示す。次に，もし，画素(i,j)の予測値がp(i,j)と等しければ0，異なれば1とする。



$$f(a,b,c,d) = \bar{a}\,b + d(\bar{a} + b)$$

図 4.5　予測関数

(abcd)		(0000)	(0001)	(0010)	(0011)	(0100)	(0101)	(0110)	(0111)
e	0	0.984	0.248	0.820	0.040	0.488	0.290	0.223	0.070
	1	0.016	0.752	0.180	0.960	0.512	0.710	0.777	0.930
*X		0	1	0	1	1	1	1	1
(abcd)		(1000)	(1001)	(1010)	(1011)	(1100)	(1101)	(1110)	(1111)
e	0	0.966	0.695	0.905	0.612	0.766	0.212	0.865	0.250
	1	0.034	0.305	0.095	0.388	0.234	0.788	0.135	0.750
X		0	0	0	0	0	1	0	1

表 4.1　出現頻度と予測関数の出力値との関係

結果的に，もとの画像Pはある0－1行列Eに変換される。最後に，この行列Eを1次元ランレングス符号によって符号化する。

3) ブロック符号化方式[27]

画面を縦・横$m \times n$の小ブロックに分割して，すべての画素値が0である小ブロックには0，それ以外のブロックには長さmnの系列の前に1をつけ加えた長さ$nm+1$の系列を対応させる。さらに，圧縮効果を上げるために，各小ブロックを一つのシンボルとみなし，実験データから得られた頻度分布をもとにしてハフマン符号で符号化を行なう。

SECTにおいて抽出した選択画素の位置を符号化する方法としては上述のランレングス符号化方式なども考えうるが，ここでは，より簡単な方法として以下に示す3種類の方法を用いた。

(a) 直接アドレス法

選択画素の位置を縦・横あわせて，$\lceil \log_2 M \rceil + \lceil \log_2 N \rceil$ビットで符号化する。選択画素の種類に関しては，前章の最後で指摘したように，r点とC点，r_R点とC_R点，そして，r_L点とC_L点のそれぞれに同じ符号語を割当てる。具体的には，表4.2のように3ビットの符号語を対応づける。このとき，符号化データ量は，選択画素の個数をKとおくと，$K(\lceil \log_2 M \rceil + \lceil \log_2 N \rceil + 3)$ となる。

selective element	code word
i	0 0 0
i_R	0 0 1
i_L	0 1 0
r , c	0 1 1
r_R , c_R	1 0 0
r_L , c_L	1 0 1

選択画素と符号語の対応表

表 4.2

(b) 行番号消去法

(a)において，行番号の表示を省略する。その代り，各行の最後の選択画素の列番号の後には行の終りを示すエンド・マーク11を挿入する。このとき，符号化データ量は　$K(\lceil \log_2 N \rceil + 3) + 2N$　となる。

(c) エンド・マーク消去法

(b)において，ある行の最後（右端）の選択画素の列番号をJ_E，次の行の最初（左端）の選択画素の列番号をJ_Sとするとき，もし，$J_S \leqq J_E$なら次行に移行したことがわかるので，その間のエンドマークを一つ省略する。

なおＳＥＣＴの(c)による符号化・復号化プログラム（８０８０Ａアセンブラ）を付録1に掲載する。

実験結果として，符号化データの平均ビット数を表4.3に示す。ここで，ブロック符号の欄の値は上が本来のブロック符号化によるもので，下はハフマン符号を用いた場合のものを示している。ＳＥＣＴの欄のa，b，cは順に，直接アドレス法，行番号消去法，エンド・マーク消去法による場合に相当している。

表4.3から，エンド・マーク消去法をもちいたＳＥＣＴ方式がもっとも高い圧縮効果を示している。ここで注目すべき点は，1)から3)までの符号化方式ではランレングスなどの統計的分布を調べ，その分布に最適なハフマン符号をもちいているが，一方，ＳＥＣＴでは画像データの統計的性質に依存しない符号化方法を

Coding Scheme	1-Dimensional Run-Length	2-Dimensional Prediction	Block Coding		SECT		
			2 x 2	2 x 4	a	b	c
Average Bits of The Encoded Data	568	547	650 606	666 503	752	527	487

表 4.3　各種符号化方式の符号化結果

もちいていることである。これは，符号化すべき画素数をできるだけ少なくして，それらの画素を構成の簡単な符号で符号化するというＳＥＣＴの基本方針が，十分実用面からみても有意義であることを示している。

第5章

選択画素の画像処理への応用

従来の画像認識処理の手法には，画像全体の処理を直接行なう形式のものが多い[28]が，画像からあらかじめ抽出した特徴点から各種の画像処理が行なえると，画像全体の処理を行なうことに比べ，処理時間・記憶容量の点で都合がよい。図形の平行移動並びに拡大・縮少などの処理に関しては，線図形に対するチェイン符号化方式[29]やDF-表現方式[30]などが抽出した特徴点を用いた処理方式として知られている。もちろん，SECTにおいても変形(i,r,C)-表現内の選択画素位置を操作することによって，上述の処理を容易に行なうことができる。

この章では，選択画素から求めることのできる画像の形状に関する位相的な性質について詳しく調べ，2値画像の位相的な性質に関する処理，例えば，画像に含まれる連結成分とホールの検出ならびに連結成分の周囲長，面積の計測などを(i,r,C)-表現から行なう方法について論じる。これらの2値画像の位相的性質についての処理は，それが画像の基本的構造を理解しようとするものだけに，従来数多く試みられている画像処理のなかでも非常に重要であり，その処理形式を

改良することは有意義であると思われる。

5.1節では，画像の連結性に関した諸定義を正確に与え，その際問題となるC点の取り扱い方を議論する。5.2節では，連結成分とホールの同時検出を行なう方法について論じ，新しい検出アルゴリズムを提案する。最後に5.3節では連結成分の面積と周囲長の計算方法を与える。

5.1 連結性の定義とC点の取扱い方法

ディジタル2値画像における連結性の定義の仕方には，4-連結性あるいは8-連結性による方法の2種類がある[3]。図5.1に示すように，4-連結性の場合は一つの画素とそれを囲む上下左右の画素とが同じ値をもつかどうかで連結性が定められる。一方，8-連結性の場合はこれに対角方向の4画素が更に加えられる。厳密な定義を次に与える。

[定義5.1]

画素(i_1, j_1)と(i_2, j_2)に対し，両方が同じ画素値をもつとする。このとき，

1) $|i_1 - i_2| + |j_1 - j_2| \leq 1$を満たすならば，$(i_1, j_1)$と$(i_2, j_2)$は4-連結の意味で隣接しているという。また，

2) $|i_1 - i_2| \leq 1$かつ$|j_1 - j_2| \leq 1$を満たすならば，(i_1, j_1)と(i_2, j_2)は8-連結の意味で隣接しているという。

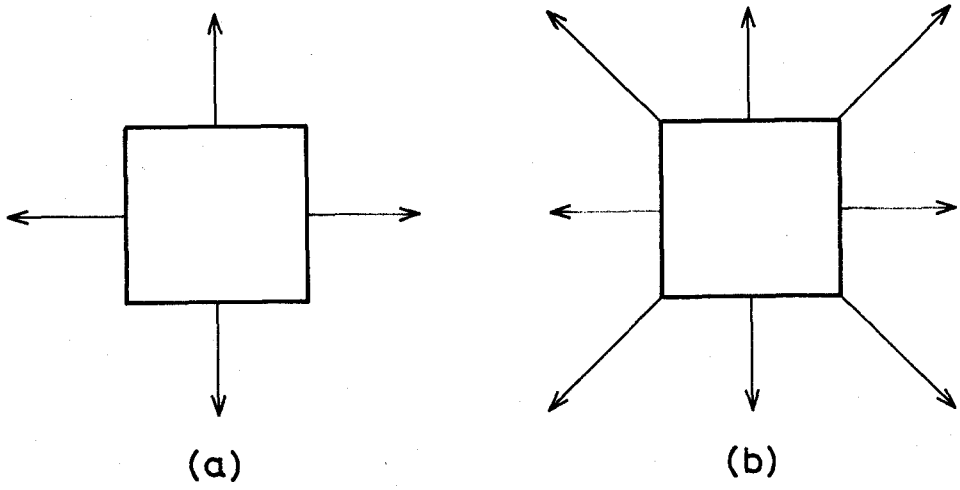


図 5.1　4 - 連結性と 8 - 連結性

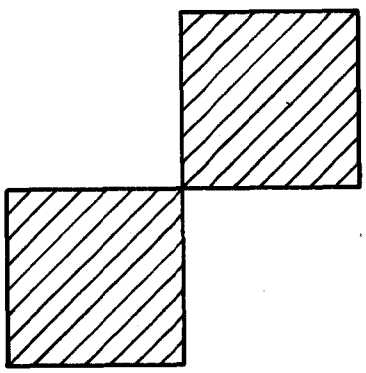


図 5.2　連結成分の例

定義5.1の画素間の隣接関係をもちいて，二つの画素の連結性を次のように定める。

[定義5.2]

画素(i_S, j_S)と(i_E, j_E)が4-連結（8-連結）の意味で連結しているとは，画面$\{(i,j) \mid 1 \leq i \leq M,\ 1 \leq j \leq N\}$内の画素の適当な長さ$\ell$の組$((i_1, j_1), (i_2, j_2), \cdots, (i_\ell, j_\ell))$で次の条件を満たすものが存在するときで，そのときに限る。

i) $(i_1, j_1) = (i_S, j_S)$

ii) $(i_\ell, j_\ell) = (i_E, j_E)$

iii) (i_t, j_t)と(i_{t+1}, j_{t+1})，$1 \leq t \leq \ell - 1$は4-連結（8-連結）の意味で隣接している。

定義5.2から連結成分およびホールを次のように定める。

[定義5.3]

画素値が1(0)で，互いに4-連結の意味で連結する画素の極大集合を4-連結の意味での1-連結成分（0-連結成分）という。同様にして，8-連結の意味での1-連結成分・0-連結成分を定義することができる。

慣例にしたがい，以後は1-連結成分を単に連結成分，0-連結成分をホールと呼ぶことにする。

[例5.1]

図5.2において，4-連結の意味では，二つの連結成分が存在するが，8-連結の意味では連結成分の個

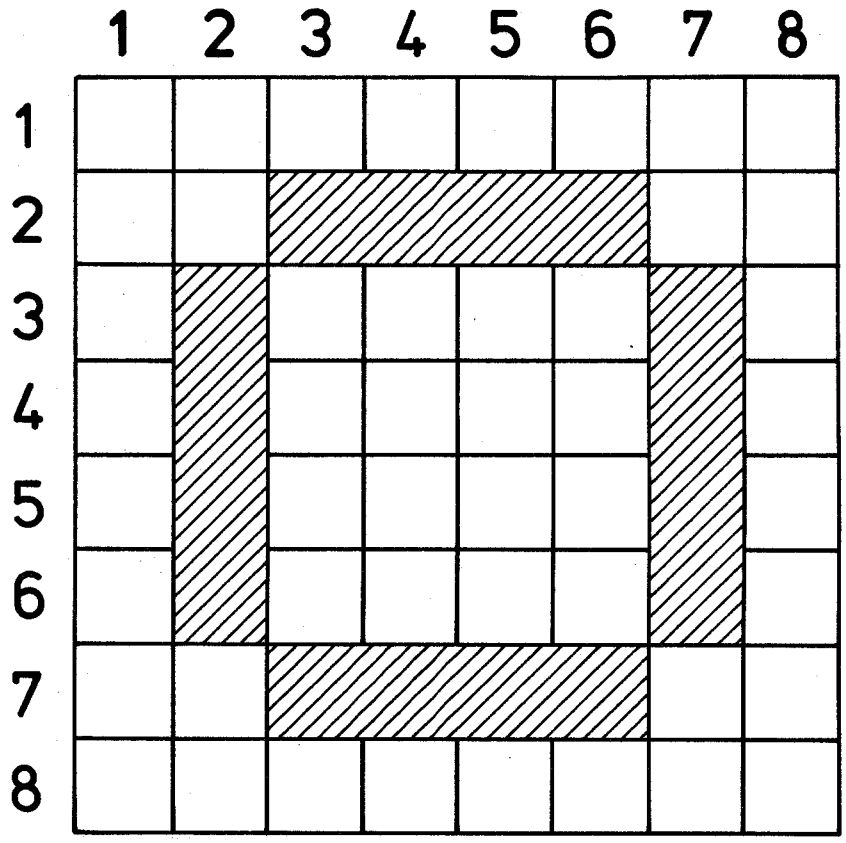
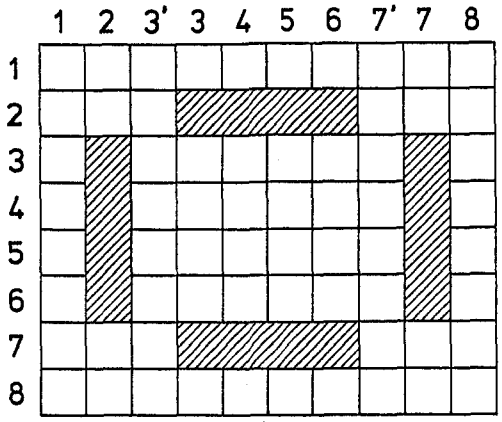


図 5.3　パラドックスを有する"輪"

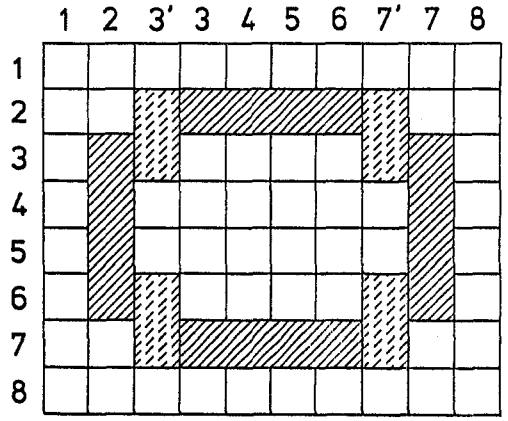
数はただ一つである。

従来，２値画像の位相的性質に関する研究においては，連結成分の４－連結性と８－連結性を明確に区別することなく議論が行なわれている場合がしばしばあった[32][33]。しかし，連結成分とホールを同時に扱うためには，連結性の定義の仕方に注意する必要がある。というのは，連結成分とホールを画一的に4連結性あるいは８－連結性で定義しようとすると，我々がなじんでいる幾何学的直観に合わないことが生じうるからである。例として，図5.3の画像を考えてみる。まず，４－連結性の場合には，図の斜線で示した"輪"の部分はつながっていないので，直観的には輪の内側と外側は連結しているべきであるが，４－連結による定義によって，輪の内側と外側は離れている。一方，８－連結性の場合にも同様のパラドックスが生じる。すなわち，８－連結による定義によれば，輪は連結しているので直観的には輪の内側と外側は離れているべきであるが，実際は定義から連結してしまうことになる。そこで，以後は常に，連結成分とホールを互いに異なる連結性によって定義することにする。すなわち，連結成分が４－連結（８－連結）の意味で定義される場合には，ホールは自動的に８－連結（４－連結）の意味で定義されるものとする。

連結成分を４－連結の意味で定義するか８－連結の意味で定義するかによって，交差点（Ｃ点）の意味に



(a)　4 - 連結性による解釈



(b)　8 - 連結性による解釈

図 5.4　C点の取扱い方

	4-連結	8-連結
1-交差点	CR / TI	TR / CI
0-交差点	TR / CI	CR / TI

各連結性における交差点の解釈

表 5.1

違いが生じる。この違いを明確にするために，図5.3の画像の変形として第2列と第3列の間と，第6列と第7列の間にそれぞれ 3′列と 7′列を挿入した図5.4に示す二つの画像を考える。このとき，4-連結(8-連結)の意味での図5.4a(同図b)に含まれる連結成分の連結性は図5.3の解釈と一致している。すなわち，この変形を行なっても画像の連結性に関する性質は保存される。また，この変形から選択画素C点を変形後の画像におけるR点とI点が元の画像において重なったものとして解釈することができる。この解釈は連結成分を8-連結の意味で定義した場合，画素値が0のC点はCR点とTI点とが重なったものとして解釈される。一方，画素値が1のC点はTR点とCI点が重なったものとして解釈される。連結成分を4-連結の意味で定義する場合は，この解釈は逆転する。連結性と画素値に対するC点の解釈の仕方を表5.1にまとめておく。

5.2 連結成分とホールの検出

5.2.1 問題の記述と歴史

本節で扱う連結成分とホールの検出とは，2値画像を対象として画像の連結成分ならびにホールの個数を計数するあるいはそれらの位置情報を求めることを意味する。連結成分の検出は2値画像の位相的性質に関

する処理として，もっとも基本的かつ重要なものである。また，応用面においても細胞や染色体の自動計測などに古くから用いられている[34]。

連結成分の検出方法としては，連結成分の境界部分を連結成分の形状に沿いながら境界線を追跡してゆく境界追跡方式[35]~[38]と，連結性を保ちながら連結成分を収縮してゆく収縮方式のもの[39]~[43]，また，波の伝播をもちいて連結成分を検出する手法[44]などがある。

ここでは，選択画素から求めることのできる元の画像の位相的な性質を調べ，一つの境界追跡方式による連結成分とホールの検出アルゴリズムを導出する。

境界追跡方式はその処理形態から次の２種類に分けられる。一つは，連結成分の境界そのものを連結成分の形状に沿いながら追跡し開始点に戻った時点で一つの連結成分の存在を知る境界依存型のもの[35]である。もう一つは，画面に含まれる連結成分とホールの個数や形状にかかわらず，一定の順序で画面を走査しながら，すべての連結成分を同時に追跡してゆく１パス走査方式である。

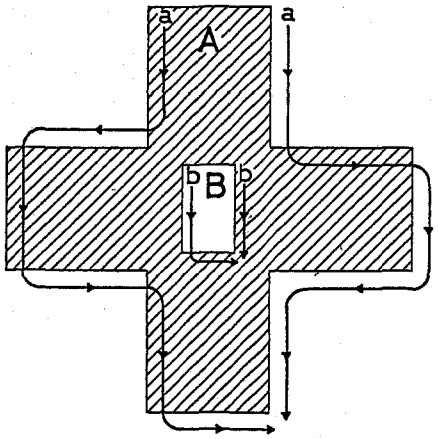
計算機処理の面から両方式を比較してみよう。境界依存方式をもちいるためには画面全体を一度に主記憶装置へ入力する必要がある。このため，一般に，非常に大きな記憶容量が必要となり，使用は大型計算機に限られる。一方，１パス走査方式では走査方向にしたがって行単位の処理を行なうので，画面全体を一度に

入力する必要はなく外部記憶装置から部分画面を一定間隔ごとに入力すればよい。したがって，1パス走査方式は小型の計算機でも処理が可能である。このように1パス走査方式は処理システムの融通性に富んでいる。

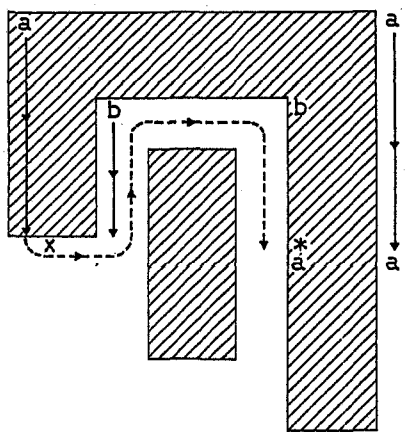
1パス走査による連結成分の検出は最初Selkow[36]によって論じられた。彼のアイデアは，一つの連結成分に含まれる画素には同じラベルを貼付けてゆこうとするものであった。しかしながら，画面の大きさを縦横$N \times N$とした場合，彼の方法ではすべてのラベルを表現するのに高々$2 \log N$ビット必要で，しかも最悪の場合，各画素に異なるラベルが貼られたとすると$2N^2 \log N$に比例した記憶容量が必要となる。この点はRosenfeld & Milgram[37]によって改善された，彼らはNに比例した記憶容量で2値画像の連結性の判定（画像中の連結成分が一つか否かの判定）が行えることを示した。しかしながら，これらの1パス走査形境界追跡方式では連結成分とホールの同時検出を行うことができない。
一方，収縮方式では連結成分とホールを同時に検出するアルゴリズムが幾つか知られている[41][42][43]。そこで，次節以下では連結成分とホールの同時検出を1パス走査形境界追跡方式で，しかも，Nに比例した作業領域のみを用いて行えることを示す。

5.2.2 (i, r, C)-表現からの連結成分とホールの同時検出

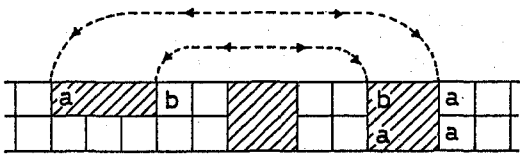
1パス走査形式で連結成分とホールを同時検出するための基本原理を図5.5aに示す。検出のための手順はまず連結成分あるいはホールの最上部の左端と右端にあるマークをおく。図5.5aでは連結成分Aの最上部の両端にはaというマークが，ホールBの最上部の両端にはbというマークがおかれている。このマークを境界部分に沿って下の方へ進めてゆく。同じ種類のマーク同士が同一の底辺にたどり着いた時点で連結成分あるいはホールが検出される。一般の連結成分やホールの場合にはこの操作は少し複雑になる。例えば図5.5bにおいてはマークaとbが底辺χに到達している。この場合，連結成分の左端から境界を追跡していたマークaは底辺χを経由して＊印で示した地点まで進むことができる。＊印の点から追跡を続行するためにχにおけるマークを両方とも消去し，もう一方のマークbをaに変える必要がある。このマークの変更は画面全体をながめることができれば容易に行える。しかし図5.5cのように局所的な画像データが与えられているだけの場合でもマークの種類を参考にして行うことができる。実際，図5.5cではたとえ同種のマーク間の画素がどんな値をとろうとも，マークの位置関係から点線で示すように追跡が行われてきたことが分る。したがってi+1行において列j_3に位置するマー



(a)



(b)



(c)

図 5.5　境界の同時追跡

クはbからaに変更すればよい。他にも色々な連結成分とホールの形状が考えうるが，基本的には図5.5cと同じ方法で局所的な画像データを一定順序に用いながら境界の追跡を正しく続けてゆくことができる。このことは1パス走査形式の処理が可能であることを意味している。この節では以上の基本動作にもとづき，(i, r, C)-表現から連結成分とホールを同時検出するアルゴリズムを与える。さらにアルゴリズムの正当性を証明する。

以下ではC点の取扱い方を明確にするために次の前提を設ける。

[前提5.1]

連結成分は8-連結の意味において定義する。なお連結成分が4-連結の意味で定義される場合はこの節の最後で議論する。

[アルゴリズム5](連結成分とホールの同時検出アルゴリズム)

入力：2値画像Pに含まれるi点，r点，C点の位置(I_n, J_n)とその種類X_n(=i, r, C)，さらに$p(I_n, J_n)$の値V_n，$n = 1, \cdots, K$。ここでX_nの値はi, r, Cに対応した整数値であるが便宜上，i, r, Cをそのまま用いている。

