

Title	乱流要素渦を考慮したキャビテーションLESモデル開発に関する研究
Author(s)	岡林, 希依
Citation	大阪大学, 2011, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2307
rights	
Note	

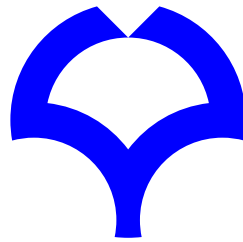
Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

学位論文

乱流要素渦を考慮した
キャビテーション LES モデル開発に
関する研究



2011 年 1 月

岡林 希依

大阪大学大学院工学研究科
機械工学専攻

目次

第1章	緒言	1
1.1	キャビテーションに関する研究の概要	1
1.2	キャビテーション流れの数値解析とモデルの分類	2
1.2.1	気泡力学に基づくモデル	3
1.2.2	状態方程式モデル	4
1.2.3	輸送方程式ベースのモデル	5
1.2.4	湧き出し型のモデル	5
1.2.5	界面追跡モデル	6
1.3	キャビテーション乱流の数値解析に関する既往研究	6
1.3.1	Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)	7
1.3.2	Large-Eddy Simulation (LES)	12
1.3.3	Detached Eddy Simulation (DES)	13
1.4	研究の概要	15
第2章	数値計算法	21
2.1	基礎方程式	21
2.1.1	支配方程式	21
2.1.2	キャビテーションモデル	22
2.2	境界条件	23
2.3	数値計算法	24
第3章	単独渦とキャビテーションの相互作用の解析	27
3.1	計算条件	27
3.2	キャビティ発生形態のパターン	29

3.2.1	3つのキャビティ発生形態	29
3.2.2	各パターンにおける渦とキャビティの時間変化	31
3.3	渦とキャビティの相互作用現象	37
3.3.1	旋回速度・渦度の変化	37
3.3.2	モデルを用いた考察	37
3.3.3	旋回速度・渦度の予測	41
3.4	キャビテーションとエネルギー散逸の関係	43
3.5	まとめ	45
第4章	乱流混合層におけるキャビテーションの数値シミュレーション	47
4.1	計算条件	48
4.2	流れ場の観察	49
4.2.1	単相の流れ場	52
4.2.2	キャビテーション流れ場	55
4.3	キャビテーションによる乱流変調	63
4.3.1	レイノルズ応力の分布	63
4.3.2	上流 ($1 \leq x/H \leq 4$) における乱流変調	64
4.3.3	下流 ($4 \leq x/H \leq 10$) における乱流変調	68
4.4	まとめ	69
第5章	DNS データベースを用いた SGS 圧力変動に関する解析	71
5.1	PDF モデル	71
5.2	フィルター操作	73
5.3	圧力変動の解析	74
5.3.1	圧力変動と乱流エネルギーの相関	74
5.3.2	SGS 圧力変動の見積もり	79
5.3.3	フィルター内の圧力分布の見積もり	81
5.4	まとめ	81
第6章	キャビテーション LES モデルを用いた数値計算法	85
6.1	基礎方程式	85
6.1.1	PDF モデル	85
6.1.2	支配方程式	86

6.1.3	一方程式型 SGS モデル	86
6.2	数値計算法	87
第 7 章	乱流混合層におけるキャビテーションの Large-Eddy Simulation	89
7.1	計算条件	89
7.2	单相の流れ場	90
7.3	キャビテーション流れ場	93
7.3.1	PDF モデルを導入しない LES	93
7.3.2	PDF モデルを導入した LES	93
7.4	まとめ	102
第 8 章	結言	105
付録 A	キャビテーションモデルに関するレビュー	109
A.1	気泡力学に基づくモデル	109
A.1.1	一流体モデル	109
A.1.2	二流体モデル (Eulerian-Lagrangian)	110
A.1.3	二流体モデル (Eulerian-Eulerian)	111
A.2	状態方程式モデル	113
A.3	輸送方程式ベースのモデル	115
A.3.1	ソース項を経験的に決定したモデル	115
A.3.2	ソース項に気泡力学を考慮したモデル	117
A.4	湧き出し型のモデル	119
A.5	界面追跡モデル	121
参考文献		125
関連発表文献		137
謝辞		141

第 1 章

緒言

1.1 キャビテーションに関する研究の概要

液体中のある領域の圧力が飽和蒸気圧より低くなると、液相から気相への相変化が起こり、液体中に空洞（キャビティ）が発生する。この現象はキャビテーションと呼ばれ、キャビテーションを伴う流れは工学分野で広範囲に観察されている。

キャビテーションの悪影響として、流体機械の性能低下、崩壊時の高圧による固体表面の壊食、振動や騒音の発生などがある。性能低下の具体例として、19 世紀末英国駆逐艦において高速の船用プロペラが予想された性能を発揮しなかったことが知られており、最初にキャビテーション現象が工学的に問題になったのはこのときである。また、1999 年に起きた H-II ロケット 8 号機の打ち上げ失敗事故では、キャビティ崩壊時の圧力振動が第 1 段エンジン（LE-7 エンジン）を構成する液体水素ターボポンプのインデューサ破損の一因として疑われた。このような流体機械では、シート、クラウド、翼端渦のような大規模かつ組織的なキャビテーションだけでなく、乱流の微細な要素渦に伴うものも多く観察されており、これらも機器の性能に大きな影響を及ぼしていると考えられる。

キャビテーションに関する研究の目的としては、これまではその抑制や制御が主に取り上げられてきた。しかし、近年では、その特性が少しずつ明らかになってきており、抑制や制御だけでなく、積極的に利用する研究例も多くなっている。工学分野においては、洗浄 [1] や表面加工 [2-4]、化学反応の促進 [5-8]、有害微生物の除去 [9] にキャビテーションが利用されている。また、医療分野においてもマイクロバブルを用いた超音波造影 [10, 11]、強力収束超音波 (High Intensity Focused Ultrasound; HIFU) を用いた腫瘍の加熱凝固治療の加熱増強効果 [12-16]、Drug Delivery System (DDS) などにおける

マイクロカプセル（マイクロバブル）の破壊と細胞への外来分子の浸透 [17–19]，キャビティの崩壊を利用した結石破碎 [20]，手術中の腹腔内の超音波洗浄 [21]，超音波遺伝子導入 [22, 23] などにキャビテーションを応用する例がある．

このように，キャビテーションは抑制，制御から有効利用に至るまで，様々な観点から研究が行われている．

1.2 キャビテーション流れの数値解析とモデルの分類

前節に記したロケットの液体燃料エンジンなどの流体機械では，作動流体や運転環境を考慮すると，実験的に性能試験を繰り返すことはコストが高く，また，液体燃料を用いた実験は危険でもあり，現実的ではない．一方，数値シミュレーションは，実験よりもコストが低く，様々なパラメータや形状で性能を計ることができるため，キャビテーションを伴う機器の開発では数値シミュレーションに対する期待が大きい．

一般に，キャビテーションは，液体中に存在する不凝縮ガスを含む微小な気泡核が流れ場の圧力変化によって急激に成長，収縮，崩壊する過程である [24, 25]．気泡の体積運動の時間スケールは流れ場の時間スケールに比べて非常に小さく，また気泡と流れ場の空間スケールも大きく異なるため，キャビテーション流れは様々な時間及び空間のスケールで非定常性を含んでいる．このような特性を有するため，様々な視点からキャビテーションモデルと数値計算スキームが研究されてきたが，依然として，キャビテーション流れは数値シミュレーションにおいて最も困難な課題の一つと位置づけられている．

初期の計算では，空洞モデルにポテンシャル流れ解析（特異点法またはパネル法）を組み合わせ，界面（自由流線）を追跡する方法が用いられた [26, 27]．この方法は局所流れ場や界面の形状変化の解析，揚力などの定量的評価，また気液二相流現象の素過程を知る上で有用な方法である．しかし，キャビティ領域の後端の閉じ方の影響，合体や分裂の取り扱いの困難，三次元への拡張が簡単でないこと，気体と渦との相互作用の解析ができないことなど，多くの問題点があった．

一方，1990年代以降，Navier-Stokes の方程式に基づいてキャビテーション流れを気液二相流として解析する方法の提案が相次いでおり，現在のところキャビテーション流れの解析法の主流を占めている．Navier-Stokes の方程式に基づく解析におけるキャビテーションモデルは，二相流を一つの混合物とみなして各相間のスリップ速度を考えない一流体モデルと，気相と液相のそれぞれについての支配方程式扱う二流体モデルに大別される [28]．以下に，モデルの分類を記述する．各モデルの詳細や計算例については付録のレ

ビューを参照されたい。

1.2.1 気泡力学に基づくモデル

周囲の圧力 p が一定と見なされるような一様な液相中に静止した単一の球形気泡の体積運動を記述した Rayleigh-Plesset の式 [25] (以下 R-P 式)

$$R \frac{DR}{Dt} + \frac{3}{2} \left(\frac{DR}{Dt} \right)^2 = \frac{p_b - p}{\rho_L} - \frac{4\nu_L}{R} \frac{DR}{Dt} - \frac{2S}{\rho_L R} \quad (1.1)$$

(ただし, p , p_b は無限遠圧力と気泡内圧力, S は表面張力, ν_L は液相動粘度, ρ_L は液相密度) から気泡半径 R を求め, キャビテーションの成長に気泡力学を考慮したモデルが提案されている。これらには一流体モデルと二流体モデルがあり, さらに二流体モデルには Eulerian-Lagrangian アプローチと Eulerian-Eulerian アプローチのものがある。

Kubota ら [29], Ito ら [30] はキャビテーションを数密度 N の気泡群とし, R-P 式による気泡半径 R からボイド率を求めている。気液間のスリップ速度は考えず, 均質流体として密度を算出する一流体モデルである。R-P 式を用いる前提として, このモデルではすべての気泡は球形であり, 互いに十分離れていると仮定している。各計算セルにおいては, すべての気泡が同じサイズであり, それらが一斉に運動するように表現する。つまり, R は各計算セルにおける代表気泡径に対応する。

Eulerian-Lagrangian アプローチの二流体モデルとしては, 気泡を質点モデルで扱い, 連続相の流れとカップリングさせる方法がある。Hsiao ら [31], Hsiao & Chahine [32] は質点モデルとして気泡核を並進運動の方程式によって移流させ, Lagrange 的に扱う方法を提案している。気泡の成長は R-P 式で表されるが, 液相に影響を及ぼさない (one-way) と仮定されている。

Eulerian-Eulerian アプローチの二流体モデルとしては, キャビテーションをサブグリッドスケールの気泡の集まりとして扱う Tamura ら [33] のモデルがある。支配方程式として, 気泡数密度の輸送方程式, 気泡にかかる力の釣り合い式, 気泡の体積運動の式, 液相体積率の保存式, 気泡流の運動量保存式, 体積率の拘束条件を解く。圧力場の計算に関しては, 疑似圧縮性解法の考え方にに基づき, 液相体積率の保存式や気泡数密度の式などを用いて導出した圧力方程式を解く。

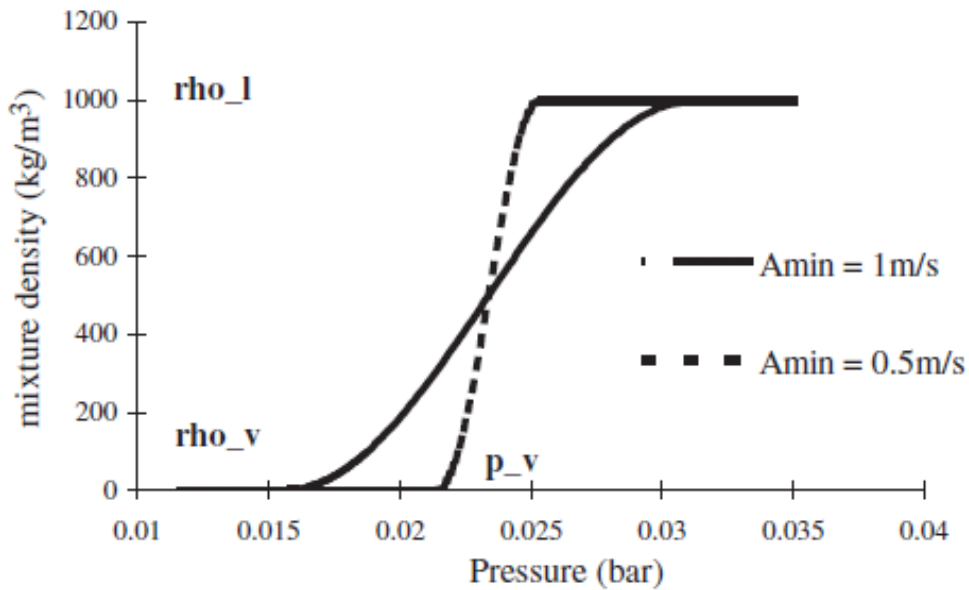


Fig. 1.1: Barotropic state law $\rho = f(p)$ [35].

1.2.2 状態方程式モデル

バロトロピー流体とは，密度が圧力のみ関数 $\rho = f(p)$ となる流体である．Delannoy & Kueny [34]，Coutier-Delgosha ら [35] は，混合流体の密度 ρ を気相から液相まで図 1.1 のようになめらかな曲線で結んだ状態方程式を用いている．

一方，圧力と質量分率 $Y = \alpha_V \rho_V / \rho$ (α_V は気相体積率， ρ_V は気相密度) により，気液混合流体の密度を $\rho = f(p, Y)$ とするモデルもある．奥田・井小萩 [36] は気相に理想気体の状態方程式を，液相に Tamman 型の状態方程式を用いて，均質な気液二相流の状態方程式を導出している．

また，Qin [37]，Wosnik ら [38] の所属する研究グループからも，バロトロピー流体を仮定したモデルが提案されている．弱圧縮性を仮定し，液相の状態方程式，気液二相領域の状態方程式および気相の状態方程式をつないでいる．気液二相領域の状態方程式としては，圧力を密度に関する 5 次式で表現している．

1.2.3 輸送方程式ベースのモデル

ソース項を経験的に決定したモデル

輸送方程式ベースのキャビテーションモデルは状態方程式モデルの欠点を克服しようとしており、また数多くの計算で使用されている。気液混合の均質流体に関する基礎方程式に、液相体積率 α_L の輸送方程式

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_L \mathbf{u}) = \dot{m}^+ + \dot{m}^- \quad (1.2)$$

またはクォリティ Y の輸送方程式

$$\frac{\partial \rho Y}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho Y \mathbf{u}) = \dot{m}^+ + \dot{m}^- \quad (1.3)$$

をキャビテーションモデルとして連立させる。 \dot{m}^+ 、 \dot{m}^- は凝縮率、蒸発率を表すソース項であり、これまでに様々な提案がなされている [39–44]。

ソース項に気泡力学を考慮したモデル

簡略化した R-P 式を用い、ソース項に気泡力学を考慮するモデルが近年多数報告されている [45–50]。これらは式 (1.1) の R-P 式の二階微分項、粘性項、表面張力項を省略し、 $p - p_v$ (p_v は飽和蒸気圧) の符号を加味することで得られる気泡径の変化率

$$\frac{dR}{dt} = \text{sgn}(p - p_v) \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p - p_v|}{\rho_L}} \quad (1.4)$$

をソース項 \dot{m}^+ 、 \dot{m}^- に反映するものである。

1.2.4 湧き出し型のモデル

気液二相流体を均質流体として扱い、その密度の式にソース項を加えて相変化を表現する湧き出し型のモデルが提案されている。

Chen & Heister [51] は気液二相流体を密度 ρ の均質流体と見なして直観的に

$$\frac{D\rho}{Dt} = C(p - p_v) \quad (1.5)$$

と表現した。 C は経験的に決める定数である。このモデルは、キャビティ領域において圧力 p が蒸気圧 p_v に保たれるように空洞領域を発達・減衰させるものである。

このモデルに対して，沖田・梶島 [52–54] は R-P 式によって気泡力学を考慮することで変更を加えたキャビテーションモデル

$$\frac{Df_L}{Dt} = [C_g(1 - f_L) + C_l f_L](p - p_v) \quad (1.6)$$

を開発している．ただし， f_L は液相体積率， C_g ， C_l はモデル定数である．定数 C_g ， C_l は角柱後流のキャビテーション流れの解析結果を実験と比較することでチューニングされている．これらの定数は単独翼および翼列まわりの計算にも用いられたが，良好な結果が得られている．

1.2.5 界面追跡モデル

Chen & Heister [55]，Deshpande [56] ら，Tokumasu ら [57] は Marker and Cell (MAC) アプローチで気液界面を追跡するモデルを提案している．この方法では，圧力場の変化によって動くマーカーを追跡することで気液界面の挙動を解析する．格子はマーカーにより構成される界面に沿って，時間ステップごとに再生成される．マーカーはキャビティ発生前には壁面上に位置しており，構成される気液界面は界面近傍の液相または気相圧力に基づき陽的に更新される．

これらの方法は気液界面における熱交換を考慮し，熱力学的効果をキャビテーション流れの解析に導入することに適している．また，気液界面が明確に定義されるため，均質流体モデルでは再現が難しいシートキャビティを避けて曲がる流線が再現され，その結果揚抗力がより精度良く算出されると考えられる．しかし，壁面に付着するシートキャビテーションのみを想定しており，他のキャビテーション形状については適用が難しい．

1.3 キャビテーション乱流の数値解析に関する既往研究

流体機械に発生するキャビテーションのほとんどは乱流状態であるため，乱流の効果を考慮したキャビテーションモデルとキャビテーションの影響を考慮した乱流モデルが数値解析を行う上で特に重要である．

乱流中に発生するキャビテーションの直接数値シミュレーション (Direct Numerical Simulation; DNS) は，乱流の微細渦をとらえるために格子解像度を非常に大きくする必要があり，計算コストの点で実用的ではない．乱流を対象とした工学上実用的な計算法として，RANS，LES，DES が挙げられる．本節ではそれら三種類の計算例を示す．

1.3.1 Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)

キャビテーション乱流の実用的な数値計算法として、産業界では従来よりレイノルズ平均モデル (Reynolds-Averaged Navier-Stokes; RANS) が用いられている。この方法は比較的シンプルで計算コストも小さいため、現在、キャビテーション流れの数値計算で最もよく使用されている。しかし、ほとんどの計算では単相乱流に用いるモデルを流用しており、その妥当性は検証されていない。一方、RANS にはキャビテーション流れ解析のために改良を行った計算もいくつか存在する。本節ではそのような計算例・モデルについて考察する。

フィルター関数を用いるモデル

現在、キャビテーション乱流の RANS 計算で最もよく使用されているのは混合流体の密度 ρ を考慮した標準 $k - \varepsilon$ モデル [58] である。渦粘性を

$$\mu_t = \frac{\rho C_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (1.7)$$

とおき、乱れの運動エネルギー k およびその散逸率 ε を

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P_t - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_t - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (1.9)$$

の両式から与える。各係数は表 1.1 の上段の通りである（下段の値については後述）。ただし、 P_t は生成項、 τ_{ij} はレイノルズ応力であり、

$$P_t = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}; \quad \tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} \quad (1.10)$$

$$\overline{\rho u'_i u'_j} = \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.11)$$

と与えられる。

Wu ら [59] は、標準 $k - \varepsilon$ モデルでは渦粘性を過大評価し、周期的なキャビティの離脱や放出などのキャビテーション非定常性の強い不安定現象を再現できないことを報告している。そこで、Wu ら [60] は Johansen ら [61] が単相乱流に用いていたフィルター関数

$$F = \min \left[1, C_\Delta \frac{\Delta \varepsilon}{k^{3/2}} \right]; \quad C_\Delta = 1 \quad (1.12)$$

Table 1.1: Empirical constants used in $k - \varepsilon$ turbulence model [63].

Model	C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε
Original $k - \varepsilon$	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3
Nonequilibrium $k - \varepsilon$	0.09	$1.15 + 0.25(P_t/\varepsilon)$	$1.15 + 0.25(P_t/\varepsilon)$	0.8927	1.15

を用い，渦粘性を修正している．

$$\mu_t = \frac{\rho C_\mu k^2}{\varepsilon} F, \quad C_\mu = 0.09 \quad (1.13)$$

ただし， F の Δ はフィルターサイズである．Wu ら [60] の単独翼に対する計算では， Δ は最大格子幅より十分大きくなるよう ($\Delta \gg \max(\sqrt{\Delta x \Delta y})$)，翼弦長の 8% に設定されている．フィルターサイズ Δ が乱流の長さスケール $k^{3/2}/\varepsilon$ より大きければ $F = 1$ ，すなわちフィルター関数がないのと同じである．逆に Δ が $k^{3/2}/\varepsilon$ より小さければ， μ_t には Δ と $k^{3/2}/\varepsilon$ の比から決定されるフィルターがかけられる．つまり，ある程度スケールが大きい乱れが生じる領域では，渦粘性がこれまでのものよりも抑えられる．

このフィルター関数により，渦粘性が抑えられることで非定常現象が再現されたことが報告されている [60]．しかし，フィルターサイズの決め方などに任意性があり，経験的な部分が残る．

生成・散逸の非平衡を考慮するモデル

低レイノルズ数型 $k - \varepsilon$ モデル [62] を用いる例もある．このモデルは標準 $k - \varepsilon$ モデル [58] における k および ε の輸送方程式において，生成項 P_t を

$$P_t = \tau_{ij} \frac{\partial k}{\partial x_j} u_i \quad (1.14)$$

としたものであり，壁面近傍での低レイノルズ数効果を考慮している．標準 $k - \varepsilon$ モデルとは生成項 P_t が異なるだけで，輸送方程式の各係数も表 1.1 上段の通りで同じである．しかし，これらの係数は生成と散逸の局所平衡を仮定して決定されているため，再循環流，回転流，流線曲率が大きい流れなど，局所平衡が成り立たない流れ場で用いるのは必ずしも適切ではない．そこで，Senocak & Shyy [63] は生成と散逸に関わる係数 $C_{\varepsilon 1}$ ， $C_{\varepsilon 2}$ について，表 1.1 下段のような経験的な修正を加え，非平衡な流れの計算に対応している．彼らは物体後流の再循環領域の解析を单相の条件とキャピテーション条件のそれぞ

れについて、修正なしの $k - \varepsilon$ モデル [62] と非平衡 $k - \varepsilon$ モデルで計算し、モデル間の比較を行っている。単相の条件とキャビテーション条件のどちらも、再循環領域の大きさ、再付着点の位置、圧力係数分布などに非平衡 $k - \varepsilon$ モデルを用いたことによって改善が見られる。

渦粘性に密度変動を考慮するモデル

Coutier-Delgosha らのグループは、第 1.2.2 節で示したバロトロピックモデルとともにキャビテーションによる密度変化を考慮した渦粘性を用いた多数の計算例を報告している [35, 64–67]。彼らはリエントラントジェットとクラウドキャビティの放出挙動を改善するため、RNG $k - \varepsilon$ モデル [135] の渦粘性 $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$ を

$$\mu_t = f(\rho) C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (1.15)$$

と修正した。ただし、 $f(\rho)$ は ρ_V, ρ_L をそれぞれ気相、液相の密度として、

$$f(\rho) = \rho_V + \left(\frac{\rho_V - \rho}{\rho_V - \rho_L} \right)^n (\rho_V - \rho_L) \quad (1.16)$$

なる関数である。文献 [64] では $n = 10$ と設定されており、図 1.2 のように ρ (横軸) がある程度大きくなると (図では 700 付近) 急激に増大する。

ベンチュリ管の喉部後流におけるシートキャビティのシミュレーション [35, 64] では、修正なしの RNG $k - \varepsilon$ モデルでの結果および実験結果との比較により、モデルの検証を行っている。修正なしのモデルでは、キャビティ後部で渦粘性を過大評価するため、リエントラントジェットを伴う非定常状態は長くは続かず、シートキャビティが常に存在する準定常状態となり、実験結果とは一致しない。一方、修正したモデルでは、リエントラントジェットに伴って実験で確認されたクラウドキャビティの放出が周期的に繰り返された。また、キャビティの長さや放出周期も実験と一致することが確認されている。他にも二次元の単独翼 [66]、Plano-convex 形状 [67] などを対象として、実験との比較による検証が行われている。

Peng ら [68] は非凝縮性気体を考慮した輸送方程式ベースのキャビテーションモデル、また Dular ら [69] は簡略化された R-P 式に基づく輸送方程式ベースのキャビテーションモデルとともに上記の修正された RNG $k - \varepsilon$ モデルを適用している。どちらも、 n として Coutier-Delgosha らと同様に 10 を用いている。

また、Li ら [70] は SST $k - \omega$ モデル [71] の渦粘性 μ_t を、上記の修正された RNG

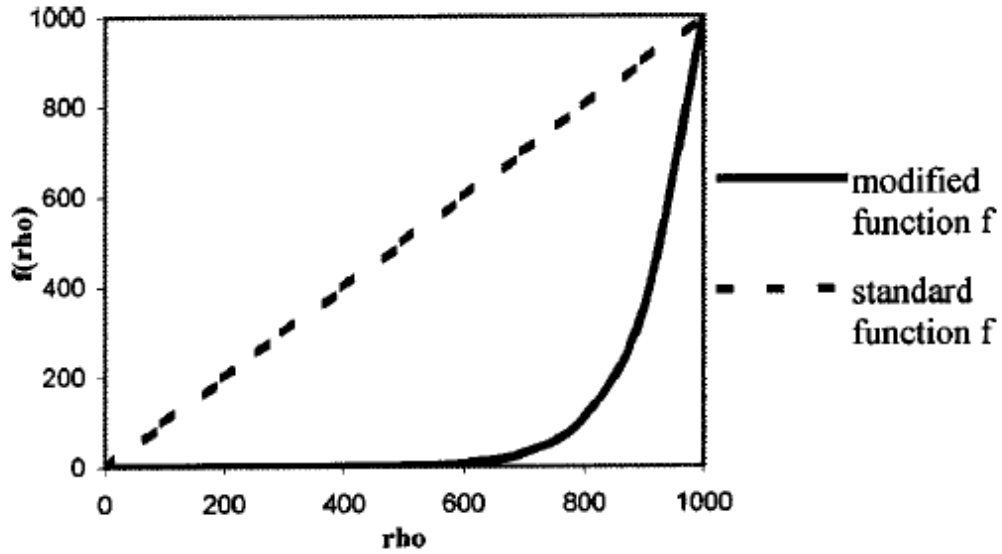


Fig. 1.2: Modification of the mixture viscosity [64].

$k - \varepsilon$ モデルのアイデアを参考に

$$\mu_t = f(\rho) C_\omega \frac{k^2}{\omega} \quad (1.17)$$

$$f(\rho) = \rho_V + \left(\frac{\rho_V - \rho}{\rho_V - \rho_L} \right)^n (\rho_V - \rho_L) \quad (1.18)$$

と修正し，簡略化された R-P 式に基づく輸送方程式ベースのキャビテーションモデルとともに用いている．ここでも同様に $n = 10$ を採用している．

飽和蒸気圧に乱流による圧力変動を考慮するモデル

単相乱流中の圧力変動 p' に関して，一様等方乱流の統計理論から， ρ を密度， k を乱流エネルギーとして，

$$p' = 0.39 \rho k \quad (1.19)$$

なる関係が導かれている [72]．Singhal ら [39] は時間平均圧力 $\langle p \rangle$ と式 (1.19) の関係を用いて，圧力に関するトップハット型の確率密度関数 (Probability density function; PDF)

$$\Psi(p) = \begin{cases} \frac{1}{p'} & (|p - \langle p \rangle| < p'/2) \\ 0 & (|p - \langle p \rangle| > p'/2) \end{cases} \quad (1.20)$$

を仮定し，RANS を基盤としたキャビテーション流れの解析に乱流の効果として導入した．第 1.2.3 節に示した彼らによるソース項 [39] $R = \dot{m}^+ + \dot{m}^-$ に含まれる圧力 p に変動を考慮して，

$$\bar{R} = \int_{-\infty}^{\infty} R(p)\Psi(p)dp \quad (1.21)$$

としている．これにより，RANS の時間平均圧力だけでキャビテーション初生を予測するよりも，変動分 $p'/2$ のために蒸気圧 p_v を下回りやすくなり，その結果キャビテーションが発生しやすくなる傾向にある．

後に，Singhal ら [45] はより簡単で安定な計算を行うため，PDF の代わりに，相変化の閾値となる圧力 p_v として，飽和蒸気圧 p_{sat} に $p'/2$ の変動を加えた

$$p_v = p_{sat} + p'/2 \quad (1.22)$$

を用いている．このように乱流の効果を蒸気圧に考慮する方法は，その後多くの計算に適用されている [46, 73–76] ．

キャビテーションによる乱れをソース項とするモデル

Srinivasan ら [77] は Coutier-Delgosha ら [35] が検証した修正 RNG $k - \varepsilon$ モデルを用いた上で， k, ε の輸送方程式にソース項を加えることで，キャビテーションの成長・崩壊に起因する乱れを表現する方法を提案している．

半径 R の気泡の中心から R_L の位置における半径方向速度は

$$v(R_L) = \left(\frac{R}{R_L}\right)^2 \dot{R} \quad (1.23)$$

と求められる．また，気泡の周囲の液相の全運動エネルギー E_k は

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2} \int_R^{\infty} \left(\frac{R}{R_L}\right)^4 \dot{R}^2 4\pi\rho_V R_L^2 dR_L = 2\pi\rho_V R^3 \dot{R}^2 \quad (1.24)$$

である．気泡の成長・崩壊による乱れが運動エネルギーの変化率に比例すると仮定すると，キャビテーションに起因する運動エネルギーのソース項は，気泡数密度を N として

$$S_k = \frac{d(N E_k)}{dt} \quad (1.25)$$

と表せる．

乱れの長さスケールは気泡界面内外の圧力差と強い相関がある気泡の成長速度で代表される．キャビテーションに起因する乱れは気泡の成長速度に対して等方的である．したがって，キャビテーションによる散逸率 S_ε は S_k の過渡的な変動として，

$$S_\varepsilon = \frac{dS_k}{dt} \quad (1.26)$$

と得られる．得られたソース項はそれぞれ k , ε の輸送方程式に加えられる．なお，気泡半径に関しては R-P 式が解かれている．

渦度をもたない変動は乱流現象とは見なされないので，式 (1.23) で見積もられる k , ε への影響は一種の疑似乱流であるといえる．この方法について定量的な評価はなされていないが，ノズル内流れのシミュレーションが行われ，渦キャビテーションの形成，蒸気クラスターの放出や合体，離脱などの特徴的な現象がこの方法を使った計算により再現されている．

1.3.2 Large-Eddy Simulation (LES)

RANS を用いる方法ではキャビテーション乱流の強い非定常性が問題となる不安定現象を十分に再現することができない．さらに，解が乱流モデルに依存しやすいことが知られている．

これに対して近年，乱流の代表的な非定常解法である Large-Eddy Simulation (LES) にキャビテーションモデルを用いる方法が散見される．LES は非定常乱流に対する数値予測手法の一つである．乱流では，低波数の大きな渦は流れ場によって異なるが，高波数の小さな渦は普遍的である．LES はこの性質に着目し，計算格子より大きな成分 (grid scale; GS) は直接計算され，計算格子で直接解像できない小スケール成分 (subgrid scale; SGS) は乱流モデルによって近似される．キャビテーション現象は強い非定常性を伴うため，代表的な非定常解法である LES は解析に適していると考えられる．現在のところ，LES を用いたキャビテーション流れ解析に関しては，単相流れの乱流モデルを流用しており，キャビテーションに対応する修正を加えた LES は見あたらない．さらに，計算例も RANS に比べると圧倒的に少ない．以下にいくつかの例を示す．

Minnesota 大学のグループの Qin [37]，Wosnik ら [38] は第 1.2.2 節に示した状態方程式モデル [37,38] と，壁境界で van Driest 関数を用いた Smagorinsky モデル [78] によって二次元の単独翼のキャビテーション流れを解析している．彼らは NACA0015 翼の揚力変動とクラウドキャビティ，後流渦の挙動との関係を詳細に調べており，同時に行った実

験の PIV 計測結果とも比較を行っている。クラウドキャビティの放出や翼後端からの渦の放出が揚力変動と強い相関があることが計算結果から示されている。さらにそれらの渦やキャビティの分布は実験結果と一致している。また、Wang & Ostojca-Starzewski [79] はほぼ同じキャビテーションモデル・乱流モデルを用いて三次元の単独翼の計算を行っており、シートキャビテーションやクラウドキャビティの放出を再現している。

山出ら [80] は沖田・梶島 [52–54] による湧き出し型のモデルと Dynamic Smagorinsky モデル [81] を用い、基本的な形状である角柱および単独翼 (Clark-Y および NACA0015) の三次元解析を行っている。また、得られた結果を実験結果や沖田らの計算結果と比較し、検証している。揚抗力はすべての計算対象で概ね妥当な結果を得ることができているが、NACA0015 に関しては、本来は観察されるはずのリエントラントジェットやクラウドキャビティの放出などの非定常現象を再現できていない。この本質的な理由を彼らは渦粘性の過小評価のためと考えており、再現性向上のために渦粘性と流れ構造の関係について調べることが課題であるとしている。しかし、修正した RANS で計算を行い、非定常現象を再現した Wu ら [59]、Coutier-Delgossa ら [35, 64] は、修正なしのモデルで非定常現象が再現されないのは渦粘性の過大評価によると推測しており、まったく逆の考えである。

Shams & Apte [82] はキャビテーションモデルとして、第 1.2.1 節で示した Eulerian-Lagrangian アプローチと同系統の二流体モデルおよび輸送方程式ベースのモデル [39, 40] のそれぞれと Dynamic Smagorinsky モデル [81] を用いて Liu & Katz [83] の実験対象と同じオープンキャビティにおけるキャビテーション流れを解析を行っており、妥当な結果を得ている。

上記に挙げるように、現在行われているキャビテーション流れの LES のほとんどは単相流れのための Smagorinsky モデルおよび Dynamic Smagorinsky モデルである。また、非定常現象の再現性を高めることを目的としている。

1.3.3 Detached Eddy Simulation (DES)

乱流モデルとして RANS と LES のハイブリッドスキームである Detached Eddy Simulation (DES) を用いる方法が近年提案されている。DES は高レイノルズ数の壁乱流を計算するため、壁に付着した境界層は RANS で解き、壁から剥離した流れは LES で解く方法である。したがって、DES は翼周り流れなどに適していると考えられる。また、

境界層をとらえるために壁近傍に細かいメッシュを必要としないため，LES よりも少ない計算機資源で済むというメリットがある．報告されている DES での計算の多くは翼周りの非定常キャビテーション流れ場を再現しようとしたものである．DES に関しても LES と同様，単相流れのものを流用しており，キャビテーションを考慮した修正などは施されていない．以下にいくつかの例を示す．

Ugajin ら [84–86] はキャビテーションモデルとして沖田・梶島 [52–54] のモデル，乱流モデルとして最も基本的な DES である Spalart によるモデル [87] を用いて，二次元翼列におけるキャビテーション流れ計算およびロケットエンジンターボポンプ用インデューサ内の非定常キャビテーション流れの三次元計算を行っている．これらの計算では，物理的に妥当な結果が得られることが確認されている．しかし，DES を使用することによる効果や改善点などの検証はされていない．

また，Kunz ら [88] は輸送方程式ベースのキャビテーションモデル [41] に URANS と DES (どちらも RANS は標準 $k - \varepsilon$ モデル) を用いて単独翼に対する計算を行い，それぞれの結果を比較している．実験と比較していないため，どちらが良い結果になるかは不明であるが，DES によりクラウドキャビティの放出などの非定常現象が再現されている．また，同じグループの Kinzel ら [89] は，これらの他にエネルギー式を連立して解き，熱力学的効果に関する検討を行っている．

Kim ら [90] は R-P 式に基づく輸送方程式ベースのキャビテーションモデルを用いて，単独翼キャビテーションに対する計算を RANS ($k - \omega$ モデル [91] および $k - \varepsilon$ モデル [92])，LES (Smagorinsky モデル [78])，DES (Spalart ら [87]) のそれぞれに対して行っている．RANS では非定常なふるまいが定性的には確認されたが，クラウドキャビティの放出周期や揚抗力係数が合っていない．一方，LES，DES とも放出周期や揚抗力が適切に算出されている．彼らは揚抗力を正しく算出するには翼におけるキャビテーションの非定常現象を適切に再現することが必要であり，それには LES や DES のような非定常解法が必須であると結論付けている [90]．

以上のようにいくつかの DES による計算例があるが，いずれも DES を使ったことによるメリット (例えば，LES より計算が軽いにも関わらずより妥当な結果が得られるなど) や改善点は明確でない．

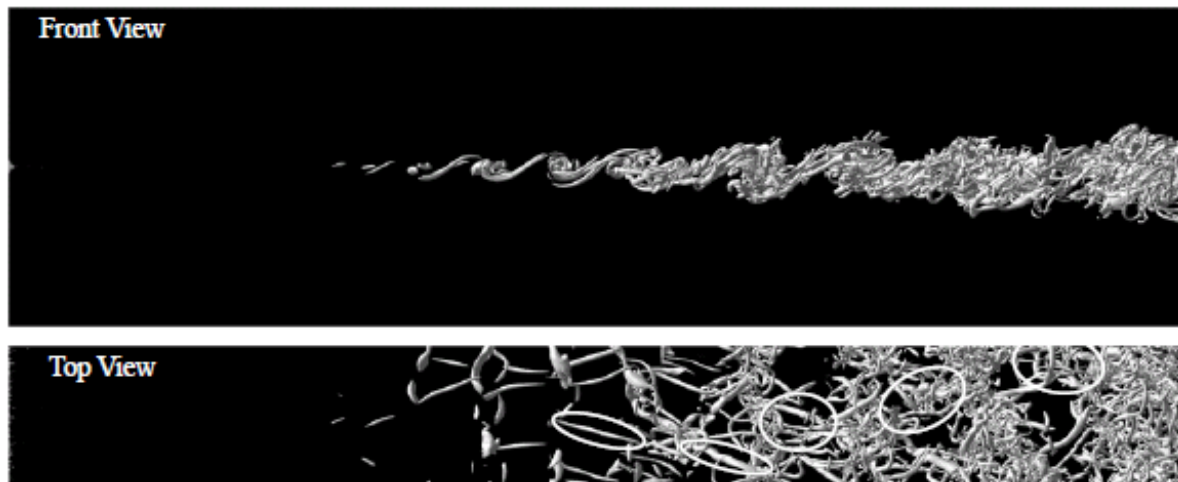


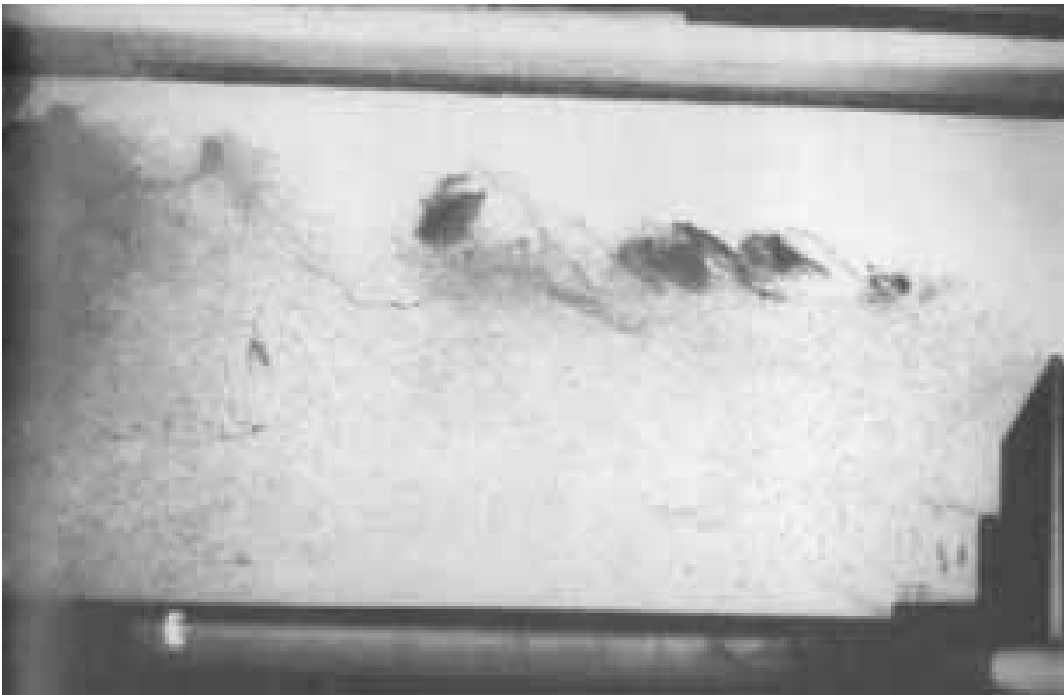
Fig. 1.3: Coherent fine vortices in spatially-developing turbulent mixing layer. (DNS results by Wang *et al.* [96])

1.4 研究の概要

乱流を構成する基本的な秩序構造は微細な渦である [93–100] . 図 1.3 は Wang ら [96] の DNS で再現された空間発展乱流混合層における微細渦の秩序構造である . このような渦構造はキャビテーションの発生に重要な役割を果たす . 例えば , 乱流境界層では壁面上での圧力が蒸気圧よりも高いにも関わらずキャビテーションが発生することが 55 年前の実験からすでに報告されており [101] , これは乱流渦の渦芯の低圧部からの発生を示唆している . Arndt & Ippen [102] は乱流境界層の渦構造に取り込まれた気泡の成長を高速度カメラで観察し , それを元にその渦芯の圧力低下を測定したところ , 瞬時の圧力低下量は壁面圧力の変動強度 (RMS 値) の 10 倍にもなることがわかった . これは乱流境界層だけでなく , せん断乱流の渦構造においても同様の結果であった [103, 104] . せん断乱流では , Kelvin-Helmholtz の不安定によってせん断面に間欠的に生じるロール渦の間の領域は , ロール渦の旋回によって引き延ばされ , 二次的不安定によって流れ方向に回転軸を持つ縦渦が生じる . 噴流や剥離せん断層のようなせん断乱流における渦のペアリングの過程で生じる微細渦において , キャビテーションの発生が確認されている [103, 104] . 図 1.4 はせん断層の渦構造に生じるキャビテーションの様子である [105] . さらに , キャビテーション初生に対してはこれらの渦の寄与が大きいことが報告されている [106, 107] .



(a) Top view



(b) Front view

Fig. 1.4: Cavitating turbulent shear layer. (Experiment by O'Hern [105])

Arndt [108] は前述の非常に大きな圧力低下もペアリングに関連していると述べている。このように渦芯に生じるキャビテーションは渦キャビテーションと呼ばれており、工学的に様々な場面で観察される現象にも関わらず、まだ未解明の部分が多い [108]。

キャビテーションは乱流渦からの生成のみでなく、それ自体が乱流に及ぼす影響も示唆されている。例えば、Gopalan & Katz [109] は、単独翼に生じるキャビテーションの実験の結果から、シートキャビティの後端からの渦の生成にはキャビテーションそのものが関連していると報告している。また、Iyer & Ceccio [110] はキャビテーションを伴う剥離せん断層流れを定量的に測定し、乱流統計量を詳細に示した上で、キャビテーションが乱流エネルギーに与える影響を報告している。

前述の LES や DES を用いた計算手法は、キャビテーション乱流の強い非定常性の再現性を高めることを期待して用いられているが、単相の乱流モデルが流用されている。Iyer & Ceccio [110] は上記のせん断層の実験結果から、二次的な縦渦などの微細な渦がキャビティの発生源になる場合、小スケールな低圧部をとらえる必要があることを考慮し、LES や DES のように大規模な渦のみを直接解き、小規模な渦をモデル化するような従来より単相乱流に用いられている数値計算法では、上記のようなせん断乱流などの流れ場をシミュレートすることは難しいと推察している。これは格子解像度以下 (SGS) の渦がキャビティの発生源となりうるモデルの必要性を示唆している。また、そのようなモデルを開発する場合、乱流渦からのキャビティ生成のみでなく、モデル化された渦からのキャビテーションによる乱流変調をも数理モデルに考慮すべきであると考えられる。

以上の問題点に立脚して、計算格子より微小な要素渦とキャビテーションモデルによって表現されるキャビテーションとの相互作用を考慮し、そのモデルによる乱流渦キャビテーションを伴う流れを数値的にシミュレートするための非定常解法を確立することを本研究の目的とする。キャビテーション乱流の非定常性を考慮するため、LES を基礎とする。キャビテーションの影響を考慮した乱流モデルとしては第 1.3.1 節に RANS での計算例を示しているが、LES や DES に関してはそのような例はない。その意味で、本研究はキャビテーションと乱流の相互作用を考慮した物理モデルによる非定常乱流解析の最初の試みである。

モデルの基盤となる LES モデルは Okamoto & Shima [111, 112] の一方程式型 Subgrid モデルを採用する。このモデルの概念図と本研究のねらいを図 1.5 に示す。この方法をキャビテーション乱流解析に用いる利点は、計算格子でとらえられない乱流エネルギー k_{SGS} の輸送方程式を扱うことにより、非平衡性の効果が期待できるとともに、SGS 流れ場とキャビテーションの相互作用 (赤と青の矢印で示している) を取り入れることが容易

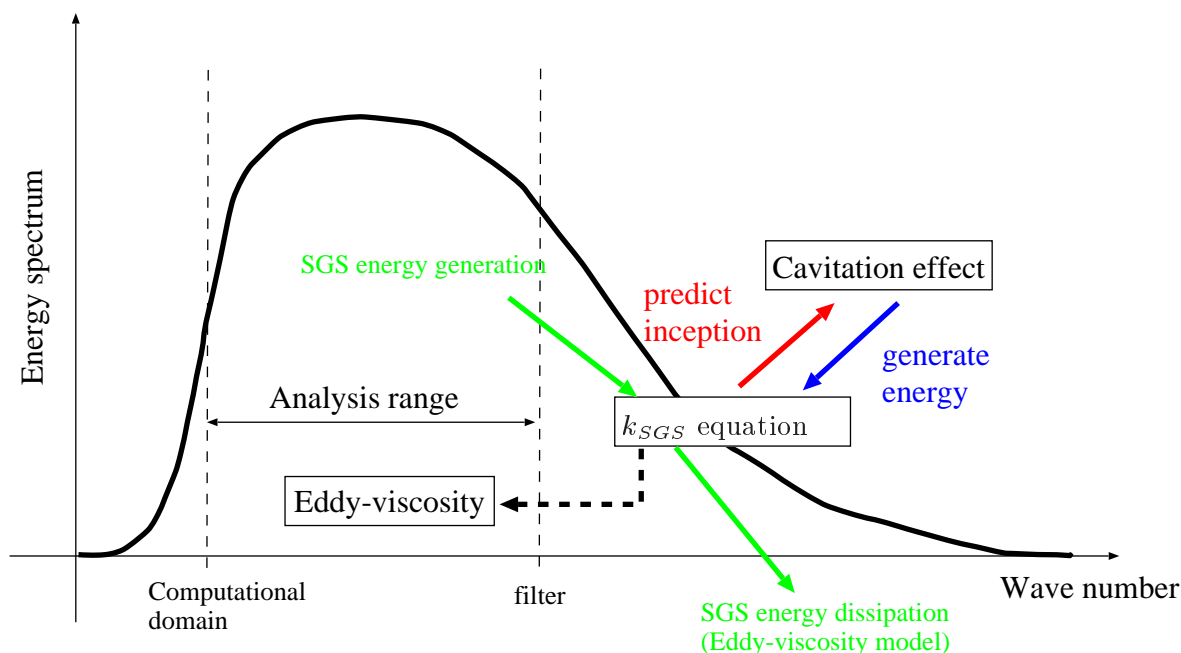


Fig. 1.5: Concept of one-equation model and cavitation effect.

