OUKA
Osaka University Knowledge Archive

Title	超高強度レーザー生成プラズマのダイナミックスと不安定性の理論・シミュレーション研究
Author(s)	叶, 培勇
Citation	大阪大学, 2008, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/23452
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

工甲 18018

超高強度レーザー生成プラズマのダイナミックスと不安定性の理論・シミュレーション研究

２００８年６月

叶　培勇

超高強度レーザー生成プラズマのダイナミックスと不安定性の理論・シミュレーション研究

２００８年６月

叶　培勇

内容梗概

本論文は，筆者が大阪大学大学院工学研究科電子情報エネルギー工学専攻博士後期課程において行った“超高強度レーザー生成プラズマのダイナミックスと不安定性の理論・シミュレーション研究”の成果についてまとめたものである．

チャープパルス増幅(Chirped Pulse Amplification，CPA)をはじめ，近年のレーザー技術の進歩が目覚しく，超短パルスレーザーの出力はペタワット(PW)を達成した．パルス幅は1ピコ秒以下つまりフェムト秒台となり，数十ジュールのエネルギーを圧縮して集光強度は10^{22}W/cm^{2}を超える．超高強度レーザー技術の進歩によって高速点火などの新しい方式が提案されレーザー核融合の可能性は一段と高まった．高速点火核融合は，圧縮した高密度燃料コアに超高強度レーザーを照射し，燃料コアを追加熱し瞬時に点火する．しかし爆縮コアを取り巻くプラズマは超臨界密度プラズマでありレーザー光のエネルギーを直接燃料コアへ投下することは不可能である．この場合レーザーのエネルギーを燃料コアまで輸送する鍵となるのが超高強度レーザーとプラズマとの相互作用で発生する相対論的なエネルギーをもった高エネルギー電子である．つまり，コロナプラズマで発生する高エネルギー電子が燃料コアまでレーザーエネルギーを輸送し追加熱を行う．しかしながらこの高エネルギー電子の超臨界密度プラズマ中での振る舞いについては未だ解明できていない課題も多い．

本論文では，三次元PIC(Particle-In-Cell)シミュレーションを用いて超高強度レーザーとプラズマとの相互作用で発生する高エネルギー電子の超臨界密度プラズマ中でのエネルギー輸送について研究を行った結果を示す．

高エネルギー電子と超臨界密度プラズマとの相互作用に伴う電磁不安定性が三次元PICシミュレーションの一つの結果として観測された．プラズマ表面近傍で発生する電流フィラメンテーションとそのマージングの原因であるワイベル(Weibel)不安定性，そしてバルクプラズマ中で高エネルギー電子の輸送が抑制される重要な原因と視られる二流体不安定性を解明するため，本論文では高エネルギー電子ビームと高密度バックグラウンドプラズマにおける不安定性の分散関係を求め，不安定性の成長率とその不安定性の性質などを明らかにした．

近年，超高強度レーザーを用いたイオン加速の研究が精力的に行われている．超短パルスレーザーによるイオン加速機構には，レーザーの光子圧による直接的加速や高エネルギー電子が形成するシース電場による加速が知られている．本論文では，クラスターやドロップレットなど有限の質量ターゲットに超短パルスレーザーを照射した場合のイオン加速について，特に価数の異なるイオン加速について，3次元PICシミュレーションを用いて加速エネルギーの価数依存性などを調べた．

本論文は以下の構成をとる．

第1章は序論であり，先ずレーザー核融合についての説明を行い本研究の背景，目的を述べる．

第2章では，本研究で用いた3次元PIC(Particle-In-Cell)シミュレーションの手法などを紹介する.本

研究ではTimur Esirkepov博士が考案したREMP(Relativistic Electro Magnetic Particle-mesh)を使用した. このPICコードは連続の式を使用して電流密度を計算するためポワソン方程式による補正を必要としない. そのため, 領域分割による通信負荷が大幅に軽減され, 大規模シミュレーションを現実的にした.

第3章では, 超高強度レーザーを超臨界密度(Overdense plasma)へ入射した時のレーザーとプラズマの相互作用, またそれにより発生する高エネルギー電子のプラズマ内部での振舞いとエネルギー輸送について3次元PICシミュレーションを用いて解明する.

第4章では, 3次元PICシミュレーションの結果から, 相対論的なビーム速度だけでなく, 相対論的熱広がり速度を持った電子ビームと高密度プラズマとの相互作用を考え, 縦波と横波が混合した一般的な理論モデルを構築し, 不安定性の成長率の波数空間分布などを調べた.

第5章では, クラスター, あるいはドロップレットターゲットに超短パルスレーザーを照射した場合のイオン加速機構などを明らかにするため, 初期に電子のみが加熱された球状のプラズマを仮定し, 3次元粒子シミュレーションによりプラズマの膨張ダイナミックスを調べた.

第6章では, 結論であり, 以上の研究で得られた成果をまとめ, 本論文の総括を行う.

目次

内容梗概 i

第1章 序論 1

1.1 新しいエネルギー源と核融合 1
1.2 レーザー核融合 2
1.3 レーザーによるプラズマ粒子加速 7
1.4 本研究の目的 8
参考文献 9

第2章 レーザー・プラズマ粒子シミュレーション 11

2.1 はじめに 11
2.2 PICシミュレーション法の概要 12
2.3 運動方程式の積分 14
2.4 空間格子による重み付け 15
2.5 Maxwell方程式の解法 18
2.6 規格化(無次元化)とPICコードの安定化 20
2.7 まとめ 22
参考文献 23

第3章 超高強度レーザー生成高エネルギー電子輸送の研究 25

3.1 はじめに 25
3.2 レーザー照射直後のレーザー・プラズマ相互作用 26
3.3 プラズマ内部での高エネルギー電子の輸送 34
3.4 まとめ 37
参考文献 38

第4章 高エネルギー電子と高密度プラズマの相互作用で生じる電磁不安定性の理論解析 39

4.1 はじめに 39
4.2 相対論効果を考慮した不安定性分散関係の導出 40
4.3 不安定性の一般的な性質と波数依存性 43

4.4 不安定性の電子ビーム速度と熱速度広がりの依存性 48
4.5 衝突の不安定性成長率の影響 51
4.6 まとめ 54
参考文献 55

第5章 レーザー生成高温ドロップレットプラズマの膨張に伴うイオン加速の研究 57

5.1 はじめに 57
5.2 シミュレーション条件 58
5.3 自己相似解と一種類イオンの加速 58
5.4 多種類イオンの加速 60
5.5 まとめ 62
参考文献 64

第6章 結論 65

附録 69

謝辞 79

業績目録 81

第1章 序論

1.1 新しいエネルギー源と核融合

石油は1バーレル130ドル台，レギュラーガソリンは1リトル170円超で高いだがまだ使える．でも三十年前のオイルショックと違い，若し本当に天然資源である石油を使い切るとどう対処すべきだろうか．一方，二酸化炭素などの温室効果ガスの大量排出による地球温暖化がどんどん厳しくなっており，いろいろな異常気象が世界で多発している．自然資源の枯渇問題にも環境問題にも対応した対策が迫られている．新しいエネルギー源の開発はその対策の重要な一つである．

現在，新しいエネルギー源として期待されるものに核融合がある．核融合反応とは，水素のような軽い原子核同士を衝突させ，ヘリウムのような重い原子核を融合生成させる原子核反応である．これに対して，一足先に実用化されている核分裂による原子力エネルギーの解放は，ウランのような重い原子核に中性子をぶつけ，二つ以上の軽い原子核に分裂させ，その際に発生するエネルギーを利用するものである..

核分裂と核融合のいずれも原子核エネルギーの形態であるが，いろいろな特性，即ちその資産価値，安全性，環境への影響，燃料の入手可能性などによって評価が分かれる．しかし，既に実用段階に入っている核分裂を利用した原子力発電は核分裂の際に放射性廃棄物を生じる．そして，放射性廃棄物処理の問題は，深刻で解決の目処は立っていない．また，チェルノブイリの例に代表されるように，一度事故を起こすとその影響は多大である．また，その燃料であるウラン資源も有限である．核分裂を利用する原子炉を今後もエネルギー源として使用していくことは，非常に多くの問題を抱え，困難と考えられる[1]．したがって，核分裂に替わるエネルギーを探し求めるのは当然の成り行きといえないだろうか．これに取って替わる新しいエネルギー源として，様々な方法が世界中で精力的に進められている．本研究では，主に核融合を解説するがその他の手法として，太陽光発電，風力発電，潮力発電，地熱発電といった発電手法を簡単に紹介する．

太陽光発電は，クリーンと言われているが，実際にはソーラーパネルを作成する際に有毒物質を扱わなくてはならず，さほどクリーンなエネルギー源ではない．太陽光は地表に平均200W/m^{2}程度のエネルギーを与えているが，それを電力に変換する際にエネルギーは50W/m^{2}程度にまで低下する．したがって，平均的な家庭に必要とされる1200W程度のエネルギーを得るためには，広大な設置場所を必要とする．また，天候に左右されるために継続的に安定した電力供給は難しい．[2]

次に，風力発電に関しては，各国で比較的実用化が進んでいると言える．しかし，現

状の技術では太陽光発電と同様に，エネルギー密度が低く，原子力と同じ電力量を得ようとすると広大な面積が必要となり，また気象条件に左右される(例えば,風向き,風速による変動があり発電が不安定など)，設備コストが高い等の欠点がある．潮力発電は，月や太陽などの引力によって通常一日にほぼ二回の干満が起こることを利用したものである．クリーンなエネルギーではあるが，地球の自転や海底の地形の影響を受けるために潮汐の大きさはどこでも一定というわけではなく，電力需要が高くなる昼間に安定した電力供給が出来るとは限らない．また，塩分による腐食への耐久性の問題も抱えている．

最後に，地熱発電である．資源希少国と言われている日本では，比較的豊富にあるのが地熱エネルギーである．日本は，世界有数の火山国であり，全世界の地熱エネルギーの約10%にあたる資源があると言われている．しかし，現在実現している地熱発電は，火山性地域での地下2000mまでの浅部地熱に依存するものであり，地熱エネルギーの利用技術の開発とその適用範囲を拡大するための技術開発がさらに必要である．また，経済的に採算性の合う場所は限られていると言われており，主要なエネルギー源となる見通しはない．

そこで，比較的クリーンで放射能の問題が少ない豊富なエネルギー源が必要と考えられる．そのエネルギー源の候補の一つとして，核融合エネルギーがある．

1.2 レーザー核融合

核融合反応を起こす方式として，磁場閉じ込め核融合(Magnetic Confinement Fusion: MCF)と慣性核融合(Inertial Confinement Fusion: ICF)の二方式があるが，ここでは，主に慣性核融合についてのみ述べる．

1.2.1 慣性核融合の点火条件

重水素(D)と三重水素(T)を高温にすることでプラズマ化し，各原子核を高速で衝突させることで，核力により融合した複合核を形成させる．この複合核は非常に不安定な為に分解し，高速のヘリウム原子核($^4He^{2+}$; 3.5MeV)と中性子($^1n^0$; 14.1MeV)とに分裂する．この反応の様に軽い物質から融合し，重い物質になる過程で質量欠損分のエネルギーを放出する反応を核融合反応と呼ぶ．磁場閉じ込め核融合でも慣性核融合でも関心がある反応は下記の反応である．

$$ {}_1^2D + {}_1^3T \rightarrow {}_2^4He^{2+}\,(3.5\mathrm{MeV}) + {}_0^1n\,(14.1\mathrm{MeV}) \qquad (1.1) $$

α線は，ヘリウム原子核の流れであり，電荷を持ち中性子に比べて質量も大きい．それゆえ,周辺のプラズマ中の電子・イオンと衝突することでエネルギーを失う．しかし系自体にエネルギーの損失はなくプラズマの加熱に寄与する．また，中性子は電荷を持たず

質量も小さいために，プラズマ中のイオン・電子との電荷による相互作用はなく，たとえ衝突しても弾性散乱を起こすのでエネルギーは失わない．この性質を利用して，中性子を外部に取り出して，ブランケットでエネルギーを回収する．しかし，核融合反応を起こさせる為には，高温にして反応断面積を増加させる必要がある．

慣性を利用した閉じ込めは制御された熱核融合を実現するための有力な方法の一つである．核融合のエネルギー収支の関係は，ローソン(Lawson)条件と呼ばれる，密度nと閉じ込め時間τの積 $n\tau$と温度に対する条件が存在する．それらの物理量が，ある臨界値を超えると核融合出力がそれらの値を達成するのに必要なエネルギーを上回る．慣性核融合は物体の慣性を利用して高温高密度のプラズマを作ろうとする方法であり，粒子が慣性によって滞在する時間を閉じ込め時間とする．粒子が慣性によって滞在する時間は非常に短いので，ローソン条件を満たすためにはその非常に短い時間に核融合燃焼を起こさせる必要がある．それは，微小な燃料ペレットをレーザーや荷電粒子ビーム(軽，重イオンビーム)によって爆縮することによって実現される[3-8].

核融合燃焼の自己点火に必要なローソン条件は，臨界温度(4keV)以上の高温度と，密度と半径の積ρRが0.3(g/cm^2)程度である．この条件が達成されると，中心部の点火により核融合反応が始まり，高エネルギーのα粒子と中性子が大量に発生する．その結果，α粒子が周囲の比較的低温の燃料と衝突を繰り返すことにより，燃料は加熱される．点火部の燃料の量(加熱すべき燃料の全粒子数N)は，数密度をn(個/cm^3) として，N = [体積]×[単位体積当たりの粒子数]より

$$N = \frac{4\pi}{3} nR^3 = \frac{4\pi}{3} (nR)^3 \frac{1}{n^2} \tag{1.2}$$

であることがわかる．$nR \propto \rho R$であるからnRは点火条件$\rho R = 0.3\text{g/cm}^2$によって決まっており，点火部の全粒子数$N$ は密度の2乗に逆比例して減少する．つまり圧縮密度を大きくすればそれだけ少量の燃料で自己点火が可能となり，小さな爆縮で制御可能な核融合炉を実現できる．

1.2.2 レーザー核融合中心点火方式

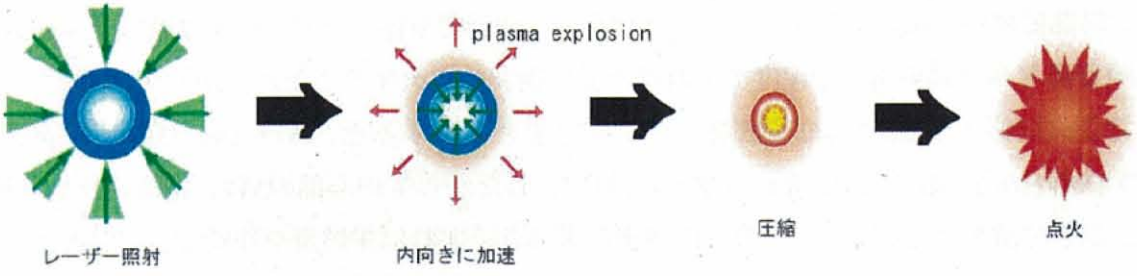


図1.1 レーザー核融合の概念図

ここでは，レーザー核融合中心点火方式について詳しく述べる．DTを充填した球状のペレット表面にハイパワーレーザーを入射させて加熱することにより，ペレット表面を蒸発させプラズマを噴出させる．このことをアブレーションと呼ぶ．このアブレーションされた粒子の反作用(ロケット効果)によるアブレーション圧力によりペレットは中心方向に加速され，圧縮される．このことを爆縮と呼ぶ．ペレット内のDTは，断熱圧縮され中心部(ホット・スパーク)では高温・高密度状態となり核融合反応の自己点火状態に至る．このホット・スパークでは全体が一度に核融合反応を起こすわけではなく，高温度・密度条件を満たした部分からDT反応を起こす．この反応によって発生したα線がホット・スパーク部に再吸収されることにより，プラズマを再加熱しDT反応が爆発的に連鎖する超臨界が発生する(図1.1)．このことにより，レーザーに投入した以上のエネルギーを得ることができる．対称的爆縮された場合には，図1.2のようなプロファイルを構成する[9].

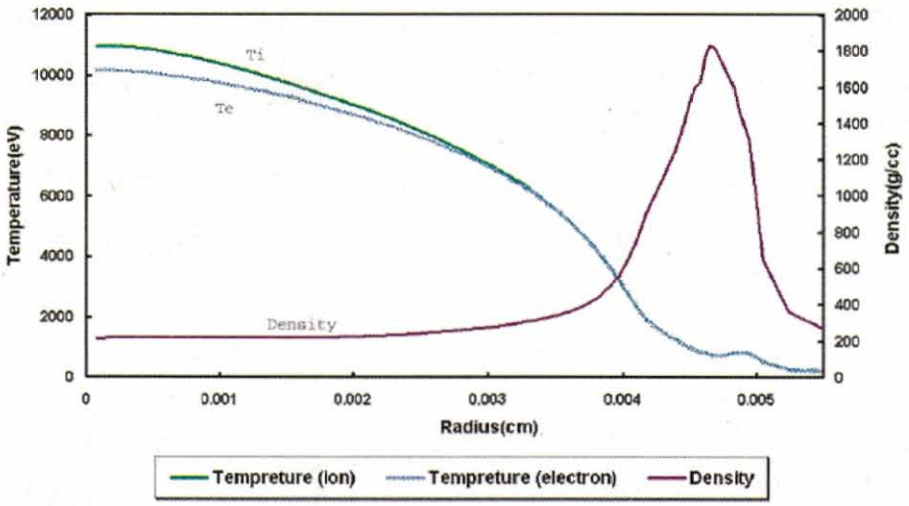


図1.2 爆縮されたコア・プラズマ．中心に高温・低密度のホット・スパーク部と低温・高密度の主燃料部がある．

中心部には比較的に低密度で高温のホット・スパーク部が形成され，その周囲に低温で高密度の主燃料部が形成されていることがわかる．ホット・スパーク部で核融合反応が発生すると，大量のα線が発生し超臨界状態となり自己加熱状態に至る．その結果主燃料部に核融合反応が発生し自己点火に至る．前節でも述べたが，粒子は燃料サイズρR (密度×半径)が0.3g/cm^{2}程度であれば十分に衝突し点火することが分かっている．ここで点火に必要な燃料の粒子数をNとし数密度をnとすると，$N = (4\pi/3)R^3n = (4\pi/3)(Rn)^3(1/n^2)$であるため，$Rn$と$\rho R$ は等価で，したがって中心部のNは，密度に2乗に逆比例して減少していく．つまり，圧縮密度を大きくすれば主燃量を節約でき，ドライバーエネルギーも低減できるというわけである．これが，慣性核融合が大きな圧縮率を要する理由である．

