スター型パケット通信システムにおける誤り制御方式に関する研究

平成6年1月

榊原　勝己

内容梗概

本論文は、筆者が大阪大学 大学院 工学研究科 (通信工学専攻) 在学中、ならびに (株) 東芝 総合研究所および産業技術短期大学 情報処理工学科 在職中に行ったスター型パケット通信システムにおける誤り制御方式に関する研究成果をまとめたものであり、以下に示す 6 章から構成されている。

第 1 章は序論であり、本論文に関連する研究分野について述べ、本論文の背景と目的を明らかにしている。

第 2 章では、誤り制御方式において重要な役割を果たす誤り訂正符号として、有限体 GF(q^m) 上で定義された最大距離分離符号、特に現在最も実用化が進んでいる q^m元 Reed-Solomon 符号を q元符号としてとらえたときの性質を明らかにするとともに、その最小距離に関する下界式を導出している。

第 3 章では、従来の同報通信用誤り制御方式のもつ問題点を明らかにするとともに、最大距離分離符号を用いることによって、この問題点を回避し得る同報通信用誤り制御方式をいくつか提案し、そのアルゴリズムを明らかにしている。

第 4 章では、第 3 章で提案した同報通信用誤り制御方式のスループット特性および平均伝送遅延特性を解析的に求めている。

第 5 章では、伝送路が捕捉効果を呈する場合のランダムアクセス方式の性能解析を行っている。特に、複数の受信局を備え、パケットの再送回数が限定されたシステムに対する解析手法を明らかにしている。

第 6 章は結論であって、本論文で得られた成果を総括的に述べている。

目 次

第 1 章　序論 **1**

1.1 スター型パケット通信システム 1
1.2 同報通信における誤り制御 2
1.3 ランダムアクセス方式 3
1.4 論文の構成 4

第 2 章　q^m元最大距離分離符号の q 元最小距離に関する考察 **7**

2.1 緒言 7
2.2 定義と基本定理 9
2.2.1 最大距離分離符号 (MDS 符号) 9
2.2.2 重み分布 10
2.2.3 有限体上の Fourier 変換 11
2.2.4 重畳連接符号 13
2.3 q元符号としての q^m元 Reed-Solomon 符号 17
2.4 重畳連接符号としての構成 23
2.5 q元最小距離と復号法 25
2.5.1 q元最小距離 25
2.5.2 q元符号としての復号法 29
2.6 数値例 31
2.7 結言 35

第 3 章　最大距離分離符号を用いた同報通信用誤り制御方式 **39**

3.1 緒言 39
3.2 同報通信用誤り制御方式における問題点 40

3.3 システムモデル 45
3.4 MDS 符号の符号長を固定した方式 ($\mathcal{N}$固定方式) 47
3.5 MDS 符号の情報記号数を固定した方式 52
3.5.1 $\mathcal{K}(N)$ 固定方式 52
3.5.2 $\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式 56
3.6 MDS 符号の最小距離を固定した方式 ($\mathcal{D}$固定方式) 63
3.7 結言 67

第 4 章 最大距離分離符号を用いた同報通信用誤り制御方式の解析 69
4.1 緒言 69
4.2 $\mathcal{N}$固定方式の特性解析 70
4.2.1 スループット 70
4.2.2 伝送遅延 74
4.3 $\mathcal{K}(N)$ 固定方式の特性解析 75
4.3.1 スループット 75
4.3.2 伝送遅延 78
4.4 $\mathcal{D}$固定方式の特性解析 79
4.4.1 スループット 79
4.4.2 伝送遅延 81
4.5 特性比較 82
4.5.1 対シンボル誤り率特性 82
4.5.2 対端末数特性 92
4.5.3 対 MDS 符号の符号長特性 101
4.5.4 比較評価 101
4.6 結言 104

第 5 章 ランダムアクセス方式の捕捉環境下での解析 105
5.1 緒言 105
5.2 受信電力比による捕捉効果 107
5.3 システムモデル 110
5.4 平衡点解析 115
5.4.1 平衡点における方程式 116
5.4.2 スループット 118
5.4.3 パケット廃棄確率 118

5.4.4 伝送遅延 118
5.5 数値例 120
5.6 安定性に関する考察 123
5.7 制御局間プロトコルに関する考察 128
5.8 結言 133

第 6 章 結論 **135**

謝 辞 **139**

付 録 **141**
A. 式 (5.20) の導出 141

参 考 文 献 **143**

図 目 次

2.1 重畳連接符号の符号構成 15
2.2 q^m元 Reed-Solomon 符号の q 値展開 19
2.3 q^m元 Reed-Solomon 符号の重畳連接符号としての構成 24
2.4 2 元符号としての (31, 4, 28)Reed-Solomon 符号に対する重畳連接符号的構成 34

3.1 一対二同報通信に一対一通信用誤り制御方式を適用した例 42
3.2 (9, 6, 4)MDS 符号による再送パケットの生成 43
3.3 提案方式の一例 44
3.4 NAK テーブルの具体例 46
3.5 再送モード移行時の NAK テーブルの例 ($\mathcal{N}$固定方式) 51
3.6 再送モード移行時の NAK テーブルの例 ($\mathcal{K}(N)$ 固定方式) . 55
3.7 再送モード移行時の NAK テーブルの例 ($\mathcal{D}$固定方式) 66

4.1 スループット対シンボル誤り率特性 (I) 83
4.2 スループット対シンボル誤り率特性 (II) 84
4.3 MDS 符号の平均符号長対シンボル誤り率特性 86
4.4 MDS 符号の平均情報記号数対シンボル誤り率特性 87
4.5 MDS 符号の平均最小距離対シンボル誤り率特性 88
4.6 平均伝送遅延対シンボル誤り率特性 (I) 90
4.7 平均伝送遅延対シンボル誤り率特性 (II) 91
4.8 スループット対端末数特性 (I) 93
4.9 スループット対端末数特性 (II) 94
4.10 スループット対端末数特性 (III) 95
4.11 スループット対端末数特性 (IV) 96

4.12 平均伝送遅延対端末数特性 (I) 97
4.13 平均伝送遅延対端末数特性 (II) 98
4.14 平均伝送遅延対端末数特性 (III) 99
4.15 平均伝送遅延対端末数特性 (IV) 100

5.1 複数の制御局 (受信局) を備えた通信システムの概念図 . . . 113
5.2 複数の制御局 (受信局) を備えたスロット付きアロハ方式の解析モデル 114
5.3 スループット特性 121
5.4 パケット廃棄確率 122
5.5 平均伝送遅延 124
5.6 伝送遅延に関する変動係数 125
5.7 非適応システムに対する双安定領域 127
5.8 パケット送出手順 129
5.9 制御局 3 局が同一パケットを受信した場合のパケット選択確率 131
5.10 制御局 3 局が同一パケットを受信した場合の平均再送回数 132

表 目 次

2.1 2^m元 Reed-Solomon 符号の 2 元重み分布 12
2.2 2^5元 (31, 4, 28)Reed-Solomon 符号に対する内部符号および外部符号 33
2.3 2^5元 Reed-Solomon 符号の 2 元最小距離の下界値 36

4.1 スループット対 MDS 符号最大符号長特性 102
4.2 平均伝送遅延対 MDS 符号最大符号長特性 103

5.1 AWGN-Rayleigh フェージング通信路における捕捉確率 . . . 111

表 目 次

第１章　序論

1.1　スター型パケット通信システム

パーソナルコンピュータ、ワークステーション、自動車電話をはじめとする通信端末の普及および通信ネットワークの高速化に伴い、通信システムの利用形態あるいはネットワーク構成は、従来とは比較にならないほど多様化している。とりわけ、自動車電話、携帯電話を代表とするパーソナル無線通信機器の実用化は、人類が通信に期待する“いつでも、どこでも、誰とでも”という夢の実現に向けて大きな一歩を印したものということができる[1][2]。特に、ディジタル方式による自動車電話システムの実用化はITU-RS (国際電気通信連合無線通信セクター) が主体となって標準化が進められている FPLMTS (Future Public Land Mobile Telecommunication Systems) への第一歩となるであろう[2]。また、私設通信システムにおいても、企業内 LAN (Local Area Network)、無線 LAN[3][4]等の実用化により、将来のマルチメディア化に応じた柔軟な通信システムの設計が図られている[5]。

これらの通信システムは、通常、２層あるいはそれ以上の層からなる階層構造をもつネットワークから構成されている[6]。上位に位置づけられる幹線ネットワークでは、各ノードは、光ケーブル等による高速かつ大容量の通信媒体で接続され、また、災害時のダメージを最小限に抑制するために、分散制御によるメッシュ型あるいはリング型等のトポロジーで構成されている。一方、下位に位置づけられる支線ネットワークは、端末からの発呼がランダムでかつ希薄であるという統計的な性質をもつことから、制御局と端末間の通信媒体は、通常、複数の端末によって共有され、集中

制御によるスター型あるいはバス型のトポロジーで構成されている。例えば、既に標準化されているFDDI (Fiber Distributed Data Interface) では、データ速度が100Mbit/sのリング型LANを幹線ネットワークとし、CSMA/CD (Carrier Sense Multiple Access with Collision Detection) 方式[7]あるいはトークンバス方式のバス型LANを支線ネットワークとする構成をもつネットワークが実用化されている[6]。また例えば、自動車電話システムでは、既存の電話公衆網を幹線ネットワークとし、その最下位ノードとしての無線基地局を制御局とするスター型の支線ネットワークを構成することで数多くの自動車電話端末を収容している[8]。

上述の支線ネットワークのように、複数の端末が伝送路を共有して制御局と通信を行うシステムでは、制御局から複数の端末へ誤りなく通信を行うためのプロトコル (同報通信用誤り制御方式[9]-[25]) とその逆方向への通信を行うためのプロトコル (ランダムアクセス方式[26]-[28]) が、通信システム全体のサービス品質を左右する要因の一つになることは明らかである。

1.2 同報通信における誤り制御

制御局から複数の端末への同報通信において生起する誤りとしては、一対一通信と同様、伝送路上の雑音によるものが支配的となる。この種の誤りを訂正するための方式としては、ARQ (Automatic Repeat reQuest)、FEC (Forward Error Correction) 等の誤り制御方式が基本技術となる。従来より、SAW (Stop And Wait) 方式、GBN (Go-Back-N) 方式、SR (Selective Repeat) 方式等の基本的な誤り制御方式に加え、誤り訂正符号を巧みに組み合わせたハイブリッド方式による誤り制御方式が提案され、解析されている[29]-[31]。さらに、ウインドウ制御を取り込んだGBN方式あるいはSR方式は、OSI (Open Systems Interconnection) 参照モデルでのデータリンク層の代表的なプロトコルであるHDLC (High-Level Data Link Control) によって実用化されている[32][33]。

しかしながら、従来の誤り制御方式に関する研究は、そのほとんどが一対一通信を対象としたものであり、先の支線ネットワークが元来有する同報通信性を考慮した研究はまれである。同報通信の例としては、制御局あるいは幹線ネットワークからの緊急メッセージを全端末に通報するケース、あるいは、VSAT (Very Small Aperture Treminal) 等を利用した

画像放送などが考えられる[34]。もちろん、一対一通信用の誤り制御方式を、直接、同報通信に適用することは可能であるが、この場合、受信局である端末の数が増加するに従って、スループットが急速に減少するという短所を有することが報告されている[12][14]。したがって、この欠点を補うことが可能な同報通信用の誤り制御方式を開発する必要がある。本論文の第1の目的は、端末数が増加してもその特性劣化を軽減し得る同報通信用誤り制御方式を提案し、その特性を解析することにある。

1.3 ランダムアクセス方式

複数の端末が共通の制御局へデータを伝送するためのプロトコルを考える。この場合、伝送路で生起する誤りとしては、雑音によるものよりも、各端末がランダムに送信したデータが伝送路上で衝突することに起因するものが支配的となる。この種の誤りを回避するためには、"多元接続方式"、特に"ランダムアクセス方式"と呼ばれるプロトコルが重要な役割を果たし、1970年代以降多くの方式が標準化あるいは実用化されている[2][26]-[28]。例えば、支線LANとして現在最も広く普及しているイーサネット(Ethernet)で実用化されているランダムアクセス方式は、IEEE802.3標準に準拠した2進数バックオフを採用したCSMA/CD方式である[6]。また、米国のAMPS (Advanced Mobile Phone System)、英国のTACS (Total Access Communication System)および北欧のNMT (Nordic Mobile Telephone)といったアナログ方式の自動車電話システムにおける移動端末発呼信号の伝送では、BTMA (Busy Tone Multiple Access)方式[35]あるいはICMA (Idle-signal Casting Multiple Access)方式にパケットの衝突検出機能を付加したランダムアクセス方式[37]が実用化され、ディジタル方式の自動車電話システムである欧州のGSM (Global System for Mobile Radio)[1]では、スロット付きアロハ方式が採用されている[8]。さらに、VSAT等の小型地球局を利用した衛星通信システムにおいても、やはりスロット付きアロハ方式あるいは回線予約信号の伝送にスロット付きアロハ方式を用いたDAMA (Demand Assigned Multiple Access)方式が一般的に用いられている[36]。

[1]当初は'Groupe Speciale Mobile'と呼ばれていた。

ランダムアクセス方式に関連する最近の研究課題としては、

(1) アロハ方式のように制御が簡潔であり、かつ CSMA 方式のように高スループットをもつ方式の開発

(2) ネットワークを常に安定に保つ CRA (Collision Resolution Algorithm) の開発

(3) 無線回線における捕捉効果[2]を考慮した場合の解析

等が挙げられる。特に、無線通信システムに代表されるように、伝送路に捕捉効果が存在する場合には、スロット付きアロハ方式のような簡易な方式であってもその特性が改善されることが知られている[38]-[52]。このような場合、制御局を複数にすることによって、一種のマクロダイバーシティ効果を得ることができ、一層の特性改善が見込まれることが十分に期待される。しかしながら、これに関する定量的な解析はほとんど行われていない。さらに、従来のランダムアクセス方式に関する研究では、伝送に失敗したパケットは何度でも再送が許されるという条件のもとで解析が行われている。しかしながら、輻輳制御の観点から、ランダムアクセス方式の実現に当たっては、再送回数を有限とする場合がほとんどである。この意味において、再送の打ち切りによるパケット廃棄に対する解析は不十分であるといわざるを得ない。本論文の第2の目的は捕捉環境下で制御局を複数にしたときの利得を定量的に解析するとともに、再送回数を有限とした場合の解析手法を明らかにすることにある。

1.4 論文の構成

本論文は、制御局と複数の端末から構成されるスター型パケット通信システムを対象として、高信頼度の通信を実現するために不可欠な要素技術の一つである誤り制御方式に関し、前述の2つの目的に対する研究成果をまとめたものである。

第1の目的に関しては、第2章から第4章において、最大距離分離符号[53]の有する種々の性質に着目し (第2章)、最大距離分離符号の用いた

[2]各端末と無線制御局間での伝搬損失の差、あるいはフェージング等による受信電力のばらつきにより、複数のデータが無線回線上で衝突しても、無線制御局がその中のあるデータを正しく受信することが可能である現象を'捕捉効果'と呼ぶ。

同報通信用誤り制御方式をいくつか提案し (第 3 章)、その特性を解析する (第 4 章)。

第 2 の目的に関しては、第 5 章において、平衡点解析[26][54]を応用することにより、捕捉環境下で制御局を複数とし、かつ、再送回数を有限とした場合の解析手法を明らかにする。

第2章　q^m元最大距離分離符号のq元最小距離に関する考察

2.1　緒言

本章では、第3章への準備として、最大距離分離符号 (以下では 'MDS 符号' (Maximum Distance Separable Code) と呼ぶ)[53]の有する諸特性を、q元符号とq^m元符号の関係という観点から明らかにする。特に、MDS 符号として、CD (Compact Disk)、DAT (Digital Audio Tape) 等の音響機器あるいは衛星通信等で広く用いられている q^m元 Reed-Solomon 符号から得られる q元符号が、ある種の重畳連接符号と同一視できることを明らかにし、この q元符号の最小距離に関する下界式を与える[1]。

MDS 符号は一般に、十分に大きな有限体 GF(q^m) の上で定義される[55]。しかしながら、MDS 符号 (特に Reed-Solomon 符号) を通信システムで利用する場合、この体の大きさに応じた多値変調方式を用いることはまれであり、通常、有限体の要素を2進あるいは4進表現することによって、2値あるいは4値の変調方式を採用したシステムを構成することが多い。このため、伝送路の状態によっては、Reed-Solomon 符号を q^m元符号として復号するよりも、2元あるいは4元符号として復号するほうが好ましい場合も多い。

Reed-Solomon 符号は、

(1) MDS 符号に属しており、符号化率の点で優れている

[1] qは素数の巾とする。

(2) 重み分布が既知である[53]

(3) Berlekamp-Massey 復号法[56]、Euclid 復号法[57][58]等の効率的な復号法が適用できる

等の理由により、従来より特に注目され、活発に研究されている符号の一つである。しかしながら、GF(q^m) 上で定義された q^m元 (n, k, $d = n-k+1$)Reed-Solomon 符号[2]を GF(q) 上に展開することによって得られる q元 (nm, km) 符号の最小距離あるいは重み分布等については、全く未知であるといっても過言ではない。ここで、q元最小距離およびq元重み分布を次のように定義する。

[**定義 2.1**] q^m元 (n, k) 符号より得られる q元 (nm, km) 符号の最小距離 (重み分布) を q元最小距離 (q元重み分布) と定義する。 (定義終)

このような状況の中で、特殊な生成多項式をもついくつかの 2^m元 Reed-Solomon 符号に対し、その2元重み分布公式が導出されていることは注目に値する[59]-[66]。これらの2元重み分布公式は、GF(2^m) の GF(2) 上の基底の選択に依存しないという興味深い性質を有している。しかしながら、このように GF(q^m) の GF(q) 上の基底の選択に依存しない q元重み分布をもつ q^m元 Reed-Solomon 符号は、むしろ特殊なクラスに属する[60][62]。それ故に、任意の q^m元 Reed-Solomon 符号の q元重み分布公式あるいは q元最小距離を導出することは、BCH 符号の重み分布公式の導出と同様に、一般に非常に困難な問題である。

以下では初めに、部分体部分符号の概念、有限体における Fourier 変換[67][68]等の基礎的な事項について述べ、さらに、時間領域で定義された q^m元 Reed-Solomon 符号を q元符号としてとらえると、いわゆる周波数領域では、重畳連接符号[69][70]とみなすことができることを明らかにする。そして、q元最小距離に関する下界式を与える。最後に、数値例を用いて、部分体部分符号をもたず、かつ、符号化率が 0.5 以下の q^m元 Reed-Solomon 符号では、q元最小距離が、q^m元符号としての最小距離 (q^m元最小距離) を大幅に上回る符号が存在することを示す。

[2]GF(q) 上で定義された符号長 n、情報記号数 k、最小距離 d なる線形符号を q元 (n, k, d) 符号と記すものとする。また、最小距離を明記する必要がない場合には、単に q元 (n, k) 符号あるいは (n, k) 符号と略記する。

2.2 定義と基本定理

本節では、以下の議論で必要となる誤り訂正符号 (特に MDS 符号) の基礎的な項目に関して簡単に説明する。

2.2.1 最大距離分離符号 (MDS 符号)

与えられた符号長 n および情報記号数 kのもとで最小距離 d をいかに大きくするかは、誤り訂正符号を構成する場合に重要な課題となる。なぜならば、最小距離 d によってその誤り訂正符号の有する誤り訂正能力 t が次式によって決定されるためである。

$$t = \left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor \tag{2.1}$$

ただし、$\lfloor x \rfloor$ は x 以下の最大整数を表す。

符号長 n および情報記号数 kが与えられたときの最小距離 d に関して、いくつかの限界式が知られている[53][55][71]。その中でも次の Singleton 限界式は重要な限界式 (必要条件) の一つである。

[定理 2.1] $(n,\ k,\ d)$ 符号の最小距離 d は

$$d \leq n - k + 1 \tag{2.2}$$

を満たす。

(証明) 例えば文献 [53][55][71] を参照。 (証明終)

[定義 2.2] 定理 2.1の Singleton 限界式を等号で満たす符号を 'MDS 符号' と定義する。 (定義終)

すなわち、MDS 符号は $(n,\ k,\ d)$ 符号の中で最も優れた符号化率を実現している。しかしながら、最も実用的な $q = 2$ である 2 元 MDS 符号として存在し得るものは、自明な $(n,\ n,\ 1)$ 符号および $(n,\ 1,\ n)$ 符号のみである。一方、q元 MDS 符号の符号長に関して、次の補題が成り立つ。

[補題 2.1] q元 $(n,\ k,\ n-k+1)$**MDS 符号の符号長は**

$$n \leq \begin{cases} q+2 & ;\ q\text{が偶数かつ } k=3,\ q-1 \text{ の場合} \\ q+1 & ;\ \text{その他の場合} \end{cases} \tag{2.3}$$

によって制限される。

(証明) 文献 [72] 参照。 (証明終)

次に、短縮符号とパンクチュア符号を定義する。

[定義 2.3] $(n,\ k,\ d)$ 符号のある特定の s 個の情報記号を削除した $(n-s,\ k-s,\ d)$ 符号を、'短縮符号' と定義する $(1<s<k)$。 (定義終)

[定義 2.4] $(n,\ k,\ d)$ 符号のある特定の p 個の検査記号を削除した $(n-p,\ k,\ d-p)$ 符号を、'パンクチュア符号' と定義する $(1<p<d)$。 (定義終)

このとき、次の補題が成り立つ。

[補題 2.2] MDS 符号から得られる短縮符号およびパンクチュア符号もまた MDS 符号である。

(証明) 定義より明らか。 (証明終)

2.2.2　重み分布

最小距離 d は、式 (2.1) で示されるように、その符号の誤り訂正能力、さらには誤りが正しく訂正される確率を導出する際に有用となる。誤り訂正符号の性能を更に詳細に解析するためには、その符号の重み分布を知る必要がある。

[定義 2.5] q元 $(n,\ k)$ 符号の Hamming 重みが i である符号語数を A_i とするとき、$(A_0,\ A_1,\ \cdots,\ A_n)$ を重み分布と定義する。 (定義終)

符号の重み分布を知ることができれば、誤訂正確率あるいは誤り見逃し確率といった各種の復号特性を解析することが可能となる。しかしながら、任意の $(n,\ k,\ d)$ 符号の重み分布を求めることは現在でも未解決の問題である。BCH 符号等の実用的に重要な符号でさえも、その重み分布が既知であるものは非常に限られている[53]。

このような状況の中で、MDS 符号に関しては、その重み分布が完全に既知である。

[定理 2.2] q元 $(n,\ k,\ d=n-k+1)$**MDS 符号において、Hamming 重みが** w**である符号語数は**

$$A_w = \binom{n}{k-1}(q-1)\sum_{j=0}^{w-d}(-1)^j\binom{w-1}{j}q^{w-d-j} \tag{2.4}$$

で与えられる $(d \le w \le n)$**。**

(証明) 例えば文献 [53] を参照。 (証明終)

さらに、2^m元 Reed-Solomon 符号では、特定の生成多項式より生成されるいくつかの符号に関しては、2 元符号としての重み分布が導出されている (表 2.1参照)。これらの 2 元重み分布公式は、GF(2^m) の GF(2) 上の基底の選択に依存しないという興味深い性質を有している。しかしながら、このように GF(q^m) の GF(q) 上の基底の選択に依存しない q 元重み分布をもつ q^m元 Reed-Solomon 符号は、むしろ特殊なクラスに属し、一般に、q^m元 Reed-Solomon 符号の q 元重み分布は、GF(q^m) の GF(q) 上の基底の選択に依存することが確かめられている[60][62]。

2.2.3 有限体上の Fourier 変換

有限体 GF(q) 上の Fourier 変換を次のように定義する。

表 2.1 : 2^m元 Reed-Solomon 符号の 2 元重み分布

生成多項式	2^m元 $(n,\ k,\ d)$	発見者
$x-\alpha$	$(2^m-1,\ 2^m-2,\ 2)$	嵩, Lin[59]
$(x-1)(x-\alpha)$	$(2^m-1,\ 2^m-3,\ 3)$	嵩, Lin[59]
$(x-\alpha)(x-\alpha^2)$	$(2^m-1,\ 2^m-3,\ 3)$	嵩, Lin[59]
$(x-1)(x-\alpha)(x-\alpha^2)$	$(2^m-1,\ 2^m-4,\ 4)$	嵩, Lin[59]
$\dfrac{x^n-1}{(x-\alpha^{-1})(x-\alpha^{-2})}$	$(2^m-1,\ 2,\ 2^m-2)$	今村, 吉田, 中村[61]
$\dfrac{x^n-1}{(x-1)(x-\alpha^{-1})(x-\alpha^{-2})}$	$(2^m-1,\ 3,\ 2^m-3)$	常盤, 笠原[63]
$(x-\alpha)(x-\alpha^2)(x-\alpha^3)$	$(2^m,\ 2^m-3,\ 4)$	Kasami, Lin[64]

注) αは GF(2^m) の原始元、すなわち 1 の $n=2^m-1$ 乗根である。

[定義 2.6] GF(q) 上の n 字組 $(c_0, c_1, \cdots, c_{n-1})$ に対し、次式で定義される変換を GF(q^m) 上の Fourier 変換と呼ぶ。

$$\begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_{n-2} \\ C_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 & \cdots & \alpha^{n-1} \\ 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \cdots & \alpha^{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \alpha^{n-2} & \alpha^{2(n-2)} & \cdots & \alpha^{(n-2)(n-1)} \\ 1 & \alpha^{n-1} & \alpha^{2(n-1)} & \cdots & \alpha^{(n-1)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_{n-2} \\ c_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$= A \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_{n-2} \\ c_{n-1} \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

ただし、n は $q^m - 1$ の約数、αは 1 の n 乗根である。 (定義終)

明らかに、$C_i \in$ GF(q^m) であり、さらに、$C_{iq} = (C_i)^q$なる関係が成り立つ。この関係を共役と呼ぶ[55]。また、式 (2.5) における変換行列Aは Vandermonde 行列であり、その行列式は 1 となるので[53]、逆行列を定義することが可能となる。すなわち、GF(q^m) 上の逆 Fourier 変換は

$$\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{n-1} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_{n-1} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

によって定義される。

2.2.4 重畳連接符号

ここでは、重畳連接符号[69][70]の符号構成法および復号法に関して、文献 [70] に従って説明する。詳細については文献 [70] を参照されたい。

[I]　符号構成法

q元重畳連接符号は、次のパラメータをもつU個の内部符号とU個の外部符号を用いて構成される。

(1) 第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$: q元$\left(n,\ \sum_{i=1}^{u} k^{(i)},\ d^{(u)}\right)$符号 $(1 \le u \le U)$

(2) 第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$: $q^{k^{(u)}}$元$\left(N,\ K^{(u)},\ D^{(u)}\right)$符号 $(1 \le u \le U)$

ここで、第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$は第 $(u+1)$ 内部符号 $\mathcal{I}_{u+1}$の部分符号となっていることに注意したい $(1 \le u < U)$。

符号化アルゴリズム

ステップ 1 : GF(q) 上で$\left\{\sum_{u=1}^{U} k^{(u)}K^{(u)}\right\}$個の情報記号を、$K^{(u)}$行 $k^{(u)}$列の U個の行列に配列する $(1 \le u < U)$。

ステップ 2 : 配列された各 $k^{(u)}$字組を GF$(q^{k^{(u)}})$ の元とみなし、それぞれを列方向に第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$で符号化し、符号語の各シンボルを再び GF(q) 上に展開する。

ステップ 3 : U個の外部符号の符号語を $K^{(u)}$の大きい順に列方向に連結する。

ステップ 4 : N個の行の$\left\{\sum_{u=1}^{U} k^{(u)}\right\}$字組を情報記号として行方向に第 U 内部符号で符号化する。このとき、各行の情報記号において、k字組の右端の$\left\{\sum_{i=u+1}^{U} k^{(i)}\right\}$個が零であれば、第 U内部符号 $\mathcal{I}_U$の符号語は第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$に属することとなる $(1 \le u \le U-1)$。

(構成法終)

図 2.1は、上記の符号化アルゴリズムを示したものである。

これより q元 $\left(Nn,\ \sum_{u=1}^{U} k^{(u)}K^{(u)}\right)$ 重畳連接符号を得る。また、重畳連接符号の最小距離に関して、次の補題が成り立つ。

[補題 2.3] 重畳連接符号の最小距離は、少なくとも

$$d_0 = \min_{1 \le u \le U} \left[D^{(u)}d^{(u)}\right] \tag{2.7}$$

以上である。

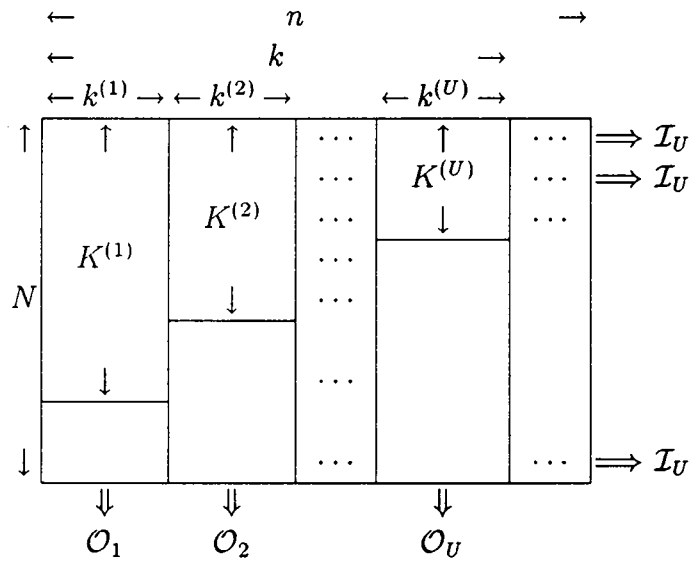


図 2.1：重畳連接符号の符号構成

(証明) 文献 [70] 参照。　　**(証明終)**

[II]　復号法

ここでは、q 元重畳連接符号に対して、$\lfloor (d_0-1)/2 \rfloor$ 個以下の誤りを訂正できる復号アルゴリズムを与える。ここで、受信語を

$$\begin{cases} \boldsymbol{R} & := & (R_0,\ R_1,\ \cdots,\ R_{N-1}) \\ R_j & := & (r_{0,j},\ r_{1,j},\ \cdots,\ r_{n-1,j}) \\ & & \quad ;\ r_{i,j} \in \mathrm{GF}(q),\ 0 \le j \le N-1 \end{cases} \tag{2.8}$$

また、第 u 受信語 $\boldsymbol{R}^{(u)}$ を $(1 \le u \le U)$

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}^{(u)} & := & \left(R_0^{(u)},\ R_1^{(u)},\ \cdots,\ R_{N-1}^{(u)}\right) \\ R_j^{(u)} & := & \left(r_{0,j}^{(u)},\ r_{1,j}^{(u)},\ \cdots,\ r_{n-1,j}^{(u)}\right) \\ & & \quad ;\ r_{i,j}^{(u)} \in \mathrm{GF}(q),\ 0 \le j \le N-1 \end{cases} \tag{2.9}$$

と定義する。

復号アルゴリズム

ステップ 1：初期条件として $u := U$、$\boldsymbol{R}^{(U)} := \boldsymbol{R}$ と設定する。

ステップ 2：第 u 受信語 $\boldsymbol{R}^{(u)}$ 内の N 個の $R_j^{(u)}$ に対し $(0 \le j \le N-1)$、$\mathrm{GF}(q)$ 上において第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$ による限界距離復号を行う。この場合、$\lfloor (d^{(u)}-1)/2 \rfloor$ 個以下の誤りを訂正できる。そして、復号された第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$ の符号語を $C_j^{(u)}$ とし、訂正個数 e に応じて、次式で定義される重み係数 $\theta_j^{(u)}$ を計算する $(0 \le j \le N-1)$。

$$\theta_j^{(u)} := \begin{cases} \dfrac{d^{(u)}-2e}{d^{(u)}} & ;\ e \text{ 個訂正の場合} \\ 0 & ;\ \text{誤り検出の場合} \end{cases} \tag{2.10}$$

ステップ 3：各 $C_j^{(u)}$ において、第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$ に対応する位置にある $k^{(u)}$ 字組を $\mathrm{GF}(q^{k^{(u)}})$ の元とみなした N 字組に対し、重み係数ベクトル $\left(\theta_0^{(u)}, \theta_1^{(u)}, \cdots, \theta_{N-1}^{(u)}\right)$ を用いて第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$ の GMD (Generalized Minimum Distance) 復号[73]を行う。そして、復号された第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$ の符号語を $\left(A_0^{(u)}, A_1^{(u)}, \cdots, A_{N-1}^{(u)}\right)$ とする $\left(A_j^{(u)} \in \mathrm{GF}(q^{k^{(u)}})\right)$。

ステップ 4 : N個の $A_j^{(u)}$を GF(q) 上に展開し、改めて第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$で符号化する。その結果を $B_j^{(u)}$とする。

ステップ 5 : 第 u 受信語 $R_j^{(u)}$から $B_j^{(u)}$を重畳分離する。すなわち、

$$R_j^{(u-1)} := R_j^{(u)} - B_j^{(u)} \quad ; 0 \leq j \leq N-1 \tag{2.11}$$

として $r_j^{(u-1)}$を設定する。

ステップ 6 : $u = 1$ の場合には復号を終了する。それ以外は、$u := u - 1$ としてステップ 2 へ移行する。

(アルゴリズム終)

2.3 q元符号としてのq^m元 Reed-Solomon 符号

q^m元 (n, k, d)Reed-Solomon 符号の生成多項式を

$$G(x) = \frac{x^n - 1}{(x-\alpha^s)(x-\alpha^{s+1})\cdots(x-\alpha^{s+k-1})} \tag{2.12}$$

とする。このとき、GF(q^m) の GF(q) 上のサイクルセットΓ_sに対し、サイクルセットの要素の数を与える関数 $E(s)$ および生成多項式 $G(x)$ の根ではない要素の数を与える関数 Fを次のように定義する[74]。

$$\begin{cases} E(s) &= \|\Gamma_s\| \\ F(s) &= \|\{\, i \mid G(\alpha^i) \neq 0,\ i \in \Gamma_s \,\}\| \end{cases} \tag{2.13}$$

ただし、$\|*\|$ は集合 $*$ の元の数を表す。ここで、関数 $E(s)$ の値は有限体の性質より m の約数となっていることに注意したい。

[例 2.1] GF(2^5) の GF(2) 上のサイクルセットは、

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \{0\} \\ \Gamma_1 &= \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\} \\ \Gamma_3 &= \{3,\ 6,\ 12,\ 24,\ 17\} \\ \Gamma_5 &= \{5,\ 10,\ 20,\ 9,\ 18\} \\ \Gamma_7 &= \{7,\ 14,\ 28,\ 25,\ 19\} \\ \Gamma_{11} &= \{11,\ 22,\ 13,\ 26,\ 21\} \\ \Gamma_{15} &= \{15,\ 30,\ 29,\ 27,\ 23\} \end{aligned}$$

である。ここで、GF(2^5) 上において

$$G(x) = \frac{x^{31} - 1}{(x - \alpha^{27})(x - \alpha^{28})(x - \alpha^{29})(x - \alpha^{30})}$$

を生成多項式にもつ 2^5元 (31, 4, 28)Reed-Solomon 符号を考える。このとき、αの指数 27〜30 が $G(x)$ の根ではないことから、

$$E(s) = \begin{cases} 1 & ;\ s = 0 \\ 5 & ;\ s = 1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 15 \end{cases}$$

$$F(s) = \begin{cases} 1 & ;\ s = 7 \\ 3 & ;\ s = 15 \\ 0 & ;\ s = 0,\ 1,\ 3,\ 5,\ 11 \end{cases}$$

である。　(例終)

次に、GF(q^m) の GF(q) 上の任意の基底 $\{\beta_0, \beta_1, \cdots, \beta_{m-1}\}$ を用いて q^m元 Reed-Solomon 符号の符号語を q 値展開すると、符号語多項式$\boldsymbol{C}(x)$は、

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C}(x) &= \sum_{i=0}^{n-1} C_i x^i \quad ;\ C_i \in \mathrm{GF}(q^m) \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} c_{i,j} \beta_j x^i \quad ;\ c_{i,j} \in \mathrm{GF}(q) \\ &= \sum_{j=0}^{m-1} C_j(x) \beta_j \end{aligned} \tag{2.14}$$

と書くことができる。ただし、

$$C_j(x) = \sum_{i=0}^{n-1} c_{i,j} x^i \quad ;\ 0 \le j \le m-1 \tag{2.15}$$

とする。以上のことを図 2.2に示す。

q^m元 Reed-Solomon 符号の生成多項式が式 (2.12) で与えられる場合、次の二つの定理が成り立つ。はじめに、m 個の $C_j(x)$ に対し、次の定理が成り立つ[74][75]。

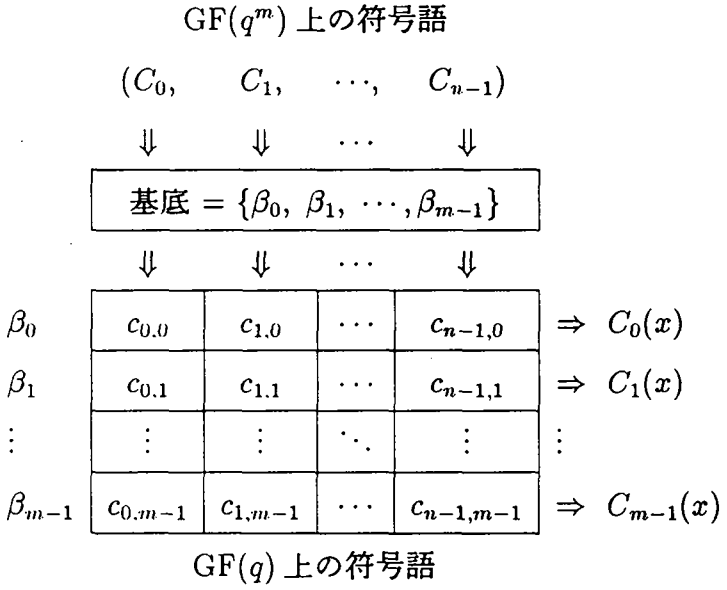


図 2.2：q^m元 Reed-Solomon 符号の q 値展開

[定理 2.3] $\mathrm{GF}(q)$ 上の多項式 $C_j(x)$ は、

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{x^n-1}{\mathrm{lcm}\left[M_s(x),\ M_{s+1}(x),\ \cdots,\ M_{s+k-1}(x)\right]} \\ &= \frac{x^n-1}{\prod\limits_{0<F(s)\le E(s)} M_s(x)} \\ &= \prod_{F(s)=0} M_s(x) \end{aligned} \tag{2.16}$$

を生成多項式にもつ q 元 BCH 符号の符号語多項式である。ただし、$M_s(x)$ はα^sに対する $\mathrm{GF}(q)$ 上の最小多項式であり、$\mathrm{lcm}[*,\ *]$ は $\mathrm{GF}(q)$ 上の最小公倍数 (多項式) を表す。