であることである．また，本研究で基盤とするキャビテーションモデルは，非定常キャビテーション現象を流れ場の時空間スケールでとらえることを想定し，沖田・梶島 [52–54] の湧き出し型のモデルを採用する．本研究で提案する SGS モデルは，大規模なキャビティはグリッドスケールでとらえて直接計算し，サブグリッドに落ちるスケールだけを対象とするため，大規模なバブルキャビティやシートキャビティ等も含む広範なキャビテーション乱流に適用することも可能である．本論文では輸送方程式から求められる k_{SGS} を用いてキャビティ発生源となる SGS の渦芯に対応する低圧部を定式化し，赤の矢印で示す乱流からのキャビテーション発生を考慮した計算まで完了している．

本論文は以下に示す構成である．第 2 章では，沖田ら [52–54] によるキャビテーション流れの数値計算法について述べる．第 3 章では，モデル開発の基礎研究として，乱流要素渦を想定した単独の Burgers 渦を高解像度で模擬し，キャビテーション乱流の最も基本的な素過程である乱流要素渦とモデルで表現されるキャビテーションの相互作用を再現する．第 4 章では，空間発展乱流混合層に発生するキャビテーションに対して，単相流れを DNS で再現し，さらにモデルを用いて減圧条件下で発生するキャビテーションを模擬し，

モデリングを行うための乱流場を得る．また，モデルによって表現されるキャビテーションが乱流に及ぼす影響を定量的に解析し，物理的な考察を行う．第5章では，構築した単相の乱流混合層のDNSデータベースにフィルター操作を施し，平均圧力と乱流エネルギーを用いて乱流中のキャビテーション発生源となる低圧力領域の定式化を行う．第6章では，定式化した低圧力領域をもとに，LESを基礎としたキャビテーション乱流モデルを提案し，数値計算法とともに示す．最後に，提案したモデルを用いて空間発展乱流混合層のLES計算を行い，結果を考察する．

第 2 章

数値計算法

本章では，第 3，4 章の数値シミュレーションで用いる，キャビテーション流れの数値計算法について記述する．

2.1 基礎方程式

本計算では，液相を弱い圧縮性の流体と見なすが，平均流れは低マッハ数であるため，圧縮流れ解法では硬直性の問題により時間刻みを大きくとることができず，実用的ではない．一般に，低マッハ数流れに対しては，前処理付きの圧縮解法か低マッハ数近似による非圧縮解法の拡張のいずれかが用いられる．本研究では後者を採用し，低マッハ数近似解法 [113] を用いる．

2.1.1 支配方程式

全ての変数は代表長さ H ，基準速度 u_∞ および十分遠方における液相密度 $\rho_{L\infty}$ で無次元化されたものとする．液相動粘度などの物性値は一定とする．液相の質量保存式は次のように表される．

$$\frac{\partial(f_L \rho_L)}{\partial t} + \frac{\partial(f_L \rho_L u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.1)$$

f_L は液相体積率である．液相密度 ρ_L を基準値と変動 ($\rho_L = 1 + \rho'_L$) に分離すると，

$$\frac{Df_L}{Dt} + f_L \left(\frac{1}{1 + \rho'_L} \frac{D\rho'_L}{Dt} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (2.2)$$

となる．ここで，液相の密度変動は非常に小さい ($\rho'_L \ll 1$) のものとし，さらに等エントロピーを仮定する [113] と， $D\rho'_L/Dt = M^2 Dp/Dt$ より，式 (2.2) は次のように近似される．

$$\frac{Df_L}{Dt} + f_L \left(M^2 \frac{Dp}{Dt} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (2.3)$$

上式はいわゆる低マッハ数近似であり，導入されたマッハ数 $M (= u_\infty/c, c$ は音速) は液相の圧縮性の強さに対応する計算パラメータで全域で一様に与えられる．

また，液相の運動方程式は次式を用いる．

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{f_L} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.4)$$

ここで，粘性応力テンソル τ_{ij} はニュートン流体の構成方程式

$$\tau_{ij} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.5)$$

で与え，式 (2.4) 右辺第 2 項を成分表示すると，発散は

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (2.6)$$

($Re = Hu_\infty/\nu_L$, ν_L は液相動粘度) である．ただし，実際の計算では速度の発散は十分小さいものとして無視し，

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.7)$$

としている．

2.1.2 キャビテーションモデル

キャビテーション気泡は数値計算におけるメッシュ幅より小さいので，個々の気泡運動やその周りの流れをとらえることを目的とせず，キャビティ発生時の大局的な現象の解析を行う．一方，時間平均的な流れ場でなく，計算領域内の非定常流れとキャビテーションの相互作用を解析の対象とする．よって，われわれが用いるべきモデル及び数値計算法は，非定常キャビテーション現象を流れ場の時空間スケールでとらえるものである必要がある．以上の背景より，第 1.2.4 節で示した沖田・梶島 [52-54] による湧き出し型のモデル

$$\frac{Df_L}{Dt} = [C_g(1 - f_L) + C_l f_L](p - p_v) \quad (2.8)$$

を用いる．ただし， C_g ， C_l はモデル定数である．なお，モデル式の導出などの詳細は付録の第 A.4 節に示す．

また，蒸気圧力 p_v はキャビテーション数

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_v}{\frac{1}{2}\rho_L u_\infty^2} \quad (2.9)$$

なる無次元数により与えられる．これは，実験においてデータを整理する際に，基準圧力 p_∞ と飽和蒸気圧 p_v を指定することにより定まる条件設定パラメータに準拠するものである．なお，式中の基準圧力 p_∞ は無限遠方での圧力である（ただし，式 (2.9) の p_∞ ， p_v は有次元）．

2.2 境界条件

キャビテーション流れでは，流出境界を渦が通過する場合だけでなく，流下したキャビティが境界近傍で崩壊することもあるため，不自然な圧力波の反射を防ぐ境界条件が特に重要となる．ここではそのために沖田らが開発した流入出境界条件の取り扱い法 [52–54] を導入する．以下にその概要を示す．

境界における圧力を擬似的な輸送方程式によって与える方法 [114] を低マッハ数近似された圧縮流れに拡張することを考える．境界を通過する方向を x ，輸送速度を \bar{U} とすると，圧力に関する近似的な輸送方程式 [114]

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{2Re} \omega^2 \quad (2.10)$$

となる．この式において，右辺（渦度 ω の拡散効果）を無視し，圧力勾配項を流れによる成分 (I) と音響による成分 (C) に分離すれば

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\bar{U} \left[\frac{\partial p}{\partial x} \right]^I - \left(\bar{U} \pm \frac{1}{M} \right) \left[\frac{\partial p}{\partial x} \right]^C \quad (2.11)$$

となる． $[\partial p / \partial x]^I$ は，速度場の（拡散項も考慮した）対流条件

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.12)$$

に関連づけられる [114]．これは運動方程式 (2.4) と整合していなければならないので，流れに起因する項は

$$\left[\frac{\partial p}{\partial x} \right]^I = -f_L (u_j - \bar{U}_j) \frac{\partial u}{\partial x_j} \quad (2.13)$$

となる．音響項では，領域外へ流出する成分（流入境界では $-x$ 方向，流出境界では $+x$ 方向）は，式 (2.13) を使って，

$$\left[\frac{\partial p}{\partial x}\right]^C = \frac{\partial p}{\partial x} - \left[\frac{\partial p}{\partial x}\right]^I \quad (2.14)$$

で評価すればよい．一方，領域外から流入する成分については無反射のために 0 とおくが，流出境界側では十分遠方 L_∞ における圧力を基準圧 p_∞ として固定するために，圧力勾配項を残す．以上より，流出境界における圧力は，流入境界では

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\bar{U}\left[\frac{\partial p}{\partial x}\right]^I - \left(\bar{U} - \frac{1}{M}\right)\left[\frac{\partial p}{\partial x}\right]^C \quad (2.15)$$

流出境界では

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} = & -\bar{U}\left[\frac{\partial p}{\partial x}\right]^I - \left(\bar{U} + \frac{1}{M}\right)\left[\frac{\partial p}{\partial x}\right]^C \\ & + \left(\bar{U} - \frac{1}{M}\right)\frac{p - p_\infty}{L_\infty} \end{aligned} \quad (2.16)$$

と，時間進行計算において陽的に与えられる．なお，本計算では L_∞ は計算領域の主流方向長さ， p_∞ はゼロとした．以上の境界条件の計算では，全て計算領域内の差分テンシルを使用する．

2.3 数値計算法

非定常流れの数値計算法は，コロケート格子を用いた非圧縮流れに対する Fractional Step 法を基礎とする [115]．

式 (2.4) の対流項と粘性項（和を F_i で表す）には 2 次精度 Adams-Bashforth 法を適用する．部分段階速度は

$$u_i^* = u_i^{(n)} + \frac{\Delta t}{2} \left[3F_i^{(n)} - F_i^{(n-1)} \right] \quad (2.17)$$

となる． n は時間ステップ数， Δt は時間刻みである．対流項および粘性項は中心差分法で近似される．

後述の方法で圧力を求めてから， u_i^* にその勾配を追加して（これ以降は $\delta_k q$ は q に対する x_k 方向の中心差分）

$$u_i^{(n+1)} = u_i^* - \Delta t \frac{1}{f_L^{(n)}} \delta_i p^{(n+1)} \quad (2.18)$$

で時間進行が完了する．

式 (2.18) を式 (2.3) に代入して導かれる圧力方程式は，時間差分を 3 ステップ法 (2 次精度)，空間差分を中心差分とおくことにより，次のように離散化される．

$$\begin{aligned} \frac{Df_L}{Dt} + f_L^{(n)} \left\{ M^2 \left(\frac{3p^{(n+1)} - 4p^{(n)} + p^{(n-1)}}{2\Delta t} + u_j^{(n)} \delta_j p^{(n+1)} \right) \right. \\ \left. + \delta_j u_j^* - \Delta t \delta_j \left(\frac{1}{f_L^{(n)}} \delta_j p^{(n+1)} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2.19)$$

上式は緩和法によって収束計算される．なお，式はヘルムホルツ型の方程式であり，対角優位となることから，十分な収束性が確保でき，ベクトル計算機での計算にも適した Jacobi 法により収束計算を行う．マッハ数がゼロで， f_L が一定の場合には，通常非圧縮流れの圧力に対する Poisson 方程式に帰着する．

なお，対流項および粘性項の中心差分，速度を修正する圧力勾配を近似する中心差分，圧力方程式の空間微分を近似する中心差分については第 3 章に示される計算では 4 次精度，第 4 章に示される計算では 2 次精度である．

式 (2.8) で与えられる液相体積率 f_L に関する時間進行は 2 段階で半陰的に行われる．あらかじめ

$$f_L^P = f_L^{(n)} + \Delta t \{ C_g(1 - f_L) + C_l f_L \}^{(n)} (p^{(n)} - p_v) \quad (2.20)$$

で陽的に予測しておく． $f_L^P < 1$ (かつ， $f_L^{(n)} < 1$ のときには時間外挿 $f_L^{P'} = 3f_L^{(n)} - 3f_L^{(n-1)} + f_L^{(n-2)}$ に対しても $f_L^{P'} < 1$) でキャビティがあると予測されたら，式 (2.3) の結果を用いて式 (2.8) 右辺から

$$f_L^* = f_L^{(n)} + \Delta t \{ C_g(1 - f_L) + C_l f_L \}^{(n)} (p^{(n+1)} - p_v) \quad (2.21)$$

とおく． $f_L^P \geq 1$ ならば $f_L^* = 1$ とする．次に

$$f_L^{(n+1)} = f_L^* - \Delta t u_j^{(n+1)} \delta_j f_L^* \quad (2.22)$$

で対流の寄与が加えられる．なお，本計算では気相密度を 0 としているため，セル内の運動量が 0 になるのを防ぐために， f_L には下限 $f_{L\min} = 0.1$ を設定する．本論文で示す計算では $f_L = 0.1$ となる時間は十分短く，また $f_L = 0.1$ となるセル数も十分小さく，無視できることを確認している．

以上の手続きにより，新たな時間ステップでの流れ場 $p^{(n+1)}$ ， $u_i^{(n+1)}$ 及び $f_L^{(n+1)}$ が得られ，これを繰り返すことによってキャビテーションによる相変化を含む非定常流れが計算される．

本計算手法の特徴は、液相体積率の時間変化項である式 (2.3) 左辺第 1 項に式 (2.21) を用いることで、キャビティの膨張・収縮が陰的に算出される点である。

第 3 章

単独渦とキャビテーションの相互作用の解析

本章では，単独の乱流要素渦とキャビテーションの相互作用というキャビテーション乱流の最も普遍的な素過程を想定した数値シミュレーションについて述べる．近年の単相乱流の研究から，乱流要素渦は Burgers 渦 [116, 117] で近似できることが解明されており [93, 99]，Burgers 渦とキャビテーションの関係を解析することが，モデル開発のための知見を得る上で重要である考えられる．計算結果から，乱流要素渦のコアにおけるキャビテーション発生条件を把握し，キャビテーションが渦に与える影響を解析する．

3.1 計算条件

計算領域として，図 3.1 に示すような，幅および高さ D を代表長さとする主流方向長さ $L_x = 3.84D$ の流路を設定する．渦軸の振れ回り，キャビティの鉛直上方への動き（重力場を想定した場合）などの三次元的な挙動が予想されるため，本計算では軸対称の二次元計算ではなく，直方体の計算領域を用いた三次元計算としている．

流入境界では，乱流要素渦を近似する [93, 99] Burgers 渦の周方向速度の解析解 [116, 117]

$$v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma}{4\nu} r^2\right) \right] \quad (3.1)$$

と，主流方向の一様流 U を定常的に与える．この U を代表速度とする．式 (3.1) において， Γ は循環， ν は動粘度， γ は stretching parameter と呼ばれるパラメータを表す．流出境界での速度には対流流出条件を適用する．側面での速度の境界条件は， x 方向には一

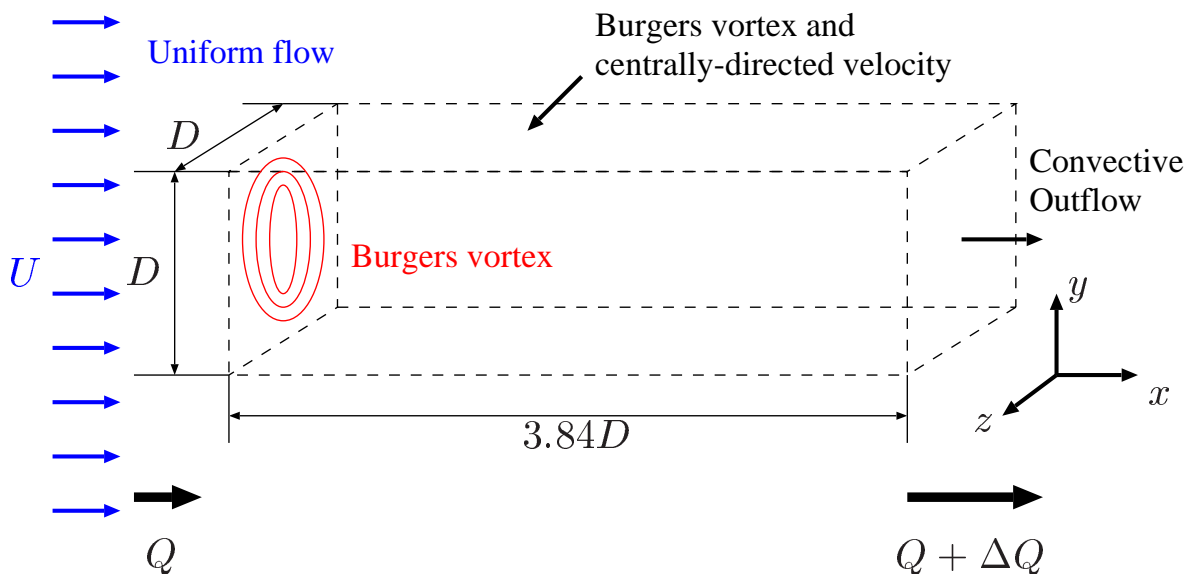


Fig. 3.1: Overview of flow field and computational domain.

様流 U を与える． y, z 方向には流入面で与えた Burgers 渦の側面部分での速度分布を与え，それに加えて中心向きの速度を与える．これにより，流入部での流量 Q に加えて流出境界との流量差 ΔQ を設定する， ΔQ によって流れを加速させることで，実際の Burgers 渦に近づけることを目的としている．圧力に関しては，流入境界と側面境界では勾配 0 のノイマン条件とし，流出境界では沖田ら [52–54] による境界圧力，すなわち式 (2.15)，(2.16) をディリクレ条件として与える．液相体積率に関しては，流入および流出部分では勾配 0 のノイマン条件とする．本計算の条件の範囲内では渦の半径方向の境界にはキャビテーションが到達しないため，スパン方向および上下方向については $f_L = 1$ とする．初期条件は，速度については流入境界に Burgers 渦の解析解，計算領域全体に一様流速 U を与える．圧力については計算領域全体でゼロとする．液相体積率については，初期状態として单相を想定し，計算領域全体で $f_L = 1$ とする．

モデル定数については， $p < p_v$ となってキャビティが発生・成長する場合には $C_g = 1000$ ， $C_l = 1$ ， $p > p_v$ となって縮小・消滅する場合には $C_g = 100$ ， $C_l = 1$ とする．なお，これらの定数の設定は沖田らの報告 [52–54] をもとにしたものであり，本計算のために最適化されたものではない．その他のパラメータについては表 3.1 に示す．なお，格子は直交等間隔であり，流入部において，Burgers 渦の旋回速度が最大となるような直径に対して $\gamma/\nu = 300 \sim 900$ のとき 6～8 点の格子点が確保されている．

Table 3.1: Parameters for simulation.

grid points	$N_x \times N_y \times N_z$	$64 \times 32 \times 32$
grid size	Δx	$0.06D$
grid size	$\Delta y (= \Delta z)$	$0.03125D$
Reynolds number	$Re (= DU/\nu_L)$	1×10^3
Mach number	M	0.1
time increment	Δt	$1 \times 10^{-3} D/U$
difference of flux	ΔQ	$0.05Q$
Burgers vortex's parameters	Γ	0.3
	γ/ν	300 ~ 900
cavitation number	σ	0.1, 0.2, 0.3, ∞ (single phase)

3.2 キャビティ発生形態のパターン

3.2.1 3つのキャビティ発生形態

キャビテーション数と渦の強さが流れ場に及ぼす影響を観察する。 $\gamma/\nu = 300 \sim 900$, $\sigma = 0.1 \sim 0.3$ で変化させて数値解析を実施した結果, 3つの特徴的なキャビティ発生形態があることがわかった。ここではその3つを代表する結果を示す。図3.2は $\sigma = 0.1$ 一定かつ, 渦の強さを3パターンに変えた際の各パターンに対する計算領域内の気相体積の時間変化, また, 図3.3は $\gamma/\nu = 700$ 一定かつ, σ を3パターンに変えた際の各パターンに対する計算領域内の気相体積の時間変化である。ただし, 図3.2については $\gamma/\nu = 400$, 図3.3については $\sigma = 0.1$ の場合, 定常となったことが確認された時刻までのデータがプロットされている。二つの図から, キャビティの発生形態には,

- (1) キャビティが発生した後, 消失する場合
- (2) キャビティの生成と消失が繰り返される場合
- (3) キャビティが発生した後, 存在し続ける場合

の3つのパターンがあることがわかる。表3.2は, 詳細を割愛した他のパラメータを含めて, 計算結果を各パターンに分けて表にまとめたものである。表より, (1)は渦が弱く (γ/ν が小さく), σ が大きいほど, (3)は渦が強く, σ が小さいほど起こる傾向にあることがわかる。また, (2)は(1)と(3)の中間の領域である。

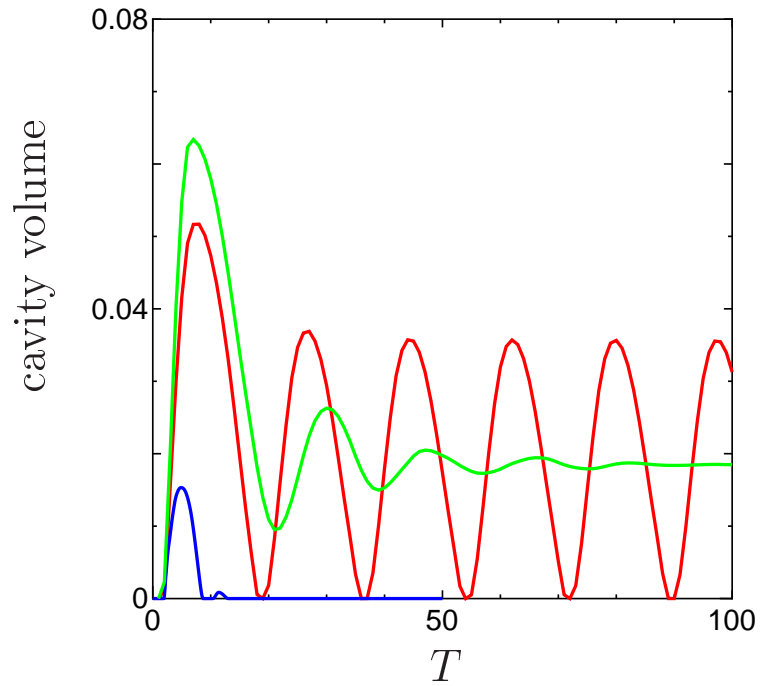


Fig. 3.2: Time evolution of cavity volume in the computational domain at $\sigma = 0.1$. (blue line: $\gamma/\nu = 400$, red line: $\gamma/\nu = 600$, green line: $\gamma/\nu = 800$)

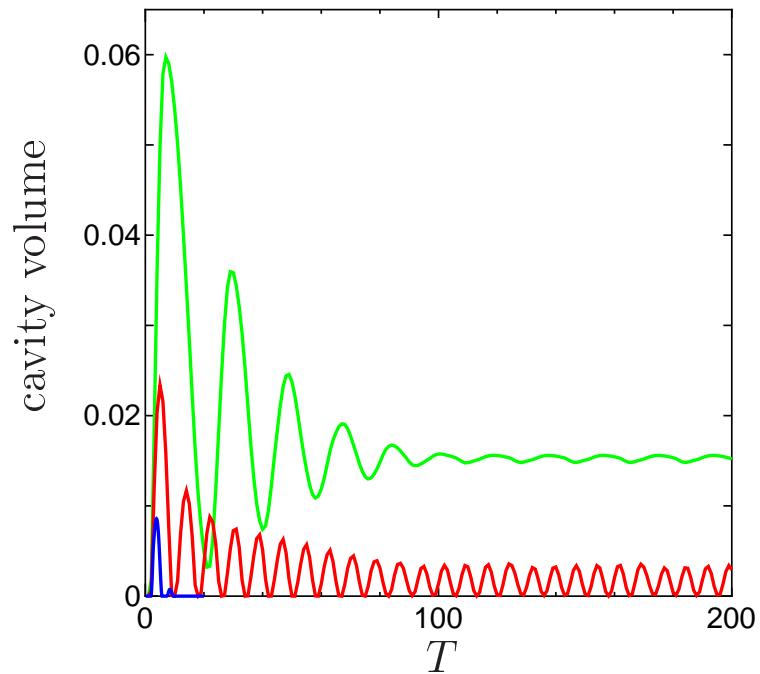


Fig. 3.3: Time evolution of cavity volume in the computational domain at $\gamma/\nu = 700$. (blue line: $\sigma = 0.3$, red line: $\sigma = 0.2$, green line: $\sigma = 0.1$)

Table 3.2: Pattern map of cavitation in elementary vortex: (1) inception and disappearance (steady); (2) growth and decay (periodic); (3) surviving

$\frac{\gamma/\nu}{\sigma}$	300	400	500	600	700	800	900
0.3	(1)	(1)	(1)	(1)	(1)	(3)	(2)
0.2	(1)	(1)	(1)	(3)	(2)	(2)	(2)
0.1	(1)	(1)	(3)	(2)	(3)	(3)	(3)

3.2.2 各パターンにおける渦とキャビティの時間変化

前節で示した3つのパターンについて、渦とキャビティの時間変化を観察する。図3.2で示した3つの場合を代表的な結果として示す。

図3.4, 3.5, 3.6はそれぞれ $\sigma = 0.1$ かつ $\gamma/\nu = 400, 600, 800$ の条件下での計算領域全体の様子を時系列で示したものである。緑の等値面は渦度の主流方向成分 ω_x 、白の等値面は液相体積率 f_L であり、それぞれ渦とキャビティを代表している。

パターン(1)の図3.4では、時刻 $T = 3$ から渦の領域にキャビティが発達し始め、逆に渦は弱まって等値面が消失している。また、時刻 $T = 5 \sim 8$ ではキャビティが消失していき、代って渦の等値面が再び現れる。時刻 $T = 11 \sim 12$ では再び強くなった渦によってキャビティが発生するが、すぐ消失し、 $T = 13$ 以降ではキャビティがないまま定常状態となる。

パターン(2)の図3.5では、時刻 $T = 3 \sim 6$ ではキャビティが発達し始め、渦が弱まって等値面が消失している。また、時刻 $T = 9 \sim 18$ ではキャビティが次第に減少していき、代って消失していた渦の等値面が再び現れる。これらの一連の相互作用は、 $\gamma/\nu = 400$ の場合と同様の傾向である。時刻 $T = 21 \sim 36$, $T = 39 \sim 54$ では、再び強くなった渦によってキャビティが発生・成長、再び渦が弱まる、キャビティが消失、再び渦が強さを取り戻す、という一連の相互作用が周期的に繰り返される。

パターン (3) の図 3.6 では、時刻 $T = 5 \sim 25$ ではキャビティの発生・成長によって渦が弱まるが、その結果キャビティの消失まで至ることはなく、再びキャビティが成長することがわかる。その後、わずかに成長と収縮を繰り返す様子が見られるが、時刻 $T = 90$ 付近から後では渦とキャビティが共存する状態になる。

図 3.4 ~ 3.6 において観察された渦とキャビティの関係について、時間変化を定量的に調べる。図 3.7 は、主流方向に垂直な断面 x/D における気相面積と、渦度の主流方向成分のその断面における最大値 $\omega_{x\max}$ の時間変化である。比較のために、それぞれの強さの渦について単相の計算結果も示している。いずれのパターンにおいても、非定常である間は、キャビティ領域の大きさと渦度 $\omega_{x\max}$ の増減は逆位相となる傾向が見られる。 $\gamma/\nu = 400$ の場合では、キャビティが発生した後、消失して単相の渦に戻っている。時刻 $T = 16$ で見られるような発達した単相の渦に至るまでに場の圧力変動があり（図示省略）、キャビティが発生したのは圧力変動のために流れ場全体の圧力が下がったことによるものである。したがって、圧力変動が落ち着き、単相の渦が十分発達した状態を初期値とした場合、キャビティが発生しない可能性がある。一方、 $\gamma/\nu = 800$ の場合では、キャビティが発生して以後、渦は単相の場合より弱くなっている。また、 $\gamma/\nu = 600$ の場合では、キャビティが膨張している間は渦は単相の場合より弱くなり、逆に収縮している間は渦度は増加に転じる、という一連の相互作用を繰り返している。これらの現象について、渦とキャビティの相互作用が繰り返され、3つのパターンの中で最も特徴的に相互作用現象が現れているパターン (2) を例にとり、次節に述べる。

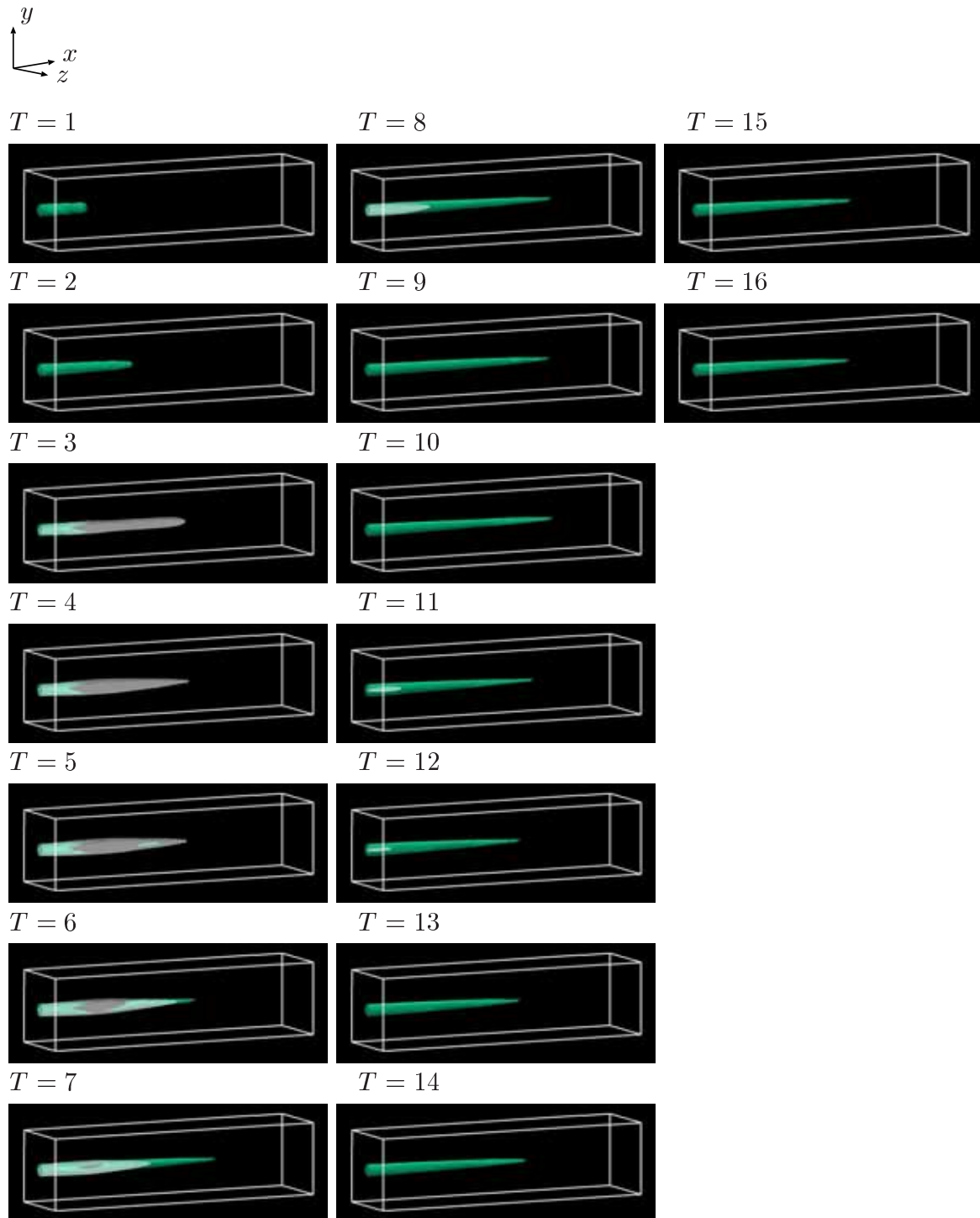


Fig. 3.4: Instantaneous contours of cavitation and vortex for $\gamma/\nu = 400$, $\sigma = 0.1$ indicated by $f_L = 0.9$ (white) and $\omega_x = 4.85$ (green) isosurface.

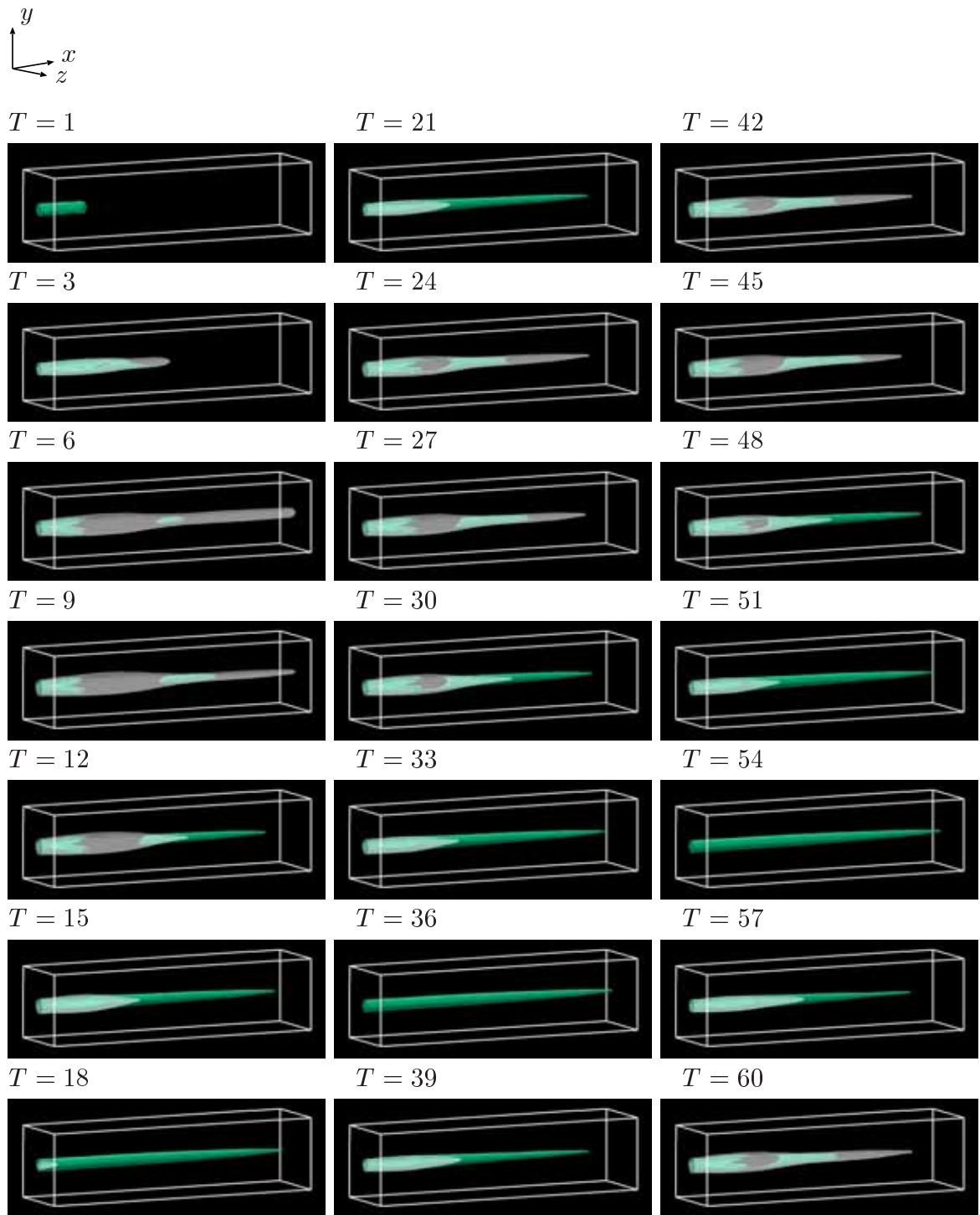


Fig. 3.5: Instantaneous contours of cavitation and vortex for $\gamma/\nu = 600$, $\sigma = 0.1$ indicated by $f_L = 0.9$ (white) and $\omega_x = 4.85$ (green) isosurface.

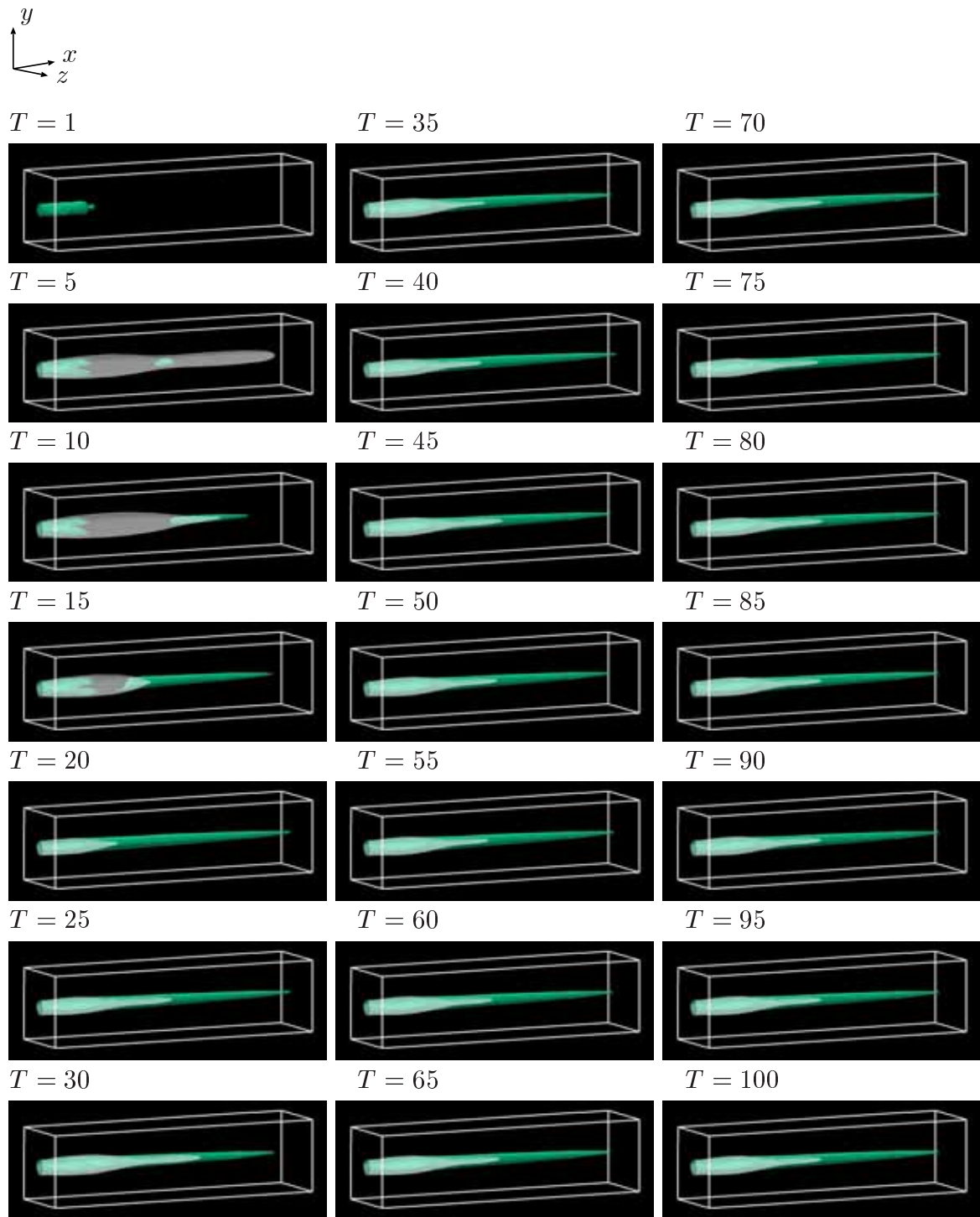


Fig. 3.6: Instantaneous contours of cavitation and vortex for $\gamma/\nu = 800$, $\sigma = 0.1$ indicated by $f_L = 0.9$ (white) and $\omega_x = 4.85$ (green) isosurface.

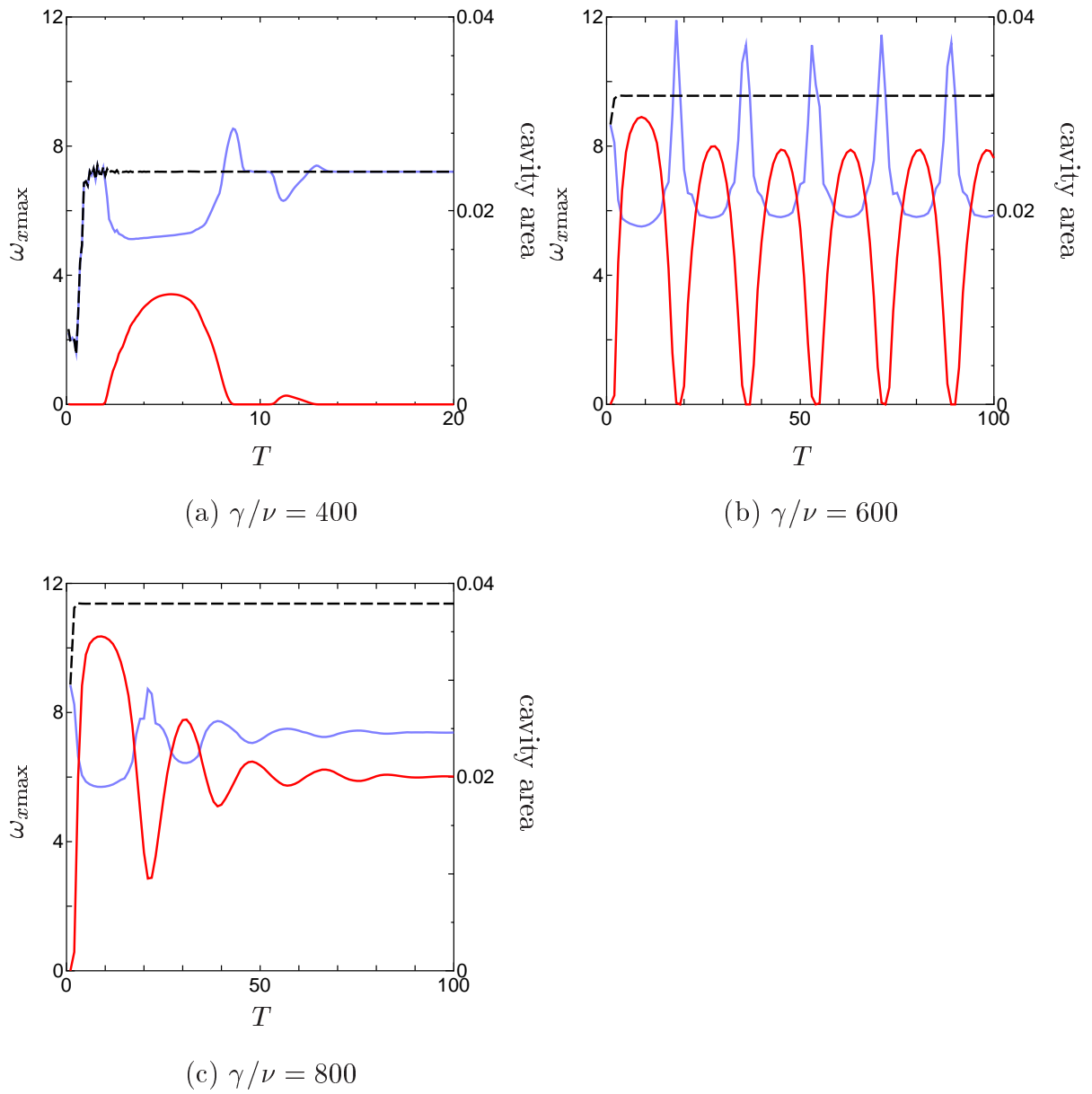


Fig. 3.7: Time evolution of maximum vorticity (blue line : $\sigma = 0.1$, black dashed line : single phase) and cavity area (red line) at $x/D = 0.6$.

3.3 渦とキャビティの相互作用現象

本節では $\sigma = 0.1$ かつ $\gamma/\nu = 600$ (パターン (2)) の条件下でのシミュレーション結果を例にとり、渦に対するキャビティの影響を観察する。図 3.2 に示すようにキャビティは生成と消滅を繰り返した。その際、回転速度および渦度に変化が見られた。以下に計算結果を述べるとともに、現象のモデル化を試みる。

3.3.1 回転速度・渦度の変化

図 3.8 はキャビティ発生前の時刻 $T = 19$ およびキャビティが膨張している時刻 $T = 23$ における瞬時の流れ場の様子を示している。渦度の主流方向成分 ω_x と液相体積率 f_L の等値面によって、渦とキャビティを表現している。図 3.8(a) より、キャビティの発生に伴って渦が弱まったために、発生前と比較して等値面が一部消失している。

$x/D = 0.6$ の $y-z$ 平面において、渦中心を通るスパン方向の軸上での回転速度および渦度の主流方向成分の分布を図 3.9 に示す。図 3.8 と同じ時刻 $T = 19$ および $T = 23$ における値を示している。なお、黒の破線で示された分布については後ほどふれる。キャビティ膨張時に回転速度および渦度の最大値が減少する傾向が見られ、図 3.8 で示された流れ場の様子と整合する。また、速度については、中心付近で速度勾配が小さくなっている。渦度については、半径方向に拡散して減少するのではなく、中心付近のみで渦度が減少する傾向が特徴的である。

図 3.10(a), (b) は、それぞれ図 3.9(a), (b) と同じ断面・瞬間における速度ベクトルを示している。図 3.10(b) 中における 3 本の白線は、内側の線から $f_L = 0.55, 0.77, 0.99$ の等値線を示している。図 3.10(a) と (b) とを比較すると、(a) では渦中心付近において、周方向成分が支配的であるのに対し、(b) では半径方向外向きの速度がある。よって、キャビティの膨張により、中心付近にあった液相が外向きに押し退けられることがわかる。

3.3.2 モデルを用いた考察

前節のシミュレーション結果に基づいて、キャビティ発生時の回転速度変化を表すモデルを設定し、考察を行う。

まず、図 3.11(a) に示すように、キャビティ発生直前に、半径 r の円周上の流体粒子の

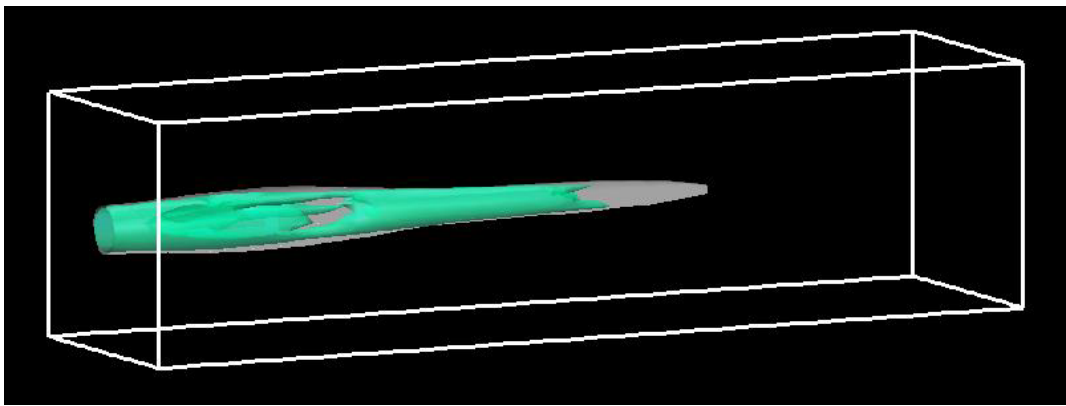
(a) Before cavitating ($T = 19$)(b) After cavitation inception ($T = 23$)

Fig. 3.8: Contours of vortex and cavitation indicated by $\omega_x = 4.85$ (green) and $f_L = 0.9$ (white) isosurface.

