The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	内部重力波の基本特性と砕波機構に関する基礎的研究
Author(s)	平田, 健正
Citation	大阪大学, 1983, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/2339
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

内部重力波の基本特性と砕波機構に関する基礎的研究

１９８３年５月

平　田　健　正

目　　次

序　説 …… 1
1.　本論文の位置付け …… 1
2.　論文内容の要旨 …… 3
参　考　文　献

第1章　内部重力波の基本特性に関する研究 …… 7
1.1　緒　論 …… 7
1.2　二層界面波の基本特性と水理実験による検証 …… 8
1.2.1　二層界面波の線型解 …… 8
1.2.2　実験装置と実験方法 …… 10
1.2.3　実験結果 …… 11
1.3　有限振幅二層界面波の近似解法 …… 12
1.3.1　第2次近似解 …… 13
1.3.2　第3次近似解 …… 15
1.4　境界条件の内部波波形に及ぼす影響 …… 18
1.4.1　本解法の信頼性 …… 18
1.4.2　上・下層水深比の内部波波形に及ぼす影響 …… 18
1.5　結　語 …… 20
参　考　文　献

第2章　斜面上における内部重力波の砕波に関する研究 …… 23
2.1　緒　論 …… 23
2.2　Holmboe の密度モデル …… 24
2.2.1　Holmboe モデルの概要 …… 24
2.2.2　Holmboe モデルの検証 …… 26
2.3　可視観測による内部波の砕波形態 …… 28
2.3.1　実験装置と実験方法 …… 28
(1)　可視化実験 …… 28
(2)　水粒子速度分布の計測 …… 28
2.3.2　可視観測結果 …… 30
2.4　内部波の浅水変形と砕波機構 …… 32

2.4.1　浅水変形に伴う波高・波速・最大水粒子速度の変化 …… 32
2.4.2　砕波帯内の水粒子速度の分布 …… 34
2.4.3　砕波限界条件 …… 36
2.4.4　砕波後の遡上高さ …… 37
2.5　結　語 …… 39
参　考　文　献

第3章　連続密度場における内部重力波の砕波に関する研究 …… 41
3.1　緒　論 …… 41
3.2　内部波の基本特性と水理実験による検証 …… 42
3.2.1　内部波の線型解 …… 42
3.2.2　実験装置と実験方法 …… 44
3.2.3　波束構造を有する内部波 …… 46
(1)　エネルギーの伝播特性と分散関係 …… 46
(2)　位相変化 …… 48
3.2.4　モード構造を有する内部波 …… 49
(1)　波形と波速 …… 49
(2)　振幅の距離減衰率 …… 51
3.3　共鳴現象 …… 51
3.3.1　現象の概要 …… 51
3.3.2　共鳴理論の適用 …… 53
3.3.3　共鳴波の発生限界 …… 54
3.3.4　共鳴波の砕波限界 …… 58
3.4　二成層密度場への拡張 …… 59
3.5　結　語 …… 62
参　考　文　献

第4章　深い湖における内部重力波の現地観測 …… 65
4.1　緒　論 …… 65
4.2　中禅寺湖と現地観測の概要 …… 65
4.2.1　中禅寺湖の地形学的特性 …… 65
4.2.2　現地観測の概要 …… 66
4.3　内部静振 …… 68
4.3.1　風外力に対する密度場の応答特性 …… 68
4.3.2　基本モードの内部静振 …… 70

4.3.3　モード構造を有する内部波 ……71
4.4　躍層規模の内部波 ……74
4.5　結　語 ……76
参　考　文　献

第5章　終　章 ……79
謝　辞 ……82

序　説

1. 本論文の位置付け

密度の異なる流体が接触する時，密度差が極くわずかではあっても界面を形成し，その境界面付近に波動が励起されるのが通例である。この波動は表面波と区別する意味で内部波と称される。こうした密度場は河川水と海水の接点である河川河口部，温度躍層の発達した湖沼や湾内あるいは大気中の寒気団と暖気団の作る前線等，我々をとりまく自然環境に容易に見い出すことができる。ただ，一口に内部波と言っても様々な規模の波動が存在し，研究者の捉える視点により個々の特質も異なる。例えば，周期が慣性周期と同等かそれ以上であれば，内部波は地球自転の影響を受け，中でも旋回性の内部ケルヴィン波[1]が著名である。特に，琵琶湖[2]ではその存在を示唆する周期にして2日程度の温度変動も観測されている[3]。さらに，周期1日程度の内部波は閉鎖性水域の内部静振に見られ[4]，温度躍層面に生長するブルント・バイサラ波であれば周期も数分～数10分[5]と短い。

いずれの場合も内部波は主流あるいは系外から付加されたエネルギーを授受するエネルギー伝達媒体として，また保持し得ない余剰なエネルギーがあれば砕波・混合という形で放出する緩衝効果も合わせ持っている。こうした波動特性を示す好適な事例として有明海の曳き幽霊が挙げられよう。かつて，大量の河川流出のあった有明海に船出した時，懸命に櫂を操っても船は一向に進まず，船頭を悩ましたと言う。これは船の推進力が河川水と海水で作られる界面に作用する時，エネルギーの大半が界面付近で上下する内部波に費されているためと解され，極めて巧妙な自然現象の悪戯と言えよう。

さて，内部波も含めて，成層せん断流場における微小擾乱の安定不安定問題は数学的展開の華麗さと実験的現象の見事さから，多くの研究者によって成果が挙げられている。古くはKelvinとHelmholtzが扱った，密度も流れも均質な2流体が密度不連続な界面を作っている二成層場での不安定問題(K-H不安定)[6]にまで遡る。その後，Taylor[7]とGoldstein[8]により連続的に変化する密度場と流れ場にまで拡張され，Miles[9]の研究に引き継がれる。結果は，広義の意味でのK-H不安定発生の必要条件として局所リチャードソン数$R_i<1/4$が一般定理として導かれた。

しかしながら，重要なことは静的に安定な密度分布を保持し，かつR_i数が限界値より大きいにもかかわらず，海洋中や大気中に大規模な乱れが観測される事実である。この要因として多くの場合，内部波の振舞いに求められ，非乱流場からの乱れの発生因ひいては水質の混合・輸送を担う一因として，内部波の砕波機構が注目されている所以である。既往の研究成果から内部波に基づく不安定機構を要因別に分類すると**表－1**のようである。[10]

表－1　不安定機構の分類

不安定機構	研究者	対象とした密度場と内部波の種類	砕波形態
せん断不安定	Phillips[11] Woods[12] Thorpe[13] 沢本・加藤[14]	連続密度場　・進行波 〃　・〃 二成層密度場・重複波 〃　・〃	せん断不安定
内部波の非線型移流による砕波	Orlanski[15] Delisi・Orlanski[16] Thorpe[17]	連続密度場　・重複波 〃　・進行波 二成層密度場・〃	重力不安定
非線型共鳴干渉	Davis・Acrivos[18] Martin・Simmons・Wunsch[19] McEwan[20]	二成層密度場・進行波 連続密度場　・〃 〃　・重複波	重力不安定 無 重力不安定
臨界層不安定	Booker・Bretherton[21] 田中[22] Thorpe[23]	連続密度場　・進行波 〃　・〃 〃　・〃	せん断不安定 重力不安定
斜面上の砕波	Wunsch[24] Nagashima[25]	連続密度場　・進行波 二成層密度場・〃	重力不安定 無

ここで，内部波の砕波現象と研究状況について**表－1**に沿って述べてみよう。

内部波の水粒子運動に起因するせん断不安定はPhillipsにより提唱されたものであるが，生起する不安定現象の時間スケールに対して，内部波の水粒子運動が少なくとも準定常と見なし得る程度に周期の長い，長波性内部波に適用されるべきであろう。加えて，連続密度場ではせん断不安定の生じる以前に波動としての限界状態に達して砕けるとの指摘もあり[26]，砕波機構をせん断不安定に求めるには密度場と波動規模について十分な吟味が要求される。

こうしたせん断不安定とは異なり，より現実的な重力不安定による内部波の砕波機構も検討されている。すなわち，Orlanskiは連続密度場における内部重複波の砕波形態を調べ，非線型水平方向移流による“きのこ”型の等密度線のoverturnを見い出した。その後，Delsi, et al.が進行波にまで拡張し，Thorpeも同様な砕波現象を確認している。

ThorpeあるいはOrlanskiが精力的に活動を始めたとほぼ同時期に，Davis・Acrivosは彼等と異なる視点から不安定現象を励起する要因の1つとして，非線型共鳴干渉の重要性を指摘した。この研究はMcEwan等に引き継がれ，共鳴波の発生限界や時間増幅率についてかなりの成果が挙げられている。しかしながら，著者の知る限り砕波現象そのものを扱った研究は現在までなされていないようである。

他方，気象力学の晴天乱流や風下波と関連して，最近臨界層不安定が注目されている。この臨界層における内部波の吸収問題はBooker・Brethertonにより発展させられた理論であり，大気乱流に留まらず，海洋乱流にまでその展開が期待されている。勿論，理論展開は魅力的であるが，**表－1**にある通り実験・解析において評価は分かれており，実験資料や確度の高い現地観測資料の集積が待たれている。

最後に掲げた斜面上の砕波現象は，斜面という固定境界の影響を受ける点で上述の不安定現象と異なっている。すなわち，浅水変形による内部波の振幅増加に伴い加速性が増し，砕波に至る現象である。

このように，構築されたモデルが実験的事実に裏付けされていても，砕波現象については定性的記述に留まっていたり，あるいはモデルの検証が今後の研究に委ねられている等，解決すべき問題が数多く残されている。そして，個々の現象は違っていても，内部波の振幅増加をもたらす要因を的確に捉え，且つ振幅の非定常発達過程をどのようにモデル化するかに内部波の砕波機構解明の鍵があると言える。

先述したように，内部波の生起する湖沼や沿岸海域は用水源，生態系の生育環境等多くの目的に供されている。さらに，これらの水域に共通して急速に水質の悪化が進んでおり，水質の保全・改善する目的からも水質の混合・輸送機構の実態究明が望まれている。したがって，内部波についても工学的には砕波による混合量の評価が最終目標となる。ところが，**表―1**にもある通り，砕波の引き金となる要素も様々であり，砕波機構そのものに統一的な見解の得られていない現状では，水質混合量の定量化に先立ち，内部波の砕波機構，すなわち密度界面の破壊限界条件の解明が急務と考えられる。こうした観点に立ち，内部波の砕波機構について基本的な知見を得る目的から，著者は斜面上あるいは密度が連続的に変化する波動場での内部波の挙動究明に努めてきた。[27)~30)] 本論文は，これらの研究で得られた知見を取りまとめたものである。

2. 論文内容の要旨

本論文は，斜面上，並びに密度が連続的に変化する波動場での内部波の砕波機構を究明し，砕波限界条件を提示することを目的としている。さらに，これらの解析に用いた内部波の数理モデルの応用例として，中禅寺湖における湖水温の観測結果に適用され，その有効性を示すとともに，実水域での内部波の実態について論じている。

本論文は次の5章から構成されている。

第1章では，二層界面波モデルを用いて，内部波の波速・波形・エネルギー減衰等の基本特性を説明している。さらに，波形に関する級数展開法を援用して，浅水波領域での有限振幅内部波の近似解法を提案し，上・下層水深比の内部波波形に及ぼす非線型効果を明らかにしている。

第2章では，淡塩二成層密度場に斜面を設置し，これを遡上する内部波の砕波機構について，可視観測することにより検討している。これによると，斜面上の内部波は底部付近の卓越流がトリガーとなり，波動を底から覆すような内部波特有の砕波形態を呈することが明らかにされている。そして，砕波帯内の水粒子速度の観測結果に基づいて，実験・理論の両面から砕波限界条件を提示している。

第3章では，全水深に亘り密度勾配を一定とした直線密度場を設定し，そこに生起する内部波の砕波機構，並びに不均質な波動場の内部波特性に及ぼす影響を明らかにしている。中でも，直

線密度場では基本モード波と，background noiseとの非線型共鳴干渉により，外力周波数より小さい周波数成分を有する内部波の発生することを示し，この共鳴波の発生限界と砕波限界を実験・理論の両面から評価している。さらに，密度勾配一定の躍層を有する二成層密度場へと視点を移し，先の共鳴波の発生・発達から砕波に至る過程を確認して，不安定現象を励起する要因としての非線型共鳴干渉の重要性を指摘している。

第4章では，水温躍層の発達した夏季の中禅寺湖を対象に内部波の現地観測を実施し，前章までに用いた内部波の数理モデルの応用例を示している。まず，風外力に対する密度場の応答特性と風停止に伴う内部静振の発生機構を論じ，続いて，モード構造を有する内部波と躍層規模の内部波を抽出し，これらの挙動特性を明らかにしている。

第5章では，各章で得られた成果を総括している。

参 考 文 献

1) Birchfield, G.E. : Response of a circular model Great Lake to a suddenly imposed wind stress, J. Geophys. Res., vol. 74, pp. 5547～5554, 1969.

2) Kanari, S. : On the study of numerical experiments of two layer Lake Biwa, Jap. J. Limnol., vol. 35, pp. 1～17, 1974.

3) 遠藤修一・今脇資郎・國司秀明：水温変動からみたびわ湖の内部波の研究，京大防災研究所年報，第22号，B-2, pp. 601～609, 1979.

4) Thorpe, S.A. : Near resonant forcing in a shallow two-layer fluid, a model for internal surge in Loch Ness ?, J. Fluid Mech., vol. 63, pp. 509～527, 1974.

5) Graph, W.H. and C.H. Mortimer : Development in water science, Elsevier Scientific Publishing Co., pp. 183～222, 1979.

6) 嶋　祐之：密度流論，水工学シリーズ，65-11, pp. 5～7, 1965.

7) Taylor, G.I. : Effect of variation in density on the stability of superposed streams of fluid, Proc. Roy. Soc. London, A. 132, pp. 499～523, 1931.

8) Goldstein, S. : On the stability of superposed streams of fluid of different densities, Proc. Roy. Soc. London, A. 132, pp. 524～548, 1931.

9) Miles, J.W. : On the stability of heterogeneous shear flow, J. Fluid Mech., vol. 10, pp. 496～508, 1961.

10) 谷　一郎編：流体力学の進歩・乱流，丸善，pp. 191～195, 1980.

11) Phillips, O.M. : The dynamics of the upper ocean, 2nd ed., Cambridge Univ. Press, pp. 211～217, 1977.

12) Woods, J.W. : Wave-induced shear instability in the summer thermocline, J. Fluid Mech., vol. 32, pp. 791～800, 1968.

13) Thorpe, S.A. : On the standing internal gravity waves of finite amplitude, J. Fluid Mech., vol. 32, pp. 489～528, 1968.

14) 沢本正樹・加藤一正：有限振幅内部重複波に関する研究，土木学会論文報告集，第232号，pp. 37～47, 1974.

15) Orlanski, I. : On the breaking of standing internal gravity waves, J. Fluid Mech., vol. 54, pp. 577～598, 1972.
16) Delisi, D. P. and I. Orlanski : On the role of density jumps in the reflexion and breaking internal gravity waves, J. Fluid Mech., vol. 69, pp. 445～464, 1975.
17) Thorpe, S. A. : On the shape and breaking of finite amplitude internal gravity waves in a shear flow, J. Fluid Mech., vol. 85, pp. 7 ～31, 1978.
18) Davis, R. E. and A. Acrivos : The stability of oscillatory internal waves, J. Fluid Mech., vol. 30, pp. 723～735, 1967.
19) Martin, S., W. Simmons and C. Wunsh : The excitation of resonant triads by single internal waves, J. Fluid Mech., vol. 53, pp. 17～44, 1972.
20) McEwan, A. D. : Degeneration of resonantly-excited standing internal gravity waves, J. Fluid Mech., vol. 50, pp. 431～448, 1971.
21) Booker, J. R. and F. P. Bretherton : The critical layer for internal gravity waves in a shear flow, J. Fluid Mech., vol. 27, pp. 513～539, 1967.
22) 田中　浩：臨界層不安定—臨界層概念の拡張—, 天気, vol. 24, pp. 317～333, 1977.
23) Thorpe, S. A. : An experimental study of critical layers, J. Fluid Mech., vol. 103, pp. 321～344, 1981.
24) Wunsch, C. : Progressive internal waves on slope, J. Fluid Mech., vol. 35, pp. 131～144, 1969.
25) Nagashima, H. : Reflection and breaking of internal waves on a sloping beach, J. Oceanogr. Soc. Japan, vol. 27, no. 1, pp. 1～6, 1971.
26) Orlanski, I. and K. Bryan : Formation of the thermocline step structure by large-amplitude internal gravity waves, J. Geophys. Res., vol. 74, no. 28, pp. 6975～6983. 1969.
27) Murota, A. and T. Hirata : An experimental study on the mixing mechanism at the interface of two-layered system, Proc. 18th IAHR, Cagliali, Italy, 1979.
28) 室田　明・平田健正・道奥康治：斜面上における内部重力波の砕波について, 第23回水理講演会論文集, pp. 375～380, 1979.
29) 室田　明・平田健正・道奥康治：内部重力波の基本特性と斜面上における砕波現象について, 土木学会論文報告集, 第301号, pp. 61～70, 1980.
30) 室田　明・平田健正・吉田延雄：連続密度場における内部重力波の基本特性と砕波に関する研究, 土木学会論文報告集投稿中.

第１章　内部重力波の基本特性に関する研究

1.1　緒論

成層化した密度場に生起する内部波を解析的に解く場合，一般には密度場全体を１つの系と考え，渦度方程式と質量保存式を基礎式として特定の境界条件の下で解を求める。この時，設定する密度分布形が現実に即していれば，現象をより忠実に再現し得るはずである。ただ，密度分布が指数分布か，近似的には直線分布[1]であれば解法は容易であるが，こうした密度分布は実際には特殊なケースであり，多くは密度勾配の急変する躍層を有する。そして，躍層を有する密度場に生長する内部波であっても，その内部波波長が躍層規模に比し十分大きい時にはその極限として，二層界面波[2]としての取り扱いが許される。

この解析手法では，上層および下層を別個の均質流体の系と見なし，各層の基礎式（ラプラス方程式）をそれぞれの境界条件の下に解き，二層境界面での条件を用いて圧力と鉛直方向水粒子速度を連続させる。ここで留意すべきは，二層界面波モデルは密度流体としてではなく，均質流体としての解析であって，そのため密度界面で水平方向水粒子速度にすべりを許してしまう。そこで界面の直上と直下に層流境界層を設定し，動力学的条件を満足させることになる[3]

しかしながら，こう言った矛盾を包含するにもかかわらず，二層界面波モデルは1)表面波からの直観が役に立つこと，2)内部波の波形・位相速度等の基本特性が平易に把握できること，の理由から工学上重要であり，内部波を理解する上で最も基本となる解析手法である。その意味で，本章ではまず二層界面波の波形･位相速度･エネルギー減衰等の基本特性を記述し，密度連続体としての解析手法は次章以降に譲る。

ところで，内部波の生起する密度場は自由表面と底面で挟まれた成層媒体中であり，内部波の挙動はこれら２つの境界条件に強く影響される。すなわち，二層系では圧力方程式を介して水深項の形で非線型性が表現され，有限振幅の効果はブーシネ流体であれば専ら上・下層の水深比に支配されると予想される。有限振幅内部波について，水深項を含まない深水波領域のものに関しては表面波と同様のストークス展開による高次近似解が得られているが,[4]　本研究の対象とする内部波は浅水波領域に属するため，水深項を考慮する必要がある。このような浅水内部波について，　Hunt[5]　は　Levi - Civita[6]　が表面波に用いた等角写像法を二層界面波に適用し，すでに高次近似解を求めている。しかし，その解法は非常に煩雑であり，他方，級数展開法による簡便な手法では現在までのところ近似解は得られていない。そこで，本論文では冨永[7]　が表面波に対して行ったと同様の波形に関する級数展開法を援用し，浅水波領域での有限振幅内部波の近似解法を提案する。ついで，本解法の信頼性を確認した後に，上･下層の水深比の内部波波形に及ぼす非線

型効果を実験・理論の両面から明らかにする[8]。

1.2　二層界面波の基本特性と水理実験による検証

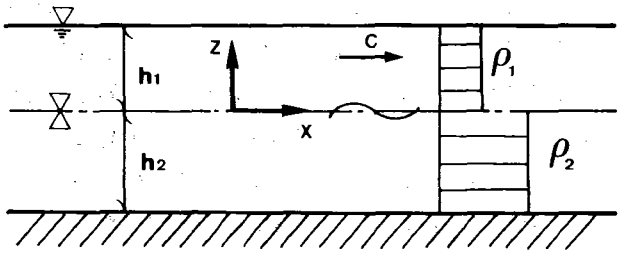
1.2.1　二層界面波の線型解

二層界面波の線型解は多くの成書[9]に詳述されているが，後に行う高次近似解の準備として，また内部波のエネルギー逸散を評価するため紹介しておく。

図-1.1のような二層系を考え，座標系は平均界面をx軸に，z軸は鉛直上向きを正とする。上・下層とも波動以外の主流速成分はなく，非粘性・非回転と仮定する。そして，上・下層の速度ポテンシャルをそれぞれ ϕ_1, ϕ_2 とすれば，基礎式は

$$\nabla^2\phi_i=0 \qquad (i=1,\ 2) \tag{1.1}$$

となる。ここに，　$\nabla^2=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial z^2$　で，添数字1，2はそれぞれ上層と下層を表す。また，水粒子速度$\boldsymbol{v}$は$\boldsymbol{v}=(u_i,\ w_i)=(-\phi_{ix},\ -\phi_{iz})$ で定義され，添記号は各変数の偏微分値を示す。



図－1.1　座標系

自由表面および底面での境界条件は

$$\phi_{1z}=0 \quad (z=h_1),\quad \phi_{2z}=0 \quad (z=-h_2) \tag{1.2}$$

で，h_1, h_2はそれぞれ上・下層の水深である。界面における動力学的条件は

$$p_2-p_1=\rho_2\phi_{2t}-\rho_1\phi_{1t}-\frac{1}{2}\rho_2 v_2^2+\frac{1}{2}\rho_1 v_1^2-(\rho_2-\rho_1)g\eta=0 \qquad (z=\eta) \tag{1.3}$$

であり，ηは界面変位，p_1, p_2はそれぞれ界面の上層側および下層側の圧力，ρ_1, ρ_2はそれぞれ上・下層密度，gは重力加速度，tは時間を表す。

同じく運動学的条件は

$$\frac{D\eta}{Dt}=-\phi_{1z}=-\phi_{2z} \quad (z=\eta) \tag{1.4}$$

となる。ここに，$D/Dt=\partial/\partial t+u\partial/\partial x+w\partial/\partial z$である。

今，速度ポテンシャルϕ_iとして**基礎式(1.1)**と**境界条件式(1.2)**を満たす次のような特解の形を仮定する。

$$\phi_i=C_i\cosh k(z\pm h_i)\sin\theta \tag{1.5}$$

ただし，式中の符号は上層の時負，下層の時正で，C_iは境界条件より決まる定数である。また，θは$\theta=kx-\sigma t$の位相関数で，kは波数，σは周波数である。

さらに，界面での微小変位ηとして$\eta=a\cos\theta$を設定し(aは振幅)，ηと**式(1.5)**を**式(1.4)**に代入して，$z=0$とおけばϕ_iが

$$\left.\begin{aligned}\phi_1&=\frac{a\sigma}{k}\cdot\frac{\cosh k(z-h_1)}{\sinh kh_1}\cdot\sin\theta\\ \phi_2&=-\frac{a\sigma}{k}\cdot\frac{\cosh k(z+h_2)}{\sinh kh_2}\cdot\sin\theta\end{aligned}\right\} \tag{1.6}$$

と求まる。ついで，これらの結果を用いて，**式(1.3)**から分散関係

$$C^2=\frac{(\rho_2-\rho_1)g}{k}\cdot\frac{1}{\rho_1\coth kh_1+\rho_2\coth kh_2} \tag{1.7}$$

が得られる。ここに，Cは位相速度である。

つぎに，二層界面波のエネルギー損失を求めてみよう。エネルギー損失$\dot{E}$ ($\dot{E}=dE/dt$で，Eは波動の全エネルギー）は内部粘性(E_i)，底面摩擦(E_b)，側壁摩擦(E_w)と界面摩擦(E_{fi})から成る。最後に示した界面摩擦は**式(1.6)**から分かるように，ϕ_iの符号が上・下層で逆転し，界面での水平方向水粒子速度にすべりを許しているため，動力学的条件を補償するものとして存在する。

一般に，単位面積，単位時間当たりに粘性によって消散する損失エネルギー$\dot{E}$は

$$\dot{E}=\frac{-1}{L}\int_{-L/2}^{L/2}\int_{-h_2}^{h_1}\mu\left\{\left(\frac{\partial w}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2-4\left(\frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{\partial w}{\partial z}-\frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right\}dzdx \tag{1.8}$$

で与えられる。ここに，μは分子粘性係数，$L=2\pi/k$である。したがって，内部粘性E_iは次のようになる。

$$E_i=-2a^2\sigma^2k(\mu_1\coth kh_1+\mu_2\coth kh_2)$$

他方，境界摩擦によるエネルギー消散量は層流境界層内の水粒子速度成分を求め，shear - wave の1波長δに亘って積分し評価することとする[10]。境界層内では $\partial w/\partial x$，$\partial u/\partial x$ および $\partial w/\partial z$ は $\partial u/\partial z$ に比べ十分に小さいので，**式(1.8)**から底面摩擦について

$$E_b=-\frac{1}{L}\int_{-L/2}^{L/2}\int_0^{\delta}\mu_2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 dzdx$$

$$=-\frac{1}{2}a^2\sigma^2\beta_2\mu_2\mathrm{cosech}^2 kh_2$$

側壁摩擦について

$$E_w=-\frac{a^2\sigma^2}{bk}(\beta_1\mu_1\coth kh_1+\beta_2\mu_2\coth kh_2)$$

となる。ここに，$\beta_i=\sqrt{\sigma/2\nu_i}$，　$\nu_i=\mu_i/\rho_i\ (i=1,2)$，$\delta=2\pi/\beta$ で，bは水路幅である。また，界面摩擦についても，界面の直上と直下に境界層を設定すれば

$$E_{fi}=-\frac{1}{2}a^2\sigma^2(\beta_1\mu_1\coth^2 kh_1+\beta_2\mu_2\coth^2 kh_2)$$

と求まる。なお，本論文では進行波を扱っているため，エネルギーの時間消散量から $da/dx=-\lambda a$ で定義される振幅の距離減衰率λに換算すると

$$\lambda=\frac{-1}{C_g}\cdot\frac{E_i+E_b+E_w+E_{fi}}{2E} \tag{1.9}$$

となる。ここに，C_gは群速度で

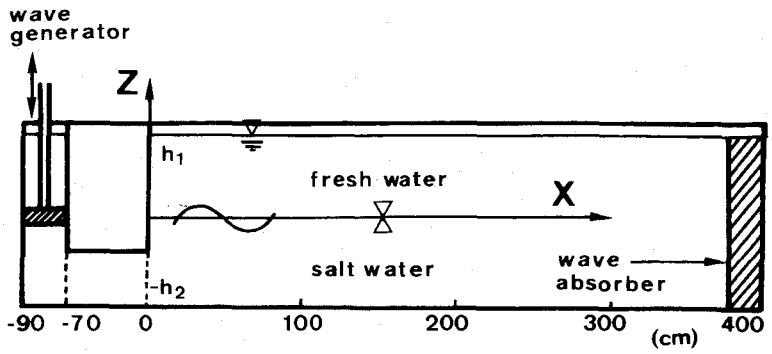
$$C_g=\frac{d\sigma}{dk}=\frac{C}{2}\left(1+\frac{kh_1\mathrm{cosech}^2 kh_1+kh_2\mathrm{cosech}^2 kh_2}{\coth kh_1+\coth kh_2}\right),$$

$$E=\frac{1}{2}(\rho_2-\rho_1)ga^2$$

である。

1.2.2　実験装置と実験方法

本研究に用いた実験装置を**図-1.2**に示す。実験水路は有効長420cm，幅20cm，高さ30cmの側壁透明の塩化ビニル製である。本実験は上・下層静止の淡・塩二成層で水路上流端に設置した造波機は起振部における上・下層間の混合の影響を極力避けるため同図のような水圧式としている。



