The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	Hopf分岐理論に基づく多機電力系統大域的安定領域の数値的解析手法に関する研究
Author(s)	渡邊, 政幸
Citation	大阪大学, 2004, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2278
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

工学99/7

Hopf 分岐理論に基づく多機電力系統 大域的安定領域の数値的解析手法に関する研究

2003 年

渡 邊　政 幸

Hopf 分岐理論に基づく多機電力系統 大域的安定領域の数値的解析手法に関する研究

2003 年

渡 邊　政 幸

内容梗概

本論文は，著者が大阪大学大学院 工学研究科 電気工学専攻 システム・電力工学講座 システム工学領域にて行ってきた，電力系統の非線形性によって定まる大域的安定領域の数値的解析手法に関する研究成果をまとめたものである。

電力市場の開放により競争が激化する中，各電力事業者は既存設備を有効に活用した運用が求められている。これまで以上に厳しい運用状態において安定した送電を維持する上で，安定度の把握は非常に重要である。一方，電力系統は一般の実システム同様，種々の非線形要素を含んでおり，この非線形性が電力系統の過渡安定度に与える影響は多大である。非線形性の影響が強くなる安定送電限界点付近での運用が想定される状況において，非線形性を考慮した解析は一層重要となり，安定度の評価をより正確に行えるようになることが期待される。

電力系統の過渡安定度解析手法としてシミュレーションによる方法がある。数値積分により非線形性を含んだ動揺方程式を計算することで，非線形性を忠実に考慮した解析が可能となる。しかし，運用点の周りの非線形構造を把握するためには試行錯誤的に計算を繰り返す必要がある。一方，近年の数値解析技術の発達により，微分方程式が与えられるとその非線形構造が解析可能な汎用プログラムが利用できるようになってきた。これによって電力系統の非線形性に起因した現象が容易に解析できるようになってきたが，その適用は小規模な系統に限られ，実規模系統への適用は困難となっている。これに対し，多機くし形連系系統では，重潮流時に観測される長周期動揺に起因する不安定性が問題となりやすい。そこで，本論文では，この長周期動揺の不安定性に着目し，非線形動特性の数値的な解析方法について検討を行っている。本論文で提案する手法は，試行錯誤的な繰り返し計算を必要とせず，また，系統規模の制約も緩和されるため，電力系統の非線形動特性の解析において非常に有用となると考えられる。

非線形動特性解析の一つの方法である Hopf 分岐理論を用いた研究により，発電機の励磁制御系の動作に起因して電力系統に非線形周期軌道が形成されることが知られている。このとき周期軌道が安定な場合には電力系統内に持続性の振動現象が存在する可能性がある。また，周期軌道が不安定な場合にはこの軌道が電力系統の大域的な安定領域を定める。この領域は，従来の過渡第一波を対象とした過渡安定度の議論によって定まる安定限界に比べてより狭くなる可能性があるため，とくに不安定周期軌道が形成される場合はそ

の特性を正確に把握することが過渡安定度評価において重要となる。

本論文では，Hopf 分岐理論に基づく電力系統大域的安定領域の数値的な解析手法の提案を行っている。まず，モデル系統に対する詳細な解析を行い，位相平面上においてより正確な安定領域によって安定性を判定する方法について検討を行った。また，大規模系統に対する解析手法として，系統動揺データを用いて多項式近似モデルを構成し非線形動特性を解析する方法について検討を行った。提案手法を幾つかのモデル系統に適用して評価を行った結果，高い精度で大域的安定領域を求められることが確認された。

本論文は以下の 7 章より構成される。

第 1 章では，電力系統の安定度問題を示すとともに，系統の持つ非線形性が過渡安定度に与える影響について述べ，非線形性を考慮した安定度解析の重要性を示して，本研究の目的を明確にしている。

第 2 章では，まず，非線形システムの解析において重要な分岐理論について本論文と関連の深い事項を述べる。次に，非線形システム理論に基づいて電力系統の動特性の解析を行った種々の研究成果について調査し，各解析手法の特徴を示して本論文との関連を述べるとともに，例題系統を対象として非線形周期軌道が電力系統の大域的安定性に与える影響を示している。

第 3 章では，非線形動特性解析プログラムを用いて，比較的構成が簡単な電力系統を対象として不安定周期軌道に起因する大域的安定領域の詳細な解析を行い，位相平面上での解析においてより正確な安定領域によって電力系統の安定性を判定する手法について述べる。位相平面上に投影された周期軌道は界磁巻線の応答が考慮されていないため誤差を含んでいる。そこで，この効果を含んだ周期軌道を求めることで正確な安定判別が可能となることを示す。また，くし形連系系統へ適用した結果を示し，その有効性を確認する。

第 4 章では，非線形動特性解析プログラムの適用が困難な大規模連系系統の非線形周期軌道を数値的に推定する手法を提案している。ここでは，単一のモードが支配的になるケースに対し，動揺波形から 2 次非線形多項式モデルを構成して分岐特性の解析および安定領域の評価を行う方法を提案する。また，励磁系のリミタの影響も考慮できる多項式近似モデルの構成方法についても述べ，詳細モデルとの比較による評価を行う。

第 5 章では，多機系統において支配モードが複数現れモード間に相互作用を生じる場合において，連成振動モデルを構成して非線形動特性を解析する方法について検討を行っている。モード間の相互作用が強くなると，第 4 章で提案した手法ではモデル化の精度が悪化し，分岐特性の評価を正確に行うことが困難となる。連成振動モデルの構成によって近似精度の向上が見られ，分岐特性の評価も正しく行えるようになることを示す。また，連成振動モデルにおいて励磁系リミタを考慮した解析を行うための方法についても述べ，3 機くし形系統を用いて厳密解との比較による評価を行う。

第 6 章では，電気学会標準モデル系統を対象として提案した数値的解析手法を適用し，分岐特性の解析と大域的安定領域の評価を行っている。系統規模が大きくなるにつれ，汎

用の非線形動特性解析プログラムを用いて詳細に解析することが困難となるため，本論文で提案する数値的解析手法が有用となる。手法によって得られた特性についてシミュレーションによる検証を行い，多機くし形系統における長周期動揺の安定性評価に対する提案手法の有効性を示す。

第 7 章では，本研究により得られた結果を総括している。

目次

第 1 章　緒論　1
参考文献 3

第 2 章　分岐理論と電力系統の大域的安定性　5
2.1　緒言 5
2.2　分岐理論 6
2.2.1　saddle node 分岐 6
2.2.2　Hopf 分岐 7
2.2.3　cyclic fold 分岐 9
2.3　非線形システム理論に基づく電力系統動特性解析 10
2.3.1　Lyapunov 関数構成による安定性判別 10
2.3.2　標準形理論 11
2.3.3　分岐理論に基づく非線形構造の解析 12
2.3.4　カオス的振動 13
2.4　非線形周期軌道と電力系統の安定性 15
2.4.1　安定周期軌道と持続性振動 15
2.4.2　不安定周期軌道と大域的安定領域 16
2.5　結言 17
参考文献 19

第 3 章　Hopf 分岐理論に基づく電力系統大域的安定領域の評価　23
3.1　緒言 23
3.2　Hopf 分岐と電力系統の安定度 24
3.2.1　一機無限大母線系統モデルを用いた解析 24
3.2.2　励磁系リミタが分岐特性に与える影響 27
3.3　非線形周期軌道と位相平面上における安定領域 28
3.3.1　位相平面上に投影した周期軌道の誤差 28
3.3.2　界磁巻線の応答を考慮した周期軌道による安定性判別 29
3.4　くし形連系系統を対象とした解析 33

3.5 結言 36
参考文献 37

第 4 章 多機電力系統大域的安定領域の特性評価のための数値的解析モデル 39
4.1 緒言 39
4.2 不安定動揺モードを表す非線形 2 次微分系の構成 40
4.3 励磁系のリミタを考慮するための多項式モデルの導出 42
4.4 詳細モデルとの比較による多項式近似モデルの評価 43
4.4.1 一機無限大母線系統 44
4.4.2 3 機くし形連系系統 47
4.5 結言 50
参考文献 52

第 5 章 非線形連成振動モデルを用いた Hopf 分岐特性の解析 55
5.1 緒言 55
5.2 複数モードの影響を考慮して構成した非線形連成振動モデル 56
5.3 3 機くし形連系系統における連成振動モデルの評価 58
5.3.1 モデル系統の構成と解析条件 58
5.3.2 単振動モデルを用いた解析 59
5.3.3 連成振動モデルを用いた解析 61
5.4 高次の非線形項を考慮した 2 次多項式モデルとの比較 63
5.5 励磁系リミタ考慮のための軌道安定性指標に着目した分岐特性の解析 . . 64
5.5.1 単振動モデルにおけるリミタの考慮 64
5.5.2 連成振動モデルにおけるリミタの考慮 65
5.5.3 モデル系統を対象とした解析 66
5.6 結言 68
参考文献 69

第 6 章 電気学会標準モデルへの適用 71
6.1 緒言 71
6.2 モデル系統の構成とシミュレーション条件 72
6.2.1 電気学会 WEST10 機系統モデル 72
6.2.2 電気学会 WEST30 機系統モデル 74
6.3 寄与率を用いた不安定モードに寄与の大きい発電機の選定 75
6.4 非線形連成振動モデルを用いた分岐特性の解析と安定領域の評価 78
6.4.1 WEST10 機系統モデルへの適用 78
6.4.2 WEST30 機系統モデルへの適用 81

6.5 結言 85
参考文献 85

第 7 章 結論 91

謝辞 93

研究業績目録 95

第1章

緒論

電力システムは，電気エネルギーを良質かつ安価に，高い信頼性をもって供給することを目的としたシステムである [1]。近年の情報化社会の進展においては必要不可欠であり，エネルギー需要における電気エネルギーの重要性はますます高くなっている。しかし，電源設備や送電設備の増設は環境および立地上の制限により難しく，十分な余力を持った設備を確保することは困難になってきている。さらに，電力自由化に伴いコスト削減が迫られる中，設備投資を控えて現存設備を有効に活用した運用が求められている。こうした状況において，電源設備の大容量，偏在化，送電設備の大規模化に加え，分散電源の増加に伴うさらなる複雑化が進んでおり，電力系統の運用を取り巻く状況は一層厳しくなってきている。電力自由化が進み，各電力事業者間の競争が激化する中で，安定送電限界点付近での運用も余儀なくされ，系統の安定度の低下が大きな問題となる可能性がある。

一方，電力系統は広域にわたり連系され，各電力事業者間で電力融通が行われている。系統が連系されると供給予備力は系統全体で確保すればよく，経済性および信頼性の面から有利になるためである。しかし，系統連系によって事故波及の問題も生じ，広域にわたる大規模な停電が発生する可能性がある。また，数秒から十数秒にも及ぶ弱減衰の長周期電力動揺が発生するという問題点もある [2, 3, 4]。これにより，系統に持続振動を生じたり振動発散となる場合があり，系統の運用状態が厳しくなるにつれて長周期の電力動揺の不安定性が顕著となる。

以上のような背景から，電力システムの安定度の把握は非常に重要な課題となっている。一般に，システムの安定性に関しては線形モデルに基づいた議論がなされる。線形システムは解析的に状態を把握できるといった点から，基本的な安定度解析，制御系設計問題などでは線形解析は非常に有用である。電力系統の安定度を検討する方法の一つとして，運用点近傍での線形化状態方程式を得ることにより，その運用点における固有値を用いて運用点近傍における安定度を判別することが可能である。

しかし，一般の実システムは随所に非線形要素を含む非線形システムであり，電力システムもその例外ではない。磁気飽和，制御系のリミタなど線形ではないもの全てが非線形

要素となり，その影響度は多様である。非線形特性は動作点から離れたシステムの構造に大きな影響を与えるため，とくに大擾乱発生後の系の安定性を論じる上で重要である [5]。非線形性の影響が強くなる安定送電限界点付近での運用が想定される状況において，非線形性を考慮した解析は一層その重要性を増している。

電力系統の非線形解析については一般に，発電機出力が発電機位相角を変数とした sin 関数によって表される特性に起因して発生するいわゆる同期外れを起こす不安定性について議論が行われてきた。この特性は過渡安定度の議論の範疇に含まれ，等面積法，位相面解析法，エネルギー関数法などによって説明され，解析されてきた [6]。しかし，これらの方法においては，発電機モデルとして過渡リアクタンス背後電圧一定モデルを用いていること，また，発電機制御器である AVR（Automatic Voltage Regulator：自動電圧調整器）やガバナなどを含めた解析が困難なこともあり，実システムの振る舞いを詳細に解析する場合には適していない。

これに対して非線形動特性解析の一つの方法である Hopf 分岐理論 [7, 8] を電力系統に適用した研究例が報告されている。制動係数の非線形性に関する検討 [9]，動揺方程式の振動解に関する検討 [10]，誘導機負荷の影響に関する検討 [11]，軸ねじれ共振に関連した非線形振動現象 [12] など，電力系統が持つ種々の非線形性に起因した現象に対する解析が試みられている。また，逆時間積分を用いて非線形周期軌道を近似的に求める手法 [13]，周波数領域での考察に基づく周期軌道の計算手法 [14] など，非線形周期軌道の大きさを評価するための手法についても幾つか提案されている。

また，AVR 系の影響に基づく非線形周期軌道の特性の解析を行なった結果が報告されている [15, 16]。その結果によると，AVR 系の影響により，電力系統に安定または不安定な非線形周期軌道が存在し，その特性および形状が系統の安定度に多大な影響を与えることが明らかになっている。このとき周期軌道が安定な場合には，電力系統内に持続性の振動現象が存在する可能性がある。また，周期軌道が不安定な場合にはこの軌道が安定領域と不安定領域の境界を作り，系統の状態がその軌道を越えてしまうような擾乱が発生した場合，系統は不安定な状態に陥り，発電機の同期が失われる。そして，系統の状態によっては従来のエネルギー関数法を用いた，過渡第一波を対象とした安定度の議論によって定まる領域 [6] に比べてはるかに狭い範囲でしか安定性を保てない恐れが生じる。したがって，非線形周期軌道の特性を正確に把握して従来の過渡第一波の安定領域と比較することによって，大域的安定領域の評価をより正確に行えるようになることが期待される。

本論文では，第 3 章において，簡単な構成の電力系統モデルを用いて，位相平面上においてより正確な安定領域によって故障発生後の安定性を判別する方法の検討を行っている。実用上一般に用いられている位相平面上に描かれた位相特性では，正確に安定領域を表現できない場合があることを示し，その誤差を生じる要因を考慮することによって安定判別の精度の向上を図っている。

一方，大規模な電力系統に対して解析を行う場合，個々の発電機の特性を表現する微分

方程式が，接続するネットワークの電圧，電流方程式で関係付けられ，そのとき共通の d-q 軸への変数の回転変換が必要となる。そのため，系統全体を表現するモデルは微分方程式に現れる変数の陰関数で表された代数方程式表現となり，その解析は困難となる。また，例え陽関数のみで表された微分方程式表現ができたとしても，多次元空間の動特性を扱うことになるため得られた結果の解釈が困難となる。非線形周期軌道によって定まる大域的な安定領域の評価手法はこれまでに種々提案されているが，上述の理由からその検討は一機無限大母線系統モデル程度の小規模な系統に限られてきた。

こうした背景から，本論文では，第 4, 5 章において，多機連系系統における長周期動揺の安定性問題に注目することにより，多機系統における非線形周期軌道を数値的に求める手法として，動揺データから多項式近似モデルを構成する方法について検討を行っている。とくに，第 4 章では，励磁系におけるリミタが分岐特性に与える影響が非常に大きい [17] ことから，励磁系リミタの影響を考慮する方法について詳細に検討を行っている。さらに，第 5 章では，他モードの影響を考慮できる連成振動モデルへの拡張を行っている。また，第 6 章においては，電気学会標準系統モデルに対して提案手法の適用を試みている。その結果，多機くし形系統において，動作点における系統動揺データの観測によって励磁系リミタの影響を含めた分岐特性が推定できるようになった。また，非線形周期軌道に起因する大域的安定領域が高い精度で求められることも確認された。

以上のように，本論文では，簡単な構成の電力系統モデルを用いて，過渡安定度領域の大きさを定量的に評価するとともに，多機連系系統における長周期問題に注目することにより，多機電力系統における非線形周期軌道を数値的に求める手法を構築することを目的としている。以下の各章において，手法の提案を行い，モデル系統に適用して評価を行った結果を詳述する。

参考文献

[1] 長谷川 淳・大山 力・三谷 康範・斎藤 浩海・北 裕幸：「電気学会大学講座 電力系統工学」，電気学会, 2002.

[2] 中地域技術研究連絡会・系統研究分科会，西日本研究連絡会：「60Hz 連系系統における電力－周波数特性の実測」，電気学会論文誌 B, 97 巻, 1 号, pp.45–51, 1977.

[3] F. R. Schleif and J. H. White, “Damping of the Northwest-Southwest Tie Line Oscillation - an Analog Study,” IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol.85, No.12, pp.1239–1247, 1966.

[4] S. M. Ustinov, J. V. Milanović, and V. A. Maslennikov, “Inherent dynamic properties of interconnected power systems,” International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.24, No.5, pp.371–378, 2002.

[5] 三谷 康範・喜多 敏博：「電力系統における非線形動的現象とその応用 － Hopf 分岐解

析とカオス動揺解析を中心として—」，電気学会論文誌 B, 122 巻, 6 号, pp.697–700, 2002.

[6] 関根 泰次・林 宗明・芹澤 康夫・豊田 淳一・長谷川 淳：「電力系統工学」，コロナ社, 1979.

[7] J. Guckenheimer and P. Holmes, "Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields," Springer-Verlag, New York, 1983.

[8] S. Wiggins, "Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos," Springer-Verlag, New York, 1990.

[9] E. H. Abed and P. P. Varaiya, "Nonlinear oscillations in power systems," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.6, No.1, pp.37–43, 1984.

[10] J. C. Alexander, "Oscillatory solutions of a model system of nonlinear swing equations," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.8, No.3, pp.130–136, 1986.

[11] V. Ajjarapu and B. Lee, "Bifurcation theory and its application to nonlinear dynamical phenomena in an electrical power system," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.7, No.1, pp.424–431, 1992.

[12] Y. Mitani, K. Tsuji, M. Varghese, F. F. Wu, and P. Varaiya, "Bifurcations associated with sub-synchronous resonance," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.13, No.1, pp.139–144, 1998.

[13] F. Howell and V. Venkatasubramanian, "Transient stability assessment with unstable limit cycle approximation," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.14, No.2, pp.667–677, 1999.

[14] Z. Jing, J. Wang, and L. Chen, "Computation of limit cycle via higher order harmonic balance approximation and its application to a 3-bus power system," IEEE Trans. on Circuits and Systems – I: Fundamental theory and applications, Vol.49, No.9, pp.1360–1370, 2002.

[15] C. D. Vournas, M. A. Pai, and P. W. Sauer, "The effect of Automatic Voltage Regulation on the bifurcation evolution in power systems," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.11, No.4, pp.1683–1688, 1996.

[16] 川崎 光喜・苗 沛耘・今村 司・三谷 康範・辻 毅一郎：「非線形動的システム理論に基づく発電機動揺の動特性解析」，電気学会論文誌 B, 120 巻, 3 号, pp.325–332, 2000.

[17] W. Ji and V. Venkatasubramanian, "Hard-limit induced chaos in a fundamental power system model," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.18, No.5, pp.279–295, 1996.

第2章

分岐理論と電力系統の大域的安定性

2.1 緒言

電力系統では平常時の周波数はほぼ一定に保たれている。これは系統中の発電機にはたらく同期化力や調速機などのはたらきによって，全発電機の回転数がほぼ一定に保たれているためである。これら系統内のいずれかの発電機に，負荷変動や線路故障などの何らかの外乱が加わって同期外れ，すなわち脱調が起こると，電力の安定な供給が不可能となり，場合によっては大停電事故に発展することがある。

電力の安定供給を達成する上で，安定度の概念は非常に重要である。電力システムにおいては，安定度の分類として定態安定度と過渡安定度の2つに大別される。定態安定度は，負荷の微増，制御系の設定値の微小変更など外乱が極めて微小な場合において継続的に送電しうる能力のことである。一方，過渡安定度は系統故障とそれに伴う線路の開閉操作や大電源の脱落など，電力系統に大きな外乱が発生した場合にも，脱調することなく新しい平衡状態に回復して安定に送電を継続しうる能力のことである [1]。また，電圧安定度の概念も重要である。インバータを利用した各種機器などの定電力負荷の増加により，長距離大容量送電系統において受電端電圧が異常に低下する場合があり，近年，とくに問題となっており，その研究が盛んに進められている。

定態安定度の評価法としては固有値解析が一般的である。発電機の動揺方程式および制御系の特性を記述する微分方程式を線形化し，その固有値を求めることで平衡点近傍の安定性が判別できる。しかし，過渡安定度を評価するには，このような方法では十分とは言えない。発電機の動揺方程式は非線形の微分方程式で表され，他にも種々の非線形要素が含まれているため，過渡安定度を正確に把握するためには非線形性を考慮した解析が必要となる。

古典的な過渡安定度解析手法としては，等面積法，位相面解析法，エネルギー関数法などが知られているが，調速機，AVR 等の発電機制御系などを考慮することは困難であり，多機系統への適用も容易ではない。一方，Runge-Kutta 法などを用いた数値積分により

動揺方程式を計算すれば忠実に非線形性を考慮して解析することができ，上述のような制約も緩和されるが，安定度の把握には試行錯誤的な繰り返し計算が必要となる。

一方，電力系統を一つの非線形システムと捉え，非線形システム理論を適用して解析を行うことで運用点の周りの構造を把握することができる。本章では，まず，本論文と関連の深い分岐理論について詳細に述べる。また，分岐理論を含め種々の非線形システム理論に基づいて電力系統の動特性解析を行った研究例がこれまでに多数報告されている。これらの研究成果についてまとめ，電力システムにおける非線形解析の重要性を示す。最後に，簡単な構成の系統を対象として非線形動特性の解析を行い，電力系統の大域的安定性について議論する。

2.2 分岐理論

分岐とはパラメータを変化させたときある点においてシステムの振る舞いが質的に変化する現象のことである。電力系統においてはさまざまな分岐が発生することが知られているが，ここではとくに本論文と関連の深い現象として，saddle node 分岐，Hopf 分岐，cyclic fold 分岐について述べる。

2.2.1 saddle node 分岐

1 次元ベクトル場

$$\dot{x} = f(x, \mu) = \mu - x^2, \quad x \in \mathbf{R}, \quad \mu \in \mathbf{R} \tag{2.1}$$

を考える。このベクトル場の平衡点の集合は

$$\mu = x^2 \tag{2.2}$$

で与えられる。図 2.1 はこれを μ-x 平面上に図示したものである。図において，矢印は (2.1) 式から生成された x 軸に沿っての流れを表す。$\mu < 0$ のとき，(2.1) 式は平衡点を持たず，ベクトル場は x について減少する。これに対して $\mu > 0$ のとき，(2.1) 式は二つの平衡点を持つ。平衡点の 1 つは安定であり，もう 1 つの平衡点は不安定である。パラメータ μ が正の値から 0 に変化するのに伴って安定平衡点と不安定平衡点とが接近し，分岐点 $(x, \mu) = (0, 0)$ において平衡点が消滅する。これが saddle node 分岐である。

電力系統における電圧安定性は，saddle node 分岐によって説明される [2, 3]。図 2.2 は，有効電力 P と受電端電圧 V の関係を表しており，ノーズカーブと呼ばれる。P をパラメータとして変化させると，安定解と不安定解が saddle node 分岐点において衝突し，消滅する。分岐点よりもパラメータが大きい領域では解が存在しないため，電圧が不安定となる。また，$dV/dP < 0$ の安定領域にある点 S では，V が低下しても P が増加するために V は回復する。しかし，$dV/dP > 0$ の不安定領域にある点 U では，V が低下すると P が減少し，さらに V が低下して電圧不安定を招く。

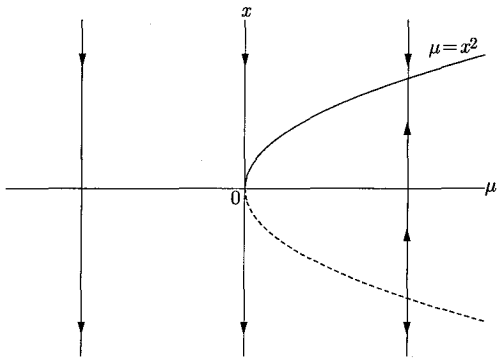


図 2.1 saddle node 分岐

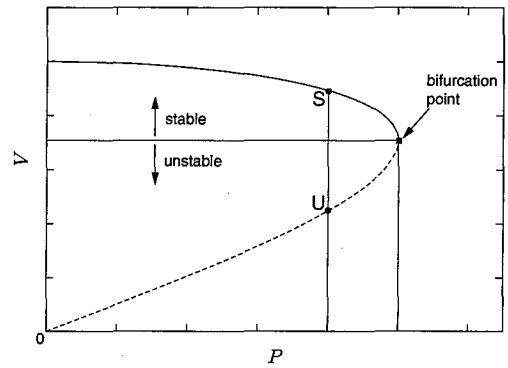


図 2.2 P-V 曲線

2.2.2 Hopf 分岐

発電機の制御系として AVR を考慮した場合，前節に示した静的な限界点である saddle node 分岐よりも先に動的な限界点が現れて不安定となることが知られている [4, 5]。このような現象は，Hopf 分岐によって説明される。

ここでは，(2.3) 式の非線形多次微分系を対象として Hopf 分岐理論に基づく周期軌道の存在について説明する。

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, p), \quad \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n, \quad p \in \mathbf{R} \tag{2.3}$$

(2.3) 式を線形化したシステムにおいてあるパラメータ p を変化させたとき，虚軸を横切って安定性を変化させる一組の固有値が存在し，他の固有値は全て十分安定であるとする。このときシステムの平衡点の安定性は虚軸を横切るモードの安定性に依存する。いま，速やかに収束する安定モードを記述する微分方程式を代数方程式で近似すると，2 次の振動モードは非線形の 2 次微分方程式として表現される。このとき，適当な変数変換によって次のような標準形（Normal Form）に変換することができる [6, 7]。

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\mu & -(\omega + c\mu) \\ (\omega + c\mu) & d\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a({y_1}^3 + y_1{y_2}^2) - b({y_1}^2 y_2 + {y_2}^3) \\ a({y_1}^2 y_2 + {y_2}^3) + b({y_1}^3 + y_1{y_2}^2) \end{bmatrix} + \mathcal{O}(5) \tag{2.4}$$

ただし $\mathcal{O}(5)$ は y_1, y_2 の 5 次以上の関数である。ここで 5 次以上の項を無視して $y_1 = r\sin\theta$, $y_2 = r\cos\theta$ とおき極座標表示すると，

$$\dot{r} = (d\mu + ar^2)r \tag{2.5}$$

$$\dot{\theta} = \omega + c\mu + br^2 \tag{2.6}$$

となる。(2.5) 式が θ に無関係であることより，$r = 0$ または $d\mu + ar^2 = 0$ を満たす状態が (2.5) 式の平衡点となる。$r = 0$ のときは不動点となるが，後者のときは $a \neq 0$, $d \neq 0$

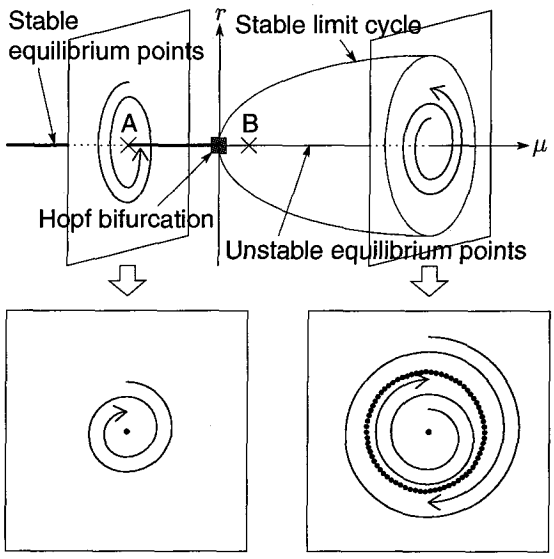


図 2.3 supercritical Hopf 分岐 ($a < 0$)

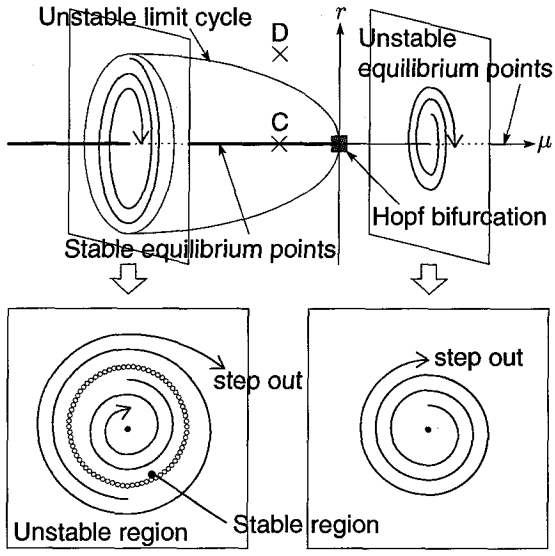


図 2.4 subcritical Hopf 分岐 ($a > 0$)

であれば $r = \sqrt{-d\mu/a}$ で平衡し，$\dot{\theta} \neq 0$ であれば (2.6) 式より回転することになるので周期軌道を持つ。システムの安定性は (2.5) 式を運用点の近傍で線形化した方程式

$$\Delta\dot{r} = (d\mu + 3ar^2)\Delta r \tag{2.7}$$

の係数 $(d\mu + 3ar^2)$ に不動点の場合は $r = 0$ を，周期軌道の場合は $r = \sqrt{-d\mu/a}$ を代入して，その正負で判別することができる。まず不動点は $d\mu < 0$ で安定，$d\mu > 0$ で不安定となることが分かる。次に周期軌道は $a < 0$ ならば $d\mu > 0$ の部分に安定な軌道，$a > 0$ ならば $d\mu < 0$ の部分に不安定な軌道を持つ。したがって，a の符号によって周期軌道の特性を判定することができる。ここで $d > 0$ とすると図 2.3 および図 2.4 のような分岐図が得られる。

分岐図を見ると $\mu = 0$ において平衡点の安定性が変化するのと同時に，この点を基点として周期軌道を形成している。このような分岐を Hopf 分岐といい，安定性が変化して周期軌道の特性が枝分かれする $\mu = 0$ の点を Hopf 分岐点という。安定周期軌道を形成する場合の Hopf 分岐が supercritical Hopf 分岐であり，不安定周期軌道を形成する場合が subcritical Hopf 分岐である。なお，この型の分岐は，歴史的背景から見た場合 Poincaré-Andronov-Hopf 分岐と呼ぶ方が正しいとされている [7] が，一般には Hopf 分岐と呼ばれており本論文もこれに従う。

一般の非線形 2 次微分系においては，2.3.2 節で示す標準形理論を用いて (2.4) 式のような Normal Form に変換することで，Hopf 分岐特性を知ることができる。しかし，微分系から Normal Form への変換は，非常に複雑な非線形の変換となり，その一般形を表現することは困難である。そこで，一般の非線形 2 次微分系の Hopf 分岐特性を知る上で有用な方法を以下に示す。

次の (2.8) 式の微分系を考える。この微分方程式は，その線形化システムにおいて，固

有値 $d\mu \pm j(\omega + c\mu)$ をもつ場合の一般形である。

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\mu & -(\omega + c\mu) \\ (\omega + c\mu) & d\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{20}{z_1}^2 + a_{02}{z_2}^2 + a_{11}z_1z_2 + a_{30}{z_1}^3 + a_{03}{z_2}^3 + a_{21}{z_1}^2z_2 + a_{12}z_1{z_2}^2 \\ b_{20}{z_1}^2 + b_{02}{z_2}^2 + b_{11}z_1z_2 + b_{30}{z_1}^3 + b_{03}{z_2}^3 + b_{21}{z_1}^2z_2 + b_{12}z_1{z_2}^2 \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

この系と，(2.4) 式，あるいは (2.5) 式および (2.6) 式に示される極座標系で表された Normal Form との関係は，次式で与えられる [8]。

$$\begin{aligned} a = {} & (b_{21}\omega + 3a_{30}\omega + 3b_{03}\omega + a_{12}\omega - b_{02}b_{11} + 2a_{02}b_{02} + a_{11}a_{02} \\ & + a_{11}a_{20} - b_{20}b_{11} - 2b_{20}a_{20})/(8\omega) \end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned} b = {} & (3b_{12}\omega - 9a_{03}\omega - 3a_{21}\omega + 9b_{30}\omega - 4{b_{02}}^2 + 5b_{02}a_{11} \\ & - 10b_{02}b_{20} - {a_{11}}^2 + a_{11}b_{20} - 10{b_{20}}^2 - 10{a_{20}}^2 + a_{02}b_{11} \\ & - 10a_{02}a_{20} - {b_{11}}^2 + 5b_{11}a_{20} - 4{a_{20}}^2)/(24\omega) \end{aligned} \tag{2.10}$$

このように求めた a および b の値によって，一般の非線形 2 次微分系における Hopf 分岐特性の判定が可能となる。

2.2.3 cyclic fold 分岐

周期軌道の特性もパラメータの変化に伴い変化する場合がある。こうした特性は周期軌道が予め定めた面を横切るとき，その一周期毎の点の動きを写像として考えた Poincaré 写像（図 2.5）の安定性を数値的に求めた Floquet 乗数 [6] によって知ることができる。ここで，(2.3) 式が $p = p_0$ において周期 T の周期解 $\boldsymbol{x}(t, p_0)$ を持つとする。このとき，基本行列 $\Phi(t)$ を

$$\frac{d\Phi}{dt} = f_x(\boldsymbol{x}(t, p_0), p_0)\Phi, \quad \Phi(0) = I \tag{2.11}$$

で定める。この $\Phi(T)$ の固有値 $\eta_i(p)$ が Floquet 乗数である。固有値の一つは常に 1 であり，他の固有値が周期解 $\boldsymbol{x}(t, p_0)$ の安定性を定める。$|\eta_i(p)| < 1$ であれば周期解は安定，$|\eta_i(p)| > 1$ であれば周期解は不安定となる。$\eta_i(p)$ はパラメータ p の関数であることから，周期解の安定性はパラメータに依存する。ここで，ある一つの Floquet 乗数のみが正の実数軸に沿って単位円を横切る，すなわち $\eta(p_c) = 1$ となる分岐点 p_c が存在する場合が cyclic fold 分岐である。このとき，分岐点において周期軌道の安定性が変化する。これは，ベクトル場の周期軌道の saddle node 分岐であり，図 2.5 の Poincaré 写像における不動点 $\boldsymbol{p}$ が，saddle node 分岐を起こす場合に相当する。

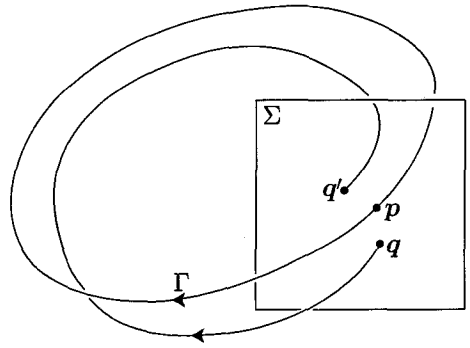


図 2.5 周期軌道に対する Poincaré 写像

2.3 非線形システム理論に基づく電力系統動特性解析

電力系統は元来非線形構造をもつ動的システムである。その非線形性は発電機自体の非線形性や，制御系の持つ非線形性など随所に存在している。例えば，系統変数は交流量であり，すなわち大きさと位相のベクトル量である，電力が電圧と電流の積である，発電機は磁気回路であり磁気飽和が存在する，制御系のリミタが存在するなどが挙げられる。

そのため，その現象を解析することは容易ではないが，電力系統の非線形現象もさまざまな理論（Lyapunov 安定，分岐，構造安定，カオスなどの理論）によって，数値的に表され明らかになってきている。