出力：連結成分の個数CCOUNTとホールの個数HCOUNTである。

方法：dpとその画素値$\{V_n, n=1, \cdots K\}$から画像の局所的

な形状を逐次に求め，それをもとにマークの位置を変更することにより連結成分とホールの境界を追跡してゆく。マークの位置を記憶するために長さＮ＋１の１次元配列Ｂを用いる。Ｂの配列要素としては-1,0,1のいずれかの値をとる。値１または-1がマークに対応している。値１は連結成分あるいはホールの最上部の左端から，値-1は右端から追跡が始まっていることを示す。どのマークとどのマークが同じ連結成分あるいはホールの最上部から追跡を開始しているかは，後述するように，手続きＧＯＡＬを用いてＢの値だけから同定できる。アルゴリズムを図5.6に示す。主プログラム中ではＧＯＡＬ以外にもＭＯＶＥ１，ＭＯＶＥ２，ＰＡＩＲの手続きを使用する。各手続きの動作を以下に説明しておく。

ＧＯＡＬ(Ｊ)……

Ｂ[Ｊ]＝１ならば $\min\{k \mid \sum_{j=J}^{k} B[j]=0, k>J\}$ を返す。

Ｂ[Ｊ]＝-1ならば $\max\{k \mid \sum_{j=k}^{J} B[j]=0, k<J\}$ を返す。

ＭＯＶＥ１(ｉ,ｊ) …… Ｂ[ｉ]をＢ[ｊ]に変え，Ｂ[ｊ]を０とおく。

ＭＯＶＥ２(ｉ,ｊ,ＣＯＬＯＲ)……

Ｂ[ｉ]とＢ[ｊ]の値に応じて境界の追跡を継続するかそれとも連結成分あるいはホールが検出されたかを判断し，それぞれの処理を行う。判断方法ならびに処理の詳細は後述する。ＣＯＬＯＲは連結成分かホールかを示す指標で，ＣＯＬＯＲ＝０なら連結成分，１ならホールが発見されたことを表わす。

```
1   for n = 1 until K do
      begin
2       if X_n = i then
3         if B[J_n] ≠ 0 then MOVE 2(J_n,PAIR(n),V_n)
          else begin
4                 if ((I_n,PAIR(n)) = (I_n+1,J_n+1)) Λ (X_n+1 = r)
5                 then B[J_n] と B[J_n+1] をそれぞれ 1,-1 とおく ;
6                 if (((I_n,PAIR(n)) = (I_n+1,J_n+1)) Λ (X_n+1 = c) Λ (V_n+1 = 0)) V
                      ((I_n,PAIR(n)) ≠ (I_n+1,J_n+1))) then MOVE 1(J_n,PAIR(n))
               end;
7       if X_n = r then
8         if (I_n,PAIR(-n)) ≠ (I_n-1,J_n-1) then MOVE 1(J_n,PAIR(-n));
9       if X_n = c then
10        if V_n = 0 then
          begin
11          if (I_n,PAIR(-n)) ≠ (I_n-1,J_n-1) then MOVE 2(PAIR(-n),J_n,1-V_n);
12          X_n ← i;
13          n ← n - 1
          end
          else
          begin
14          OLD ← B[J_n];
15          if (I_n,PAIR(-n)) ≠ (I_n-1,J_n-1) then MOVE 1(J_n,PAIR(-n))
16          else B[PAIR(-n)] と B[J_n] をそれぞれ1,-1 とおく ;
17          NEW ← B[J_n];
18          B[J_n] ← OLD:
19          if ((I_n,PAIR(n)) = (I_n+1,J_n+1)) Λ (X_n+1 = r) then
              begin
20              MOVE 1(J_n+1,J_n);
21              B[J_n] ← NEW;
22              n ← n + 1
              end
23          else if (B[J_n] = -1) Λ (NEW = 1) then MOVE 1(J_n,PAIR(n))
                 else begin
24                      MOVE 2(J_n,PAIR(n),V_n);
25                      B[J_n] ← NEW
                    end
           end
    end
```

図 5.6 アルゴリズム5;連結成分とホールの同時検出(次ページへ続く)

```
    procedure  GOAL(J)
       begin
1         SUM ← B[J];
2         j ← J;
3         if SUM = 1 then repeat j ← j+1 until (SUM ← SUM + B[j]) = 0
4         else repeat j ← j-1 until (SUM ← SUM +B[j]) = 0;
5         return(j)
       end

    procedure  MOVE 1(i,j)
       begin
1         B[i] ← B[j];
2         B[j] ← 0
       end

    procedure  MOVE 2(i,j,COLOR)
       begin
1         if (B[i] = 1) ∧ (B[j] = -1) then
2            if COLOR = 0 then CCOUNT ← CCOUNT + 1
3            else HCOUNT ← HCOUNT + 1;
4         if (B[i] = 1) ∧ (B[j] = 1) then B[GOAL(j)] ← 1;
5         if (B[i] = -1) ∧ (B[j] = -1) then B[GOAL(i)] ← -1;
6         B[i] ← 0;
7         B[j] ← 0
       end

    procedure  PAIR(n)
       begin
1         k ← I n ;
2         if  n < 0 then repeat  k ← k-1 until ( (B[k] ≠ 0) ∨ ((I_n,k) = (I_n-1,J_n-1)) )
3         else repeat k ← k+1 until ( (B[k] ≠ 0) ∨ ((I_n,k) = (I_n+1,J_n+1)) );
4         return(k)
       end
```

図 5.6　続き

PAIR(n)……

nの値が正ならば，J_n^fの探索を行い，$J_n < j \leq J_{n+1}$ なるあるjを返す。またnの値が負ならば，J_n^bの探索を行い，$J_{n-1} \leq j < J_n$ なるあるjを返す。

[定理5.1]

アルゴリズム5はある(i, r, C)-表現dpとその画素値$\{V_n, n=1,\cdots,K\}$から元の画像Pに含まれる連結成分とホールの数を正確に求めることができる。

(証明)

しばらくのあいだ画像PにはC点は含まれていないものと仮定しておく。さて(I_n, J_n)を(i, r, C)-表現dpに含まれるある選択画素とする。仮定より$X_n = i$またはrである。このとき(I_n, J_n)附近のPの画素値は，0と1の反転画像を除けば図5.7に示す4種類の場合に分類される。ここでPの第I_1行上では図5.7aの場合のみが生じうることに注意する。したがってI_1行上には偶数個の選択画素$(I_1, J_1), \cdots, (I_{2\ell}, J_{2\ell})$が存在し，しかも

$$X_{2t-1} = i$$
$$X_{2t} = r \quad , \quad 1 \leq t \leq \ell$$

である。

そこでまずI_1行の選択画素(I_n, J_n)，$1 \leq n \leq 2\ell$ に対してアルゴリズム5の動作を調べよう。アルゴリズム5のステップ1において$n=1$の場合，$X_1 = i$なのでステップ3のif文が実行される。Bの値はすべて0

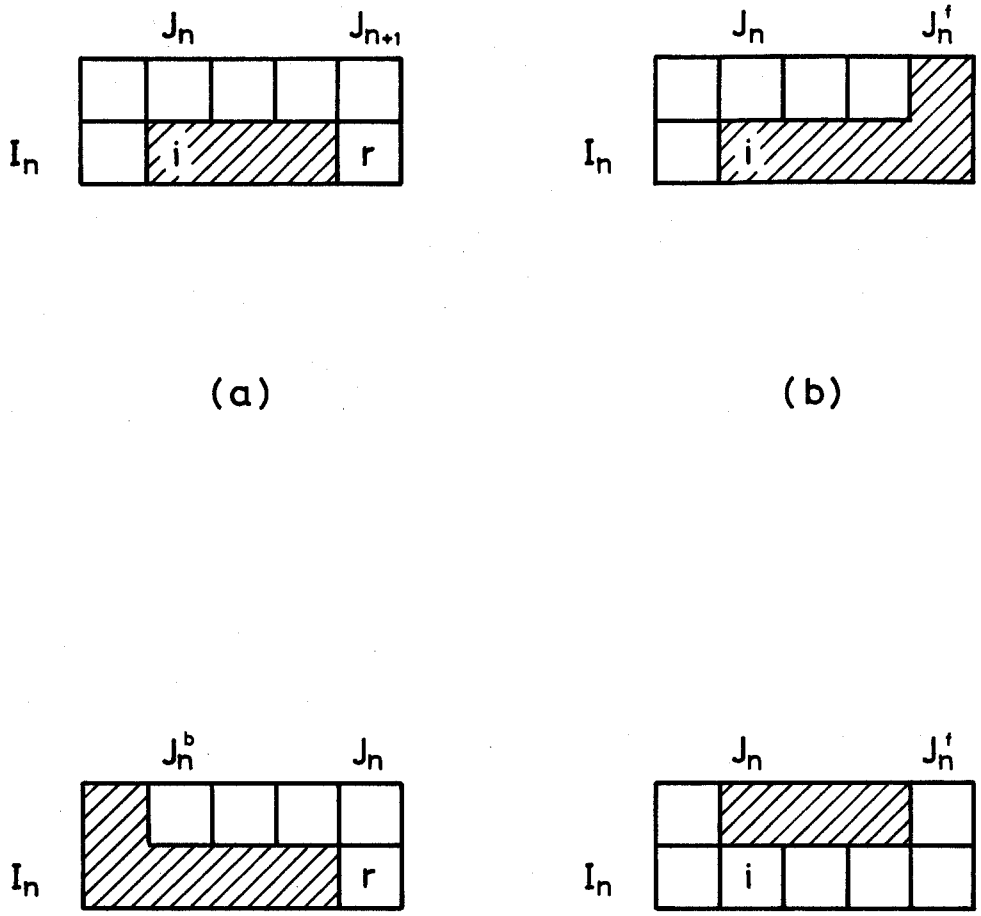


図 5.7　i点，r点のまわりの画素値

に初期値化されているので，次にステップ4のif文が実行される。手続きPAIRの動作からPAIR(1)としてJ_2が返されるので，結局

$$B[J_1] = 1, \quad B[J_2] = -1$$

となる。次に$n = 2$の場合は，$X_2 = r$よりステップ6のif文の実行後，引き続いてステップ7のif文が実行される。手続きPAIRはPAIR(-2)としてJ_1を返すのでif文の条件は成立せずthen以下の文は実行されない。$\ell > 1$の場合は，上の動作が$n = \ell$までくり返される。その結果，配列Bは

$$B[J_{2t-1}] = 1, \quad B[J_{2t}] = -1, \quad 1 \leqq t \leqq \ell$$

$$B[j] = 0, \quad j \neq J_n, \quad 1 \leqq n \leqq 2\ell$$

となる。これは連結成分の最上部の左端に1，右端に-1というマークが置かれたことを意味している。

ところで次に選択画素が存在する行$I_{2\ell+1}$に対し，もし$I_{2\ell+1} > I_{2\ell} + 1$ならば区間$[(I_{2\ell}+1, 1), (I_{2\ell+1}-1, N+1)]$には選択画素は存在しないことから

$$p(i, j) = p(I_m, j), \quad I_m < i < I_{m+1}, \quad 1 \leqq j \leqq N$$

である。したがって$I_{2\ell+1} > I_{2\ell} + 1$または$I_{2\ell+1} = I_{2\ell} + 1$のいずれの場合にせよ，$I_{2\ell+1} - 1$行上の変化点位置は$I_{2\ell}(= I_1)$行上の変化点位置と完全に一致している。このことは$I_1$行上で連結成分の両端にマークを置くだけで$I_{2\ell+1} - 1$行まで自動的に追跡が行われることを意味する。

$I_{2\ell+1}$行上のあるi点(I_n, J_n)附近のPの画素値が図5.7a

の場合は，上と同様に連結成分あるいはホールの最上部にマークを置く動作がアルゴリズム5によって行われる。$I_{2\ell+1}$行上のあるi点(I_n, J_n)附近のPの画素値が図5.7bの場合，前行までの処理によって(I_n-1, J_n^f)まで追跡が進んでいるので，$B[J_n^f] \neq 0$である。したがってJ_n^fの値はBと手続きPAIRを用いてPAIR(n)で求めることができる。また今の場合，$(I_n, PAIR(n)) < (I_{n+1}, J_{n+1})$なのでステップ6のMOVE1が実行されて，マークの位置が境界に沿って移動する。なおここでJ_n^fは第3章の定理3.5において定義された値で，

$$J_n^f = \min\left\{ j \mid (I_n-1, j) \text{は変化点}, \begin{matrix}(I_n-1, J_n) < (I_n-1, j) \\ < (I_{n+1}-1, J_{n+1})\end{matrix} \right\}$$

である。また$I_{2\ell+1}$行上のあるr点、(I_n, J_n)附近のPの画素値が図5.7cの場合，前行までの処理によって(I_n-1, J_n^b)まで追跡が進んでいるので，$B[J_n^b] \neq 0$である。したがってJ_n^bの値はBと手続きPAIRを用いてPAIR(-n)で求めることができる。また今の場合，$(I_n, PAIR(-n)) > (I_{n-1}, J_{n-1})$なのでステップ8においてMOVE1が実行されて，マークの位置が境界に沿って移動する。なおここでJ_n^bはJ_n^fと同じく定理3.5において定義された値で，

$$J_n^b = \max\left\{ j \mid (I_n-1, j) \text{は変化点}, \begin{matrix}(I_{n-1}-1, J_{n-1}) < \\ (I_n-1, j) < (I_n-1, J_n)\end{matrix} \right\}$$

である。

$I_{\ell+1}$行以後の選択画素に対しても，図5.7a,b,cに

対応するものが現われた場合，アルゴリズム5は上述の動作と同じく，連結成分およびホールの最上部を見つけ出して左側と右側の境界を同時に追跡する。問題は，あるi点(I_n, J_n)附近のPの画素値が図5.7dで示す場合，すなわちアルゴリズム5のステップ3でMOVE2が実行される場合の動作の正当性を示すことである。このi点(I_n, J_n)においては前行までの処理によって，$B[J_n]$と$B[J_n^f]$はいずれも0でない値をとる。さらに$PAIR(n) = J_n^f$である。

ところでI_n行において，$B[j] = 1$ならば，画素(I_n, j)は第1行から第I_n行までの範囲内で境界をたどることによりある連結成分あるいはホールの上端の左側に到達できる。また$B[k] = -1$ならば，画素(I_n, k)は同じ範囲内である連結成分あるいはホールの上端の右側に到達できる。画素(I_n, j)と(I_n, k)が第1行から第i行までの範囲である連結成分あるいはホールの最上部を経由して境界部分をたどることによって互いに到達できることを単に<u>到達可能</u>という。連結成分とホールは入れ子状にしか配置し得ないことより，どの$B[j] = 1$なる(I_n, j)と，どの$B[k] = -1$なるkとが到達可能であるかの判定は次のようにして行うことができる。すなわち$B[j] = 1$なる(I_n, j)に対しては，ある区間$[j, t]$内でBの1と-1の数が等しくなる最小のtを求める。この(I_n, t)が(I_m, j)から到達可能な画素である。また$B[k] = -1$なる(I_n, k)に対しては，ある区間$[s, k]$内でBの

1と-1の数が等しくなる最大のSを求める。このとき(I_n, S)が(I_n, k)から到達可能な画素である。アルゴリズム5ではこれらの操作は手続きGOALによって行われる。

さて図5.7dに対応するi点(I_n, J_n)の処理に戻って議論を続けよう。もし$B[J_n]=1$かつ$B[J_n^f]=-1$ならば，上の議論から(I_n, J_n)と(I_n, J_n^f)は互いに到達可能なので，一つの連結成分あるいはホールが存在する。いずれであるかはV_nの値によって判定される。これ以外の場合は，(I_n, J_n)から到達可能な画素$(I_n, GOAL(J_n))$と(I_n, J_n^f)から到達可能な画素$(I_n, GOAL(J_n^f))$とが互いに到達可能であるので，次にMOVE2のステップ1のif文の条件が成立するまで$(I_n, GOAL(J_n))$と$(I_n, GOAL(J_n^f))$から境界の追跡を続けてゆく必要がある。このときあとの処理で連結成分を正確に検出するために$(I_n, GOAL(J_n))$と$(I_n, GOAL(J_n^f))$のうち左側に位置するものに対するBの値を1に，右側に位置するものに対するBの値を-1にしておく必要がある。このためには，もし$B[J_n]=1$かつ$B[J_n^f]=1$ならば$B[GOAL(J_n^f)]$を1に変え，またもし$B[J_n]=-1$かつ$B[J_n^f]=-1$ならば$B[GOAL(J_n)]$を-1に変えればよい。最後にもし$B[J_n]=-1$かつ$B[J_n^f]=1$ならば，$B[GOAL(J_n)]$と$B[GOAL(J_n^f)]$の値はそのままでよい。手続きMOVE2のステップ4と5ではこれらの要求を満たす処理を行っている。さらにMOVE2のステップ

6と7では，(I_n, J_n)と(I_n, J_n^f)においてはすでに追跡すべき境界は存在しないことから，$B[J_n]$と$B[J_n^f]$とを0にする動作を行う。

以上の処理をI_{2l+1}行以後の選択画素に対してくり返し行うことによって，最終的にはすべての連結成分とホールの数をアルゴリズム5から求めることができる。証明を完全にするためにはC点に対するアルゴリズムの処理の正当性を示すことが最後に残っている。

あるC点(I_n, J_n)附近の画像Pの画素値は図5.8に示す(a)から(d)の四つの場合に分類される。前提5.1から連結成分は8-連結の意味で定義されているので，5.1節におけるC点の解釈に従えば，図5.8の(a)~(d)は画像の連結性を保ったまま同図の(a)'~(d)'に変形できる。以下ではこのC点の解釈を参照にしながら，(a)~(d)のそれぞれの場合においてアルゴリズム5が行う処理の正当性を示す。

1) C点(I_n, J_n)が図5.8(a)に対応する場合$(V_n = 0)$

前行までの処理によって$B[J_n^b]$と$B[J_n]$まで境界の追跡が行われているはずなので，

$B[J_n^b] \neq 0$かつ$B[j] = 0$, $J_n^b < j < J_n$, $B[J_n] \neq 0$

でなければならない。さらにこのとき

$PAIR(-n) = J_n^b$

である。したがってアルゴリズム5ではステップ11のif文の条件が成立し，MOVE 2 (PAIR(-n), J_n, $1-V_n$)が実行され，さらにステップ12~13でi点に対する処

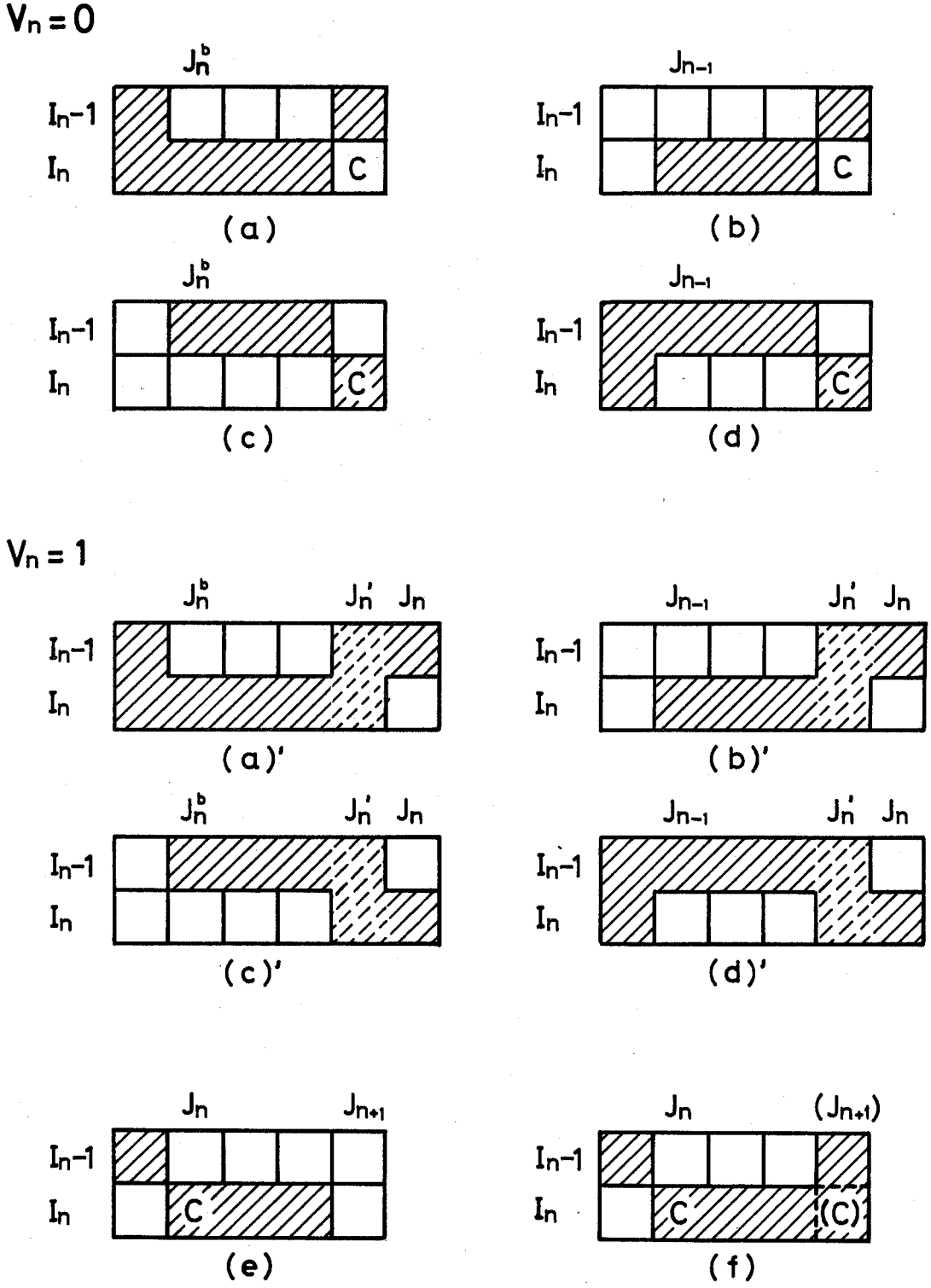


図 5.8　C 点の解釈

理が行われる。これは図5.8(a)'の解釈から要求される動作を満足している。

2) C点(I_n, J_n)が図5.8(b)に対応する場合$(V_n = 0)$

この場合は$PAIR(-n) = J_{n-1}$なのでステップ11のif文の条件は成立しない。よってthen以下の文は実行されず，ステップ12～13のみが実行される。一方(I_{n-1}, J_{n-1})の処理ではステップ6のif文の条件が成立するので，MOVE 1が実行されていなければならない。これらの動作は図5.8(b)'の解釈から要求される動作を満足する。

3) C点(I_n, J_n)が図5.8(c)に対応する場合$(V_n = 1)$

この場合は図5.8(a)において0と1を反転したものに等しいので，1)と同じ議論から

$B[J_n^b] \neq 0$，$B[j] = 0$，$J_n^b \leq j < J_n$，$B[J_n] \neq 0$，かつ$PAIR(-n) = J_n^b$である。したがってアルゴリズム5ではステップ15のif文の条件が成立し，MOVE 1が実行される。図5.8(c)'からは$(I_n - 1, J_n^b)$に置かれたマークを(I_n, J_n)に移動する必要があることが分るが，上の動作はこの要求を満たしている。ところで元の$B[J_n]$の値は以下の処理で必要なので，あらかじめステップ14において変数OLDに代入されている。そしてステップ17と18ではMOVE 1の実行後の$B[J_n]$の値を変数NEWに入れ，元の値を$B[J_n]$に戻していることに注意する。したがって今の時点ではNEWには$B[J_n^b]$の値が，$B[J_n]$には元の値OLDが入っている。