(証明) 任意のサイクルセットΓ_sの最小多項式 $M_s(x)$ に対し、定義より、

$$\begin{cases} E(s) &= \deg\left[M_s(x)\right] \\ F(s) &= E(s) - \deg\Big[\gcd\left[M_s(x),\ G(x)\right]\Big] \end{cases} \tag{2.17}$$

である。ただし、$\gcd[*,\ *]$ は $\mathrm{GF}(q^m)$ 上の最大公約数 (多項式) を表す。最小多項式 $M_s(x)$ の根を$\gamma\ (=\alpha^s)$, γ^q, $\cdots$, $\gamma^{q^{E(s)-1}}$ とし、これらの値を式 (2.14) に代入すれば、

$$\begin{aligned} C(\gamma^{q^\ell}) &= \sum_{j=0}^{m-1} C_j(\gamma^{q^\ell})\beta_j \\ &= \sum_{j=0}^{m-1} \{C_j(\gamma)\}^{q^\ell}\beta_j \\ &= a_\ell \quad ;\ 0 \le \ell \le E(s)-1 \end{aligned} \tag{2.18}$$

なる $E(s)$ 個の関係式を得る。ここで、最小多項式 $M_s(x)$ の $E(s)$ 個の根の中で $E(s)-F(s)$ 個は生成多項式 $G(x)$ の根となっていることから、右辺の $E(s)$ 個の a_ℓの中で $E(s)-F(s)$ 個は恒等的に零となる。

さらに、$E(s) < m$ の場合には、

$$\begin{aligned} C(\gamma^{q^\ell}) &= \sum_{j=0}^{m-1} C_j(\gamma^{q^\ell})\beta_j \\ &= \sum_{j=0}^{m-1} \{C_j(\gamma)\}^{q^{\{\ell \bmod E(s)\}}} \beta_j \\ &= a_{\{\ell \bmod E(s)\}} \quad ; \; E(s) \le \ell \le m-1 \end{aligned} \tag{2.19}$$

なる $m - E(s)$ 個の式を式 (2.18) に加えることによって、m 個の関係式を得る。これらを ℓ の値に応じて $q^{m-\ell}$乗し、式の順序を入れ換えることにより、

$$\begin{bmatrix} \beta_0 & \cdots & \beta_{m-1} \\ \beta_0^{q^{m-1}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-1}} \\ \beta_0^{q^{m-2}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-2}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0^{q^{m-E(s)+1}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-E(s)+1}} \\ \beta_0^{q^{m-E(s)}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-E(s)}} \\ \beta_0^{q^{m-E(s)-1}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-E(s)-1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0^{q^2} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^2} \\ \beta_0^{q} & \cdots & \beta_{m-1}^{q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0(\gamma) \\ C_1(\gamma) \\ C_2(\gamma) \\ \vdots \\ C_{E(s)-1}(\gamma) \\ C_{E(s)}(\gamma) \\ C_{E(s)+1}(\gamma) \\ \vdots \\ C_{m-2}(\gamma) \\ C_{m-1}(\gamma) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1^{q^{m-1}} \\ a_2^{q^{m-2}} \\ \vdots \\ a_{E(s)-1}^{q^{m-E(s)+1}} \\ a_0^{q^{m-E(s)}} \\ a_1^{q^{m-E(s)-1}} \\ \vdots \\ a_{E(s)-2}^{q^2} \\ a_{E(s)-1}^{q} \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

を得る。ここで、右辺の列ベクトルは、$\gamma\ (= \alpha^s)$ が $F(s) = 0$ である場合には零ベクトルとなり、γ が $F(s) > 0$ である場合には、式 (2.18) より、高々 $mF(s)/E(s)$ 個の非零元をもつ GF(q^m) 上のベクトルとなる。また、式 (2.20) の係数行列の行列式は、$\{\beta_j\}$ が基底であることから 1 である[53]。したがって、

$$C_j(\alpha^s) \begin{cases} \equiv 0 & ; \; F(s) = 0 \\ \not\equiv 0 & ; \; 0 < F(s) \le E(s) \end{cases} \tag{2.21}$$

が成り立つ。以上より、$C_j(x)$ は式 (2.16) を生成多項式にもつ q元 BCH 符号の符号語多項式となる。 (証明終)

次に、m 個の $C_j(x)$ の間に成り立つ関係式を導く[74]。

[定理 2.4] $0 < F(s) \leq E(s)$ なる s に対して、m 字組 $[C_0(\alpha^s), C_1(\alpha^s), \cdots, C_{m-1}(\alpha^s)]$ は $q^{E(s)}$元 $(m,\ mF(s)/E(s))$ 符号の符号語である。

(証明) 式 (2.18) の $E(s)$ 個の関係式を ℓの値に応じて $q^{m-\ell}$乗し、順序を入れ換えることにより、

$$\begin{bmatrix} \beta_0 & \cdots & \beta_{m-1} \\ \beta_0^{q^{m-1}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-1}} \\ \beta_0^{q^{m-2}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-2}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0^{q^{m-E(s)+1}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-E(s)+1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0(\gamma) \\ C_1(\gamma) \\ C_2(\gamma) \\ \vdots \\ C_{E(s)-1}(\gamma) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1^{q^{m-1}} \\ a_2^{q^{m-2}} \\ \vdots \\ a_{E(s)-1}^{q^{m-E(s)+1}} \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

を得る。ここで、恒等的に $a_\ell^{m-\ell} \equiv 0$ である $E(s) - F(s)$ 個の添え字 ℓを ℓ_iとし $(1 \leq i \leq E(s) - F(s))$、上式よりこれらの行のみを抽出すれば、

$$\begin{bmatrix} \beta_0^{q^{m-\ell_1}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-\ell_1}} \\ \beta_0^{q^{m-\ell_2}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-\ell_2}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0^{q^{m-\ell_{E(s)-F(s)}}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-\ell_{E(s)-F(s)}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0(\gamma) \\ C_1(\gamma) \\ \vdots \\ C_{m-1}(\gamma) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

を得る。左辺の係数行列を

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} \beta_0^{q^{m-\ell_1}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-\ell_1}} \\ \beta_0^{q^{m-\ell_2}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-\ell_2}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_0^{q^{m-\ell_{E(s)-F(s)}}} & \cdots & \beta_{m-1}^{q^{m-\ell_{E(s)-F(s)}}} \end{bmatrix}$$

とすれば、これは $\mathrm{GF}(q^m)$ 上の $\{E(s) - F(s)\} \times m$ 行列、すなわち $\mathrm{GF}(q^{E(s)})$ 上の $\{E(s) - F(s)\}m/E(s) \times m$ 行列である。一方、$C_j(\gamma) \in$

$\mathrm{GF}(q^{E(s)})$ であるから、$[C_0(\gamma), C_1(\gamma), \cdots, C_{m-1}(\gamma)]$ は$\boldsymbol{H}$を検査行列にもつ $\mathrm{GF}(q^{E(s)})$ 上の符号の符号語とみなすことができる。また、この符号の情報記号数は、最小多項式 $M_s(x)$ の $E(s)$ 個の根の中で $F(s)$ 個が $G(x)$ の根ではないことから、$mF(s)/E(s)$ となることは明らかである。 (証明終)

2.4 重畳連接符号としての構成

本節では、定理 2.3および 2.4に基づき、q元符号としての q^m元 Reed-Solomon 符号の構成に対し、重畳連接符号[69][70]としての解釈を与える。ただしここでは、2.2.4で述べた従来の重畳連接符号の定義をそのまま用いるのではなく、若干変更した定義を用いる。すなわち、以下で述べる重畳連接符号とは、その内部符号としては、従来通り、時間領域で定義された符号を用い、一方、外部符号として、$\mathrm{GF}(q^m)$ 上での Fourier 変換を用いて得られるいわゆる周波数領域で定義された符号を用いるものである。

はじめに、$\mathrm{GF}(q^m)$ の $\mathrm{GF}(q)$ 上のサイクルセットΓ_sがU個存在するものとし (例 2.1では $U=7$)、式 (2.17) で与えられる値 $E(s)$ および $F(s)$ を各最小多項式 $M_s(x)$ に与える。そして、各 $M_s(x)$ のもつ$\lambda_u = mF(s)/E(s)$ の値に応じて、

$$m \geq \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_U \geq 0 \tag{2.24}$$

となるように $M_s(x)$ に順序付けをし、u 番目の最小多項式を $M^{(u)}(x)$ と表す。これより、q元符号としての q^m元 Reed-Solomon 符号は、図 2.3に示すように、重畳連接符号と等価な符号とみなすことができる。ここで、第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$は $(1 \leq u \leq U)$、

$$g_u(x) = \begin{cases} (x^n-1)\left[\prod_{i=u}^{U} M^{(i)}(x)\right]^{-1} = \prod_{i=1}^{u-1} M^{(i)}(x) & ;\ 1 \leq u < U \\ g(x) & ;\ u = U \end{cases} \tag{2.25}$$

を生成多項式とする長さ n の q元 BCH 符号であり、一方、第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$は、定理 2.4で示される $q^{E(s)}$元 $(m, mF(s)/E(s))$ 符号である。文献 [70] の符号構成法に従ってこれを表現すれば、次のようになる。

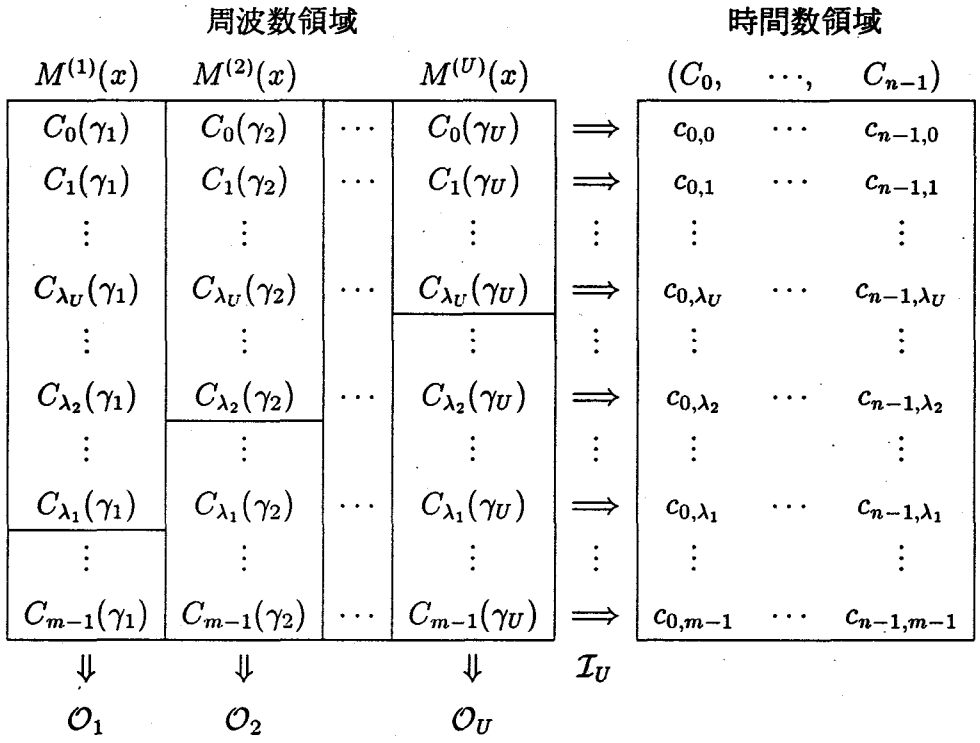


図 2.3：q^m元 Reed-Solomon 符号の重畳連接符号としての構成

符号化アルゴリズム

ステップ 1：式 (2.24) によって順序付けされた最小多項式 $M^{(u)}(x)$ に対し、適当な$\lambda_u = mF(s)/E(s)$ 個の $C_j(\alpha^s) \in \mathrm{GF}(q^{E(s)})$ を情報記号として、式 (2.23) に従って列方向に符号化する。

ステップ 2：符号化されたU個の m 字組を、λ_uの大きい順に行方向に連結する。

ステップ 3：$F(s) = 0$ となる最小多項式 $M_s(x)$ に対しては、$C_j(\alpha^s) = 0$ とする。

ステップ 4：m 個の各行に対して、共役の関係より、$C_j(\alpha^{sq}) = \{C_j(\alpha^s)\}^q$ として n 字組 $[C_j(1), C_j(\alpha), C_j(\alpha^2), \cdots, C_j(\alpha^{n-1})]$ を計算する $(0 \leq j \leq m-1)$。

ステップ 5：前ステップで算出された m 個の n 字組に対し、$\mathrm{GF}(q^m)$ 上の逆 Fourier 変換を行い、$\mathrm{GF}(q)$ 上の n 字組 $[c_{0,j}, c_{1,j}, \cdots, c_{n-1,j}]$ を求める。

(構成法終)

定理 2.3より、ステップ 5で生成された n 字組は式 (2.20) で生成される BCH 符号の符号語となっている。さらに、$mF(s)/E(s) < \lambda_u$である最小多項式 $M_s(x)$、すなわち、$(u-1)$ 番目までの最小多項式 $M^{(i)}(x)$ の根γに対し $(1 \leq i < u)$、$C_j(\gamma) = 0$ として逆 Fourier 変換を行えば、ステップ 5で生成された n 字組は式 (2.25) によって生成される第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$ (BCH 符号) の符号語となっている。

2.5 q元最小距離と復号法

2.5.1 q元最小距離

前節で示したように、q元符号としての q^m元 Reed-Solomon 符号を重畳連接符号として構成することにより、この q元符号の q最小距離に関して、次の定理が成り立つ。

[定理 2.5] q^m元 $(n,\ k,\ d)$Reed-Solomon 符号の q 元最小距離 d_Bは、次の下界式を満足する。

$$d_B \geq \max\left[d,\ d_0\right] \tag{2.26}$$

ただし、$d = n - k + 1$ である。また、d_0は重畳連接符号としての最小距離の下界値であり、補題 2.3より、

$$d_0 = \min_{1 \leq u \leq U} \left[d^{(u)} D^{(u)}\right] \tag{2.27}$$

で与えられる。ここで、$d^{(u)}$は第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$の最小距離、$D^{(u)}$は第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$の最小距離それぞれ表している。

(証明) q 元最小距離は、少なくとも、q^m元最小距離以上はあるので、明らかに

$$d_B \geq d \tag{2.28}$$

が成り立つ。また、前節のように重畳連接符号として構成できるので、補題 2.3より、

$$d_B \geq \min_{1 \leq u \leq U} \left[d^{(u)} D^{(u)}\right] \tag{2.29}$$

が成り立つ。　(証明終)

定理 2.5を用いて、実際に d_Bの下界値を計算するには、各 $d^{(u)}$および $D^{(u)}$を求める必要がある。内部符号の最小距離 $d^{(u)}$に関しては、BCH 下界式[55]などを用いることにより、$d^{(u)}$の真値を知らなくても十分なこともある。一方、外部符号の最小距離 $D^{(u)}$に関しては、式 (2.23) の係数行列 $\boldsymbol{H}$からその最小距離を求めなければならない。しかしながら、行列$\boldsymbol{H}$において、$\{\ell_1,\ \ell_2,\ \cdots,\ \ell_{E(s)-F(s)}\}$がある条件を満たす場合には、$D^{(u)}$に関して次の補題が成り立つ。

[補題 2.4] 次の 2 つの条件

(1) $E(s) - F(s) = 1$ である。

(2) $\{\ell_1,\ \ell_2,\ \cdots,\ \ell_{E(s)-F(s)}\}$ の中で、

$$\gcd\left[E(s),\ \ell_i - \ell_j \bmod E(s)\right] = 1 \quad ;\ i \neq j \tag{2.30}$$

を満たす組 $\{\ell_i,\ \ell_j\}$ が少なくとも 1 個存在する。

のいずれかを満足すれば、第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$の最小距離に関し、

$$D^{(u)} \geq E(s) - F(s) + 1 \tag{2.31}$$

が成り立つ。

(証明) はじめに、$E(s) - F(s) = 1$ の場合、

$$\beta_j^{q^m - \ell_1} \in \mathrm{GF}(q^m) \setminus \{0\} \tag{2.32}$$

であり、明らかに、

$$D^{(u)} \geq E(s) - F(s) + 1 = 2 \tag{2.33}$$

が成り立つ。

次に、$E(s) - F(s) > 1$ の場合、行列$\boldsymbol{H}$の m 個の列から任意に v個を選んで小行列$\boldsymbol{H}^{(v)}$を作る。このとき、$v \leq E(s) - F(s)$ であれば、

$$\mathrm{rank}\boldsymbol{H}^{(v)} = v \tag{2.34}$$

となることを vに関する帰納法で示す。$v = 1$ のときは明らかである。$1 \leq v < E(s) - F(s)$ のとき成り立つと仮定し、かつ、

$$\mathrm{rank}\boldsymbol{H}^{(v+1)} = v \tag{2.35}$$

と仮定すれば、

$$\boldsymbol{H}^{(v+1)}\boldsymbol{x}^{(v+1)} = 0 \tag{2.36}$$

を満たす零成分をもたない列ベクトル$\boldsymbol{x}^{(v+1)} = [x_0, x_1, \cdots, x_v]$ ($x_i \in \mathrm{GF}(q^{E(s)}) \setminus \{0\}$) が存在することになる。ここで、$x_v = 1$ としても一般性を失わない。すなわち、

$$\sum_{i=0}^{v-1} \beta_{j_i}^{q^{m-\ell_e}} x_i + \beta_{j_v}^{q^{m-\ell_e}} = 0 \quad ; 1 \le e \le E(s) - F(s) \tag{2.37}$$

が成り立つ。ただし、$\{j_i\}$ は小行列$\boldsymbol{H}^{(v+1)}$を構成する$\boldsymbol{H}$の列番号である。両辺を $q^{\ell_e - \ell_f}$乗すれば ($e \neq f$)、

$$\beta_{j_v}^{q^{m-\ell_f}} = -\sum_{i=0}^{v-1} \beta_{j_i}^{q^{m-\ell_f}} x_i^{q^{\ell_e - \ell_f}} \tag{2.38}$$

が得られる。ただし、$\ell_e - \ell_f$は $E(s)$ を法とする。したがって、式(2.37)における $e = f$となる式に式 (2.38) を代入すると、$\mathrm{rank}\boldsymbol{H}^{(v)} = v$という条件より、

$$x_i^{q^{\ell_e - \ell_f}} - x_i = 0 \quad ; 0 \le i \le v-1 \tag{2.39}$$

を得る。したがって、

$$x_i \in \mathrm{GF}(q^{\ell_e - \ell_f}) \setminus \{0\} \tag{2.40}$$

でなければならない。しかしながら、$1 \le \ell_e - \ell_f < E(s)$ かつ $x_i \in \mathrm{GF}(q^{E(s)}) \setminus \{0\}$ であるから、$\gcd[E(s),\ \ell_e - \ell_f \bmod E(s)] = 1$ を満たす組 $\{\ell_e,\ \ell_f\}$ が少なくとも 1 個存在するならば、$x_i \in \mathrm{GF}(q) \setminus \{0\}$ となる。これは、式 (2.37) を考慮すれば、$\{\beta_j\}$ が GF(q) 上で一次独立であるという基底の条件に反する。したがって、

$$\mathrm{rank}\boldsymbol{H}^{(v+1)} = v + 1 \tag{2.41}$$

でなければならない。すなわち、行列$\boldsymbol{H}$の m 個の列のうち、任意の $E(s) - F(s)$ 個は $\mathrm{GF}(q^{E(s)})$ 上で一次独立である。以上より補題が証明される。 (証明終)

ここで、式 (2.30) を満たす十分条件としては、$E(s)$ が素数であるか、あるいは、

$$\ell_e - \ell_f \equiv 1 \bmod E(s) \tag{2.42}$$

を満たす組 $\{\ell_e,\ \ell_f\}$ が存在することであることが導かれる。特に、m が素数であれば次の補題が成り立つ。

[補題 2.5] m が素数であれば、U個の外部符号 $\mathcal{O}_u$は全て MDS 符号である $(1 \leq u \leq U)$。

(証明) m が素数ならば、GF(q^m) の GF(q) 上の任意のサイクルセットΓ_sに対し、$E(s) = m$ である。すなわち、補題 2.4の条件 (2) を常に満足するので、

$$D^{(u)} \geq m - F(s) + 1 \tag{2.43}$$

である。一方、定理 2.4より、第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$は q^m元 $(m,\ F(s))$ 符号であり、定理 2.1より、

$$D^{(u)} \leq m - F(s) + 1 \tag{2.44}$$

である。したがって両式より、$D^{(u)} = m - F(s) + 1$ となり、式 (2.2) の等号が成り立つので、任意の外部符号 $\mathcal{O}_u$は MDS 符号である $(1 \leq u \leq U)$。 (証明終)

2.5.2 q元符号としての復号法

q元 $(nm,\ km,\ d_B)$ 符号としての q^m元 $(n,\ k,\ d)$Reed-Solomon 符号は、定理 2.5より、少なくとも

$$t_B = \left\lfloor \frac{\max[\,d,\ d_0\,] - 1}{2} \right\rfloor \tag{2.45}$$

個以下の GF(q) 上の誤りを正しく訂正することができる。実際の復号法は次のように行えばよい。

[I] $d \geq d_0$の場合

$\{\beta_j\}$ を基底として GF(q) 上での受信語を GF(q^m) 上に変換した後、GF(q^m) 上の限界距離復号法を行う。例えば、Peterson 復号法[55]あるいは Berlekamp-Massey 復号法[56]、Euclid 復号法[57][58]等が効率的である。

[II]　$d < d_0$**の場合**

GF(q) 上で重畳連接符号としての復号を次のように行う。ただし、受信語多項式を

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}(x) & := \displaystyle\sum_{j=0}^{m-1} R_j(x)\beta_j \\ R_j(x) & := \displaystyle\sum_{i=0}^{n-1} r_{i,j}x^i \qquad ;\ r_{i,j} \in \mathrm{GF}(q) \end{cases} \tag{2.46}$$

とし、また、第 u 受信語多項式 $R^{(u)}(x)$ を $(1 \le u \le U)$

$$\begin{cases} \boldsymbol{R}^{(u)}(x) & := \displaystyle\sum_{j=0}^{m-1} R_j^{(u)}(x)\beta_j \\ R_j^{(u)}(x) & := \displaystyle\sum_{i=0}^{n-1} r_{i,j}^{(u)}x^i \qquad ;\ r_{i,j}^{(u)} \in \mathrm{GF}(q) \end{cases} \tag{2.47}$$

とする。

復号アルゴリズム ($d < d_0$の場合)

ステップ 1：初期条件として $u := U$、$\boldsymbol{R}^{(U)}(x) := \boldsymbol{R}(x)$ と設定する。

ステップ 2：第 u 受信語多項式$\boldsymbol{R}^{(u)}(x)$ に含まれる m 個の $R_j^{(u)}(x)$ に対し $(0 \le j \le m-1)$、第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$による GF(q) 上での限界距離復号を行い、$\left\lfloor \left(d^{(u)} - 1\right)/2 \right\rfloor$ 個以下の誤りを訂正する。そして、訂正個数 e に応じて、訂正後の第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$の各符号語多項式 $C_j^{(u)}(x)$ に次式で与えられる重み係数$\theta_j^{(u)}$を与える。

$$\theta_j^{(u)} := \begin{cases} \dfrac{d^{(u)} - 2e}{d^{(u)}} & e \text{ 個訂正の場合} \\ 0 & \text{誤り検出の場合} \end{cases} \tag{2.48}$$

ステップ 3：各 $C_j^{(u)}(x)$ に GF(q^m) 上の Fourier 変換を行い、周波数領域に変換する。

ステップ 4：$mF(s)/E(s)$ の値に応じて順序付けされた最小多項式 $M_s(x)$ の u 番目の多項式 $M^{(u)}(x)$ の根 γ に対する GF(q^m) 上の m 字組 $\left[C_0^{(u)}(\gamma),\ C_1^{(u)}(\gamma),\ \cdots,\ C_{m-1}^{(u)}(\gamma)\right]$ を第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$ の符号語とみなし、重みベクトル $\left[\theta_0^{(u)}, \theta_1^{(u)}, \cdots, \theta_{m-1}^{(u)}\right]$ を用いて GMD 復号[73]を行う。復号された第 u 外部符号 $\mathcal{O}_u$ の符号語を $\left[\tilde{C}_0^{(u)}(\gamma), \tilde{C}_1^{(u)}(\gamma), \cdots, \tilde{C}_{m-1}^{(u)}(\gamma)\right]$ とする。

ステップ 5：$(u+1)$ 番目以上の順序付けされた最小多項式 $M_s(x)$ の根 α^s に対し、$\tilde{C}_j^{(u)}(\alpha^s) := 0$ と設定する $(0 \le j \le m-1)$。そして、$\left[\tilde{C}_j^{(u)}(1),\ \tilde{C}_j^{(u)}(\alpha^s),\ \tilde{C}_j^{(u)}(\alpha^{2s}),\ \cdots,\ \tilde{C}_{n-1}^{(u)}(\alpha^{(n-1)s})\right]$ に逆 Fourier 変換を施し、時間領域符号語 $A_j^{(u)}(x)$ を算出する。

ステップ 6：第 u 受信語多項式 $R_j^{(u)}(x)$ から $A_j^{(u)}(x)$ を重畳分離する。すなわち、

$$R_j^{(u-1)}(x) := R_j^{(u)}(x) - A_j^{(u)}(x) \quad ;\ 0 \le j \le N-1 \tag{2.49}$$

として $R_j^{(u-1)}(x)$ を設定する。

ステップ 7：$u = 1$ の場合には復号を終了する。それ以外は、$u := u - 1$ としてステップ 2 へ移行する。

(アルゴリズム終)

ここで、文献 [76][77] で提案されている復号法は、上述の復号アルゴリズムを特定の生成多項式をもつ Reed-Solomon 符号に適応したものである。

2.6 数値例

本節では、以上の議論に対する数値例を与える。

[例 2.2] 例 2.1で取り上げた 2^5元 (31, 4, 27)Reed-Solomon 符号を考える。2.4節に従って最小多項式 $M_s(x)$ を順序付けすれば、

$$M^{(1)}(x) \ = \ M_{15}(x)$$

$$M^{(2)}(x) = M_7(x) \tag{2.50}$$

である。この Reed-Solomon 符号の符号語を2値展開すれば、

$$\begin{aligned} C(x) &= \sum_{j=0}^{4} C_j(x)\beta_j \\ C_j(x) &= \sum_{i=0}^{30} c_{i,j}x^i \quad ;\ c_{i,j} \in \mathrm{GF}(2) \end{aligned}$$

となる。まず、定理2.3より、各 $C_j(x)$ は $(0 \le j \le 4)$

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{x^{31}-1}{M_7(x)M_{15}(x)} \\ &= M_0(x)M_1(x)M_3(x)M_5(x)M_{11}(x) \end{aligned}$$

を生成多項式にもつ BCH 符号の符号語である。次に、α^{15}の最小多項式 $M_{15}(x)$ の場合、$mF(15)/E(15) = 5{\cdot}3/5 = 3$ であるから、定理2.4より、$[C_0(\alpha^{15}),\ C_1(\alpha^{15}),\ \cdots,\ C_4(\alpha^{15})]$ は 2^5元 $(5,\ 3)$ 符号の符号語となる。同様にして、α^7の最小多項式 $M_7(x)$ の場合、$mF(7)/E(7) = 5{\cdot}1/5 = 1$ であるから、$[C_0(\alpha^7),\ C_1(\alpha^7),\ \cdots,\ C_4(\alpha^7)]$ は 2^5元 $(5,\ 1)$ 符号の符号語となる。その他の場合、すなわち$\gamma = 1,\ \alpha,\ \alpha^3,\ \alpha^5,\ \alpha^{11}$ の場合には、$[C_0(\gamma),\ C_1(\gamma),\ \cdots,\ C_4(\gamma)]$ は零ベクトルとなる。ここで、$m = 5$ は素数だから、補題2.5より、二つの外部符号 $\mathcal{O}_1$および $\mathcal{O}_2$ はともに MDS 符号となる。したがって、各部分符号は表2.2のようになる。以上より、この Reed-Solomon 符号は、図2.4のように重畳連接符号的に構成することができる。さらに、定理2.5より、この符号の2元最小距離に関し、

$$d_B \ge \max\Big[28,\ \min\left[16{\cdot}3 = 48,\ 12{\cdot}5 = 60\right]\Big] = 48$$

が成り立つ。 (例終)

[例2.3] 次の生成多項式をもつ2種類の 2^5元 $(31,\ 32-d,\ d)$Reed-Solomon 符号に関して、d をパラメータとして、定理2.5で与えられる2元最小距離 d_Bの下界値を表2.3に示す。

表 2.2 : 2^5元 (31, 4, 28)Reed-Solomon 符号に対する内部符号および外部符号

第 1 内部符号 $\mathcal{I}_1$	2 元 (31,5,16)BCH 符号 生成多項式 : $g_1(x) = \frac{x^{31}-1}{M_{15}(x)}$
第 1 外部符号 $\mathcal{O}_1$	2^5元 (5,3,3) 符号
第 2 内部符号 $\mathcal{I}_2$	2 元 (31,10,12)BCH 符号 生成多項式 : $g_2(x) = \frac{x^{31}-1}{M_{15}(x)M_7(x)}$
第 2 外部符号 $\mathcal{O}_2$	2^5元 (5,1,5) 符号

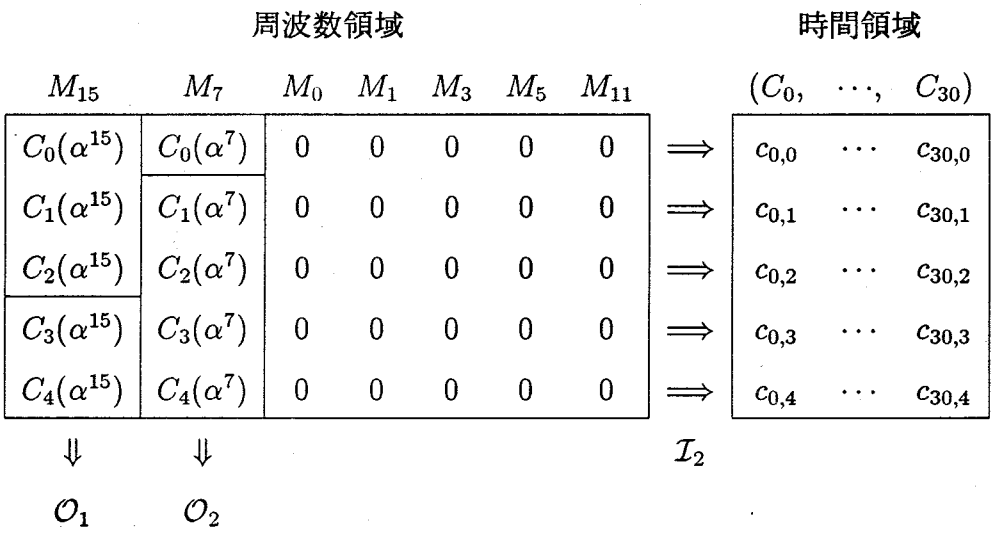


図 2.4 : 2元符号としての (31, 4, 28)Reed-Solomon 符号に対する重畳連接符号的構成

$$\text{タイプ}1 \quad : \quad G(x) = \sum_{i=1}^{d-1}(x-\alpha^i)$$
$$\text{タイプ}2 \quad : \quad G(x) = \sum_{i=0}^{d-2}(x-\alpha^i)$$

ここで、タイプ1の生成多項式は$(x-1)$と互いに素であるので、この符号はGF(2)上に2元部分体部分符号をもつ。一方、タイプ2の生成多項式によって生成される符号は部分体部分符号をもたないReed-Solomon符号である。ただし、内部符号であるBCH符号の真の最小距離[55]を用いたときの下界値を示し、BCH下界式で与えられる設計距離を用いた場合の値を括弧内に示す。 (例終)

上記の例より、符号化率の高い(dの小さい)Reed-Solomon符号では、2元最小距離d_Bはほぼdによって下界されてしまうものの、符号化率の低い(dの大きい)Reed-Solomon符号では、d_Bはdよりも大きな値で下界されることがわかる。また、GF(q^m)よりも小さな体に部分体部分符号をもつReed-Solomon符号の場合(例2.3のタイプ1はGF(2)上に部分体部分符号をもつ)、符号化率を低くしても、d_Bの下界値は部分体部分符号の最小距離によって上限されてしまう。このため、GF(q^m)上では同じパラメータの符号を生成する場合であっても、部分体部分符号をもたないReed-Solomon符号と比較して、部分体部分符号をもつReed-Solomon符号ではd_Bの大きなReed-Solomon符号を構成することが困難になる。例えば、生成多項式$G(x)$が$(x-1)$と互いに素である2^m元Reed-Solomon符号、すなわち、GF(2)上に部分体部分符号をもつ2^m元Reed-Solomon符号では、d_Bの下界値は高々$n = 2^m - 1$であり、大きなd_Bを期待することはできない。

2.7 結言

本章では、次章で用いる最大距離分離符号に属するq^m元Reed-Solomon符号から誘導されるq元符号が、ある種の重畳連接符号と等価な符号とみなすことができることを証明し、このq元符号の最小距離に関する下界式を与えた。また、導出された下界式から保証される個数の誤りを訂

表 2.3 : 2^5元 Reed-Solomon 符号の 2 元最小距離の下界値

GF(2^5)			d_Bの下界値		GF(2^5)			d_Bの下界値	
n	k	d	タイプ 1	タイプ 2	n	k	d	タイプ 1	タイプ 2
31	30	2	**2**	**2**	31	15	17	**17**	**17**
	29	3	**3**	4		14	18	**18**	**18**
	28	4	**4**	**4**		13	19	**19**	**20**
	27	5	**5**	**6**		12	20	**20**	**20**
	26	6	**6**	**6**		11	21	**25**(21)	**21**
	25	7	**7**	**8**		10	22	**25**(22)	**30**(22)
	24	8	**8**	**8**		9	23	**25**(23)	**30**(23)
	23	9	**9**	**9**		8	24	**25**(24)	**30**(24)
	22	10	**10**	**10**		7	25	**31**(28)	**30**(25)
	21	11	**11**	**11**		6	26	**31**	**40**
	20	12	**12**	**12**		5	27	**31**	**40**
	19	13	**13**	**13**		4	28	**31**	**48**
	18	14	**14**	**14**		3	29	**31**	**60**(50)
	17	15	**15**	**15**		2	30	**31**	**64**
	16	16	**16**	**16**		1	31	**31**	**80**

注) 括弧内の数値は第 u 内部符号 $\mathcal{I}_u$の最小距離 $d^{(u)}$ として BCH 下界式で与えられる設計距離を用いた場合を示す。

正し得る復号法を明らかにした。本章で導出された下界式は、GF(q^m) のGF(q) 上の基底の選択に全く依存しないという特徴を有している。

その結果、符号化率が 0.5 以下の q^m元 Reed-Solomon 符号では、q元最小距離が q^m元最小距離を大幅に上回る符号の存在が明らかとなった。特に、同一のパラメータをもつ q^m元 Reed-Solomon 符号であっても、部分体部分符号をもたない場合、q元最小距離が大きくなることを示した。しかしながら、定理 2.5を利用して、q^m元 Reed-Solomon 符号から得られる q元符号の最小距離を計算するには、外部符号の最小距離を知る必要がある。m が素数であれば、補題 2.5より外部符号は MDS 符号となるので、外部符号の最小距離を容易に求めることができる。一方、m が合成数の場合、外部符号の最小距離を求めることは補題 2.4を考慮しても、一般に容易なことではない。これは今後の課題として残された問題である。

なお、本章の結果をふまえ、q^m元 Reed-Solomon 符号から誘導される q 符号の各種通信システムにおける性能が、泉田·三田·土居·今井[78]、稲葉·森井·笠原[79][80]、鴻巣·西島·平澤[81]によって解析されている。

第3章　最大距離分離符号を用いた同報通信用誤り制御方式

3.1　緒言

本章では、一対一通信用誤り制御方式を同報通信に直接適用した場合の問題点 (受信局数の増加による諸特性の劣化) とその原因を明らかにするとともに、前章で考察を行ったMDS符号を利用することによって、この問題点を回避し得る新しい同報通信用誤り制御方式をいくつか提案する。

無線通信システムに代表されるスター型通信システムは、元来、同報性を自然な形で備えているもの[3]、同報通信を対象とした誤り制御方式に関する研究は従来ほとんど行われていなかった。諸特性の劣化を考慮する必要がなければ、同報通信システムに対して、一対一通信用の誤り制御方式を直接適用することが可能である。このため、同報通信システムに対しても、一対一通信用誤り制御方式を直接適用しているのが現状である。

しかしながら、従来の一対一通信用誤り制御方式を同報通信に用いた場合、再送パケットはある特定の情報パケットに生起した誤りしか訂正できないために、たとえ誤り率が十分に小さい場合であっても、一般に受信局数に比例した再送パケットが必要となり、結果としてスループットが劣化してしまう[9][10][12][14][18]。しかしながら、誤り訂正符号を用いて再送パケットを生成すると、再送パケットは任意の複数個の情報パケットに生起した誤りを同時に訂正することが可能となり、受信局数の増加によるスループット劣化を回避することが可能となる[11][19]-[25]。本章では、再送パケットを生成するための誤り訂正符号として、符号化率の点で優れてい

る MDS 符号を利用している。MDS 符号を利用する場合、符号長、情報記号数、最小距離のいずれかを固定し、他のパラメータを可変とすることにより、3 種類の異なる同報通信用誤り制御方式を構成することが可能となる。

以下では、初めに、一対一通信用誤り制御方式を同報通信に直接適用した場合に生起する問題点を明らかにした後、MDS 符号の符号長を固定した方式のアルゴリズムを与える[23][25]。続いて、情報記号数を固定した方式[19][20]と最小距離を固定した方式のアルゴリズム[1]を明らかにする。なお、

(1) $\mathcal{N}$固定方式 — MDS 符号の符号長を固定した方式

(2) $\mathcal{K}(N)$ 固定方式 — MDS 符号の情報記号数を固定した方式

(3) $\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式 — MDS 符号の情報記号数を固定した方式 (符号化率が十分に小さい場合)

(4) $\mathcal{D}$固定方式 — MDS 符号の最小距離を固定した方式

と呼ぶこととする。

3.2　同報通信用誤り制御方式における問題点

一対一通信用誤り制御方式を同報通信に直接適用した場合の最大の問題点は、端末数 (受信局数) の増加による諸特性の急激な劣化である。したがって、同報通信システムにおいては、端末数が増加した場合であっても特性劣化を軽減し得る誤り制御方式が要求される。

初めに、この特性劣化の原因について考察する。簡単な例として、一対二同報通信システムを考える。図 3.1は、制御局 (送信局) が 2 個の端末に情報パケットI_1〜I_9を SR (Selective Repeat) 方式に従って伝送している様子を表している。図 3.1において、I_jはパケット番号が jである情報パケットを表し、R_jはパケット番号が jである再送パケットを表している。

[1]文献 [21] では文献 [13] の方式を一般化することによって、最小距離を固定した MDS 符号を利用した同報通信用誤り制御方式が提案されている。しかしながら、この方式を実現するためには符号長が無限大の MDS 符号を必要とする。現時点では、q元 MDS 符号の符号長は補題 2.1 によって制限されているので、文献 [21] の方式をここでは取り扱わないこととする。