2.3.1 Lyapunov 関数構成による安定性判別

電力系統の過渡安定度の評価法は数値積分法と直接法に大別される。前者はシステムを記述する微分方程式を Runge-Kutta 法などの数値積分法を用いて時間領域で解く方法である。そのため，制御系や負荷特性が詳細に表現された場合にも対応可能な万能型の解析法である。しかし，安定性の評価には試行錯誤的に計算を繰り返す必要がある上，安定性を確認できるまでに長時間の計算が必要となる。

一方，直接法はシステムの安定性を確保するためにシステムが保有できる一般化エネルギーの限界値（閾値）から，システムの変動可能な領域を把握する方法論であり，Lyapunov 関数法はその代表的な方法の一つとなっている。

次のベクトル場を考える。

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}), \quad \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n \tag{2.12}$$

$\bar{x}$ を不動点とし，$V : U \to \mathbf{R}$ を $\bar{x}$ のある近傍 U で定義された C^1 関数であり，$V(\bar{x}) = 0$ かつ $x \neq \bar{x}$ のとき $V(x) > 0$，$U - \{\bar{x}\}$ で $\dot{V} \leq 0$ であるとする。このとき，$\bar{x}$ は安定である。この条件を満たす関数 V を Lyapunov 関数という。

電力系統に対してこのような Lyapunov 関数を構成し過渡安定度を評価する方法が種々

提案されている。関数構成の方法については，大別して，Zubov の偏微分方程式で構成する方法，エネルギー概念を考慮して試行錯誤的に構成する方法，Lyapunov 関数あるいはその時間導関数の形式を予め未定係数含みで仮定し，関数の持つべき性質を制約条件として係数選定を行い構成する方法がある [9]。例えば，関数構成の一つの方法として状態関数法を用い，一般化運動エネルギーと一般化位置エネルギーの合成として一般化エネルギー関数 V を構成する方法が提案されている [9, 10]。この関数 V が有界な領域 Ω 内で上記の条件を満足するとき，関数 V は Lyapunov 関数となる。

直接法を用いれば試行錯誤的な処理は不要となり，安定性を直ちに確認できる利点がある。しかし，エネルギー関数を見出す体系的な方法が確立されていないため，Lyapunov 関数を用いた方法がどのようなシステムにおいても適用できるとは限らないといった問題がある。また，一般に，Lyapunov 関数を見出すためには，過渡リアクタンス背後電圧一定の発電機モデルを用いたり，送電線抵抗を無視するなどの簡単化が行われるため，それらの効果を評価することは困難となる。さらに，エネルギー関数に基づく方法は第一波脱調を対象とするものであるため，振動発散となる場合の安定性判別に対しては有効ではない。また，直接法を用いた過渡安定度評価においては，制御系を考慮することが容易ではないが，励磁制御系を考慮した Lyapunov 関数構成法については幾つか提案されている [9, 11]。

2.3.2 標準形理論

より一般的な非線形解析理論として標準形理論がある。非線形の座標変換を行うことにより，系の非線形項を順次取り除いていき，系をできる限り簡単な形へ変形する理論である [6, 7]。この標準形（Normal Form）への変換は，次の 3 つの特徴を持つ。

- 座標変換が既知の解の近傍で与えられるという意味で，局所的である。
- 座標変換は，一般的には従属変数の非線形関数であるが，これらの変換は一連の線形問題を解くことで求めることができる。
- 標準形の構造はベクトル場の線形部分の性質で完全に決定される。

ヤコビ行列が Jordan 標準形となるように変形された滑らかな微分方程式

$$\dot{\boldsymbol{x}} = J\boldsymbol{x} + F(\boldsymbol{x}), \quad \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n \tag{2.13}$$

を考える。ここで，$s_1, \cdots, s_n$ を $\mathbf{R}^n$ の基底とし，$\boldsymbol{y} = (y_1, \cdots, y_n)$ をこの基底に関する座標とする。このとき，次数 k の単項式を係数とする基底要素

$$(y_1^{m_1} y_2^{m_2} \cdots y_n^{m_n}) s_i, \quad \sum_{j=1}^{n} m_j = k \tag{2.14}$$

を考える。ここで，$m_j \geq 0$ は整数である。この基底によって張られるベクトル空間を H_k とする。

次に，H_k における $L_J(H_k)$ の補空間を G_k とする。ただし，$L_J(H_k)$ は H_k 上において，任意の要素 $h_k(\boldsymbol{y}) \in H_k$ に対して次の操作を行う写像である。

$$L_J(h_k(\boldsymbol{y})) = Jh_k(\boldsymbol{y}) - Dh_k(\boldsymbol{y})J\boldsymbol{y} \tag{2.15}$$

このとき，ベクトル場 (2.13) は原点近傍において適当な座標変換により，

$$\dot{\boldsymbol{y}} = J\boldsymbol{y} + F_2^r(\boldsymbol{y}) + \cdots + F_{r-1}^r(\boldsymbol{y}) + \mathcal{O}(|\boldsymbol{y}|^r) \tag{2.16}$$

の形に変換できる。このとき，(2.16) 式は標準形と呼ばれる。また，$F_k^r(\boldsymbol{y})$ は共振項と呼ばれ，標準形への変換によって消去不可能な項であり，これらの項によってシステムの構造が特徴づけられる。

電力系統の持つ非線形性により，大規模な連系系統ではモード間に相互作用を生じる場合があり，運用状態が厳しくなるにつれてその傾向は強くなる。モード間の相互作用の強さを表す指標として，標準形理論を用いた方法が提案されており，2 次の標準形を用いた検討が行われている [12, 13]。また，発電機と系統の振動モードとの相関を表す寄与率において，2 次までの非線形性を考慮した寄与率が提案されている [14]。また，系統の運用状態が変化していくとき，ある動作点において共振あるいは共振に近い状態になり，モード間で強い相互作用が生じて振動が不安定となることがある。共振状態となる運転条件の推定方法として，パラメータを考慮した標準形を用いる方法が提案されている [15, 16]。

以上に示した各手法では，2 次までの非線形性を考慮することによりモード間の相互作用の強さについて検討が行われているものの，動揺安定性に対する影響度を評価することは困難である。これに対し，3 次までの非線形性を考慮した標準形を用いてモード間の相互作用が動揺安定性に与える影響を定量的に評価した研究結果が報告されている [17]。さらに，くし形系統における内部共振 [18] を考慮するための拡張も行われている [19]。

2.3.3 分岐理論に基づく非線形構造の解析

パラメータが徐々に変化していくとき，システムの振る舞い，とくに時間に関する漸近的な振る舞いが質的に変化することを分岐という。

電力系統の安定度に関連の深い分岐現象としては，定態安定極限電力や電圧崩壊現象と関連した saddle node 分岐，持続振動や振動発散に関連した Hopf 分岐が挙げられる。なお，この 2 つの分岐現象に関してはすでに 2.2 節において詳述した。そのほか，倍周期動揺を生じる period doubling 分岐，period doubling が連続的に起こりカオスに至る現象などより複雑な現象に関する報告もある。

電力系統において生じる Hopf 分岐について検討した研究としては，E. H. Abed, P. P. Varaiya 両氏により発表された論文 [4] が最も古いと思われる。一機無限大母線系統を対象として解析が行われ，制動係数の非線形性，電気的トルクの周波数依存性，送電損失，励磁制御系を考慮するだけで Hopf 分岐が生じ，電力系統における分岐解析の重要性を示

すこととなった。この論文の発表以降，電力系統を対象とした分岐特性の解析が盛んに行われており，種々の研究結果が報告されている。

Hopf 分岐は，一機無限大母線系統で AVR のみを考慮したモデルでも生じることが知られている [5, 20]。一機無限大母線系統モデルを対象とした解析は微分方程式表現の容易さから，他の非線形要素も含めて詳細に検討が進められ，種々の解析手法が提案されている。Hopf 分岐によって発生する周期軌道の評価方法としては，例えば，逆時間積分を用いて非線形周期軌道を近似的に求める手法 [21]，周波数領域での考察に基づく周期軌道の計算手法 [22] などが報告されている。さらに，Hopf 分岐理論を応用して周期軌道を算出し，非線形性を考慮した固有空間上への座標変換を行うことにより，故障除去後の状態から安定性判別を行う手法が提案されている [23]。

また，直列コンデンサ補償したタービン発電機系統で発生する軸ねじれ共振現象に対して分岐解析を行った例も報告されている。コンデンサ補償度の変化とともに Hopf 分岐が生じ，さらに周期軌道の安定性が変化して torus 分岐が発生することにより，トーラス状の軌道に捉えられて持続振動を生じることが示されている [24]。

負荷が動特性を持つ場合，電圧安定性が問題となることが知られている。誘導機負荷を持つ系統において Hopf 分岐による周期軌道の発生と saddle node 分岐による電圧崩壊現象について検討した例 [25] が報告されており，HVDC(High Voltage Direct Current) 送電を含む電力系統の電圧安定性問題なども議論されている [26]。また，不安定周期解と安定周期解が衝突する cyclic fold 分岐が電圧崩壊の原因となり得ることも明らかにされている [27]。saddle node 分岐点を超えると電圧崩壊となるが，この分岐点に達する前に Hopf 分岐が生じる場合があり，この場合には Hopf 分岐によって安定領域が制約を受けることが報告されている [2, 25]。また，saddle node 分岐と Hopf 分岐に関連して，誘導機負荷モデルの精度が分岐特性の評価に与える影響を分析し，Hopf 分岐の解析には詳細なモデルが必要となることが報告されている [28]。

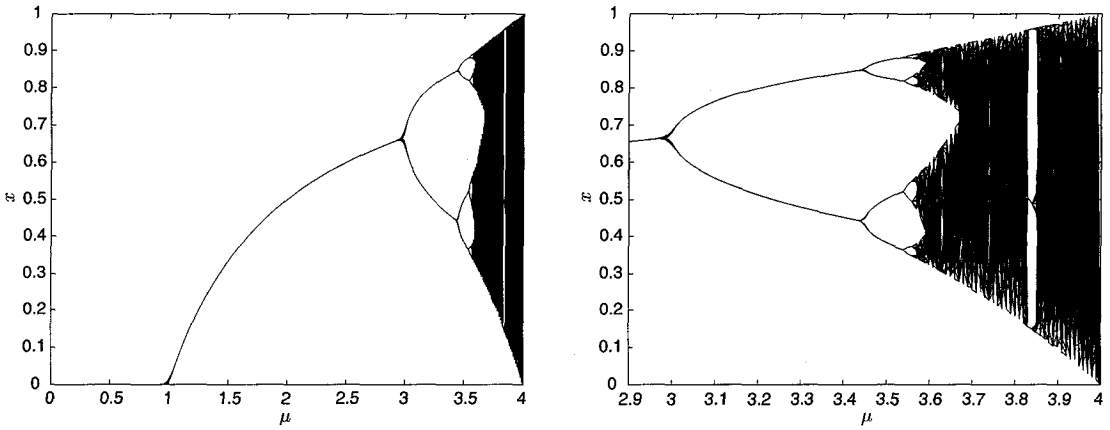
2.3.4 カオス的振動

次のロジスティック写像を考える。

$$x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n), \quad (0 \leq x_n \leq 1,\ 0 < \mu \leq 4) \tag{2.17}$$

これは，生物の増減モデルを表しており，x_n は相互毒性や栄養分の競争などにより規定される最大個体数によって正規化されたある種の第 n 世代の個体数を表す。図 2.6 は μ をパラメータとして描いた分岐図である。パラメータ変化に伴い分岐が繰り返し発生する様子が分かる。また，図 2.7 は $\mu = 3.9$ のときの挙動であり，カオス的振動を生じていることが分かる [29]。

上述の例では，写像を対象としてカオスが発生する様子を簡単に示したが，2.2.3 節に示したように，写像における分岐はベクトル場の周期軌道の分岐に対応している。電力系



(a) 全体 (b) 一部拡大

図 2.6 ロジスティック写像の分岐図

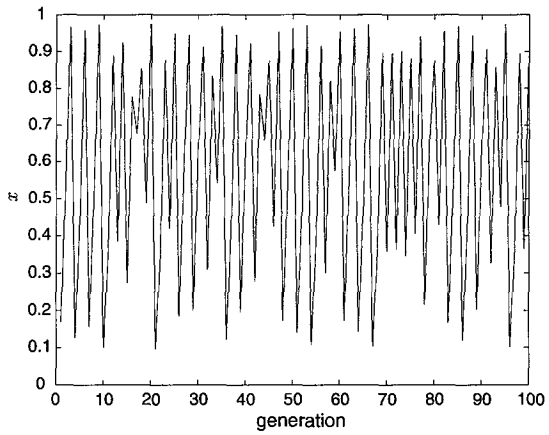


図 2.7 ロジスティック写像の挙動

統においても非線形性に起因した動揺がカオス的になり得ることが指摘されており，カオス理論に基づく研究成果が報告されている。Hopf 分岐により現れた周期軌道がさらにパラメータを変化させると不安定化し，その周りに周期がほぼ 2 倍の軌道が生じることがある。これは，period doubling 分岐と呼ばれ，図 2.6 に示したようにパラメータ変化とともにこの現象が繰り返されるとカオスに至る。カオス的動揺は，簡単な構成の系統においても生じることが報告されている [2, 30, 31]。カオス動揺が発生する要因としては，負荷の動特性 [25]，励磁制御系のリミタ [32, 33] などの影響が大きいことが指摘されている。

このような分岐現象，カオス動揺に対する解析は詳細な発電機モデルおよび負荷モデルを用いた数値計算によって明らかになってきている。そのため，解析可能な系統構成としては，一機無限大母線系統モデルなど比較的小規模な系統に限られる。第 1 章で述べたように，実系統規模のモデルを考えた場合，陰関数表現となるため解析が困難となる。また，例え陽関数のみで表すことができたとしても，解析すべき次元数の増加により得られる結果の解釈が極めて困難となり，また，その解析には多大な時間を要することから，実規模系統モデルに対する非線形動特性の解析はほとんど例が見られないのが現状である。

2.4 非線形周期軌道と電力系統の安定性

2.4.1 安定周期軌道と持続性振動

2.3 節で述べたように，励磁系の影響によって電力系統内に Hopf 分岐理論に基づく非線形周期軌道が存在することがわかっている。ここでは，安定周期軌道と系統の過渡安定度との関係を示す。

電力系統が supercritical Hopf 分岐を持つ場合は図 2.3 に示したように不安定平衡点のまわりに安定周期軌道が存在する。電力システムの場合，潮流量の増加に伴い運用点の安定性が悪化する傾向にあり，図 2.3 ではこれが μ の増加に対応する。通常は図中の点 A のような安定平衡点上の状態で発電機を運転するが，仮に点 B の状態で運転した場合でも発電機は脱調せず，運用点は安定周期軌道に捉えられるため，系統は脱調しない持続振動現象で運転を継続することができる。したがって，脱調せずに同期運転が可能であれば安定であると解釈できるならば，supercritical Hopf 分岐が起こる場合は運転可能な安定領域は広がると言え，過渡安定度の面では問題にはならない。しかし，この状態は振動的な動特性を持っているので系統運用上は望ましくない状態である。大規模系統内で重潮流時にしばしば観測される弱減衰の長周期動揺もこうした非線形周期軌道に起因している可能性もあると考えられる。また，安定周期軌道が存在する場合は period doubling による倍周期動揺の発生や，倍周期カスケードによるカオス動揺などより複雑な現象が生じる可能性もある。

一例として，supercritical Hopf 分岐を示す系統に対し，不安定平衡点で運転した場合を想定する（付録参照）。図 2.8 に示すように，系統の状態は最終的に安定周期軌道に捉えられるため，不安定平衡点で運用しているにもかかわらず，図 2.9 に示すように，発電機は脱調しないが持続振動を生じる。

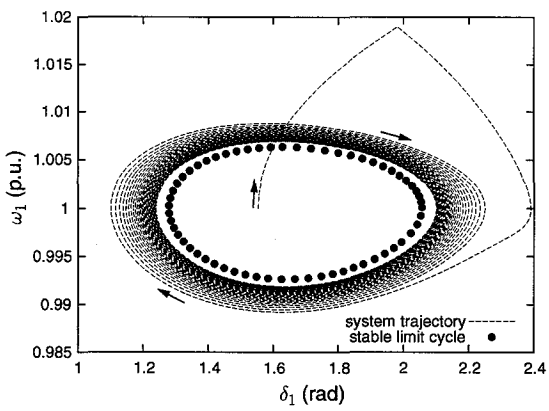


図 2.8 安定周期軌道と持続振動

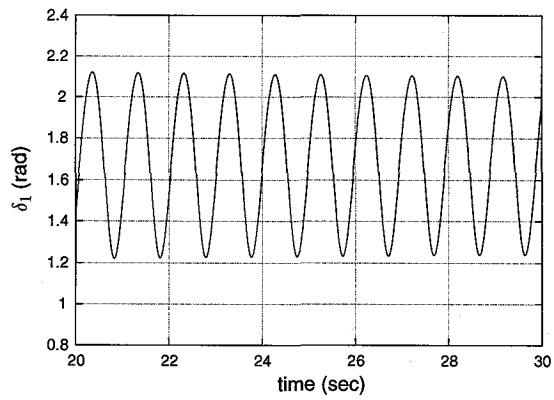


図 2.9 位相角動揺波形

2.4.2 不安定周期軌道と大域的安定領域

電力系統が subcritical Hopf 分岐を示す場合，図 2.4 に示したように安定平衡点のまわりに不安定な周期軌道を持ち，この不安定周期軌道が大域的な安定限界を作り出す。例えば図中の点 C で発電機を運転中に何らかの擾乱によって系統の状態が周期軌道の外側の点 D に移れば，周期軌道から離れる方向に軌跡が作られるためそのまま脱調してしまうことになる。したがって，不安定周期軌道の内側の領域が安定領域となる。そして，系統の状態によっては従来の過渡安定度の議論によって定まる，背後電圧一定モデルのエネルギー関数を用いて算出した安定領域（separatrix）に比べてはるかに狭い範囲でしか安定性を保てない可能性がある。したがって，不安定周期軌道の特性を正確に把握して従来の安定領域と比較することによって，大域的安定領域の評価をより正確に行えるようになることが期待される。

ここに一例を示す。図 2.10 は付録に示す系統に対し，従来の過渡安定度の議論によって定まる安定限界（separatrix）と，励磁系の影響によって生じる不安定周期軌道を描いたものである。励磁系の影響により，安定領域が狭くなっていることがわかる。また，図 2.10 には，擾乱が発生したときの系統の軌跡も示してある。擾乱により系統の状態が不安定周期軌道の外側の不安定な領域に移り，しばらくは周期軌道付近に留まる。このときの状態は separatrix の内側にあるため，この規準に従えば過渡的に安定と判定されるが，最終的に動揺は発散し，そのまま脱調しているのがわかる。このように，不安定周期軌道が系統の過渡安定度に多大な影響を与えることがわかる。

以上より，運用点が Hopf 分岐点に近い場合には運用点の周りの周期軌道の特性を把握することが安定度解析上重要になってくる。とくに，subcritical Hopf 分岐を持つ場合は運用点における大域的安定性に多大な影響を与えることになるため，不安定周期軌道の大きさを定量的に評価する必要がある。

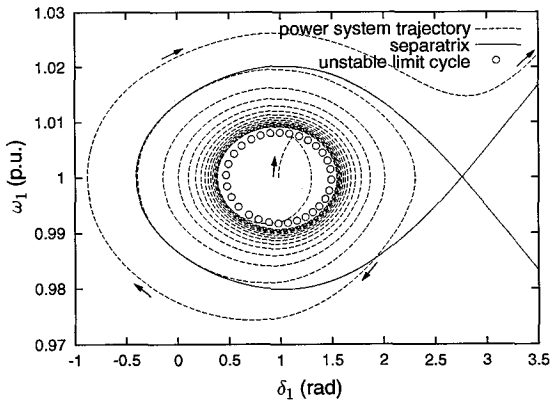


図 2.10 不安定周期軌道と separatrix

2.5 結言

本章では，電力系統の非線形性が安定度に与える影響について述べた。本章を要約すると以下のとおりである。

- 非線形現象の解析において重要な分岐理論について，本論文と関連の深い事項に関して述べた。とくに本論文において重要となる Hopf 分岐に関して詳述した。
- 非線形システム理論に基づいて電力系統の非線形動特性の解析を行った研究に関して，これまでに報告された成果について調査を行った。非線形性に起因した現象が種々の理論によって明らかにされてきており，非線形性を考慮した解析の重要性を示した。
- 簡単な構成の系統を対象として非線形周期軌道と系統の安定性について述べた。安定周期軌道の形成により持続振動が生じることを示した。また不安定周期軌道が大域的な安定領域を定め，従来の過渡安定度評価における安定限界よりもはるかに安定領域が狭くなる場合があることを示して，定量的評価の必要性について述べた。

以上の結果は，電力系統における非線形性を考慮した解析の重要性を示している。種々の非線形システム理論において分岐理論は最も基本的であり重要である。とくに，Hopf 分岐は最も重要であると考えられる。上述のように，周期軌道が電力系統の大域的な安定性を定めること，また，period doubling からカオスに至る複雑な分岐現象の発生においても Hopf 分岐はその基本となることから，その特性の把握は非常に重要である。本論文では，以下の各章で，電力系統における Hopf 分岐特性の解析，および周期軌道によって定まる大域的安定領域の評価を行うための数値的な解析手法を提案する。

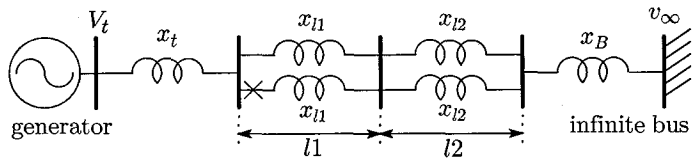
付録

1. 例題系統

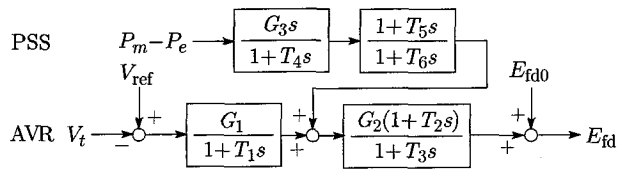
2.4 節で示した安定領域の計算に用いた例題系統を示す。付図 2.1 は，計算に用いた一機無限大母線系統モデルである。系統の諸定数を付表 2.1 に示す。発電機モデルは Park の 3 次モデルであり，発電機制御器として，付図 2.2 に示す 1 次遅れと位相補償で表された AVR および系統安定化装置（PSS: Power System Stabilizer）を考慮している。簡単のため，発電機の電機子巻線抵抗および送電線の抵抗は無視している。また AVR・PSS は付表 2.2 のように，2 種類設定した。

2.4.1 節では，ケース 1 について，運用点を $P_m = 1.19$ (p.u.) として周期軌道を計算した。また，点線で示した軌跡および位相角動揺波形は，故障除去時間を 0.12 sec として描いた。また，2.4.2 節では，ケース 2 について，$P_m = 0.55$ (p.u.) で運転している状態を

想定した。系統の軌跡は故障除去時間を 0.1 sec として描いた。なお，周期軌道は汎用の非線形動特性解析プログラム [34] を用いて求めた。



付図 2.1 一機無限大母線系統モデル



付図 2.2 AVR および PSS のブロック図

付表 2.1 系統の諸定数

Generator: Park's 3rd model, 4000MVA base		
$x_d = 1.79$ (p.u.)	$x'_d = 0.355$ (p.u.)	$T'_{do} = 7.90$ (s)
$x_q = 1.66$ (p.u.)	$x'_q = 0.570$ (p.u.)	$V_{\mathrm{ref}} = 1.00$ (p.u.)
$M = 7.53$ (s)	$D = 0.0$ (s)	
Transmission System: 4000MVA, 500kV base		
$x_t = 0.14$ (p.u.)	$x_{l1} = 0.20$ (p.u.)	$x_{l2} = 0.34$ (p.u.)
$x_B = 0.13$ (p.u.)	$l1 = 45$ (km)	$l2 = 80$ (km)

付表 2.2 AVR および PSS の設定

	G_1	G_2	G_3	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
case1	30.0	13.0	22.0	0.05	0.22	0.43	1.00	0.03	0.60
case2	50.0	—	—	0.05	—	—	—	—	—

2. 背後電圧一定モデルの安定領域

図 2.10 に示した separatrix の求め方を示す。大容量発電機の開路時定数 T'_{do} は 6 ~ 10 秒と大きいため，故障発生直後の e'_q はほぼ一定とみなせる。発電機の動揺方程式は，

$$
\begin{aligned}
M\dot{\omega} &= -D(\omega - 1) + P_m - P_e \\
\dot{\delta} &= \omega_r(\omega - 1)
\end{aligned}
\qquad \text{(付 2.1)}
$$

で表される。付図 2.1 に示した一機無限大母線系統における P_e は次式で与えられる。

$$P_e = \frac{e'_q v_\infty}{x'_d + x_l}\sin\delta - \frac{(x_q - x'_d){v_\infty}^2}{(x'_d + x_l)(x_q + x_l)}\sin\delta\cos\delta \tag{付 2.2}$$

ただし，x_l は送電線のリアクタンスである。ここで，$e'_q = const.$, $D = 0$ とする。また状態変数として $x_1 = \omega$, $x_2 = \delta$ とおくと，

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \frac{P_m}{M} - \frac{e'_q v_\infty}{M(x'_d + x_l)}\sin x_2 + \frac{(x_q - x'_d){v_\infty}^2}{2M(x'_d + x_l)(x_q + x_l)}\sin 2x_2 \\ &\equiv A - B\sin x_2 + C\sin 2x_2 \qquad \text{(付 2.3)} \\ \dot{x}_2 &= \omega_r(x_1 - 1) \qquad \text{(付 2.4)}\end{aligned}$$

となる。ここで，

$$\frac{dH(x_1, x_2)}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial H}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dt} = 0 \tag{付 2.5}$$

を満たす H は

$$\frac{\partial H}{\partial x_1} = \frac{dx_2}{dt},\ \frac{\partial H}{\partial x_2} = -\frac{dx_1}{dt} \tag{付 2.6}$$

(付 2.3), (付 2.4) 式を (付 2.6) 式に代入して $H(x_1, x_2)$ を求めると以下のようになる。

$$H(x_1, x_2) = -Ax_2 - B\cos x_2 + \frac{C}{2}\cos 2x_2 + \frac{\omega_r}{2}{x_1}^2 - \omega_r x_1 \tag{付 2.7}$$

H の値をパラメータとして x_1 および x_2 の軌道を描くと位相平面上における軌跡が得られる。このとき，不安定平衡点を通る位相面軌跡がこの方法により得られる安定限界となる。

参考文献

[1] 関根 泰次・林 宗明・芹澤 康夫・豊田 淳一・長谷川 淳：「電力系統工学」，コロナ社，1979.

[2] C. -W. Tan, M. Varghese, P. Varaiya, and F. F. Wu, "Bifurcation, chaos, and voltage collapse in power systems," Proc. of the IEEE, Vol.83, No.11, pp.1484–1496, 1995.

[3] C. A. Cañizares, "On bifurcations, voltage collapse and load modeling," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.10, No.1, pp.512–522, 1995.

[4] E. H. Abed and P. P. Varaiya, "Nonlinear oscillations in power systems," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.6, No.1, pp.37–43, 1984.

[5] C. D. Vournas, M. A. Pai, and P. W. Sauer, "The effect of Automatic Voltage Regulation on the bifurcation evolution in power systems," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.11, No.4, pp.1683–1688, 1996.

[6] J. Guckenheimer and P. Holmes, "Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields," Springer-Verlag, New York, 1983.

[7] S. Wiggins, "Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos," Springer-Verlag, New York, 1990.

[8] Y. Chen, and A. Y. T. Leung, "Bifurcation and Chaos in Engineering," Springer-Verlag, London, 1998.

[9] 谷口 經雄・宮城 隼夫：「電力系統のリアプノフ関数構成の一方法」，電気学会論文誌 B，97巻, 5号, pp.271–278, 1977.

[10] 石亀 篤司・谷口 經雄：「誘導機動特性を含む電力系統のリアプノフ関数構成」，電気学会論文誌 B, 123巻, 8号, pp.974–980, 2003.

[11] Y. Z. Sun, X. Li, M. Zhao, and Y. H. Song, "New Lyapunov function for transient stability analysis and control of power systems with excitation control," Electric Power Systems Research, Vol.57, No.2, pp.123–131, 2001.

[12] C. -M. Lin, V. Vittal, W. Kliemann, and A. A. Fouad, "Investigation of modal interaction and its effect on control performance in stressed power systems using normal forms of vector fields," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.11, No.2, pp.781–787, 1996.

[13] A. R. Messina and E. Barocio, "Assessment of non-linear modal interaction in stressed power networks using the method of normal forms," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.25, No.1, pp.21–29, 2003.

[14] S. K. Starrett and A. A. Fouad, "Nonlinear measures of mode-machine participation," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.13, No.2, pp.389–394, 1998.

[15] S. Zhu, V. Vittal, and W. Kliemann, "Analyzing dynamic performance of power systems over parameter space using normal forms of vector fields – Part I: Identification of vulnerable regions (Republished)," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.16, No.4, pp.711–718, 2001.

[16] S. Zhu, V. Vittal, and W. Kliemann, "Analyzing dynamic performance of power systems over parameter space using normal forms of vector fields – Part II: Comparison of the system structure," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.16, No.3, pp.451–455, 2001.

[17] 天野 博之・熊野 照久・井上 俊雄・谷口 治人：「多機系統における非線形性を考慮した動揺安定性指標の提案」，電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会資料, PE-01-44, PSE-01-38, 2001.

[18] 垣本 直人：「長距離くし形系統の内部共振による長周期動揺不安定性」，電気学会論文誌 B, 115 巻, 3 号, pp.219–226, 1995.

[19] 天野 博之・熊野 照久・井上 俊雄：「多機系統における非線形性を考慮した動揺安定性指標の提案（続報）－くし形系統における内部共振への適用－」，電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会資料, PE-02-113, PSE-02-123, 2002.

[20] 川崎 光喜・苗 沛耘・今村 司・三谷 康範・辻 毅一郎：「非線形動的システム理論に基づく発電機動揺の動特性解析」，電気学会論文誌 B, 120 巻, 3 号, pp.325–332, 2000.

[21] F. Howell and V. Venkatasubramanian, "Transient stability assessment with unstable limit cycle approximation," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.14, No.2, pp.667–677, 1999.

[22] Z. Jing, J. Wang, and L. Chen, "Computation of limit cycle via higher order harmonic balance approximation and its application to a 3-bus power system," IEEE Trans. on Circuits and Systems – I: Fundamental theory and applications, Vol.49, No.9, pp.1360–1370, 2002.

[23] 天野 博之・熊野 照久・井上 俊雄・谷口 治人：「電力系統における振動現象のホップ分岐理論による安定性判別」，電気学会論文誌 B, 121 巻, 6 号, pp.708–714, 2001.

[24] Y. Mitani, K. Tsuji, M. Varghese, F. F. Wu, and P. Varaiya, "Bifurcations associated with sub-synchronous resonance," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.13, No.1, pp.139–144, 1998.

[25] V. Ajjarapu and B. Lee, "Bifurcation theory and its application to nonlinear dynamical phenomena in an electrical power system," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.7, No.1, pp.424–431, 1992.

[26] C. A. Cañizares, F. L. Alvarado, C. L. DeMarco, I. Dobson, and W. F. Long, "Point of Collapse Methods Applied to AC/DC Power Systems," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.7, No.2, pp.673–683, 1992.

[27] H. Ohta and Y. Ueda, "Unstable limit cycles in an electric power system and basin boundary of voltage collapse," Chaos, Solitons & Fractals, Vol.12, No.1, pp.159–172, 2001.

[28] W. D. Rosehart and C. A. Cañizares, "Bifurcation analysis of various power system models," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.21, No.3, pp.171–182, 1999.

[29] E. A. Jackson 著，田中 茂・丹羽 敏雄・水谷 正大・森 真 訳：「非線形力学の展望 I カオスとゆらぎ」，共立出版, 1994.

[30] 喜多 敏博・野尻 弘輔・上田 晥亮：「発電機制御を考慮した一機無限大母線系統のカオス・分岐現象」，電気学会論文誌 B, 116 巻, 11 号, pp.1340–1346, 1996.

[31] K. G. Rajesh and K. R. Padiyar, "Bifurcation analysis of a three node power

system with detailed models," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.21, No.5, pp.375–393, 1999.

[32] W. Ji and V. Venkatasubramanian, "Hard-limit induced chaos in a fundamental power system model," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.18, No.5, pp.279–295, 1996.

[33] 喜多 敏博：「AVR を含む一機無限大母線系統モデルにおけるカオス動揺の発生主要因に関する数値的検討」，電気学会論文誌 B, 122 巻, 1 号, pp.130–136, 2002.

[34] E. J. Doedel, A. R. Champneys, T. F. Fairgrieve, Y. A. Kuznetsov, B. Sandstede, and X. Wang, "AUTO97: Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations (with HomCont)," Technical report, Department of Computer Science, Concordia University, Montreal, Canada, 1997.