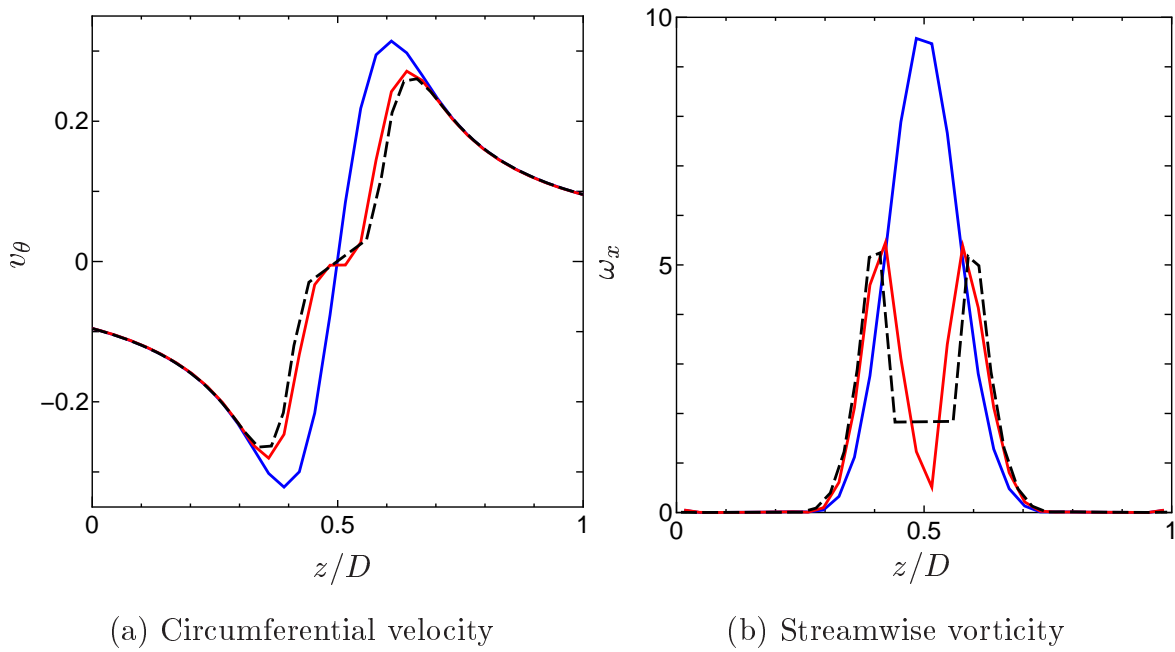


Fig. 3.9: Distribution shift by cavitation. (blue line : simulation ($T = 19$), red line : simulation ($T = 23$), dashed line : model)

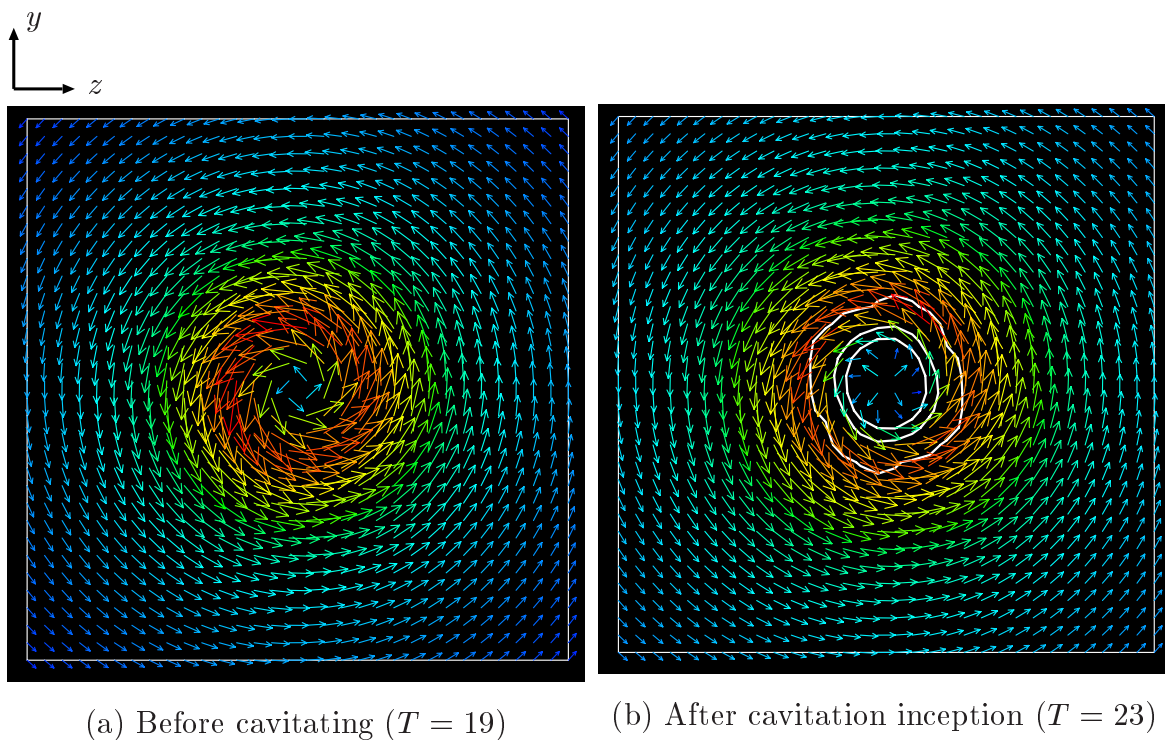


Fig. 3.10: Velocity vector at $x/D = 0.6$ and isoline of f_L . (= 0.55, 0.77, 0.99, white lines)

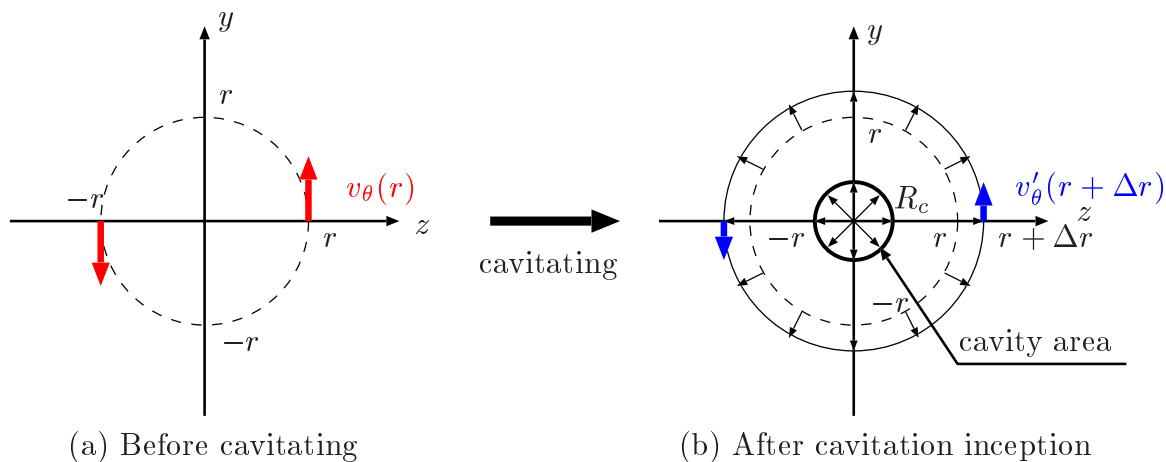


Fig. 3.11: Model for circumferential velocity prediction.

回転速度は $v_\theta(r)$ であるとする．キャビテーション発生時，図 3.11(b) に示すように，渦心の近傍でキャビティが膨張し，半径 R_c の円内にあった液相は外向きに押し退けられる．ここで，半径 r の円周上の液相が半径 $r + \Delta r$ の円周上まで押し退けられ，速度が $v'_\theta(r + \Delta r)$ になったと考える．このとき，キャビティが膨張する短時間では，液相は半径方向のみに押し退けられると仮定する．

キャビティ発生前に半径 r の円周上にあった循環 $\Gamma(r)$ は，

$$\Gamma(r) = 2\pi r v_\theta(r) \quad (3.2)$$

であり，また，キャビティ発生後の半径 $r + \Delta r$ の円周上にある循環 $\Gamma'(r + \Delta r)$ は，

$$\Gamma'(r + \Delta r) = 2\pi(r + \Delta r)v'_\theta(r + \Delta r) \quad (3.3)$$

である．キャビティが膨張する短時間では，粘性の影響がなく，循環が等しいと仮定すれば，

$$v'_\theta(r + \Delta r) = \frac{r}{r + \Delta r} v_\theta(r) \quad (3.4)$$

となる．ここで，半径方向の移動距離 Δr は，

$$\pi(r + \Delta r)^2 - \pi r^2 = \pi R_c^2 \quad (3.5)$$

より，

$$\Delta r = \sqrt{r^2 + R_c^2} - r \quad (3.6)$$

と求められる．式 (3.4), (3.6) から，キャビテーションの成長や減衰に伴う旋回速度の変化を考える．

このモデルの妥当性を検証するために，キャビティによって押し退けられた面積に等価な円の半径 R_c およびキャビティ発生直前の旋回速度 v_θ をシミュレーション結果から読み取り，前述の議論に基づいて，キャビティ発生後の旋回速度を予測し，シミュレーション結果と比較する．半径 R_c については，渦中心から液相体積率の最大値 $f_{L\max} = 1$ と数値計算の都合上定めた最小値 $f_{L\min} = 0.1$ の算術平均である $f_L = 0.55$ の等値線 (図 3.10(b) 参照) までの距離とした．また，キャビティ発生直前の旋回速度 v_θ は時刻 $T = 19$ での速度を採用した．

上記の値を用いて算出したキャビティ発生後の旋回速度を，図 3.9(a) に黒の破線で示す．シミュレーション結果と比較すると，渦心付近で速度勾配が小さくなる傾向や，速度の最大値がよく一致している．

また，モデルにより求めた旋回速度から算出されたキャビティ発生後の渦度を図 3.9(b) に黒の破線で示す．半径方向に拡散して減少するのではなく，中心付近のみで渦度が減少する傾向が再現されており，ピークもシミュレーション結果とよく一致している．

3.3.3 旋回速度・渦度の予測

前節の検証のように，半径 R_c をシミュレーション結果の等値線から読み取るのではなく，発生したキャビティの面積 A_c がわかれば， $A_c = \pi R_c^2$ から，半径 R_c を見積もり，キャビティ発生後の旋回速度 v'_θ を予測することができる．しかし，本計算ではキャビティは液相体積率 f_L で表され，気液界面を定義することができないため， A_c の見積もり方は一意に定まらない．そこで， P_1, P_2 の 2 通りの方法を検討する．

(P_1) 半径 r の円周上にある流体粒子は，その円周の内側の領域全体 D_r に発生したキャビティのみに押し退けられると考えて， A_c を円内 D_r における気相体積率 $1 - f_L$ の面積積分

$$A_c = \int_{D_r} (1 - f_L) dS \quad (3.7)$$

と見積もる．したがって， A_c の値は半径 r に依存する．

(P_2) $y - z$ 断面内の全領域 D のキャビティを中心付近の領域に集中させたと仮定して， A_c を $y - z$ 断面内 D における気相体積率 $1 - f_L$ の面積積分

$$A_c = \int_D (1 - f_L) dS \quad (3.8)$$

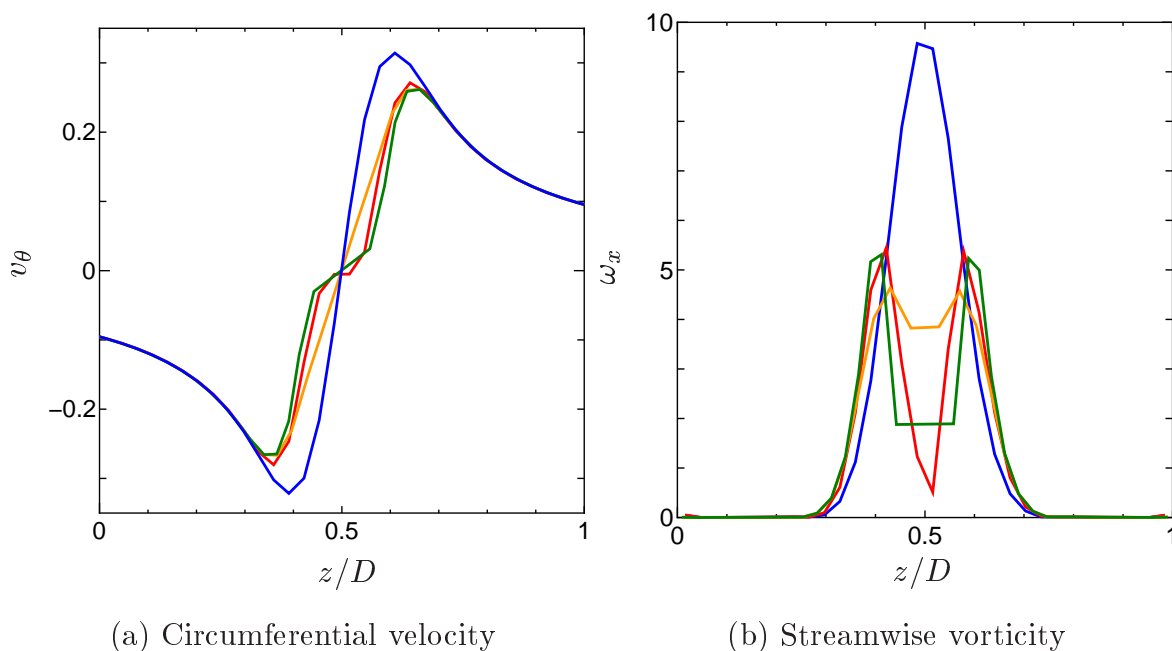


Fig. 3.12: Predicted circumferential velocity and streamwise vorticity. (blue line : simulation ($T = 19$), red line : simulation ($T = 23$), orange line : P_1 , green line : P_2)

と見積もる。

予測に使用するデータは、渦とキャビテーションの相互作用が発生する前の既知のものとして、キャビティ発生前 ($T = 19$) の速度 v_θ である。一方、 A_c の見積もりには、時刻 $T = 23$ での液相体積率 f_L を用いた。これらの各値を用いて、キャビティ発生前の時刻 $T = 19$ の速度から、キャビティ膨張時の時刻 $T = 23$ における速度を予測し、 $T = 23$ のシミュレーション結果と比較する。

図 3.12(a) は P_1 および P_2 の 2 つの方法で見積もった A_c からそれぞれ求めた速度の予測値を、シミュレーション結果とともに示したものである。 P_1 では、流体の外側への押し退けに寄与するキャビティ領域を正確に見積もることができ、予測値もシミュレーション結果に合っている。しかし、中心付近では速度の減少量が少なく、また、シミュレーション結果では見られた速度勾配が小さくなる現象も表現できていない。中心付近におけるこの不一致は、考察する半径内にキャビティが少ないために回転速度の減少を過小評価するためである。

一方、 P_2 では、 $f_L < 1$ の領域内において、流体の外側への押し退けに寄与するキャビティ領域を正確に見積もっていない。しかし、キャビティを $y-z$ 断面の中心に集中させ

る仮定によって、速度勾配が小さくなる傾向が再現されている。中心付近での分布は P_1 より P_2 の方がシミュレーション結果によく一致している。

また、速度の各予測値を用いて計算した渦度を、シミュレーション結果とともに図 3.12(b) に示す。半径方向に拡散して減少するのではなく、中心付近のみで渦度が減少する傾向が再現されている。中心付近での旋回速度分布がシミュレーション結果と完全には一致していないことから、渦度分布も中心付近の極小値を完全には表現できていない。しかしながら、渦度の極大値と極大値を取る半径位置については良好に一致している。

半径 R_c の導出方法には任意性があるものの、以上に示した旋回速度の簡便な予測モデルは、乱流の乱れの強さや乱流散逸率の予測に重要な渦構造 (v_θ および ω_x の分布) をよく表しており、キャビティの相互作用のモデリング、さらにはキャビテーションをともなう乱流モデルの開発に発展させることが期待できる。

3.4 キャビテーションとエネルギー散逸の関係

発達した乱流場では Burgers 渦は散逸スケールを代表する [95] ので、エネルギー収支の中でも特に粘性散逸率に着目し、キャビテーションを考慮した乱流モデルの基盤となる知見を得る。

キャビテーションによる運動エネルギー $k = u_i u_i / 2$ の変化を考える。式 (2.4) の両辺に速度 u_i を乗じた

$$u_i \frac{\partial u_i}{\partial t} = -u_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{u_i}{f_L} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.9)$$

を変形すると、運動エネルギーの輸送方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_j k + \frac{u_j p}{f_L} - \frac{1}{Re} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \\ & + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \left(k + \frac{p}{f_L} \right) + \frac{1}{f_L^2} \frac{\partial f_L}{\partial x_j} (u_j p) - \frac{1}{Re} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3.10)$$

を得る。

式 (3.10) の右辺第 1 項は発散型であるから、検査体積内を出入りする流束のみで決まり、運動エネルギー保存性を有する。右辺第 2 項は体積変化による検査体積内の力学的エネルギーの変化、第 3 項は圧力が行う仕事と解釈することができる。

右辺第 4 項

$$\varepsilon = \frac{1}{Re} u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.11)$$

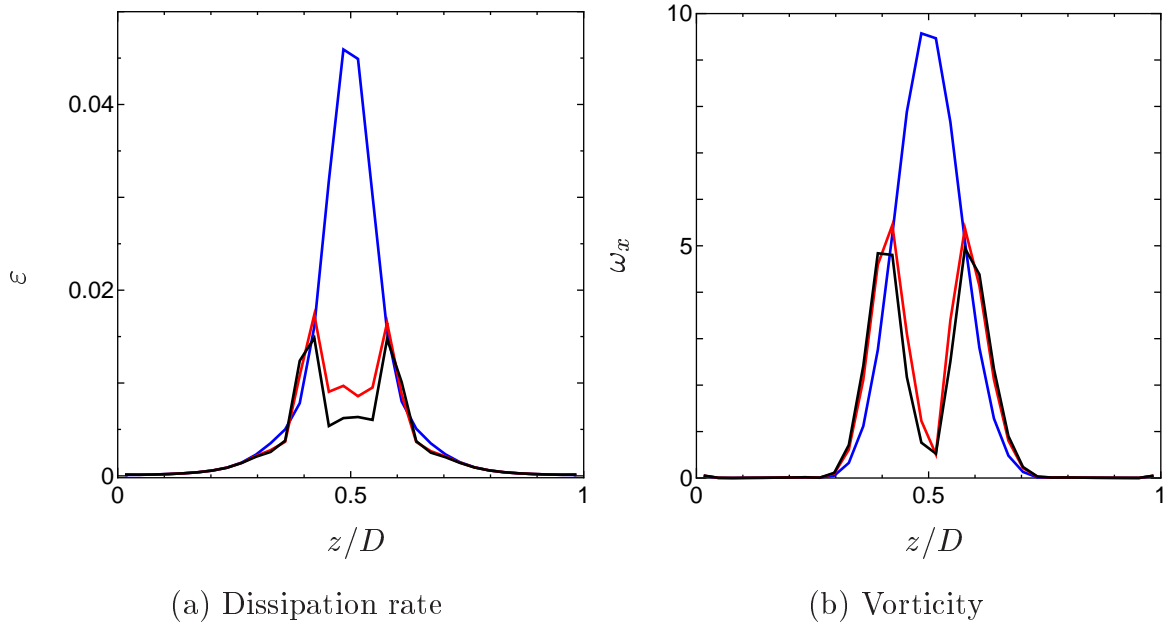


Fig. 3.13: Distribution shift of dissipation rate. (blue line : $T = 19$, red line : $T = 23$ and black line : $T = 27$)

は常に正値をとることから、運動エネルギーを不可逆的に消耗し、保存しない。 ε は運動エネルギーの粘性散逸である。

本研究の知見はLESのSGSモデルに展開される予定であるが、局所平衡を仮定した渦粘性モデルにおいても、SGSの運動エネルギーの輸送方程式を考える場合において、散逸率の見積もりがポイントになる。そこで、本計算における散逸率 ε がキャビテーションから受ける影響について以下に示す。

図3.13は、 $x/D = 0.6$ での $y-z$ 断面において、渦中心を通るスパン方向の軸上での散逸率と渦度の分布であり、第3.2.2項で例示した時刻と同じいくつかの特徴的な時刻について示している。図3.13(a)は散逸率 ε 、(b)は分布を比較するために示した主流方向渦度 ω_x の分布である。 $T = 19$ はキャビティ発生前の時刻、 $T = 23$ はキャビティが膨張している途中の時刻、 $T = 27$ は計算領域内のキャビティの体積が最も大きくなった時刻を表す(図3.7(b)参照)。

図3.13(a)において、キャビティが発生するにつれて渦の中心近傍で ε は減少している。これはキャビティの発生により混合流体の密度が減少し、混合流体の粘性($f_L \nu_L$)が小さくなったことによると考えられる(f_L 変化の効果は陰に含まれている)。

3.5 まとめ

乱流渦に対応するキャビテーションモデル開発のための基礎的研究として，乱流要素渦を模擬し，渦の低圧部を発生源とするキャビテーションに対して高解像度の数値シミュレーションを行った．その結果は以下のようにまとめられる．

- 渦の低圧部にキャビティが発生し，発生したキャビティは旋回速度および渦度を減少させ，その結果キャビティが縮小するという一連の相互作用現象を見出した．また，渦度が減少する際には単相における渦のように半径方向に拡散するのではなく，コア部だけで減少した．これらは急激な膨張の間は，半径方向変化とともに移動する閉曲線に沿う循環が一定となることによると考えられる．この考察から得られた非常に単純なモデルから旋回速度の予測値を計算し，定性的に相互作用現象をとらえることができた．
- キャビティ発生形態を次の3通りに分類することができた．
 - (1) キャビティが発生した後，消失する場合
 - (2) キャビティの生成と消失が繰り返される場合
 - (3) キャビティが発生した後，存在し続ける場合このようにキャビティの発生形態に違いが出るのは，渦とキャビティの相互作用の現れ方が渦の強さやキャビテーション数によって異なるためであると考えられる．
- 散逸率はキャビテーション発生時に渦芯付近で減少した．

なお，第3章では，乱流要素渦を軸対称な Burgers 渦に理想化したモデルを扱った．シミュレーションは軸対称ではなくあえて三次元で行ったが，扱った条件の範囲内では渦軸の振れ回りなどの顕著な非軸対称性は観察されなかった．また，発達した乱流場では，エネルギー散逸は要素渦にからみつく非軸対称的なせん断層で活発であることが知られている [118] が，本計算ではそのような構造は想定されていない．しかし，そのせん断層は要素渦に付随するものであり，要素渦の変化がわかれば，散逸率も間接的にモデル化できるものと考えている．ただし，その証明には，次章で扱うような発達した乱流場での数値シミュレーションの結果を解析することが必要である．

第 4 章

乱流混合層におけるキャビテーションの数値シミュレーション

本章では、乱流場に発生するキャビテーションの数値シミュレーションを実施し、キャビテーション LES モデル開発を行うためのデータベースを得る。計算対象として空間発展乱流混合層を設定し、単相流れを三次元の DNS で再現する。さらに、モデルを用いて減圧条件下で発生するキャビテーションを模擬する。空間発展乱流混合層は以下の点でモデリングのために理想的である。

- 流入条件は二つの異なる流速の一様流れであり、幾何学的形状が非常に単純である。
- 物体の後流や噴流などの形成では初期の段階で混合層が大きな役割を果たすため、混合層は様々な乱流現象を解明する上で基本的かつ重要な問題である。さらに、乱流の混合層、噴流、後流は代表的な自由乱流であり、互いに相似則が成立し、多くの理論的・実験的な知見が蓄積されている [118, 119]。
- マルチスケールの構造を含んでおり、様々な渦キャビテーションの再現に適している。
- 時間発展型ではなく空間発展型とすることで、キャビテーションの空間的な発達およびキャビテーションと乱流の相互作用を観察することができる。

この数値シミュレーションによって、モデリングに用いる乱流場を得るだけでなく、先行研究による実験だけでは不足している乱流データを補完する。また、キャビテーションが乱流に及ぼす影響を定量的に解析し、物理的な考察を行う。

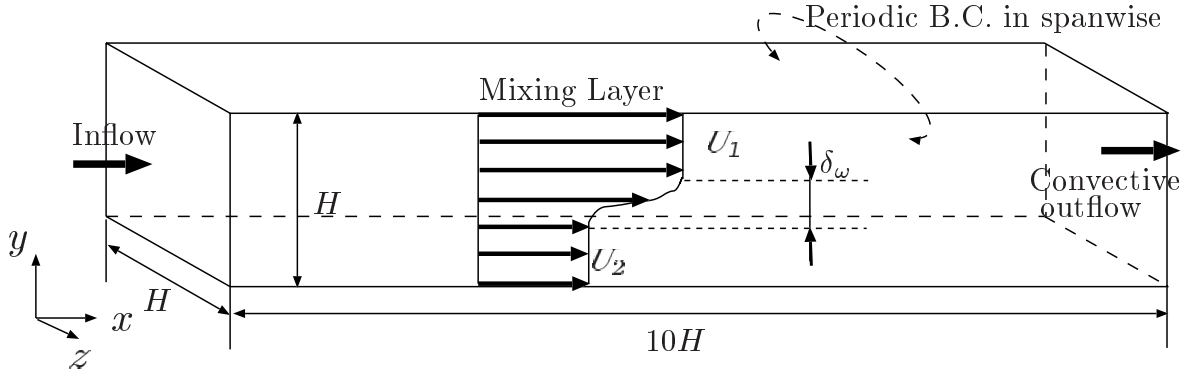


Fig. 4.1: Overview of flow field and computational domain.

4.1 計算条件

計算対象は速度比 $U_1/U_2 = 2$ の空間発展乱流混合層である．計算領域は図 4.1 に示すような高さ H を代表長さとする主流方向 (x 方向) 長さ $10H$ の流路を設定する．スパン方向 (z 方向) の長さは H とする．スパン方向には周期境界条件が設定されている．

代表速度を混合層の速度差 ΔU とする．流入境界では，最大速度 $U_1 = 2\Delta U$ ，最小速度 $U_2 = \Delta U$ の hyperbolic-tangent 型の速度分布に乱れを誘起するための微小擾乱 u' を重ね合わせ，次のように与えた．

$$u_{in}(x, y, z) = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_1 - U_2}{2} \tanh\left(\frac{2y}{\delta_\omega}\right) + u'(y, z, t) \quad (4.1)$$

ここで，

$$\delta_\omega = \frac{\Delta U}{(\partial U(y)/\partial y)_{\max}} \quad (4.2)$$

で表される δ_ω は流入境界での渦度厚さであり，本計算では $0.01H$ に設定した．計算領域内で観察の対象としているロール渦，縦渦が発生するまでの助走区間を縮小するために，ここでは一様乱数による微小擾乱 u' を重ね合わせている．その変動強度は速度差 ΔU の 1% 以下とする．流出境界での速度には対流流出条件を適用する．上境界 ($y/H = 0.5$) では U_1 ，下境界 ($y/H = -0.5$) では U_2 をそれぞれ与え，上下の境界を通り抜ける流れはないものとして，エントレインメントを考慮していない．圧力に関しては，流入および上下境界ではノイマン条件とし，流出境界では沖田ら [52–54] による境界圧力をディリクレ条件として与える．液相体積率に関しては，流入出部および上下境界において $f_L = 1$ とする．キャピテーションモデル式 (2.8) のパラメータ C_g, C_l は流れ場の様子を観察し，

Table 4.1: Cavitation model parameters for simulation of turbulent mixing layer.

	Evapolation ($p < p_v$)	Condensation ($p > p_v$)
Case 1	$C_g = 100, C_l = 1$	$C_g = 100, C_l = 1$
Case 2	$C_g = 100, C_l = 1$	$C_g = 10, C_l = 1$

Table 4.2: Parameters for simulation.

grid points	$N_x \times N_y \times N_z$	$800 \times 192 \times 120$
grid size	Δx	$1.25\delta_\omega$
	Δy	$0.521\delta_\omega$
	Δz	$0.833\delta_\omega$
Reynolds number	$Re(= H\Delta U/\nu_L)$	1×10^4
Mach number	M	0.1
time increment	Δt	$5 \times 10^{-5} H/\Delta U$
cavitaion number	σ	0.3, 0.4, 0.5, ∞ (single phase)

経験的に表 4.1 に示す case 1 および 2 を設定した．その他のパラメータについては表 4.2 に示す．なお，計算格子は等間隔の直交格子である．

4.2 流れ場の観察

図 4.2, 4.3 はそれぞれ case 1, 2 における各 σ 値における流れ場を図 4.1 の上方および正面から観察したものである．渦構造を速度勾配テンソルの第二不変量

$$Q = \frac{1}{2} (W_{ij}W_{ij} - S_{ij}S_{ij}) \quad (4.3)$$

の等値面によって可視化している．ここで， W_{ij} ， S_{ij} は，それぞれ速度勾配テンソル

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ij} + W_{ij} \quad (4.4)$$

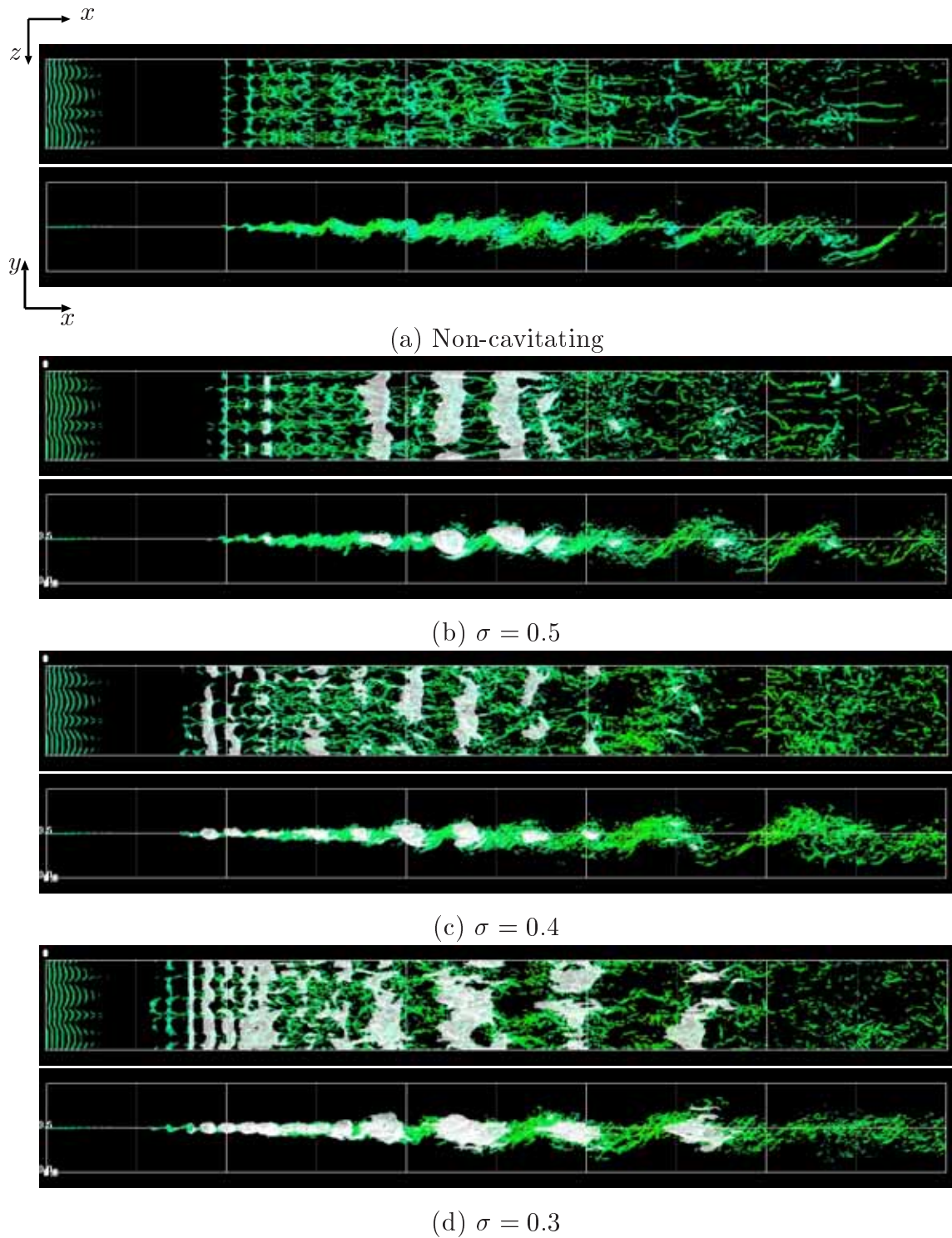


Fig. 4.2: Top and front view of vortices and cavitation at $T = 15$, indicated by $Q = 230$ isosurface (green) and $f_L = 0.999$ isosurface (white), case 1.

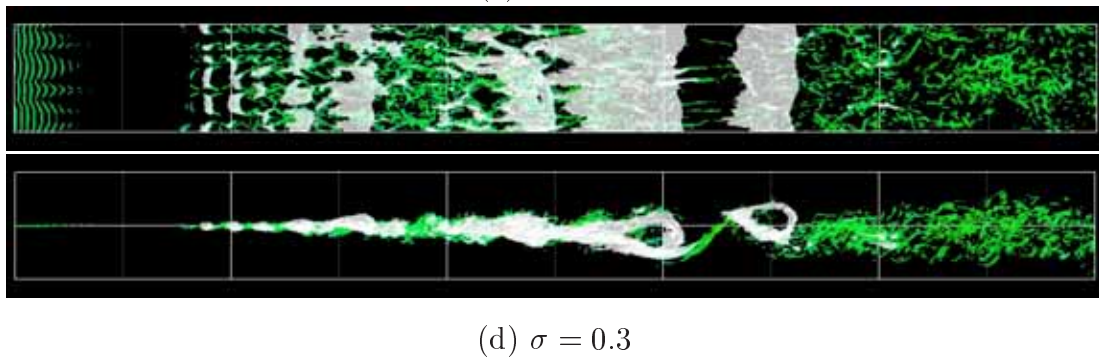
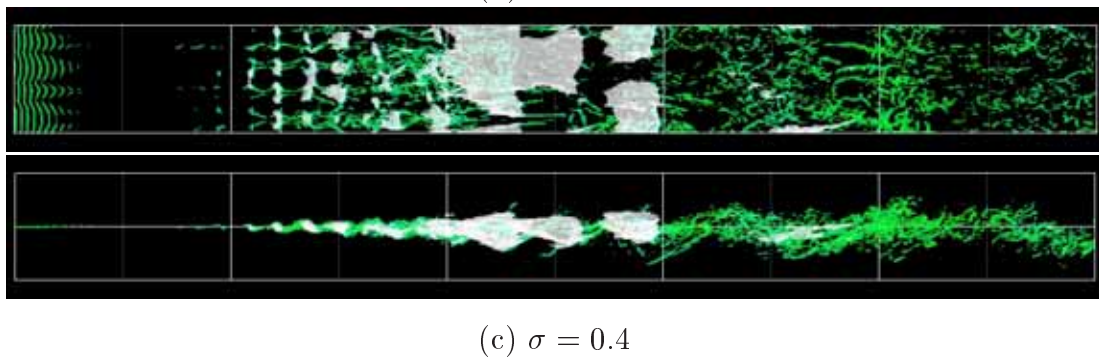
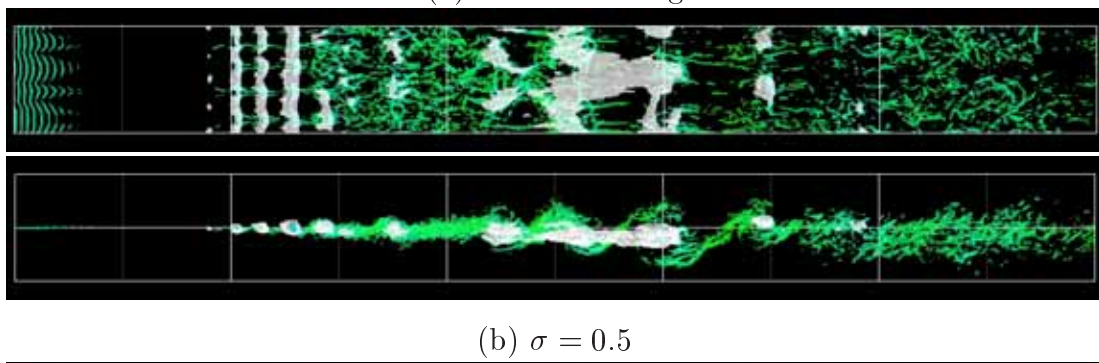
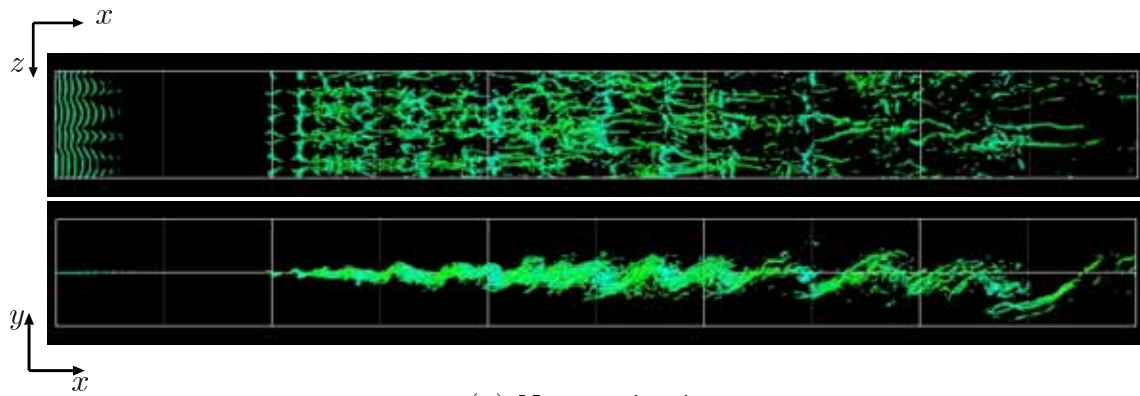


Fig. 4.3: Top and front view of vortices and cavitation at $T = 15$, indicated by $Q = 230$ isosurface (green) and $f_L = 0.999$ isosurface (white), case 2.

の交代部分と対称部分

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.5)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.6)$$

である．式 (4.3) で与えられる Q は，旋回成分と速度せん断を区別できない渦度と比較し，渦運動を抽出するのに適している．なお，乱流渦の抽出には，圧力のラプラシアンを利用することが多いが（非圧縮では式 (4.3) と等価である），本計算のようにキャビティが発生することで密度変化が顕著な場合は，渦が正しく表現されないため，速度勾配テンソルの第二不変量を用いて可視化した．

また，キャビティは液相体積率 $f_L = 0.999$ （気相体積率 0.1%）の等値面で可視化している．気相体積率 0.1% は微細な乱流渦に生じるわずかなキャビティでも特定できるように設定したものである．各図において，キャビテーション数 σ が小さくなるほどキャビティ発生量が多くなることが確認できる．なお，図 4.2, 4.3 の各条件において，流入境界直後 ($0 \leq x/H \leq 0.5$) で細かい変動が見られるが，これは流入境界直後において主流方向の格子幅をそれほど細かくしていないことによるものである．これは $x/H \geq 0.8$ では完全に消失し，キャビテーション条件においても後に発達するロール渦から乱流に至る過程に見られるモードとは相関がないことを確認した．この領域はキャビテーション乱流の研究対象ではないので， $0 \leq x/H \leq 0.95$ ではキャビテーション数 σ をつねに ∞ としている．

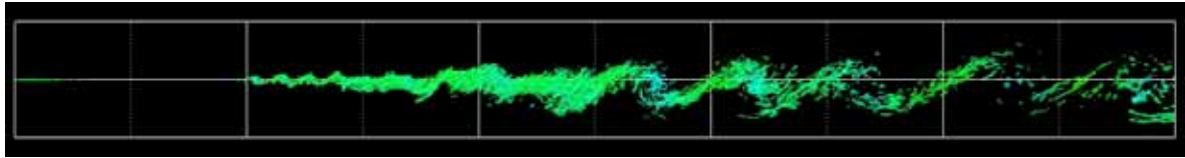
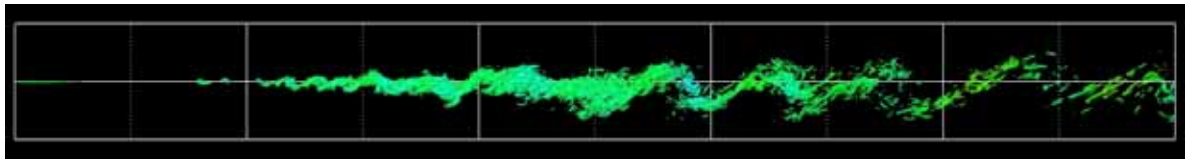
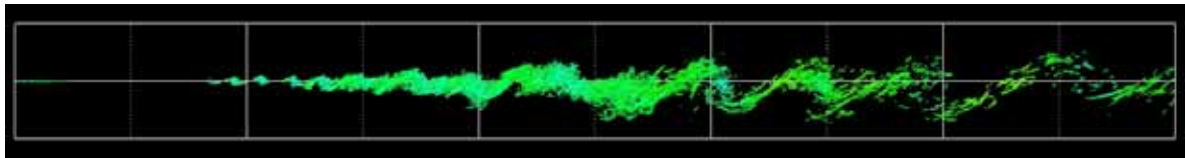
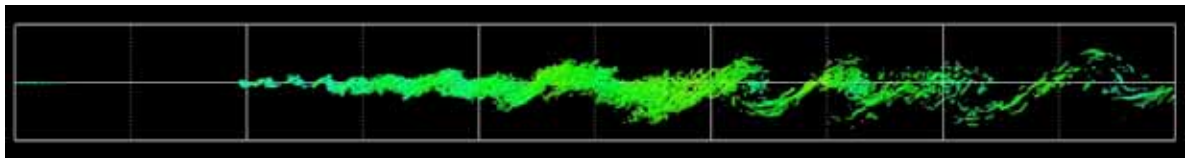
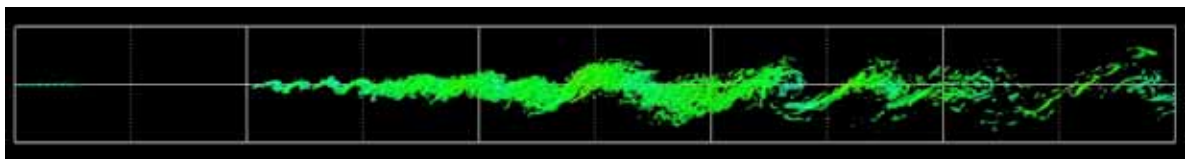
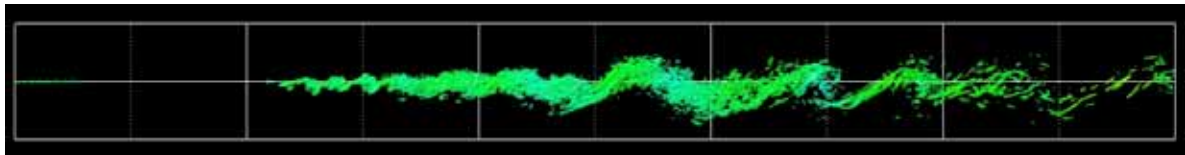
4.2.1 単相の流れ場

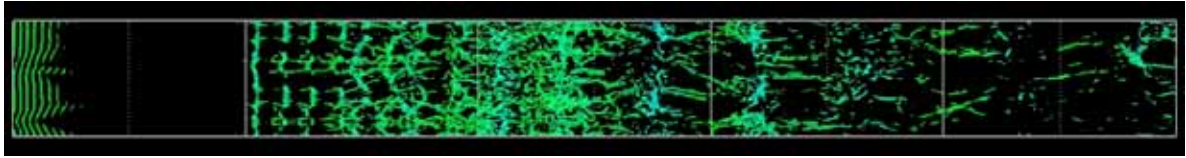
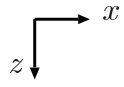
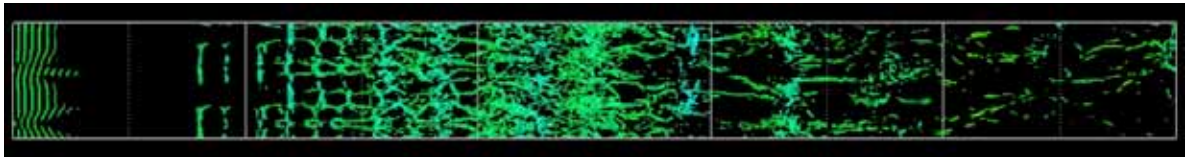
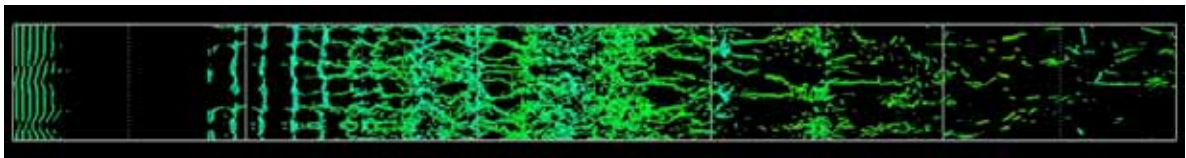
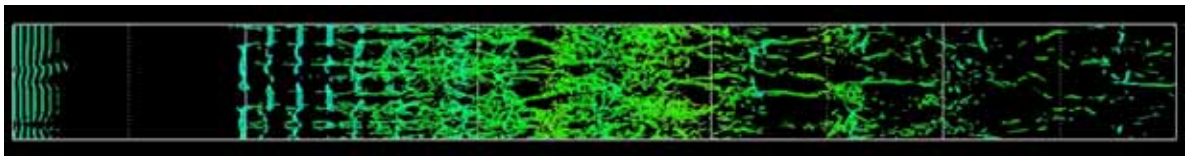
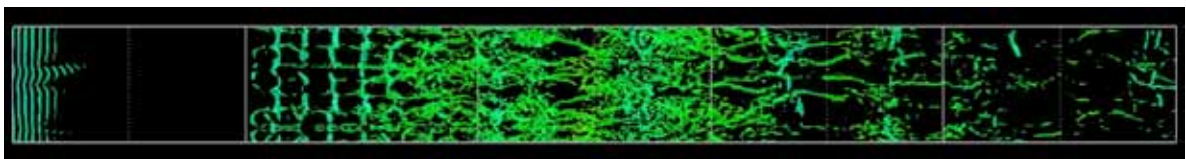
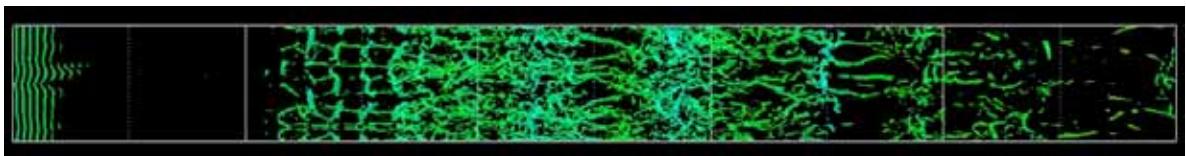
図 4.4, 4.5 は流れ場を時系列に示したものである．図から，混合層に見られる特徴的な渦構造が形成されていることがわかる．まず，概ね $1.5 \leq x/H \leq 2$ の領域において，Kelvin-Helmholtz の不安定によって， z 方向の軸を持ち，渦度が

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.7)$$

で表されるロール渦 (roller) が間欠的に生じる．ロール渦は既に三次元化し始めているため，図 4.2 では細かい渦の塊として認識される．二つのロール渦の間の領域（ブレイド領域）は旋回によって引き伸ばされる．その二次不安定から流れ方向に軸を持ち，渦度が

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad (4.8)$$

(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$ Fig. 4.4: Time evolution of vortices indicated by $Q = 230$ isosurface (front view).