レーザー核融合には，直接照射方式と間接照射方式の二つの方式がある．前者は，ターゲットにレーザーを直接照射させることで直接爆縮する方式であり，後者は，レーザーを「キャビティー」或いは「ホーラム」と呼ばれる燃料ペレットを覆う容器に入射させ，エネルギーをX線に変換し，このX線により燃料ペレットを爆縮する間接照射型爆縮である．　この間接型照射の利点は，レーザー光の不均一性を解消し流体不安定性の抑制に効果があることである．しかし，X線への変換効率やペレット表面における再吸収過程におけるエネルギー損失により，レーザーを直接入射させる方式に比べて，全効率が低い点が問題である．レーザー核融合の研究は，高強度レーザーとプラズマとの相互作用をはじめ，プラズマ物理・X線輻射過程・原子分子過程等の幅広い研究分野に渉っている．ここでは，直接駆動爆縮を例に取り，その過程を時間ともに追いかけ，各過程における物理を説明する．

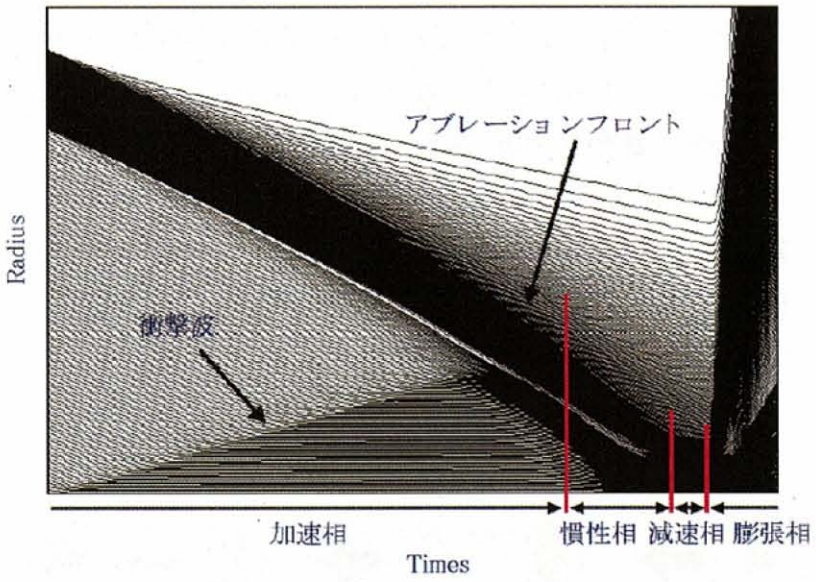


図1.3　直接照射型爆縮のシミュレーションにおける流線図

図1.3は，直接駆動爆縮のシュミュレショーンにおける流線図の一例である[9]．図に示すように，レーザー核融合の過程は，物理過程により幾つかの相に分類する．初期相では，　中空のペレットに高強度レーザーを入射することで，表面が蒸発しプラズマ化する．このことにより数十～数百Mbarのアブレーション圧力が発生し内径方向にシェルは加速されていく．アブレーションフロントでは，レーザーにより加速された電子が非線型熱伝導により内径方向の高密度側にエネルギーを供給し，急激な密度勾配と温度勾配を持つ構造となる．この初期相で発生したアブレーション圧力は，ピストンのように内径方向に圧縮していくが，この時に衝撃波も発生する．この衝撃波は，ガス層に伝達することで圧縮し密度が上昇するが，エントロピーも増大する．その為に，高密度・低エントロピーの爆縮を行うためには，テーラード・パルスを用いる必要がる．加速相

では， レーザーパルスをテーラリングすることで一気に圧縮しシェルを加速する．この時に強い衝撃波が発生し，中心部に到達すると高エントロピーのホット・スポットを形成する．慣性相では，ペレットの加速相において十分な爆縮速度に達していれば，ペレットの動圧が内径燃料の静圧を上回る為に，燃料はほぼ等速に圧縮される．衝撃波が中心部に到達し反射衝撃波になる．この際に燃料の運動エネルギーが内部エネルギー変換される． 減速相では， 反射衝撃波が主燃料部に衝突すると，主燃料部は減速される(スタグネーション)．そして，ホット・スパーク部と主燃料の構造を形成し中心部で自己点火し，燃焼波が主燃料部に伝播し核融合エネルギーが発生する．この点火方式は高温中心点火部が必要であることで中心点火と呼ばれる。

1.2.3 レーザー核融合高速点火方式

レーザー核融合中心点火方式では，燃料の爆縮過程における加速相でのアブレーション・プロントや減速相でのスパークと主燃料部の境界のような密度差がある界面において， 高密度側から低密度側に重力加速度があるときRayleigh-Taylor(RT)不安定性が発生する．これは，レーザー強度の不均一性や非対称性及びペレットの均一性・対象性の製造限界が原因で加熱の不均一性が生じ，密度境界面に微小擾乱が印加されるために起こる．そしてアブレーション圧力の不均一の基となる．この結果，ペレットの爆縮は不均一となり，ホット・スパーク部においてローソン条件を満たすことが困難になり自己点火には至らない[10].

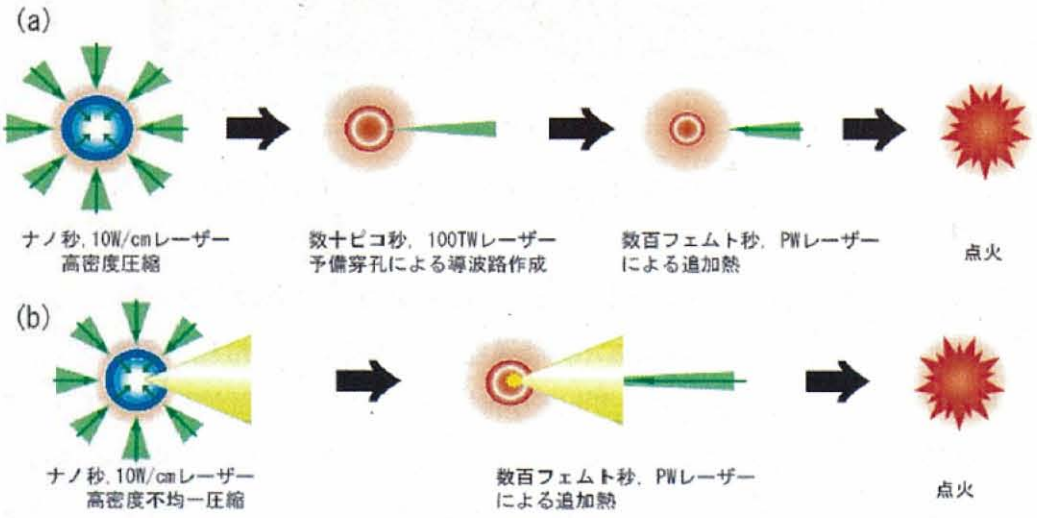


図1.4 レーザー核融合高速点火方式

そこで，超高強度レーザーを用いて，レーザー照射の一様性とターゲット表面精度の厳しい条件を著しく緩和できる新しい点火方式として提案されたのが高速点火方式である[11]. この方式はペレットのアブレーションによる燃料の圧縮とペタワット・クラ

スの超高強度レーザーによる燃料の加熱を分けて行う方式であり，中心点火方式に比べ球対称性の条件を著しく緩和し近年のレーザー技術の発達と相伴い各国で精力的に研究が進められている．高速点火を実現させるためには，如何に効率良く爆縮コアを追加熱できるかが重要となる．爆縮コアは数百ミクロンスケールのプラズマに覆われており，コロナプラズマ中での超高強度レーザーの伝播，高密度プラズマ中でのレーザーエネルギー吸収過程，及び高エネルギー荷電粒子の輸送などが重要な物理的過程となる(図1.4).

以下に高速点火のシナリオを記す(図1.4 a).

1．強度10^{15}W/cm^2，パルス幅ナノ秒のレーザーによる球対称圧縮を行い，高密度燃焼コアを形成する．

2．パルス幅ピコ秒の超高強度レーザーの輻射圧により，コア付近までプラズマの排除・穿孔し導波路を形成する．

3．導波路中にサブピコ秒の短パルス超高強度レーザーを投入し，コア付近で高エネルギー電子・イオンを発生する．それら高エネルギー粒子によりコアを追加熱し瞬時に点火する．

また，レーザーの導波路を形成する方法として，レーザーを用いるのではなく金のコーンシェルを用いる方法の研究も進んでいる[12,13]．この方法ではコーンの先端に強度10^{20}W/cm^{2}程度の超高強度レーザーを照射し，金の表面付近で発生する高エネルギー電子・イオンを高密度プラズマ内で移動させ，爆縮により発生したコアを追加熱させる(図1.4 b).

1.3 レーザーによるプラズマ粒子加速

プラズマ粒子加速は，1979年T. TajimaとJ. M. Dawsonがプラズマ波動の強電場を用いた粒子加速の概念を提案して以来 [14]，理論・シミュレーション，実験を通して研究が進められている．このプラズマ粒子加速は，現在主流のRF(Radio Frequency)粒子加速器と比較して加速器自体の自己破壊による加速電場(勾配)の制限がない特徴を持ち，これによってRF加速器の原理的な加速電場の上限~ 100MV/mを超えるコンパクトで且つ高エネルギーの粒子加速の可能性として研究が進められている．例えば，2004年に英国で電子を350MeVまで加速された報告がある．この場合の加速勾配は300GV/mであり，従来のRF加速器の3桁以上高い．[15]

イオン加速については，金属薄膜ターゲットに高強度レーザーを照射すると，金属薄膜表面に付着している水や油に含まれる水素が加速される．このイオン加速は，高強度レーザーによるポンディラモーティブ力と，熱平衡状態にない高速電子の集団的なダイナミックスが強く影響するということである．英国ラザフォード研究所のClark等のグループが，プロトンが低エネルギー側に行くにつれて外側に広がって行き，綺麗なリング構造を持つことを発見した．彼らの解釈は，高エネルギープロトンは照射面側から

発生し，ターゲット内部に発生した磁場によりイオンのエネルギーに応じて曲げられてリング状になるというものである．しかし，同じようなプロトンビームの角度広がりは，裏面で高速電子がターゲットから飛び出したときに形成されるトロイダル状の静磁場でも説明可能である．一方，ローレンスリバモア国立研究所のSnavely等は，ウェッジ型のターゲットに集光強度が10^{20}W/cm^2 を超えるPWレーザーを用いて，レーザー照射軸からずれたターゲット垂直方向(2方向)に最大エネルギーが50MeV以上の高エネルギープロトンを観測した[15]．これらの解釈は，照射面で加速された高速電子がターゲットを通り抜け，裏面に強いシース電場を形成し，そのシース電場でイオン加速されるというものである．[17-19]

1.4 本研究の目的

本論文の第3章では，三次元PIC(Particle-In-Cell)シミュレーションを用いて超高強度レーザーとプラズマとの相互作用で発生する高エネルギー電子の超臨界密度プラズマ中でのエネルギー輸送について研究を行う．

高エネルギー電子と超臨界密度プラズマとの相互作用に伴う電磁不安定性が三次元PICシミュレーションの一つの結果として観測された．プラズマ表面近傍で発生する電流フィラメンテーションとそのマージングの原因であるワイベル(Weibel)不安定性，そしてバルクプラズマ中で高エネルギー電子の輸送が抑制される重要な原因と見られる二流体不安定性を解明するため，第4章では高エネルギー電子ビームと高密度バックグラウンドプラズマにおける不安定性の分散関係を求め，不安定性の成長率とその不安定性の性質などを明らかにする．

第5章では，クラスターやドロップレットなど有限の質量ターゲットに超短パルスレーザーを照射した場合のイオン加速について，特に価数の異なるイオン加速について，３次元 PIC シミュレーションを用いて加速エネルギーの価数依存性などを調べる．

参考文献

[1] 加藤鞆一, 核融合はなぜむずかしいか. (丸善, 1991).

[2] P. E. Hodgson, Nuclear Power, Energy and the Environment (Imperial College Press, 1999).

[3] James J. Duderstadt and Gregory A. Moses, Inertial Confinement Fusion (John Wiley & Sons, 1982).

[4] H. Motz, the Physics of Laser Fusion (Academic Press, 1979).

[5] 高部英明, プラズマ・核融合学会, 第24回若手夏の学校テキスト(1985).

[6] 高部英明, プラズマ・核融合学会, 第32回若手夏の学校テキスト(1993).

[7] 三間圀興, プラズマ・核融合学会, 第34回若手夏の学校テキスト(1995).

[8] プラズマ・核融合学会, 核融合研究第68巻別冊(1992).

[10] M. Tabak, et al. Phys. Plasmas 1, 1626(1994).

[11] R. Kodama, et al. Nature 412, 798(2001).

[12] R. Kodama, et al. Nature 418, 933(2002).[14] T. Tajima and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. 43, 267(1979).

[13] 北川米喜, 粒子加速. プラズマ・核融合学会誌(Journal of Plasma and Fusion Research),Vol.81 Supplement, 136(2005).

[14] R. A. Snavely, M. H. Key, S. P. Hatchett et al., Phys. Rev. Lett. 85, 2945(2000).

[15] Y. Murakami, Y. Kitagawa, Y. Sentoku et al., Phys. Plasmas 10, 2009(2003).

[16] A. Pukhov, Phys. Rev. Lett. 86, 3562(2001).

[17] 千徳靖彦, 児玉了祐, 超高強度レーザーによる高エネルギーイオン生成. プラズマ・核融合学会誌, Vol. 81 Supplement, 145(2005).

第2章 レーザー・プラズマ粒子シミュレーション

2.1 はじめに

プラズマは，クーロン相互作用を及ぼし合いながら運動する荷電粒子の集合である．密度は，電離層において 10^9～10^{13}cm^{-3}，グロー放電において 10^{10}cm^{-3}，本研究のレーザー核融合においては，10^{26}cm^{-3} にもなる．その上に，プラズマは非線形な振る舞いをするため，解析的取り扱いを更に困難なものとする．このために，計算機シミュレーションがプラズマ物理の主要な研究方法となっている．

プラズマの挙動をシミュレーションするために，主として2つの手法がある．一つは流体的モデルの電磁流体シミュレーション法，一つは運動論的モデルの粒子シミュレーション法である．前者は磁気流体方程式を差分化し数値的にその時間発展を解いていく方法で，熱平衡状態が局所的に成立している場合に用いられ，マクロな空間スケールを取り扱うことができる．ただし，流体的記述であるために粒子運動論的効果は含まれていない．

後者は PIC 法(Particle-In-Cell method) [1, 2, 3,4] とよばれるもので 1950 年代の終わりに始まり，プラズマ中の非線形波動現象，プラズマ加熱，エネルギー輸送，粒子の拡散などの研究において非常に多くの成果をあげてきた．PIC 法とは多くの荷電粒子の集まりを考え，粒子が自ら作る電磁場と，その電磁場中の粒子の運動を，計算機を用いて解き，プラズマの振る舞いの時間発展を解析する．ここで扱う基礎方程式は Newton-Lagrange の運動方程式 Maxwell の方程式の二つだけでありレーザー・プラズマ相互作用など非平衡状態を取り扱うことが可能となる．しかしながら PIC 法のスケールはプラズマ周波数(ω_p)やデバイ長(λ_D)といったプラズマの特性値が基準となる．また，シミュレーションには多くの粒子を必要とし膨大なメモリを必要とする．そのために流体的モデルに比べ PIC 法では微小なスケールしか扱うことができない．

一般に解析対象となる現象はデバイ長より十分に大きな空間で起きる．しかし，計算機の記憶容量には限界があるため，実際のプラズマ粒子数と同数の粒子を扱い計算することは不可能である．そこで，PIC 法では粒子は解析対象のプラズマ粒子を代表したものとして考える．そのため個々の粒子による効果が集団的効果に比べあまり重要ではないプラズマをシミュレーションすることとなる．このようなプラズマは無衝突プラズマや理想プラズマと呼ばれ，個別粒子の衝突は無視でき，クーロン相互作用エネルギーは運動エネルギーに比べ十分に小さいため個々の粒子による効果は集団的効果に比べ重要ではない。このようなプラズマは一辺の長さがデバイ長の立方体中の粒子数(プラズマパラメータ:$\Lambda = N\lambda_D^3$)が十分大きくなることが知られている．表 2.1 に示すように，

通常多くのプラズマではプラズマパラメータは$\Lambda = N\lambda_D^3 \gg 1$である.

	数密度 (m^{-3})	温度 (eV)	プラズマパラメータ
炎	10^{14}	0.1	10^3
グロー放電	10^{11}	2	4×10^4
磁場核融合炉	10^{21}	10^4	10^7
慣性核融合炉	10^{32}	10^4	40
電離層	10^{12}	0.05	5×10^3
星間空間	10^6	0.01	4×10^5
太陽コロナ	10^{12}	2×10^2	10^9
太陽中心	10^{29}	10^3	40
木製型巨大惑星	10^{30}	1	0.001

表 2.1 いろいろなプラズマのプラズマパラメータ

2.2 PIC シミュレーション法の概要

$\Lambda = N\lambda_D^3 \gg 1$ の理想プラズマでは，個々の粒子がつくるクーロン場はデバイ長で遮断されており，デバイ長に比べて十分長い空間スケールでのプラズマの集団的振る舞いを調べるには個々の相互作用は無視してもよい．そこで計算時間の節約と消費メモリの節約から理想プラズマのシミュレーションには空間格子を導入する．空間格子の導入により，電荷，電流密度，および電磁場は空間格子点上のみで定義される．この空間格子の大きさはデバイ長程度にとる．

また電子とイオンが N_0 個ずつ含む古典的なプラズマを考える．個々の粒子は他の粒子が作る電場と磁場による力を受けて運動をする．そのため，ある時刻の粒子と速度が分かればその後すべての時刻の位置と速度を知ることができる．

このことは次のように示すことができる．質量 m_s，電荷 q_s の i 番目の粒子(速度: $\boldsymbol{v}_i$)の運動方程式は，粒子に働く力を $\boldsymbol{F}_i$ として(以下添字 i,j は粒子の電子番号，s は電子とイオンの種類を表すとする),

$$m_s \frac{d}{dt}\boldsymbol{v}_i(t) = \boldsymbol{F}_i(t) = q_s[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_i(t),t) + \boldsymbol{v}_i(t)\times\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}_i(t),t)] \tag{2.1}$$

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{r}_i(t) = \boldsymbol{v}_i(t) \tag{2.2}$$

で与えられる．ここで, $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t)$, $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}, t)$は点電荷がつくる電荷密度

$$\rho(\boldsymbol{r},t) = \sum q_s \int N_s(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},t)d\boldsymbol{v} \tag{2.3}$$

と電流密度

$$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t) = \sum q_s \int \boldsymbol{v} N_s(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v},t)d\boldsymbol{v} \tag{2.4}$$

から決まる電場，磁場である．電場，磁場は Maxwell 方程式

$$\nabla \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = -\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) \tag{2.5}$$

$$\frac{1}{\mu_0}\nabla \times \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) + \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t) \tag{2.6}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(\boldsymbol{r},t) \tag{2.7}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = 0 \tag{2.8}$$

を満たす．

粒子の位置と速度から，(2.3), (2.4)式を用いて電荷密度，電流密度を求め，Maxwell 方程式(2.5)～(2.8)式により，電磁場を計算する．一方この電場，磁場により運動方程式 (2.1), (2.2)式を用いて，粒子の軌道を計算する．粒子自体がつくる場だけでなく，外部から与えた電場，磁場(レーザー光など) を含んでもよい．これらの方程式は全体として閉じており，ある時刻における粒子の位置，速度及び電磁場が与えられれば，その後のすべての時刻での系の時間発展を決めることができる(自己無頓着).