第 3 章

Hopf 分岐理論に基づく電力系統大域的安定領域の評価

3.1 緒言

近年，非線形システムの数値解析技術が発達し，非線形動特性を表現する微分方程式や差分方程式が与えられた場合，それらの非線形分岐特性を数値的に容易に解析できるようになってきた。電力システムの動特性の記述においては一般的に非線形の連立微分方程式表現が用いられるが，状態変数の陽関数のみでの表現が比較的容易な小規模な電力系統については，汎用の非線形動特性解析プログラムを利用して解析することができる。

電力系統における Hopf 分岐の発生および周期軌道の形成には励磁制御系が大きく関与しており，考慮する励磁制御系の構成により大きく分岐特性が変化することがわかっている [1]。また，励磁制御系のリミタが分岐特性に与える影響は非常に大きく，リミタを考慮することによるカオス的振動の発生が報告されている [2]。また，torus 分岐の発生が抑えられるなど制御系のリミタが制動効果をもたらすといった報告もある [3]。擾乱発生時の電圧安定性を改善するために，緊急制御として励磁制御系のゲイン調整が行われる場合がある。励磁系のゲインを高くした場合，電圧に関しては応答速度が改善されるが，一方で，励磁系のリミタが作用して制御の効果が十分に得られない，あるいは，制御によって逆に不安定となるなど思わぬ効果を生じる可能性がある。したがって，リミタを含め，励磁系が過渡安定度に与える影響を把握しておくことが重要となってくる。

本章では，まず，構成が簡単な電力系統における非線形動特性について汎用の非線形動特性解析プログラムを用いて解析を行い，非線形周期軌道が過渡安定度に与える影響と，励磁系リミタが動特性に与える影響について述べる。次に，位相平面上における安定領域の評価について詳細に検討を行っている。電力系統の安定度は発電機の位相角 δ と位相角速度 ω の関係から決まる 2 次動揺特性が支配的である。そのため，これまでの安定度に関する研究においては，潮流の増加に伴い不安定になる電力動揺モードに着目し，δ-ω 平

面上に描かれた位相特性によってシステムの安定性に関する説明が加えられてきた。

しかし，電力システムの非線形動特性の解析においては一つの発電機を対象とした場合でも，モデルを記述する状態空間が多次元となるため，δ-ω 平面上に投影された位相特性では正確に安定領域を表現できない場合があることが指摘されている [4]。この問題に対し，非線形性を考慮した固有空間上への座標変換を行い，安定判別を行った結果が報告されている [5] が，座標変換の結果系統状態を物理的な意味において直感的に理解することが困難となるという問題もある。

そこで，本章では，実用上一般に用いられる δ-ω 平面において誤差を生じる要因を考慮することにより安定判別の精度の向上をはかることとした [6, 7]。具体的には界磁巻線の電気的応答を考慮する。励磁系の影響を考慮に入れた非線形周期軌道を求めることにより，δ-ω 平面上での解析においてより高い精度で安定性を判別することが可能となった。以下では，その詳細について述べる。

3.2 Hopf分岐と電力系統の安定度

3.2.1 一機無限大母線系統モデルを用いた解析

ここでは，モデル系統の解析を例に電力系統における Hopf 分岐理論に基づく安定領域について説明する。解析対象として，図 3.1 に示すような 500kV，4000MVA ベースで 2 回線，100km の長距離送電線を介して，慣性定数が十分に大きく無限大母線と仮定できる大容量系統に送電している電力系統を想定する。発電機は 1000MVA の大容量発電機が 4 機並列に接続されている状態を等価的に一機とみなしている。ただし，簡単のために，送電線および発電機巻線の抵抗は無視している。このような単純な一機無限大母線系統モデルについては非線形動特性解析プログラムによる解析を比較的容易に行なうことができる。

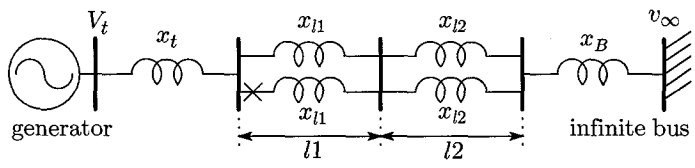


図 3.1 一機無限大母線系統モデル

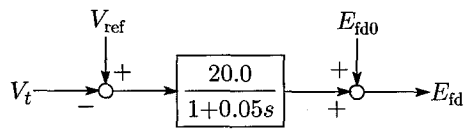


図 3.2 AVR のブロック図

表 3.1 系統の諸定数

Generator: Park's 3rd model, 4000MVA base		
$x_d = 1.79$ (p.u.)	$x'_d = 0.355$ (p.u.)	$T'_{do} = 7.90$ (s)
$x_q = 1.66$ (p.u.)	$x'_q = 0.570$ (p.u.)	$V_{\mathrm{ref}} = 1.00$ (p.u.)
$D = 2.00$ (s)	$M = 7.53$ (s)	
Transmission System: 4000MVA, 500kV base		
$x_t = 0.15$ (p.u.)	$x_{l1} = 0.30$ (p.u.)	$x_{l2} = 0.14$ (p.u.)
$x_B = 0.13$ (p.u.)	$l1 = 70$ (km)	$l2 = 30$ (km)

表 3.2 定数および変数の定義

M	:	慣性定数	D	:	制動係数
ω	:	発電機の角速度	δ	:	発電機の位相角
ω_r	:	定格角速度 120π (rad/s)	T'_{do}	:	d 軸開路時定数
T''_{do}	:	d 軸開路初期時定数	T''_{qo}	:	q 軸開路初期時定数
x_d	:	d 軸同期リアクタンス	x_q	:	q 軸同期リアクタンス
x'_d	:	d 軸過渡リアクタンス	x'_q	:	q 軸過渡リアクタンス
x''_d	:	d 軸次過渡リアクタンス	x''_q	:	q 軸次過渡リアクタンス
e'_q	:	界磁巻線の磁束に対応する電圧	E_{fd}	:	界磁電圧
V_{ref}	:	電圧参照値	V_t	:	発電機端電圧
P_m	:	発電機機械入力			

ここでは，系統の諸定数として表 3.1 を設定し，発電機には図 3.2 に示す 1 次遅れで表現した AVR を考慮した。発電機のモデルは，界磁巻線の応答のみを考慮した Park の 3 次モデルである。各定数および変数の定義は表 3.2 に示されている。

$$T'_{do}\frac{de'_q}{dt} = -e'_q - (x_d - x'_d)i_d + E_{\mathrm{fd}} \tag{3.1}$$

$$M\frac{d\omega}{dt} = -D(\omega - 1) + P_m - e_q i_q \tag{3.2}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r(\omega - 1) \tag{3.3}$$

発電機と系統の接続を表す代数方程式は，以下で与えられる。

$$v_d = -x_l i_q + v_\infty \sin\delta \tag{3.4}$$

$$v_q = x_l i_d + v_\infty \cos\delta \tag{3.5}$$

$$i_d = \frac{e'_q - v_\infty \cos\delta}{x_l + x'_d} \tag{3.6}$$

$$i_q = -\frac{v_\infty \sin\delta}{x_l + x_q} \tag{3.7}$$

$$V_t = \sqrt{{v_d}^2 + {v_q}^2} \tag{3.8}$$

ただし，x_l は線路インピーダンスの総和である。また，図 3.2 の AVR の特性は

$$T\frac{dE_{\mathrm{fd}}}{dt} = -E_{\mathrm{fd}} + E_{\mathrm{fd0}} + G(V_{\mathrm{ref}} - V_t) \tag{3.9}$$

で与えられる。ただし，T は AVR の時定数，G は AVR のゲインであり，ここでは $T = 0.05$, $G = 20.0$ である。(3.1)~(3.9) 式に示すように，ここで解析対象としている一機無限大母線系統モデルは状態変数の陽関数のみで微分方程式が表現できる。その結果，汎用の非線形動特性解析プログラム AUTO [8] を用いて対象系統の非線形構造を解析することが可能となる。これに対し，大規模系統においては，状態変数の陽関数表現が極めて困難なため，その適用は容易ではない。

モデル系統に対して，図 3.1 の × 印に示すように発電機側の送電端で三相地絡故障が発生し，事故回線の遮断により故障除去された状態を想定する。まず，分岐図を描いてシステムの分岐特性を計算し，非線形構造を解析する。なお，系統の非線形分岐特性はすべて故障除去後のシステム状態に対して解析を行っている。

図 3.3 は，発電機の機械入力 P_m をパラメータとして求めた分岐特性である。ただし，周期軌道は軌道の最大値のみを示している。分岐図より，saddle node 分岐に到達する前に Hopf 分岐が現れており，安定平衡点の周りに不安定周期軌道が存在する subcritical Hopf 分岐であることがわかる。また，安定平衡点上における運転点の広い範囲で，不安定平衡点よりも内側に不安定周期軌道が形成され大域的安定領域を定めていることが確認できる。いま，分岐点に近い，$P_m = 0.81$ (p.u.) において運転している状態を想定する。このときの不安定周期軌道を δ-ω 平面上に表すと図 3.4 に白丸で示したようになる。また，図 3.4 には，故障により安定となる場合および不安定となる場合の系統の軌跡も描いており，故障除去時間はそれぞれ 0.07 sec, 0.10 sec とした。故障により系統の状態が不安定周期軌道の外側，すなわち，不安定領域に移ると次第に振幅を増し，最終的に発電機が脱調に至ることがわかる。

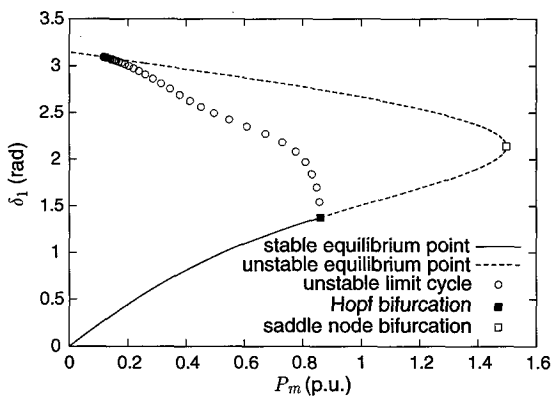


図 3.3 分岐図

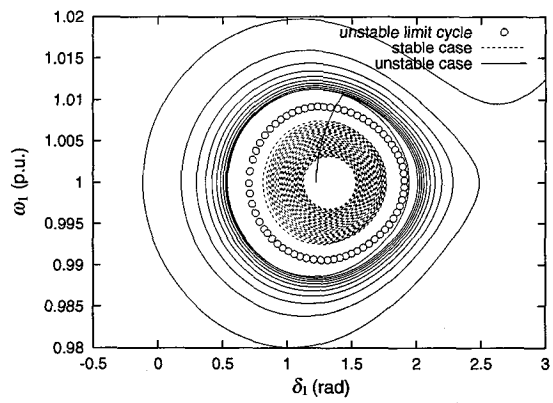


図 3.4 位相特性

3.2.2 励磁系リミタが分岐特性に与える影響

ここでは，図 3.5 に示す PSS (Power System Stabilizer：系統安定化装置) 付きの AVR を考え，AVR の出力にはリミタを設けた場合を想定する。すなわち励磁電圧 E_{fd} は，

$$E_{\mathrm{fd}} = E_{\mathrm{fd0}} + \begin{cases} U_{\mathrm{lim}} & \text{if } e_f \geq U_{\mathrm{lim}} \\ e_f & \text{if } L_{\mathrm{lim}} < e_f < U_{\mathrm{lim}} \\ L_{\mathrm{lim}} & \text{if } e_f \leq L_{\mathrm{lim}} \end{cases} \tag{3.10}$$

で表される。また，系統の諸定数として表 3.3 を設定した。リミタを考慮して分岐図を求めると図 3.6 が得られる。この場合，励磁制御系の出力に制限がない場合，分岐点から安定周期軌道が形成される。ここで，リミタの値を ±0.5 (p.u.) とし，設定した励磁制御を強く制限して動作させると安定周期軌道の途中から安定平衡点を取り囲むように不安定周期軌道が分岐する。また，リミタの値を徐々に増加させるにつれて不安定周期軌道の半径は大きくなり，最終的にはリミタがない場合の特性である安定周期軌道に一致する。このように，リミタの大きさが平衡点周りの安定構造を定める要因となっている。とくに，ここでは，安定領域の大きさが狭められることを意味するので，安定領域を評価するための重要な情報となる。

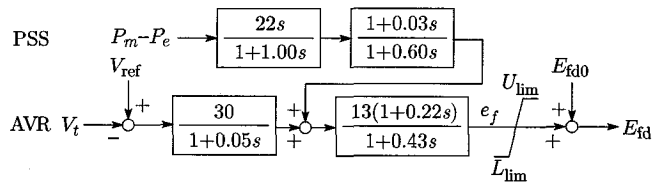


図 3.5 AVR および PSS のブロック図

以上をシミュレーションによって確認した。運転点を $P_m = 1.14$ (p.u.)，リミタの値を ±8.0 (p.u.) に設定し，図 3.1 の × 点における故障除去時間 2 cycle の三相地絡故障を想定した結果と，リミタ無しで故障除去時間が 5 cycle の場合の結果を図 3.7 に示す。両者で故障を変えたのは，故障直後の位相角の最大値がほぼ同じになるようにするためであ

表 3.3 系統の諸定数

Generator: Park's 3rd model, 4000MVA base		
$x_d = 1.79$ (p.u.)	$x'_d = 0.355$ (p.u.)	$T'_{do} = 7.90$ (s)
$x_q = 1.66$ (p.u.)	$x'_q = 0.570$ (p.u.)	$V_{\mathrm{ref}} = 1.00$ (p.u.)
$D = 0.00$ (s)	$M = 7.53$ (s)	
Transmission System: 4000MVA, 500kV base		
$x_t = 0.14$ (p.u.)	$x_{l1} = 0.20$ (p.u.)	$x_{l2} = 0.34$ (p.u.)
$x_B = 0.13$ (p.u.)	$l1 = 45$ (km)	$l2 = 80$ (km)

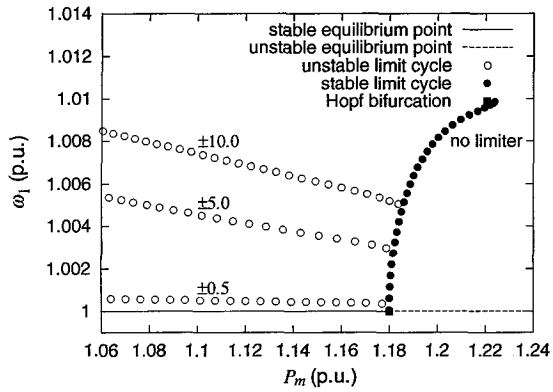


図 3.6 分岐図

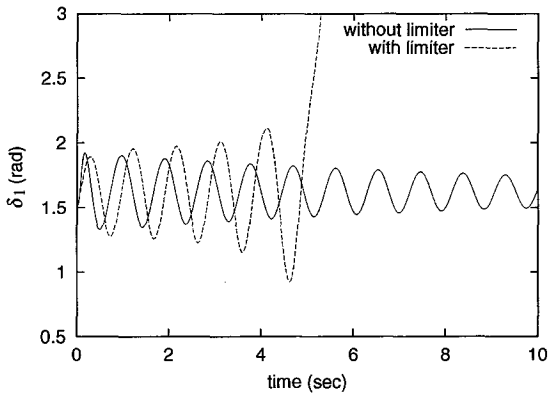


図 3.7 位相角動揺（$P_m = 1.14$ p.u.）

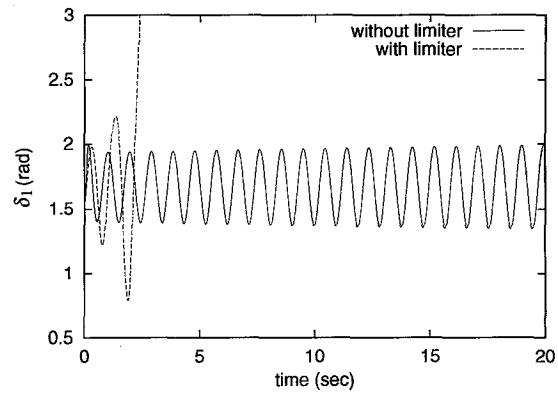


図 3.8 位相角動揺（$P_m = 1.19$ p.u.）

る。リミタを考慮した場合は発電機が脱調していることから，安定領域が狭められていることが確認できる。また，図 3.8 は $P_m = 1.19$ (p.u.) とし，不安定平衡点上において運転した結果である。故障条件は前記と同じである。リミタにより分岐特性が変化し，不安定平衡点のまわりに安定周期軌道が形成されていないことが確認できる。

このように，励磁系のリミタが動作する場合，系統の非線形構造に少なからぬ影響を与える。したがって，電力系統の非線形動特性の解析においては，リミタの影響も考慮した解析が重要となる。

3.3 非線形周期軌道と位相平面上における安定領域

3.3.1 位相平面上に投影した周期軌道の誤差

図 3.9 は，3.2.1 節での設定に対し，故障発生後 0.092 sec で故障除去を行った際の系統の軌跡を示している。周期軌道内の安定領域内で故障除去を行い，その後は軌道の内側に捉えられているため，その状態を見る限りでは安定であると判断されるにもかかわらず，軌道付近を回りつつ徐々に動揺が大きくなっていき，周期軌道外に出てやがて脱調する。このように，δ-ω 平面上に描いた不安定周期軌道が必ずしも安定領域を正確には表現して

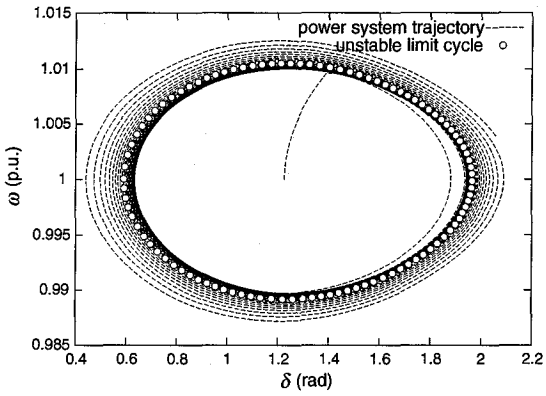


図 3.9 位相特性

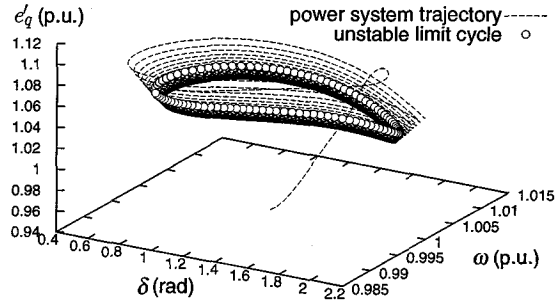


図 3.10 δ-ω-e'_q で見た位相特性

いないことがわかる。

この原因は，主に励磁系の影響によるものと考えられる。発電機の動特性は状態変数 δ, ω によって代表される回転子の動揺特性，電機子巻線の特性，制動巻線の特性，界磁巻線の特性によって表現される。本論文で述べている系統の安定性は主に回転子の動揺特性によって決まり，この応答特性と比較すると，電機子巻線や制動巻線の過渡応答は故障後短時間で終了する現象である。それに対して，界磁巻線の応答は遅いために，δ-ω の 2 次元平面のみでの解析は，この e'_q の変化が反映されておらず，正しい解析を行えていないと考えられる。そこで，δ-ω 平面上に表した図 3.9 に e'_q の変化を加え，δ-ω-e'_q の 3 次元空間で系統の軌跡を見ると図 3.10 のようになる。

故障の発生により，e'_q は一時的に大きい値になり，変化の速い過渡応答を示すが，短時間の間に，システムの状態は周期軌道近辺に落ち着き，その後振動しながら（図では回転しながら）徐々に e'_q の値は大きくなる。一方，不安定周期軌道は e'_q をほぼ一定とした面上の閉曲線を表している。このように，空間内での閉曲線である不安定周期軌道からは安定性の境界線としての情報は読み取り難い。その結果，これを δ-ω 平面に投影した図 3.9 を用いると安定判別に誤差を生じる。

3.3.2 界磁巻線の応答を考慮した周期軌道による安定性判別

故障直後の短時間の過渡応答が終了し，e'_q の変化が小さくなった状態を準定常状態と考えることにすると，この準定常状態では δ-ω 位相面の振動に対して徐々に e'_q が変化しているものと見ることができる。そこで，e'_q の変化を考慮に入れた周期軌道を求め，徐々に変化する系統の e'_q に対応させて安定判別を行うことで，前述の問題点を解決できると考えられる。ここでは，δ-ω-e'_q 空間で見た周期軌道をそのときの励磁の状態に対応した一つの準位と考える。この準位の変化は δ, ω の動的な変化に比べて十分遅く，準静的な状態である。これは，d 軸開路時定数 T'_{do} が，一般的に大容量発電機の場合は 6 ～ 10 sec と大きいため，e'_q は準静的に変化すると考えることができる。従って，故障後の e'_q の過渡

応答が終了した任意の時刻における系統状態を同じ e'_q の準位にある周期軌道と比較することによって正確な安定性判別を行うことが可能になると考えられる。AVR の電圧参照値 V_{ref} をパラメータとして初期励磁を変えることにより，励磁の準位が異なる周期軌道を求めた結果を図 3.11 に示す。V_{ref} の変化に伴って e'_q 方向に推移した周期軌道が求められており，これらの集合から安定性の境界を定義することができる。

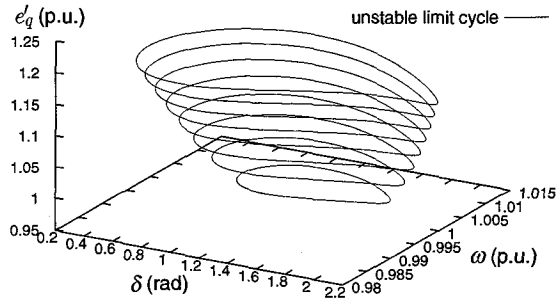
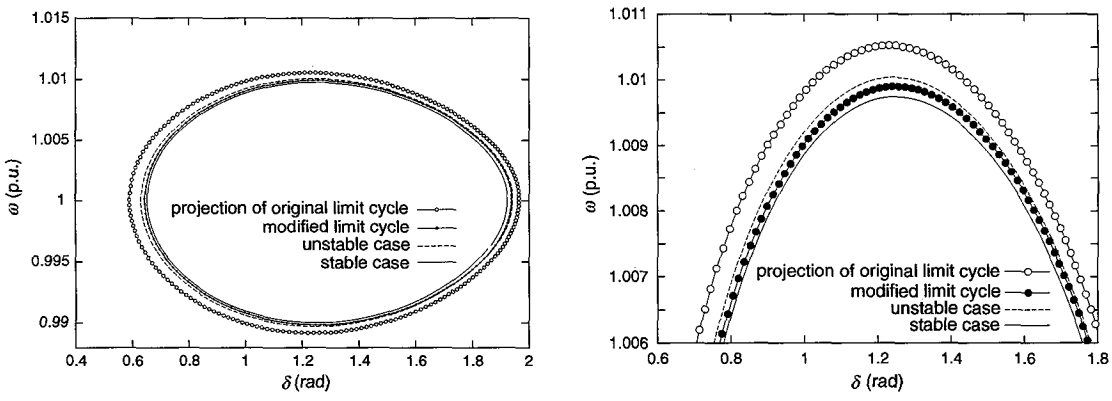


図 3.11 不安定周期軌道

図 3.12 の点線は，故障直後の過渡応答が終了した後，e'_q の変化が小さくなり準定常状態となった 1.50 sec ～ 2.60 sec のほぼ一周期の軌跡を δ-ω 平面上に投影して描いたものである。●印の軌道は事故軌跡と励磁の状態が等しい周期軌道（修正した周期軌道と呼ぶことにする）である。また○印の軌道は元の系統状態で求めた不安定周期軌道を δ-ω 平面に投影したもので（図 3.9 と同じ），修正した周期軌道はこれに比べてやや領域が狭くなっている。図 3.12 に示すように，故障後の軌跡は修正した周期軌道の僅かに外側にあるため不安定な状態に陥ったことが判断できる。元の周期軌道で判断すると安定判別を誤るが，e'_q の状態を考慮することにより正確な安定性判別が可能になることがわかる。実際に，図 3.13 に示すように，次第に動揺が大きくなり最終的に発電機が脱調している。また，故障除去時間を 0.090 sec と少し早くしたときは図 3.12 および図 3.13 の実線で示すように，系統は安定となっており，正しい判定を行えていることがわかる。



(a) 全体　　(b) 一部拡大

図 3.12 安定領域の比較

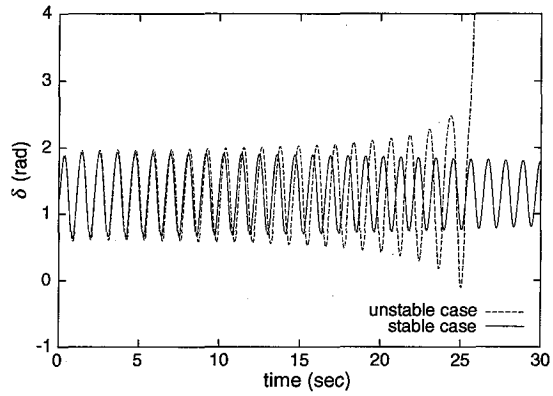


図 3.13 位相角動揺波形

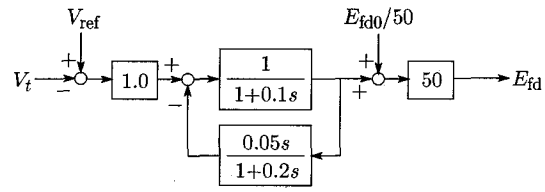


図 3.14 AVR のブロック図

次に，図 3.1 の系統の諸定数と AVR の特性を変えた系統について，同様の解析を行った。系統定数を表 3.4 に，AVR の特性を図 3.14 に示す。先程と同様，発電機至近端における三相地絡故障発生後の故障回線遮断を想定した。

故障除去後の系統状態に対して P_m をパラメータとして分岐図を描くと図 3.15 となり，この系統が subcritical Hopf 分岐を持つことがわかる。いま，分岐点に非常に近い $P_m = 0.56$ (p.u.) において運転している状態を想定する。このとき，$V_{\rm ref}$ をパラメータとして変化させて励磁の状態が異なる不安定周期軌道を求めた結果を図 3.16 に示す。図 3.11 に示した結果と同様に，e'_q をほぼ一定とした周期軌道が求められていることがわかる。故障除去時間を 0.076 sec としたとき系統は不安定となり，図 3.17 に示すように，e'_q の準位を対応させた周期軌道によって大域的安定性が失われていると判定される。なお，系統の軌跡は故障後 1.10 sec ~ 2.21 sec の軌跡を示している。また，図 3.17 に示した安

表 3.4 系統の諸定数

Generator: Park's 3rd model, 4000MVA base		
$x_d = 1.70$ (p.u.)	$x'_d = 0.35$ (p.u.)	$T'_{do} = 4.86$ (s)
$x_q = 1.60$ (p.u.)	$x'_q = 0.35$ (p.u.)	$V_{\rm ref} = 1.00$ (p.u.)
$D = 2.00$ (s)	$M = 7.00$ (s)	
Transmission System: 4000MVA, 500kV base		
$x_t = 0.15$ (p.u.)	$x_{l1} = 0.43$ (p.u.)	$x_{l2} = 0.22$ (p.u.)
$x_B = 0.13$ (p.u.)	$l1 = 100$ (km)	$l2 = 50$ (km)

定な場合の故障除去時間は 0.074 sec である。一方，時間波形は図 3.18 に示すとおりで，上述の議論が正確であることを示している。

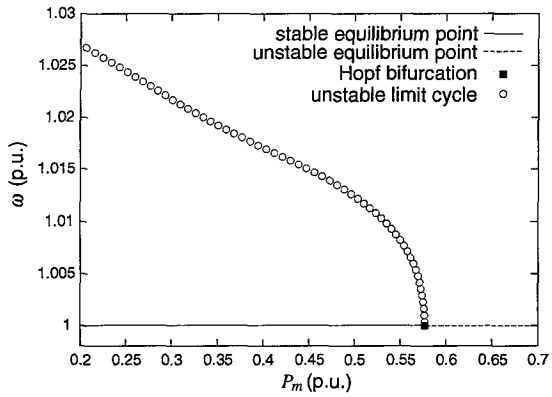


図 3.15 分岐図

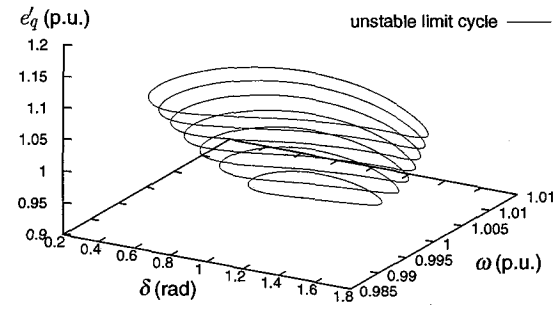
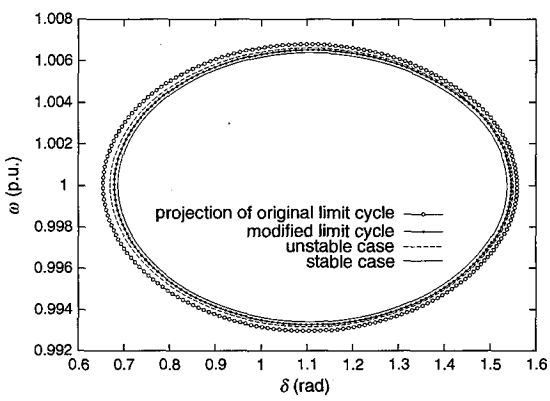
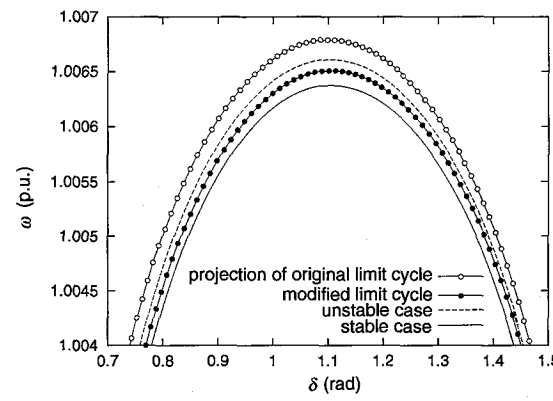


図 3.16 不安定周期軌道



(a) 全体



(b) 一部拡大

図 3.17 安定領域の比較

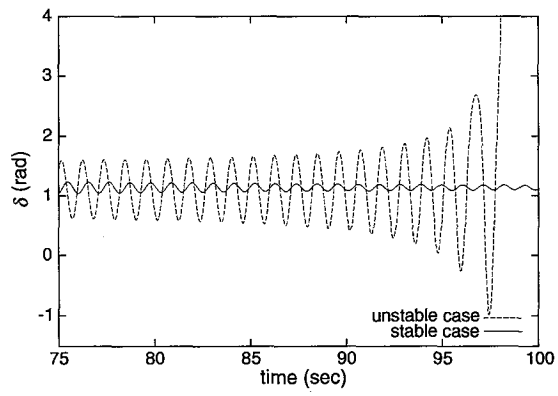


図 3.18 位相角動揺波形

3.4 くし形連系系統を対象とした解析

多機系統への適用例として図 3.19 に示す 3 機くし形連系系統モデルに対して解析を行う。くし形連系系統では，両端の発電機間で動揺する長周期モードが不安定になりやすく，このモードに着目した場合，これまでと同様の議論が可能になるものと考えられる。発電機のモデルは，制動巻線の応答も考慮した Park の 5 次モデルとした。

$$
\begin{aligned}
T'_{do}\frac{de'_q}{dt} &= -\frac{x_d - x''_d}{x'_d - x''_d}e'_q + \frac{x_d - x'_d}{x'_d - x''_d}e''_q + E_{\mathrm{fd}} \\
T''_{do}\frac{de''_q}{dt} &= -e''_q + e'_q - (x'_d - x''_d)i_d \\
T''_{qo}\frac{de''_d}{dt} &= -e''_d + (x_q - x''_q)i_q \\
M\frac{d\omega}{dt} &= -D(\omega - 1) + P_m - \{e''_q i_q + e''_d i_d + (x''_q - x''_d)i_d i_q\} \\
\frac{d\delta}{dt} &= \omega_r(\omega - 1)
\end{aligned}
\tag{3.11}
$$

ここでは，系統の諸定数として表 3.5 を設定し，各発電機にはそれぞれ図 3.20 に示す AVR を考慮した。

一機無限大母線系統の場合は無限大母線が位相角基準となっていたが，くし形連系系統の動揺特性を議論する場合，一つの発電機の位相角を基準として設定した方が解析が容易になる。ここでは，発電機 1 を位相角基準に設定する。すなわち，各発電機について，$\tilde{\delta}_n = \delta_n - \delta_1$, $\tilde{\omega}_n = \omega_n - \omega_1$ $(n = 2, 3)$ として計算する。$P_{m1} = 0.915$ (p.u.), $P_{m2} = P_{l1} = P_{l2} = P_{l3} = 0.9$ (p.u.) に設定し，発電機 3 の機械入力 P_{m3} をパラメータとして分岐特性を求めた結果を図 3.21 に示す。この系統が不安定周期軌道を持つことがわかる。

Hopf 分岐点より少し安定側の動作点として，$P_{m3} = 1.28$ (p.u.) において運転している

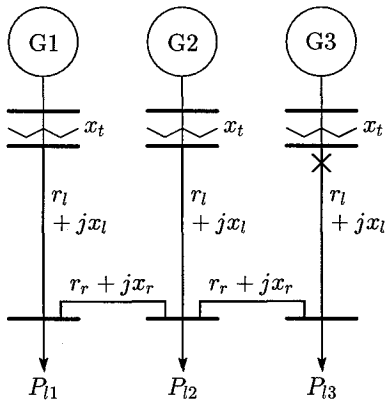


図 3.19 3 機くし形系統モデル

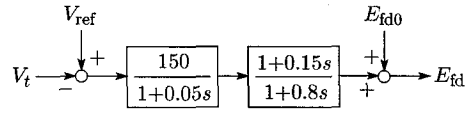


図 3.20 AVR のブロック図

表 3.5 系統の諸定数

Generator: Park's 5th model, 4000MVA base		
$x_d = 1.79$ (p.u.)	$x'_d = 0.355$ (p.u.)	$x''_d = 0.275$ (p.u.)
$x_q = 1.66$ (p.u.)	$x'_q = 0.570$ (p.u.)	$x''_q = 0.275$ (p.u.)
$T'_{do} = 7.90$ (s)	$T''_{do} = 0.032$ (s)	$T''_{qo} = 0.055$ (s)
$D = 0.00$ (s)	$M = 7.53$ (s)	$V_{\mathrm{ref}} = 1.00$ (p.u.)
Transmission System: 4000MVA, 500kV base		
Resistance： $r_l = r_r = 0.00421$ (p.u.)		
Reactance： $x_l = x_r = 0.126$ (p.u.)		
Transformer： $x_t = 0.14$ (p.u.)		
Line to Generator： 50km, 2circuit		
Interconnected Line： 50km, 2circuit		

状態で，発電機3の至近端における三相地絡故障を想定する。注目する動揺モードは両端の発電機間の動揺であるので，以下では発電機3の諸量に注目して解析を行う。故障時間を0.082 secとしたときの系統の軌跡をδ-ω平面上に投影すると図3.22となる。この場合は故障後安定な状態であり，徐々に平衡点へと収束していく。また，同図には系統の初期状態に対して求めた不安定周期軌道も示しており，明らかにこの周期軌道が安定領域を正確に表現できていないことがわかる。

AVRの電圧参照値V_{ref}をパラメータとして初期励磁を変えることにより，励磁の状態が異なる不安定周期軌道を求めると図3.23となる。これは，発電機3に設けたAVRのV_{ref}をパラメータとして求めた結果であるが，発電機1あるいは発電機2に設けたAVRのV_{ref}をパラメータとしてもe'_{q3}に関して図3.23とほぼ同一の安定領域が得られた。一つの周期軌道で囲まれた閉曲面をある励磁の状態を表す準位とし，この準位と準静的に変化する励磁の状態を一致させて比較することによって安定性判別を行う。

図3.24は故障後，e'_qの過渡的な応答が終了した4.3 sec ～ 5.3 secの系統の軌跡と，こ

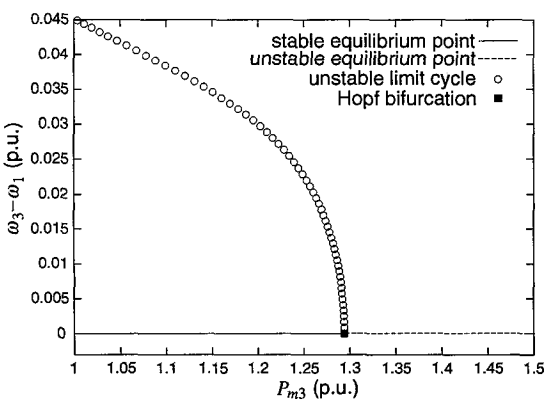


図3.21 分岐図

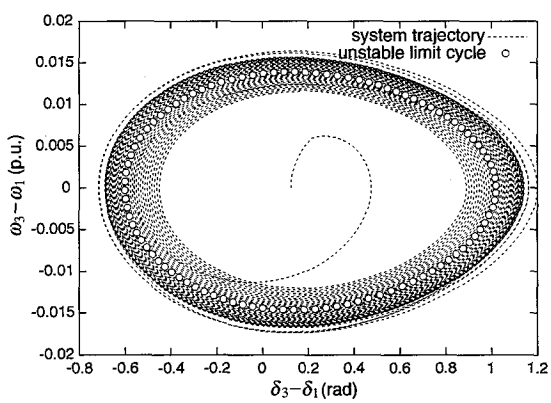


図3.22 位相特性

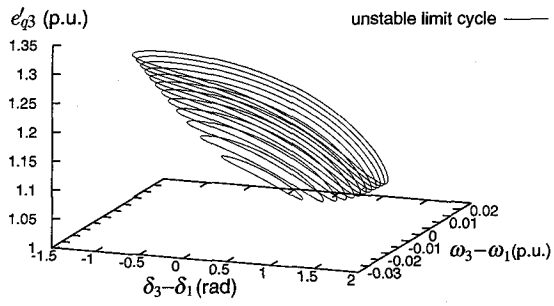


図 3.23 不安定周期軌道

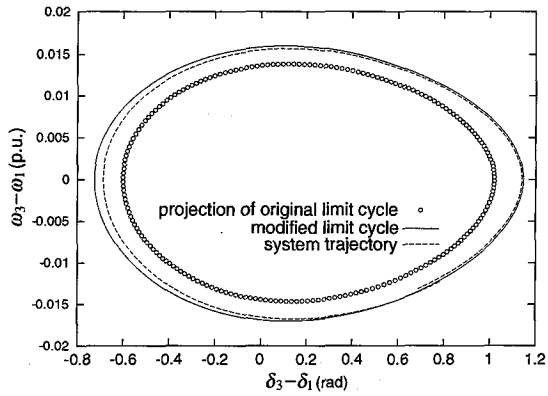


図 3.24 安定領域の比較

の事故軌跡の e'_q の準位に合わせた不安定周期軌道を δ-ω 平面上に投影して描いたものである。事故軌跡がこの修正した周期軌道の内側の安定領域にあることから，故障後も安定な状態であることが直ちに判断できる。また，修正した軌道と元の軌道が表す安定領域には，少なからぬ差を生じており，提案する励磁の状態を考慮した安定判別法の有効性が確認できる。