(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$ Fig. 4.5: Time evolution of vortices indicated by $Q = 230$ isosurface (top view).

で表される三次元的な縦渦（リブ）が生じる．図 4.6 はブレード領域で引き伸ばされる縦渦を抽出して拡大して示したものである．領域 $x/H \geq 3$ において，二つのロール渦は互いの誘起速度によって合体し，より大規模な渦となる（ペアリング）．例えば，図 4.4(a) の $x/H = 4.8$ 付近にあるロール渦は，一つ前のロール渦と次第に合体し，図 4.4(f) の $x/H = 6$ 付近ではより大きな渦となっている．これらの渦構造は混合層に関する過去の実験や理論研究の結果 [118, 119] と定性的に整合している．混合層ではないが，剥離せん断層の実験結果である図 1.4 と一致する．また，単相の混合層の普遍則である自己相似性を確認するため，主流方向の 4 つの断面において， y を $\eta = (y - y_0)/(y_c - y_0)$ （ただし， y_0 は各断面における平均速度が 1.5 となる y ， $y_c = 0.5$ ）と無次元化した上で η に対する平均速度分布をプロットし，図 4.7 に示す．この無次元化の方法は文献 [120] による．上下（ y 方向）の境界条件の影響で，理論や実験とは若干の差異がみられるものの，観察の対象であるせん断層付近では自己相似性が成り立ち，混合層の普遍的な平均速度分布となっていることが確認できる．

本計算の最大格子幅は

$$l_k = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4} \quad (4.9)$$

（ ν ：動粘度， ε ：散逸率）から求められるコルモゴロフスケール l_k [118] の 5 倍程度であった．なお，式 (4.9) は一様等方を仮定しており，本計算のような非等方乱流における l_k の算出としては必ずしも適切ではない．しかし， l_k のスケールでは乱れは等方的であり，式 (4.9) の l_k でも目安になると考えられる．Wang ら [100] は混合層の DNS の解析において，乱流を構成する秩序構造であるコヒーレント微細渦の最頻直径が l_k の 8 倍であることを見出ししている．したがって，本計算の格子幅でこれらを解像するには不十分である．しかしながら，スケール相似則が成り立つことから，この DNS データベースに基づいて SGS の渦からのキャビテーション発生をモデリングすることは可能であると考えられる．

4.2.2 キャビテーション流れ場

図 4.8, 4.9 は case 1 におけるキャビテーション条件下（ $\sigma = 0.3$ ）の流れ場を時系列に示したものである．単相での結果と同様に渦構造が構成されている．また，これらの渦構造の低圧力領域に対応してキャビティが生じている．図 4.8(b) から (e) にかけて，流れ場の中盤付近を移流しながら成長するロール渦のキャビティが観察される．

$x/H \leq 3$ の比較的上流域ではロール渦の位置に対応してキャビティが分布している．一方， $x/H \geq 3$ の発達した領域では，大規模なロール渦だけでなく，ブレード領域の縦

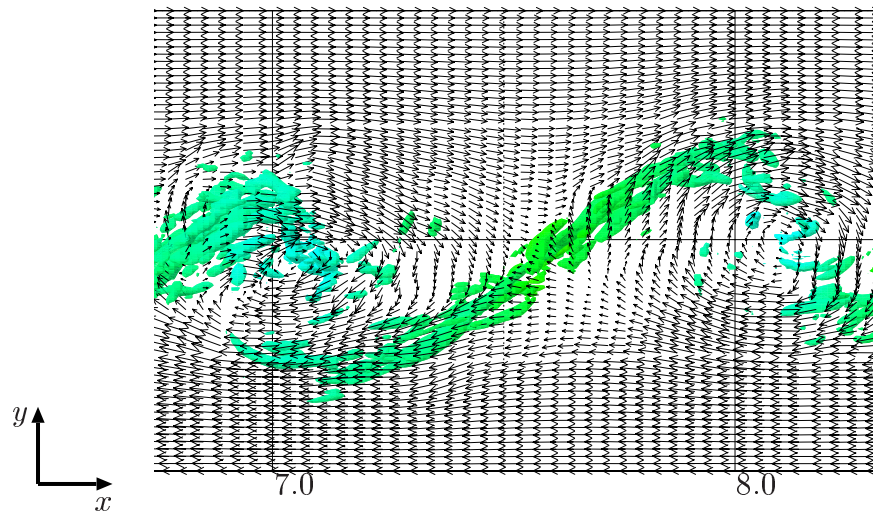


Fig. 4.6: Velocity vector at $z = 0.87$ cross-section and streamwise vortex stretched between two roll-cell vortices indicated by $Q = 230$ isosurface (green).

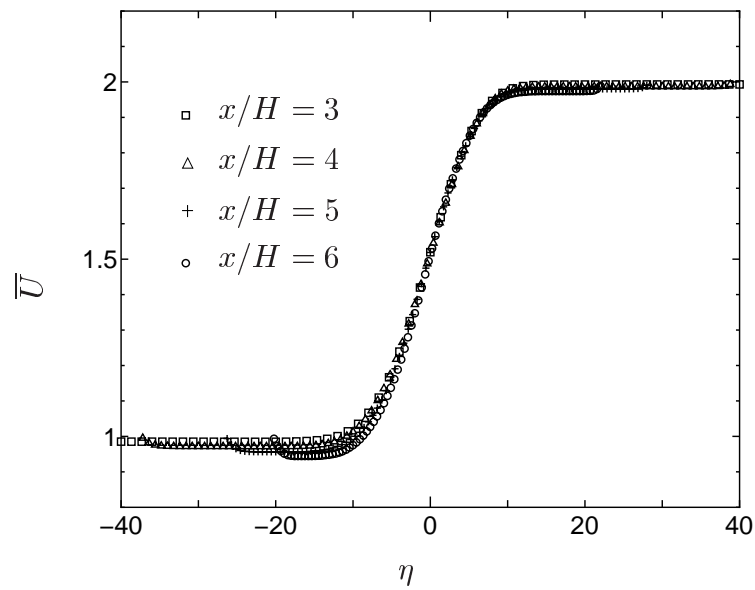


Fig. 4.7: Distributions of non-dimensionalized velocity along y -direction to confirm self-similarity law.

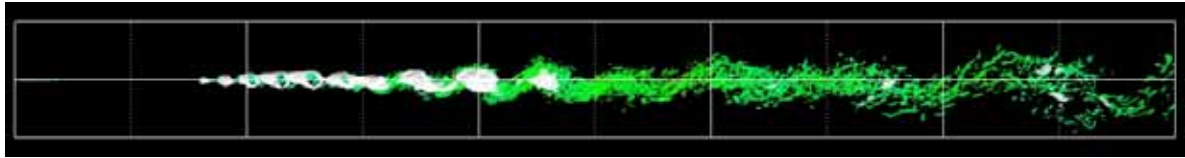
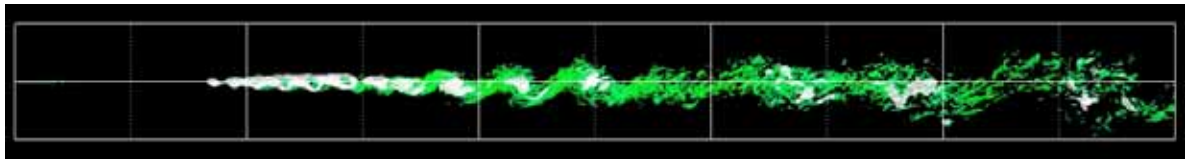
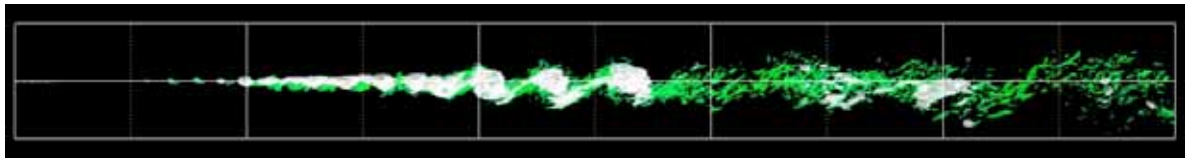
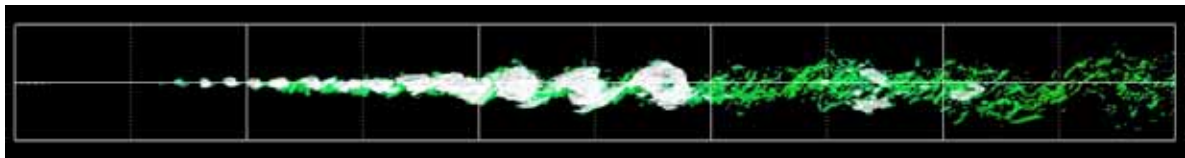
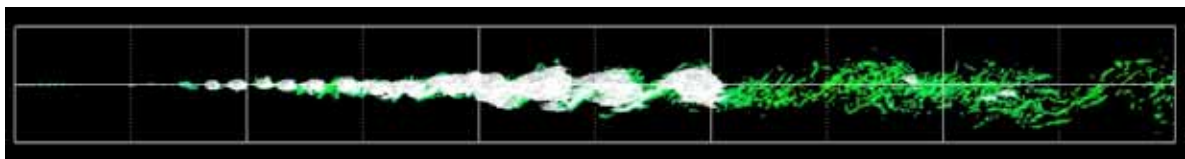
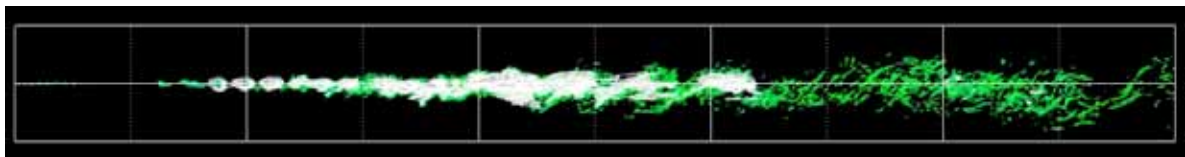
(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$

Fig. 4.8: Time evolution of vortices indicated by $Q = 230$ isosurface (green) and isosurface of $f_L = 0.999$ (white), at case 1, $\sigma = 0.3$ (front view).

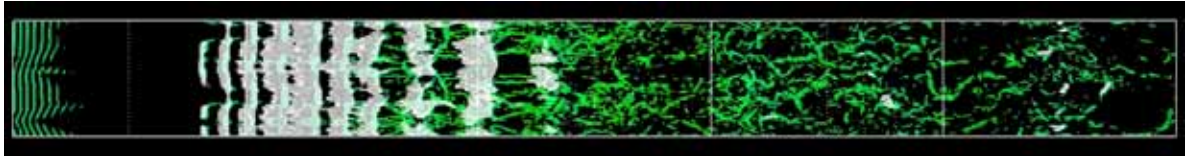
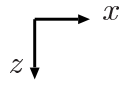
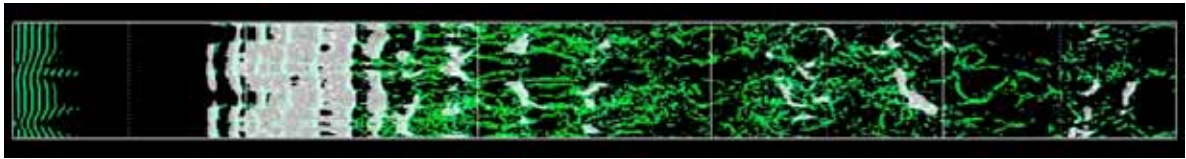
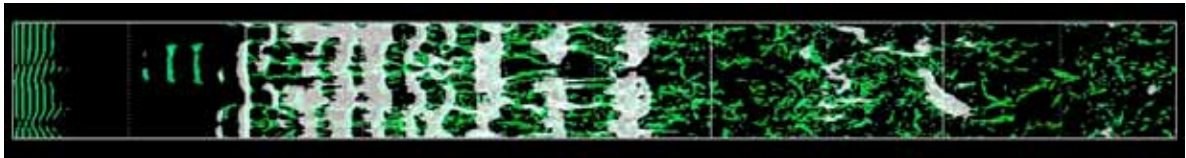
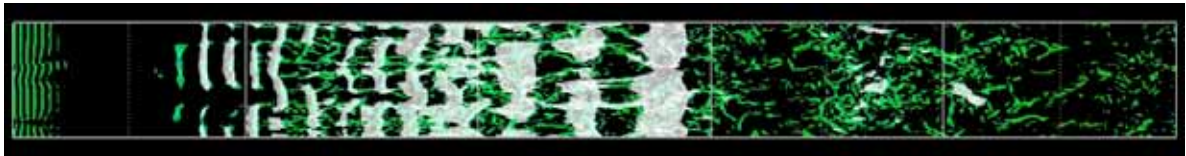
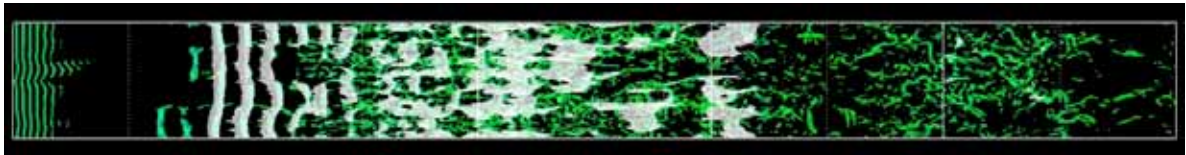
(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$

Fig. 4.9: Time evolution of vortices indicated by $Q = 230$ isosurface (green) and isosurface of $f_L = 0.999$ (white), at case 1, $\sigma = 0.3$ (top view).

渦や、等方化したよりスケールの小さな渦にもキャビティが生じている。よって、本計算で得られたデータベースが微細渦をも考慮したキャビテーション LES モデル開発のための流れ場として有用である。

ロール渦に生じるキャビティと縦渦に生じるキャビティは部分的に合体する。キャビティの合体は主に移流とロール渦のペアリングにより生じる。図 4.10 は図 4.8 とは異なる時間帯でのペアリングにより合体するキャビティを示している。図 4.10(a) の三つのキャビティのうち、左と中心に位置する二つのキャビティ（順に A, B とする）は、対応するロール渦のペアリングが進むにつれ、ロール渦同士の誘起速度によって A が B に覆いかぶさるように接近する（図 4.10(b)-(e)）。図 4.10(f) では A と B は完全に一体となり、より大規模なキャビティとなる。図 4.11 は 3 つの異なる $y-z$ 断面を通過するキャビティ面積の時間変化である。キャビティ面積は各 $y-z$ 断面における $1-f_L$ の面積分として計算している。図 4.11 において、キャビティが通過する時間間隔が下流に進むにしたがって長くなっている。これはペアリングによってロール渦のピッチが下流では上流に比べ長くなったことによって、キャビティの通過の時間間隔も長くなったことを示している。

また、キャビテーション条件下ではロール渦が出始める位置が単相の流れ場と比べて上流に移行する傾向にある。キャビテーション数が低いほどこの傾向は顕著になる。単相 ($\sigma = \infty$) では最も上流の出現位置は $x/H \cong 1.5$ であるのに対し、 $\sigma = 0.3$ では、 $x/H \cong 1$ である。また、出現位置だけでなく、ペアリングを起こす位置も上流に移行する。これらは、キャビティの発生に伴う擾乱が上流側でのロール渦の形成や合体のきっかけを与えやすくなった結果であると考えられる。

図 4.12, 4.13 は case 2 における $\sigma = 0.3$ の流れ場を時系列に示したものである。case 1 と同じようにほぼ渦に対応した位置にキャビティが発生しているが、発生したキャビティがすぐには消滅せず、対応する渦より上流にひきずられるように残る傾向がある。これは図 4.3 のキャビテーション条件での結果において顕著に観察される。これは、 $p > p_v$ となる際のモデルパラメータ C_g を case 2 では小さく設定しているために、圧力差 $p - p_v$ に対する応答が遅くなったためである。

モデルパラメータ C_g, C_l の設定に関しては、角柱後流のキャビテーション流れの解析結果を実験と比較することでチューニングされており [52–54]、その後様々な流れ場に適用されてきた。しかし、その都度最適化されたわけではなく、あくまで経験的なものである。また、付録の式 (A.44) から、 C_g, C_l は気泡径に対応していることが明らかであるが、流れ場には大小様々な気泡が混在しているので、 R の代表値を定めるのは困難であ

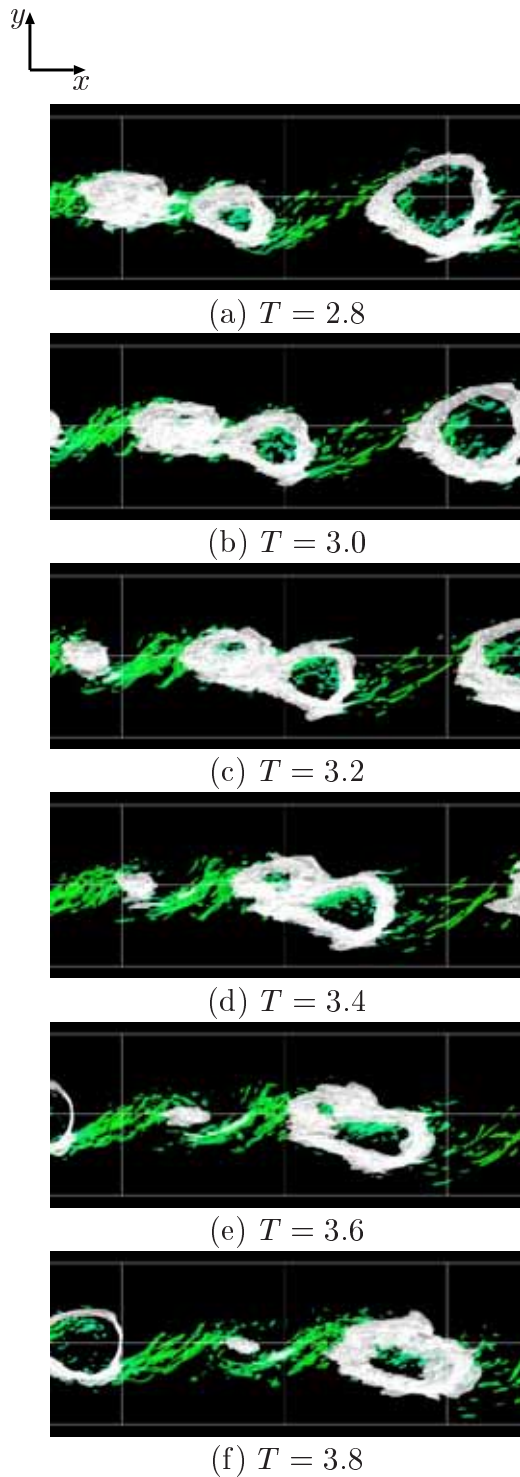


Fig. 4.10: Merging of cavity by vortices pairing indicated by $Q = 230$ iso-surface (green) and iso-surface of $f_L = 0.999$ (white), case 1.

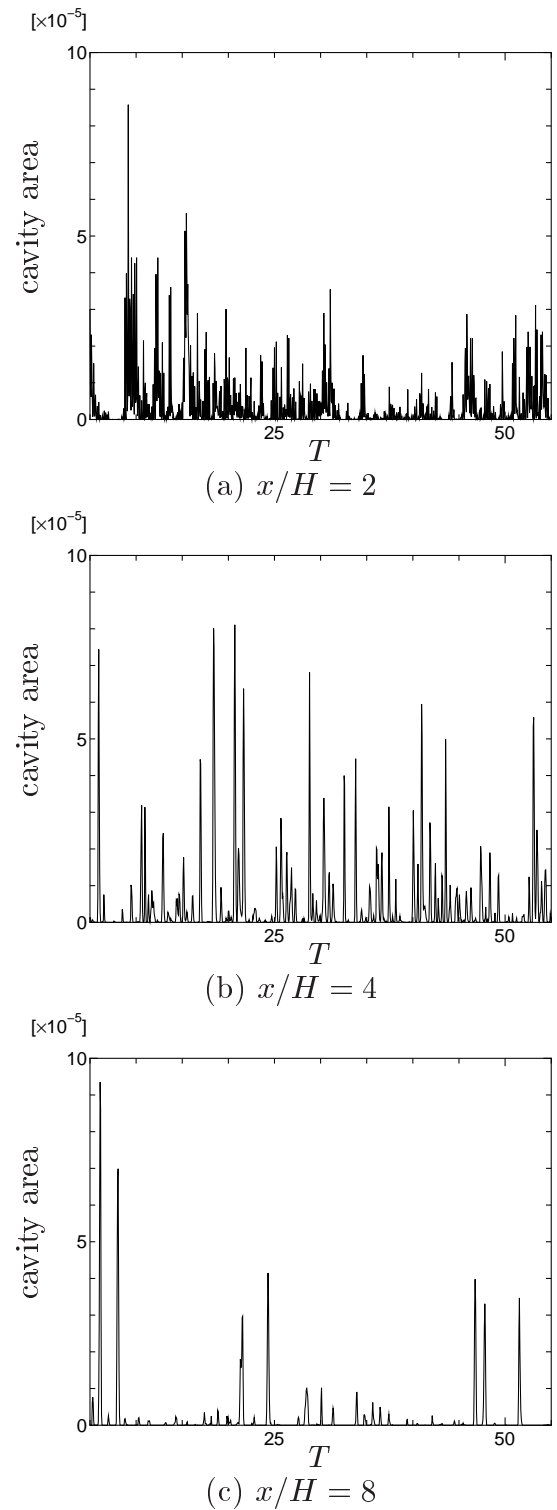


Fig. 4.11: Time evolution of cavity area passing through three different $y-z$ cross sections ($\sigma = 0.3$, $5 \leq T \leq 55$), case 1.

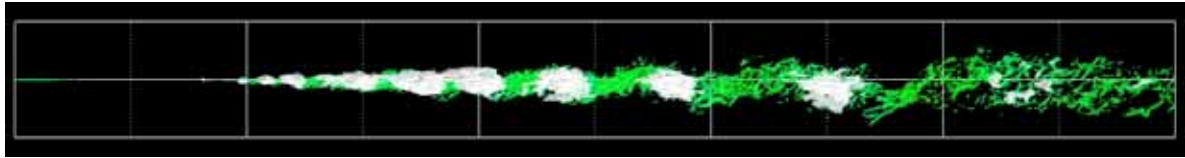
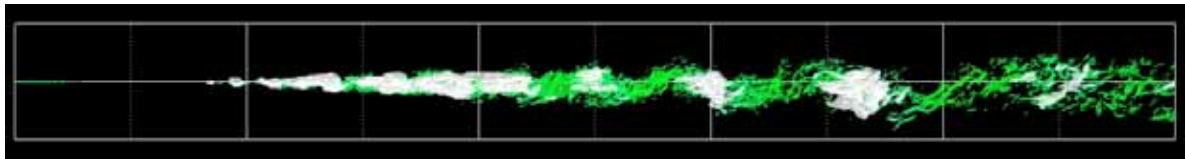
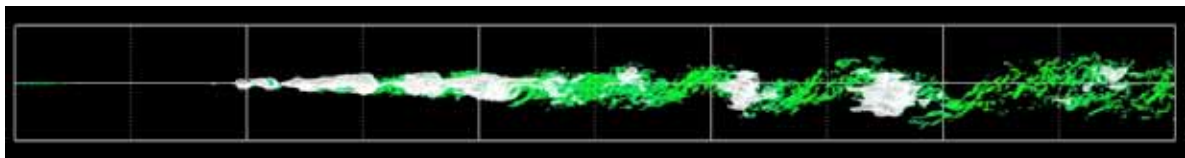
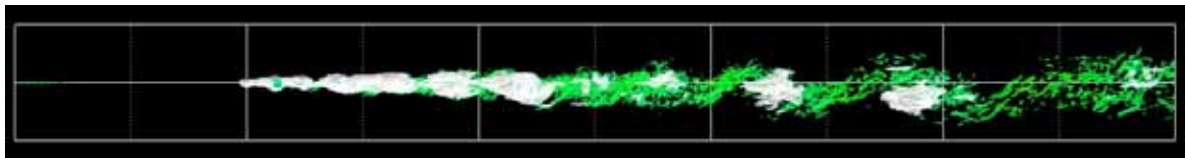
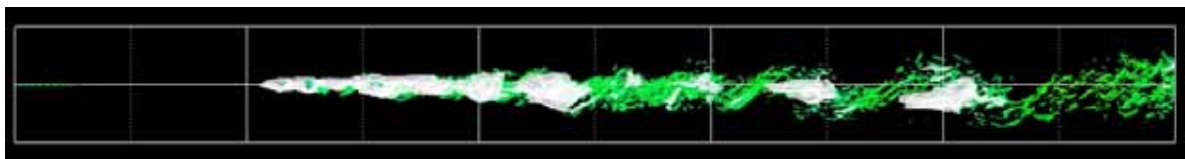
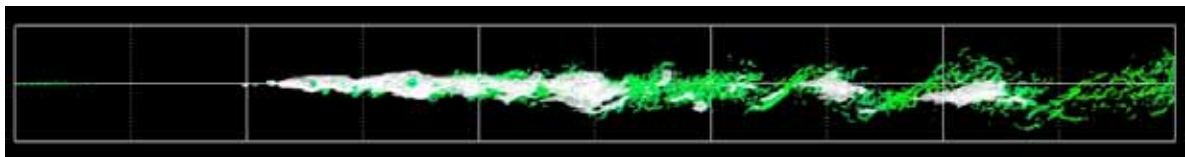
(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$

Fig. 4.12: Time evolution of vortices indicated by $Q = 230$ isosurface (green) and isosurface of $f_L = 0.999$ (white), at case 2, $\sigma = 0.3$ (front view).

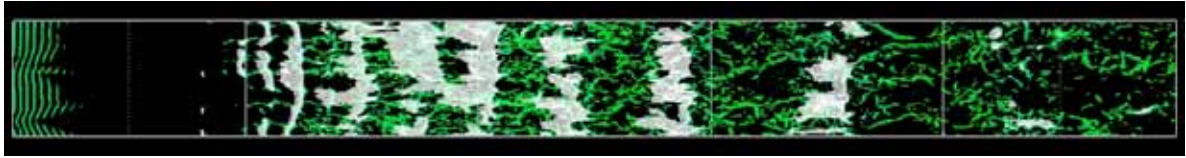
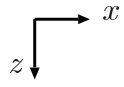
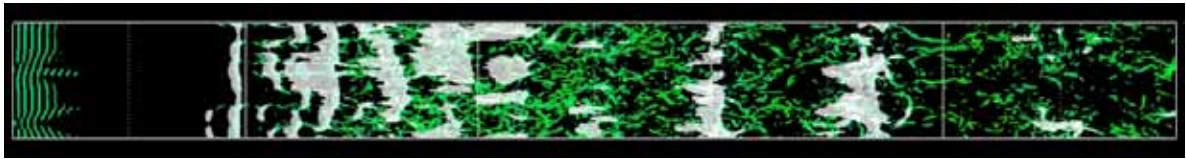
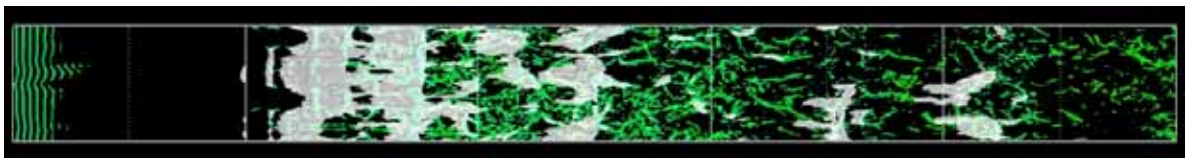
(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$

Fig. 4.13: Time evolution of vortices indicated by $Q = 230$ isosurface (green) and isosurface of $f_L = 0.999$ (white), at case 2, $\sigma = 0.3$ (top view).

る．したがって，実験等と比較して経験的にチューニングを行うしかないが，本計算の対象に対応する実験がないため，パラメータには検討の余地を残している．

4.3 キャビテーションによる乱流変調

渦キャビテーションが乱流場中の渦の挙動に影響を与えるという観点から，キャビテーション時のレイノルズ応力の変調を定量的に解析する．以降，解析対象は case 1 である．

レイノルズ応力 R_{ij} はキャビテーションによる密度変動の影響を考慮し，

$$R_{ij} = \overline{\rho u_i'' u_j''} \quad (4.10)$$

とする．ここで，密度 ρ に関して，本研究では気相密度を無視しているため， $\rho_L f_L$ のみで与える．ため，均質流体の密度 ρ は

$$\rho = \rho_G(1 - f_L) + \rho_L f_L \simeq \rho_L f_L \quad (4.11)$$

となる．本計算では液相の圧縮性も考慮しているが，乱流統計量の算出にあたっては液相の密度変動 ρ'_L が十分小さいとして，

$$\rho_L f_L = (1 + \rho'_L) f_L \simeq f_L \quad (4.12)$$

とすると，結局，レイノルズ応力は

$$R_{ij} \simeq \overline{f_L u_i'' u_j''} \quad (4.13)$$

となる．これ以降，レイノルズ応力の各成分の中で垂直成分 ($R_{11} = \overline{f_L u'' u''}$, $R_{22} = \overline{f_L v'' v''}$, $R_{33} = \overline{f_L w'' w''}$) と主なせん断成分である $R_{12} = \overline{f_L u'' v''}$ について議論する．ここで，式 (4.7) から，ロール渦の旋回成分に関する変動には R_{11} および R_{22} が，式 (4.8) から，縦渦の旋回成分に関する変動には R_{22} および R_{33} がそれぞれ対応する．

4.3.1 レイノルズ応力の分布

レイノルズ応力の y 方向に対する分布を 3 つの異なる $y - z$ 断面 (a) $x/H = 2$, (b) $x/H = 4$, (c) $x/H = 8$ で示す．これらは，次に示す 3 つの領域を代表している．

- (a) 縦渦が発達しつつある
- (b) R_{ij} のピーク値が他の断面と比べて最大となる

(c) 乱流が十分に発達し，ロール渦の大規模なペアリングが起こる

図 4.14 および 4.15 では，上述の3断面における R_{22} と R_{33} の分布を示す．比較的上流に位置する $x/H = 2$ では，キャビテーション数 σ が低いほど R_{22} および R_{33} は大きい．一方， $x/H = 4, 8$ など，乱流が空間的により発達する下流の領域では， R_{22} については σ が低いほど小さいのに対して， R_{33} については σ が低いほど大きくなる．主流方向への流れ場の変化を検討するため，レイノルズ応力の垂直成分 R_{11}, R_{22}, R_{33} と主なせん断成分である R_{12} のピーク値を主流方向にプロットしたものを図 4.16 に示す．以下， $1 \leq x/H \leq 4$ ， $x/H \geq 4$ に分けて流れ場を観察する．

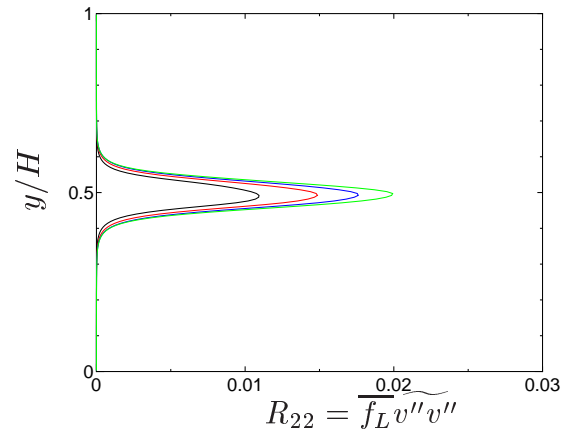
4.3.2 上流 ($1 \leq x/H \leq 4$) における乱流変動

変動が成長する $1 \leq x/H \leq 2$ において，すべてのレイノルズ応力成分は急激に発達し， σ が低いほどその傾向は位置的に上流側に移る．これはキャビテーション発生に伴う擾乱がロール渦や縦渦の発生を促進し，ロール渦に関連する u'' ， v'' および縦渦に関連する v'' ， w'' 成分に影響を及ぼした結果と考えられる．

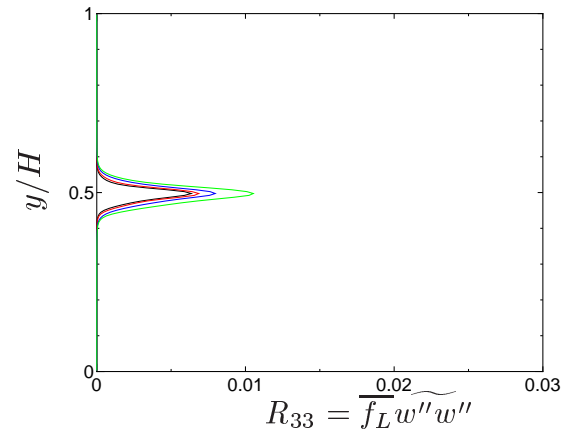
キャビテーションの発生如何に関わらず，図 4.16 に示すすべての成分に極値が存在する．特に， R_{22} および R_{12} は二つの極大値をもつ．領域 $2 \leq x/H \leq 3$ において， R_{22} および R_{12} は極大値をとり，それ以降では減少する．Ho & Huerre [121] は主流方向の速度変動について，入口条件が層流である場合，その主流方向の分布に極大値が存在することを報告している．本計算で入口条件として与えている乱数の擾乱はレイノルズ応力をもたないので，図 4.16(a) で極大値をもつことは彼らの結果と整合する．

R_{ij} が極大値となる位置は初めてペアリングが生じる位置に対応するという報告がある [121]． $\sigma = 0.3$ については $\sigma = 0.4, 0.5$ に比べてペアリングの位置が明らかに上流に移行していることがわかる． R_{22} は二つの極大値をもつが，一つ目の極大値はペアリングに関連すると考えられる． R_{11} は極大値をとった後単調に減少するが， R_{22} は縦渦の旋回成分にも対応するため，縦渦の十分に発達するまでは再び増加傾向となり，二つ目の極大値が現れる．これに関連して， R_{22} の二つ目の極大値とほぼ同じ位置で縦渦の旋回成分である R_{33} も極大値をとっている．

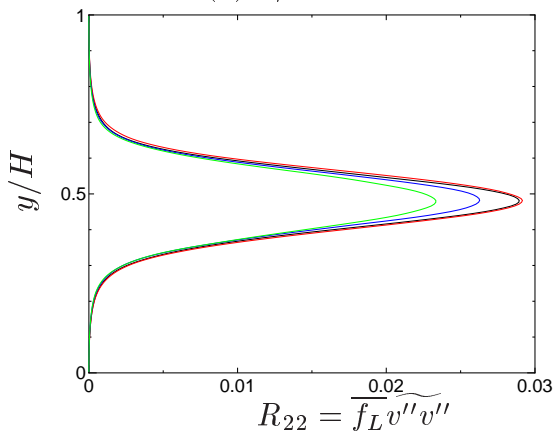
図 4.17 は $y-z$ 断面内のキャビティ面積の時間平均を主流方向に対してプロットしたものである． $\sigma = 0.3$ の条件の場合のみ $x/H \cong 2.5$ 付近でロール渦の成長に伴って，キャビティ発生量が顕著なピークを示す．このことから，図 4.16(b)，(d) に見られるような $\sigma = 0.3$ における $\sigma = 0.4, 0.5$ とは異なる R_{22} ， R_{12} の挙動，特に各成分の発達が他の σ



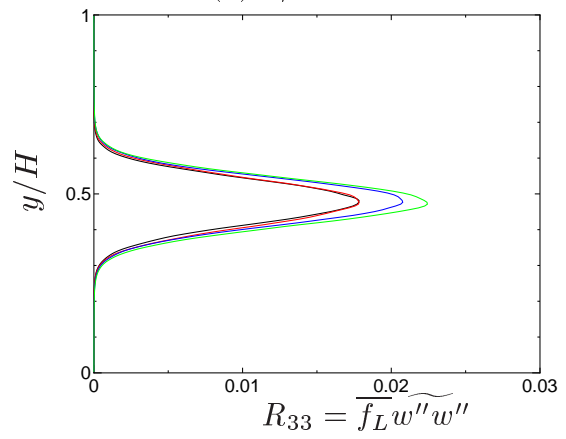
(a) $x/H = 2$



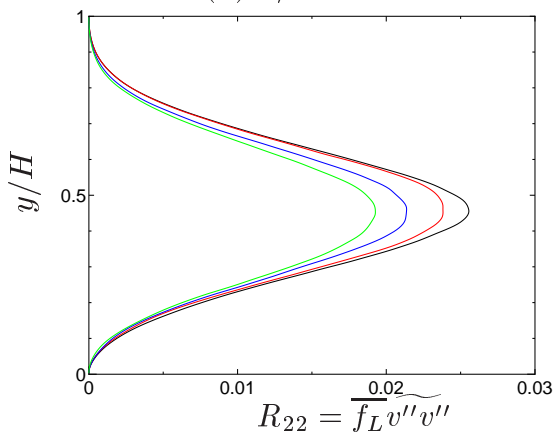
(a) $x/H = 2$



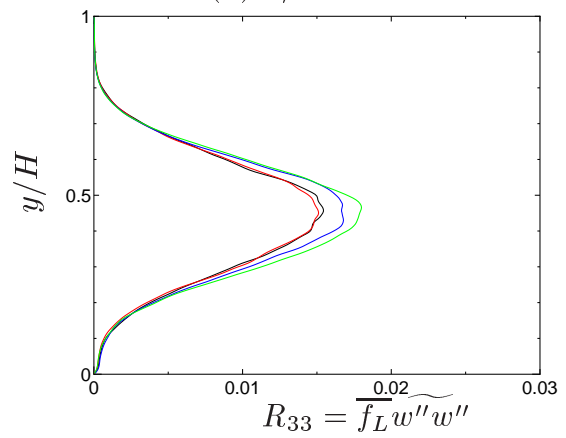
(b) $x/H = 4$



(b) $x/H = 4$



(c) $x/H = 8$



(c) $x/H = 8$

Fig. 4.14: Modification of Reynolds stress R_{22} profiles by cavitation (black: Non-cavitating, red: $\sigma = 0.5$, blue: $\sigma = 0.4$, green: $\sigma = 0.3$)

Fig. 4.15: Modification of Reynolds stress R_{33} profiles by cavitation. (black: Non-cavitating, red: $\sigma = 0.5$, blue: $\sigma = 0.4$, green: $\sigma = 0.3$)

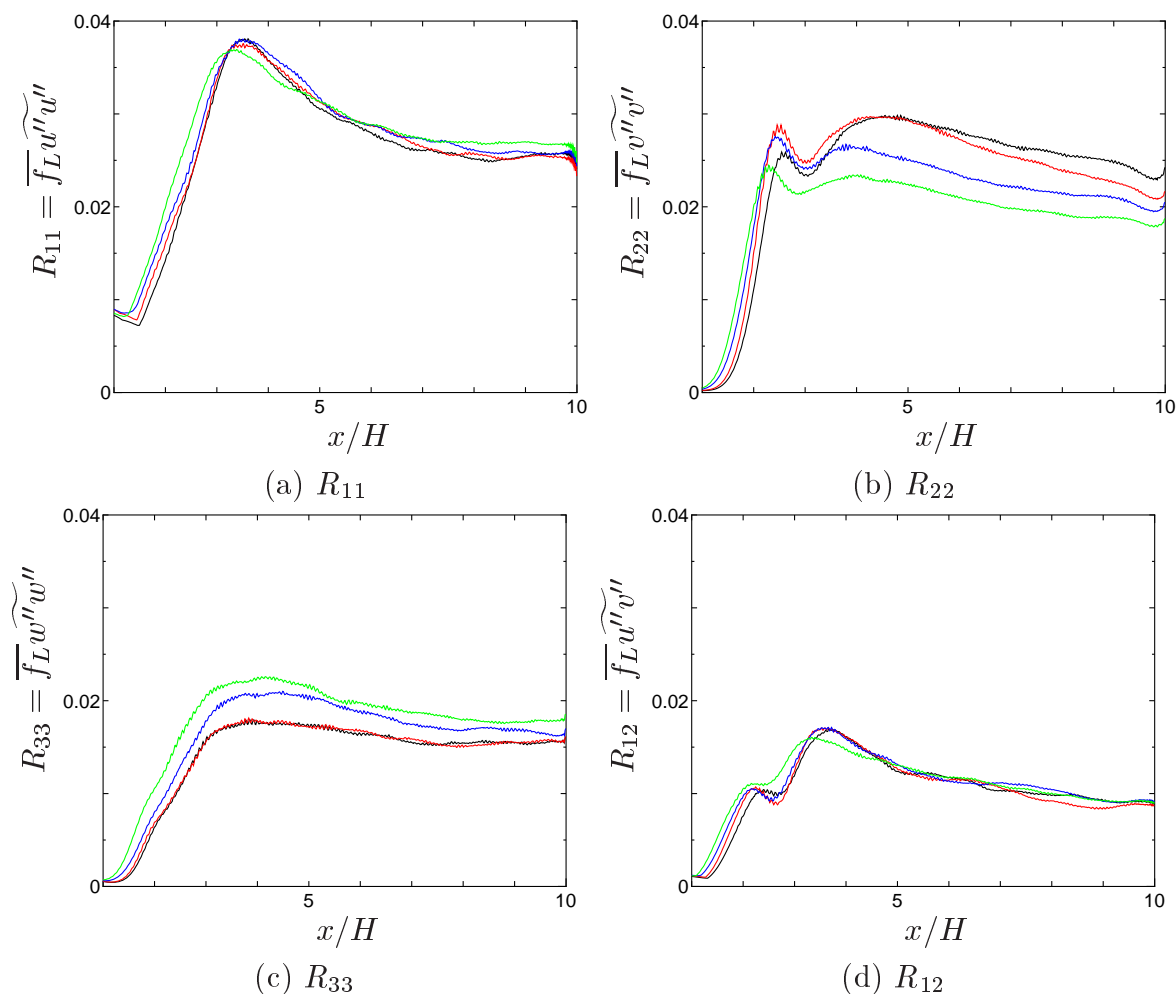


Fig. 4.16: Streamwise distributions of maximum values of Reynolds stress components observed in $y-z$ cross-section. (black: Non-cavitating, red: $\sigma = 0.5$, blue: $\sigma = 0.4$, green: $\sigma = 0.3$)

に比べて極端に上流に移行する傾向は，キャビティの発生が σ と比例関係にないことが原因である．

また， $1 \leq x/H \leq 4$ においては，ロール渦にキャビティが生じることによって渦が弱まることを確認している．図 4.18 はロール渦の強さを表し，式 (4.7) で表わされる ω_z の時間平均値をスパン方向にも平均し，主流方向の分布をプロットしたものである． ω_z は $1 \leq x/H \leq 4$ においてキャビテーション条件では減少する傾向があり， $\sigma = 0.3$ では $x/H = 2$ 付近で最大 13% 減少した．渦がキャビティにより弱まるという関係は，単独渦とキャビテーションの関係を解明するためにモデル化された流れ場に対する第 3 章で示した結果と整合する．

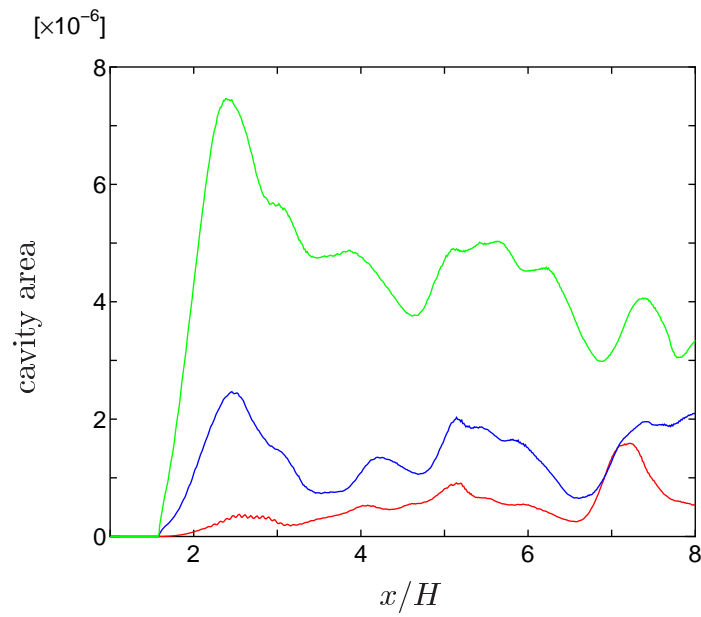


Fig. 4.17: Streamwise distribution of time-averaged cavity area passing through $y - z$ cross sections. (red: $\sigma = 0.5$, blue: $\sigma = 0.4$, green: $\sigma = 0.3$)

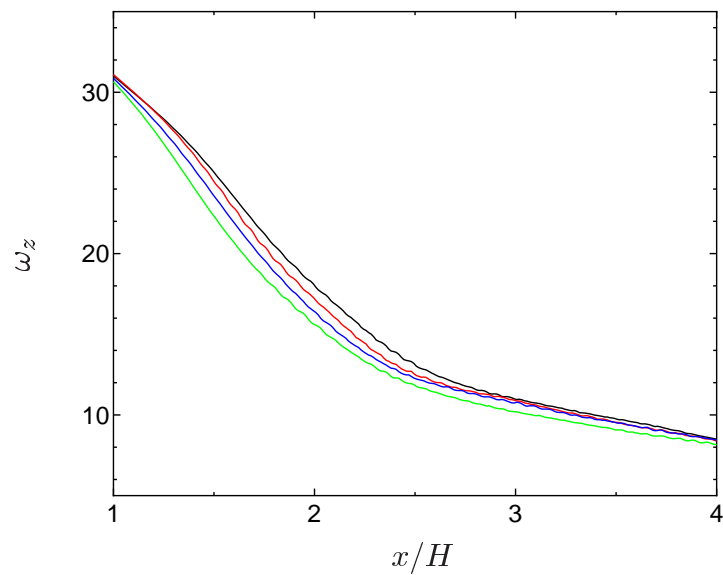


Fig. 4.18: Streamwise distribution of time-averaged ω_z . (black: Non-cavitating, red: $\sigma = 0.5$, blue: $\sigma = 0.4$, green: $\sigma = 0.3$)

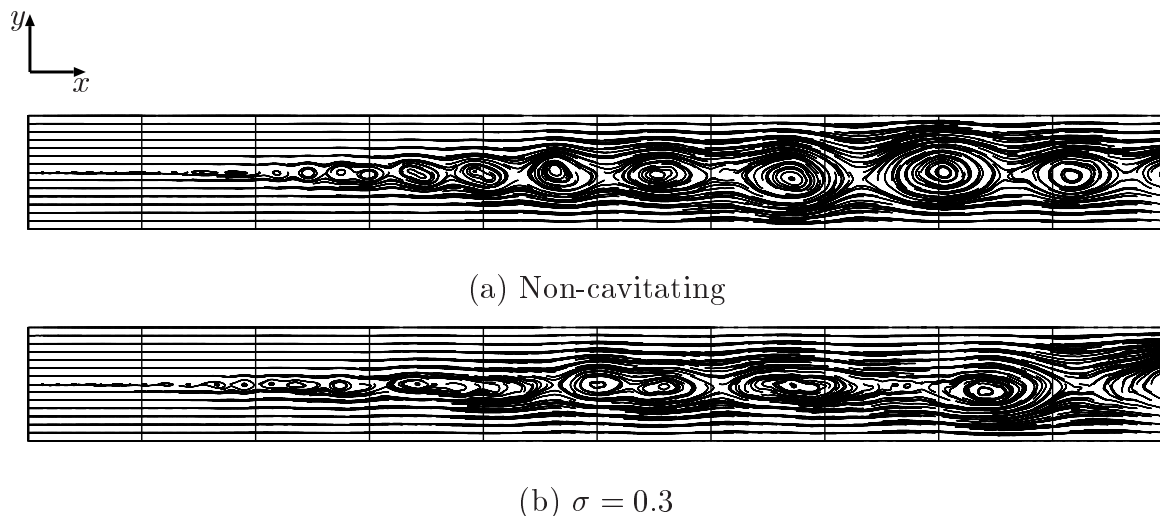


Fig. 4.19: Front view of instantaneous streamlines composed of spanwise-averaged u and v .