さて，(I_n, J_n) 以後の画像Pの画素値は次の二つの場合に分類される。すなわち図 5.8(e)のように r 点が存在するか，あるいは図 5.8(f)のようにCR点またはC点が存在するかである。ここで図 5.8(f)における点線はC点でありうることを示している。図 5.8(e)の場合は，前行までの処理によって，

$B[J_n] \neq 0$，$B[j] = 0$，$J_n < j \leqq J_{n+1}$ かつ

$PAIR(n) = J_{n+1}$

が成立していなければならない。また $X_{n+1} = r$ なのでステップ18のif文の条件が成立してMOVE 1 が実行される。これは (I_n-1, J_n) に置かれたマーク $B[J_n]$ を $B[J_{n+1}]$ に移動するために必要な動作である。一方，(f)の場合，ステップ18の条件は成立しないのでelse以下の文が実行される。ところで図 5.8(c)においてもし，$B[J_n^b]$ (= NEW) = 1 かつ $B[J_n] = -1$ ならば，図 5.8(c)'による解釈から (I_n-1, J_n) は (I_n, J_n) に到達可能である。このことは $(I_n-1, PAIR(n))$ が (I_n, J_n) に到達できることを意味しており，$(I_n-1, PAIR(n))$ のマークを (I_n, J_n) に移動する必要がある。これはステップ22によってなされる。また $B[J_n^b]$，$B[J_n]$ が上記以外の場合は，ホールの最下部に達した際の動作を直接行えばよい。ステップ23～24ではこの要求を満たす動作を行っている。

4) C点 (I_n, J_n) が図 5.8(d)に対応する場合 ($V_n = 1$)

このとき図 5.8(d)から明らかなように (I_{n-1}, J_{n-1}) は

i点である。ところでアルゴリズムが(I_{n-1}, J_{n-1})を処理した際には，前行までの処理によって

$B[J_n] \neq 0$，$B[j] = 0$，$J_{n-1} \leq j < J_n$ かつ

$PAIR(n-1) = J_n$

である。したがって，ステップ4のif文さらにステップ6のif文の条件のいずれも成立しないのでBの値は変化しておらず，今の時点でもやはり

$B[J_n] \neq 0$，$B[j] = 0$，$J_{n-1} \leq j < J_n$

が成立し，さらに$(I_n, PAIR(-n)) = (I_{n-1}, J_{n-1})$である。したがってステップ15のif文の条件は成立しないので，ステップ16のelse以下の文が実行されて，

$B[J_{n-1}] = 1$，$B[J_n] = -1$

となる。一方図5.8(d)'の解釈によればこの時ホールの最上部の両端にマークが置かれなければならないが上記の動作はこの要求を満たしている。ステップ18以後のアルゴリズムの処理は3)の場合と同じである。図5.8(c)'と(d)'を見比べればこの処理が必要にして十分なものであることが分る。　　(証明終り)

最後に，連結成分が4－連結性の意味において定義されている場合に連結成分とホールを検出する方法について述べておこう。

4－連結性の意味で定義された連結成分を検出するためには，表5.1における連結性とC点との対応関係から，0と1を反転した画像の(i, r, C)－表現とそれに含まれる選択画素の画素値に対してアルゴリズム5

を実行すればよい。すなわち画像Pのd_Pに含まれる選択画素の値$\{V_n, n=1,\cdots,K\}$をすべて反転してからアルゴリズム5を実行するのである。あるいはV_nの反転は行わずに，アルゴリズム5のステップ6におけるif文の条件内の$V_{n+1}=0$を$V_{n+1}=1$に，そしてステップ10における if 文の条件を$V_n=0$から$V_n=1$に変更するという方法もある。いずれの方法を用いるにせよ，4-連結性の意味での連結成分の検出は，8-連結性の場合の検出アルゴリズムをほんの少し修整するだけで行える。

5.3 連結成分およびホールの周囲長と面積の計算

前節で導出したアルゴリズム5を少し変更することにより，(i, r, C)-表現から連結成分およびホールの周囲長と面積を計測することができる。以下にそのアルゴリズムを示しておく。

[アルゴリズム6]:連結成分およびホールの周囲長の計測

入力: アルゴリズム5の場合と同じく2値画像P_{ex}に含まれるi点，r点，C点の位置(I_n, J_n)とその種 X_n $(=i, r, C)$，さらに$p(I_n, J_n)$の値V_n, $n=1,\cdots,K$.

出力: 各連結成分の周囲長のリストCLとホールの周囲長のリストHL.

方法: アルゴリズム5の動作を忠実に実行しながら，マークの位置の画面上での移動距離を計算してゆく。アルゴリズム5で用いた配列Bの他に，マークが進んだ

移動距離を記憶するために長さＮ＋１の１次元配列Ｌを使用する。さらにリストＣＬとＨＬの中で用いられるアドレスとして変数ＮＣ,ＮＨを使用する。これらの変数は０に初期値化しておく。これらの配列，変数を用いて具体的には次の処理を行う。

まず連結成分あるいはホールの最上部の両端に境界の追跡を開始するためのマークがおかれた時点で最上部の辺の長さを計算する。このとき左端のマークの位置をｊとするとＬ[j]にいま計算した辺の長さを代入する。以下画面上でマークが縦方向および横方向に移動するごとに，その移動距離をＬに記録してゆく。

処理の途中で，アルゴリズム５に対し図5.7.ｄの場合に対応する条件が成立したとする。このとき左側のマークをm_ℓ，右側のマークをm_rとおく。もしこれらのマークが一つの連結成分あるいはホールの最下部に達しているならば，両方のマークが移動した距離と底辺の長さを加えた値Ｌが求める周囲長である。一方，最下部でなければ，左側のマークm_ℓから到達できるもう一つのマークa_ℓを見つけて，a_ℓがいままで進んできた距離にＬを加えて次の処理に進めばよい。

上の操作を行うアルゴリズムはアルゴリズム５に以下の動作を付け加える。

1) ステップ５において“L[J_n] ← $J_{n+1}-J_n$”を追加する。

2) ステップ16において“L[PAIR(-n)] ← J_n - PAIR(-n)”を追加する。

```
      procedure  MOVE 1'(i,j)
         begin
1           B[i] ← B[j];
2           L[i] ← L[j] + |i - j|;
3           B[j] と L[j] を 0 とおく。
         end

      procedure  MOVE 2'(i,j,COLOR)
         begin
1           L ← L[i] + L[j] + |i - j|;
2           if (B[i] = 1) ∧ (B[j] = -1) then
3              if COLOR = 0 then CL[(NC ← NC + 1)] ← L
4              else HL[(NH ← NH + 1)] ← L;
5           else L[GOAL(i)] ← L[GOAL(i)] + L;
6           if (B[i] = 1) ∧ (B[j] = 1) then B[GOAL(j)] ← 1;
7           if (B[i] = -1) ∧ (B[j] = -1) then B[GOAL(i)] ← -1;
8           B[i],B[j],L[i],L[j] を 0 とする。
         end

      procedure  INCREMENT(I)
         for n = 1 until N do
            if B[n] ≠ 0 then L[n] ← L[n] + I
```

図 5.9　アルゴリズム6：連結成分およびホールの周囲長の計測

3) ステップ9のif文（ステップ9から24まで）の後に
“25 if (I_{n+1} > I_n) then INCREMENT($I_{n+1}-I_n$)”
を加える。
ここで手続きINCREMENT(i)は図5.9に示すように各マークの縦方向の移動距離iをLに記録する動作を行う。さらにMOVE1とMOVE2をそれぞれ図5.9に示すMOVE1', MOVE2'に変更する。

[アルゴリズム7]：連結成分およびホールの面積の計測

入力：アルゴリズム6と同じ。
出力：連結成分の面積のリストCAとホールの面積のリストHAである。
方法：アルゴリズム5の動作を忠実に実行しながら，各行におけるマーク間の距離を累積してゆくことにより面積を計算する。アルゴリズム5で用いた配列Bの他にマーク間の距離を記憶するために長さN+1の1次元配列Aを使用する。さらに連結成分およびホールの周囲長のリストCLとHLの中で用いられるアドレスとしてそれぞれ0に初期値化された変数MC, MHを使用する。アルゴリズムはアルゴリズム5のステップ9におけるif文（ステップ9から24まで）の後に
“25 if (I_{n+1} > I_n) then AREA ($I_{n+1}-I_n$)”
を加える。
ここで手続きAREAは図5.10に示す。この手続きは，

```
      procedure  MOVE 1"(i,j)
         begin
1           A[i] と B[i] をそれぞれ A[j] と B[j] とおく ;
2           A[j] と B[j] を 0 とおく
         end


      procedure  MOVE 2"(i,j,COLOR)
         begin
1           if (B[i] = 1) ∧ (B[j] = -1) then
2              if COLOR = 0 then CA[(MC ← MC + 1)] ← A[i]
3              else HA[(MH ← MH + 1)] ← A[i]
4           else A[GOAL(j)] ← A[GOAL(j)] + A[i];
5           if (B[i] = 1) ∧ (B[j] = 1) then B[GOAL(j)] ← 1;
6           if (B[i] = -1) ∧ (B[j] = -1) then B[GOAL(i)] ← -1;
7           A[PRE(i)] ← A[PRE(i)] + A[j];
8           A[i],A[j],B[i],B[j] をすべて 0 とおく
         end


      procedure  PRE(i)
         begin
1           k ← i;
2           repeat k ← k - 1 until (B[k] ≠ 0);
3           return(k)
         end


      procedure  AREA(I)
         begin
1           m ← 1;
2           for k = 1 to N + 1
3              if B[k] ≠ 0 then
                  begin
4                    A[m] ← A[m] + (k - m) x I;
5                    m ← k
                  end;
6           A[m] ← A[m] + (N + 1 - m) x I
         end
```

図 5.10 アルゴリズム7；連結成分およびホールの面積の計測

あるI行からI＋i行までの間の部分画像における連結成分またはホールの面積を計算し，その結果をI行までの連結成分またはホールの面積値に加える動作を行う。さらにアルゴリズム5の手続きMOVE1とMOVE2をそれぞれ図5.10のMOVE1"とMOVE2"に変更する。ここでMOVE1"とMOVE2"は境界に沿ってマークが移動する場合，それに応じていままでそのマークに対応していた面積値も同じところに移動させる動作を行う。

第6章

ディジタル濃淡画像の符号化

実際のＴＶ信号などからディジタル濃淡画像を得る場合，標本化・量子化による誤差が元の画像に比べて目立たないようにしようと思えば，標本化周波数によっても異なるが，一般に，量子化の際に少なくとも８ビット（$2^8 = 256$）の量子化レベルが必要とされる。これは，符号を構成するハード・ウェア規模の面で，ディジタル濃淡画像を直接符号化することが非常に困難であることを意味している。なぜなら，ディジタル濃淡画像の各画素値は近傍の画素値と非常に強い相関を持つことが知られており，画像データをその最も簡単なモデルである定常１次マルコフ過程として符号化を行なう場合ですら，符号器・復号器を構成するためには，$256^2 = 64$Ｋ個もの確率パラメータを扱う必要があり，現実的ではないからである。そこでハード・ウェア規模の小型化，処理の高速化を目指して，さまざまな符号化方式が提案されてきている[45][46][47]。これらの方式はすべて画像データに前処理を施すことによって符号器への入力となるシンボル数の削減を行い，符号器ならびに復号器のハードウェア負担を軽減しようとするものである。

従来はこの前処理として，復元画像と元の画像との間にある程度の誤差を許して一つ一つの画素値をできるだけ少ないシンボル数で表現するという手法が専ら用いられてきた。その代表的なものとして，Δ－変調[48]やＤＰＣＭ[49]，あるいは画像データをアダマール(Hadamard)変換[50]やカルーネン・レーブ(Karhunen-Loéve)変換[51]などによって直交展開する変換方式などが知られている。

この章ではこれらの方式とは異なり，元の画像を正確に復元するという制約のもとでシンボル数の削減を行う前処理として，Bit-Plane変換を提案し，さらにこの変換を用いてディジタル濃淡画像を符号化する方法について論じる。以下6.1節ではBit-Plane変換について考察し，実際の画像データに対する有効性を示す。また6.2節ではBit-Plane変換後の符号化方式として算術符号を用いた場合の符号の性能を解析的にならびに計算機シミュレーションから調べる。

6.1 Bit-Plane 変換

6.1.1 Bit-Plane 変換とは

Bit-Plane変換は，Shwartz＆Barker [52]によって，宇宙線の衝突回数の測定を行う探査衛星が観測したデータを地上に伝送するための符号化方式の中で初めて用いられた。その概要を図6.1に示す。すなわち，$M(=2^L)$

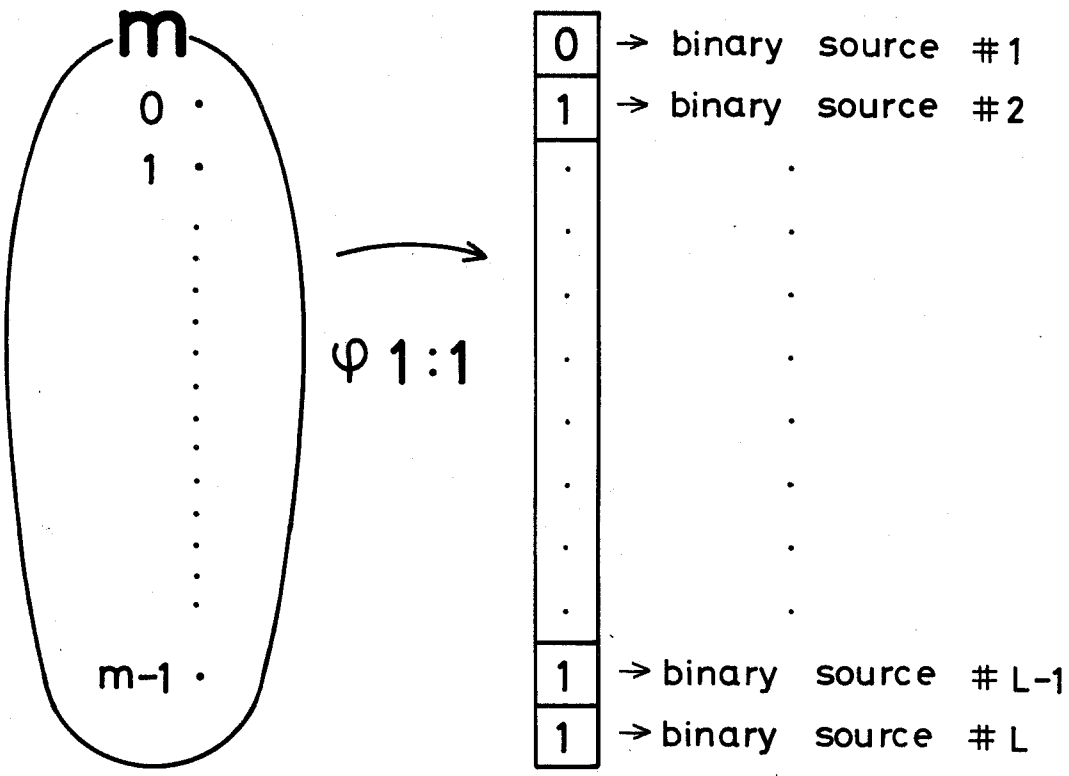


図 6.1 Bit - Plane 変換 の 概 説

個のシンボル0からM－1を持つ情報源が与えられたとき，一つのシンボルが生起するたびごとにL桁の0－1ベクトルへ1対1変換を行い，各桁の値を0，1の生起するL個の互いに独立な2値情報源とみなし，各情報源を個別に符号化する。

このようにBit-Plane変換は一つの情報源の符号化をL個の2値情報源の符号化に帰着させるので，個々の2値情報源に対する符号器・復号器の構成は元の情報源のそれに比べて桁違いに容易になる。実際，符号を構成するのに必要な確率パラメータの数は元の情報源では2^L-1個だったのが，Bit-Plane変換後の2値情報源では全体として確率パラメータの数はL個でよい。さらに各2値情報源の符号化を並列処理化することにより高速に符号化することができる。しかしながらその半面，Bit-Plane変換を用いる符号化方式では，L個の2値情報源の互いの相関を一切用いないので，Bit-Plane変換を行った時点で無視できない圧縮効果の劣化を招く。これまでに，画像の符号化にBit-Plane変換を用いた例は幾つか報告されているが[53]，Bit-Plane変換による圧縮効果の劣化に関する考察はほとんど行われていない。そこでこの節の以下では，ある形を持った情報源に対しては変換をうまく選ぶことによって圧縮効果の劣化が問題にならないほど低く抑えられることを示し，画像データに対しどのような変換を選べばよいかを考察する。

6.1.2 問題の定式化

有限集合$\mathcal{M}=\{0,1,\cdots,M-1\}$（ここで$M=2^L$，Lは正整数）の中に値をとり確率分布$\{p(m),\ m\in\mathcal{M}\}$をもつ独立な情報源$(\mathcal{M},P)$を考える。この情報源$(\mathcal{M},P)$のエントロピーは，

$$H=\sum_{m\in\mathcal{M}}p(m)\log_2 p^{-1}(m) \tag{6.1.1}$$

で定義される。$\mathcal{M}$からL次元の0-1ベクトルへの任意の全単射φをBit-Plane変換といい，$m\in\mathcal{M}$に対するφの値を

$$\varphi(m)=(\varphi_1(m),\varphi_2(m),\cdots,\varphi_L(m)) \tag{6.1.2}$$

ここで $\varphi_\ell(m)=0$ または1，$\ell=1,2,\cdots,L$

添字ℓは0-1ベクトルの第ℓ桁を意味する。

と表わす。また可能なすべてのφの集合をΦとおく（$|\Phi|=M!$）。Bit-Plane変換後のL個の2値情報源に対し，P_ℓ^φとQ_ℓ^φの各々を，ℓ番目の2値情報源で0と1の生起する確率とする。すなわち，

$$P_\ell^\varphi=\sum_{m;\varphi_\ell(m)=0}p(m)$$
$$Q_\ell^\varphi=\sum_{m;\varphi_\ell(m)=1}p(m)\quad,\ \ell=1,2,\cdots,L。 \tag{6.1.3}$$

Bit-Plane変換φによってシンボルmのとるベクトル$\varphi(m)$に関するエントロピーをH^φ，各2値情報源のエントロピーを

$$H_\ell^\varphi=h(P_\ell^\varphi) \tag{6.1.4}_a$$

ここで $h(p)\triangleq p\log_2 p^{-1}+(1-p)\log_2(1-p)^{-1}$ $\tag{6.1.4}_b$

とおく。さらに

$$\tilde{H}^{\varphi} = \sum_{\ell=1}^{L} H_{\ell}^{\varphi} \qquad (6.1.5)$$

とする。H, H^{φ}, $\tilde{H}^{\varphi}$については明らかに

$$H = H^{\varphi} \leqq \tilde{H}^{\varphi} = H_1^{\varphi} + H_2^{\varphi} + \cdots + H_L^{\varphi} \qquad (6.1.6)$$

が成立する。(6.1.6)の不等号はBit-Plane 変換することによって圧縮効果の劣化が生じることを意味している。この劣化が大きいといくら変換後の符号化の回路構成が簡単になってもBit-Plane変換を行う意義は半減する。ここで例を用いて考えてみよう。

表6.1に示す情報源に対しシンボルをそのまま2進展開して(2進展開に対応する変換を仮りにβとする)三つの2値情報源が得られたとすると，1番目の情報源で0が生起する確率P_1^{β}は

$$P_1^{\beta} = p(0) + p(1) + p(2) + p(3) = 0.78$$

同様に

$$P_2^{\beta} = P_3^{\beta} = 0.755$$

と求まり，元の情報源のエントロピー $H = 1.534$ ビットに対し，三つの情報源のエントロピーの和 $\tilde{H}^{\beta}$ は

$\tilde{H}^{\beta} = 2.367$ (ビット) となる。ところが変換として表6.1のΨを用いると，同様の計算から

$\tilde{H}^{\Psi} = 1.572$ ビット となる。この場合，変換による劣化はさほど問題にはならない。

そこで，一般の情報源に対しても良い変換を選ぶと

m	p(m)	β	ψ
0	.7	000	000
1	.01	001	111
2	.015	010	110
3	.055	011	010
4	.015	100	101
5	.03	101	100
6	.025	110	011
7	.15	111	001

$P_1^{\beta} = .78$ $P_1^{\psi} = .93$

$P_2^{\beta} = .755$ $P_2^{\psi} = .895$

$P_3^{\beta} = .755$ $P_3^{\psi} = .8$

表 6.1 2進展開変換 β と
最適変換 ψ

エントロピー和の増加を低く抑えることができるのか，またそのような変換はどのようにして求めるのかという疑問が生じる。この問題は定式的には

『 ある与えられた情報源 $(\mathcal{M}, p)$ に対し，

$$\Delta = \min_{\varphi \in \Phi} \frac{\tilde{H}_\varphi - H}{H} \qquad (6.1.7)$$

および Δ を達成する変換 ψ を求めよ。』

と言い表わすことができる。

6.1.3 指数型分布の場合

一般の分布について最適変換 ψ を捜し出す系統だった方法は残念ながら現在のところまだ知られていない。一方，Φ に含まれる変換の数はシンボルの個数 M に対し $M!$ 個あり，M が10程度の場合でも非常に大きな数になるので，最適変換 ψ を求めるためには一般に膨大な量の計算を行わなければならない。ところが，次に示す特殊な確率分布に対しては，ψ は簡単な型で記述される。

[定義 6.1.1]

$\mathcal{M}$ 上の確率分布 $\{ p(m),\ m \in \mathcal{M} \}$ が

$$p(m) = a^m / Z \qquad (6.1.8)$$

$$-\infty < \lambda < \infty,\quad Z = \sum_{m=0}^{M-1} a^m,\quad a > 0$$

で与えられているとき，$\{ p(m),\ m \in \mathcal{M} \}$ を指数型分布と呼ぶ。

[定義 6.1.2]

任意の $m \in \mathcal{M}$ に対し,

$$m = \beta_1^L(m)\,2^{L-1} + \beta_2^L(m)\,2^{L-2} + \cdots + \beta_L^L(m) \quad (6.1.9)$$

を満たす変換 β^L をL桁の2進展開変換という。

$P_\ell^{\beta^L}, Q_\ell^{\beta^L}$ に関して次の補助定理が成立する。

[補助定理 6.1.1]

1) $$P_\ell^{\beta^L} = \sum_{k=0}^{2^{\ell-1}-1} \sum_{m=2^{L-\ell+1}k}^{2^{L-\ell}(2k+1)-1} p(m) \quad (6.1.10)$$

2) $$\sum_{m=0}^{M-1} m\,p(m) = \sum_{\ell=1}^{L} 2^{L-\ell} Q_\ell^{\beta^L}, \quad \ell = 1,2,\cdots,L \quad (6.1.11)$$

(証明)

1)は $P_\ell^{\beta^L}$ の定義より直接導かれ, 2)は両辺とも $\mathcal{M}$ の中に値を持ち確率分布 $\{p(m), m \in \mathcal{M}\}$ に従う確率変数Xの期待値の異なる表現同士であることから成立する。 (証明終り)

