

Title	ORIENTED BORDISM MODULES OF $S^1$ -AND $(\mathbb{Z}/2)^k$ -ACTIONS
Author(s)	Komiya, Katsuhiko
Citation	
Issue Date	
Text Version	ETD
URL	<a href="http://hdl.handle.net/11094/2215">http://hdl.handle.net/11094/2215</a>
DOI	
rights	
Note	

*Osaka University Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

[5]

氏名・(本籍)	小宮克弘
学位の種類	理学博士
学位記番号	第 3037 号
学位授与の日付	昭和 49 年 3 月 25 日
学位授与の要件	理学研究科数学専攻 学位規則第 5 条第 1 項該当
学位論文題目	$S^1$ および $(\mathbb{Z}_2)^k$ 作用の有向ボルディズム加群
論文審査委員	(主査) 教授 中岡 稔  (副査) 教授 村上 信吾 教授 尾関 英樹

### 論文内容の要旨

コンパクトなリー群  $G$  及びその部分群の族  $\mathcal{F}$  に対し、有向閉多様体上の向きを保つ  $\mathcal{F}$ -自由な  $G$ -作用の全体より、有向コボルディズム環  $\Omega_* (G; \mathcal{F})$  上の加群  $\Omega_* (G; \mathcal{F})$  が定義される。これに関して R. E. Stong は、有限  $p$ -可換群 ( $p$  は奇素数)  $G$  及びそのすべての部分群の族  $\mathcal{F}_\lambda$  に対して、 $\Omega_* (G; \mathcal{F}_\lambda)$  は偶数次元の基底の上の自由  $\Omega_*$ -加群であることを示した。

本論文においては、 $G$  が  $S^1$  あるいは  $(\mathbb{Z}_2)^k = \mathbb{Z}_2 \oplus \cdots \oplus \mathbb{Z}_2$  の場合を論じる。この場合、 $G$  の任意の部分群の不動点集合は必ずしも有向とは限らないという困難な状況が生じる。これを克服することが本論文の本質的部分である。それは不動点集合の法バンドルを特殊な有向バンドルで置き換えることによって克服される。これより次の結果が得られる。

$S^1$  の閉部分群で位数が  $i$  以下のものの族を  $\mathcal{F}_i$  とし、 $\mathcal{F}_\infty = \bigcup_{i \geq 1} \mathcal{F}_i$ ,  $\mathcal{F}_\lambda = \mathcal{F}_\infty \cup \{S^1\}$  とする。  $F$  を  $(\mathbb{Z}_2)^k$  の部分群の族  $\mathcal{F}$  に属する群の部分群もまた  $\mathcal{F}$  に属するものとする。このとき、 $\Omega_* (S^1; \mathcal{F}_i) \otimes R_2$  及び  $\Omega_* (S^1; \mathcal{F}_\infty) \otimes R_2$  は奇数次元の基底の上の自由  $\Omega_* \otimes R_2$ -加群である。また、 $\Omega_* (S^1; \mathcal{F}_\lambda) \otimes R_2$  及び  $\Omega_* ((\mathbb{Z}_2)^k; \mathcal{F}) \otimes R_2$  は偶数次元の基底の上の自由  $\Omega_* \otimes R_2$ -加群である。ここに、 $R_2 = \mathbb{Z}[\frac{1}{2}]$ 。

### 論文の審査結果の要旨

群  $G$  とその部分群の族  $\mathcal{F}$  が与えられたとき、各等方部分群が  $\mathcal{F}$  に属するような有向、閉  $G$ -多様体のつくる同境界群を  $\Omega_* (G, \mathcal{F})$  で表わす。この群が多様体上の群作用の位相的研究で有効であることは、一般に認められているが、その構造の決定は難しい問題であり、現在のところ、 $G$  が有限  $p$ -アーベル

群 ( $p$  奇素数) の場合における Stong 達の研究があるにすぎない。

本論文では、 $G$  が位数 2 の巡回群の直積  $Z_2 \oplus \cdots \oplus Z_2$  の場合および円周群  $S^1$  の場合について、 $\Omega_*(G, \mathcal{F})$  の代数的構造を研究し  $\Omega_*(G, \mathcal{F}) \otimes Z[\frac{1}{2}]$  は  $\Omega_* \otimes Z[\frac{1}{2}]$  上の自由加群で、その生成元は偶数 (奇数) 次元をもつ ( $\Omega_*$  は Thom の同境界環) といった形の定理が証明される。証明方針は Stong のと同じであるが、今の場合、そこには現われなかった幾何学に面倒な問題が生ずる。それは不動点集合の法束の向きづけ不可能なことに起因するものであるが、著者は法束を有向束で '近似' するという新手法を開発することにより、見事にこれを克服している。

以上のように、本論文は  $\Omega_*(G, \mathcal{F})$  の構造の研究に新知識を加えたものであり、そこで展開された手法と相まって、理学博士の学位論文として十分価値あるものと認める。