図－1.2　実験装置

この造波機の動力源は3相交流電動機であり，Diskを介して回転運動をピストンの往復運動に変換する。さらに，ピストンの鉛直シリンダー部はその断面が20cm×20cmの正方形で，70cmの助走区間を経てピストンの往復運動が下層塩水部に伝達される。生起させる内部波の周期 T は $T=3.0$ ～15.0 (sec) の範囲で連続的に変化させることができ，振幅はピストンのストロークを変えることにより調節可能である。[11)]

実験は水路長手方向の2地点($x=60$と100cm) でサーボ式水位計を用いて内部波波形を検出し，この2点間を進行するのに要する時間から波速を求めた。また，振幅距離減衰率は4地点 ($x=$ 40, 100, 160, 220cm) で計測した内部波波形から算出している。実験条件は**表-1.1**に示す通り相対密度差 ε ($\varepsilon=(\rho_2-\rho_1)/\rho_1$) は0.0266, 0.0221, 0.0189の3種類で，各ケースとも周期 T は種々変化させた。なお，一連の実験で反射波の影響を極力なくするため，消波工として磁気テープくずを装入したかごを水路下流端に設置している。

表－1.1　実験条件

Case	ϵ	h_1(cm)	h_2(cm)	T(sec)
1	0.0266	11.6	16.3	4.1～15.2
2	0.0221	11.5	16.6	4.2～12.1
3	0.0189	10.3	17.8	4.1～14.3

1.2.3　実験結果

ここでは，内部波波速と振幅距離減衰率について考察し，内部波波形については次節に譲る。

図-1.3は内部波波速と周期の関係を示した結果であり，**式(1.7)**から得られる理論値も実線で併記している。概して実験値と理論値の間に良い対応が見られるが，当初から予想されたように短周期側（$T<6$ sec）では実験値の方が小さくなっている。このことは，本来二層モデルの適用範囲は長波領域に限られること，また，波長の減少とともに界面近傍の密度分布形を考慮する必要性のあることを示唆している。

ついで，振幅距離減衰率と波数の関係を示せば **図-1.4** の通りである。図中にCase－1の実験条件下の全減衰率λと要因別減衰率λ_jも載せているが，界面摩擦によるλ_{fi}が一等大きく，ついで側壁摩擦λ_w，高波数領域で内部粘性λ_iが効いている。底面摩擦λ_bについてはこれら三者よりかなり小さく，同図には描かれていない。実験資料は Case －1,2の2 種類であり，それらの傾向は理論値と概ね合致するが，表面波で得られた結果[12]と同様に実験値の方が大きくなっている。また，Case－1と2におけるεの値が近いこともあって，実験値に密度差による差異は認められない。

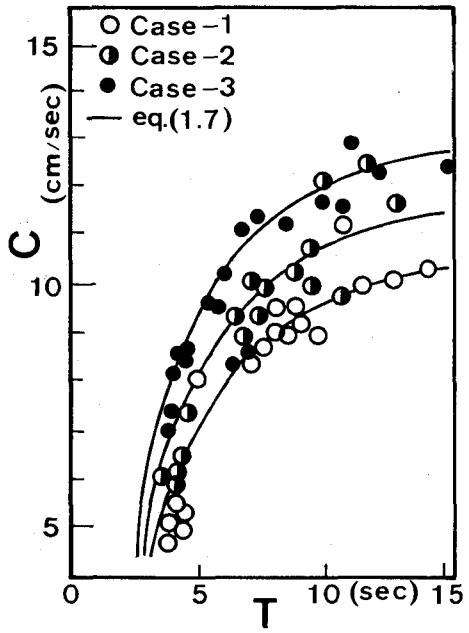


図-1.3　内部波波速

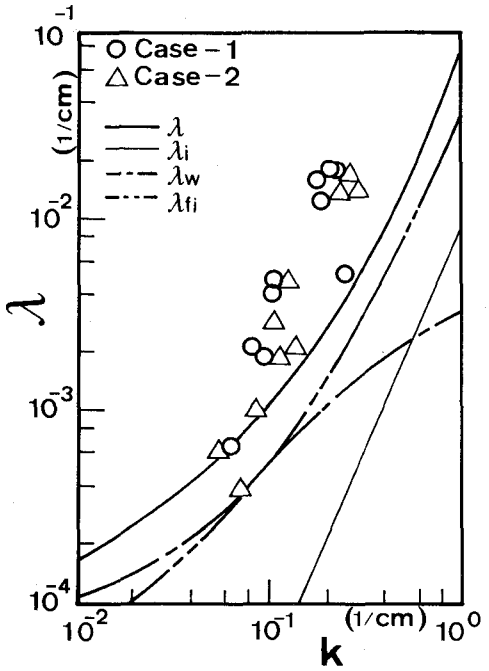


図-1.4　振幅距離減衰率

1.3　有限振幅二層界面波の近似解法

二層界面波モデルでは，密度不連続の明瞭な界面を仮定しているため，表面波と同様の界面で

の動力学的条件から非線型項に関する級数展開が可能で，有限振幅波理論を展開することができる。本論文では波形に関する級数展開法を用いて内部波波形の第3次近似解まで求める。

1.3.1　第2次近似解

基礎式および境界条件式は線型理論で使用したものと同じであるが，ただ，界面での動力学的条件は

$$p_2-p_1=\rho_2\phi_{2t}-\rho_1\phi_{1t}-\frac{1}{2}\rho_2\boldsymbol{v}_2{}^2+\frac{1}{2}\rho_1\boldsymbol{v}_1{}^2-(\rho_2-\rho_1)g\eta$$
$$+A_2-A_1=0 \qquad (z=\eta) \tag{1.10}$$

としておく。ここに，A_iは2次オーダの定数であり，線型理論ではϕ_{it}の項に含ませている。

定数項を消去し，**式(1.4)**を用いて，ηをϕで表すため，**式(1.10)**の両辺に

$$D/Dt=\partial/\partial t+u\partial/\partial x+w\partial/\partial z$$

を施すと

$$\rho_2\phi_{2tt}+\rho_2\boldsymbol{v}_2\nabla\phi_{2t}-\rho_1\phi_{1tt}-\rho_1\boldsymbol{v}_1\nabla\phi_{1t}-\rho_2\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{v}_2{}^2\right)_t-\rho_2\boldsymbol{v}_2\nabla\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{v}_2{}^2\right)$$
$$+\rho_1\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{v}_1{}^2\right)_t+\rho_1\boldsymbol{v}_1\nabla\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{v}_1{}^2\right)+\rho_2 g\phi_{2z}-\rho_1 g\phi_{1z}=0 \quad (z=\eta) \tag{1.11}$$

を得る。ここで，

$$\boldsymbol{v}_i\nabla\phi_{it}=\boldsymbol{v}_i(\nabla\phi_i)_t=-\boldsymbol{v}_i\cdot(\boldsymbol{v}_i)_t=-\frac{1}{2}(\boldsymbol{v}_i{}^2)_t$$

であることを考慮すれば，**式(1.11)**は次式となる。

$$\rho_2\phi_{2tt}-\rho_2(\boldsymbol{v}_2{}^2)_t-\rho_1\phi_{1tt}+\rho_1(\boldsymbol{v}_1{}^2)_t-\rho_2\boldsymbol{v}_2\nabla\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{v}_2{}^2\right)$$
$$+\rho_1\boldsymbol{v}_1\nabla\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{v}_1{}^2\right)+\rho_2 g\phi_{2z}-\rho_1 g\phi_{1z}=0 \qquad (z=\eta) \tag{1.12}$$

今，波形項ηを

$$\eta=\eta^{(1)}+\eta^{(2)}+\eta^{(3)}+\cdots\cdots \tag{1.13}$$

と展開し，さらに関数 $F(\eta)$ を波形について $z=0$ の近傍で級数展開して，オーダの順に並べれば

$$F(\eta)=\underset{O(1)}{F^{(1)}(0)}+\underset{O(2)}{F_z^{(1)}(0)\,\eta^{(1)}}+\underset{O(3)}{\left\{F_z^{(1)}(0)\eta^{(2)}+\frac{1}{2!}F_{zz}^{(1)}(0)\eta^{(1)2}\right\}}+\cdots\cdots$$

$$+\underset{O(2)}{F^{(2)}(0)}+\underset{O(3)}{F_z^{(2)}(0)\eta^{(1)}}+\cdots\cdots$$

$$+\underset{O(3)}{F^{(3)}(0)}+\cdots\cdots \tag{1.14}$$

となる。ここに，$\eta^{(i)}$, $F^{(i)}$ は第 i 次近似項を示す。**式(1.14)**の2次のオーダまで考慮し，**式(1.11)**に対して適用すれば，次式のように境界条件の第2次近似表示式が得られる。

$$\rho_2\phi_{2tt}^{(1)}-\rho_1\phi_{1tt}^{(1)}+\rho_2 g\phi_{2z}^{(1)}-\rho_1 g\phi_{1z}^{(1)}+\rho_2\{\phi_{2ttz}^{(1)}\eta^{(1)}+\phi_{2tt}^{(2)}-(\phi_{2x}^{(1)2}+\phi_{2z}^{(1)2})_t\}$$

$$-\rho_1\{\phi_{1ttz}^{(1)}\eta^{(1)}+\phi_{1tt}^{(2)}-(\phi_{1x}^{(1)2}+\phi_{1z}^{(1)2})_t\}+\rho_2 g(\phi_{2zz}^{(1)}\eta^{(1)}+\phi_{2z}^{(2)})$$

$$-\rho_1 g(\phi_{1zz}^{(1)}\eta^{(1)}+\phi_{1z}^{(2)})=0 \qquad (z=0) \tag{1.15}$$

また，**式(1.4)**も次式のようになる。

$$\phi_{1z}^{(1)}-\phi_{2z}^{(1)}+(\phi_{1zz}^{(1)}-\phi_{2zz}^{(1)})\eta^{(1)}+\phi_{1z}^{(2)}-\phi_{2z}^{(2)}=0 \quad (z=0) \tag{1.16}$$

つぎに，オーダ1の波形および速度ポテンシャルとしては前節の線型理論の値を用いることにする。さらに，第2次近似解 $\phi_i^{(2)}$ については $\phi_i^{(1)}$ と同様にラプラス方程式を満たし，表面および底面での境界条件を満足する次のような特解の形を仮定する。

$$\phi_i^{(2)}=C_i^{(2)}\cosh 2k(z\pm h_i)\sin 2\theta \tag{1.17}$$

ただし，$C_i^{(2)}$ は境界条件より定まる定数で，±の符号は**式(1.5)**と同じである。ここで，淡塩二成層密度場を対象とした場合，相対密度差 ε は 10^{-2} のオーダ（$\varepsilon\ll 1$）であり，近似的には十分に $\rho_2/\rho_1\fallingdotseq 1.0$ と見なすことができる。したがって，本論文では ε については重力項についてのみ考慮し，他の項については $\rho_2/\rho_1=1.0$ として密度差の効果を無視する（ブーシネ近似）。このような近似を用い，**式(1.17)**の係数 $C_i^{(2)}$ を**式(1.15)**，**(1.16)**から求めると，速度ポテンシャルの第2次近似項は上・下層についてそれぞれ次式のようになる。

$$\phi_1^{(2)}=\frac{a^2\sigma\{3(\coth kh_2-\coth kh_1)+\tanh kh_2\}}{8\sinh^2 kh_1\cdot\tanh kh_2}\cdot\cosh 2k(z-h_1)\cdot\sin 2\theta \tag{1.18}$$

$$\phi_2^{(2)}=\frac{a^2\sigma\{3(\coth kh_1-\coth kh_2)+\tanh kh_1\}}{8\sinh^2 kh_2\cdot\tanh kh_1}\cdot\cosh 2k(z+h_2)\cdot\sin 2\theta \tag{1.19}$$

波速Cについては第2次近似解までは第1次近似解と同様次式となる。

$$C^2=\frac{(\rho_2-\rho_1)g}{k}\cdot\frac{1}{\rho_1\coth kh_1+\rho_2\coth kh_2}$$

$$\fallingdotseq\frac{\varepsilon g}{k}\cdot\frac{1}{\coth kh_1+\coth kh_2} \tag{1.20}$$

波形ηは以上の結果を用いて，**式(1.10)**から求められる。**式(1.10)**は定数項$A(=A_2-A_1)$を含んでいるが，$\eta^{(2)}$についてその平均界面は静止界面と一致すべきであるから($\overline{\eta^{(2)}}=0$)，定数項Aは

$$A=\frac{a^2\varepsilon gk}{4}(\coth kh_2-\coth kh_1)$$

と決定され，結局波形の第2次近似解として

$$\eta=\eta^{(1)}+\eta^{(2)}+O(3)$$

$$=a\cos\theta+\frac{a^2k}{4}(\coth kh_2-\coth kh_1)\cdot(3\coth kh_1\cdot\coth kh_2+1)\cdot\cos 2\theta+O(3) \tag{1.21}$$

が得られる。

1.3.2 第3次近似解

第3次近似解についても，境界条件式を3次のオーダまで展開して計算することができる。ただ，注意すべきは分散関係として**式(1.7)**は使えず，$\sigma_0{}^2=\varepsilon gk/(\coth kh_1+\coth kh_2)$として

$$\sigma^2=\sigma_0{}^2+\alpha^2\sigma_1{}^2+\alpha^4\sigma_2{}^2+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \tag{1.22}$$

のように展開される。ここに，$\alpha=ak$である。したがって，$\phi_i{}^{(1)}$についても**式(1.6)**ではなく

$$\left.\begin{aligned}\phi_1^{(1)}&=\frac{a\varepsilon g}{\sigma}\cdot\frac{\cosh k(z-h_1)}{\sinh kh_1(\coth kh_1+\coth kh_2)}\cdot\sin\theta\\ \phi_2^{(1)}&=-\frac{a\varepsilon g}{\sigma}\cdot\frac{\cosh k(z+h_2)}{\sinh kh_2(\coth kh_1+\coth kh_2)}\cdot\sin\theta\end{aligned}\right\} \tag{1.23}$$

として用いる。なお，波形については $\eta=a\cos\theta$ と同じである。第2次近似解 $\phi_i^{(2)}$，$\eta^{(2)}$ も先と同様の方法で求めるが，σ のまま残して計算しておく。こうして得られた $\phi_i^{(2)}$，$\eta^{(2)}$ を $\phi_i^{(1)}$，$\eta^{(1)}$ とともに，**式(1.12)**について3次のオーダに関する項のみの和をとった式に代入すれば，かなり面倒な計算の後

$$\phi_{2tt}^{(3)}-\phi_{1tt}^{(3)}+\varepsilon g\phi_{2z}^{(3)}-P_1\sin\theta-P_3\sin3\theta=0$$

ここで，

$$P_1=\varepsilon g(ak)^3CF_1,\quad P_3=\varepsilon g(ak)^3CF_3$$

$$F_1=\frac{1}{8}\{3(\coth kh_2-\coth kh_1)(3\coth kh_2-2\coth kh_1)\coth kh_1\cdot\coth kh_2$$
$$-(\coth kh_2-\coth kh_1)(7\coth kh_2-10\coth kh_1)-6\coth kh_1\cdot\coth kh_2\}$$
$$+5/4$$

$$F_3=\frac{1}{8}\{9(\coth kh_2-\coth kh_1)(3\coth kh_2-2\coth kh_1)\coth kh_1\cdot\coth kh_2$$
$$-(\coth kh_2-\coth kh_1)(9\coth kh_2-14\coth kh_1)-10\coth kh_1\cdot\coth kh_2\}+7/4$$

と整理され，したがって第3次近似項まで考慮した**圧力方程式(1.12)**は

$$\sum_{i=1}^{3}(\phi_{2tt}^{(i)}-\phi_{1tt}^{(i)}+\varepsilon g\phi_{2z}^{(i)})-P_1\sin\theta-P_2\sin2\theta-P_3\sin3\theta=0 \tag{1.24}$$

と記述することができる。ここに，

$$P_2=\frac{a^2\varepsilon^2g^2k^2\sigma^{-1}}{\coth kh_1+\coth kh_2}\left(\frac{3}{2}\coth kh_2-\coth kh_1\right)$$

である。

式(1.24)が恒等的に成立するには左辺の $\sin\theta$，$\sin2\theta$，$\sin3\theta$ の係数が全て0でなければならない。ただし，$\sin2\theta$ の係数については，既に第2次近似解で満たされている。まず，$\sin\theta$ の係数より $\boldsymbol{O}(\alpha^2)$ まで考慮した分散関係式が

$$\sigma^2=\frac{\varepsilon gk}{\coth kh_1+\coth kh_2}\{1+\alpha^2F_1+\boldsymbol{O}(\alpha^4)\} \tag{1.25}$$

と求まる。以上のように $\sin\theta$ の項は分散関係を，$\sin3\theta$ の項は**式(1.4)**とともに $\phi_i^{(3)}$ を決定する方に使用される。すなわち，$\phi_i^{(3)}$ を $\phi_i^{(1)}$ および $\phi_i^{(2)}$ と同様

$$\phi_i^{(3)}=C_i^{(3)}\cosh3k(z\pm h_i)\cdot\sin3\theta \tag{1.26}$$

と設定すれば

$$\left.\begin{aligned}\phi_1^{(3)} &= -\frac{P_3-3\varepsilon gk\coth 3kh_2\cdot D+\varepsilon gk(\coth kh_1+\coth kh_2)D}{3\varepsilon gk-9\sigma_0{}^2(\coth 3kh_1+\coth 3kh_2)} \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \cdot\frac{\cosh 3k(z-h_1)}{\sinh 3kh_1}\cdot\sin 3\theta \\ \phi_2^{(3)} &= \frac{P_3+3\varepsilon gk\coth 3kh_1\cdot D}{3\varepsilon gk-9\sigma_0{}^2(\coth 3kh_1+\coth 3kh_2)}\cdot\frac{\cosh 3k(z+h_2)}{\sinh 3kh_2}\cdot\sin 3\theta\end{aligned}\right\} \quad (1.27)$$

ここに，

$$D=\frac{a^3k^2C}{8}(\coth kh_1-\coth kh_2)(9\coth kh_1\cdot\coth kh_2+5)$$

となる。波形はこれらの結果を**式(1.10)**に代入し，$\eta^{(3)}$について整理すると

$$\eta^{(3)}=a^3k^2(B_1\cos\theta+B_3\cos 3\theta)+O(\alpha^5) \quad (1.28)$$

と求まる。ここに，

$$B_1=\frac{9}{8}+\frac{3}{4}(\coth kh_2-\coth kh_1)^2\coth kh_1\cdot\coth kh_2$$

$$-\frac{1}{4}(\coth^2 kh_1-\coth kh_1\cdot\coth kh_2+\coth^2 kh_2)$$

$$B_3=-\frac{1}{8}+\frac{3}{4}(\coth kh_2-\coth kh_1)^2\coth kh_1\cdot\coth kh_2$$

$$-\frac{1}{4}(\coth^2 kh_1-\coth kh_1\cdot\coth kh_2+\coth^2 kh_2)$$

$$-\frac{(\coth 3kh_1+\coth 3kh_2)F_3+(\coth kh_1+\coth kh_2)\coth 3kh_1\cdot F}{\coth kh_1+\coth kh_2-3(\coth 3kh_1+\coth 3kh_2)}$$

$$F=D/(a^3k^2C)$$

である。すなわち，第３次近似解は次式のように表される。

$$\eta=(a+a_1)\cos\theta+a_2\cos 2\theta+a_3\cos 3\theta \quad (1.29)$$

ここに，$a_1=a^3k^2B_1$，$a_2=a^2kB_2$，$a_3=a^3k^2B_3$，

$$B_2=\frac{1}{4}(\coth kh_2-\coth kh_1)(3\coth kh_1\cdot\coth kh_2+1)$$

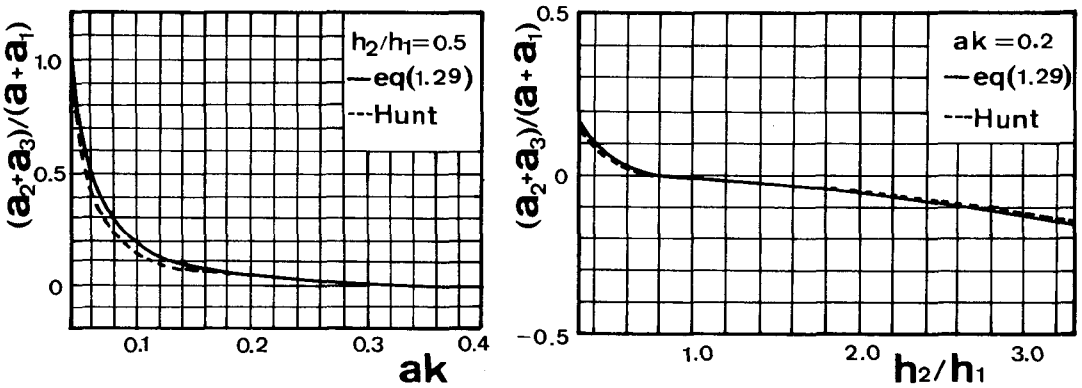
である。

1.4　境界条件の内部波波形に及ぼす影響

1.4.1　本解法の信頼性

本論文で用いた近似解法の精度を**式(1.29)**とHuntの解[13]を数値的に比較して調べる。この場合，各種水理量を計算するに際し，Huntの理論値も本解法と同様$\rho_2/\rho_1=1.0$として求めている。

波形の有限振幅性を代表するパラメターとして$(a_2+a_3)/(a+a_1)$を選び，波形勾配akと上･下層間の水深比h_2/h_1に対してそれぞれ**図-1.5(*a*),(*b*)**にHuntの解とともに示している。ここに，$(a+a_1)$は**式(1.29)**の基本周波数成分の振幅で，a_2，a_3はそれぞれ2倍および3倍周波数成分のそれである。両図によれば，簡便な級数展開による解法は等角写像法を用いたHuntの解とかなり広い範囲で合致し，十分な精度を有していることが理解されよう。また，波形全体に対する比較も行っているが両者にほとんど差異のなかったことを付記しておく。



（a）　$(a_2+a_3)/(a+a_1)$とak　　（b）　$(a_2+a_3)/(a+a_1)$とh_2/h_1

図-1.5　本解法の信頼性

1.4.2　上･下層水深比の内部波波形に及ぼす影響

実測波形と**式(1.29)**から計算された理論波形を**図-1.6**に比較している。実験資料はいずれも$\varepsilon=0.0280$，周期$T=5.95$secであり，全水深(h_1+h_2)は16cmと一定にして，水深比h_2/h_1を変化させた結果である。また，理論波形については，実験諸量より波数kを求め，実測波高と理論波高が一致する振幅aを決定して描いている。（図中，実線は**式(1.29)**，点線は正弦波形である。）

同図より各実験資料とも波形の有限振幅効果について，本近似解から予想されたものに近いことが理解される。すなわち，1)水深のより大きい層側へ波形が尖ること，2)上・下層同水深の時には，本近似解と正弦波形がほぼ合致すること，である。この2)の特徴について，**式(1.29)**から明らかなように$h_1=h_2$とすれば第2次近似項は0となっても第3次近似項は0とならず，この結

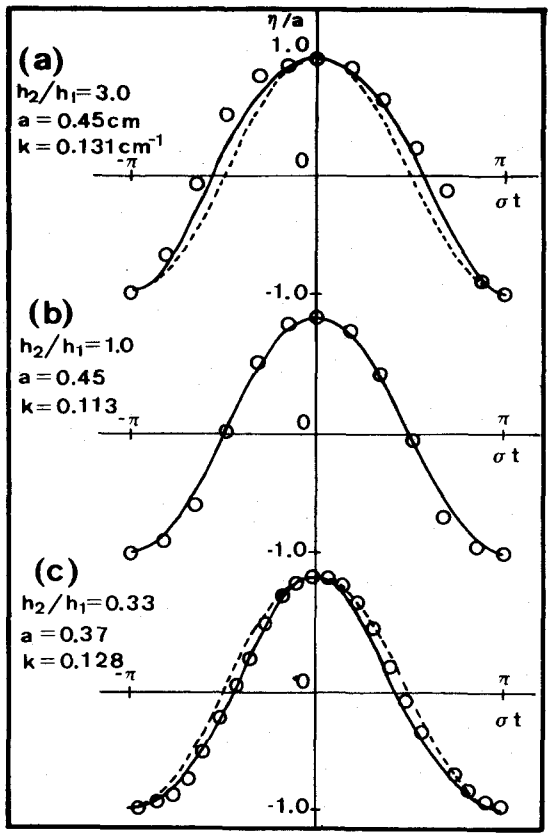


図-1.6　実測波形と理論波形の比較

果は**図-1.5(*b*)**にも反映されている。しかし，その値は小さく，正弦波形ともほぼ一致することから，密度差が十分小さく，上・下層の水深が等しい場合には波形に非線型効果はほとんど現れないと言える。したがって，波形における非線型性は上・下層の水深比に支配されると結論できる。この性質は非周期性内部波にも見られ興味深い[14]。

つぎに，波形に及ぼす上・下層水深の影響をより定量的に表現するため次式の尖度Kを定義する。

$$K=\frac{\Sigma(z_i\cdot\Delta x\cdot x_i^4)}{\{\Sigma(z_i\cdot\Delta x\cdot x_i^2)\}^2} \tag{1.30}$$

ここに，記号の説明は**図-1.7**に記されている。同図は波形の下層側における最大変位点をz軸の原点にとり，波形は波高で除して描いたものである。そして，尖度Kを**式(1.30)**で定義した理由は上・下層水深比による波形の変化は，**図-1.7**中の波形と横軸の囲む面積変化として現れるためである。

式(1.30)に従えば，正弦波形の尖度をKsとして$h_1 > h_2$の時，$K/K_s > 1.0$，$h_1 < h_2$に対して$K/K_s < 1.0$となる。**式(1.29)**より$a=0.5$cm，$h_1+h_2=16$cmとして3種類の波数kについて尖度Kを求め**図-1.8**に整理しているが，上・下層同水深の場合には$K/K_s=1.0$となり，先述の結果が再確認される。

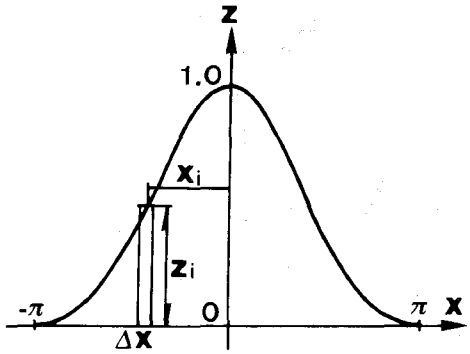


図-1.7　記号の説明

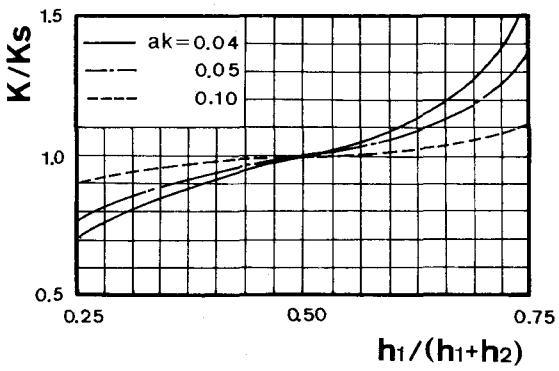


図-1.8　内部波波形の尖度

1.5　結語

本章では淡塩二成層界面に内部波を生起させ，その基本特性について実験・理論の両面から検討を加えた。中でも，波形に関する級数展開法を用いることにより有限振幅内部波の第3次近似解が求められ，上・下層水深比の内部波波形に及ぼす効果が明らかにされた。本章で得られた結果は以下のようにまとめられる。

1)表面波の知見を援用して二層界面波の振幅距離減衰率が評価され，実験値と比較された。その結果，実験値は理論値を上回るものの，その傾向は概ね理論と合致することが示された。また，全減衰率に寄与する要因別割合は界面摩擦が一等大きく，ついで側壁摩擦，内部粘性と続き，底面摩擦は無視し得る程度に小さい。

2)波形に関する級数展開法を用いて，浅水波領域における有限振幅内部波の第3次近似解が求められた。そして，従来のHuntの近似解とも比較されたが両者は満足すべき程度に一致し，本解法は十分な精度を有することが示された。

3)浅水波領域の二層界面波について，上・下層同水深の時には波形に非線型効果はほとんど現れず，波形における非線型性は専ら上・下層の水深比に支配されることが明らかにされた。

参 考 文 献

1) Delisi, D. P. and I. Orlanski : On the role of density jumps in the reflexion and breaking of internal gravity waves, J. Fluid Mech., vol. 69, pp. 445～464, 1975.

