



|              |   |
|--------------|---|
| Title        | Colored Hook Formula for a Generalized Young Diagram                                |
| Author(s)    | Nakada, Kento   |
| Citation     | 大阪大学, 2008, 博士論文  |
| Version Type | VoR   |
| URL          | <a href="https://hdl.handle.net/11094/23434">https://hdl.handle.net/11094/23434</a> |
| rights       |   |
| Note         |   |

*The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA*

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

|            |   |
|------------|---|
| 氏名         | なか 仲 田 研 登  |
| 博士の専攻分野の名称 | 博士 (理学)   |
| 学位記番号      | 第 22173 号   |
| 学位授与年月日    | 平成 20 年 3 月 25 日  |
| 学位授与の要件    | 学位規則第 4 条第 1 項該当<br>情報科学研究科情報基礎数学専攻   |
| 学位論文名      | Colored Hook Formula for a Generalized Young Diagram<br>(一般化されたヤング図形における色付きフック公式) |
| 論文審査委員     | (主査)<br>教授 川中 宣明<br>(副査)<br>教授 伊達 悅朗 教授 日比 孝之                                     |

### 論文内容の要旨

1954 年、J.S. Frame, G. de B. Robinson, R.M. Thrall の 3 人の論文によって、ヤング図形における「フック公式」が証明された。この公式は、組合せ論的には、ヤング図形の標準盤の総数を与える公式であり、また、表現論的には、ヤング図形に対応する対称群の既約表現の次数を与える公式でもある。

一方、1991 年の J.B. Carrell の論文によれば、1989 年ごろ D. Peterson は Kac-Moody リー代数のワイル群のミヌスキュール元の最短表示の個数を与える公式 (Peterson のフック公式) を導き、それがヤング図形におけるフック公式の一般化を与えることも注意した、とされている。しかし、この研究は、Peterson 自身は論文として発表しておらず、その詳細や証明方針などについて、現在も未発表のままである。

本論文の目的は、Kac-Moody リー代数において「有限かつ pre-dominant な整ウェイト」の概念を導入し、このような整ウェイトに対して「色付きフック公式」が成立することを証明することである。色付きフック公式では、左辺はパス (これは本論文で定義される) に対応する多変数有理式の有限和であり、右辺はムープ (これも本論文で定義される) に対応する多変数有理式の有限積である。なお、もとの Kac-Moody リー代数が A 型のとき、有限かつ pre-dominant な整ウェイトはヤング図形と同等な概念とみなすことができるので、有限かつ pre-dominant な整ウェイトは「一般化されたヤング図形」と考えることができる。

本論文では、この「一般化されたヤング図形における色付きフック公式」において、その両辺の最低次数を比較することで、いわば多変数版フック公式ともいえる公式を導いている。さらに、この多変数版フック公式において各変数を 1 に特殊化することで、一般化されたヤング図形における極大パスの総数を与える公式を導いている。

本論文では、この一般化されたヤング図形における極大パスの総数公式から Peterson のフック公式が容易に導くことを証明している。これによって、Peterson のフック公式のきわめて見通しの良い証明も同時に与えられたことになる。

Peterson のフック公式は、色付きフック公式から二段階の特殊化によって証明されるので、色付きフック公式は Peterson のフック公式よりかなり一般的なものであり、まったく新しい公式である。事実、色付きフック公式は古典的なヤング図形に対してさえ新しいものになっている。

### 論文審査の結果の要旨

仲田研登君の論文は、ヤング図形の理論において極めて重要なフック公式を3重の意味で一般化した画期的な成果として高く評価できる。

よって、博士（理学）の学位論文として、十分に価値あるものと認める。