次に，AVR の特性を図 3.25 に示す PSS 付き AVR に変えた系統について同様の解析を行った。ここでは，AVR の出力にリミタを設けており，リミタの動作によって過渡安定度が悪化することが考えられる。

$P_{m1} = 0.917$ (p.u.), $P_{m2} = P_{l1} = P_{l2} = P_{l3} = 0.9$ (p.u.) に設定し，P_{m3} をパラメータとして分岐図を描くと図 3.26 となる。リミタを考慮しないとき，この系統が supercritical Hopf 分岐を持つことがわかる。したがって，不安定平衡点上で運用した場合においても，系統は脱調せず，安定周期軌道に捉えられて持続振動を生じる。

これに対し，励磁系のリミタを考慮した場合，図 3.26 に示すように，分岐特性が変化することがわかる。この場合は，安定周期軌道から不安定周期軌道へと変化している。リミタを考慮することによってそれまで存在していなかった不安定周期軌道が平衡点のまわりに形成されることにより，安定領域の大きさが狭められることになるので，過渡安定度上，問題となることがわかる。

ここで，リミタを設けた場合について励磁の状態が異なる不安定周期軌道を求め，それらから得られる安定領域を用いて正確に安定判別を行えることを検証する。Hopf 分岐点

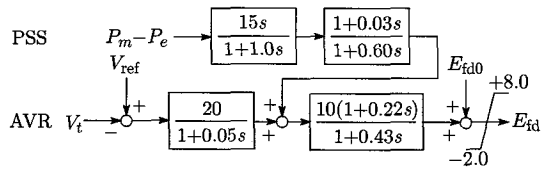


図 3.25 AVR および PSS のブロック図

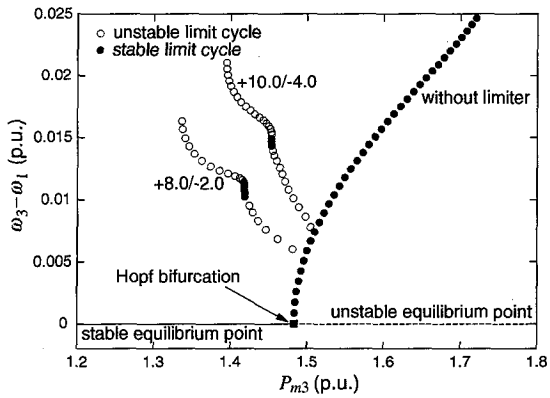


図 3.26 分岐図

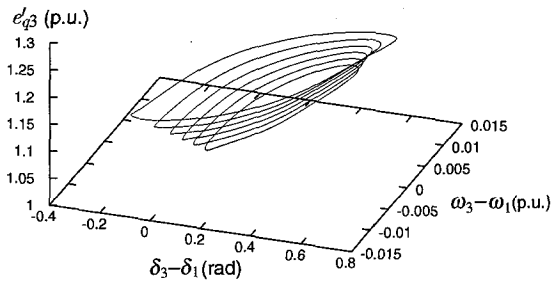


図 3.27 不安定周期軌道

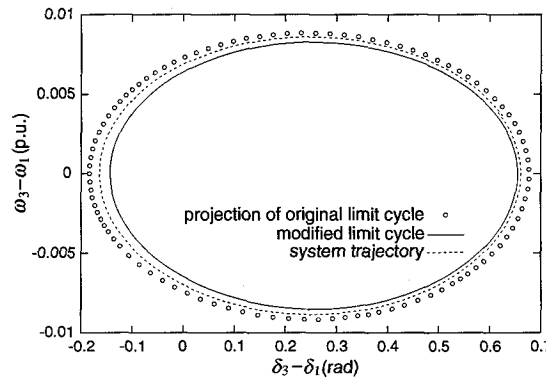


図 3.28 安定領域の比較

より少し安定側の動作点として，$P_{m3} = 1.43$ (p.u.) において運転している状態を想定する。このとき，発電機 3 に設けた励磁系の V_{ref} をパラメータとして変化させて励磁の状態が異なる不安定周期軌道を求めた結果は図 3.27 となる。この軌道を用いて励磁の状態を考慮した安定性判別を行った結果は，図 3.28 となる。ここでは故障時間を 0.054 sec とし，故障後 1.8 sec から 2.6 sec までの軌跡を示している。この場合，系統は不安定となるが，元の周期軌道を用いた場合は判断を誤ることがわかる。先程の場合と同様に，元の周期軌道と修正した周期軌道にはずれが生じており，修正した軌道が正しい安定領域を表していることがわかる。

3.5 結言

本章では，Hopf 分岐理論に基づく電力系統の大域的安定領域について，汎用の非線形動特性解析プログラムを用いた詳細な解析を行った。本章で得られた結果を以下に要約する。

- 一機無限大母線系統を対象として分岐特性を求め，不安定周期軌道が系統の大域的安定領域を定めることを示した。また，励磁系のリミタを考慮した場合，系統の分

岐特性が大きく変化することを示して，励磁系リミタを考慮した解析の重要性を述べた。とくに，リミタの動作によって不安定周期軌道が形成される場合は安定領域の評価において重要な情報となる。

- 位相平面上に投影した周期軌道では安定性判別に誤差を生じる場合があることを示した。この要因としては，発電機回転子の動揺特性に対して界磁巻線の応答が遅く，この影響が考慮されていないことが考えられる。そこで，励磁系の動作による励磁状態の変化に伴い周期軌道も変化すると考え，界磁巻線の応答を考慮した周期軌道との比較による安定性判別の手法を提案した。
- 一機無限大母線系統，および多機くし形系統を対象として手法を適用し，励磁の準位が異なる周期軌道の集合から安定性の境界を定義した。
- 求めた安定領域をシミュレーションにより評価し，提案手法の有効性を確認した。多機くし形連系系統においても有効であり，励磁系リミタの影響によって不安定周期軌道が形成されるケースにおいても高い精度で正確な安定領域を求められることが確認された。以上のように，実用上一般に用いられる δ-ω 平面上において高い精度で不安定周期軌道を求めることで，故障発生後の状態が周期軌道の外側，あるいは内側のどちらにあるかによって直ちに安定判別が可能となる。

参考文献

[1] 川崎 光喜・苗 沛耘・今村 司・三谷 康範・辻 毅一郎：「非線形動的システム理論に基づく発電機動揺の動特性解析」，電気学会論文誌 B, 120 巻, 3 号, pp.325–332, 2000.

[2] W. Ji and V. Venkatasubramanian, “Hard-limit induced chaos in a fundamental power system model,” International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.18, No.5, pp.279–295, 1996.

[3] Z. Jing, D. Xu, Y. Chang, and L. Chen, “Bifurcations, chaos, and system collapse in a three node power system,” International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.25, No.6, pp.443–461, 2003.

[4] C. D. Vournas, M. A. Pai, and P. W. Sauer, “The effect of Automatic Voltage Regulation on the bifurcation evolution in power systems,” IEEE Trans. on Power Systems, Vol.11, No.4, pp.1683–1688, 1996.

[5] 天野 博之・熊野 照久・井上 俊雄・谷口 治人：「電力系統における振動現象のホップ分岐理論による安定性判別」，電気学会論文誌 B, 121 巻, 6 号, pp.708–714, 2001.

[6] 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：「Hopf 分岐理論に基づく電力系統安定領域の評価」，電気学会論文誌 B, 122 巻，2 号，pp.174–180, 2002.

[7] 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：「励磁の状態を考慮した非線形周期軌道による過渡安定度判別法」，電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会資料, PE-01-43,

PSE-01-37, 2001.

[8] E. J. Doedel, A. R. Champneys, T. F. Fairgrieve, Y. A. Kuznetsov, B. Sandstede, and X. Wang, "AUTO97: Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations (with HomCont)," Technical report, Department of Computer Science, Concordia University, Montreal, Canada, 1997.

第 4 章

多機電力系統大域的安定領域の特性評価のための数値的解析モデル

4.1 緒言

前章での解析のように，一機無限大母線系統や 3 機くし形連系系統のように比較的小規模な系統については，状態変数が陽に現れた微分方程式で表現することが比較的容易であるため，汎用の非線形動特性解析プログラムを用いて非線形動特性を調べることができた。また，微分方程式の次数が低いため，解析結果の物理的解釈が容易であった。しかし，大規模な電力系統を解析する場合，すべての微分方程式を用いた詳細な検討は微分方程式の次数の大きさから事実上不可能となる。

一方，多機連系系統においては系統連系によって数秒から十数秒にも及ぶ弱減衰の長周期電力動揺が発生することが知られている [1, 2]。その動揺の形態についても固有ベクトル解析やシミュレーション解析によって詳細に検討が行われている [3, 4]。この動揺は系統全体の潮流や連系線の潮流の増加により安定から不安定に変化するため，そこに Hopf 分岐が存在する。この電力動揺不安定性に着目し，潮流の増加に伴い不安定になる電力動揺モードを近似的な 2 次の非線形微分方程式で表現して Hopf 分岐特性を解析する手法が提案されている [5]。この方法では，系統から得られる動揺データから近似モデルを構成するため，系統規模による制約は大幅に緩和される。しかし，励磁系のリミタなど動作点から離れた領域で強い非線形性を持つ特性に対しては，観測した波形にそれらの影響が反映されないために，これらの非線形性を考慮した評価が行えないという欠点がある。

本章では，系統の動揺データから非線形多項式モデルを構成する方法について述べるとともに，多項式モデルにおいて励磁制御系のリミタを考慮するための方法について検討を行っている [6]。構成したモデルに対して Hopf 分岐特性を解析し，詳細なモデルから得られる厳密解との比較を行った。その結果，両者が定性的によく一致することが確認できた。以下に，その詳細を述べる。

4.2 不安定動揺モードを表す非線形2次微分系の構成

電力系統モデルは，(2.3) 式の形で表現できる。すでに第2章で述べたように安定なモードを記述する微分方程式を代数方程式で近似できたとすると，不安定となる2次の振動モードは近似的な非線形2次微分方程式として表現される。単一モードが不安定になる状態は長距離大容量送電系統やくし形連系系統の長周期動揺が該当する。この特性に着目し，系統から観測される信号を用いて非線形関数特性を近似する方法により分岐特性を解析する手法が既に提案されている [5]。この手法では，潮流の増加に伴い不安定になる単一の電力動揺モードを近似的な2次の非線形微分方程式で定性的に表現し，発電機出力を発電機の位相角偏差と角速度偏差の3次関数で多項式近似する。この非線形多項式の係数は，系統動揺データを用いて最小二乗法により推定する。この数値処理によって得られる各項の係数によって，Hopf 分岐特性および非線形周期軌道の形状を正しく推測できることがわかっている。

以下，すでに提案されている，電力系統の動揺データを用いた Hopf 分岐特性の数値的な解析手法についてその概要を述べる。

一機無限大母線系統を考える。発電機の動揺方程式は，

$$M\dot{\omega}_1 = -D(\omega_1 - 1) + P_m - P_e \tag{4.1}$$

$$\dot{\delta}_1 = \omega_r(\omega_1 - 1) \tag{4.2}$$

で与えられる。ここで，P_e は AVR の影響，制動巻線・電機子巻線などの影響，連系した系統の影響などを全て含む。ここで，状態変数を，$x_1 = \omega_r(\omega_1 - 1)$ [ω_r:定格角周波数 120π], $x_2 = \delta_1 - \delta_{10}$ [δ_{10}:平衡点における位相角]，とすると動揺方程式は

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\frac{D}{M}x_1 + \frac{\omega_r}{M}(P_m - P_e)\\ &\equiv Y\end{aligned} \tag{4.3}$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \tag{4.4}$$

となる。ここで，(4.3), (4.4) 式によって特性が決まる電力動揺モード以外のすべてのモードが十分安定であるものとし，それらを記述する微分方程式が代数方程式で近似されたとき，P_e は δ, ω に関する非線形関数となる。系統の動揺データから P_e, x_1 および x_2 の時間データを得て，(4.3) 式の右辺を x_1, x_2 の3次関数として近似することにより，

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &\approx k_1x_1 + k_2x_2 + k_3{x_1}^2 + k_4{x_2}^2 + k_5x_1x_2\\ &\quad + k_6{x_1}^3 + k_7{x_2}^3 + k_8{x_1}^2x_2 + k_9x_1{x_2}^2\\ &= \sum_{i=1}^{9} k_iX_i\end{aligned} \tag{4.5}$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \tag{4.6}$$

を得る。ここで，X_i は x_1, x_2 の関数である。なお，多項式の係数 $k_i(i=1,\cdots,9)$ は最小二乗法 [7] により決定する。N 個のデータ点を 9 個のパラメータ k_i を持つモデル (4.5) で当てはめたとき，その推定誤差の二乗和は，

$$e^2 = \sum_{j=1}^{N}\left[Y_j - \sum_{i=1}^{9} k_i X_{ij}\right]^2 \tag{4.7}$$

となる。ただし，X_{ij}, Y_j はそれぞれ j 番目の観測データに対する X_i, Y の値である。e^2 を最小とするパラメータ k_i は次式で表される正規方程式の解で与えられる。

$$\boldsymbol{Ak} = \boldsymbol{b} \tag{4.8}$$

ただし，

$$A_{ih} = \sum_{j=1}^{N} X_{hj}X_{ij}, \quad b_i = \sum_{j=1}^{N} Y_j X_{ij} \quad (i,h=1,\cdots,9)$$

なお，多項式近似の基準となる P_e, δ, ω の時間データをシミュレーションによって得るときに，詳細発電機モデルを用いて，AVR などの発電機制御系を考慮すれば，それらの効果を含んだ形で $k_1 \sim k_9$ が計算されることになる。(4.5), (4.6) 式の形で表される非線形システムの安定性に関しては以下のようになる。

まず，係数 k_1 をパラメータと考えた場合，$k_1 = 0$ を境にシステムの平衡点の安定性が変化する。つまり $k_1 = 0$ の状態が Hopf 分岐点に対応する。次に非線形 2 次微分系の係数 $k_1 \sim k_9$ が観測によって得られたとき，それらを用いた Hopf 分岐特性は次式の a の符号により判別され，$a > 0$ の場合は subcritical Hopf 分岐となり不安定周期軌道が存在し，$a < 0$ の場合は supercritical Hopf 分岐となり安定周期軌道が存在する [5]。

$$a = \frac{k_5(k_2k_3 - k_4) - 3{k_2}^2k_6 + k_2k_9}{4k_2} \tag{4.9}$$

また，周期軌道の大きさは，以下で与えられる [5]。

$$x_1 = \sqrt{\frac{k_1k_2}{a}}\ \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \tag{4.10}$$

$$x_2 = \sqrt{-\frac{k_1}{a}}\ \sin\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right) \tag{4.11}$$

subcritical Hopf 分岐の場合は不安定周期軌道が系統の大域的安定領域の境界を作るが，$x_1 = \omega_r(\omega_1 - 1)$ および $x_2 = \delta_1 - \delta_{10}$ の最大値が (4.10), (4.11) 式から求められるので，これらから領域の大きさを評価できる。

この数値的解析手法を，多機系統へ適用することを考える。すでに述べたように，この手法は単一モードが不安定となる系統に対して適用できる。この特徴を持つ系統として

は，くし形連系系統が該当する。くし形連系系統では互いに逆方向に動揺する両端の発電機が不安定モードに大きく寄与し，重潮流時における長周期動揺として観測される。

不安定な動揺モードに対して寄与 [8] の大きい発電機1機（番号を j とする）に注目すると，発電機の動揺方程式は，

$$M_j\dot{\omega}_j = -D_j(\omega_j - 1) + P_{mj} - P_{ej} \tag{4.12}$$

$$\dot{\delta}_j = \omega_r(\omega_j - 1) \tag{4.13}$$

で与えられる。多機系統の動揺特性を議論する場合，一つの発電機の位相角を基準として設定した方が解析が容易になる。そこで，基準となる発電機を決め（これを発電機 s とする），その発電機の位相角に関する各変数を減ずることによって状態変数を $\tilde{x}_1 = \omega_r(\omega_j - \omega_s)$, $\tilde{x}_2 = (\delta_j - \delta_{j0}) - (\delta_s - \delta_{s0})$ によって定義する。ただし，ω_r は定格角周波数 120π (rad/s), δ_{j0}, δ_{s0} は平衡点における発電機 j, s の位相角である。このとき発電機 s の動揺方程式は

$$M_s\dot{\omega}_s = -D_s(\omega_s - 1) + P_{ms} - P_{es} \tag{4.14}$$

$$\dot{\delta}_s = \omega_r(\omega_s - 1) \tag{4.15}$$

で表され，基準から見た発電機 j の動揺方程式は

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \omega_r\left\{-\left(\frac{D_j}{M_j}\omega_j - \frac{D_s}{M_s}\omega_s\right) + \left(\frac{P_{mj}}{M_j} - \frac{P_{ms}}{M_s}\right) - \left(\frac{P_{ej}}{M_j} - \frac{P_{es}}{M_s}\right)\right\} \tag{4.16}$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{x}_1 \tag{4.17}$$

と表現できる。ここで，不安定モードに寄与が大きく互いに逆方向に動揺する両端の発電機の一方を基準 s，もう一方を解析対象 j として選ぶことにより (4.16) 式は不安定モードを表した一機無限大母線系統と似た特性を持つ。したがって，(4.5) 式および (4.6) 式において x_1, x_2 をそれぞれ $\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$ で置き換えることで，2次微分系を構成できる。以上のような数値的解析手法は，非線形動特性解析プログラムの適用が困難となる大規模なくし形連系系統における非線形周期軌道の解析に対して特に有効になると考えられる。系統の動特性解析シミュレーションプログラムを用いて得られる系統動揺波形から特性を計算できるため系統規模による制約は大幅に緩和される。

4.3 励磁系のリミタを考慮するための多項式モデルの導出

前節で示した手法は，励磁系のリミタや励磁回路の飽和特性のように動作点から離れた領域で強い非線形性を持つ特性に関しては，観測した波形にそれらの影響が反映されないために，これらの非線形性を考慮した評価を行えないという欠点がある。3.2.2 節での解析において示したように，励磁系リミタが系統の非線形構造に与える影響は非常に大きい。そこで，以下では，前節の多項式近似モデルにおいて励磁系のリミタの影響を考慮す

る方法について検討を行う。まず，はじめに，リミタを設けないで，励磁系が動作している場合について，(4.5) 式を求める。次に，励磁電圧を一定とした場合，すなわち励磁制御系を動作させない場合に同様の計算を行い，これを

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 \approx\ & k_1'x_1 + k_2'x_2 + k_3'{x_1}^2 + k_4'{x_2}^2 + k_5'x_1x_2 \\ & + k_6'{x_1}^3 + k_7'{x_2}^3 + k_8'{x_1}^2x_2 + k_9'x_1{x_2}^2\end{aligned} \tag{4.18}$$

とする。以上より，(4.5) 式は

$$\dot{x}_1 \approx f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2) \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}f(x_1, x_2) =\ & k_1'x_1 + k_2'x_2 + k_3'{x_1}^2 + k_4'{x_2}^2 + k_5'x_1x_2 \\ & + k_6'{x_1}^3 + k_7'{x_2}^3 + k_8'{x_1}^2x_2 + k_9'x_1{x_2}^2 \end{aligned} \tag{4.20}$$

$$\begin{aligned}g(x_1, x_2) =\ & (k_1 - k_1')x_1 + (k_2 - k_2')x_2 + (k_3 - k_3'){x_1}^2 + (k_4 - k_4'){x_2}^2 \\ & + (k_5 - k_5')x_1x_2 + (k_6 - k_6'){x_1}^3 + (k_7 - k_7'){x_2}^3 \\ & + (k_8 - k_8'){x_1}^2x_2 + (k_9 - k_9')x_1{x_2}^2\end{aligned} \tag{4.21}$$

と表すことができる。ここで $f(x_1, x_2)$ が励磁電圧一定のときの特性を表し，$g(x_1, x_2)$ は (4.5) 式の右辺から $f(x_1, x_2)$ を引いて得られるもので，$g(x_1, x_2) = 0$ のときが励磁系制御が無い場合に相当する。非線形項の和であるため重ね合わせの理が成り立つ理論的な保証はないが，励磁系にリミタを設けた特性を $g(x_1, x_2)$ の大きさにリミタを設けることにより表現し，詳細モデルを用いて解析した結果と比較してみることにする。ただし，$g(x_1, x_2)$ と励磁制御系の出力は異なる物理量なので，結果を定量的に比較することは困難であるが，リミタによって出現する周期軌道とその変化の様子を定性的に比較することができる。

ただし，多機系統においては $g(x_1, x_2)$ を求める際にどの発電機の励磁制御系の有無を設定すべきかが問題になる。ここで，解析の対象としているくし形連系系統における不安定動揺は系統の両端の発電機間の動揺である。大域的安定度が問題になるような大擾乱発生時には故障が発生した送電線に近い発電機が大きく動揺することになるため，端部の発電機の近くでの故障を想定し，その発電機を解析対象とし，その励磁制御系のリミタを考慮することとした。

以上，(4.19), (4.20) および (4.21) 式の近似システムが得られると，汎用の非線形動特性解析プログラム AUTO [9] を用いて $g(x_1, x_2)$ にリミタを設けた場合の分岐特性を調べることができる。

4.4 詳細モデルとの比較による多項式近似モデルの評価

ここでは，前節の解析手法を用い，近似系統を構成して分岐特性を求め，非線形動特性解析プログラムを用いた詳細な解析結果との比較を行い，手法の有効性を評価する。

4.4.1 一機無限大母線系統

図 4.1 に示す一機無限大母線系統を考える。系統の諸定数を表 4.1 に示す。発電機モデルは Park の 3 次モデルであり，発電機制御器として，1 次遅れと位相補償で表された AVR および系統安定化装置（PSS）を考慮している（図 4.2 参照)。簡単のため，発電機の電機子巻線抵抗および送電線の抵抗は無視している。また AVR・PSS は表 4.2 のように，2 種類設定した。

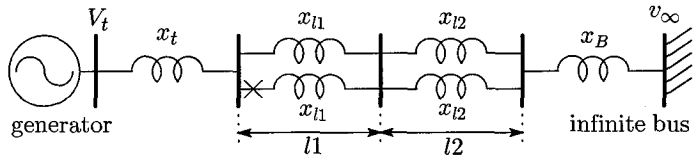


図 4.1 一機無限大母線系統モデル

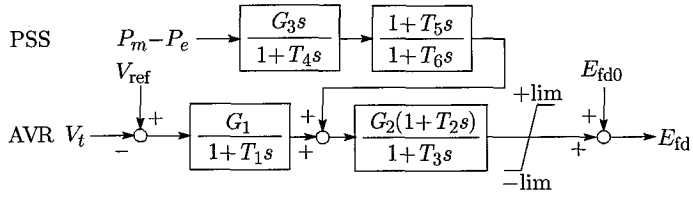


図 4.2 AVR および PSS のブロック図

表 4.1 系統の諸定数

Generator: Park's 3rd model, 4000MVA base		
$x_d = 1.79$ (p.u.)	$x'_d = 0.355$ (p.u.)	$T'_{do} = 7.90$ (s)
$x_q = 1.66$ (p.u.)	$x'_q = 0.570$ (p.u.)	$V_{\mathrm{ref}} = 1.00$ (p.u.)
$M = 7.53$ (s)	$D = 0.0$ (s)	
Transmission System: 4000MVA, 500kV base		
$x_t = 0.14$ (p.u.)	$x_{l1} = 0.20$ (p.u.)	$x_{l2} = 0.34$ (p.u.)
$x_B = 0.13$ (p.u.)	$l1 = 45$ (km)	$l2 = 80$ (km)

表 4.2 AVR および PSS の設定

	G_1	G_2	G_3	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
case1	20.0	—	—	0.05	—	—	—	—	—
case2	30.0	13.0	22.0	0.05	0.22	0.43	1.00	0.03	0.60

まず，ケース 1 では $P_m = 0.67$ (p.u.)，ケース 2 では $P_m = 1.17$ (p.u.) とし，微小なインパルス状摂動を系統に与え，動揺データから最小二乗法によって，係数 $k_1 \sim k_9$ および $k'_1 \sim k'_9$ を求め，(4.19) 式および (4.6) 式の 2 次微分系を構成した。なお，最小二乗法の計算では，5 s 間のデータを 10 ms 間隔で抽出し，合計 500 点のデータを用いている。

得られた係数を用いて，(4.9), (4.10), (4.11) 式により a, $\omega_{\max}$, $\delta_{\max}$ を求めると，表 4.3 となる。表 4.3 の a の符号より，ケース 1 では subcritical Hopf 分岐であり，不安定周期軌道が存在すると推定される。また，ケース 2 では a の符号から supercritical Hopf 分岐であり，安定周期軌道が存在すると推定される。まず，リミタを考慮しない場合について AUTO を用いて詳細モデルの分岐図を求めると，各ケースについて図 4.5 および図 4.7 に no limiter で示す特性が得られた。ケース 1 では subcritical，ケース 2 については supercritical であり，近似モデルから求まる分岐特性と一致していることがわかる。また，ケース 1 について，$P_m = 0.67$ (p.u.) における不安定周期軌道の大きさを比較すると表 4.4 となる。3.3 節の議論を行う程の精度は得られないが，定量的にかなりよい一致が見られた。

表 4.3 a, $\omega_{\max}$ および $\delta_{\max}$ の値

	a	$\omega_{\max}$ (p.u.)	$\delta_{\max}$ (rad)
case1	0.1335	1.0071	1.6053
case2	−0.2597	—	—

表 4.4 $\omega_{\max}$ および $\delta_{\max}$ の比較

	$\omega_{\max}$ (p.u.)	$\delta_{\max}$ (rad)
original system	1.0070	1.5785
approximate system	1.0071	1.6053

次に，励磁系のリミタを考慮した場合について近似モデルの分岐図を描き，詳細モデルから得られる分岐図との比較を行う。分岐図を描くためには，少なくとも一つの可変パラメータが必要となる。ここで，$k_1 = 0$ の点は Hopf 分岐点に対応し，$k_1/2$ が線形化システムの固有値実数部であることから，k_1 はシステムの制動を表すことに注目すれば，近似 2 次微分系の可変パラメータとして k_1 を選定することが妥当である。一方，原システムに対して求めた分岐図の可変パラメータは発電機の機械入力 P_m であった。結果の比較を容易にするために，k_1 と P_m の関係を求めることにする。原システムを線形化して固有値解析を行い，Hopf 分岐点の近くで固有値実部と機械入力 P_m の関係を求め，さらには固有値実部が $k_1/2$ に等しいとして，k_1 と P_m の関係として示した結果を図 4.3，図 4.4 に示す。両者の関係はほぼ線形であることが分かる。ここで，表 4.5 は，図 4.3 および図 4.4 の P_m の変化の範囲における $k_i (i = 1 \sim 9)$ の変化率を

$$\left| \frac{k_{i\max} - k_{i\min}}{k_{i\max}} \right| \times 100 \ (\%) \tag{4.22}$$

により求めたものである。ただし，$k_{i\max}$, $k_{i\min}$ はそれぞれ P_m の変化範囲内での k_i の最大値および最小値である。表中の数値は k_1 に対する変化率を 1 に規格化して表してい

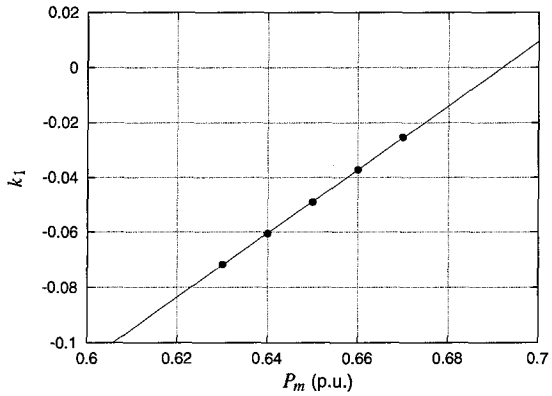


図 4.3　k_1-P_m の関係（ケース 1）

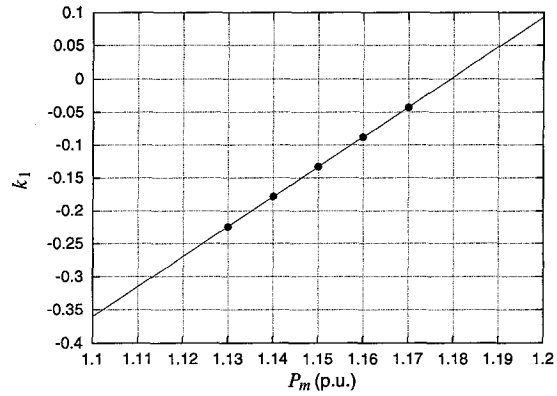


図 4.4　k_1-P_m の関係（ケース 2）

表 4.5　k_i の変化率

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
case1	1.000	0.001	0.021	0.247	0.146	0.006	0.060	0.003	0.005
case2	1.000	0.002	0.010	0.037	0.006	0.059	0.008	0.021	0.194

る。このように，P_m を変化させたとき，k_1 以外のパラメータの変化は両ケースともそれほど大きくはなかった。

表 4.2 の両ケースについて，近似モデルの分岐図を求めた結果をそれぞれ図 4.6 と図 4.8 に示す。これらの分岐図は k_1 をパラメータとして x_1 の特性を求め，さらに，k_1 については図 4.3 および図 4.4 の関係を用いて P_m に変換し，x_1 については ω_1 に変換した分岐図である。ただし，すでに説明したように原システムの励磁系のリミタと近似システムの関数 g のリミタでは物理的な意味が異なるので，設定したリミタの値は両者で異なる。

図 4.5 と図 4.6 および図 4.7 と図 4.8 をそれぞれ比べると，両者の Hopf 分岐点周りの非線形周期軌道特性は定性的によく一致している。また，励磁系のリミタによる非線形特性の変化の様子も両者においてよく一致している。これより，励磁系のリミタを考慮するための多項式モデルとして，(4.19) 式の形を用いることが妥当であると考えられる。

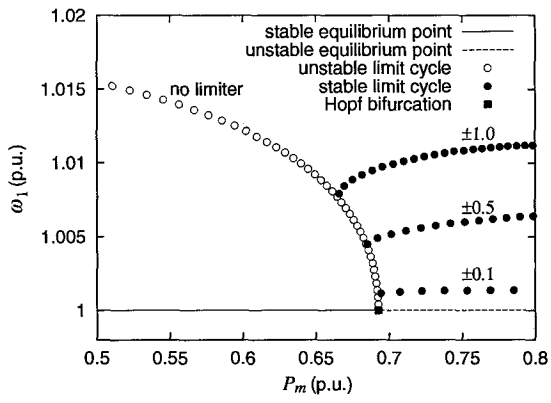


図 4.5　原システムの分岐図（ケース 1）

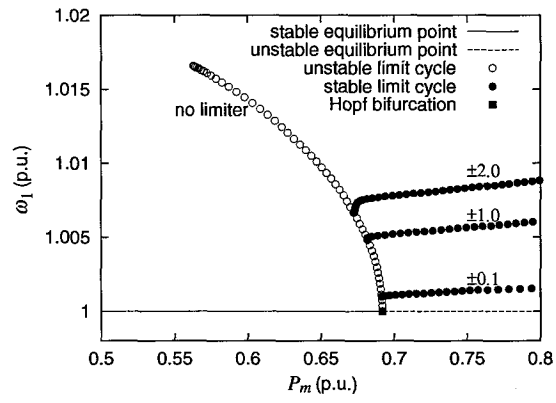


図 4.6　近似システムの分岐図（ケース 1）

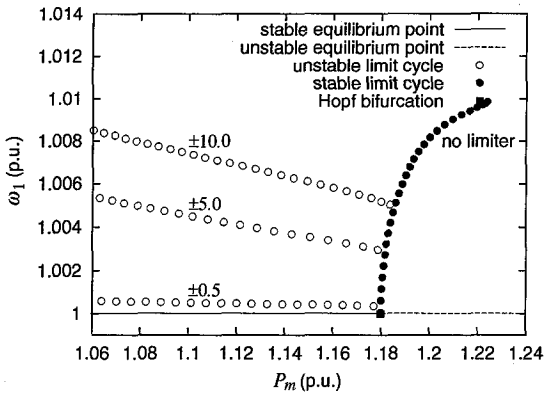


図 4.7 原システムの分岐図（ケース 2）

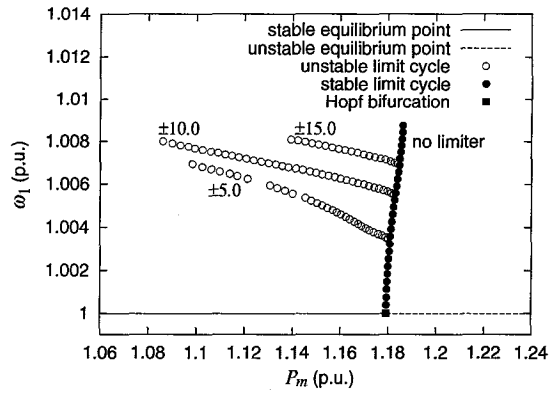


図 4.8 近似システムの分岐図（ケース 2）

4.4.2 3 機くし形連系系統

次に，3 機くし形連系系統を対象に，近似多項式モデルを用いた結果と原システムから求めた厳密解を比較する。解析に用いる系統モデルを図 4.9 に示す。系統定数は表 4.6 のように設定し，簡単のため 3 機全て同じ定数を持つものとした。また，発電機制御器として，全ての発電機に図 4.10 および表 4.7 で示される AVR を設置した。

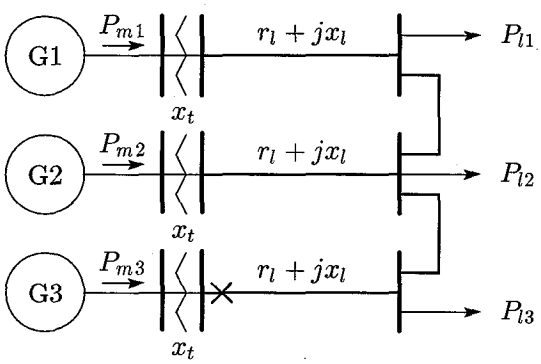


図 4.9 3 機くし形連系系統

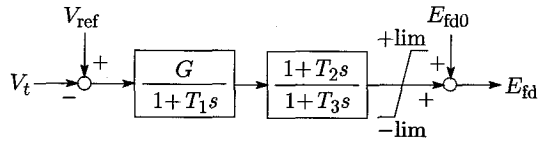


図 4.10 AVR のブロック線図

表 4.6 系統の諸定数

Generator: Park's 5th model, 4000MVA base		
$x_d = 1.79$ (p.u.)	$x'_d = 0.355$ (p.u.)	$x''_d = 0.275$ (p.u.)
$x_q = 1.66$ (p.u.)	$x'_q = 0.570$ (p.u.)	$x''_q = 0.275$ (p.u.)
$T'_{do} = 7.90$ (s)	$T''_{do} = 0.032$ (s)	$T''_{qo} = 0.410$ (s)
$M = 7.53$ (s)	$D = 0.0$ (s)	$V_{\mathrm{ref}} = 1.00$ (p.u.)
Transmission System: 4000MVA, 500kV base		
$x_t = 0.14$ (p.u.)	$x_l = 0.10$ (p.u.)	$r_l = 0.00421$ (p.u.)