2) Long, R.R. : Solitary waves in one and two fluid systems, Tellus, vol. 8 , pp, 460～471, 1956.

3) 室田　明・平田健正・道奥康治：一様水深および水深変化に伴なう内部重力波の変形について，第33回土木学会年次学術講演会概要集II，pp. 439～440，1978.

4) 浜田徳一：密度流の諸問題(2)，第14回海岸工学講演会論文集，pp. 214～221，1967.

5) Hunt, J.N. : Interfacial waves of finite amplitude, La Houille Branche, no. 4 , pp. 515～525, 1961.

6) Levi-Civita, T. : Determination rigoureuse des ondes permanents d'ampleur finie, Mathematische Annalen, vol. 93, pp. 264～314, 1925.

7) 冨永政英：海洋波動，共立出版，pp. 528～569，1976.

8) 室田　明・平田健正・道奥康治：内部重力波の基本特性と斜面上における砕波現象について，土木学会論文報告集，第301号，pp. 61～70，1980.

9) 例えば，Turner, J.S. : Buoyancy effects in fluids, Cambridge Univ. Press, pp. 14～24，1972.

10) 石原藤次郎編：水工水理学，丸善，pp. 500～506，1972.

11) 室田　明・平田健正・道奥康治：斜面上における内部重力波の砕波について，第23回水理講演会論文集，pp. 375～380，1979.

12) 岩垣雄一・土屋義人・陳　活雄：海底摩擦による波高減衰の基礎的研究(2)，一層流境界層方程式の非線形項の影響について―第12回海岸工学講演会講演集，pp. 41～49，1965.

13) 前出の文献5)

14) Benjamin, T.B. : Internal waves of finite amplitude and permanent form, J. Fluid Mech., vol. 25, pp. 241～270, 1966.

第2章　斜面上における内部重力波の砕波に関する研究

2.1　緒論

成層化した密度場での混合形態は，乱れの発生因の違いにより，大規模な渦動による対流・混合,[1]強いせん断効果による擾乱の発生・発達[2]から内部波の砕波[3]に至るまで,際立った相異を見せ,その事が，水質混合量の普遍的評価を難しくしている。このような現状にあって，最近，水質混合量算定の精度向上を，さらには水質混合の促進あるいは抑制と言った工学的制御手法の開発を目指して，流れや密度場の微細構造にまで立ち入り，混合機構そのものを直視しようとする気運が高まっている。[4] そして，二成層流れに限って言えば，その対象は大部分が，混合層スケールの内部波であり，水工学上の興味もこの種の内部波の安定・不安定問題に向けられていると言って良い。

一般に，上層のレイノルズ数が十分大きい場合でも，界面付近の流況は，乱流あるいは非乱流のいずれでもない中間のモードを形成していると考えられ，加えて界面近傍には密度差による成層安定効果も働くことを勘案すれば，自励的内部波による密度界面の破壊は著しく困難と予想される。[5] しかしながら，現実の河川感潮部には強混合状態も存在し，実験室規模での混合現象もその程度にまで促進させる必要があると言えよう。現在までの実験・解析例のほとんどは準定常下で行われたものであり，加速度項，あるいは強制外力項の欠如していることを考えあわせれば，なんらかの非定常性を考慮することにより，かなり現実に近い混合状態を再現し得るのではないかと期待される。

非定常性を導入した実験例として，せん断流場についてはcontainer flumeを傾けることにより加速度流を発生させた一連のThorpeの研究[6)7)]に代表されるが，内部波の砕波現象を取り扱った研究は重複波と進行波に大別される。

序説で述べたようにOrlanski[8]は,密度勾配を一定とした2次元タンク内に生起する内部重複波の非定常発達過程，およびそれに伴う内部重複波の不安定性を見い出している。特に，初期の不安定性発達率については正弦外力項をN-S方程式に組み入れて求めた解析解と実験値との間に満足すべき一致を得，さらに非線型移流項を考慮したうえで流れ関数をシミュレートした結果，実験で認められたnode部での不安定密度勾配の形成を実証した。Thorpe[9]も同様の実験装置を用いてnode部での不安定密度勾配の出現を確認し，Orlanskiと同じく移流項に基づく不安定であるという一致した見解を表明している。また，水と油を用いた二層系の実験においても沢本・加藤[10]は同様の砕波形式を示唆した。

他方，Wunsch[11)12)]は，連続成層場において浅水変形する内部波を理論および実験の両面から取り扱い，斜面上の流れ場および内部波の伝播特性を明らかにした。一連の研究で彼は底部付近の水平方向流速の卓越を指摘し，それが底部粘性底層からの渦度拡散に起因するとしているが，砕波およびそれに基づく混合現象についての詳しい記述はなされていない。長島[13)]は，水と油の二層界面に生起する内部波を浅水変形させ，波動特性および砕波の分類等について論じている。こうした混合しない流体間の界面波を扱った場合，その砕波形態は重い流体が多数の球状塊となって散乱するという界面破壊形式であり，砕波・混合問題を論じる場合には留意すべきである。

以上のごとく，各研究者において実験装置にも種々工夫が凝らされ，用いた波動特性により砕波形態も様々であるが，本研究ではより現実に即するという意味から，淡塩二層界面に生起する進行波を取り扱うことにする。

二成層密度場といえども界面付近には密度勾配の急変する躍層部を有するのが通例であり，密度分布形を考慮する方がより理想的と考えられる。そういった意味から連続密度成層場として取り扱った密度モデルにも言及し，内部波動への適用性を吟味する。そして，本章では，より大規模な混合現象を期待して斜面を設置し，これを遡上する内部波の砕波，つまり界面の破壊機構を可視観測することにより考察するものである。[14)] こうした情況は湖沼あるいは海洋の汀線付近の砕波帯に見い出すことができる。

2.2 Holmboeの密度モデル

2.2.1 Holmboeモデルの概要

前述したように現実の二成層流れや深い湖の密度分布は密度が深さとともに急に増加し，界面近傍に有限厚さの躍層を有する場合が一般である。Holmboeはこうした密度変化が表面，あるいは底面付近では非常に小さいことに着目し，より現実的な密度分布を次式で表している。なお，座標系は**図-1.1**と同様で，z 軸の原点は上・下層密度の相乗平均値の位置にとっている。

$$\rho_0 = \hat{\rho}\exp\{-\alpha\tanh\left(\frac{z}{h}\right)\} \tag{2.1}$$

ここに，$\hat{\rho}$は上・下層の密度ρ_1，ρ_2の相乗平均値，α は上・下層間の密度差を示す無次元パラメター，hは特性躍層厚さである。ここで，**式(2.1)**で表される密度場での内部波特性を調べてみよう。今，ブーシネ近似を施すと，非圧縮の条件 $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$ が成立し(uおよびwはそれぞれ水平方向と鉛直方向の水粒子速度成分)，流れ関数ψの設定が可能となる。したがって，基礎式は次の渦度方程式と質量保存の式となる。

$$-(\nabla^2\psi)_t + \boldsymbol{J}(\nabla^2\psi, \psi) = \frac{\rho_x}{\rho_0}g \tag{2.2}$$

$$\frac{D\bar{\rho}}{Dt}=0 \tag{2.3}$$

ここに，$\boldsymbol{J}$はヤコビアン行列，$(u, w)=(-\psi_z, \psi_x)$，gは重力加速度，密度$\bar{\rho}$は$\bar{\rho}=\rho_0+\rho$で，ρ_0は静止状態の密度分布(例えば**式(2.1)**)，ρは波動が生じたことによる変動成分である。**式 (2.2)** と**式(2.3)**から ρ_xとρ_t を消去すると次式の波動方程式が得られる。

$$\nabla^2(\psi)_{tt}+N^2\psi_{xx}=\boldsymbol{J}(\nabla^2\psi, \psi)_t+\frac{g}{\rho_0}\boldsymbol{J}(\psi, \rho)_x \tag{2.4}$$

ここに，Nはブルント・バイサラ振動数で，$N^2=-(g/\rho_0)(d\rho_0/dz)$ である。つぎに，流れ関数ψを

$$\psi=\frac{1}{\sqrt{\rho_0}}X(z)\exp i(kx-\sigma t) \tag{2.5}$$

のごとく設定し，若干の変数変換をした後，線型化された波動方程式(**式(2.4)**で右辺＝0とする)に代入すれば，振幅$X(z)$に関するルジャンドルの常微分方程式が得られる。冨永[15]は，この方程式の解を求めているが，その中に含まれる未知係数を決定する必要がある。そこで，本研究では界面での等密度変位ηを$\eta=a\exp i(kx-\sigma t)$と仮定し，線型化された界面での運動学的条件$\psi_x=\eta_t|_{z=0}$を用いて，流れ関数$\psi$を次式のように求めた。

$$\psi=-a\frac{\sigma}{k}\frac{\exp\left\{\frac{\alpha}{2}\tanh\left(\frac{z}{h}\right)\right\}\left\{\frac{e^{kz}}{\Gamma(1-m)}F\left(1+p, -p; 1-m; \frac{1-\zeta}{2}\right)-\frac{Re^{-kz}}{\Gamma(1+m)}F\left(1+p, -p; 1+m; \frac{1-\zeta}{2}\right)\right\}}{\frac{1}{\Gamma(1-m)}F\left(1+p, -p; 1-m; \frac{1}{2}\right)-\frac{R}{\Gamma(1+m)}F\left(1+p, -p; 1+m; \frac{1-\zeta}{2}\right)}\cdot\exp\{i(kx-\sigma t)\} \tag{2.6}$$

ここに，

$\zeta=\tanh\left(\frac{z}{h}\right)$,

$\Gamma(a)$は Gamma 関数,

$F(a, b; c; z)$は超幾何関数,

$m=kh$,

$p=(-1+\sqrt{1+4gh\alpha/(\sigma/k)^2})/2$

で，

$$R=\frac{\frac{\Gamma(-m)e^{-kh_2}}{\Gamma(-m-p)\Gamma(1-m+p)}+\frac{\Gamma(m)e^{kh_2}}{\Gamma(1+p)\Gamma(-p)}}{\frac{\Gamma(m)e^{kh_2}}{\Gamma(m-p)\Gamma(1+m+p)}+\frac{\Gamma(-m)e^{-kh_2}}{\Gamma(1+p)\Gamma(-p)}}$$

である。

一方，分散方程式については表面および底面での境界条件で与えられ，

$$\frac{\Gamma(1+m)}{\Gamma(1-m)}e^{2kh_1}=\frac{P_+ + Q_- e^{-2kh_2}}{Q_+ + P_- e^{-2kh_2}} \tag{2.7}$$

ここに，

$$P_\pm=\frac{\Gamma(\pm m)}{\Gamma(1+p)\Gamma(-p)}\ ,\qquad Q_\pm=\frac{\Gamma(\pm m)}{\Gamma(\pm m-p)\Gamma(1\pm m+p)}$$

波速 C_h は

$$C_h{}^2=\frac{\alpha g h}{p(p+1)} \tag{2.8}$$

となる。上式中の P, Q は複号同順である。そして，長波性の基本モードの波動に対しては $p\ll 1$, $m\ll 1$ と考えられることから，結局**式(2.7)**，**(2.8)**は近似的に次式のように表される。

$$C_h{}^2=\frac{2\alpha g}{k}\cdot\frac{1}{(\coth kh_1+\coth kh_2)\{1+m(\coth kh_1+\coth kh_2)/2\}} \tag{2.9}$$

上式中，右辺｛｝内の第２項が躍層を考慮したことによる補正項であり，特性躍層厚 $h=0$，すなわち $m=0$ とすればポテンシャル理論より得られる二層系での**界面波速式(1.7)**と一致する。

2.2.2 Holmboeモデルの検証

まず，**図-2.1**は実験で得られる密度分布の一例であり，図中の曲線は回帰分析より求めた**式(2.1)**の密度分布形を表している。これによると，本実験の密度分布形は**式(2.1)**で十分に近似されることが分かる。[16]

こうして得られた α と h を用いて**式(2.9)**より C_h（実線）を求め，**第１章図-1.3**の実験資料と比較すれば**図-2.2**となる。同図に二層モデルの波速 C_2（点線）も載せているが，概してHolmboe モデルの波速は二層モデルのそれより小さく，界面付近の密度分布形を加味した効果が現れている。特に，短周期側（$T<6$sec）では，界面波速の低減をよく説明している。しかしながら，長周期側（$T>10$sec）では両者に大差はなく，これは，波長が躍層厚さに比べて十分大きく，密度場が二層系とみなし得るためと考えられる。

これらの結果から，Holmboeの密度モデルは本実験結果の解析に十分な精度で適用可能と考えられる。

つぎに，**図-2.3**は実験室規模で得られる値，すなわち $h_1=14$(cm)，$h_2=7$(cm)，$\alpha=0.013$,

$h=0.75$(cm), $a=1.0$(cm), $T=13$(sec)を用いて**式(2.6)**より試算した水平方向水粒子速度$u=-\psi_z$(実線)と鉛直方向水粒子速度$w=\psi_x$(点線)の分布形を示したものである。なお，同図のuおよびwに対する位相角θはそれぞれ$\theta=0$，$\pi/2$である。密度分布形を考慮した結果，特に水平方向

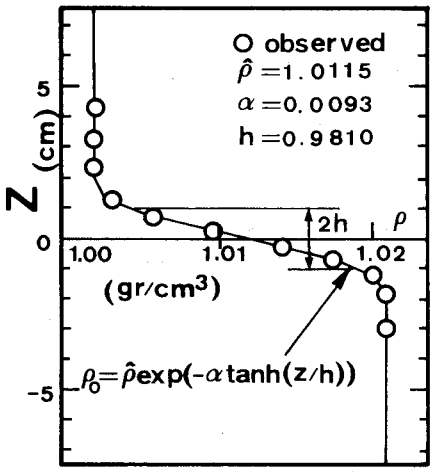


図-2.1　密度分布

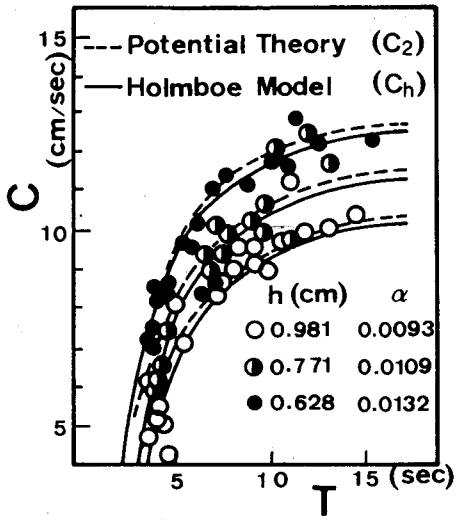


図-2.2　Holmboeモデルによる内部波波速

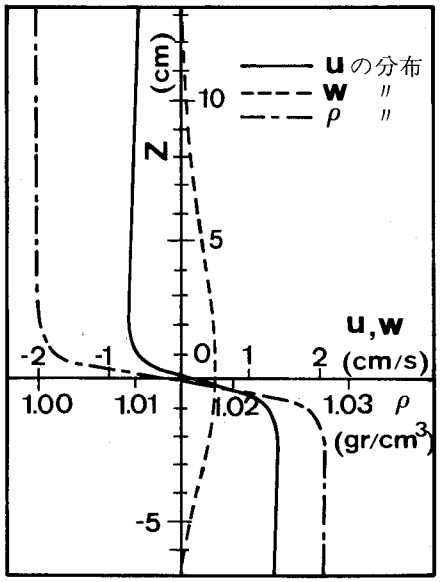


図-2.3　Holmboeモデルでのρ，u，wの鉛直方向分布

水粒子速度は界面付近の躍層部(界面からの変位にして$2h$から$-2h$程度)で負から正へと変化し，界面には最大水粒子速度が現れ得ないことを示している。換言すれば，密度効果により界面付近の水粒子運動が拘束され，上・下層静止の界面に生起する内部波は界面では非常に砕けにくいことを示唆し，興味深い。

2.3 可視観測による内部波の砕波形態

2.3.1 実験装置と実験方法

本研究に用いた実験装置の概略を**図-2.4**に示す。実験水路・造波機等は前章の実験で使用したものと同じである。この水路内に，上層水深$h_1=13.3$cm，下層水深$h_2=14.7$cmの淡塩二成層密度場を作り，斜面勾配$S=1/10$，1/20の2種類について各々以下の実験が行われた。

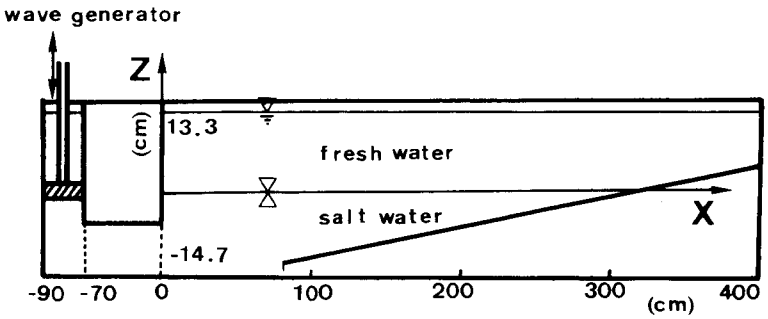


図-2.4 実験装置

(1)可視化実験

浅水変形から砕波に至る過程の内部波波形を検出すること，および砕波帯内の水粒子挙動を可視化するために斜面上に張った白金線から水素気泡を連続的に発生させ，その水素気泡群をトレーサーとする方法を採用する。さらに，砕波から遡上に至る過渡的な領域では，特に界面の振舞いを調べるためスリット光束を水路上方から照射して可視観測を行う。なお，この可視化実験には色素トレーサーとしてフルオレセインナトリウムをあらかじめ塩水中に溶解させて用いている。いずれの可視化像も16ミリシネフィルムに記録し，フィルムモーションアナライザーを用いて解析する。

(2)水粒子速度分布の計測

水粒子速度については浅水域と砕波帯内の水平方向水粒子速度の鉛直分布を$h_2=5.0\sim0.5$cmの区間に10cmないし5cm間隔に設けた白金線から水素気泡列を0.1秒間隔で発生させ，16ミリシネフィルムに記録して読み取る。

実験条件は**表-2.1**に示すように，上下層の相対密度差εは4種類であり，生起させる内部波は粘

表-2.1　実験条件

Case	ε	T(sec)	H_0/L_0	S	Temp(°C)
1		12.65	0.00483		
2		10.75	0.00750		
3		8.35	0.01745		
4		8.70	0.02654		
5	0.0138	11.65	0.00933	1/20	29.0
6		12.75	0.00641		
7		12.70	0.01244		
8		10.35	0.02445		
9		8.90	0.04154		
10		14.15	0.00253		
11		12.33	0.00514		
12		10.70	0.00880		
13		9.05	0.01341		
14		9.00	0.01050		
15	0.0253	11.25	0.00540	1/20	29.0
16		12.40	0.00351		
17		14.45	0.00166		
18		14.38	0.00094		
19		12.60	0.00180		
20		11.00	0.00314		
21		8.75	0.00594		
22		8.74	0.05030		
23		10.60	0.01820		
24		12.85	0.01020		
25		12.94	0.00698		
26	0.0143	10.28	0.01590	1/10	11.0
27		8.63	0.03567		
28		8.63	0.02115		
29		10.95	0.00724		
30		12.73	0.00410		
31		12.03	0.00568		
32		10.50	0.00841		
33		8.95	0.01306		
34		9.05	0.00856		
35	0.0253	10.85	0.00555	1/10	11.0
36		12.50	0.00344		
37		12.65	0.00182		
38		10.50	0.00324		
39		9.20	0.00453		
40		9.00	0.01608		

性によるエネルギー逸散を極力少なくするため周期Tにして$T>8.4$秒の長周期の領域にある。また，砕波の影響がないと考えられる沖側一様水深部($x=100$cmと120cmの2地点)でサーボ式水位計を用いて入力波形と周期を検出し，相当沖波諸量を推定する。(相当沖波諸量は，一様水深部で測定した内部波諸量を用いて，上･下層水深をいずれも無限大とした時に計算される値である。)密度分布は上記の実験全てを通じて$x=100$cmの地点で電導度計を用いて計測している。

2.3.2 可視観測結果

ここでは，砕波帯における内部波波形の変化および砕波形態について，可視化実験結果より考察する。**図-2.5**は砕波帯における界面変位の時間波形を静止界面を基準にして示したものである。

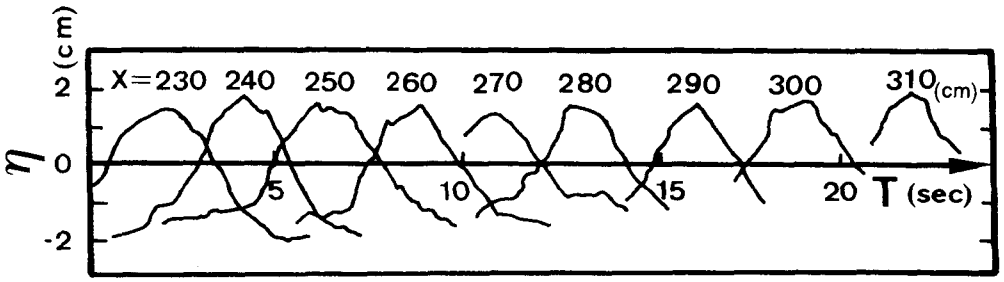


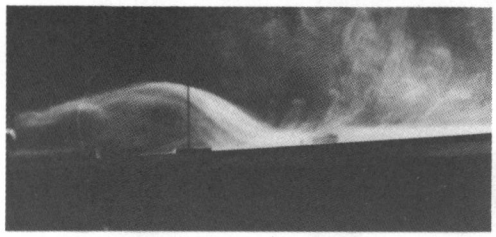
図-2.5 波形の変化（Case－23）

内部波波形は16ミリシネフィルムから求めるが，視覚的に界面を決定することが困難であるため，本研究では水平方向水粒子速度uが0となる位置を界面として定義した。砕波点付近では静止界面は時間波形の波峰と波谷のほぼ中央に位置し，set-upの効果はあまりないようである。そして，内部波は塩水深の減少に伴い，漸次波峰前面が立ち，波谷部は比較的平坦になる。この傾向は，前章で示された上・下層水深比の波形に及ぼす効果とも一致する。

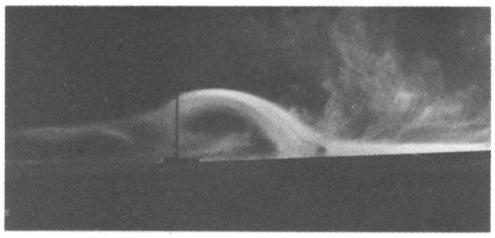
さらに，浅水変形から砕波に至る過程で注目すべき特徴は，水平方向水粒子速度の最大値が界面近傍ではなく，底部近くに現れることである。したがって，本実験の範囲内では斜面上の内部波は底部近くの水粒子挙動がトリガーとなり，波動を底から覆すような砕波形態を呈する。**写真-2.1**はこれらの様子を水素気泡群をトレーサーとして可視化し，0.5秒間隔でCase-8($T=10.35$ sec)について示したものである。水素気泡の挙動からわかるように，**写真-2.1(a)**では底部付近に前進流がみられ，**写真-2.1(b)**では空間的には塩水深規模の渦動を形成し内部波特有の砕波形態がうかがえる。さらに，**写真-2.1(c)**に至ると，もはや渦動の存在は顕著には認められず水素気泡群は塩水塊内に一様に拡散する。以上のような砕波形態は現象の規模に大小の差こそあれ，すべての実験ケースについて同様で，一般に密度流現象が比較的緩慢であるのに対し，渦動の発生はきわめて瞬時である。また，表面波のplunging型砕波が空気連行を伴うhorizontal rollerを形成して消滅することと[17]内部波の砕波過程とには共通点はあるものの，rollerの回転方向が両者にお

いて逆であり，そういった意味でも本研究の対象とする内部波の砕波は逆plunging型とでも称すべきものである。

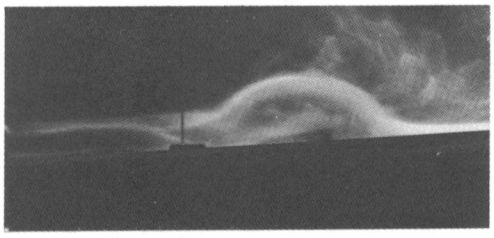
つぎに，界面の挙動に注目すると，砕波から遡上に至る遷移的な領域で界面にくぼみが数回生ずるのが観測される。そのうち上記の渦動に伴う第1回目のくぼみが最も顕著であるが，**写真-2.2**（実験条件は**写真-2.1**と同じ）にみられるように波峰前面に発生したくぼみは波形の進行方向とは相対的に後方へと移動し，くぼみを境として後部は取り残される。同時に，水路上方より観測したところ水路横断方向にも複雑な動きを示し[18]，このような現象の3次元性を考慮すれば**写真-2.1(c)**において渦動の存在が視覚的に明確でなくなるのも十分にうなずけることである。こうした大小のくぼみにより体積の減少した塩水塊は，**写真-2.1(c)**にあるように整正な半卵形とな



(a)　t=0.0sec

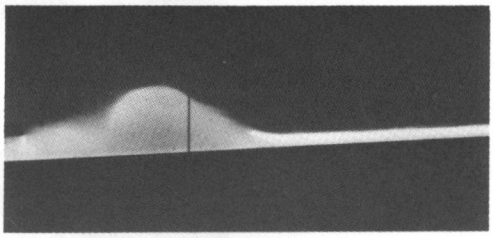


(b)　0.5sec

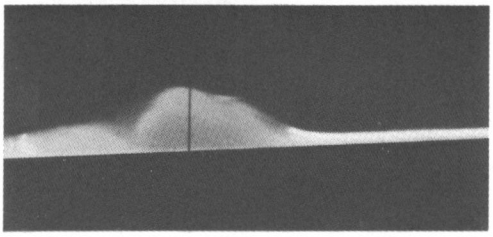


(c)　1.0sec

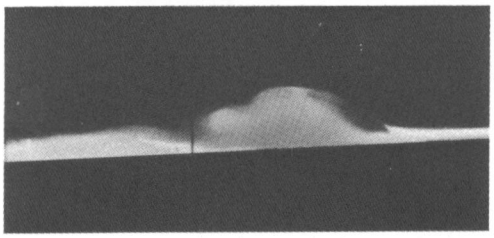
写真-2.1　内部波の砕波形態（Case-8）



(a)　t=0.0sec



(b)　0.5sec

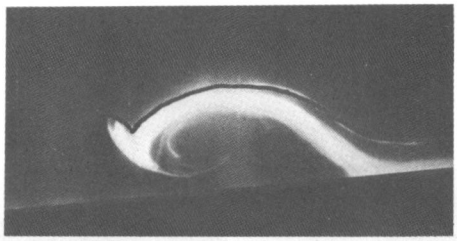


(c)　1.0sec

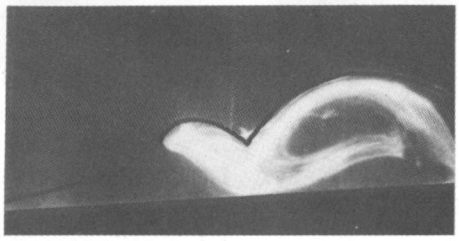
写真-2.2　界面に発生するくぼみ（Case-8）

って斜面上を遡上する。

他方，**写真-2.1**に代表されるとおり，砕波時にも界面波形に大きな乱れはみられず，上・下層間の水質混合の促進という観点からすれば砕波による水質混合量も多くは望めないようである。事実，上・下層の中間密度を有する塩水溶液を着色し，躍層部に注入して観測したところ，注入塩水の下層側への侵入はほとんどなく，下層塩水と淡水の容積比を３：１程度に調合したトレーサー溶液を用いて初めてくぼみ前部のroller部への混入が認められた。**写真-2.3**（実験条件はCase-23に相当）はフルオレセインナトリウムを溶解させた上記と同密度の塩水をもどり流れ中に