確率分布が指数型の場合は $P_\ell^{\beta^L}$, $Q_\ell^{\beta^L}$ は次のように計算される。

[補助定理 6.1.2]

指数型確率分布 $\{p(m) = a^m/Z,\ m = 0,1,\cdots,2^L-1\}$ に対し,

1) $$P_\ell^{\beta^L} = \frac{1}{1 + a^{2^{L-\ell}}} \quad (6.1.12)_a$$

$$Q_\ell^{\beta^L} = 1 - P_\ell^{\beta^L} = a^{2^{L-\ell}} P_\ell^{\beta^L} \quad (6.1.12)_b$$

2) $$\prod_{\ell=1}^{L} P_\ell^{\beta L} = \frac{1}{Z} \qquad (6.1.12)_c$$

ここで $$Z = \sum_{m=0}^{2^L-1} a^m = (1-a^{2^L})/(1-a)$$

(証明)

$$P_\ell^{\beta L} = \sum_{k=0}^{2^{\ell-1}-1} \sum_{m=2^{L-\ell+1}k}^{2^{L-\ell}(2k+1)-1} p(m)$$

$$(a) = \sum_{k=0}^{2^{\ell-1}-1} \sum_{m=2^{L-\ell+1}k}^{2^{L-\ell}(2k+1)-1} a^m / Z$$

$$(b) = \sum_{k=0}^{2^{\ell-1}-1} \frac{1}{Z} a^{2^{L-\ell+1}k} \frac{1-a^{2^{L-\ell}}}{1-a}$$

$$(c) = \frac{1-a^{2^{L-\ell}}}{Z(1-a)} \sum_{k=0}^{2^{\ell-1}-1} a^{2^{L-\ell+1}k}$$

$$(d) = \frac{1-a^{2^{L-\ell}}}{Z(1-a)} \frac{1-a^{2^L}}{1-a^{2^{L-\ell+1}}}$$

$$(e) = \frac{1-a^{2^{L-\ell}}}{1-a^{2^{L-\ell+1}}}$$

$$(f) = \frac{1}{1+a^{2^{L-\ell}}} \qquad (6.1.13)$$

ここで(6.1.13)の最初の等式は(6.1.10)そのもので(a)は確率分布が指数型であることによる。(b)～(d)は等比数列の和の公式から，(e)はZの定義から，最後の(f)は $(1-x^2)=(1+x)(1-x)$ より導かれる。$Q_\ell^{\beta L}$ に関しては$(6.1.12)_a$から容易に導かれる。

さらに(6.1.13)の(e)式を用いると

$$\prod_{\ell=1}^{L} P_\ell^{\beta^L} = \prod_{\ell=1}^{L} \frac{1-a^{2^{L-\ell}}}{1-a^{2^{L-\ell+1}}}$$

$$= \frac{1-a}{1-a^{2^L}}$$

$$= \frac{1}{Z} \qquad (6.1.14)$$

よって題意はすべて証明された。　　(証明終り)

[定理 6.1.1]

指数型分布 $\{ p(m) = a^{m\lambda}/Z,\ m \in \mathcal{M} \}$ に対し,

$$\tilde{H}^{\beta^L} = H \qquad (6.1.15)$$

(証明)

$$\tilde{H}^{\beta^L} = \sum_{\ell=1}^{L} H_\ell^{\beta^L}$$

$$(g) = \sum_{\ell=1}^{L} \{ -P_\ell^{\beta^L} \log_2 P_\ell^{\beta^L} - Q_\ell^{\beta^L} \log_2 Q_\ell^{\beta^L} \}$$

$$(h) = \sum_{\ell=1}^{L} \{ -(1-Q_\ell^{\beta^L}) \log_2 P_\ell^{\beta^L} - Q_\ell^{\beta^L} \log_2 Q_\ell^{\beta^L} \}$$

$$(i) = -\sum_{\ell=1}^{L} \log_2 P_\ell^{\beta^L} + \sum_{\ell=1}^{L} Q_\ell^{\beta^L} \log_2 \frac{P_\ell^{\beta^L}}{Q_\ell^{\beta^L}}$$

$$(j) = -\sum_{\ell=1}^{L} \log_2 P_\ell^{\beta^L} + \sum_{\ell=1}^{L} Q_\ell^{\beta^L} \log_2 a^{-2^{L-\ell}}$$

$$(k) = \log_2 Z - \log_2 a \sum_{\ell=1}^{L} 2^{L-\ell} Q_\ell^{\beta^L}$$

$$(\ell) = \log_2 Z - \log_2 a \sum_{m=0}^{2^L-1} m\, p(m)$$

$$(m) = \sum_{m=0}^{2^L-1} -p(m)\{m \log_2 a - \log_2 \Sigma\}$$

$$(n) = \sum_{m=0}^{2^L-1} p(m) \log_2 \left(\frac{a^m}{\Sigma}\right)^{-1}$$

$$(o) = \sum_{m=0}^{2^L-1} p(m) \log p(m)^{-1}$$

$$(p) = H \qquad (6.1.16)$$

ここで（6.1.16）の最初の等式は（6.1.5）そのままで，(g)は(6.1.4)による。(h),(i)の式変形後（6.1.12）を用いて(j)を得る。さらに(6.1.12)cとlog関数の性質から(k)が導かれる。次に(6.1.11)から(l)が求まり，(l)の第1項を和の中に入れ，p(m)が指数型であることを用いて(m)から(o)までが導かれる。最後の(p)は(6.1.1)による。

（6.1.16）より定理の主張が成立することが示された。

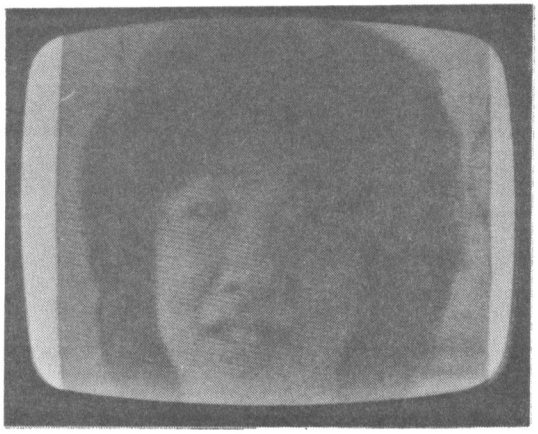
（証明終り）

定理6.1.1は，理論的には指数型分布の情報源からの出力にBit-Plane変換として2進展開変換β^Lを施せば，変換後のL個の2値情報源は互いに独立になることを示している。一方，工学的，特に，画像の符号化に関してさらに興味深い示唆を定理6.1.1は含んでいる。このことについては次節において詳しく論じる。

6.1.4 ディジタル濃淡画像に対するBit-Plane変換

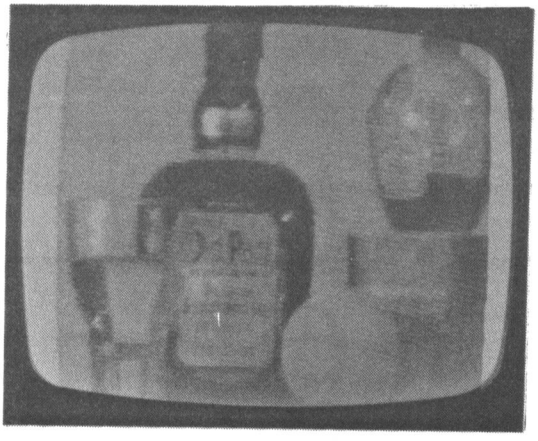
濃淡画像データに対し効率の良いBit-Plane変換を求めるために，幾つかの画像データについてその統計的性質を調べてみた。図6.2に三種類のディジタル濃淡画像の例S,N,Oを示す。これらの画像は図6.3に示す構成からなる自作の画像入力装置によってディジタル化されたもので，大きさが縦・横128×128，256階調の濃淡レベルを持っている。ところで図6.2の画像Sについて隣接する画素の差分値の分布を調べると図6.4のグラフに示すとおりになる。このグラフは差分値が負の指数型分布にほぼ従っていることを示している。他の二種類の画像に関しても同様の分布が得られた。この結果は文献[9]で調べられたものともよく一致しており，一般の濃淡画像の差分値も負の両側指数分布に従うものと考えられる。

この結果をもとに画像データに対するBit-Plane変換を次のように構成する。まず元の画像データの差分をとり，差分値を正または0の場合と負の場合とに分けてそれぞれが独立な指数型確率分布に従う情報源からの出力であると考える。この二つの情報源の各々に最適なBit-Plane 変換を用意し，差分値の正負によって変換を使い分ける。このことは変換後の2値情報源の符号化において，差分値が正または0の場合と負の場合とによって二種類の符号器・復号器を用意しなければならないことを意味する。このために符号化の処理



S

N



O

図6.2 ディジタル濃淡画像の例
大きさ 128×128 256階調

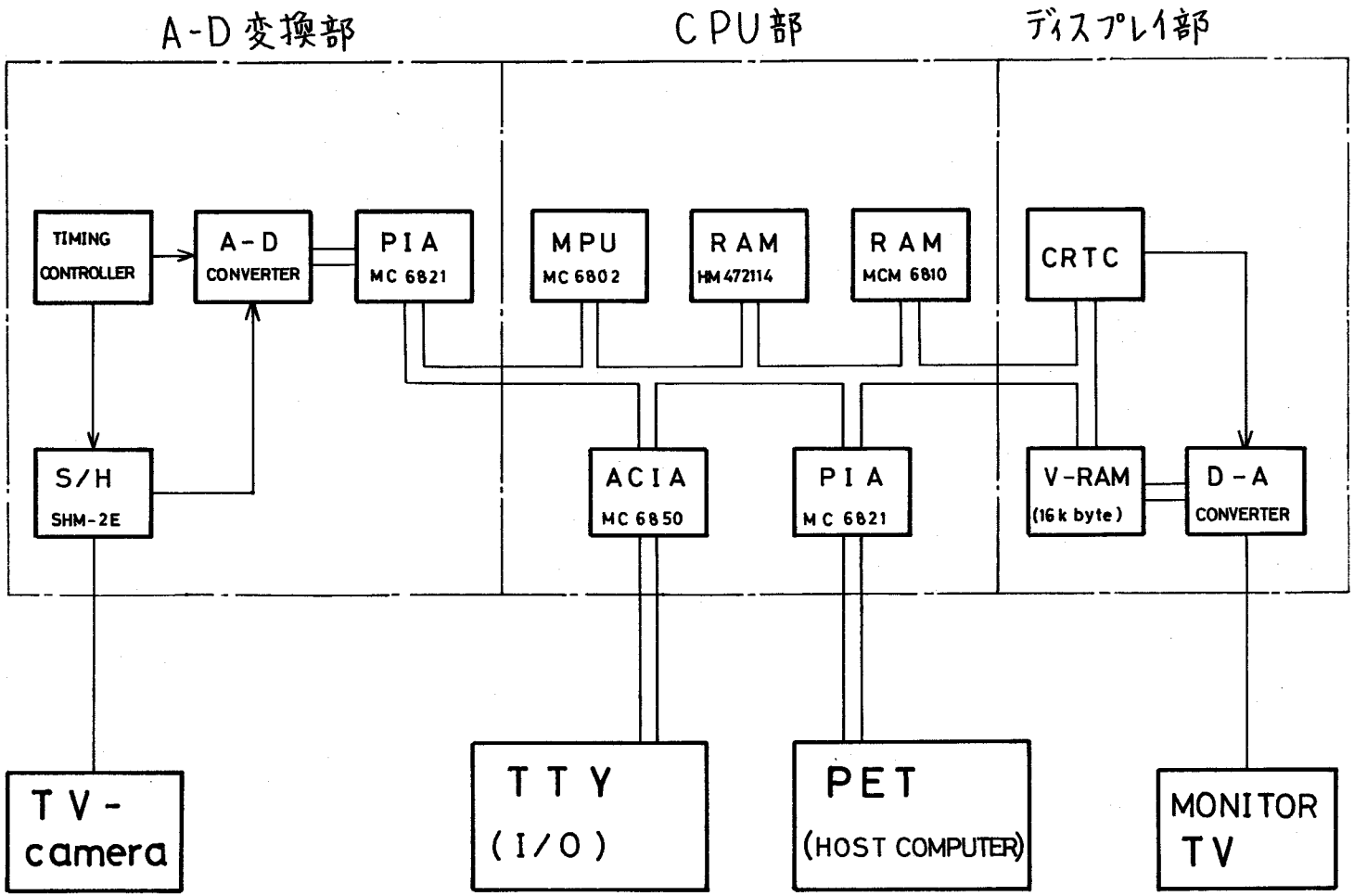


図 6.3　濃淡画像入力装置のブロック図

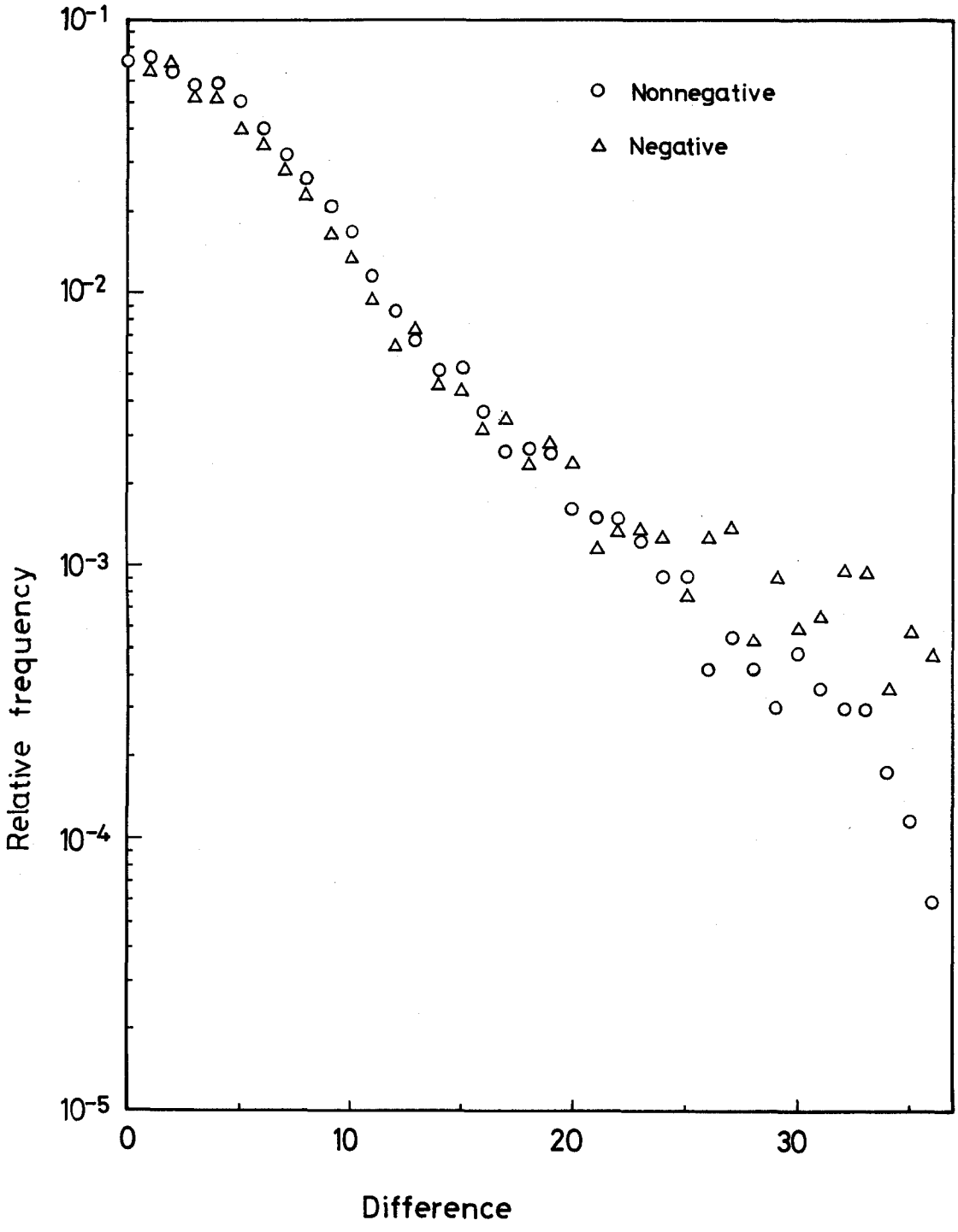


図 6.4 画像Sの差分値の分布

は多少複雑になるが，各情報源に対しては定理6.1.1から構成の容易な2進展開変換が最適であることが保証される。例として，S,N,Oの各画像について差分値を，1)正または0の場合と負の場合に分けて2進展開変換した場合と，2)画素値をそのまま2進展開変換したときの変換前のエントロピーHと変換後の各2値情報源のエントロピー和$\tilde{H}$の値を表6.2に示す。なお表6.2におけるδは　$\delta = (\tilde{H} - H) / H$　で定義される。表6.2から次の2点が結論づけられる。すなわち，
1)差分値のエントロピー自体に関しては，隣接する画素の差分をとるという形で画素間の相関を利用したために，元の画素値のエントロピーに比べて顕著に低下している。
2)差分値がほぼ指数型分布をもつために，差分値を2進展開変換した場合の圧縮効果の劣化は低く抑えられる。実際，元の画素値をそのまま2進展開した場合と比べてみても，圧縮効果の劣化を示すδの比は平均して約1/3になる。

以上のことから画像データの差分値をとることと2進展開変換することによって圧縮効果とハードウェア規模の両面において効率のよいディジタル濃淡画像の符号化が期待できる。残された問題は変換後の2値情報源の符号化をどのようにして行うかということである。この点に関しては次節において考察を行う。

	S		N		O	
Entropy of Memoryless Model H (bits)	6.683		5.665		7.362	
H_1	0.236		0.363		0.991	
H_2	0.832		0.535		0.963	
H_3	0.893		0.828		0.959	
H_4	0.999		0.884		0.998	
H_5	1.000		0.888		1.000	
H_6	1.000		0.909		1.000	
H_7	1.000		0.920		1.000	
H_8	0.999		0.929		1.000	
$\tilde{H}$	6.959		6.256		7.911	
δ (%)	4.13		10.4		7.46	
Entropy of Differential Model H_{dif} (bits)	5.031		4.680		5.579	
H_0	1.000		0.944		1.000	
Probability of nonnegative value	0.516		0.638		0.500	
	negative	nonnegative	negative	nonnegative	negative	nonnegative
H_1	0.121	0.005	0.149	0.000	0.032	0.015
H_2	0.033	0.020	0.171	0.018	0.158	0.107
H_3	0.154	0.131	0.271	0.140	0.295	0.235
H_4	0.294	0.304	0.407	0.316	0.497	0.453
H_5	0.670	0.681	0.767	0.564	0.806	0.782
H_6	0.940	9.943	0.993	0.765	0.959	0.963
H_7	0.985	0.989	0.987	0.841	0.993	0.988
H_8	0.997	0.994	0.998	0.867	0.999	0.995
$\tilde{H}_{dif}$	5.127		4.880		5.639	
δ (%)	1.91		4.27		1.08	

表6.2 Bit-Plane変換として2進展開変換を用いた場合のエントロピー和の比較

6.2 算術符号化方式の符号化効率について

6.2.1 問題と歴史

ディジタル濃淡画像のBit-Plane変換を行う趣旨からすれば，変換後の各2値情報源の符号化はできるだけハードウェア化が容易でしかも理想的な圧縮率（エントロピー）に近い圧縮効果を上げることが望ましい。圧縮効果を高めるだけなら，理論的には長いシンボル列を一つの拡大シンボルと見なしてそれぞれに符号語を用意すればよいが，これでは膨大な数の符号語を記憶する必要があり現実的なハードウェア構成であるとは言い難い。そこで符号語を記憶する代りに情報源からシンボルが出力されるごとに符号語を逐次計算によって構成するという方式が考え出されてきた。その先駆的なものにDavisson & Lynch符号[55]やCover 等による数え上げ（enumerative）符号[56][57]などがある。これらの方式では符号語の計算過程において比較的大きな自然数についての階乗計算を含んでいたために，計算量が膨大になるかあるいは符号語ではなく階乗の値を記憶する必要があった。

Rissanen [58] とPasco [59]によって独立に提案された算術符号は，この符号語の記憶から計算による構成への流れを汲んだ符号化方式であるが，1個のシンボルあたりの計算量が数回の加算および乗算で済むので，他のものに比べて処理手数が少なく高速に符号化できる。

このことから算術符号はBit-Plane変換後の2値情報源の符号化方式として好適であると思われる。さらに算術符号を推すいま一つの理由として，算術符号が個個の画像の統計的性質にすみやかに対処できる符号化方式であることが挙げられる。実際，画像データの差分値がほぼ指数型分布に従うといっても変換後の2値情報源を符号化する場合，確率分布は画像によって異なるし，一つの画像の中でも確率分布は一般に変動しているものと考えられる。そのため分布の変化に追従する適応符号化が必要になる。

従来の適応符号化方式[60]~[63]の考え方はあらかじめ用意した数種類の符号器・復号器を確率分布の変動に伴ない使い分けるというものであったが，算術符号では逐次計算の過程においてその時点での確率分布にそくした処理が可能となるので符号構成が他のものと比べて簡単になる。

ところでRissanenの当初のねらいは算術符号が最適とされるハフマン符号よりも良い効率を有すること，すなわちシンボル列の長さを固定した場合の1シンボル当りの符号長がよりエントロピー・レートに近づくこと示す点にあったが，残念ながら符号パラメータを求めるための構成的なアルゴリズムはまだ得られていない[64][65]。　一方，Pascoの符号はそれ以前にEliasが提案していた符号[66]に深く関連している。Elias符号は[0,1]区間を確率分布の比に応じて順次分割してゆ

き，ひとつのシンボル列にある部分区間を対応させるというもので符号パラメータは確率分布で表わされる点においてRissanenのものより構成が簡単である。その後もElias符号はJelinek[67]によって精密に議論されている。しかしながらElias符号では無制限精度の乗算が必要なために実用的ではなかったが，Pascoは乗算演算を浮動小数点法を用いて有限桁の範囲で行う方法を示してElias符号の実用化を図った。浮動小数点法による算術符号はその後も次々に提案されている[68]～[72]。

この節では，算術演算をできるだけ簡素化した浮動小数点法に基づく算術符号を構成し，従来あまり報告がなされていなかった記憶のある情報源（1次マルコフ）や適応符号化に対する効率を計算機シミュレーションによって定量的に調べ，従来の算術符号の一つであるC. B. Jones[70]との性能の比較を行う。なお以下で用いる対数の底はdとしておく。

6.2.2 算術符号の構成

$\mathcal{M}$ を有限アルファベット $\{0, 1, \cdots, M-1\}$ とし，その中に含まれる要素の任意の片側無限列，

$$S = k_1 k_2 k_3 \cdots , \quad k_i \in \mathcal{M}$$

に対し，有限長さの部分列を帰納的に，

$$S[0] = \lambda , \quad S[n] = S[n-1] k_n$$

と定める。ここでλは空系列である。

シンボル列 S において，シンボル k が n 番目に生起する確率はそれ以前のシンボル列 $S[n-1]$ にのみ依存するものとし，その値を

$$p(k|S[n-1]) \quad \text{または} \quad p^n(k)$$

と記す。さらに $p^n(k)$ の d 進数 w 桁表現を

$$q^n(k) = \lfloor p^n(k)\cdot d^w + 1/2 \rfloor / d^w \ , \quad k=0,1,\cdots,M-2$$

$$q^n(M-1) = 1 - \sum_{m=0}^{M-2} q^n(k)$$

とおき，算術符号の符号パラメータと呼ぶ。

またその累積確率 $F^n(k)$ を

$$F^n(0) = 0$$

$$F^n(k) = q^n(0) + q^n(1) + \cdots + q^n(k-1) \ , \quad k \in \mathcal{M}/\{0\}$$