PIC シミュレーション法で系の時間発展を調べるには(2.1)～(2.8)式を計算機で解けばよい．図 2.1 に PIC シミュレーション法のフローチャートを示す.

①各粒子の運動方程式を積分し，新しい時刻での各粒子の位置と速度を求める

②粒子の位置と速度から空間格子状の電荷密度，電流密度を計算する

③Maxwell 方程式を積分し，空間格子点上の電場，磁場を計算する

④空間格子点上の電磁場を用いて粒子に働く力を計算する

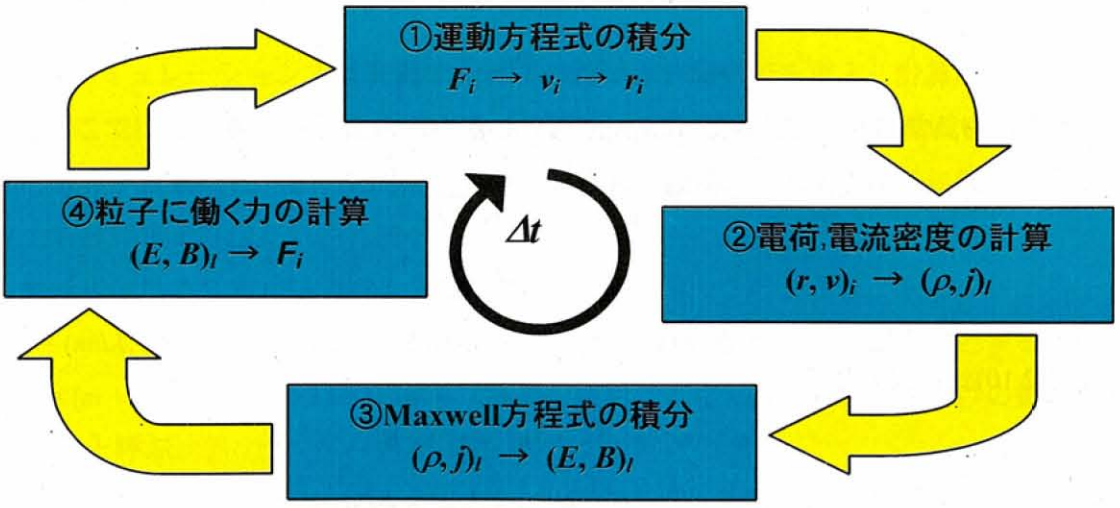


図 2.1　PIC シミュレーションの時間 1 ステップの計算．$\boldsymbol{r}_i$, $\boldsymbol{v}_i$ は i 番目の粒子の位置と速度．$\rho_l, \boldsymbol{j}_l$ は格子番号 l 上の電荷密度，電流密度．$\boldsymbol{E}_l, \boldsymbol{B}_l$ は格子点上の電場，磁場．$\boldsymbol{F}_i$ は電磁場による i 番目の粒子に働く力.

2.3 運動方程式の積分

相対論的効果も含めた運動方程式を考える．このとき運動方程式は(2.9) 式のように与えられる[5, p.55–62].

$$\frac{d\boldsymbol{P}_i(t)}{dt} = q\{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_i(t),t) + \boldsymbol{v}_i(t)\times\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}_i,t\}) \tag{2.9}$$

ここで，

$$\boldsymbol{P}_i(t) = m_i \frac{\boldsymbol{v}_i(t)}{\sqrt{1-(\boldsymbol{v}_i(t)/c)^2}}$$

で与えられる．

$$\boldsymbol{u}_i(t) = \frac{\boldsymbol{v}_i(t)}{\sqrt{1-(\boldsymbol{v}_i(t)/c)^2}}$$

$$\gamma_i(t) = \frac{1}{\sqrt{1-(\boldsymbol{v}_i(t)/c)^2}}$$

とし，時間中心差分で近似すると，

$$\frac{\boldsymbol{u}_i^{n+1/2} - \boldsymbol{u}_i^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m_i}\{\boldsymbol{E}_i^n + \frac{1}{2\gamma_i^n}(\boldsymbol{u}_i^{n+1/2} + \boldsymbol{u}_i^{n-1/2})\times\boldsymbol{B}_i^n\} \tag{2.10}$$

となる(ここで以下上付きの添え字 n は時間を表す). (2.10)式は電場，磁場の方程式に完全に分離することができる．つまり(2.10) 式において，電場による力は電場の方向に粒子に加速度を与える．一方，磁場による力は速度の大きさを変えることなしに粒子に回転を与える．電場による加速度は $q\boldsymbol{E}^n{}_i\Delta t/m_i$ であり，磁場による速度の回転角は磁場 $\boldsymbol{B}^n{}_i$ によって決まるサイクロトロン周波数を

$$\omega_c \equiv \frac{q\left|\boldsymbol{B}_i^n\right|}{\gamma_i^n m_i}$$

とすると，$\omega_c\Delta t$ である．従って，(2.10)式は $\boldsymbol{u}^-$ と $\boldsymbol{u}^+$ を次のように定義して

$$\boldsymbol{u}_i^- \equiv \boldsymbol{u}_i^{n-1/2} + \frac{q\boldsymbol{E}_i^n}{m}\frac{\Delta t}{2} \tag{2.11}$$

$$\boldsymbol{u}_i^+ \equiv \boldsymbol{u}_i^{n+1/2} + \frac{q\boldsymbol{E}_i^n}{m}\frac{\Delta t}{2} \tag{2.12}$$

ここで(2.10)式に代入して

$$\boldsymbol{u}_i^+ - \boldsymbol{u}_i^- \equiv \frac{q\Delta t}{2\gamma_i^n m_i}(\boldsymbol{u}_i^+ + \boldsymbol{u}_i^-)\times\boldsymbol{B}_i^n \tag{2.13}$$

ただし，

$$(\gamma_i^n)^2 = 1 + \frac{\left|\boldsymbol{u}_i^-\right|^2}{c^2}$$

となる．つまり(2.11)式，(2.12)式は粒子の電場による加速を与え，(2.13)式は粒子の磁場による回転を与える．ここに運動方程式(2.10)を電場，磁場の方程式に完全に分離することに成功した．よって(2.10)式は次のようにして解くことができる．

①(2.10)式より粒子の電場により時間$\Delta t/2$だけ加速を受けた後の速度を求める

②(2.4.5) 式により磁場$\boldsymbol{B}^n{}_i$による$u^-{}_i$から$u^+{}_i$への回転を与える

③最後に(2.4.4) 式により時間$\Delta t/2$だけ電場による加速を与え$\boldsymbol{v}^{n+1/2}{}_i$を計算する

また粒子の位置は

$$x_i^{n+1/2} = x_i^n + \frac{\boldsymbol{u}_i^{n+1/2}\Delta t}{\gamma_i^{n+1/2}} \tag{2.14}$$

となる．このときの$\gamma^{n+1/2}{}_i$は$\boldsymbol{u}^{n+1/2}{}_i$から計算する．

実際の計算ではv^{-i}からv^{+i}を求めるには，速度と磁場が任意の方向の場合にまで拡張すると，磁場方向のベクトルα，β

$$\boldsymbol{\alpha} \equiv -\hat{\boldsymbol{b}}\tan\frac{\theta}{2} = \frac{q\boldsymbol{B}}{m}\frac{\Delta t}{2}$$

$$\boldsymbol{\beta} \equiv \frac{2}{1+|\boldsymbol{\alpha}|^2}\boldsymbol{\alpha}$$

を求め($\hat{\boldsymbol{b}}$は磁場方向の単位ベクトル)

$$\boldsymbol{u}_i^* = \boldsymbol{u}_i^- + \boldsymbol{u}_i^- \times \boldsymbol{\alpha}$$

$$\boldsymbol{u}_i^+ = \boldsymbol{u}_i^- + \boldsymbol{u}_i^* \times \boldsymbol{\beta}$$

を計算すればよい．

2.4 空間格子による重み付け

PICシミュレーションでは有限の大きさの粒子と空間格子を導入し計算時間を節約する．ここではその有限の大きさの粒子の位置と速度から空間格子上の電荷密度，電流密度を計算する方法と，逆に空間格子上で定義された電場，磁場から粒子に働くローレンツ力を計算する方法について述べる．

単純化のため2次元空間格子を用いて説明する．図2.2のように2次元の空間格子点$x_{m,n} = (m\Delta X, n\Delta Y)$, (l = 0, 1, 2,･･･, M, m = 0, 1, 2,･･･, N)を考え，$\Delta X = \Delta Y = \Delta$とする．破線は$x = (m + 1/2)\Delta$, $y = (n + 1/2)\Delta$の直線である．空間格子点$x_{m,n}$を囲むアミかけの領域をセル(l, m)と呼ぶ．

i番目の粒子の電荷をq_i, 位置をx_iとし，有限の広がりの電荷分布を$S(x - x_i)$とする．ただし，形状因子$S(x - x_i)$は次のように規格化する．

$$\int S(x - x_i) = 1 \tag{2.15}$$

任意の点での電荷密度は

$$\rho(x) = \sum_i q_i S(x - x_i)$$

となる．この電荷密度を 2 次元の空間格子点 $x_{m,\,n}$ 上に割り付ける重みを $W(x - x_{m,\,n})$ とする．重み関数も式(2.15)と同様の規格化条件とする．空間格子点 $x_{m,\,n}$ での時間 $t = k\Delta t$ での電荷密度はその時刻の粒子位置 x^k_i を用いると

$$\rho^k_{m,n} = \sum_i q_i \int S(x - x^k_i) W(x - x_{m,n}) dx \qquad (2.16)$$

となる．まず 1 次の精度の粒子電荷の格子点への割り付けについて説明する．このとき形状因子 $S(x)$ と重み関数 $W(x)$ は

$$S(x) = 1 \qquad |\Delta x| \le \frac{\Delta}{2}, \qquad S(x) = 0 \qquad |\Delta x| > \frac{\Delta}{2}$$

$$W(x) = 1 \qquad |\Delta x| \le \frac{\Delta}{2}, \qquad W(x) = 0 \qquad |\Delta x| > \frac{\Delta}{2}$$

である．

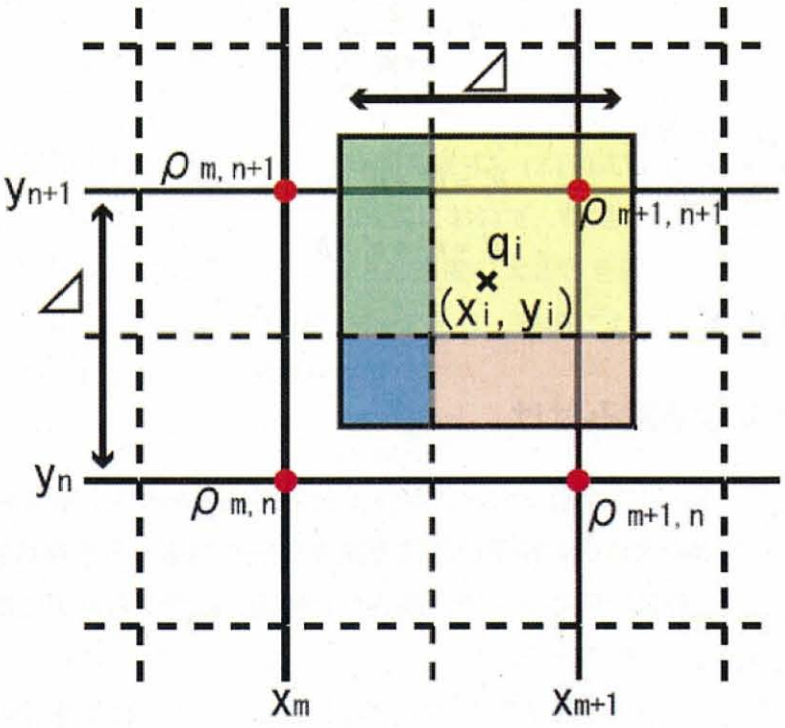


図 2.2 粒子位置(x_i, y_i)の近接 4 格子点に粒子電荷を各セルに含まれる粒子の面積に比例して割りつける(1st order spline interpolation).

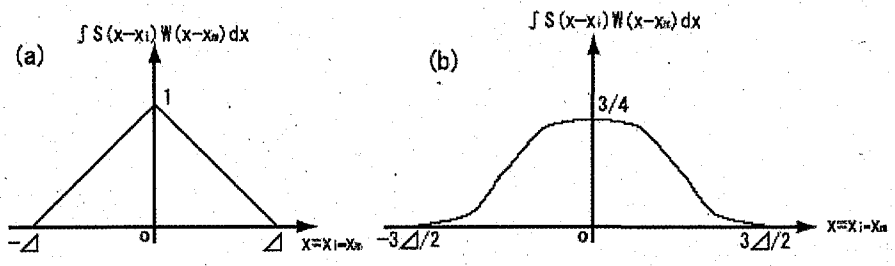


図 2.3 線形補間による粒子密度(a)，2 次 spline 補間による粒子密度(b)．横軸は粒子の位置 x_i と格子点 x_m との相対距離．

図 2.2 に示す 2 次元の例では，粒子位置 $x_i = (x_i, y_i)$の近接 4 格子点($x_{m,n}$, $x_{m+1,n}$, $x_{m+1,n+1}$, $x_{m,n+1}$) 上に，粒子の電荷 q_i を各セルに含まれる粒子の面積(図 2.2 の色領域) に比例して割り付ける．たとえば，格子点 $x_{m,n} = (x_m, y_n)$ 上の電荷密度は

$$\rho_{m,n} = q_i(\Delta - |x_i - x_m|)(\Delta - |y_i - y_m|)/\Delta$$

となる．ただし，$x_i - \Delta \le x_m \le x_i + \Delta$, $y_i - \Delta \le y_n \le y_i + \Delta$．式(2.16)の積分 $\int S(x - x_i^k)W(x - x_{m,n})dx$ を 1 次元の場合について$(x_i - x_m)$の関数にしたのが図 2.3 a である．さらに精度を高め 2 次の spline 補間を行ったときは(b)のようになる．このとき

$$\rho_m = q_i \frac{1}{\Delta}\left[\frac{3}{4} - \left(\frac{x_i - x_m}{\Delta}\right)^2\right]$$

$$\rho_{m\pm1} = q_i \frac{1}{2\Delta}\left[\frac{1}{2} - \left(\frac{x_i - x_m}{\Delta}\right)^2\right]$$

のように補間を行えばよい．格子点上の電流密度 $j_{m,n}$ を計算するには，粒子の位置と速度が必要であるが，運動方程式の積分に差分法を用いるため

$$j_{m,n}^{k+1/2} = \sum_i q_i v_i^{k+1/2} \int \frac{1}{2}[S(x - x_i^k) + S(x - x_i^{k+1})]W(x - x_{m,n})dx \qquad (2.17)$$

とする(REMP においては Densith Decomposition という電荷保存スキームを用いている[6])．空間格子点 $x_{m,n}$ で定義された電場 $\boldsymbol{E}_{m,n}$ を粒子上の電場 $\boldsymbol{E}_i$ に割り付ける場合も同様にして粒子の形状因子 $S(x)$と重み関数 $W(x)$を用いて計算でき，

$$\boldsymbol{E}_i^k = \sum_{m,n} \boldsymbol{E}_{m,n}^k \int S(x - x_i^k)W(x - x_{m,n})dx$$

$$\boldsymbol{B}_i^k = \sum_{m,n} \boldsymbol{B}_{m,n}^k \int S(x - x_i^k)W(x - x_{m,n})dx$$

となる．

参考) 粒子電荷 q_i の求め方

有限サイズの大きさをもつ仮想粒子一つの電荷 q_i を求めよう．一般に仮想粒子は多くの実粒子(電子，水素原子イオンなど)の集まりと考えてよく，そのときの実粒子一つの電荷を Q とする．また，シミュレーションを行う初期プラズマ密度を n_0 とする．このと

き， PIC シミュレーションにおいて，単位体積あたり n_{PIC} 個の粒子がこの密度を表すとすると，一つあたりの密度は n_0/n_{PIC} である．ゆえに

$$q_i = Q\frac{n_0}{n_{PIC}}$$

よって式(2.17)は

$$j_{m,n}^{k+1/2} = \sum_i Q\frac{n_0}{n_{pic}} v_i^{k+1/2} \int \frac{1}{2}[S(x-x_i^k)+S(x-x_i^{k+1})]W(x-x_{m,n})dx$$

となる。

2.5 Maxwell 方程式の解法

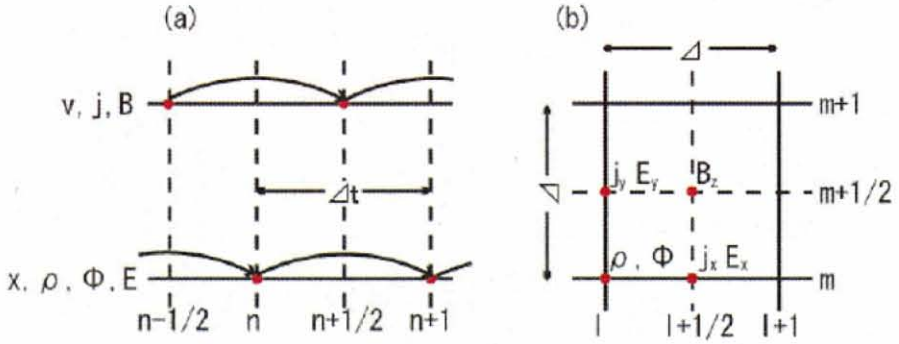


図 2.4 (a)運動方程式と Maxwell 方程式に対する蛙とび時間差分法での粒子位置 $\boldsymbol{x}$, 速度 $\boldsymbol{v}$, 電荷密度 ρ, 電流密度 $\boldsymbol{j}$, ポテンシャル ϕ, 電場 $\boldsymbol{E}$, 磁場 $\boldsymbol{B}$ の定義時間. (b)2 次元電磁場モードでの電荷密度 ρ, 電流密度 $\boldsymbol{j}_x$, $\boldsymbol{j}_y$, 電場 $\boldsymbol{E}_x$, $\boldsymbol{E}_y$, 磁場 $\boldsymbol{B}_z$ の定義位置.