(a)　t=0.0 sec



(b)　2.0 sec

写真-2.3　内部波の砕波に伴う水質混合形態（Case-23）

投入し，その流脈線を示したものであるが，同写真からもどり流れが塩水側に巻き込まれ，１回転して混合拡散する様子がうかがえる。これらの実験結果より，斜面上の内部波の砕波による水質混合形態は，淡水の塩水側への直接混入よりはむしろ躍層近傍の稀釈された塩水の混入が主体であると推察される。

2.4　内部波の浅水変形と砕波機構

2.4.1　浅水変形に伴う波高・波速・最大水粒子速度の変化

塩水深変化に伴う波高，波速および最大水粒子速度の変化は全て線型理論に従い，エネルギーフラックス法で推算する。なお，計算過程では，内部波動は全て長周期波であることから，エネ

ルギー逸散は無視している。

図-2.6は波高の変化を示し，波高Hおよび塩水深h_2は相当沖波波高H_0と一様水深部での塩水深$\hat{h}_2$でおのおの無次元化して表示したものである。ここに，図中の太線はHolmboeモデルを用いた計算値で，細線は二層モデルによる計算値である。実験値は単にばらついているのではなく，ある周期性をもって変動しているように思えるが，これは水路長が短いため，反射波が重複したことに起因すると考えられる。しかし，それらを平滑化してみれば，かなりの浅水域まで，理論値は実験値を追随するようである。また，浅水による波高の増大に対してHolmboeモデルの方が若干改善されている。

つぎに，**図-2.7**は波速Cおよび水平方向最大水粒子速度u_{max}の浅水変化について実験値とHolmboeモデルによる計算値の比較をしたものである。実験資料については，比較的沖側と砕波点近傍の数点をプロットしている。図中，波速および最大水粒子速度はともに$\sqrt{\varepsilon g \hat{h}_2}$で除して無次元表示している。浅水初期の$h_2/\hat{h}_2$の大きい領域では波形がflatであるため波速を求めるに際し，読み取り誤差が大きくばらついてはいるが，かなりの浅水域まで実験値は理論値を支持するようである。他方，最大水粒子速度は$h_2/\hat{h}_2<0.3$の領域で実験値が線型理論値をかなり上回る。第2次近似解までは波速に非線型効果が現れず，波速に及ぼす非線型性の効果は水粒子速度に対するそれよりも総じて小さいという一般の波動論を考えれば，上記の結果は容認できることである。

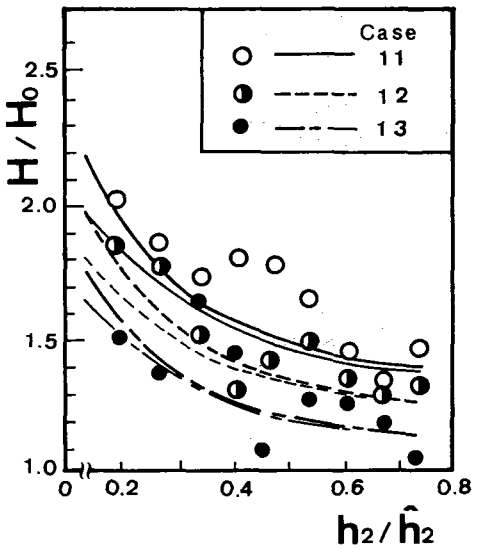


図-2.6　水深変化に伴う波高の変化

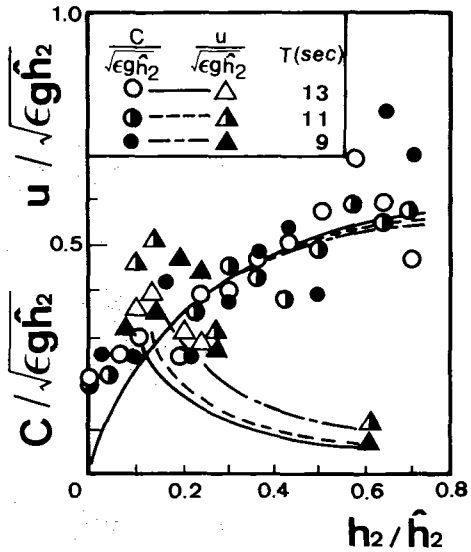
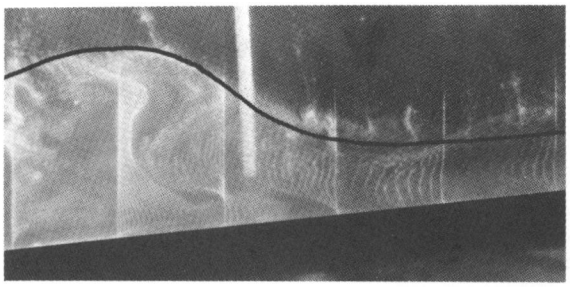


図-2.7　水深変化に伴う波速と最大水粒子速度の変化

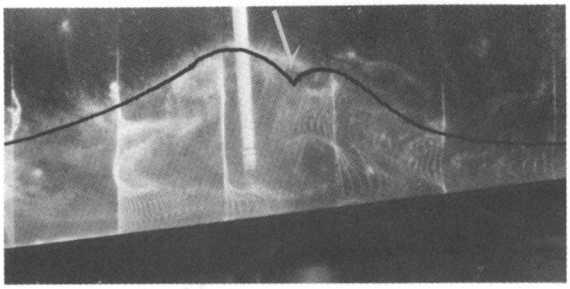
2.4.2 砕波帯内の水粒子速度の分布

砕波帯内の水粒子速度分布の一例を**写真-2.4**に示し，これらの写真に依って砕波帯内の水粒子挙動，特に渦の形成について説明する。写真の実験条件はCase—23に相当し，水素気泡列のパルス間隔は0.1秒，白金線の間隔はいずれも5cmである。各写真中，**白金線位置(1)，(2)，(3)**は砕波点より沖側にあり，**(4)**はほぼ砕波点に，**(5)，(6)**は砕波後に位置する。なお，界面波形が若干不明



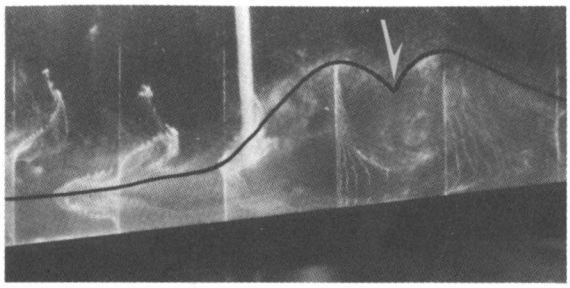
(1)　(2)　(3)　(4)　(5)　(6)

(a)　t=0.0sec



(1)　(2)　(3)　(4)　(5)　(6)

(b)　t=2.0sec



(1)　(2)　(3)　(4)　(5)　(6)

(c)　t=4.0sec

写真-2.4　砕波帯内の水粒子速度の分布（Case-23）

瞭であるため写真中に実線でトレースしている。

写真-2.4(a), (1)は内部波の波峰が観測地点に到達した時の水粒子速度の分布形を示している。同写真から，底部付近に卓越流速はわずかに認められるものの，水粒子速度分布はほぼ一様であることが分かる。これに対し，砕波点に相当する**写真-2.4(b), (4)**に至ると底部流速は内部波の移動速度（この場合C=3.4cm/sec）を上回る。このとき無流点が底面と界面の中間位置くらいにまで移動し，それより上方では沖方向に向かう逆流が生じており，**写真-2.1(b)**にみられるような渦動形成の典型的な水粒子速度分布形を呈している。この逆流が界面付近に集中するのは実験に周期波を用いた関係上，先行した砕波により混合稀釈されたもどり流れが砕波帯に残存するためと考えられる。さらに，**写真-2.4(b), (4)**にみられる水粒子速度分布の時間変化は砕波点より沖側の地点**(1)**や**(2)**の変化に比べてきわめて速やかであり，内部波の周期に比し大規模渦の寿命時間が1～2秒であることを考慮すれば，内部波の砕波が瞬時の現象であることが再認識されよう。この渦動の発生と時を同じくして，波峰前面にくぼみ（**写真-2.4(b)**の矢印）を形成し始め，前述したように波峰後部(**写真-2.4(c)**）へと移動する。**写真-2.4(c), (4)**はくぼみ後部の状態を表したものであるが，水粒子速度分布はほぼ一様化し，むしろ砕波前の様子に近いようである。これらの現象をより明確にするために，同じ実験条件で16ミリフィルムより解析した地点**(4)**の水粒子速度分布の時間変化を**図-2.8**に示す。図中縦軸は底面から界面までの距離を，横軸は時間と流速を表す（時間は図中右から左に流れ，時間と流速のスケールは図中に記している）。同図より，渦動の存

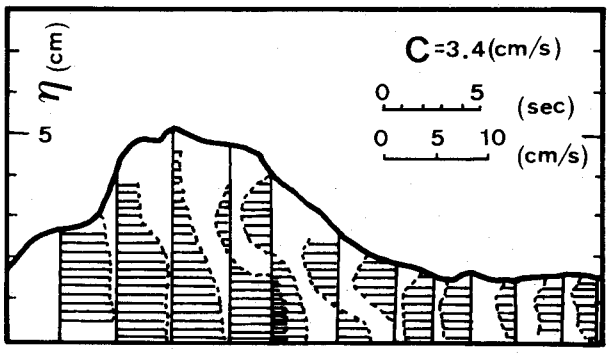


図-2.8　砕波点における水粒子速度分布の時間変化

在を示す相対速度差は波峰の前面において最も大きく，この部分に渦が形成されるといえる。一方，くぼみ後部には相対速度差はほとんど認められず，くぼみを境とした pair vortex は存在しない。すなわち，斜面上の内部波は1個の大規模渦を形成して砕波すると結論できる。以上のように，底部付近の水平方向水粒子速度が波速を上回り，これに起因する底部付近の質量欠損に伴う上方からの質量の補償，さらには砕波帯の界面近傍に存在する逆流が一体となり，渦動の形成を促進するものと考えられる。そして，界面付近の水粒子運動は密度差の効果により拘束されており，加えて**第1章第2節**で記述したように，界面境界層におけるエネルギー消散量は底面境界

層のそれより大きく，せん断抵抗が不均一であるために水平方向の最大水粒子速度はより底部近くに現れると推察される。

2.4.3 砕波限界条件

これまで内部波の砕波現象について可視観測結果から考察してきたが，本節では沖側内部波の水理諸量により砕波諸量がいかに変化するのか，砕波限界条件について検討する。

実験的には視覚的に明瞭な渦の形成（たとえば**写真-2.1(b)**）をもって砕波と定義する。したがって表面波でいう波形の崩れではなく，水粒子運動が波動としての往復運動特性を失した状態を意味している。また，内部波形が砕波時にも比較的平坦であるため，砕波振幅a_bおよび砕波塩水深h_bは表面波と同様には求められず，本論文では**図-2.9**のように定める。

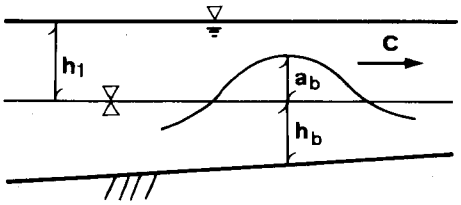


図-2.9　砕波諸量の定義

これらの定義に従い，斜面勾配S=1/10と1/20の2種類について種々の実験条件下での砕波諸量を求め，**図-2.10**にa_b/L_0とh_b/L_0，**図-2.11**にh_b/L_0とH_0/L_0の関係を示す。ここに，L_0は相当沖波波長である。なお，両図の曲線は，非線型効果をまったく加味していない微小振幅波理論か

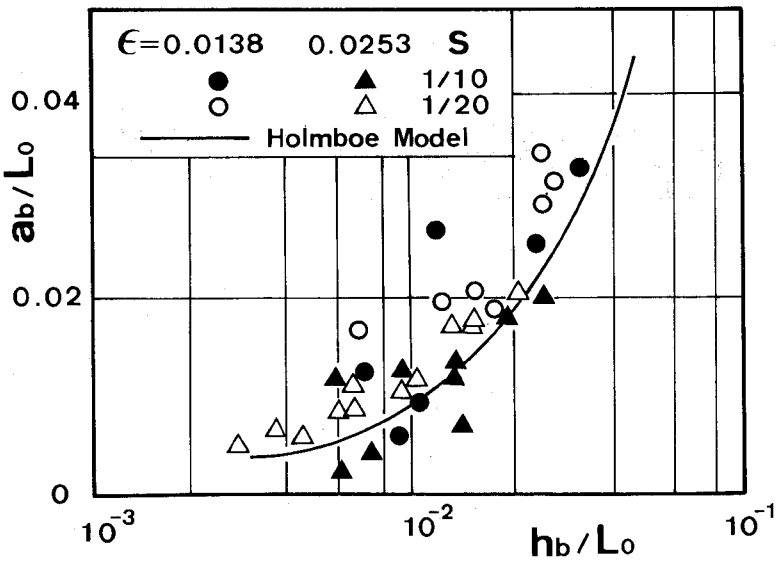


図-2.10　a_b/L_0とh_b/L_0の関係

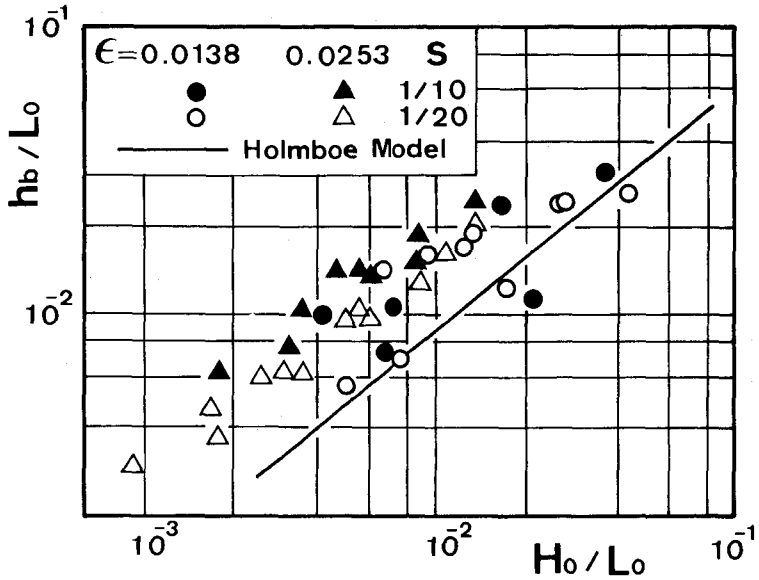


図-2.11　h_b/L_0とH_0/L_0の関係

ら得られる砕波諸量がどの程度実験値を支持し，あるいは合致するのかを調べるため[19]，Holmboeモデルを用いた計算値を載せたものである。ここに，底部付近の水平方向流速の卓越が渦動形成のトリガーと考えられること，および，この内部渦の形成をもって砕波と定義されていることを考えあわせ，計算上の砕波限界は水平方向最大水粒子速度が波速と等しくなる条件を与えている。Holmboeモデルで計算するに際し，特性躍層厚さhは$h=0.75$cmとし，入力波高と波長を変化させた時のa_bとh_bを求めた。この場合，a_bとh_bはそれぞれ砕波時の振幅と塩水深である。両図より，実験値にばらつきもあり密度差による差異は認められないが，砕波限界条件の傾向は理論値と実験値において一致するようである。しかしながら，ほとんどの場合h_bの実験値は理論値より大きく，沖波波高が同一であれば線型理論で予測される位置よりも沖側で砕波することを意味している。さらに，斜面勾配が大きいほど，h_bの実験値は大きくなる。すなわち，斜面勾配ひいてはもどり流れが渦動の形成を促進していることが理解できる。

2.4.4　砕波後の遡上高さ

写真-2.1にある通り，内部波は砕波後半卵形状をなして斜面上を遡上する。この遡上高さは砕波後のエネルギー逸散過程を，あるいは砕波に伴う混合領域を知る上で重要となる。そこで，本節では砕波限界に関する実験において同時に観測した遡上高さΔhと入力内部波の水理諸量との関連について考察し，その基本特性を明らかにする。ここに，Δhは初期界面から計測した塩水塊の最遡上点までの鉛直距離である。

無次元遡上高さと沖波波形勾配との関係を**図-2.12**，**2.13**に整理している。**図-2.12**ではΔhを沖波波長L_0で除しており，H_0とともにΔhが増加することを示している。また，**図-2.13**はΔhを沖波波高H_0で正規化した結果であるが，表面波で知られているHuntの関係式H_0/L_0の$-1/2$乗に従っているようである。[20]

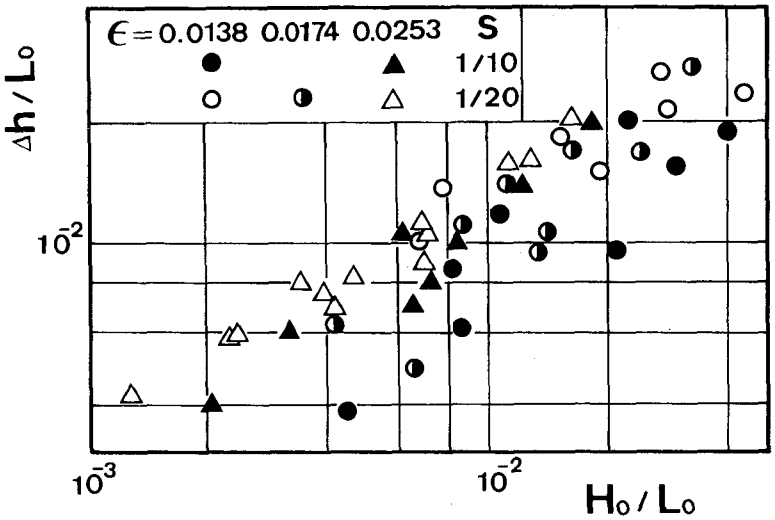


図-2.12　$\Delta h/L_0$とH_0/L_0の関係

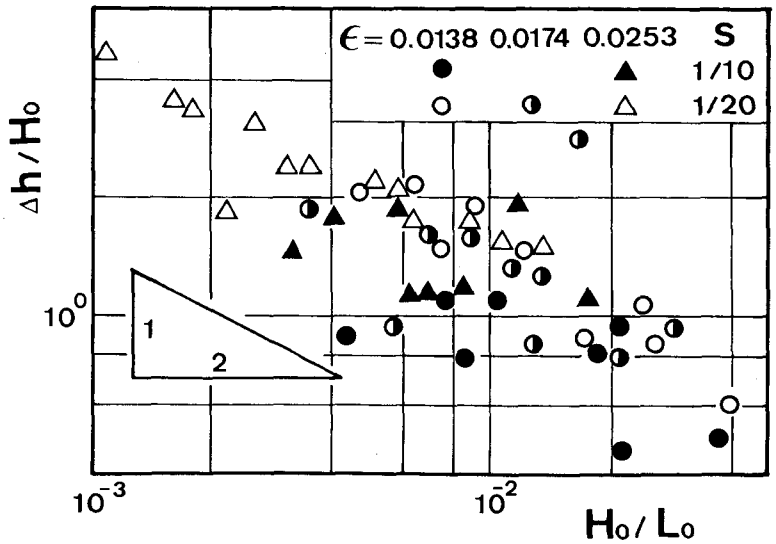


図-2.13　$\Delta h/H_0$とH_0/L_0の関係

両図とも，斜面勾配の大きい実験資料の方が遡上高さは小さくなっており，前節で述べた渦動形成に及ぼす斜面勾配の効果が反映されたものと理解される。また，密度差の効果は1/10勾配の実験結果に顕著に現れており，密度差の大きい実験資料程遡上高さは大きい。すなわち，密度差の減少に伴い砕波によるエネルギー消散量，言い換えると混合量が増加すると推量される。

2.5 結語

極めて微妙な内部波の砕波機構を調べるためには，制御された実験条件の下で何らかの非定常性を導入する必要がある。その一手法として，本章では，淡塩二成層密度場に斜面を設け，斜面を遡上する内部波の砕波機構，すなわち密度界面の破壊機構を可視観測結果を中心に検討した。本章で得られた主要な結果は以下のようにまとめられる。

1)界面近傍の密度分布形を考慮したHolmboeモデルは従来の二層モデル（ポテンシャル理論）よりも，短周期側において躍層による波速の低減をよく説明し，水深変化に伴う波高の増大についても改善されている。

2)斜面上の内部波は底部付近の卓越流ともどり流れが一体となり，空間的には塩水深規模の渦動を形成する内部波特有の砕波形態を示す。この底部近くの卓越流は，界面拘束に加えて，界面と底面でのせん断抵抗の不均一性により発生すると考えられるが，こうした基本特性に砕波帯の非線型性が相乗的に関与し，中でも斜面勾配，ひいてはもどり流れの効果が大きい。

3)砕波帯における大規模渦の形成・消滅過程は表面波のplunging型砕波にみられるhorizontal rollerの生成・消滅過程と類似してはいるが，両者において渦動の回転方向が逆である。

4)砕波に伴う上・下層間の水質混合に上記の内部渦が重要な役割を果たしているが，上層淡水の下層側への輸送には至らず，界面付近の稀釈された塩水の混入が主体である。

5)砕波後の内部波は整正な半卵形の塩水塊となって斜面上を遡上する。その遡上高さは，表面波で知られている沖波波形勾配の－1/2乗に従い，斜面勾配の小さくなる程また密度差の大きくなる程増加する。

参 考 文 献

1) 室田　明・中辻啓二：表層密度噴流における渦動の合体過程に関する実験的研究，第25回水理講演会論文集，pp. 561～568，1981.

2) Thorpe, S.A.：A method of producing a shear flow in a stratified fluid, J. Fluid Mech., vol. 32, pp. 693～674, 1968.

3) 室田　明・平田健正：成層密度流における内部波特性と混合機構について，第22回水理講演会論文集，pp. 107～112，1978.

4) 吉田静男：密度界面における混合機構の研究，土木学会論文報告集，第273号，pp. 59～68，1978.
5) 岩崎敏夫・日下　理：淡塩二層流界面における内部波の発達に関する研究，第26回土木学会年次学術講演会概要集II，pp. 425～426，1971.
6) Thorpe, S. A. : Experiments on the instability of stratified shear flows : miscible fluids, J. Fluid Mech., vol. 46, pp. 299～319, 1971.
7) Thorpe, S. A. : On the shape and breaking of finite amplitude internal gravity waves in a shear flow, J. Fluid Mech., vol. 85, pp. 7～31, 1978.
8) Orlanski, I. : On the breaking of standing internal gravity waves, J. Fluid Mech., vol. 54, pp. 577～598, 1972.
9) Thorpe, S. A. : On the standing internal gravity waves of finite amplitude, J. Fluid Mech., vol. 32, pp. 489～528, 1968.
10) 沢本正樹・加藤一正：有限振幅内部重複波に関する研究，土木学会論文報告集，第232号，pp. 37～47, 1974.
11) Wunsch, C. : Progressive internal waves on slopes, J. Fluid Mech., vol. 35, pp. 131～144, 1969.
12) Wunsch, C. and D. Cacchione : Experimental study of internal waves over a slope, J. Fluid Mech., vol. 66, pp. 223～239, 1974.
13) Nagashima, H. : Reflection and breaking of internal waves on a sloping beach, J. Oceanogr. Soc. Japan, vol. 27, no. 1, pp. 1～6, 1971.
14) 室田　明・平田健正・道奥康治：斜面上における内部重力波の砕波について，第23回水理講演会論文集，pp. 375～380，1979.
15) 富永政英：海洋波動，共立出版，pp. 536～543，1976.
16) 室田　明・平田健正・道奥康治：内部重力波の基本特性と斜面上における砕波現象について，土木学会論文報告集，第301号，pp. 61～70，1980.
17) 岩田好一朗：浅海波の変形機構と波浪制御に関する基礎的研究，大阪大学学位論文，pp. 53～56, 1976.
18) Simpson, J. E. : Effects of the lower boundary on the head of gravity current, J. Fluid Mech., vol. 53, pp. 759～768, 1972.
19) 岩垣雄一・酒井哲郎・川島　毅：斜面上の波の水粒子速度の鉛直分布について，第18回海岸工学講演会論文集，pp. 93～96，1971.
20) 椹木　亨・岩田好一朗・森野彰夫：緩斜面への波の遡上特性について，第23回海岸工学講演会論文集，pp. 164～169，1976.