で定める。

シンボル列 $S[n]$ に対する符号語 C_n と加算数 A_n (augend)は，帰納的に次式で与える。

[定義 6.2.1]

$$A_0 = d^w - 1 \qquad (6.2.1)a$$

$$C_0 = 0 \qquad (6.2.1)b$$

$$L_0 = 0 \qquad (6.2.1)c$$

$n = 1, 2, \cdots$ に対して，

$$A_n = \{\lfloor A_{n-1}\cdot q^n(k_n)\rfloor\} d^{\ell_n} \qquad (6.2.1)d$$

$$C_n = \{C_{n-1} + \lfloor A_{n-1} F^n(k_n)\rfloor\} d^{\ell_n} \qquad (6.2.1)e$$

$$L_n = L_{n-1} + \ell_n \qquad (6.2.1)f$$

ここで ℓ_n は

$$d^{w-1} \leqq A_n < d^w$$

を満足する整数である。

注意1：加算数は常にw桁の正整数，そして符号語も正整数である。また，L_nは符号語C_nを求めるために小数点を何桁左へ移動したかを示している。(6.2.1)から明らかなように，算術演算はw桁同士の乗算と加算に限られている。加算の際には，w桁を越えた桁上りが生じる場合があるが，この節の最後で述べるBit-stuffing技法[7]を用いることによって，桁上りの伝播を有限桁で抑えることができる。そのためある桁より上位桁の値は演算によって影響を受けないので，符号語を上位桁の方から順次伝送あるいは記憶することが可能である。

さて(6.2.1)から次に示す関係式が直ちに求まる。

[命題6.2.1]

$L_{ab} = \sum_{t=a}^{b} l_n$ とおくとき，$m < n$に対し

$$C_n = C_{m-1} d^{L_{mn}} + \left[A_{m-1} F^m(k_m)\right] d^{L_{mn}} + \sum_{i=m+1}^{n} \left[A_{i-1} F^i(k_i)\right] d^{L_{in}} \qquad (6.2.2)$$

(証明)

(6.2.1)e を帰納的に展開することにより導かれる。

(証明終り)

(6.2.2)はシンボル列S[n]とその部分列S[m](m<n)との関係を示しており，これから算術符号(6.2.1)の復号化法を次のように定める。

[復号化法]

シンボル列S[n]に対し，すでに復元された部分列

S[m-1] ($m<n$) に続くシンボル k_m は,

(D1) $C_n - C_{m-1} d^{L_{mn}} \geqq \lfloor A_{m-1} F^m(k) \rfloor d^{L_{mn}}$

(D2) $C_n - C_{m-1} d^{L_{mn}} < \lfloor A_{m-1} F^m(k+1) \rfloor d^{L_{mn}}$

を満たすシンボル k として復号化される。ただし $k=M-1$ に対して (D1) が成立する場合は, (D2) は無視して k_m を k として復号する。

[定理 6.2.1]

算術符号(6.2.1)により, 任意の有限長さのシンボル列が復号化法(D1)(D2)を用いて復号可能であるための必要十分条件は, すべての n に対して

$$g^n_{min} \triangleq \min\{g^n(0), g^n(1), \cdots, g(M-1)\} \qquad (6.2.3)$$

が成立することである。

注意2: (6.2.1)における切り捨て操作は重要で, これを切り上げや四捨五入に変更すると, もはや復号化の一意性は保証できない。

(証明)

i) 必要性の証明

復号化が正確に行われているならば, 任意のシンボル列 S[n] に対し,

$$A_n > 0$$

が成立しなければならない。なぜなら, もしある S[n] に対して $A_n = 0$ ならば, それ以降の任意のシンボル列 S[r] ($r > m$) に対して $A_r = 0$ となり, 元の系列を一意に復号化することはできなくなるから。

$A_n > 0$ と同値な条件は，

$$A_{n-1}\, g^n(k_n) \geqq 1$$

で，これが任意の $S[n-1]$ と k_n に対し成立するためには，

$$d^{w-1}\, g^n_{min} \geqq 1$$

が成立することが必要である。

ii) 十分性の証明

条件より，加算数の値はすべて正である。C_n に対し，部分列（空系列も含む）$S[m-1]$（$1 \leqq m < n$）がすでに復号化されているとする。このとき残りの

$$C_n - C_{n-1}\, d^{Lmn}$$

に対して

$$C_n - C_{m-1}\, d^{Lmn} \geqq \lfloor A_{m-1} F^m(k_m) \rfloor d^{Lmn} \qquad (6.2.4)$$

$$C_n - C_{m-1}\, d^{Lmn} < \lfloor A_{m-1} F^m(k_{m+1}) \rfloor d^{Lmn} \qquad (6.2.5)$$

が成立していることを示せばよい。明らかに任意の $k_m \in \mathcal{M}$ に対し，(6.2.4)は成立している。したがって $k_m \neq M-1$ に対して

$$\lfloor A_{m-1} F^m(k_{m+1}) \rfloor d^{Lmn} > \lfloor A_{m-1} F^m(k_m) \rfloor d^{Lmn} + \sum_{i=m+1}^{n} \lfloor A_{m-1} F^m(k_i) \rfloor d^{Lin} \qquad (6.2.6)$$

が成立することが示されれば良い。さらにそのためには

$$A_m\, d^{L(m+1)n} > \sum_{i=m+1}^{n} \lfloor A_{i-1} F^i(k_i) \rfloor d^{Lin} \qquad (6.2.7)$$

が示されれば十分である。$t > m$ に対して，

$$A_t \leqq A_m\, d^{L(m+1)t} \prod_{j=m+1}^{t} g^j(k_j) \qquad (6.2.8)$$

が成立していることに注意すると，(6.2.7)の右辺は，

$$\sum_{i=m+1}^{n} \lfloor A_{i-1} F^{i}(k_i) \rfloor d^{Lin}$$

(a) $$\leqq \sum_{i=m+1}^{n} A_{i-1} F^{i}(k_i)\, d^{Lin}$$

(b) $$= A_m F^{m+1}(k_{m+1})\, d^{L(m+1)n} + \sum_{i=m+2}^{n} A_{i-1} F^{i}(k_i)\, d^{Lin}$$

(c) $$\leqq A_m F^{m+1}(k_{m+1})\, d^{L(m+1)n} + \sum_{i=m+2}^{n} A_m\, d^{L(m+1)(i-1)} \prod_{j=m+1}^{i-1} q^{j}(k_j) F^{i}(k_i)\, d^{Lin}$$

(d) $$= A_m F^{m+1}(k_{m+1})\, d^{L(m+1)n} + A_m d^{L(m+1)n} \sum_{i=m+2}^{n} \prod_{j=m+1}^{i-1} q^{j}(k_j) F^{i}(k_i)$$

(e) $$= A_m\, d^{L(m+1)n} \left\{ F^{m+1}(k_{m+1}) + \sum_{i=m+2}^{n} \prod_{j=m+1}^{i-1} q^{j}(k_j) F^{i}(k_i) \right\}$$

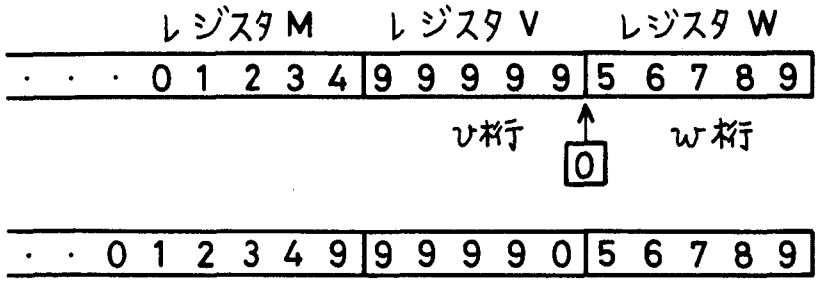
(f) $$< A_m\, d^{L(m+1)n} \qquad (6.2.9)$$

ここで(a)は $\lfloor x \rfloor \leqq x$ より求まる。(b)は(a)の級数和を書き直したもので,(c)は(6.2.8)から導かれる。(d)は(c)の第2項の共通因子を，(e)は(d)の二つの項の共通因子をくくり出している。(f)は $F^{n}(k_n) < 1$, $q^{j}(k_j) + F^{j}(k_j) \leqq 1$ から導かれる。（証明終り）

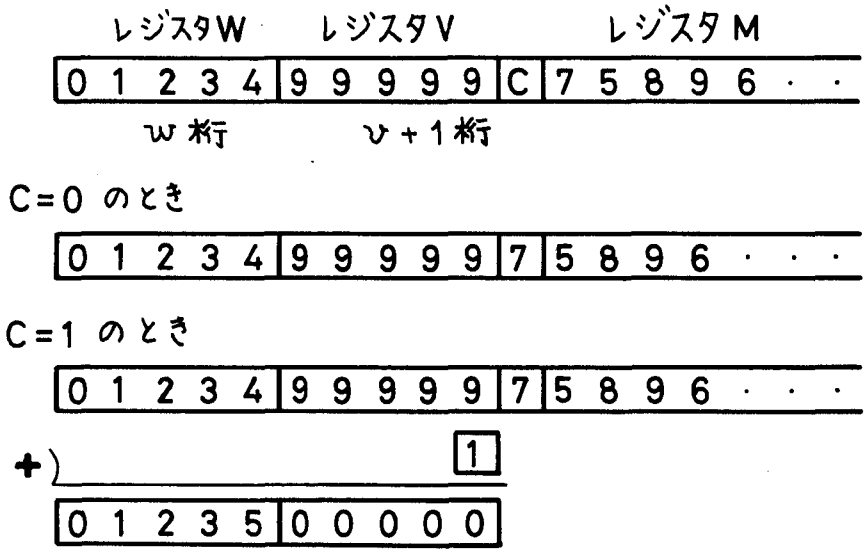
Bit-Stuffing法は，(6.2.1)eの加算を実行する際に生じる可能性のある演算レジスタの範囲を越える桁上りの伝播を有限桁で抑える，すなわち連続したr桁の最大シンボル(d-1)が演算途中に生じた場合，(d-1),…,(d-1)の右端に0を挿入することにより，未来において生じる可能性のある桁上りを未然に防ぐものである。この方法は Langdon & Rissanen [7]によって紹介されたが，彼らの記述には不十分な点があるのでそれを指摘し，正確な方法の説明を行う。

彼らの記述によると，まず符号化においては符号語を実際の算術演算を行うw桁のレジスタWと，それに続く桁上りを監視するためのv桁のレジスタVと，w+v+1桁より上位の算術演算には全く無関係のレジスタMに分ける。図6.5aに示すように，(6.2.1)eの加算とシフト演算の実行後，レジスタVの値がすべて(d-1)になれば，その右端に0を挿入する。次に復号化においては，符号語を上位桁の方から，算術演算を行うW桁のレジスタ，桁上りを監視するv+1桁のレジスタV，それより下位のレジスタMに分ける。図6.5bに示すように，もしレジスタVの上位v桁がすべて(d-1)ならば，レジスタVのv+1桁目の値Cにしたがって，C=0ならCを削除して処理を継続する。もしC≠0ならCを上位のw+v桁に加えた後，Cを削除して処理を続ける。

しかしこの方法では不十分である。d=10，v=5，w=5の場合の反例を表6.3aに示す。つまりレジスタVの状態だけを監視しているだけでは，符号語の中に9が連続して5個現われても検出できない。したがって5個並んだ9の次のシンボルを，桁上りを防ぐために挿入された桁とみなして復号するので，正しいシンボルは復元されない。正しく復号するためには，レジスタVの状態だけでなく，レジスタVから(d-1)が連続して何回桁上りしたかをカウントする必要がある。修正した方法で符号化した例を表6.3bに示す。



(a) 符号化の場合



(b) 復号化の場合

図 6.5 Bit-Stuffing の原理 (d = 10, v = w = 5)

表 6.3 -a Example of Bit Stuffing

Source No. i	Symbol k	Probability q_k	F_k	Augend A	B	Register M	V	W	Comments
				36710		--451	99998	79120	Shift & store code symbol "1" in M
72781	1	0.09070	0.54915	3329	20159	--451	99998	99279	Encode source symbol '1'
				33290		--4519	99989	92790	Shift & store code symbol "9" in M
72782	7	0.02962	0.94101	986	31326	--4519	99990	24116	Encode source symbol '7'
				9860		--45199	99902	41160	Shift & store code symbol "9" in M
				98600		--451999	99024	11600	Shift & store code symbol "9" in M
72783	0	0.54915	0.00000	54146	0	--451999	99024	11600	Encode source symbol '0'

表 6.3 -b Example of Bit Stuffing

Source No. i	Symbol k	Probability q_k	F_k	Augend A	B	Register M	V	W	Counter c	Comments
				36710		--451	99998	79120	0	Shift & store code symbol "1" in M
72781	1	0.09070	0.54915	3329	20159	--451	99998	99279	0	Encode source symbol '1'
				33290		--4519	99989	92790	1	Shift & store code symbol "9" in M
72782	7	0.02962	0.94101	986	31326	--4519	99990	24116	1	Encode source symbol '7'
				986		--45199	99900	24116	0	Bit stuffing & clear c
				9860		--451999	99002	41160	1	Shift & store code symbol "9" in M
				98600		--4519999	90024	11600	2	Shift & store code symbol "9" in M
72783	0	0.54915	0.00000	54146	0	--4519999	90024	11600	2	Encode source symbol '0'

表 6.3 -c The Probability q_k , F_k of the Example

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q_k	0.54915	0.09070	0.08088	0.06912	0.06006	0.05028	0.04073	0.02962	0.01953	0.00984	-
F_k	0.00000	0.54915	0.63985	0.72073	0.78994	0.85000	0.90028	0.94101	0.97063	0.99016	1.00000

6.2.3 算術符号の符号化効率の評価

しばらくの間，情報源は定常かつ記憶を持たない，すなわちすべてのnに対して，

$$p^n(k) = p(k), \quad k \in \mathcal{M}$$

が成立しているとする。このとき情報源のエントロピーは，

$$H = \sum_{k \in \mathcal{M}} p(k) \log p(k) \tag{6.2.10}$$

で与えられる。

また符号器，復号器とも情報源の確率分布を知っているものとする。このとき算術符号(6.2.1)のシンボル列$S[n]$に対する冗長度と符号化効率を次式で定義する。

冗長度

$$\begin{aligned} \gamma(S[n]) &= \{ C_n \text{ の長さ} \} - nH \\ &= L_n + w + \text{Bit-stuffing の回数} - nH \end{aligned}$$

符号化効率

$$\eta(S[n]) = 1 - \frac{\gamma(S[n])}{H} \tag{6.2.11}$$

まずL_nの値を評価しよう。(6.2.1)dより

$$\begin{aligned} L_n &= \sum_{i=1}^{n} l_i \\ &= \sum_{i=1}^{n} \log \left(\frac{A_i}{\lfloor A_{i-1} g(k_i) \rfloor} \right) \\ &= \log \left\{ \frac{A_1}{\lfloor A_0 g(k_1) \rfloor} \times \frac{A_2}{\lfloor A_1 g(k_2) \rfloor} \times \cdots \times \frac{A_n}{\lfloor A_{n-1} g(k_n) \rfloor} \right\} \end{aligned}$$

$$L_n = \log\left\{\frac{A_1}{A_0 q(k_1)-\delta_1}\times\cdots\times\frac{A_n}{A_{n-1}q(k_n)-\delta_n}\right\} \quad (6.2.12)$$

ここで，$\delta_i \triangleq A_{i-1}q(k_i) - \lfloor A_{i-1}q(k_i)\rfloor$

さらに(6.2.12)は

$$\begin{aligned} L_n &= \log\left\{\frac{A_n}{A_0}\times\frac{1}{q(k_1)-\delta_1/A}\times\cdots\times\frac{1}{q(k_n)-\delta_n/A_{n-1}}\right\} \\ &\leqq \log\left\{\left(q(k_1)-\frac{\delta_1}{A_0}\right)\cdots\left(q(k_n)-\frac{\delta_n}{A_{n-1}}\right)\right\}^{-1} \\ &= -\sum_{i=1}^{n}\log q(k_i) - \sum_{i=1}^{n}\log\left(1-\frac{\delta_i}{A_{i-1}q(k_i)}\right) \\ &\leqq -\sum_{i=1}^{n}\log q(k_i) - \sum_{i=1}^{n}\log\left(1-\frac{1-d^{-w}}{d^{-1+w}q(k_i)}\right) \quad (6.2.13) \end{aligned}$$

と変形される。nが十分大きいと大数の法則が成立し，wを十分大きくすると

$$q(k_i) \cong p(k_i)$$

であることから(6.2.13)の最右辺は

$$nH - n\sum_{k\in m} p(k)\log\left(1-\frac{1-d^{-w}}{d^{w-1}p(k)}\right) \quad (6.2.14)$$

に近似的に等しい。一方 Bit-Stuffingの回数は，$(d-1)$がν回連続して出現する確率に比例するが，この確率は符号語系列が記憶のない等頻度分布に従うと仮定すると，$d^{-\nu}$である。したがって$\gamma(S[n])$と$\eta(S[n])$の評価式として，

$$\gamma_n \triangleq w + nd^{-\nu} - n\sum_{k\in m} p(k)\log\left(1-\frac{1-d^{-w}}{d^{w-1}p(k)}\right) \quad (6.2.15)_a$$

$$\eta_n = 1 - \frac{\gamma_n}{nH} \qquad (6.2.15)_b$$

が求まる。

今までの議論から，算術符号(6.2.1)は切り捨て操作による誤差のために，不可避的な冗長度が生じるが，(6.2.15)a より冗長大が大きいシンボルほど生起確率は小さいので，全体としての冗長度は低く抑えられると期待できる。実際，γ_nの値を数組の確率分布$\{p(k), k\in m\}$に対して求めてみると，エントロピーの値にはよらず，ほぼ一定で，$n = 10^5$, $d = 10$, $w = 5$, $m = \{0, 1, \cdots, 9\}$の場合で約50 digits であり，有限桁の演算に制約したことによって生じる圧縮効果の劣化は非常に少ないことを数値的に示している。符号化シミュレーションから求めた$\gamma(S[n])$, $\eta(S[n])$ と γ_n, η_nの関係を表6.4に示す。

γ_nは定常マルコフ情報源に対しても容易に求めることができる。例えば1次マルコフ情報源$\{p(k|\ell), k\in m, \ell\in m\}$に対する評価式は，

$$\gamma_n = w + nd^{-w} - n\sum_{\ell\in m}\sum_{k\in m} p(k,\ell)\log\left(1 - \frac{1-d^{-w}}{d^{w-1}p(k|\ell)}\right)$$

ここで $p(k,\ell)$ は k と ℓ の同時確率。

である。

1次マルコフ情報源の場合について符号化シミュレーションから求めた$\gamma(S[n])$, $\eta(S[n])$ と γ_n, η_nの関係を表6.5に示す。なおシミュレーションに用いた算術符

表6.4 Memoryless Source

Source length n = 100000

Entropy	Code length	Ideal length	Redundancy		Efficiency	
H_{10}	L_c digits	L_i digits	Δ digits	r_n digits	η %	η_n %
0.105769	10590	10576.9	13.1	50.1	99.88	99.53
0.301331	30146	30133.1	12.9	49.6	99.96	99.84
0.498719	49886	49871.9	14.1	49.5	99.97	99.90
0.699773	69991	69977.3	13.7	49.5	99.98	99.93
0.899099	89923	89909.9	13.1	49.5	99.99	99.94

表6.5 1st order Markov Source

Source length n = 100000

Entropy	Code length	Ideal length	Redundancy		Efficiency	
H_{10}	L_c digits	L_i digits	Δ digits	r_n digits	η %	η_n %
0.166552	16669	16655.2	13.8	50.0	99.92	99.70
0.285178	28523	28517.8	5.2	23.4	99.98	99.92
0.531581	53173	53158.1	14.9	49.8	99.97	99.91
0.796975	79710	79697.5	12.5	49.5	99.98	99.94
0.999783	99991	99978.3	12.7	49.4	99.99	99.95

号のプログラム・リスト（FORTRAN）を付録2に掲載しておく。

6.2.4 算術符号の応用

(a) ヒストグラム法

実際の画像データを符号化する場合，前節で議論した方法では，あらかじめ各画素値の確率分布を求める前処理を行い，さらに復号器に確率分布を前情報として送る必要がある。ところで算術符号の構成は柔軟性に富んでおり，情報源が定常な場合には前処理を行わずに逐次に求まる頻度分布（ヒストグラム）を用いて符号化することができる。この方法について次に述べる。

シンボル列 S[n] において，シンボル k の現われる頻度を $f^n(k)$ とする。記憶のない定常情報源に対しては，n を大きくするにつれて，確率1で，

$$f^n(k)/n \quad \rightarrow \quad P(k)$$

であることから，n 番目のシンボル k_n を符号化する際の確率パラメータを，$f^n(k)$ を用いて，

$$q^n(k_n) = \frac{1 + f^{n-1}(k_n)}{10 + \sum_{k \neq m} f^{n-1}(k)}$$

と定める。

この方法によって，無記憶定常情報源の符号化シミュレーションを行った結果を表6.6に示す。また情報源が1次マルコフの場合，シンボル列 S[n] において，

文字 j の次に k が現われる頻度を $f^n(k|j)$ とすると，確率パラメータ $g^n(k_n|k_{n-1})$ は，

$$g^n(k_n|k_{n-1}) = \frac{1 + f^{n-1}(k_n|k_{n-1})}{10 + \sum_{k \in m} f^{n-1}(k|k_{n-1})}$$

で定められる。この確率パラメータ $g^n(k_n|k_{n-1})$ を用いて1次マルコフ情報源の符号化シミュレーションを行った結果を表6.7に示す。

前節で議論した前処理を行う方式で必要な前情報は，無記憶，1次マルコフのそれぞれの場合で 50，500 digits（シミュレーションでは1シンボルの確率を小数点以下5桁で表示している。）であり，これを考慮すると，符号化効率は，前処理方式よりヒストグラム法のほうがわずかながら良くなる。したがって定常な情報源の符号化においては前処理操作は，逐次に頻度を求める簡単な算術演算によって置き換えられる。

(b) 適応符号化法

(a)の方法を発展させ，情報源の確率が変動する場合に対し，算術符号の適用を考える。従来の適応符号化法の多くは，まず前処理として局所的な確率分布の推定を行い，あらかじめ用意された膨大な符号の集まりの中から推定結果に最も良く合う符号を選び出して符号化を行うというものであったが，算術符号を適用することによって，符号の集まりを省くことができる。そのために確率パラメータの値を次のようにして決める。