4.3.3 下流 ($4 \leq x/H \leq 10$) における乱流変調

キャビテーション数 σ の影響は図 4.16 においては，ロール渦の挙動を反映する R_{22} の減少として特徴づけられる．

図 4.19 は单相および $\sigma = 0.3$ における z 軸に垂直な断面内の瞬時の流線である．速度はスパン方向に平均している．单相の流れ場では，渦は合体後すぐに図 4.19(a) のような比較的丸い断面形状に回復する．一方，図 4.19(b) に示すように，キャビテーション条件下では，ペアリングの途中の過渡的な状態が長く続くために，ロール渦の通過ピッチが不規則に，また長くなる．速度成分 v の時間変化に対するスペクトル解析の結果，図 4.20 に示すように，キャビテーション条件では单相の条件より低い周波数にパワースペクトルのピークが存在した．図 4.19 の観察，スペクトル解析の結果および前節で述べたように上流でロール渦が弱くなることから，二つのロール渦による誘起速度が低下し，单相の場合と比較してペアリングに時間がかかるようになると結論付けられる．ロール渦は ω_z 成分をもつため，速度変動強度については， R_{11} ， R_{22} に関連する．キャビテーション条件下のレイノルズ応力では， R_{11} より R_{22} が大きく減少したことの原因は，図 4.19 に見られるように，ロール渦が扁平かつ長周期になったことから説明できる．一方，ロール渦のもう一つの旋回成分である u'' に対応する R_{11} は，单相とキャビテーション条件の間に

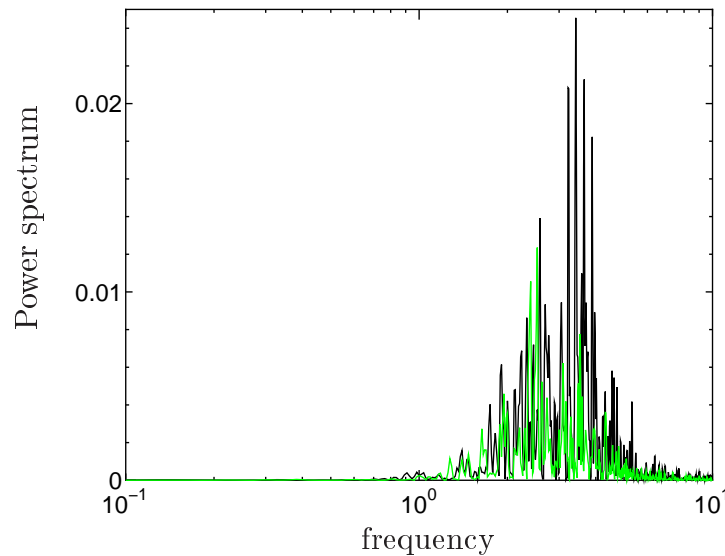


Fig. 4.20: Spanwise vortices shedding frequency at $x/H = 6$. (black: single phase, green: $\sigma = 0.3$)

R_{22} ほどの差は見られない．ペアリングを起こす前は，せん断層において v'' 成分は二つのロール渦が通過することで二回正負に変動するが，ペアリングによって正負の変動が一回になり，ピッチが長くなる．しかし， u'' 成分はペアリングを起こしても同じ向きを保ったままで， v'' ほどの影響を受けないため， R_{11} はキャビテーション条件下でもほぼ変化がなかったと考えられる．

スパン方向の速度変動を示す R_{33} は単相の条件と比較して増加する傾向にある．したがって， R_{33} の増加はスパン方向の速度成分をもつ縦渦の運動が変調したことに関連する．縦渦に生じるキャビティは渦の半径方向に膨張し，体積変動を起こす．その結果，渦の半径方向成分に対応する R_{33} が単相の場合と比べて増加する． R_{22} も縦渦の半径方向成分に対応するため体積変動により増加すると考えられるが，前述したロール渦のペアリングの効果が支配的であったために減少したと考えられる．

4.4 まとめ

キャビテーションと乱流の相互作用を明らかにするため，空間発展乱流混合層に生じるキャビテーションの数値シミュレーションを行った．十分発達した液相の流れ場を初期値として，キャビテーション数 σ を下げると，比較的大規模な渦芯だけでなく，乱流の微細

渦芯の低圧部においてもキャビテーションが発生し、本計算で得られたデータベースが微細渦をも考慮したキャビテーション LES モデル開発のための流れ場として有用であるということを確認した。また、キャビテーションによる渦構造の変化という観点から、レイノルズ応力の変化などの自由乱流の変調に関する下記の現象の存在が示唆された。

1. キャビテーションの発生による擾乱は上流での一次不安定（ロール渦の発生）を促進する。
2. 一次不安定が生じる領域に顕著なキャビティが発生するような σ 値以下では、レイノルズ応力の各成分の発達が特に早くなるなど、定性的な差がみられる。
3. キャビテーション条件下では、ロール渦による誘起速度の低下のためにペアリングの過渡状態が長くなり、その後の渦が扁平かつ長周期になるため、特にそれに対応するレイノルズ応力成分が減少する。
4. 縦渦に対応して生じたキャビティによる体積変動によって、縦渦の旋回成分に対応するレイノルズ応力の成分は全領域にわたって増加する。

第 5 章

DNS データベースを用いた SGS 圧力変動に関する解析

前章では DNS で再現された微細渦に発生したキャビティをとらえることができていたが、これらをすべて解像するのは現実的ではない。よって、LES に代表されるより実用性の高い解法で、かつそのようなキャビティを考慮できる二相流モデルが必要である。そこで、本章ではキャビテーション乱流モデルの基礎となる SGS の渦芯に生じる低圧部の定式化を行う。

5.1 PDF モデル

本研究では、第 1.3.1 節で述べた、PDF を用いて乱流による圧力変動を考慮するモデル [39] から着想を得て、レイノルズ平均からの変動ではなく、空間フィルター値からの圧力変動を、LES を基盤とするキャビテーション乱流の解析に導入することを考える。すなわち、SGS 圧力変動と SGS 乱流エネルギーにも式 (1.19) のような相関があると考え、LES においてフィルタリングされた圧力 \bar{p} と、

$$p_{SGS} = C \rho k_{SGS} \quad (5.1)$$

で表される SGS 圧力変動から、空間的な圧力分布を表す PDF を見積もる (C は定数)。LES に応用することで、RANS よりも非定常性を考慮することが可能であると考え。

基本的な考えは Singhal ら [39] の RANS における PDF モデルと同じであるが、LES における SGS 圧力変動に PDF が適用できるかどうかはまだ検証されていない。したがって、定数 C の値の検討も含め、式 (1.19) から類推された式 (5.1) を検証する必要

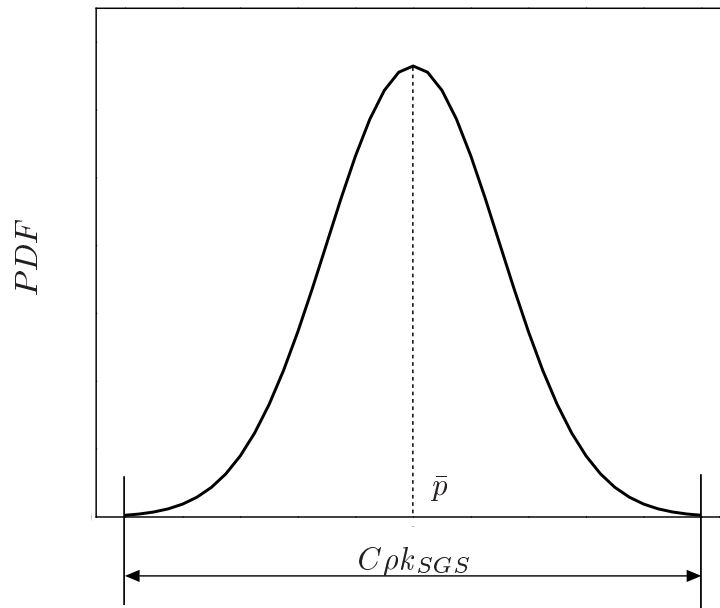


Fig. 5.1: Basic concept of pressure distribution in a LES cell.

がある．これは PDF の形状についても同様である．PDF の形状に関して，Okong'o & Bellan [122] は PDF が反応流の LES に適用できるかを調べることを目的として，時間発展乱流混合層の DNS データベースにフィルター操作を施して解析している．その結果，フィルター体積内の SGS に相当する物理量（圧力変動を含む）の PDF が抽出され，それらはほぼガウシアン型であった．したがって本章では，

- SGS 圧力変動と SGS 乱流エネルギーには式 (5.1) のような相関がある
- LES の計算セル内の SGS 圧力分布はガウス分布で表される

という二つの仮定を立て，これらを立証するために第 4 章において構築した単相の乱流混合層の DNS データベースにフィルター操作を施して解析する．まず，フィルタリングによって k_{SGS} を抽出し，式 (5.1) で見積もられる圧力変動を求めることにより第一の仮定を立証する．また，図 5.1 に示すようなガウシアン型の PDF

$$\Psi(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} \exp\left[-\frac{(p - \bar{p})^2}{2s^2}\right] \quad (5.2)$$

を LES の計算セル内の圧力分布とし，圧力分布を見積もることにより第二の仮定について検証する．ガウス分布の平均値 \bar{p} はフィルタリングされた圧力，標準偏差 s を決める分布の幅は式 (5.1) で求められる p_{SGS} を用いる．

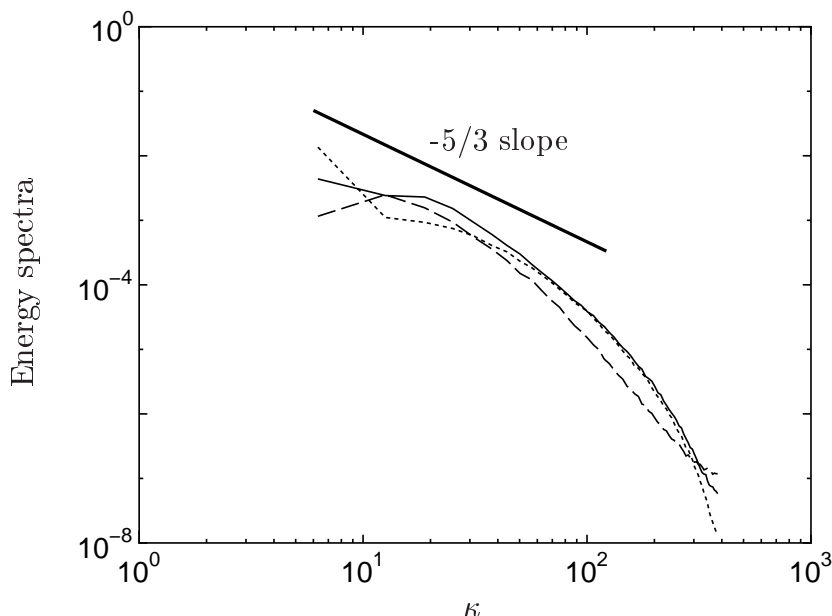
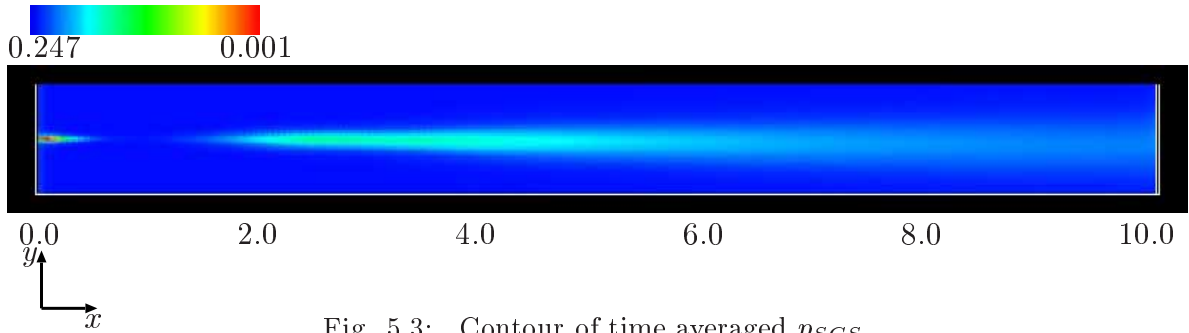
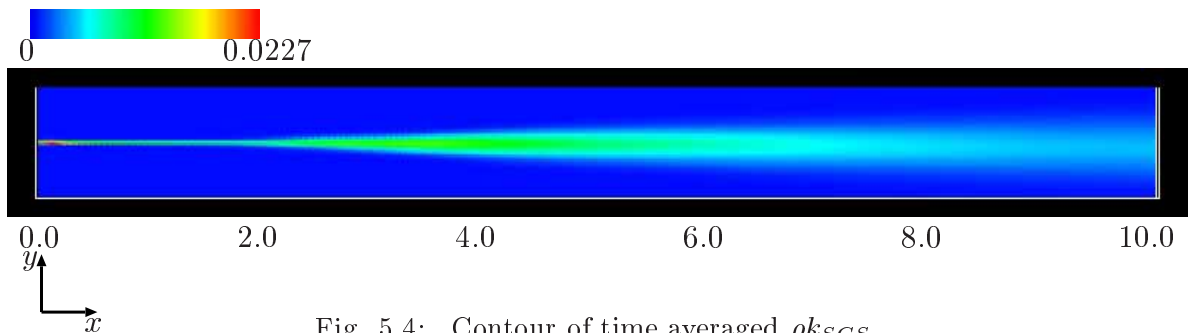


Fig. 5.2: Spanwise energy spectra at $x/H = 9$ (solid: E_{uu} , dotted: E_{vv} , dashed: E_{wv}).

5.2 フィルター操作

流れ場にフィルターをかける前にフィルターサイズを決める必要がある．一般的に LES においては，エネルギースペクトルが普遍的な分布となるスケールをフィルターサイズとすることが理想とされている．図 5.2 は十分発達した領域での各速度成分に対するスパン方向（周期条件）のエネルギースペクトルである．図から，およそ波数 $\kappa = 400$ の乱れまでがとらえられており，これは波長 $\lambda = 2\pi/\kappa$ に換算するとコルモゴロフスケール l_k の約 6 倍に相当する．一般的に l_k からその 10 倍（波数としては 1/10 倍）の間で乱れの運動エネルギーは急激に落ちる [123]．したがって，DNS としては十分に細かいスケールの乱れまで再現できている．また， $\kappa = 200$ に対応する波長 $\lambda = 2\pi/\kappa$ は DNS の 4 格子分であり，このスケールでこの乱流場のエネルギーの大部分をとらえることができている．したがって，本研究では各方向 4 セル，合計 64 セルを LES の 1 セル，つまりフィルター体積とみなしてフィルター操作を行う．フィルタリングを施した物理量 f の値 \bar{f} は，DNS における 64 セルのデータの算術平均とし，これを GS 成分と想定する．この操作の

Fig. 5.3: Contour of time averaged p_{SGS} .Fig. 5.4: Contour of time averaged ρk_{SGS} .

もと、式 (5.1) の k_{SGS} を

$$k_{SGS} = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} - \frac{1}{2} \bar{u}_i \bar{u}_i. \quad (5.3)$$

により求める。見積もられた圧力変動 $C\rho k_{SGS}$ との比較のため、正味の圧力変動 p_{SGS} として、フィルター内 64 セルの最大圧力と最小圧力の差を DNS データから抽出する。

5.3 圧力変動の解析

5.3.1 圧力変動と乱流エネルギーの相関

図 5.3, 5.4 はそれぞれ時間平均された正味の圧力変動 p_{SGS} と乱流エネルギー ρk_{SGS} の分布である。これらはスパン方向に平均されている。また、単相流れであることから密度 ρ は 1 で一定である。 p_{SGS} , ρk_{SGS} とともに乱流渦が主に観察される領域 $0.25 \leq y/H \leq 0.75$ 付近に分布していることがわかる。また、図 5.5 は 4 つの異なる x 方向位置における平均速度 \bar{U} , p_{SGS} と ρk_{SGS} の時間平均の y 方向分布である。これ以降、「せん断層」とは領域 $y_0(x) - 0.5\delta_\omega(x) \leq y \leq y_0(x) + 0.5\delta_\omega(x)$ を指すものとする。ただし、 $\delta_\omega(x)$ は式

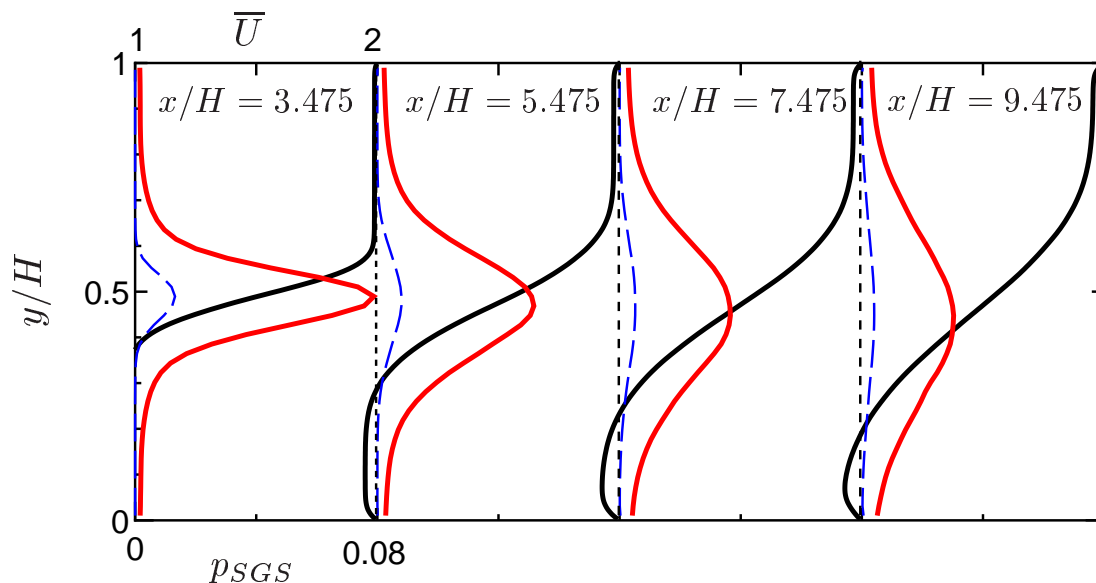


Fig. 5.5: Distributions of mean velocity \bar{U} (black), p_{SGS} (red) and ρk_{SGS} (blue) at 4 different streamwise positions.

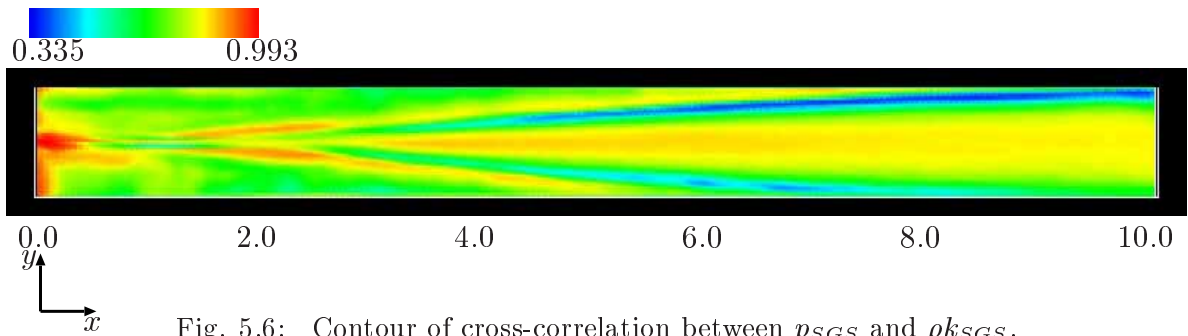
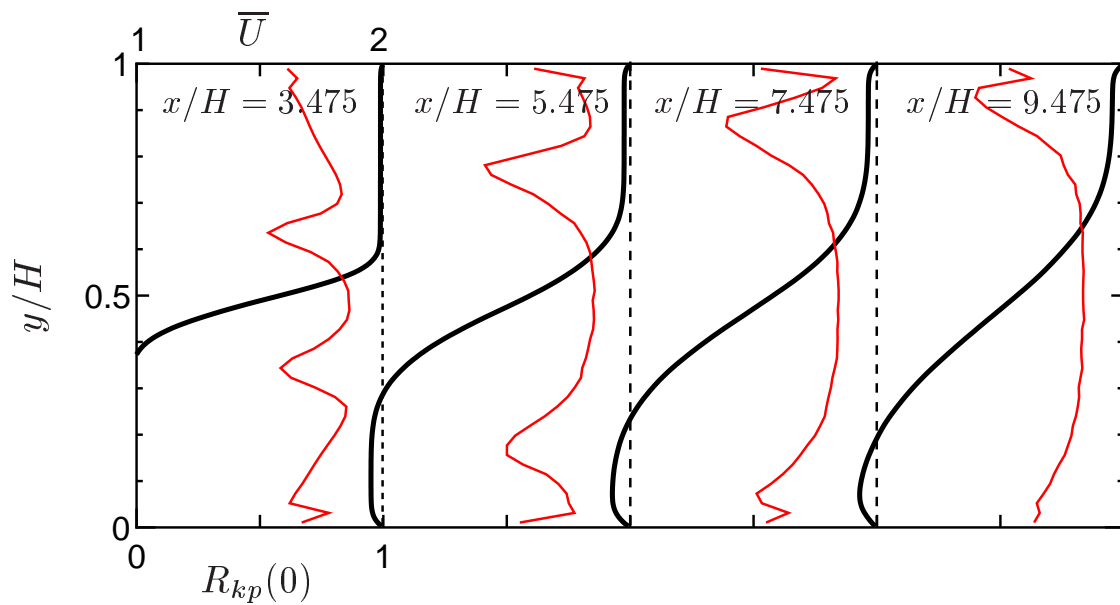
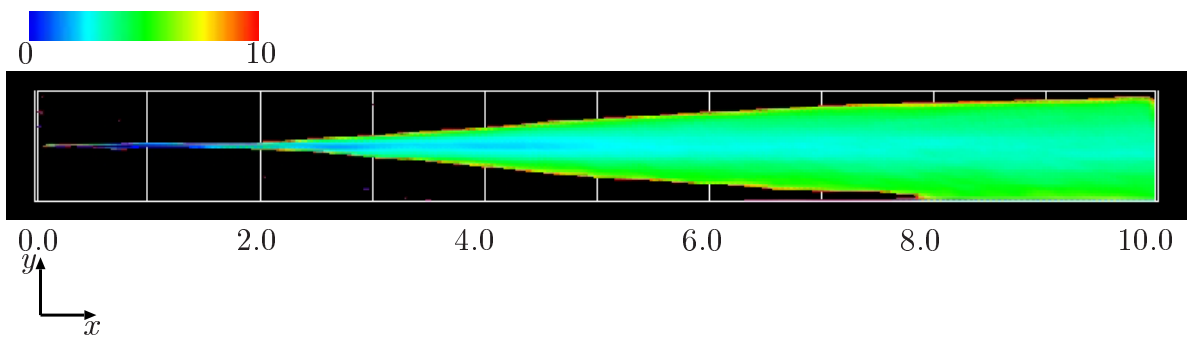
(4.2) の渦度厚さであり, $y_0(x)$ は $dU(y)/dy$ が最も大きくなる y である. 図 5.5 からせん断層のおおよその範囲が推察できる. せん断層が発達するにつれ, p_{SGS} と ρk_{SGS} の分布の幅は増加している. 特に, ρk_{SGS} の分布はせん断層とほぼ対応している.

図 5.6 は p_{SGS} と ρk_{SGS} の相互相関係数

$$R_{kp}(\tau) = \frac{\langle k_{SGS}(t)p_{SGS}(t+\tau) \rangle}{\sqrt{\langle k_{SGS}^2(t) \rangle} \sqrt{\langle p_{SGS}^2(t) \rangle}} \quad (5.4)$$

の分布である. ただし, τ はタイムラグ, $\langle \cdot \rangle$ は時間平均を表す. 図 5.6 の $R_{kp}(\tau)$ もスパン方向に平均されており, タイムラグ τ は 0 と設定している. また, 図 5.7 は図 5.5 の 4 つの異なる x 方向位置に対応する $R_{kp}(\tau)$ の y 方向分布である. おおよそのせん断層の位置を示すため, 平均速度分布も重ねて示す. p_{SGS} と ρk_{SGS} が比較的大きいせん断層付近において, 0.85 もの高い相関が観察される. 図 5.6 および 5.7 において, 相関の低い領域があるが, これは τ を 0 に設定しているためであると考えられる. しかし, この領域では p_{SGS} がそれほど小さくなく, キャビテーションの発生という観点からは重要ではない. よって, 図 5.3-5.7 より, キャビテーションの発生が観察されるせん断層付近では式 (5.1) のように, p_{SGS} と ρk_{SGS} の間に比例関係があることが確認された.

比例関係が見い出されたので, p_{SGS} と ρk_{SGS} を関連付ける定数 C を各セルに対して最小二乗法によって算出した. 図 5.8 は算出した C の分布である. これもスパン方向に

Fig. 5.6: Contour of cross-correlation between p_{SGS} and ρk_{SGS} .Fig. 5.7: Distributions of mean velocity \bar{U} (black) and cross correlation $R_{kp}(0)$ (red) between p_{SGS} and ρk_{SGS} at 4 different streamwise positions.Fig. 5.8: Contour of ratio between p_{SGS} and ρk_{SGS} by least square method.

平均されている．ここで，コンター図のカラーバーはキャビテーションが生じる領域に対応する C に合わせて調節されている．せん断層では C はおよそ 3 ~ 5 の範囲である．よって，キャビテーション発生の観点から重要な領域では C は 10^0 オーダーである．これ以外の領域では，相関が低いことから C の値が非常に大きくなる．しかし，そのような領域では p_{SGS} および ρk_{SGS} が比較的小さいため， C を小さく設定してもキャビテーションの予測には問題がないと考えられる．フィルターサイズに対する依存性を検討する．各方向に半分，体積としては 8 分の 1 のフィルターを用いて同じように C を最小二乗法で計算し，検討を行った．フィルターサイズを半分にした場合，図 5.3, 5.4, 5.6, 5.8 に対応する分布はそれぞれ図 5.9, 5.10, 5.11, 5.12 となる．フィルターサイズが小さくなったことで p_{SGS} の最大値は小さくなるが， ρk_{SGS} も同時に小さくなるため，相互相関係数および C は分布，数値ともにほぼ同じ分布となる．したがって， C は LES として想定される範囲内では，フィルターサイズに関しては依存性がないと考えられる．

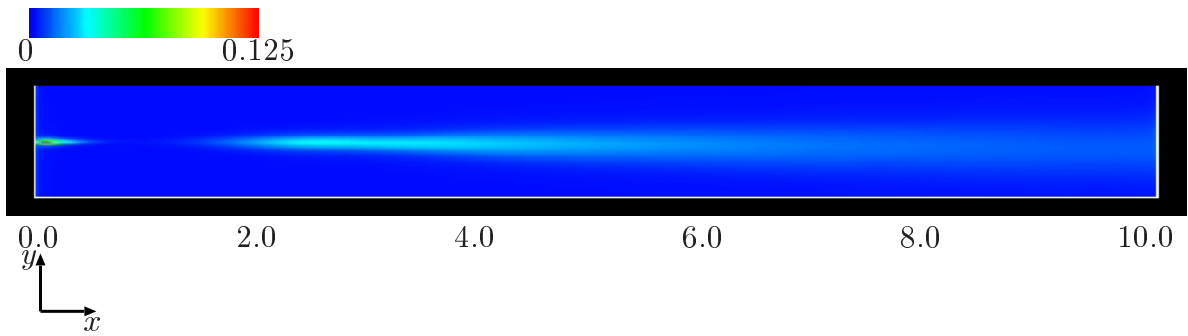


Fig. 5.9: Contour of time averaged p_{SGS} . Filter width is twice as Fig. 5.3's.

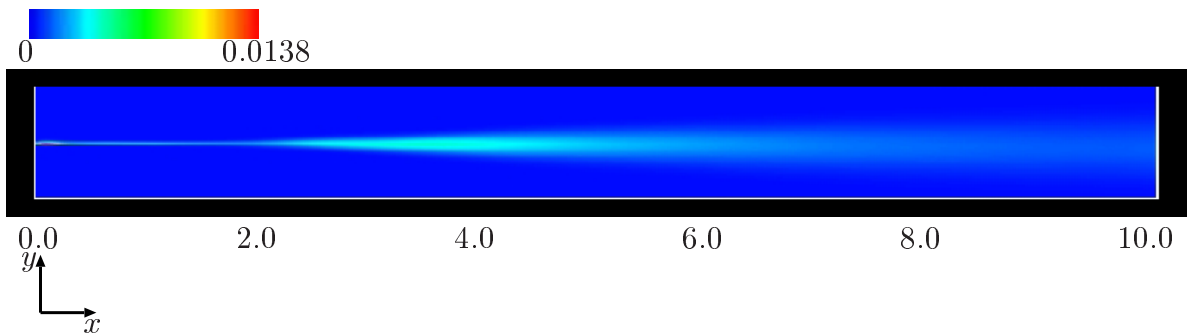


Fig. 5.10: Contour of time averaged ρk_{SGS} . Filter width is twice as Fig. 5.4's.

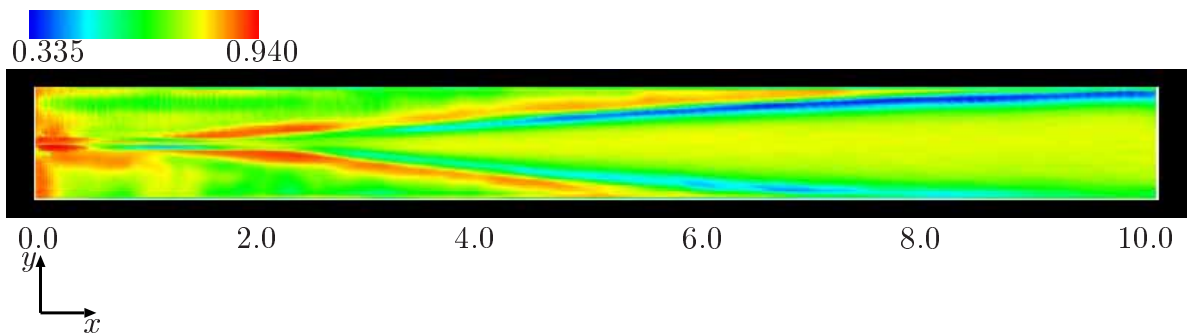


Fig. 5.11: Contour of cross-correlation between p_{SGS} and ρk_{SGS} . Filter width is twice as Fig. 5.6's.

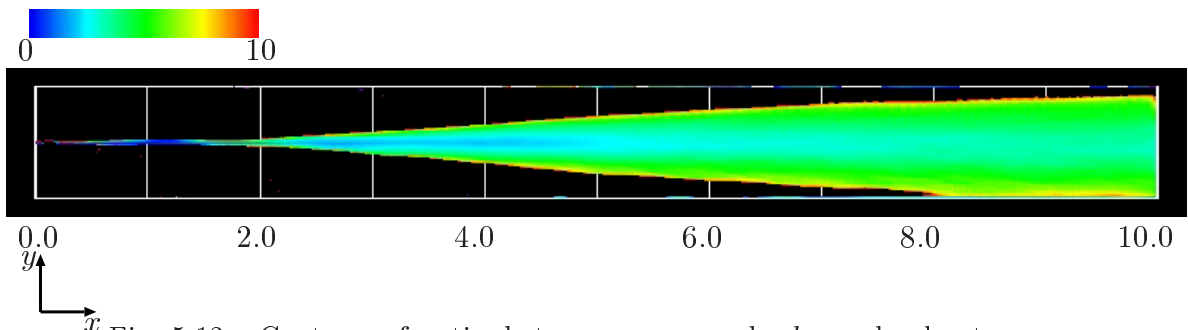


Fig. 5.12: Contour of ratio between p_{SGS} and ρk_{SGS} by least square method. Filter width is twice as Fig. 5.8's.

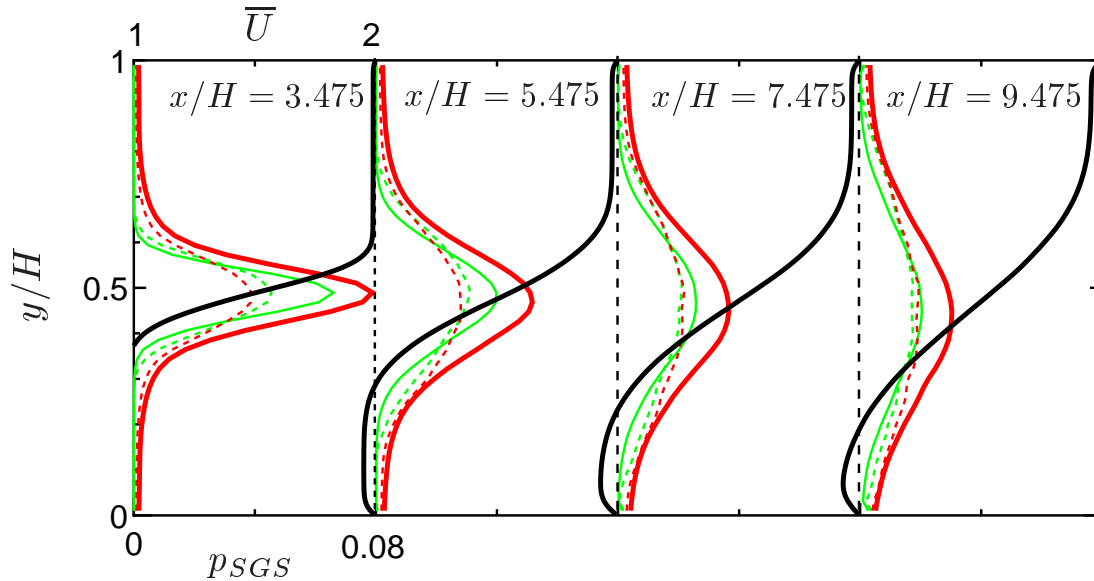


Fig. 5.13: Distributions of mean velocity \bar{U} (black) time-averaged p_{SGS} (red solid), standard deviation of p_{SGS} (red dot), time-averaged $5\rho k_{SGS}$ (green solid) and standard deviation of $5\rho k_{SGS}$ (green dot) at 4 different streamwise positions.

5.3.2 SGS 圧力変動の見積もり

図 5.13 は正味の圧力変動 p_{SGS} と見積もられた圧力変動 $C\rho k_{SGS}$ それぞれの時間平均と標準偏差の y 方向分布である。せん断層の位置を参照するため、平均速度分布も重ねて示す。 $C\rho k_{SGS}$ の計算に関しては、一例として C を 5 に設定する。

時間平均された $C\rho k_{SGS}$ の分布の形は、 p_{SGS} のそれと相似である。したがって、 p_{SGS} の時間平均は定数 C と ρk_{SGS} の時間平均で表すことができる。瞬時の値同士の比較は後述する。せん断層以外の領域では、 $C\rho k_{SGS}$ の時間平均はほぼ 0 であり、 p_{SGS} の時間平均より小さい。標準偏差を考慮したとしても、 p_{SGS} との差はわずかであると考えられる。せん断層以外の領域ではフィルター平均圧力 \bar{p} 自体が高いため、そのようなわずかな差が原因で不自然なキャビテーションの発生を与えることにはならない。

続いて、せん断層付近での瞬時の p_{SGS} と $C\rho k_{SGS}$ を比較する。図 5.14(a)-(d) は 4 つの異なるフィルター体積について、 p_{SGS} 、 ρk_{SGS} 、 $C\rho k_{SGS}$ ($C = 5$) を時系列に示したものである。図 5.14(a)-(d) に対応するセルの中心座標は $x/H = n + 0.475$ (n はそれぞれ 3, 5, 7, 9)、 $y/H = 0.5$ 、 $z/H = 0.5$ であり、すべてせん断層内に位置している。主流

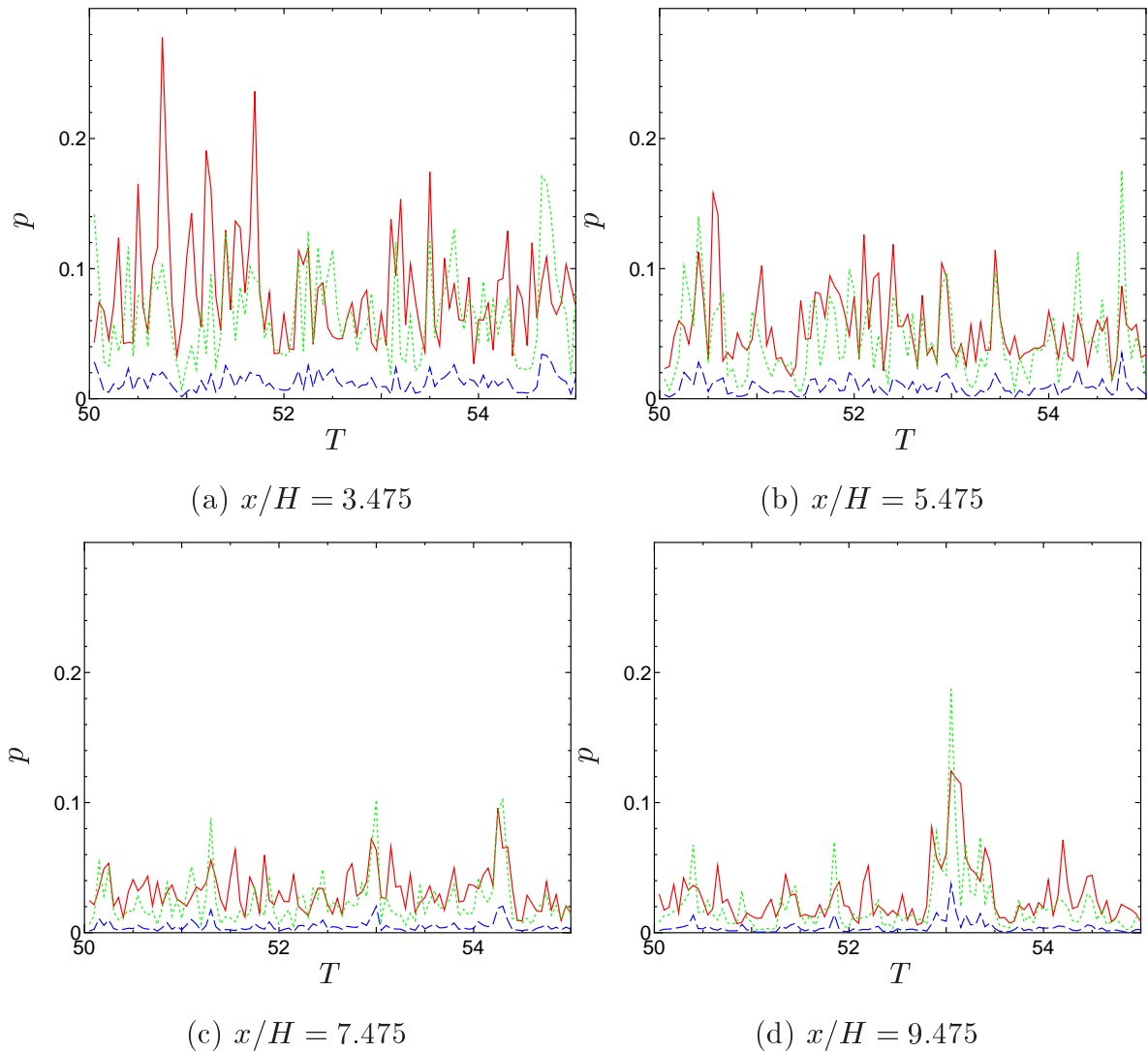


Fig. 5.14: Time evolutions of actual pressure fluctuation p_{SGS} (red), kinetic energy ρk_{SGS} (blue) and estimated pressure fluctuation $C\rho k_{SGS}$ (green) at 4 different filtering volumes.

方向位置は図 5.13 の 4 つの位置に対応する。

各図において、 p_{SGS} と $C\rho k_{SGS}$ はほぼ同じオーダーで推移し、また、ピークをとる時刻などの傾向もよく一致している。したがって、この流れ場においては、 ρk_{SGS} と一つの定数 C によって p_{SGS} を見積もることができる。 p_{SGS} が比較的大きい領域の圧力変動を単独の定数 $C = 5$ のみでシンプルに見積もることができていることから、LES の実施を想定した場合にも非常に実用的である。

5.3.3 フィルター内の圧力分布の見積もり

前節で最適化された C で表される SGS 圧力変動 $C\rho k_{SGS}$ を図 5.1 における分布の幅として、フィルター体積内の圧力分布をガウス分布（式 (5.2)）と仮定して見積もる。ガウス分布の標準偏差 s については理論的に、平均値からのずれが $\pm 3s$ 以内の場合に確率変数が含まれる確率が 99.7% である [124]。そこで、 $\bar{p} - 3s \leq p \leq \bar{p} + 3s$ にほぼすべての確率変数が含まれていると考え、本研究では $s = (5/6)\rho k_{SGS}$ とおく。ガウス分布の平均値 \bar{p} は、前節で示したフィルター操作による。

図 5.15 および 5.16 はガウス分布で見積もった PDF と、フィルター体積内の 64 セルの圧力のヒストグラム（DNS データベースから抽出した正味の圧力分布に相当する）に基づいて構成した PDF を時系列に示し、比較したものである。これらの分布は図 5.14(b) に対応する位置で得られたものである。ここで、各図の黒い破線は図 4.2(b) の計算で設定した飽和蒸気圧 p_v を表す。各図において、ガウス分布は DNS から抽出した PDF をほぼ妥当に近似していることがわかる。フィルター体積内の圧力のサンプル数が 64 点分と少ないため、赤い線で示した正味の圧力分布はガウス分布の形状から離れる瞬間もあるが、フィルター体積を広げるとガウス分布に近づくことを確認している。図 5.15 の $T = 54.10$ や図 5.16 の $T = 55.00$ のように、各瞬間ごとに一致するわけではないが、統計的なキャビテーション予測としては、ガウス分布で妥当な見積もりができるものと考えられる。

一般的に LES では、キャビテーションが発生するかどうかは解像された圧力 \bar{p} で決まるため、キャビテーションは図 5.15 の $T = 54.50$ のように、 \bar{p} が飽和蒸気圧 p_v を下回るときに発生する。一方、提案した PDF モデルによって SGS 圧力分布を考慮すると、見積もった圧力分布のある一部分だけでも p_v を下回れば、 \bar{p} が p_v より高くてもそのセルにはキャビテーションが発生する可能性がある（図 5.15 の $T = 54.25$ や図 5.16 の $T = 54.55$ など）。そのような瞬間には、SGS の渦に対応する低圧力領域がとらえられている。この PDF モデルの特徴は、そのような SGS の低圧力領域を実用的な LES に取り込むことができることである。

5.4 まとめ

単相の乱流混合層の DNS データベースにフィルター操作を施し、キャビティ発生源となりうる SGS の低圧力領域の定式化を行った。解析の過程で、SGS 圧力変動と乱流エネ

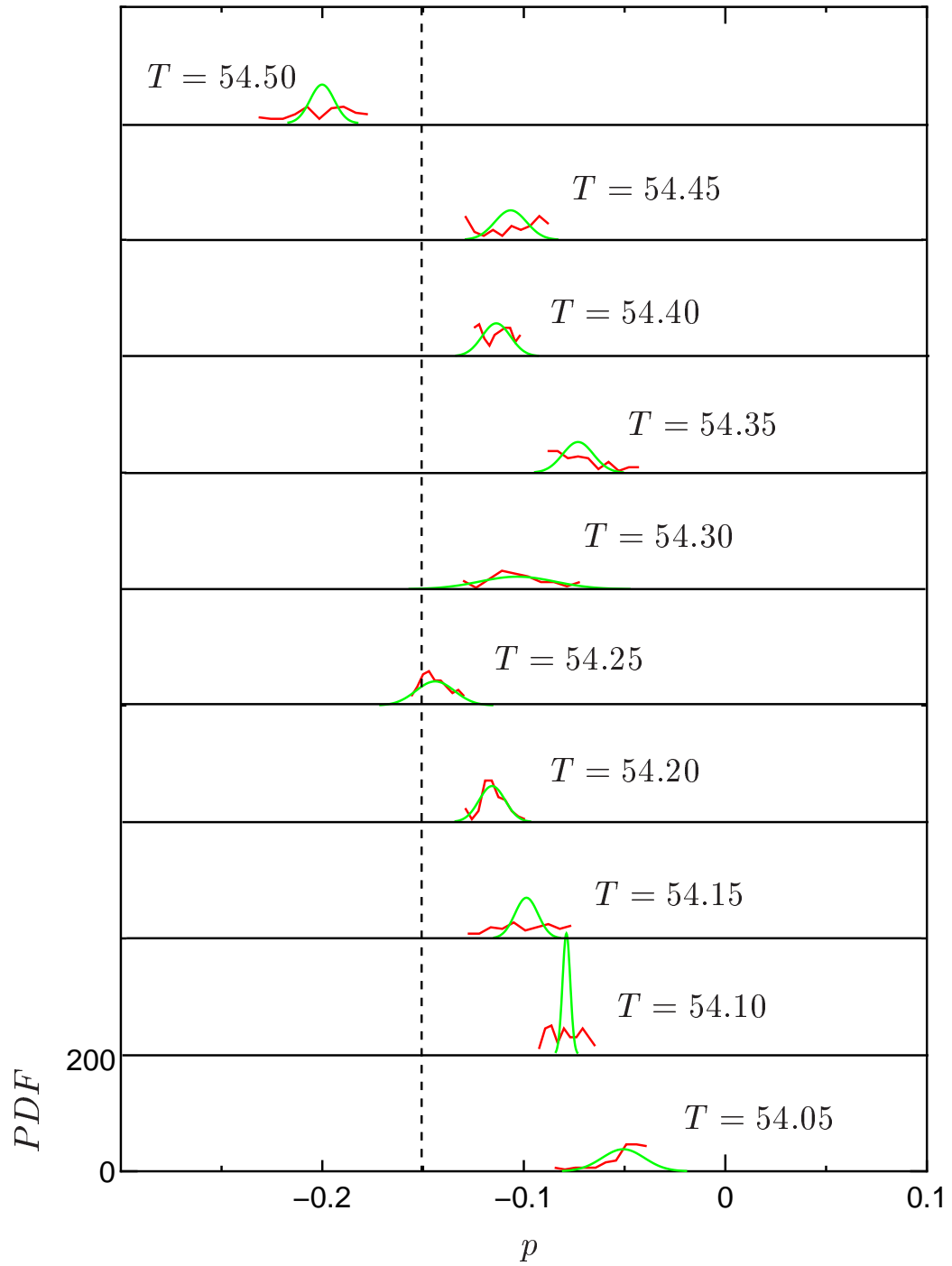


Fig. 5.15: Time evolution of actual PDF (red) and estimated PDF by Gaussian (green) at $x/H = 5.45$, from $T = 54.05$ to $T = 54.50$. The black dashed line indicates the vapor pressure set for the simulation of Fig. 4.2(b).