第3章　連続密度場における内部重力波の砕波に関する研究

3.1　緒論

静的に安定な密度分布を持ち，局所リチャードソン数 R_i が，その限界値1/4より大きい場合でも，強い乱れの存在する事実が，海洋や大気中に数多く観測されている。Woods が地中海マルタ島近くで観測した長波性内部波の通過に伴う不安定波の発生[1]，あるいは Booker・Bretherton の提唱した臨界層不安定[2]などはその好適な事例である。これら両者に共通することは，密度が連続的に変化する波動場での現象であって，内部波の砕波機構は勿論，不均質な密度場の波動特性に及ぼす影響も明らかにしておく必要があろう。そこで，本章では密度勾配を一定とした波動場（以後，直線密度場と称する）を設定し，そこに生起する内部波の特性と砕波機構について考察する。この直線密度場は躍層付近の密度分布形だけを取り出してモデル化したものであり，したがって対象とする内部波は躍層規模の波動となる。

直線密度場については密度場の作製方法に若干の工夫を要するものの[3]，理論展開の容易さという利点もあり，進行波[4]および重複波[5]いずれの場合にも砕波機構の基本的な知見を得る目的から多用されている。この内，本論文では進行波を取り扱うが，実験の結果，外力周波数に調和した基本モードの内部波は勿論のこと，外力周波数より低周波側に存在する内部波も生じ，砕波することが見い出された[6]。この低周波側に生起した内部波の発生機構について共鳴干渉による説明を試み，砕波機構を調べるところに本章の主眼がおかれている。

Keulegan・Carpenter[7] は二成層密度場において，内部波を生起させた時，中間躍層部に渦動の発生を観察した。実験条件で，内部波の周波数を一定にした場合，躍層厚さがある限界値を上回った時渦動の発生が見られ，せん断不安定とは異なる不安定現象の存在を示唆した。Davis・Acrivos[8] はKeulegan・Carpenterと同様の実験を行い，外力周波数より低周波側に不安定波，すなわち共鳴波の発生することを見い出し，不安定現象を励起させる要因として，非線型共鳴干渉の重要性を指摘した。さらに，彼等は，粘性の影響を加味して共鳴波の出現する基本波の限界振幅も評価しているが，砕波現象に関して何ら触れず，検討の余地が残されている。その後，Martin・Simmons・Wunsch[9] は直線密度場で1次モードと3次モードの内部波を用いて，共鳴干渉により数多くの波動が生起することを確認し，Davis・Acrivos の実験結果を補足した。他方，内部重複波についてもMc Ewan[10] は共鳴波の生起する不安定限界を示している。

しかしながら，実験が点計測中心であったり，共鳴波の励起される不安定限界そのものも実験値との比較までなされていない等，共鳴現象から砕波に至るまで統一的に記述された事例は数少ない。その意味で，本章では進行波について共鳴干渉の生ずる不安定限界と共鳴波の砕波機構に

実験・理論の両面から接近する。さらに，密度勾配一定の躍層を有する二成層場へと視点を移し，先に得た知見の適用性を検証して，より現実に即した密度場における内部波の砕波現象について論じる。

3.2 内部波の基本特性と水理実験による検証

3.2.1 内部波の線型解

直線密度場における内部波の線型解を記述し，次節で行う共鳴理論適用の準備とする。

座標系は**図-3.1**のように，自由表面をx軸，鉛直上向きをz軸にとる。ブーシネ近似を施し，流れ関数ψを設定すると，波動方程式は**前章式 (2.4)** となるが，ここに再掲しておく。

$$\nabla^2(\psi)_{tt}+N^2\psi_{xx}=\boldsymbol{J}(\nabla^2\psi,\ \psi)_t+\frac{g}{\rho_0}\boldsymbol{J}(\psi,\ \rho)_x \tag{3.1}$$

密度分布が直線分布をする時，ブルント・バイサラ振動数Nは近似的に一定となり，非線型項を省略すると，解が容易に求まる。今，水平方向波数k，周波数σなる波動を仮定すると，流れ関数ψは**式(3.1)**から

$$\psi=C_1\exp i(kx+lz-\sigma t)+C_2\exp i(kx-lz-\sigma t) \tag{3.2}$$

となる。ここに，C_1，C_2は定数，l は鉛直方向波数 $l=k\left(\frac{N^2}{\sigma^2}-1\right)^{1/2}$で，これは後述するように分散関係に他ならない。**式(3.2)**右辺第1項（あるいは第2項）は，波数ベクトル$\boldsymbol{k}=(k,l)$の方向に伝播することを意味し，[11] 本論文では波束構造を有する内部波（**ray wave**）と呼ぶことにする。さらに，波動が2次元的な振舞いをすることから群速度$\boldsymbol{C_g}$も

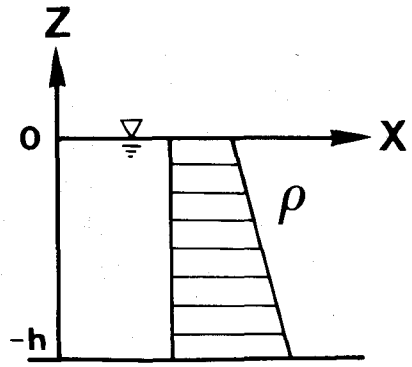


図-3.1 座標系

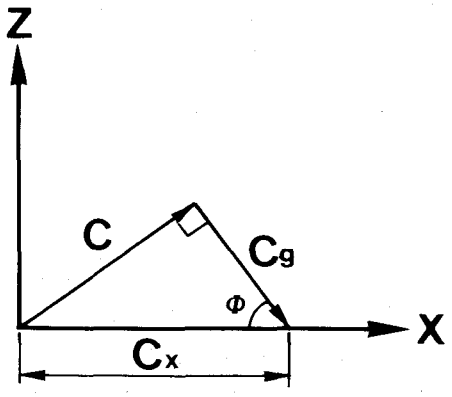


図-3.2 内部波の位相速度と群速度

$$\boldsymbol{C}_g=(\partial\sigma/\partial k,\ \partial\sigma/\partial l)=Nl(k^2+l^2)^{-3/2}(l,\ -k)$$

となり，波数ベクトル$\boldsymbol{k}$と群速度ベクトル$\boldsymbol{C}_g$が直交していることが知れる。この関係をエネルギーの伝播方向と水平方向との成す角度をΦとして整理すれば模式的に**図-3.2**のように表される。図中，Cxは水平方向の位相速度であり，波速Cの水平方向成分とはなっていない。つぎに，自由表面と底面の境界条件($\psi_x=0$)を用いると，**式(3.2)**からモード構造を有する流れ関数ψと分散関係がそれぞれ

$$\psi=A\sin lz\ \exp i(kx-\sigma t), \tag{3.3}$$

$$(\sigma/N)^2=k^2/(k^2+l^2)\ ,\qquad l=n\pi/h \tag{3.4}$$

と求まる。ここに，Aは定数，hは水深，nは整数でモード数を表す。さらに，$z=-h/2$での等密度変位ηを$\eta=a\exp i(kx-\sigma t)$とし($a$は振幅)，運動学的条件($\psi_x=\partial\eta/\partial t|_{z=-h/2}$)を使用すると奇数モードの流れ関数$\psi$が

$$\psi=\frac{a\sigma}{k}\left(\sin\frac{n\pi}{2}\right)^{-1}\cdot\sin lz\ \exp i(kx-\sigma t) \tag{3.5}$$

と決定される。

つぎに，1次モードの内部波のエネルギー損失を求めてみよう。エネルギー損失$\dot{E}$($\dot{E}=dE/dt$でEは波動の全エネルギー)は内部粘性(E_i)，底面摩擦(E_b)と側壁摩擦(E_w)から成る。そして，境界層摩擦によるエネルギー消散量は二層界面波で求めたと同様に層流境界層内の水粒子速度分布を求め，shear-waveの1波長に亘って積分し見積ることとする。[12]結果は単位時間，単位面積当りのエネルギー消散量として要因別に

$$\left.\begin{aligned}&E_i=-\mu\frac{h}{4}\left(\frac{a\sigma}{k}\right)^2(k^2+l^2)^2 \qquad E_b=-\mu\frac{\beta}{2}\left(\frac{a\sigma}{k}\right)^2 l^2\\&E_w=-\mu\frac{h}{2b}\beta\left(\frac{a\sigma}{k}\right)^2(k^2+l^2)\end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

と表示される。ここに，μは分子粘性係数，$\beta=\sqrt{\sigma/2\nu}$，bは水路幅である。また，本論文では進行波を扱っているため，エネルギーの時間消散量から$da/dx=-\lambda a$で定義される振幅の距離減衰率λに換算すると

$$\begin{aligned}\lambda&=\frac{-1}{C_g}\cdot\frac{E_i+E_b+E_w}{2E}\\&=\frac{1}{2}\ \frac{(k^2+l^2)^{3/2}}{Nl^2}\cdot\nu\left\{(k^2+l^2)+2\beta\left(\frac{l^2}{k^2+l^2}\cdot\frac{1}{h}+\frac{1}{b}\right)\right\}\end{aligned} \tag{3.7}$$

と計算される。

3.2.2 実験装置と実験方法

本実験は**図-3.3**に示される長さ 400cm，高さ50cm，幅15cmの２次元水路を使用し，この水路内に直線密度場を作製する。波束構造を有する内部波を生起させる時には，図中の造波板Ａを用い，

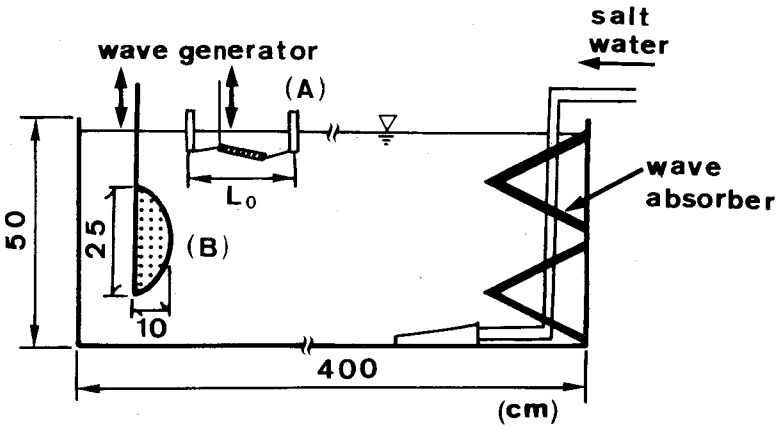


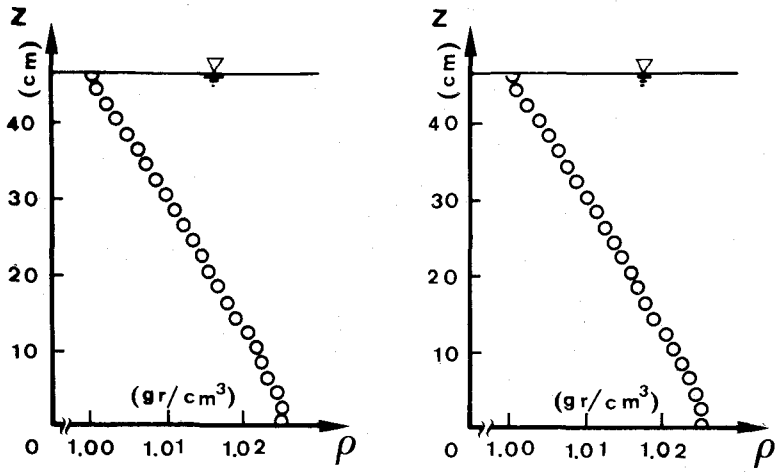
図-3.3　実験装置

局所的に正弦外力を与える（実験Ａと称する)。他方，モード構造を有する内部波に対しては造波板Ｂを上・下に単振動させて内部波を発生させる（実験Ｂと称する)。全水深はいずれの場合も47cmと一定である。また，基本的には密度分布は全水深に亘って密度勾配一定の直線分布としているが，実験Ａで特別なケースとして，中間点で密度勾配を変化させた実験も行っている。ここでは，前者をType-Ⅰ，後者をType-Ⅱとして区別することにする。

造波板Aは，中央部を塩化ビニール板,その両端にゴムを用いて接続しており，自由表面下５cmの位置に設置している。なお，両端は，塩化ビニール板で閉じており，波動は下方にのみ伝播するよう工夫されている。また，波動の規模を変化させるため，造波板長L_0が20cm，30cm，40cmの３種類用意した。他方，造波板Ｂは長径25cm，短径20cmの楕円を長径に沿って切断した半楕円形であり，密度場全体にモード構造を有する内部波を生起させる。

直線密度場の作製方法について種々考案されているが，本実験では等密度変位の可視観測が容易にできるよう透明な塩水と染料(フルオレセインナトリウム＋メチレンブルー)で着色した塩水を交互に入れる手法を採用した。[13]その際，透明な塩水層を３cm，着色層を１cmとし，合計23層密度の小さな流体から順次，わずかづつ密度の大きな流体を流入させる。当初，多段階成層であったのが，12時間程度放置すると色素拡散係数は塩分濃度のそれより小さいため染料層は残るが，分子拡散効果により滑らかな所定の密度分布が得られる。**図-3.4**はこのようにして作られた密度

分布の一例であり，十分な直線性が認められる。



(a)実験前　　(b)実験後

図-3.4　密度分布(Case-7)

実験は2つの造波板の内，いずれか一方のみ使用する。生じた内部波の可視化像はビディオ・システムで撮影・記録し，再生画像から波長，波高，周期等の基本諸量を計測する。また，反射波の影響を極力なくするため，水路他端に水平方向と30°の角度をなした斜面を設け，消波工とした[14]実験Bの内部波の波高減衰については，ほぼ中間密度に調節したトレーサ（ノーマルヘキサン＋ベンゼン）を水路長手方向に注入し，トレーサの描く振幅変化を目視により読み取り算出している。

実験条件は，実験の種類別に**表-3.1, 3.2**に示している。表中，$\Delta\rho$は自由表面と底面の密度差，

表-3.1 実験条件（実験A）

Case	Type	$\Delta\rho$ gr/cm³	N 1/sec	L_0 cm
1	I	0.0285	0.82	20
2		0.0301	0.81	20
3		0.0290	0.80	40
4		0.0308	0.80	30
5		0.0295	0.78	40
6	II	0.0244	(0.94 / 0.59)	20 / 40

表-3.2 実験条件（実験B）

Case	$\Delta\rho$ gr/cm³	N 1/sec	Symbol
7	0.030	0.82	○
8	0.025	0.74	▽
9	0.020	0.69	△
10	0.015	0.60	□

Nはブルント・バイサラ振動数である。なお, Case-6でN値が2箇記されているが,0.94 sec^{-1}は上層側のブルント・バイサラ振動数N_1, 0.59 sec^{-1}は下層中のN_2を表している。

3.2.3 波束構造を有する内部波

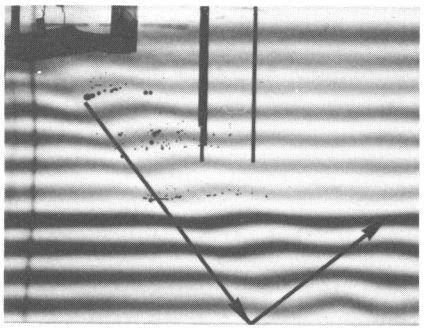
(1)エネルギーの伝播特性と分散関係

直線密度場における**ray wave**の**分散関係式(3.4)**は前述したエネルギーの伝播角度Φを用いて

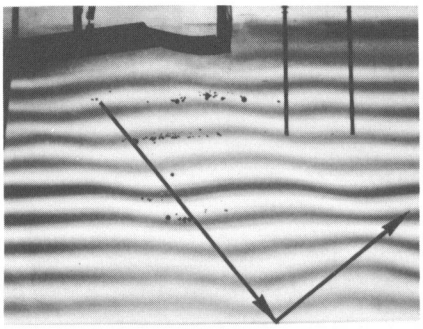
$$\sigma/N=\{1+(l/k)^2\}^{-1/2}=\sin\Phi \tag{3.8}$$

のように書き直すことができ，周波数σは鉛直方向波数と水平方向波数の比l/kの関数となっていることが分かる。これは直線密度場の大きな特徴の一つであり，自由表面波や二層界面波と本質的に異なる点である。すなわち，内部波動の規模は周波数によって一義的に決定されず，ただ波動の伝播方向が決定されるにすぎないことになる。

写真-3.1(a), **(b)**は長さ20cmと40cmの造波板を用いたType-Iの実験結果である。写真中に見られる波線の方向(**写真-1(a)**の矢印)はエネルギーの伝播方向を示しており,一方,位相についてはエネルギーの伝播方向と90°をなしているため，同写真では位相は斜め上方に伝播している。これらの実験ではブルント・バイサラ振動数と内部波の周波数はほぼ同じ値としているため，エネルギーの伝播方向にはほとんど差異は認められない。しかしながら，造波板長L_0が長い程内部波の水平方向波長も大きくなることが分かる。これらの結果を水平方向波長Lと無次元周波数σ/Nの関係で**図-3.5**に整理している。同図より，周波数を一定とした時，L_0が長くなればLも著しく増加するのに対し，L_0を一定とした時σ/Nが変化してもLはほぼ一定値をとる。ただし，LがそのままL_0に等しくなることはなくL_0の約3/4となっている。以上のように,直線密度場では水平方向と鉛直方向の波数が**式(3.4)**を満足さえしていれば，波動を励起させる外力の規模によって任意規模の内部波動が発生し得ると考えられる。つぎに，中間地点で密度勾配を変化させたType-IIの実験結果について検討する。**写真-3.2(a)**はCase-6の$N_1=0.94\,sec^{-1}$, $N_2=0.59\,sec^{-1}$の密度場に$\sigma=0.56\,sec^{-1}$の内部波を生起させた可視化像である。造波板から斜め下方に伝播した内部波は$\sigma<N_2<N_1$であるため，下層中にも伝わる。また，N値の違いにより上層と下層で波動の伝播方向が若干変化しているのが認められる。一方，**写真-3.2(b)**は同じ密度場で$\sigma=0.67\,sec^{-1}$の内部波の伝播形態を示したものであるが，この場合$N_2<\sigma<N_1$であるため下層へは進行できず，密度変化点で上層中への反射が生じている。すなわち，不均質な波動場は特定の周波数($\sigma<N$)の波動エネルギーのみを伝達する選択効果を有することを意味する。このことから，一般の密度場でもある特定の周波数帯の内部波が躍層内にentrapされる可能性があり，そこでは躍層はあたかも導波管としての役割を果しているかのようである。これらの実験資料から，エネルギーの伝播角度Φを求め，無次元周波数に対して**図-3.6**にプロットしている。図中，**式(3.8)**の理論曲線も載せ

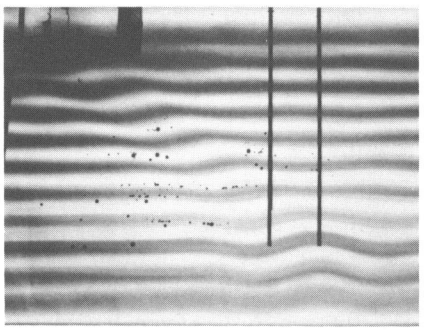


(a) $\sigma/N=0.68$, $L_0=20cm$

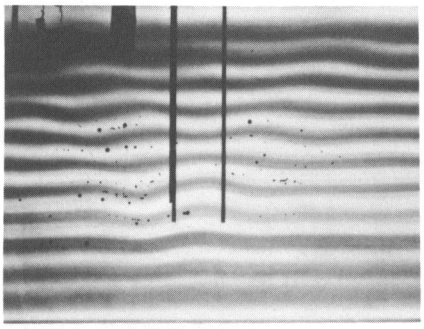


(b) $\sigma/N=0.68$, $L_0=40cm$

写真-3.1 ray waveの伝播形態(Type-Ⅰ)



(a) $\sigma=0.56sec^{-1}$, $L_0=20cm$



(b) $\sigma=0.67sec^{-1}$, $L_0=20cm$

写真-3.2 ray waveの伝播形態(Type-Ⅱ)

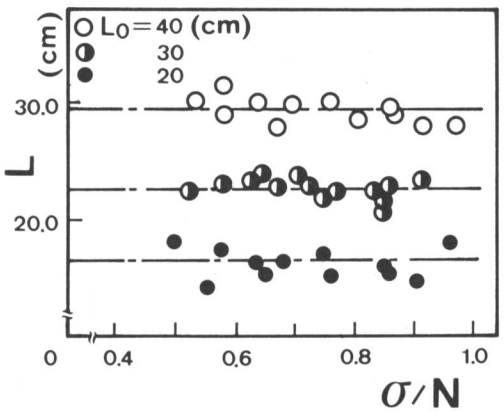


図-3.5 水平方向波長と無次元周波数

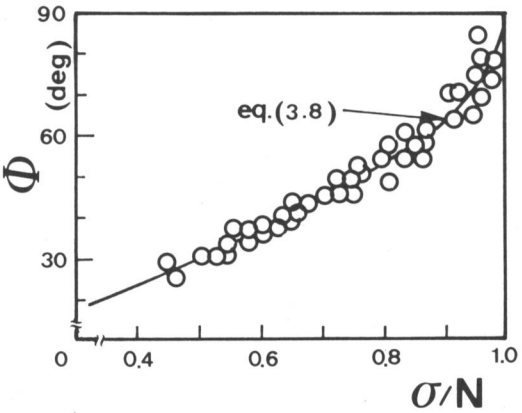


図-3.6 エネルギー伝播方向の周波数による変化

ているが，多少のばらつきは見られるものの，両者の傾向は一致している。また，$\sigma/N=1.0$付近では，Φは90°に近づき，水粒子は鉛直方向にのみ運動することを示している。

(2)位相変化

境界面で内部波が反射する時，入射波と反射波の間に位相の変化が生ずる。まず，底面で反射する場合，固定壁面上ではこれに直交する水粒子速度が0であるから，位相変化は常に180°になる。この様子は**写真-3.1(b)**中の矢印で示されているが，入射波と反射波の間に180°の位相変化が明瞭に見られる。つぎに，Type-IIの場合，Orlanskiにならって入射波と反射波および下層について，それぞれの鉛直方向水粒子速度w，圧力pをせつ動(たとえば，$w=W\cdot\exp i(kx+lz-\sigma t)$のように)の形に仮定する。そして，基礎式$\rho\dfrac{\partial^2 w}{\partial t\,\partial z}=\dfrac{\partial^2 p}{\partial x^2}$と密度変化点での境界条件を用いると，$W_I$と$W_R$($W_I$，$W_R$はそれぞれ入射波と反射波による$w$の振幅部分)は

$$\frac{W_R}{W_I}=\cos\varphi+i\sin\varphi\,,\qquad \varphi=\cos^{-1}\left(\frac{N_1^2+N_2^2-2\sigma^2}{N_1^2-N_2^2}\right) \tag{3.9}$$

となり，位相変化φが求まる。**図-3.7**は位相変化と無次元周波数の関係を示したものであり，**式(3.9)**の理論値も載せている。本研究では周波数σの範囲が$0.59<\sigma<0.94\mathrm{sec}^{-1}$と限定されるため，データ数は少ないが，実験値と理論値はほぼ合致すると見なしてよさそうである。

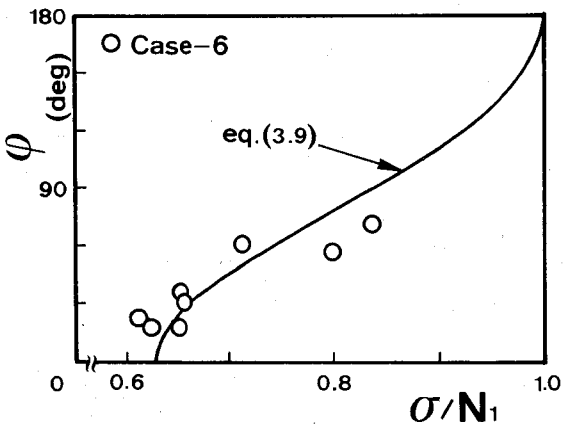


図-3.7　反射による位相の変化

3.2.4 モード構造を有する内部波

(1)波形と波速

図-3.8は鉛直方向に分布させたトレーサを追跡し，各位置での１次モード波(以後，基本モード波と称する)の時間波形ηを描いたものであり，資料は全て中央部($z/h=-1/2$)の振幅 a_{max} で正規化している。併せて，Thorpeの２次近似解[15]（図中の実線）

$$\eta=a\sin(n\pi z/h)\cos(kx-\sigma t)+a^2(n\pi/4h)\sin(2n\pi z/h)\cos2(kx-\sigma t) \qquad (3.10)$$

も載せている。**式(3.10)**から分かるように，中央部では正弦波形となり，上方あるいは下方に向って波峰は平坦になって行くが，実験値と理論値の整合性は極めて良い。

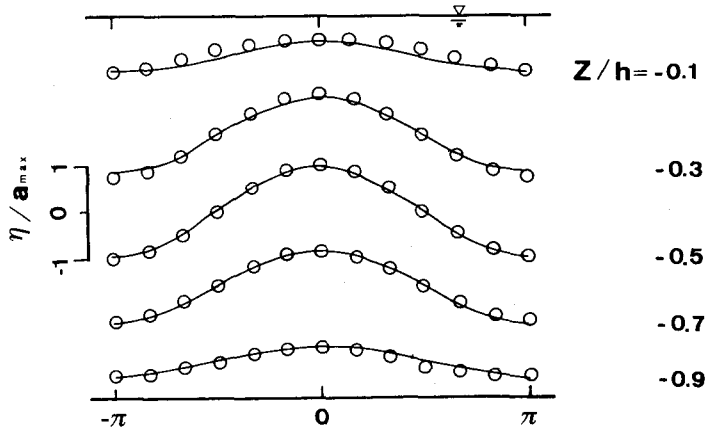
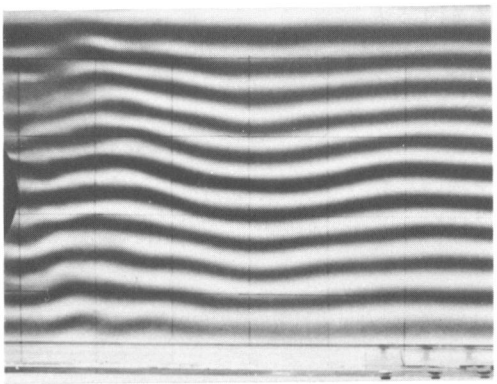
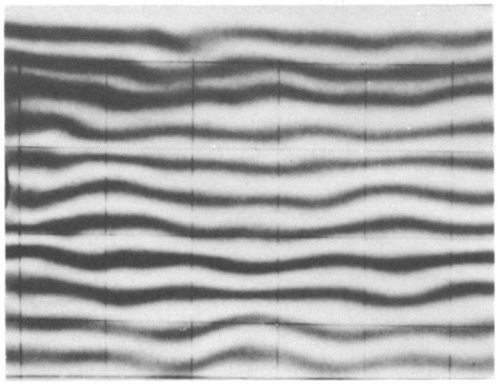


図-3.8　内部波の時間波形(Case-7, $\sigma/N=0.95$)

写真-3.3は，$N=0.82\text{sec}^{-1}$の密度場に内部波を生起させた時，外力周波数に対する密度場の応答特性の相違を示したものである。写真中，メッシュ間隔は10cmで，写真左端に造波板が見えている。これらの可視観測からσ/Nが1.0付近で基本モードの内部波が，周波数の減少とともに５次モードの内部波が発生するようである。この結果を確認するために，内部波の波長Lについて実験値と理論値を**図-3.9**に比較している。図中の曲線はモード数nを与えた時，**式(3.4)**から求めた波長の理論値である。同図から，実験値は基本モードと５次モードの理論値とほぼ合致し，可視観測結果が裏付けられる。ただし，基本モードと５次モードの波動が混在する状態は見られたが，本実験では３次モードの内部波は観測されなかった。



(a) 1st mode, $\sigma/N = 0.90$



(b) 5th mode, $\sigma/N = 0.61$

写真-3.3　内部波の可視化像(Case-7)

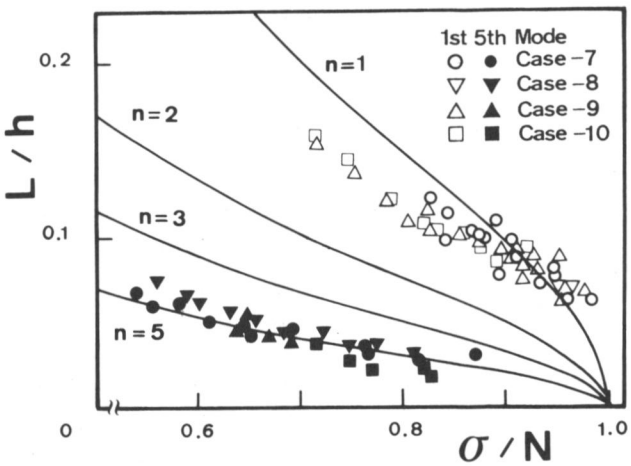


図-3.9　内部波波長

(2)振幅の距離減衰率

振幅の距離減衰率λの実験値と理論値を波数kに対して**図-3.10**にプロットしている。要因別理論値も載せているが，本実験のように形状比b/hが0.3程度では，側壁摩擦λ_wが全減衰率の大半を占め，高波数領域で若干内部粘性λ_iの効果が現れてくる。底面摩擦λ_bについては二層系で求めたと同様に，無視し得る程度に小さい。そして，実験値は最大40%程度理論値を上回っているものの両者は概ね一致している。

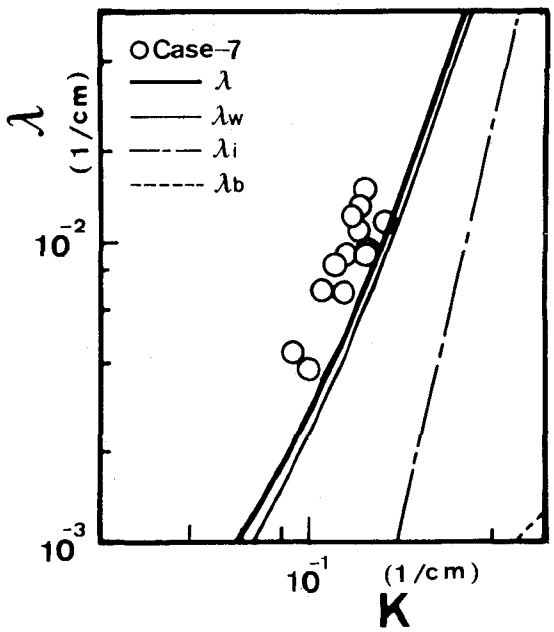


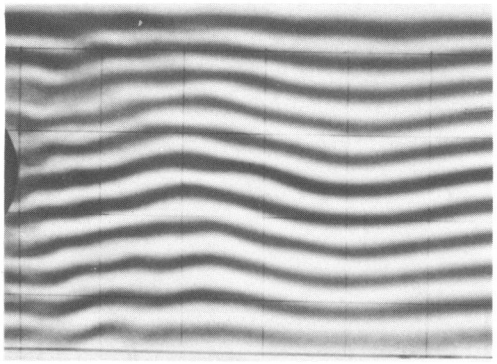
図-3.10　振幅距離減衰率

3.3　共鳴現象

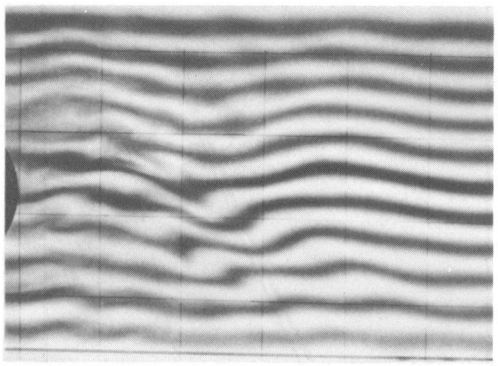
3.3.1　現象の概要

基本モードの内部波のみ生起する周波数帯で，基本モード波の振幅がある程度増加するまで実験を継続すると（1～2分間),造波板近くに染料層のこぶ状の凸起が出現し，波束構造を有する**ray wave**へと発達して行く。この様子を実験開始から1分間隔で**写真-3.4**に示す。**写真-3.4(a)**では基本モードの内部波が形成され，2分後には**ray wave**の発生が認められる。同写真では造波板の近く左上方から斜め下方へと伝播しているが，この角度は各実験においてほぼ一定値をとることから，**ray wave**はある単一の周波数成分を有すると推察される。さらに，**ray wave**の振幅は発達し，遂には砕波することが観察された。