表 6.6 Memoryless Source Histogram Method

Source length n = 100000

Entropy H_{10}	Code length L_c digits	Ideal length L_i digits	Redundancy Δ digits	Efficiency η %
0.105769	10614	10576.9	37.1	99.65
0.301331	30168	30133.1	34.9	99.88
0.498719	49906	49871.9	34.1	99.93
0.699773	70012	69977.3	34.7	99.95
0.899099	89943	89909.9	33.1	99.96

表 6.7 1st Markov Source Histogram Method

Source length n = 100000

Entropy H_{10}	Code length L_c digits	Ideal length L_i digits	Redundancy Δ digits	Efficiency η %
0.166551	16857	16655.2	201.8	98.79
0.285178	28768	28517.8	250.2	99.12
0.531581	53341	53158.1	182.9	99.66
0.796975	79859	79697.5	161.5	99.80

表 6.8 Coding Result of Adaptive Method

Source length n = 10000

Source	Code length L_c digits	Ideal length L_i digits	Redundancy Δ digits	Efficiency η %
A	1457	1392.5	64.5	95.37
B	2206	2083.3	122.7	94.11
C	2369	2147.5	221.5	89.69

$g^n(k)$をシンボル列S[n]の$(n-N+1)$番目からn番目までにシンボルkの現われる頻度とする。シンボル列S[n]に対し，$g^n(k)$は次の漸化式で逐次に求まる。

$$g^n(k_n) = g^{n-1}(k_n) + 1$$

$$g^n(k_{n-N}) = g^{n-1}(k_{n-N}) - 1$$

ここで便宜上

$$S[n] = (k_{-N+1}, k_{-N+2}, \cdots, k_{-1}, k_0, k_1, \cdots, k_n)$$

と考える。

n番目のシンボルk_n($n \geq 1$)を符号化する際の確率パラメータは，

$$g^n(k_n) = \frac{g^{n-1}(k_n)}{N} \qquad (6.2.16)$$

で与えられる。つまり，シンボルk_nのまわりの局所的な確率分布をパラメータとする。

この構成に基づいた算術符号を用いて，次に示す3種類の2値情報源の符号化シミュレーションを行った。

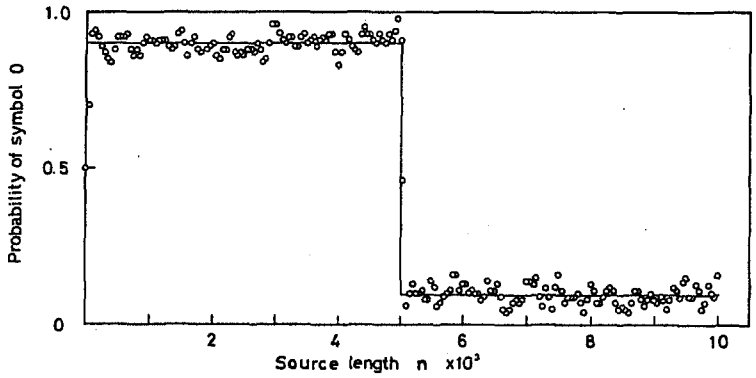
1) S[n] ($n = 10000$) に対し，確率分布が1度だけ変動する場合。この情報源をSource Aと名付ける。

2) 確率分布が不定周期で変動する場合

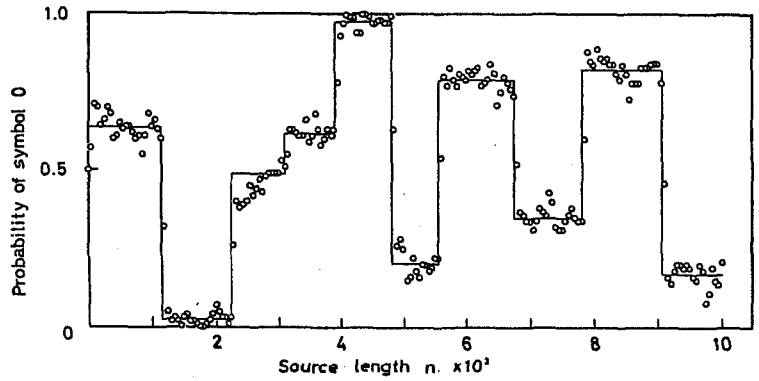
(a)変動がゆるやかな場合。この情報源をSource Bと名付ける。

(b)変動が激しい場合，この情報源をSource Cと名付ける。

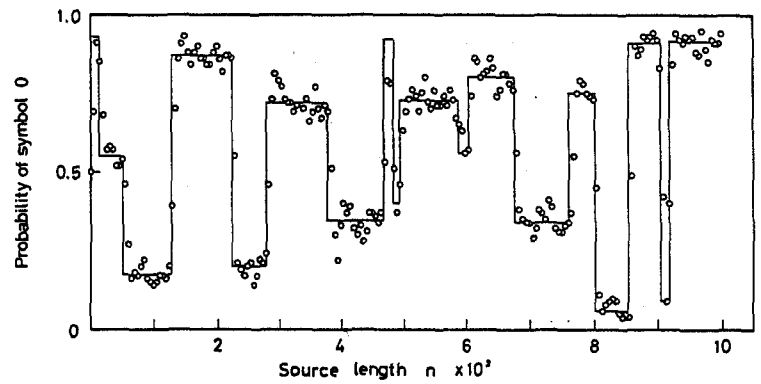
図6.6は$N = 100$の場合に(6.2.16)の確率パラメー



Source A



Source B



Source C

図 6.6 確率パラメータが不定期に変動する確率モデル

タが確率分布の変動にどの程度追従できるかを示している。変動が増大するにつれて追従におくれが生じ，それに応じて符号化効率も劣化してゆく(表6.8参照)。しかし最も変化の激しい情報源Cの場合でも効率は90%であり，適応符号化方式として十分実用になりうる。

6.2.5 他の算術符号との比較

I (Pasco's Codes [59] 1976)

$$A_n = L\, A_{n-1}\, g^n(k_n) \qquad (P1)$$
$$C_n = \{ C_{n-1} + A_{n-1}\, F^n(k_n) \}\, d^{\ell_n} \qquad (P2)$$

II (Jones' Codes [70] 1981)

$$A_n = \{ L A_{n-1} F^n(k_n+1) + \tfrac{1}{2} \rfloor - L A_{n-1} F^n(k_n) + \tfrac{1}{2} \rfloor \}\, d^{\ell_n} \qquad (J1)$$
$$C_n = \{ C_{n-1} + L A_{n-1} F^n(k_n) + \tfrac{1}{2} \rfloor \}\, d^{\ell_n} \qquad (J2)$$

III (提案方式 (6.2.1))

$$A_n = \lfloor A_{n-1}\, g^n(k_n) \rfloor\, d^{\ell_n} \qquad (M1)$$
$$C_n = \{ C_{n-1} + \lfloor A_{n-1} F^n(k_n) \rfloor \}\, d^{\ell_n} \qquad (M2)$$

上のIとIIは浮動小数点方式による代表的な算術符号である。ここでは簡単のために加算数と符号語の計

算部分のみを示している。なおⅠ，Ⅱにおける ℓ_n はそれぞれの A_n が $d^{w-1} \leq A_n < d^w$ を満足するように定められる。

この節では上記のⅠ，Ⅱの符号と提案符号Ⅲとの性能の比較を行う。ここでまず3者の計算手数を比較してみると，A_n の計算に関しては乗算回数はⅠでは1回，Ⅱでは2回，Ⅲでは1回，それにⅡでは1回の減算が加わる。また C_n については加算に必要な桁数はⅡとⅢではw桁であるが，Ⅰでは2w桁必要になる。したがって手数の上だけではⅢが最も簡単な構成になっている。ⅠとⅢの大きな違いは，$A_{n-1}\ g^n(k_n)$ の演算結果をまずシフトしてから小数点以下の切り捨てを行うか，演算結果の小数点以下を切り捨ててからシフトを行うかという点である。Ⅲの方が切り捨て誤差が大きいので，符号化効率は当然Ⅰの方が良いと思われる。しかしながらⅠではⅢの倍の長さの加算用のレジスタを用いているので，同じ条件下で効率の比較は行えない。それに反し，ⅡとⅢについては同じ長さのレジスタを用いているので公平な比較が行える。

定常かつ無記憶な情報源に対し，シンボル列の長さを長くしていった場合のⅡとⅢの 冗長度 を表6.9に示す。これを見るとⅢではシンボル長の増加に伴ない冗長度も増えているのに対し，Ⅱでは冗長度は低く抑えられたままであることが見てとれる。この結果はⅡでは区間 A_{n-1} を過不足なくシンボル数で分割して

表6.9 Memoryless prescan method
Entropy $H_{10} \simeq 0.3$

Source length	Ideal code length	JONES Code	Proposed method
100000	30133.1	30138 (4.9)	30146 (12.9)
200000	60627.8	60631 (3.2)	60646 (18.2)
300000	90923.0	90926 (3.0)	90951 (28.0)
400000	121011.9	121013 (1.1)	121046 (34.1)
500000	151052.1	151059 (6.9)	151102 (49.9)
600000	181057.4	181058 (0.6)	181106 (48.6)

表6.10 Memoryless prescan method
Binary source
Source length n = 100000

Entropy	Ideal code length	JONES Code	Proposed method
0.029769	2977.0	2981 (4.0)	2983 (6.0)
0.150126	15012.6	15017 (4.4)	15019 (6.4)
0.216276	21627.6	21632 (4.4)	21636 (8.4)

表6.11 Coding Result of Adaptive Method
Source length n = 10000

Source	Ideal code length	JONES Code	Proposed method
A	1392.5	1460 (67.5)	1457 (64.5)
B	2083.3	2206 (122.7)	2206 (122.7)
C	2147.5	2334 (186.5)	2369 (221.5)

表 6.9 ~11 提案符号と Jones 符号の
各種情報に対する性能の比較

いるのに対し，Ⅲでは切り捨て演算を行なっているために区間A_{n-1}を最大限に符号化へ役立てていないからと思われる。この現象はシンボル数の数に大きく依存し，例えばシンボル数は10から2に変えると，表6.10に示すように両者の冗長度の違いはわずかである。さらに適応符号化を行った場合では，両者の優劣はもはやつけ難い（図6.11参照）

結論として，定常な情報源に対しては提案方式は確かに切り捨て誤差による効率の劣化が目立つが，実際の画像データは定常というよりは適応符号化の場合に考えた情報源に近いので，提案方式はその計算手数の少なさとも合せて十分実用に耐えうると思われる。

第7章

まとめ

画像の符号化に関して，白黒2値画像の場合と濃淡画像の場合に分けて，それぞれに特有の問題について議論を行った。まず2値画像の場合，選択画素という一種の特徴点を画面内に定義し，できるだけ少ない選択画素による元の画像の一意的な表現方法について論じた。その結果をもとに選択画素符号化方式(SECT)を導き，漢字パターンのデータ圧縮のためにSECTを用いた。結果は，SECTが従来の符号化方式と同等あるいはそれ以上の圧縮効果をもつことを示している。この結果はSECTで用いる符号構成の簡単さと合せて，SECTの有効性を表わしている。

また選択画素から知ることのできる元の画像の位相的性質について調べ，画面全体ではなく(i,j,C)-表現から連結成分やホールの計数や面積の測定ができることを明らかにした。

一方，濃淡画像の場合，濃淡レベルの多さ(例えば2^8)に起因する膨大なハードウェア規模を大巾に削減する方法として，濃淡画像データを複数個の2値情報に効率よく還元するBit-Plane変換を提案し，画像データに対する変換の妥当性を示した。

付　録　1

ＳＥＣＴの８０８０アセンブル・リスト

```
0001C                   ; ************************
00020                   ; *   SECT    VER 1.3    *
00030                   ; *   1980.12.4          *
00040                   ; *   BY KOJI KITAJIMA   *
0005C                   ; ************************
00060                   ;
00070                   ;
00080                   ;
00090           0020    SIZE    EQU     32          Nの値
00100                   ;
00110                   ; MONITOR SUB ROUTINE
00120                   ;
00130           001B    OUTCRL  EQU     $1B         改行
00140           00DA    OUTHLD  EQU     $DA         HLの内容を出力
00150           0248    CONTRL  EQU     $248        モニタ入口
00160                   ;
00170                   ; WORK MEMORY
00180                   ;
00190                           ORG     $506B
00200   506B            CODENO  DS      1           点の種類
00210   506C            CDTPTR  DS      2           符号化データポインタ
00220   506E            CLMVAL  DS      1           行の値
00230   506F            ROWVAL  DS      1           列の値
00240                   ;
00250                   ; WORK AREA
00260                   ;
00270           7800    CDTADR  EQU     $7800           符号化データの先頭アドレス
00280           7000    PDTADR  EQU     $7000           画像データ    〃
00290           6FE0    BLINAD  EQU     PDTADR-SIZE     前ラインの値
00300           6FC0    LFLCAD  EQU     BLINAD-SIZE     左方向フラグ
00310           6FA0    RFLCAD  EQU     LFLCAD-SIZE     右    〃
00320                   ;
00330                           ORG     $5100
00340                   ;
00350                   ; *************
00360                   ; *  ENCODER  *
00370                   ; *************
00380                   ;
00390   5100    CDB653  ENCODE  CALL    INTIAL          *符号化プログラム メインルーチン
00400   5103    011151  ENCBGN  LXI     B,ENCNEX    リターンアドレスをスタックへ
00410   5106    C5              PUSH    B                   内部レジスタ
00420   5107    CD1A53          CALL    CVAL1                   D:行の値
00430   510A    A7              ANA     A                       E:列の値
00440   510B    E25951          JPO     SEENCP      各点処理へ      HL:画像データポインタ
00450   510E    EA0B51          JPE     TCENCP
00460   5111    23      ENCNEX  INX     H
00470   5112    1C              INR     E
00480   5113    7B              MOV     A,E
00490   5114    FE20            CPI     SIZE
00500   5116    DA0351          JC      ENCBCN      一行終了か?
00510   5119    CD9C52          CALL    LINEXP
00520   511C    7A              MOV     A,D
00530   511D    FE20            CPI     SIZE
00540   511F    DA0351          JC      ENCBCN      最終画素か!
00550   5122    2A6C50          LHLD    CDTPTR
00560   5125    CDDA02          CALL    OUTHLD      符号化データの最終番地表示
00570   5128    C34802          JMP     CONTRL      モニタへ
00580                   ;
```

```
00590  512B  E601    TCENCP  ANI   1              ＊ I 点処理
00600  512D  3C              INR   A
00610  512E  47              MOV   B,A
00620  512F  EEC3            XRI   3
00630  5131  4F              MOV   C,A
00640  5132  CD2553          CALL  CVAL2
00650  5135  B8              CMP   B
00660  5136  C0              RNZ             i 点でなければリターン
00670  5137  D5              PUSH  D
00680  5138  E5              PUSH  H
00690  5139  23      TCENC1  INX   H
00700  513A  1C              INR   E
00710  513B  7B              MOV   A,E
00720  513C  FE20            CPI   SIZE
00730  513E  D24F51          JNC   TCENC2
00740  5141  CD1A53          CALL  CVAL1
00750  5144  B8              CMP   B
00760  5145  CA5651          JZ    SEENC1
00770  5148  CD2553          CALL  CVAL2
00780  514B  B9              CMP   C
00790  514C  C23951          JNZ   TCENC1
00800  514F  E1      TCENC2  POP   H
00810  5150  D1              POP   D
00820  5151  3E06            MVI   A,6       i 点のコード 110
00830  5153  C36653          JMP   STACDT    画素登録
00840                  ;
00850  5156  F1      SEENC1  POP   PSW
00860  5157  F1              POP   PSW
00870  5158  78              MOV   A,B
00880  5159  47      SEENCP  MOV   B,A       ＊ i 点以外の点処理入口
00890  515A  CD2553          CALL  CVAL2
00900  515D  B8              CMP   B
00910  515E  C0              RZ              各点でなければリターン
00920  515F  0E01            MVI   C,1
00930  5161  E5              PUSH  H
00940  5162  23              INX   H
00950  5163  CD3153          CALL  CVAL3
00960  5166  B8              CMP   B         右45°チェック
00970  5167  CA7C51          JZ    RMENCP    右変形か？
00980  516A  0C              INR   C
00990  516B  2B              DCX   H
01000  516C  2B              DCX   H
01010  516D  CD3153          CALL  CVAL3
01020  5170  B8              CMP   B         左45°チェック
01030  5171  CA7C51          JZ    RMENCP    左変形か？
01040  5174  E1              POP   H
01050  5175  78              MOV   A,B
01060  5176  3D              DCR   A
01070  5177  F604            ORI   4
01080  5179  C36653          JMP   STACDT    画素登録
01090                  ;
01100  517C  21A0FF  RMENCP  LXI   H,PFLGAD   ＊ 変形選択画素処理
01110  517F  7D              MOV   A,L
01120  5180  83              ADD   E
01130  5181  6F              MOV   L,A
01140  5182  0D              DCR   C
01150  5183  CA8951          JZ    RMENC1
01160  5186  CD4753          CALL  ADDHL
01170  5189  3601    RMENC1  MVI   M,1       フラグ立てる
01180  518D  78              MOV   A,B
01190  518C  3D              DCR   A
01200  518D  07              RLC
01210  518E  B1              ORA   C
01220  518F  CD6653          CALL  STACDT    画素登録
01230  5192  E1              POP   H
01240  5193  C9              RET
```

レジスタ	i点	I点
B	01	10
C	10	01

(下位2ビット)

レジスタ	BT点	WT点
B	01	10

(下位2ビット)

	Y点	C点
コード	100	101

	i_R点	i_L点	Y_R点	Y_L点
B	01	01	10	10
C	01	10	01	10

	i_R点	i_L点	Y_R点	Y_L点
コード	000	001	010	011

```
01250                   ;
01260                   ; *************
01270                   ; *  DECODER  *
01280                   ; *************
01290                   ;
01300  5194  CDB653  DECODE  CALL  INTIAL          *復号化プログラム
01310                   ;
01320  5197  0600    UMODE  MVI   B,0             レジスタ | 黒モード | 白モード
01330  5199  CD8853  MODE   CALL  INPCDT           B | 1 | 0
01340  519C  DABB51         JC    MODE3     データ終了か?
01350  519F  CD3A53  MODE1  CALL  CVAL4
01360  51A2  B8             CMP   B
01370  51A3  CAA352         JZ    CODERR    整合しいるか?
01380  51A6  70             MOV   M,B
01390  51A7  23             INX   H
01400  51A8  1C             INR   E
01410  51A9  7B             MOV   A,E
01420  51AA  FE20           CPI   SIZE
01430  51AC  D2B052         JNC   CODRR0    一行終了か?
01440  51AF  CD5C53         CALL  CMPCDT
01450  51B2  C29F51         JNZ   MODE1
01460  51B5  C3BA52         JMP   CODRR0    各点処理へ
01470  51B8  70       MODE2  MOV   M,B
01480  51B9  23             INX   H
01490  51BA  1C             INR   E
01500  51BB  CD3A53  MODE3  CALL  CVAL4     最終画素まで復元
01510  51BE  B8             CMP   B
01520  51BF  C2B851         JNZ   MODE2
01530  51C2  CD5553  MODE4  CALL  GETBLD
01540  51C5  7B             MOV   A,E
01550  51C6  FE20           CPI   SIZE
01560  51C8  DAC251         JC    MODE4
01570  51CB  CD9C52         CALL  LINEMP
01580  51CE  7A             MOV   A,D
01590  51CF  FE20           CPI   SIZE
01600  51D1  DAC251         JC    MODE4
01610                   ;
01620  51D4  CD1B00  DECEND CALL  OUTCRL         *復元された画像をプリント
01630  51D7  210070         LXI   H,PDTADR
01640  51DA  1620           MVI   D,SIZE
01650  51DC  1E20     DECE1 MVI   E,SIZE
01660  51DE  3E20     DECE2 MVI   A," "
01670  51E0  46             MOV   B,M
01680  51E1  05             DCR   B
01690  51E2  C2E751         JNZ   DECE3
01700  51E5  3E2A           MVI   A,"*"
01710  51E7  E7       DECE3 RST   4
01720  51E8  23             INX   H
01730  51E9  1D             DCR   E
01740  51EA  C2DE51         JNZ   DECE2
01750  51ED  CD1B00         CALL  OUTCRL
01760  51F0  15             DCR   D
01770  51F1  C2DC51         JNZ   DECE1
01780  51F4  C34800         JMP   CONTRL      モニタへ
01790                   ;
01800  51F7  CD5553  CODRR1 CALL  GETBLD     次の行の先頭まで前行をコピー
01810  51FA  7B             MOV   A,E
01820  51FB  FE20           CPI   SIZE
01830  51FD  DAF751         JC    CODRR1
01840  5200  CD9C52  CODRR0 CALL  LINEMP
01850  5203  3A6B50  CODERR LDA   CLMVAL
01860  5206  BA             CMP   D
01870  5207  C2F751         JNZ   CODRR1
01880  520A  3A6B50  CODRR2 LDA   CODENO     各点処理
01890  520D  FE04           CPI   4
01900  520F  DA8352         JC    PMDECP      変形量根画素
01910  5212  D604           SUI   4
01920  5214  FE02           CPI   2
01930  5216  DA4552         JC    SEDECP      i,r 点.
```

```
01950  521C  CD5553  CODPR3  CALL  GETBLD
01960  521F  3A6F50  CODPP4  LDA   POWVAL
01970  5222  BB            CMP   E
01980  5223  C21C52        JNZ   CODPP3
01990  5226  CD3A53        CALL  CVAL4
02000  5229  EF01          XRI   1
02010  522B  47            MOV   B,A
02020                ;
02030  522C  70        TCDECP  MOV   M,B
02040  522D  23            INX   H
02050  522E  1C            INR   E
02060  522F  7B            MOV   A,E
02070  5230  FE20          CPI   SIZE
02080  5232  D23F52        JNC   TCDCP1
02090  5235  CD3A53        CALL  CVAL4
02100  5238  B8            CMP   B
02110  5239  C22C52        JNZ   TCDECP
02120  523C  C39951        JMP   MODE
02130  523F  CD9C52  TCDCP1  CALL  LINEMP
02140  5242  C39751        JMP   UMODE
02150                ;
02160  5245  4F        SEDECP  MOV   C,A
02170  5246  0C            INR   C
02180  5247  EE01          XRI   1
02190  5249  47            MOV   B,A
02200  524A  C35052        JMP   SEDCP1
02210  524D  CD5553        CALL  GETBLD
02220  5250  3A6F50  SEDCP1  LDA   POWVAL
02230  5253  BB            CMP   E
02240  5254  CA9951        JZ    MODE
02250  5257  CD2553        CALL  CVAL2
02260  525A  B9            CMP   C
02270  525B  C24D52        JNZ   SEDCP1-3
02280  525E  E5            PUSH  H
02290  525F  70        SEDCP2  MOV   M,B
02300  5260  23            INX   H
02310  5261  1C            INR   E
02320  5262  CD5C53        CALL  CMPCDT
02330  5265  CA7352        JZ    SEDCP3
02340  5268  CD3A53        CALL  CVAL4
02350  526B  B8            CMP   B
02360  526C  CA5F52        JZ    SEDCP2
02370  526F  E1            POP   PSW
02380  5270  C35052        JMP   SEDCP1
02390  5273  7D        SEDCP3  MOV   A,L
02400  5274  E1            POP   H
02410  5275  CD5553        CALL  GETBLD
02420  5278  0D            DCR   C
02430  5279  71        SEDCP4  MOV   M,C
02440  527A  23            INX   H
02450  527B  BD            CMP   L
02460  527C  C27952        JNZ   SEDCP4
02470  527F  6F            MOV   L,A
02480  5280  C39951        JMP   MODE
02490                ;
02500  5283  47        RMDECP  MOV   B,A
02510  5284  E5            PUSH  H
02520  5285  21A06F        LXI   H,FFLGAD
02530  5288  3A6F50        LDA   POWVAL
02540  528B  85            ADD   L
02550  528C  6F            MOV   L,A
02560  528D  78            MOV   A,B
02570  528E  A7            ANA   A
02580  528F  1F            RAR
02590  5290  D29652        JNC   RMDCP1
02600  5293  CD4753        CALL  ADDHL
02610  5296  3601      RMDCP1  MVI   M,1
02620  5298  E1            POP   H
02630  5299  C34552        JMP   SEDECP
```