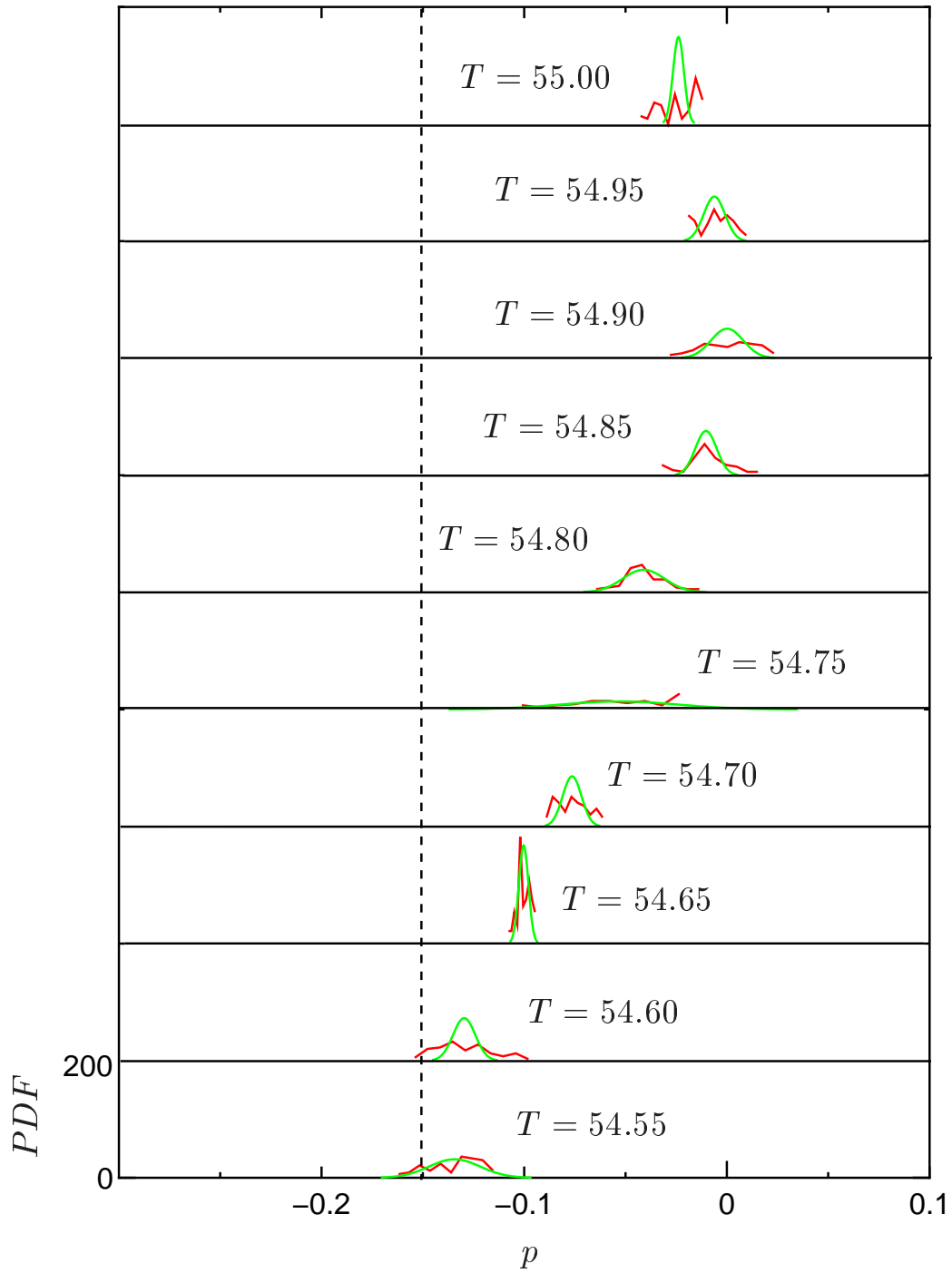


Fig. 5.16: Time evolution of actual PDF (red) and estimated PDF by Gaussian (green) at $x/H = 5.45$, from $T = 54.55$ to $T = 55.00$. The black dashed line indicates the vapor pressure set for the simulation of Fig. 4.2(b).

ルギーはともに乱流渦の運動が顕著なせん断層に主に分布することがわかった。また，乱流エネルギーが十分に発達した領域では両者の間には強い相関が見い出された。両者を関連付ける比例定数は 10^0 オーダーであり，これを唯一の定数として流れ場のほぼ全体の圧力変動を見積もることができた。また，見積もった SGS 圧力変動とフィルター平均圧力に基づくガウス分布によってセル内の瞬時の圧力分布を近似することができた。この結果から，LES であるスケール以上の非定常乱流をとらえ，そこから SGS 乱流エネルギーを推定できれば，微細渦からのキャビテーション初生を予測できることが実証された。

第 6 章

キャビテーション LES モデルを用いた数値計算法

本章では，前章で定式化した SGS の低圧力領域をもとに，LES を基礎としたキャビテーション乱流モデルを定式化し，数値計算法とともに示す．モデルの基盤となる SGS モデルは Okamoto & Shima [111, 112] の一方程式型 Subgrid モデルである．

6.1 基礎方程式

6.1.1 PDF モデル

本研究では，沖田・梶島によるキャビテーションモデル [52-54] (再掲)

$$\frac{Df_L}{Dt} = [C_g(1 - f_L) + C_l f_L](p - p_v) \quad (6.1)$$

におけるセル内の圧力 p に，式 (5.2) の圧力分布 $\Psi(p)$ を適用し，液相体積率 f_L の生成率 Df_L/Dt を \bar{p} と k_{SGS} の関数

$$\frac{Df_L}{Dt} = \int_{-\infty}^{\infty} [C_g(1 - f_L) + C_l f_L](p - p_v)\Psi(p)dp \quad (6.2)$$

で表したモデルを提案する．このモデルにより，LES の粗い格子ではとらえられない微細渦に対応する圧力の極小領域を考慮し，より高解像度の計算に相当するキャビテーションの予測が行えることを想定している．以下，この式 (6.2) を PDF モデルと呼ぶ．

6.1.2 支配方程式

すべての変数は代表長さ H , 基準速度 u_∞ および十分遠方における液相密度 $\rho_{\infty L}$ で無次元化されているものとする . 運動方程式と低マッハ数近似解法を施した液相の質量保存式に grid scale のフィルターをかけると , LES の基礎方程式

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{f_L} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\tau_{ij} + \frac{2}{Re} \bar{S}_{ij} \right) \quad (6.3)$$

$$\frac{D f_L}{Dt} + f_L \left(M^2 \frac{D \bar{p}}{Dt} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (6.4)$$

となる . ただし , 式 (6.3) の

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6.5)$$

はひずみ速度テンソルの GS 成分 , $\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ は SGS 応力 , $Re = H u_\infty / \nu_L$ はレイノルズ数である . f_L の検査体積はフィルター体積であり , バーのついていない f_L もフィルター平均量として扱う .

6.1.3 一方程式型 SGS モデル

本研究では Okamoto & Shima [111, 112] による一方程式型 SGS モデルを用いる . このモデルは SGS 乱流エネルギー k_{SGS} の輸送方程式を扱うことにより , 非平衡性の効果を表現でき , SGS 流れ場における粒子や気泡の影響を取り入れることが容易であるという特徴がある . 本モデルを採用した理由は , 今後キャビテーションが SGS 流れ場に及ぼす影響をソース・シンクとして輸送方程式に取り入れることを想定したためである . 式 (6.3) の SGS 応力 τ_{ij} は

$$-\tau_{ij} = -\frac{2}{3} k_{SGS} \delta_{ij} + 2 \nu_{SGS} \bar{S}_{ij} \quad (6.6)$$

とモデル化される . これを式 (6.3) に代入して整理すると ,

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{f_L} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} f_L k_{SGS} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[2 \left(\nu_{SGS} + \frac{1}{Re} \right) \bar{S}_{ij} \right] \quad (6.7)$$

となる . 渦粘性係数 ν_{SGS} は次元解析的に

$$\nu_{SGS} = C_\nu \Delta_\nu \sqrt{k_{SGS}} \quad (6.8)$$

と与えられる． k_{SGS} は生成項，散逸項，拡散項をそれぞれモデル化した輸送方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_{SGS}}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k_{SGS}}{\partial x_j} = & -\tau_{ij} \bar{S}_{ij} - C_\epsilon \frac{k_{SGS}^{3/2}}{\bar{\Delta}} - \frac{2}{Re} \frac{\partial \sqrt{k_{SGS}}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_{SGS}}}{\partial x_j} \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(C_d \Delta_\nu \sqrt{k_{SGS}} + \frac{1}{Re} \right) \frac{\partial k_{SGS}}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (6.9)$$

から求められる．また， $\bar{\Delta}$ はグリッドフィルター幅， Δ_ν は壁近傍のふるまいを適切に表現するために $\bar{\Delta}$ を

$$\Delta_\nu = \frac{\bar{\Delta}}{1 + C_k \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| / k_{SGS}} \quad (6.10)$$

と修正した特性長さである． $|\bar{S}| (= \sqrt{2\bar{S}_{nm}\bar{S}_{nm}})$ はテンソル \bar{S}_{ij} の大きさである．また，式 (6.8) から (6.10) の C_ν ， C_ϵ ， C_d ， C_k はモデル定数である．

6.2 数値計算法

非定常流れの数値計算法は，コロケート格子を用いた非圧縮流れに対する Fractional Step 法を基礎とする [115]．

式 (6.7) の対流項，分子粘性による粘性項，乱流粘性項（和を F_i で表す）には 2 次精度 Adams-Bashforth 法を適用する．部分段階速度は

$$\bar{u}_i^* = \bar{u}_i^{(n)} + \frac{\Delta t}{2} \left[3F_i^{(n)} - F_i^{(n-1)} \right] \quad (6.11)$$

となる． n は時間ステップ数， Δt は時間刻みである．対流項および粘性項は 2 次精度中心差分法で近似される．

後述の方法で圧力および乱流エネルギーを求めてから， \bar{u}_i^* にその勾配を追加して（これ以降は δ_{kq} は q に対する x_k 方向の 2 次精度中心差分）

$$\bar{u}_i^{(n+1)} = \bar{u}_i^* - \Delta t \frac{1}{f_L^{(n)}} \delta_i \left(\bar{p}^{(n+1)} + \frac{2}{3} f_L^{(n)} k_{SGS}^{(n+1)} \right) \quad (6.12)$$

で時間進行が完了する．

更新された乱流エネルギー $k_{SGS}^{(n+1)}$ は輸送方程式 (6.9) の時間進行法に 2 次精度 Adams-Bashforth 法を適用して求める．また，式 (6.9) の空間離散化は 2 次精度中心差分である．

式 (6.12) を式 (6.4) に代入して導かれる圧力方程式は，時間差分を 3 ステップ法 (2 次精度)，空間差分を 2 次精度中心差分とおくことにより，次のように離散化される．

$$\frac{Df_L}{Dt} + f_L^{(n)} \left\{ M^2 \left(\frac{3\bar{p}^{(n+1)} - 4\bar{p}^{(n)} + \bar{p}^{(n-1)}}{2\Delta t} + \bar{u}_j^{(n)} \delta_j \bar{p}^{(n+1)} \right) + \delta_j \bar{u}_j^* - \Delta t \delta_j \left(\frac{1}{f_L^{(n)}} \delta_j \left(\bar{p}^{(n+1)} + \frac{2}{3} f_L^{(n)} k_{SGS}^{(n+1)} \right) \right) \right\} = 0 \quad (6.13)$$

上式はヤコビ法によって収束計算される．なお，マッハ数がゼロで， f_L が一定の場合には，通常非圧縮流れの圧力に対する Poisson 方程式に帰着する．

式 (6.2) で与えられる液相体積率 f_L に関する時間進行は 2 段階で半陰的に行われる．あらかじめ

$$f_L^P = f_L^{(n)} + \Delta t \int_{-\infty}^{\infty} \{C_g(1 - f_L) + C_l f_L\}^{(n)} (p - p_v) \Psi(p) dp \quad (6.14)$$

で陽的に予測しておく． $f_L^P < 1$ (かつ， $f_L^{(n)} < 1$ のときには時間外挿 $f_L^{P'} = 3f_L^{(n)} - 3f_L^{(n-1)} + f_L^{(n-2)}$ に対しても $f_L^{P'} < 1$) でキャビティがあると予測されたら，式 (6.13) の結果を用いて式 (6.2) 右辺から

$$f_L^* = f_L^{(n)} + \Delta t \int_{-\infty}^{\infty} \{C_g(1 - f_L) + C_l f_L\}^{(n)} (p - p_v) \Psi(p) dp \quad (6.15)$$

とおく． $f_L^P \geq 1$ ならば $f_L^* = 1$ とする．次に

$$f_L^{(n+1)} = f_L^* - \Delta t \bar{u}_j^{(n+1)} \delta_j f_L^* \quad (6.16)$$

で対流の寄与が加えられる．

式 (6.14)，(6.15) の積分は台形公式により行う．積分範囲 $-\infty \leq p \leq \infty$ については，第 5.3.3 節の議論から， $\bar{p} - 3s \leq p \leq \bar{p} + 3s$ にほぼすべての確率変数が含まれていると考え， $s = (C/6)\rho k_{SGS}$ (C は無次元定数) とおき，積分範囲を $\bar{p} - 3s \leq p \leq \bar{p} + 3s$ で近似する．また， $\bar{p} - 3s > p_v$ もしくは $\bar{p} + 3s < p_v$ となる場合には結局式 (6.1) の p に \bar{p} を代入したものと等価になるため，積分を行わずに計算を省略する．なお，DNS と同じ理由から f_L には下限 $f_{L\min} = 0.1$ を設定する．

以上の手続きにより，新たな時間ステップでの GS 流れ場 $\bar{p}^{(n+1)}$ ， $\bar{u}_i^{(n+1)}$ 及び $f_L^{(n+1)}$ が得られ，これを繰り返すことによってキャビテーションによる相変化を含む非定常流れが計算される．

第 7 章

乱流混合層におけるキャビテーションの Large-Eddy Simulation

本章では，前章で定式化したキャビテーション LES モデルと数値計算法を用いて，乱流混合層におけるキャビテーション流れの LES を行う．

7.1 計算条件

計算対象は速度比 $U_1/U_2 = 2$ の空間発展乱流混合層である．これは第 4 章において行った計算と同一のものを想定している．したがって，計算領域および速度，圧力，液相体積率の境界条件は第 4 章の計算に合わせる．乱流エネルギー k_{SGS} は上下境界ではノイマン条件，流出境界では対流流出条件とする．流入境界における k_{SGS} は，本来上流履歴から決まるものであるが，一般にはその情報は与えられない．そこで便宜上，局所的な速度勾配から Smagorinsky モデルにより与えられる渦粘性の大きさを目安に，

$$(C_S \Delta)^2 |\bar{S}_{ij}| = C_\nu \Delta \sqrt{k_{SGS}} \quad (7.1)$$

で見積もった k_{SGS} を与える．Smagorinsky 定数 C_S は乱流混合層の最適値と考えられている 0.15 [125] と設定する．また，一方程式型 SGS モデルの定数については，本研究では空間発展型の乱流混合層を対象としているが，時間発展乱流混合層に対して最適化された $C_\nu = 0.0694$ ， $C_\epsilon = 0.835$ ， $C_d = 0.1$ ， $C_k = 0.08$ [111, 112] を用いる．計算格子および数値計算に必要なパラメータについては表 7.1 に示す．なお，計算格子は直交等間隔であり，格子幅は第 5 章で行った DNS データベースのスペクトル解析の結果から，フィルター体積と同じサイズを LES の格子幅としている．キャビテーションモデルのパ

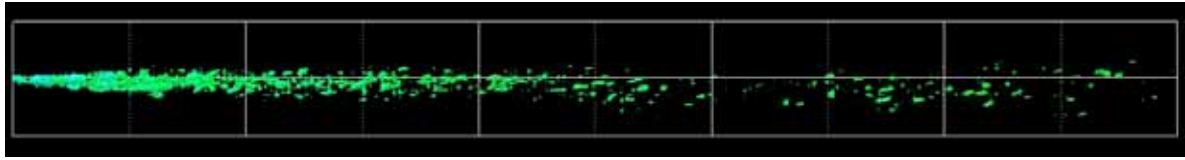
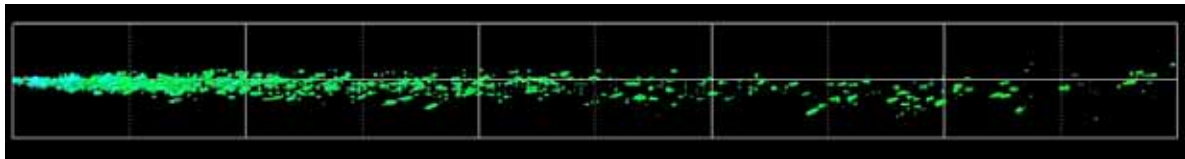
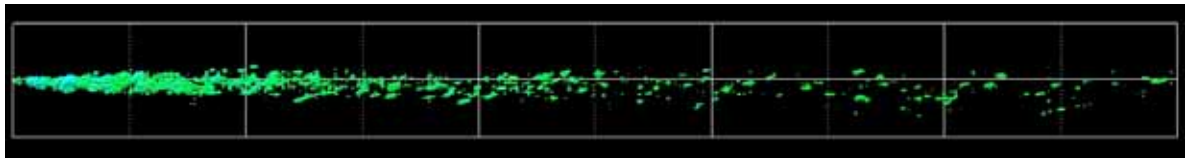
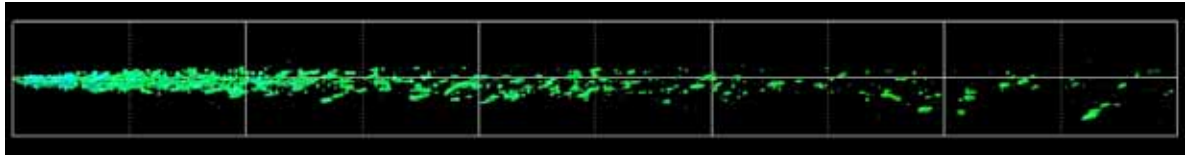
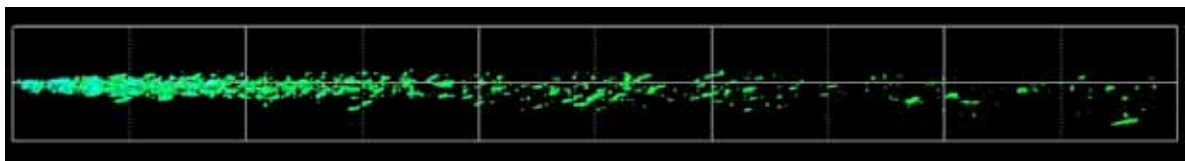
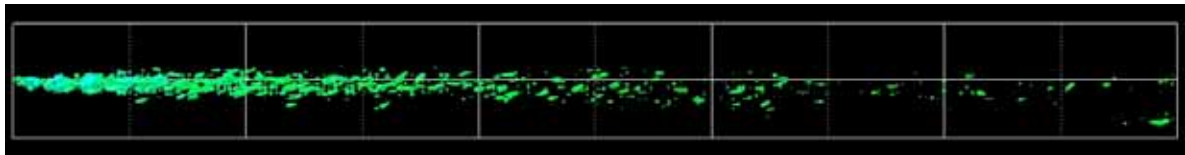
Table 7.1: Parameters for simulation.

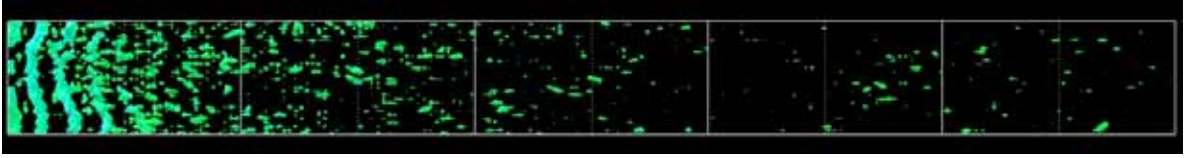
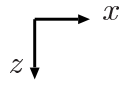
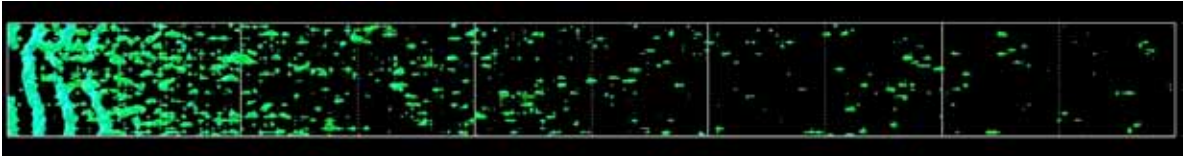
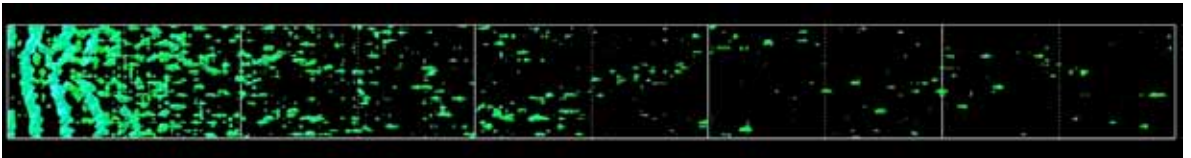
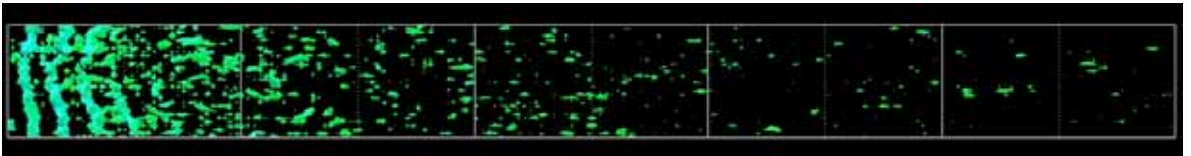
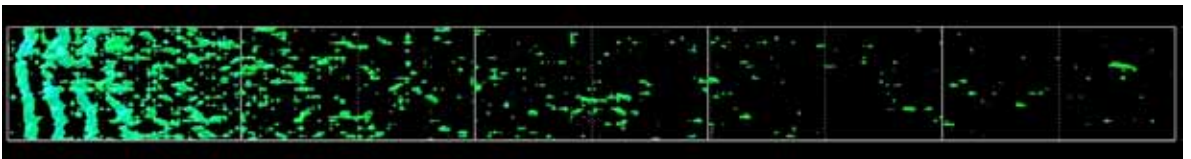
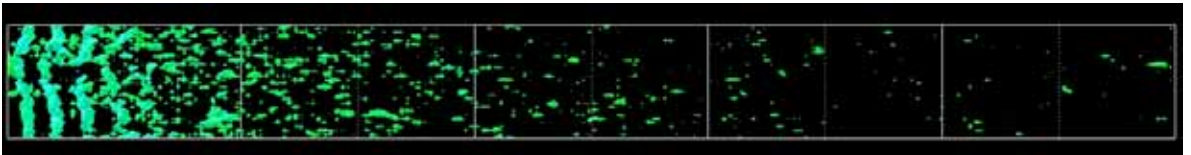
grid points	$N_x \times N_y \times N_z$	$200 \times 48 \times 30$
grid size	Δx	$5\delta_\omega$
	Δy	$2.08\delta_\omega$
	Δz	$3.33\delta_\omega$
Reynolds number	$Re(= H\Delta U/\nu_L)$	1×10^4
Mach number	M	0.1
time increment	Δt	$5 \times 10^{-5} H/U$
cavitation number	σ	0.3, ∞ (single phase)
PDF model constant	C	5, 7, 10

ラメータ C_g, C_l は第4章で case 2 とした組み合わせを用いる。これは、case 1 のように $p > p_v$ と $p < p_v$ で C_g の設定が同じだと、式 (6.2) のように PDF を考慮して積分しても、結果的に式 (6.1) の p に \bar{p} を代入したものに帰着し、PDF モデルを導入する意味をなさなくなるためである。式 (5.1) の定数 C は第5章の解析の結果から 5 とする他、7, 10 を設定する。

7.2 単相の流れ場

図 7.1, 7.2 は流れ場を時系列に示したものである。渦構造は第4章で表示したのと同様に速度勾配テンソルの第二不変量 Q で可視化しているが、ここではその閾値を $Q = 100$ と設定している。DNS では $x/H = 1.5 \sim 2$ からロール渦が発達し始めるが、LES では流入部付近で大規模なロール渦が間欠的に生じ、下流に移動するに従い三次元化して縦渦や等方化した渦が観察される。本計算では混合開始後を扱っており、その上流側で発達した乱れ成分に関しては仮定を加えざるを得ないため、LES と DNS の流入条件を完全に一致させることはできない。よって、図 4.4, 4.5 の DNS の結果とは異なる流れ場になっており、DNS と LES での単純な比較は難しいが、着目すべき現象は定性的に同じであり、乱流渦によるキャビティ発生を考慮したモデルのふるまいを調べる目的には適している。

(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$ Fig. 7.1: Time evolution of vortices indicated by $Q = 100$ isosurface (front view).

(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$ Fig. 7.2: Time evolution of vortices indicated by $Q = 100$ isosurface (top view).

7.3 キャビテーション流れ場

7.3.1 PDF モデルを導入しない LES

図 7.3, 7.4 は PDF モデル式 (6.2) を導入した計算と比較するため, 式 (6.1) の p に \bar{p} を適用した計算結果を時系列に示したものである. 单相での結果と同様に渦構造が構成されている. また, これらの渦構造の低圧力領域に対応してキャビティが生じている. $x/H \leq 2$ ではロール渦と, 三次元化した縦渦のために常にキャビティが存在している. 概ね $2 \leq x/H \leq 5$ の領域では, 縦渦および等方化した渦に対応してキャビティが発生している. 一方, $x/H \geq 5$ の領域では渦が急激に減衰し, 対応する低圧領域も小さくなるためにキャビティの発生はほとんどない. さらに, 図 7.5 に図 7.3 の後半の時間帯における流れ場をより細かい時間刻みで示す. 渦に対応するキャビティの他に, 流入部において渦に対応しないキャビティが発生している. これは, 渦の放出周期と一致して発生していること (図示省略), また混合層の上下に交互に発生していることから, 流入部に発生した大規模なロール渦によって誘起される流れが流入境界の圧力境界条件と干渉して発生した圧力波のために生じたものと考えられる. DNS では大規模なロール渦が発生し始めるのは流入部からしばらく下流へ移流した位置であり, このようなことは生じない. 渦が流入部から生じるのは LES と DNS で流入条件を一致させられないためであり, 今後改善が必要である.

7.3.2 PDF モデルを導入した LES

数値積分の分割数の影響

図 7.6 は式 (6.2) の積分における台形公式の分割数の影響を調べるため, $C = 5$ のもとで, 分割数 $n = 20, 40, 50, 60$ のそれぞれについて, $y - z$ 断面内のキャビティ面積の時間平均を主流方向に対してプロットしたものである. ただし, $n = 40$ の計算については, 計算途中で発散したため, 十分発達した結果ではない.

k_{SGS} によって見積もられた圧力変動の効果でキャビティが発生しやすくなることも想定されたが, すべての n について, むしろ PDF モデルを用いない LES の方がキャビティ発生量が多くなっている. これは $p_v < p < \bar{p} + 3s$ の範囲における式 (6.2) の積分値が主な要因であると考えられる. 分割数の検証については, 途中で発散した $n = 40$ の場合を除けば, n が大きくなるほどピーク値が減少するという傾向にあるが, ある分布への収束

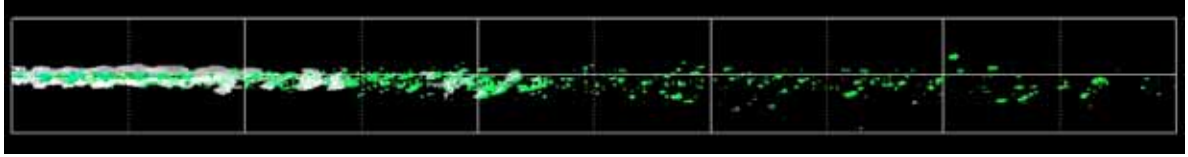
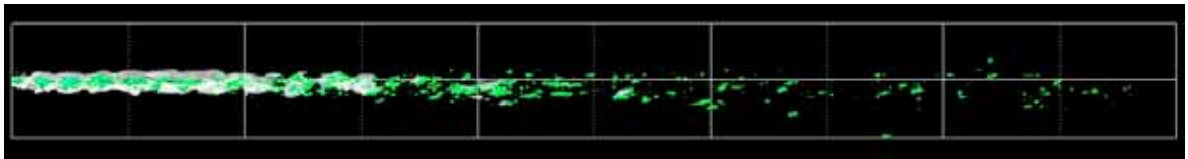
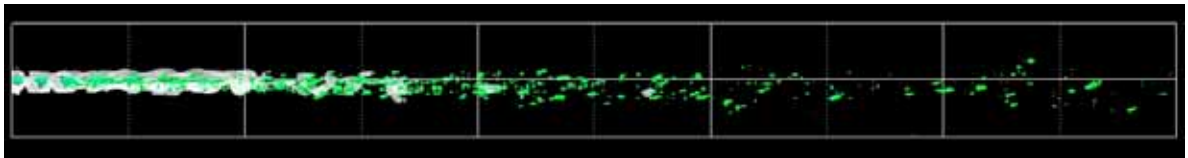
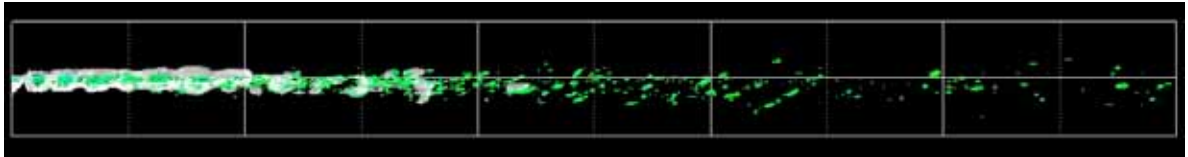
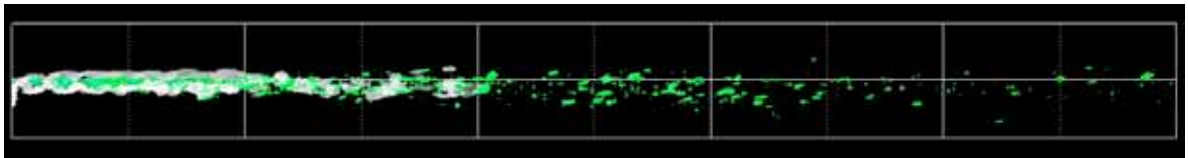
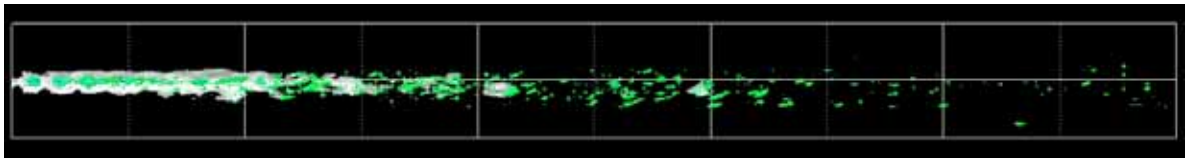
(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$

Fig. 7.3: Time evolution of vortices indicated by $Q = 100$ isosurface (green) and isosurface of $f_L = 0.999$ (white), without PDF model (front view).

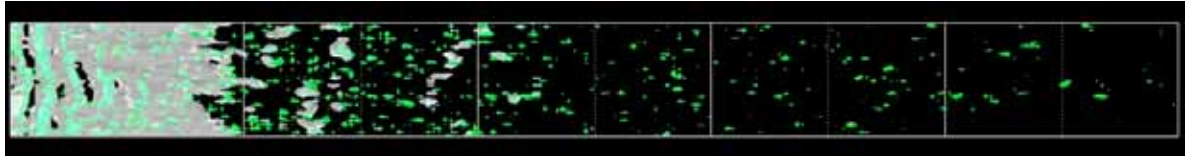
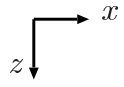
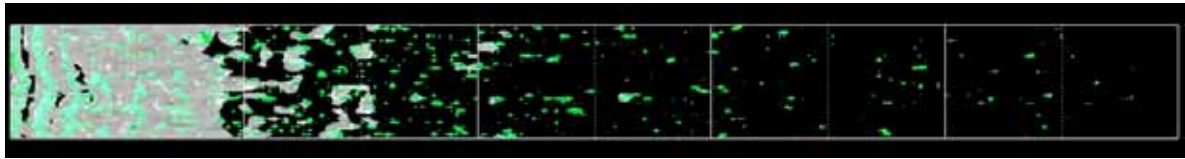
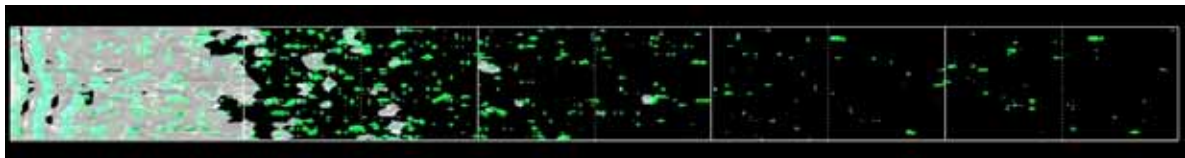
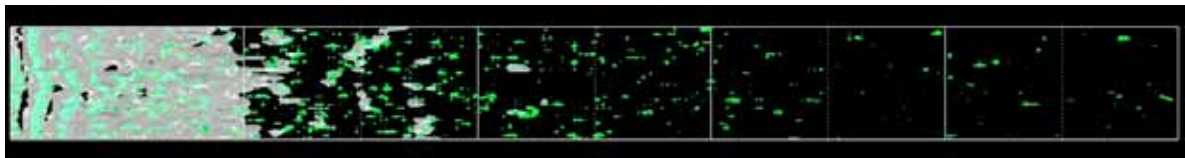
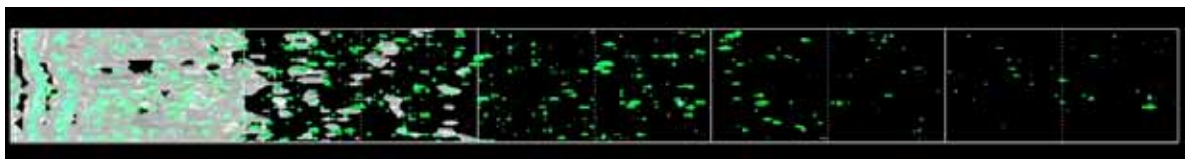
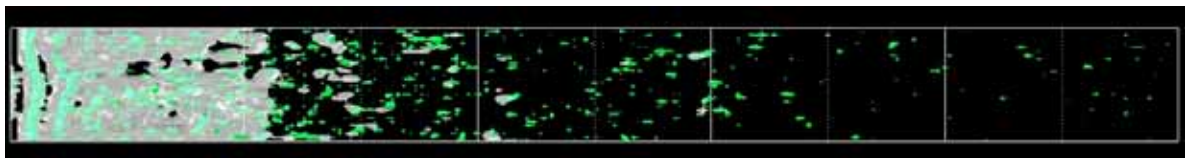
(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$

Fig. 7.4: Time evolution of vortices indicated by $Q = 100$ isosurface (green) and isosurface of $f_L = 0.999$ (white), without PDF model (top view).

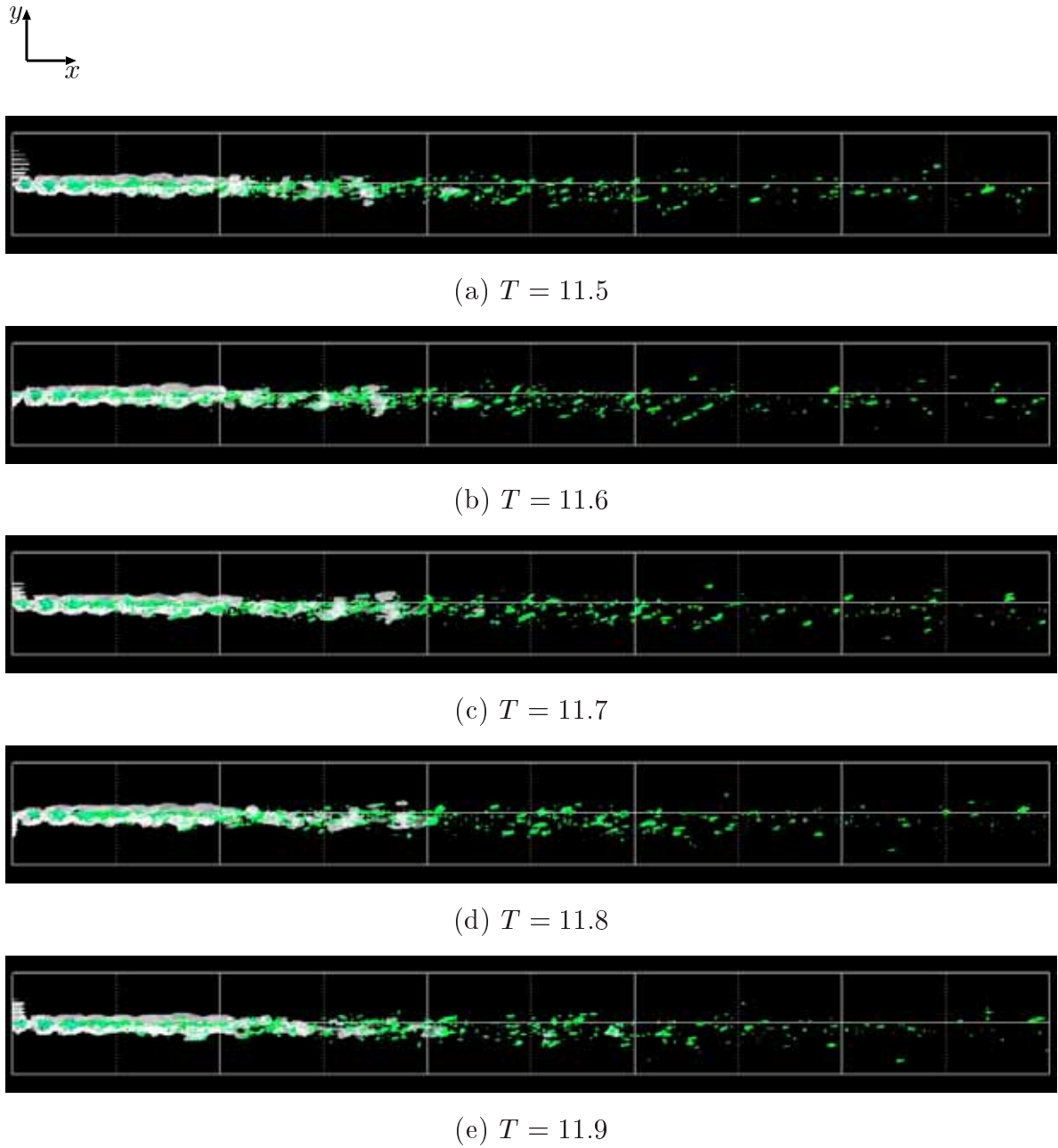


Fig. 7.5: Cavity in low-pressure region of reflective wave at inflow. Vortices are indicated by $Q = 100$ isosurface (green) and cavity by isosurface of $f_L = 0.999$ (white), without PDF model (front view).

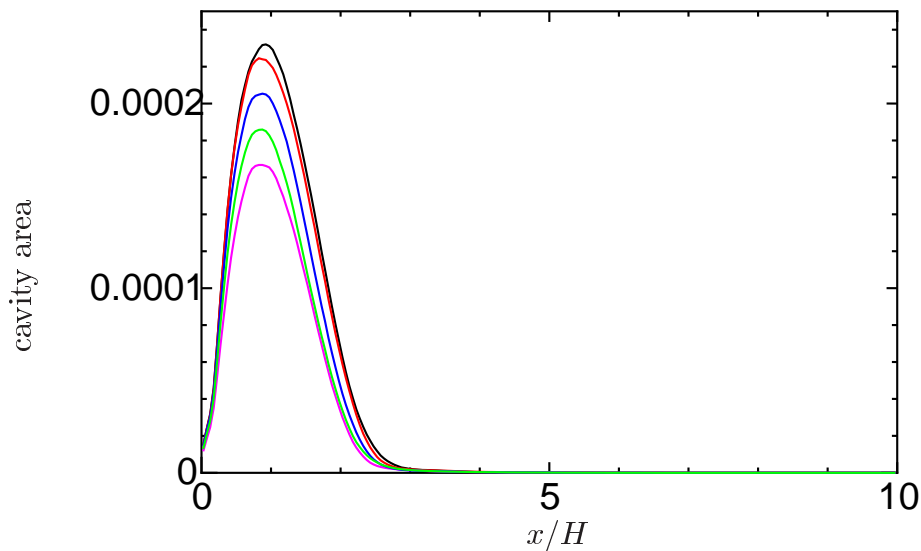


Fig. 7.6: Streamwise distribution of time-averaged cavity area passing through $y-z$ cross sections. (black: without PDF model, red: $n = 20$, magenta: $n = 40$, blue: $n = 50$, green: $n = 60$)

は $n = 60$ までには見い出されなかった。また、 $n = 40$ の場合については、すべての n について、 $n = 40$ の計算が発散する直前までのデータで時間平均をとり比較しても（図示省略）、 $n = 50$ の場合よりピーク値が小さい。よって、 n を大きくとると「単調に」ある分布へ収束していくという可能性は低い。このことから、数値積分を行うために分割数 n に応じた誤差が生じるだけではないと考えられる。すなわち、数値積分の誤差の上にキャビテーションモデルパラメータ C_g の重みがかかり、さらにキャビティの発生によって流れ場の状態も変化するという履歴効果も考慮すると、単調にある分布に収束しないことも十分に考えられる。これは計算例のうち $C = 40$ の場合だけが数値的な破綻に至った原因とも関連があると思われる。

このように、分割数 n に対する検証は現時点では不十分であるが、以降 $n = 60$ の結果について流れ場の観察および解析を行う。

流れ場の観察

図 7.7, 7.8 は流れ場を時系列に示したものである。PDF モデルを適用していない図 7.4 では、 $x/H \leq 2$ において渦に対応して常にキャビティが存在しているが、図 7.8 では $1 \leq x/H \leq 2$ においてキャビティが発生しない部分が観察される。この結果はキャビティ量の時間平均の分布を示した図 7.6 にも対応する。また、PDF モデルを導入しない

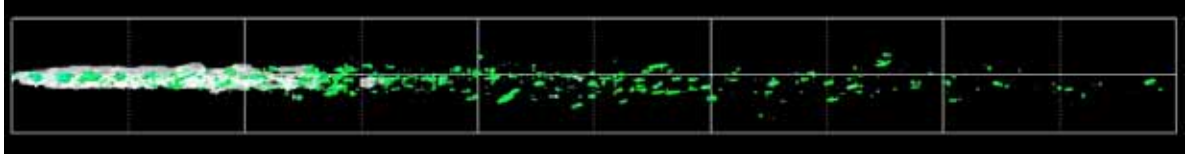
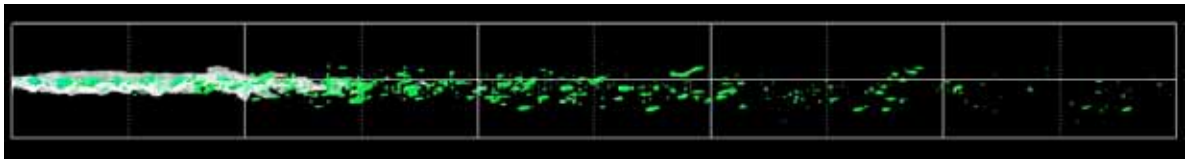
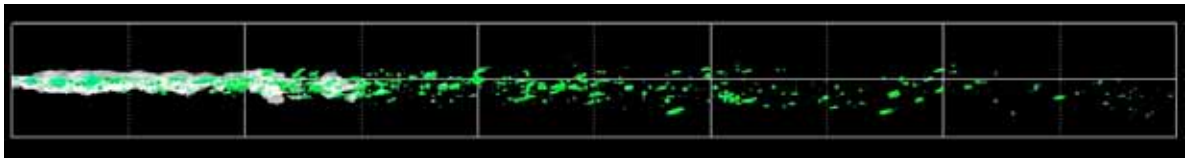
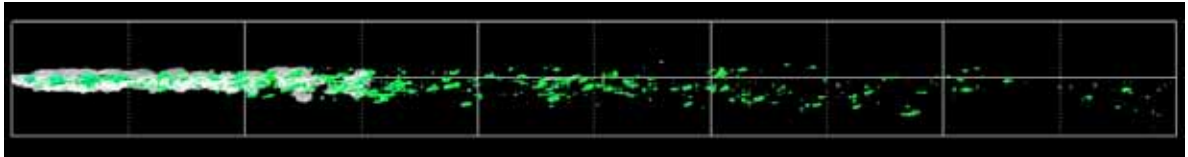
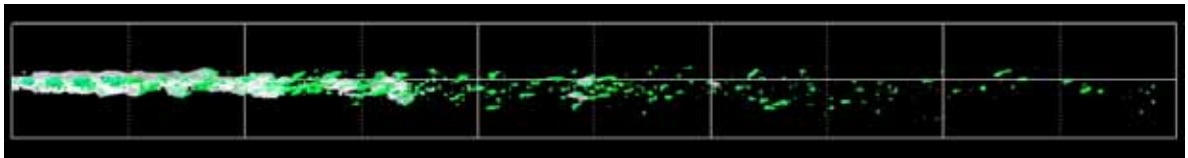
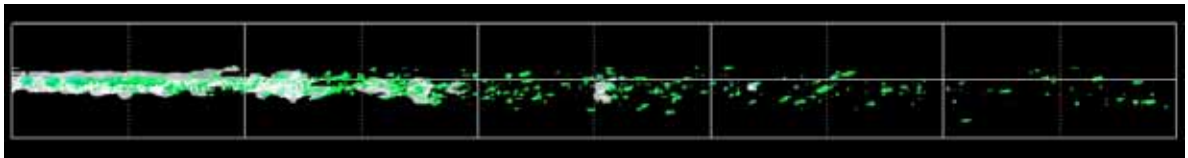
(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$

Fig. 7.7: Time evolution of vortices indicated by $Q = 100$ isosurface (green) and isosurface of $f_L = 0.999$ (white), with PDF model (front view).