この図から明らかなように、一対一通信用誤り制御方式を適用すると、情報パケットI_5、I_6およびI_8は、一方の端末では正しく受信されているにも関わらず、他の端末が誤って受信しているために、これらのパケットは再送されなければならない。また、再送パケットはある特定の情報パケットに生起した誤りのみを訂正するために利用されるため、例えば、再送パケットR_5は端末1にとって全く無意味なパケットということになる。したがって、制御局と各端末間の通信路における誤り過程が統計的に独立であれば、再送パケット数は通信路誤り率の大小とは無関係に、端末数に比例してしまい、その結果、スループット特性が劣化する。さらに、再送パケットが正しく受信されるまで、そのパケットは再送され続けなければならないことも特性劣化の原因の一つである。以上より、一対一通信用誤り制御方式 (SR 方式) を同報通信に適用した場合の問題点として、

(1) 再送パケットは、ある特定の情報パケットに生起した誤りに対してのみ効果を発揮すること

(2) 再送パケットを誤りなく受信しない限り再送が継続されること

の2点が考えられる。

この特性劣化を回避する対策としては、例えば図3.2に示すように、誤り訂正符号を利用して再送パケットを生成することが考えられる。図3.2において、各パケットは GF(q) 上の L 字組で表現できるものとし、情報パケットI_jを $(x_{j,1}, x_{j,2}, \cdots, x_{j,L})$ と表している $(x_{j,\ell} \in \mathrm{GF}(q))$。再送パケットの生成に際し、任意の誤り訂正符号を利用することが可能であるが、ここでは、符号化率の点で最も優れている MDS 符号を利用している。このようにして生成された再送パケットを用いた提案方式の一例を図3.3に示す。ただし、各端末における誤りの生起は図3.1と同一であるものとし、図3.2に示す符号化によって生成された第r再送パケットをR_rと表す。図3.3の例において、端末1は3個の再送パケットR_1〜R_3中、少なくとも2個を正しく受信すれば、MDS 符号の消失復号によって、情報パケットI_3およびI_6に生起している誤りを訂正することが可能であり、一方、端末2は3個の再送パケットを全て正しく受信できれば、情報パケットI_3、I_5およびI_8に生起している誤りを訂正することが可能である。このように MDS 符号の消失復号を利用した同報通信用誤り制御方式は Metzner によって初めて提案されている[11]。本章で提案する同報通信用誤り制御方式では、この Metzner による方式を拡張し、MDS 符号の GMD (Generalized

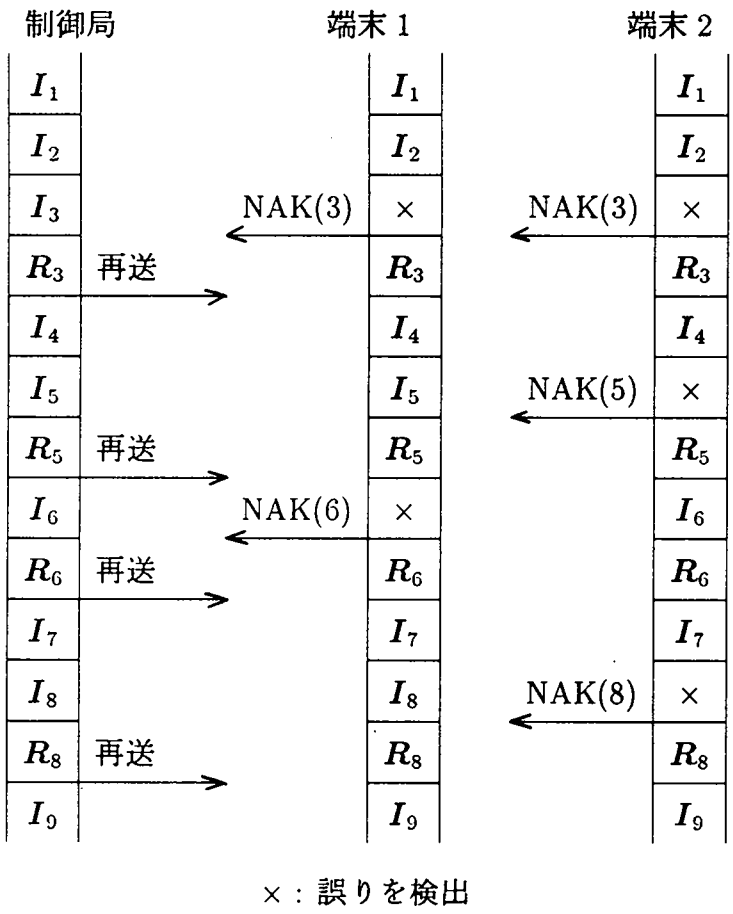


図 3.1：一対二同報通信に一対一通信用誤り制御方式を適用した例

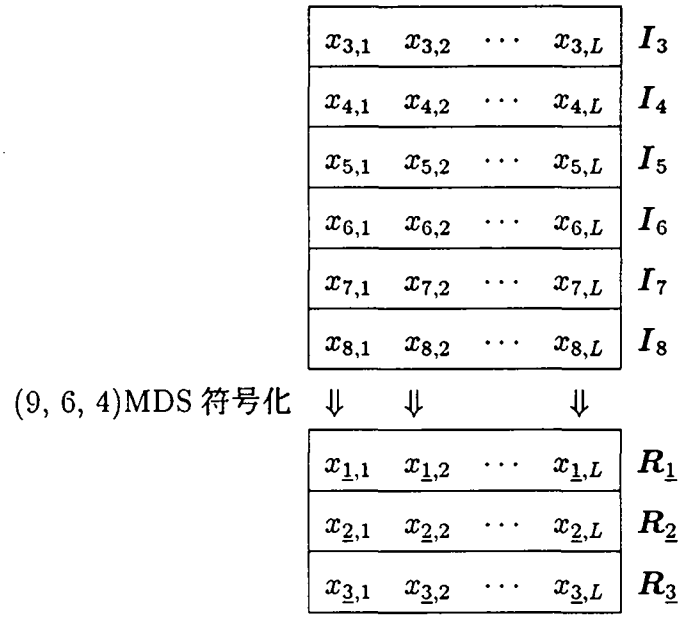


図 3.2 : (9, 6, 4)MDS 符号による再送パケットの生成

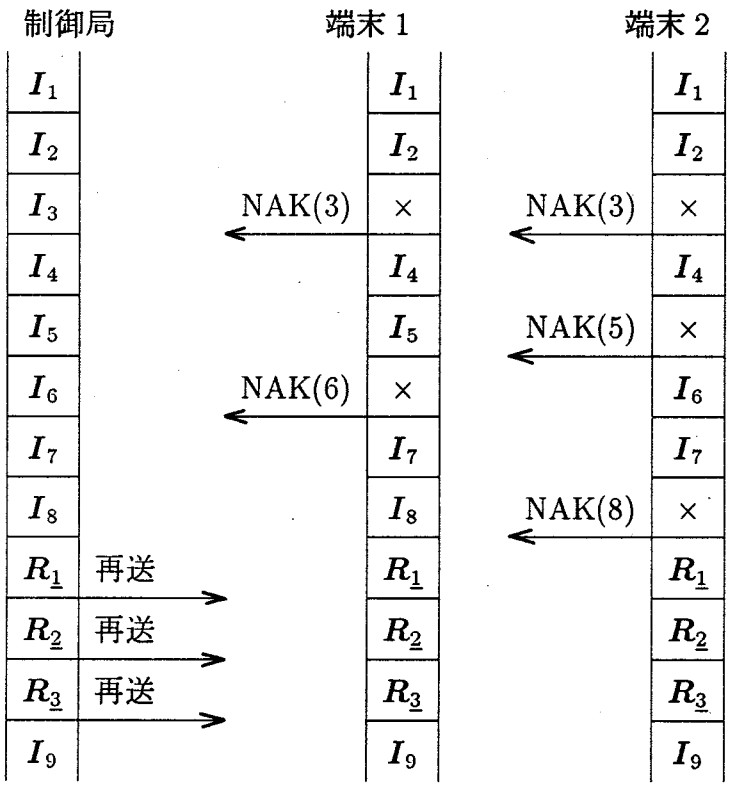

制御局
端末 1
端末 2
I_1
I_2
I_3
I_4
I_5
I_6
I_7
I_8
R_1
R_2
R_3
I_9
NAK(3)
NAK(6)
NAK(5)
NAK(8)
×
再送
×：誤りを検出

図 3.3：提案方式の一例

Minimum Distance) 復号[73]を利用することによって、より一層の特性改善を狙ったものである。すなわち、誤りパケット内の誤り個数はパケット長 L と比べ、一般に小さいと考えられるので、例えば、端末2がある再送パケットを正しく受信できなかった場合であっても、MDS 符号で符号化されている各 $(x_{3,\ell}, x_{4,\ell}, \cdots, x_{8,\ell}, x_{\underline{1},\ell}, x_{\underline{2},\ell}, x_{\underline{3},\ell})$ に対し $(1 \leq \ell \leq L)$、(9, 6, 4)MDS 符号の GMD 復号を行うことによって、誤りを訂正できる可能性が生み出されることとなる。このように、誤り訂正符号を利用して再送パケットを生成することにより、一対一通信用誤り制御方式を同報通信に直接適用するより再送パケットの数を減少させることが可能となり、結果として、スループット特性の劣化を軽減することができる。

3.3 システムモデル

制御局が M個の端末に対し、0 から $(N-1)$ までのパケット番号を含むヘッダ領域と誤り検出のための FCS (Frame Check Sequence) とを含むパケットを、連続的に送信する 1 対 M同報通信システムを考える。制御局は、送信した情報パケット番号および NAK (Negative AcKnowledgement) を送信してきた端末番号とそのパケット番号を書き込むための N行 M列の NAK テーブル (図 3.4参照) を有している。NAK テーブルの第 m 列は端末 m に対応する $(1 \leq m \leq M)$。また、NAK テーブルの各列の上方に記入された番号は送信された情報パケット番号を表し、下方に記入された番号は端末 m が NAK を送信したパケット番号を表している。一方、各端末は Nパケットの容量をもつ受信バッファをもち、パケット誤りの有無等に応じて、パケット番号を付した ACK (positive ACKnowledgement)、NAK、RR (Receive Ready) のいずれかを送信局に返送する。簡単のために、次の仮定を置く。

[仮定 3.1] 制御局と各端末間の伝搬遅延時間は、パケット時間と比べ十分に小さい。

[仮定 3.2] パケット番号が誤って受信される確率は十分に小さい。

[仮定 3.3] パケット番号が jであるパケットのヘッダ領域を除くデータ系列を、GF(q) 上の L 字組 $(x_{j,1}, x_{j,2}, \cdots, x_{j,L})$ で表現し$(x_{j,\ell} \in \mathrm{GF}(q))$、送信シンボル $x_{j,\ell}$に対する受信シンボルを $y_{j,\ell}$と表す$(y_{j,\ell} \in \mathrm{GF}(q))$。

端末番号

	1	2	3	$\cdots$	$M-1$	M	
1	5	5	5	$\cdots$	5	5	
2	6	6	6	$\cdots$	6	6	
3	7	7	7	$\cdots$	7	7	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	
$k-1$	$k+3$	$k+3$	$k+3$	$\cdots$	$k+3$	$k+3$	
k	$k+4$	$k+4$	$k+4$	$\cdots$	$k+4$	$k+4$	
$\vdots$							
$N-3$							
$N-2$	k						$\Rightarrow h=3$
$N-1$	6					k	
N	5	$k+3$				7	

$j_1 = 5,\ j_2 = 6,\ \cdots,\ j_k = k+4$

図 3.4：NAK テーブルの具体例

次節以降で、各提案方式に対するアルゴリズムを説明する。各提案方式とも、次の 3 種類のモードに分割することができる。すなわち、

(1) **正常モード** — 制御局が情報パケットを無条件に送信できるモード

(2) **遷移モード** — 各方式に依存した条件を満たすまで制御局が情報パケットを送信できるモード

(3) **再送モード** — MDS 符号を用いて生成された再送パケットを送信して端末における誤り訂正を待つモード

である。また、各方式とも、再送モードにおいて連続的に送信される再送パケット数は、各端末が保持する誤りパケット数の最大値以上に設定される[2]。したがって前節で例示したように、各端末は、少なくとも自局が保持する誤りパケット数と等しい個数の再送パケットを正しく受信すれば、MDS 符号の消失復号によって誤りを訂正することができる。また、消失復号による誤り訂正に失敗した場合であっても、MDS 符号の GMD 復号により誤りを訂正できる可能性を有していることに注意したい。

なお以下では、端末 m がもつ誤りパケット数を $h(m)$ と表し $(1 \leq m \leq M)$、N を法とする加算を $\uplus$ で表す。

3.4 MDS 符号の符号長を固定した方式 ($\mathcal{N}$固定方式)

再送パケット生成用として、符号長が固定された q 元 $(N,\ k,\ N-k+1)$MDS 符号を考える。ただし、情報記号数 k および最小距離 $(N-k+1)$ は可変とする。

$\mathcal{N}$固定方式

[正常モード]

ステップ N1 (制御局) : 情報パケット番号 j を初期化し、$h(m) := 0$ と設定して NAK テーブルをクリアする $(1 \leq m \leq M)$。

[2] $\mathcal{D}$固定方式では最大値以上に設定され、他の方式では最大値と等しい値に設定される。

ステップ N2 (制御局) : 情報パケットI_jを送信する。

ステップ N3 (端末m) 情報パケットI_jを受信し、受信バッファの第1ポジションに書き込み、FCSを利用して誤り検出を行う。誤りが検出されなければ ACK(m,j) を返送し、情報パケットI_jの信頼度θ_jを $0 < \theta_j \leq 1$ とする[3]。一方、誤りが検出されれば NAK(m,j) を返送し、信頼度を $\theta_j := 0$ とする。

ステップ N4 (制御局) : 全端末からの応答を受信する。全てが ACK(m,j) ならば $j := j \uplus 1$ としてステップ N2へ移行する。NAK(m,j) が存在する場合、NAK テーブル第1行にM個の情報パケット番号jを記入し (図 3.4では $j=5$)、$k := 1$ と設定する。さらに、NAK テーブル第N行 m 列に誤りパケット番号jを記入し (図 3.4では $j=5, m=1$)、$h(m) := 1$, $h := \max_{1 \leq m \leq M} \left[h(m)\right] = 1$ および $j := j \uplus 1$ と設定し、遷移モード (ステップ T1) へ移行する。

[遷移モード]

ステップ T1 (制御局) : 次の等式が成り立つか否かを調べる。

$$\begin{cases} k + h = N \\ k + h = N - 1 \end{cases} \tag{3.1}$$

いずれかが成り立つ場合、再送モード (ステップ R1) へ移行する。それ以外は次の情報パケットI_jを送信する。

ステップ T2 (端末m) : 情報パケットI_jを受信し、受信バッファの第$(k+1)$ポジションに書き込み、ステップ N3と同様の処理を行う。

ステップ T3 (制御局) : 全端末からの応答を受信し、$k := k+1$ とし、NAK テーブル第k行にM個の情報パケット番号jを記入する。NAK(m,j) が存在する場合、$h(m) := h(m) + 1$ として NAK テーブル第 $\{N + 1 - h(m)\}$ 行 m 列に誤りパケット番号jを記入する。そして、$h := \max_{1 \leq m \leq M} \left[h(m)\right]$, $j := j \uplus 1$ と更新し、ステップ T1へ移行する。

[3]例えば、各パケットに対する通信路符号として畳み込み符号を用い、受信側で Viterbi 復号を行っていれば、復号後の尤度関数を信頼度θ_jに割り当て、ブロック符号による FEC を行っていれば、例えば式 (2.10) と同様に、誤り訂正個数に応じて信頼度θ_jを計算することができる[83]。

[再送モード]

ステップ R1 (制御局) : NAK テーブル第 1〜k行に記録されている k個の情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_k}$を用いて $(N-k)$ 個の再送パケットを次の手順で生成する (図 3.4では $j_1=5, j_k=k+4$)。

(a) 情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_k}$から得られる L 個の k字組 $(x_{j_1,\ell}, x_{j_2,\ell}, \cdots, x_{j_k,\ell})$ を $(N,\ k,\ N-k+1)$ MDS 符号によって組織符号化する $(1 \le \ell \le L)$。得られた検査記号を$\left(x_{\underline{1},\ell}, x_{\underline{2},\ell}, \cdots, x_{\underline{N-k},\ell}\right)$ とする。

(b) $(N-k)$ 個の L 字組$\boldsymbol{R}_{\underline{r}} = \left(x_{\underline{r},1}, x_{\underline{r},2}, \cdots, x_{\underline{r},L}\right)$ を再送パケットとする $(1 \le r \le N-k)$。この場合、再送パケットもまた、FCS をもつことに注意したい[83]。

ステップ R2 (制御局) : $(N-k)$ 個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{N-k}}$ を送信する。

ステップ R3 (端末 m) : $(N-k)$ 個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{N-k}}$ を受信し、受信バッファに順次書き込む。受信バッファに書き込まれている N個の各再送パケットに対し、ステップ N3同様にパケット信頼度$\theta_{\underline{r}}$ を算出する $(1 \le r \le N-k)$。ここで、受信バッファ内の情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_k}$に対しても、FCS による誤り検出が再度行われることに注意したい。既に RR$(m, j_k \uplus 1)$ を返送していれば、再度これを返送する。それ以外の場合には、情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_k}$ および $(N-k)$ 個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{N-k}}$ から構成される L 個の$\boldsymbol{Y}_\ell = (y_{j_1,\ell}, y_{j_2,\ell}, \cdots, y_{j_k,\ell}, y_{\underline{1},\ell}, y_{\underline{2},\ell}, \cdots, y_{\underline{N-k},\ell})$ に対し $(1 \le \ell \le L)$、各パケットに対する信頼度 $\{\theta_{j_1}, \theta_{j_2}, \cdots, \theta_{j_k}, \theta_{\underline{1}}, \theta_{\underline{2}}, \cdots, \theta_{\underline{N-k}}\}$を$\boldsymbol{Y}_\ell$の各シンボルに対する信頼度として、$q$元 $(N,\ k,\ N-k+1)$MDS 符号の GMD 復号を行う[4]。

ステップ R4 (端末 m) : 全$\boldsymbol{Y}_\ell$ $(1 \le \ell \le L)$ に対する復号が完了した場合には RR$(m, j_k \uplus 1)$ を制御局に返送する。一方、復号が完了しなかった$\boldsymbol{Y}_\ell$が存在する場合には、RR(m, j_1) を制御局に返送する。ただし、後者の場合、復号が完了した$\boldsymbol{Y}_\ell$に関しては、復号された $(N,\ k,\ N-k+1)$MDS 符号の符号語を新しい$\boldsymbol{Y}_\ell$とすることによって$\boldsymbol{Y}_\ell$を更新する。

ステップ R5 (制御局) : 全端末から RR を受信する。全て RR$(m, j_k \uplus 1)$ の場合、正常モード (ステップ N1) へ移行する。それ以外はステップ

[4]信頼度が$\theta_j \in \{0,\ 1\}$ である場合には、通常の限界距離復号および$\theta_j = 0$ なるシンボルを消失とする消失-誤り復号を行うことになる。

R2へ移行する。

(アルゴリズム終)

明らかに $1 \leq h \leq k$であるから、$\mathcal{N}$固定方式で用いられる MDS 符号の情報記号数 kは通信路状態に応じて $\lfloor N/2 \rfloor$ 以上 $(N-2)$ 以下の整数値をとり得ることに注意したい。ここで、式 (3.1) の第1条件によって再送モードへ移行した場合には、$(N,\ k,\ h+1)$MDS 符号が用いられ、第2条件による場合には $(N,\ k,\ h+2)$MDS 符号が用いられる。再送モード移行時の NAK テーブルの状態の例を図 3.5に示す。図 3.5(a) は式 (3.1) の第1式によって移行した状態であり、端末1が再送モードへの移行を誘発している。この場合、NAK テーブルの第 k行に記入されたパケット番号と第 $(k+1)$ 行に記入されたパケット番号は必ず等しくなる。また、図 3.5(b) は式 (3.1) の第2式によって移行した状態であり、端末1および端末 Mが再送モードへの移行を誘発している。

GMD 復号は少なくとも通常の限界距離復号および$\theta_j = 0$ なるシンボルを消失とする消失-誤り復号を行うので、次の補題が成り立つ。

[補題 3.1] ステップ R3において、k個の情報パケット $\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_k}$中に t 個 $(1 \leq t \leq N-k)$ の誤り情報パケットを有する端末 m は、次の条件のいずれかを満たすとき、$\mathbf{RR}(m, j_k \oplus 1)$ を返送できる。

(a) $(N-k)$ 個の再送パケット $\boldsymbol{R}_{\underline{1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{N-k}}$ のうち少なくとも t 個のパケットを正しく受信する。

(b) 任意の$\boldsymbol{Y}_\ell$に、高々$\lfloor (N-k)/2 \rfloor$ 個の誤りしか生起していない $(1 \leq \ell \leq L)$。

ただし、FCS の誤り見逃し確率は十分に小さいものとする。

(証明) FCS の誤り見逃し確率が十分に小さければ、誤りを含むパケットの信頼度は零と考えることができる $(\theta_j = 0)$。したがって、(a) の場合には MDS 符号の消失復号によって、(b) の場合には限界距離復号によって、情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_k}$における任意の誤りを訂正することができる。

(証明終)

端末番号

	1	2	3	$\cdots$	$M-1$	M	
1	5	5	5	$\cdots$	5	5	
2	6	6	6	$\cdots$	6	6	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	
k	$k+4$	$k+4$	$k+4$	$\cdots$	$k+4$	$k+4$	
$k+1$	$k+4$						$\Rightarrow h = N-k$
$k+2$	$k-2$					$k+4$	
$\vdots$							
$N-1$	6					k	
N	5	$k+3$				7	

(a) 式 (3.1) の第 1 式によって移行した場合

端末番号

	1	2	3	$\cdots$	$M-1$	M	
1	5	5	5	$\cdots$	5	5	
2	6	6	6	$\cdots$	6	6	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	
k	$k+4$	$k+4$	$k+4$	$\cdots$	$k+4$	$k+4$	
$k+1$							
$k+2$	$k-2$					$k+4$	$\Rightarrow h = N-k-1$
$\vdots$							
$N-1$	6					k	
N	5	$k+3$				7	

(b) 式 (3.1) の第 2 式によって移行した場合

図 3.5 : 再送モード移行時の NAK テーブルの例 ($\mathcal{N}$固定方式)

3.5　MDS 符号の情報記号数を固定した方式

再送パケット生成用として情報記号数を固定した MDS 符号を利用する場合、MDS 符号の符号化率 K/Nの値に応じて、2 種類の方式が考えられる。その一つは、再送モードで一度生成された再送パケットを、正常モードに移行するまで固定的に再送する方式であり、他の一つは、再送モードで生成された再送パケットを分割送信することで、再送モード内で MDS 符号の最小距離を適応的に増加させる方式である[19][20]。前者を $\mathcal{K}(N)$ 固定方式と呼び、後者を $\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式と呼ぶこととする。すなわち、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式では、符号化率 0.5 以下の MDS 符号を使用し、再送モードに移行した際に各端末で使用される GMD 復号器は、正常モードに移行するまで同一の MDS 符号に対するものでよい。一方、$\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式では、符号化率が十分に小さい MDS を使用することが必要であり、MDS 符号の最小距離は再送パケットを受信する度に増加する方式となっているため、多種多様なパラメータに対応できる GMD 復号器が必要である。

3.5.1　$\mathcal{K}(N)$ 固定方式

再送パケット生成用として、情報記号数が固定された q 元 $(N,\ K,\ N-K+1)$MDS 符号あるいはそのパンクチュア符号を考える。補題 2.2より、このパンクチュア符号もまた定理 2.1を等号で満たす MDS 符号である。

$\mathcal{K}(N)$ 固定方式

[正常モード]

ステップ N1 (制御局) : 情報パケット番号 jを初期化し、$h(m) := 0$ と設定して NAK テーブルをクリアする $(1 \leq m \leq M)$。

ステップ N2 (制御局) : 情報パケット$\boldsymbol{I}_j$を送信する。

ステップ N3 (端末 m) : 情報パケット$\boldsymbol{I}_j$を受信し、受信バッファの第 1 ポジションに書き込み、FCS を利用して誤り検出を行う。誤りが検出されなければ ACK(m, j) を返送し、情報パケット$\boldsymbol{I}_j$の信頼度θ_jを

$0 < \theta_j \leq 1$ とする。一方、誤りが検出されれば NAK(m, j) を返送し、信頼度を$\theta_j := 0$ とする。

ステップ N4 (制御局) : 全端末からの応答を受信する。全てが ACK(m, j) ならば $j := j \uplus 1$ としてステップ N2へ移行する。NAK(m, j) が存在する場合、NAK テーブル第 1 行に M個の情報パケット番号 jを記入し (図 3.4では $j = 5$)、$k := 1$ と設定する。さらに、NAK テーブル第 N行 m 列に誤りパケット番号 jを記入し (図 3.4では $j = 5, m = 1$)、$h(m) := 1, h := \max_{1 \leq m \leq M} \left[h(m)\right] = 1$ および $j := j \uplus 1$ と設定し、遷移モード (ステップ T1) へ移行する。

[遷移モード]

ステップ T1 (制御局) : 次の等式が成り立つか否かを調べる。

$$k = K \tag{3.2}$$

成り立つ場合、再送モード (ステップ R1) へ移行する。それ以外は次の情報パケット$\boldsymbol{I}_j$を送信する。

ステップ T2 (端末 m) : 情報パケット$\boldsymbol{I}_j$を受信し、受信バッファの第$(k+1)$ポジションに書き込み、ステップ N3と同様の処理を行う。

ステップ T3 (制御局) : 全端末からの応答を受信し、$k := k+1$ とし、NAK テーブル第 k行に M個の情報パケット番号 jを記入する。NAK(m, j) が存在する場合、$h(m) := h(m) + 1$ として NAK テーブル第 $\{N + 1 - h(m)\}$ 行 m 列に誤りパケット番号 jを記入する。そして、$h := \max_{1 \leq m \leq M} \left[h(m)\right], j := j \uplus 1$ と更新し、ステップ T1へ移行する。

[再送モード]

ステップ R1 (制御局) : NAK テーブル第 1〜K行に記録されている K個の情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_K}$を用いて h 個の再送パケットを次の手順で生成する (図 3.4では $j_1 = 5, j_K = k + 4$)。

(a) 情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_K}$から得られる L 個の K字組 $(x_{j_1,\ell}, x_{j_2,\ell}, \cdots, x_{j_K,\ell})$ を $(K + h,\ K,\ h + 1)$ MDS 符号によって組織符号化する $(1 \leq \ell \leq L)$。得られた検査記号を $(x_{\underline{1},\ell}, x_{\underline{2},\ell}, \cdots, x_{\underline{h},\ell})$ とする。

(b) h 個の L 字組$\boldsymbol{R}_{\underline{r}} = \left(x_{\underline{r},1},\ x_{\underline{r},2},\ \cdots,\ x_{\underline{r},L}\right)$ を再送パケットとする $(1 \leq r \leq h)$。この場合、再送パケットもまた、FCS をもつことに注意したい[83]。

ステップ R2 (制御局) : h 個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{h}}$ を送信する。

ステップ R3 (端末 m) : h 個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{h}}$ を受信し、受信バッファに順次書き込む。受信バッファに書き込まれている $(K+h)$ 個の各再送パケットに対し、ステップ N3同様にパケット信頼度$\theta_{\underline{r}}$ を算出する $(1 \leq r \leq h)$。ここで、受信バッファ内の情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_K}$ に対しても、FCS による誤り検出が再度行われることに注意したい。既に RR$(m, j_K \uplus 1)$ を返送していれば、再度これを返送する。それ以外の場合には、情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_K}$ および h 個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{h}}$ から構成される L 個の$\boldsymbol{Y}_\ell = \left(y_{j_1,\ell},\ y_{j_2,\ell},\ \cdots,\ y_{j_K,\ell},\ y_{\underline{1},\ell},\ y_{\underline{2},\ell},\ \cdots,\ y_{\underline{h},\ell}\right)$ に対し $(1 \leq \ell \leq L)$、各パケットに対する信頼度 $\{\theta_{j_1},\ \theta_{j_2},\ \cdots,\ \theta_{j_K},\ \theta_{\underline{1}},\ \theta_{\underline{2}},\ \cdots,\ \theta_{\underline{h}}\}$を$\boldsymbol{Y}_\ell$の各シンボルに対する信頼度として、$q$元 $(K+h,\ K,\ h+1)$MDS 符号の GMD 復号を行う。

ステップ R4 (端末 m) : 全$\boldsymbol{Y}_\ell$ $(1 \leq \ell \leq L)$ に対する復号が完了した場合には RR$(m, j_K \uplus 1)$ を制御局に返送する。一方、復号が完了しなかった$\boldsymbol{Y}_\ell$が存在する場合には、RR(m, j_1) を制御局に返送する。ただし、後者の場合、復号が完了した$\boldsymbol{Y}_\ell$に関しては、復号された $(K+h,\ K,\ h+1)$MDS 符号の符号語を新しい$\boldsymbol{Y}_\ell$とすることによって$\boldsymbol{Y}_\ell$を更新する。

ステップ R5 (制御局) : 全端末から RR を受信する。全て RR$(m, j_K \uplus 1)$ の場合、正常モード (ステップ N1) へ移行する。それ以外はステップ R2へ移行する。

(アルゴリズム終)

再送モード移行時の NAK テーブルの状態の例を図 3.6に示す。

ここで、GMD 復号は信頼度θ_jに応じた消失誤り復号を含むことから、**補題** 3.1同様、次の補題が成り立つ。

端末番号

	1	2	3	$\cdots$	$M-1$	M	
1	5	5	5	$\cdots$	5	5	
2	6	6	6	$\cdots$	6	6	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	
$k=K$	$k+4$	$k+4$	$k+4$	$\cdots$	$k+4$	$k+4$	
$k+1$							
$\vdots$							
$N-2$							
$N-1$	6					k	$\Rightarrow h=2$
N	5	$k+3$				7	

図 3.6：再送モード移行時の NAK テーブルの例 ($\mathcal{K}(N)$ 固定方式)

[補題 3.2] ステップ R3において、K個の情報パケットI_{j_1}〜I_{j_K}中にt個$(1 \leq t \leq h)$の誤り情報パケットを有する端末mは、次の条件のいずれかを満たすとき、$\mathrm{RR}(m, j_K \uplus 1)$を返送できる。

(a) h個の再送パケット$R_{\underline{1}}$〜$R_{\underline{h}}$のうち少なくともt個のパケットを正しく受信する。

(b) 任意のY_ℓ $(1 \leq \ell \leq L)$に、高々$\lfloor h/2 \rfloor$個の誤りしか生起していない。

ただし、FCS の誤り見逃し確率は十分に小さいものとする。

(証明) 補題 3.1の証明を参照　(証明終)

3.5.2　$\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式

再送パケット生成用として、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式と同様、情報記号数が固定された q元 $(N,\ K,\ N-K+1)$MDS 符号あるいはそのパンクチュア符号を考える。補題 2.2より、このパンクチュア符号もまた定理 2.1を等号で満たす MDS 符号である。ただし、MDS 符号の符号化率は十分に小さく $K/N \ll 1$ であるものとする。$\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式の正常モードおよび遷移モードは、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式と同じものであり、再送モードにおける再送パケットの生成手順およびその復号手順のみが異なるので、以下では再送モードのみを示す。

$\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式

[再送モード]

ステップ R1 (制御局) : NAK テーブル第 1〜K行に記録されている k個の情報パケットI_{j_1}〜I_{j_K}に対し、L 個の k字組 $(x_{j_1,\ell},\ x_{j_2,\ell},\ \cdots,\ x_{j_K,\ell})$ を $(N,\ K,\ N-K+1)$ MDS 符号によって組織符号化する $(1 \leq \ell \leq L)$。得られた検査記号を $\left(x_{\underline{1},\ell},\ x_{\underline{2},\ell},\ \cdots,\ x_{\underline{N-K},\ell}\right)$ とし $(1 \leq \ell \leq L)$、これ

らの検査記号から構成される行列

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_{\underline{1},1} & x_{\underline{2},2} & \cdots & x_{\underline{1},L} \\ x_{\underline{2},1} & x_{\underline{2},2} & \cdots & x_{\underline{2},L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{\underline{N-K},1} & x_{\underline{N-K},2} & \cdots & x_{\underline{N-K},L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{\underline{1}} \\ \boldsymbol{R}_{\underline{2}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{R}_{\underline{N-K}} \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

を再送行列と呼ぶ。$\mathcal{K}(N)$ 固定方式同様、再送行列$\boldsymbol{X}$の各行は再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{r}}$に対応している。

ステップ R2 (制御局) : パラメータとして $c=1, \delta_1=h, \sigma_1=h$ とする。ここで、c は再送モードでのカウンター、δ_iは $c=i$ なる状態における再送パケット数、σ_iは $c=i$ なる状態になるまでの再送パケットの総数をそれぞれ表す$\left(\sigma_i=\sum_{c=1}^{i}\delta_i\right)$。

ステップ R3 (制御局) : 再送行列$\boldsymbol{X}$の第 $(\sigma_c-\delta_c+1)$ 行から第σ_c行までのδ_c個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{\sigma_c-\delta_c+1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{\sigma_c}}$ を送信する。

ステップ R4 (端末 m) : δ_c個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{\sigma_c-\delta_c+1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{\sigma_c}}$ を受信し、各再送パケットに対し、ステップ N3同様にパケット信頼度$\theta_{\underline{r}}$ を算出する $(\sigma_c-\delta_c+1 \le r \le \sigma_c)$。情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_k}$ およびこれまでに受信したσ_c個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{\sigma_c-\delta_c+1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{\sigma_c}}$ から構成される $(K+\sigma_c)$ 行 L 列の受信行列$\boldsymbol{Y}_c$を

$$\boldsymbol{Y}_c := \begin{bmatrix} & \boldsymbol{Y}_{c-1} & & \\ y_{\underline{\sigma_c-\delta_c+1},1} & y_{\underline{\sigma_c-\delta_c+1},2} & \cdots & y_{\underline{\sigma_c-\delta_c+1},L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{\underline{\sigma_c-1},1} & y_{\underline{\sigma_c-1},2} & \cdots & y_{\underline{\sigma_c-1},L} \\ y_{\underline{\sigma_c},1} & y_{\underline{\sigma_c},2} & \cdots & y_{\underline{\sigma_c},L} \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

と設定する。ただし、受信行列の初期値$\boldsymbol{Y}_0$は、遷移モードで受信したK個の情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_K}$を用いて

$$\boldsymbol{Y}_0 := \begin{bmatrix} y_{j_1,1} & y_{j_1,2} & \cdots & y_{j_1,L} \\ y_{j_2,1} & y_{j_2,2} & \cdots & y_{j_2,L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{j_{K-1},1} & y_{j_{K-1},2} & \cdots & y_{j_{K-1},L} \\ y_{j_K,1} & y_{j_K,2} & \cdots & y_{j_K,L} \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

とする。

ステップ R5 (端末 m)：既に RR$(m, j_k \uplus 1)$ を返送していれば、$\xi = 0$ としてステップ R6へ移行する。それ以外の場合には、受信行列$\boldsymbol{Y}_c$の各列に対し、各パケットに対する信頼度 $\{\theta_{j_1}, \theta_{j_2}, \cdots, \theta_{j_K}, \theta_{\underline{1}}, \theta_{\underline{2}}, \cdots, \theta_{\underline{\sigma_c}}\}$を各シンボルに対する信頼度として、$(K+\sigma_c,\ K,\ \sigma_c+1)$MDS符号に対する GMD 復号を次の手順で実行する。

(a) 次の不等式が成り立つか否かを調べる。

$$\sum_{i=j_1}^{j_K} \theta_i + \sum_{r=1}^{\sigma_c} \theta_{\underline{r}} \le K-1 \tag{3.6}$$

成り立つ場合には (b) へ移行する。それ以外の場合には、$\mathbf{E} := \emptyset$ と設定して (c) へ移行する。

(b) 次の不等式が成り立つか否かを調べる。

$$\left\| \{ i \mid \theta_i \neq 0,\ j_1 \le i \le j_K \} \right\| + \left\| \{ r \mid \theta_{\underline{r}} \neq 0,\ 1 \le r \le \sigma_c \} \right\| \ge K \tag{3.7}$$

成り立つ場合には、$\theta_i = 0$ または$\theta_{\underline{i}}$ なる i を消失位置として q元 $(K+\sigma_c,\ K,\ \sigma_c+1)$ MDS 符号の消失復号を受信行列$\boldsymbol{Y}_c$の全列に対して行う。それ以外の場合には、q元 $(K+\sigma_c,\ K,\ \sigma_c+1)$ MDS 符号の限界距離復号を受信行列$\boldsymbol{Y}_c$の全列に対して行う。いずれの場合にも、得られた符号語を$\boldsymbol{w}_\ell := (w_{j_1,\ell}, w_{j_2,\ell}, \cdots, w_{j_K,\ell}, w_{\underline{1},\ell}, w_{\underline{2},\ell}, \cdots, w_{\underline{\sigma_c},\ell})$ とする $(1 \le \ell \le L)$。全列に対して復号が正常に終了した場合には、$\xi := 0$ と設定して GMD 復号を終了する。一

方、訂正不可能な誤りが検出された列が存在する場合には、その列にのみ$\boldsymbol{w}_\ell := \boldsymbol{y}_\ell$とするとともに、

$$\xi := \left\lceil K + \sigma_c - \sum_{i=j_1}^{j_K} \theta_i - \sum_{r=1}^{\sigma_c} \theta_{\underline{r}} \right\rceil \tag{3.8}$$

と設定して GMD 復号を終了する。

(c) 受信行列$\boldsymbol{Y}_c$の全列に対し、$e \in \mathbf{E}$ なる e を消失位置として $(K+\sigma_c,\ K,\ \sigma_c+1)$ MDS 符号の消失–誤り復号を行う。この場合、各列において $\lfloor(\sigma_c - \|\mathbf{E}\|)/2\rfloor$ 個以下のランダム誤りを訂正できることに注意したい。得られた符号語を$\boldsymbol{w}_\ell := (w_{j_1,\ell},\ w_{j_2,\ell},\ \cdots,\ w_{j_K,\ell},\ w_{\underline{1},\ell},\ w_{\underline{2},\ell},\ \cdots,\ w_{\underline{\sigma_c},\ell})$ とする $(1 \le \ell \le L)$。全列に対して復号が正常に終了した場合には (d) へ移行する。一方、訂正不可能な誤りが検出された列が存在する場合には、その列のみに対して$\boldsymbol{w}_\ell := \boldsymbol{y}_\ell$として (e) へ移行する。

(d) 次の L 個の不等式が成り立つか否かを調べる。

$$\sum_{i=j_1}^{j_K} \theta_i \zeta(y_{i,\ell},\ w_{i,\ell}) + \sum_{r=1}^{\sigma_c} \theta_{\underline{r}} \zeta(y_{\underline{r},\ell},\ w_{\underline{r},\ell}) \ > \ K-1 \quad ;\ 1 \le \ell \le L \tag{3.9}$$