Faraday の法則(2.5)式は磁場の時間変化による電場の誘導を表すが，磁場の時間発展を決める方程式とみなすことができる．同様に Ampere の法則(2.6)式は電場の時間発展を決める方程式とみなす．したがって, (2.5)式, (2.6) 式を次のように書く．

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{B} = -\nabla \times \boldsymbol{E} \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\frac{1}{\mu_0}\nabla \times \boldsymbol{B} - \boldsymbol{j}) \tag{2.19}$$

(2.18)式は，右辺の電場によって磁場の時間微分が与えられ，(2.19)式は磁場によって電場の時間微分が決まる．そのため，電場と磁場の定義時間を$\Delta t/2$ だけずらす．つまり，図 2.4 a のように電場，静電ポテンシャルおよび電荷密度の定義時間を $n\Delta t$ とし，磁場と電場密度の定義時間を $n\Delta t + \Delta t/2$ とする．

ここでまず 2 次元の場合を考え，物理量の時間変化が x, y だけの関数とする．この場合には，電場が x-y 平面にあり，磁場が z 方向にある場合のモード $\boldsymbol{E}_x, \boldsymbol{E}_y, \boldsymbol{B}_z$ と，磁場が x-y 平面にあり，電場が z 方向にある場合のモード $\boldsymbol{B}_x, \boldsymbol{B}_y, \boldsymbol{E}_z$ とは独立であることが(2.18)

式と(2.19)式から分かる．そのため，説明の簡略化のため前者の場合だけを説明する．(2.18)式，(2.19)式の空間(回転・$\nabla\times$)微分を中心差分にするためには，($\boldsymbol{E}_x$, $\boldsymbol{E}_y$, $\boldsymbol{B}_z$, $\boldsymbol{j}_x$, $\boldsymbol{j}_y$, ϕ，ρ) の空間定義点を図 2.4 b のように$\Delta/2$ ずつずらしてやるとよい．

その結果，(2.18) 式の差分方程式は，

$$\frac{\boldsymbol{B}^{n+1/2}_{z,l+1/2,m+1/2}-\boldsymbol{B}^{n-1/2}_{z,l+1/2,m+1/2}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{E}^{n}_{x,l+1/2,m+1}-\boldsymbol{E}^{n}_{x,l+1/2,m}}{\Delta}-\frac{\boldsymbol{E}^{n}_{y,l+1,m+1/2}-\boldsymbol{E}^{n}_{y,l,m+1/2}}{\Delta} \tag{2.20}$$

となる． (2.19) 式の差分方程式は，

$$\frac{\boldsymbol{E}^{n+1}_{x,l+1/2,m}-\boldsymbol{E}^{n}_{x,l+1/2,m}}{\Delta t}=\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{\boldsymbol{B}^{n+1/2}_{z,l+1/2,m+1/2}-\boldsymbol{B}^{n+1/2}_{z,l+1/2,m-1/2}}{\Delta}-\boldsymbol{j}^{n+1/2}_{x,l+1/2,m}\right) \tag{2.21}$$

$$\frac{\boldsymbol{E}^{n+1}_{y,l,m+1/2}-\boldsymbol{E}^{n}_{y,l,m+1/2}}{\Delta t}=-\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{\boldsymbol{B}^{n+1/2}_{z,l+1/2,m+1/2}-\boldsymbol{B}^{n+1/2}_{z,l-1/2,m+1/2}}{\Delta}+\boldsymbol{j}^{n+1/2}_{x,l+,m+1/2}\right) \tag{2.22}$$

となる．(2.20)式は，$\boldsymbol{B}^{n-1/2}{}_z$, $\boldsymbol{E}^{n}{}_x$, $\boldsymbol{E}^{n}{}_y$ から $\boldsymbol{B}^{n+1/2}{}_z$ を求める式であり，(2.21)式，(2.22)式は $\boldsymbol{E}^{n}{}_x$, $\boldsymbol{E}^{n}{}_y$, $\boldsymbol{B}^{n+1/2}{}_z$, $\boldsymbol{j}^{n+1/2}{}_x$, $\boldsymbol{j}^{n+1/2}{}_y$ から $\boldsymbol{E}^{n+1}{}_x$, $\boldsymbol{E}^{n+1}{}_y$ を求める式である．

また，3 次元空間への拡張も容易である．2 次元の場合と同様に，(2.18) 式，(2.19) 式の空間微分するために図 2.5 のように電流密度 $\boldsymbol{j}_x, \boldsymbol{j}_y, \boldsymbol{j}_z$, 電場 $\boldsymbol{E}_x, \boldsymbol{E}_y, \boldsymbol{E}_z$, 磁場 $\boldsymbol{B}_x, \boldsymbol{B}_y, \boldsymbol{B}_z$ を配置する．その結果導かれる差分方程式から(2.18)式より $\boldsymbol{E}^n, \boldsymbol{B}^{n-1/2}$ から $\boldsymbol{B}^{n+1/2}$ を，(2.19)式より $\boldsymbol{E}^n, \boldsymbol{B}^{n-1/2}, \boldsymbol{j}^{n+1/2}$ から $\boldsymbol{E}^{n+1}$ を直接求めてやればよい．

運動方程式と時間積分との結合は次のようにして行う．運動方程式(2.10)で $\boldsymbol{u}^{n-1/2}$ から $\boldsymbol{u}^{n+1/2}$ を計算するには，$\boldsymbol{E}^n, \boldsymbol{B}^n$ が必要である．$\boldsymbol{B}^n$ は$(\boldsymbol{B}^{n+1/2}+\boldsymbol{B}^{n-1/2})/2$ から直接もとめる

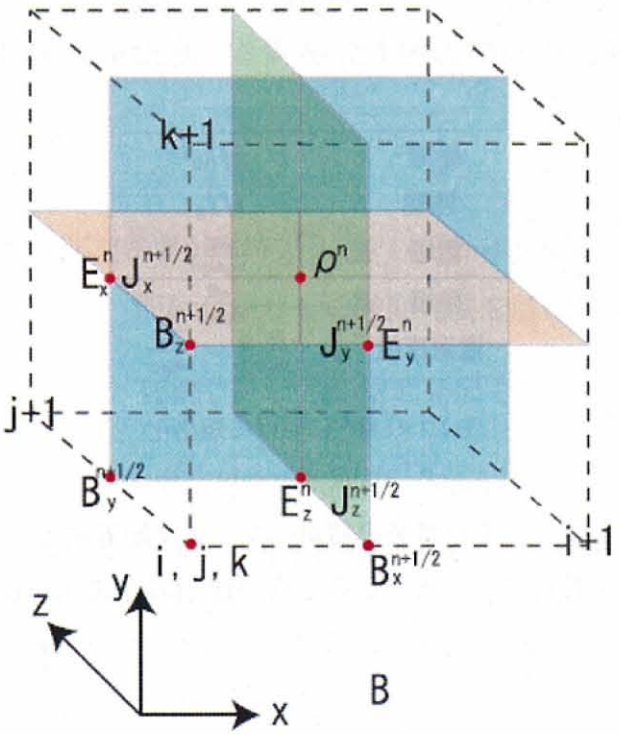


図 2.5　3 次元電磁場モードでの電荷密度 ρ，電流密度 $\boldsymbol{j}_x, \boldsymbol{j}_y, \boldsymbol{j}_x$, 電場 $\boldsymbol{E}_x, \boldsymbol{E}_y, \boldsymbol{E}_z$, 磁場 $\boldsymbol{B}_x, \boldsymbol{B}_y, \boldsymbol{B}_z$ の定義位置.

ことも可能であるが，余分な記憶領域を必要とするため $\boldsymbol{B}^{n-1/2}$ から$\Delta t/2$ だけ時間を進めて $\boldsymbol{B}^n$ をもとめる．すなわち，(2.20) 式の代わりに，

$$\frac{\boldsymbol{B}^n_{z,l+1/2,m+1/2}-\boldsymbol{B}^{n-1/2}_{z,l+1/2,m+1/2}}{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{E}^n_{x,l+1/2,m+1}-\boldsymbol{E}^n_{x,l+1/2,m}}{\Delta}-\frac{\boldsymbol{E}^n_{y,l+1,m+1/2}-\boldsymbol{E}^n_{y,l,m+1/2}}{\Delta} \tag{2.23}$$

を用いる．この $\boldsymbol{B}^n$ を用いて運動方程式を積分した後に(2.23)式と同様にして，$\boldsymbol{B}^n$，$\boldsymbol{E}^n$ を用いて$\boldsymbol{B}^{n+1/2}$を計算する．いま，$\boldsymbol{x}^n$, $\boldsymbol{u}^{n-1/2}$, $\boldsymbol{E}^n$, $\boldsymbol{B}^{n-1/2}$が既知として，時間を1ステップ進めるには次のような6 段階の計算を行えばよい．

①$\boldsymbol{E}^n$, $\boldsymbol{B}^{n-1/2}$ を用いて(2.23)式から $\boldsymbol{B}^n$ を求める

②$\boldsymbol{E}^n$, $\boldsymbol{B}^n$ を用いて(2.10)式から $\boldsymbol{u}^{n+1/2}$ を求める

③$\boldsymbol{x}^n$, $\boldsymbol{u}^{n+1/2}$ を用いて(2.14)式より $\boldsymbol{x}^{n+1}$ を求める

④$\boldsymbol{x}^n$, $\boldsymbol{x}^{n+1}$, $\boldsymbol{u}^{n+1/2}$ を用いて補間により $\boldsymbol{j}^{n+1/2}$ を求める

⑤$\boldsymbol{E}^n$, $\boldsymbol{B}^n$ を用いて(2.23)式から $\boldsymbol{B}^{n+1/2}$ を求める

⑥$\boldsymbol{B}^{n+1/2}$, $\boldsymbol{j}^{n+1/2}$ を用いて(2.21), (2.22)式より $\boldsymbol{E}^{n+1}$ を求める

2.6 規格化(無次元化)とPICコードの安定化

一般的に計算機により計算を実行するにあたり，物理量を無次元化することが多い．これはプログラム実行中に発生するオーバーフローやアンダーフローを未然に防止するのに役立つだけではなく，余分な掛け算や割り算など実行時間のかかる演算を減らし，計算時間を短くすることにも役に立つ．以下，今回の研究で用いた REMP(Relativistic ElectroMagnetic Particle-mesh)コード[6]の規格化について簡単に述べる．REMP における入射レーザーの周波数:ω_0, 周期:T_0, 波長λ_0とすると表2.2のように規格化されている．

距離 x	x/λ_0
時間 t	t/T_0
電場 E	$\frac{eE}{m_e\omega_0 c}$
磁場 B	$\frac{eB}{m_e\omega_0 c}$
電流密度 j	$\frac{8\pi^2 ej}{m_e\omega_0^2 c}=\frac{2\pi j}{en_{cr}c}$

表 2.2 REMP における規格化

ここで m_e, n_{cr}, c, e はそれぞれ電子の質量，プラズマ臨界密度($\omega_0=\omega_{pe}$ となるプラズマ密度)，光速，素電荷を表す．またこのときの運動方程式, Faraday, Ampere の法則は次のようになる．

運動方程式

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} = 2\pi[\boldsymbol{E} + c\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{B}]$$

$$\boldsymbol{u} = \gamma \boldsymbol{v} \quad (\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\boldsymbol{v}^2}})$$

Faraday の法則

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

Ampere の法則

$$\frac{1}{\mu_0}\nabla \times \boldsymbol{B} = \boldsymbol{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

$$= 2\pi \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2}\boldsymbol{v} + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

となる．ただし，Ampere の法則について仮想 1 粒子あたりの電荷は，単位体積あたりの初期仮想粒子数(1 空間メッシュボックス内にある，初期状態においてω_{pe}/ω_0を定めた仮想粒子数)をn_{PIC}とすると，

$$\frac{1}{n_{\mathrm{PIC}}} 2\pi \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_0^2}$$

となる．

最後に PIC コードの安定化条件について簡単にまとめる．ここでω_0, λ_0, T_0, dt, dx, ω_{pe}はそれぞれ照射レーザー周波数，周期，波長，シミュレーションにおける時間きざみ，空間きざみ，電子のプラズマ周波数とする．

①Maxwell 方程式を解くための安定条件(Courant-Friedrichs-Lewy condition)は

$$cdt \le \frac{1}{\sqrt{(\frac{1}{dx})^2 + (\frac{1}{dy})^2 + (\frac{1}{dz})^2}}$$

②初期条件においてプラズマ密度が臨界プラズマ以下(underdense plasma)であるならば

$dt \le \frac{T_0}{8}$ ： 照射レーザーの時間発展を解析するため

$dx \le \frac{T_0}{8}$ ： 照射レーザーの空間発展を解析するため

③初期状態においてプラズマ密度が超臨界密度(overdense plasma)であるならば

$dt \le \frac{T_0}{8}\frac{\omega_{pe}}{\omega_0}$ ：プラズマ周波数の時間発展を解析するため

ただし多くの場合，プラズマ周波数の空間発展を解析するケースはまずないといってよく，$dt \leqq \lambda_0 \omega_{pe}/8\omega_0$ は満たす必要は特にない

④運動方程式を解くための安定条件より

$$\frac{\omega_{pe}}{\omega_0} dt \leq 1 \sim 2$$

いずれにせよ, Courant-Friedrichs-Lewy 安定条件, 運動方程式を解くための安定条件を満たし, かつ解析したい振動や波数が十分に解析できるように時間, 空間きざみを定めることが重要になってくる. たとえば, レーザー・プラズマ相互作用により発生する 2 倍高調波の空間発展を解析したいのであれば

$$dt \leq \frac{1}{8}\frac{\lambda_0}{2} \quad : \quad underdense \quad plasma$$

$$dx \leq \frac{T_0}{8}\frac{\lambda_0}{2}\frac{\omega_0}{\omega_{pe}} \quad : \quad overdense \quad plasma$$

とし, Courant-Friedrichs-Lewy 安定条件を満たすように dt を定めればよい. また, 当然であるが計算機は 2 の整数乗の数値しか表せない. そのため dt, dx などの値は $2^{-(自然数)}$ とすると誤差は少なくなる(とはいってもその誤差は Fortran において基本実数型を用いたときには 10^{-7}, 倍精度実数型を用いたときには 10^{-14} であるが...).

次にメッシュ内に配置する粒子の個数について説明する. ここで重要なのは基本単位空間($\lambda_0 \times \lambda_0 \times \lambda_0$) に何個の粒子が配置されているかであってメッシュ内に何個粒子が配置されているかではない. そのためもし dx, dt など空間, 時間分解能が十分であればメッシュ内に粒子を一つおけば十分である. しかし, 照射レーザーの強度 : a (= $eE_0/m_e\omega_0 c$)$>$5 となるときや超臨界密度プラズマにおいて密度が非常に高いときには経験的にメッシュ内に配置する粒子を増やしたほうがよい.

2.7 まとめ

本章では超高強度レーザーと高密度プラズマとの相互作用を取り扱う相対論的な3次元PICシミュレーション法について紹介した. PICシミュレーション法のアルゴリズムについて述べた. PIC法はMaxwell方程式とLagrange-Newton方程式だけを解くシミュレーションである. そのためMaxwell方程式から記述できるレーザー光などの電磁場, Lagrange-Newton方程式により記述する粒子の運動の解析ができ, レーザー・プラズマ相互作用などの解析に非常に優れている. また本研究で用いた3次元PICシミュレーションであるREMPについても述べた.

参考文献

[1] Charles K. Birdsall and A. Bruce Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation* (McGraw-Hill, 1985).

[2] M. Moteuberg, B. Alder, S. Fernbach, J. kelleen, et al., Method of Computational Physics, Vol.9, 16(Academic, 1970).

[3] J. W. Eastwood and R. W. Hockney, *Computer Simulation Using Particles* (McGraw-Hill, 1980).

[4] 西原功修, 計算物理と計算化学 13 章. (海文堂, 1988).

[5] 長谷川晃, 基礎原理に基づく工科系の電磁気学. (岩波書店, 1995).

[6] T. Zh. Esirkepov, Computer Physics Communications, 135, 144 (2001).

第3章 超高強度レーザー生成高エネルギー電子輸送の研究

3.1 はじめに

1985 年 G.. Mourou らによるり発見されたチャープパルス増幅(Chirped Pulse Amplification, CPA) [1]をはじめ，近年のレーザー技術の進歩は目覚しく，超短パルスレーザーの出力はペタワット(PW)に達している．パルス幅は 1 ピコ秒以下つまりフェムト秒台となり，数百ジュールのエネルギーを圧縮して集光することで，強度は 10^{22}W/cm^2 を超え，プラズマなどに照射することにより発生する電子の速度は相対論的な速度，つまりほぼ光速にまで達する．それに伴い様々な新しい研究分野が開拓されている．

その中でもレーザー核融合の研究は特に成果が著しく，ナノ秒パルス TW レーザーによる燃料ペレット圧縮と，円錐形の金コーンを利用することによる PW レーザー追加熱を行う高速点火の研究[2, 3]により，核融合発電実用化の目途をつけることが可能となった．しかしながらどのようにしてレーザーエネルギーを圧縮された燃料の中心部まで投入するか，またどのようにして中心部を加熱するかなどいまだに明瞭ではない物理も多い．

その答えの鍵となるのがプラズマ(金のコーン)の表面とレーザーとの相互作用で発生する高速電子の物理である．この高速電子がレーザーのエネルギーをコア中心部にまで輸送し，そこで異常抵抗を受けることにより高速点火における追加熱を行っているものと考えられている[4, 5]．しかしながらプラズマ表面で発生する高速電子による電流は数百メガアンペアオーダーであり Alfvén 極限電流[6]を超えてしまう．すなわち，その百メガアンペア電流は自ら強力な磁場を発生させ高速電子の軌道を進行方向と逆向きに歪めてしまう．

超臨界密度プラズマ内部ではプラズマ表面で発生する電場に誘導され帰還電流が発生し，高速電子による電流は十分に中性化される．このため高速電子はプラズマ内部まで進入することが可能となる．しかしながらこのような高速電子(hot electron)ビームと帰還電子(return electron)ビームが対向することで，今まで行われてきた研究による，強磁場の発生，レーザーの自己集束及びフィラメント化など，Weibel 不安定性[7]が成長することが分かっている[8-13]．そのために高速電子ビームは横方向に引き裂かれ，発生する磁場チャネルの中を流れる．このように高速電子のエネルギー輸送には磁場の影響を強く受けるということが分かっている．

本章では，3 次元粒子シミュレーションを使用し，レーザー照射直後のプラズマ表面近傍での電流密度及び磁場等を調べ，更に高エネルギー電子のバルクプラズマへの輸送，特に電子エネルギー束等を調べる．

3.2 レーザー照射初期のレーザー・プラズマ相互作用

本章では超臨界密度プラズマでの相対論的電子によるエネルギー輸送のシミュレーションに 3 次元 PIC(Particle-In-Cell)シミュレーションである REMP(Relativistic ElectroMagnetic Particle-mesh code)コード[14]を用いた．このコードは電荷保存を正確に満たすように電流密度を計算し，2 次オーダースプラインの超粒子をもつアリゴリズムを採用している．そのためいままで PIC シミュレーション時に発生していたさまざまなノイズを劇的に減らすことが可能となる．また，大阪大学サイバーメディアセンターの SX5 と SX8 用に最大限のベクトル化，並列化を行った．