表 4.7 AVR の設定

	G	T_1	T_2	T_3
case1	80.0	0.05	0.15	0.30
case2	180.0	0.08	0.15	0.80

まず，系統の動揺データを用いて多項式近似モデルを構成し，分岐特性を計算する。基準発電機を発電機 1 とし，解析対象機を発電機 3 とした。近似モデルを構成して解析した結果，各ケースにおける (4.9) 式の a，(4.10) 式および (4.11) 式の最大値 $\tilde{x}_{1\max}$，$\tilde{x}_{2\max}$ の値を表 4.8 に示す。ただし，初期運転点としては，$P_{m1} = P_{m2} = 0.9$ (p.u.)，すべての $V_{\mathrm{ref}} = 1.00$ (p.u.)，発電機 3 に関してはケース 1 では $P_{m3} = 1.12$ (p.u.)，ケース 2 では $P_{m3} = 1.29$ (p.u.) とした。

表 4.8 a, $\tilde{x}_{1\max}$ および $\tilde{x}_{2\max}$ の値

	a	$\tilde{x}_{1\max}$ (p.u.)	$\tilde{x}_{2\max}$ (rad)
case1	−0.130	—	—
case2	0.0702	0.0146	0.987

表 4.8 の a の符号から，ケース 1 では supercritical Hopf 分岐であり，安定周期軌道が存在すると推定される。また，ケース 2 では a の符号から subcritical Hopf 分岐であり，不安定周期軌道が存在すると推定される。

それぞれのケースにおいて，すべての発電機の励磁制御系のリミタを考慮せず，初期状態を $P_{m1} = P_{m2} = P_{m3} \approx P_{l1} = P_{l2} = P_{l3}$ とし，発電機 3 の機械入力 P_{m3} を可変パラメータとしたときの分岐図が図 4.11 および図 4.13 の no limiter として示されている。ケース 1 の場合は平衡点が安定から不安定に変わる Hopf 分岐点から不安定平衡点を取り囲む形で安定周期軌道の特性が枝分かれしている。つまり，supercritical Hopf 分岐である。一方，ケース 2 の場合，Hopf 分岐点から安定平衡点を取り囲む不安定周期軌道の特性が現れている。つまり，subcritical Hopf 分岐である。また，初期運転点における周期軌道の半径の比較は表 4.9 となり，よく一致することが分かった。

表 4.9 $\tilde{x}_{1\max}$ および $\tilde{x}_{2\max}$ の比較

	$\tilde{x}_{1\max}$ (p.u.)	$\tilde{x}_{2\max}$ (rad)
original system	0.0137	0.976
approximate system	0.0146	0.987

つぎに，解析対象とする発電機に設置した励磁系のリミタを考慮した場合について，ケース 1 およびケース 2 について，原システムと近似システムの分岐図を求めた結果もそ

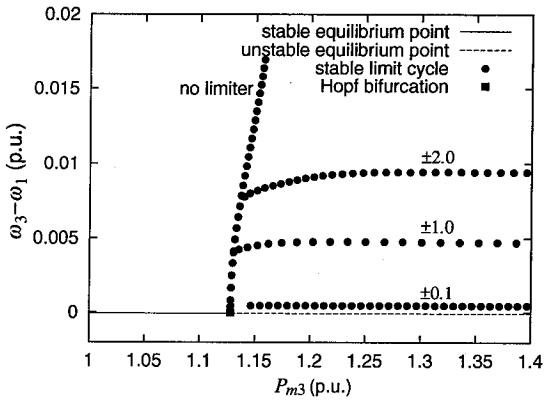


図 4.11 原システムの分岐図（ケース 1）

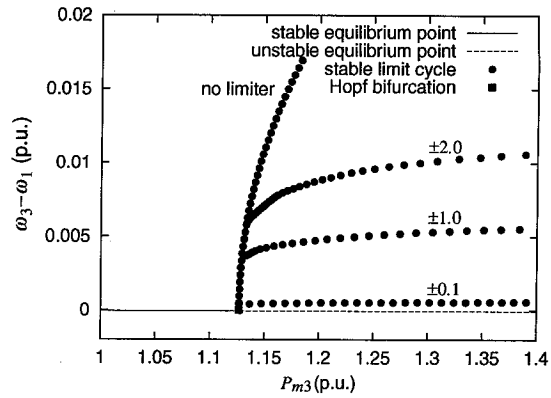


図 4.12 近似システムの分岐図（ケース 1）

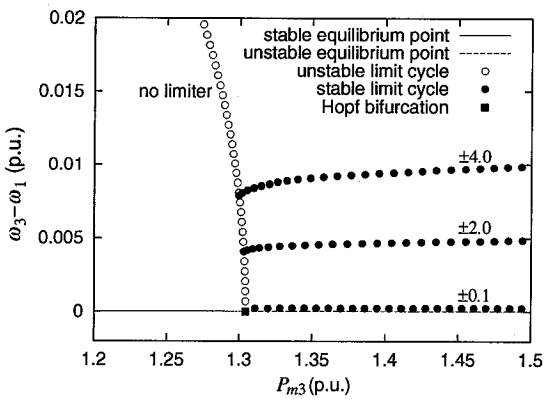


図 4.13 原システムの分岐図（ケース 2）

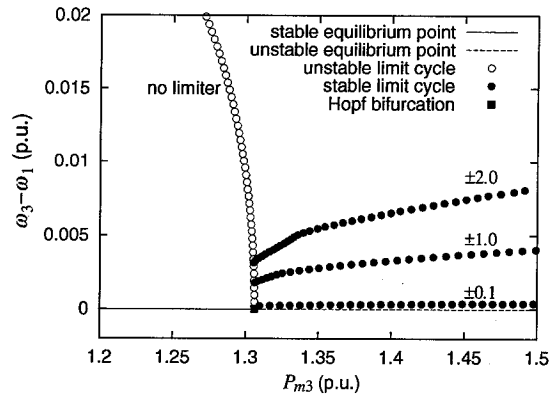


図 4.14 近似システムの分岐図（ケース 2）

れぞれ図 4.11 ～ 図 4.14 に示している。励磁系の影響による非線形動特性の変化の傾向がよく一致している。これらの結果を用いれば，運転点の周りの不安定周期軌道の存在，そして，AVR のリミタによって周期軌道の特性がどのように変化するかが判断可能となる。

なお，近似システムの分岐図を原システムの分岐図に対応させるために用いた k_1 と P_{m3} の関係は，両ケースについてそれぞれ図 4.15，図 4.16 となる。ここでも両者の関係はほぼ線形であることがわかる。表 4.10 は $k_i(i = 1 \sim 9)$ の変化率を示しており，P_{m3} を変化させたときの k_1 以外のパラメータの変化は両ケースともそれほど大きくないことがわかる。

表 4.10 k_i の変化率

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
case1	1.000	0.001	0.053	0.030	0.046	0.043	0.009	0.004	0.021
case2	1.000	0.011	0.058	0.030	0.142	0.221	0.061	0.032	0.542

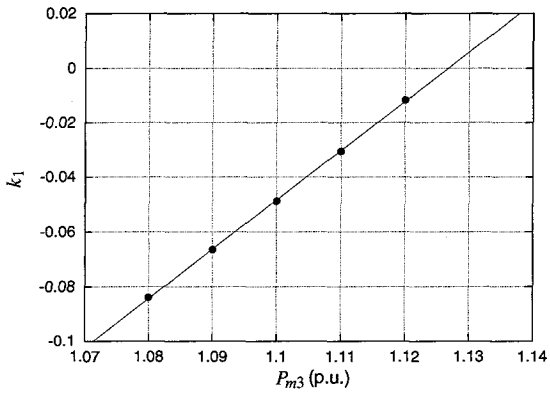


図 4.15 k_1-P_{m3} の関係（ケース 1）

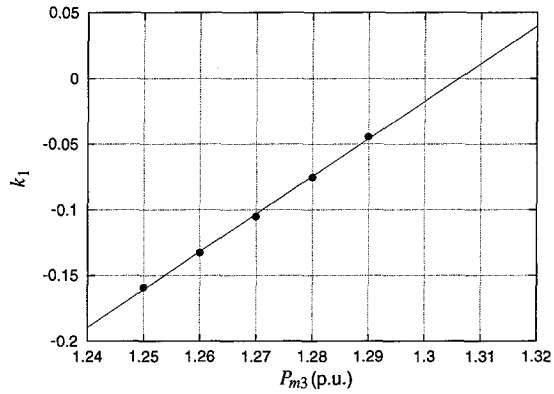


図 4.16 k_1-P_{m3} の関係（ケース 2）

4.5 結言

本章では，Hopf 分岐理論に基づく電力系統の大域的安定領域の数値的な解析手法について，系統動揺データに基づく近似多項式動特性モデルを構成した結果について述べた。本章で得られた結果を以下に要約する。

- 系統動揺データを用いて多項式近似モデルを構成し，非線形動特性を解析する手法について述べた。不安定な電力動揺モードを近似的な非線形 2 次微分方程式で表現し，発電機出力を発電機の位相角偏差と角速度偏差の 3 次関数で多項式近似した。構成した多項式モデルの係数から，形成される周期軌道の安定性および不安定周期軌道が形成される場合の周期軌道の半径を精度良く求められることが確認された。
- 励磁系リミタが系統の非線形構造に与える影響が非常に大きいことから，励磁系リミタの影響を考慮するためのモデルの改良について詳細な検討を行った。励磁電圧一定時の特性を求めることによって励磁系の影響分を分離した多項式モデルを構成し，励磁系の影響分に対してリミタを設けることにより励磁系にリミタを設けたときの特性を定性的に表現した。
- 原システムと近似システムにおける分岐特性の対応関係を明確にするための方法について述べた。発電機機械入力と固有値実部が線形関係にあることを示し，機械入力の変化に対して近似多項式モデルにおける当該パラメータ以外のパラメータ変化は小さいことを示した。この結果に基づいて厳密解との比較を行った結果，励磁系リミタの影響による分岐特性の変化の傾向がよく一致することを確認した。
- くし形連系系統における長周期動揺に関連したシステムの安定性について，非線形周期軌道の観点から励磁系リミタの影響を含んだ詳細な検討を行った。本手法は，くし形系統における長周期動揺のように特定モードのみが不安定となり，そのモードに関係する特定の発電機の安定度が問題となるケースに対して適用可能となる。

また，励磁系リミタに関しては解析対象の発電機のものしか考慮できないが，励磁系リミタの影響による安定領域の特性変化を良好に評価できることが確認された。

付録

(4.9), (4.10), (4.11) 式の導出方法を示す。発電機の動揺方程式から導出した非線形 2 次微分系 (4.5) 式および (4.6) 式から (2.4) 式の標準形 (Normal Form) への変換は，非常に複雑な非線形の変換となるためその導出は困難となる。そこで，分岐点すなわち $k_1 = 0$ において非線形 2 次微分系に対して座標変換

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega & \omega \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \tag{付 4.1}$$

を適用すると

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f^1(z_1, z_2, 0) \\ f^2(z_1, z_2, 0) \end{bmatrix} \tag{付 4.2}$$

が得られる。ただし，ω は $k_1 = 0$ における振動の角周波数で $\omega = \sqrt{-k_2}$ の関係が成り立つ。また，f^1, f^2 は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f^1 = f^2 = &(-k_6 + k_7\omega^3 + k_8\omega - k_9\omega^2){z_1}^3 + (k_6 + k_7\omega^3 + k_8\omega + k_9\omega^2){z_2}^3 \\ &+ (3k_6 + 3k_7\omega^3 - k_8\omega - k_9\omega^2){z_1}^2 z_2 \\ &+ (-3k_6 + 3k_7\omega^3 - k_8\omega + k_9\omega^2) z_1 {z_2}^2 \\ &+ (k_3 + k_4\omega^2 - k_5\omega){z_1}^2 + (k_3 + k_4\omega^2 + k_5\omega){z_2}^2 \\ &+ (-2k_3 + 2k_4\omega^2) z_1 z_2 \end{aligned}$$

(付 4.2) 式に対してさらに変数変換を行うことにより (2.4) 式の表現を得ることができるが，同様にその一般形を表現することは困難である。これに対して (付 4.2) 式のシステムと (2.5), (2.6) 式のシステムの関係は係数 a に関しては次式の計算によって得られることが知られている [10]。

$$\begin{aligned} a = &\frac{1}{16}\left\{f^1_{z_1z_1z_1} + f^1_{z_1z_2z_2} + f^2_{z_1z_1z_2} + f^2_{z_2z_2z_2}\right\} \\ &+ \frac{1}{16\omega}\left\{f^1_{z_1z_2}(f^1_{z_1z_1} + f^1_{z_2z_2}) - f^2_{z_1z_2}(f^2_{z_1z_1} + f^2_{z_2z_2}) - f^1_{z_1z_1}f^2_{z_1z_1} + f^1_{z_2z_2}f^2_{z_2z_2}\right\} \end{aligned} \tag{付 4.3}$$

ただし，$l = 1, 2$ に対して

$$f^l_{z_iz_j} = \frac{\partial^2 f^l}{\partial z_i \partial z_j}(0,0,0),\ f^l_{z_iz_jz_k} = \frac{\partial^3 f^l}{\partial z_i \partial z_j \partial z_k}(0,0,0) \tag{付 4.4}$$

ここで f^1, f^2 の関数形を代入すると，

$$a = \frac{k_5(k_2k_3 - k_4) - 3{k_2}^2k_6 + k_2k_9}{4k_2} \tag{付 4.5}$$

となり，a が (4.5), (4.6) 式の非線形 2 次微分系の各項の係数で表される。既述のように Hopf 分岐の特性はこの a の値で判別が可能となる。すなわち $a > 0$ の場合は subcritical Hopf 分岐となり不安定周期軌道が存在し，$a < 0$ の場合は supercritical Hopf 分岐となり安定周期軌道が存在する。

(2.4) 式の標準形（Normal Form）の場合，極座標系に座標変換すれば非線形周期軌道の軌道半径は $r = \sqrt{-d\mu/a}$ で与えられる。状態変数 x_1, x_2 が微小な値を取る場合，(2.4) 式において x_1, x_2 の 2 次以上の非線形項を無視した線形システム

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\mu & -(\omega + c\mu) \\ (\omega + c\mu) & d\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \tag{付 4.6}$$

の係数行列の固有値は $\lambda = d\mu \pm j\sqrt{\omega + c\mu}$ となる。したがって標準形の軌道半径 r は次式のようにも表すことができる。

$$r = \sqrt{-\frac{\Re\{\lambda\}}{a}} \tag{付 4.7}$$

一方，非線形 2 次微分系 (4.5) 式および (4.6) 式の場合は，固有値の実部が $k_1/2$ であるから軌道半径 r と a の関係式は，

$$r = \sqrt{-\frac{k_1}{2a}} \tag{付 4.8}$$

となる。さらに (付 4.1) 式において $z_1 = r\sin\theta, z_2 = r\cos\theta$ とおくと，非線形 2 次多項式モデルにおける周期軌道 x_1, x_2 は

$$x_1 = \sqrt{\frac{k_1k_2}{a}} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \tag{付 4.9}$$

$$x_2 = \sqrt{-\frac{k_1}{a}} \sin\left(\theta + \frac{3\pi}{4}\right) \tag{付 4.10}$$

で与えられる。

参考文献

[1] F. R. Schleif and J. H. White, "Damping of the Northwest-Southwest Tie Line Oscillations - an Analogue Study," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol.85, No.12, pp.1239–1247, 1966.

[2] 中地域技術研究連絡会・系統研究分科会，西日本研究連絡会：「60Hz 連系系統における電力－周波数特性の実測」，電気学会論文誌 B, 97 巻, 1 号, pp.45–51, 1977.

[3] 垣本 直人：「長距離くし形系統の内部共振による長周期動揺不安定性」，電気学会論文誌 B, 115 巻, 3 号, pp.219–226, 1995.

[4] S. M. Ustinov, J. V. Milanović, and V. A. Maslennikov, "Inherent dynamic properties of interconnected power systems," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.24, No.5, pp.371–378, 2002.

[5] 川崎 光喜・苗 沛耘・今村 司・三谷 康範・辻 毅一郎：「非線形動的システム理論に基づく発電機動揺の動特性解析」，電気学会論文誌 B, 120 巻, 3 号, pp.325–332, 2000.

[6] 渡邊 政幸・苗 沛耘・三谷 康範・辻 毅一郎：「非線形周期軌道によって定まる電力系統大域的安定領域の特性評価のための数値的解析モデル」，電気学会論文誌 B, 122 巻，8 号，pp.883–890, 2002.

[7] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, "Numerical recipes in C : the art of scientific computing," Cambridge University Press, 1992.

[8] I. J. Perez-Arriaga, G. C. Verghese, and F. C. Schweppe, "Selective modal analysis with applications to electric power systems, Part 1: Heuristic introduction," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol.101, No.9, pp.3117–3125, 1982.

[9] E. J. Doedel, A. R. Champneys, T. F. Fairgrieve, Y. A. Kuznetsov, B. Sandstede, and X. Wang, "AUTO97: Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations (with HomCont)," Technical report, Department of Computer Science, Concordia University, Montreal, Canada, 1997.

[10] J. Guckenheimer and P. Holmes, "Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields," Springer-Verlag, New York, 1983.

第5章

非線形連成振動モデルを用いたHopf分岐特性の解析

5.1 緒言

前章で提案した手法は，くし形系統における長周期動揺の不安定性のように特定モードのみが支配的となり，等価的に一機無限大母線とみなせる系統に対しては適用が可能である。しかし，発電機が増えて系統規模が大きくなると動揺モード数が増加し，潮流状態などのパラメータ変化に伴い不安定化するモードに対して，モード間の相互作用による他モードの影響が無視できなくなる場合がある。長距離くし形系統においてはモード間の相互作用が生じやすいことが知られており，内部共振と呼ばれるある動揺モードが他のモードにより励振されて振幅が増大し，不安定となる現象が報告されている [1]。このモード間相互作用に対して標準形理論 [2, 3] を適用し，相互作用の強さについて考察が行われた研究例がある [4, 5, 6]。また，モード間の相互作用が動揺安定性に与える影響について，動揺安定性指標によって定量的に評価する方法が提案され [7]，電力系統における内部共振に対する拡張も行われている [8]。これらの報告では，電力系統の非線形性に起因してモード間に相互作用を生じ，動揺が不安定化していることが明らかにされている。この動揺は振動的な特性を持っており，Hopf分岐理論に基づく非線形周期軌道によって現象が説明できると考えられる。

前章で述べた手法では特定の不安定モードに対して寄与の大きな発電機の動揺特性を2次微分方程式によって近似した。そのため，他モードの影響は考慮されておらず，モード間相互作用によって不安定化する現象を解析するためには，新たな手法が必要となる。そこで，本章では，前述の多項式近似モデルを拡張し，他モードの影響を考慮して構成した非線形連成振動モデルによって表現する手法を提案する [9]。

まず，詳細な解析が可能な3機くし形連系系統において，系統の支配モードに対して他モードの影響が大きくなる場合について検討を行う。その場合，従来の2次近似モデルの

残差平方和が十分小さい値にはならないことを示す。そこで，他モードの影響を考慮できる非線形連成振動モデルを用いた解析手法を適用して残差平方和を改善する。その結果，モード間の相互作用に起因して不安定化する分岐特性を評価できるようになった。また周期軌道によって定まる大域的安定領域に関しても精度よく評価できることが確認できた。

次に，非線形連成振動モデルにおいて励磁系リミタの影響を評価する方法について述べる [10]。第4章で提案した手法では，リミタを設けていない励磁系が動作している場合と，励磁系が全く動作していない場合の両者についてそれぞれ近似モデルを構成し，両者の差を励磁系の影響分と仮定していた。しかし，系統の構成によっては，励磁系が全く動作しないときに平衡点が不安定となり，微小な擾乱を与えて動揺を観測する手法の適用が困難となる場合が考えられる。

そこで，本章では，励磁系が動作しているときに構成した近似モデルを用いて，励磁系リミタの影響を考慮する方法を提案する。形成される周期軌道の安定性は標準形における非線形項の係数（軌道安定性指標と呼ぶことにする）によって定まる。この指標は，構成した多項式モデルを変換したときの多項式の係数を用いて表現することができる。したがって，指標に対して最も寄与の大きい項を制限することで励磁系リミタの効果を表現できると考えられる。まず，第4章で提案した2次多項式モデルにおいてリミタを考慮した解析を行った。このとき，原システムにおいて励磁系の出力にリミタを設けた場合に得られる分岐特性とよく一致することが確認できた。同様の方法を非線形連成振動モデルに拡張した結果，励磁系リミタを考慮した場合の分岐特性を，近似システムによって良好に評価できることが分かった。以下に，その詳細を述べる。

5.2 複数モードの影響を考慮して構成した非線形連成振動モデル

いま，n 機系統において，発電機の動揺方程式が次式で表現されたとする。

$$\begin{aligned} M_i\dot{\omega}_i &= -D_i(\omega_i - 1) + P_{mi} - P_{ei} \\ \dot{\delta}_i &= \omega_r(\omega_i - 1), \quad i = 1, 2, \cdots, n \end{aligned} \tag{5.1}$$

また，この系統において，潮流状態変化などのパラメータ変化により単一の電力動揺モードが不安定となるものとする。ここで，不安定な動揺モードに対して寄与の大きい発電機1機（番号を j とする）に注目する。無限大母線を持たない一般の多機系統では，故障後の系統構成に変化が無い場合でも，系統の慣性中心の移動により各発電機の位相角は元の平衡点から推移する。そこで，基準となる発電機を決め（これを発電機 s とする），その発電機の位相角に関する各変数との差を取ることによって状態変数を $x_1 = \omega_r(\omega_j - \omega_s)$ [ω_r: 定格角周波数 120π], $x_2 = (\delta_j - \delta_{j0}) - (\delta_s - \delta_{s0})$ [δ_{j0}, δ_{s0}:平衡点における発電機 j, s の

位相角] によって定義する。このとき，基準 s から見た発電機 j の動揺方程式は

$$\dot{x}_1 = \omega_r \left\{ -\left(\frac{D_j}{M_j}\omega_j - \frac{D_s}{M_s}\omega_s \right) + \left(\frac{P_{mj}}{M_j} - \frac{P_{ms}}{M_s} \right) - \left(\frac{P_{ej}}{M_j} - \frac{P_{es}}{M_s} \right) \right\} \tag{5.2}$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \tag{5.3}$$

と表現できる。ここで，不安定モードに寄与が大きく互いに逆方向に動揺する発電機の一方を基準 s，もう一方を解析対象 j として選ぶことにより (5.2) 式は不安定モードを表した一機無限大母線系統と似た特性を持つ。

しかし，発電機が増えて系統規模が大きくなると動揺モード数が増加し，潮流状態などのパラメータ変化に伴い不安定化するモードに対して，モード間の相互作用による他モードの影響が無視できなくなる場合が考えられる。このように，二つ以上の振動体が互いに影響を及ぼし合いながら振動する現象は連成振動（coupled vibration）と呼ばれる [11]。このとき，前章で述べた手法によって上述の動揺方程式を 2 次の非線形近似モデルで表した場合，単一モードで近似するため，その近似度は必ずしも良くない。

そこで，ここでは，多次の連成振動モデルによって他モードの影響を考慮し，モデルの近似度を改善する手法を提案する。連成振動モデルの構成に際して考慮すべきモード数が問題となるが，本論文で解析対象としている長距離くし形系統においては，発電機動揺に関連した 2 つのモード間の相互作用が生じやすいことが知られている [1]。そこで，潮流状態などのパラメータ変化に伴い不安定となる振動モード（モード 1）およびモード 1 に影響を与える振動モード（モード 2）に対して寄与の大きい二機の発電機を観測対象，一機を基準発電機として，(5.2), (5.3) 式より以下の 4 次非線形連成振動モデルを構成する。

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &\approx \sum a_{ijkl} {x_1}^i {x_2}^j {x_3}^k {x_4}^l \\
\dot{x}_2 &= x_1 \\
\dot{x}_3 &\approx \sum b_{ijkl} {x_1}^i {x_2}^j {x_3}^k {x_4}^l \\
\dot{x}_4 &= x_3
\end{aligned} \tag{5.4}$$

ただし，$i = 0, \cdots, 3$, $j = 0, \cdots, 3-(i+k+l)$, $k = 0, \cdots, 3-(i+j+l)$, $l = 0, \cdots, 3-(i+j+k)$, $x_1 = \omega_r(\omega_1 - \omega_s)$, $x_2 = \delta_1 - \delta_s - (\delta_{1e} - \delta_{se})$, $x_3 = \omega_r(\omega_2 - \omega_s)$, $x_4 = \delta_2 - \delta_s - (\delta_{2e} - \delta_{se})$, $a_{0000} = b_{0000} = 0$ である。ここで，$\omega_r = 120\pi$ は定格角周波数，添字 s は基準発電機の諸量，添字 e は位相角の初期値を表す。多項式の係数 a_{ijkl}, b_{ijkl} は最小二乗法 [12] により決定する。ここでは，3 次までの非線形性を考慮しており，モデルの構成に必要となる係数は，一つの微分方程式につき 1 次の係数が 4 個，2 次の係数が 10 個，3 次の係数が 20 個の合計 34 個となる。すなわち，モデル全体で 68 個のパラメータを決定する必要がある。

(5.4) 式で表される非線形システムを，汎用の非線形動特性解析プログラム [13] を用いて解析する場合，一つ以上の解析パラメータが必要となる。しかし，(5.4) 式においては

パラメータとして適切な係数の選定が困難であるため，分岐解析に適切な形への変換を考える。(5.4) 式における線形部は

$$A = \begin{bmatrix} a_{1000} & a_{0100} & a_{0010} & a_{0001} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_{1000} & b_{0100} & b_{0010} & b_{0001} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

である。行列 A が 2 つの共役な複素固有値 $\lambda_i = \alpha_i \pm j\beta_i$ ($\beta_i > 0,\ i = 1,2$) を持つとする。このとき，固有ベクトルについても 2 つの共役なベクトルとなり，それぞれを $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{p}_i \pm j\boldsymbol{q}_i$ ($i = 1,2$) とする。ここで，行列 T を

$$T = [\boldsymbol{p}_1, -\boldsymbol{q}_1, \boldsymbol{p}_2, -\boldsymbol{q}_2] \tag{5.6}$$

で定める。このとき，線形部 A は変換

$$\boldsymbol{x} = T\boldsymbol{z} \tag{5.7}$$

によって，

$$B = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} \alpha_1 & -\beta_1 & 0 & 0 \\ \beta_1 & \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & -\beta_2 \\ 0 & 0 & \beta_2 & \alpha_2 \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

の形に変換できる。これより，(5.4) 式は

$$\dot{\boldsymbol{z}} = B\boldsymbol{z} + C(\boldsymbol{z}) \tag{5.9}$$

となり，これを汎用の非線形動特性解析プログラム AUTO[13] を用いて解析し，(5.7) 式により再変換することで周期軌道を求めることができる。ここで，α_1 が潮流の増加に伴い不安定となる固有値の実部であることから，分岐解析のパラメータとして α_1 を選定した。第 4 章での検討より，$\beta_1, \alpha_2, \beta_2$ および $C(\boldsymbol{z})$ に含まれる係数の変化は，Hopf 分岐点近傍において α_1 の変化に対して十分小さいと仮定し一定値としている。

5.3 3 機くし形連系系統における連成振動モデルの評価

5.3.1 モデル系統の構成と解析条件

ここでは，図 5.1 に示す 3 機くし形系統を対象として，第 4 章で提案した 2 次多項式近似モデル（単振動モデルと呼ぶことにする）による解析と，本章で提案する連成振動モデルを用いた解析を行い，両手法の比較を行う。系統定数は表 5.1 のように設定し，簡単のため 3 機全て同じ定数を持つものとした。また，発電機制御器として，全ての発電機に図 5.2 で示される AVR を設置した。なお，ここでは励磁系のリミタは考慮せずに解析を

行う。比較のため AVR は表 5.2 のように 2 種類用意し，異なる特性を持つように設定した。運転点を，ケース 1 では $P_{m1} = 0.91$ (p.u.), $P_{m2} = 0.90$ (p.u.), $P_{m3} = 1.29$ (p.u.), ケース 2 では $P_{m1} = 0.91$ (p.u.), $P_{m2} = 1.00$ (p.u.), $P_{m3} = 0.95$ (p.u.) に設定した。以下では，発電機 1 を基準（slack bus）とし，発電機 3 を解析対象として検討を行う。故障条件として，発電機 3 の至近端での三相地絡故障を想定する。

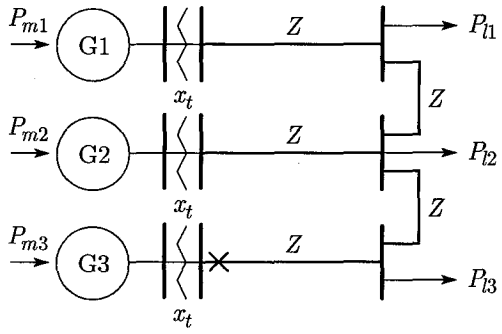


図 5.1　3 機くし形連系系統

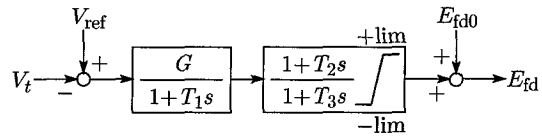


図 5.2　AVR のブロック線図

表 5.1　系統の諸定数

Generator: Park's 5th model, 4000MVA base		
$x_d = 1.79$ (p.u.)	$x'_d = 0.355$ (p.u.)	$x''_d = 0.275$ (p.u.)
$x_q = 1.66$ (p.u.)	$x'_q = 0.570$ (p.u.)	$x''_q = 0.275$ (p.u.)
$T'_{do} = 7.90$ (s)	$T''_{do} = 0.032$ (s)	$T''_{qo} = 0.410$ (s)
$M = 7.53$ (s)	$D = 0.0$ (s)	$V_{\mathrm{ref}} = 1.00$ (p.u.)
Transmission System: 4000MVA, 500kV base		
$x_t = 0.14$ (p.u.)	$Z = 0.00421 + j0.10$ (p.u.)	

表 5.2　AVR の設定

	G	T_1	T_2	T_3
case1	180.0	0.08	0.15	0.80
case2	120.0	0.05	0.15	0.30

5.3.2　単振動モデルを用いた解析

まず，第 4 章で述べた手法を適用し，その問題点を明らかにする。それぞれのケースに対して故障時間 0.01 sec の微小な擾乱を系統に与え，動揺データから最小二乗法によって (4.5) 式の各係数を求めた。その結果，最小二乗法における $\dot{x}_1$ の値の残差平方和はケース 1 においては 1.956×10^{-8}, ケース 2 においては 4.061×10^{-4} となった。ケース 1 では良い近似を与えているが，ケース 2 では近似度は良くない。これは，支配モードに加えて他のモードの影響が大きくなっているためと考えられる。

図 5.3 は，Hopf 分岐点近傍で発電機 3 の機械入力 P_{m3} をパラメータとしたときの固有値の変化を示している。ケース 1 では $P_{m3} = 1.2 \sim 1.4$ (p.u.), ケース 2 では $P_{m3} = 0.7 \sim 1.2$ (p.u.) まで変化させた。ここでは，複素共役を持つ固有値の中で虚軸に近いもの 2 つに着目している。最も虚軸に近い固有値は発電機 3 の電力動揺モード（モード 1 とする）に対応し，次に虚軸に近い固有値は発電機 2 の電力動揺モード（モード 2 と

する）に対応する。モード1が虚軸を横切る点がHopf分岐点に相当する。ケース1においてはモード1が支配的であることが分かる。一方，ケース2においてはモード2が虚軸にかなり接近し，動作点では両モードの配置が非常に近くなっているため，モード間に相互作用を生じやすい状態にあることが分かる。

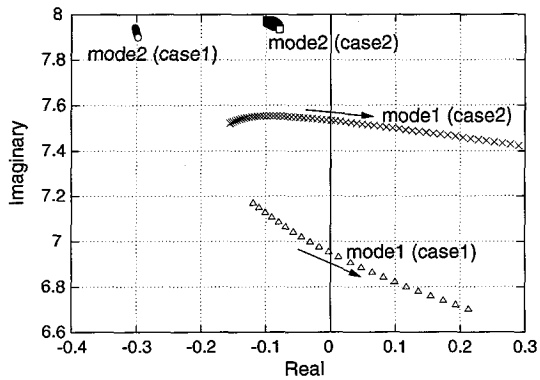


図5.3 固有値の変化

ここで，系統動揺を記述する微分方程式

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, p),\ \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n,\ p \in \mathbf{R} \tag{5.10}$$

のヤコビ行列より計算した固有ベクトルからなる行列をVとする。変換$\boldsymbol{y} = V^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0)$（$\boldsymbol{x}_0$は(5.10)式の平衡点）を用いて2つのモードの動揺を求めた結果を図5.4および図5.5に示す。ただし，故障除去時間をケース1においては0.054 sec，ケース2においては0.19 secとして安定限界となるときの動揺を用いている。これは，とくに問題となる安定限界付近での各モードの影響について，両者間での比較を行いやすくするためである。ケース1においてはモード2の影響がほとんど見られないことが分かる。そのため，単一モードでの近似で高い精度が得られる。これに対し，ケース2においてはモード2の影響が少なからず現れていることが分かる。このように複数のモードが含まれる動揺を単一モードで近似した結果，近似精度が悪化したと考えられる。

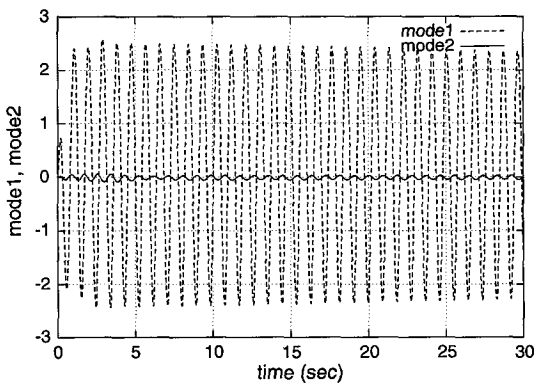


図5.4 モードの動揺（ケース1）

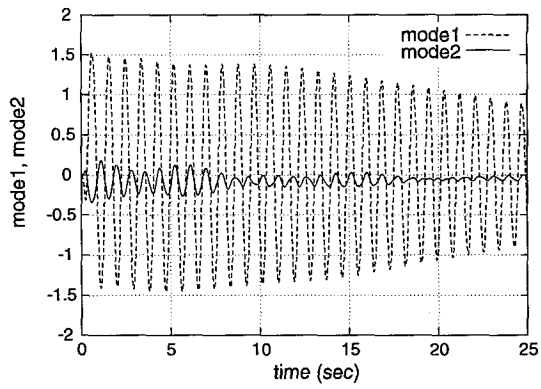


図5.5 モードの動揺（ケース2）

5.3.3　連成振動モデルを用いた解析

5.2 節で提案した手法をケース 2 に対して適用し，近似度の改善を試みる。$\dot{x}_1$ の値に関して (5.4) 式で表される連成振動モデルで近似したときの最小二乗法における残差平方和は 1.750×10^{-10} となり，単振動モデルを用いた場合の 4.061×10^{-4} と比較して残差が非常に小さくなっており，高い精度でモデル化できていることが分かる。

図 5.6 は (5.5) 式の行列 A について求めた固有ベクトルを用いてモードの動揺を求めた結果である。図 5.5 と比較すると傾向が非常によく一致しており，連成振動モデルによって原システムの特性がよく表されていることがわかる。また，系統を記述する微分方程式を用いて AUTO によって求めた分岐図を図 5.7 に示す。ここではモード 1 に寄与の大きい発電機 3 の機械入力をパラメータとした。Hopf 分岐点からは不安定平衡点を取り囲む形で安定周期軌道が形成されているが，パラメータの変化に伴い周期軌道の安定性が変化し不安定周期軌道が形成されていることが分かる。ここでは，安定性が変化する点において，Floquet 乗数の 1 つが正の実軸に沿って単位円を横切り，cyclic fold 分岐を生じている（2.2.3 節参照)。図 5.8 は単振動モデルにおいて k_1 をパラメータとしたときの分岐図で，図 5.9 は連成振動モデルにおいて α_1 をパラメータとしたときの分岐図である。4.4.2 節で示したように固有値実部と機械入力の関係がほぼ線形であることから，結果の比較を容易にするため k_1 および α_1 を P_{m3} に変換して示している。単振動モデルでは Hopf 分岐の特性は原システムとよく一致しているが，周期軌道の安定性は変化していない。これに対し，連成振動モデルでモード間の影響を考慮した結果，周期軌道の安定性が変化する特性が見られるようになり，この特性が原システムとよく一致していることは非常に興味深い性質である。また，表 5.3 は動作点の周りに形成される不安定周期軌道の大きさを比較した結果を示しており，よく一致していることが確認できる。近似システムから求まる不安定周期軌道を位相平面上に示すと図 5.10 となる。同図には故障発生時の応答も示しており，故障持続時間 0.19 sec で安定，0.20 sec で不安定となる。精度よく求められていることから，4 次非線形連成振動モデルを用いた手法が有効であることが確認できる。