ただし、

$$\zeta(z,\ w) = \begin{cases} 1 & ;\ z = w \\ -1 & ;\ z \ne w \end{cases} \tag{3.10}$$

とする。L 個の不等式が全て成り立つ場合には、$\xi := 0$ と設定して GMD 復号を終了する。一方、それ以外の場合には (e) へ移行する。

(e) $e \notin \mathbf{E}$ なる e の中で$\left(e \in \{j_1,\ j_2,\ \cdots,\ j_K, \underline{1},\ \underline{2},\ \cdots,\ \underline{\sigma_c}\}\right)$、$\theta_e$が最小となるものを $\mathbf{E}$ に追加する。ただし、複数の e がこの条件を満たすときには、その全てを $\mathbf{E}$ に追加する。$\|\mathbf{E}\| \le \sigma_c$である場合には (c) へ移行する。一方、$\|\mathbf{E}\| > \sigma_c$である場合には$\xi := \|\mathbf{E}\|$ と設定して GMD 復号を終了する[5]。

[5]消失シンボル数 ($\|\mathbf{E}\|$) が MDS 符号の検査記号数 (σ_c) を越えてしまうため、誤り訂正は不可能となる。

ステップ R6 (端末 m) : 次の値を算出する。

$$\delta_c(m) := \max\left[0,\ -\sigma_c + \xi\right] \tag{3.11}$$

$\delta_c(m) = 0$ の場合には $\mathrm{RR}(m, j_K \uplus 1)$ を制御局へ返送する。一方、それ以外の場合には $\mathrm{RR}(m, j_1)$ を制御局に返送するとともに、$\delta_c(m)$ の値を $\mathrm{RR}(m, j_1)$ と同時に制御局へ返送し、受信行列$\boldsymbol{Y}_c$の各列を

$$\boldsymbol{y}_\ell := \begin{cases} \boldsymbol{w}_\ell & ;\ \text{式 (3.9) を満たす } \ell \\ \boldsymbol{y}_\ell & ;\ \text{それ以外} \end{cases} \tag{3.12}$$

と更新する。

ステップ R7 (制御局) : 全端末から RR を受信する。全て $\mathrm{RR}(m, j_k \uplus 1)$ の場合、正常モード (ステップ N1) へ移行する。それ以外はカウンター c を 1 だけ増加させた後、各パラメータを

$$\sigma_c := \sigma_{c-1} + \delta_{c-1} \tag{3.13}$$

$$\delta_c := \max_{1 \le m \le M} \left[\delta_{c-1}(m)\right] \tag{3.14}$$

と更新し、$\sigma_c > N - K$ならばステップ R2へ、$\sigma_c \le N - K$ならばステップ R3へ移行する。

(アルゴリズム終)

GMD 復号は信頼度θ_jに応じた消失-誤り復号を含むことから、次の補題が成り立つ。

[補題 3.3] ステップ R5において、$\delta_{i-1}(m) = \delta$なる端末 m は、次の条件のいずれかを満たすとき、$c = i$ なる状態の時に $\mathrm{RR}(m, j_K \uplus 1)$ を返送できる。すなわち、$\delta_i(m) = 0$ となる。

(a) δ_i個の再送パケット $\boldsymbol{R}_{\underline{\sigma_c - \delta_c + 1}} \sim \boldsymbol{R}_{\underline{\sigma_c}}$ のうち少なくともδ個のパケットを正しく受信する。

(b) 受信行列$\boldsymbol{Y}_i$の任意の列に、高々$\lfloor \sigma_i/2 \rfloor$ 個の誤りしか生起していない。

ただし、$\delta_0(m) = K$とし、また、FCS の誤り見逃し確率は十分に小さいものとする。

(証明) はじめに (a) の場合について証明する。

$\delta_i = \max_{1\le m\le M}\left[\delta_{i-1}(m)\right]$ 個の再送パケットのうち少なくとも $\delta_{i-1}(m)$ 個のパケットを正しく受信したのであれば、明らかに

$$\sum_{j=\sigma_{i-1}+1}^{\sigma_i} \theta_{\underline{j}} \ge \delta$$

である。以下では、

$$\sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_{i-1}} \theta_{\underline{\ell}}$$

と $(K-1)$ の大小関係に場合分けして証明する。

第 1 の場合として

$$\sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_{i-1}} \theta_{\underline{\ell}} \le K-1$$

とする。この場合、式 (3.8) および式 (3.11) より、

$$\begin{aligned}
&\sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_i} \theta_{\underline{\ell}} \\
&= \sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_{i-1}} \theta_{\underline{\ell}} + \sum_{\ell=\sigma_{i-1}+1}^{\sigma_i} \theta_{\underline{\ell}} \\
&\ge \sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_{i-1}} \theta_{\underline{\ell}} + \delta \\
&= \sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_{i-1}} \theta_{\underline{\ell}} - \sigma_{i-1} + \left\lceil K + \sigma_{i-1} - \sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell - \sum_{\ell=1}^{\sigma_{i-1}} \theta_{\underline{\ell}} \right\rceil \\
&\ge K
\end{aligned} \tag{3.15}$$

が成り立つ。したがって、$c = i$ なる状態のときにはステップ R5 における (c)〜(e) が実行される。ここで、FCS の誤り見逃し確率が十分に小さければ、$\theta_j \neq 0$ なるパケットは正しいと判断できるので、$\zeta(y_{j,\ell},\ w_{j,\ell}) = 1$ であるから、受信行列 $\boldsymbol{Y}_i$ の全列に対して式 (3.9) が

成立する。その結果、端末 m は $c=i$ なる状態の時に $\mathrm{RR}(m, j_K \uplus 1)$ を返送することができる。

第 2 の場合として

$$\sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_{i-1}} \theta_{\underline{\ell}} > K-1$$

とする。この場合においても、

$$\begin{aligned} \sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_i} \theta_{\underline{\ell}} &= \sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_{i-1}} \theta_{\underline{\ell}} + \sum_{\ell=\sigma_{i-1}+1}^{\sigma_i} \theta_{\underline{\ell}} \\ &> K-1+\delta \\ &\geq K \end{aligned} \tag{3.16}$$

が成り立つので、第 1 の場合と同様に、端末 m は $c=i$ なる状態の時に $\mathrm{RR}(m, j_K \uplus 1)$ を返送することができる。

続いて (b) の場合について証明する。

第 1 の場合として

$$\sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_{i-1}} \theta_{\underline{\ell}} \leq K-1$$

とする。この場合、受信行列$\boldsymbol{Y}_i$の各列が含んでいる誤りの個数は高々 $\lfloor \sigma_i/2 \rfloor$ であるから、ステップ R5(b) における限界距離復号によって全ての誤りを訂正することができる。その結果、端末 m は $c=i$ なる状態の時に $\mathrm{RR}(m, j_K \uplus 1)$ を返送することができる。

第 2 の場合として

$$\sum_{\ell=j_1}^{j_K} \theta_\ell + \sum_{\ell=1}^{\sigma_{i-1}} \theta_{\underline{\ell}} > K-1$$

とする。この場合、FCS の誤り見逃し確率が十分に小さければ、受信行列$\boldsymbol{Y}_i$に含まれる誤りの行番号は $\{j \mid \theta_j = 0\}$ なる集合に含まれている。したがって、受信行列$\boldsymbol{Y}_i$の各列が含んでいる誤りの個数は高々 $\lfloor \sigma_i/2 \rfloor$ であるから、ステップ R5(c) における $\mathbf{E}=\emptyset$ 時の消失復号によって全ての誤りを訂正することができる。その結果、端末 m は $c=i$ なる状態の時に $\mathrm{RR}(m, j_K \uplus 1)$ を返送することができる。　(証明終)

3.6 MDS 符号の最小距離を固定した方式 ($\mathcal{D}$固定方式)

再送パケット生成用として最小距離が固定された q 元 $(N,\ N-D+1,\ D)$ MDS 符号あるいはその短縮符号を考える。補題 2.2より、この短縮符号もまた定理 2.1を等号で満たす MDS 符号である。

$\mathcal{N}$固定方式において、遷移モードから再送モードへの移行条件である式 (3.1) を

$$\begin{cases} k+D-1=N \\ h=D-1 \end{cases}$$

に変更することによって、$\mathcal{D}$固定方式のアルゴリズムを得ることができる。ただしこの場合、ステップ R2で送信される再送パケット数は常に $(D-1)$ であり、各ステップにおける記号 $(N-k)$ を $(D-1)$ に置換する。

$\mathcal{D}$固定方式

[正常モード]

ステップ N1 (制御局) : 情報パケット番号 jを初期化し、$h(m):=0$ と設定して NAK テーブルをクリアする $(1\le m\le M)$。

ステップ N2 (制御局) : 情報パケット$\boldsymbol{I}_j$を送信する。

ステップ N3 (端末 m) : 情報パケット$\boldsymbol{I}_j$を受信し、受信バッファの第 1 ポジションに書き込み、FCS を利用して誤り検出を行う。誤りが検出されなければ ACK(m,j) を返送し、情報パケット$\boldsymbol{I}_j$の信頼度θ_jを $0<\theta_j\le 1$ とする。一方、誤りが検出されれば NAK(m,j) を返送し、信頼度を$\theta_j:=0$ とする。

ステップ N4 (制御局) : 全端末からの応答を受信する。全てが ACK(m,j) ならば $j:=j\uplus 1$ としてステップ N2へ移行する。NAK(m,j) が存在する場合、NAK テーブル第 1 行に M個の情報パケット番号 jを記入し (図 3.4では $j=5$)、$k:=1$ と設定する。さらに、NAK テーブル第 N行 m 列に誤りパケット番号 jを記入し (図 3.4では $j=5,\ m=1$)、$h(m):=1$, $h:=\max_{1\le m\le M}\left[h(m)\right]=1$ および $j:=j\uplus 1$ と設定し、遷移モード (ステップ T1) へ移行する。

[遷移モード]

ステップ T1 (制御局) : 次の等式のが成り立つか否かを調べる。

$$\begin{cases} k+D-1=N \\ h=D-1 \end{cases} \tag{3.17}$$

いずれかが成り立つ場合、再送モード (ステップ R1) へ移行する。それ以外は次の情報パケットI_jを送信する。

ステップ T2 (端末 m) : 情報パケットI_jを受信し、受信バッファの第 $(k+1)$ ポジションに書き込み、ステップ N3と同様の処理を行う。

ステップ T3 (制御局) : 全端末からの応答を受信し、$k := k+1$ とし、NAK テーブル第 k行に M個の情報パケット番号 jを記入する。NAK(m, j) が存在する場合、$h(m) := h(m)+1$ として NAK テーブル第 $\{N+1-h(m)\}$ 行 m 列に誤りパケット番号 jを記入する。そして、$h := \max_{1\le m\le M}\left[h(m)\right]$, $j := j\uplus 1$ と更新し、ステップ T1へ移行する。

[再送モード]

ステップ R1 (制御局) : NAK テーブル第 1〜k行に記録されている k個の情報パケットI_{j_1}〜I_{j_k}を用いて $(D-1)$ 個の再送パケットを次の手順で生成する (図 3.4では $j_1=5, j_k=k+4$)。

(a) 情報パケットI_{j_1}〜I_{j_k}から得られる L 個の k字組 $(x_{j_1,\ell}, x_{j_2,\ell}, \cdots, x_{j_k,\ell})$ を $(k+D-1,\ k,\ D)$ MDS 符号によって組織符号化する $(1\le \ell \le L)$。得られた検査記号を$\left(x_{\underline{1},\ell}, x_{\underline{2},\ell}, \cdots, x_{\underline{D-1},\ell}\right)$ とする $(1\le \ell\le L)$。

(b) $(D-1)$ 個の L 字組$\boldsymbol{R}_{\underline{r}} = \left(x_{\underline{r},1}, x_{\underline{r},2}, \cdots, x_{\underline{r},L}\right)$ を再送パケットとする $(1\le r\le D-1)$。この場合、再送パケットもまた、FCS をもつことに注意したい[83]。

ステップ R2 (制御局) : $(D-1)$ 個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{D-1}}$ を送信する。

ステップ R3 (端末 m) : $(D-1)$ 個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{D-1}}$ を受信し、受信バッファに順次書き込む。受信バッファに書き込まれている $(k+D-1)$ 個の各再送パケットに対し、ステップ N3同様にパケット信

頼度$\theta_{\underline{r}}$を算出する$(1 \leq r \leq D-1)$。ここで、受信バッファ内の情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_k}$に対しても、FCSによる誤り検出が再度行われることに注意したい。既にRR$(m, j_k \uplus 1)$を返送していれば、再度これを返送する。それ以外の場合には、情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_k}$および$(D-1)$個の再送パケット$\boldsymbol{R}_{\underline{1}}$〜$\boldsymbol{R}_{\underline{D-1}}$から構成される$L$個の$\boldsymbol{Y}_\ell = (y_{j_1,\ell}, y_{j_2,\ell}, \cdots, y_{j_k,\ell}, y_{\underline{1},\ell}, y_{\underline{2},\ell}, \cdots, y_{\underline{D-1},\ell})$に対し$(1 \leq \ell \leq L)$、各パケットに対する信頼度$\{\theta_{j_1}, \theta_{j_2}, \cdots, \theta_{j_k}, \theta_{\underline{1}}, \cdots, \theta_{\underline{D-1}}\}$を$\boldsymbol{Y}_\ell$の各シンボルに対する信頼度として、$q$元$(k+D-1, k, D)$MDS符号のGMD復号を行う。

ステップ R4 (端末m)：全$\boldsymbol{Y}_\ell$$(1 \leq \ell \leq L)$に対する復号が完了した場合にはRR$(m, j_k \uplus 1)$を制御局に返送する。一方、復号が完了しなかった$\boldsymbol{Y}_\ell$が存在する場合には、RR$(m, j_1)$を制御局に返送する。ただし、後者の場合、復号が完了した$\boldsymbol{Y}_\ell$に関しては、復号された$(k+D-1, k, D)$MDS符号の符号語を新しい$\boldsymbol{Y}_\ell$とすることによって$\boldsymbol{Y}_\ell$を更新する。

ステップ R5 (制御局)：全端末からRRを受信する。全てRR$(m, j_k \uplus 1)$の場合、正常モード(ステップN1)へ移行する。それ以外はステップR2へ移行する。

(アルゴリズム終)

D固定方式で用いられるMDS符号の情報記号数kは、通信路状態に応じて$(D-1)$以上$(N-D+1)$以下の整数値をとり得る。ここで、式(3.17)の第1条件によって再送モードへ移行した場合には、$(N = k+D-1, k, D)$MDS符号が用いられ、第2条件による場合には$(k+D-1, k, D)$短縮MDS符号$(k+D-1 < N)$が用いられる。再送モード移行時のNAKテーブルの状態の例を図3.7に示す。図3.7(a)は式(3.17)の第1式によって移行した状態である。また、図3.7(b)は式(3.17)の第2式によって移行した状態であり、端末Mが再送モードへの移行を誘発している。

D固定方式に対しても補題3.1同様、次の補題が成り立つ。

端末番号

	1	2	3	$\cdots$	$M-1$	M	
1	5	5	5	$\cdots$	5	5	
2	6	6	6	$\cdots$	6	6	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	
$N-D+1$	$k+4$	$k+4$	$k+4$	$\cdots$	$k+4$	$k+4$	
$N-D$							
$\vdots$							
$N-2$	$k-2$					$k+4$	$\Rightarrow h=3$
$N-1$	6					k	
N	5	$k+3$				7	

(a) 式 (3.17) の第 1 式によって移行した場合

端末番号

	1	2	3	$\cdots$	$M-1$	M	
1	5	5	5	$\cdots$	5	5	
2	6	6	6	$\cdots$	6	6	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	
k	$k+4$	$k+4$	$k+4$	$\cdots$	$k+4$	$k+4$	
$k+1$							
$\vdots$							
$N-D$							
$N-D+1$						$k+4$	$\Rightarrow h=D-1$
$\vdots$							
$N-1$	6					k	
N	5	$k+3$				7	

(b) 式 (3.17) の第 2 式によって移行した場合

図 3.7：再送モード移行時の NAK テーブルの例 (D固定方式)

[補題 3.4] ステップ R3において、k個の情報パケット$\boldsymbol{I}_{j_1}$〜$\boldsymbol{I}_{j_k}$中に、t個 $(1 \leq t \leq D-1)$ の誤り情報パケットを有する端末 m は、次の条件のいずれかを満たすとき、$\mathbf{RR}(m, j_k \uplus 1)$ を返送できる。

(a) $(D-1)$ 個の再送パケット$\boldsymbol{R}_1$〜$\boldsymbol{R}_{D-1}$ のうち少なくとも t 個のパケットを正しく受信する。

(b) 任意の$\boldsymbol{Y}_\ell$ $(1 \leq \ell \leq L)$ に、高々$\lfloor (D-1)/2 \rfloor$ 個の誤りしか生起していない。

ただし、FCS の誤り見逃し確率は十分に小さいものとする。

(証明) 補題 3.1の証明を参照 (証明終)

3.7 結言

本章では、次に示す MDS 符号を用いた 4 種類の同報通信用誤り制御方式を提案した。

(1) $\mathcal{N}$固定方式— MDS 符号の符号長を固定した方式

(2) $\mathcal{K}(N)$ 固定方式— MDS 符号の情報記号数を固定した方式

(3) $\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式— 符号化率が十分に小さい MDS 符号の情報記号数を固定した方式

(4) $\mathcal{D}$固定方式— MDS 符号の最小距離を固定した方式

各提案方式とも、制御局が情報パケットを無条件に送信できる正常モード、各方式に依存した条件を満たすまで情報パケットを送信できる遷移モード、MDS 符号化によって生成された再送パケットを送信して端末における誤り訂正を待つ再送モードに分割できる。特に、$\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式を除く 3 方式は、遷移モードにおける条件式 (式 (3.1)、式 (3.2)、式 (3.17)) のみを交換することにより、等化な方式となる。

また、各方式とも、1 度に送信される再送パケット数は、各端末のもつ誤りパケット数の最大値以上に設定されている。したがって、各端末は、少なくとも自局のもつ誤りパケット数と等しい個数の再送パケットを正

しく受信すれば、MDS符号の消失復号によって誤りを訂正することができる。また、いずれの方式も、消失復号による誤り訂正に失敗した場合であっても、MDS符号のGMD復号により誤りを訂正できる可能性を有しており、これにより受信局数が増加した場合であっても諸特性の劣化を軽減することができる。

第4章　最大距離分離符号を用いた同報通信用誤り制御方式の解析

4.1　緒言

本章では、前章で提案した同報通信用誤り制御方式のスループットおよび伝送遅延に関する特性解析を行い、提案方式が優れた特性を有することを明らかにする。

初めに、MDS符号の符号長を固定した方式($\mathcal{N}$固定方式)に関する特性解析を行う。続いて、情報記号数を固定した方式($\mathcal{K}$(N)固定方式)および最小距離を固定した方式($\mathcal{D}$固定方式)の特性解析を行う。最後に、数値例を用いて、伝送路の誤り率増加に対する特性劣化、および受信局数増加に対する特性劣化の観点から、$K = N/2$とする$\mathcal{K}$(N)固定方式が最も優れており、続いて$\mathcal{N}$固定方式、一般の$\mathcal{K}$(N)固定方式、$\mathcal{D}$固定方式の順に優れていることを示す。

ただし、解析に当たっては、3.3節における仮定に加えて、次の仮定を置く。

[仮定 4.1] M個の通信路はシンボル誤り率εをもつ統計的に独立な対称通信路でモデル化できる。

[仮定 4.2] FCSによる誤り見逃し確率は十分に小さい。

[仮定 4.3] 全受信局からの帰還通信路はエラーフリーである。

また、本章では、スループットおよび伝送遅延を次のように定義する。

[定義 4.1] スループット特性としては FCS 等による劣化を考慮せず、

$$\eta = \frac{\mathrm{E}[a] + \mathrm{E}[k]}{\mathrm{E}[a] + \mathrm{E}[k] + \mathrm{E}[b]} \tag{4.1}$$

と定義する。ここで、a, kおよび b はそれぞれ、正常モードでの情報パケット数、MDS 符号の情報記号数および再送モードでの再送パケット総数を表す確率変数である。 (定義終)

[定義 4.2] 制御局が情報パケットの送信を開始してから、そのパケットに対する ACK または RR を全端末から受信するまでの時間を伝送遅延を定義する。 (定義終)

4.2　$\mathcal{N}$固定方式の特性解析

4.2.1　スループット

[I]　正常モードの平均情報パケット数

定常状態において、正常モードは NAK テーブルの初期状態からスタートし、最初の NAK を受信するまで継続する (最初の NAK に対する情報パケット (j) は MDS 符号の第 1 情報記号 ($j_1 = j$) となる)。従って、

$$\begin{aligned} \mathrm{E}[a] &= \sum_{i=1}^{\infty} i \left\{ (1-P_E)^M \right\}^i \left\{ 1 - (1-P_E)^M \right\} \\ &= \frac{(1-P_E)^M}{1-(1-P_E)^M} \end{aligned} \tag{4.2}$$

が成り立つ。ただし、P_Eはパケット誤り率であり、

$$P_E = 1 - (1-\varepsilon)^L \tag{4.3}$$

によって与えられる。

[II] MDS 符号の平均情報記号数

初めに、$k=i$ となる確率を導出する ($\lfloor N/2 \rfloor \leq i \leq N-2$)。

遷移モードへ移行したときに、誤りパケットを有する受信局の集合を $\mathbf{M}_1$、それ以外の受信局の集合を $\mathbf{M}_0$ とし、$|\mathbf{M}_1|=m$ であるとする ($1 \leq m \leq M$)。また、その後、再送モードへ移行するまでに $i-1$ 個の情報パケットが送信されたときの $\mathbf{M}_B$ ($B \in \{0,\ 1\}$) に属する受信局に対する NAK テーブルの高さの最大値を H_B で表す。すなわち、$H_B = \max_{m \in \mathbf{M}_B} [h(m)]$ と表す。このとき、通信路の独立性から、

$$\begin{cases} \Pr[H_1 = h \mid i,\ m] \\ \quad = \left\{\sum_{\ell=0}^{h-1} B(\ell;\ i-1,\ P_E)\right\}^m - \left\{\sum_{\ell=0}^{h-2} B(\ell;\ i-1,\ P_E)\right\}^m \\ \qquad ;\ 1 \leq h \leq i \\ \Pr[H_0 = h \mid i,\ M-m] \\ \quad = \left\{\sum_{\ell=0}^{h} B(\ell;\ i-1,\ P_E)\right\}^{M-m} - \left\{\sum_{\ell=0}^{h-1} B(\ell;\ i-1,\ P_E)\right\}^{M-m} \\ \qquad ;\ 0 \leq h \leq i-1 \end{cases} \tag{4.4}$$

が成り立つ。ただし、$B(i;\ n,\ p)$ は二項分布確率であり

$$B(i;\ n,\ p) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \tag{4.5}$$

である。条件式 (3.1) が満たされ、再送モードのステップ T1へ移行するには、情報パケット $\boldsymbol{I}_{j_k}$ に対し、

(i) 1 個以上の NAK が返送された場合、すなわち、kおよび h の値がともに 1 ずつ増加したことによって条件式 (3.1) が成り立つ場合

(ii) 全て ACK であった場合、すなわち、kの値のみ増加したことによって条件式 (3.1) が成り立つ場合

の 2 通りが考えられる。式 (4.4) を用いると、$\|\mathbf{M}_1\| = m$ なる条件の下で

$k=i$ である条件付き確率は、近似的に[1]

$$\Pr[k=i \mid m] \approx \frac{\lambda(i \mid m)}{\sum_{j=\lfloor N/2 \rfloor}^{N-2} \lambda(j \mid m)} \quad ; \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor \leq i \leq N-2 \tag{4.6}$$

と表すことができる。ただし、

$$\begin{aligned}
\lambda(i \mid m) \;=\; & P_E \Bigg(\Pr[H_1 = N-i-1 \mid i-1,\ m] \\
& \quad \times \sum_{h=0}^{N-i-1} \Pr[H_0 = h \mid i-1,\ M-m] \\
& + \Pr[H_0 = N-i-1 \mid i-1,\ M-m] \\
& \quad \times \sum_{h=1}^{N-i-2} \Pr[H_1 = h \mid i-1,\ m] \Bigg) \\
& + \Bigg(\Pr[H_1 = N-i-1 \mid i,\ m] \\
& \quad \times \sum_{h=0}^{N-i-1} \Pr[H_0 = h \mid i,\ M-m] \\
& + \Pr[H_0 = N-i-1 \mid i,\ M-m] \\
& \quad \times \sum_{h=1}^{N-i-2} \Pr[H_1 = h \mid i,\ m] \Bigg)
\end{aligned} \tag{4.7}$$

であり、式 (4.7) の第 1 項は条件 (i) に対応し、第 2 項は条件 (ii) に対応する。また、各項の丸括弧内第 1 項は M_1 に属する受信局が再送モードへの移行を誘発し、第 2 項は M_0 に属する受信局が再送モードへの移行を誘発する確率をそれぞれ表す。特に $M=1$ の場合には、式 (4.9) は

$$\begin{aligned}
\Pr[k=i \mid m=1] \;=\; & P_E \Pr[H_1 = N-i-1 \mid i-1,\ m=1] \\
& + \Pr[H_1 = N-i-1 \mid i,\ m=1]
\end{aligned} \tag{4.8}$$

[1]ここでは再送モードへの移行を誘発する受信局は 1 局であるとしている。厳密には、この受信局数が μ である確率を求めて ($1 \leq \mu \leq M$)、平均化する必要がある。

のように簡略化される。

式 (4.7) を m に関して平均化することによって

$$\Pr[k=i] = \sum_{m=1}^{M} \frac{B(m;\ M,\ P_E)}{1-(1-P_E)^M} \Pr[k=i \mid m] \tag{4.9}$$

を得る。したがって、MDS 符号の情報記号数の平均値は

$$\mathrm{E}[k] = \sum_{i=\lfloor N/2 \rfloor}^{N-2} i \cdot \Pr[k=i] \tag{4.10}$$

で与えられる。

[III] 再送モードの平均再送パケット数

再送モードでは、$(N-k)$ 個の再送パケットが理想 SR 方式に従って伝送される。したがって、文献 [21] と同様にして、MDS 符号の情報記号数が $k=i$ であるときの再送モードの平均パケット数は

$$\begin{aligned} \mathrm{E}[b \mid i] \ = \ & (N-i) \sum_{j=0}^{\infty} \Big\{ 1 - \Big[1 - \{1-\pi_N(i)\}^j \Big] \\ & \times \Big[1 - \{1-\rho_N(i)\}^j \Big]^{M-1} \Big\} \\ & ;\ \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor \le i \le N-2 \end{aligned} \tag{4.11}$$

によって与えられる。ただし、$\pi_N(i)$ および $\rho_N(i)$ は、誤りパケットを最も多く有する $h(m)=h$ なる受信局 m およびその他の受信局が補題 3.1 によって正常モードへ移行する条件付き確率を表しており、それぞれ近似

的に、

$$\left\{\begin{array}{rcl}
\pi_N(i) & = & (1-P_E)^{N-i} + \displaystyle\sum_{\ell=1}^{N-i} B(\ell;\ N-i,\ P_E) \\
& & \times \left\{ \displaystyle\sum_{j=0}^{\lfloor (N-i)/2 \rfloor} B(j;\ N-i+\ell,\ \bar{x}/L) \right\}^L \\
\rho_N(i) & = & \displaystyle\sum_{n=0}^{N-i} \frac{B(n;\ i,\ P_E)}{\displaystyle\sum_{\ell=0}^{N-i} B(\ell;\ i,\ P_E)} \left[\displaystyle\sum_{\ell=0}^{N-i-n} B(\ell;\ N-i,\ P_E) \right. \\
& & + \displaystyle\sum_{\ell=N-i-n+1}^{N-i} B(\ell;\ N-i,\ P_E) \\
& & \left. \times \left\{ \displaystyle\sum_{j=0}^{\lfloor (N-i)/2 \rfloor} B(j;\ n+\ell,\ \bar{x}/L) \right\}^L \right]
\end{array}\right. \tag{4.12}$$

で与えられる。式 (4.12) において、第 1 項は補題 3.1(a) による確率を、第 2 項は補題 3.1(b) による確率をそれぞれ表している。また、$\bar{x}$は誤りパケットの平均誤りシンボル数であり、

$$\bar{x} = \frac{L\varepsilon}{1-(1-\varepsilon)^L} \tag{4.13}$$

で与えられる。

以上より、再送モードの平均パケット数は

$$\mathrm{E}[b] = \sum_{i=\lfloor N/2 \rfloor}^{N-2} \mathrm{E}[b \mid i] \Pr[k=i] \tag{4.14}$$

となる。式 (4.2)、(4.10) および (4.14) を式 (4.1) に代入すれば、$\mathcal{N}$固定方式のスループットが得られる。

4.2.2　伝送遅延

正常モードで送信される情報パケットに対して、制御局はパケット送信終了直後に全端末から ACK を受信する。すなわち、正常モードにおける

伝送遅延は 1 パケット時間と等しい。一方、遷移モードで送信される情報パケットに対する ACK (この場合は RR) を制御局が全端末から受信するのは、後続の再送モードが終了したときである。すなわち、遷移モードにおける情報パケットに対する伝送遅延の平均値は遷移モード時間の 1/2 に再送モード時間を加えたものと等しくなる。したがって、平均伝送遅延特性は、

$$\begin{aligned}\mu_D &= \frac{\mathrm{E}[a]}{\mathrm{E}[a]+\mathrm{E}[k]} \\ &\quad + \frac{\mathrm{E}[k]}{\mathrm{E}[a]+\mathrm{E}[k]} \sum_{i=\lfloor N/2 \rfloor}^{N-2} \frac{\Pr[k=i]}{i} \sum_{j=1}^{i} (j + \mathrm{E}[b \mid i]) \\ &= \frac{\mathrm{E}[a]}{\mathrm{E}[a]+\mathrm{E}[k]} + \frac{\mathrm{E}[k]}{\mathrm{E}[a]+\mathrm{E}[k]} \left(\frac{\mathrm{E}[k]+1}{2} + \mathrm{E}[b] \right) \end{aligned} \tag{4.15}$$

によって与えられる。

4.3 $\mathcal{K}(N)$ 固定方式の特性解析

MDS 符号の情報記号数を固定した方式として、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式と $\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式の 2 種類を提案した。本章では、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式の特性解析のみを行う。$\mathcal{K}(N)$ 固定方式の特性が $\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式の特性の下界を与えることは明らかである。

4.3.1 スループット

$\mathcal{K}(N)$ 固定方式のスループットは $\mathcal{N}$固定方式とほぼ同様にして求めることができる。

[I] 正常モードの平均情報パケット数

正常モードでの平均パケット数 E[a] は式 (4.2) と同様に次式で与えられる。

$$\mathrm{E}[a] = \frac{(1-P_E)^M}{1-(1-P_E)^M} \tag{4.16}$$

[II]　MDS 符号の平均情報記号数

$K(N)$ 固定方式における平均情報記号数は、明らかに

$$\mathrm{E}[k] = K \tag{4.17}$$

で与えられる。

[III]　再送モードの平均パケット数

初めに、$h = i$ となる確率を求める $(1 \leq i \leq K)$。

前節と同様に、遷移モードへ移行したときに、誤りパケットを有する受信局の集合を M_1、それ以外の受信局の集合を M_0 とし、$\|\mathrm{M}_1\| = m$ であるとする $(1 \leq m \leq M)$。また、遷移モードにおいて $(K-1)$ 個の情報パケットが送信されたときの M_B $(B \in \{0,\ 1\})$ に属する受信局に対する NAK テーブルの高さの最大値を H_B で表す。すなわち、$H_B = \max_{m \in \mathrm{M}_B} [h(m)]$ と表す。このとき、通信路の独立性から、

$$\left\{\begin{array}{l} \Pr[\,H_1 = r \mid m\,] \\ \quad = \left\{\displaystyle\sum_{\ell=0}^{r-1} B(\ell;\ K-1,\ P_E)\right\}^{m} \\ \qquad - \left\{\displaystyle\sum_{\ell=0}^{r-2} B(\ell;\ K-1,\ P_E)\right\}^{m} \\ \qquad\quad ;\ 1 \leq r \leq K \\ \Pr[\,H_0 = r \mid M-m\,] \\ \quad = \left\{\displaystyle\sum_{\ell=0}^{r} B(\ell;\ K-1,\ P_E)\right\}^{M-m} \\ \qquad - \left\{\displaystyle\sum_{\ell=0}^{r-1} B(\ell;\ K-1,\ P_E)\right\}^{M-m} \\ \qquad\quad ;\ 0 \leq r \leq K-1 \end{array}\right. \tag{4.18}$$

が成り立つ。これより、

$$\Pr[h = i \mid m] \ = \ \Pr[H_1 = i \mid m] \sum_{r=0}^{i} \Pr[H_0 = r \mid M-m]$$

$$+\Pr[H_0 = i \mid M - m] \sum_{r=1}^{i-1} \Pr[H_1 = r \mid m]$$
$$; \ 1 \leq i \leq K \tag{4.19}$$

を得る。右辺第 1 項は M_1に属する受信局が再送モードへの移行を誘発し、第 2 項は M_0に属する受信局が再送モードへの移行を誘発する確率をそれぞれ表す。

式 (4.19) を m に関して平均化することにより

$$\Pr[h = i] = \sum_{m=1}^{M} \frac{B(m;\ M,\ P_E)}{1 - (1 - P_E)^M} \Pr[h = i \mid m] \tag{4.20}$$

を得る。特に $M = 1$ の場合には、式 (4.20) は

$$\Pr[h = i] = B(i - 1;\ K - 1,\ P_E) \tag{4.21}$$

のように簡略化される。

式 (4.11) と同様に、再送パケット数、すなわち、MDS 符号の情報記号数が $h = i$ であるときの再送モードの平均パケット数は

$$\begin{aligned} \mathrm{E}[b \mid i] \ &= \ i \cdot \sum_{j=0}^{\infty} \Big\{ 1 - \Big[1 - \{1 - \pi_K(i)\}^j \Big] \\ &\quad \times \Big[1 - \{1 - \rho_K(i)\}^j \Big]^{M-1} \Big\} \end{aligned} \tag{4.22}$$

によって与えられる。ただし、$\pi_K(i)$ および $\rho_K(i)$ は、誤りパケットを最も多く有する $h(m) = h$ なる受信局 m およびその他の受信局が補題 3.2 によって正常モードへ移行する条件付き確率を表しており、それぞれ近似

的に、

$$\left\{\begin{array}{rcl}\pi_K(i) & = & (1-P_E)^i + \displaystyle\sum_{\ell=1}^{i} B(\ell;\ i,\ P_E) \\ & & \times \left\{\displaystyle\sum_{j=0}^{\lfloor i/2\rfloor} B(j;\ i+\ell,\ \bar{x}/L)\right\}^L \\ \rho_K(i) & = & \displaystyle\sum_{j=0}^{i} \frac{B(j;\ K,\ P_E)}{\displaystyle\sum_{\ell=0}^{i} B(\ell;\ K,\ P_E)} \left[\sum_{\ell=0}^{i-j} B(\ell;\ i,\ P_E)\right. \\ & & \left. + \displaystyle\sum_{\ell=i-j+1}^{i} B(\ell;\ i,\ P_E) \left\{\sum_{\tau=0}^{\lfloor i/2\rfloor} B(\tau;\ j+\ell,\ \bar{x}/L)\right\}^L\right]\end{array}\right. \tag{4.23}$$

で与えられる。式 (4.23) において、第 1 項は補題 3.2(a) による確率を、第 2 項は補題 3.2(b) による確率をそれぞれ表している。また、$\bar{x}$は誤りパケットの平均誤りシンボル数であり、式 (4.13) で与えられる。

以上より、再送モードの平均パケット数は

$$\mathrm{E}[b] = \sum_{i=1}^{K} \mathrm{E}[b \mid i]\,\Pr[h=i] \tag{4.24}$$

となる。式 (4.16)、(4.17) および (4.24) を式 (4.1) に代入すれば、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式のスループットが導かれる。

4.3.2　伝送遅延

式 (4.15) と同様に、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式の平均伝送遅延として

$$\begin{aligned}\mu_D &= \frac{\mathrm{E}[a]}{\mathrm{E}[a]+K} \\ &\quad + \frac{K}{\mathrm{E}[a]+K} \sum_{i=1}^{K} \frac{\Pr[h=i]}{K} \sum_{j=1}^{K} (j + \mathrm{E}[b \mid i]) \\ &= \frac{\mathrm{E}[a]}{\mathrm{E}[a]+K} + \frac{K}{\mathrm{E}[a]+K}\left(\frac{K+1}{2} + \mathrm{E}[b]\right)\end{aligned} \tag{4.25}$$

を得る。

4.4 $\mathcal{D}$固定方式の特性解析

4.4.1 スループット

$\mathcal{D}$固定方式のスループットも$\mathcal{N}$固定方式とほぼ同様にして求めることができる。

[I] 正常モードの平均情報パケット数

正常モードでの平均パケット数 $\mathrm{E}[a]$ は式 (4.2) と同様に次式で与えられる。

$$\mathrm{E}[a] = \frac{(1-P_E)^M}{1-(1-P_E)^M} \tag{4.26}$$

[II] MDS 符号の平均情報記号数

初めに、$k=i$ となる確率を求める $(D-1 \leq i \leq N-D+1)$。

通信路の無記憶性によって、r 番目の誤りパケットが現れるまでに送信されるパケット数は負の二項分布に従う[82]。これより、m 個の受信局に情報パケットを同報的に送信したときに r 番目の誤りパケットが現れるまでのパケット数を表す確率変数 Zの確率分布は、

$$\begin{aligned}\Pr[Z=\xi \mid r,\ m] \ = \ & \left\{1-\sum_{\ell=0}^{\xi-r-1} P_E B(r-1;\ \ell+r-1,\ P_E)\right\}^m \\ & -\left\{1-\sum_{\ell=0}^{\xi-r} P_E B(r-1;\ \ell+r-1,\ P_E)\right\}^m \\ & ;\ \xi \geq r \end{aligned} \tag{4.27}$$

となる[21]。前節と同様に、遷移モード移行時の状態によって受信局を 2 分割すれば、$\|\mathrm{M}_1\| = m$ なる条件の下で $k=i$ である条件付き確率は

$(1 \leq m \leq M)$、

$$\left\{\begin{array}{l} \Pr[k=i \mid m] \\ \quad = \Pr[Z=i-1 \mid D-2,\ m] \\ \qquad \times \left(1-\displaystyle\sum_{\xi=D-1}^{k-2} \Pr[Z=\xi \mid D-1,\ M-m]\right) \\ \quad + \Pr[Z=i-1 \mid D-1,\ m] \\ \qquad \times \left(1-\displaystyle\sum_{\xi=D-2}^{k-1} \Pr[Z=\xi \mid D-2,\ M-m]\right) \\ \qquad ;\ D-1 \leq i < N-D+1 \\ \Pr[k=N-D+1 \mid m] \\ \quad = 1-\displaystyle\sum_{n=D-1}^{N-D} \Pr[k=n \mid m] \end{array}\right. \tag{4.28}$$