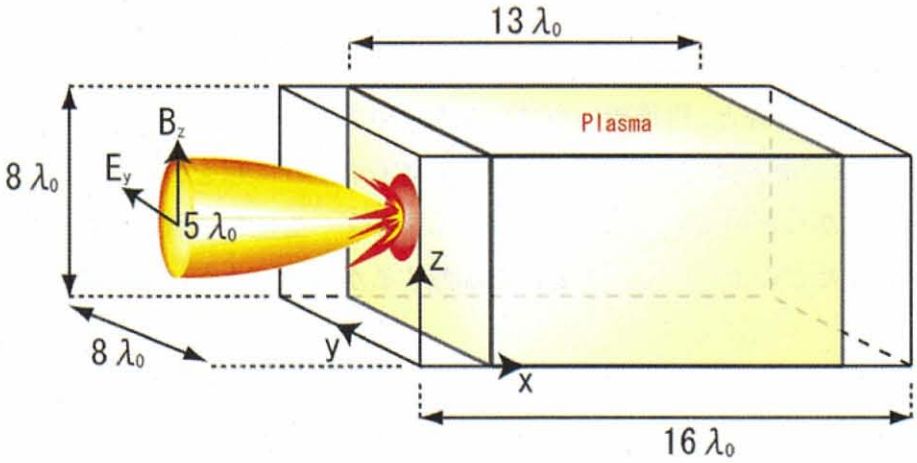


図 3.1 レーザー進行方向に $16\lambda_0$，レーザー進行方向垂直な面に $8\lambda_0 \times 8\lambda_0$ のシミュレーションボックス．その中心に長さ $13\lambda_0$ の臨界密度の 16 倍のプラズマを配置する．

以下そのシミュレーション条件である(図 3.1 参照)．ただし λ_0, T_0 をそれぞれ入射レーザーの波長，周期とする．レーザー進行方向(x 軸)に $16.0\lambda_0$ を，またレーザー進行方向垂直な面(y-z 平面)に $8.0\lambda_0 \times 8.0\lambda_0$ のシミュレーションボックスを用意し，その中心に x 軸方向 $13\lambda_0$ の長さを持つプラズマを配置した．このターゲットプラズマは $x = 1.5\lambda_0$, $x = 14.5\lambda_0$ のプラズマ表面を除き一様で，その密度は臨界密度プラズマの 16 倍($17.6 \times 10^{21}\mathrm{cm}^{-3}$，ただし $\lambda_0 = 1\,\mu\mathrm{m}$)である．プラズマは十分に電離した重水素(イオン質量：$M = 3680m_e$)であり，初期状態における電子，イオンの温度はともに 0 とした．レーザーは y 偏光で，3 周期分の Gauss プロファイルによる立ち上がり時間を持ち，その後は一様とする．また y-z 平面ではプラズマターゲット左側面に一様に照射を施した．規格化したレーザーの最大電場振幅は $a = eE/m_e\omega_0 c = 3.0$，1.0，0.2 で，$a = 3$ は強度 $I = 1.25$

$\times 10^{19}$W/cm^2 に相当する．また x 方向は電磁場，粒子に対し吸収条件を，y-z 方向に対しては周期境界条件を用いた．空間グリッドの数は 1024×512×512，初期状態における全粒子数は 3.5×10^9 とする．このシミュレーションは大阪大学サイバーメディアセンターにあるNEC SX-5において32CPU(2ノード)，メインメモリ256GBを用いて実行した．

レーザー照射数周期後($4.0T_0$~)，レーザースポット縁周辺部から高エネルギー電子がリング構造に現れる．その後，リング構造の高エネルギー電子プロファイルはレーザー不均一効果[15]やWeibel不安定性のために引き裂かれ，skin-depth($2\pi/\omega_{pe}$)あたりの大きさのフィラメントとなる[13]．その後，電流フィラメントは自らが作る磁場によりお互いに引き合い合体を繰り返しながら成長をしてゆく．

以下その様子を示す．この図3.2はx軸方向に流れる電流密度$\langle Cx\rangle$の$x = 1.75\lambda_0$ におけるy-z平面(t = $7.5T_0$(a), t = $10.5T_0$(b), t = $12.5T_0$(c)) のプロファイルである．ここで◇は照射レーザー1周期により時間平均を施したことを示す．また図3.3は磁場の強度$|\langle \boldsymbol{B}\rangle|$の$x = 1.75\lambda_0$ におけるy-z平面(t =$7.5T_0$(a), t = $10.5T_0$(b))のプロファイルを，図3.4はx軸方向に流れる電流密度$\langle Cx\rangle$の$z = 0$におけるx-y平面のプロファイル(t = $7.5T_0$(a), t = $10.5T_0$(b))を示す．

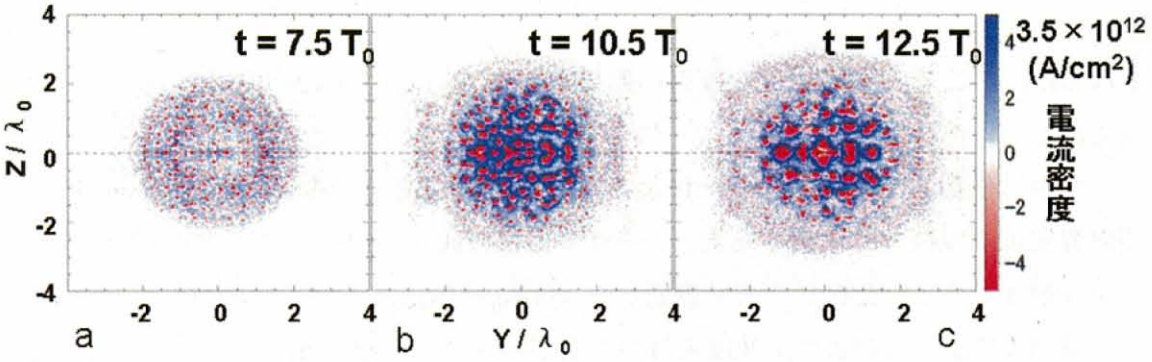


図3.2　$x = 1.75\lambda_0$におけるx方向に流れる電流密度y-z平面のプロファイル(t = $7.5T_0$(a), t = $10.5T_0$(b), t = $12.5T_0$(c))

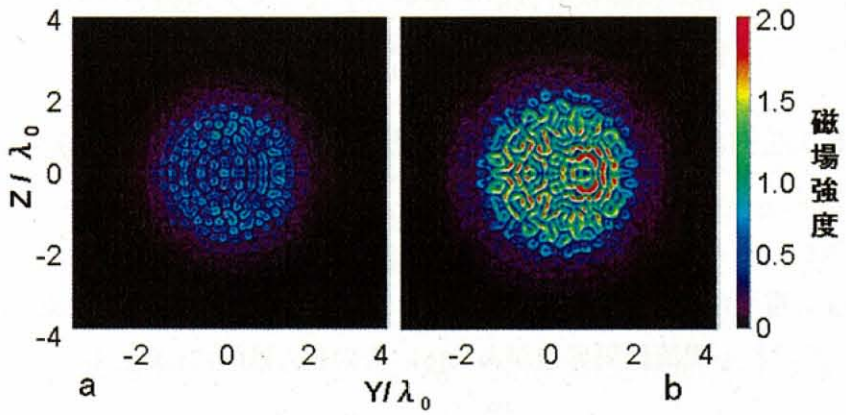


図 3.3　$x = 1.75\lambda_0$における磁場の強度(t = $7.5T_0$(a), t = $10.5T_0$(b))

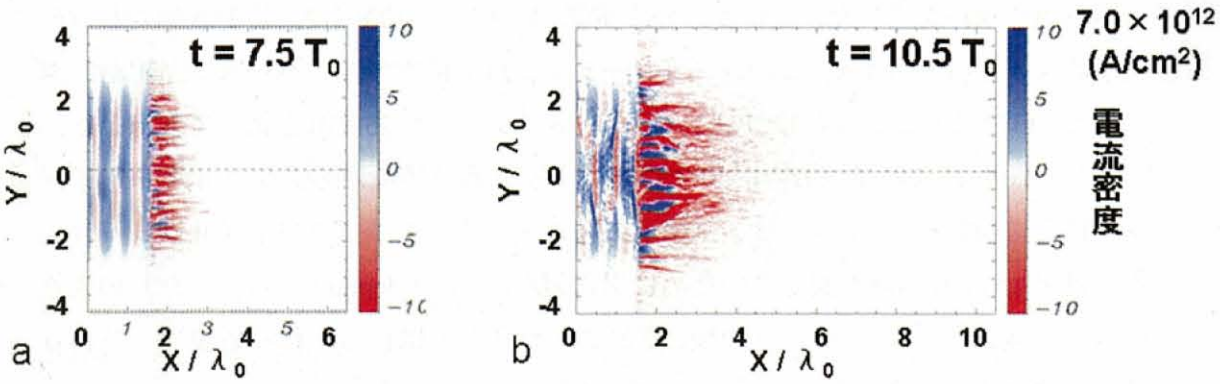


図 3.4 x 方向に流れる電流密度のプロファイル(t = 7.5T_0(a), t = 10.5T_0(b))

3.2.1 相対論的電子の発生とAlfvén 電流値限界

超高強度レーザーを臨界密度プラズマに照射することにより相対論的なエネルギーを持つ電子が発生する機構は大きく分けて二つある.

一つ目はポンデロモーティブ力を源とする光圧(photon pressure)でプラズマ内の電子がビリヤードの玉突きのように加速される. このときの光圧PL は

$$P_L = 2\frac{I}{c} = 60 I_{20}$$

となる[2]. ここで, 係数2は完全反射の効果であり, I_{20}は10^{20}W/cm^{2}単位でのレーザー強度である.

二つ目は伝播しているレーザーによる荷電粒子の加速である. 超高強度レーザーを超臨界密度プラズマへ入射すると, レーザーはほぼskin-depthだけプラズマ内に染み込み全反射する. このときプラズマ表面からskin-depth内にある電子は照射レーザーの強力な電磁場により次のような速度を持つことが示されている. [16]

$$V_x = \frac{a_0^2}{a_0^2 + 4} c \tag{4.1}$$

ここでa_0はレーザーの強さを表す無次元量で入射レーザーの電場強度をE_0とすると,

$$a_0 = \frac{eE_0}{m\omega_0 c}$$

となる. つまり電子はレーザーの非線形的な力によりskin-depth内で加速を受け相対論的な速度を持つ.

これらの機構により発生する電流は数百メガアンペアオーダーとなる. しかしながらこのような大電流が素直に流れるとは考えにくい. 実際, 真空中に電流を流す際にはAlfvén限界と呼ばれる電流値限界値がある[6]. その値J_Aは([17], Sec. 4.4, Eq. (4.126))

$$J_A = \frac{mc^3}{e}\beta\gamma = 17\beta\gamma[\mathrm{kA}] \tag{4.2}$$

となる．ここで，$\beta = u/c$，$\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$．この電流値限界が生じる原因は次のように説明できる．真空中に円筒形の電流が流れると電流の流れる中心軸を取り囲むように磁場$\boldsymbol{B}_\varphi$が発生する．その中で電荷粒子の運動は電子，陽子かにかかわりなく図3.5のような運動をとる[6, 18]．まず図中の縦軸の中心近く(ビームの中心部)から出たaやbやcの電子は振幅が異なってくるが$\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B}$ の力で振動しながら前方へ電流を運ぶ．それらより中心から離れたところからスタートしたdは8の字に近い運動をしながら前方へゆっくりとドリフトしてゆく．ところがさらに中心から離れたところからでたeやfの電子は磁場により軌道が反転し，逆向きに電流を運ぶこととなる．これは限界電流が存在する理由である．

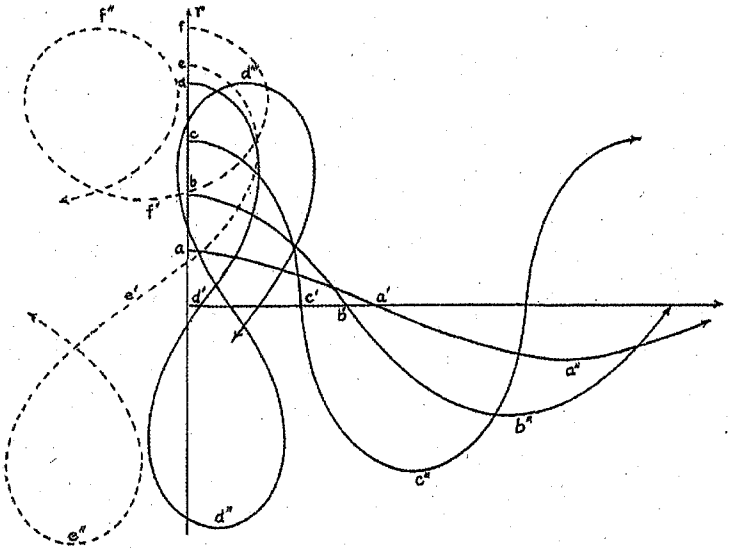


図3.5 一様電子ビームの1電子粒子の軌跡．実線の粒子はx方向に進んでいるが，破線の粒子はビーム自身が作る磁場により$-x$方向へ軌跡が歪んでいる．

3.2.2 Weibel不安定性

超強高度レーザーを高密度プラズマに照射すると相対論的な速度にまで加速された相対論的電子が発生する．しかしながらAlfvén電流値限界により発生する帰還電流，またプラズマ表面付近による電場の発生により誘導される帰還電流のために表面に近いプラズマ内部ではhot電子のビームとcold電子のビームとの対向ビームが発生している状態となる．しかしながらここで注目しているのはレーザー照射直後であり現象が非常に短時間であるため，電子の速度分布関数，位相空間は非等方である[19](図3.13参照，詳細は後述)．このとき電流密度プロファイルに摂動が発生すると，hot電子のビームによる電流は自ら強い磁場を発生させる(図3.6)．この磁場はx方向に流れる電流をさらに強くする向きに発生することが分かる．そのために摂動，つまり電流フィラメントが成

長する(図3.2). このとき, 高エネルギー電子(密度: n_b)が低温で充分密度の高い(n_p)プラズマに入射する場合のWeibel不安定性の線形成長率r_Wは

$$r_W = \omega_b \beta_b / \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2}{k^2 c^2}} = \beta_b \frac{\omega_b}{\omega_p} kc$$

と求まる[20]. この不安定性は単調に成長する絶対不安定である. ここで, $\omega_{b,p}$は$n_{b,p}$で決まるプラズマ周波数, $\beta_b = u_b/c$で, u_bはビームの速度で$k \ll \omega_p c$とした. この不安定性はビームの温度が高くなったり, プラズマの密度が高くなると安定化する. 安定化の条件は高エネルギー電子ビームの熱広がりの速度をv_bとして,$v_b/u_b > \omega_b \omega_p$である[20]. また不安定性の成長率はskin-depth: $k = 2\pi\omega_p/c$あたりで最大となるため発生する電流フィラメントの大きさはskin-depthサイズ($0.25\lambda_0$) となる.

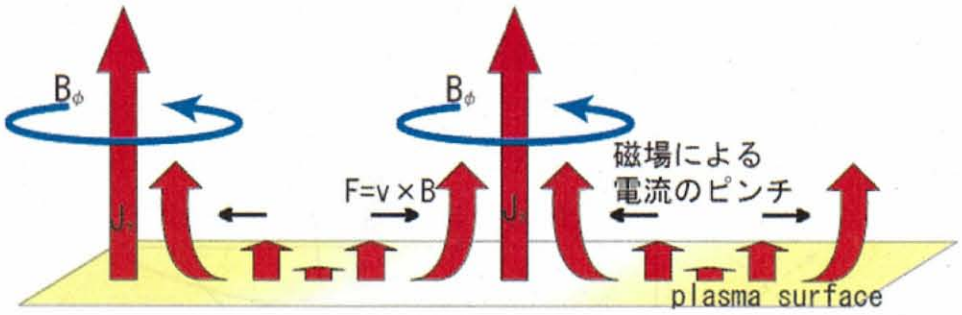


図3.6 電子の速度分布関数の非等方性から生まれた電流の摂動は自らが作る磁場により周りの電流をピンチし成長を続ける.

その後, 中心近傍で発生する電流フィラメントは成長に従い磁場の強度も強くなってゆき(図3.3), フィラメントは互いに引きつけ合い融合していく(図3.2). この過程に従い電流フィラメントは更に成長をつづけ, プラズマ内部へとエネルギーを輸送してゆく様子が分かる(図3.4). しかしながらレーザースポット縁周辺部で発生した電流フィラメントはお互い引きつけ合うことができず, 動径方向へと拡散し, エネルギーをプラズマ内部へと輸送することができないことが分かる(図3.2, 図3.4). そのためレーザー核融合高速点火においてエネルギーのロスとなることが分かる.

3.3 プラズマ内部での高エネルギー電子の輸送

更に時間が立つと高エネルギー電子はプラズマ内部へと進入し, エネルギーをプラズマ内部へと輸送してゆく. 図3.7はx軸方向に流れる電流密度$\langle Cx \rangle$の$z = 0$におけるx-y平面($t = 17.5T_0$)の空間プロファイルである. ここで電流密度は照射レーザー1周期において平均を施している. プラズマ表面においてレーザー中心近傍で発生した電流フィラメントは合体を繰り返しながら中心へと集まっている[13, 21]ことが分かる. しかし

ながら，電流フィラメントは徐々に縦方向へと分断され姿を消してゆきx軸方向に成長しない．つまり明らかにフィラメントはx軸方向に不安定となりフィラメント構造は縦方向(x軸方向)に分断されていることが分かる．これはプラズマ内部では縦方向の2流体不安定性が強く働くためである．確かにプラズマ表面ではWeibel不安定性のような横方向の2流体不安定性が重要であるが，プラズマ内部では縦方向の2流体不安定性が重要となり，そのために発生する静電場の影響を高エネルギー電子は強く受けることがわかる．

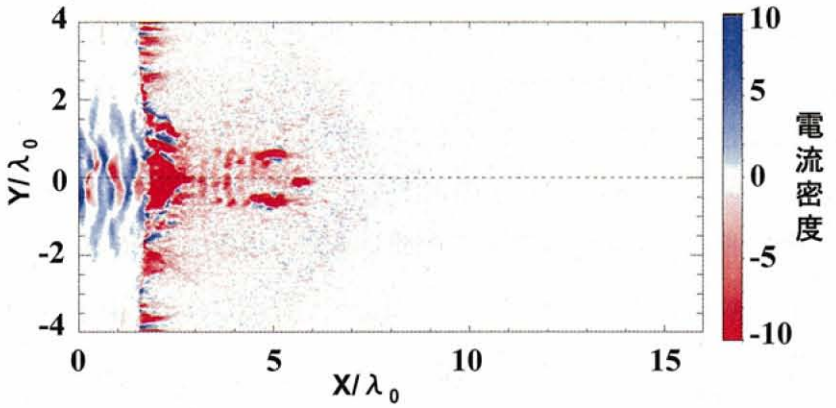


図3.7 軸方向に流れる電流密度プロファイル．$t = 17.5T_0$

いままで述べてきたようにWeibel不安定性は電子の速度分布関数に非等方性があるときに発生する．しかしながらプラズマ内部においては高エネルギー電子が熱広がりをもち，電子の速度分布関数は比較的に等方的になってゆく．そのためにWeibel不安定性の成長より高エネルギー電子電流と帰還電流がお互いにoverlapして伝わっていくため2流体不安定性が発生し速く成長する．