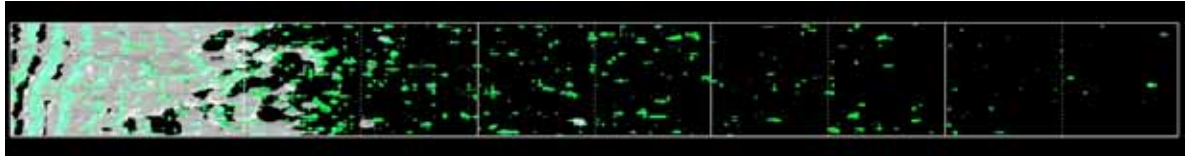
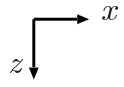
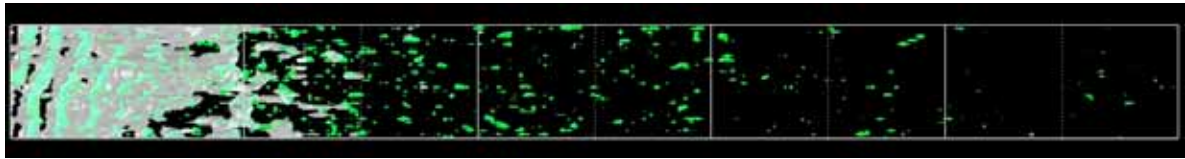
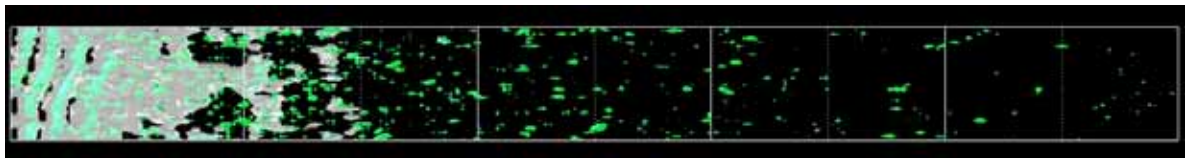
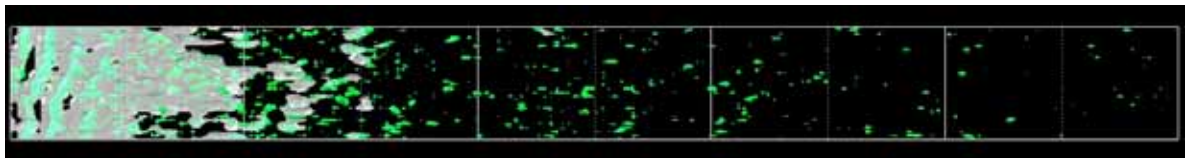
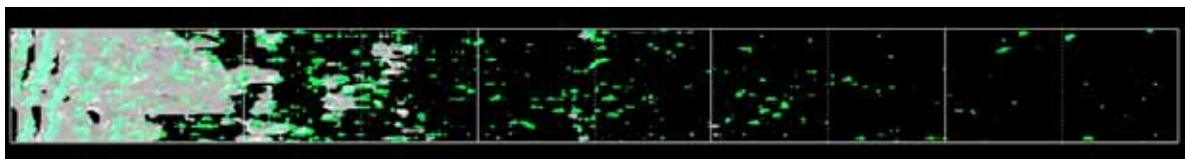
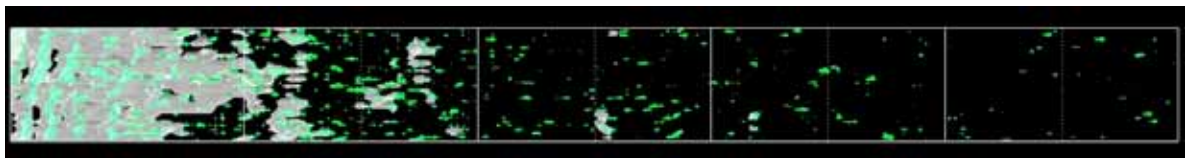
(a) $T = 11.0$ (b) $T = 11.2$ (c) $T = 11.4$ (d) $T = 11.6$ (e) $T = 11.8$ (f) $T = 12.0$

Fig. 7.8: Time evolution of vortices indicated by $Q = 100$ isosurface (green) and isosurface of $f_L = 0.999$ (white), with PDF model (top view).

LES ではキャビティの発生がほとんど認められなかった $x/H \geq 5$ の領域では, SGS 圧力変動を考慮することでキャビティが発生することも想定されたが, そのような効果は見られない. 図 7.7 に示した時間帯では図 7.5 のような反射波に生じるキャビティは観察されない. しかし, 別の時間帯では PDF モデルを適用していない場合ほど頻繁ではないが発生が確認されている (図示省略).

図 7.9, 7.10 はそれぞれ $z/H = 0.483$ における乱流エネルギー $f_L k_{SGS}$ および渦動粘性係数 ν_{SGS} の瞬時のコンターである. 図 7.9 に関しては, DNS データにフィルターをかけた結果と照合するため, カラーバーの値の範囲を図 5.4 に合わせており, カラーバーの最大値以上の値をとる範囲は表示していない. DNS とは異なる流入条件を用いているため, 一方程式型 SGS モデルから得られる k_{SGS} である図 7.9 と, DNS にフィルターをかけた結果である図 5.4 の単純な比較はできないが, ほぼ渦構造に対応する位置に $f_L k_{SGS}$ が分布している点は共通している. 各条件 (a)-(c) による差は $f_L k_{SGS}$, ν_{SGS} とともに瞬時の流れ場を観察する限りは見られない.

定数 C の影響

図 7.11 は定数 C の影響を調べるために分割数 $n = 60$ のもとで, $C = 5, 7, 10$ のそれぞれについて, $y - z$ 断面内のキャビティ面積の時間平均を主流方向に対してプロットしたものである. C が大きいほど SGS 圧力変動が大きく見積もられ, $\bar{p} - 3s < p < p_v$ の範囲をとらえることでキャビティの発生量が増加すると予想したが, $C = 10$ の場合には $C = 5, 7$ の場合よりも発生量が少ない.

図 7.12 は計算領域内の全セルに対する $\bar{p} - 3s \leq p_v \leq \bar{p} + 3s$ となるセルの割合を 100 時間ステップ毎に平均し, 十分発達した後の 20 無次元時間にわたって時系列で示したものである. 言い換えると, これは式 (6.2) の積分範囲内に p_v があり, PDF モデルの影響が強く現れると考えられるセルの割合である. C が大きい場合, SGS 圧力変動が大きく見積もられるため, 割合は高くなると予想されるが, 実際にほぼその通りの結果となっている. C が大きいと, 積分範囲 $\bar{p} - 3s < p < \bar{p} + 3s$ のうち, キャビティの発生・成長に関連する $\bar{p} - 3s < p < p_v$ をとらえる確率が上がるが, 同時に縮小・消滅に関連する $p_v < p < \bar{p} + 3s$ をとらえる確率もまた上がる. 図 7.11 が示すように, C が大きいほどキャビティの発生量が増加するとは限らないという傾向は, このことが影響していると考えられる.

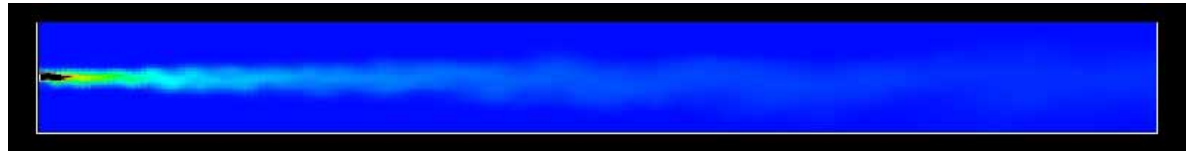
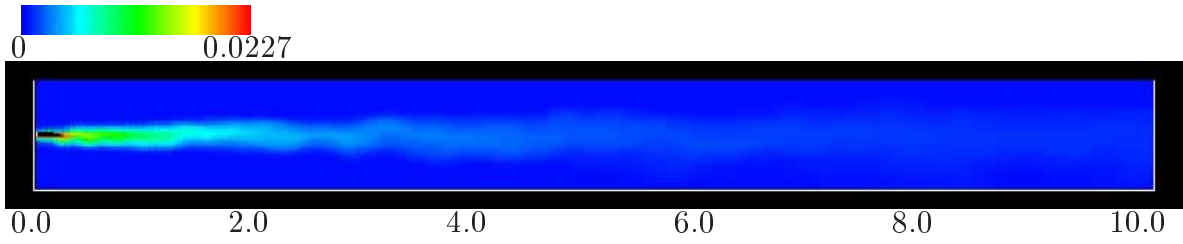


Fig. 7.9: Comparison of instantaneous contours of $f_L k_{SGS}$ among LES with and without PDF model, at $T = 32$, $z/H = 0.483$.

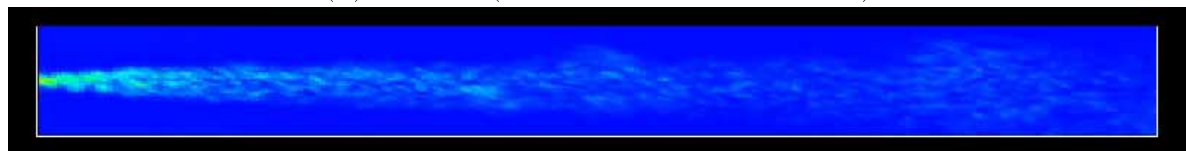
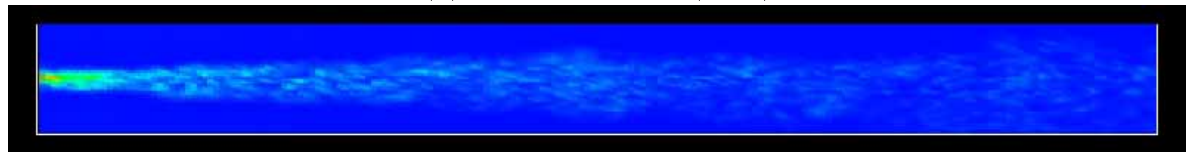
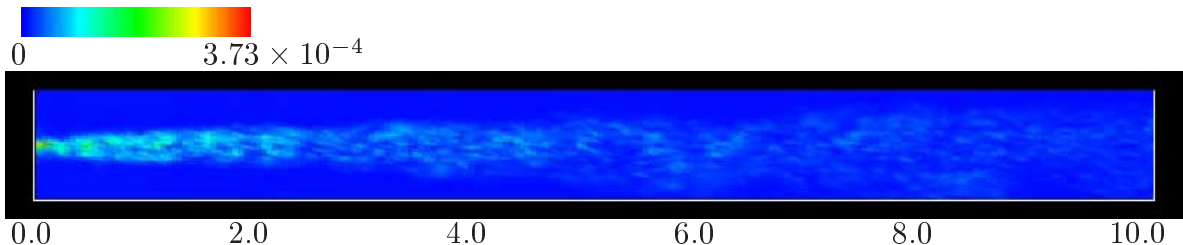


Fig. 7.10: Comparison of instantaneous contours of ν_{SGS} among LES with and without PDF model, at $T = 32$, $z/H = 0.483$.

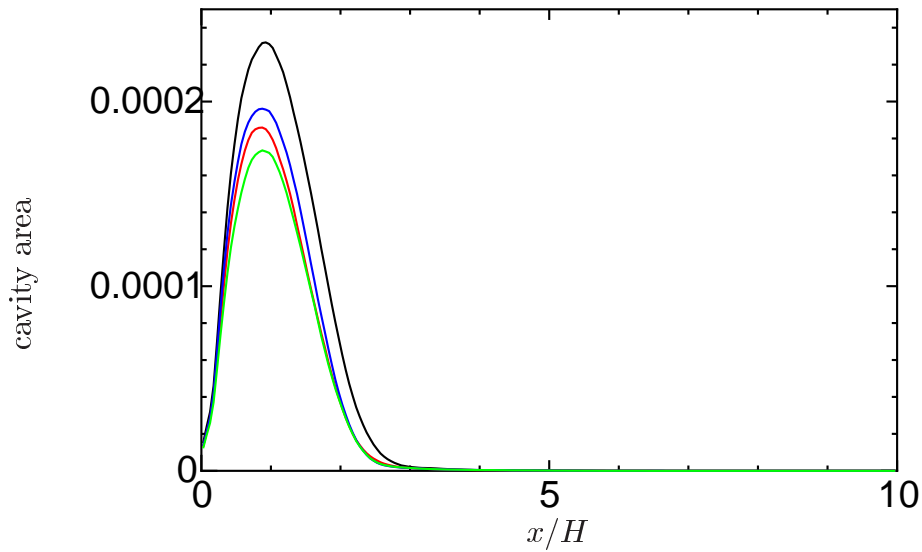


Fig. 7.11: Streamwise distribution of time-averaged cavity area passing through $y-z$ cross sections. (black: without PDF model, red: $C = 5$, blue: $C = 7$, green: $C = 10$)

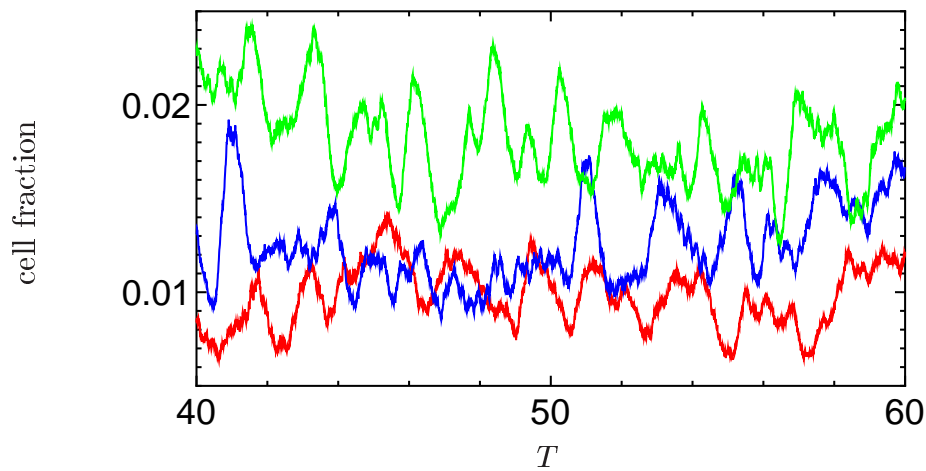


Fig. 7.12: Time evolution of fraction of cells at which $\bar{p} - 3s \leq p_v \leq \bar{p} + 3s$. (red: $C = 5$, blue: $C = 7$, green: $C = 10$)

7.4 まとめ

乱流の微細渦からのキャビテーション初生を考慮することを目的として、計算セル内の圧力分布をモデル化した確率密度関数 (PDF) として導入した PDF モデルを提案し、空間発展乱流混合層に生じるキャビテーションの LES を行った。PDF により圧力分布を考

慮した結果，考慮しない場合よりキャピティの発生量が少なくなった．

本論文の範囲では，提案した PDF モデルの挙動を把握することができた．しかし，数値積分の分割数の検証など，現時点ではまだ課題が残る．さらに，正確なキャピテーション予測のためには，今後下記の点に関して改善が必要であることが結果から示唆される．

1. DNS とは異なる流入条件を用いているため，一方程式型 SGS モデルから得られる k_{SGS} を DNS とは完全には照合できない．また，キャピテーションが SGS 流れ場に及ぼす影響を輸送方程式に取り入れるなどして考慮していないことも k_{SGS} の算出に関連があると考えられるため，今後この点についても検討が必要である．
2. キャピテーションのソース・シンク項のモデルパラメータ（あるいはソース・シンク項自体）の検証が十分に行われた上で PDF を用いるべきである．飽和蒸気圧 p_v を境に積分の対象となる関数が変わるために，ソース・シンクの大きさ・種類などによって積分値が大きく異なるからである．
3. C 値のチューニングは DNS の結果だけでなく，今後は様々な流れ場で実験結果の再現性を確認しながら行う必要がある．また，可能であれば， C 値をローカルに決定できる方法があればそれが最善である．

第 8 章

結言

計算格子より微小な要素渦と数値モデルにより表現されるキャビテーションの相互作用を考慮し、キャビテーション乱流を数値的にシミュレートするための非定常解法を確立することを目的として、沖田・梶島 [52–54] の均質流体モデルを用いて単独渦、乱流混合層に生じるキャビテーション流れを解析し、その結果からキャビテーション LES モデルの構築を行った。それらの成果は以下のようにまとめられる。

第 3 章では、乱流渦に対応するキャビテーションモデル開発のための基礎的研究として、乱流要素渦をを想定した単独の Burgers 渦を高解像度で模擬し、キャビテーション乱流の最も基本的な素過程である乱流要素渦とキャビテーションの相互作用を再現した。渦の低圧部にキャビティが発生し、発生したキャビティは旋回速度および渦度を減少させ、その結果キャビティが縮小するという一連の相互作用現象を見出し、本研究のねらいが的確であることを確認した。また、渦度が減少する際には半径方向に拡散するのではなく、コア部だけで減少した。これらは急激な膨張の間は、半径方向変化とともに移動する閉曲線に沿う循環が一定となることによると考えられる。この考察から得られた非常に単純なモデルから旋回速度の予測値を計算し、定性的に相互作用現象をとらえることができた。また、散逸率はキャビテーション発生時に渦芯付近で減少することがわかった。

第 4 章では、代表的な自由乱流である乱流混合層に発生するキャビテーションについて、三次元の数値シミュレーションを行った。十分発達した单相の流れ場を初期値として、キャビテーション数 σ を下げると、比較的大規模な渦芯だけでなく、乱流の微細渦芯の低圧部においてもキャビテーションが発生し、本計算で得られたデータベースが微細渦

をも考慮したキャビテーション LES モデル開発のための流れ場として有用であるということを確認した。また、キャビテーションによる渦構造の変化という観点から、レイノルズ応力の変化などの自由乱流の変調に関する現象の存在が示唆された。

第5章では、単相の乱流混合層の DNS データベースにフィルター操作を施し、キャビティ発生源となりうる SGS の低圧力領域の定式化を行った。解析の過程で、SGS 圧力変動と乱流エネルギーはともに乱流渦の運動が顕著なせん断層に主に分布することがわかった。また、乱流エネルギーが十分に発達した領域では両者の間には強い相関が見いだされた。両者を関連付ける比例定数は 10^0 オーダーであり、本計算における流れ場ではこれを唯一の定数として、流れ場のほぼ全体の圧力変動を見積もることができた。また、見積もった SGS 圧力変動とフィルター平均圧力に基づくガウス分布によってセル内の瞬時の圧力分布を近似することができた。この結果から、LES であるスケール以上の非定常乱流をとらえることができれば、微細渦からのキャビテーション初生を予測できることが実証された。

第6章では、乱流の微細渦からのキャビテーション初生を考慮することを目的として、計算セル内の圧力分布をモデル化した確率密度関数 (PDF) として導入した PDF モデルを提案した。

第7章では、提案した PDF モデルを用いて、空間発展乱流混合層に生じるキャビテーションに対する LES を実施した。PDF により圧力分布を考慮した結果、考慮しない場合よりキャビティの発生量が少なくなった。本論文の範囲では、提案した PDF モデルの挙動を把握することができたが、単相の条件における流れ場の再現性の向上、数値積分の分割数の検証など、現時点ではまだ課題が残る。また、正確なキャビテーション予測のためには、今後下記の点に関して改善が必要であることが結果から示唆された。

1. キャビテーションが SGS 流れ場に及ぼす影響を輸送方程式に取り入れるなどして考慮していないことが k_{SGS} の算出に関連があると考えられるため、今後検討が必要である。
2. キャビテーションのソース・シンク項のモデルパラメータ（あるいはソース・シンク項自体）の検証が十分に行われた上で PDF を用いるべきである。
3. C 値のチューニングは DNS の結果だけでなく、今後は様々な流れ場で実験結果の

再現性を確認しながら行う必要がある。

本研究では，Okamoto & Shima の一方程式型 Subgrid モデル [111, 112] と沖田・梶島のキャビテーションモデル [52–54] をベースに新たに提案したキャビテーション LES モデルの挙動を定性的に把握するまでを完了した。今後の展開として，まず現時点では考慮できていないキャビテーション発生による SGS 流れ場の変調の効果を k_{SGS} の輸送方程式に導入する必要がある。これに関しては，第 1.3.1 節で示した k, ε の輸送方程式にキャビテーションの成長・崩壊に起因する乱れをソース項として加える方法 [77] を参考に，第 3，4 章などの結果も援用し， k_{SGS} の輸送方程式を修正することを考えている。これに関連して，一方程式 SGS モデルでは，壁領域で減衰関数を使用する必要があり，適用が難しい流れ場があるため，輸送方程式の生成項にダイナミック手法を用いた，梶島・野町 [126] による一方程式型ダイナミックモデルを適用し，壁領域での k_{SGS} を自然な形で求めることを検討している。また，ベースとするキャビテーションモデルのソース・シンク項や PDF モデルの C 値の検討，PDF モデルの定量的な評価・検証について，他の流れ場についても計算を行う必要があると考えている。

付録 A

キャビテーションモデルに関するレビュー

本章では、第 1.2 節で示した、Navier-Stokes の方程式に基づいてキャビテーション流れを解くためのキャビテーションモデルの詳細をレビューする。

A.1 気泡力学に基づくモデル

A.1.1 一流体モデル

Kubota ら [29] はキャビテーションを数密度 N の気泡群とし、単一気泡の体積運動を記述した Rayleigh-Plesset の式によって各気泡の挙動を決定するモデルを提案した。

気液間のスリップ速度は考えず、均質流体とする。気相密度 ρ_V と液相密度 ρ_L について、 $\rho_V \ll \rho_L$ より ρ_V を無視すると、ボイド率 α_V を用いて均質流体の密度 ρ は

$$\rho = (1 - \alpha_V)\rho_L \quad (\text{A.1})$$

となる。また、 α_V は全領域で一定の気泡数密度 N と各計算セルにおける気泡半径 R から、

$$\alpha_V = N \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (0 < \alpha_V < 1) \quad (\text{A.2})$$

と求められる。気泡半径 R は Rayleigh-Plesset の式 [25] (以下 R-P 式)

$$R \frac{DR}{Dt} + \frac{3}{2} \left(\frac{DR}{Dt} \right)^2 = \frac{p_b - p}{\rho_L} - \frac{4\nu_L}{R} \frac{DR}{Dt} - \frac{2S}{\rho_L R} \quad (\text{A.3})$$

(ただし, p , p_b は無限遠圧力と気泡内圧力, S は表面張力, ν_L は液相動粘度, ρ_L は液相密度) の粘性項, 表面張力項を省略した式

$$R \frac{D^2 R}{Dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{DR}{Dt} \right)^2 = \frac{p_b - p}{\rho_L} \quad (\text{A.4})$$

から得られる. R-P 式を用いる前提として, このモデルではすべての気泡は球形であり, 互いに十分離れていると仮定している. 各計算セルにおいては, すべての気泡が同じサイズであり, それらが一斉に式 (A.4) に従って運動するように表現する. つまり, R は各計算セルにおける代表気泡径に対応する.

これに対し, Ito ら [30] は, Kubota ら [29] は用いていないエネルギー保存式を連立するとともに, ρ_V を無視せず, 均質流体の密度を

$$\rho = \alpha_V \rho_V + (1 - \alpha_V) \rho_L \quad (\text{A.5})$$

としている. さらに, 方程式系を閉じるために奥田・井小萩 [36] による状態方程式

$$\frac{1}{\rho} = \frac{K(T + T_c)}{p + p_c} (1 - Y) + \frac{R_c T}{p} Y \quad (\text{A.6})$$

を用いている. ただし, K は液体係数, T_c は温度定数, p_c は圧力定数, R_c は気体定数, Y は気相質量分率 (クオリティ) である. Y は式 (A.2) で求められる α_V との関係

$$\alpha_V = \frac{\rho}{\rho_V} Y = N \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (\text{A.7})$$

から求められる.

A.1.2 二流体モデル (Eulerian-Lagrangian)

分散性二相流の計算において, 固体粒子, 液滴, 気泡などの分散相を質点モデルで扱い, 連続相の流れとカップリングさせる方法がしばしば用いられる. Hsiao ら [31], Hsiao & Chahine [32] は質点モデルとして気泡核を供給し, Lagrange 的に扱う方法を提案している. ただし, 気泡の成長は液相に影響を及ぼさない (one-way) と仮定されている. 質点モデルによる個々の気泡の並進運動の方程式は次のようになる.

$$\frac{d\mathbf{u}_b}{dt} = \frac{3}{\rho_L} \nabla p + \frac{3}{4} C_D (\mathbf{u} - \mathbf{u}_b) |\mathbf{u} - \mathbf{u}_b| + \frac{3}{R} (\mathbf{u} - \mathbf{u}_b) \frac{dR}{dt} \quad (\text{A.8})$$

ここで, \mathbf{u} は気泡が存在しないと仮定した場合の, 気泡中心にあたる位置における液相速度, \mathbf{u}_b は気泡の並進速度, ρ_L は液相密度, C_D は経験的な式で与えられる抵抗係数であ

る．式 (A.8) は抵抗力，圧力勾配，気泡運動と体積変動による慣性力の釣り合いを表す．また，気泡径 R の時間変化は並進運動する球形粒子による付加圧力項と同じ形の付加項を与えた R-P 式

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{p_b - p}{\rho_L} - \frac{4\nu_L}{R} \frac{dR}{dt} - \frac{2S}{\rho_L R} + \frac{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_b)^2}{4} \quad (\text{A.9})$$

の結果が用いられる．ここで，気泡内圧力 p_b は R_0, p_0 を初期半径と初期圧力， k をポリトロプ指数として，

$$p_b = p_v + p_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3k} \quad (\text{A.10})$$

となる．周囲圧力 p は気泡が存在しないと仮定した場合の，気泡中心にあたる位置における圧力である．そのため，本来あるはずの気泡表面に沿う圧力変動を考慮していない．付加項 $(\mathbf{u} - \mathbf{u}_b)^2/4$ は，液相と気泡の速度差を用いて，気泡表面に沿う一様ではない圧力場の効果をもたせるためのものである．

この方法では気泡が one-way で扱われていることから，現象をすべて表しているとは言い難い．また，多様な空洞形態に対して，すべて気泡で表現することは難しい．

A.1.3 二流体モデル (Eulerian-Eulerian)

Tamura ら [33] はキャビテーションをサブグリッドスケールの気泡の集まりとして扱うモデルを提案している．支配方程式として，気泡数密度の輸送方程式，気泡にかかる力（慣性力，付加慣性力，周囲流体の加速による力，抗力，揚力）の釣り合い式，気泡の体積運動の式，液相体積率の保存式，気泡流の運動量保存式，体積率の拘束条件を解く．圧力場の計算に関しては，疑似圧縮性解法の考え方にに基づき，液相体積率の保存式や気泡数密度の式などを用いて導出した圧力方程式を解く．気泡の体積運動の式は気液のスリップ速度 $(u_V - u_L)$ を考慮した R-P 式

$$R \frac{DR}{Dt} + \frac{3}{2} \left(\frac{DR}{Dt} \right)^2 = \frac{p_b - p}{\rho_L} + \frac{|u_V - u_L|^2}{4} \quad (\text{A.11})$$

である．このように，液相と気相の速度を別々に解いており，Eulerian-Eulerian アプローチの二流体モデルに分類できる．

R-P 式は気泡同士が互いに十分離れていることを仮定しているため，上記のモデルを高ボイド率の領域に扱うことは必ずしも適切ではない．そこで，Tamura & Matsumoto [127] は局所ボイド率が閾値（30% と設定されている）を上回ったときは式 (A.11) を解か

ずに、液相の圧力が蒸気圧以上に回復するまで局所ボイド率を一定値に保つようにモデルを改良している。また、鶴見・田村 [128] は局所ボイド率が閾値を上回ったときはボイド率 α_V を求める式を利用し、次式を解いて気泡半径 R を決定している。

$$R = \left(\frac{\alpha_V}{\frac{4}{3}\pi N} \right)^{1/3} \quad (\text{A.12})$$

ただし、 N は気泡数密度である。

気泡力学に基づくモデルでは、気泡の界面現象や内部現象を比較的取り入れやすい。例えば、Kubota ら [29] は気泡内部の圧力を蒸気圧 $p_b = p_v$ で一様としたが、Matsumoto ら [129] はキャビテーション気泡の核となる不凝縮気体の圧力 p_{ng} も考慮して、 $p_b = p_v + p_{ng}$ とし、不凝縮ガスは膨張時には等温変化、収縮時には断熱変化に近い挙動を示すという解析結果を反映したモデルを提案している。このように、気泡力学モデルは詳細な物理を表現しやすいメリットがある。

しかし、これらのモデルについては、次のような点に注意すべきである。

- 式 (A.4), 式 (A.9), 式 (A.11) が表す気泡運動の時間スケールは流れ解析において通常設定される時間刻みに比べて非常に小さいので、安定かつ高効率な計算を実現する工夫が必要と思われる。これに関しては二階微分項などを省略して簡略化したモデルもある。
- 実際の流れ場には無数のキャビテーション気泡が様々な初期条件で発生するが、非線形現象であるため、単一気泡に対する解を重ね合わせるだけでキャビテーション流れを再現することはほとんどできない。これについて、Kubota ら [29] は各計算セル内の気泡同士の相互作用を考慮しており、単純な解の重ね合わせではない。
- 気泡核として前もって含める気泡の径や体積率などが大きな影響を及ぼすが、一般にはこれらは不明である。
- R-P 式を使用するための前提として、気泡同士が互いに十分離れていることを仮定している。すなわち、ボイド率がある程度以上高くなる場合には Tamura & Matsumoto [127] や鶴見・田村 [128] のような改良が必要である。

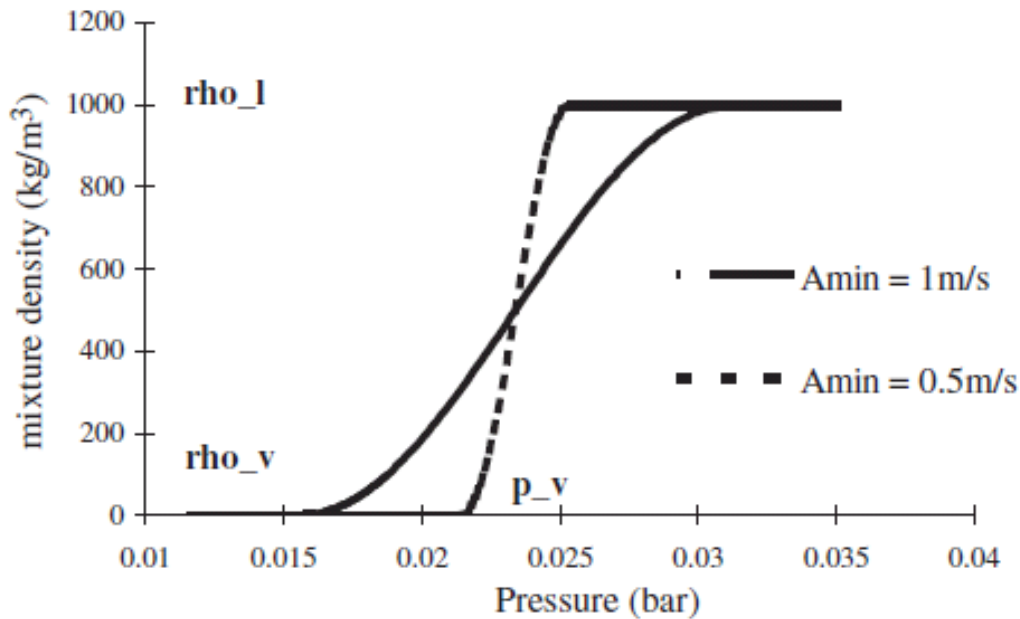


Fig. A.1: Barotropic state law $\rho = f(p)$ [35].

A.2 状態方程式モデル

バロトロピー流体とは、密度が圧力のみ関数 $\rho = f(p)$ となる流体である。Delannoy & Kueny [34], Coutier-Delgosha ら [35] は、混合流体の密度 ρ を気相から液相まで図 A.1 のようになめらかな曲線で結んだ状態方程式を用いている。

圧力が蒸気圧よりもやや高い場合には液相、やや低い場合には蒸気とし、それぞれに液相に対する Tait の状態方程式

$$\frac{\rho_L}{\rho_{ref}} = \sqrt[n]{\frac{p + p_0}{p_{ref}^T + p_0}} \quad (\text{for pure liquid}), \quad (\text{A.13})$$

温度一定の理想気体

$$\frac{p}{\rho_V} = \text{const.} \quad (\text{for pure vapor}) \quad (\text{A.14})$$

を与える。ここで ρ_{ref} , p_{ref}^T はそれぞれ基準密度、基準圧力であり、 p_0 は Tait 則における定数、 n は Coutier-Delgosha ら [35] によると 7 に設定されている。さらに、これらを

蒸気圧近傍で次のように結合させる．

$$\rho = \begin{cases} \rho_L & (p - p_v > \Delta p) \\ \rho_V & (p - p_v > -\Delta p) \\ \rho_V + \Delta\rho \left[1 + \sin\left(\frac{p - p_v}{\Delta\rho A_{\min}^2}\right) \right] & (|p - p_v| < \Delta p) \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

ここで， ρ_L ， ρ_V はそれぞれ蒸気および液体の密度で， $\Delta\rho = (\rho_L - \rho_V)/2$ ， $\Delta p = \pi A_{\min}^2 \Delta\rho/2$ である． $\rho = f(p)$ の最大勾配は $1/A_{\min}^2$ によって決まる． $A_{\min} = \sqrt{\partial p/\partial \rho}$ は混合流体の最小音速と解釈されるが，数値計算上は調整可能なパラメータである．

また，Qin [37]，Wosnik ら [38] の所属する研究グループからも，バロトロピー流体を仮定したモデルが提案されている．弱圧縮性を仮定し，液相の状態方程式を

$$p - p_0 = a_0(\rho - \rho_0) \quad (p > p_c) \quad (\text{A.16})$$

(a_0 は液相の音速， p_0 ， ρ_0 は基準圧力，密度) とし，気液二相の領域の状態方程式を

$$p = \sum_{i=0}^5 A_i \rho^i \quad (p_\varepsilon < p < p_c) \quad (\text{A.17})$$

のように多項式で表現する．係数 A_i は二相流時の音速を満足するように決定され，二相音速は蒸気のボイド率 α_V を用いて次式で表現される．

$$\rho = (1 - \alpha_V)\rho_L + \alpha_V\rho_V \quad (\text{A.18})$$

$$a_m = \frac{a_L^2 a_V^2}{\left(1 - \alpha_V + \alpha_V \frac{\rho_V}{\rho_L}\right) (1 - \alpha_V) a_V^2 + \left((1 - \alpha_V) \frac{\rho_L}{\rho_V} + \alpha_V\right) \alpha_V a_L^2} \quad (\text{A.19})$$

一方，圧力と質量分率 $Y = \alpha_V \rho_V / \rho$ により，気液混合流体の密度を $\rho = f(p, Y)$ とするモデルもある．奥田・井小萩 [36] は気相に理想気体の状態方程式を，液相に Tamman 型の状態方程式を用いて，均質な気液二相流の状態方程式を導出している．理想気体の状態方程式は気体定数 R_c と絶対温度 T_V から，気相圧力を p_V として

$$p_V = \rho_V R_c T_V \quad (\text{A.20})$$

となる．また，Tamman 型の状態方程式は圧力係数 p_c ，液体定数 K_L ，絶対温度 T_V および温度定数 T_0 から，液相圧力を p_L として，次のように表される．

$$p_L + p_c = \rho_L K_L (T_L + T_0) \quad (\text{A.21})$$

気液二相流の密度 ρ はボイド率 α_V を用いて，

$$\rho = (1 - \alpha_V)\rho_L + \alpha_V\rho_V \quad (\text{A.22})$$

となる．最終的には，気体の質量分率 Y と α の関係

$$\alpha_V = (\rho/\rho_V)Y \quad \text{and} \quad 1 - \alpha_V = (\rho/\rho_L)(1 - Y) \quad (\text{A.23})$$

を用いて， α_V ， ρ_V および ρ_L を消去し，次のような気液二相媒体の状態方程式を導出している．

$$\rho = \frac{p(p + p_c)}{K_L(1 - Y)p(T + T_0) + RY(p + p_c)T} \quad (\text{A.24})$$

これを用いたキャビテーション流れの計算では，気液混合流体の質量，運動量ならびに ρY とともに，エネルギー式が連立される場合 [130] と等温が仮定される場合 [131, 132] があり，ともに圧縮流れ解法が適用されている．

状態方程式に立脚したモデルは，静的な変化を表す状態方程式を急激なキャビテーション現象に適用することに問題があるように思われる．また，状態方程式を用いるモデルは，Gopalan & Katz [109] が指摘した後流領域での Barotropic vorticity $\nabla p \times \nabla(1/\rho)$ の生成をとらえることができない [133]．

A.3 輸送方程式ベースのモデル

A.3.1 ソース項を経験的に決定したモデル

輸送方程式ベースのキャビテーションモデルは前述の状態方程式モデルの欠点を克服しようとしており，また数多くの計算で使用されている．気液混合の均質流体に関する基礎方程式に，液相体積率 α_L またはクオリティ Y などの輸送方程式

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_L \mathbf{u}) = \dot{m}^+ + \dot{m}^- \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\partial \rho Y}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho Y \mathbf{u}) = \dot{m}^+ + \dot{m}^- \quad (\text{A.26})$$

をキャビテーションモデルとして連立させる． \dot{m}^+ ， \dot{m}^- は凝縮率，蒸発率を表すソース項であり，これまでに様々な提案がなされている [39–44]．これらのソース項と係数などを α_L の輸送方程式での記述に統一した上で，表 A.1 にまとめる [133]．表中の t_∞ ， U_∞ はそれぞれ時間スケール，速度スケールである．

Table A.1: Source terms in transport-equation based cavitation model [133].

Production (\dot{m}^+)	Destruction (\dot{m}^-)	References
$\frac{C_{prod} \max(p - p_v, 0)(1 - \alpha_L)}{(0.5\rho_L U_\infty^2)t_\infty}$	$\frac{C_{dest}\rho_L \min(p - p_v, 0)\alpha_L}{(0.5\rho_L U_\infty^2)\rho_V t_\infty}$	[39]
$\frac{C_{prod} \max(p - p_v, 0)(1 - \alpha_L)}{(0.5\rho_L U_\infty^2)t_\infty}$ $C_{prod} = 8 \times 10^1$	$\frac{C_{dest}\rho_L \min(p - p_v, 0)\alpha_L}{(0.5\rho_L U_\infty^2)\rho_V t_\infty}$ $C_{dest} = 1$	[40]
$\frac{C_{prod}\rho_V(\alpha_L - \alpha_{ng})^2(1 - \alpha_L - \alpha_{ng})}{t_\infty}$ $C_{prod} = 100$	$\frac{C_{dest}\rho_V \min(p - p_v, 0)\alpha_L}{(0.5\rho_L U_\infty^2)t_\infty}$ $C_{dest} = 100$	[41]
$\frac{C_{prod} \max(p - p_v, 0)(1 - \alpha_L)}{(0.5\rho_L U_\infty^2)t_\infty}$ $\frac{C_{prod}}{0.5\rho_L U_\infty^2} = \frac{1}{(\rho_L - \rho_V)(U_{V,n} - U_{I,n})^2}$	$\frac{C_{dest}\rho_L \min(p - p_v, 0)\alpha_L}{(0.5\rho_L U_\infty^2)\rho_V t_\infty}$ $\frac{C_{dest}}{0.5\rho_L U_\infty^2} = \frac{1}{(\rho_L - \rho_V)(U_{V,n} - U_{I,n})^2}$	[42] [43]
$\frac{\rho_L \max(p - p_v, 0)(1 - \alpha_L)}{\rho_+(U_{m,n} - U_{I,n})^2(\rho_L - \rho_V)t_\infty}$ $\frac{\rho_L}{\rho_+} = \frac{\rho_L}{\rho}$	$\frac{\rho_L \min(p - p_v, 0)\alpha_L}{\rho_-(U_{m,n} - U_{I,n})^2(\rho_L - \rho_V)t_\infty}$ $\frac{\rho_L}{\rho_-} = \frac{\rho_L}{\rho_V} + \left(1.0 - \frac{\rho_L}{\rho_V}\right) e^{-(1-\alpha_L)/\beta}$	[44]

Singhal ら [39] , Merkle ら [40] , Kunz ら [41] のモデルは , 圧力 p が飽和蒸気圧 p_v を下回るか上回るときに相変化が起こるとした経験的なモデルである . Kunz ら [41] のモデルについては , 気相を蒸気と不凝縮ガスの混合として扱っている .

これに対し , Senocak & Shyy [42, 43] は上記のモデルの経験定数を , 気液界面での質量と運動量の交換を考慮することにより物理的に決定しているため , 経験的とはいえある程度は現象の物理を反映している .