最初に，基本モード波の周波数σ_1と**ray wave**の周波数σ_2の関係を示せば**図-3.11**の通りであ



(a)　1min



(b)　2min

写真-3.4　**ray wave**の発生(Case-7, σ/N=0.94)

る。(以後，図中のシンボルは全て**表-3.2**中の表示法に従う。) 両者に正の相関は認められるものの，σ_2はσ_1よりかなり小さく，**ray wave**は外力に応答して直接発生したとは考え難い。

ここで，**ray wave**の発生因について調べてみよう。まず，反射波について本実験条件下の内部波波速は2.5～6.0cm/secの範囲にあり，水路長が4.0mであることから2分程度の実験時間ではこの影響は現れない。ついで，造波部における乱れや局所的な不安定現象に起因するとも考えられるが，**ray wave**は卓越した周波数成分を有すること，および基本モード波の水粒子速度に基づく局所リチャードソン数R_iを計算したところR_i数は100のオーダとなり，いずれの仮定も退けられる。そこで，塩分濃度変動を検出し，浮力B ($B=g(\rho_a-\rho)/\rho$で，ρ_aは周囲流体の密度) の周波数解析をしたのが**図-3.12**である。なお，塩分濃度の測定位置は$x/h=0.65$，$z/h=-0.25$でxは造波板からの距離，スペクトルはデータ数4096，サンプリング間隔は10 HzでFFT法に依った。同図より，

基本モード波の周波数σ_1で最大のピークが現れており，σ_1より低周波側にさらに2つのピークが存在している。この内，高い方の周波数は可視観測から得られた**ray wave**の周波数σ_2に合致する。残された今一つの卓越周波数をσ_3とすれば三者の間に$\sigma_1=\sigma_2+\sigma_3$の関係が成立することが理解されよう。すなわち，これは共鳴条件の1つを満たし，**ray wave**は基本モード波とbackground noiseとの非線型共鳴干渉によって励起されている可能性が強く示唆される。[16)]

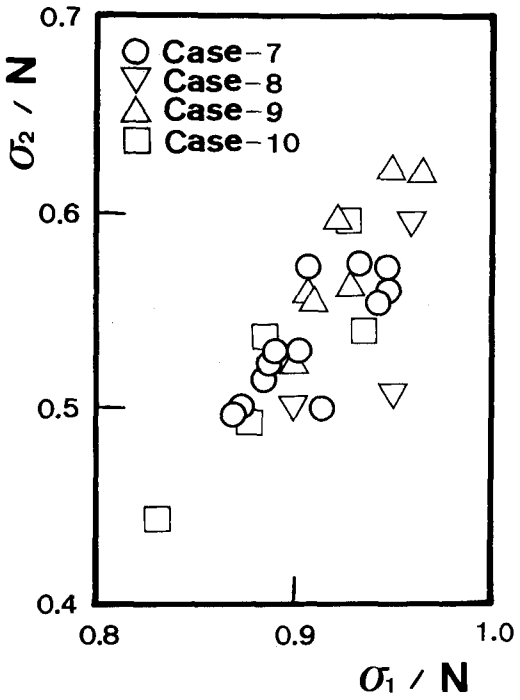


図-3.11　周波数の比較

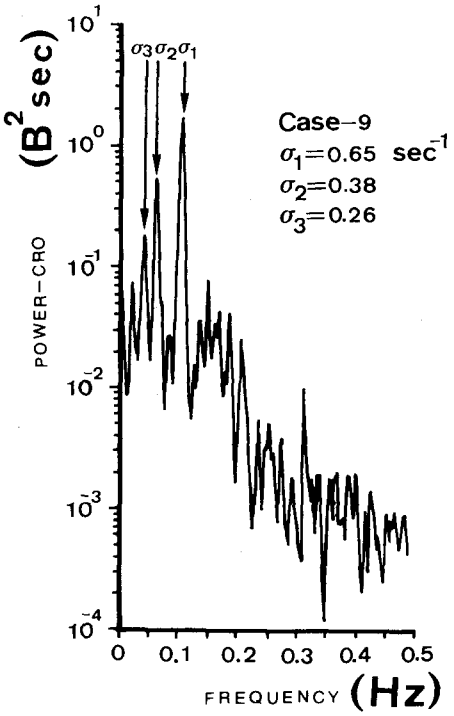


図-3.12　塩分濃度変動スペクトル

3.3.2　共鳴理論の適用

ここでは共鳴理論を適用して，**ray wave**の発生機構に接近する。共鳴条件は**式(3.4)**の分散関係式

$$(\sigma_i/N)^2=k_i^2/(k_i^2+l_i^2)\ ,\quad (i=1,2,3) \tag{3.11}$$

と

$$\sum_{i=1}^{3}\sigma_i=0\ ,\quad \sum_{i=1}^{3}k_i=0\ ,\quad \sum_{i=1}^{3}l_i=0 \tag{3.12}$$

であり，3つの波動が上式を満たす時，これらの波動間でエネルギー交換が生じ，resonant

triadを構成する。ここに，添数字1，2はそれぞれ基本モード波と**ray wave**に，添数字3はresonant triadを組みする他のメンバーに対応する。σ_i，k_i，l_i の内，σ_1 と l_1 は実験的に既知であり，したがって未知数は7個，方程式は**式(3.11)**と**式(3.12)**の合計6本となる。すなわち，モード数を規定する条件がなく，方程式が1本不足することになる。そこで，本論文では**ray wave** の波数 k_2 を実験値として与え，逐次個々の諸量を求める。この内，**ray wave** の周波数について実験値 σ_{2e} と計算値 σ_{2t} を比較することにより共鳴理論の適用性を吟味する。結果は**図-3.13**にある通り，両者に良好な対応が見られ，本実験で観測された**ray wave**は基本モード波と background noise との非線型相互干渉，いわゆる共鳴干渉によって励起されていると言って良さそうである。また，σ_1/k_1 の符号を正にとると σ_2/k_2 のそれも正となり，基本モード波と **ray wave** は同一方向に伝播することを意味し，可視観測でも確認している。

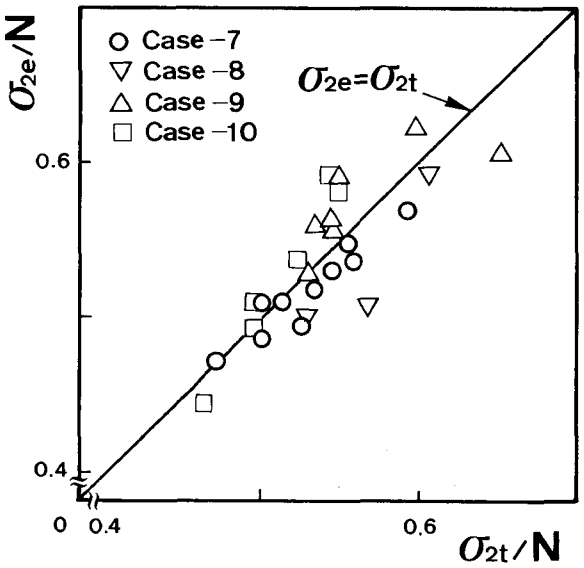


図-3.13　共鳴現象の検証(直線密度場)

他方，σ_3/k_3 の符号は負となり，これらの波動と逆方向に進行することを表す。この添数字"3"の波動について，周波数スペクトルには明瞭に現れているが，可視化実験では他の波動と識別することはできなかった。

3.3.3　共鳴波の発生限界

基本モード波の振幅の経時変化を調べると，共鳴波の発生とほぼ同時に振幅は一定となり，基本モード波の発達に寄与するエネルギーのかなりの部分が**ray wave**の発生に費されていることがうかがえる。そこで，振幅方程式を導き，基本モード波の定常振幅，言い換えると**ray wave**の

発生限界を波動の基本諸量を用いて評価しよう。

既往の研究に倣って,[17)18)] ψおよびρを次のように展開する。

$$\psi=\sum_{r=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{3}\varepsilon^{(r)}\psi_i^{(r)},\quad \rho=\sum_{r=0}^{\infty}\sum_{i=1}^{3}\varepsilon^{(r)}\rho_i^{(r)} \tag{3.13}$$

ここに，εはせつ動パラメタである。また，ψの振幅すなわち波動の振幅aの時間変化はεのオーダとする。**式(3.13)**を**式(3.1)**に代入し，0次のオーダのみ取り出せば線型解と一致する。そこで，可視観測結果に従い，ψ_1についてはモード波，ψ_2とψ_3については波束構造を有する流れ関数

$$\left.\begin{aligned}
\psi_1^{(0)}&=\frac{a_1\sigma_1}{k_1}\sin l_1 z\cos(k_1x-\sigma_1t+\alpha_1)\\
\psi_2^{(0)}&=-\frac{a_2\sigma_2}{k_2}\cos(k_2x+l_2z-\sigma_2t+\alpha_2)\\
\psi_3^{(0)}&=-\frac{a_3\sigma_3}{k_3}\cos(k_3x+l_3z-\sigma_3t+\alpha_3)
\end{aligned}\right\} \tag{3.14}$$

を設定すれば，密度変動ρ_iについても**式(2.3)**からψ_iに対応してそれぞれ

$$\left.\begin{aligned}
\rho_1^{(0)}&=-\frac{\rho_0}{g}N^2a_1\sin l_1z\cos(k_1x-\sigma_1t+\alpha_1)\\
\rho_2^{(0)}&=\frac{\rho_0}{g}N^2a_2\cos(k_2x+l_2z-\sigma_2t+\alpha_2)\\
\rho_3^{(0)}&=\frac{\rho_0}{g}N^2a_3\cos(k_3x+l_3z-\sigma_3t+\alpha_3)
\end{aligned}\right\} \tag{3.15}$$

と求まる。ここに，α_iは位相差である。

つぎに，1次のオーダについて考える。例えば，ψ_2について若干の計算の後，**式(3.1)**の右辺を整理すると

$$[\boldsymbol{J}(\nabla^2\psi_j^{(0)},\ \psi_i^{(0)})+\frac{g}{\rho_0}(\psi_j^{(0)},\ \rho_i^{(0)})_x]_{i,j=1,3}=E_2a_1a_3\cos(k_2x+l_2z-\sigma_2t-\alpha_1-\alpha_3) \tag{3.16}$$

ただし，

$$E_i=\frac{N^2k_i}{4}\left\{\frac{\sigma_1\sigma_2\sigma_3}{N^2k_i}\left(\frac{l_{i+1}}{k_{i+1}}-\frac{l_{i+2}}{k_{i+2}}\right)(k^2_{i+1}+l^2_{i+1}-k^2_{i+2}-l^2_{i+2})\right.$$
$$\left.-\sigma_{i+1}l_{i+1}\left(\frac{k_{i+2}}{k_{i+1}}-\frac{l_{i+2}}{l_{i+1}}\right)-\sigma_{i+2}l_{i+2}\left(\frac{k_{i+1}}{k_{i+2}}-\frac{l_{i+1}}{l_{i+2}}\right)\right\}\quad(i=2)$$

となり，結局

$$\frac{da_2}{dt}=S_2a_1a_3 \tag{3.17}$$

ただし，$S_2=E_2/(2k_2N^2)$

が得られる。ここに，位相差 α_i は $\alpha_i=-\pi/2$ である。

ψ_3についても同様に

$$\frac{da_3}{dt}=S_3a_1a_2 \tag{3.18}$$

ただし，$S_3=E_3/(2k_3N^2)$

となる。しかしながら，現実の流体は粘性を有しているため振幅の発達は抑制される。そこで，粘性によるエネルギー逸散を考慮すると，**振幅方程式(3.17)**と**式(3.18)**はそれぞれ次のように書き直すことができる。

$$\frac{da_2}{dt}=S_2a_1a_3-\gamma_2a_2\ ,\quad \frac{da_3}{dt}=S_3a_1a_2-\gamma_3a_3 \tag{3.19}$$

ここに，γは振幅の時間減衰率である。

これらの振幅方程式から，基本モード波の限界振幅を求めるため，Davis・Acrivos が行ったと同様に $a_1=a_c$ (a_cは定数)とし，**式(3.19)**を例えば a_2 について解くと，

$$a_2\propto \exp\left\{\frac{-(\gamma_2+\gamma_3)\pm\sqrt{(\gamma_2+\gamma_3)^2-4(\gamma_2\gamma_3-S_2S_3a_c{}^2)}}{2}\right\}\cdot t$$

となり，{　}の中が正となれば**ray wave**の振幅が増幅されて行くことになるから，共鳴波の発生限界は

$$a_c=(\gamma_2\cdot\gamma_3/S_2\cdot S_3)^{1/2} \tag{3.20}$$

と求まる。この結果を検証するため，先に得た波動エネルギーの時間消散量から計算される γ ($\gamma=-\dot{E}/\ 2E$)を用いてa_cを見積り，実験値a_0と**図-3.14**に比較している。(なお，前節で求めたエネルギー消散量はモード波のそれであるが，本来モード波は**ray wave**が重ね合わされた波動であり，エネルギー消散率にすると同一である。) 実験的には基本モード波の振幅が定常になり，しかも共鳴波の発生した資料の内最小の振幅をa_0としている。結果にばらつきは認められるものの，1)微妙に変化する現象であること，2)基本モード波と共鳴波の混在した波動場であり，計測

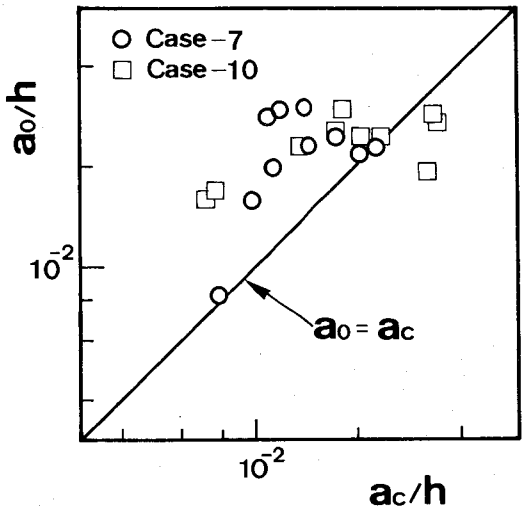


図-3.14　基本モード波の限界振幅

上にも限界があること，等を考慮すれば，ある程度共鳴波の発生限界が評価されたと言える。

つぎに，限界振幅a_0/hと無次元周波数σ_1/Nとの関係を**図-3.15**に示している。図中，共鳴現象の生起しない資料の内で最大の振幅も載せているが(黒いシンボル)，両者はかなり明瞭に区別され(図中の一点鎖線)，限界振幅は周波数の減少とともに増加する。これはDavis･Acrivosの示唆した結果と合致する。また，限界振幅は**式(3.20)**から分かるように波数と深く係わっていることが予想され，波形勾配a_0k_1の形でまとめると**図-3.16**となる。限界波形勾配は周波数とともに若干変化し，ばらつきはあるものの，**図-3.15**を反映してほぼ一定値と見なして差し支えないようである。

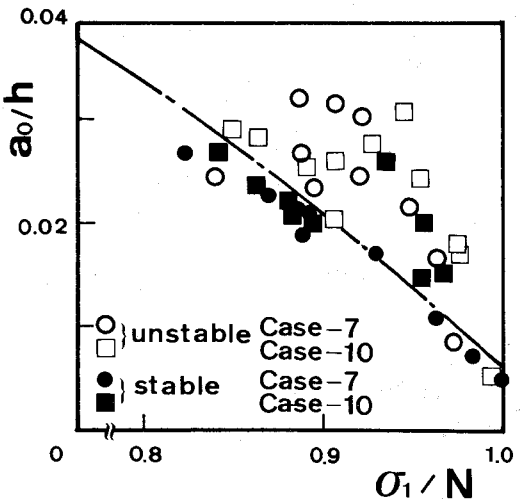


図-3.15　共鳴波の発生限界(直線密度場)

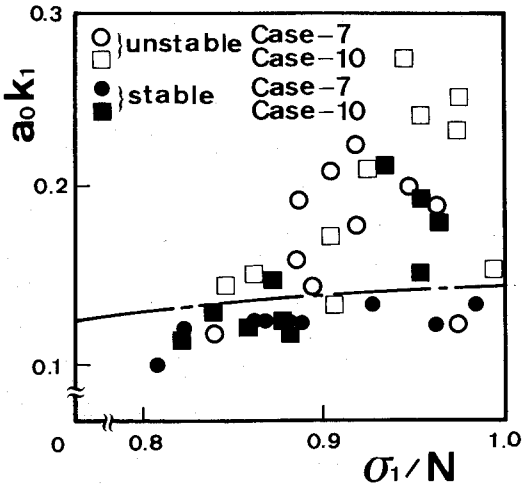


図-3.16　限界波形勾配と周波数の関係
(直線密度場)

3.3.4 共鳴波の砕波限界

実験を観察する限り，共鳴波が発生すればその発達速度に差こそあれ，必ず砕波にまで至っている。したがって，見方を変えれば共鳴波の発生限界は砕波限界とも見なせるが，ここでは共鳴波そのものの砕波機構・砕波限界条件について調べることにする。

写真-3.5は典型的な共鳴波の砕波形態を示したものであり，写真中央部に等密度線のoverturn

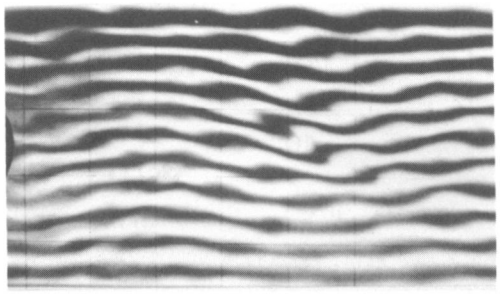


写真-3.5　共鳴波の砕波形態(Case-7, $\sigma/N=0.90$)

が認められる。本論文において，実験的にはこのoverturnをもって砕波と定義する。同写真では**写真-3.4**と同様斜め下方へと**ray wave**が形成されており，この場合には**ray wave**の波谷が前方へと巻き込み，波形全体が壊れる砕波形態を呈する。もう少し砕波時の前後を詳しく見ると，1)**ray wave**の波速は基本モード波のそれより小さいため基本モード波に追い越され，2)基本モード波の波峰から波谷に向う間にoverturnするケースが多いことに気付く。このような基本波と，**ray wave**の重なった状態を模式的に描けば，**図-3.17**となる。すなわち，基本波によって等密度線が，ゆがめられており，その等密度線の最大勾配の位置で，最も重力不安定が発生しやすいことは容易に予想される。例えば，**ray wave**のエネルギーが斜め下方に伝播する場合は図中，○印で示した位置で等密度線のゆがみ分だけ水粒子速度の水平方向成分が加速されるのに対して，水平方向波速は減じられる。

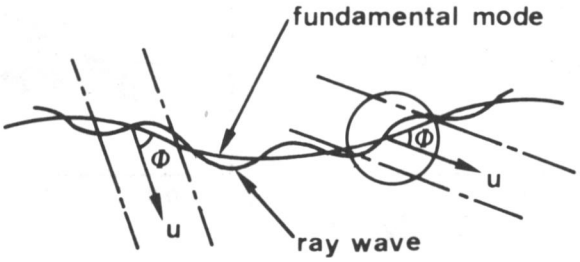


図-3.17　波動場の模式図

そこで，砕波限界として水平方向水粒子速度が水平方向波速と等しくなる条件を考えてみる。[19] **図-3.18**は砕波時の内部波諸量を波形勾配a_2k_2と無次元周波数σ_2/Nの関係で示したものである。図中の曲線は，水平方向水粒子速度が水平方向波速と等しくなる条件を与え，**式(3.4)** を書き直した

$$ak=(\sigma/N)/\{1-(\sigma/N)^2\}^{1/2} \tag{3.21}$$

であり，線型理論ではあるがどの程度実験値と一致するのか，目安として記している。

概して，実験値は理論値を下回っているものの，先の砕波限界条件を否定するものではない。なお，**ray wave** の水粒子運動に基づくR_i数は2程度であり,せん断不安定の生ずる可能性は少ない。事実，**式(3.21)**を使ってR_i数を計算すると$R_i=1+(k/l)^2>1.0$となり,[20] せん断不安定の発生する以前に，波動としての限界状態に達して砕波することが理解されよう。また，共鳴波の砕波による混合量は，**図-3.4**の実験前，実験後の密度分布にある様に，両者に有意な差は認められず，極めて少ないことが知れる。

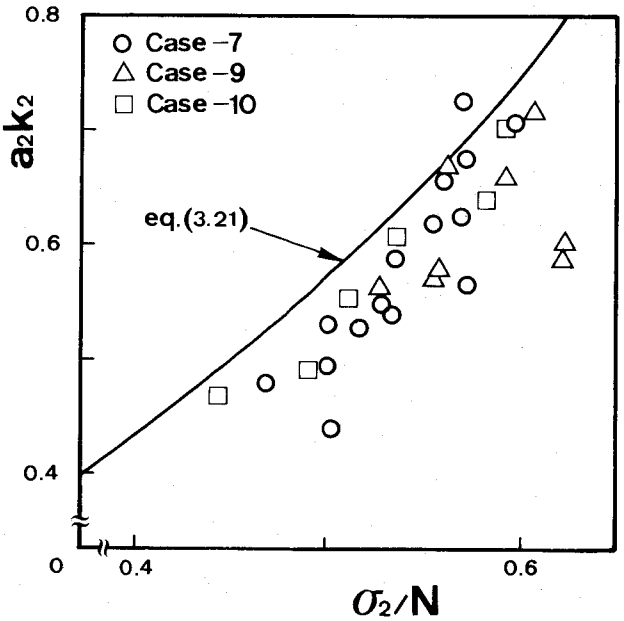


図-3.18　共鳴波の砕波限界(直線密度場)

3.4　二成層密度場への拡張

躍層規模に比し相対的に外力規模を大きくすること，および先に得た知見のより現実に即した

密度場への応用を図るため，密度勾配一定の躍層を有する二成層密度場を作り，前節と同様の実験を行った。実験条件は**表-3.3**に示す4ケースで，表中$\Delta\rho$は上層と下層の密度差，dは躍層厚さを表す。また，全水深は直線密度場と同じ47cmで，上層と下層は同水深としている。なお，二成層密度場では基本モードの内部波のみ生起し，3次と5次モードの内部波は観測されていない。

写真-3.6は実験開始後1分間隔で躍層付近を中心に撮影した内部波の可視化像である。直線密度場と同様，2分程度で**ray wave**の発生が見られ，砕波へと発達して行く様子が理解される。前節に倣って，**ray wave**の周波数について実験値と計算値を比較したのが**図-3.19**であり，基本モード波とbackground noise との非線型共鳴干渉によって，**ray wave**が励起されていることが再認識される。

表-3.3　実験条件（二成層密度場）

Case	$\Delta\rho$ gr/ cm^3	d cm	N 1/sec	Symbol
11	0.010	20	0.70	○
12	0.010	12	0.92	□
13	0.010	7	1.15	△
14	0.0075	17	0.70	▽

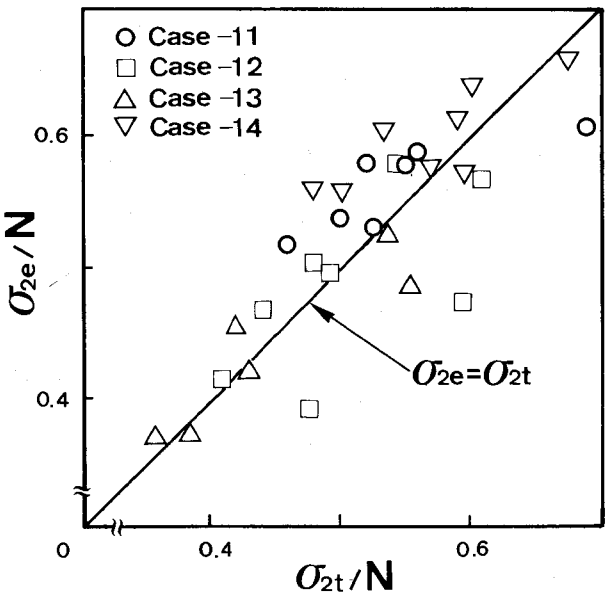
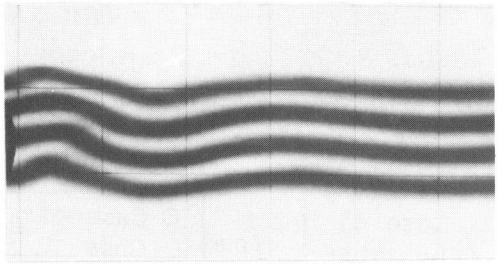
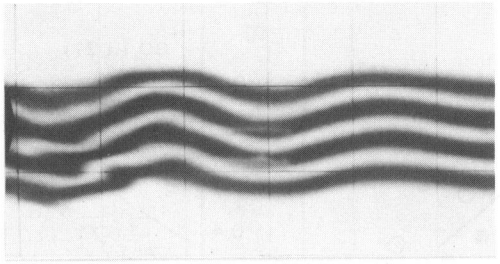


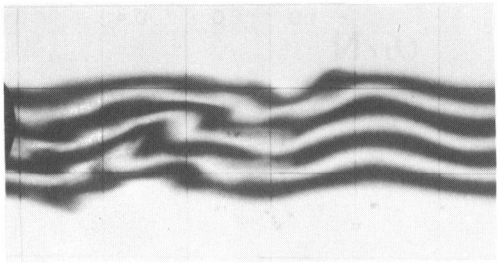
図-3.19　共鳴現象の検証(二成層密度場)



(a)　1min



(b)　2min



(c)　3min

写真-3.6 **ray wave**の発生(Case-14, σ/N=0.89)

ついで，共鳴波の発生限界と共鳴波の砕波限界をそれぞれ**図-3.20**，**図-3.21**にまとめている。発生限界については１種類の資料であるが，周波数の減少に伴い限界振幅は増加し，また共鳴波の砕波限界は，水平方向の水粒子速度が水平方向波速と等しくなる条件をほぼ満たしている。以上のように，二成層密度場であっても非線型共鳴干渉により**ray wave**が発生し，砕波に至ることが明らかにされた。

写真-3.6から分かるように，共鳴波が砕波しても基本モード波自体の波形に大きなゆがみは認められない。ここで，強調すべき点は，基本モード波の諸量が砕波限界条件を下回っていても不安定現象が生じ、混合現象に寄与する可能性のあることを示唆したことにある。

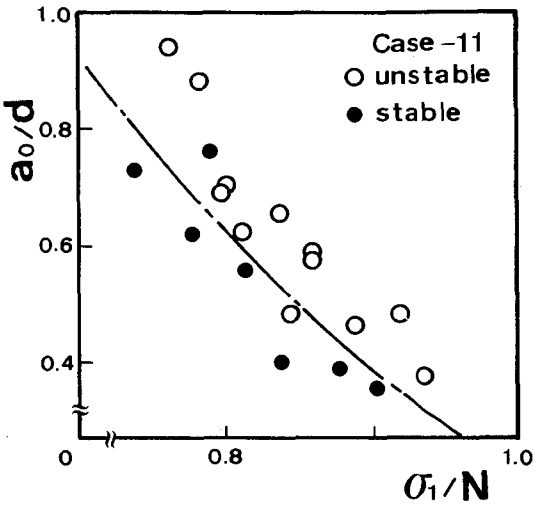


図-3.20　共鳴波の発生限界(二成層密度場)

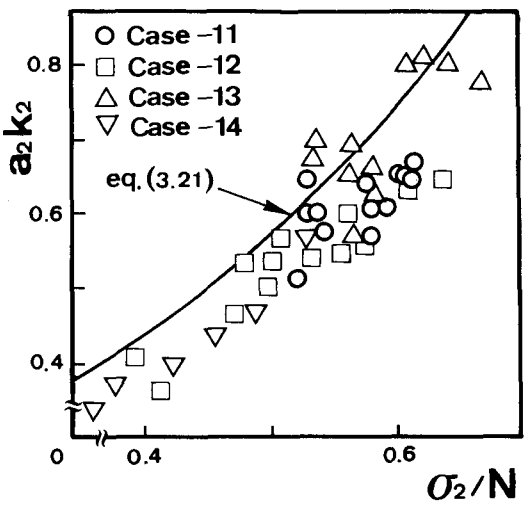


図-3.21　共鳴波の砕波限界(二成層密度場)

3.5　結語

本章では，密度勾配一定の直線密度場に内部波を生起させ，直線密度場における内部波の基本特性，並びに共鳴現象と共鳴波の砕波機構について考察した。さらに，直線密度場で得た知見のより現実に即した密度場への応用を目指して，躍層を有する二成層密度場へと実験を拡張し，内部波の砕波機構を検討した。

本章で得られた知見は以下のようにまとめられる。

1)波束構造を有する内部波について，水平方向と鉛直方向の波数が**分散関係式(3.4)**を満足さえしていれば，波動規模は周波数と無関係であり，波動を励起させる外力の規模に対応して任意規模の内部波が発生し得る。さらに，エネルギーの伝播方向および反射による位相変化が評価され，実験値からその妥当性が示された。

2)直線密度場において，外力周波数がブルント・バイサラ振動数付近で基本モードの内部波が，外力周波数の減少とともに，５次モードの内部波が生起する。この内，基本モード波の波形・波速および振幅の距離減衰率について実験値と理論値に満足すべき合致が得られた。

3)基本モード波のみ生起する周波数帯で実験を継続すると波束構造を有する **ray wave** が発生

し，しかも **ray wave** の周波数は基本モード波の周波数より小さいことが見い出された。この **ray wave** の発生機構は，基本モード波と background noise との非線型共鳴干渉によって説明される。さらに，共鳴波の発生限界も振幅方程式を導き，内部波の基本諸量を用いて評価され，実験結果からその有効性が検証された。

4)共鳴波は，振幅の発達とともに遂には砕ける。この砕波限界は，水平方向の水粒子速度が水平方向波速と等しくなる条件を満たし，線型理論ではあるが**式(3.21)**で概ね評価できることが明らかにされた。

5)直線密度場で得た知見を検証する意味からも，躍層を有する二成層密度場へと視点を移し，先と同様の実験を行った。その結果，非線型共鳴干渉による共鳴波の発生，発達から砕波に至る過程が可視観測から明らかにされ，不安定現象を励起する要因として共鳴干渉の重要性が再認識された。

特に注目すべき結果は，基本波諸量が砕波限界条件を下回っていても，不安定現象が励起され，混合現象に寄与する可能性のあることを示唆した点にある。

参 考 文 献

1) Woods, J.D. ; Wave-induced shear instability in the summer thermocline, J. Fluid Mech, vol. 32, pp. 791～800, 1968.