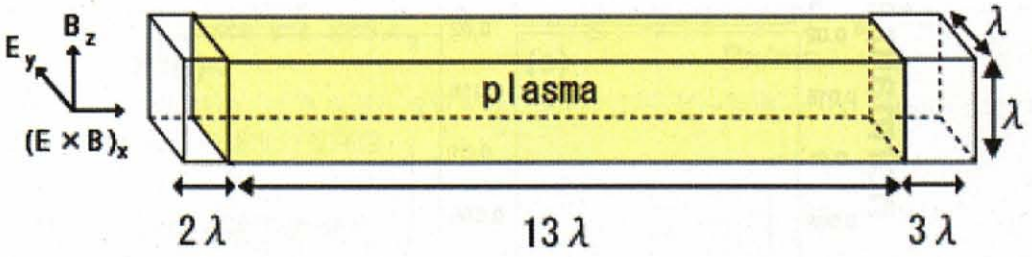


図 3.8 レーザー進行方向に $18\lambda_0$, レーザー進行方向垂直な面に $1\lambda_0 \times 1\lambda_0$ のシミュレーションボックス．その中心 $13\lambda_0$ に臨界密度の 16 倍のプラズマを配置する．

上記のような縦方向の2流体不安定性の性質を調べるため，特にプラズマボックス中心部の高エネルギー電子の空間と速度分布をより調べるため、縦方向に長くメッシュの大きさも十分にskin-depthサイズの大きさの物理特性を解析することができるような新しいシミュレーションを行った．以下そのシミュレーション条件を記す(図3.8)．このシ

ミュレーションボックスのサイズは$18.0\lambda_0 \times 1\lambda_0 \times 1\lambda_0$，メッシュ数1152×64×64，粒子数$2.1\times10^7$個である．また$x$軸方向両端に幅$2\lambda_0$と$3\lambda_0$の真空領域を作成した．その他の初期シミュレーション条件は同じである．但し今回のシミュレーションではy-z平面はそれほど大きくなく，そのためレーザーは左プラズマ表面に一様に照射するのみである．

このシミュレーションは大阪大学サイバーメディアセンターにあるNECのSX-8において16CPU(1ノード)，メインメモリ128GBを用いて実行した．

3.3.1 エネルギー束のレーザー強度依存性

図 3.9 は高エネルギー電子の縦方向エネルギー流束 $1/2\gamma m_e v^2 v_x$ を示す．ここでエネルギー流束はレーザーのエネルギー流束 ($I_0 = c4\pi \boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$)により規格化を行い，それぞれ単位面積あたりで比較できるようにしてある．この図からプラズマ表面における電子のエネルギー輸送とプラズマ内部での電子のエネルギー輸送の様子が異なっているとこが確認できる．初期状態においてプラズマを配置している場所は $x = 2.0\lambda_0 \sim 15.0\lambda_0$ である．

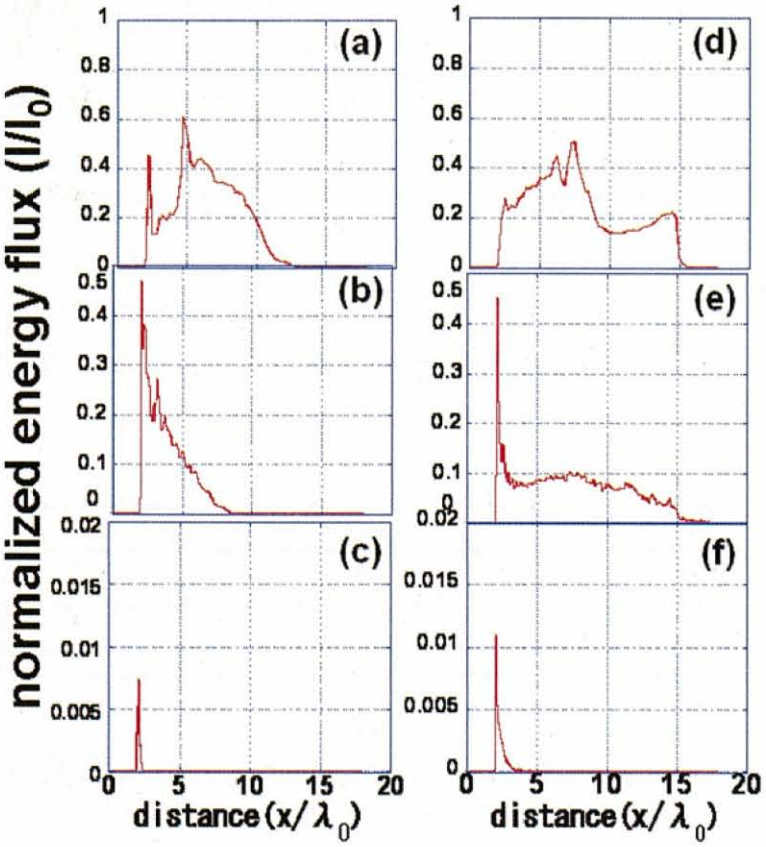


図 3.9 高エネルギー電子(x 軸方向に流れる電子)の縦方向エネルギー流束($1/2\gamma m_e v^2 v_x$)で $t = 20.0T_0$ 時のレーザー強度 a=3(a)，1(b)，0.2(c)，30.0 T_0 時の a=3(d)，1(e)，0.2(f)．ただし y-z 平面における総和．

まず図3.9において，入射するレーザー強度をI_0とすると，レーザー強度がa=3のときのエネルギー流束は約$0.20I_0$，レーザー強度がa=1のときのエネルギー流束は約$0.10I_0$，

a=0.2のときのエネルギー流束は約0.01I_0以下なっている．つまり，レーザー強度がa=1以上になると，高エネルギー電子の内部への輸送が大きくなり、エネルギー流束はレーザー強度の増加以上に増加する(強度にして約６倍以上)．またレーザー強度がa=1よりも小さくなると，ほとんどエネルギー流束が流れないことが分かる．よって、次のセクションからはレーザー強度a=0.2の場合は論じない．

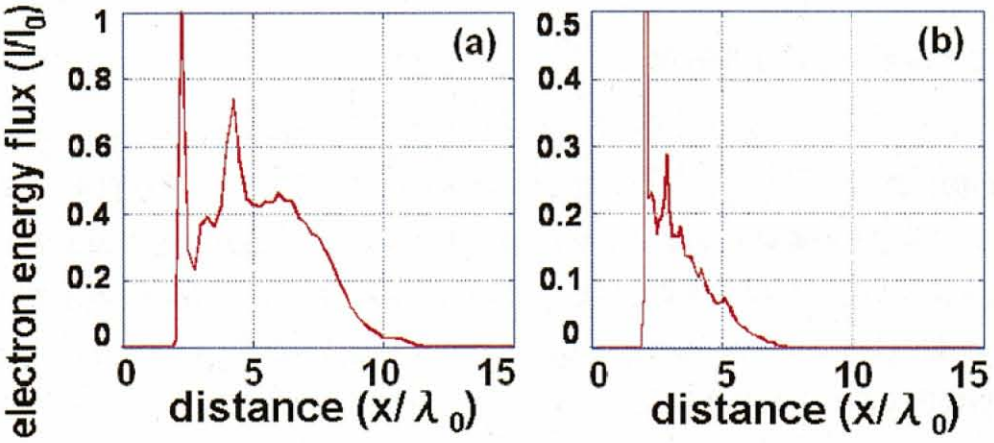


図 3.10　t=18T_0時におけるレーザー強度 a=3 (a)，1 のとき(b)のそれぞれのときの縦方向エネルギー流束(1/2$\gamma m_e v^2 v_x$).

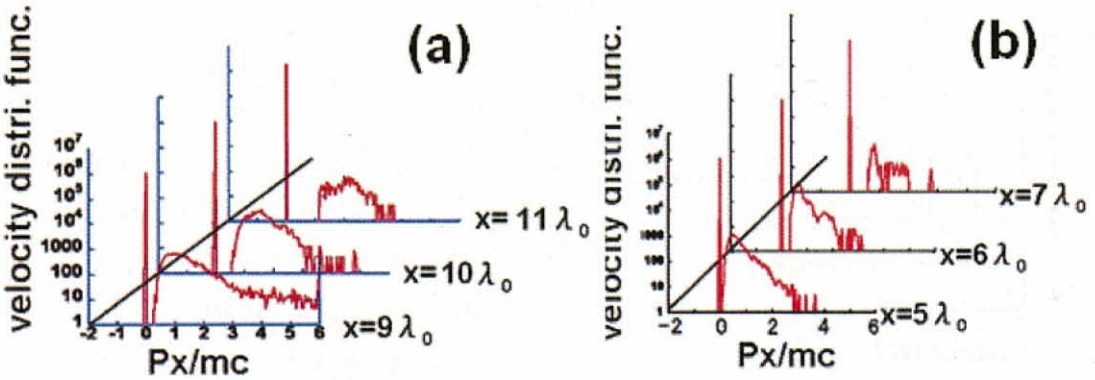


図 3.11　t=18T_0時の，エネルギー流束先端におけるレーザー強度 a=3(a)，1(b)のときの進行方向(x)向きの速度分布関数.

3.3.2 高エネルギー電子の発生

エネルギー流束をプラズマ内部へと伝搬させるのは，超高強度レーザーとプラズマの相互作用によって発生した高エネルギー電子である．その高エネルギー電子が，エネルギー流束先端においてどのような状態にあるのか調べるため，エネルギー流束先端における進行方向(x)向きの速度分布関数を調べた．図 3.10 は 18T_0時における，レーザー強度 a=3, 1 それぞれの縦方向のエネルギー流束，図 3.11 は同じく 18T_0時の，エネルギー流束先端における進行方向の速度分布関数を示している．

図3.10より，レーザー強度が大きい方が，エネルギー流束をより深くプラズマ内部へ

と伝搬している．また図3.11のエネルギー流束先端における速度分布関数を比較してみると，レーザー強度がa=3のときの方が，a=1のときに比べて高エネルギー電子の数が多く，また速度の広がりも大きいことが分かる．

つまり，レーザー強度が大きい方が高エネルギー電子は発生しやすく，また高エネルギー電子が持つエネルギーの幅も大きいので，プラズマ内部へより深く，より多くのエネルギー流束を伝搬することができるのである．

3.3.3 エネルギー束の伝播速度

図 3.12a は，レーザー強度 a=3 のときのエネルギー流束の時間変化を示したものである．この図において，t=16T_0 と t=22T_0 のエネルギー流束の先端の位置に注目する．t=16T_0 のときのエネルギー流束の先端は x=10λ_0 の位置に存在し，t=22T_0 のときのエネルギー束の先端は x=15λ_0 の位置まで来ている．つまり，6T_0 の間に 5λ_0 の距離を進んでいるので，その速度は約 0.8c であることが分かる．よって，エネルギー流束の速度は光速の約 0.8 倍程度であることが分かる．

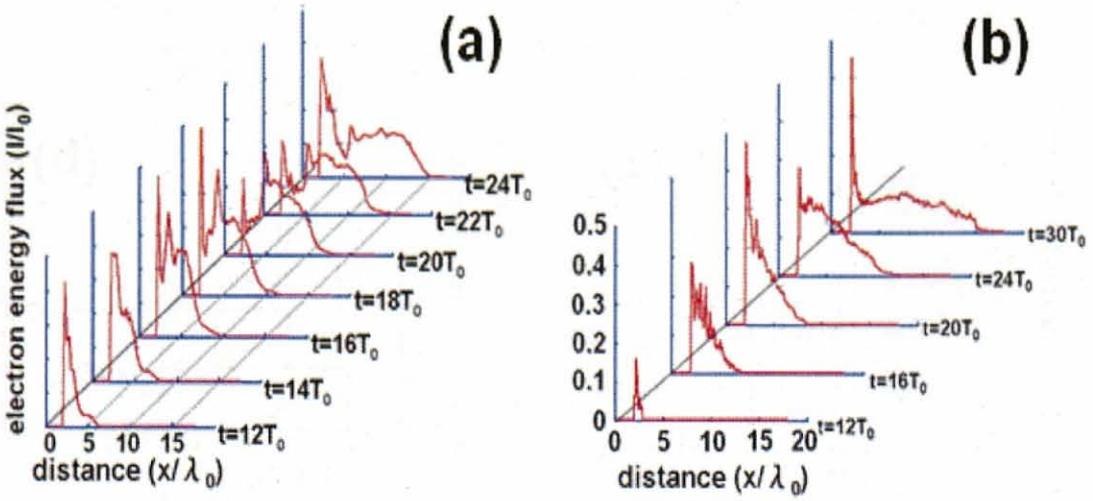


図 3.12　レーザー強度 a=3(a)と a=1(b)のときの縦方向エネルギー流束($1/2\gamma m_e v^2 v_x$).

図3.12bは，レーザー強度a=1のときのエネルギー流束の時間変化を示したものである．図3.12aと図3.12bを比較してみると，レーザー強度a=3のときの方が，エネルギー流束の立ち上がりが早い．前セクションの結果と合わせて考えると，レーザー強度が大きい方が高エネルギー電子の生成数が多く，その分，エネルギー流束の立ち上がり時間も早くなると考えることができる．

3.3.4 高エネルギー電子の速度広がり

図 3.13 に，t=18T_0 時のレーザー強度 a=3 のときのエネルギー流束先端における進行方

向(x)の速度分布関数と垂直方向の速度分布関数を示す．図 3.13 より，エネルギー束先端においては背景プラズマがほとんど熱広がりを持たないことが確認できる．つまり高エネルギー電子は背景プラズマを温めることができていない．

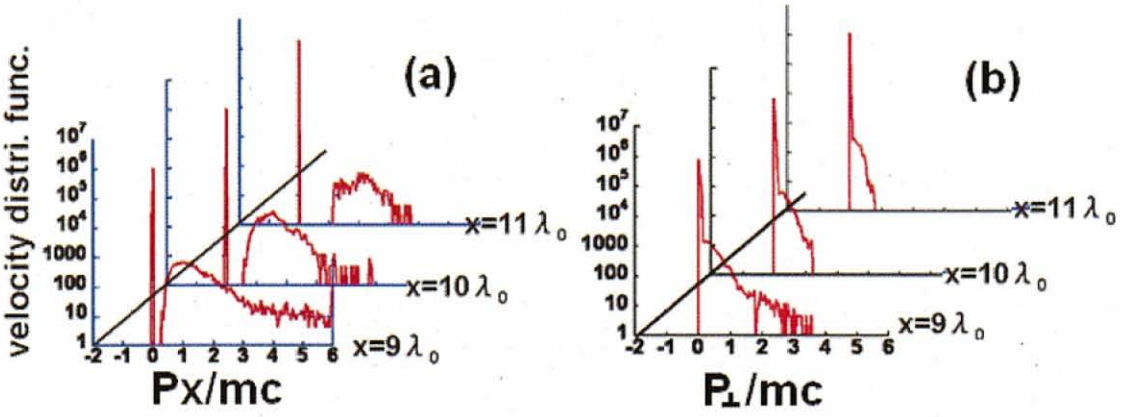


図 3.13 t=18T_0時のレーザー強度 a=3 のときのエネルギー束先端における進行方向(x)の速度分布関数(a)と垂直方向の速度分布関数(b).

また，高エネルギー電子の中心速度を $\boldsymbol{P}_{x0}$，高エネルギー電子の進行方向向きの速度広がりを$\langle \boldsymbol{P}_{\parallel} \rangle$，垂直方向向きの速度広がりを$\langle \boldsymbol{P}_{\perp} \rangle$とすると，以下の関係が成り立つ．

$$P_{x0} > \langle P_{\parallel} \rangle > \langle P_{\perp} \rangle \qquad \begin{pmatrix} P_{x0} = \langle P_x \rangle \\ \langle P_{\parallel} \rangle = \sqrt{(P_{\parallel} - P_{x0})^2} \\ \langle P_{\perp} \rangle = \sqrt{P_{\perp}^2} \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

このように，エネルギー流束の先端部分においては，速度分布は速度広がりの小さいビーム状になっている．ビーム状の高エネルギー電子によって二流体不安定性と Weibel 不安定性が混合した不安定性が発生している可能性が高い．二流体不安定性と Weibel 不安定性が混合については，次の第 4 章で詳しく分析する．また図 3.13 より、高エネルギー電子ビームの速度 $\boldsymbol{P}_{x0}$，$\langle \boldsymbol{P}_{\parallel} \rangle$と$\langle \boldsymbol{P}_{\perp} \rangle$はいずれも相当大きく，相対論的速度になっていることが分かる．

3.3.5 エネルギー輸送の抑制

プラズマ内では，電流の中性化を保つために帰還電流(return current) が励起され，プラズマは高速電子と帰還電流よる二流体状態と考えることができ，速度分布は非等方分布となる．このような状態は静電場の成長を伴う 2 流体不安定性[22,p. 165–168]となる．流体近似での外部磁場なしピュアな静電的二流体不安定性の分散関係は次のようになる[23]

$$1 = \omega_{pe}^2 \left\{ \frac{n_h / n_0}{\gamma_h^3 (\omega - k_x v_{0h})^2} + \frac{n_c / n_0}{(\omega - k_x v_{0c})^2} + \frac{m_e}{M} \frac{1}{\omega^2} \right\} \tag{3.4}$$

ここで, $\gamma_h = 1/\sqrt{1-(v_h/c)^2}$ でありv_h, n_h, v_c, n_c, n_0, ω, k_x はそれぞれ高エネルギー電子の速度,密度, cold電子の速度, 密度, 初期状態における電子(イオン)の密度, 不安定性の周波数, そして波数である. 図3.14は式(4.4)からの二流体不安定性の理論的成長率である。

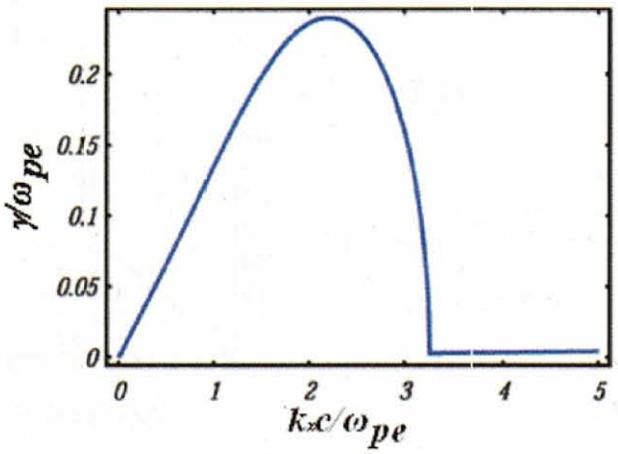


図3.14　hot電子とcold電子による縦方向の2流体不安定性の理論的成長率

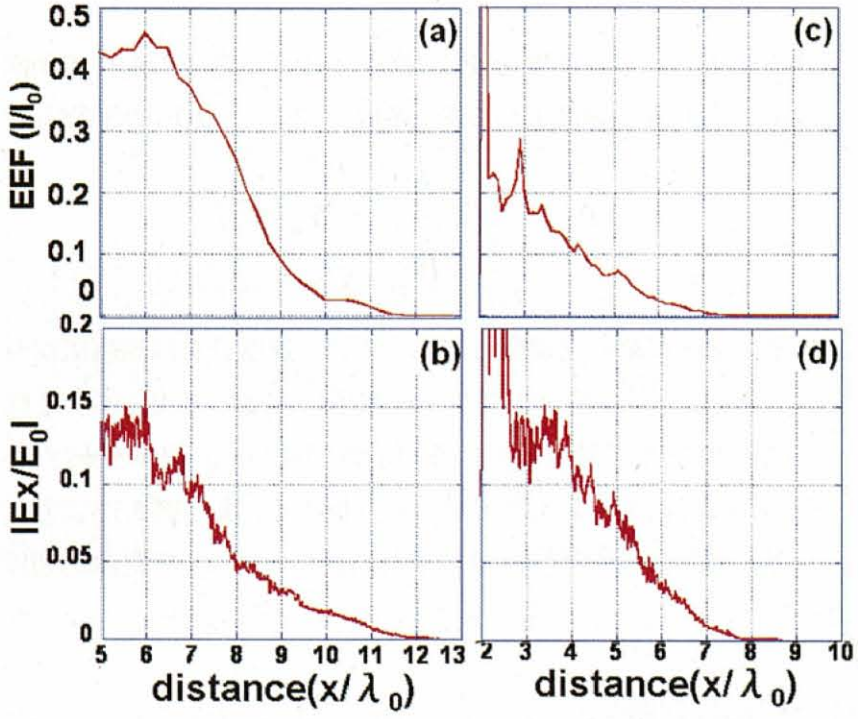


図 3.15　t=18T_0時のレーザー強度 a=3 のときの縦方向エネルギー束(a)と縦方向の電場(b), レーザー強度 a=1 のときの縦方向エネルギー束(c)と縦方向の電場(d).