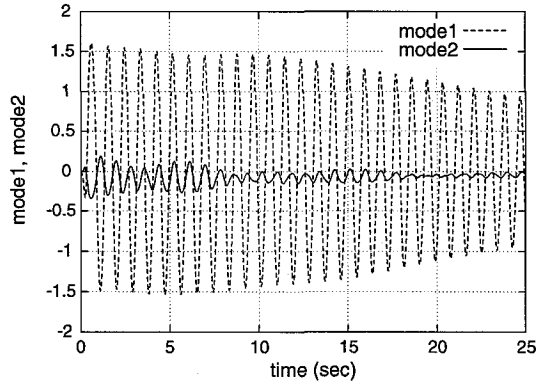


図 5.6　モードの動揺（近似システム）

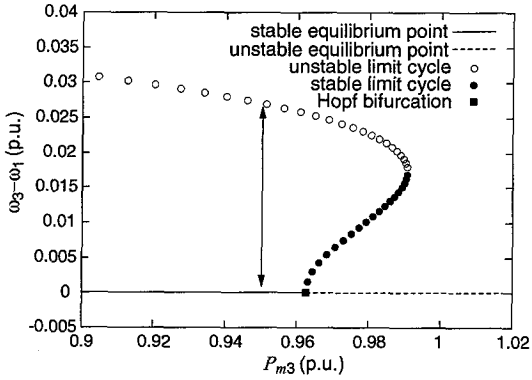


図 5.7 分岐図（原システム）

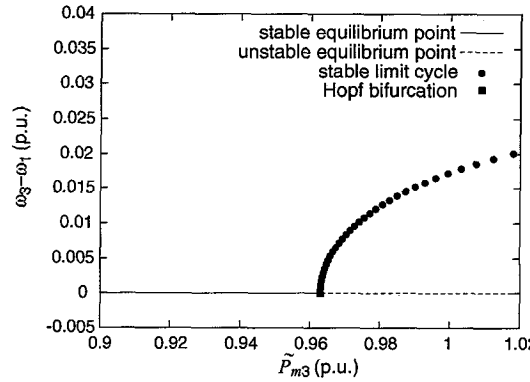


図 5.8 分岐図（2 次システム）

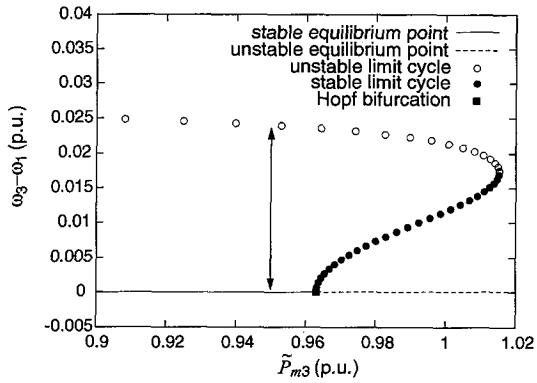
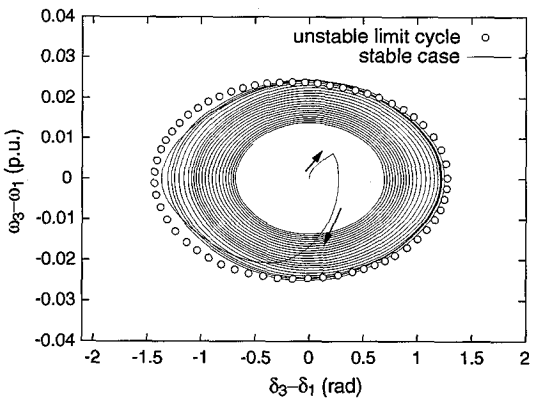


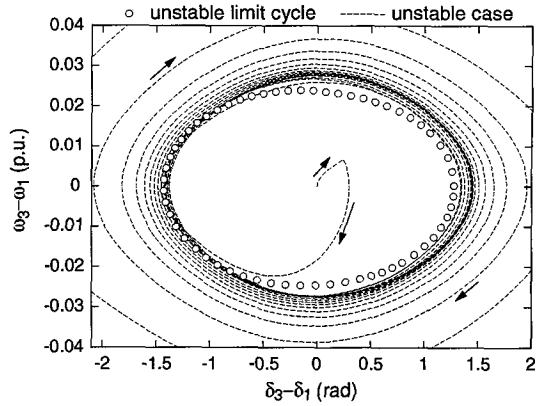
図 5.9 分岐図（4 次システム）

表 5.3 $\omega_{\max}$ および $\delta_{\max}$ の比較

	$\omega_{\max}$ (p.u.)	$\delta_{\max}$ (rad)
original system	0.027	1.395
approximate system	0.024	1.277



(a) 安定な場合



(b) 不安定な場合

図 5.10 位相平面上での応答と不安定周期軌道

5.4 高次の非線形項を考慮した 2 次多項式モデルとの比較

図 5.7 に示したような分岐特性を持つシステムにおいては高次の非線形性が影響していることが考えられる。5 次までの非線形性を考慮した場合，標準形は極座標で次式により表される。

$$\begin{aligned}\dot{r} &= (d\mu + a_1 r^2 + a_2 r^4)r \\ \dot{\theta} &= \omega + c\mu + b_1 r^2 + b_2 r^4\end{aligned} \tag{5.11}$$

そこで，(4.5), (4.6) 式で表される 2 次の多項式近似モデルにおいて 4 次および 5 次の非線形項を考慮した高次モデルを考える。

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &\approx \sum k'_{ij} {x_1}^i {x_2}^j \\ \dot{x}_2 &= x_1\end{aligned} \tag{5.12}$$

ただし，$i = 0, \cdots, 5$, $j = 0, \cdots, 5 - i$, $k'_{00} = 0$ である。

このモデルを用いてケース 2 の解析を行った結果，最小二乗法における残差平方和は 1.982×10^{-6} となった。3 次までの非線形性を考慮した場合と比較して近似精度は向上しているが，5.3.3 節で示した非線形連成振動モデルを用いた場合のような大幅な向上は見られない。図 5.11 は 5 次までの非線形性を考慮した単振動モデルにおいて k'_{10} をパラメータとして，P_{m3} に変換したときの分岐図である。図 5.8 と同様，Hopf 分岐点近傍の特性は原システムと一致しているが，周期軌道の安定性は変化していないことが分かる。以上より，解析対象のくし形系統における周期軌道の特性変化は高次の非線形性の影響によるものではなく，2 つのモードが近づいたことによって互いの影響が強く現れたことが影響していると考えられる。この特性が，3 次までの非線形性を考慮した 4 次連成振動モデルによって正しく説明されることが以上の解析より明らかになった。

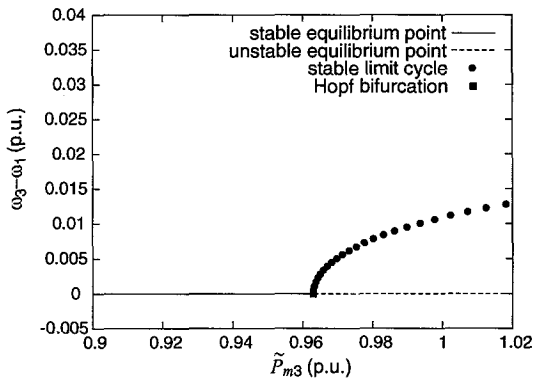


図 5.11 分岐図（高次モデル）

5.5 励磁系リミタ考慮のための軌道安定性指標に着目した分岐特性の解析

5.5.1 単振動モデルにおけるリミタの考慮

単一のモードに着目した単振動モデルは

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &\approx k_1x_1 + k_2x_2 + k_3{x_1}^2 + k_4{x_2}^2 + k_5x_1x_2 \\ &\quad + k_6{x_1}^3 + k_7{x_2}^3 + k_8{x_1}^2x_2 + k_9x_1{x_2}^2 \\ \dot{x}_2 &= x_1\end{aligned} \tag{5.13}$$

で与えられた。ここで，(5.13) 式の線形部

$$A = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.14}$$

が共役な複素固有値 $\lambda = \alpha \pm j\beta$ $(\beta > 0)$ を持ち，その固有ベクトルを $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{p} \pm j\boldsymbol{q}$ とする。ここで，行列 T を

$$T = [\boldsymbol{p}, -\boldsymbol{q}] \tag{5.15}$$

で定める。このとき，

$$\boldsymbol{x} = T\boldsymbol{z} \tag{5.16}$$

によって，(5.13) 式は

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= \alpha y_1 - \beta y_2 + a_3{y_1}^2 + a_4{y_2}^2 + a_5y_1y_2 + a_6{y_1}^3 + a_7{y_2}^3 + a_8{y_1}^2y_2 + a_9y_1{y_2}^2 \\ \dot{y}_2 &= \beta y_1 + \alpha y_2 + b_3{y_1}^2 + b_4{y_2}^2 + b_5y_1y_2 + b_6{y_1}^3 + b_7{y_2}^3 + b_8{y_1}^2y_2 + b_9y_1{y_2}^2\end{aligned} \tag{5.17}$$

の形に変換できる。さらに標準形理論 [2] によって (5.17) 式は，

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= \alpha y_1 - \beta y_2 + (ay_1 - by_2)({y_1}^2 + {y_2}^2) \\ \dot{y}_2 &= \beta y_1 + \alpha y_2 + (ay_2 + by_1)({y_1}^2 + {y_2}^2)\end{aligned} \tag{5.18}$$

の形に変換でき，これを極座標で表すと (2.5), (2.6) 式となる。(5.18) 式における a, b の値と (5.17) 式の各係数 a_i, b_i との関係は (2.9), (2.10) 式を用いると，

$$\begin{aligned}a &= \frac{1}{8}(3a_6 + 3b_7 + b_8 + a_9) + \frac{1}{8\beta}(a_3a_5 + a_4a_5 - b_3b_5 - b_4b_5 - 2a_3b_3 + 2a_4b_4) \\ &= \sum_{i=1}^{4} p_{3i} + \sum_{j=1}^{6} p_{2j}\end{aligned} \tag{5.19}$$

$$\begin{aligned}b &= \frac{1}{8}(3b_6 - 3a_7 - a_8 + b_9) + \frac{1}{24\beta}(-4{a_3}^2 + 4{b_4}^2 - {a_5}^2 - {b_5}^2 - 10{b_3}^2 \\ &\quad - 10{a_4}^2 + a_4b_5 + a_5b_3 + 5a_3b_5 + 5a_5b_4 - 10a_3a_4 - 10b_3b_4)\end{aligned} \tag{5.20}$$

で与えられる [14]。a, b はそれぞれ標準形への変換によって除去できない高次項の係数の実部および虚部に相当する。2.2.2 節で述べたように，形成される非線形周期軌道の安定性は (5.19) 式の a の符号によって定まる。(5.19) 式において，右辺第 1 項 p_{3i} には (5.17) 式の 3 次の非線形項，第 2 項 p_{2j} は 2 次の非線形項の各係数が含まれていることが分かる。ここで，p_{3i} と p_{2j} の絶対値を比較した場合，p_{2j} の分母に β ($\beta \sim 7$) があることから p_{2j} の値は小さく，a に対しては p_{3i} の寄与が大きいと考えられる。したがって，周期軌道の安定性を定める a の振る舞いについては，p_{3i} の各項を調べればよいと考えられる。非線形周期軌道は主に励磁系の影響によって形成されることから，a に対して特に寄与が大きくなる項と励磁系の特性に大きな関連性があると考えられる。したがって，この項に対してリミタを設けることで原システムにおいて励磁系リミタを設けたときの特性を表現できると考えられる。ただし，このとき，励磁系のリミタは解析対象とする発電機のものしか考慮できない。しかし，解析の対象としているくし形系統における不安定動揺に対しては系統の両端の発電機の寄与が大きい。大域的安定度が問題となるような大擾乱発生時には故障点に近い発電機が大きく動揺することになるため，端部の発電機至近端での故障を想定し，その発電機を解析対象としてその励磁制御系のリミタを考慮することとした。

5.5.2 連成振動モデルにおけるリミタの考慮

モード間の相互作用を考慮して構成した 4 次非線形連成振動モデルは，

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &\approx \sum c_{aijkl} {x_1}^i {x_2}^j {x_3}^k {x_4}^l \\
\dot{x}_2 &= x_1 \\
\dot{x}_3 &\approx \sum c_{bijkl} {x_1}^i {x_2}^j {x_3}^k {x_4}^l \\
\dot{x}_4 &= x_3
\end{aligned}
\tag{5.21}
$$

で与えられた。ただし，単振動モデルにおける係数との混同を避けるために，各項の係数は c_{aijkl}, c_{bijkl} で示している。

ここで，(5.21) 式は (5.6) 式の変換行列 T を用いて

$$
\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= \alpha_1 y_1 - \beta_1 y_2 + \sum d_{aijkl} {y_1}^i {y_2}^j {y_3}^k {y_4}^l \\
\dot{y}_2 &= \beta_1 y_1 + \alpha_1 y_2 + \sum d_{bijkl} {y_1}^i {y_2}^j {y_3}^k {y_4}^l \\
\dot{y}_3 &= \alpha_2 y_3 - \beta_2 y_4 + \sum d_{cijkl} {y_1}^i {y_2}^j {y_3}^k {y_4}^l \\
\dot{y}_4 &= \beta_2 y_3 + \alpha_2 y_4 + \sum d_{dijkl} {y_1}^i {y_2}^j {y_3}^k {y_4}^l
\end{aligned}
\tag{5.22}
$$

の形に変換できる。ただし，α_i, β_i $(i = 1, 2)$ はそれぞれ線形部の固有値実部および虚部である。

標準形への変換の過程において除去できない項について，3 次の非線形項の係数からな

る部分の実部を示すと，

$$
\begin{aligned}
a_1 &= \frac{1}{8}(3d_{a3000} + 3d_{b0300} + d_{b2100} + d_{a1200}) \\
&= \sum_{i=1}^{4} q_i
\end{aligned}
\tag{5.23}
$$

となる。連成振動モデルの分岐特性はこれらの係数によって説明されると考えられる。これらの中で最も寄与の大きい項を制限することで，励磁系リミタの効果を定性的に表現することができると考えられる。

5.5.3 モデル系統を対象とした解析

ここでは，5.3.1節で示した3機くし形系統において励磁系リミタを考慮した場合について，近似モデルを構成して分岐特性を求め，Parkモデルを用いた厳密な数値解析から得られた特性との比較を行う。系統定数，AVRの設定，初期運転点，故障条件は5.3.1節で示したものと同一のものを用いる。なお，励磁系リミタに関しては，故障が発生した送電線に近い発電機が大きく動揺することから，解析対象とする発電機3に設置されたAVRのリミタを考慮している。

ケース1において，系統を記述する微分方程式を用いて汎用の非線形動特性解析プログラムAUTO [13] によって求めた分岐図を図5.12に示す。ここではモード1に寄与の大きい発電機3の機械入力をパラメータとした。励磁制御系を制限なく出力させた場合，Hopf分岐点からは安定平衡点を取り囲む形で不安定周期軌道が形成されている。一方，励磁系リミタを設定した場合は，周期軌道の安定性が変化して安定周期軌道が形成されていることが分かる。

ケース1については，モード2の寄与が大きくないため2次単振動モデルによる解析が可能である。故障時間0.01 secの微小な擾乱を系統に与えたときの動揺データから(5.13)式を構成し，これを(5.17)式に変換して(5.19)式の右辺の各項を計算した結果を表5.4に示す。p_{2j} の寄与は p_{3i} に比べて小さく，a に対しては p_{3i} の寄与が大きいことが

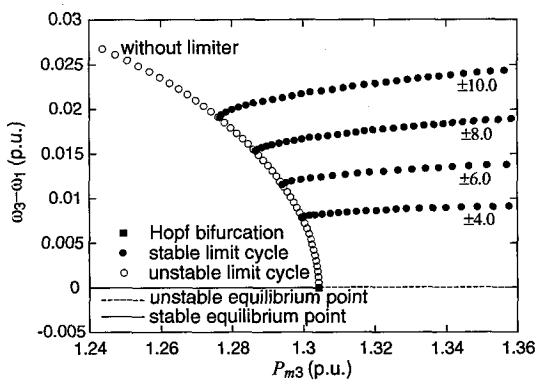


図5.12 分岐図（ケース1，原システム）

表 5.4 p_i の値

p_{31}	0.00203
p_{32}	−0.00227
p_{33}	0.00507
p_{34}	−0.00434
p_{21}	−0.00041
p_{22}	−0.00135
p_{23}	0.00041
p_{24}	0.00137
p_{25}	−0.00009
p_{26}	0.00101

表 5.5 q_i の値

	case1	case2
q_1	0.00279	−0.00220
q_2	−0.00261	−0.00633
q_3	0.00474	0.01577
q_4	−0.00434	−0.01667

分かる。なお，(5.19) 式において $\beta = 6.94$ であった。さらに，p_{3i} の中では絶対値で比較した場合，p_{33} と p_{34} が同程度に寄与している。すでに述べたように，周期軌道の形成には励磁制御系が大きく関与し，大域的安定領域を大幅に狭める要因となっている。一方，励磁系のリミタは発散振動系において制動効果をもたらすことが報告されている [15, 16]。これより，軌道安定性指標 a に対して寄与が大きく，$p_{3i} > 0$ となる項に対してリミタを考慮することで励磁系リミタの効果を表現できると考えられる。ここでは，p_{33} が分岐特性に大きく関与していると仮定し，この項に対してリミタを設けた場合の分岐特性を求めて，原システムで得られた特性との比較を行うこととする。

図 5.13 は，単振動モデルにおいて α をパラメータとしたときの分岐特性であり，α を P_{m3} に変換して示している。図 5.12 と比較して，リミタを設けたときの分岐特性の変化の傾向がよく一致していることが分かる。ただし，原システムにおける励磁系リミタと近似システムに設けたリミタでは物理的な意味が異なるので，設定したリミタの値は両者で異なる。このように，軌道安定性指標 a に対して寄与の大きい項にリミタを設けることで励磁系リミタの効果を定性的に表現できることが確認できた。

次に，ケース 1 に対して 4 次非線形連成振動モデルを用いて解析を行う。表 5.5 は (5.23) 式の各項を求めた結果を示しており，第 3 項の寄与が大きいことが分かる。この項に対してリミタを設けた場合の分岐図を図 5.14 に示す。分岐特性の変化の傾向が図 5.12 とよく一致していることから，連成振動モデルにおいても手法の有効性が確認された。

次に，ケース 2 に対して手法の適用を試みる。AUTO を用いて求めた分岐特性を図 5.15 に示す。励磁制御系のリミタを考慮しない場合，Hopf 分岐点からは安定周期軌道が形成されているが，パラメータの変化に伴い cyclic fold 分岐を生じ，周期軌道の安定性が変化して不安定周期軌道が形成されることはすでに示した。ケース 2 においては，モード 2 の寄与が大きくなっており，単振動モデルでは周期軌道の安定性変化を評価できないことが分かっているため，連成振動モデルを構成して解析を行う。(5.23) 式の各項は表 5.5

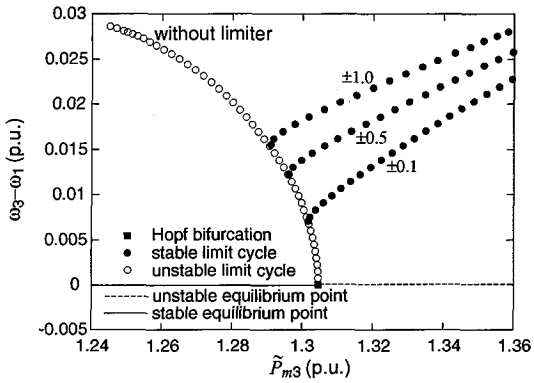


図5.13 分岐図（ケース1，2次システム）

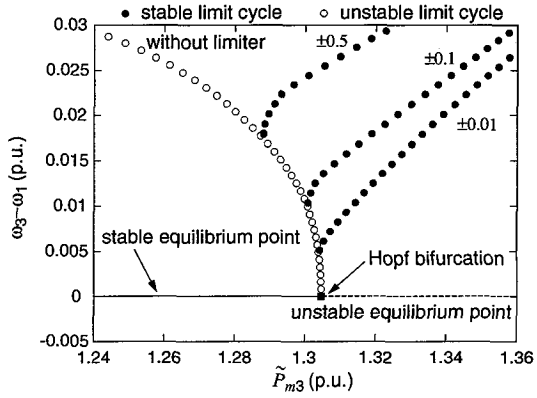


図5.14 分岐図（ケース1，4次システム）

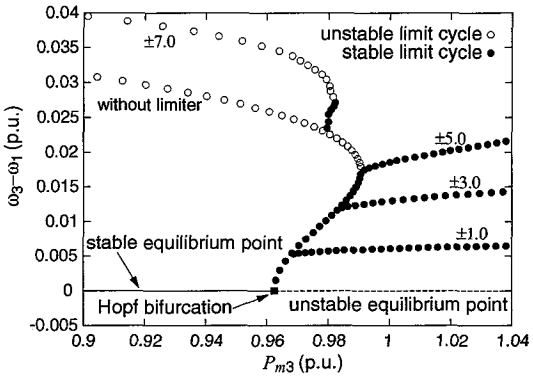


図5.15 分岐図（ケース2，原システム）

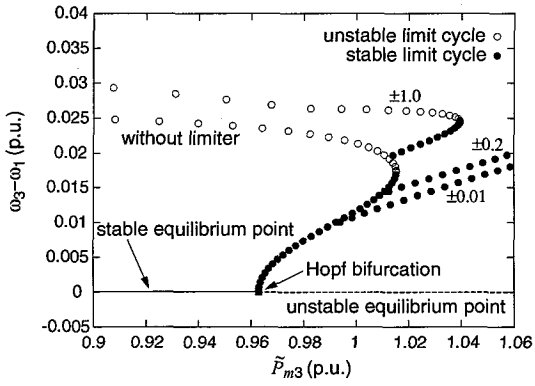


図5.16 分岐図（ケース2，4次システム）

に示されており，第3項の寄与が大きいことから，この項に対してリミタを設けた。このときの分岐特性は図5.16となり，変化の傾向が図5.15とよく一致していることから，モード間の相互作用が強くなるケースにおいても手法が有効であることが分かった。

以上のように，軌道安定性指標に寄与の大きい項に着目することで励磁形リミタの効果を評価できることが分かった。これに対し，第4章で述べた方法は，励磁系の影響分を分離して解析を行うため，物理的解釈が容易であった。また，リミタを考慮するためのモデルの導出も容易であったが，励磁系が動作していないときの特性が得られない場合がある。本章で提案する手法においてはこの問題が解決されているものの，特性を得るためには複数回の座標変換が必要となるため，物理的意味が把握しにくく計算も複雑になるといった欠点がある。

5.6 結言

本章では，複数モードを考慮して構成した非線形連成振動モデルを用いたHopf分岐特性の解析方法について検討を行った。本章で得られた結果を以下に要約する。

- 多機系統において複数モードが支配的となる場合における非線形動特性の数値的解

析手法として，連成振動モデルを構成する方法を提案した。本論文では，パラメータ変化に伴い不安定となる電力動揺モード，およびそのモードに相互作用する電力動揺モードの 2 つのモードに着目した 4 次非線形連成振動モデルを構成した。また，構成したモデルに対して非線形動特性解析プログラムを用いて解析を行うための変換方法について述べた。

- 多機くし形連系系統を対象として手法を適用し，厳密解との比較を行った。複数のモードが支配的となる場合，単振動モデルを用いた解析ではモデルの近似度が悪化し，分岐特性も正確に把握することが困難となることを示した。一方，二振動系の相互作用を考慮した 4 次非線形連成振動モデルを構成することにより，モデルの近似度が大幅に改善され，分岐特性および不安定周期軌道によって定まる大域的安定領域を良好に評価できることが確認できた。
- 単振動モデルにおいて高次の非線形性を考慮した場合との比較を行った。周期軌道の特性変化が高次の非線形性によるものではなく，2 つのモード間の相互作用によって生じたものであることがわかり，この特性が連成振動モデルによって正しく説明されることが確認された。
- 単振動モデルおよび連成振動モデルにおいて励磁制御系のリミタを考慮する方法を述べた。軌道安定性指標，すなわち標準形への変換の過程において除去できない高次項に寄与の大きい項を制限することで，励磁系リミタの効果を定性的に評価できることが確認された。第 4 章で述べた手法では，系統の構成によって励磁電圧一定時の特性が得られない場合があるが，本手法によってこの問題は解決される。しかし，特性を得るためには複数回の座標変換が必要となるため，物理的解釈が困難となりその導出も複雑となる。

参考文献

[1] 垣本 直人：「長距離くし形系統の内部共振による長周期動揺不安定性」，電気学会論文誌 B，115 巻, 3 号, pp.219–226, 1995.

[2] S. Wiggins, “Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos,” Springer-Verlag, New York, 1990.

[3] J. Guckenheimer and P. Holmes, “Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields,” Springer-Verlag, New York, 1983.

[4] C. -M. Lin, V. Vittal, and W. Kliemann, “Investigation of modal interaction and its effects on control performance in stressed power systems using normal forms of vector fields,” IEEE Trans. on Power Systems, Vol.11, No.2, pp.781–787, 1996.

[5] G. Jang, V. Vittal, and W. Kliemann, “Effect of nonlinear interaction on control performance: Use of normal forms technique on control design - Part I: General

theory and procedure," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.13, No.2, pp.401–407, 1998.

[6] G. Jang, V. Vittal, and W. Kliemann, "Effect of nonlinear interaction on control performance: Use of normal forms technique on control design - Part II: Case studies," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.13, No.2, pp.408–413, 1998.

[7] 天野 博之・熊野 照久・井上 俊雄・谷口 治人：「多機系統における非線形性を考慮した動揺安定性指標の提案」，電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会資料, PE-01-44, PSE-01-38, 2001.

[8] 天野 博之・熊野 照久・井上 俊雄：「多機系統における非線形性を考慮した動揺安定性指標の提案（続報）－くし形系統における内部共振への適用－」，電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会資料, PE-02-113, PSE-02-123, 2002.

[9] 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：「非線形連成振動モデルを用いた多機くし形系統における Hopf 分岐特性の解析」，電気学会論文誌 B, 123 巻, 12 号, pp.1454–1461, 2003.

[10] 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：「連成振動モデルを用いた電力系統非線形動特性の解析」，電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会資料, PE-03-91, PSE-03-102, 2003.

[11] 佐藤 和紀・若林 敏雄：「振動・波動・電磁波入門」，産業図書，1995

[12] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, "Numerical recipes in C : the art of scientific computing," Cambridge University Press, 1992.

[13] E. J. Doedel, A. R. Champneys, T. F. Fairgrieve, Y. A. Kuznetsov, B. Sandstede, and X. Wang, "AUTO97: Continuation and bifurcation software for ordinary differential equations (with HomCont)," Technical report, Department of Computer Science, Concordia University, Montreal, Canada, 1997.

[14] Y. Chen and A. Y. T. Leung, "Bifurcation and Chaos in Engineering," Springer-Verlag, London, 1998.

[15] W. Ji and V. Venkatasubramanian, "Hard-limit induced chaos in a fundamental power system model," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.18, No.5, pp.279–295, 1996.

[16] Z. Jing, D. Xu, Y. Chang, and L. Chen, "Bifurcations, chaos, and system collapse in a three node power system," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol.25, No.6, pp.443–461, 2003.

第6章

電気学会標準モデルへの適用

6.1 緒言

我が国の西日本 60Hz 系統はくし形系統構成が特徴的であり，各電力会社の系統を 500kV 送電線で連系し，東西に 1000km を超える広域連系を実施している。このため，系統構成としては東西に長く延びたくし形系統となっている。西日本系統においては，周期が 2 ～ 5 秒の長周期動揺の存在が実測により知られている [1]。また，近年，GPS を用いた多地点同期位相計測システムを構築して系統の位相情報を実測する試みがなされており，西日本系統における長周期動揺の解析が行われている [2]。このような特徴的な電力系統に対する解析技術などを評価するための標準系統モデルとして，電気学会において WEST10 機系統モデルおよび WEST30 機系統モデルが作成されている [3]。

本章では，電気学会標準モデルを対象として多項式近似モデルを用いた電力系統大域的安定領域の解析手法を適用し，その非線形動特性の解析を試みる。標準モデル系統は，発電機数が 10 機あるいは 30 機と多く，系統構成も複雑となっているため，系統に擾乱が発生したときの振舞いはこれまでの解析対象系統と比較して非常に複雑になることが推測される。また，系統規模が大きいため，汎用の非線形動特性解析プログラムを用いた解析も困難となる。しかし，くし形連系系統においては両端の発電機間で互いに逆方向に動揺する弱減衰の長周期動揺が不安定になる傾向があり，本論文で述べている非線形周期軌道によって定まる大域的安定領域との関連は十分にあると考えられる。一方，大規模なくし形系統においては，不安定となる長周期モードと次に不安定となる電力動揺モードの 2 つのモード間の相互作用が生じやすくなることは既に前章で述べた。

そこで，この 2 つのモードに着目して非線形連成振動モデルを構成することによって分岐特性を解析できると考えられるが，このとき，着目するモードに対して寄与の大きい発電機の選定が問題となる。前章までの解析においては，小規模なモデル系統を解析対象としていたため，その選定は容易であった。本章では，微分方程式の線形部から得られる線形の寄与率を用いて寄与の大きい発電機の選定を行っている。その結果を基に連成振動

モデルを構成して非線形動特性の解析を行った。前述のように，汎用の非線形動特性解析プログラムを用いた解析は困難であるため，ここでは，幾つかの設定に対してシミュレーションによる検証を行った。その結果，得られた分岐特性が妥当であることが確認され，不安定周期軌道によって定まる大域的安定領域も良好に評価できることが分かった。以下に，その詳細を述べる。

6.2 モデル系統の構成とシミュレーション条件

6.2.1 電気学会 WEST10 機系統モデル

図 6.1 は WEST10 機系統モデルを示しており，60Hz 系統を発電機 10 機のくし形系統で模擬し，くし形系統の特徴である数秒の長周期動揺が現れるように系統パラメータを調整した系統モデルである。

発電機モデルとしては，Park モデルのうち，一般円筒機とダンパーを有する突極機用として最も一般的に用いられている d 軸と q 軸に各々 1 個の制動回路を考慮したモデルを使用する。WEST10 機系統においては，発電機として大容量火力機を想定している。また送電線は，π 型の等価回路で表現し，インピーダンスとしては，鋼心耐熱アルミ合金より線（TACSR）810mm^2・4 導体の 500kV 系統におけるインピーダンスを標準として用いる。ここでは，発電機制御器として，励磁系について図 6.2 で示される回転形励磁機用モデルを考慮する。なお，調速機は考慮していない。

系統定数は表 6.1 のように設定し，全て同じ定数を持つものとした。昼間断面における発電機定格容量および定格出力を表 6.2 に示す。また，各母線の負荷情報は付録の付表 6.1 に示している。系統の負荷特性は電圧および周波数特性を持ち，有効電力については定電流特性，無効電力については定インピーダンス特性とした。

$$P_L = P_0 \left(\frac{V}{V_0}\right) \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{1.998} \tag{6.1}$$

$$Q_L = Q_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 \tag{6.2}$$

ただし，P_0, Q_0 はそれぞれ初期有効・無効電力負荷，V_0 は初期電圧，ω_0 は周波数の初期値（1.0 p.u.）である。

このようなくし形連系系統では互いに逆方向に動揺する両端の発電機間での長周期モードが支配的になりやすい。そこで，発電機 1 の至近端での三相地絡故障を想定し，発電機 1 に設置された AVR のリミタを考慮する。運転条件は付表 6.1 に示した昼間の一潮流断面において母線 2 の負荷が 1600 MW 増加し，発電機 1 の機械的入力を $P_{m1} = 15100$ (MW) として線路 1-2 が重潮流になった状態を想定する。

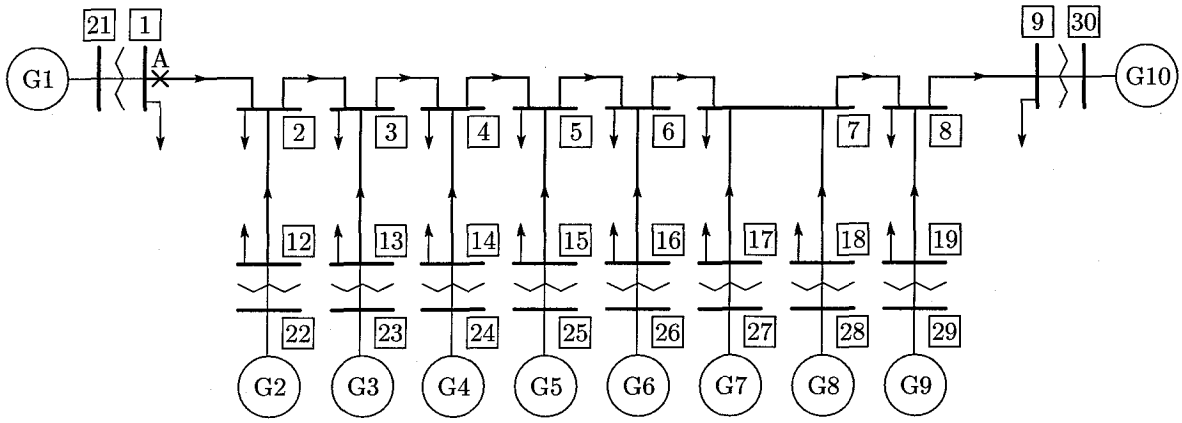


図 6.1 WEST10 機系統モデル

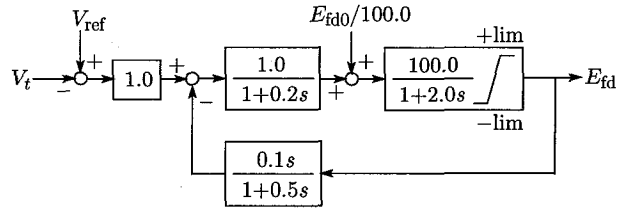


図 6.2 励磁系モデル

表 6.1 系統の諸定数

Generator: Park's 5th model, 1000MVA base		
$x_d = 1.70$ (p.u.)	$x'_d = 0.35$ (p.u.)	$x''_d = 0.25$ (p.u.)
$x_q = 1.70$ (p.u.)	$x''_q = 0.25$ (p.u.)	$T'_d = 1.00$ (s)
$T''_d = 0.03$ (s)	$T''_q = 0.03$ (s)	$M = 7.00$ (s)
$T_a = 0.40$ (s)	$X_L = 0.225$ (p.u.)	$V_{\mathrm{ref}} = 1.03$ (p.u.)
Transmission System: 1000MVA, 500kV base		
Impedance: $Z = 0.0042 + j0.126$ (p.u.)/100km		
Admittance: $jY/2 = j0.061$ (p.u.)/100km		
Transformer: $x_t = 0.14$ (p.u.)		
Line to Generator: 50km (G8:100km)		
Interconnected Line: 100km		

表 6.2 発電機定格容量および定格出力

	Rated Capacity (MVA)	Rated Output (MW)
G1	15,000	13,500
G2, G3, G4, G5, G6, G7, G9	10,000	9,000
G8	5,000	4,500
G10	30,000	27,000
Total	120,000	108,000

6.2.2 電気学会 WEST30 機系統モデル

図 6.3 に示す WEST30 機系統モデルでは，長周期動揺の実現だけでなく，系統構成に関してもより実系統に近づけるために，昼間断面のデータを元に縮約により作成されている。そのため，60Hz 系統内に存在する部分的なループ構成も考慮されている。送電線定数については，リアクタンス値のみ縮約結果を用い，抵抗分およびアドミタンス分については，標準として用いられている TACSR810mm^2・4 導体の比率で置き換えられている。WEST30 機系統は水力機 5 機（うち 4 機は揚水機），原子力機 2 機，火力機 23 機から構成される。また，発電機制御器として，全ての発電機に図 6.2 で示される AVR を考慮する。また，水力機（G2, G8, G14, G24, G25）には図 6.4 で示されるガバナを，原子力機（G16, G30）および火力機（それ以外）には図 6.5 で示されるガバナを考慮する。発電機の本体定数，発電機関連データ，変圧器，線路インピーダンス，負荷の情報はそれぞれ付録の付表 6.2 ～ 付表 6.6 に示している。系統の負荷特性は WEST10 機系統と同様に有効電力については定電流特性，無効電力については定インピーダンス特性とした。