2) Booker, J.R. and F.P. Bretherton : The critical layer for internal gravity waves in a shear flow, J. Fluid Mech., vol. 27, pp. 513～539, 1967.

3) 例えば Oster, G.: Density gradients, Scientific American, vol. 213, pp. 70～76, 1965.

4) Thorpe, S.A. : On internal gravity waves in an accelerating shear flow, J. Fluid Mech., vol. 88, pp. 623～639, 1978.

5) Orlanski, I.: On the breaking of standing internal gravity waves, J. Fluid Mech., vol. 54, pp. 557～598, 1972.

6) 室田　明・平田健正・吉田延雄：連続密度場における内部重力波の特性と砕波機構に関する研究，土木学会論文報告集投稿中.

7) Keulegan, G.H. and L.H. Carpenter : An experimental study of internal progressive oscillatory waves, Nat. Bur. Stand. Rept., 7319, 1961.

8) Davis, R.E. and A. Acrivos : The stability of osillatory internal waves, J. Fluid Mech., vol. 30, pp. 723～735, 1967.

9) Martin, S., W. Simmons and C. Wunsch : The excitation of resonant triads by single internal waves, J. Fluid Mech., vol. 53, pp. 17～44, 1972.

10) McEwan, A.D.: Degeneration of resonantly-excited standing internal gravity waves, J. Fluid Mech., vol. 50, pp. 431～448, 1971.

11) 冨永政英：海洋波動，共立出版，pp. 528～536, 1976.

12) 石原藤次郎編：水工水理学，丸善，pp. 500～506, 1972.

13) 室田　明・平田健正・吉田延雄：連続密度場における内部重力波の特性について，第36回土木学会年次学術講演会概要集II，pp. 436～437, 1981.

14) Wunsch, C. : Progressive internal waves on slope, J. Fluid Mech., vol. 35, pp. 131～144, 1969.
15) Thorpe, S. A. : On the shape of progressive internal waves, Phil. Trans. Roy. Soc., vol. 263, pp. 563～614, 1968.
16) Phillips, O. M. : The dynamics of the upper ocean, 2nd edition, Cambridge Univ. Press., pp. 217～232, 1977.
17) 前出の文献 8)
18) 前出の文献 9)
19) 室田　明・平田健正・道奥康治：内部重力波の基本特性と斜面上における砕波現象について，土木学会論文報告集，第301号，pp. 61～70, 1980.
20) Orlanski, I. and K. Bryan : Formation of the thermocline step structure by large-amplitude internal gravity waves, J. Geophys. Res., vol. 74, no. 28, pp. 6975～6983, 1969.

第4章　深い湖における内部重力波の現地観測

4.1　緒論

霞ヶ浦や琵琶湖南湖等の浅い湖沼は勿論のこと[1]，最近では貧栄養湖と考えられる深い湖にまで富栄養化現象が顕在化してきている[2]。この深い湖の特徴は言うまでもなく水温躍層の形成に代表され[3]，水温差に基づく密度成層効果により，深い湖の流動や混合形態は均質な流体場と著しく異なる。すなわち，表層と底層との間の水質交換が抑制され，加えて閉鎖性水域であることが人為的な負荷量の増加と相乗して湖をとりまく水環境を益々厳しいものとしている。

また，温帯域の深い湖であれば1年を通じて受熱期，放熱期，循環期と大別されるが，各季節において特徴的な現象が存在するはずであって，それらの実態を把握し湖の規模に見合ったスケールで混合現象を論じる必要があろう。例えば，水温躍層が自由表面下数mに位置する受熱期初期には風波による侵食効果も十分期待できようし[4]，受熱期末期から放熱期にかけては内部静振や躍層規模の内部波による密度界面のoscillation[5]，循環期には表面冷却による対流混合[6]等が挙げられる。中でも密度中間層に生起する内部波は砕波による混合のみならず，表層から底層へのエネルギー伝達機構としてあるいは流体内部のエネルギー消散機構として系全体のエネルギー収支には重要な役割を演じている。そうした視点から，海洋では早くから注目され，内部波についての観測資料が数多く集積されている。[7),8)] 他方，陸水域では，内部波の重要性が指摘されているにもかかわらず，観測例は，琵琶湖などに見るに留まっている。[9)] 加えて，計測機器や観測時間の制約もあって定点観測が中心であり，内部波の空間的な波数構造についてはほとんど知られていないのが実情と言える。[10)]

このような背景から，湖沼における富養栄化現象究明の一環として，中禅寺湖において月1回の観測の他に，1982年6月と9月に湖水温の連続観測を行う機会を得た。特に，6月の観測資料から風外力に対する密度場の応答特性，並びに風停止にともなう内部静振やモード構造を有する内部波を捉えることができた。[11)]そこで，本章ではこれらの観測資料を基に**第1章**から**第3章**までに用いた内部波の数理モデルの実際現象への適用性を調べるとともに，前章までに得られた理論的，実験的知見がどのように現実に反映されるのかを検証するため，中禅寺湖における内部波の現地観測を実施した。

4.2　中禅寺湖と現地観測の概要

4.2.1　中禅寺湖の地形学的特性

中禅寺湖は男体山の麓，標高1268mに位置し，東西6.54km，南北1.85km，湖表面積12.1km^2，平均水深94.7m，総貯水量11.4億m^{3}の堰止湖である。主要な流入河川は**図-4.1**にあるように，湯川，地獄川，外山沢川，柳沢川の4河川で，平均流入量は5.6m^3/sec，降水量も含めると平均滞留時間は約6.5年である。他方，流出河川は大谷川だけで，流出量は1.4m^3/secと総流出量の25%を占めるにすぎず，地下水流出が70%と大きい。

図-4.2に1981年8月から1982年7月までの湖水温のイソプレットを示す。水温躍層の形成は4月下旬～5月上旬頃から始まり，8月上旬に完成する。その後，表層の混合層厚が徐々に増加し，1月には水温が全水深に亘り4℃の混合し易い状態となっていることが知れる。そして，2月～3月に逆列成層（底層水温は表層水温より高いが，4℃より小さいため密度分布は安定）を形成し，4月に再度4℃の等温度状態となる。すなわち，夏季に正列，冬季～春季に逆列の成層を作る深い温帯湖特有の性質を示している。

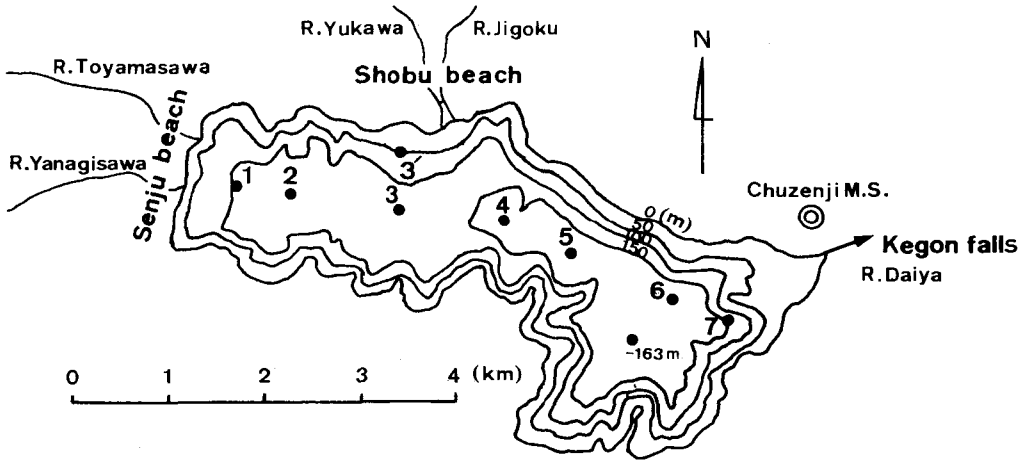


図-4.1　中禅寺湖の湖地形と観測地点

4.2.2　現地観測の概要

風外力に対する密度場の応答特性および内部静振や躍層規模の内部波を捉えるため，1982年6月下旬と9月中旬にそれぞれ1週間程度の湖水温の連続観測を行った。測定項目は水温の鉛直分布と変温層付近での水温の時間変化である。

水温の鉛直分布について通常のサーミスタ水温計を用いたのでは荒天時に観測船が流される，あるいは水温センサー自体が水中でふらつく等水深決定に大きな誤差を伴い，1回の測定にもかなりの時間を要する。そこで，本観測では観測資料の精度向上と観測時間の短縮を図るため，B.T.(Bathy Thermograph，鶴見精機製マイコンBT-2型）による水温鉛直分布の実測を行った。このB.T.は直径12.5cm，長さ76.0cmの円柱形（水中重量約5kg）で，その先端部に圧力センサーと

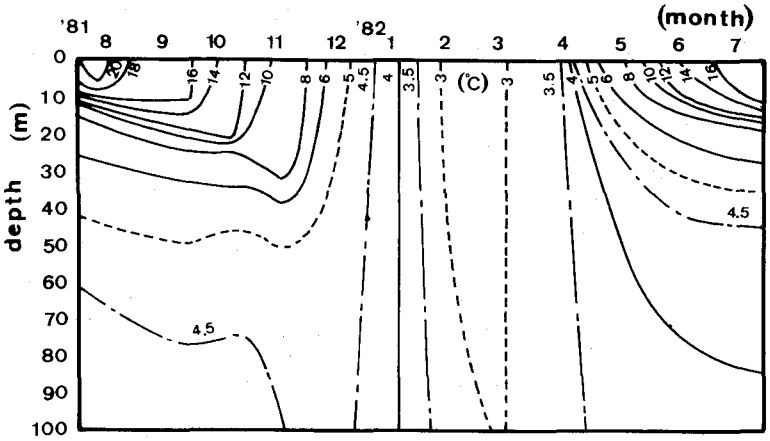


図-4.2　湖水温の季節変化

水温センサー（白金抵抗式）が取り付けられている。そして，圧力センサーで水深を感知し，ただ機器を水中に下すだけで鉛直方向に10cm間隔の水温分布を得ることができる。B.T.の水中落下速度は表層と底層で1m/sec，変温層付近で0.5m/sec程度となるよう調節する。また，圧力センサーと水温センサーの時定数はそれぞれ0.01，0.2秒であり，水中の速度が1m/secを越えないことから，動水圧による水深の検出誤差は0.2m以内と推定される。なお，B.T.の水温測定範囲は－2～38℃，測定精度は±0.05℃で，水深200mまで観測できるよう設計されている。

B.T.を用いた水温鉛直分布の測定地点は**図-4.1**中の湖長手方向に沿ったSt-1～St-7までの7地点で，全測点の1回の走査に要する時間は約60分である。また，観測期間中ほぼ2時間毎に24時間の水温鉛直分布も計測しており，St-3'は夜間に行った観測地点を示している。

他方，水温の時間変化はSt-2の位置で，時軸センサータイプの水温計（鶴見精機製マイコンB.T.）を用いて観測する。このセンサーは2048個のデータを収録することができ，測定時間間隔も0.1～99.9秒まで0.1秒きざみで任意の値に設定可能である。観測手法は湖底のコンクリートアンカーに係留されたパイロットブイにロープで吊り下げ，所定の水深で水温の経時変化を検出する。

観測点の水深と観測点間距離は **表-4.1** にまとめている。先述したように湖全体の平均水深は94.7mであるが，内部静振の解析には観測点に沿った平均水深131.2mを用いることにする。

表-4.1　観測地点の水深と距離

Station	W.S.	1	2	3	4	5	6	7	E.S.	
Depth(m)	0	104	115	128	152	158	160	140	0	Mean depth 131.2
Length(m)		546	534	1246	1074	762	1292	534	550	Total 6538

4.3 内部静振

4.3.1 風外力に対する密度場の応答特性

中禅寺湖における風向は湖長手方向に沿った東および西風が卓越し，中でも東風が多い。[12] **図-4.3**は中禅寺測候所で記録された6月23日9時から6月26日9時までの平均風速と風向を示している。23日は日中ほぼ無風状態に近い。そして，24日5時頃からかなり強い東風が吹き始めている。

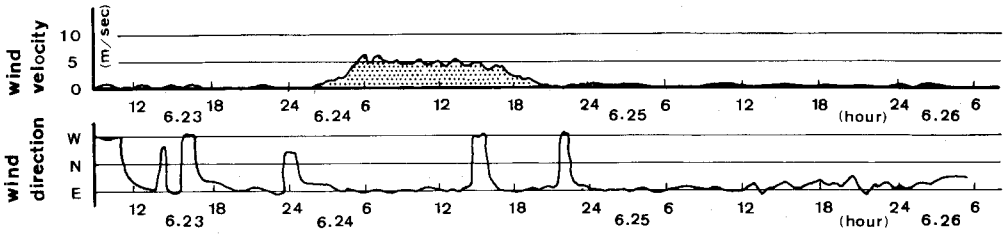


図-4.3　平均風速と風向

実際に現地菖蒲ケ浜から見る限り，湖面全域に白波が立ち船上からの水温観測は見合さざるを得なかった。一般に，海上の風速は岸側で観測されたそれの1.3倍程度となっていることから，湖上では7～10m/secの東風が吹き続けていたものと推定される。

午後，風の弱まるのを待って水温の鉛直分布を測定し，この資料と23日日没直前の資料を**図-4.4**に対比している。同図から23日の各測定地点での水温分布に大きな差異は認められないものの，24日の資料からは風下側に向って著しく表層の混合層厚が増加しているようにも見受けられる。これらの資料を基に水温の等値線を描いた結果が**図-4.5**である。両者を比較すると**図-4.5(a)**では16℃の等温度線が存在するのに対し，**図-4.5(b)**では混合拡散されて消えている。そこで，表層と底層の中間密度で定義される界面の位置を求めてみた。これらの資料を通して表層水温は15.3℃，底層水温は4℃であり，その中間密度は11.9℃に相当する。同図から，**図-4.5(a)**では界面は10.2mに位置し，**図-4.5(b)**ではSt-1で13.4m，St-7で7.3mとなりその差は6.1m，勾配にすると1.12×10^{-3}傾むいていることになる。ところが，後にあるように，25日早朝の資料では界面の位置は10.1mと計算され，風による混合が期待されたのに反し風による侵食効果は界面までに及んでいないことがうかがわれる。すなわち，表層の混合層が10mにも発達すると，長時間風が吹き続けても極く表層の等温度線を破壊するに留まり，風によるシアーエネルギーのかなりの部分がwind set upを介して界面の傾きによるポテンシャルエネルギーに変換されていると言える。

一定の風が継続して吹いても，風の吹き寄せ効果に対して密度界面は緩慢に応答し，定常状態に到達するまでにはかなりの時間を必要とする。その目安の1つとして，内部静振の周期の1/4が考えられる。[13] その意味では**図-4.5(b)**は東風が約7時間連吹した後の観測資料であり，後述する内部静振の周期が約12時間であることから，このケースではほぼ準定常状態に達していたと見な

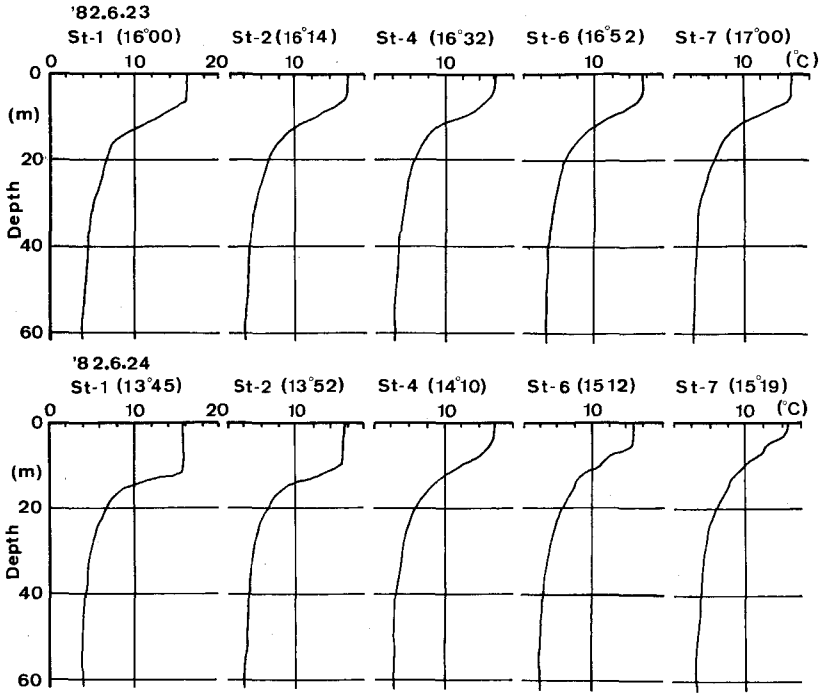


図-4.4　水温の鉛直分布

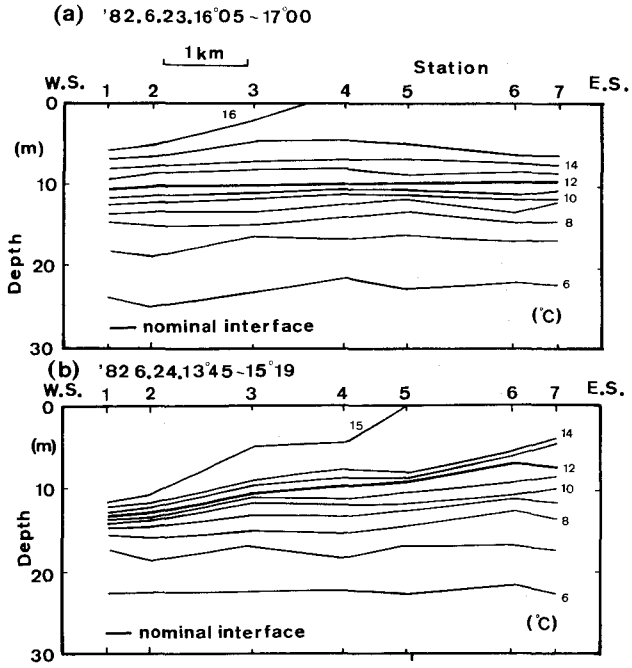


図-4.5　等温度線

すことができる。そこで，界面の傾きを求めてみよう。

いま，湖を2次元の長方形断面と考える。そして，上・下層の密度ρ_1, ρ_2を一定とすれば，定常状態における風による自由表面の上昇量ξ(平均水面からの変位)は梶浦[14]により

$$\xi=-\frac{\gamma}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\gamma^2+4(bx+B)} \tag{4.1}$$

ここに，$\gamma=2\varepsilon h_1$，$b=\dfrac{2\varepsilon\tau}{\rho_1 g}$

で与えられる。ここに，xは上流端から風下側に測定した距離，εは相対密度差$(\rho_2-\rho_1)/\rho_1$, h_1は上層の平均水深，gは重力加速度，τは風によるせん断力で，Bは$\int\xi\,dx=0$より決まる定数である。また，ξを用いて自由表面から測定した界面位置$\overline{h_1}$は

$$\overline{h_1}=h_1+\xi/\varepsilon \tag{4.2}$$

と換算される。計算条件は先述した上層平均水深$h_1=10.2$m，密度ρ_1, ρ_2はそれぞれ水温15.3, 4℃に対応する0.99908，1.000を与える。また，風によるせん断力τは抵抗係数$\varkappa=1.20\times10^{-3}$，空気密度$\rho_a=1.21\times10^{-3}$(gr/cm^3)，風速$W=8$m/secとすると

$$\tau=\varkappa\cdot\rho_a\cdot W^2 \tag{4.3}$$

から$\tau=0.93$dyne/cm^{2}が得られる。[15] これらの諸量から**式(4.1)**中のパラメターは

$$\gamma=1.88\ (\mathrm{cm}),\qquad b=1.75\times10^{-6}\ (\mathrm{cm}),\qquad B=-0.54\ (\mathrm{cm}^2)$$

と決定される。その結果**式(4.1)**から，St-1およびSt−7の自由表面の上昇量ξは$\xi_1=0.24$cm, $\xi_7=-0.28$(cm)と求まり，界面位置に換算するとそれぞれ12.8，7.2mとなる。したがって，界面の傾きは1.03×10^{-3}となり，先述の値とほぼ合致することが知れる。このように，せん断力τの計算にあいまいさは残るものの，界面の傾きは風の吹き寄せ効果による圧力上昇が界面の低下と均衡する静水圧バランスで説明することができる。

4.3.2 基本モードの内部静振

風停止とともに重力の復元力による界面の振動が生じる。**図-4.6**は6月25日16時から26日8時まで約16時間St−2で観測した水温の経時変化である。測定水深はほぼ界面位置に相当する11.0m，サンプリング間隔は30.0秒である。同図から水温差にして約3℃(鉛直変位にすると3.4m)，周期にして12時間程度の変動を読み取ることができる。そして，この長周期成分に20〜60分の短周期

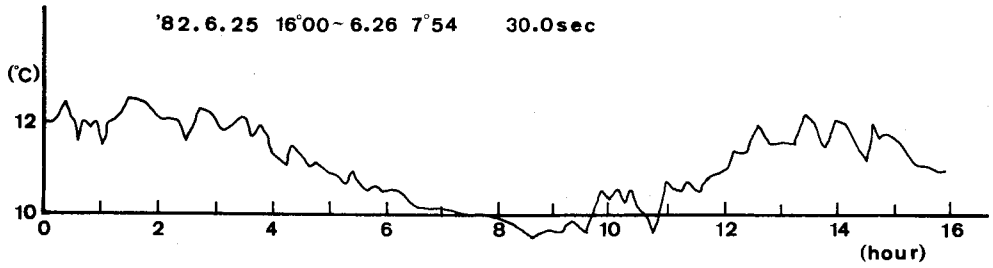


図-4.6 水温の経時変化

成分が重畳していることも分かる。**図-4.7**は，この資料から得られたFFT法による水温変動スペクトルである。(なお水温はケルビン単位Kで表している。) 同図には短周期成分の卓越は認められるが，観測時間が16時間と短いこともあって，先の長周期成分に対応する倍周波数成分は検出されていない。

図-4.6にある約12時間の長周期変動は，基本モードの内部静振に起因すると推察され，まず，上・下層の密度を一定とした二層界面波モデルを用いて周期を求めてみる。長波近似を施すと**第1章式(1.7)**の二層界面波の波速 C は

$$C^2=\varepsilon g\frac{h_1h_2}{h_1+h_2} \tag{4.4}$$

となる。ここに，h_2 は下層水深である。全水深 (h_1+h_2) を131.2mとし，前節で述べた諸量を用いると波速 C は $C=0.29$m/secと計算され，基本モードの内部静振の波長は湖の長さの2倍13.1kmとなることから周期は12.5時間と得られる。

つぎに，界面付近の密度分布形を考慮したHolmboeモデル[16]から周期を見積ってみよう。**図-4.8**は湖のほぼ中央に位置し，湖長手方向を代表すると考えられるSt-4(25日8時)の密度分布である。図中，**第2章式(2.1)**の密度分布形も載せているが，観測値は**式(2.1)**で十分に近似され，Holmboeモデルが実水域にも適用し得ることが認識される。図中に記した諸量を使用すると**式(2.9)**から波速 C_h は $C_h=0.26$m/sec，周期は13.8時間と求まる。実験で得られたと同様に，Holmboeモデルでは周期は若干長くなり，密度分布形を考慮した効果が現れている。

いずれにしても，**図-4.6**に見られる12時間の水温の長周期変動は基本モードの内部静振に励起されていると考えて良さそうである。

4.3.3 モード構造を有する内部波

図-4.9(a)は**図-4.5(b)**から約2時間後の，**図-4.9(b)**は翌25日早朝の等温度線を描いた結果である。**図-4.5(b)**と比較すると**図-4.9(a)**の等温度線の傾きは幾分か小さくなり，さらに水平方向に等

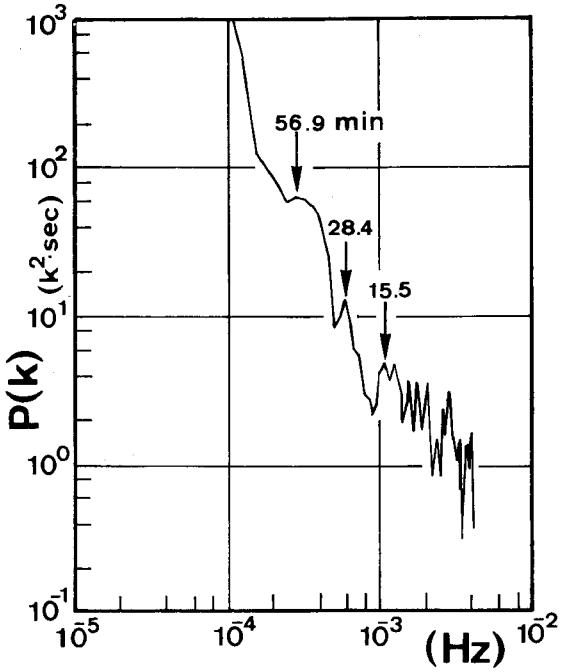


図-4.7　水温変動スペクトル

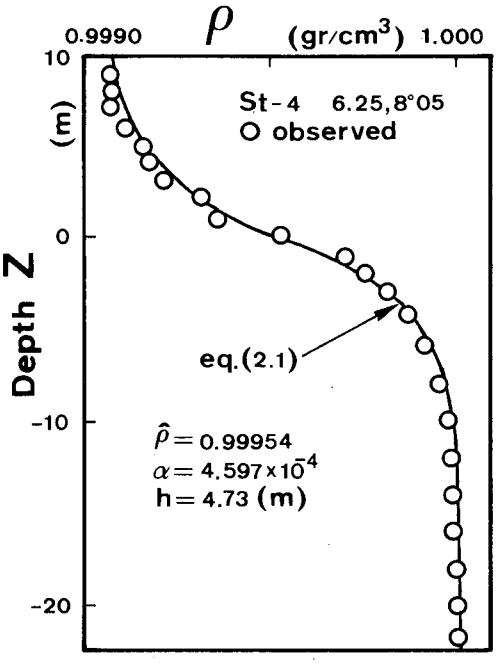


図-4.8　密度分布

温度線が収束あるいは発散する極めて特徴的なパターンを呈している。勿論，St-1からSt-7までの間に約1時間の時間遅れはあるが，この時間遅れを別にすると同図は水平方向に3個のnodeすなわち3次モード，鉛直方向に2次モードを構成する内部波の存在を強く示唆している。**図-4.9(b)**にもこの内部波の存在がうかがわれる。なお，鉛直方向に2次，水平方向に3次モードを有する内部波の等温度線を模式的に**図-4.10**に示しているが，同図の等温度線の描くパターンは**図-4.9(a)**と酷似していることが理解されよう。

