Title	Conformal Flatness and Autoparallelism of Statistical Submanifolds
Author(s)	Uohashi, Keiko
Citation	大阪大学, 1999, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3155500
rights	
Note	

氏　　　　　名	魚橋慶子（うおはしけいこ）
博士の専攻分野の名称	博　士（理　学）
学 位 記 番 号	第　14748　号
学位授与年月日	平成11年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 基礎工学研究科物理系専攻
学 位 論 文 名	Conformal Flatness and Autoparallelism of Statistical Submanifolds （統計部分多様体の共形平坦性と自己平行性）
論文審査委員	（主査） 教 授　藤井　隆雄 （副査） 教 授　藤重　悟　　教 授　中村　佳正　　助教授　小原　敦美

論文内容の要旨

統計多様体は，情報幾何学の見地から研究されている。情報幾何学とは統計多様体の双対構造の研究とその応用を指すが，統計学のみならず様々な工学分野で用いられている。これらの研究において，統計部分多様体に着目することが多い。以上の背景の下，本論文で共形平坦統計部分多様体・二重自己平行統計部分多様体について研究した。

平坦接続をもつアファイン領域と，その上の凸関数のヘッシアンによるリーマン計量の組は，ヘッシアン領域である。ヘッシアン領域は平坦統計多様体である。一方，1－共形平坦統計多様体の定義は岡本・黒瀬らによって与えられた。本論文では，ヘッシアン領域の等位曲面が1－共形平坦統計部分多様体となることを示した。平坦統計多様体・1－共形平坦統計多様体上に，ダイバージェンスと呼ばれる擬距離を標準的に定義することができる。本論文では，等位曲面からなる葉層構造とその直交葉層構造の性質を考察し，長岡・甘利による平坦統計多様体のダイバージェンス分解定理と異なる形の分解定理を得た。

ジョルダン代数から生成される対称錐は，ヘッシアン領域すなわち平坦統計多様体の典型例である。本論文では，アファイン接続という幾何概念とジョルダン代数を対応付け，ある条件の下，二重自己平行統計部分多様体とジョルダン部分代数の関係について考察した。これは，正定値対称行列のなす対称錐について得られた小原の結果を，対称錐上へ一般化したものである。

ヘッシアン領域上のアルファ接続を，前述の1－共形平坦統計部分多様体・二重自己平行統計部分多様体へそれぞれ制限して得られる接続についても結果を得た。

論文審査の結果の要旨

1－共形平坦統計多様体は，統計学から派生した概念であり，アファイン幾何学との関連性も指摘されている。しかし，統計部分多様体として1－共形平坦統計多様体が現れる例は，これまで示されていなかった。一方，二重自己平行統計部分多様体については，正定値対称行列集合のなす平坦統計多様体上でいくつかの結果が知られている。これらを対称錐上の結果へ拡張することは，対称錐上の最適化問題を考察する手掛かりを与えるという意味で有用である。

本論文では，ヘッシアン領域，すなわち平坦接続をもつアファイン領域とその上の凸関数から導かれるリーマン計量の組を平坦統計多様体とみなし，考察を行っている。まず，ヘッシアン領域の等位曲面が１－共形平坦統計部分多様体となることを示し，逆に，１－共形平坦統計部分多様体は，平坦統計多様体の部分統計多様体として表せることも示している。１－共形平坦統計多様体を部分多様体として表現することにより，統計多様体のダイバージェンスの分解定理を以前から知られている定理（自己平行統計部分多様体を利用したもの）と異なる形で与えている。他に，共形平坦統計部分多様体上の勾配流の例も与えている。つぎに，正定値対称行列集合のなす対称錐についての結果を踏まえ，一般の対称錐上のアファイン接続を，ジョルダン代数を用いて表現している。さらに，ある条件下で，二重自己平行統計部分多様体とジョルダン部分代数の関係を得るとともに，幾何概念を代数概念に対応づけることで，対称錐の性質を具体的に計算できる可能性を広げている。

以上のように本論文では，１－共形平坦統計多様体を統計部分多様体として表現するとともに，二重自己平行統計部分多様体とジョルダン代数の関係を明らかにしている。いずれの結果も，統計多様体上の緒量を具体的に調べるために有効であり，また情報幾何学への貢献も大きい。よって博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。