＊ I 点の前処理

14

＊ I 点処理

レジスタ	i点	I点
B	0	1

復元中に一行終了すれば、フラグ処理後自モードへ

＊r, C点処理

レジスタ	r点	C点
B	01	00
C	01	10

＊変形運根画素処理

レジスタ	i₀点	i₁点	i₂点	i₃点
B	00	01	10	11

フラグ更新後、r, C点処理へ

```
02640                   ;
02650                   ; ****************
02660                   ; *  SUB ROUTINE  *
02670                   ; ****************
02680                   ;
02690  529C  D5        LINEXP  PUSH  D                 現在復元の終了した行を BLINAD
02700  529D  110070            LXI   D,PDTADR         にコピー
02710  52A0  0628              MVI   B,SIZE           フラグを調べて BLINADを変更
02720  52A2  1B        LEXP1   DCX   D                フラグを消す.
02730  52A3  2B                DCX   H
02740  52A4  7E                MOV   A,M
02750  52A5  12                STAX  D
02760  52A6  05                DCR   B
02770  52A7  C2A252            JNZ   LEXP1
02780  52AA  1E00              MVI   E,0
02790  52AC  CD1A53  LEXP2    CALL  CVAL1
02800  52AF  A7                ANA   A
02810  52B0  E4D352            CPO   FLGCHK
02820  52B3  23                INX   H
02830  52B4  1C                INR   E
02840  52B5  7B                MOV   A,E
02850  52B6  FE20              CPI   SIZE
02860  52B8  DAAC52            JC    LEXP2
02870  52BB  11AC6F            LXI   D,PFLCAD
02880  52BE  0640              MVI   B,BLINAD-PFLCAD
02890  52C0  1A        LEXP3   LDAX  D
02900  52C1  A7                ANA   A
02910  52C2  FAC652            JM    LEXP4
02920  52C5  AF                XRA   A
02930  52C6  E601      LEXP4   ANI   1
02940  52C8  12                STAX  D
02950  52C9  13                INX   D
02960  52CA  05                DCR   B
02970  52CB  C2C052            JNZ   LEXP3
02980  52CE  D1                POP   D
02990  52CF  1E00              MVI   E,0
03000  52D1  14                INR   D
03010  52D2  C9                RET
03020                   ;
03030  52D3  E5        FLGCHK  PUSH  H                 フラグが立っているかチェック
03040  52D4  3D                DCR   A                立っていれば処理へ
03050  52D5  47                MOV   B,A
03060  52D6  21C06F            LXI   H,LFLCAD
03070  52D9  CDEC52            CALL  FLGCKS
03080  52DC  3D                DCR   A
03090  52DD  CC0D53            CZ    LFLCCK
03100  52E0  21AC6F            LXI   H,PFLCAD
03110  52E3  CDEC52            CALL  FLGCKS
03120  52E6  3D                DCR   A
03130  52E7  CCF853            CZ    PFLCCK
03140  52EA  E1                POP   H
03150  52EB  C9                RET
03160                   ;
03170  52EC  7D        FLGCKS  MOV   A,L               FLGCHKのサブルーチン
03180  52ED  83                ADD   E                フラグのアドレス計算
03190  52EE  6F                MOV   L,A
03200  52EF  7E                MOV   A,M
03210  52F0  A7                ANA   A
03220  52F1  F0                RP
03230  52F2  0E81              MVI   C,81
03240  52F4  71                MOV   M,C
03250  52F5  A9                XRA   C
03260  52F6  1F                RAR
03270  52F7  C9                RET
```

```
03280                   ;
03290  52F8  7B         RFLOCK  MOV   A,E          右方向フラグ処理
03300  52F9  FE1F               CPI   SIZE-1
03310  52FB  D20453            JNC   RFCK1
03320  52FE  23                 INX   H
03330  52FF  7E                 MOV   A,M
03340  5302  07                 RLC
03350  5301  F681               ORI   81
03360  5303  77                 MOV   M,A
03370  5304  48         RFCK1   MOV   C,B
03380  5305  21E06F     RFCK2   LXI   H,BLINAD
03390  5308  7D                 MOV   A,L
03400  5309  83                 ADD   E
03410  530A  6F                 MOV   L,A
03420  530B  71                 MOV   M,C
03430  530C  C9                 RET
03440                   ;
03450  530D  2B         LFLOCK  DCX   H          左方向フラグ処理
03460  530E  3681               MVI   M,81
03470  5310  78                 MOV   A,B
03480  5311  EE01               XRI   1
03490  5313  4F                 MOV   C,A
03500  5314  CD0553             CALL  RFCK2
03510  5317  2B                 DCX   H
03520  5318  71                 MOV   M,C
03530  5319  C9                 RET
03540                   ;                      CVAL1~5 は、画素の値を アキュムレータに
03550  531A  7B         CVAL1   MOV   A,E      求める サブルーチン
03560  531B  A7                 ANA   A
03570  531C  CA2353             JZ    CV11     現在行
03580  531F  2B                 DCX   H          e(i,j-1) e(i,j)
03590  5320  7E                 MOV   A,M
03600  5321  07                 RLC
03610  5322  23                 INX   H
03620  5323  B6         CV11    ORA   M
03630  5324  C9                 RET
03640                   ;
03650  5325  E5         CVAL2   PUSH  H
03660  5326  21E06F             LXI   H,BLINAD   前行 (フラグ処理したもの)
03670  5329  7D                 MOV   A,L        e(i-1,j-1) e(i-1,j)
03680  532A  83                 ADD   E
03690  532B  6F                 MOV   L,A
03700  532C  CD1A53             CALL  CVAL1
03710  532F  E1                 POP   H
03720  5330  C9                 RET
03730                   ;
03740  5331  E5         CVAL3   PUSH  H          次行
03750  5332  CD4753             CALL  ADDHL      e(i+1,j-1) e(i+1,j)
03760  5335  CD1A53             CALL  CVAL1
03770  5338  E1                 POP   H
03780  5339  C9                 RET
03790                   ;                      現行
03800  533A  CD2553     CVAL4   CALL  CVAL2      e(i-1,j)
03810  533D  E601               ANI   1
03820  533F  C9                 RET
03830                   ;
03840  5340  E5         CVAL5   PUSH  H          前行 (フラグ処理されていないもの)
03850  5341  CD4E53             CALL  SUBHL      e'(i-1,j)
03860  5344  7E                 MOV   A,M
03870  5345  E1                 POP   H
03880  5346  C9                 RET
03890                   ;
03900  5347  C5         ADDHL   PUSH  B          HL ← HL+SIZE
03910  5348  012000             LXI   B,SIZE
03920  534B  09                 DAD   B
03930  534C  C1                 POP   B
03940  534D  C9                 RET
```

```
03950                   ;
03960  534E  C5         SUBHL   PUSH  B          HL ← HL-SIZE
03970  534F  01E0FF             LXI   B,-SIZE
03980  5352  09                 DAD   B
03990  5353  C1                 POP   B
04000  5354  C9                 RET
04010                   ;
04020  5355  CD3A53     GETBLD  CALL  CVAL4      前行の値をコピー
04030  5358  77                 MOV   M,A
04040  5359  23                 INX   H
04050  535A  1C                 INR   E
04060  535B  C9                 RET
04070                   ;
04080  535C  3A6F50     CMPCDT  LDA   POSVAL     現在の行,列の値と符号化データの
04090  535F  BB                 CMP   E          行,列の値を比較
04100  5360  C0                 RNZ
04110  5361  3A6E50             LDA   CLMVAL
04120  5364  BA                 CMP   D
04130  5365  C9                 RET
04140                   ;
04150  5366  E5         STACDT  PUSH  H          選択画素の登録
04160  5367  0F                 RRC
04170  5368  0F                 RRC
04180  5369  0F                 RRC
04190  536A  4F                 MOV   C,A
04200  536B  2A6C50             LHLD  CDTPTR
04210  536E  3A6E50             LDA   CLMVAL
04220  5371  BA                 CMP   D
04230  5372  CA7D53             JZ    STAC1
04240  5375  7A                 MOV   A,D
04250  5376  326E50             STA   CLMVAL
04260  5379  F6E0               ORI   $E0
04270  537B  77                 MOV   M,A
04280  537C  23                 INX   H
04290  537D  79         STAC1   MOV   A,C
04300  537E  83                 ADD   E
04310  537F  77                 MOV   M,A
04320  5380  23                 INX   H
04330  5381  36A0               MVI   M,$A0
04340  5383  226C50             SHLD  CDTPTR
04350  5386  E1                 POP   H
04360  5387  C9                 RET
04370                   ;
04380  5388  E5         INPCDT  PUSH  H          符号化データの読み込み
04390  5389  2A6C50             LHLD  CDTPTR
04400  538C  7E                 MOV   A,M
04410  538D  FEA0               CPI   $A0
04420  538F  37                 STC
04430  5390  CAB453             JZ    INPC2
04440  5393  7E                 MOV   A,M
04450  5394  2F                 CMA
04460  5395  E6E0               ANI   $E0
04470  5397  C2A153             JNZ   INPC1
04480  539A  7E                 MOV   A,M
04490  539B  E61F               ANI   $1F
04500  539D  326E50             STA   CLMVAL
04510  53A0  23                 INX   H
04520  53A1  7E         INPC1   MOV   A,M
04530  53A2  E6E0               ANI   $E0
04540  53A4  07                 RLC
04550  53A5  07                 RLC
04560  53A6  07                 RLC
04570  53A7  326B50             STA   CODENO
04580  53AA  7E                 MOV   A,M
04590  53AB  E61F               ANI   $1F
04600  53AD  326F50             STA   POSVAL
04610  53B0  23                 INX   H
04620  53B1  226C50             SHLD  CDTPTR
04630  53B4  E1         INPC2   POP   H
```

```
04650                   ;
04660   53B6  210078  INTIAL  LXI   H,CDTADR
04670   53B9  226C50           SHLD  CDTPTR
04680   53BC  3EFF             MVI   A,0FFH
04690   53BE  326E50           STA   CLMVAL
04700   53C1  3E60             MVI   A,PDTADP-RFLGAD
04710   53C3  21A06F           LXI   H,RFLGAD
04720   53C6  3600     INTL1   MVI   M,0
04730   53C8  23               INX   H
04740   53C9  3D               DCR   A
04750   53CA  C2C653           JNZ   INTL1
04760   53CD  110000           LXI   D,0
04770   53D0  C9               RET
04780                          END
PASS 2 END
```

初期値設定

```
*** LABELS ***
SIZE    0020    OUTCRL  001B    OUTHLR  00DA
CONTRL  0248    CODENO  506B    CDTPTR  506C
CLMVAL  506E    ROWVAL  506F    CDTADR  7800
PDTADR  7000    BLINAD  6FE0    LFLGAD  6FC0
RFLGAD  6FA0    ENCODE  5100    ENCBGN  5103
ENCNEX  5111    TCENCP  512B    TCENC1  5139
TCENC2  514F    SEENC1  5156    SEENCP  5159
RMENCP  517C    RMENC1  5189    DECODE  5194
MODE    5197    MODE    5199    MODE1   519F
MODE2   51B8    MODE3   51BB    MODE4   51C2
DECEND  51D4    DECE1   51DC    DECE2   51DE
DECE3   51E7    CODPR1  51F7    CODPR0  5200
CODEPR  5203    CODPR2  520A    CODPR3  521C
CODPR4  521F    TCDECP  522C    TCDCP1  523F
SEDECP  5245    SEDCP1  5250    SEDCP2  525F
SEDCP3  5273    SEDCP4  5279    RMDECP  5283
RMDCP1  529E    LINEXP  529C    LEXP1   52A2
LEXP2   52AC    LEXP3   52C0    LEXP4   52C6
FLGCHK  52D3    FLGCKS  52EC    RFLGCK  52F8
RFCK1   5304    RFCK2   5305    LFLGCK  530D
CVAL1   531A    CV11    5323    CVAL2   5325
CVAL3   5331    CVAL4   533A    CVAL5   5340
ADDHL   5347    SUBHL   534E    GETBLD  5355
CMPCDT  535C    STACDT  5366    STAC1   537D
INPCDT  5388    INPC1   53A1    INPC2   53B4
INTIAL  53B6    INTL1   53C6
```

付 録 2

本論文で提案した算術符号の FORTRANによる プログラム・リスト

```
00010       PRINT," FILE NAME : A-CODE-7"
00020C*****************************************************************
00030C
00040C      PROGRAM FOR ARITHMETIC CODE
00050C
00060C      SOUCE SYMBOL : 0,1 (ONLY)
00070C      CODE SYMBOL  : 0,1,---,9
00080C      SOUCE MODEL  : MEMORYLESS NONSTATIONARY MODEL
00090C
00100C      CHENGE PROBABILITY USING WINDOW SIZE 100
00110C       DOSU ; INITIAL VALUE IS 1 & WEIGHT IS 1
00120C
00130C*****************************************************************
00140       REAL DEFF
00150       INTEGER M(61000),M1(61000),M2(61000)
00160       INTEGER POWER,POWER1,POWER2,POWER3
00170       INTEGER ANEW,AOLD,CNEW,COLD,Y
00180       INTEGER SHIFT,SHIFTL,OVER,COUNT,CARRY
00190       INTEGER P(10),PS(11),DOSU(10),POINT(11)
00200       INTEGER QQ,Q1
00210       INTEGER NSUM,WBLOCK,NWRITE
00220       INTEGER INDEXW,COUNTER,W(10)
00230       COMMON /BLOCK1/INDEX1,POWER1,M1
00240       COMMON /BLOCK2/ P,PS
00250       COMMON /BLOCK8/ INDEXW,COUNTER,W,Y
00260       COMMON /BLOCK9/ DOSU
00270       DATA QQ/4H#YES/
00280       DATA M(1),M1(1),M2(1) /0,0,0/
00290       SRLENGTH=0.0
00300       NSUM=0
00310       PRINT,"INPUT HOW MANY TIME CHENGE THE THRESHOLD VALUE "
00320       READ(5,1000) NCHENGE
00330 1000  FORMAT(V)
00340C***** MAKING SOUCE *****
00350       DATA POWER1,INDEX1 /9,1/
00360       DO 10 II=1,NCHENGE+1
00370C
00380         CALL HINDO(N,RLENGTH)
00390C
00400         SRLENGTH=SRLENGTH+RLENGTH
00410         NSUM=NSUM+N
00420    10 CONTINUE
00430       WRITE(6,1100) SRLENGTH
00440 1100  FORMAT(1H0," RIRON LENGTH     =",F15.8)
00450C--------------------
00460       PRINT," "
00470       PRINT,"INPUT NUMBER OF BLOCK PRINTING P''(I)"
00480       READ(5,1000) WBLOCK
00490       NWRITE=WBLOCK
00500       PRINT,"INPUT #YES --- IF YOU WANT SIGNAL & CODE"
00510       READ(5,1200) Q1
00520 1200  FORMAT(A4)
00530C
00540C*****************************************************************
00550C      ENCODER
00560C*****************************************************************
00570C
00580C********** INITIAL VALUE **********
00590       DATA POWER,INDEX,POWER3,INDEX3 /9,1,-1,0/
00600       AOLD=99999
```

```
00610       COLD=0
00620       SHIFT=0
00630       COUNT=0
00640       CARRY=0
00650       CHEAK=99999
00660C----- SET DOSU(I)=1 -----
00670       DO 20 I=1,2
00680         DOSU(I)=50
00690    20 CONTINUE
00700C-------------------------
00710C----- SET INITIAL WINDOW -----
00720C
00730       CALL INTWIN
00740C
00750C-----------------------------
00760C
00770C ********** ENCODER **********
00780C
00790       DO 80 I=1,NSUM
00800C----- CALCURATION P"(I) -----
00810         PS(1)=0
00820         P(1)=INT(1.0*DOSU(1)/100*10**5+0.5)
00830         IF(P(1).LT.10) P(1)=10
00840         IF(P(1).GE.10**5) P(1)=99990
00850         PS(2)=PS(1)+P(1)
00860         PS(3)=10**5
00870         P(2)=PS(3)-PS(2)
00880C-----------------------------
00890C----- PRINTING P"(I) IF I=WBLOCK*J -----
00900         IF(I.LT.NWRITE) GO TO 30
00910           NWRITE=NWRITE+WBLOCK
00920           WRITE(6,1300) I,(P(J1),J1=1,2)
00930 1300      FORMAT(1H ," I=",I8,2I6)
00940C---------------------------------------
00950C
00960    30   CALL INOUT(Y,INDEX3,POWER3,M1,0)
00970C
00980         CALL WINDOW
00990C
01000         ANEW=INT(P(Y+1)*AOLD/10**5)
01010         CNEW=COLD+INT(PS(Y+1)*AOLD/10**5)
01020         SHIFTL=0
01030    40   IF(10*ANEW.GE.10**5) GO TO 70
01040           ANEW=10*ANEW
01050           SHIFTL=SHIFTL+1
01060           SHIFT=SHIFT+1
01070           IF(SHIFT.LE.5) GO TO 50
01080             OVER=INT(CNEW/10**9)
01090C
01100             CALL INOUT(OVER,INDEX,POWER,M,1)
01110C
01120             CNEW=CNEW-OVER*10**9
01130    50       CNEW=10*CNEW
01140C----- BIT STUFFING -----
01150           IF(OVER.NE.9) COUNT=-1
01160           COUNT=COUNT+1
01170           IF(INT(CNEW/10**(5+COUNT)).LT.INT(CHEAK/10**COUNT)) GO TO 6
01180             CALL INOUT(9,INDEX,POWER,M,1)
01190             CNEW=CNEW-9*10**(5+COUNT)
01200             CARRY=CARRY+1
```

```
01210             PRINT," "
01220             PRINT," CARRY OVER #02 "
01230             WRITE(6,1400) I,COUNT,CNEW
01240 1400        FORMAT(1H ," I=",I8," COUNT=",I2," C(SY)=",I11)
01250C---------------------
01260   60      GO TO 40
01270C *
01280   70    AOLD=ANEW
01290         COLD=CNEW
01300C *
01310   80 CONTINUE
01320      DO 90 I=1,10
01330        OVER=INT(COLD/10**9)
01340C
01350        CALL INOUT(OVER,INDEX,POWER,M,1)
01360C
01370        COLD=COLD-OVER*10**9
01380        COLD=10*COLD
01390   90 CONTINUE
01400C
01410C********** OUTPUT RESULT ********
01420C
01430       IF(Q1.NE.QQ) GO TO 100
01440         PRINT," "
01450         PRINT,"SOUCE SIGNAL"
01460         WRITE(6,1500) (M1(I),I=1,INDEX1)
01470         PRINT," "
01480         PRINT,"CODE WORD"
01490         WRITE(6,1500) (M(I),I=1,INDEX)
01500 1500    FORMAT(1H ,6I11)
01510  100 LENGTH=SHIFT-SHIFTL+5+CARRY
01520       WRITE(6,1600) LENGTH
01530 1600 FORMAT(1HO," CODE LENGTH=",I12)
01540       DEFF=FLOAT(LENGTH)-SRLENGTH
01550       WRITE(6,1700) DEFF
01560 1700 FORMAT(1HO," (CODE LENGTH)-(ENTROPY*(SOUCE LENGTH))=",F12.3)
01570       E=100.0-100.0*DEFF/SRLENGTH
01580       WRITE(6,1800) E
01590 1800 FORMAT(1HO," CODE EFFCIENCY=",F15.8)
01600C
01610C*****************************************************************
01620C       DECODER
01630C*****************************************************************
01640C
01650C********** INITIAL VALUE FOR DECODER **********
01660C
01670       DATA POWER2,INDEX2 /9,1/
01680       POWER=-1
01690       INDEX=0
01700       AOLD=99999
01710       COLD=0
01720       COUNT=0
01730C----- SET INITIAL C(NULL) -----
01740       DO 110 K=1,5
01750         CALL INOUT(OVER,INDEX,POWER,M,0)
01760         COLD=COLD+OVER*10**(5-K)
01770         IF(OVER.NE.9) COUNT=-1
01780         COUNT=COUNT+1
01790  110 CONTINUE
01800C----- SET DOSU(I)=1 -----
```

```
01810       DO 120 I=1,2
01820         DOSU(I)=50
01830   120 CONTINUE
01840C----- SET INITIAL WINDOW -----
01850C
01860       CALL INTWIN
01870C
01880C-----------------------------
01890C
01900C ********** DECODER **********
01910C
01920       DO 180 K=1,NSUM
01930C----- CALCURATION P"(I) -----
01940         PS(1)=0
01950         P(1)=INT(1.0*DOSU(1)/100*10**5+0.5)
01960         IF(P(1).LT.10) P(1)=10
01970         IF(P(1).GE.10**5) P(1)=99990
01980         PS(2)=PS(1)+P(1)
01990         PS(3)=10**5
02000         P(2)=PS(3)-PS(2)
02010C-------------------------
02020C----- CALCURATION SUBINTERVAL -----
02030         DO 130 J=1,3
02040           POINT(J)=INT(AOLD*PS(J)/10**5)
02050   130   CONTINUE
02060C---------------------------------
02070C
02080         DO 140 I=1,2
02090           IF(COLD.LT.POINT(I)) GO TO 140
02100             IF(COLD.GE.POINT(I+1)) GO TO 140
02110               Y=I-1
02120               CALL WINDOW
02130C
02140               CALL INOUT(Y,INDEX2,POWER2,M2,1)
02150C
02160               CNEW=COLD-POINT(I)
02170               ANEW=INT(AOLD*P(I)/10**5)
02180   140   CONTINUE
02190   150   IF(10*ANEW.GE.10**5) GO TO 170
02200           ANEW=ANEW*10
02210C
02220           CALL INOUT(OVER,INDEX,POWER,M,0)
02230C
02240C----- BIT STUFFING -----
02250           IF(COUNT.NE.5) GO TO 160
02260             IF(OVER.NE.0) CNEW=CNEW+1
02270             CALL INOUT(OVER,INDEX,POWER,M,0)
02280             COUNT=0
02290C-------------------------
02300   160     IF(OVER.NE.9) COUNT=-1
02310           COUNT=COUNT+1
02320           CNEW=10*CNEW+OVER
02330           GO TO 150
02340C *
02350   170   COLD=CNEW
02360         AOLD=ANEW
02370   180 CONTINUE
02380C
02390C********** CHECK DECODED SIGNAL **********
02400       DO 190 I=1,INDEX1
```

```
02410         IF(M1(I)-M2(I)) 200,190,200
02420   190 CONTINUE
02430       PRINT," DECODED WITHOUT ERROR"
02440       IF(Q1.NE.QQ) GO TO 210
02450         PRINT," "
02460         PRINT,"DECODED SIGNAL"
02470         WRITE(6,1500) (M2(I),I=1,INDEX2)
02480         GO TO 210
02490C *
02500   200   PRINT,"DECODE ERROR"
02510         WRITE(6,1900) I,M1(I),M2(I)
02520 1900    FORMAT(1H ," I=",I10," SOUCE SIGNAL=",I11," DECODED SIGNAL=",
02530      &     I11)
02540   210 STOP
02550       END
02560C
02570C ******************************
02580C *****     SUBROUTINE      ******
02590C ******************************
02600C
02610C********** SUBROUTINE FOR GENERATING RANDAM NUMBER **********
02620C
02630       SUBROUTINE RANDOM(DA,DB,DC,DM,DX,RANSU)
02640       DOUBLE PRECISION DA,DB,DC,DM,DX
02650       DX=DA*DB+DC
02660       DX=DMOD(DX,DM)
02670       DB=DX
02680       RANSU=DX/DM
02690       RETURN
02700       END
02710C
02720C********** SUBROUTINE FOR I/O SYMBOL(SOUCE,CODE,DECODED) *****
02730C
02740       SUBROUTINE INOUT(OVER,INDEX,POWER,M,FLAG)
02750       INTEGER OVER,INDEX,POWER,FLAG,MEMORY
02760       INTEGER M(61000)
02770       IF(FLAG.LE.0) GO TO 20
02780         IF(POWER.GE.0) GO TO 10
02790           INDEX=INDEX+1
02800           POWER=9
02810           M(INDEX)=0
02820    10     M(INDEX)=M(INDEX)+OVER*10**POWER
02830           GO TO 40
02840C *
02850    20 IF(POWER.GE.0) GO TO 30
02860         INDEX=INDEX+1
02870         MEMORY=M(INDEX)
02880         POWER=9
02890    30 OVER=INT(MEMORY/10**POWER)
02900       MEMORY=MEMORY-OVER*10**POWER
02910    40 POWER=POWER-1
02920       RETURN
02930       END
02940C
02950C********** SUBROUTINE FOR CALCURATING FREQUCNCY **********
02960C
02970       SUBROUTINE HINDO(N,RLENGTH)
02980C
02990       DOUBLE PRECISION DA,DB,DC,DM
03000       COMMON /BLOCK1/ INDEX1,POWER1,M1
```

```
      COMMON /BLOCK2/ P,PS
      COMMON /BLOCK9/ DOSU
      INTEGER SYMBOL,Y
      INTEGER INDEX1,POWER1,M1(61000)
      INTEGER P(10),PS(11),DOSU(10)
      REAL RANSU,F(10),ENTROPY
C
      PRINT," "
      PRINT,"INPUT THRESHOLD FOR RANDAM NUMBER : P(1),P(2) ; ##### "
      READ(5,1100) (P(I),I=1,2)
      WRITE(6,1000) (P(I),I=1,2)
 1000 FORMAT(1H , "P(I)",2I6)
      PS(1)=0
      DO 10 I=1,2
        PS(I+1)=PS(I)+P(I)
   10 CONTINUE
      PRINT," "
      PRINT,"INPUT STRING LENGTH"
      READ(5,1100) N
      DATA DA,DB /0.22617070509,0.4248322308/
      DATA DC,DM /0.1570З,0.53687091209/
 1100 FORMAT(V)
C
      DO 20 I1=1,2
        DOSU(I1)=0
   20 CONTINUE
C
C********* HINDO KEISAN **********
C
      DO 40 I=1,N
        CALL RANDOM(DA,DB,DC,DM,DX,RANSU)
        SYMBOL=INT(RANSU*10**5)
        DO 30 K=1,2
          IF(SYMBOL.LT.PS(K)) GO TO 30
            IF(SYMBOL.GE.PS(K+1)) GO TO 30
              DOSU(K)=DOSU(K)+1
              Y=K-1
              CALL INOUT(Y,INDEX1,POWER1,M1,1)
C
   30   CONTINUE
   40 CONTINUE
C----- CALCURATION PROBABILITY -----
      PS(1)=0
      P(1)=INT(FLOAT(DOSU(1))/N*10**5+0.5)
      PS(2)=P(1)
      PS(3)=10**5
      P(2)=PS(3)-PS(2)
      WRITE(6,1200) (P(I1),I1=1,2)
 1200 FORMAT(1H ," P'(I) ",2I6)
C-----  CALCURATION ENTROPY ---------
      ENTROPY=0.0
      DO 50 I=1,2
        F(I)=0.00001*P(I)
        IF(F(I).LE.0.0) GO TO 50
          SS=-1.0*F(I)*ALOG10(F(I))
          ENTROPY=ENTROPY+SS
   50 CONTINUE
      WRITE(6,1300) ENTROPY
 1300 FORMAT(1H0," ENTROPY (DIGIT) =",F15.8)
      RLENGTH=ENTROPY*N
```

```
03610       WRITE(6,1400) RLENGTH
03620 1400 FORMAT(1H ," (SOUCE LENGTH)*H=",F15.8)
03630       RETURN
03640       END
03650C
03660C********** SUBROUTINE FOR WINDOW **********
03670C
03680       SUBROUTINE WINDOW
03690       INTEGER INDEXW,COUNTER,OUTSYM,Y
03700       INTEGER W(10),DOSU(10)
03710       COMMON /BLOCK8/ INDEXW,COUNTER,W,Y
03720       COMMON /BLOCK9/ DOSU
03730C
03740       IF(COUNTER.LE.10) GO TO 10
03750         INDEXW=MOD(INDEXW,10)+1
03760         COUNTER=1
03770    10 OUTSYM=INT(W(INDEXW)/10**9)
03780       W(INDEXW)=W(INDEXW)-OUTSYM*10**9
03790       W(INDEXW)=10*W(INDEXW)+Y
03800       COUNTER=COUNTER+1
03810C
03820       DOSU(OUTSYM+1)=DOSU(OUTSYM+1)-1
03830       DOSU(Y+1)=DOSU(Y+1)+1
03840       RETURN
03850       END
03860C
03870C********** SUBROUTINE FOR INITIAL W(I) **********
03880C
03890       SUBROUTINE INTWIN
03900       COMMON /BLOCK8/ INDEXW,COUNTER,W,Y
03910       INTEGER INDEXW,COUNTER,W(10)
03920C
03930       INDEXW=1
03940       COUNTER=1
03950       DO 10 I=1,10
03960         W(I)=1011000011
03970    10 CONTINUE
03980       RETURN
03990       END
```

```
        07/07/82     19:34:45
 FILE NAME : A-CODE-7
INPUT HOW MANY TIME CHENGE THE THRESHOLD VALUE
=1

INPUT THRESHOLD FOR RANDAM NUMBER : P(1),P(2) ; ##### ← 確率の設定値(しきい値)
=90000,10000                                          p̂0(1)=0.9 , p̂1(1)=0.1

P(I) 90000 10000

INPUT STRING LENGTH                                   ← 上のしきい値での sauce の
=300000                                                 長さは？ n(1)=30万

 P'(I)  89951 10049                                   ← 頻度から求めた確率

 ENTROPY (DIGIT) =      0.14164873                     ← p0(1)=0.89951, p1(1)=0.10049
 (SOUCE LENGTH)*H= 42494.61962891                      ← H(1) = 0.14164873
                                                       ← Li(1) = 42494.6
INPUT THRESHOLD FOR RANDAM NUMBER : P(1),P(2) ; ##### ← 次のしきい値？
=10000,90000                                            p̂0(2)=0.1 , p̂0(2)=0.9

P(I) 10000 90000

INPUT STRING LENGTH
=300000

 P'(I)  10011 89989

 ENTROPY (DIGIT) =      0.14128667
 (SOUCE LENGTH)*H= 42386.00097656

 RIRON LENGTH     = 84880.61718750                    ← Li = Li(1)+Li(2)

INPUT NUMBER OF BLOCK PRINTING P''(I)                 ← sauce の長さが いくらごとに
=10000                                                  局所的な確率を印字するか？
                                                        1万ごと
INPUT #YES --- IF YOU WANT SIGNAL & CODE              ← sauce signal や code string
=##NO                                                   を printするか？ No

 I=    10000 94000  6000                              ← 1万ごとの局所的
 I=    20000 90000 10000                                な確率
 I=    30000 93000  7000

 CARRY OVER #02                                       ← "bit stuffing" テクニックを行った時の
 I=    39245 COUNT= 0 C(SY)= 9999081370                 sauce の長さ I = 39245
 I=    40000 91000  9000                                符号の状態 C(SY)= 9999081370
 I=    50000 87000 13000                                                    ↑
 I=    60000 92000  8000                                                  付加した「0」
 I=    70000 85000 15000
 I=    80000 87000 13000
 I=    90000 87000 13000
 I=   100000 86000 14000

 CARRY OVER #02                                       ← count は レジスタ v の外に出て，xモリに記憶
 I=   102392 COUNT= 1 C(SY)= 9990573580                 されている「9」の連続した列の「9」の個数
                                                        この例では count=1 となり次の様になる。
 CARRY OVER #02
 I=   106198 COUNT= 0 C(SY)= 9999081400
 I=   110000 92000  8000
 I=   120000 89000 11000
 I=   130000 89000 11000
 I=   140000 88000 12000
 I=   150000 89000 11000
```