つぎに，Holmboeモデルからこの内部波の特性を調べてみよう。鉛直方向に2次モードを有することからもはや$p \ll 1$ではなく，**式(2.9)**は使えない。そこで，**図-4.8**中の諸量と水平方向に3次モード，すなわち水平方向波長4359mを与え，**式(2.7)**の分散関係式から固有値pを数値的に求めると$p=0.247, 1.346, 2.422\cdots$と計算される。これらの$p$値は順次鉛直方向の1，2，3…次モードの内部波に対応する。したがって，水平方向に3次，鉛直方向に2次モードを構成する内部波の波速C_hは**式(2.8)**から$C_h=0.082$m/sec，周期は14.7時間と推定される。

この周期にして15時間にもなる内部波の存在を確認するため，25日8時から26日10時まで約26時間，ほぼ2時間毎に測定した水温の鉛直分布から各水深位置での水温の経時変化を連ねたのが**図-4.11**である。先述したように25日18時～26日4時まではSt-3'の，それ以外はSt-3での観測資料を用いている。鉛直方向に2次モードを有する内部波の振幅は界面では理論上0となり，事実水深10mの水温変動には基本モードの内部静振による12時間の変動成分が顕著に現れている。そ

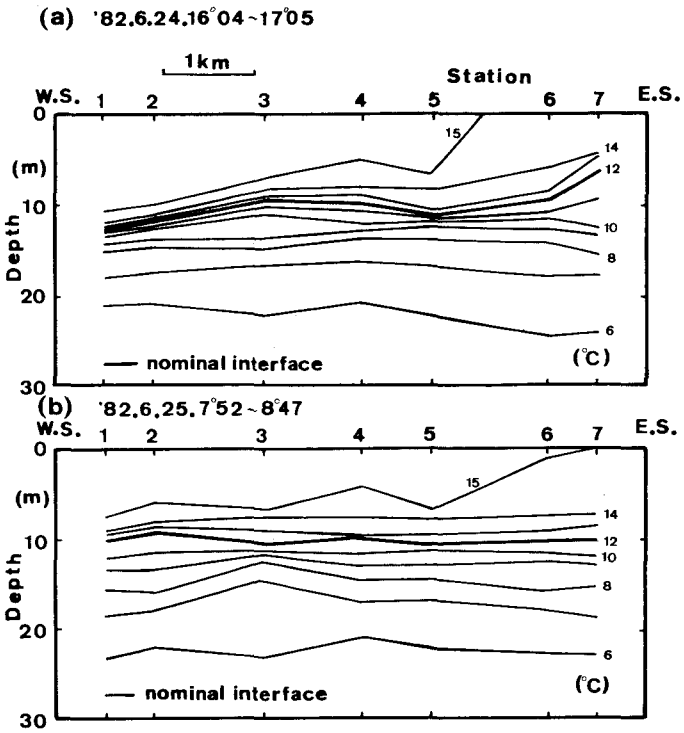


図-4.9　等温度線

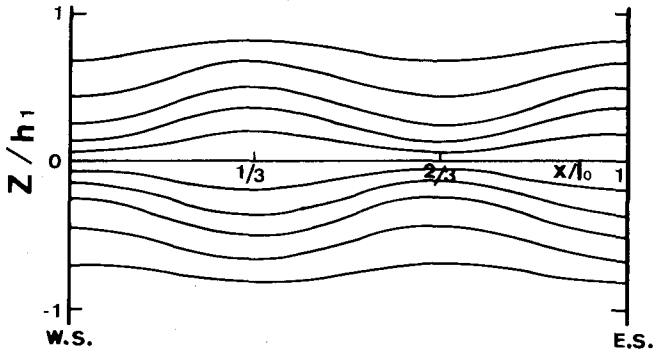


図-4.10 鉛直方向に２次，水平方向に３次モードを有する内部波の等温度線の模式図
（界面を鉛直方向の原点にとり，湖東西方向の長さを ℓ_0として描いている。）

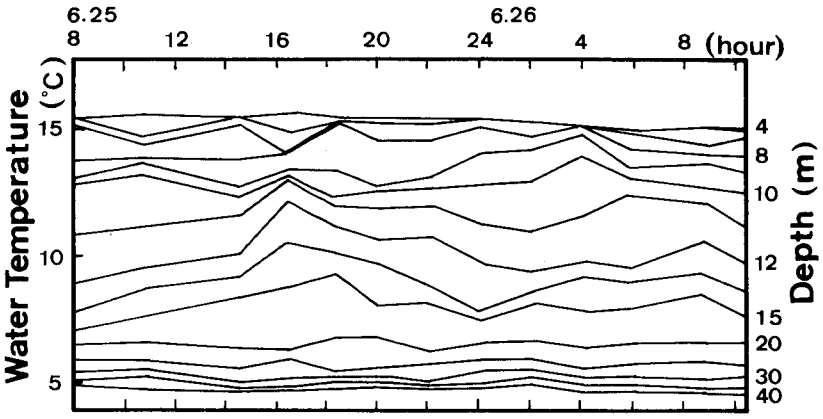


図-4.11　水温の経時変化

して，界面より深層側の12～15m層には14～16時間の変動を見ることができる。観測点が昼間と夜間で湖南北方向に異なってはいるが，モード構造を有する内部波波長は4359mと長く，界面振動には湖南北方向にほとんど位相差はないと考えられることから，**図-4.11**にある14～16時間の変動成分は上記の内部波に起因していると判断して差し支えないようである。ただ，どのような機構でモード構造を有する内部波が生起するのか，現在までのところ情報は得られておらず，今後の観測資料の集積が待たれる。

4.4　躍層規模の内部波

前節では長周期性の内部波について考察を行ったが，現地観測あるいは実験結果から，躍層規模の内部波の存在も指摘されている。[17]**第3章**で述べた非線型共鳴干渉の実水域での検証などは望むべくもないが，いったい躍層規模の内部波が存在するのかどうか，もし存在するとすればどの程度の波長，波高規模を有するのか調べるため，放熱期の変温層内でも水温の定点観測を実施した。

図-4.12はその結果の1部を例示したものである。観測は9月16日，St-2の水深20.0mで行い，サンプリング間隔は4.0秒，観測時間は2.3時間である。また，**図-4.13**は観測中のSt-2の密度分布であり縦軸の矢印は，水温の観測位置を表している。**図-4.12**から，内部静振によると思われる平均水温の上昇(**図-4.12(a)**)あるいは低下(**図-4.12(b)**)といったトレンドに周期にして200～1000秒の，水温差にして約0.6～1.1℃の変動成分が重なっていることが知れる。**図-4.14**はこれらの資料を基に平均的なトレンドを除去した後に，FFT法による水温変動スペクトルを求めた結果である。図中横軸に記したN値は界面付近の密度分布を直線近似して得られたブルント・バイサラ振動数(周期にして241秒)を示している。同図には303，455，481秒の卓越周期成分が見られ，中でも303秒の成分はブルント・バイサラ周期とほぼ合致し，典型的な躍層規模の内部波と考えられる。以上

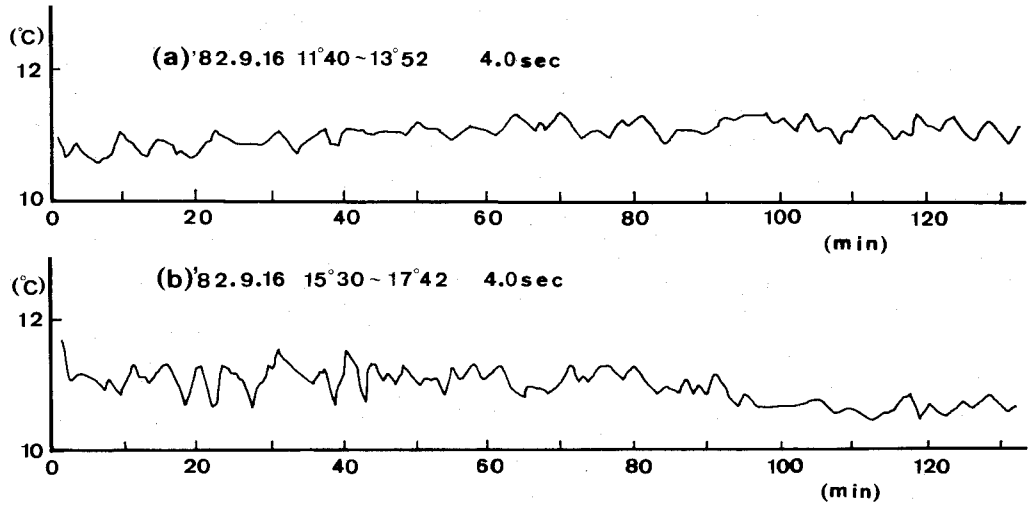


図-4.12　水温の経時変化

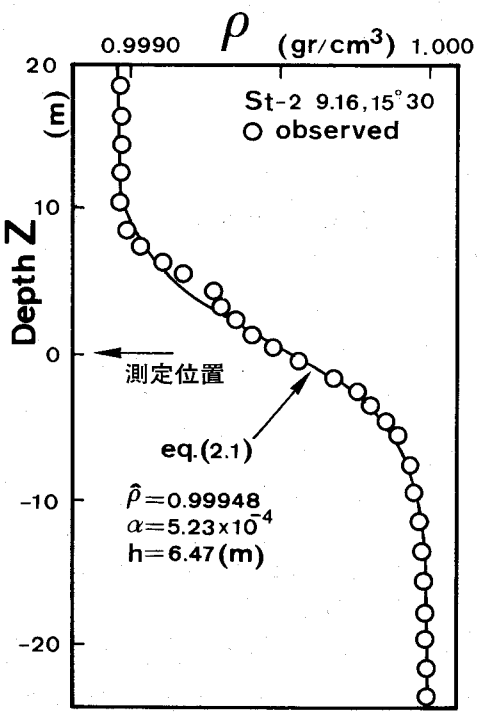


図-4.13　密度分布

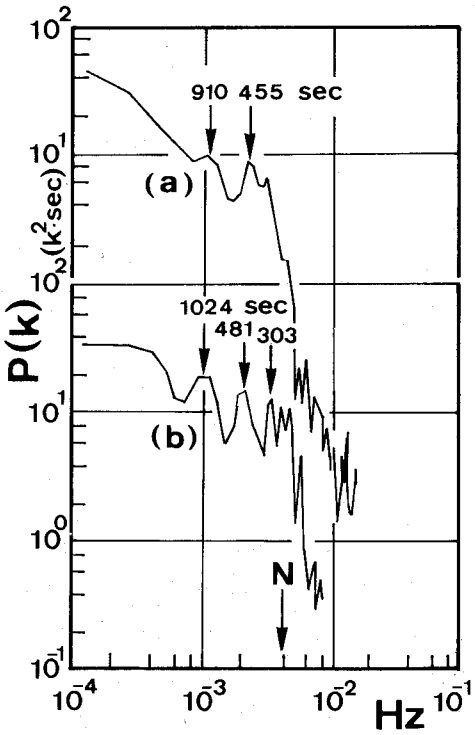


図-4.14　水温変動スペクトル

の資料は3m/sec程度の西風が吹いていた状態で観測されたものである。また，目視によれば中禅寺湖では波長7m位の風波が卓越しており，周期にすると約２秒となることから，上記の観測結果に風波の影響はほとんどないものと考えられる。

つぎに，これらの内部波について，モード構造に関する情報は全く欠如しているが，鉛直方向には１次モードと考える。すなわち，**第３章写真-3.6(a)**の状態を想定したことになる。そして，**図-4.13**中の諸量を使って**式(2.7)**，**(2.8)**から内部波波長を推算する。さらに，振幅aについては概略値ではあるが，水温の変動振幅を界面付近の水温勾配で除して算出し，波形勾配akとともに**表-4.2**に整理している。

Holmboeモデルでは躍層厚は特性躍層厚hの2倍で与えられることから，このケースでは約13mとなる。したがって，周期303秒の内部波について言えば，その波長は躍層厚のほぼ３倍となっており，典型的な躍層規模の内部波であることが再認識されよう。

表－4.2　内部波諸量

Wave period (sec)	Wave amplitude (m)	Wave length (m)	Wave slope	σ/N
303	0.58	40.0	0.091	0.80
455	0.35	105.0	0.021	0.53
481	0.63	116.0	0.031	0.50

表中に無次元周波数σ/N(σは周波数)も載せている。そして，**第３章第 3.4 節**(躍層を有する二成層密度場）で行った実験ではσ/Nが0.5で砕波限界波形勾配akは約0.5となる(**図-3.21**)ことから，これらの内部波は砕波にまでは至っていないと判断される。

なお，ほぼ無風状態でも水温の定点観測を行っているが，この時には，有意な水温変動は検出されていないことを付け加えておく。

4.5　結語

本章では水温の鉛直分布と定点観測を併用して，実水域での内部波の実態把握に努め，二層界面波モデルやHolmboeモデルの現地観測資料への適用性を吟味した。中でも長さ6.5km，水深130mの空間スケールを有する中禅寺湖で，水平方向に３次，鉛直方向に２次のモード構造を有する内部波の空間的な波数構造を捉えることができたのは，風に煩わされることなく極く短時間に水温鉛直分布を観測できるB.T.に依るところ大であった。そして，特に現地観測においては観測機器の整備・改善が直接的に観測結果に反映することを改めて実感した。本章で得られた結果は以下のようにまとめられる。

1)表層の混合層厚が10mにも発達すると，かなり長時間風が連吹しても極く表層の等温度線を破壊するに留まり，その侵食効果は密度界面までには及んでいない。

2)連吹する風により，風下側に向って著しい密度界面の低下が観測されるが，これは風の吹き寄せ効果に起因する圧力上昇と密度界面の低下が均衡する静水圧バランスで説明される。

3)風停止とともに，重力の復元力による密度界面の振動が生ずる。その周期はSt-2での水温定点観測資料から約12時間と推定され，その値は二層界面波モデルやHolmboeモデルから計算される基本モードの内部静振の周期とほぼ合致することが明らかにされた。

4)基本モードの内部静振以外にも，空間的な等温度線図から水平方向に３次，鉛直方向に２次モードを構成する内部波も見い出された。Holmboeモデルを適用するとその周期は約15時間と推定される。そして，約２時間毎に観測した26時間の水温鉛直分布の資料から各水深位置での水温の経時変化を描いた結果，12～15m層に上記の内部波に起因すると思われる14～16時間の水温変動を確認することができた。

5)前述した長周期性内部波以外にも放熱期の変温層内に周期がほぼブルント・バイサラ振動数に見合った典型的な躍層規模の内部波も見い出すことができた。中でも，周期303秒の内部波は波長が躍層厚の約３倍となっており，波形勾配にすると0.1程度である。ただ，第３章で得られた砕波限界波形勾配と比較するとかなり小さく，砕波にまでは至っていないと推察される。

参　考　文　献

1）例えば：陸水域の富栄養化に関する総合研究（II），国立公害研究所研究報告，第６号，1979.

2）相崎守弘他：中禅寺湖における栄養塩収支，第17回日本水質汚濁学会講演要旨集，pp. 219～224，1983.

3）Dake, J. M.K. and D.R.F. Harleman：Thermal stratification in Lakes, analytical and labolatory studies, Water Resour. Res, vol. 5, no. 2, pp. 484～495，1969.

4）Niiler, P. P.：Deepening of the wind mixed layer, J. Mar. Res., vol.33, pp. 405～422，1975.

5）Thorpe, S. A.：Near resonant forcing in a shallow two-layer fluid, a model for the internal surge in Loch Ness ?, J. Fluid Mech., vol. 63, pp. 509～527，1974.

6）大谷守正・石岡涼子・八鍬　功：放熱期における水温躍層低下に及ぼす風と熱対流の影響，第37回土木学会年次学術講演会概要集（II），pp. 405～406，1982.

7）Cairns, J. L.：Internal wave measurements from a midwater float, J. Geophys. Res., vol.,80, pp. 299～306，1975.

8）Osborn, T. R. and L. E. Bilodeau：Temperature microstructure in the equatorial Atlantic, J. Phys. Oceanogr., vol. 10, pp. 66～82，1980.

9）金成誠一：びわ湖の内部波の研究（Ｉ），京都大学防災研究所年報，第11号B，pp. 179～189，1968.

10）遠藤修一・今脇資郎・國司秀明：水温変動からみたびわ湖の内部波の研究，京都大学防災研究所年報，第22号B-2，pp.601～609，1978.

11）村岡浩爾・平田健正：中禅寺湖の内部波，第27回水理講演会論文集，pp. 179～184，1983.

12）市川　当・田瀬則雄：中禅寺湖における流入河川・湯川の影響範囲，水温の研究，第25巻第６号，pp. 29～34，1982.

13) Spiegel, R. H. and J. Imberger : The classification of mixed-layer dynamics in lakes of small to medium size. J. Phys. Oceanogr., vol. 10, pp. 1104～1121, 1980.
14) Kajiura, K. : The effects of winds on the stratified lake water, J. Oceanogr. Soc. Japan, vol. 2, no. 2, pp. 67～71, 1952.
15) 土木学会編水理公式集(昭和46年改訂版), pp. 577～578.
16) 冨永政英：海洋波動, 共立出版, pp. 536～543, 1976.
17) Walter, H. G. and C. H. Mortimer : Developments in water science, vol. 11, Hydrodynamics of lakes, Elsevier Scientific Publishing Co., pp. 183～222, 1979.

第5章　終　章

本研究の直接の契機は河口密度流を対象とした二成層流れにおける混合問題にある。こうした淡塩二成層流れの境界面に生長する内部波は混合層規模の波動であり，この種の自励的内部波による密度界面の破壊は極めて困難であることが実験的に明らかにされた。ところが，現実の河川には緩混合や強混合状態も存在し，実験室規模でもその程度にまで混合現象を再現するには制御された実験条件下で何らかの加速性・非定常性を導入する必要性が強く認識されるに至った。そうした背景から，非定常性すなわち内部波について言えば振幅増加をもたらす要因として，まず斜面上の浅水変形が取り上げられ，続いて密度が連続的に変化する直線密度場での非線型共鳴干渉へと展開されて行く。いずれの実験においても内部波の砕波機構についてはその微細構造にまで立ち入り，可視観測結果を中心に綿密に検討したつもりである。そして，これら2つの実験を通して内部波の振幅増加をもたらす要因は違っていても，その砕波限界は水粒子速度が波速と等しくなる条件を満たし，波動としての極限状態に達して砕ける砕波機構であった。また，種々の水理条件に対する砕波限界条件については実験・理論の両面から本文中に提示しておいた。ただ，両者は概ね合致するとは言うものの，理論値の計算にはいずれの場合も線型理論を用いており，今後に検討の余地が残されている。

このように，内部波が波動としての極限状態に達して砕けると言う以上，一般の密度場においても密度分布形がブルント・バイサラ振動数や分散関係を介して直接的にも間接的にも波動特性に関与しており，内部波の振舞いを理解する上で適切かつ的確な密度分布形の設定が重要となる。そうした観点から，水温躍層の発達した深い湖の密度分布形はtanh型で近似される典型的な事例の1つであり，そのことと多分に幸運も手伝って実水域における内部波の実態について議論を展開することができたと考えている。

本論文で得られた主要な結論を概括すれば，つぎのようにまとめることができる。

第1章では淡塩二成層密度場に生起する内部波の基本特性について，二層界面波モデルを用いて説明した。

このモデルは密度流体としての取り扱いではなく，上・下層の密度をそれぞれの層内で一定とした均質流体としての解析であって，内部波を表面波のアナロジーとして捉えたことになる。しかしながら，直観的に内部波の挙動を理解できる点で優れており，また内部波波長が躍層厚に比し十分大きければ波速・波形・エネルギー減衰等の基本特性を説明できることが示された。

続いて，波形に関する級数展開法を用いて，浅水波領域の有限振幅内部波の近似解法が提案され，本解法は十分な精度を有することが確かめられた。さらに，上・下層同水深の場合には波形に非線型効果はほとんど現れず，波形における非線型性は専ら上・下層の水深比に支配されるこ

とが明らかにされた。

第2章では淡塩二成層密度場に斜面を設置し，これを遡上する内部波の砕波機構について可視観測結果を中心に考察した。

まず，界面付近の密度分布形を考慮したHolmboeモデルの本実験結果への適用性が吟味されている。それによると，Holmboeモデルは従来からの二層界面波モデルよりも短周期側における波速の低減を良く説明し，浅水変形に伴う波高の増大についても改善されていることが示されている。

浅水変形から砕波に至る過程で注目すべき特徴は，水平方向最大水粒子速度が底部近くに現れることである。この底部付近の卓越した前進流が砕波帯に存在するもどり流れと一体となり，斜面上の内部波は空間的には下層水深規模の渦動を形成する内部波特有の砕波形態を呈することが明らかにされた。この砕波に伴う大規模渦の形成・消滅過程と表面波のplunging型砕波に見られるhorizontal rollerの生成・消滅過程とには共通点はあるものの，両者において渦動の回転方向が逆であり，斜面上の内部波の砕波は逆plunging型とでも称すべき形態である。以上のような砕波形態は現象の規模に大小の差こそあれ，全ての実験ケースで同様であった。

つぎに，砕波帯内の水粒子速度の観測結果に基づいて，砕波限界条件が提示された。すなわち，水平方向水粒子速度が波速と等しい条件を与え，Holmboeモデルから計算された理論値と実験値が対比されている。これによると，両者は概ね合致するものの，斜面勾配が大きい程砕波水深の実験値も大きくなり，斜面勾配ひいてはもどり流れが渦動の形成を促進していることが明らかにされた。

第3章では全水深に亘って密度勾配を一定とした直線密度場に生起する内部波の基本特性と砕波機構について考察した。この直線密度場は躍層付近の密度分布形だけを抽出してモデル化したものであり，したがって**第1，2章**では長波性内部波を対象としているのに対し，本章では躍層規模の内部波を取り扱ったことになる。

最初に，局所的に正弦外力を与え波束構造を有する内部波の特性が調べられた。このような波束構造を有する内部波は水平方向と鉛直方向の波数が**分散関係式(3.4)**を満足さえしていれば，波動規模は外力周波数と無関係であり，波動を励起させる外力規模に応じて任意規模の内部波が生起し得ること，並びに不均質な波動場は特定の周波数帯の波動エネルギーのみ伝達する選択効果を有すること，が実験的に明らかにされた。これらの特徴は均質流体とは異なり，密度が連続的に変化する不均質な波動場，およびそこに生起する内部波独特の性質を示している。

つぎに，全水深に亘り正弦外力を与えてモード構造を有する内部波を生起させ，その特性と砕波機構が調べられた。すなわち，基本モードの内部波のみ生じる周波数帯で実験を継続すると波束構造を有する**ray wave**が発生し，しかも**ray wave**の周波数は基本モードのそれより小さいことが見い出された。この**ray wave**の発生機構は基本モードの内部波とbackground noiseとの非線型共鳴干渉によって説明され，この共鳴波の発生限界も振幅方程式を導き内部波の基本諸量を用いて評価できることが示された。そして，実験結果と比較されその有効性が検証された。

さらに，共鳴波は振幅の発達とともに遂には砕ける。この砕波限界は水平方向水粒子速度が水平方向波速に等しい条件を満たし，**式(3.21)**で概ね評価できることが明らかにされている。

続いて，直線密度場で得た知見のより現実に即した密度場への応用を目指して躍層を有する二成層密度場へと視点を移し，実験が行われた。先の直線密度場と同様に，躍層を有する二成層密度場においても共鳴波の発生・発達から砕波に至る過程が明らかにされ，不安定現象を励起する要因として非線型共鳴干渉の重要性が指摘されている。

第4章では前章までに用いた内部波の数理モデルの応用例として，中禅寺湖における湖水温の観測資料に適用され，実水域で得られた内部波の実態についていくつかの知見が示されている。

まず，風外力に対する密度場の応答特性が論じられている。すなわち，連吹する風により風下側に向って著しい密度界面の低下が観測されること，並びに風停止とともに重力の復元力による密度界面の振動が生じること，である。前者については風の吹き寄せ効果に基づく圧力上昇と密度界面の低下が均衡する静水圧バランスで説明することができる。後者については水温の定点観測結果から，振動周期は約12時間と見積られた。この周期は，二層界面波モデルやHolmboeモデルから推算したところ基本モードの内部静振の周期とほぼ合致し，約12時間の水温変動は基本モードの内部静振に基づく変動であることが明らかにされた。

つぎに，等温度線図から水平方向に3次，鉛直方向に2次モードを構成する内部波の空間的な波数構造も捉えることができた。この内部波の周期はHolmboeモデルを適用すると約15時間と推定され，ほぼ2時間毎に観測した26時間の水温鉛直分布資料からその存在が確認されている。

他方，放熱期の変温層内に周波数がほぼブルント・バイサラ振動数に見合った典型的な躍層規模の内部波も見い出すことができた。中でも，周期303秒の内部波については波長が躍層厚の約3倍となり，波形勾配にすると0.1程度となる。ただ，**第3章**で得られた砕波限界波形勾配と比較するとかなり小さく，砕波にまでは至っていないようである。

上述のように，中禅寺湖の現地観測資料から実験的に明らかにされた内部波の砕波現象を検証するまでには至っていないが，湖沼における内部波の実態についてその一端を示すことができたと考えている。こうした資料は水環境システムの一環として，実水域での水質の混合・輸送機構を解明する上で，今後益々重要度が高まるものと想われる。

本論文で取り上げた内部波の問題は密度流現象の中の1課題であるが，成層媒体中での混合現象を理解する上で，必ずや役立つものと信じている。

謝　　辞

本研究の遂行と本論文のとりまとめに当たって，研究上は勿論のこと研究者としての心構えに至るまで終始きめ細やかな御指導と御配慮を賜った大阪大学工学部教授　室田明先生に深甚の謝意を表します。

本研究の遂行に際し，御助言を賜った大阪大学工学部教授　椹木亨先生に感謝の意を表します。

国立公害研究所水質土壌環境部長　合田健先生には自由な研究の場を賜ったことに，国立公害研究所水質土壌環境部室長　村岡浩爾先生には同研究所での直接の御指導と終始温かい励ましを賜ったことに感謝の意を表します。

一方，公私にわたり先輩として多くの御教示をいただいた大阪大学工学部講師　中辻啓二先生に，また実験技術について御教示いただいた同出口一郎先生に感謝の意を表します。

当時大阪大学大学院生　道奥康治氏とは共同研究者として研究上の意見を交わすことができた。そして，吉田延雄氏はじめ多くの方々に大阪大学特別研究の作製を通して本研究の一部に協力をいただいた。また，大阪大学工学部教務員　中村俊和氏には常に著者の悪筆を清書していただいた。記して謝意を表します。

中禅寺湖における現地調査について，極寒の中あるいは荒天時にも懸命の協力と励ましをいただいた国立公害研究所水質土壌環境部主任研究員　海老瀬潜一，同相崎守弘，同研究員大坪国順，同福島武彦，同岩田敏の諸先生方に感謝の意を表します。