で与えられる。ここで、式 (4.7) 同様、式 (4.28) の第 1 項および第 2 項は前述の条件 (i) および (ii) にそれぞれ対応し、さらに、各項の丸括弧内の第 1 項は M_1に属する受信局が再送モードへの移行を誘発し、第 2 項は M_0に属する受信局が再送モードへの移行を誘発する確率をそれぞれ表す。これより、式 (4.9) および式 (4.10) と同様に、$\mathcal{D}$固定方式におけるMDS 符号の平均情報記号数 $\mathrm{E}[k]$ が得られる。

$$\Pr[k=i] = \sum_{m=1}^{M} \frac{B(m;\ M,\ P_E)}{1-(1-P_E)^M} \Pr[k=i \mid m] \tag{4.29}$$

$$\mathrm{E}[k] = \sum_{i=D-1}^{N-D+1} i \cdot \Pr[k=i] \tag{4.30}$$

[III]　再送モードの平均パケット数

再送モードの平均パケット数 $\mathrm{E}[b]$ は、式 (4.11)-(4.12) における $(N-i)$ を $(D-1)$ に置換すると、式 (4.14) により与えられる。すなわち、

$$\mathrm{E}[b] = \sum_{i=D-1}^{N-D+1} \mathrm{E}[b \mid i] \Pr[k=i] \tag{4.31}$$

ただし、

$$\mathrm{E}[b \mid i] = D\sum_{j=0}^{\infty}\left\{1-\left[1-\{1-\pi_D(i)\}^j\right]\times\left[1-\{1-\rho_D(i)\}^j\right]^{M-1}\right\} \tag{4.32}$$

であり、$\pi_D(i)$ および $\rho_D(i)$ は、誤りパケットを最も多く有する $h(m)=h$ なる受信局 m およびその他の受信局が補題 3.4によって正常モードへ移行する条件付き確率を表しており、それぞれ近似的に、

$$\left\{\begin{array}{rcl}\pi_D(i) &=& (1-P_E)^D+\sum_{\ell=1}^{D}B(\ell;\ D,\ P_E)\\ &&\times\left\{\sum_{j=0}^{\lfloor D/2\rfloor}B(j;\ D+\ell,\ \bar{x}/L)\right\}^L\\ \rho_D(i) &=& \sum_{n=0}^{D}\frac{B(n;\ i,\ P_E)}{\sum_{\ell=0}^{D}B(\ell;\ i,\ P_E)}\left[\sum_{\ell=0}^{D-n}B(\ell;\ D,\ P_E)\right.\\ &&\left.+\sum_{\ell=D-n+1}^{D}B(\ell;\ D,\ P_E)\left\{\sum_{j=0}^{\lfloor D/2\rfloor}B(j;\ n+\ell,\ \bar{x}/L)\right\}^L\right]\end{array}\right. \tag{4.33}$$

で与えられる。式 (4.33) において、第 1 項は補題 3.4(a) による確率を、第 2 項は補題 3.4(b) による確率をそれぞれ表している。また、$\bar{x}$は誤りパケットの平均誤りシンボル数であり、式 (4.13) によって与えられる。

以上より式 (4.26)、(4.30) および (4.31) を式 (4.1) に代入すれば、D固定方式のスループットが導かれる。

4.4.2 伝送遅延

式 (4.15) と同様に、D固定方式の平均伝送遅延として

$$\mu_D = \frac{\mathrm{E}[a]}{\mathrm{E}[a]+\mathrm{E}[k]}$$

$$+\frac{\mathrm{E}[k]}{\mathrm{E}[a]+\mathrm{E}[k]}\sum_{i=D-1}^{N-D+1}\frac{\Pr[k=i]}{i}\sum_{j=1}^{i}(j+\mathrm{E}[b\mid i])$$

$$=\frac{\mathrm{E}[a]}{\mathrm{E}[a]+\mathrm{E}[k]}+\frac{\mathrm{E}[k]}{\mathrm{E}[a]+\mathrm{E}[k]}\left(\frac{\mathrm{E}[k]+1}{2}+\mathrm{E}[b]\right) \tag{4.34}$$

を得る。

4.5　特性比較

以下では、パケット長を $L=32$ とした場合の数値例をもとに、各方式のスループット特性および伝送時間特性を比較する。参考のために、理想SR方式[2]を同報通信に直接適用した場合の諸特性も併せて図示する。ただし、理想SR方式のスループットおよび平均伝送遅延は、それぞれ、

$$S=\frac{1}{\sum_{j=0}^{\infty}\left[1-\left\{1-P_E^j\right\}^M\right]} \tag{4.35}$$

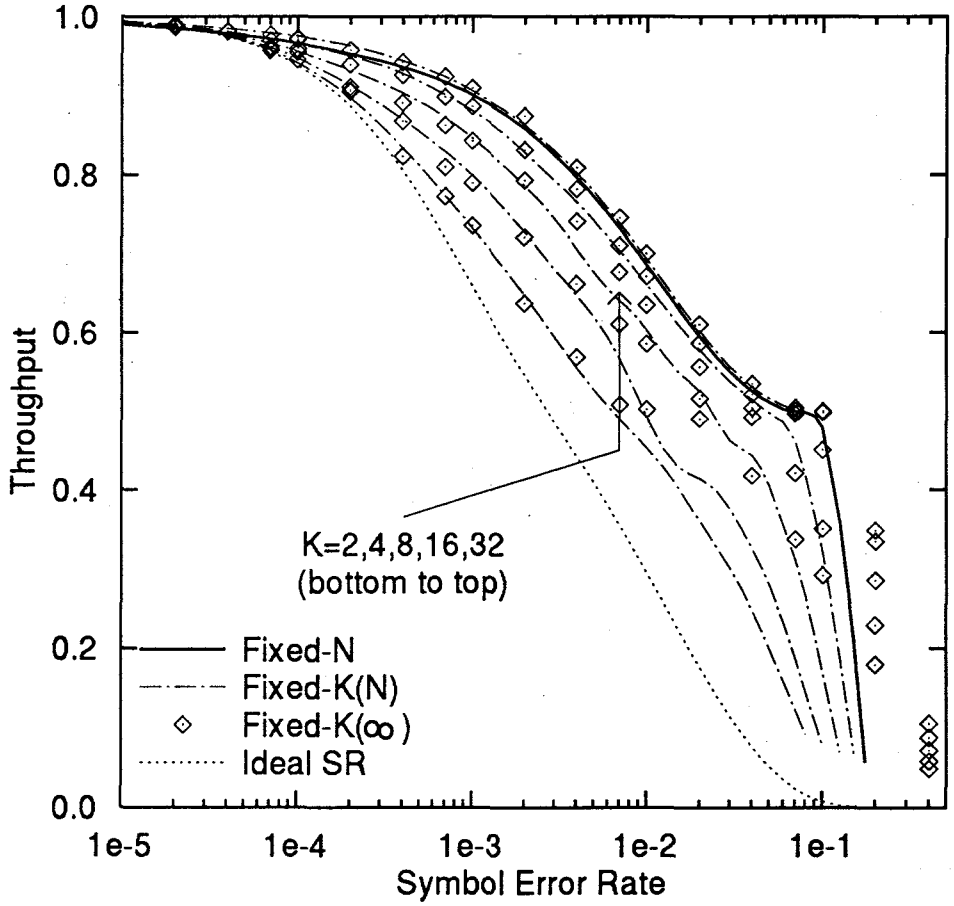
$$D=\sum_{j=0}^{\infty}\left[1-\left\{1-P_E^j\right\}^M\right] \tag{4.36}$$

で与えられる[14]。図中、$\mathcal{N}$固定方式 (Fixed-N) の特性を実線、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式 (Fixed-K) の特性を一点鎖線、$\mathcal{D}$固定方式 (Fixed-D) の特性を破線、理想SR方式 (Ideal SR) の特性を点線で示す。また、$\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式の特性に関しては、計算機シミュレーションの結果を適宜追加して示すこととする。

4.5.1　対シンボル誤り率特性

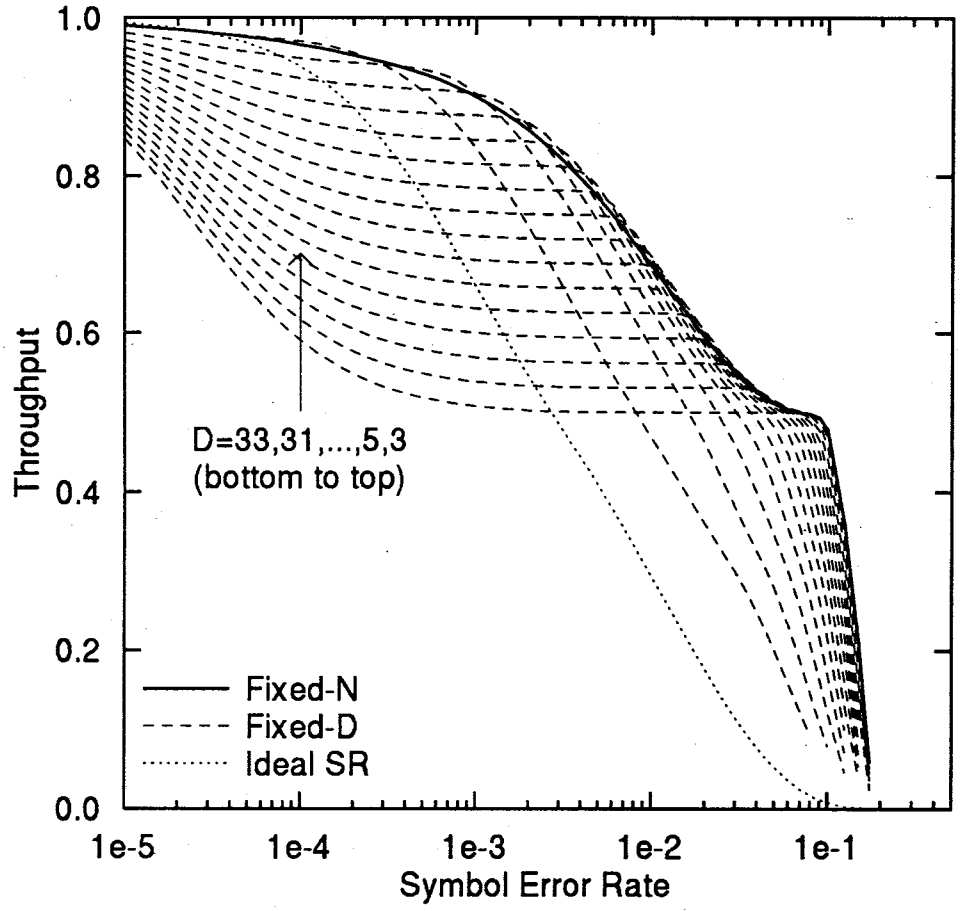
[I]　スループット対シンボル誤り率特性

受信局数を $M=20$、基本となるMDS符号の符号長を $N=64$ としたときのスループット (η) 対シンボル誤り率 (ε) 特性を図4.1および4.2に示す。また、各方式の再送パケット生成時に使用されるMDS符号の平均符



($\mathcal{N}$固定方式、$\mathcal{K}(N)$固定方式および$\mathcal{K}(\infty)$固定方式)

図 4.1： スループット対シンボル誤り率特性 [I] ($M = 20$, $N = 64$, $L = 32$)



($\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{D}$固定方式)

図 4.2： スループット対シンボル誤り率特性 [II] ($M = 20$, $N = 64$, $L = 32$)

号長、平均情報記号数および平均最小距離を図 4.3〜4.5にそれぞれ示す。これらの図より、以下のことがわかる。

(1) 各方式とも、通信路の状態に応じて MDS 符号の情報記号数あるいは検査記号数 (再送パケット数) を適応的に変化させる方式であるが、$\mathcal{N}$ 固定方式あるいは $K = N/2$ $(= 32)$ なる $\mathcal{K}(N)$ 固定方式 (以下では $K = N/2$ $(= 32)$ なる $\mathcal{K}(N)$ 固定方式を $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式と呼ぶ) が最も優れた対シンボル誤り率特性を示す。

(2) 図 4.1において、シンボル誤り率εが十分に小さい領域では、$\mathcal{K}(2K)$ 固定方式が $\mathcal{N}$固定方式の特性を上回っている。これは、再送モードのステップ R1で生成される再送パケット数が、$\mathcal{K}(2K)$ 固定方式では 1 以上 (K以下) であるのに対し、$\mathcal{N}$固定方式では 2 以上 ($\lceil N/2 \rceil$ 以下[3]) であるため、$32/33 = 0.96970$ ($\mathcal{K}(2K)$ 固定方式)、$62/64 = 0.96875$ ($\mathcal{N}$固定方式) と $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式における MDS 符号の符号化率が若干高いためである。

(3) 図 4.1より、$\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式のスループット特性は、シンボル誤り率が 10^{-2}以上の領域 (あるいは等価的にスループットが 0.5 以下の領域) では $\mathcal{K}(N)$ 固定方式より優れているものの、シンボル誤り率が小さければ、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式をほぼ同等である。すなわち、$\varepsilon = 10^{-2}$を境界として、シンボル誤り率がこれより小さければ、$\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式の再送モードは $c = 1$ の状態でほぼ終了し、シンボル誤り率がこれより大きければ、MDS 符号の最小距離を適応的に増加させることによる効果が現れる。

(4) $\mathcal{D}$固定方式では、最小距離 Dを増加することによって高誤り率領域での特性改善がみられる。しかしながら、低誤り率領域では、一般に $D > h$ となり、必要以上の再送パケットを送信することになるので、最小距離 Dの増加は特性劣化をもたらしている。

(5) 図 4.1あるいは 4.2より、$\mathcal{N}$固定方式あるいは $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式は$\varepsilon = 0.1$ 近傍で従来の (一対一通信用) タイプ II 型ハイブリッド ARQ 方式[29] に類似した特性を示している。

---

[2]端末の受信バッファ容量が無限大である SR 方式。

[3]$\lceil x \rceil$ は x 以上の最小整数を表す。

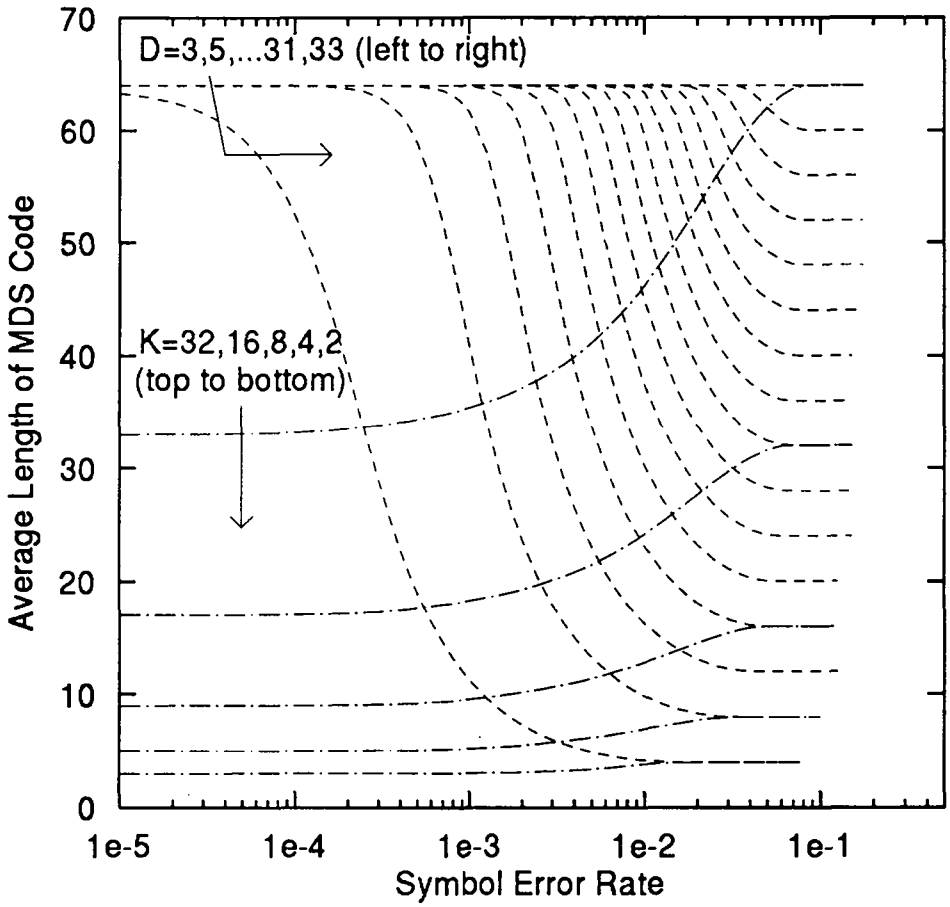


図 4.3 : MDS 符号の平均符号長対シンボル誤り率特性 ($M = 20$, $N = 64$, $L = 32$)

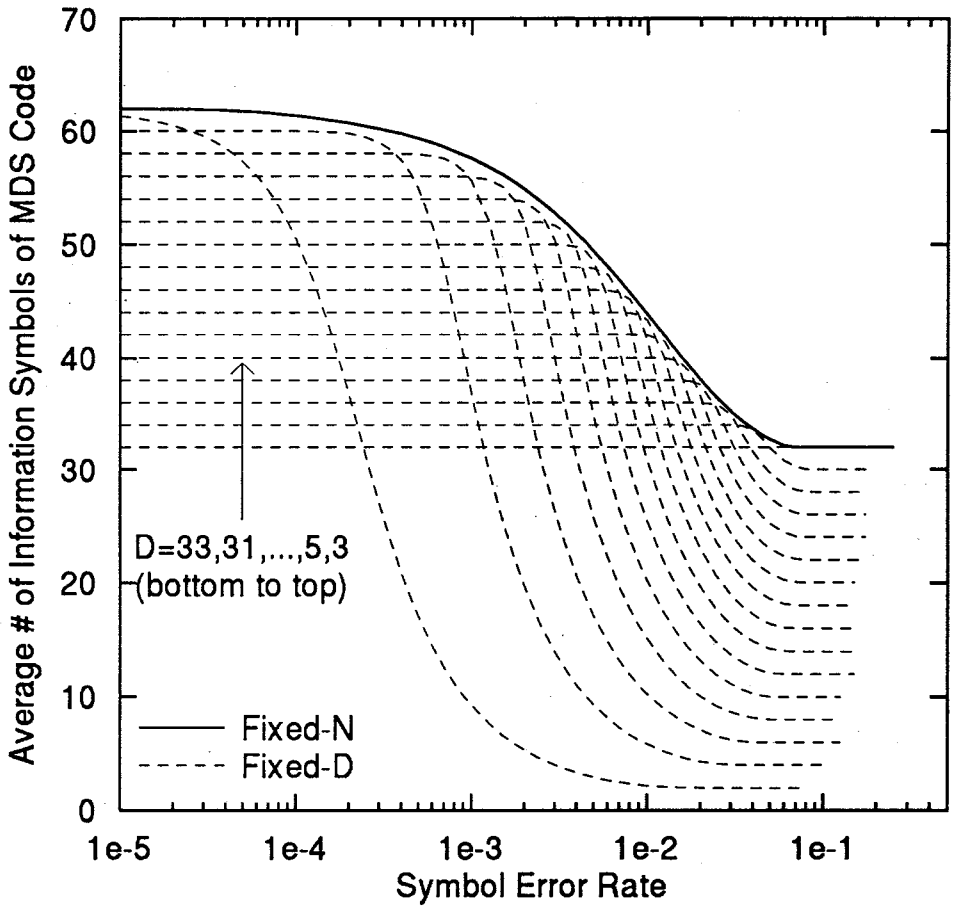


図 4.4： MDS符号の平均情報記号数対シンボル誤り率特性 ($M = 20$, $N = 64$, $L = 32$)

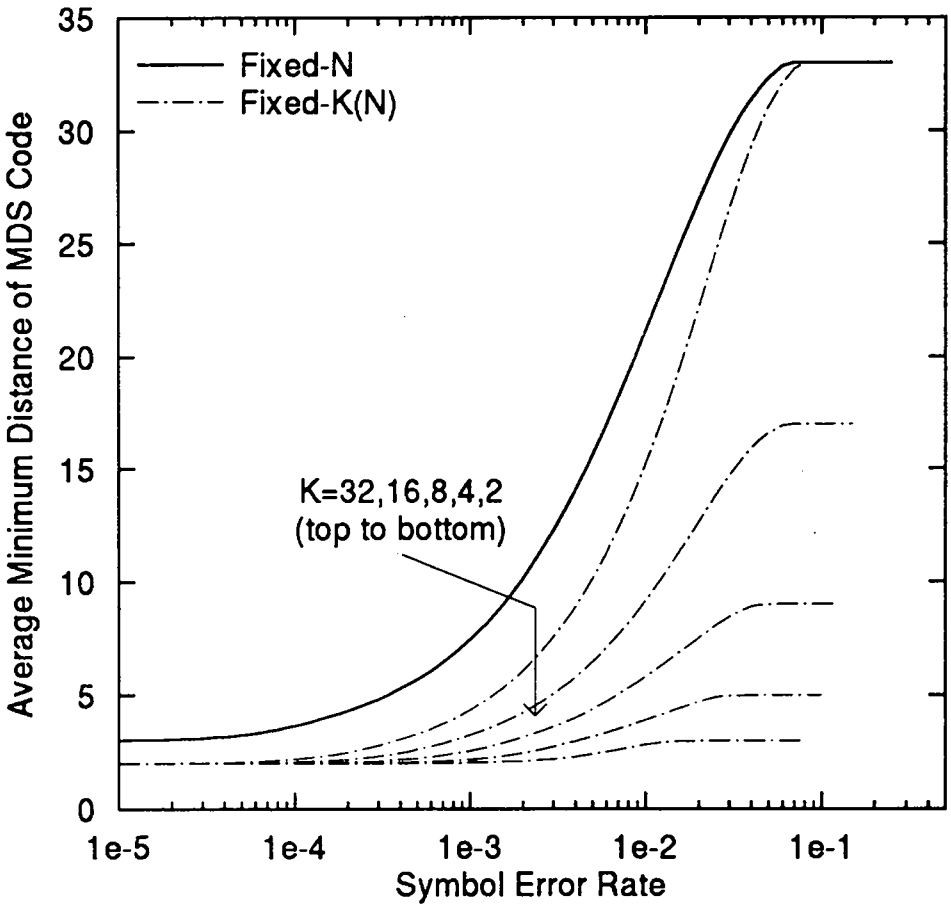


図 4.5 : MDS 符号の平均最小距離対シンボル誤り率特性 ($M = 20$, $N = 64$, $L = 32$)

(6) 図 4.2および 4.4より、$\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式は、通信路状態に応じて、MDS 符号の最適なパラメータを選択していることが明らかである。このことは、遷移モードにおける適応性が良好に作動していることを意味している。

[II] 伝送遅延対シンボル誤り率特性

受信局数を $M = 20$、基本となる MDS 符号の符号長を $N = 64$ としたときの平均伝送遅延 (μ_D) 対シンボル誤り率 (ε) 特性を図 4.6および 4.7に示す。これらの図より、以下のことがわかる。

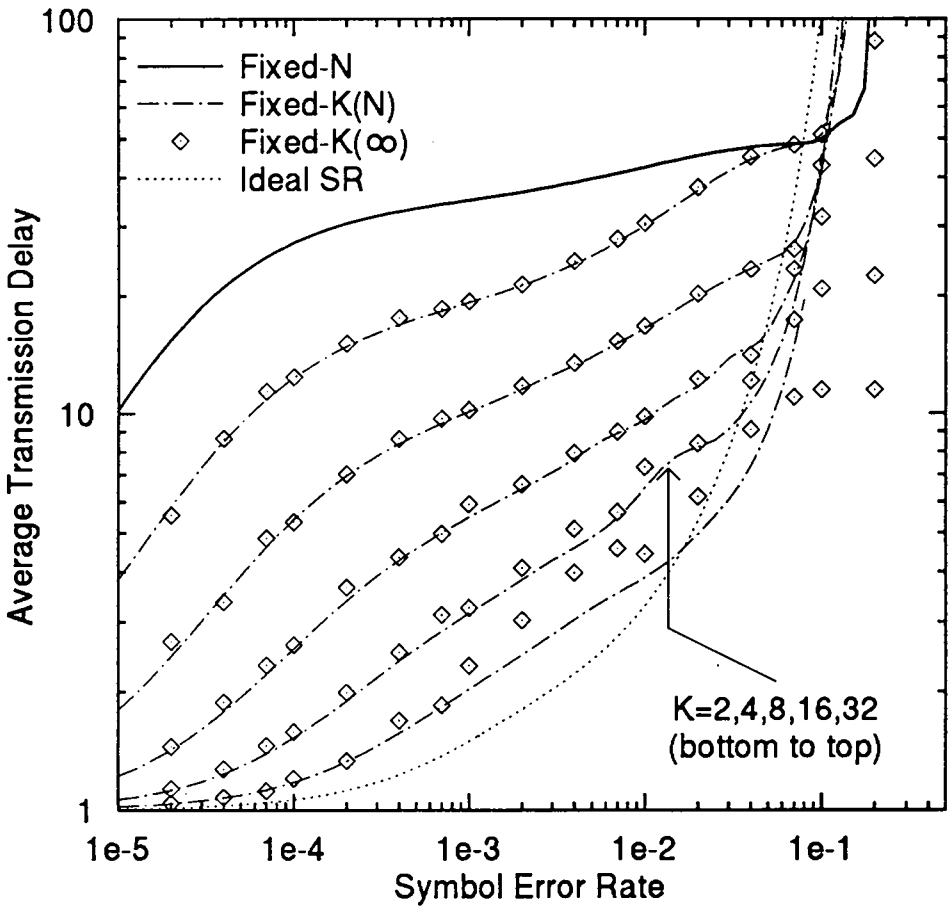
(1) $\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{D}$固定方式は情報記号数が大きい MDS 符号を利用しているため (図 4.4)、シンボル誤り率が 10^{-2}以下の領域では、式 (4.15) および (4.15) の第 2 項が $\mathcal{K}(N)$ 固定方式の第 2 項よりも大きくなる。このため、伝送遅延特性に関しては、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式が最も優れているということができる。

(2) 図 4.4より、シンボル誤り率が大きくなり 10^{-2}近傍になると、$\mathcal{D}$固定方式で利用されている MDS 符号の情報記号数は急激に減少し、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式における MDS 符号の情報記号数を下回ることになる。これにより、$\mathcal{D}$固定方式の伝送遅延特性は一時的に改善され、極小値を取る。

(3) シンボル誤り率がさらに大きくなると、各方式とも伝送遅延特性は急速に劣化する。

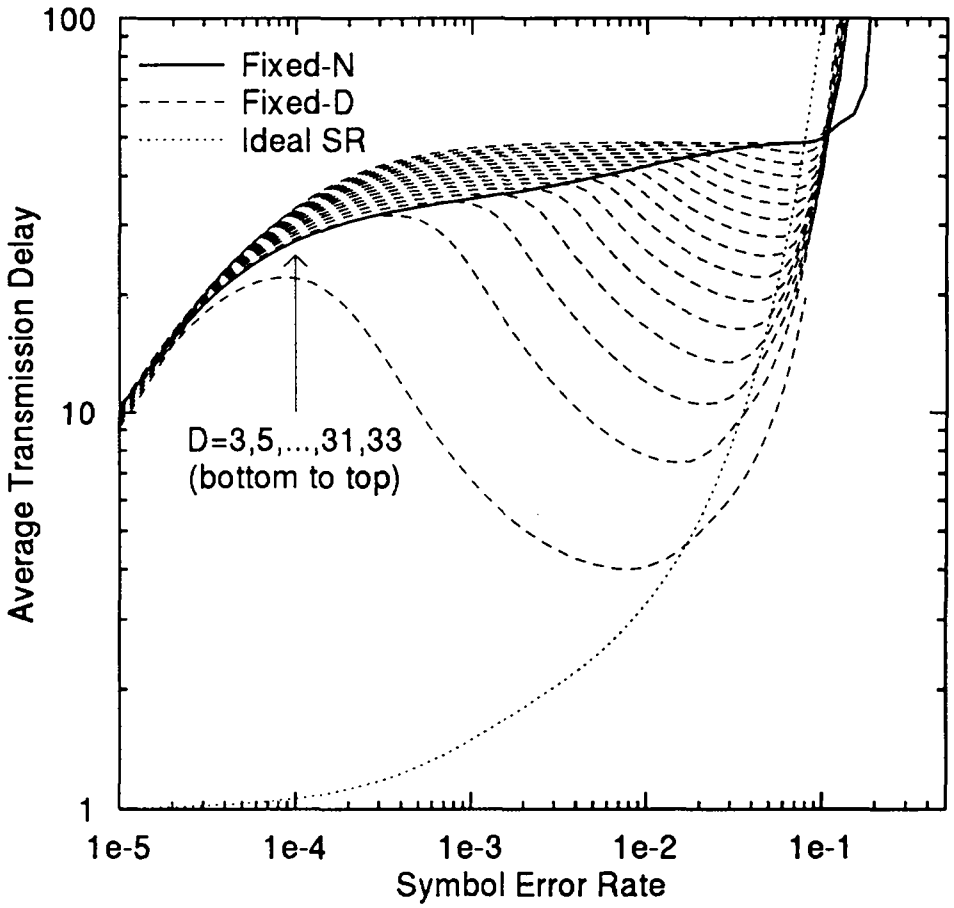
(4) $\mathcal{N}$固定方式の平均伝送遅延特性が $\mathcal{D}$固定方式の極大値をトレースしている様子を図 4.7より読み取ることができる。

伝送遅延特性に関して重要なことは、スループット特性 (図 4.1および 4.2) とは逆に、理想 SR 方式の平均伝送遅延特性が、提案方式と比べ、かなり良好であるということである。これは、端末数の増加によるスループット特性の劣化を軽減するために、提案方式では、複数のパケットに生起した誤りを蓄積しておき、再送パケットによって、これらの誤りを一度に訂正しようと試みているためである。すなわち、端末数が 20 程度である場合、音声あるいは動画像のように即時性の要求される通信に対しては、スループット特性を犠牲にしても、伝送遅延特性の優れた理想 SR 方式を同報通信用誤り制御方式として採用すべきである。一方、データ



(N固定方式および $K(N)$ 固定方式)

図 4.6 : 平均伝送遅延対シンボル誤り率特性 [I] ($M = 20$, $N = 64$, $L = 32$)



($\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{D}$固定方式)

図 4.7： 平均伝送遅延対シンボル誤り率特性 [II] ($M = 20$, $N = 64$, $L = 32$)

通信のように高信頼度が要求される場合、あるいは衛星回線のように回線使用料が比較的高価な場合にはスループット特性を優先すべきであり、提案方式、特に $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式あるいは $\mathcal{N}$ 固定方式が適していることが結論づけられる。

4.5.2 対端末数特性

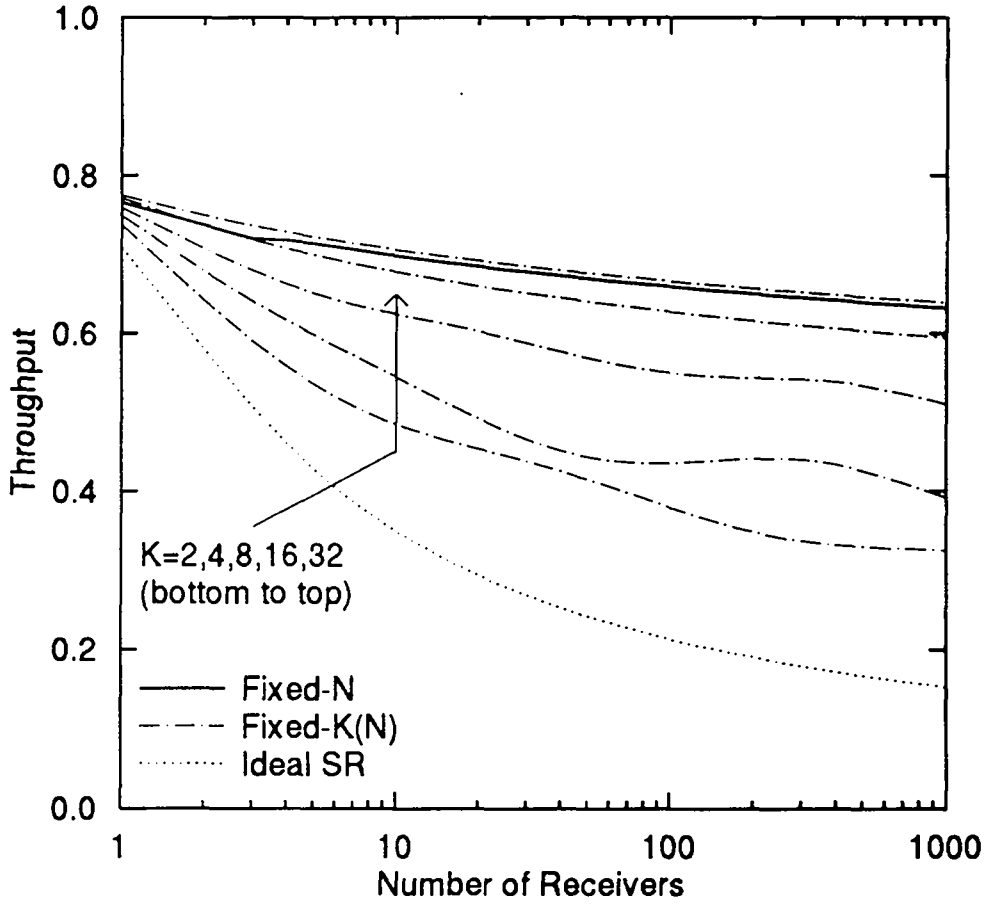
[I] スループット対端末数特性

対端末特性 (対受信局数特性) は、同報通信用誤り制御方式における最大の評価項目である。

基本となる MDS 符号の符号長を $N = 64$、シンボル誤り率を $\varepsilon = 10^{-2}$ および 10^{-3} としたときのスループット (η) 対受信局数 (M) 特性を、図 4.8〜4.11にそれぞれ示す。 ここにおいても、$\mathcal{N}$ 固定方式あるいは $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式の優位性は顕著に現れている。すなわち、端末数の増加に対するスループット特性の劣化は $\mathcal{N}$ 固定方式あるいは $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式が最も小さい。これに対し、MDS 符号の最小距離 D が小さい $\mathcal{D}$ 固定方式あるいは理想 SR 方式の特性は、端末数の増加に対して急激に劣化してしまう。この特性劣化は $\varepsilon = 10^{-3}$ の場合においても顕著であり、これらの方式は、同報通信用誤り制御方式の必要用件を十分に満足していないことが明らかである。また、図 4.2同様、図 4.9および 4.11より、$\mathcal{N}$ 固定方式は受信局数に応じて MDS 符号の最適なパラメータを選択していることがわかる。

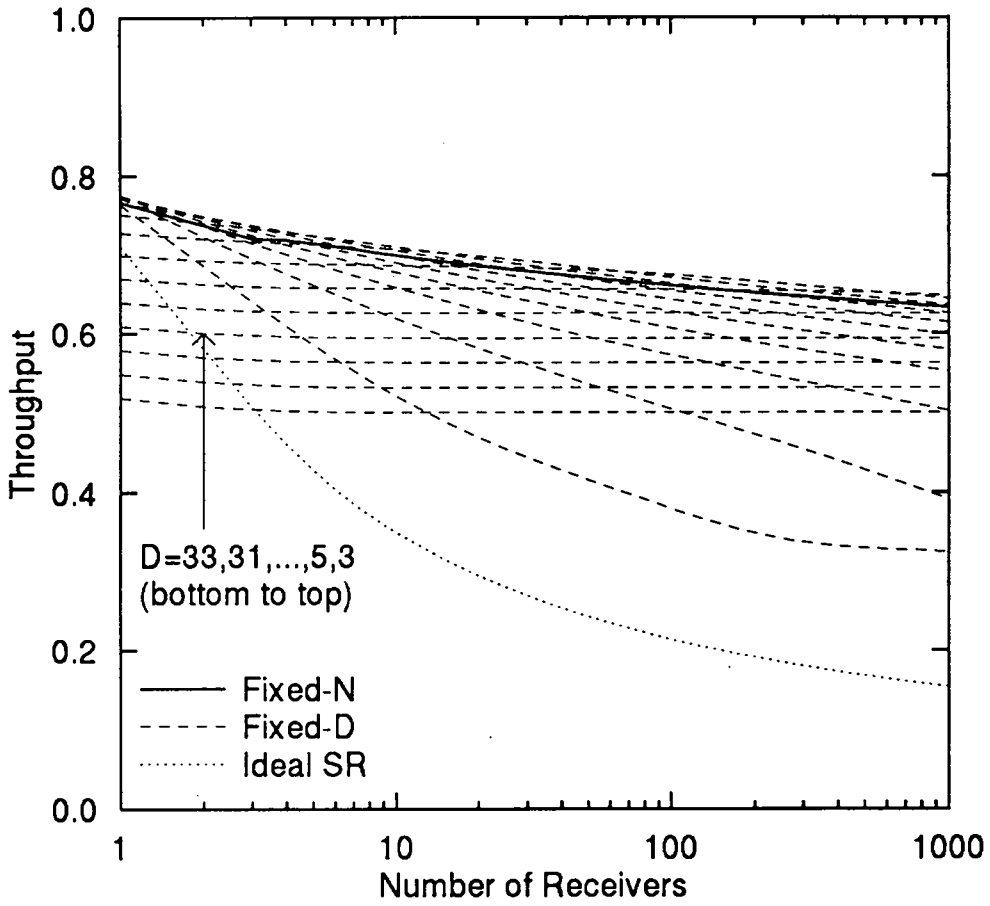
[II] 伝送遅延対端末数特性

基本となる MDS 符号の符号長を $N = 64$、シンボル誤り率を $\varepsilon = 10^{-2}$ および 10^{-3} としたときの平均伝送遅延 (μ_D) 対受信局数 (M) 特性を、図 4.12〜4.15にそれぞれ示す。 図 4.6および 4.7と同様に、概して理想 SR 方式が最も優れた平均伝送遅延特性を示している。この原因は [II]で述べたように、提案方式が蓄積処理による誤り訂正を行っているためである。