図3.15はt = 18T_0時の, レーザー強度がa =3, 1, それぞれの場合におけるエネルギー束の図と, そのときの縦方向(x)の電場を示したものである. この図のそれぞれのレーザー強度の場合において, エネルギー流束の先端よりも少し奥の地点で, 縦方向の電場が成長していることが分かる. 今までの研究により, プラズマ内部においては, Weibel不安定性よりも縦方向の二流体不安定性が支配的になることは分かっている[23]. よって, レ

ーザー強度がa=3，1のときそれぞれのプラズマ内部において，二流体不安定性及びWeibel不安定性が発生しており，その不安定性によりエネルギー流束の伝搬が抑制されていることが考えられる.

3.4 まとめ

本章では，3 次元 PIC シミュレーションを使用し，相対論的強度のレーザーと超臨界密度プラズマとの相互作用を調べた.

相対論的強度のレーザーを超臨界密度プラズマに照射すると高エネルギー電子が発生する. この高エネルギー電子はプラズマ表面近傍において電子の速度空間の非等方性から Weibel 不安定性の影響を受け，フィラメンテーションとそのマージングの発生により急激に減少する. しかしながら，バルクプラズマ内部では，高エネルギー電子はWeibel不安定性より静電的な2流体不安定性の影響を受ける. プラズマ内部へ伝搬する電子エネルギー束は，レーザー強度の増加により増加する。電子エネルギー束の先端部分での速度分布を調べた. エネルギー束先端部分においては，速度分布は相対論的中心速度と相対論的速度広がりを持つビーム状になっている. 相対論的電子のバルクプラズマでの輸送は不安定性によって抑制されている. エネルギーフラックスの伝搬速度は光速の約 0.8 倍程度である.

参考文献

[1] D. Strickland and G. Mourou, Optics Comm., 56, 219(1985).

[2] R. Kodama, et al. Nature, 412, 798(2001).

[3] R. Kodama, et al. Nature, 418, 933(2002).

[4] 三間圀興, 第74巻, プラズマ・核融合学会誌 (1998).

[5] 高部英明, 三間圀興, 激光12号によるレーザー核融合研究の現状と展望, 第68巻 (1992).

[6] H. Alfvén, Phys. Rev. 55, 425(1939).

[7] E. S. Weibel, Phys. Rev. Lett. 2, 83(1959).

[8] S. C. Wilks, W. L. Kruer, M. Tabak and A. B. Langdon, Phys. Rev. Lett. 69, 1383(1992).

[9] R. J. Mason and Tabak, Phys. Rev. Lett. 80, 524(1998).

[10] R. N. Sudan, Phys. Rev. Lett. 70, 3075(1993).

[11] 千徳靖彦, Doctor thesis, Osaka University (1999).

[12] Y. Sentoku K. Mima, et al. Phys. Rev. 65, 46408(2002).

[13] K. Mima Y. Sentoku, et al. Phys. Rev. Lett., 18, 155001(2003).

[14] T. Zh. Esirkepov, Comput. Phys. Comm. 135, 144(2001).

[15] K. Nishihara, et al. Proc. SPIE, Vol. 3886, 90(1999).

[16] H. Takabe, Journal of Plasma and Fusion Research, 78, 341(2002).

[17] R. C. Davidson, *Physics of nonneutral plasmas* (2001).

[18] D. A. Hammer and N. Rostoker, Phys. Fluids, 13, 1831(1970).

[19] H. Takabe, Journal of Plasma and Fusion Research, 78, 427(2002).

[20] R. Lee and M. Lampe, Phys. Rev. Lett. 31, 1390(1973).

[21] H. Ruhl, Plasma Source Sci. Technol. 11, A154 (2002).

[22] F. F. Chen, *Introduction to PLASMA PHYSICS*, Plenum Press (1974).

第4章　高エネルギー電子と高密度プラズマの相互作用で生じる電磁不安定性の理論解析

4.1 はじめに

高速点火核融合は，圧縮した高密度燃料コアに超高強度レーザーを照射し，燃料コアを追加熱し瞬時に点火する．しかし爆縮コアを取り巻くプラズマは超臨界密度プラズマでありレーザー光のエネルギーを直接燃料コアへ投下することは不可能である．この場合レーザーのエネルギーを燃料コアまで輸送する鍵となるのが超高強度レーザーとプラズマとの相互作用で発生する相対論的なエネルギーを持った高エネルギー電子である．つまり，コロナプラズマで発生する高エネルギー電子が燃料コアまでレーザーエネルギーを輸送し追加熱を行う．この高エネルギー電子の超臨界密度プラズマ中でのエネルギー輸送についての課題を解明するため，理論，実験，シミュレーションによる様々な研究が精力的に行われてきた.[1-10]

理論研究では，高エネルギー電子の高密度プラズマ中での輸送についてホット電子ビームとコールドバックグランドプラズマとの相互作用のモデルを用いて研究されてきた，本章でもこの様なビーム・プラズマシステムについて述べる．

高エネルギー電子と高密度プラズマの相互作用で生じる様々の不安定性は，本論文の第3章で示したように，高エネルギー電子の高密度プラズマ中での輸送に強く影響を及ぼす．第3章では，その中の二つの重要な不安定性，つまりWeibel不安定性[11]と二流体不安定性[12]について述べた．高エネルギー電子ビームの速度の非等方性，またバックグランドプラズマの温度の非等方性はWeibel不安定性を生じる原因と見られる．ホット電子ビームがプラズマへ進入し，プラズマ内部で電流中性を維持するために帰還電流を発生させ，逆方向のコールド電子ビームを形成する．ホット電子とコールド電子の対向ビームは，二流体不安定性を生じる原因となる．第3章での分析は二種類の不安定性を分けて行った．つまりピュアなWeibel不安定性とピュアな二流体不安定性を調べた．また二流体不安定性については流体近似を用いた．しかしながら幾つかの研究によりWeibel不安定性と二流体不安定性は，必ずしも独立の存在するわけではなくカプリング(coupling)を考慮しなければならないことが明らかになっている[4,7]．最近にもそのカプリングを考慮した研究があった[13,14].

本章では，高エネルギー電子と高密度プラズマの相互作用で生じる主要な電磁不安定性であるWeibel不安定性と二流体不安定性の成長率，二種類の不安定性の混合度合い，電子ビームの相対論的平均速度と熱広がり，そしてバックグランドプラズマの温度広が

りの不安定性への影響等を調べる.

4.2 相対論効果を考慮した不安定性分散関係の導出

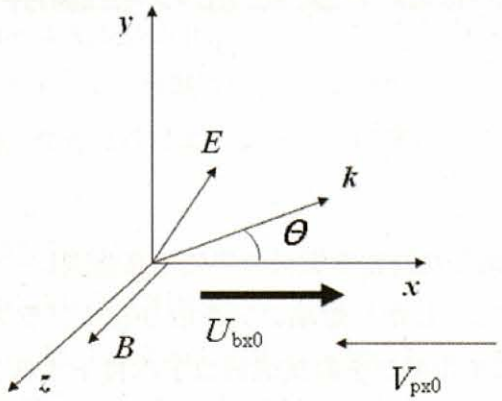


図4.1　相対論的速度$\boldsymbol{u}_{bx0}$を持った電子ビームは，高密度プラズマの中をx方向に伝播し，バックグランドプラズマの帰還流れの平均速度は，$\boldsymbol{v}_{px0}$，逆方向に流れる．生じる不安定性の波数ベクトル$\boldsymbol{k}$と電場$\boldsymbol{E}$は，x-y平面にあり，それらの方向は任意である．θは波数ベクトルとx方向の角度で，磁場$\boldsymbol{B}$はz方向に向く．

ここでは図4.1のように高エネルギー電子ビームとバックグランドプラズマの相互作用システムを考える．バックグランドプラズマは，イオンは静止しており，一様な無限大・無衝突の理想プラズマと仮定する．相対論的速度$\boldsymbol{u}_{bx0}$を持った電子ビームは，高密度プラズマ中をx方向に伝播し，バックグランドプラズマの帰還流れの平均速度は，$\boldsymbol{v}_{px0}$である．電流中性のため，$n_b v_{bx0} = n_p v_{px0}$．ただし，$n_b, n_p$は，それぞれ高エネルギー電子とバックグランド電子の数密度である．また，ここで$\boldsymbol{u}$と$\boldsymbol{v}$との関係は，$\boldsymbol{u} = \gamma \boldsymbol{v}$，$\gamma$は相対論因子である．相互作用で生じる電磁不安定性の波数ベクトル$\boldsymbol{k}$と電場$\boldsymbol{E}$は，x-y平面にあり，方向は任意とする．θは，波数ベクトル$\boldsymbol{k}$とx軸の角度であり，磁場$\boldsymbol{B}$はz方向を取る．ここで考える電磁不安定性はピュアなWeibel不安定性或いはピュアな二流体不安定性のみでなく，横波成分と縦波成分が混在した混合電磁不安定性である．もちろん混合度合いによりピュアなWeibel不安定性とピュアな二流体不安定性も含んでいる．

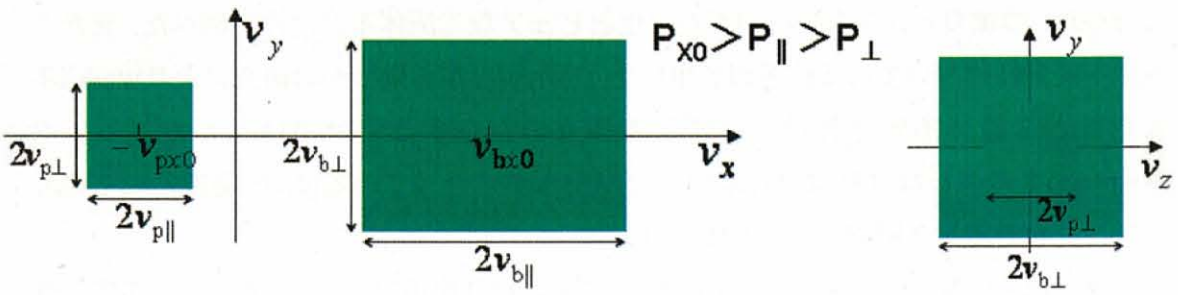


図4.2　ビームとバックグランドプラズマの電子速度分布

4.2.1 電子ビームとバックグランドプラズマの速度分布関数

第3章のシミュレーションの結果(3.3.4, P.34-35)が示したように，バルクプラズマでの高エネルギー電子のエネルギー束の先端では電子はビーム状になり，しかも電子ビームの平均速度v_{bx0}(x方向)とx方向の速度の熱広がり$v_{b\parallel}$と垂直方向の速度の熱広がり$v_{b\perp}$に対して，それぞれの運動量には次の大小関係

$$P_{x0} > \langle P_{\parallel} \rangle > \langle P_{\perp} \rangle$$

が成立する．また，電子ビームの平均速度v_{bx0}だけでなく，二つの熱速度広がりも相当大きく相対論的な速度になる．そのため，本章の解析では下記のWaterbag分布関数を使用する．

$$f_{0i} = \frac{n_i}{4v_{i\perp}^2 \cdot 2v_{i\parallel}} [\Theta(v_x \pm v_{ix0} + v_{i\parallel}) - \Theta(v_x \pm v_{ix0} - v_{i\parallel})] \cdot$$
$$[\Theta(v_y + v_{i\perp}) - \Theta(v_y - v_{i\perp})] \cdot [\Theta(v_z + v_{i\perp}) - \Theta(v_z - v_{i\perp})]. \quad (4.1)$$

ここで, i = b(beam), p(plasma) は，ビームとバックグランドプラズマを意味する．nは数密度で，$\Theta(x)$はステップ関数(Step Function)である．相対論的電子ビームに対して相対論因子は(4.2)式となる．

$$\gamma = \sqrt{1 + u^2/c^2} = \sqrt{1 + (u_{bx0} + u_{\parallel})^2/c^2 + u_{\perp}^2/c^2} \quad (4.2)$$

つまり電子ビーム速度の熱広がりの相対論的効果も考慮する．今までの研究では電子ビーム平均速度の相対論効果は議論されたが，ビーム速度の熱広がりは小さいと仮定してその相対論的効果が無視されてきた．

4.2.2 不安定性分散関係の導出

基本方程式として，相対論的Vlasov-Maxwell方程式を用いて分散関係を求める．

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\boldsymbol{u}}{\gamma} \cdot \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{r}} - \frac{e}{m_e}(\boldsymbol{E} + \frac{\boldsymbol{u}}{\gamma} \times \boldsymbol{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{u}} = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \boldsymbol{B} = \boldsymbol{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} \quad (4.4)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \quad (4.5)$$

$$\boldsymbol{j}(t,\boldsymbol{r}) = -e\int \frac{\boldsymbol{u}}{\gamma} f(t,\boldsymbol{r},\boldsymbol{u}) d^3u \quad (4.6)$$

ここで，$f(x,y,t)$，$E(x,y,t)$，$B(x,y,t)$は，それぞれ速度分布関数，電場，磁場であり，電場，磁場の方向は図4.1に示すとおりである．式(4.3)を線形化し，摂動に対してFourier変換をし，つまり$\exp(i\boldsymbol{k}_x\boldsymbol{x} + i\boldsymbol{k}_y\boldsymbol{y} - i\omega t)$の摂動を考え，速度分布関数$\Delta f$を

求め，式(4.4)に代入して，Maxwell方程式(4.5)と(4.6)と一緒に解くと，基本的な分散関係の式(4.7)を得る．

$$(1-\frac{k_x^2}{\omega^2}-\sum_{\mathrm{i}}\frac{\omega_{\mathrm{p}}^2}{\omega^2}\varepsilon_{\mathrm{iyy}})(1-\frac{k_y^2}{\omega^2}-\sum_{\mathrm{i}}\frac{\omega_{\mathrm{p}}^2}{\omega^2}\varepsilon_{\mathrm{ixx}})=(\frac{k_xk_y}{\omega^2}-\sum_{\mathrm{i}}\frac{\omega_{\mathrm{p}}^2}{\omega^2}\varepsilon_{\mathrm{ixy}})^2 \tag{4.7}$$

ここで

$$\varepsilon_{\mathrm{i}lm}\equiv\omega\int\frac{u_l\Delta f_{0\mathrm{i}m}}{\omega-\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{u}/\gamma}d^3u,(l,m\equiv x,y) \tag{4.8}$$

$$\Delta f_{0\mathrm{i}x}\equiv\frac{\partial f_{0\mathrm{i}}}{\partial u_x}-\frac{k_y}{\omega}(\frac{\partial f_{0\mathrm{i}}}{\partial u_x}u_y-\frac{\partial f_{0\mathrm{i}}}{\partial u_y}u_x)$$

$$\Delta f_{0\mathrm{i}y}\equiv\frac{\partial f_{0\mathrm{i}}}{\partial u_y}-\frac{k_x}{\omega}(\frac{\partial f_{0\mathrm{i}}}{\partial u_y}u_x-\frac{\partial f_{0\mathrm{i}}}{\partial u_x}u_y)$$

ここで時間は$1/\omega_{\mathrm{p}}$，空間はc/ω_{p}で規格されている．ω_{p}はプラズマ周波数である．γは式(4.2)で決まる．式(4.8)を積分するためビーム速度の熱広がりについてγを一次まで展開すると

$$\gamma=\gamma_0+u_{\mathrm{bx0}}u_{\mathrm{b}\|}/\gamma_0 \tag{4.9}$$

となる．ビーム速度の熱広がりの相対論的効果を考慮しない場合は次の式となる．

$$\gamma=\gamma_0=\sqrt{1+u_{\mathrm{bx0}}^2/c^2} \tag{4.10}$$

つまりそのときγは定数である．

式(4.1)の分布関数使用し，ビーム速度の熱広がりの相対論的効果も考慮し，式(4.8)を積分すると

$$\begin{aligned}
\sum_{\mathrm{i}}\frac{\omega_{\mathrm{pi}}^2}{\omega^2}\varepsilon_{\mathrm{ixx}}&=\frac{-\alpha\omega_{\mathrm{p}}^2\left(\omega^2+k_y^2u_{\mathrm{bx0}}^2\right)}{\omega^2\gamma_0\left((\omega\gamma_0-k_xu_{\mathrm{bx0}})^2-k_y^2v_{\mathrm{b}\perp}^2-(k_xc-\omega\beta)^2v_{\mathrm{b}\|}^2/c^2\right)}-\frac{\omega_{\mathrm{p}}^2\left(\omega^2+k_y^2v_{\mathrm{px0}}^2\right)}{\omega^2\left((\omega+k_xv_{\mathrm{px0}})^2-k_y^2v_{\mathrm{p}\perp}^2-k_x^2v_{\mathrm{p}\|}^2\right)},\\
\sum_{\mathrm{i}}\frac{\omega_{\mathrm{pi}}^2}{\omega^2}\varepsilon_{\mathrm{iyy}}&=\frac{-\alpha\omega_{\mathrm{p}}^2(\omega\gamma_0-k_xu_{\mathrm{bx0}})^2}{\omega^2\gamma_0\left((\omega\gamma_0-k_xu_{\mathrm{bx0}})^2-k_y^2v_{\mathrm{b}\perp}^2-(k_xc-\omega\beta)^2v_{\mathrm{b}\|}^2/c^2\right)}-\frac{\omega_{\mathrm{p}}^2(\omega+k_xv_{\mathrm{px0}})^2}{\omega^2\left((\omega+k_xv_{\mathrm{px0}})^2-k_y^2v_{\mathrm{p}\perp}^2-k_x^2v_{\mathrm{p}\|}^2\right)},\\
\sum_{\mathrm{i}}\frac{\omega_{\mathrm{pi}}^2}{\omega^2}\varepsilon_{\mathrm{ixy}}&=\frac{-\alpha\omega_{\mathrm{p}}^2k_yu_{\mathrm{bx0}}(\omega\gamma_0-k_xu_{\mathrm{bx0}})}{\omega^2\gamma_0\left((\omega\gamma_0-k_xu_{\mathrm{bx0}})^2-k_y^2v_{\mathrm{b}\perp}^2-(k_xc-\omega\beta)^2v_{\mathrm{b}\|}^2/c^2\right)}+\frac{\omega_{\mathrm{p}}^2k_yv_{\mathrm{px0}}(\omega+k_xv_{\mathrm{px0}})}{\omega^2\left((\omega+k_xv_{\mathrm{px0}})^2-k_y^2v_{\mathrm{p}\perp}^2-k_x^2v_{\mathrm{p}\|}^2\right)}.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