運転条件として，昼間の一潮流断面において母線 1550 の負荷が 300 MW 増加し，発電機 1 の機械的入力を $P_{m1} = 8620$ (MW) として融通電力が 300MW 増加した状態をケース 1，母線 1550 の負荷が 1300 MW 増加し，発電機 20 の機械的入力を $P_{m20} = 5930$ (MW) として融通電力が 1300MW 増加した状態をケース 2 とする。

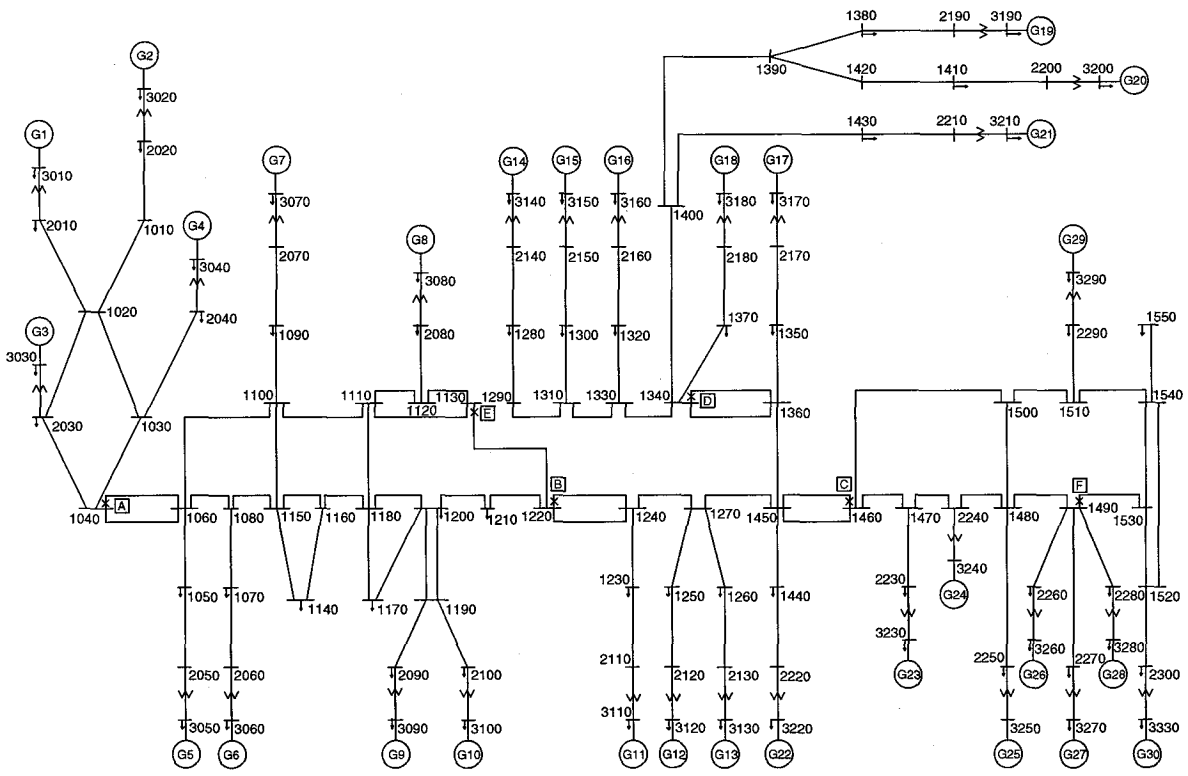


図 6.3 WEST30 機系統モデル

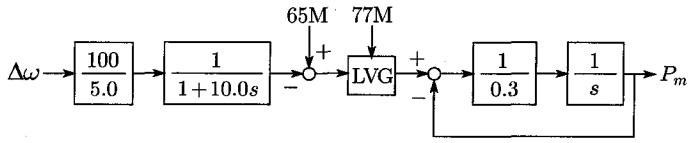


図 6.4 調速機系モデル（水力機用）

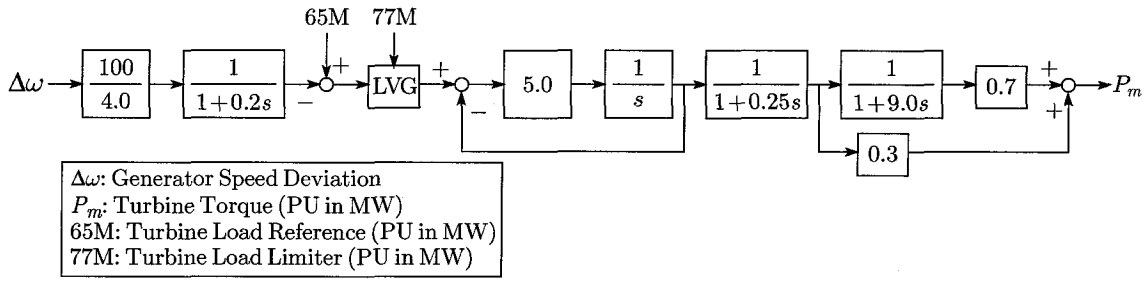


図 6.5 調速機系モデル（火力・原子力機用）

なお，以下の解析においては，汎用の電力系統シミュレーションソフトウェア EUROSTAG を用いている。本ソフトウェアでは，発電機モデルとして Park モデルが使用されている。また，数値積分手法として，ADAMS 法と BDF (Backward Differential Formula：後退差分公式) 法 [4] を組み合わせて用いており，数値誤差評価に基づく積分刻みの自動調整が可能である。固有値計算も可能であり，運転点の周りで線形化して状態方程式の A 行列を求め，この行列を用いて QR 法により計算する [5]。

6.3 寄与率を用いた不安定モードに寄与の大きい発電機の選定

非線形連成振動モデルを用いた解析を行うためには，2 つの不安定モードに対して寄与の大きい発電機を選定する必要がある。発電機と各モードとの寄与の大きさを表す指標として，2 次の非線形項の効果を考慮できる非線形寄与率 [6] が提案されているが，その算出方法は複雑である。また，その適用には，発電機モデルとして過渡リアクタンス背後電圧一定モデルを用いる，負荷として定インピーダンス負荷を仮定するなどの条件が必要となる。したがって，本論文で重要となる励磁系の影響を適切に評価することが困難であると考えられる。そこで，ここでは，導出が容易な線形の寄与率 [7] を用いる。この場合，微分方程式の線形部を用いて導出できるため，励磁系の影響も考慮される。運用点が Hopf 分岐点に近く非線形性が強い状態において，その効果を定量的に評価する指標として用いるには十分ではないが，発電機選定の際の一つの指標として用いることは可能であると考えられる。

電力システムを記述する微分方程式

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, p),\ \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n,\ p \in \mathbf{R} \tag{6.3}$$

を平衡点 $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_1$ の周りで線形化する。

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x},\ A \equiv D_x(\boldsymbol{x}_1, p_1) \tag{6.4}$$

行列 A の右固有ベクトル $\boldsymbol{u}_i$ および左固有ベクトル $\boldsymbol{v}_i$ は次式で定義される。

$$A\boldsymbol{u}_i = \boldsymbol{u}_i\lambda_i, \boldsymbol{u}_i \neq 0 \tag{6.5}$$

$$\boldsymbol{v}_i{}^T A = \lambda_i \boldsymbol{v}_i{}^T, \boldsymbol{v}_i \neq 0 \tag{6.6}$$

ここで，λ_i は行列 A の i 番目の固有値である。ただし，固有ベクトルは

$$\boldsymbol{v}_i{}^T \boldsymbol{u}_j = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{6.7}$$

を満たすように正規化する。このとき，寄与率 p_{ki} は

$$p_{ki} = u_{ki} v_{ik} \tag{6.8}$$

で与えられる [7]。寄与率 p_{ki} はモード i に対する状態変数 x_k の寄与の大きさを表す。(6.7) 式が満たされるとき，寄与率行列 $P = \{p_{ij}\}$ の各列および各行についてその総和を取ると常に 1 となる。そのため，寄与率は無次元数であり，単位の取り方に依存しない指標となる。

ここで，WEST10 機系統に対して前節で示した運転条件において EUROSTAG の固有値計算機能を用いて固有値を求めた。表 6.3 は発電機の動揺モードに対応する固有値を示しており，周期の長いものから順にモード 1，モード 2，・・・としている。ここでは，周期が約 3.66 秒の長周期モード 1 が最も支配的であることが分かる。また，モード 1 とモード 2 については固有値虚部，すなわち周波数の比がほぼ 1:2 となっており，この場合モード間に相互作用を生じやすくなることが知られている [8]。

一方，図 6.6 は，5.3.2 節で述べた方法によりモード 1, 2 および 3 の動揺を求めた結果である。ただし，故障除去時間を 0.01 sec として安定限界となるときの動揺を用いてい

表 6.3 動揺モードに対応する固有値

mode1	$-0.04699 \pm j1.71537$
mode2	$-0.14928 \pm j4.04289$
mode3	$-0.18360 \pm j5.29737$
mode4	$-0.25017 \pm j6.15515$
mode5	$-0.30710 \pm j6.63787$
mode6	$-0.33144 \pm j6.80811$
mode7	$-0.34976 \pm j6.93128$
mode8	$-0.36361 \pm j7.01684$
mode9	$-0.50772 \pm j7.74746$

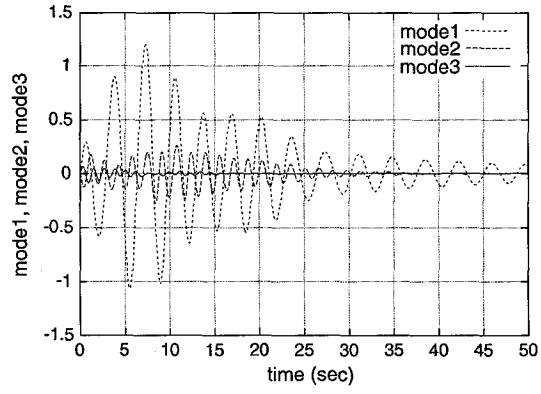


図 6.6 モードの動揺

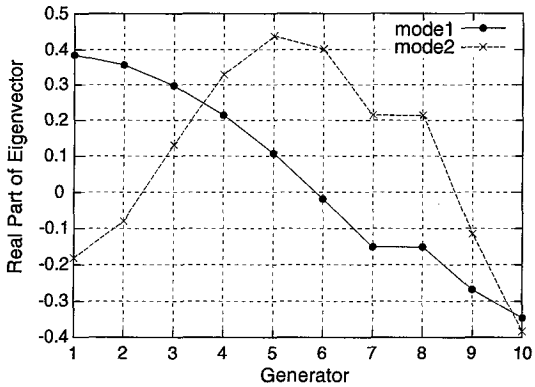


図 6.7 モードの形

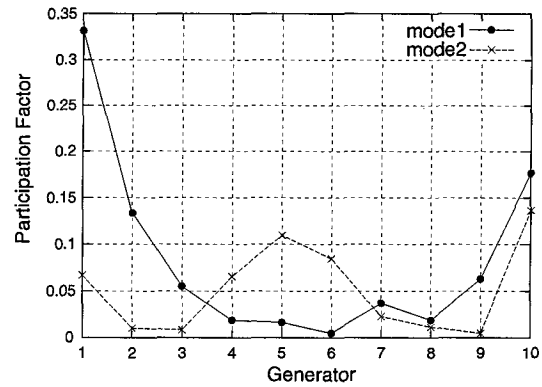


図 6.8 寄与率

る。モード 3 の影響は小さく，モード 1 およびモード 2 の動揺が大きくなっていることが確認できる。以上より，この 2 つのモードに着目して解析を進める。モード 1 およびモード 2 に対応する線形化システムの右固有ベクトル $\boldsymbol{u}_i$ について，発電機の位相角（δ）に対応する要素の実部を発電機毎に示すと図 6.7 となる。図より，モード 1 は系統の両端の発電機間で互いに逆方向に動揺するモードであることがわかる。これはくし形系統において重潮流時に観測される長周期動揺モードであり，設定した運転条件において最も支配的となるモードである。モード 2 に関しては，中央（発電機 5）と両端（発電機 1, 10）で互いに逆方向に動揺する成分であることが分かる。このような特性は，長距離のくし形構造を持つ電力系統において特徴的に見られることが知られている [8, 9]。また，図 6.8 は，(6.8) 式により求めたモード 1 およびモード 2 に対する各発電機の寄与率を示している。図 6.7, 6.8 より，モード 1 に対しては発電機 1 および 10，モード 2 に対しては発電機 1, 5, 10 の寄与が大きくなっていると判断される。

WEST30 機系統に対して前節で示した運転条件において固有値を求め，発電機の動揺モードに対応する固有値を示すと表 6.4 となる。周期の長いものから順にモード 1，モード 2，・・・とし，ここではモード 5 までを示している。両ケース共に周期が約 3.7 秒の長周期モードが支配的となっており，モード 1 とモード 2 の間で相互作用を生じやすい状態にあることが分かる。

図 6.9, 6.10 は，図 6.7 と同様に 2 つのモードに対応する固有ベクトルについて，発電

表 6.4 動揺モードに対応する固有値

mode	case1	case2
mode1	$-0.02068 \pm j1.68705$	$-0.04216 \pm j1.66579$
mode2	$-0.08618 \pm j3.81542$	$-0.06790 \pm j3.68042$
mode3	$-0.07173 \pm j4.05532$	$-0.09850 \pm j4.00664$
mode4	$-0.09196 \pm j4.78688$	$-0.08525 \pm j4.63238$
mode5	$-0.08667 \pm j4.86484$	$-0.09502 \pm j4.79642$

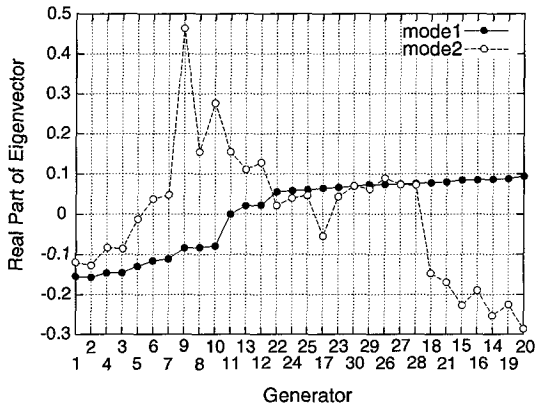


図 6.9 モードの形（ケース 1）

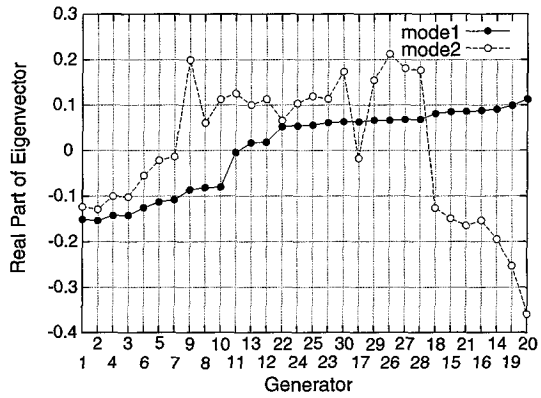


図 6.10 モードの形（ケース 2）

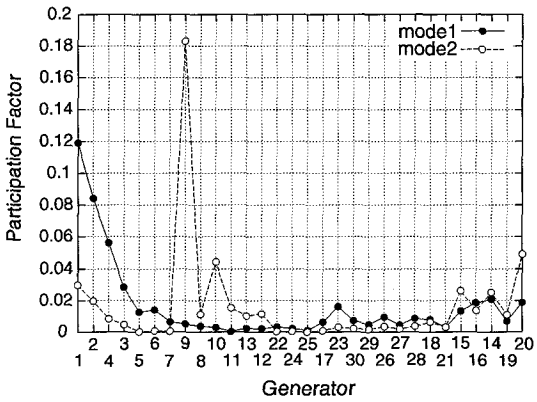


図 6.11 寄与率（ケース 1）

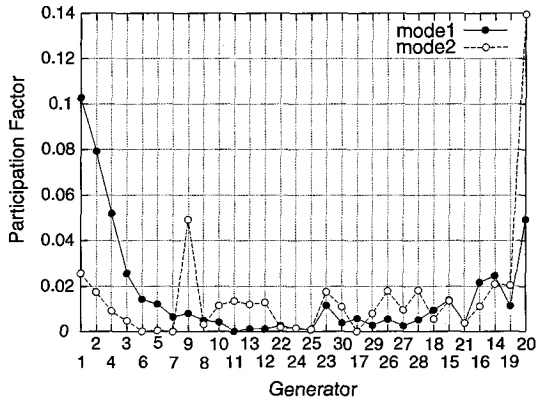


図 6.12 寄与率（ケース 2）

機の位相角に対応する要素の実部を発電機毎に示したものである。ここでは，図 6.7 と対応させるために発電機の順序を変更している。また，モード 1 およびモード 2 に対する各発電機の寄与率は図 6.11, 6.12 となる。WEST30 機系統では一部にループ構造が含まれているため，WEST10 機系統と比較するとやや特性に変化が見られる。両ケースともに，モード 1 に対しては発電機 1 と 20 が寄与した互いに逆方向に動揺する長周期モードであり，モード 2 に対しては発電機 1, 9, 20 の寄与が大きく，3 つの発電機間で動揺する成分であると判断される。

6.4 非線形連成振動モデルを用いた分岐特性の解析と安定領域の評価

6.4.1 WEST10 機系統モデルへの適用

前節での検討より，発電機 10 を基準として，発電機 1 および 5 の二機の発電機について連成振動モデルを構成した。図 6.13 は，近似多項式を構成した場合と元の波形との比較を示している。複数のモードが含まれる波形に対して高い精度で近似できていることが

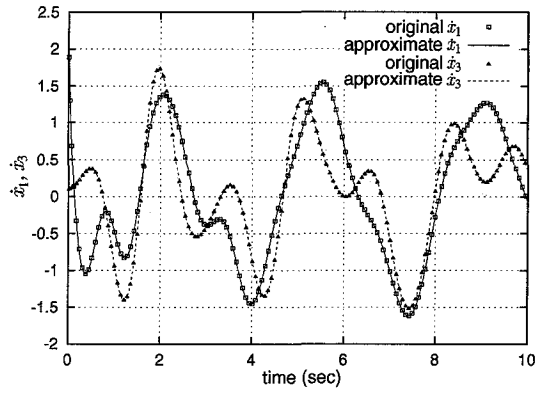


図 6.13 原波形と近似波形の比較

表 6.5 残差平方和の比較

model	2nd-order	4th-order
$\dot{x}_1$	3.868×10^{-1}	1.539×10^{-7}
$\dot{x}_3$	1.178×10^{1}	8.399×10^{-8}

表 6.6 q_i の値

q_1	0.03780
q_2	−0.02370
q_3	−0.00611
q_4	0.00273

分かる。表 6.5 は最小二乗法による係数決定の際の残差平方和である。単振動モデルによる近似では誤差が大きくなるが，4 次連成振動モデルにより精度が飛躍的に向上していることが確認できる。

ここで軌道安定性指標に対して寄与の大きくなる項を算出する。(5.23) 式の各項を求めると表 6.6 が得られ，第 1 項の寄与が最も大きくなることから，この項にリミタを考慮した場合の分岐特性を求める。図 6.14 は構成したモデルに対して求めた分岐図であり，パラメータ α_1 を P_{m1} に変換して示している。厳密解との比較が困難であるため，得られた分岐特性についてシミュレーションによる妥当性の検証を行った。図 6.15 は動作点における不安定周期軌道である。同図には，故障により安定および不安定となる場合の応答も示している。図より，求めた周期軌道により大域的安定領域が定められており，その外側に状態が移った場合に不安定と判断できることが分かる。ただし，それぞれの故障除去時間は 0.01 sec および 0.011 sec とした。実系統における遮断時間は一般的に 4 cycle (0.067 sec) 程度であることから考えた場合，これらは極めて短い除去時間であるが，安定限界を良好に評価できた数値例として示している。

図 6.16 は，同様の運転条件において，+2.3/+2.2 の励磁系リミタを設定して AVR の出力を強く制限した場合について，安定限界となる場合の位相平面上における応答である。故障除去時間は 0.023 sec とした。なお，周期軌道は図 6.15 と同一のものである。励磁系リミタを設定した場合，周期軌道の外側に状態が移っているにも関わらず安定であることから，安定領域がやや大きくなっていることが分かる。また，図 6.17 は母線 2 の負荷をさらに 200 MW 増加させ，発電機 1 の機械入力を $P_{m1} = 15300$ (MW) として平衡点が不安定な状態において擾乱を与えたときの応答である。平衡点の周りには安定周期軌

道が形成されているため持続振動となるが，リミタを設けた場合に領域が狭くなっていることが分かる。これらの結果は，図 6.14 の特性とよく一致しており，得られた分岐特性が妥当であることが確認された。

また，図 6.18，6.19 はそれぞれ原システム，近似システムの固有ベクトルを用いて求めたモードの動揺を示しており，両者の傾向がよく一致していることが確認できる。以上の結果より，WEST10 機系統において非線形連成振動モデルを用いた解析手法の有効性を確認することができた。

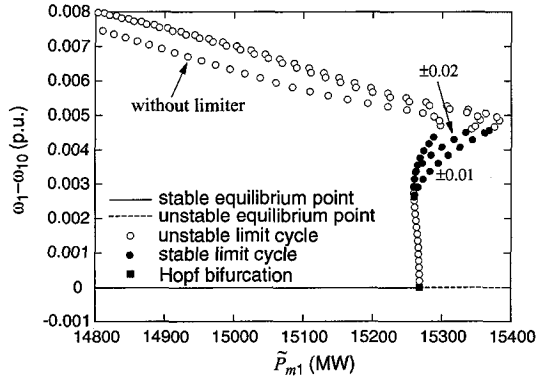
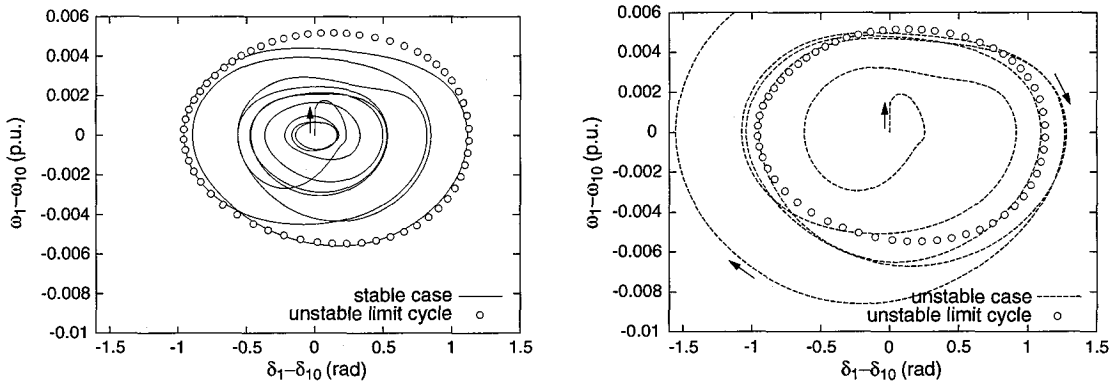


図 6.14 分岐図



(a) 安定な場合 (b) 不安定な場合

図 6.15 位相平面上での応答と不安定周期軌道

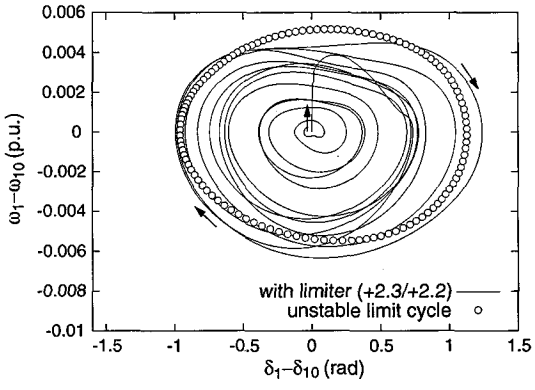


図 6.16 位相平面上での応答と不安定周期軌道

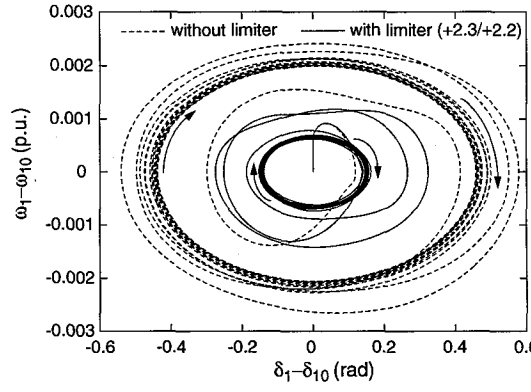


図 6.17 不安定平衡点における位相平面上での応答

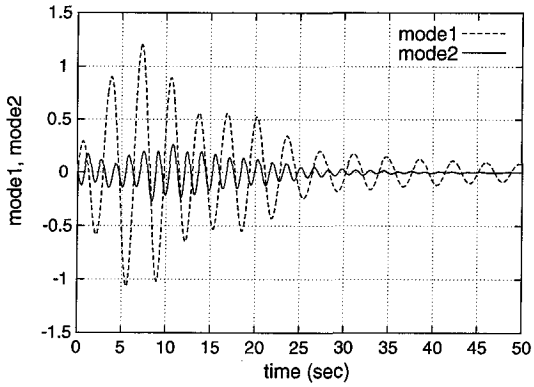


図 6.18 モード動揺（原システム）

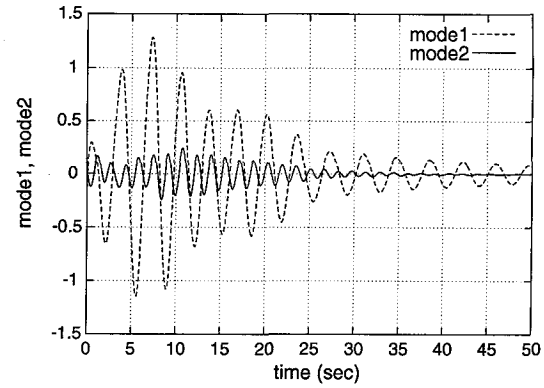


図 6.19 モード動揺（近似システム）

6.4.2 WEST30 機系統モデルへの適用

6.3 節で得られた結果より，WEST30 機系統では設定した運転条件において，互いに逆方向に動揺する発電機 1 と発電機 20 の間での長周期モード（モード 1）が支配的となることがわかる。そこで，図 6.3 の A 点での三相地絡故障を想定し，発電機 1 に設置された AVR のリミタを考慮する。ここでは，発電機 20 を基準として，発電機 1 および 9 の二機の発電機について連成振動モデルを構成した。

ケース 1 において求めた分岐図を図 6.20 に示す。なお，パラメータ α_1 を P_{m1} に変換して示している。表 6.7 は (5.23) 式の各項を求めた結果であり，ここでは第 4 項の寄与が最も大きくなるため，この項にリミタを設けた場合の特性を示している。得られた分岐特性について，シミュレーションによる妥当性の検証を行った。図 6.21 は動作点における不安定周期軌道である。同図には，故障により安定および不安定となる場合の応答も示している。ただし，それぞれの故障除去時間は 0.018 sec および 0.019 sec とした。求めた周期軌道は実際の安定領域よりもわずかに狭くなっているが，かなり良い精度で求められていることが分かる。図 6.22 は，母線 1550 の負荷をさらに 100 MW 増加させ，発電機 1 の機械入力を $P_{m1} = 8720$ (MW) として平衡点が不安定な状態において擾乱を与えたときの応答である。ここでは，励磁系リミタの設定を +2.0/+1.8 とした。図 6.20 より，

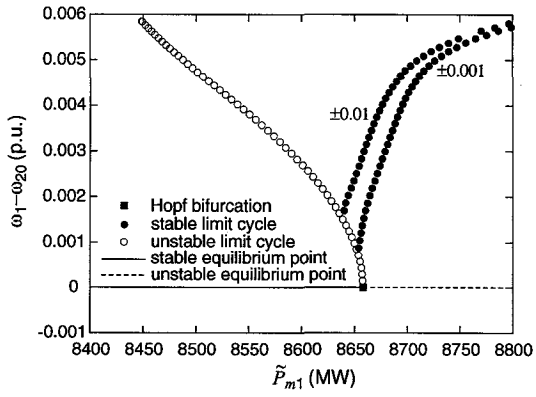
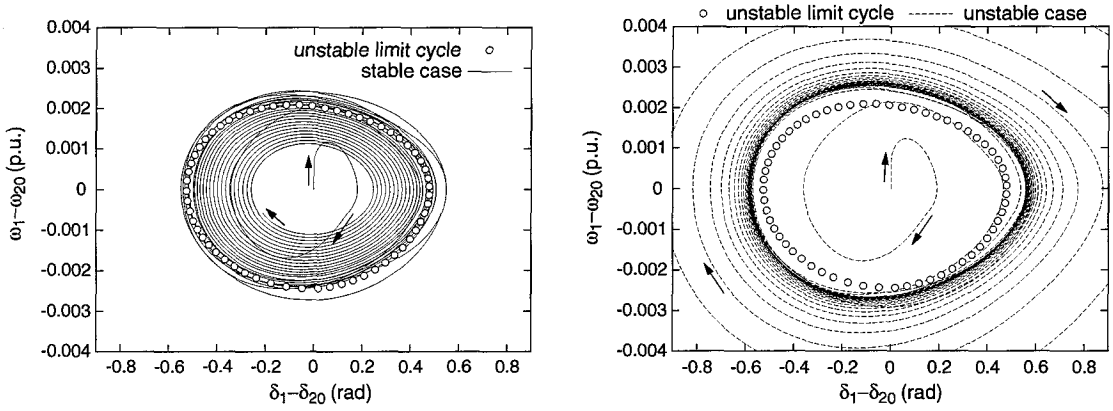


図 6.20 分岐図（ケース 1）

表 6.7 q_i の値

	case1	case2
q_1	0.02159	0.20604
q_2	0.00174	0.03338
q_3	0.00429	0.18555
q_4	0.04132	0.09757



(a) 安定な場合 (b) 不安定な場合

図 6.21 位相平面上での応答と不安定周期軌道（ケース 1）

励磁系リミタを考慮しない場合，平衡点の周りには周期軌道が形成されていないため，振動は発散するが，励磁系リミタを考慮すると安定周期軌道が形成されるため持続振動となる。図 6.22 ではこの特性が表れており，求めた分岐特性が妥当であることが分かる。

一方，ケース 2 においては，表 6.7 より (5.23) 式において第 1 項の寄与が最も大きくなるため，この項にリミタを考慮して分岐図を求めると図 6.23 となる。ケース 1 の場合と同様に，得られた分岐特性についてシミュレーションによる妥当性の検証を行った。図 6.24 は動作点における不安定周期軌道である。同図には，故障により安定および不安定となる場合の応答も示しており，それぞれの故障除去時間は 0.021 sec および 0.022 sec とした。図より，精度よく安定領域が求められていることが分かる。

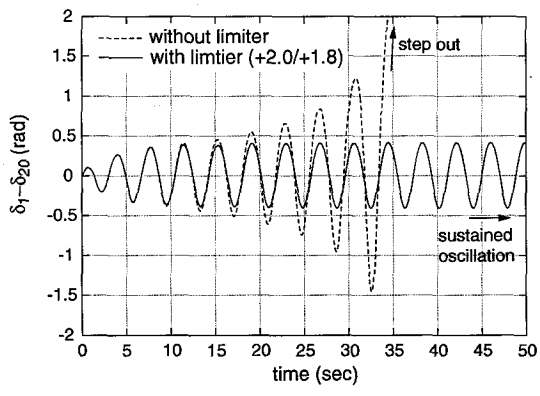


図 6.22 不安定平衡点上での位相角動揺波形（ケース 1）

図 6.23 において，励磁系リミタを考慮した場合には Hopf 分岐点からはまず不安定周期軌道が形成されるが，パラメータ変化に伴い安定周期軌道へと変化する。さらにパラメータを変化させると cyclic fold 分岐を生じ，安定周期軌道よりも外側に不安定周期軌道が形成されている。したがって，大きな擾乱を与えた場合に状態が不安定周期軌道の外側に移動すると発散することとなると推測される。ここで，母線 1550 の負荷をさらに 200MW 増加させ，発電機 20 の機械入力を $P_{m20} = 6130$ (MW) として平衡点が不安定な状態において擾乱を与えたときの応答を求める。なお，励磁系リミタは +1.9/+1.7 に設定している。図 6.25 は微小な擾乱を与えたときの応答であり，励磁系のリミタにより不安定平衡点の周りに安定周期軌道が形成されていることが確認できる。一方，図 6.26 は励磁系リミタを考慮した場合において，故障除去時間を 0.010 sec および 0.028 sec としたときの応答である。大きな擾乱によって振動が発散していることから，不安定周期軌道の外側に状態が移ったことが分かり，得られた分岐特性とよく一致している。

また，両ケースにおいて原システム，近似システムの固有ベクトルを用いてモードの動揺を求めると，図 6.27，6.28 となり，両者の傾向はよく一致している。以上の結果より，WEST30 機系統においても非線形連成振動モデルを用いた解析手法の有効性を確認することができた。

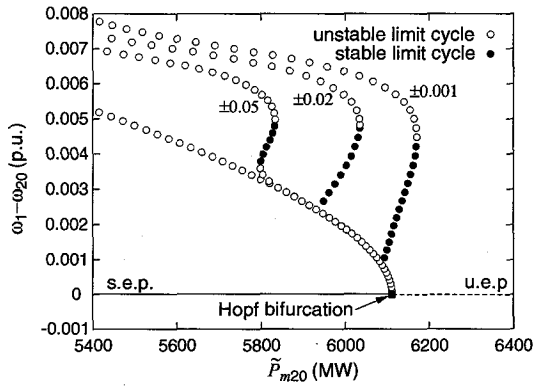
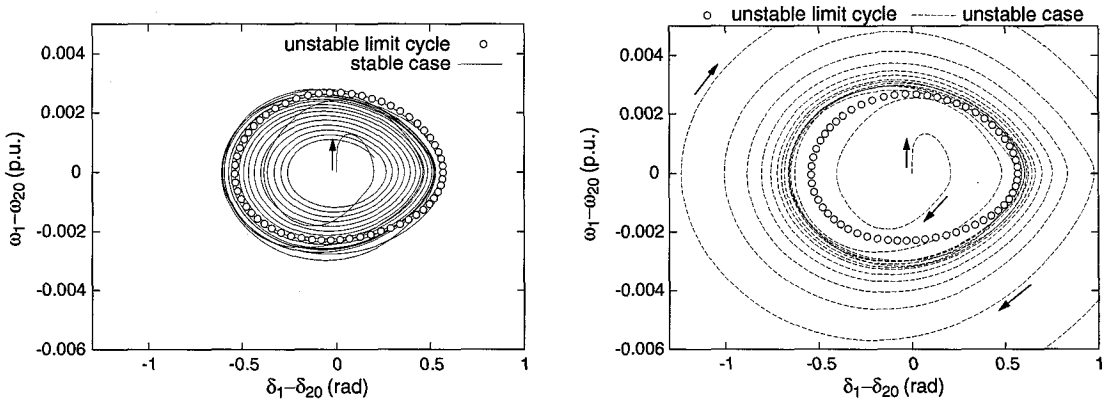


図 6.23 分岐図（ケース 2）



(a) 安定な場合　　(b) 不安定な場合

図 6.24 位相平面上での応答と不安定周期軌道（ケース 2）

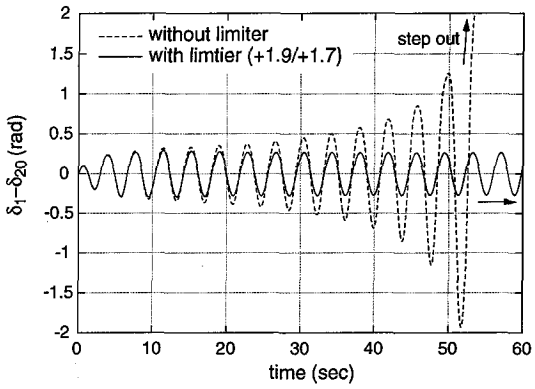


図 6.25 不安定平衡点上での位相角動揺波形(ケース 2, リミタ有無)

