

Title	Convexity properties of generalized moment maps
Author(s)	新田, 泰文
Citation	大阪大学, 2009, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2261
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

氏名	新田泰文
博士の専攻分野の名称	博士(理学)
学位記番号	第 22664 号
学位授与年月日	平成21年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	Convexity properties of generalized moment maps (一般化された運動量写像の凸性)
論文審査委員	(主査) 教授 満洲 俊樹 (副査) 教授 藤木 明 准教授 榎 一郎 准教授 後藤 竜司

論文内容の要旨

本論文は H -twisted generalized complex orbifold への Hamiltonian group action について、その generalized moment map に関する凸性について研究を行ったものである。

H -twisted generalized complex structures とは Hitchin によって定義された新しい幾何構造であって、多様体の複素構造とシンプレクティック構造とを統合する非常に大きな枠組みである。これより、これまでの幾何学では全く異なるものであると考えられていた複素構造とシンプレクティック構造を同等に扱うことが出来るようになり、近年の物理学、特に弦理論を数学的に理解するための非常に有用な道具となる。本論文では特に、 H -twisted generalized complex orbifold 上の Hamiltonian group action を扱う。

多様体上の Hamiltonian group actions について、moment map は最も基本的かつ有用な道具の一つである。Generalized complex geometry においては Lin と Tolman が compact Lie group の Hamiltonian action と generalized moment map という概念を与え、そこで Hamiltonian action に関する reduction theorem を証明した。我々は generalized moment map に注目し、その凸性について研究した。Symplectic geometry における moment map の凸性は Atiyah や Guillemin, Sternberg らによって考察され、compact connected symplectic manifold 上の torus action について moment map の像は torus action の固定点の moment map による像を頂点とする凸多面体になることが示された。我々はまずこの結果を拡張し、compact connected H -twisted generalized complex manifold 上の Hamiltonian torus action について、その generalized moment map についてその像が torus action の固定点の moment map による像を頂点とする凸多面体になることを証明した。

本論文の後半ではこの結果をさらに拡張し、connected H -twisted generalized complex orbifold への一般の Hamiltonian compact Lie group action について、generalized moment map の像と positive Weyl chamber との共通部分が convex locally polyhedral set になることを “weak nondegeneracy” という条件の下で証明した。この条件は多様体が compact の場合は自動的に成立し、また generalized moment map が weak nondegeneracy を持たないとき、上記の凸性は一般に成立しない。この意味で weak nondegeneracy は凸性を成立させる最良の条件の一つであることが分かる。

論文審査の結果の要旨

シンプレクティック多様体のハミルトニアンな群作用に関して、付随する運動量写像の像の凸性は、Atiyah, Guillemin-Sternberg, Kirwan らによって確立された極めて基本的かつ重要な性質である。申請者は同様の凸性が、より広いクラスの、一般化された複素構造をもつ orbifold に対しても成り立つことを示した。これはもちろん新しい結果であるとともに、今後この方向の研究の基本定理となりうるものである。

より正確には、連結な一般化された複素構造をもつ orbifold 上にコンパクト・リー群がハミルトニアンに作用しているとき、付随する運動量写像が固有かつ weakly nondegenerate という仮定の下に、その写像の像とひとつの Weyl chamber の交わりが凸集合であること、およびすべてのレベル集合が連結であることを、申請者は証明した。これは、シンプレクティック多様体（または orbifold）上のハミルトニアンな群作用に関する同様の有名な定理の一般化になっている。

申請者は、修士論文において既に、一般化されたカラビ・ヤオ構造に対する運動量写像について、“Reduction of generalized Calabi-Yau structures” という結果を得ており、これも日本数学会欧文誌に発表された。そういった研究もこの本論文へとつながっている。

以上のように、申請者の研究は、一般化された複素構造における運動量写像について、非常に基本的かつ新しい知見を与えるもので、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。