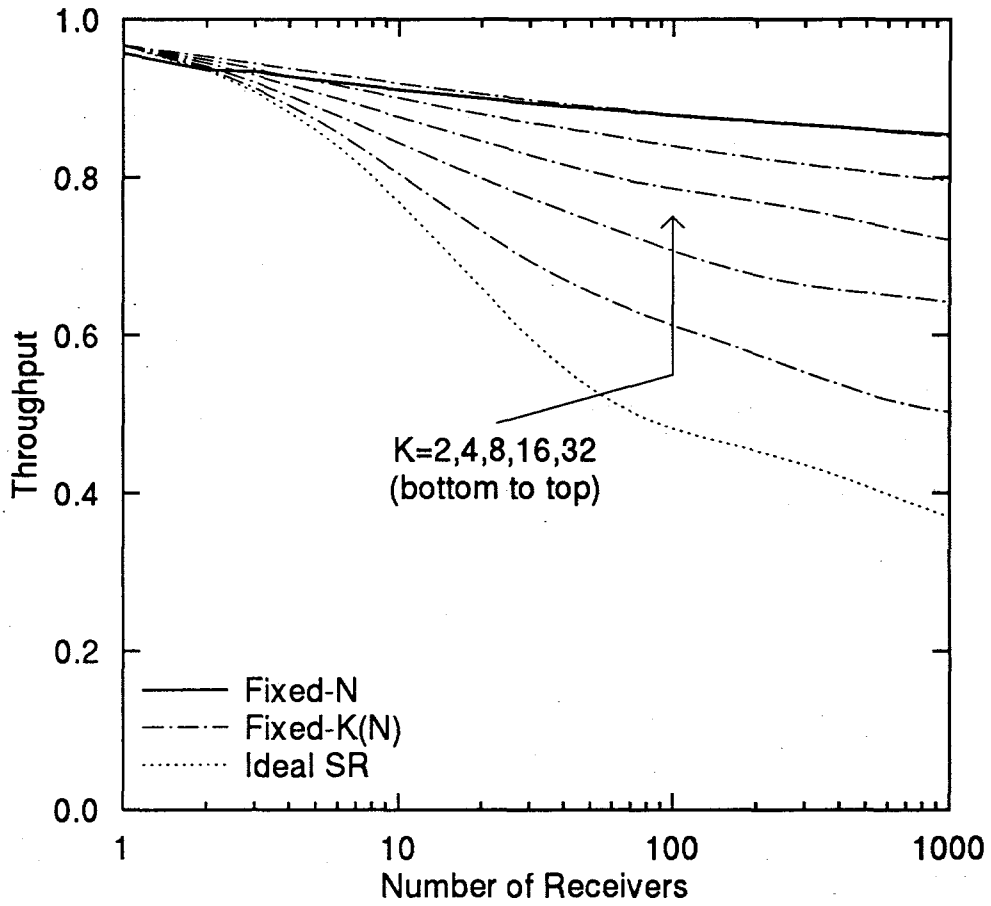
($\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{K}(N)$ 固定方式)

図 4.8：スループット対端末数特性 [I] ($\varepsilon = 10^{-2}$, $N = 64$, $L = 32$)



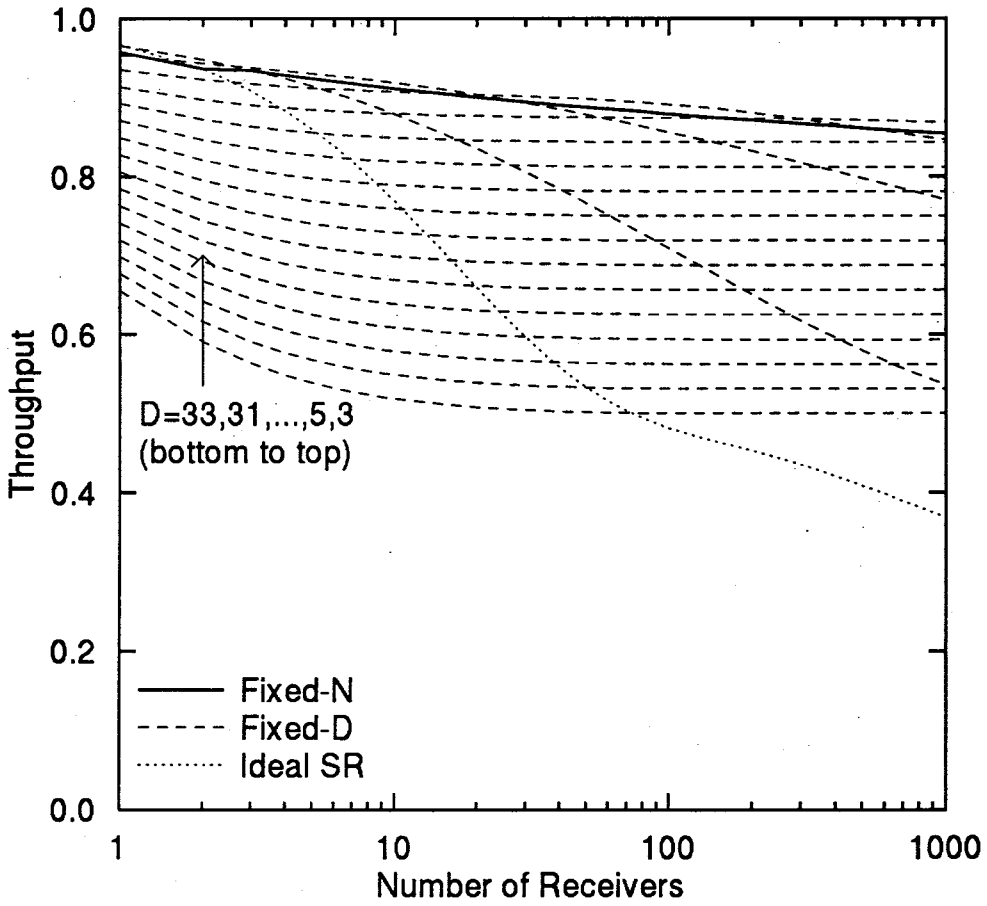
($\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{D}$固定方式)

図 4.9：スループット対端末数特性 [II] ($\varepsilon = 10^{-2}$, $N = 64$, $L = 32$)



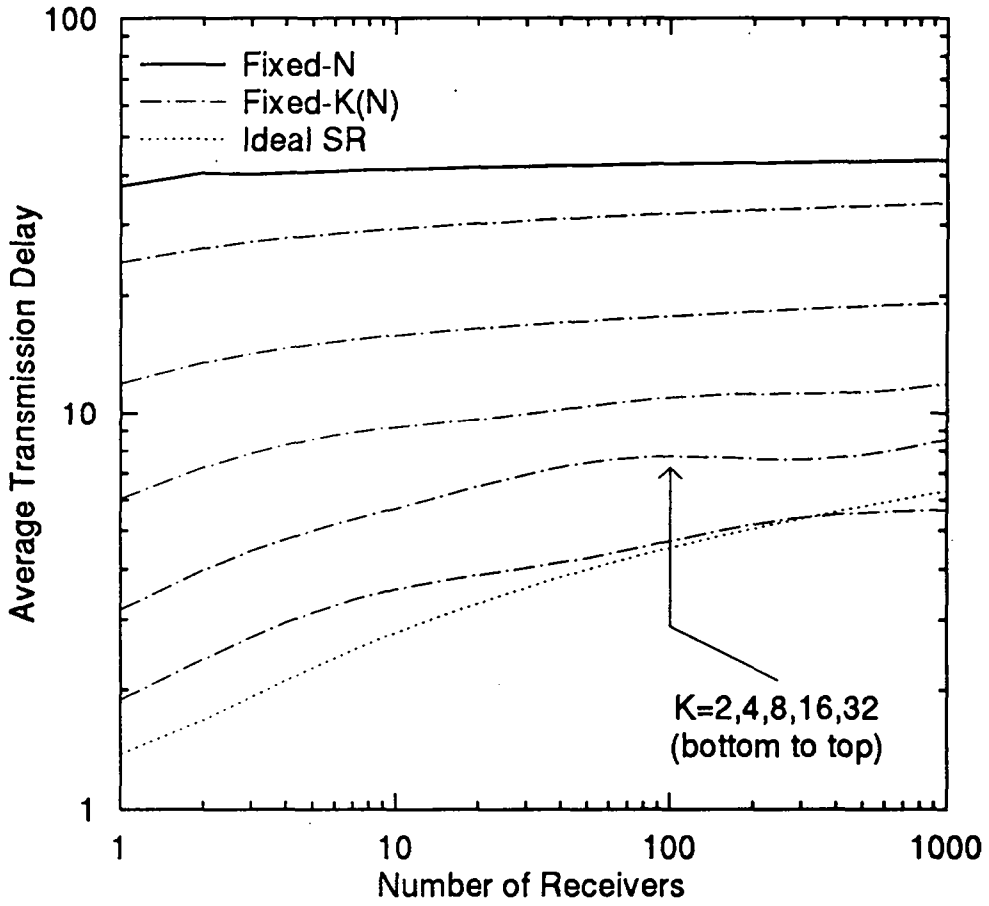
($\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{K}(N)$ 固定方式)

図 4.10：スループット対端末数特性 [III] ($\varepsilon = 10^{-3}$, $N = 64$, $L = 32$)



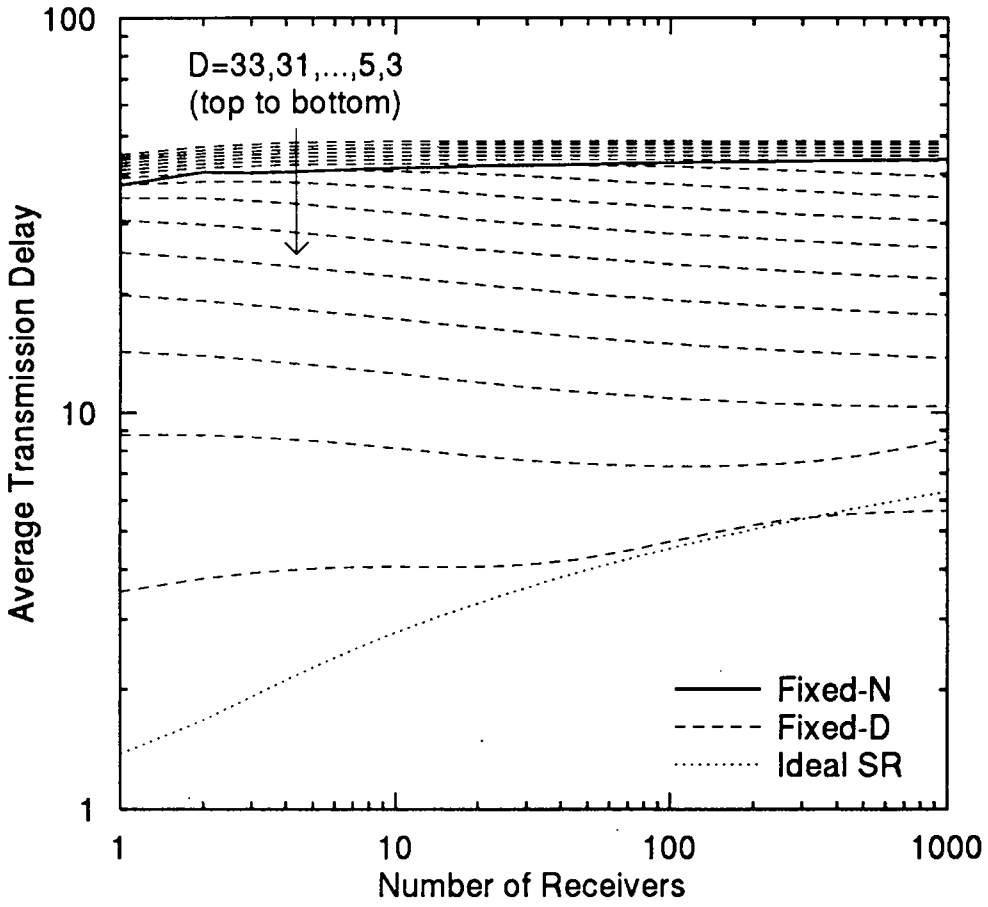
($\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{D}$固定方式)

図 4.11：スループット対端末数特性 [IV] ($\varepsilon = 10^{-3}$, $N = 64$, $L = 32$)



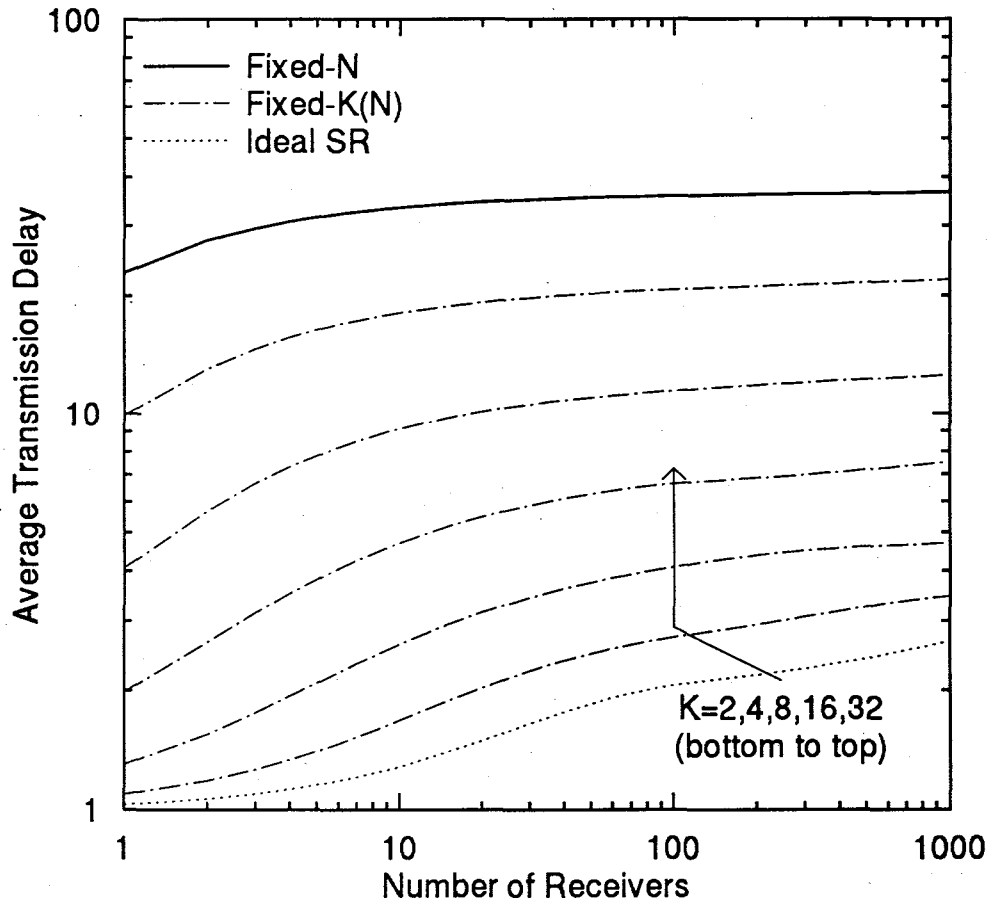
($\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{K}(N)$ 固定方式)

図 4.12：平均伝送遅延対端末数特性 [I] ($\varepsilon = 10^{-2}$, $N = 64$, $L = 32$)



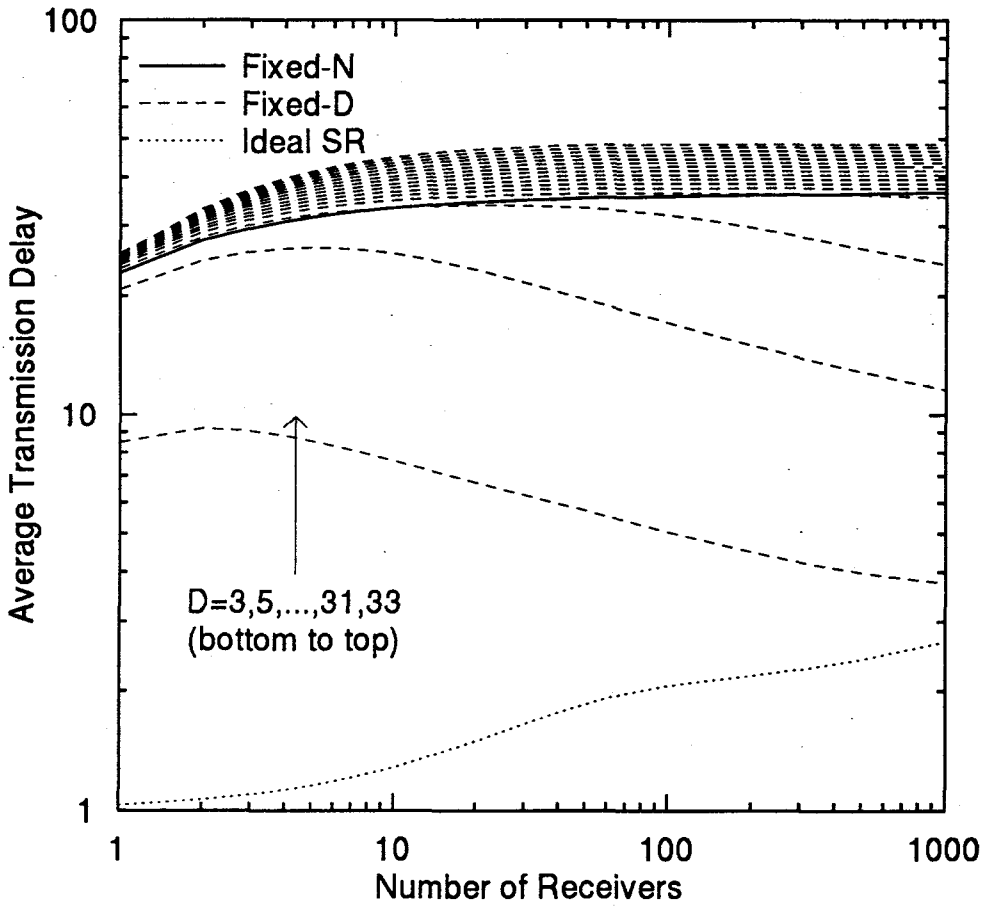
($\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{D}$固定方式)

図 4.13 : 平均伝送遅延対端末数特性 [II] ($\varepsilon = 10^{-2}$, $N = 64$, $L = 32$)



($\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{K}(N)$ 固定方式)

図 4.14：平均伝送遅延対端末数特性 [III] ($\varepsilon = 10^{-3}$, $N = 64$, $L = 32$)



($\mathcal{N}$固定方式および $\mathcal{D}$固定方式)

図 4.15：平均伝送遅延対端末数特性 [IV] ($\varepsilon = 10^{-3}$, $N = 64$, $L = 32$)

4.5.3 対 MDS 符号の符号長特性

[I] スループット対 MDS 符号の符号長特性

受信局数を $M = 20$、シンボル誤り率を$\varepsilon = 10^{-2}$および 10^{-3} としたときのスループット (η) 対 MDS 符号最大符号長 (N) 特性を、表 4.1に示す。表 4.1において、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式は MDS 符号の符号化率 K/Nが一定となるようにパラメータ Kが選択されている。ここにおいても、任意の Nの値に対して、$\mathcal{K}(2K)$ 固定方式あるいは $\mathcal{N}$固定方式のスループット特性が最も優れている。

明らかに、符号長 Nが大きい MDS 符号を利用することにより各方式のスループットは改善される。しかしながら、符号長を伸ばすには符号長に比例した大きさの体上で定義された MDS 符号を必要とすることから (式 (2.3) 参照)、GMD 復号に要する複雑さを増大してしまう。さらに、いずれの方式も蓄積処理による誤り訂正を行っているため、MDS 符号の符号長 Nを増加することは、次に示すように、伝送遅延等の特性を劣化してしまうこととなる。

[II] 伝送遅延対 MDS 符号の符号長特性

受信局数を $M = 20$、シンボル誤り率を$\varepsilon = 10^{-2}$および 10^{-3} としたときの平均伝送遅延 (μ_D) 対 MDS 符号最大符号長 (N) 特性を、表 4.2に示す。表 4.1同様、表 4.2においても、$\mathcal{K}(N)$ 固定方式は MDS 符号の符号化率 K/Nが一定となるようにパラメータ Kが選択されている。

$\mathcal{N}$固定方式と $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式の優劣を表 4.1から読み取ることは困難であるが、表 4.2からこれら 2 方式の優劣を容易に読み取ることができる。すなわち、$\mathcal{K}(2K)$ 固定方式の平均伝送遅延特性は、$\mathcal{N}$固定方式の約 2/3 の値を示している。この点から、任意の符号長 Nに対して $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式の優位性がわかる。

4.5.4 比較評価

提案方式についての比較評価結果として、$\mathcal{N}$固定方式あるいは $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式が最も優れたスループット特性を示すことが明らかである。しかしながら、伝送遅延特性に関し、$\mathcal{N}$固定方式は $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式の約 2

表 4.1：スループット対 MDS 符号最大符号長特性 ($M = 20$, $L = 32$)

(a) $\varepsilon = 10^{-2}$の場合

		MDS 最大符号長 N				
		16	32	64	128	256
$\mathcal{N}$固定		0.589	0.646	0.685	0.713	0.732
$\mathcal{K}(N)$ 固定	$N = 32K$	*	*	0.458	0.502	0.609
	$N = 16K$	*	0.458	0.502	0.609	0.668
	$N = 8K$	0.458	0.502	0.609	0.668	0.701
	$N = 4K$	0.502	0.609	0.668	0.701	0.724
	$N = 2K$	0.609	0.668	0.701	0.724	0.741
$\mathcal{D}$固定	$D = 3$	0.418				
	$D = 5$	0.581				
	$D = 9$	0.500	0.653			
	$D = 17$	*	0.500	0.694		
	$D = 33$	*	*	0.500	0.721	

(b) $\varepsilon = 10^{-3}$の場合

		MDS 最大符号長 N				
		16	32	64	128	256
$\mathcal{N}$固定		0.808	0.856	0.901	0.924	0.938
$\mathcal{K}(N)$ 固定	$N = 32K$	*	*	0.740	0.804	0.851
	$N = 16K$	*	0.740	0.804	0.851	0.884
	$N = 8K$	0.740	0.804	0.851	0.884	0.909
	$N = 4K$	0.804	0.851	0.884	0.909	0.928
	$N = 2K$	0.851	0.884	0.909	0.928	0.941
$\mathcal{D}$固定	$D = 3$	0.827	0.836			
	$D = 5$	0.765	0.873	0.904	0.905	
	$D = 9$	0.530	0.758	0.877	0.930	0.933
	$D = 17$	*	0.516	0.754	0.876	0.937
	$D = 33$	*	*	0.508	0.752	0.876

注) 表中 '*' は構成不可能なパラメータであることを表す。

表 4.2：平均伝送遅延対 MDS 符号最大符号長特性 ($M = 20$, $L = 32$)

(a) $\varepsilon = 10^{-2}$の場合

		MDS 最大符号長 N				
		16	32	64	128	256
$\mathcal{N}$固定		11.3	21.5	41.8	81.9	161.3
$\mathcal{K}(N)$ 固定	$N = 32K$	*	*	3.4	6.0	9.1
	$N = 16K$	*	3.4	6.0	9.1	16.0
	$N = 8K$	3.4	6.0	9.1	16.0	30.0
	$N = 4K$	6.0	9.1	16.0	30.0	56.4
	$N = 2K$	9.1	16.0	30.0	56.4	108.8
$\mathcal{D}$固定	$D = 3$	3.6				
	$D = 5$	7.2				
	$D = 9$	12.0	15.9			
	$D = 17$	*	24.0	35.0		
	$D = 33$	*	*	48.0	75.2	75.3

(b) $\varepsilon = 10^{-3}$の場合

		MDS 最大符号長 N				
		16	32	64	128	256
$\mathcal{N}$固定		8.9	17.5	34.5	68.1	135.0
$\mathcal{K}(N)$ 固定	$N = 32K$	*	*	1.7	2.8	5.0
	$N = 16K$	*	1.7	2.8	5.0	9.6
	$N = 8K$	1.7	2.8	5.0	9.6	18.7
	$N = 4K$	2.8	5.0	9.6	18.7	36.4
	$N = 2K$	5.0	9.6	18.7	36.4	71.5
$\mathcal{D}$固定	$D = 3$	5.9	6.3			
	$D = 5$	9.2	16.7	22.8	23.0	
	$D = 9$	10.7	19.2	35.3	61.6	66.2
	$D = 17$	*	22.5	39.1	71.3	134.4
	$D = 33$	*	*	46.4	79.1	143.3

注) 表中 '*' は構成不可能なパラメータであることを表す。

倍の平均伝送遅延時間を必要とするため、総合的には $\mathcal{K}(2K)$ 固定方式が優れている。

ここで、概して GMD 復号は符号長と最小距離の積に比例した計算の複雑さを有している[85]。すなわち、提案方式はいずれも、通信路誤り率に応じてその復号時間が変化することになる。したがって、提案方式の実現に当たっては GMD 復号の計算の複雑さ、あるいは復号時間の増大がもたらす伝搬遅延時間への影響等を考慮しなければならない。

4.6 結言

本章では、前章で提案した同報通信用誤り制御方式のスループットおよび伝送遅延に関する特性解析を行った。数値解析の結果、伝送路の誤り率増加に対する特性劣化、および受信局数増加に対する特性劣化の観点から、$N = 2K$なる $\mathcal{K}(N)$ 固定方式が最も優れており、続いて $\mathcal{N}$固定方式(スループット特性は $N = 2K$なる $\mathcal{K}(N)$ 固定方式と同等であるが、伝送遅延特性が若干劣る)、$N > 2K$なる一般の $\mathcal{K}(N)$ 固定方式、$\mathcal{D}$固定方式の順に優れていることを示した。

各端末は誤りを蓄積しておき一括してこれを訂正するために、提案方式は伝送遅延特性に関しては、理想 SR 方式を同報通信に直接適用した場合より劣るものの、端末数の増加に対する劣化が非常に少ない優れたスループット特性を有することを明らかにした。この意味において、伝送遅延時間特性に関しては若干の課題を残すが、提案方式は“端末数が増加してもその特性劣化を軽減し得る同報通信用誤り制御方式を提案する”という本論文の第1の目的を十分に達成し得るものである。

なお、筆者等は Gilbert モデル[86]によるバースト誤り通信路における $\mathcal{K}(\infty)$ 固定方式のスループット解析を行っているが、ここでは割愛する。文献 [20] を参照されたい。

第5章　ランダムアクセス方式の捕捉環境下での解析

5.1　緒言

本章では、VSATシステム等のスター型パケット通信システムで広く利用されているランダムアクセス方式の一つであるスロット付きアロハ方式[36][87][88]を対象として、捕捉効果を考慮した上で、複数の制御局をもつシステムの特性解析を平衡点解析[26][54]の手法によって行う。特にここでは、捕捉効果、制御局の複数化に加え、データの再送回数を有限とした場合のシステムモデルを明らかにした上で特性解析を行う。

無線通信システムはスター型パケット通信システムを容易に構築することができる。無線通信システムにおけるランダムアクセス方式としては、アロハ方式[87]およびCSMA方式を改良したBTMA方式[35]等が知られている。アロハ方式は簡便な方式であるものの、CSMA方式あるいはBTMA方式と比べ、一般にスループットが小さいために、アナログ方式の自動車電話システムではBTMA方式を改良した方式が採用されている。しかしながら、無線通信路における伝搬損失あるいはフェージング等によってパケットの受信電力が変動するため、複数のパケットが同時刻に送信されても、あるパケットが正しく受信される捕捉効果と呼ばれる現象が発生する。この捕捉効果によって、アロハ方式の諸特性が大きく改善されることが、近年、数多く報告されている[38]-[52]。すなわち、捕捉効果の存在しない環境下では、複数のパケットが通信路上で衝突すると、衝突を起こしたパケットは全て再送されていたが、捕捉効果によって、あ

るパケットは再送を免れることが可能となる。

捕捉効果を考慮した従来の解析では[38]-[47][49]-[51]、パケットを受信する制御局は1局であり、かつ衝突あるいは通信路誤りによって伝送に失敗したパケットは、何度でも再送できるという仮定のもとで行われていた[26]-[28][87][88]。

しかしながら、捕捉効果を有効に利用するために、制御局を複数にすることで次のような利得を期待することができる[48][52]。

(1) マクロダイバーシティ効果 — ある制御局が特定のパケットを正しく受信することができない場合であっても、別の制御局がそのパケットを正しく受信する可能性がある。

(2) 多重化効果 — 捕捉効果により正しく受信したパケットが制御局毎に異なっていれば、複数のパケットが同時に正しく受信されることが可能となる。

このように、制御局を複数備えた通信システムとしては、例えば、オフィス等で利用される無線LANが考えられる。無線LANでは、什器等で遮断されることによって、無線不感エリアが出現する恐れがある。これを回避し、上記のような利得を得るために制御局を複数にすることが考えられる。

また、通信システムの運用を考慮すれば、同一パケットの再送回数を有限に制限することによって、システムの輻輳状態を回避することが一般的である。

以下では、初めに、複数のパケットが伝送路上で衝突したときに、最大受信電力をもつパケットのみが正しく受信される確率(捕捉確率)を導出するとともに、複数の制御局をもつスロット付きアロハ方式がパケットの再送回数を考慮したMarkov連鎖によってモデル化されることを示す。次に、Markov連鎖の平衡点における方程式を明らかにし、スループット、平均伝送遅延、パケット廃棄確率に関する理論式を導出する。最後に、

(1) 再送回数を大きくすると、低トラヒック状態でのパケット廃棄確率は大幅に減少するものの、スループットおよび平均伝送遅延の改善はみられないこと

(2) 制御局数の増加は、高トラヒック状態におけるスループットと平均伝送遅延を改善すること

を数値例によって明らかにする。さらに、複数の制御局において同一パケットが同時に正しく受信された場合の選択制御方式[89][90]に関しても考察を行う。

5.2 受信電力比による捕捉効果

本節では、受信電力による捕捉効果について説明し、特に、通信路としてAWGN (Additive White Gaussian Noise)-Rayleigh フェージング通信路を想定した場合の捕捉確率を導出する。

捕捉効果を引き起こす物理的なメカニズムは非常に複雑なため、文献[38]〜文献[52]では、捕捉効果に対する適当なモデル化が行われている。これらは次のように分類される。

(1) 端末の送信電力レベルをいくつかのクラスに分割し、最上位クラスの送信電力レベルをもつ端末が1局であれば、その端末からのパケットを正しく受信する[38][39][41]。

(2) 受信電力比が一定値以上であれば、最大受信電力をもつパケットを正しく受信する[40][44]-[48][50][52]。

(3) テストパケットと他のパケットの受信電力比が一定値以上であれば、テストパケットを正しく受信する[42]。

(4) 一定値以上のビット誤り率をもつパケットを正しく受信する[43]。

(5) 変復調方式および誤り訂正符号を考慮し、復号誤りが生起していなければ、そのパケットを正しく受信する[49][51]。

以下では、パケットの衝突個数が与えられたときの捕捉効果が現れる確率 (捕捉確率) を簡単な解析により導出することが可能な受信電力比によるモデルを考える。

[仮定 5.1] あるスロットで、i 個の端末からパケットが同時に送信された場合 ($i \geq 1$)、制御局における各パケットの受信電力を、大きい順にそれぞれ、$X_0, X_1, \cdots, X_{i-1}$ とする ($X_0 \geq X_1 \geq \cdots \geq X_{i-1}$)。このとき、

$$\frac{X_0}{X_1 + X_2 + \cdots + X_{i-1} + Z} \geq z_0 \tag{5.1}$$

が成り立つならば、制御局は受信電力が X_0 であるパケットを正しく受信できるものとする。ここで式 (5.1) において、Z は雑音電力を表しており、右辺の z_0 を捕捉比と呼ぶ。

式 (5.1) が満足され、最大受信電力を有するパケットが正しく受信される捕捉確率 q_i は、各パケットの受信電力および雑音電力の分布に依存して決定される。通信路として AWGN-Rayleigh フェージング通信路を想定した場合、各パケットの受信電力および雑音電力は、例えば端末/制御局間の伝搬損失等に依存するある平均値をもつ指数分布に従う確率変数となる。以下では、簡単のために、次の仮定を置く。

[仮定 5.2] 任意のパケットの受信電力および雑音電力は、それぞれ、平均 P_0 および N_0 である統計的に独立かつ同一の指数分布に従うものとする。

これは、全端末が制御局を中心とする円周上に位置している場合、あるいは端末における送信電力制御が理想的に動作している場合に対応しているものとみなすことができる。この場合、パケットの受信電力および雑音電力に対する確率密度関数 $f_k(x)$ および $f_Z(x)$ は、それぞれ

$$f_k(x) = \frac{1}{P_0}\exp\left[-\frac{x}{P_0}\right] \quad ;\ x \geq 0,\ 0 \leq k \leq i-1 \tag{5.2}$$

$$f_Z(x) = \frac{1}{N_0}\exp\left[-\frac{x}{N_0}\right] \quad ;\ x \geq 0 \tag{5.3}$$

で与えられる。このとき次の補題を導出することができる[48][52]。

[補題 5.1] 仮定 2の下で、AWGN-Rayleigh フェージング通信路における受信電力比による捕捉確率 q_i は、

$$q_i = \frac{i\gamma}{(\gamma + z_0)(1+z_0)^{i-1}} \quad ;\ z_0 \geq 1 \tag{5.4}$$

で与えられる。ただし、$\gamma = N_0/P_0$ とする。

(証明) i 個の確率変数 X_k $(0 \leq k \leq i-1)$ の確率密度関数が式 (5.2) で与えられることから、確率変数 X_k の最大値が $X_{\max} = X_0 = x$ である条

件付き確率密度関数は、

$$\begin{aligned} f_{\max}(x \mid i) &= \frac{d}{dx}\left\{\prod_{k=0}^{i-1} \Pr\left[X_k \le x\right]\right\} \\ &= \frac{i}{P_0}\left\{1-\exp\left[-\frac{x}{P_0}\right]\right\}^{i-1} \cdot \exp\left[-\frac{x}{P_0}\right] \\ &\quad ;\ x > 0 \end{aligned} \tag{5.5}$$

である。最大値に関する条件 $X_0 = x$ が与えられた場合、X_0以外の確率変数 X_k $(1 \le k \le i-1)$ および Zの条件付き確率密度関数は、それぞれ、

$$\begin{aligned} f_k(\xi \mid x, i) &= \frac{f_k(\xi)}{\int_0^x f_k(t)\, dt} \\ &= \frac{1}{P_0}\left\{1-\exp\left[-\frac{x}{P_0}\right]\right\}^{i-1} \cdot \exp\left[-\frac{\xi}{P_0}\right] \\ &\quad ;\ 0 \le \xi \le x \end{aligned} \tag{5.6}$$

$$f_Z(\xi \mid x, i) = \frac{1}{N_0}\exp\left[-\frac{\xi}{N_0}\right] \quad ;\ \xi \ge 0 \tag{5.7}$$

となる。これより、条件付き確率密度関数 $f_k(\xi \mid x, i)$ および $f_Z(\xi \mid x, i)$ の条件付き母関数を、それぞれ、$\Psi_k(s \mid x, i)$ および $\Psi_Z(s \mid x, i)$ とすれば、確率変数 $T = X_1 + X_2 + \cdots + X_{i-1} + Z$ の条件付き母関数 $\Psi_T(s \mid x, i)$ は、それらの積で与えられる。

$$\begin{aligned} \Psi_T(s \mid x, i) &= \Psi_Z(s \mid x, i) \cdot \left\{\prod_{k=1}^{i-1} \Psi_k(s \mid x, i)\right\} \\ &= \frac{1}{(N_0 s + 1)(P_0 s + 1)^{i-1}} \\ &\quad \times \left\{\frac{1-\exp\left[-\left(\frac{1}{P_0}+s\right)x\right]}{1-\exp\left[-\frac{x}{P_0}\right]}\right\}^{i-1} \end{aligned} \tag{5.8}$$

上式に逆 Laplace 変換を施すことによって、確率変数 T の条件付き確率密度関数 $f_T(t \mid x, i)$ が求められる[91]。

$$f_T(t \mid x, i) = \left\{1 - \exp\left[-\frac{x}{P_0}\right]\right\}^{i-1} \times \sum_{\ell=0}^{i-1} \binom{i-1}{\ell} (-1)^{\ell} \zeta(t - \ell x) \exp\left[-\frac{\ell x}{P_0}\right] \quad (5.9)$$

ただし、$\gamma = N_0/P_0$ として、

$$\zeta(t) = \frac{1}{N_0(1-\gamma)^{i-1}} \exp\left[-\frac{t}{N_0}\right] + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{N_0(-1)^{j-1} \cdot t^{i-j-1}}{\{P_0 N_0 (1 - 1/\gamma)\}^j (i-j-1)!\,(j-1)!} \exp\left[-\frac{t}{P_0}\right] \; ; \; t \geq 0 \quad (5.10)$$

である。したがって、捕捉確率 q_i は、

$$\begin{aligned} q_i &= \Pr\left[\frac{X_{\max}}{T} \geq z_0\right] \\ &= \int_0^{\infty} \Pr\left[\frac{X_{\max}}{T} \geq z_0 \;\middle|\; X_{\max} = x\right] \cdot f_{\max}(x|i)\, dx \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{x/z_0} f_T(t \mid x, i)\, f_{\max}(x \mid i)\, dt\, dx \\ &= \frac{i\gamma}{(\gamma + z_0)(1 + z_0)^{i-1}} \quad ; \; z_0 \geq 1 \end{aligned} \quad (5.11)$$

で与えられる。 (証明終)

表 5.1 に式 (5.4) の数値例を示す。

5.3 システムモデル

本章で対象とするシステム概念を図 5.1 に示す。単一バッファをもつ M 個の端末が、単位長のパケットを R 個の制御局のいずれかにスロット付

表 5.1 : AWGN-Rayleigh フェージング通信路における捕捉確率

衝突個数	$z_0 = 3$(dB)		$z_0 = 6$(dB)	
i	$\gamma = 10$(dB)	$\gamma \to \infty$	$\gamma = 10$(dB)	$\gamma \to \infty$
1	8.337e-1	1.000	7.152e-1	1.000
2	5.567e-1	6.677e-1	2.872e-1	4.051e-1
3	2.788e-1	3.344e-1	8.649e-2	1.209e-1
4	1.241e-1	1.489e-1	2.315e-2	3.237e-2
5	5.179e-2	6.212e-2	5.810e-3	8.122e-3
6	2.045e-2	2.489e-2	1.400e-3	1.957e-3
7	8.081e-3	9.694e-3	3.278e-4	4.583e-4
8	3.084e-3	3.699e-3	7.521e-5	1.052e-4
9	1.158e-3	1.389e-3	1.699e-5	2.375e-5
10	4.296e-4	5.153e-4	3.789e-6	5.298e-6

きアロハ方式で伝送するものとする。ここで、時間軸はパケット長と等しいスロットに分割され、全端末は、このスロットに完全に同期しているものと仮定し、1個以上の制御局で正しく受信されたならば、そのパケットは伝送に成功したものとする。また、再送すべきパケットをバッファ内に有している端末をバックログ端末と呼ぶ。

各端末のバッファ内にあるパケットの失敗回数によって分類された状態モデルを図5.2に示す。図5.2における状態遷移は、以下のように行われる。

[仮定 5.3] バッファ内に再送すべきパケットを有していない端末はTHモード (THinking mode) に停留し、各スロット開始時刻において、確率 p で新しいパケットを発生する (確率 p をパケット発生確率と呼ぶ)。

[仮定 5.4] THモード以外のモードに停留している端末は新しいパケットを発生しない。

[仮定 5.5] 新しいパケットが発生した端末は、IFT (Immediate First Transmission) プロトコル[88]に従って、そのスロットでパケットを送信する[1]。

