



Title	非線形力学系の分岐理論による神経興奮現象の研究
Author(s)	深井, 英和
Citation	大阪大学, 2000, 博士論文
Version Type	VoR
URL	<a href="https://doi.org/10.11501/3169482">https://doi.org/10.11501/3169482</a>
rights	
Note	

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

氏名	深井英和
博士の専攻分野の名称	博士(工学)
学位記番号	第15519号
学位授与年月日	平成12年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 基礎工学研究科システム人間系専攻
学位論文名	非線形力学系の分岐理論による神経興奮現象の研究
論文審査委員	(主査) 教授 佐藤 俊輔
	(副査) 教授 亀高 惟倫 教授 潮 俊光 講師 土居 伸二 講師 野村 泰伸

## 論文内容の要旨

生体の神経系における情報処理過程において、神経細胞膜の電気的興奮特性は重要な役割を担っている。ところが、神経細胞の電気的振舞いは細胞の種類や環境によって様々である。数ある神経細胞モデルのなかで、それぞれの神経細胞の多様で複雑な電気的振舞いを最も忠実に再現するモデルは Hodgkin-Huxley 方程式（以下 HH 方程式と省略）タイプモデルである。その典型である HH 方程式はヤリイカの巨大軸索膜のモデルであり、連立の常微分方程式で記述される非線形力学系モデルである。HH 方程式は HH 方程式型モデルの中で最も単純なものひとつであり、他の HH 方程式モデルの基本である。HH 方程式は複数のパラメータによってパラメータ付けられており、それらの値によって質的に異なる様々な振舞いを示す。本研究の目的は、非線形力学系の分岐理論の立場から神経細胞モデルの離型である HH 方程式のパラメータに依存した分岐構造を詳細に調べることにより、神経細胞が示す電気的振舞いの多様性を、モデルの分岐構造という視点でとらえることである。

本研究では HH 方程式の分岐構造について主に 2 つの視点からアプローチした。まず始めに、HH 方程式に含まれる複数のパラメータに関して、その値を広い範囲で変化させ、HH 方程式で生じる分岐を調べた。その結果、HH 方程式の大域的な分岐構造および HH 方程式が持つダイナミクスの多様性が明らかになると共に、周期と振幅の異なる 2 種の周期解を同時にもつ、周期解の双安定性がパラメータの広い範囲で見られることがわかった。それらのパラメータ領域は、高度に退化した Hopf 分岐点に関連していた。そこで、次に特異点理論の枠組で HH 方程式のパラメータ空間内で高度に退化した Hopf 分岐点の解析を行い、これまでに確認されていないタイプの高度に退化した Hopf 分岐点を同定した。

本論文は以下のように構成される。第一章では HH 方程式に関してまとめる。第二章では HH 方程式の様々なパラメータに関して大域的な分岐構造について報告する。まず、直流刺激電流のパラメータ  $I_{ext}$ 、 $Na^+$  と  $K^+$  に関するパラメータとのそれぞれの 2 パラメータ分岐図における分岐の大域的構造の類似性、および、他の HH タイプ神経細胞モデルの 2 パラメータ分岐図の分岐の大域的構造との類似性について議論する。次に、HH 方程式の主要な殆どのパラメータ平面において現れた周期と振幅の異なる 2 種の周期解が同時に存在する、周期解の双安定性が生じるパラメータ領域について詳しく報告する。それらのパラメータ領域は高度に退化した Hopf 分岐点に関連していた。そこで第三章で HH 方程式における高度に化した Hopf 分岐について特異点理論の枠組を用いて報告する。第四章では HH 方程式に対する様々な批判について分岐理論の立場から考察する。第五章で本研究で得られた結果をまとめる。

## 論文審査の結果の要旨

神経細胞の電気的振舞いは細胞の種類や環境によって様々である。神経細胞の多様で複雑な電気的振舞いを最も忠実に再現するモデルは Hodgkin-Huxley 方程式（以下 HH 方程式）型のモデルである。その原型である HH 方程式はヤリイカの巨大軸索膜のモデルであり、4変数の連立非線形常微分方程式で記述される。HH 方程式は数個のパラメータによってパラメータ付けられており、それらの値によって質的に異なる様々な振舞いを示す。本研究の目的は、非線形力学系の分岐理論の立場から神経細胞モデルの原型である HH 方程式のパラメータに依存した分岐構造を詳細に調べることにより、神経細胞が示す電気的振舞いの多様性を、モデルの分岐構造という視点で説明することである。

本研究では HH 方程式の分岐構造について主に 2 つの視点からアプローチした。まず初めに、HH 方程式に含まれる複数のパラメータに関して、その値を広い範囲で変化させ、HH 方程式で生じる分岐を調べた。その結果、HH 方程式の分岐の大域的な構造および HH 方程式が持つダイナミクスの多様性が明らかになった。周期と振幅の異なる 2 種の安定な周期解（周期解の双安定性）がパラメータの広い範囲で見られることがわかった。それらのパラメータ領域は、高度に退化した Hopf 分岐点に関連していた。また、HH 方程式のパラメータ空間内で高度に退化した Hopf 分岐点について特異点理論を使って解析した。これまでに確認されていない新しいタイプの高度に退化した Hopf 分岐点を同定した。

本論文は以下のように構成される。第一章では研究の動機を述べ、HH 方程式に関して解説した。第二章では HH 方程式の種々のパラメータに関して分岐図の大域的な構造について述べた。まず、直流刺激電流のパラメータ  $I_{ext}$  と  $Na^+$  および  $I_{ext}$  と  $K^+$  に関する 2 パラメータ分岐図における分岐の大域的構造の類似性、および、他の HH タイプ神経細胞モデルの 2 パラメータ分岐図の分岐の大域的構造との類似性について議論した。次に、HH 方程式の周期と振幅の異なる 2 種の周期解が同時に存在するパラメータ領域について詳しく報告した。この周期解の双安定性は主要な殆どのパラメータ平面において現れた。それらのパラメータ領域は高度に退化した Hopf 分岐点に関連していた。そこで第三章では HH 方程式における高度に退化した Hopf 分岐について特異点理論の立場から詳細に議論した。第四章では HH 方程式に対する様々な批判について、分岐理論の立場から考察を与えた。第五章で本研究で得られた結果をまとめた。

本論文は、神経細胞の数理モデルの分岐構造を調べたもので数理神経科学の分野に貢献をした。よって博士（工学）の学位論文として価値があると認める。