xモリ　v　w

9 | 99995 | 73580 ⟩ "bit stuffing"

99 | 99905 | 73580

付加した「0」

```
CARRY OVER #02
I=   102392 COUNT= 1 C(SY)= 9990573580

CARRY OVER #02
I=   106198 COUNT= 0 C(SY)= 9999081400
I=   110000 92000  8000
I=   120000 89000 11000
I=   130000 89000 11000
I=   140000 88000 12000
I=   150000 89000 11000
I=   160000 83000 17000
I=   170000 93000  7000
I=   180000 91000  9000
I=   190000 85000 15000
I=   200000 90000 10000
I=   210000 84000 16000
I=   220000 90000 10000
I=   230000 85000 15000
I=   240000 87000 13000
I=   250000 92000  8000
I=   260000 93000  7000
I=   270000 92000  8000
I=   280000 93000  7000
I=   290000 91000  9000
I=   300000 89000 11000
I=   310000  7000 93000
I=   320000  9000 91000
I=   330000  6000 94000
I=   340000 10000 90000
I=   350000  8000 92000
I=   360000 10000 90000
I=   370000  6000 94000
I=   380000 11000 89000
I=   390000 10000 90000
I=   400000 14000 86000
I=   410000 12000 88000
I=   420000 16000 84000
I=   430000 10000 90000
I=   440000  8000 92000
I=   450000 12000 88000
I=   460000 11000 89000
I=   470000  6000 94000
I=   480000  5000 95000
I=   490000  3000 97000
I=   500000 11000 89000
I=   510000  6000 94000
I=   520000 10000 90000
I=   530000  7000 93000
I=   540000  8000 92000
I=   550000 11000 89000
I=   560000 12000 88000
I=   570000  8000 92000
I=   580000  7000 93000
I=   590000  9000 91000

CARRY OVER #02
I=   592294 COUNT= 0 C(SY)= 9999041100
I=   600000 10000 90000

CODE LENGTH=        86323

(CODE LENGTH)-(ENTROPY*(SOUCE LENGTH))=     1442.383

CODE EFFCIENCY=     98.30069160
DECODED WITHOUT ERROR

*RUNH
```

符号の長さ L_c

差 $d=L_c-L_i$

効率 $e=1-\frac{d}{L_i}$

正しく decode された！

参考文献

[1] Shannon,C.E.,"A Mathematical Theory of Communication," Bell System Tech.J.,vol.27,pp.379-423 and pp.624-656, No.3,July.1948

[2] Fano,R.M.,Technical Report No.65,The Research Laboratory of Electronics,M.I.T.,1948

[3] Huffman,D.A.,"A Method for the Construction of Minimum-Redundancy Codes," Proc.IRE,vol.40,No.9,pp.1098-1101, Sept.1952

[4] Hunter,R. and Robinson,R.H.,"International Digital Facsimile Coding Standerds," Proc.IEEE,vol.68, pp.854-867,July.,1980

[5] Musmann,H.G. andPreuss,D.,"Comparison of Redundancy Reducing Codes for Facsimile Transmission of Documents," IEEE Trans.on Comm.,vol. COM-25,Nov.1977

[6] Wyle,H.,Erb,T. and Banow,R.,"Reduced-Time Facsimile Transmission by Digital Coding," IRE Trans.on Commun.System, pp.215-222,Sep.1961

[7] Dorreca,G.,Desai,U.D. and Van Allen,R.L.,"Explorer XII Satellite Instrumentation for Study of Energy Spectrum of Cosmic rays," Proc.Nat'l Telemetering Conf.,May 1962

[8] Golomb,S.W.,"Run-Length Encodings," IEEE Trans.INform. Theory,IT-12,4 pp.399-401,July.1966

[9] Graphic Sciences,Inc.etal,(no title,one-dimensional run length code proposed for standerdizction),CCITT Study Group XIV,temp.docum.No.7,Sept.1976

[10] Meyor,H.,H.G.rodolsky,F.Schaenr,and T.S.Huang,"Optimum run-length codes," IEEE Trans.on Comm.,vol.COM-22,pp826-835,June 1974

[11] Elias,P.,"Predictive encoding,parts I and II," IRE Trans. on Inform.Theory,vol.IT-1,pp16-33,March 1955

[12] 高木,津田：二次元予測を用いたファクシミリの帯域圧縮, 電信学論D, vol.56-D, pp.170-177, March 1973

[13] H.kobayashi and Bahi,L.R.,"Image data compression by predictive coding I : prediction algorithms," IBM J.Res. Develop.,vol.18,No.2,pp.164-171,Mar.1974

[14] Netravali,A.N.,Mounts,F.W.,and Bowen,E.G.,"Ordering Techniques for Coding of Tow-Tone Facsimile Pictures," Bell Sys.Tech.J,vol.55,No.10,pp.1539-1552,Dec.1979

[15] Netravli,A.N.,and Mounts,F.W.,"Ordering Techniques for Facsimile Coding : A Review," Proc.of IEEE,vol.68,No.7 pp.796-807,July.1980

[16] Preuss,D.,"Twodimensional Facsimile Source Encoding Based on a Markov Model," Nachrichtentecknik.z.28,H.10,S.358-363, 1975

[17] 大西ら, Optimization of Facsimile Data Compression, NTC '77

[18] 若原ら, ファクシミリ信号の変化点相対アドレス符号化方式の圧縮率, 画像電子学会誌, vol.5, no.3, pp.92-100, 1976

[19] 山田ら, 高速ファクシミリの冗長度抑圧符号化方式, 研実報, vol.28, no.5, pp.833-849, 1979

[20] 山本ら, ファクシミリ2次元符号化方式の国際標準化 ーモディファイド・リード(MR)方式ー, テレビジョン学会誌, vol.34, no.5, pp.410-413, 1980

[21] British Post Office,"Data compression statistics for the R2 coding scheme," CCITT Study Group XIV.Contrib.,Oct.1979

[22] 富田ら, 漢字パターン圧縮の一方式, 電気通信学会全国大会 1975 972

[23] 新井ら, 画素形漢字データ圧縮の二, 三の方法, 画電学誌, vol.6, No.1, pp.16-24, Jan. 1977

[24] 堀口ら, 画素形漢字パターンの伝送のためのデータ圧縮に関する一考察, 電信学論 D, vol.J63-D, no.5, pp.371-377, May 1980

[25] 森ら, 画素形漢字パターンのデータ圧縮に関する二, 三の考察, 電信学論 D, vol.J64-D, no.7, pp.617-624, July 1981

[26] Nagao,M.,"Data Compression of Chinese Character Patterns," Proc.of IEEE,vol.68,No.7,pp.8180829,July.1980

[27] Kunt,M.,and Johnsen,O.,"Block Coding of Graphics : A Tutorial Review," Proc.IEEE,vol.68,pp.770-785,July.1980

[28] 画像処理サブルーチン・パッケージ SPIDER USERMANUAL,
電子技術総合研究所, Sep. 1980

[29] Freeman,H.,"Computer processing of line drawing images,"
Computing Surveys 6 (1),March 1974,57-97

[30] 遠藤ら, DF-画像表現の性質と情報圧縮への応用,
電信学論 D, vol. J62-D, no.2, pp.141-148, Feb. 1979

[31] Rosenfeld,A.,"Connectivity in Digital Pictures," Journal
of the ACM,vol.17,No.1,pp.146-160,Jan.1970

[32] Stefanelli,R.,and Rosenfeld,A.,"Some Parallel Thinning
Algorithms for Digital Pictures," Journal of the ACM,
vol.18,No.2,pp.255-264,April 1971

[33] Deutsch,E.S.,"Thinning Algorithms on Rectangular,Hexagonal,
and Triangular Arrays," CACM,vol.15,pp.827-837,Sep.1973

[34] Izzo,N.F.,and Coles,W.,"Blood-Cell Scanner Identifies,"
Electronics,35,27,pp.52-57,April 1962

[35] Papert,S.,"Uses of Technology to Enhance Educator,"
Technical Report 298,AI Lab,MIT,1973

[36] Selkow,S.W.,"One-Pass Complexity of Digital Pictures
Properties," J.ACM,vol.19,pp.283-259,April 1972

[37] Rosenfeld,A.,and Milgram,D.L.,"Parallel/Sequential Array
Automata," Information Processing Letters 2 (1973) 43-46

[38] Shah,A.,"Pushdown Automata on Arrays," Information Sciences
25,ppl75-193,1981

[39] 横井ら, 標本化された2値図形のトポロジカルな性質について,
電信学論 D, vol. 56-D, no.11, pp.662, Nov. 1973

[40] Preston,K.Jr.,"The CELLSCAN System,A Leucocyte Pattenn
Analyzer," Proc.W.J.C.C.,19,p.173 May 1961

[41] Levialdi,S.,"Parallel Counting of Binary Pattenns,"
Electron.Lett. p.798,Dec.1970

[42] Minsky,M.,and Papert,S., PERceptrons,MIT Press,New York,
1969

[43] 横井ら, 2値図形収縮のための逐次形アルゴリズムについて,
電信学論 D, vol. J62-D, no.8, pp.537-542, Aug. 1979

[44] Weston,P.,"Photocell Fields Counts Random Objects,"
Eleetronics,34,22,p.46 Sep.1961

[45] Habibi,A. and P.A.Wintz,"Image Coding by Linear Trasformation and Block Quantization," IEEE Trans.Comm.Technol.,vol.COM-19, pp.50-62,1971

[46] Rosenfeld,A.,and A.C.Kak,Digital Picture Processing, Academic Press New York,1976

[47] Netravali,A.N. and Limb,J.O.,"Picture Coding : AReview," Proc.IEEE,vol.68,pp366-406,March 1980

[48] de Jager,F.,"Delta modulation,a method of PCM transmission using a 1-unit code," Philips Res.Rep.7,pp.442-466,July 1976

[49] O'Neal,J.B.Jr.,"Predictive Quantizing Systems (Differential Pulse Code Modulation) for the Transmission of Television Signal," Bell System Tech.J.,vol.45,pp.689-721,May-Jone 1966

[50] Pratt,W.K.,J.Kane,and H.C.Andrews,"Hadamard Transform Image Coding," Proc.IEEE 57,pp.58-68,1969

[51] Wintz,P.A.,"Tromsform Picture Coding," Proc.IEEE 60,pp.809-820,1972

[52] Schwartz,J,W.,and Barker,R.C.,"Bit-Plane Encoding : A Tecnique for Source Encoding," IEEE Trans.Aerospace and Electronics System,vol.AES-2,pp.385-392,July 1966

[53] Shwartz,J.W. and Haung,T.,"Bit-Plane Encoding of continuous Tone Picture," Polytechnic Institute of Brooklyn,New York April 1969

[54] Kretzmer,E.R.,"Statistics of Television Signal," Bell Syst.Tech.J.,vol.31,pp.751-763,July 1952

[55] Lynch,T.J.,"Sequence Time Coding for Data Compression," Proc.of IEEE,vol.54,No.10,pp.1490-1491,Oct.1966

[56] Cover,T.M.,"Enumerrative Source Encoding," IEEE Trans. Inform.Theory,vol.IT-19,pp.73-77,Jan.1973

[57] Schalkwijk,J.P.M.,"An Algorithm for Source Coding," IEEE Trans.Inform.Theory,vol.IT-18,pp.395-399,May 1972

[58] Rissanen,J.J.,"Generalized Kraft Inequality and Arithmetic Coding," IBM J. RES.Develop.,pp198-203,May 1976

[59] Pasco,R.C.,"Source Coding Algorithms for Fast Data Compression," Ph.D.thesis,Dept.of Electrical Engineering, Stanford University,CA,1976

[60] Tasto,M. and Wintz,P.A,"Image Coding by Adaptive Block Quantization," IEEE Trans.Commun.Technol.,vol.COM-19, pt.1,pp.957-972,Dec.1971

[61] Netravali,A.N.,Prasada,B.,and Mounts,F.W.,"Some Experiments in Adaptive and Predictive Hadamard Transform Coding of Pictures," Bell.System tech.J.,vol.56,pp.1531-1547,Oct.1977

[62] Habibi,A.,"Survey of Adaptive Image Coding Tecniques," IEEE Trans.on Comm.,vol.COM-25,pp.1275-1284,Nov.1977

[63] Usubuchi,T.,Omachi,T.,and Iinuma,K.,"Adaptive Predictive Coding for Newspaper Facsimile," Proc.of the IEEE,vol.68, No.7,pp.807-813,July 1980

[64] Rissanen,J.,and Langdon,G.G.,Jr.,"Arithmetic Coding," IBM J. RES.Develop.,vol.23,pp.149-162,March 1979

[65] Rissanen,J.,"Arithmetic Coding sa Number Representations," Acta Polytech.Scandinavia Ma31,Helsink,pp.44-51,1979

[66] Elias,P. unpublished results in 60's

[67] Jelinek,F.,"Buffer Overflow in Variable Length Coding of Fixed Rate Source," IEEE Trans.Inform.Theory, vol.IT-14,pp.490-501,May 1968

[68] Rissanen,J. and Langdon,G.Jr,"Universal Modeling and Coding," IEEE Trans.on Inform.Theory,vol.IT-27,pp.12-22, Jan.1981

[69] Guazzo,M.,"A General Minimum-Redundancy Source-Coding Algorithm," IEEE Trans.on Inform.Theory,vol.IT-26, pp.15-25,Jan,1980

[70] Jones,C.B.,"An Efficient Coding System for Long Source Sequences," IEEE Trans.on Inform.Theory,vol.IT-27,No.3 pp.280-291,May 1981

[71] Langdon,G.Jr.,and Rissanen,J.,"Compression of Black-White Images with Arithmetic Coding,: IEEE Trans.on Commun.,vol.COM-29,No.6,pp.858-867,June 1981

[72] Langdon,G.Jr.,and Rissanen,J.,"A Simple General Binary Source Code," IEEE Trans.on Inform.Theory,vol.IT-28, No.5,pp.800-803,Sep.1882

[73] Aho,A.V.,J.E.Hopcroft and J.D.Ullman,The Disign and Analysis of Algorithm, Addison-Wesely,1974