[仮定 5.6] 過去において ℓ 回の伝送に失敗したパケットを有する端末は RT_ℓ モード (ReTransmission mode) に停留し、各スロットにおいて確率 r_ℓ で独立にパケットの再送を開始する (確率 r_ℓ をパケット再送確率と呼ぶ)。

[仮定 5.7] RT_ℓ モード ($1 \leq \ell \leq L-2$) に停留している端末が ℓ 回目の伝送に成功した場合、端末はTHモードに遷移する。一方、伝送に失敗した場合、端末は $\mathrm{RT}_{\ell+1}$ モードに遷移する。

[仮定 5.8] RT_{L-1} モードに停留している端末が L 回目の伝送に失敗した場合、そのパケットは廃棄され、端末はTHモードに強制的に遷移する。

[仮定 5.9] 各端末は、スロットの終了時刻において、そのスロットでの伝送が成功したか否かを認識できる。すなわち、伝搬遅延時間はスロット時間と比べ十分に小さいものとする。

[1] DFT (Delayed First Transmission) プロトコルに従ったモデルに関しても同様に構成できる。例えば文献 [92] 参照。

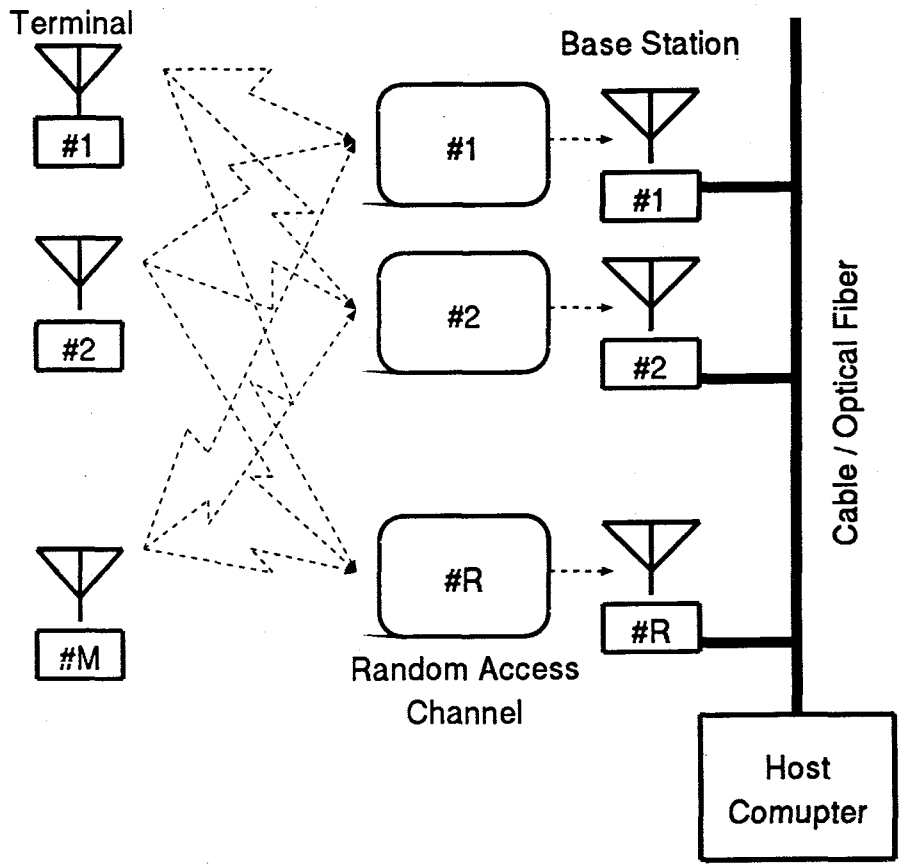


図 5.1：複数の制御局 (受信局) を備えた通信システムの概念図

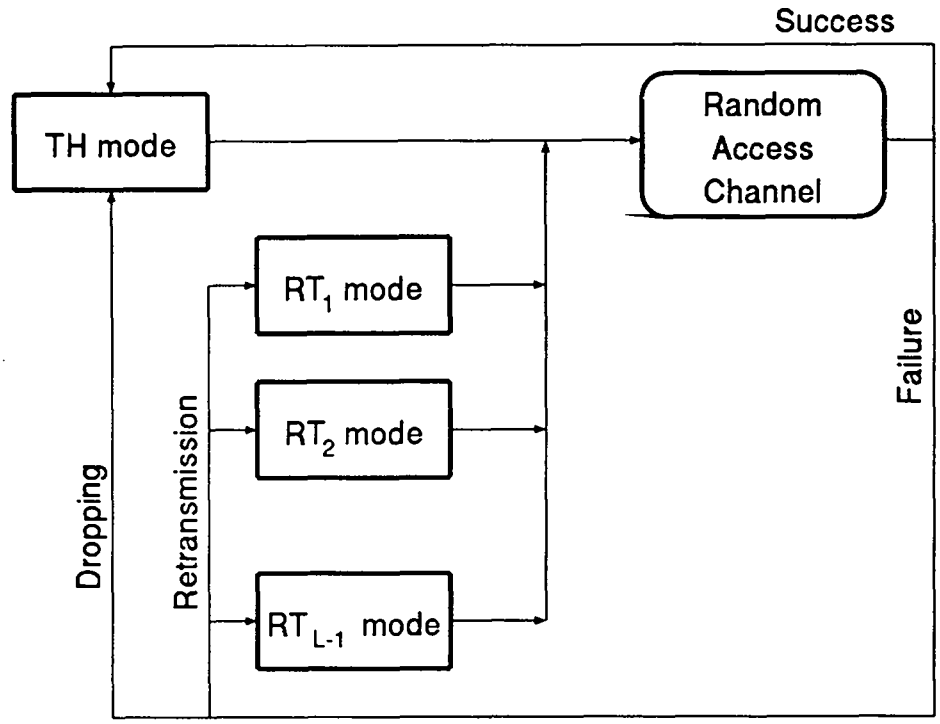


図 5.2：　複数の制御局 (受信局) を備えたスロット付きアロハ方式の解析モデル

[仮定 5.10] 捕捉効果は R個の制御局で独立に生起する。

[仮定 5.11] TH モードから流出する端末数は平均 $(M-|\boldsymbol{m}|)p$ のポアソン分布で近似できる。ただし、$|\boldsymbol{m}|$ はバックログ端末数であり、

$$|\boldsymbol{m}| = \sum_{\ell=1}^{L-1} m_\ell \tag{5.12}$$

とする。同様に、RT_ℓモードから流出する端末数は平均 $m_\ell r_\ell$のポアソン分布で近似できる。

図 5.2のモデルにおいて、スロット開始時刻における RT_ℓモードの端末数を m_ℓとすると $(1 \leq \ell \leq L-1)$、スロット付きアロハ方式は状態ベクトル

$$\boldsymbol{m} = [m_1,\ m_2,\ \cdots,\ m_{L-1}] \tag{5.13}$$

をもつ Markov 連鎖として表現される。この Markov 連鎖は既約、非周期的かつ時不変であるため定常状態が存在する[93]。

5.4 平衡点解析

従来の解析で仮定されていたように再送回数が無限 $(L \to \infty)$ の場合には、バックログ端末の状態が 1 個の状態 (例えば RT モード) に縮退されるため[40][26][87][54]、バックログ端末数を状態数とする M次元 Markov 連鎖を解くことにより、ランダムアクセス方式を厳密に解析することができる[93]。しかしながら、図 5.2に示すように、再送回数が有限の場合、バックログ端末を $L-1$ 個の状態に分割しなければならない。このため、厳密解を導出するためには、近似的に M^Lに比例する次元をもつ Markov 連鎖を解く必要がある。一般的に、高次元の Markov 連鎖を解析的に解くことは非常に困難な問題であるため、本章では、福田によって提案された平衡点解析の手法を用いて近似特性を導出する[26][54]。

平衡点解析では、各モードへ流入する平均端末数が、そのモードから流出する平均端末数と等しいという平衡状態でシステムが常に動作しているという仮定のもとで解析を行う。ここで、スロット付きアロハ方式に代表される競合型のランダムアクセス方式では、パラメータの値によって

は、複数の平衡点が存在することが証明されている[94]-[96]。このように複数の平衡点が存在する場合には、最も低いスループットを与える安定平衡点を採用するものとする[26][54]。

5.4.1 平衡点における方程式

状態ベクトルが$\boldsymbol{m}$のときに、THモードおよびRT$_\ell$モードにおけるスロット当たりの端末数増分の平均値を、それぞれ、$\delta_{\rm TH}(\boldsymbol{m})$および$\delta_{{\rm RT}_\ell}(\boldsymbol{m})$とすれば、

$$\begin{aligned}\delta_{\rm TH} &= (M-|\boldsymbol{m}|)p - G(\boldsymbol{m})P_s(\boldsymbol{m}) \\ &\quad -G_{L-1}(\boldsymbol{m})\{1-P_s(\boldsymbol{m})\} \qquad (5.14)\end{aligned}$$

$$\delta_{{\rm RT}_\ell} = \begin{cases} G_1(\boldsymbol{m}) - (M-|\boldsymbol{m}|)p\{1-P_s(\boldsymbol{m})\} \\ \quad ;\ \ell = 1 \\ G_\ell(\boldsymbol{m}) - G_{\ell-1}(\boldsymbol{m})\{1-P_s(\boldsymbol{m})\} \\ \quad ;\ 2 \le \ell \le L-1 \end{cases} \qquad (5.15)$$

を得る。ここで、$G(\boldsymbol{m})$, $G_\ell(\boldsymbol{m})$およびP_sは、それぞれ、スロット当たりの平均トラヒック、RT$_\ell$モードから流出するスロット当たりの平均端末数およびある端末の伝送が成功する確率を表し、仮定5.11より、

$$G(\boldsymbol{m}) = (M-|\boldsymbol{m}|)p + \sum_{\ell=1}^{L-1} G_\ell(\boldsymbol{m}) \qquad (5.16)$$

$$G_\ell(\boldsymbol{m}) = m_\ell r_\ell \quad ;\ 1 \le \ell \le L-1 \qquad (5.17)$$

$$\begin{aligned}P_s(\boldsymbol{m}) &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Q(i)}{G(\boldsymbol{m})} \cdot \frac{G(\boldsymbol{m})^i}{i!} \exp[-G(\boldsymbol{m})] \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Q(i)G(\boldsymbol{m})^{i-1}}{i!} \exp[-G(\boldsymbol{m})] \qquad (5.18)\end{aligned}$$

によって定義される。さらに、式(5.18)における$Q(i)$は、i個のパケットが衝突したときに伝送に成功する平均パケット数であり、仮定5.10より、

$$Q(i) = \sum_{j=1}^{\min[R,i]} \sum_{r=j}^{R} j \cdot \binom{R}{r} q_i^r (1-q_i)^{R-r} \rho_j(i,r) \quad ;\ i \ge 1 \qquad (5.19)$$

である。ただし、$\rho_j(i,r)$ は i 個のパケットが衝突したときに r 個の制御局がパケットを正しく受信したという条件のもとで、厳密に j 個のパケットが伝送に成功する確率であり、

$$\rho_j(i,r) = \frac{j^r}{i^r}\binom{i}{j} - \sum_{k=j}^{j-1}\binom{i-k}{j-k}\cdot\rho_k(i,r)$$
$$; \ i \geq 1,\ 1 \leq r \leq R,\ 1 \leq j \leq \min[i,r] \qquad (5.20)$$

によって与えられる (導出に関しては付録 A.参照)。

各モードでの平均端末数増分を零とおくと、すなわち、$\delta_{\mathrm{RT}_1} = \delta_{\mathrm{RT}_2} = \cdots = \delta_{\mathrm{RT}_{L-1}} = 0$ とおくことにより、平衡点$\boldsymbol{m}_E$における RT_ℓモードからの平均送信端末数として

$$G_\ell(\boldsymbol{m}_E) = (M - |\boldsymbol{m}_E|)p\{1 - P_s(\boldsymbol{m}_E)\}^\ell \quad ; \ 1 \leq \ell \leq L-1 \qquad (5.21)$$

を得る。ここで、$|\boldsymbol{m}_E|$ は平衡点における平均バックログ端末数であり、式 (5.12) より、

$$|\boldsymbol{m}_E| = \sum_{\ell=1}^{L-1}\frac{G_\ell(\boldsymbol{m}_E)}{r_\ell}$$
$$= (M - |\boldsymbol{m}_E|)p\sum_{\ell=1}^{L-1}\frac{\{1 - P_s(\boldsymbol{m}_E)\}^\ell}{r_\ell} \qquad (5.22)$$

すなわち、

$$|\boldsymbol{m}_E| = \frac{Mp\displaystyle\sum_{\ell=1}^{L-1}\frac{\{1 - P_s(\boldsymbol{m}_E\}^\ell}{r_\ell}}{1 + p\displaystyle\sum_{\ell=1}^{L-1}\frac{\{1 - P_s(\boldsymbol{m}_E)\}^\ell}{r_\ell}} \qquad (5.23)$$

である。以上の関係を$\delta_{\mathrm{TH}} = 0$ に代入すると、平衡点$\boldsymbol{m}_E$における平均トラヒック $G(\boldsymbol{m}_E)$ は、方程式

$$G(\boldsymbol{m}_E)P_s(\boldsymbol{m}_E)\left[\frac{1}{p} + \sum_{\ell=1}^{L-1}\frac{\{1 - P_s(\boldsymbol{m}_E)\}^\ell}{r_\ell}\right]$$
$$= M\left[1 - \{1 - P_s(\boldsymbol{m}_E)\}^L\right] \qquad (5.24)$$

の解として与えられる。しかしながら、式 (5.24) を $G(\boldsymbol{m}_E)$ に関して解析的に解くことは不可能であり、例えば、反復法[97]などの手法によって、数値的に解を求める必要がある。

ここで、再送回数 L を無限とすることにより、式 (5.24) は文献 [54] の式 (13) と等価なものとなることに注意したい。

5.4.2 スループット

ここでは、スループットを次のように定義する。

[**定義 5.1**] スループットを伝送に成功したスロット当たりの平均端末数と定義する。 (定義終)

したがって、制御局が 1 局である通常のランダムアクセス方式では $0 \leq S \leq 1$ であるのに対し、本章が対象としている R局の制御局をもつランダムアクセス方式では $0 \leq S \leq R$ である。

平衡点解析では全ての特性を平衡点における特性で近似するので、この定義によれば、スループットは

$$\begin{aligned} S &= S(\boldsymbol{m}_E) \\ &= G(\boldsymbol{m}_E)P_s(\boldsymbol{m}_E) \end{aligned} \tag{5.25}$$

によって与えられる。

5.4.3 パケット廃棄確率

パケット廃棄確率は

$$\begin{aligned} P_D &= P_D(\boldsymbol{m}_E) \\ &= \{1 - P_s(\boldsymbol{m}_E)\}^L \end{aligned} \tag{5.26}$$

によって与えられる。

5.4.4 伝送遅延

伝送遅延は、通常、パケットが発生してから伝送に成功するまでの時間として定義されている。しかしながら、本章のようにパケット廃棄を認め

た場合には、必ずしも全てのパケットが伝送の成功によってセッションを終了するわけではない。そこで、伝送遅延の定義を次のように修正する。

[定義 5.2] パケットが発生してから端末が TH モードに戻るまでの時間を伝送遅延と定義する。 (定義終)

この定義により、平均伝送遅延はパケットが端末で発生してから、伝送の成功あるいはパケット廃棄によって、その端末が次の動作を起こすことができるまでの平均時間を表すことになる。

仮定 5.6より、端末が RT_ℓモードに停留するスロット数は平均 $1/r_\ell$の幾何分布に従う確率変数となる。その母関数は

$$\begin{aligned}\psi_\ell(z) &= \sum_{i=1}^{\infty} r_\ell(1-r_\ell)^{i-1}z^i \\ &= \frac{r_\ell z}{1-(1-r_\ell)z} \end{aligned} \tag{5.27}$$

である。また、IFT プロトコルでは、パケットが発生してから TH モードに端末が停留するスロット数は常に 1 であることから、伝送遅延に関する母関数として

$$\begin{aligned}\Psi_D(z) &= P_s(\boldsymbol{m}_E)z \\ &\quad + \sum_{\ell=1}^{L-1} P_s(\boldsymbol{m}_E)\left\{1-P_s(\boldsymbol{m}_E)\right\}^\ell z \prod_{j=1}^{\ell}\psi_j(z) \\ &\quad + \left\{1-P_s(\boldsymbol{m}_E)\right\}^L z \prod_{j=1}^{L-1}\psi_j(z) \end{aligned} \tag{5.28}$$

を得ることができる。したがって、平均伝送遅延は母関数$\Psi_D(z)$をzに関して微分することによって次式のようになる。

$$\begin{aligned}\mu_D(\boldsymbol{m}_E) &= \left[\frac{d\Psi_D(z)}{dz}\right]_{z=1} \\ &= 1+\sum_{\ell=1}^{L-1}\frac{\left\{1-P_s(\boldsymbol{m}_E)\right\}^\ell}{r_\ell} \end{aligned} \tag{5.29}$$

ここで、式 (5.24) 同様、式 (5.29) は L を無限とすることで、文献 [54] における平均伝送遅延に関する結果と一致する。

5.5 数値例

以下では、5.2節で述べたAWGN-Rayleighフェージング通信路を想定し、端末数 $M = 50$、制御局数 $R = 1, 2, 4, 8$、パケット再送確率 $r_1 = r_2 = \cdots = r_{L-1} = r = 0.1$ およびパケット最大再送回数 $L = 5, 10$ である非適応システム[98]に対する特性を示す[2]。ただし、捕捉比 $z_0 = 3(\mathrm{dB})$ およびSN比 $\gamma = 10(\mathrm{dB})$ とする。このようにパラメータを設定した場合、任意の p に対して $(0 \leq p \leq 1)$、式 (5.24) の解 $G(\boldsymbol{n}_E)$ は一意に定まる。また、上記のパラメータのもとで行った計算機シミュレーションの結果も併せて示す。ただし、シミュレーション開始時は、全端末はTHモードであるものとする。

入力トラヒック (Mp) 対スループット (S) 特性を図5.3に示す。制御局数 Rを増加させることによって、スループット Sも全トラヒックに対して増加している。また、パケット最大送信回数 L を増加させると、スループットが極大値を与える入力トラヒックから $Mp = 5$ までの領域では、スループット Sは減少しているが、$Mp \geq 5$ の領域では、反対に増加している。これは次のように考えることができる。すなわち、パケット最大送信回数 L を増加させると、平均バックログ端末数が増加する。$Mp \leq 5$ の領域では $p \leq r_\ell$であるため、各端末でのパケット発生確率 p を固定した場合、パケットの平均衝突個数が増加し、結果としてスループットの減少がもたらされる。一方、$p \geq r_\ell$となる $Mp \geq 5$ の領域では、平均バックログ端末数が増加すると、パケットの平均衝突個数が減少するので、結果としてスループットが増加する。

図5.4は、伝送不完了によってパケットが廃棄される確率 P_Dを示している。制御局数 Rを増加させれば、スループット Sも改善されることからも明らかなように、パケット廃棄確率 P_Dにはかなりの改善がみられる。また、パケット最大送信回数 L の増加によっても、パケット廃棄確率 P_D は改善されるが、この場合、$P_D = 1$ への収束速度が遅くなっていることがわかる。

平均伝送遅延時間 $\mathrm{E}[D]$ および伝送遅延時間に関する変動係数 $\mathrm{C}[D]$ を、

[2]再送確率 r_ℓが ℓ と無関係に一定であるシステムを非適応システムと呼び、r_ℓが ℓ の関数として与えられるシステムを適応システムと呼ぶ[98][99]。適応システムに対しても本章の議論を適用することができる。

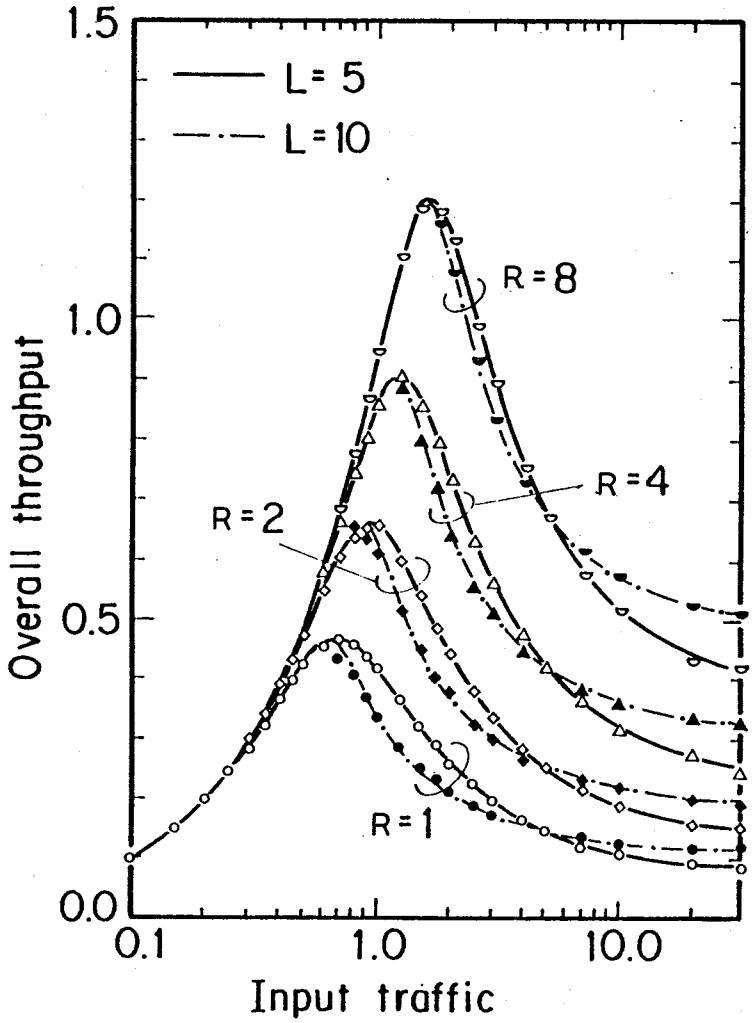


図 5.3：スループット特性 ($M = 50$, $r_\ell = 0.1$, $z_0 = 3$(dB), $\gamma = 10$(dB))

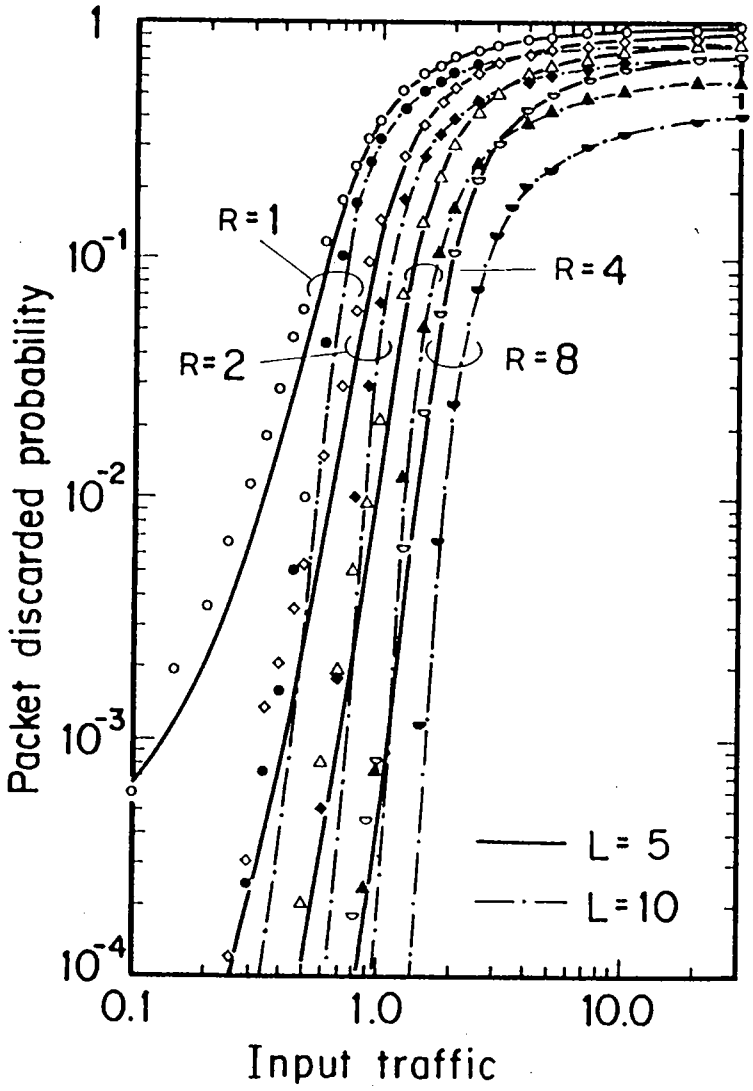


図 5.4：パケット廃棄確率 ($M = 50$, $r_\ell = 0.1$, $z_0 = 3$(dB), $\gamma = 10$(dB))

それぞれ、図 5.5および図 5.6に示す。ただし、変動係数 C[D] は

$$\begin{aligned} \mathrm{C}[D] &= \frac{\sqrt{\mathrm{Var}[D]}}{\mathrm{E}[D]} \\ &= \frac{\sqrt{\left[\frac{d\Psi_D(z)}{dz}\right]_{z=1} + \mathrm{E}[D] - \mathrm{E}[D]^2}}{\mathrm{E}[D]} \end{aligned} \tag{5.30}$$

によって定義される。制御局数 Rの増加にともなって、平均伝送遅延時間 E[D] は減少している。特に、$R = 8$では、$Mp \leq 0.5$ の領域において、E[D] ≈ 1.0 であり、かつ、変動係数 C[D] も小さいことから、ほとんど全てのパケットが 1 回の伝送で成功していることがわかる。また、変動係数 C[D] は、平均伝送遅延時間 E[D] が急激な増加を始める入力トラヒックより若干小さい入力トラヒックの近傍で最大値をとり、その後、パケット廃棄確率 P_Dが 0.1 となる入力トラヒック近傍で 1 より小さくなり、0.5 に収束していく。一方、パケット最大送信回数 L を無限として、パケット廃棄が生じない場合には、変動係数 C[D] は 1 に収束する[100]。この差異は、パケット最大送信回数 L が有限であるためにパケット廃棄が頻繁に生起するようになると、ほとんどのパケットが有限時間内に廃棄されてしまうことに起因する。その結果として、伝送遅延時間の分散 Var[D] が小さくなり、これに連動して変動係数 C[D] も 1 より小さくなる。

5.6 安定性に関する考察

前節の数値例で用いたパラメータに対し、捕捉効果の存在しない環境下で、かつ再送回数が無限 ($L \to \infty$) であるスロット付きアロハ方式は、$Mp = 0.5$ 近傍で双安定状態となることが知られている[95][96]。しかしながら、本章における数値例では、単安定であるものとして導出された理論特性と、計算機シミュレーション結果は非常によく一致しており、スロット付きアロハ方式が単安定状態で動作していることがわかる。この双安定状態の解消の原因に関して若干の考察を行う。

従来より、捕捉効果によってスロット付きアロハ方式の安定性が増すことは報告されている[40]。しかしながら、本章のモデルによる双安定状態

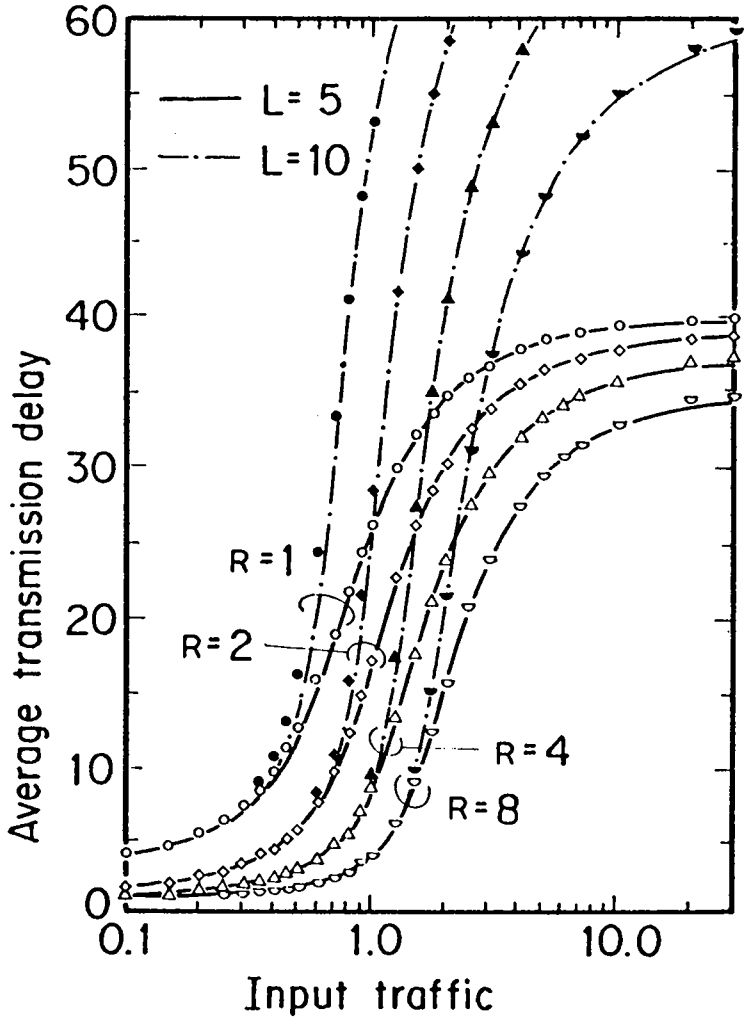


図 5.5 : 平均伝送遅延 ($M = 50$, $r_t = 0.1$, $z_0 = 3$(dB), $\gamma = 10$(dB))

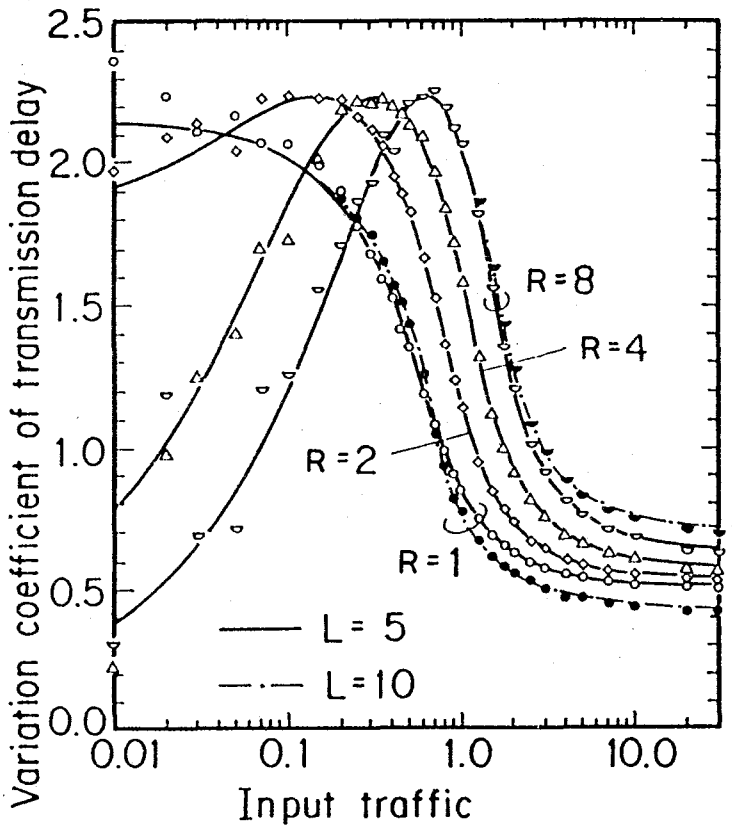


図 5.6： 伝送遅延に関する変動係数 ($M = 50$, $r_\ell = 0.1$, $z_0 = 3(\mathrm{dB})$, $\gamma = 10(\mathrm{dB})$)

の解消原因としては、

(1) 捕捉効果によるもの

(2) 再送回数の有限化によるもの

の2通りが考えられる。

捕捉効果が存在しない場合、式(5.19)における捕捉確率 q_i が

$$q_i = \begin{cases} 1 & ; \quad i = 1 \\ 0 & ; \quad i > 1 \end{cases} \tag{5.31}$$

となる。このため、パケットの再送回数 L を有限とした場合に、平衡点 $\boldsymbol{m}_E$ における平均トラヒック $G(\boldsymbol{m}_E)$ が満たすべき方程式は、式(5.24)ではなく

$$\begin{aligned} & G(\boldsymbol{m}_E)\exp[-G(\boldsymbol{m}_E)]\left[\frac{1}{p} + \sum_{\ell=1}^{L-1}\frac{\{1-\exp[-G(\boldsymbol{m}_E)]\}^{\ell}}{r_\ell}\right] \\ = \;& M\left[1-\{1-\exp[-G(\boldsymbol{m}_E)]\}^{L}\right] \end{aligned} \tag{5.32}$$

で与えられる[92]。式(5.32)の解の個数を数値的に求めることにより、捕捉効果の影響を除去した状態で再送回数を有限にした場合の双安定領域を求めることができる。すなわち、式(5.32)が唯一の解 $G(\boldsymbol{m}_E)$ をもつ場合、スロット付きアロハ方式は単安定状態で動作していることを意味し、式(5.32)が複数個の解をもつ場合には、解の個数だけの平衡点 $\boldsymbol{m}_E$ が存在するために、スロット付きアロハ方式は双安定状態で動作していることを意味している。前節で用いた数値例に対する双安定領域を図5.7に示す。この図からわかるように、捕捉効果を考慮せずにパケットの再送回数を制限した場合、双安定領域の尖点(cusp point)が固定された状態で分岐集合(bifurcation set)のみが移動する。このため、$Mp = 0.5$ 近傍での双安定領域は存在したままであることが示されている(図5.7参照)。したがって、問題の双安定領域の消滅は再送回数を有限としたことによるものではなく、捕捉効果によるものであることがわかる。すなわち、捕捉環境下でのスロット付きアロハ方式では、捕捉効果の存在しない環境下でのものと比べ、単安定となるパラメータ領域がより広範囲であることに加えて、双安定領域の分岐集合のみでなく尖点もまた移動していることが推測される。

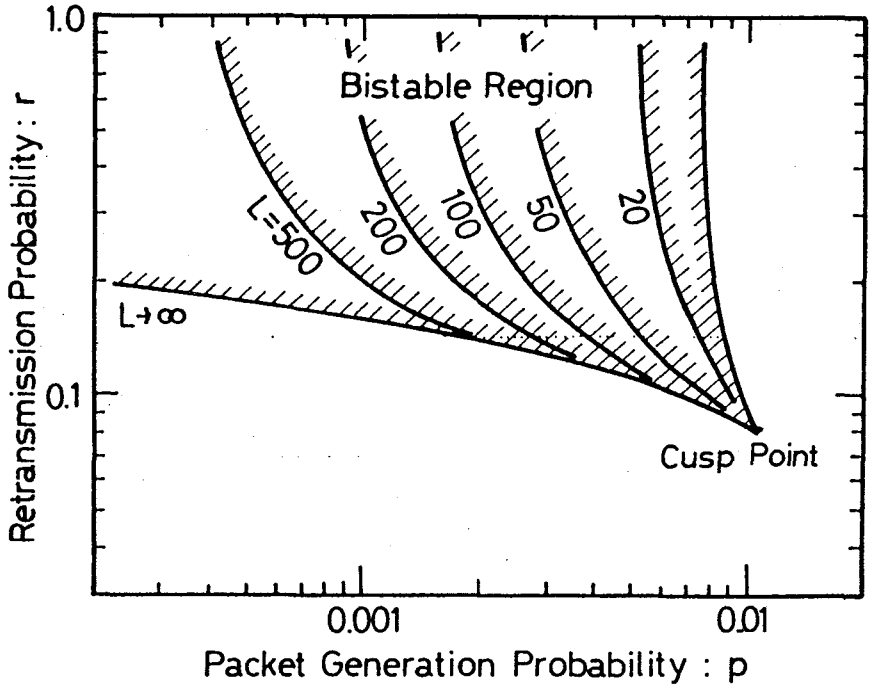


図 5.7 : 非適応システムに対する双安定領域 ($M = 50$)

5.7　制御局間プロトコルに関する考察

前節までで述べたように、制御局を複数とすることで、端末/制御局間の諸特性が改善される。しかしながら、図5.1に示す通信システムにおいて、同一端末からのパケットを複数の制御局が同時に受信した場合、どのようにしてホストコンピュータが、その中で最も信頼性の高いパケットを選択するかは制御局/ホストコンピュータ間通信システムの性能を大きく左右する問題である。例えば、文献[101]では、複数の制御局で受信した信号を全てホストコンピュータに伝送し、そこで選択、もしくは合成を行う方式が考察されている。しかしながら、この方式では、各制御局が受信したパケットと共に、選択あるいは合成に利用するパケット受信電力等の信頼度情報をホストコンピュータに伝送する必要がある。したがって、選択制御は正確に行われるものの、そのための情報をホストコンピュータへ伝送するための新たな伝送機能が必要となる。

以上の点から、制御局/ホストコンピュータ間通信システムとして、イーサネット等で実用化されているCSMA/CD方式を用いたバス型LANを想定し、通信路上でのバス制御機能をパケット選択制御に積極的に利用する方式について提案および考察する[89][90]。

まず、提案する方式を以下に示す(図5.8参照)。

アルゴリズム

ステップ1：制御局は端末からのパケットを受信すると共に、そのパケットの信頼性を評価する(信頼性としては、例えば、受信電力あるいは畳み込み符号の復号時に得られる尤度関数等を用いればよい)。

ステップ2：制御局はCSMA/CDチャネルが空き状態か否かを調べ、空き状態であるときはパケットを受信した時刻から、また、チャネルが使用中であるときは空き状態になった時刻から、評価された信頼性に反比例した時間

$$t_f = \frac{c}{\theta} \tag{5.33}$$

だけ待機した後、受信したパケットをホストコンピュータ宛に送信する。ここで、cは比例定数、θはパケットの信頼性とする。ただし、制御局が待機中にチャネルが使用状態となった場合には、新たにチャネ

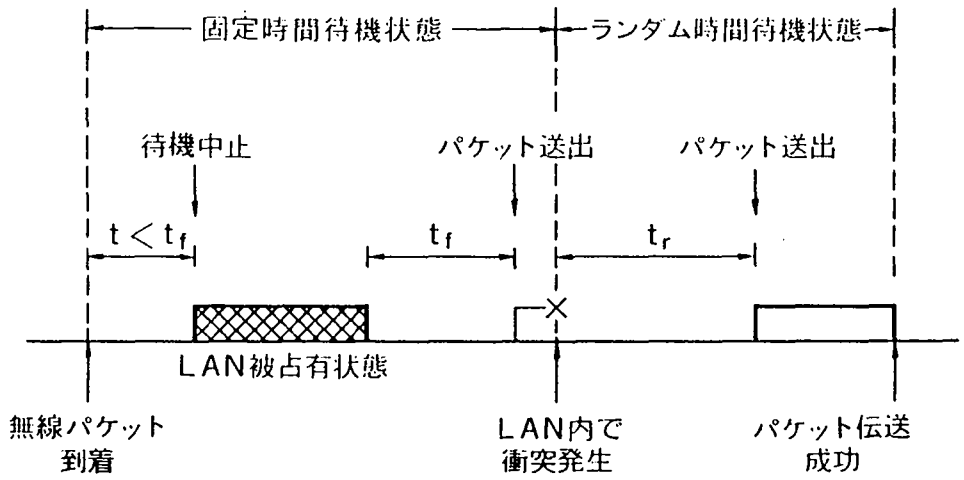


図 5.8 : パケット送出手順

ルが空き状態になってから再度、時間t_fだけ待機する (制御局が時間t_fだけ待機している状態を固定時間待機状態と呼ぶ)。

ステップ 3：自局の送信したパケットの衝突を検出した場合には、制御局は、チャネルが空き状態になった時刻から信頼性が高いほどその平均値が小さくなるようなランダムな時間t_rだけ待機した後、パケットを再送する (ランダムな時間t_rだけ待機している状態をランダム時間待機状態と呼ぶ)。