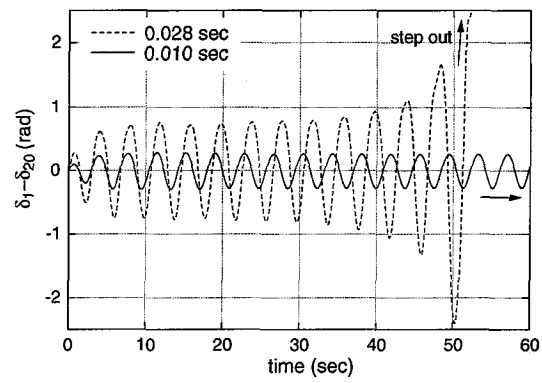
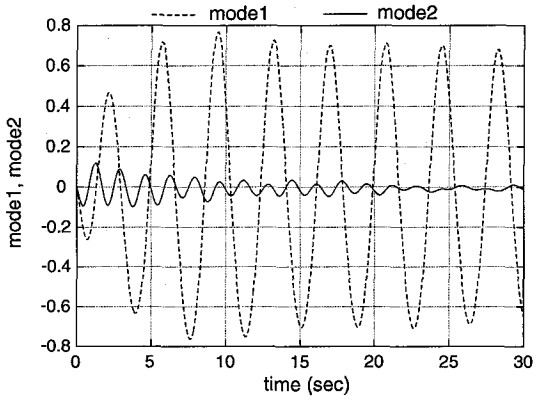
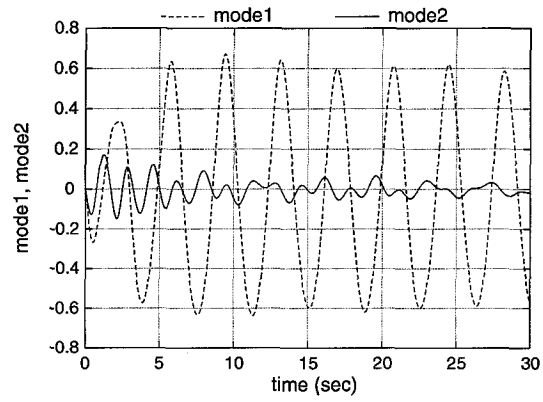


図 6.26 不安定平衡点上での位相角動揺波形(ケース 2, 故障時間)

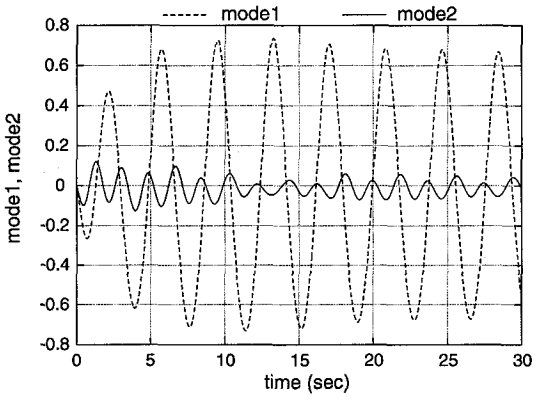


(a) 原システム

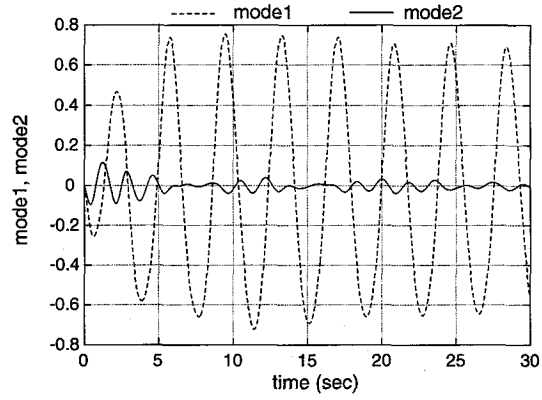


(b) 近似システム

図 6.27 モード動揺の比較(ケース 1)



(a) 原システム



(b) 近似システム

図 6.28 モード動揺の比較(ケース 2)

6.5 結言

本章では，多項式近似モデルを用いた電力系統の数値的解析手法を電気学会標準モデルに適用した結果について述べた。本章を要約すると以下のとおりである。

- 電気学会 WEST10 機系統および WEST30 機系統モデルの構成について述べた。
- 連成振動モデルの構成において着目する 2 つのモードに対して寄与の大きい発電機の選定方法として線形の寄与率について述べた。無次元数であるため単位の取り方に依存しない指標であり，導出も容易である。
- 固有値解析および寄与率から，不安定となるモードは系統の両端で動揺する長周期動揺であり，このモードに対して相互作用を生じやすくなる電力動揺モードは系統の両端と系統の中央で動揺し，長周期動揺の約 2 倍の周波数をもつ動揺であることが分かった。
- 寄与率を用いて選定した発電機について連成振動モデルを構成して分岐特性を解析し，シミュレーションによる検証を行った。その結果，励磁系リミタの影響を含めて得られた Hopf 分岐特性が妥当であることを確認した。また，非線形周期軌道によって定まる大域的安定領域に関しても高い精度で求められることを確認した。

以上の結果は，多機くし形系統において特徴的な長周期動揺の非線形性によって定まる系統の安定性評価における有効性を示すものである。

参考文献

[1] 中地域技術研究連絡会・系統研究分科会，西日本研究連絡会：「60Hz 連系系統における電力－周波数特性の実測」，電気学会論文誌 B, 97 巻, 1 号, pp.45–51, 1977.

[2] 橋口 卓平・吉本 真呂・三谷 康範・佐伯 修・辻 毅一郎・北條 昌秀・鵜飼 裕之：「多地点同期フェーザ量計測に基づく西日本 60Hz 系統動特性観測システム」，電気学会論文誌 B, 123 巻，9 号，pp.1083–1090, 2003.

[3] 電力系統モデル標準化調査専門委員会編：「電力系統の標準モデル」，電気学会技術報告 第 754 号，1999.

[4] 大野 豊・磯田 和男 監修：「新版 数値計算ハンドブック」，オーム社，1990.

[5] EUROSTAG Release 4.1 Package Documentation, part I, Tractebel-EDF, 2000.

[6] S. K. Starrett and A. A. Fouad, "Nonlinear measures of mode-machine participation," IEEE Trans. on Power Systems, Vol.13, No.2, pp.389–394, 1998.

[7] I. J. Perez-Arriaga, G. C. Verghese, and F. C. Schweppe, "Selective modal analysis with applications to electric power systems, Part 1: Heuristics introduction," IEEE

Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol.101, No.9, pp.3117–3125, 1982.
[8] 垣本 直人：「長距離くし形系統の内部共振による長周期動揺不安定性」，電気学会論文誌 B，115 巻, 3 号, pp.219–226, 1995.
[9] 大澤 靖治・杉原 弘章：「多数の分散電源からなる電力系統の安定化制御に関する考察」，電気学会電力技術・電力系統技術合同研究会資料， PE-98-116，PSE-98-106, 1998.

付録

電気学会 WEST10 機系統モデルにおける負荷データを付表 6.1 に，電気学会 WEST30 機系統モデルで使用した各データを付表 6.2 ～ 付表 6.6 に示す。

付表 6.1 WEST10 機系統負荷データ（昼間断面）

Node No.	Node Type	Generation (MW)	P (MW)	Q (Mvar)
1	PV	0.0	12000.0	0.0
2	PQ	0.0	3500.0	0.0
3	PQ	0.0	3500.0	0.0
4	PQ	0.0	3500.0	0.0
5	PQ	0.0	3500.0	0.0
6	PQ	0.0	3500.0	0.0
7	PQ	0.0	5250.0	0.0
8	PQ	0.0	3500.0	0.0
9	PV	0.0	28300.0	0.0
12	PV	0.0	5500.0	0.0
13	PV	0.0	5500.0	0.0
14	PV	0.0	5500.0	0.0
15	PV	0.0	5500.0	0.0
16	PV	0.0	5500.0	0.0
17	PV	0.0	5500.0	0.0
18	PV	0.0	2750.0	0.0
19	PV	0.0	5500.0	0.0
21	PV	13500.0	0.0	0.0
22	PV	9000.0	0.0	0.0
23	PV	9000.0	0.0	0.0
24	PV	9000.0	0.0	0.0
25	PV	9000.0	0.0	0.0
26	PV	9000.0	0.0	0.0
27	PV	9000.0	0.0	0.0
28	PV	4500.0	0.0	0.0
29	PV	9000.0	0.0	0.0
30	slack	27000.0	0.0	0.0

付表 6.2　WEST30 機系統発電機本体定数

Gen.	Node	x_d (pu)	x_q (pu)	x'_d (pu)	x''_d (pu)	x''_q (pu)	T'_d (s)	T''_d (s)	T''_q (s)	T_a (s)	X_l (pu)	M (s)
G1	3010	1.5877	1.2322	0.3103	0.2384	0.2425	1.1193	0.0266	0.0305	0.3000	0.1955	7.2
G2	3020	1.3343	0.9456	0.2903	0.2191	0.2187	1.1495	0.0252	0.0251	0.3204	0.1752	8.3
G3	3030	1.6125	1.6818	0.2761	0.2050	0.2095	0.8608	0.0207	0.0229	0.2526	0.1944	7.4
G4	3040	1.5937	1.4349	0.2752	0.2135	0.2187	0.8833	0.0282	0.0342	0.2832	0.1851	10.0
G5	3050	1.7121	1.6404	0.3277	0.2716	0.2704	0.9840	0.0238	0.0200	0.3284	0.2078	7.3
G6	3060	1.7487	1.7025	0.2676	0.2218	0.2174	0.9200	0.0377	0.0200	0.3020	0.1666	8.0
G7	3070	1.5838	1.3613	0.2820	0.2210	0.2220	0.9227	0.0200	0.0305	0.3196	0.1847	6.8
G8	3080	1.5134	1.1238	0.3869	0.2827	0.2839	2.0456	0.0419	0.0279	0.3006	0.1617	9.6
G9	3090	1.4613	1.2079	0.3122	0.2410	0.2476	1.3468	0.0291	0.0241	0.4078	0.1679	8.8
G10	3100	1.6978	1.6114	0.2714	0.2178	0.2174	0.8563	0.0261	0.0212	0.2968	0.1887	6.4
G11	3110	1.4209	1.2338	0.2982	0.2469	0.2540	1.5824	0.0266	0.0200	0.4278	0.1797	9.5
G12	3120	1.6335	1.5604	0.3215	0.2427	0.2466	1.0513	0.0223	0.0200	0.3079	0.1808	7.4
G13	3130	1.6892	1.5318	0.3183	0.2487	0.2475	1.0530	0.0221	0.0200	0.3393	0.1900	7.4
G14	3140	1.2840	0.8730	0.2720	0.2060	0.2150	2.1396	0.0200	0.0490	0.3880	0.1280	10.2
G15	3150	1.6397	1.5678	0.2737	0.2070	0.2121	1.3154	0.0215	0.0200	0.3151	0.1405	9.1
G16	3160	1.6373	1.6052	0.3601	0.2759	0.2730	1.2762	0.0269	0.0200	0.5137	0.1966	7.7
G17	3170	1.2063	1.1935	0.2863	0.1986	0.2087	1.4138	0.0367	0.0325	0.2491	0.1311	7.5
G18	3180	1.4174	1.2989	0.3603	0.2891	0.2870	1.5810	0.0357	0.0200	0.4132	0.1882	7.2
G19	3190	1.6722	1.4565	0.2833	0.2275	0.2303	1.0155	0.0261	0.0261	0.3137	0.1847	8.1
G20	3200	1.4263	1.3798	0.2860	0.2225	0.2299	1.1368	0.0290	0.0282	0.2970	0.1786	7.7
G21	3210	1.6719	1.6219	0.3172	0.2364	0.2353	1.1742	0.0218	0.0200	0.2578	0.1745	7.1
G22	3220	1.6386	1.5985	0.3791	0.2940	0.2889	1.4858	0.0267	0.0200	0.4956	0.2201	8.1
G23	3230	1.7799	1.6765	0.2986	0.2416	0.2444	0.9524	0.0231	0.0200	0.3690	0.1860	8.1
G24	3240	1.0000	0.6500	0.3220	0.1700	0.1700	2.8000	0.0200	0.0200	0.3400	0.1000	8.4
G25	3250	1.1211	0.7174	0.4040	0.2607	0.2495	2.1654	0.0356	0.0382	0.2223	0.1676	8.1
G26	3260	1.4584	1.1259	0.3059	0.2217	0.2294	1.4596	0.0333	0.0331	0.4308	0.1398	11.2
G27	3270	1.8064	1.7528	0.2917	0.2343	0.2237	0.9240	0.0300	0.0338	0.2875	0.1871	7.3
G28	3280	1.7937	1.7971	0.3106	0.2555	0.2484	1.0119	0.0218	0.0245	0.2823	0.1968	6.6
G29	3290	1.7673	1.7846	0.3203	0.2555	0.2496	0.9274	0.0248	0.0295	0.2888	0.2041	6.6
G30	3300	1.8527	1.8111	0.4162	0.3153	0.3084	2.1857	0.0419	0.0441	0.3780	0.2184	8.5

付表 6.3　WEST30 機系統発電機関連データ

Gen.	Node	Capacity (MVA)	Output (MW)	Type	AVR	GOV	PLM[1] (%)
G1	3010	9,400.0	8,500.0	Thermal	1	1	10
G2	3020	5,200.0	4,700.0	Hydraulic	1	3	10
G3	3030	3,500.0	3,100.0	Thermal	1	1	5
G4	3040	4,300.0	3,800.0	Thermal	1	1	5
G5	3050	2,000.0	1,800.0	Thermal	1	1	5
G6	3060	3,800.0	3,400.0	Thermal	1	1	5
G7	3070	1,300.0	1,200.0	Thermal	1	1	−10
G8	3080	2,500.0	2,300.0	Hydraulic (Pumped)	1	3	5
G9	3090	5,300.0	4,800.0	Thermal	1	1	5
G10	3100	5,500.0	5,300.0	Thermal	1	1	5
G11	3110	5,900.0	5,300.0	Thermal	1	1	10
G12	3120	6,300.0	5,500.0	Thermal	1	1	5
G13	3130	8,400.0	7,500.0	Thermal	1	1	5
G14	3140	2,600.0	2,300.0	Hydraulic (Pumped)	1	3	5
G15	3150	6,900.0	6,200.0	Thermal	1	1	10
G16	3160	3,900.0	3,500.0	Nuclear	1	1	−5
G17	3170	4,700.0	4,300.0	Thermal	1	1	10
G18	3180	3,700.0	3,400.0	Thermal	1	1	5
G19	3190	2,300.0	2,000.0	Thermal	1	1	5
G20	3200	7,000.0	6,200.0	Thermal	1	1	10
G21	3210	1,500.0	1,300.0	Thermal	1	1	10
G22	3220	2,600.0	2,300.0	Thermal	1	1	10
G23	3230	10,000.0	8,600.0	Thermal	1	1	5
G24	3240	840.0	750.0	Hydraulic (Pumped)	1	3	10
G25	3250	500.0	450.0	Hydraulic (Pumped)	1	3	5
G26	3260	2,600.0	2,400.0	Thermal	1	1	−5
G27	3270	3,100.0	2,600.0	Thermal	1	1	5
G28	3280	6,100.0	5,300.0	Thermal	1	1	5
G29	3290	3,900.0	3,400.0	Thermal	1	1	5
G30	3300	3,200.0	2,800.0	Nuclear	1	1	−5

[1] PLM: Governor Spinning Reserve (77M = 65M + MW Base × PLM/100)

付表 6.4　WEST30 機系統変圧器データ

From	To	X	From	To	X	From	To	X
3010	2010	0.0149	3110	2110	0.0237	3210	2210	0.0933
3020	2020	0.0269	3120	2120	0.0222	3220	2220	0.0539
3030	2030	0.04	3130	2130	0.0167	3230	2230	0.014
3040	2040	0.0326	3140	2140	0.0538	3240	2240	0.1667
3050	2050	0.07	3150	2150	0.0203	3250	2250	0.28
3060	2060	0.0368	3160	2160	0.0359	3260	2260	0.0539
3070	2070	0.1077	3170	2170	0.0298	3270	2270	0.0452
3080	2080	0.056	3180	2180	0.0378	3280	2280	0.023
3090	2090	0.0264	3190	2190	0.0609	3290	2290	0.0359
3100	2100	0.0254	3200	2200	0.02	3300	2300	0.0438

付表 6.5　WEST30 機系統インピーダンスデータ

From	To	cct.	R	X	$Y/2$	From	To	cct.	R	X	$Y/2$
2010	1020	1	0.00168	0.0505	0.02444	2140	1280	1	0.0002	0.006	0.0029
1020	1030	2	0.00182	0.0547	0.02648	1280	1290	1	0.00356	0.1071	0.05184
1030	1040	2	0.0015	0.0454	0.02198	1290	1310	2	0.0034	0.1026	0.04968
2020	1010	1	0.0023	0.0688	0.0333	2150	1300	1	0.00014	0.0044	0.00214
1020	1010	2	0.00352	0.1061	0.05136	1300	1310	1	0.0026	0.0784	0.03796
2030	1020	1	0.00076	0.023	0.01114	1310	1330	2	0.0011	0.0328	0.01588
1040	2030	1	0.00504	0.1514	0.0733	2160	1320	1	0.00014	0.0044	0.00214
2040	1030	1	0.0011	0.0333	0.01612	1320	1330	1	0.00262	0.0785	0.038
1060	1040	2	0.0028	0.0842	0.04076	1330	1340	2	0.00174	0.052	0.02518
2050	1050	1	0.00078	0.0233	0.01128	1340	1360	2	0.00236	0.0708	0.03428
1050	1060	1	0.0028	0.0842	0.04076	2170	1350	1	0.00088	0.0265	0.01282
1060	1080	2	0.0037	0.111	0.05374	1350	1360	1	0.00044	0.0134	0.00648
2060	1070	1	0.0003	0.0091	0.0044	1360	1450	2	0.00204	0.0611	0.02958
1070	1080	1	0.00274	0.082	0.0397	2180	1370	1	0.00014	0.0041	0.00198
1080	1150	2	0.00254	0.0761	0.03684	1370	1340	1	0.00248	0.0742	0.03592
1060	1100	2	0.00464	0.1392	0.0674	2190	1380	1	0.00122	0.0367	0.01776
1150	1100	2	0.00206	0.0621	0.03006	1380	1390	1	0.00308	0.0919	0.0445
2070	1090	1	0.00374	0.0112	0.00542	1400	1390	2	0.00324	0.0974	0.04716
1090	1100	1	0.0027	0.0806	0.03902	1400	1340	2	0.00262	0.0786	0.03806
1100	1110	2	0.00664	0.1992	0.09644	2200	1410	1	0.00022	0.0065	0.00314
1180	1110	2	0.00262	0.079	0.03824	1410	1420	1	0.00292	0.0875	0.04236
1110	1120	1	0.00146	0.0438	0.0212	1420	1390	2	0.00318	0.0952	0.04608
2080	1120	1	0.00262	0.0787	0.0381	2210	1430	1	0.0004	0.0118	0.00572
1120	1130	1	0.00292	0.0877	0.04246	1430	1400	1	0.0031	0.0932	0.04512
1110	1130	2	0.00366	0.1096	0.05306	2220	1440	1	0.00024	0.0073	0.00354
1130	1220	2	0.00178	0.0532	0.02576	1440	1450	1	0.00298	0.089	0.04308
1140	1150	1	0.00204	0.061	0.02954	1450	1460	2	0.0009	0.0268	0.01298
1160	1140	1	0.00154	0.0458	0.02218	1460	1470	2	0.00026	0.0082	0.00396
1150	1160	2	0.00238	0.0713	0.03452	1470	2230	1	0.00276	0.0831	0.04022
1160	1180	2	0.0034	0.102	0.04938	1470	2240	1	0.00134	0.0402	0.01946
1180	1170	1	0.0022	0.066	0.03196	2240	1480	1	0.00048	0.0147	0.00716
1170	1200	1	0.00208	0.062	0.03	1480	2250	1	0.00236	0.0711	0.03442
1180	1200	2	0.00284	0.085	0.04116	1480	1490	2	0.0035	0.1051	0.05088
2090	1190	1	0.00496	0.1487	0.07198	1490	2260	1	0.0034	0.1024	0.04958
2100	1190	1	0.00132	0.0398	0.01926	1490	2270	1	0.0073	0.2193	0.10616
1190	1200	2	0.0053	0.1591	0.07702	1490	2280	1	0.00414	0.1245	0.06028
1200	1210	2	0.0019	0.0568	0.0275	1490	1530	2	0.00388	0.0567	0.02744
1220	1210	2	0.00168	0.05	0.0242	1460	1500	2	0.00308	0.0927	0.04488
1220	1240	2	0.0038	0.1137	0.05504	1480	1500	2	0.00044	0.0135	0.00654
2110	1230	1	0.00008	0.0028	0.00136	1500	1510	2	0.0028	0.0842	0.04076
1230	1240	1	0.00164	0.0495	0.02396	1510	2290	1	0.0058	0.1744	0.08444
1240	1270	2	0.00192	0.0579	0.02804	1510	1540	2	0.00148	0.0466	0.0216
2120	1250	1	0.0021	0.0633	0.03064	1520	2300	1	0.00184	0.0556	0.02692
1250	1270	1	0.00188	0.0562	0.0272	1530	1520	2	0.00194	0.0583	0.02822
2130	1260	1	0.00046	0.0138	0.00668	1540	1520	2	0.00184	0.0553	0.02678
1260	1270	1	0.0018	0.0538	0.02604	1530	1540	2	0.00052	0.0157	0.0076
1450	1270	2	0.0033	0.0988	0.04784	1540	1550	2	0.002	0.0602	0.02914

付表 6.6　WEST30 機系統負荷データ（昼間断面）

Node	Generation (MW)	P (MW)	Q (Mvar)	SC[1] (MVA)	Node	Generation (MW)	P (MW)	Q (Mvar)	SC[1] (MVA)
3010	8,320.0	440.0	88.0	0.0	1090	0.0	600.0	120.0	0.0
3020	4,550.0	200.0	40.0	0.0	1140	0.0	880.0	176.0	0.0
3030	3,100.0	130.0	26.0	0.0	1170	0.0	1,360.0	272.0	0.0
3040	3,490.0	100.0	20.0	0.0	1200	0.0	870.0	174.0	0.0
3050	1,780.0	100.0	20.0	0.0	1210	0.0	560.0	112.0	0.0
3060	2,760.0	770.0	154.0	0.0	1230	0.0	2,880.0	576.0	200.0
3070	1,200.0	60.0	12.0	0.0	1250	0.0	6,620.0	1,324.0	2,200.0
3080	2,170.0	90.0	18.0	0.0	1260	0.0	6,560.0	1,312.0	1,600.0
3090	4,100.0	690.0	138.0	0.0	1280	0.0	150.0	30.0	0.0
3100	5,010.0	280.0	56.0	0.0	1300	0.0	5,510.0	1,102.0	1,000.0
3110	3,060.0	120.0	24.0	0.0	1320	0.0	2,690.0	538.0	400.0
3120	4,700.0	310.0	62.0	0.0	1350	0.0	4,560.0	912.0	800.0
3130	6,630.0	240.0	48.0	0.0	1370	0.0	2,740.0	548.0	400.0
3140	2,210.0	90.0	18.0	0.0	1380	0.0	1,410.0	282.0	0.0
3150	3,800.0	140.0	28.0	0.0	1410	0.0	4,340.0	868.0	500.0
3160	3,460.0	200.0	40.0	0.0	1430	0.0	660.0	132.0	0.0
3170	2,860.0	10.0	2.0	0.0	1440	0.0	160.0	32.0	0.0
3180	3,300.0	140.0	28.0	0.0	1550	0.0	2,190.0	438.0	200.0
3190	1,820.0	100.0	20.0	0.0	2010	0.0	4,940.0	988.0	800.0
3200	4,630.0	190.0	38.0	0.0	2020	0.0	4,730.0	946.0	700.0
3210	1,020.0	60.0	12.0	0.0	2030	0.0	5,050.0	1,010.0	900.0
3220	1,500.0	70.0	14.0	0.0	2040	0.0	1,830.0	366.0	0.0
3230	7,980.0	240.0	48.0	0.0	2080	0.0	1,580.0	316.0	0.0
3240	750.0	0.0	0.0	0.0	2090	0.0	3,030.0	606.0	300.0
3250	380.0	0.0	0.0	0.0	2100	0.0	3,970.0	794.0	500.0
3260	1,960.0	30.0	6.0	0.0	2230	0.0	6,870.0	1,374.0	900.0
3270	2,580.0	80.0	16.0	0.0	2250	0.0	1,870.0	374.0	300.0
3280	5,250.0	260.0	52.0	0.0	2260	0.0	1,570.0	314.0	0.0
3290	3,310.0	100.0	20.0	0.0	2270	0.0	2,300.0	460.0	200.0
3300	2,780.0	110.0	22.0	0.0	2280	0.0	4,200.0	840.0	500.0
1050	0.0	1,140.0	228.0	0.0	2290	0.0	3,010.0	602.0	400.0
1070	0.0	940.0	188.0	0.0	2300	0.0	3,080.0	616.0	400.0

[1] Static Condenser

第 7 章

結論

本論文では，電力系統の非線形性が過渡安定度に与える影響の大きさから，非線形性を考慮した解析の重要性を示し，とくに，Hopf 分岐理論に基づく非線形周期軌道が電力系統の大域的安定領域を定めることから，その特性を評価するための数値的解析手法の構築を目的として詳細な検討を行った。周期軌道を形成する直接の要因は発電機に設置された励磁制御系であることから，励磁系の動作に着目して解析を行った。まず，第 3 章においては，励磁系の動作に伴う励磁状態の変化が位相平面上における安定性判別において誤差を生じる要因であることを示し，界磁巻線の応答を考慮した周期軌道による安定性判別の手法の検討を行った。また，第 4, 5 章においては，大規模系統における Hopf 分岐特性の評価方法として，多項式近似モデルを構成する方法について述べた。とくに，励磁系リミタが分岐特性に与える影響を評価するための方法について詳細な検討を行った。第 6 章では，電気学会標準モデルに対して提案手法を適用し，長周期動揺の不安定性に関連した非線形動特性の解析を行った。

以下に，本研究によって得られた主要な結果を要約する。

- 位相面解析による過渡安定度評価における問題点として，界磁巻線の応答が考慮されていないことによって生じる誤差を指摘し，界磁巻線の応答を考慮した非線形周期軌道を導出した。そして，励磁の変化に伴い周期軌道も変化すると考え，励磁の状態に対応させた周期軌道との比較による安定性判別の手法を提案した。一機無限大母線系統モデルおよびくし形連系系統モデルへ提案手法を適用し，求めた安定領域についてシミュレーションによる評価を行った。その結果，位相平面上においてより正確な安定領域によって電力系統の安定性を判定できることを確認した。実用上一般に用いられる位相平面上において高い精度で大域的安定領域を求めることにより，故障発生後の状態から直ちに安定性を判別することが可能となる。
- 大規模連系系統における長周期動揺に関連したシステムの安定性の評価方法として，系統の動揺特性を 2 次多項式近似モデルとして表し，Hopf 分岐に伴う非線形特性を解析する数値的な解析手法について述べた。本手法は，長距離の一機無限大

母線系統やくし形連系系統における長周期動揺のように単一のモードが支配的となるケースに対して適用が可能である。また，励磁系のリミタの影響も考慮できる多項式近似モデルの構成方法の一つを明らかにした。励磁電圧一定時の特性を求めることによって励磁系の特性を分離したモデルを構成し，分離した部分にリミタを設けることによって励磁系リミタの効果を定性的に表現した。また，くし形連系系統における不安定動揺モードの安定性について，非線形周期軌道の観点から励磁系リミタの影響を含んだ詳細な検討を行った。励磁系リミタに関しては解析対象とする発電機に設置された励磁系のリミタのみが考慮可能であるが，励磁系リミタによって周期軌道の安定性が変化する特性を良好に評価できることが確認された。

- 大規模連系系統において複数モードが支配的となるケースに対して，非線形連成振動モデルを用いた Hopf 分岐特性の数値的解析手法を新たに考案した。本手法は，支配モードおよび相互作用を及ぼす準支配モードが明確に特定でき，発電機との対応関係が明確になるケースに対して適用可能となる。また，単振動モデルおよび連成振動モデルにおいて励磁系リミタの影響を評価するための方法についても示した。標準形への変換の過程において除去できない高次の非線形項に寄与の大きい項を制限することで，励磁系リミタの効果を表現した。小規模なくし形連系系統に適用し，汎用の非線形動特性解析プログラムを用いた詳細な解析から得られた結果と比較した。その結果，複数モードが寄与する動揺に対して，二振動系の相互作用を考慮した 4 次非線形連成振動モデルを構成することにより，励磁系リミタの影響を含めた非線形動特性を良好に評価できることが確認された。
- 提案した非線形連成振動モデルを用いた解析手法を大規模な電気学会 WEST10 機系統および WEST30 機系統モデルに適用し，その評価を行った。まず，着目する 2 つの支配モードに対して寄与の大きい発電機の選定方法として寄与率について述べた。対象とするくし形系統においては系統の両端と中央に位置する発電機が支配モードに対して最も寄与が大きくなることが明らかとなった。その結果を基に非線形連成振動モデルを構成し，分岐特性の解析を行った。シミュレーションによる検証を行った結果，多機くし形連系系統において特徴的な長周期動揺の非線形性によって定まる系統の安定性評価における有効性を確認した。

本論文で提案した多項式モデルを用いた手法は，解析対象としてくし形の構造を持つ系統を考えていたが，大規模系統においても支配モードが明確に特定できる系統であれば適用可能であると考えられる。たとえば，我が国の東日本 50Hz 系統はループ構成が主体となっており，電気学会標準モデルも作成されている。また，より複雑なメッシュ構造を持った系統なども考えられる。今後の展望として，これらの系統における非線形動特性の解析が考えられる。また，実測データが利用可能であれば，そのデータに対して近似多項式モデルを構成することで実系統における分岐特性の把握も可能になると考えられる。

謝辞

本研究の全過程を通じて，終始御懇切なご指導とご鞭撻を賜りました，大阪大学大学院工学研究科・辻毅一郎教授に謹んで深く感謝の意を表します。

本研究を遂行するに当たり，適切なご教示を賜るとともに細部にわたり御討論頂きました，九州工業大学工学部・三谷康範教授に深く感謝の意を表します。

本論文の作成に当たり，貴重な時間を割いて直接のご指導を賜りました大阪大学大学院工学研究科・伊瀬敏史教授，土居伸二助教授に衷心より感謝の意を表します。

本研究について貴重なご指摘を賜った大阪大学大学院工学研究科・熊谷貞俊教授，伊藤利道教授，杉野隆教授，佐々木孝友教授，大阪大学レーザー核融合研究センター・西村博明教授，中塚正大教授，大阪大学超伝導フォトニクス研究センター・斗内政吉教授に厚く御礼申し上げます。

大阪大学大学院工学研究科・佐伯修助手，杉原英治助手には本研究の過程において細部にわたり貴重なご助言を頂きました。ここに深く感謝申し上げます。

なお，本研究は，大阪大学大学院工学研究科博士前期課程在籍中に多大なご協力を頂いた苗沛耘氏をはじめとする，大阪大学大学院工学研究科電気工学専攻 システム・電力工学講座 システム工学領域の関係諸氏のご援助・ご協力のもとに遂行することができました。ここに厚く御礼申し上げます。

また，学位論文執筆の苦楽を共にした佐野史典氏，林祐輔氏，北野博史氏，鹿田真一氏に深く感謝いたします。

最後に，寛大なる理解をもって研究活動を支援頂いた父母，親族に心から感謝申し上げます。

2003 年 12 月

渡 邊 政 幸

研究業績目録

学術論文（査読有り）

1. 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：
「Hopf 分岐理論に基づく電力系統安定領域の評価」
電気学会論文誌 B 分冊, 122 巻, 2 号, pp.174–180, 2002.
Masayuki Watanabe, Yasunori Mitani, and Kiichiro Tsuji,
"Evaluation of a Power System Stable Region Based on Hopf Bifurcation Theory,"
Electrical Engineering in Japan, Vol.142, No.1, pp.16–24, 2003.
2. 渡邊 政幸・苗 沛耘・三谷 康範・辻 毅一郎：
「非線形周期軌道によって定まる電力系統大域的安定領域の特性評価のための数値的解析モデル」
電気学会論文誌 B 分冊, 122 巻, 8 号, pp.883–890, 2002.
Masayuki Watanabe, Peiyun Miao, Yasunori Mitani, and Kiichiro Tsuji,
"A Model for Numerical Evaluation of the Global Stability Region in Power Systems Determined by a Nonlinear Limit Cycle,"
Electrical Engineering in Japan, Vol.144, No.3, pp.17–27, 2003.
3. 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：
「非線形連成振動モデルを用いた多機くし形系統における Hopf 分岐特性の解析」
電気学会論文誌 B 分冊, 123 巻, 12 号, pp.1454–1461, 2003.
4. Masayuki Watanabe, Yasunori Mitani, and Kiichiro Tsuji,
"A Numerical Method to Evaluate Power System Global Stability Determined by Nonlinear Limit Cycle,"
Submitted to IEEE Transactions on Power Systems.

国際会議論文（査読有り）

1. Masayuki Watanabe, Peiyun Miao, Yasunori Mitani, and Kiichiro Tsuji,
"Assessment and Control of Power System Global Stability Determined by Unstable Limit Cycle,"
2001 IEEE Porto PowerTech Proceedings, SSR2-053, September 2001.
2. Masayuki Watanabe, Yasunori Mitani, and Kiichiro Tsuji,
"Assessment of Power System Global Stability Determined by Unstable Limit Cycle,"
14th Power Systems Computation Conference (PSCC), June 2002.
3. Masayuki Watanabe, Yasunori Mitani, and Kiichiro Tsuji,
"Numerical Evaluation of Global Stability Region in Multi-machine Longitudinally Interconnected Power System Based on Hopf Bifurcation Theory,"
Proceedings of the International Conference on Electrical Engineering (ICEE), July 2002.

電気学会電力・エネルギー部門大会論文

1. 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：
「Hopf 分岐理論に基づく電力系統安定領域の評価」
平成 13 年 電気学会 電力・エネルギー部門大会（論文 I），No.8, 2001.
2. 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：
「非線形連成振動モデルを用いた多機くし形系統における Hopf 分岐特性の解析」
平成 15 年 電気学会 電力・エネルギー部門大会（論文 I），No.8, 2003.

電気学会研究会資料

1. 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：
「励磁の状態を考慮した非線形周期軌道による過渡安定度判別法」
平成 13 年 電気学会 電力技術・電力系統技術合同研究会, PE-01-43, PSE-01-37, 2001.
2. 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：
「多機くし形系統における非線形周期軌道によって定まる安定領域の評価」
平成 14 年 電気学会 電力技術・電力系統技術合同研究会, PE-02-112, PSE-02-122, 2002.

3. 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：
「連成振動モデルを用いた電力系統非線形動特性の解析」
平成 15 年 電気学会 電力技術・電力系統技術合同研究会, PE-03-91, PSE-03-102, 2003.

講演報告

1. 渡邊 政幸・苗 沛耘・三谷 康範・辻 毅一郎：
「電力系統の非線形システム解析による安定領域の評価」
平成 13 年電気学会全国大会講演論文集, No.6-025, 2001
2. 渡邊 政幸・苗 沛耘・三谷 康範・辻 毅一郎：
「非線形システム解析による電力系統の安定領域の評価と制御」
第 45 回システム制御情報学会研究発表講演会論文集, No.2044, 2001
3. 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：
「多機くし形系統における非線形動特性の定性的評価」
平成 14 年電気学会全国大会講演論文集, No.6-073, 2002
4. 渡邊 政幸・三谷 康範・辻 毅一郎：
「4 次非線形動特性解析モデルを用いた多機くし形系統における大域的安定領域の評価」
平成 15 年電気学会全国大会講演論文集, No.6-029, 2003

以上