界面に対して法線方向を n , 接線方向を s とすると , 界面 (添え字 I) での質量保存式は

$$\rho_L(U_{L,n} - U_{I,n}) = \rho_V(U_{V,n} - U_{I,n}) \quad (\text{A.27})$$

両相との非圧縮とすると , 運動量保存式は法線方向 , 接線方向 (すべりなしとする) にそ

れぞれ

$$p_V - 2\mu_V \frac{\partial U_{V,n}}{\partial n} + \rho_V (U_{V,n} - U_{I,n})^2 = p_L + \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - 2\mu_L \frac{\partial U_{L,n}}{\partial n} + \rho_L (U_{L,n} - U_{I,n})^2 \quad (\text{A.28})$$

$$\mu_V \left(\frac{\partial U_{V,n}}{\partial s} + \frac{\partial U_{V,s}}{\partial n} \right) = \mu_L \left(\frac{\partial U_{L,n}}{\partial s} + \frac{\partial U_{L,s}}{\partial n} \right) \quad (\text{A.29})$$

で表される． γ は界面張力， R_1, R_2 はそれぞれ二つの主曲率半径， μ_V, μ_L は両相の粘性係数である．表 A.1 のソース項の係数はこれらを考慮したものである．彼らはこのモデルによって，状態方程式モデルでは再現できないシートキャビテーションの閉端領域における Barotropic vorticity $\nabla p \times \nabla(1/\rho)$ を再現したことを報告している [42, 43]．

また，Utturkar [44] は極低温流体におけるシートキャビテーションは完全に気相のみで満たされているのではなく，気相と液相の混合である [134] ことを考慮して，Senocak & Shyy [42, 43] のモデルを表 A.1 のように改良している．ここで，添え字 $+$ ， $-$ はそれぞれ凝縮，蒸発を示しており，添え字 m は気相と液相の混合を示す． β はキャビティ領域が完全に気相で満たされていると想定しているモデルと，気液の混合であると想定する本モデルの一貫性を持たせるためのパラメータである．

A.3.2 ソース項に気泡力学を考慮したモデル

簡略化した R-P 式を用い，ソース項に気泡力学を考慮するモデルが近年多数報告されている [45–50]．これらは式 (A.3) の R-P 式の二階微分項，粘性項，表面張力項を省略し， $p - p_v$ の符号を加味することで得られる気泡径の変化率

$$\frac{dR}{dt} = \text{sgn}(p - p_v) \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p - p_v|}{\rho_L}} \quad (\text{A.30})$$

をソース項に用いるものである．

例えば，Tani ら [46] はクォリティ Y の輸送方程式

$$\frac{\partial \rho Y}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho Y \mathbf{u}) = \dot{m}^+ + \dot{m}^- \quad (\text{A.31})$$

のソース項 \dot{m}^+, \dot{m}^- として，式 (A.30) を考慮した

$$\dot{m}^+ = -C_c \max(p - p_v, 0) Y \rho_L \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p - p_v|}{\rho_L}} \quad (\text{A.32})$$

$$\dot{m}^- = -C_e \min(p - p_v, 0)(1 - Y)\rho_V \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|p - p_v|}{\rho_L}} \quad (\text{A.33})$$

を用いている（実際には p_v に乱流の効果を含めているなど多少異なる）。Singhal ら [39] のソース項に含まれる $p - p_v$ について平方根をとった形になっており，気泡力学を考慮したことで圧力に対する応答が線形ではなくなっていることが特徴である。

また，Hosangadi & Ahuja [50] はボイド率 α_V に加えて，気泡の総表面積の保存式

$$\frac{\partial S_V}{\partial t} + \frac{\partial S_V u_i}{\partial x_i} = s_t \quad (\text{A.34})$$

を独立に解くことにより，気泡の数密度 N の変化を許容し，合体や分裂も陰に扱える可能性を示唆したモデルを提案している．右辺の s_t はソース項である． α_V を求める気相の質量保存式は，ソース項 m_t を考慮して

$$\frac{\partial \rho_V \alpha_V}{\partial t} + \frac{\partial \rho_V \alpha_V u_i}{\partial x_i} = m_t \quad (\text{A.35})$$

となる．ここで，独立変数 S_V ， α_V は各セルにおけるザウター平均径 r を用いて，

$$\alpha_V = \frac{4}{3} N \pi r^3, \quad S_V = 4 N \pi r^2 \quad (\text{A.36})$$

と書ける．ザウター平均径 r は一般に n_i を半径 r_i の気泡の数として

$$r = \frac{\sum n_i r_i^3}{\sum n_i r_i^2} \quad (\text{A.37})$$

のように全気泡の全表面積と全体積の比で表される．式 (A.36) から，ザウター平均径は $r = 3\alpha_V/S_V$ である．このモデルの特徴は，気泡数密度 N は一定である必要がないため（計算ステップごとに決定される），気泡の合体や分裂を陰に扱える点と，ザウター平均として気泡径を求めるので，セル内の気泡サイズの違いを許容できる点である．

また，ソース項 m_t ， s_t は以下ようになる．

$$m_t = \rho_V S_V r_t, \quad s_t = 2 S_V r_t / r \quad (\text{A.38})$$

ここで， r_t は式 (A.30) の簡略化した R-P 式から導いた気泡の半径の変化率である．

A.4 湧き出し型のモデル

気液二相流体を均質流体として扱い、その密度の式にソース項を加えて相変化を表現する湧き出し型のモデルが提案されている。

Chen & Heister [51] は気液二相流体を密度 ρ の均質流体と見なして

$$\frac{D\rho}{Dt} = C(p - p_v) \quad (\text{A.39})$$

と表現した。 C は経験的に決める定数である。このモデルは、キャビティ領域において圧力 p が蒸気圧 p_v に保たれるように空洞領域を発達・減衰させるものである。また、モデル定数 C は圧力差 $(p - p_v)$ に対する密度変化の反応の大きさを表している。Chen & Heister は、 C に対して 500, 5000, 50000 の 3 段階の値を与えて結果を比較し、小さい C では解がなまり、大きい C では細かい振動が発生するものの、大局的な流れ場には影響が小さいことを報告している。

このモデルに対して、沖田・梶島 [52–54] は気泡力学を考慮することにより以下のように変更を加えたキャビテーションモデルを開発している。

式 (A.3) の R-P 式で表現される気泡が数密度 N で気泡群を形成している状態を考え、気相体積率の時間変化に関する式を導出する。式 (A.3) において、粘性の影響、表面張力及び高次の時間微分項を無視し、気泡内圧力が蒸気圧力 ($p_b = p_v$) であると仮定すると次式を得る。

$$\frac{DR}{Dt} = \sqrt{\frac{2(p_v - p)}{3\rho_L}} \quad (\text{A.40})$$

また、ボイド率 f_G は気泡半径 R と気泡の数密度 N より、

$$f_G = \frac{4}{3}\pi R^3 N \quad (\text{A.41})$$

であり、式 (A.41) を時間で微分して、ボイド率の時間変化を表すと、

$$\frac{Df_G}{Dt} = 4\pi R^2 N \frac{DR}{Dt} \quad (\text{A.42})$$

となる。よって、式 (A.41), (A.42) より、

$$\frac{Df_G}{Dt} = \frac{3f_G}{R} \frac{DR}{Dt} \quad (\text{A.43})$$

となる．また，式 (A.40) より，

$$\frac{Df_G}{Dt} = \frac{3f_G}{R} \sqrt{\frac{2(p_v - p)}{3\rho_L}} \quad (\text{A.44})$$

となる．ここで，平方根の中が微小であるとして展開し，主要項のみを採用する．キャビティを空洞とすれば $\rho = f_L \rho_L$ であり， $f_G + f_L = 1$ から，式 (A.39) は

$$\frac{D\rho}{Dt} = C(1 - f_L)(p - p_v) \quad (\text{A.45})$$

とする方が妥当と思われる．しかし，これでは $f_L = 1$ のとき $p < p_v$ となってもキャビテーションは発生しないので， f_L の式に改めた上で

$$\frac{Df_L}{Dt} = [C_g(1 - f_L) + C_l f_L](p - p_v) \quad (\text{A.46})$$

と一般化する．

沖田らは式 (A.46) を角柱，単独翼，直線翼列に適用して検証を行っている．

角柱を対象とした計算では，キャビテーション発生に伴う流体力の変化について，定量的には実験との不一致を残すものの，定性的には妥当な結果が得られている．また，実験において励振状態が剥離せん断層に発生する流動形空洞からスーパーキャビテーションへ移行する遷移領域で生じるとい現象が定性的に再現されている．

単独翼を対象とした計算では，二次元計算によるキャビテーション数 σ に対する揚抗力の傾向が実験結果と定性的に一致している．ただし，単相流れにおける揚抗力の時間平均値が定量的に実験と一致しておらず，その影響で翼のキャビテーション性能に対する定量的な再現性には課題を残している．しかし，キャビテーション発生に伴う時間平均流れ場の変化や，シートキャビティにおけるリエントラントジェットが発生，クラウドキャビティの放出などの非定常現象が三次元計算によって再現されており，定性的には十分に妥当な結果を得ている．

直線翼列を対象とした 1 流路周期条件の二次元計算では，翼列のキャビテーション性能予測の結果は定性的に十分妥当であり，キャビテーション発生に伴うストローハル数の変化についても実験と傾向がよく一致しており，非定常な流れ場が妥当に計算されていることを示している．また，4 流路周期条件の二次元計算では，キャビテーション発生領域が旋回する現象が再現されている．

沖田らは定量的な再現性の向上のため，単相の条件での予測精度を向上させることが重要であり，それに関連して，上流差分で対処していた乱流の扱いとして，適切な乱流モデルを与えることが課題であるとしている．

式 (A.44) から式 (A.39) や (A.45) の C は気泡径に対応していることが明らかであるが、流れ場には大小様々な気泡が混在しているので、 R の代表値を定めるのは困難である。また、気泡数密度 N は式 (A.41) から f_G に含まれており、パラメータとしては反映されていない。このように、モデル式 (A.46) は気泡核のサイズや数密度を直接は指定していない。しかし、飽和蒸気圧よりも低圧になれば必ず空洞の体積率が増えるというモデルは、気泡核に関するパラメータが何も指定されていなくても気泡核があることと等価である。さらに、気泡半径 R に関しては、その影響を含むと考えられるパラメータ C の影響が小さいことが Chen & Heister [51] によって示されている。式 (A.46) のモデル定数 C_g 、 C_l は角柱後流のキャビテーション流れの解析結果を実験と比較することでチューニングされている。これらの定数群は単独翼および直線翼列の計算にも用いられたが、定性的に良好な結果が得られている。

A.5 界面追跡モデル

Chen & Heister [55]、Deshpande [56] ら、Tokumasu ら [57] は Marker and Cell (MAC) アプローチで気液界面を追跡するモデルを提案している。この方法では、格子は界面に沿って時間ステップごとに再生成され、気液界面は界面近傍の液相または気相圧力に基づき陽的に更新される。

Chen & Heister [55] は、気泡の境界は自由表面であり、気泡内部の圧力は蒸気圧で一定であるという仮定のもと、物体表面上のシートキャビテーションをシミュレートしている。

まず最初に、キャビテーションがない条件で流れ場を解き、圧力が蒸気圧を下回る領域ではキャビテーションモデルを適用する。キャビテーションモデルとしては、図 A.2 のように計算ノードを利用して界面を決定する。界面の曲率を近似する角度 α_i は局所圧力と蒸気圧の差から

$$\alpha_i^{n+1} = \alpha_i^n + C(p_v - p_{i+1}) \quad (\text{A.47})$$

と更新される。 C は経験定数である。更新された角度 α_i によって界面形状を変化させる際は、ノードは半径方向だけに移動し、それによって更新される位置 r_i^{n+1} は次式のようになる。

$$r_i^{n+1} = r_{i-1}^{n+1} - (z_i - z_{i-1}) \times \text{ctg}(\alpha_{i-1}^{n+1} - \beta_{i-1}^{n+1}) \quad (\text{A.48})$$

上記で格子を生成した後、気泡近傍の圧力を反復計算によって更新する。得られた圧力分布から、気泡の形状を再調整する。以上の手続きを気泡近傍の圧力が蒸気圧になり、収束

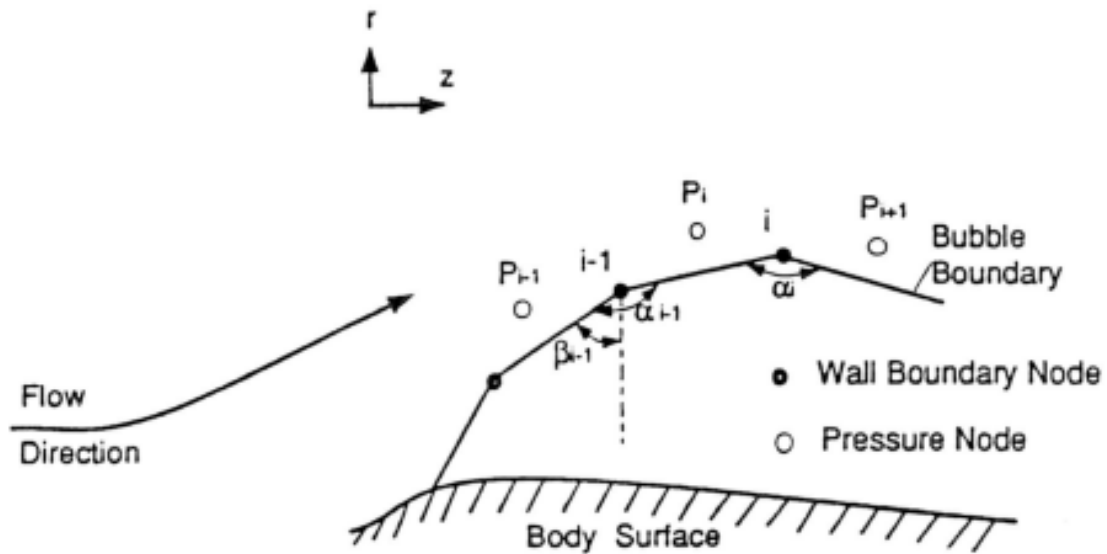


Fig. A.2: Treatment of the cavitation boundary [55].

するまで繰り返すことでキャビティ領域がシミュレートされる．物体表面上のキャビティは，気相のみで満たされた前部分と，気液が混合して界面があいまいである後流領域で構成されている．そこで Chen & Heister [55] は，前者を上記のようなスキームで扱い，後者を wake model で近似している．

Deshpande ら [56] はキャビティ領域では圧力は一定であると仮定して，シートキャビティの界面を初生点からの流線で定義した．圧力がエネルギーの式および境界条件から決定される局所的な蒸気圧を下回ると，最初に翼面にあった点を “solid wall point” から “cavity point” に切り替える．キャビティ表面は流線で決定されるが，キャビティの成長・減衰を表現するために表面上での垂直方向速度は 0 から逸脱してもよいとしている．次ステップでのキャビティ表面はキャビティの初生点から最後のキャビティ発生格子までの流線を追跡することで得る．計算格子は翼面あるいはキャビティ表面に沿って再生成される．また，流線が翼内に入り込んだ場合は，次ステップでの界面の位置は翼面上であるとする．

Tokumasu ら [57] は Deshpande [56] らの方法において Method of Characteristic で決定していた垂直方向速度を，キャビティ表面上での圧力の釣り合いを表現できるようにするために

$$U_{I,n} = k(p_V - p_L - \kappa\tau) \quad (\text{A.49})$$

Table A.2: Overview of cavitation model based on the solution of N-S equation.

	Type	Cavitation model	Reference
One-fluid model	Bubble dynamics	Full R-P eq.	[29] [30] [129]
		Reduced R-P eq.	[45] [46] [47] [48] [49] [50]
	Transport eq.	Empirical	[39] [40] [41] [42] [43] [44]
	Source	Empirical	[51] [52]
	Equation of state	Barotropic $\rho = f(p)$	[34] [35]
$\rho = f(p, Y)$		[36] [130] [131] [132]	
Two-fluid model	Bubble dynamics	Eulerian-Lagrangian	[31] [32]
		Eulerian-Eulerian	[33] [127] [128]
Marker & cell	Interface tracking	various B. C.	[55] [56] [57]

と改良した。ただし、 k は定数、 κ は表面張力係数、 τ は界面での曲率である。これは、キャビティの成長が気液の圧力差が表面張力と釣り合うと止まることを示している。

これらの方法は気液界面における熱交換を考慮し、熱力学的効果をキャビテーション流れの解析に導入することに適している。また、気液界面が明確に定義されるため、均質流体モデルでは再現が難しいシートキャビティを避けて曲がる流線が再現され、その結果揚抗力がより精度良く算出されると考えられる。しかし、壁面に付着するシートキャビテーションのみを想定しており、他のキャビテーション形状については適用が難しい。

以上で紹介した各モデルを表 A.2 にまとめる。現在のところ、キャビテーション流れ解析においては各種のモデルや計算法の優劣は明らかでなく、解析の目的に応じて上述の枠組みから選択し、必要に応じて修正を加えて数値解析を行うことが重要である。

参考文献

- [1] 副島, 超音波洗浄技術とモノづくり, 表面技術, 60-2 (2009) 95-97.
- [2] 祖山, キャビテーション・ショットレス・ピーニングによる軽金属材料の表面改質, 軽金属, 56-1 (2006) 56-62.
- [3] 祖山・進木・山口・堀切川, キャビテーションピーニングによる球状黒鉛鋳鉄の摩擦特性の改善 (表面改質とトライポロジー 1), 日本機械学会年次大会講演論文集 (2009) 165-166.
- [4] 關・祖山・藤井・飛田・西江・吉田, キャビテーションピーニングを施した鋼歯車の面圧強さ, 日本機械学会 機械要素潤滑設計部門講演会講演論文集 (2008) 89-92.
- [5] 安田, 超音波による化学物質の分解と超音波反応器の開発, The Chemical Times, No. 2 (通巻 212 号) (2009) 2-7.
- [6] Shah, Y. T., Pandit, A. B. and Moholkar, V. S., Cavitation Reaction Engineering, Kluwer Academic (1999).
- [7] Leighton, T. G., The Acoustic Bubble, Academic Press (1994).
- [8] 祖山, キャビテーション場を活用した二酸化炭素の還元に関する基礎的研究, 第 14 回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2009) No. 1.
- [9] 橋場・川畑・鱒沢・梅村・木俣・前田, スクイーズ膜効果を利用した超音波キャビテーションによるクリプトスポリジウムの不活性化, 第 11 回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2001) 171-174.
- [10] 森安, マイクロバブルを応用した超音波造影, 第 11 回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2001) 17-18.
- [11] 川畑・浅見・東・佐々木・梅村, ナノ液滴からのマイクロバブル生成を用いる超音波診断・治療, 第 14 回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2009) No. 44.
- [12] 梅村, 音響化学効果を利用した癌治療へのアプローチ, 生体医工学, 43-2 (2005)

- 203-210.
- [13] 吉澤・梅村, 強力収束超音波治療におけるキャビテーションによる加熱増強効果, 第14回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2009) No. 40.
 - [14] 歌代・梶山・葭仲・高木・松本, 収束超音波と微小気泡を用いた生体外での加熱実験, 第14回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2009) No. 36.
 - [15] 森山・滝本・高木・吉澤・梅村, 超音波治療における生体模擬ゲルを用いたキャビテーション生成と温度上昇の解析, 第15回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2010) No. A1-1.
 - [16] 吉澤・稲葉・高木・滝本・森山・梅村, 超音波治療時間の短縮を目的とした複数領域におけるキャビテーション制御, 第15回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2010) No. A1-2.
 - [17] 富田・打越・小玉, 超音波キャビテーションの発生とマイクロバブルの破壊に関する実験的研究, 第14回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2009) No. 43.
 - [18] 富田・皆川・下村・小玉, 収束超音波によるキャビテーションの生成と噴霧形成, 第15回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2010) No. A1-5.
 - [19] 堀江・小玉, ナノバブルと二重超音波を用いた膀胱がん治療の基礎研究第15回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2010) No. A1-4.
 - [20] 池田・吉澤・戸崎・金子・高木・松本, クラウドキャビテーションの崩壊現象を利用した結石破砕法: 第1報, クラウドキャビテーション制御手法の開発, 日本機械学会論文集 B 編, 70-692 (2004) 904-911.
 - [21] 桐田, 超音波腹腔内洗浄の安全性に関する実験的研究, 東京女子医科大学雑誌, 51-2 (1981) 79-96.
 - [22] 橘・岡本・葭仲・高木・松本, マイクロバブルを援用した超音波遺伝子導入に関する研究, 第14回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2009) No. 34.
 - [23] 岡本・橘・葭仲・長田・高木・片岡・鄭・松本, マイクロバブルを援用した超音波遺伝子導入法の高効率化, 第15回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (2010) No. A1-3.
 - [24] 加藤 (編著), 新版 キャビテーション, 槇書店 (1999).
 - [25] Brennen, C. E., Cavitation and Bubble Dynamics, Oxford University Press (1995).
 - [26] Kinnas, S. A. and Fine, N. E., A Numerical Nonlinear Analysis of the Flow

-
- Around 2-D and 3D Partially Cavitating Hydrofoils, *J. Fluid Mech.*, **254** (1993) 151-181.
- [27] 毎田・安東・中武, 簡便なパネル法による 2 次元部分キャビテーションの計算, 第 9 回キャビテーションに関するシンポジウム講演論文集 (1997) 143-146.
- [28] 日本混相流学会 編, 混相流用語辞典, コロナ社 (1996).
- [29] Kubota, A. Kato, H. and Yamaguchi, H., A New Modelling of Cavitating Flows: A Numerical Study of Unsteady Cavitation on a Hydrofoil Section, *J. Fluid. Mech.*, **240** (1992) 59-96.
- [30] Ito, Y., Sawasaki, K. Tani, N., Nagasaki, T. and Nagashima, T., A Blowdown Cryogenic Cavitation Tunnel and CFD Treatment for Flow Visualization around a Foil, *J. Thermal Sci.*, **14** (2005) 346-351.
- [31] Hsiao, C. T., Chahine, G. L. and Liu, H. L., Scaling Effect on Prediction of Cavitation Inception in a Line Vortex Flow, *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.*, **125** (2003) 53-60.
- [32] Hsiao, C. T. and Chahine, G. L., Scaling of Tip Vortex Cavitation Inception Noise with a Bubble Dynamics Model Accounting for Nuclei Size Distribution, *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.*, **127** (2005) 55-65.
- [33] Tamura, Y., Sugiyama, K. and Matsumoto, Y., Cavitating Flow Simulations Based on the Bubble Dynamics, *Proc. the 4th Int. Symp. on Cavitation (CAV2001)* (2001) sessionB5.001.
- [34] Delannoy, Y. and Kueny, J. L., Two-Phase Flow Approach in Unsteady Cavitation Modelling, *Cavitation and Multiphase Flow*, ASME FED-Vol.98 (1990) 153-158.
- [35] Coutier-Delgosha, O., Reboud, J. L. and Delannoy, Y., Numerical Simulation of the Unsteady Behaviour of Cavitating Flows, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **42** (2003) 527-548.
- [36] 奥田・井小萩, 気泡雲の崩壊挙動の数値シミュレーション, 日本機械学会論文集 B 編, **62-603** (1996) 3792-3797.
- [37] Qin, Q., Numerical Modeling of Natural and Ventilated Cavitating Flows, Doctoral thesis, University of Minnesota (2004).
- [38] Wosnik, M., Qin, Q. and Arndt, R. E. A., Identifications of Large Scale Structures in the Wake of Cavitating Hydrofoils Using LES and Time-resolved PIV, *6th Int.*

- Symp. on Cavitation (CAV2006)* (2006).
- [39] Singhal, A. K., Vaidya, N. and Athavale, M. M., Multi-Dimensional Simulation of Cavitating Flows Using a PDF Model for Phase Change, *Proc. ASME FEDSM'97* (1997) No.3272.
- [40] Merkle, C. L., Feng, J. and Buelow, P. E. O., Computational Modeling of Dynamics of Sheet Cavitation, *Proc. the 3rd Int. Symp. on Cavitation (CAV1998)* (1998).
- [41] Kunz, R. F., Boger, D. A., Stinebring, D. R., Chyczewski, T. S., Lindau, J. W., Gibeling, H. J., Venkateswaran, S. and Govindan, T. R., A Preconditioned Navier-Stokes Method for Two-phase Flows with Application to Cavitation Prediction, *Computer & Fluids*, **29** (2000) 849-875.
- [42] Senocak, I. and Shyy, W., Interfacial Dynamics-based Modeling of Turbulent Cavitating Flows, Part-1: Model Development and Steady-state Computations, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **44** (1998) 975-995.
- [43] Senocak, I. and Shyy, W., Interfacial Dynamics-based Modeling of Turbulent Cavitating Flows, Part-2: Time-dependent Computations, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **44** (1998) 997-1016.
- [44] Utturkar, Y., Computational Modeling of Thermodynamic Effects in Cryogenic Cavitation, PhD dissertation, University of Florida (2005).
- [45] Singhal, A. K., Athavale, M. M., Li, H. and Jiang, Y., Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model, *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.*, **124** (2002) 617-624.
- [46] Tani, N., Tsuda, S., Yamanishi, N. and Yoshida, Y., Development and Validation of New Cryogenic Cavitation Model for Rocket Turbopump Inducer, *Proc. the 7th Int. Symp. on Cavitation (CAV2009)* (2009) No. 63.
- [47] Oprea, I. and Bulten, N., RANS Simulations of a 3D Sheet-vortex Cavitation, *Proc. the 7th Int. Symp. on Cavitation (CAV2009)* (2009) No. 49.
- [48] Hoekstra, M. and Vaz, G., The Partial Cavity on a 2D Foil Revisited, *Proc. the 7th Int. Symp. on Cavitation (CAV2009)* (2009) No. 43.
- [49] Hachman, T., Lantermann, U., Abdel-Maksoud, M. and Hänel, D., Vorticity Confinement Methods for Cavitating Flows, *Proc. the 7th Int. Symp. on Cavitation (CAV2009)* (2009) No. 139.

-
- [50] Hosangadi, A. and Ahuja, V., A New Unsteady Model for Dense Cloud Cavitation in Cryogenic Fluids, *Proc. 17th AIAA Computational Fluid Dynamics Conferences* (2005) AIAA 2005-5347.
- [51] Chen, Y., and Heister, S., Two-phase Modeling of Cavitated Flows, *Computer & Fluids*, **24-7** (1995) 799-809.
- [52] 沖田, 数値シミュレーションによる非定常キャビテーション流れの解析に関する研究, 大阪大学博士論文 (2001).
- [53] 沖田・梶島, 翼まわりの非定常キャビテーション流れの数値シミュレーション, 日本機械学会論文集 B 編, **68-667** (2002) 637-644.
- [54] Okita, K. and Kajishima, T., Three-dimensional Computation of Unsteady Cavitating Flow in a Cascade, *Proc. 9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamic of Rotating Machinery* (2002) (CD-ROM) No.FD-ABS-076.
- [55] Chen, Y. and Heister, S. D., A Numerical Treatment for Attached Cavitation, *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.*, **116** (1994) 613-618.
- [56] Deshpande, M., Feng, J. and Merkle, C. L., Numerical Modeling of the Thermodynamic Effects of Cavitation, *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.*, **119** (1997) 420-427.
- [57] Tokumasu, T., Sekino, Y. and Kamijo, K., A New Modeling of Sheet Cavitation Considering the Thermodynamic Effect, *Proc. 5th Int. Symp. on Cavitation (CAV2003)* (2003) Cav03-GS-16-003.
- [58] Launder, B. E. and Spalding, D. B., The Numerical Computation of Turbulent Flows, *Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng.*, **3** (1974) 269-289.
- [59] Wu, J., Utturkar, Y., Senocak, I. and Shyy, W., Impact of Turbulence and Compressibility Modeling on Three-dimensional Cavitating Flow Computations, *AIAA Paper 2003-4264* (2003).
- [60] Wu, J., Wang, G. and Shyy, W., Time-dependent Turbulent Cavitating Flow Computations with Interfacial Transport and Filter-based Models, *Int. J. for Numer. Meth. in Fluids*, **49** (2005) 739-761.
- [61] Johansen, S., Wu, J. and Shyy, W., Filter-based Unsteady RANS Computations, *Int. J. Heat Fluid Flow*, **25** (2004) 10-21.
- [62] Johns, W. P. and Launder, B. E., The Prediction of Laminarization with a Two-

- equation Model of Turbulence, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **15** (1974) 301-314.
- [63] Senocak, I. and Shyy, W., A Pressure-based Method for Turbulent Cavitating Flow Computations, *J. Comp. Phys.*, **176** (2002) 363-383.
- [64] Coutier-Delgosha, O., Fortes-Patella, R. and Reboud, J. L., Evaluation of the Turbulence Model Influence on the Numerical Simulations of Unsteady Cavitation, *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.*, **125** (2003) 17-45.
- [65] Leroux, J. B., Coutier-Delgosha, O. and Astolfi, J. A., A Joint Experimental and Numerical Study of Mechanisms Associated to Instability of Partial Cavitation on Two-dimensional Hydrofoil, *Phys. of Fluids*, **17** (2005) 052101(1-20).
- [66] Coutier-Delgosha, O., Deniset, F., Astolfi, J. A. and Leroux, J. B., Numerical Prediction of Cavitating Flow on a Two-dimensional Symmetrical Hydrofoil and Comparison to Experiments, *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.*, **129** (2007) 279-292.
- [67] Coutier-Delgosha, O., Stutz, B., Vabre, A. and Legoupil, S., Analysis of Cavitating Flow Structure by Experimental and Numerical Investigations, *J. Fluid Mech.*, **578** (2007) 171-222.
- [68] Peng, X., Zhan, G., Ji, B., Lu, L. and Hong, F., Observations and Numerical Simulations of Unsteady Partial Cavitation on 2-D Hydrofoil, *Proc. 7th Int. Symp. on Cavitation (CAV2009)* (2009) No. 164.
- [69] Dular, M., Bachert, R., Stoffel, B. and Širok, B., Experimental Evaluation of Numerical Simulation of Cavitating Flow around Hydrofoil, *European J. of Mech. B, Fluids*, **24** (2005) 522-538.
- [70] Li, D. Q., Grekula, M. and Lindell, P., A Modified SST $k-\omega$ Turbulence Model to Predict the Steady and Unsteady Sheet Cavitation on 2D and 3D Hydrofoils, *Proc. 7th Int. Symp. on Cavitation (CAV2009)* (2009) No. 107.
- [71] Menter, F. R., Two-equation Eddy-viscosity Turbulence Models for Engineering Applications, *AIAA J.*, **32-8** (1994) 1598-1605.
- [72] Hinze, J. O., Turbulence, 2nd Edition, McGraw Hill (1975) 309.
- [73] Frank, T., Lifante, C., Jebauer, S., Kuntz, M. and Rieck, K., CFD Simulation of Cloud and Tip Vortex Cavitation on Hydrofoils, *Proc. 6th Int. Conference on Multiphase Flow* (2007) No. 134.

-
- [74] Mostafa, N. H. and Boraey, M. A., Numerical and Experimental Investigation of Cavitation in Axial Pumps, *Proc. 11th Int. Water Tech. Conference (IWTC11)* (2007) 553-564.
- [75] Liu, S., Zhang, L., Nishi, M. and Wu, Y., Cavitating Turbulent Flow Simulation in a Francis Turbine Based on Mixture Model, *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* **131** (2009) 051302-1-8.
- [76] Chen, J. H. and Wu, P. C., A Computational Study of Two-dimensional Viscous Cavitating Hydrofoil Flow Near a Free Surface, *Proc. 10th Int. Conference on Fluid Control, Measurements and Visualization* (2009).
- [77] Srinivasan, V., Salazar, A. J. and Saito, K., Numerical Simulation of Cavitation Dynamics Using a Cavitation-induced-momentum-defect (CIMD) Correction Approach, *Appl. Math. Modelling*, **33** (2009) 1529-1559.
- [78] Smagorinsky, J., General Circulation Experiments with the Primitive Equations, *Mon. Weather Rev.* (1963) 99-164.
- [79] Wang, G. and Ostoja-Starzewski, M., Large-Eddy Simulation of a Sheet/Cloud on a NACA0015 Hydrofoil, *Appl. Math. Modeling*, **31-3** (2007) 417-447.
- [80] 山出・加藤・谷・山西, 2次元物体周りのキャビテーション流れ LES 解析, 第18回数値流体力学シンポジウム講演論文集 (2004).
- [81] Germano, M. Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W., A Dynamic Subgrid-scale Eddy Viscosity Model, *Phys of Fluids A: Fluid Dynamics*, **3** (1991) 1760.
- [82] Shams, E. and Apte, S. V., Large Eddy Simulation of Cavitation Inception in a High Speed Flow over an Open Cavity, *Proc. 7th Int. Symp. on Cavitation (CAV2009)* (2009) No. 73.
- [83] Liu, X. and Katz, J., Cavitation Phenomenon Occurring due to Interaction of Shear Layer Vortices with the Trailing Corner of a Two-dimensional open Cavity, *Phys of Fluids* **20-4** (2008).
- [84] 宇賀神・河合・沖田・松本・梶島・都丸・川崎, ターボポンプ用インデューサ内の非定常キャビテーション流れの数値計算, 第84回流体工学部門講演会講演論文集 (2006) (CD-ROM) No.G704.
- [85] Ugajin, H., Kawai, M., Okita, K., Matsumoto, Y., Kajishima, T., Kawasaki, S. and Tomaru, H., Numerical Simulation of Unsteady Cavitating Flow in a Turbopump Inducer, *42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*

- (2006) (electric media).
- [86] Ugajin, H., Kawai, M., Okita, K., Ohta, T., Kajishima, T., Nakano, M. and Tomaru, H., Numerical Analysis of the Unsteady Cavitating Flow in a 2D-Cascade and 3D Inducer, *43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit* (2007) (electric media).
- [87] Spalart, P. R., Jou, W. H., Strelets, M. and Allmaras, S. R., Comments on the Feasibility of LES for Wings, and on a Hybrid RANS/LES Approach, *Proc. 1st AFOSR Int. Conference on DNS/LES* (1997) 137-147.
- [88] Kunz, R. F., Lindau, J. W., Kaday, T. A. and Peltier, L. J., Unsteady RANS and Detached Eddy Simulations of Cavitating Flow over a Hydrofoil, *Proc. 5th Int. Symp. on Cavitation (CAV2003)* (2003) Cav03-OS-1-12.
- [89] Kinzel, M. P., Lindau, J. W. and Kunz, R. F., An Examination of Thermal Modeling Affects on the Numerical Prediction of Large-scale Cavitating Fluid Flows, *Proc. 7th Int. Symp. on Cavitation (CAV2009)* (2009) No. 137.
- [90] Kim, S., A Numerical Study of Unsteady Cavitation on a Hydrofoil, *Proc. 7th Int. Symp. on Cavitation (CAV2009)* (2009) No. 56.
- [91] Wilcox, D. C., *Turbulence Modeling for CFD*, 2nd Ed. (1998)
- [92] Shih, T. H., Liou, W. W., Shabbir, A. and Zhu, J., A New $k - \varepsilon$ Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation, *Comp. & Fluids* **24-3** (1995) 227-238.
- [93] Tanahashi, M., Miyauchi, T. and Ikeda, J., Scaling Law of Coherent Fine Scale Structure in Homogeneous Isotropic Turbulence, *11th Symp. on Turbulence Shear Flows* (1997) **4** 17-22.
- [94] 店橋・Uddin, M. A.・岩瀬・宮内一様等方性乱流中のコヒーレント微細渦の三次元構造, *日本機械学会論文集 B 編* **65-638** (1999) 3237-3243
- [95] 店橋・岩瀬・柳川・宮内, 乱流の微細構造のレイノルズ数依存性, *数理解析研究所講究録* **1226** (2001) 76-85.
- [96] 王・店橋・宮内, 空間発展乱流混合層におけるコヒーレント微細渦特性, *日本流体力学学会年会講演論文集* (2005).
- [97] 王・店橋・宮内, 空間発展乱流混合層におけるコヒーレント微細渦の構造解明, *第 19 回数値流体力学シンポジウム講演論文集* (2005).
- [98] Wang, Y., Tanahashi, M. and Miyauchi, T., Coherent Fine Scale Eddies in Tur-

-
- bulence Transition of Spatially-Developing Mixing Layer, *Turbulence, Heat and Mass Transfer* 5 (2006).
- [99] Das, S. K., Tanahashi, M., Shoji, K. and Miyauchi, T., Statistical Properties of Coherent Fine Eddies in Wall-bounded Turbulent Flows by Direct Numerical Simulation, *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, **20** (2006) 55-71.
- [100] Wang, Y., Tanahashi, M. and Miyauchi, T., Coherent Fine Scale Eddies in Turbulence Transition of Spatially-developing Mixing Layer, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, **28** (2007) 1280-1290.
- [101] Daily, J. W. and Johnson, V. E., Turbulence and Boundary Layer Effects on Cavitation Inception from Gas Nuclei, *Trans. ASME*, **78** (1968) 1695-1706.
- [102] Arndt, R. E. A. and Ippen, A. T., Rough Surface Effects on Cavitation Inception, *J. Basic Eng.*, **90** (1968) 249-261.
- [103] Ooi, K. K. and Acosta, A. J., The Utilization of Specially Tailored Air Bubble as Static Pressure Sensors in a Jet, *J. Fluid Eng.*, **106** (1983) 459-465.
- [104] Ran, B. and Katz, J., Pressure Fluctuations and Their Effect on Cavitation Inception within Water Jets, *J. Fluid Mech.*, **262** (1994) 223-263.
- [105] O'Hern, T. J., An Experimental Investigation of Turbulent Shear Flow Cavitation, *J. Fluid Mech.*, **215** (1990) 365-391.
- [106] Ooi, K. K., Scale Effects on Cavitation Inception in Submerged Water Jets: a New Look, *J. Fluid Mech.*, **151** (1985) 367-390.
- [107] Katz, J. and O'Hern, T. J., Cavitation in Large Scale Shear Flows, *J. Fluids Eng.*, **108** (1986) 373-376.
- [108] Arndt, R. E. A., Cavitation in Vortical Flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **34** (2002) 143-175.
- [109] Gopalan, S. and Katz, J., Flow Structure and Model Issues in the Closure Region of Attached Cavitation, *Phys. Fluids*, **12-4** (2000) 895-911.
- [110] Iyer, C. O. and Ceccio, S. L., The Influence of Developed Cavitation on the Flow of a Turbulent Shear Layer, *Phys. Fluids*, **14-10** (2002) 3414-3431.
- [111] 岡本, 一方程式型 Subgrid モデルに関する研究, *生産研究*, **49-1** (1997) 3-10.
- [112] Okamoto, M. and Shima, N., Investigation for the One-equation-type Subgrid Model with Eddy-Viscosity Expression Including the Shear-Dumping Effect, *JSME International J., Ser. B*, **42-2** (1999) 154-161.

- [113] 稲垣・村田・安倍・近藤, 低マッハ数流れにおける流体共鳴音の数値解析法, 日本機械学会論文集 B 編 **66**-649 (2000) 2274-2281.
- [114] 宮内・店橋・鈴木, DNS のための流入・流出境界条件, 日本機械学会論文集 B 編 **60**-571 (1994) 813-821.
- [115] 梶島, 乱流の数値シミュレーション, 養賢堂 (1999).
- [116] Burgers, J. M., A Mathematical Model Illustrating the Theory of Turbulence, *Adv. Appl. Mech.*, **1** (1948) 171-199.
- [117] 福本, 粘性流体中の渦管, *ながれ* **25** (2006) 61-77.
- [118] 木田・柳瀬, 乱流力学, 朝倉書店 (1999).
- [119] Bernal, L. P. and Roshko, A., Streamwise Vortex Structures in Plane Mixing Layers, *J. Fluid Mech.*, **170** (1986) 499-525.
- [120] Tennekes, H. and Lumley, J. L., 藤原・荒川 訳, 乱流入門, 東海大学出版会 (1998).
- [121] Ho, C. M. and Huerre, P., Perturbed Free Shear Layers, *Annu. Rev. of Fluid Mech.*, **16** (1984) 365-424.
- [122] Okong'o, N. A. and Bellan, J., Direct Numerical Simulation of a Transitional Supercritical Binary Mixing Layer: Heptane and Nitrogen, *J. Fluid Mech.*, **464** (2002) 1-34.
- [123] Chapman, D. R., Computational Aerodynamics, Development and Outlook, *AIAA J.*, **17**-12 (1979) 1293-1313.
- [124] 北村・堀 (編著), 工学のための確率・統計, 朝倉書店 (2006).
- [125] 大宮・三宅・吉澤, 乱流の数値流体力学, 東京大学出版会 (1998).
- [126] 梶島・野町, ダイナミック手法により生成項を求める 1 方程式型サブグリッドスケールモデル, 日本機械学会論文集 B 編, **69**-685 (2003) 1996-2001.
- [127] Tamura, Y. and Matsumoto, Y., Improvement of Bubble Model for Cavitating Flow Simulations, *J. of Hydrodynamics* **21**-1 (2009) 41-46.
- [128] 鶴見・田村, キャピテーション流れ解析のためのモデルの提案と検証, キャピテーションに関するシンポジウム (2009) No. 12.
- [129] Matsumoto, Y. *et al.*, Numerical Study of Cavitating Flow Structure on a Hydrofoil, *Proc. 4th KSME-JSME Fluids Eng. Conference* (1998) 249-252.
- [130] Shin, B. R., Numerical Analysis of Unsteady Cavitating Flow by a Homogeneous Equilibrium Model, *31st AIAA Fluid Dynamics Conference & Exhibit* (2001) AIAA2001-2909.

-
- [131] Shin, B. R. and Ikohagi, T., A Numerical Study of Unsteady Cavitating Flows, *Proc. 3rd Int. Symp. on Cavitation (CAV1998)* (1998) 301-306.
- [132] Iga, Y. Nohmi, M., Goto, A., Shin, B. R. and Ikohagi, T., Numerical Study of Sheet Cavitation Breakoff Phenomenon on a Cascade Hydrofoil, *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* **125** (2003) 643-651.
- [133] Utturkar, Y., Wu, J., Wang, G. and Shyy, W., Recent Progress in Modeling Cryogenic Cavitation for Liquid Rocket Propulsion, *Progress in Aerospace Sci.* **41** (2005) 558-608.
- [134] Sarosdy, L. R. and Acosta, A. J., Note on Observations of Cavitation in Different Fluids, *ASME Winter Annu. Meeting* (1961) No. 60-WA-83.
- [135] Yakhot, V., Orszag, S. A., Thangam, S., Gatski, T. B. and Speziale, C. G., Development of Turbulence Models for Shear Flows by a Double Expansion Technique, *Phys. Fluids A* **4-7** (1992) 1510-1520.

関連発表文献

論文（邦文）

1. キャピテーションと乱流要素渦の相互作用
岡林希依・太田貴士・梶島岳夫
日本混相流学会精選論文集 混相流研究の進展 (2008-6) pp. 1-8.
2. DNS を用いたキャピテーションによる乱流変調の解析
岡林希依・梶島岳夫
日本機械学会論文集 B 編 76 巻 764 号 (2010-4) pp. 570-579.

論文（英文）

1. Modeling of the Subgrid-Scale Pressure Distribution in Turbulent Mixing Layer
Okabayashi, K. and Kajishima, T.,
Special Issue of 2nd International Workshops on Advances in Computational Mechanics -Advanced Turbulent Flow Simulation- (Journal of Fluid Science and Technology) Vol. 6, No. 1 (2010-1).

講演論文（国際会議）

1. DNS of Vortex Cavitations in Turbulent Separated Layer
Kajishima, T., Ohta, T., Sakai, H. and Okabayashi, K.,
Proc. 2006 Autumn Meeting of Korean Society of Computational Fluid Engi-

- neering* (2006-10) pp. 11-12.
2. Influence of Cavitation on Turbulent Separated Flow
Kajishima, T., Ohta, T., Sakai, H. and Okabayashi, K.,
Proc. 5th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP5) Vol. 2 (2007-8,9) pp. 829-834.
 3. Direct Numerical Simulation of Interaction between Cavitation and Turbulence Vortices
Okabayashi, K., Ohta, T. and Kajishima, T.,
Proc. 8th World Congress on Computational Mechanics (WCCM8) and 5th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2008) (2008-7) CD-ROM a2294.
 4. On the Subgrid-scale Modeling of Cavitating Turbulence Considering Fine-scale Elementary Vortices
Okabayashi, K., Kajishima, T. and Ohta, T.
Proc. WIMRC 2nd International Cavitation Forum (2008-7) pp. 97-101.
 5. Direct Numerical Simulation of Interaction between Cavitation and Turbulence in Mixing Layer
Okabayashi, K. and Kajishima, T.,
Proc. Japan-Russia Workshop on Study of Hydrodynamical Instability, Turbulence and Complex Flows by Using Advanced Technologies of Modeling on Supercomputers (2008-11) pp. 5.
 6. DNS and LES of Cavitating Turbulent Flow
Okabayashi, K. and Kajishima, T.,
Proc. 6th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP6) Vol. 2 (2009-6) pp. 978-983.
 7. Investigation of Turbulent Modulation by Cavitation for Subgrid-scale Modeling in LES
Okabayashi, K. and Kajishima, T.,
Proc. 7th International Symposium on Cavitation (CAV2009) (2009-8) USB media No. 89.
 8. Development of Turbulence Model for Cavitating Flows
Okabayashi, K. and Kajishima, T.,

Proc. 2nd International Workshops on Advances in Computational Mechanics (IWACOM2) (2010-3) pp. 93.

9. Subgrid-scale Modeling of Cavitating Turbulent Flow in LES
Okabayashi, K. and Kajishima, T.,
Proc. International Conference on Multiphase Flow 2010 (ICMF2010) (2010-5,6) USB media.

講演論文（国内学会）

1. キャビテーションと乱流要素渦の相互作用
岡林希依・太田貴士・梶島岳夫
日本混相流学会 年会講演会 2007 講演論文集 (2007-6) pp. 248-249.
2. 乱流混合層に生じるキャビテーションの直接数値シミュレーション
岡林希依・梶島岳夫・太田貴士
第 22 回数値流体力学シンポジウム 講演論文集 (2008-12) CD-ROM N4-2.
3. キャビテーションによる混合層乱流の変調
岡林希依・梶島岳夫・太田貴士
日本機会学会関西支部 第 84 期定時総会講演会 講演論文集 (2009-3) pp. 1029.
4. キャビテーションと乱流の相互作用
岡林希依・梶島岳夫・太田貴士
第 14 回キャビテーションに関するシンポジウム 講演論文集 (2009-3) CD-ROM A2-4.
5. DNS データベースに基づいた SGS 圧力変動に関する解析
岡林希依・梶島岳夫
第 25 回生研 TSFD シンポジウム 講演論文集 (2010-3) pp. 28-33.
6. SGS 圧力変動を考慮したキャビテーション LES モデルの考察
岡林希依・梶島岳夫
日本混相流学会 年会講演会 2010 講演論文集 (2010-7) pp. 408-409.
7. 乱流渦からの初生を考慮したキャビテーション LES モデル開発に関する研究
岡林希依・梶島岳夫
第 15 回キャビテーションに関するシンポジウム 講演論文集 (2010-11) CD-ROM.

謝辞

本研究は、著者が大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 マイクロ機械科学部門 流体物理学領域 在学中に、梶島 岳夫 教授の御指導のもと行なったものであります。

本研究を行うにあたり、大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 梶島 岳夫 教授には、5年間に渡り、終始熱心な御指導・御助言をいただくとともに、数え切れないほどのチャンスを与えていただきました。御指導がなければ本研究がなしえなかつただけでなく、現在の私自身もあり得ませんでした。ここに心より御礼申し上げます。

また、大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 武石 賢一郎 教授、矢野 猛 教授には、ご多忙の中快く副査をお引き受けいただき、本論文に対する懇切な御校閲ならびに的確な御指摘をいただきました。改めて御礼申し上げます。

大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 大森 健史 博士には、御助言をいただくだけでなく、研究に対する真摯な姿勢、妥協のない取り組み方など、数多くのことを学ばせていただきました。ここに御礼申し上げます。

福井大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 太田 貴士 博士には、研究生生活の前半期、常に懇切丁寧な御指導を賜りました。度重なる日常の議論は、本研究の遂行において誠に貴重なものでした。謹んで感謝の意を表します。

大阪大学大学院 工学研究科 機械工学専攻 北田 義一 技術専門職員には、研究室での生活における多くのことについて便宜をはかっていただきました。誠にありがとうございました。

また、研究生生活の全般にわたり、水力実験室の諸氏の多大な御支援・御協力をいただきました。ここに謹んで御礼申し上げます。

中でも酒井 宏樹 先輩には、同じキャビテーションをテーマとする直属の先輩として格別の御指導をいただきました。ここに御礼申し上げます。また、研究立ち上げ当初お世話になった大島 翼 先輩は、配属されたばかりの私にも根気よく指導してくださいました。ありがとうございました。

研究室のキャビテーショングループの後輩である安 炳辰 氏，丸谷 康二 氏からは，研究に関するディスカッションを通して私自身が多くのことを学びました．両氏の研究に参加できたことは私の喜びであり，誇りです．

本研究の遂行にあたり，日本学術振興会より 科学研究費補助金（特別研究員）を受けました．改めて御礼申し上げます．

最後に，私の長い学生生活を物心両面から支えてくれた両親に感謝します．思えばこれまで，私がチャレンジしたいことでできなかったことは何一つなかった．それも両親からの応援があったからこそです．ありがとうございました．

2011年1月