ステップ 4：制御局は固定時間待機状態あるいはランダム時間待機状態のとき、常にチャネルを監視する。送信を待機しているパケットと同一のパケットが他の制御局から送信されたことを検出した場合には、待機中のパケットを廃棄する。

(アルゴリズム終)

このアルゴリズムの特性の一例として、制御局 3 局が同一端末からのパケットを同時に受信した場合に、各パケットがホストコンピュータに到達する確率および平均再送試行回数をそれぞれ、図 5.9および 5.10に示す。理論式の導出に関しては文献 [89] を参照されたい。ただし、導出に関する条件として、以下の仮定を置く。

[仮定 5.12] ステップ 1における信頼性としてパケット受信電力を用いる。ただし、各制御局におけるパケット受信電力をそれぞれθ_1, θ_2, θ_3とする。

[仮定 5.13] ステップ 3における確率変数t_rの確率密度関数として

$$\Pr[t_r = t] = \frac{\theta \cdot \ln 2}{c} \exp\left[-\frac{\theta t \cdot \ln 2}{c}\right] \tag{5.34}$$

なる指数分布を想定する。

[仮定 5.14] CSMA/CD 通信路に送出されるパケット数は、制御局を含め、平均値λのポアソン分布に従う。

なお、図 5.9において、$\mathrm{Prob}(\mathrm{A}_0 \rightarrow \mathrm{S}_i)$ は受信電力θ_iをもつパケットがホストコンピュータに到達する確率を表している ($i = 1, 2, 3$)。

図 5.9および図 5.10より、複数の制御局が同時に同一端末からのパケットを正しく受信したとしても、その信頼性に 3dB 以上の開きがあるなら

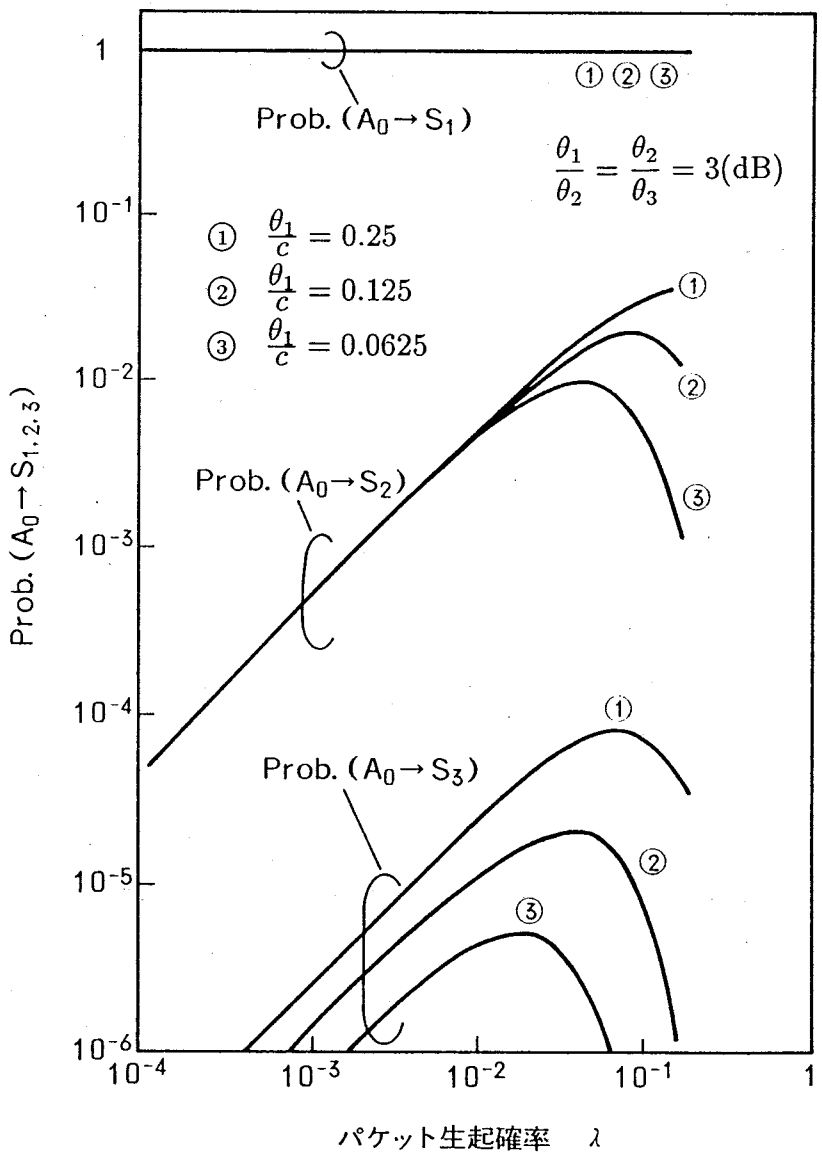


図 5.9：制御局 3 局が同一パケットを受信した場合のパケット選択確率

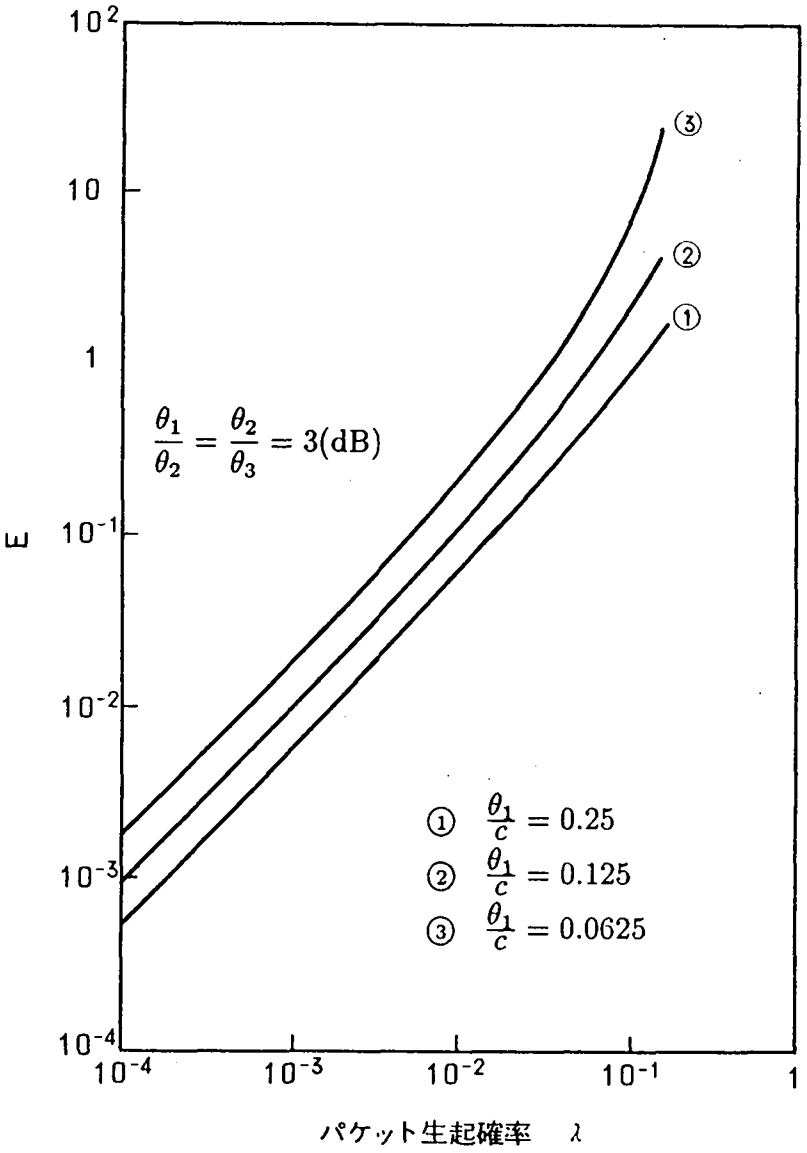


図 5.10：制御局 3 局が同一パケットを受信した場合の平均再送回数

ば、上記のアルゴリズムによって最も信頼性の高いパケットがホストコンピュータにほぼ確率1で伝送され得ることが明らかである。すなわち、複数の制御局を備えることで、無線通信路における捕捉効果を有効に活用できることを前節までで説明したが、制御局の複数化による問題点(複数の制御局が同時に受信した同一端末からのパケットの中から、いかにして最も信頼性の高いパケットをホストコンピュータへ伝送するか)に対する一つの解決策を上記のアルゴリズムが与えていることがわかる。

5.8 結言

本章では、VSATシステム等のスター型パケット通信システムで広く利用されているランダムアクセス方式の一つであるスロット付きアロハ方式を対象として、捕捉効果を考慮した上で、複数の制御局をもつシステムの特性解析を平衡点解析の手法によって行った。特にここでは、捕捉効果を利用した制御局の複数化に加え、データの再送回数を有限とした場合のシステムモデルを明らかにした上でその解析手法を明示した。その結果、

(1) 再送回数を大きくすると、低トラヒック状態でのパケット廃棄確率は大幅に減少するが、スループットおよび平均伝送遅延の改善はみられないこと

(2) 制御局数を増加させると、高トラヒック状態におけるスループットと平均伝送遅延を改善すること

(3) 捕捉効果はスループット特性等を改善するのみでなく、双安定となるパラメータ領域を縮小すること

等を明らかにした。さらに、複数の制御局において同一パケットが同時に正しく受信された場合の選択制御方式に関しても考察を行い、CSMA/CD方式を修正したアルゴリズムを提案した。提案方式によれば、複数の制御局が同一端末からのパケットを同時に受信した場合であっても、各制御局におけるパケットの信頼性を比較したときに、最も信頼性の高いパケットの信頼性が他のパケットの信頼性より3dB以上高ければ、最も信頼性の高いパケットをホストコンピュータへほぼ確率1で選択伝送することが可能であることを確認した。

なお、捕捉効果を考慮したランダムアクセス方式に関する特性評価が、本章のモデルあるいは解析手法に関連して椋本・福田[102][103]、森・中川[104]によって報告されている。

第6章　結論

本章では、第2章から第5章までにおいて得られた成果および今後の課題を要約して述べる。

本論文は、制御局と複数の端末から構成されるスター型パケット通信システムを対象として、高信頼度の通信を実現するために不可欠な要素技術の一つである誤り制御方式に関し、次の2つの観点からの研究成果をまとめたものである。すなわち、

i. 制御局から複数の端末への通信における同報通信用誤り制御方式に関し、端末数の増加による特性劣化を軽減し得る方式を提案し、その特性を明らかにすること

ii. 複数の端末から制御局への通信における誤り制御方式であるランダムアクセス方式に関し、捕捉効果を有効に活用するために制御局を複数化するとともに、パケットの再送回数を有限とした場合のモデルを明示し、このモデルに基づき、スロット付きアロハ方式の特性を解析すること

である。

以下、得られた成果を列挙すると次のようになる。

(1) 誤り制御方式において重要な役割を果たす誤り訂正符号として、有限体 GF(q^m) 上で定義された最大距離分離符号、特に現在最も実用化が進んでいる q^m元 Reed-Solomon 符号から得られる q元符号が、ある種の重畳連接符号と等価な符号とみなすことができることを証明し、この q元符号の最小距離に関する下界式を導出した。この下界式は GF(q^m) の GF(q) 上の基底の選択に依存しないという特徴を有してい

る。しかしながら、mが合成数の場合には、外部符号の最小距離を陽に求めることが困難であり、これは今後の課題として残されている。

(2) 一対一通信用誤り制御方式を同報通信に直接適用した場合の問題点(受信局数の増加による諸特性の劣化)とその原因を明らかにするとともに、最大距離分離符号を用いることによって、この問題点を回避し得る同報通信用誤り制御方式として、

a) 符号長を固定した最大距離分離符号を利用して再生パケットを生成する方式($\mathcal{N}$固定方式)
b) 情報記号数を固定した最大距離分離符号を利用して再生パケットを生成する方式($\mathcal{K}(N)$固定方式および$\mathcal{K}(\infty)$固定方式)
c) 最小距離を固定した最大距離分離符号を利用して再生パケットを生成する方式($\mathcal{D}$固定方式)

を提案し、そのアルゴリズムを明示した。今後の課題としては、パケット番号の誤りあるいは往復伝搬遅延時間を考慮したアルゴリズムの改良が挙げられる。

(3) (2)で提案した同報通信用誤り制御方式のスループット特性および伝送遅延特性を解析的に求めた。その結果、いずれの提案方式も、同報通信用誤り制御方式において最大の問題点となる受信局数の増加による特性劣化を軽減し得ることを示すとともに、

a) $\mathcal{K}(\infty)$固定方式を除けば、符号化率が0.5である最大距離分離符号を用いた$\mathcal{K}(N)$固定方式が最も優れた特性を示すこと
b) $\mathcal{K}(\infty)$固定方式はスループットが0.5以下の領域で$\mathcal{K}(N)$固定方式の特性を上回ること
c) $\mathcal{N}$固定方式は、上記の$\mathcal{K}(N)$固定方式と同等のスループット特性を示すものの、伝送遅延特性では$\mathcal{K}(N)$固定方式より劣ること、

等を明らかにした。しかしながら、往復伝搬遅延時間が無視できない場合に各端末で必要となる受信バッファの容量、復号に関する計算量の見積もり等が今後の課題である。

(4) 伝送路が捕捉効果を呈する場合のランダムアクセス方式、特にスロット付きアロハ方式の性能解析を行った。解析に当たっては、捕捉効果を有効に利用するために複数の制御局を備えたシステムを対象とし、再送回数を有限に制限することにより、システムの輻輳状態を回避す

る実システムに即したモデルを示した。このモデルは、通常のマルコフ解析によってその特性を求めることは困難であるものの、平衡点解析を利用することによって容易に数値解析を行うことができるものである。ここでは、ランダムアクセス方式としてスロット付きアロハのみを対象としているので、CSMA 方式等の他のランダムアクセス方式に対する特性解析が残された課題である。

以上、本論文の研究成果が通信工学、情報理論、符号理論の各分野の発展に貢献ができるものであれば、筆者の幸いとするところである。

謝辞

本論文をまとめるに際し、始終懇切な御指導、御鞭撻を賜った大阪大学 工学部 森永規彦 教授に深甚なる謝恩の意を表します。また、本論文の作成に当たり御助言、御教示賜った大阪大学 産業科学研究所 北橋忠宏 教授に深く感謝いたします。ならびに、本研究に関し一貫して直接御指導、御教示賜った京都工芸繊維大学 工芸学部 笠原正雄 教授に衷心より謝恩の意を表します。

大阪大学在学中より通信工学一般および本研究に関して御指導、御教示を頂いた大阪大学 滑川敏彦 名誉教授 (現在 姫路独教大学 教授)、熊谷信昭 名誉教授 (前大阪大学総長)、中西義郎 名誉教授 (現在 奈良工業高等専門学校校長)、手塚慶一 名誉教授 (故人)、大阪大学 工学部 倉薗貞夫 教授、長谷川晃 教授、前田肇 教授に深謝いたします。

本研究に関し、折りにふれて有益な御助言、御討論、御激励を頂いた神戸大学 工学部 常盤欣一朗 講師ならびに株式会社東芝 研究開発センター 芹澤睦 氏に衷心より感謝いたします。

本研究をまとめるにあたり御協力いただいた産業技術短期大学 前田良雄 教授にお礼申し上げます。

また、心の支えである敬子 (妻)、理紗 (長女)、本論文執筆中に誕生した英里 (次女)、そして両親に感謝します。

最後に、本研究の一部は文部省科学研究費補助金 (奨励研究 A) ならびに財団法人ひょうご科学技術創造協会奨励研究助成金によって実施されたことを記すとともに、関係各位に感謝いたします。

謝 辞

付 録

A. 式 (5.20) の導出

確率$\rho_j(i,r)$は、各々に1からiまでの番号が書かれたi個の球が入っているr個の箱があり、各箱から1個の球をランダムに選ぶとき、j種類の異なる番号の球が選ばれる確率と等価である$(1 \leq j \leq \min[i,r])$。球の選び方は、明らかに$i^r$通りである。$j=1$の場合、$r$個の箱から全て同じ番号の球が選ばれるのは$i$通りである。したがって、

$$\rho_1(i,r) = i^{1-r} \tag{A.1}$$

である。次に$j=2$の場合、特定の2種類の番号が書かれた球を選ぶ場合の数は$\binom{i}{2}\left\{2^r - \binom{2}{1}\right\}$通りである。したがって、

$$\rho_2(i,r) = \binom{i}{2}\left\{\frac{2^r}{i^r} - \frac{\binom{2}{1}}{\binom{i}{1}} \cdot \rho_1(i,r)\right\} \tag{A.2}$$

である。次に$j=3$の場合、特定の3種類の番号が書かれた球を選ぶ場合の数は$\binom{i}{3}\left[3^r - \binom{3}{2}\left\{2^r - \binom{2}{1}\right\} - \binom{3}{1}\right]$通りである。したがって、

$$\rho_3(i,r) = \binom{i}{3}\left\{\frac{3^r}{i^r} - \sum_{k=1}^{2}\frac{\binom{3}{k}}{\binom{i}{k}} \cdot \rho_k(i,r)\right\} \tag{A.3}$$

である。以下同様にして、特定のj種類の番号が書かれた球を選ぶ確率は

$$\begin{aligned}\rho_j(i,r) &= \binom{i}{j}\left\{\frac{j^r}{i^r}-\sum_{k=1}^{j-1}\frac{\binom{j}{k}}{\binom{i}{k}}\cdot\rho_k(i,r)\right\}\\ &= \frac{j^r}{i^r}\binom{i}{j}-\sum_{k=1}^{j-1}\binom{i-k}{j-k}\rho_k(i,r) \qquad \text{(A.4)}\end{aligned}$$

となる。

参考文献

[1] “移動データ通信本格始動へ”, 日経コミュニケーション, no. 151, pp. 46-63 (1993-6)

[2] 日経ニューメディア別冊 ; “モーバイル・コンピューティング — 次世代移動通信の活用”, 日経 BP 社 (1993)

[3] 前田 隆正, 加藤 伊智朗 ; “わかりやすい無線 LAN”, オーム社 (1993)

[4] 塚本 勝俊, 原 晋介, 森永 規彦 ; “室内無線通信技術”, 信学誌, vol. **76**, no. 8, pp. 869-872 (1993-8)

[5] “情報ネットワークのプランニング小特集”, 信学誌, vol. **76**, no. 2, pp. 89-162 (1993-2)

[6] 電子情報通信学会 (編) ; “情報ネットワークハンドブック”, オーム社 (1992)

[7] Leonard Kleinrock and Fouad A. Tobagi ; “Packet switching in radio channels : Part I — Carrier sense multiple-access modes and their throughput-delay characteristics”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-23**, no. 12, pp. 1400-1416 (Dec. 1975)

[8] Jean-Paul Linnartz ; “*Narrowband Land-Mobile Radio Networks*”, Artech House, Norwood, MA (1993)

[9] S. B. Calo and M. C. Easton ; “A broadcast protocol for file transfer to multiple sites”, *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-29**, no. 11, pp. 1701-1707 (Nov. 1981)

[10] Kenichi Mase, Toyofumi Takenaka, Hisao Yamamoto and Masaaki Shinohara ; "Go-back-N ARQ schemes for point-to-multipoint satellite communications", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-31**, no. 4, pp. 583-589 (Apr. 1983)

[11] John J. Metzner ; "An improved broadcast retransmission protocol", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-32**, no. 6, pp. 679-683 (Jun. 1984)

[12] Inder S. Gopal and Jeffrey M. Jaffe ; "Point-to-multipoint communication over broadcast links", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-32**, no. 9, pp. 1034-1044 (Sep. 1984)

[13] 大照 洋一, 明石 文雄 ; "同報通信におけるハイブリッド ARQ プロトコル", 信学技報, **SAT84-38** (1984-11)

[14] Krishan Sabnani and Mischa Schwartz ; "Multidestination protocols for satellite broadcast channels", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-33**, no. 3, pp. 232-240 (Mar. 1985)

[15] 汐崎 陽 ; "衛星回線による同報通信の一方式", 信学論 (B), vol. **J70-B**, no. 8, pp. 928-932 (1987-8)

[16] 榊原 勝己, 中村 誠 ; "パケット伝送方式", 特許出願公報, no. 昭 63-104001 (1988-4) または特許公開公報, no. 平 1-276854 (1989-11)

[17] 中村 誠, 児玉 智子 ; "同報データ通信に適したハイブリッド ARQ 方式", 信学論 (A), vol. **J73-A**, no. 2, pp. 277-283 (1990-2)

[18] S. Ram Chandran and Shu Lin ; "Selective-repeat-ARQ schemes for broadcast links", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **40**, no. 1, pp. 12-19 (Jan. 1992)

[19] Katsumi Sakakibara and Masao Kasahara ; "Performance of a multicast error control protocol based on a product code structure — Part I : On random error channels", *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. **E75-A**, no. 12, pp. 1674-1683 (Dec. 1992)

[20] Katsumi Sakakibara and Masao Kasahara ; "Performance of a multicast error control protocol based on a product code structure — Part II : On burst error channels", *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. **E75-A**, no. 12, pp. 1684-1695 (Dec. 1992)

[21] 榊原 勝己, 笠原 正雄 ; "蓄積処理による同報通信用ハイブリッドARQ方式", 信学論 (B-II), vol. **J76-B-II**, no. 5, pp. 422-432 (1993-5)

[22] Robert H. Demg ; "Hybrid ARQ schemes for point-to-multipoint communication over nonstationary broadcast channels", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **41**, no. 9, pp. 1379-1387 (Sep. 1993)

[23] 榊原 勝己, 笠原 正雄 ; "MDS 符号を用いた同報通信用ハイブリッドARQ方式のスループット特性", 第16回情報理論とその応用シンポジウム *(SITA'93)*, 金沢, pp. 207-210 (1993-10)

[24] 汐崎 陽 ; "適応型タイプ II ハイブリッド同報通信制御方式", 第16回情報理論とその応用シンポジウム *(SITA'93)*, 金沢, pp. 211-214 (1993-10)

[25] 榊原 勝己, 笠原 正雄 ; "MDS 符号を用いた同報通信用誤り制御方式のスループット特性", 信学論 (B-I), 投稿中

[26] Shuji Tasaka ; "*Performance Analysis of Multiple Access Protocols*", MIT Press, Cambridge, MA (1986)

[27] Raphael Rom and Moshe Sidi ; "*Multiple Access Protocols — Performance and Analysis*", Springer-Verlag, New York, NY (1990)

[28] Norman Abramson (Editor) ; "*Multiple Access Communications — Fundamentals for Engineering Technology*", IEEE Press, New York, NY (1993)

[29] Shu Lin and Danniel J. Costello, Jr. ; "*Error Control Coding — Fundamentals and Applications*", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1983)

[30] Richard A. Comroe and Danniel J. Costello, Jr. ; "ARQ schemes for data transmission in mobile radio systems", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. **SAC-2**, no. 4, pp. 472-481 (Apr. 1984)

[31] Shu Lin, Danniel J. Costello, Jr. and Michael J. Miller ; "Automatic-repeat-request error-control schemes", *IEEE Commun. Mag.*, vol. **22**, no. 12, pp. 5-17 (Dec. 1984)

[32] 田畑 孝一 ; "開放型システム間相互接続 (OSI) — 明日へのコンピュータネットワーク", 日本規格協会 (1987)

[33] Dimitri Bertsekas and Robert Gallager ; "*Data Networks*", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1987) : 八星 禮剛 (監訳) ; "データネットワーク", オーム社 (1990)

[34] Tri T. Ha ; "*Digital Satellite Communications, 2nd Edition*", McGraw-Hill, New York, NY (1990)

[35] Fouad A. Tobagi and Leonard Kleinrock ; "Packet switching in radio channels : Part II — The hidden terminal problem in carrier sense multiple-access and the busy-tone solution", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-23**, no. 12, pp. 1417-1433 (Dec. 1975)

[36] Chester J. Wolejsz, Jr, Desmond P. Taylor, Melvyn Grossman and William P. Osborne ; "Multiple access protocols for data communications via VSAT networks", *IEEE Commun. Mag.*, vol. **25**, no. 7, pp. 30-39 (Jul. 1987)

[37] A. Murase and K. Imamura ; "Idle-signal casting multiple access with collision detection (ICMA-CD) for land mobile radio", *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. **VT-36**, no. 2, pp. 45-50 (May. 1987)

[38] Lawrence G. Roberts ; "ALOHA packet system with and without slots and capture", *Comput. Commun. Rev.*, vol. **5**, no. 2, pp. 28-42 (Apr. 1975)

[39] John J. Metzner ; "On improving utilization in ALOHA networks", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-24**, no. 4, pp. 447-448 (Apr. 1976)

[40] Christian Namislo ; "Analysis of mobile radio slotted ALOHA network", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. **SAC-2**, no. 4, pp. 583-588 (Jun. 1984)

[41] Nacham Shacham ; "Throughput-delay performance of packet-switching multiple-access channel with power capture", *Perform. Evaluation*, vol. 4, pp. 153-170 (1984)

[42] Jens S. Arnbak and Wim van Blitterswijk ; "Capacity of slotted ALOHA in Rayleigh-fading channels", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. **SAC-5**, no. 2, pp. 261-266 (Feb. 1987)

[43] Isam M. I. Habbab, Mohsen Kavehrad and Carl-Erik Sundberg ; "ALOHA with capture over slow and fast fading radio channels with coding and diversity", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. **7**, no. 1, pp. 79-88 (Jan. 1989)

[44] Katsumi Sakakibara and Mutsumu Serizawa ; "A slotted ALOHA with multiple common receivers over AWGN Rayleigh-fading channels", in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. (GLOBECOM'89)*, Dallas, TX, pp. 418-422 (Nov. 1989)

[45] Joseph T. McCartin and Tri T. Ha ; "Ring model for local radio communications", in *Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. (GLOBECOM'89)*, Dallas, TX, pp. 707-711 (Nov. 1989)

[46] Chiew T. Lau and Cyril Leung ; "A slotted ALOHA packet radio system with multiple antennas and receivers", *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. **39**, no. 3, pp. 218-226 (Aug. 1990)

[47] Asrar U. H. Sheikh, Yu-Dong Yao and Xiaoping Wu ; "The ALOHA systems in shadowed mobile radio channels with slow or fast fading", *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. **39**, no. 4, pp. 289-298 (Nov. 1990)

[48] 榊原 勝己, 芹澤 睦 ; "複数の基地局を備えたスロット付きアロハ方式の捕そく効果を考慮した特性評価", 信学論 (B-II), vol. **J73-B-II**, no. 11, pp. 612-620 (1990-11)

[49] R. Clark Robertson and Tri T. Ha ; "A model for local/mobile radio communications with correct packet capture", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **40**, no. 4, pp. 847-854 (Apr. 1992)

[50] Chiew T. Lau and Cyril Leung ; "Capture models for mobile packet radio networks", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **40**, no. 5, pp. 917-925 (May. 1992)

[51] 原 晋介, 森永 規彦 ; "無線パケット通信方式に関するスループット解析", 信学論 (B-II), vol. **J75-B-II**, no. 7, pp. 424-432 (1992-7)

[52] Katsumi Sakakibara ; "Performance Approximation of a Multi-Base-Station Slotted ALOHA for Wireless LAN's", *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. **41**, no. 4, pp. 448-454 (Nov. 1992)

[53] F. J. MacWilliams and N. J. A. Sloane ; "*The Theory of Error Correcting-Codes*", North-Holland, Amsterdam (1977)

[54] 福田 明 ; "アロハ型システムの平衡点における特性解析", 信学論 (B), vol. **J61-B**, no. 11, pp. 959-966 (1978-11)

[55] W. Wesley Peterson and E. J. Weldon, Jr. ; "*Error-Correction Codes, 2nd Edition*", MIT Press, Cambridge, MA (1972)

[56] Elwyn R. Berlekamp ; "*Algebraic Coding Theory, Revised 1984 Edition*", Aegean Park Press, Laguna Hills, CA (1984)

[57] Yasuo Sugiyama, Masao Kasahara, Shigeichi Hirasawa and Toshihiko Namekawa ; "A method for solving key equation for decoding Goppa codes", *Inform. Contr.*, vol. **27**, pp.87-99 (1975)

[58] 笠原 正雄, 田崎 三郎, 小倉 久直 ; "情報理論 — 基礎と応用", 昭晃堂 (1985)

[59] Tadao Kasami and Shu Lin ; "On the binary weight distribution of some Reed-Solomon codes", 情報理論とその応用研究会第7回シンポジウム資料 *(SITA'84)*, 鬼怒川, pp. 49-54 (Nov. 1984)

[60] 今村 恭己, 吉田 浩, 中村 直之 ; "GF(2^m) 上の Reed-Solomon 符号の2元線形符号としての重み分布について", 情報理論とその応用研究会第8回シンポジウム資料 *(SITA'85)*, 奈良, pp. 135-139 (1985-12)

[61] 今村 恭己, 吉田 浩, 中村 直之 ; "($n, = 2^m - 1$, $k = 2$) Reed-Solomon 符号の2元線形符号としての重み分布 ($g(x) = (x^n - 1)/(x - 1)(x - \alpha^{-1})$ の場合)", 信学技報, no. **IT86**-9 (1986-5)

[62] 吉田 浩, 中村 直之, 今村 恭己 ; "Reed-Solomon 符号の2元線形符号としての重み分布について", 第9回情報理論とその応用シンポジウム資料 *(SITA'86)*, 赤倉, pp. 139-142 (1986-10)

[63] 常盤 欣一朗, 笠原 正雄 ; "生成多項式として $(x^n - 1)/(x - 1)(x - \alpha^{-1})(x - \alpha^{-2})$ をもつ ($n = 2^m$, $k = 3$) RS 符号の2元重み分布", 第9回情報理論とその応用シンポジウム資料 *(SITA'86)*, 赤倉, pp. 143-146 (1986-10)

[64] Tadao Kasami and Shu Lin ; "The binary weight distribution of the extended $(2^m,\ 2^m-4)$ code of Reed-Solomon code over GF(2^m) with generator polynomial $(x-\alpha)(x-\alpha^2)(x-\alpha^3)$", in *Proc. First Colloquium Coding Theory*, Armenia, (Aug. 1986)

[65] 今村 恭己, 吉田 浩, 中村 直之 ; "Reed-Solomon 符号およびその拡大符号の 2 元線形符号としての重み分布の計算", 信学技報, no. **CS86**-114 (1987-1)

[66] 嵩 忠雄, Shu Lin ; "GF(2^m) 上の線形符号の 2 元重み分布について", 信学技報, no. **CS86**-110 (1987-1)

[67] Richard E. Blahut ; "Transform techniques for error control codes", *IBM J. Res. & Dev.*, vol. **23**, pp. 299-315 (May 1979)

[68] Richard E. Blahut ; "*Algebraic Methods for Signal Processing and Communications Coding*", Springer-Verlag, New York, NY (1991)

[69] Masao Kasahara, Yasuo Sugiyama, Shigeichi Hirasawa and Toshihiko Namekawa ; "New class of binary codes constructed on the basis of concatenated codes and product codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. **IT-22**, no. 4, pp. 462-468 (Jul. 1976)

[70] 杉山 康夫, 笠原 正雄, 平沢 茂一, 滑川 敏彦 ; "重畳法に基づく連接符号の一般化", 信学論 (A), vol. **J70-A**, no. 3, pp. 515-524 (1987-3)

[71] 今井 秀樹 ; "符号理論", 電子情報通信学会 (1990)

[72] Carlos Munuera ; "On the main conjecture on geometric MDS codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. **38**, no. 5, pp. 1573-1577 (Sep. 1992)

[73] G. David Forney, Jr. ; "Generalized minimum distance decoding", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. **IT-12**, no. 2, pp. 125-131 (Apr. 1966)

[74] 榊原 勝己, 常盤 欣一朗, 笠原 正雄 ; "q 値展開された GF(q^m) 上の Reed-Solomon 符号に関する二, 三の考察", 信学論 (A), vol. **J70-A**, no. 8, pp. 1165-1173 (1987-8)

[75] Philippe Delsarte ; "On subfield subcodes of modified Reed-Solomon codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. **IT-21**, no. 5, pp. 575-576 (Sep. 1975)

[76] 榊原 勝己, 常盤 欣一朗, 笠原 正雄 ; "ビット最小距離を利用した Reed-Solomon 符号の復号法に関する考察", 信学技報, no. **IT86-28** (1986-7)

[77] 榊原 勝己, 常盤 欣一朗, 笠原 正雄 ; "2 値展開された Reed-Solomon 符号の復号 ($g(x) = (x^n + 1)/(x + \alpha^{-1})(x + \alpha^{-2})$ の場合)", 第 9 回情報理論とその応用シンポジウム資料 *(SITA'86)*, 赤倉, pp. 147-151 (1986-10)

[78] 泉田 守司, 三田 誠一, 土居 信数, 今井 秀樹 ; "誤りパターンを推定するリードソロモン符号用高能率復号法", 信学論 (B-I), vol. **J72-B-I**, no. 4, pp. 353-359 (1989-4)

[79] 稲葉 宏幸, 森井 昌克, 笠原 正雄 ; "種々の誤りを訂正し得るリードソロモン符号の一構成法", 第 12 回情報理論とその応用シンポジウム資料 *(SITA'89)*, 犬山, pp. 396-400 (1989-12)

[80] 稲葉 宏幸, 森井 昌克, 笠原 正雄 ; "通信路の統計的性質を考慮したリードソロモン符号とその復号法", 信学論 (A), vol. **J73-A**, no. 2, pp. 253-260 (1990-2)

[81] 鴻巣 敏之, 西島 利尚, 平澤 茂一 ; " 2 値展開されたリードソロモン符号の高密度バースト誤りに対する重畳による復号法に関する一考察", 信学論 (A), vol. **J76-A**, no. 4, pp. 656-662 (1993-4)

[82] 竹内 啓, 藤野 和建 ; "2 項分布とポアソン分布", 東京大学出版会 (1981)

[83] S. M. Reddy and J. P. Robinson ; "Random error and burst correction by iterated codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. **IT-18**, no. 1, pp. 182-185 (Jan. 1972)

[84] G. David Forney, Jr. ; "*Concatenated Codes*", MIT Press, Cambridge, MA (1966)

[85] Ulrich K. Sorger ; "A new Reed-Solomon code decoding algorithm based on Newton's interporation", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. **39**, no. 2, pp. 358-365 (Mar. 1993)

[86] E. N. Gilbert ; "Capacity of a burst-noise channels", *Bell Syst. Tech. J.*, vol. **39**, pp. 1253-1266 (Sep. 1960)

[87] Leonard Kleinrock and Simon S. Lam ; "Packet switching in a multi-access broadcast channel — Performance evaluation", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-23**, no. 4, pp. 410-423 (Apr. 1975)

[88] Fouad A. Tobagi ; "Analysis of a two-hop centralized packet radio network — Part I : Slotted ALOHA", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-28**, no. 2, pp. 196-207 (Feb. 1980)

[89] Mutsumu Serizawa ; "A radio access scheme for CSMA/CD LAN", in *Proc. IEEE Intl. Conf. Commun. (ICC'89)*, Boston, MA, pp. 15.4.1-5 (Jun. 1989)

[90] 芹澤 睦, 榊原 勝己 ; "CSMA/CD方式を無線基地局間ネットワークに用いた無線 LAN", 信学論 (B-II), vol. **J73-B-II**, no. 11, pp. 621-629 (1990-11)

[91] Louis A. Pipes and Lawrence R. Harvill ; "*Applied Mathematics for Engineers and Physicists, Third Edition*", McGraw-Hill, New York, NY (1971)

[92] 榊原 勝己 ; "再送回数を制限したスロット付きアロハ方式の特性 — 外挿補間された平衡点解析", 信学論 (B-I), vol. **J74-B-I**, no. 12, pp. 1109-1112 (1991-12)

[93] Leonard Kleinrock ; "*Queueing Systems, Volume 1 — Theory*", John-Wiley & Sons, New York, NY (1975)

[94] Aydano B. Carleial and Martin E. Hellman ; "Bistable behavior of ALOHA-type systems", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-23**, no. 4, pp. 401-410 (Apr. 1975)

[95] Yoshikuni Onozato and Shoichi Noguchi ; "On the thrashing cusp in slotted Aloha systems", *IEEE Trans. Commun.*, vol. **COM-33**, no. 11, pp. 1171-1182 (Nov. 1985)

[96] 王 相毅, 外西 久人, 小野里 好邦, 野口 正一 ; "リヤプノフ関数によるランダムアクセス方式の安定性解析", 信学論 (B-I), vol. **J73-B-I**, no. 11, pp. 845-852 (1990-11)

[97] J. B. Scarborough ; "*Numerical Mathematical Analysis, 3rd Edition* ", Johns Hopkins Press, Baltimore, MD (1955)

[98] Akira Fukuda, Kaiji Mukumoto and Tadashi Hasegawa ; "Adaptive retransmission randomization schemes for a packet switched random access broadcast channel", in *Proc. Intl. Conf. Comput. Commun. (ICCC'78)*, Kyoto, pp. 543-548 (Sep. 1978)

[99] 福田 明, 長谷川 正, 椋本 介士 ; "適応アロハシステム", 信学論 (B), vol. **J62-B**, no. 3, pp. 229-236 (1979-3)

[100] 岳 五一, 松本 豊, 髙橋 豊, 長谷川 利治 ; "マルチチャネルスロット付きアロハシステムの性能解析", 信学論 (B-I), vol. **J72-B-I**, no. 8, pp. 632-641 (1989-8)

[101] Richard C. Bernhardt ; "Macroscopic diversity in frequency reuse radio systems", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. **SAC-5**, no. 4, pp. 862-870 (Jun. 1987)

[102] 椋本 介士, 福田 明 ; "チャネル状態の変動するスロット付きアロハ方式の特性解析 — 捕そく効果のある場合", 信学論 (B-I), vol. **J75-B-I**, no. 8, pp. 528-535 (1992-8)

[103] 椋本 介士, 福田 明 ; "複数のゾーンで構成された移動無線パケット通信網の特性解析", 信学論 (B-I), vol. **J75-B-I**, no. 11, pp. 714-722 (1992-11)

[104] 森 俊典, 中川 正雄 ; "捕そく効果を考慮したブロックアクセス形 CRA", 信学論 (B-II), vol. **J76-B-II**, no. 11, pp. 853-863 (1993-11)