となる．ここでα,βは，$\alpha=n_{\mathrm{b}}/n_{\mathrm{p}},\beta=v_{\mathrm{bx0}}/c$であり，それぞれ高エネルギー電子とバックグラウンドプラズマ電子の密度比，および高エネルギー電子の平均速度と光速との比である．本論文では，α = 0.05を用いた．ビーム速度の熱広がりの相対論的効果を考慮しない場合，すなわち相対論因子に式(4.10)を用いた場合には，式(4.11)の$(k_xc-\omega\beta)^2v_{\mathrm{b}\|}^2/c^2$は，$k_x^2v_{\mathrm{b}\|}^2$になる．式(4.11)の各項を式(4.7)に代入し，分散関係を求めることができる．

4.3 不安定性の一般的な性質と波数依存性

この節では，前節で求めた分散関係から不安定性の成長率を調べる．

不安定性の成長率の波数依存性を図4.3と4.4に示す．図4.3は，高エネルギー電子ビームの平均速度を変化させた場合であり，図4.4は，電子ビームの熱広がりの大きさを変化させた場合である．図4.3では，電子ビームの平均速度に対する熱広がりの大きさは固定しており，一方図4.4では，電子ビームの平均速度は一定である．それぞれのパラメーターは図の説明文に記載した．また，図4.5はビーム速度の熱広がりについて相対論効果考慮した場合と考慮しない場合の比較である．これらの図中の波数は，$K_{x,y} = k_{x,y} v_{\mathrm{bx0}} / \omega_{\mathrm{p}}$ で規格化し，また成長率はバックグランドプラズマの電子プラズマ角周波数 ω_{p} で規格化した．

これらの図に示すように，波数空間において，不安定性の成長率は二つのブランチに分かれる．すなわち，図中の波数のx成分が小さいK_y軸近傍で，成長率の比較的小さいブランチと，波数のx成分K_xの比較的に大きい領域($K_x \approx 1$)での成長率の大きいブランチである．後で述べるように，前者はほとんど横波成分からなるWeibel不安定性に対応しており，後者は主に縦波成分からなる二流体不安定性に対応している．

図4.3から明らかなように，Weibel不安定性は，電子ビームの平均速度の増加とともに最大成長率は増加し，また不安定な波数K_y領域が広くなる．また，二流体不安定性の成長率は，平均速度が$u_{bx0}/c > 2$以上に大きくなると減少する．また最大成長率を与える波の伝播方向は大きく変化する．すなわち規格化した波数のK_x成分は，電子ビームの平均速度にあまり依存しなく($K_x \approx 1$)，一方波数のy成分K_yは，平均速度の増加とともに増加する．すなわち高エネルギー電子ビームの平均速度の増加とともに，最大の成長率を与える波の伝播方向は，ビームの伝播方向に対して斜めの方向に変化する．また興味深いことにビームの平均速度の増加とともに2つの不安定なブランチは波数空間で接合され，波数空間で連続的に変化する．

一方，図4.4に示すように，ビームの平均速度を固定し，熱速度広がりを変化させると，熱広がりの増加とともに再び2つのブランチは波数空間で別れた領域に存在するようになる．図4.4(a, b, d)に示すように，熱速度広がりの非等方性を小さくなるとWeibel不安定性の最大成長率は減少する．またビームの熱速度広がりの増加とともに二流体不安定性の成長率も減少する．またビームの熱速度広がりの増加とともに，Weibel不安定性および二流体不安定性の存在する波数領域は，x成分，y成分ともに狭くなる．図4.3および図4.4に示したこれらの不安定性の成長率の速度依存性についての定量的評価の詳細は後述する．

また，図4.5に示すように，成長率の波数依存性はビーム速度の熱速度広がりの相対論的効果を考慮することにより変化する．すなわち熱速度広がりの相対論効果を考慮した場合には，相対論的効果を考慮しない場合に独立であった2つのブランチは，波数空間で接合し，連続的に変化する．高エネルギー電子ビームの熱速度広がりの相対論効果を考慮した場合は，成長率が大きくなるが，その詳細な比較は次の節で述べる．

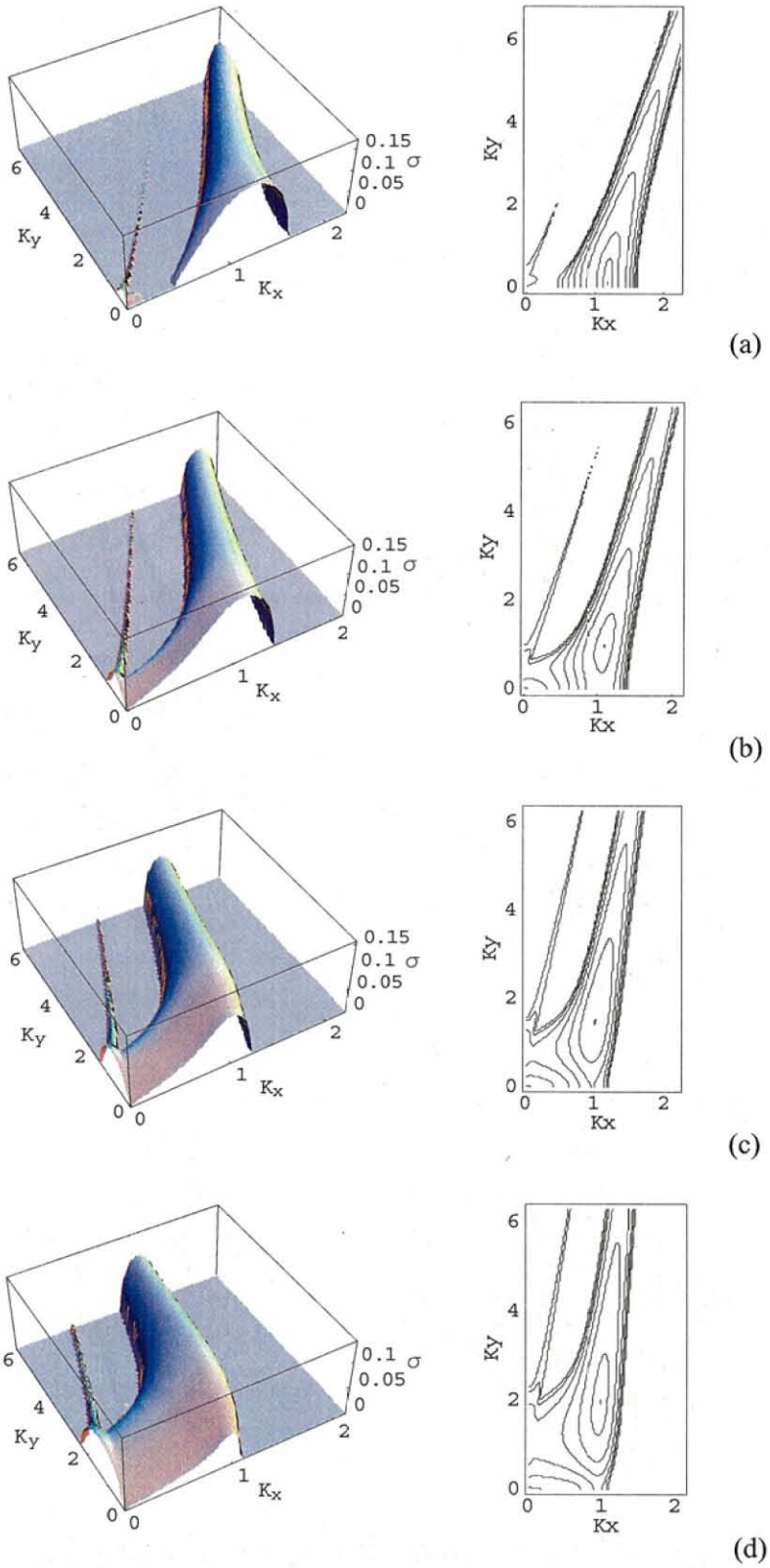


図4.3　ビーム速度の熱広がりの相対論効果考慮した不安定性成長率の波数依存性1. パラメーターは，ビーム速度：(a)$u_{bx0}/c = 0.5$, (b)$u_{bx0}/c = 1$, (c)$u_{bx0}/c = 2$, (d)$u_{bx0}/c = 4$, 規格した広がりは：$v_{b\parallel}/v_{bx0} = 0.3$，$v_{b\perp}/v_{bx0} = 0.2$, $v_{p\parallel,\perp}/v_{bx0} = 0.05$ (a, b, c, dは全て同じである). 最大成長率は，それぞれ約0.165 (a), 0.163 (b), 0.153 (c), 0.137 (d).ここで規格化した波数と成長率は，$K_{x,y} = k_{x,y}v_{bx0}/\omega_p, \sigma = \mathrm{Im}[\omega/\omega_p]$.

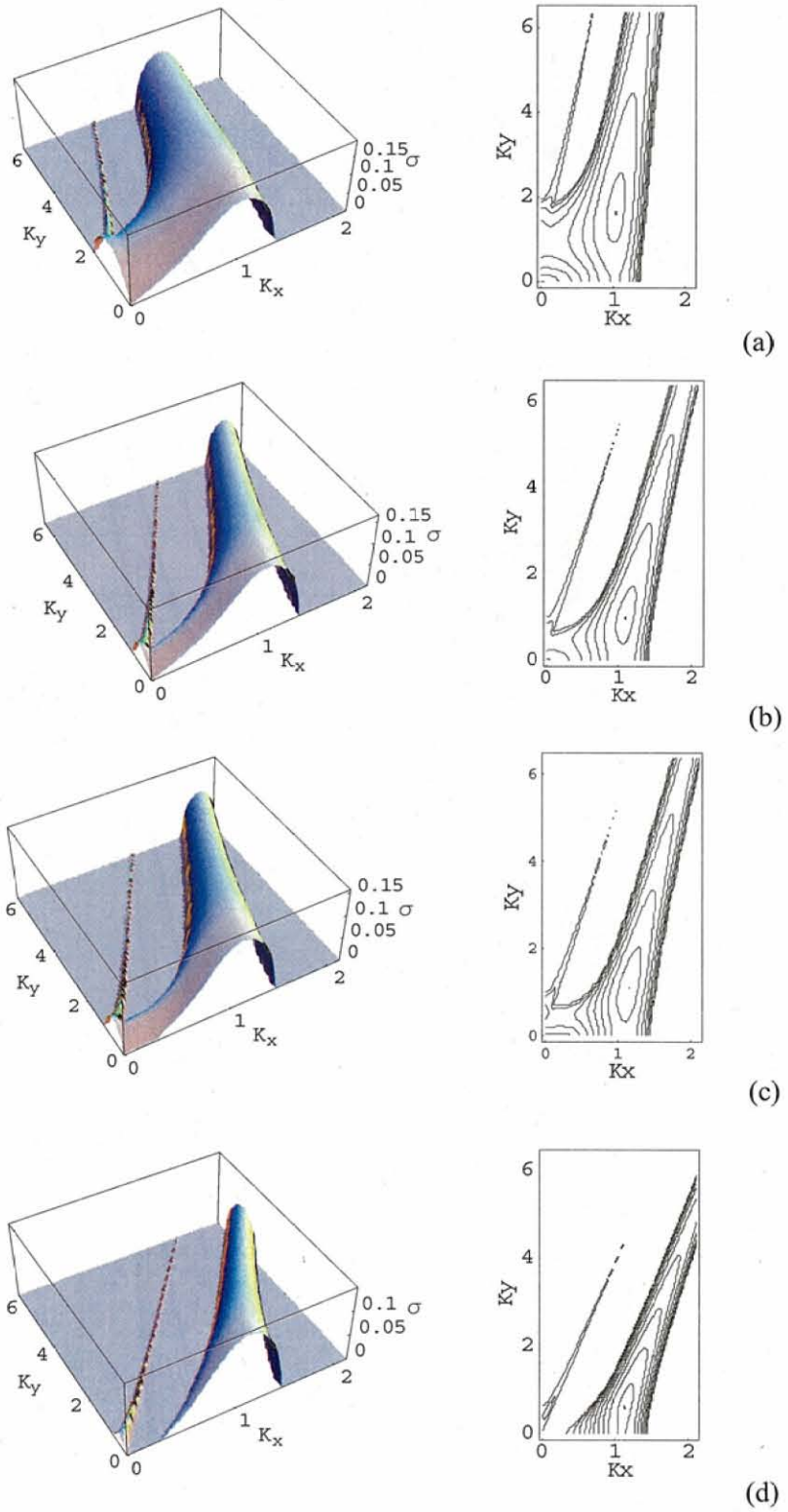


図4.4　ビーム速度の熱広がりの相対論効果考慮した不安定性成長率の波数依存性2. パラメーターは，ビーム速度はu_{bx0}/c = 1 (a, b, c, dは全て同じである)，ビームの広がりは：(a) $v_{b\parallel}/v_{bx0}$ = 0.2，$v_{b\perp}/v_{bx0}$ = 0.1, (b) $v_{b\parallel}/v_{bx0}$ = 0.3，$v_{b\perp}/v_{bx0}$ = 0.2, (c) $v_{b\parallel}/v_{bx0}$ = 0.4，$v_{b\perp}/v_{bx0}$ = 0.2, (d) $v_{b\parallel}/v_{bx0}$ = 0.4，$v_{b\perp}/v_{bx0}$ = 0.3，プラズマの広がりは：$v_{p\parallel,\perp}/v_{bx0}$ = 0.05 (a, b, c, dは全て同じである). 最大成長率は，それぞれ約0.187 (a), 0.163 (b), 0.155 (c), 0.145 (d). ここで規格化した波数と成長率は，$K_{x,y} = k_{x,y}v_{bx0}/\omega_p, \sigma = \mathrm{Im}[\omega/\omega_p]$.

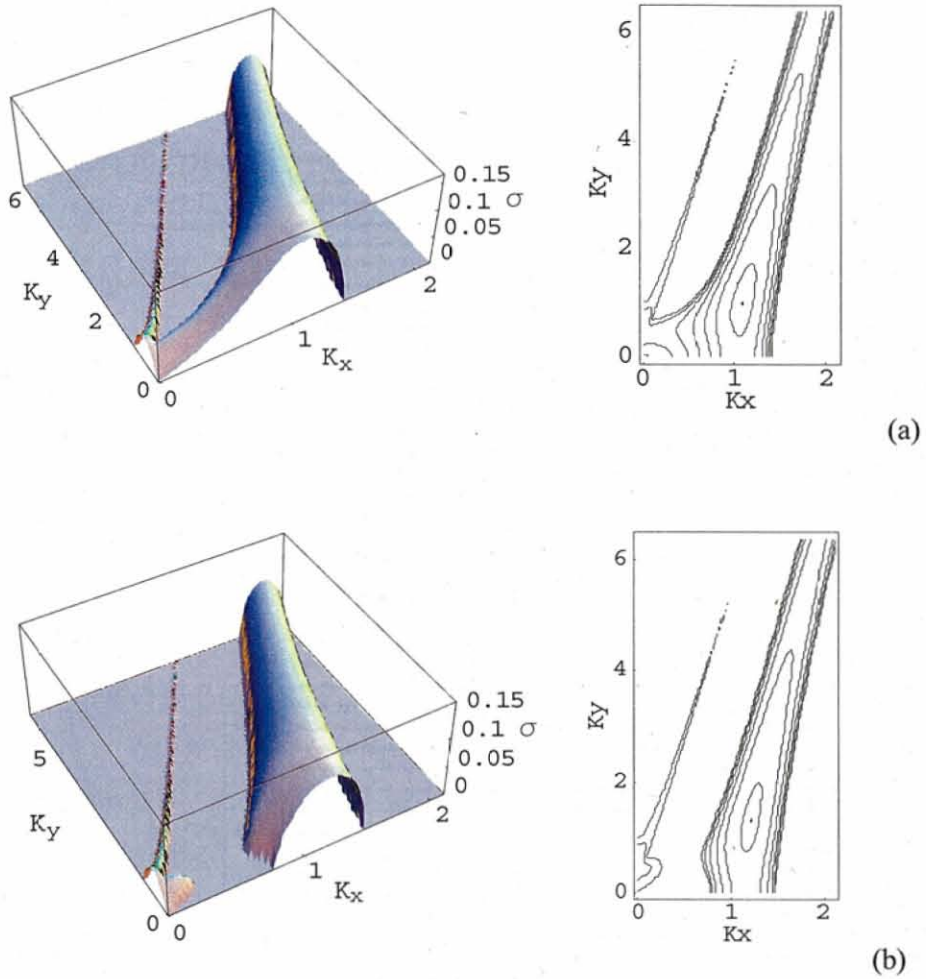


図4.5　ビーム速度の熱広がりの相対論効果を考慮した場合(a)と，考慮しない場合(b)の成長率の比較．パラメーターは，$u_{bx0}/c = 1$，$v_{b\parallel}/v_{bx0} = 0.3$，$v_{b\perp}/v_{bx0} = 0.2$，$v_{p\parallel,\perp}/v_{bx0} = 0.05$ (a, b)．最大成長率は，約 0.163 (a)，0.140 (b)．ここで $K_{x,y} = k_{x,y}v_{bx0}/\omega_p, \sigma = \mathrm{Im}[\omega/\omega_p]$．

図4.6は，不安定性の縦波成分と横波成分の波数空間分布を調べた結果である．計算に用いたパラメーターは，図4.5(a)と同じである．図4.6の中の小さい矢印は，電場ベクトル$\boldsymbol{E}$と波数ベクトル$\boldsymbol{k}$との角度を示す．すなわち矢印が水平になると，そこのモードのベクトル$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{k}$との角度は0であり，成長する不安定性は静電的なモードである．矢印が垂直になるとそこのモードのベクトル$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{k}$との角度は90°であり，成長する不安定性は横波成分であることを示している．矢印が斜めになるとそこのモードのベクトル$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{k}$との角度は0と90°の間の角度を持ち，成長する不安定性は横波成分と縦波成分が混在していることを示している．図4.6と図4.5(a)を比較すると，不安定性成長率の波数空間の分布は二つのブランチとなるが，波数のx成分の小さい領域 (Weibelブランチ)のモードは横波成分が多く，右の太いブランチ(二流体ブランチ)のモードは殆ど縦波成分となる．ほとんどの波数空間では縦波成分が主な成分となっている．すなわち不安定成長率の大きな領域では静電的な二流体不安定性が成長する．ただし，Weibel不安定性と二流体不

安定性が連続的に存在する領域では，縦波成分と横波成分が混在した不安定性となる．これらの波数依存性は，第3章のシミュレーションとも一致する．

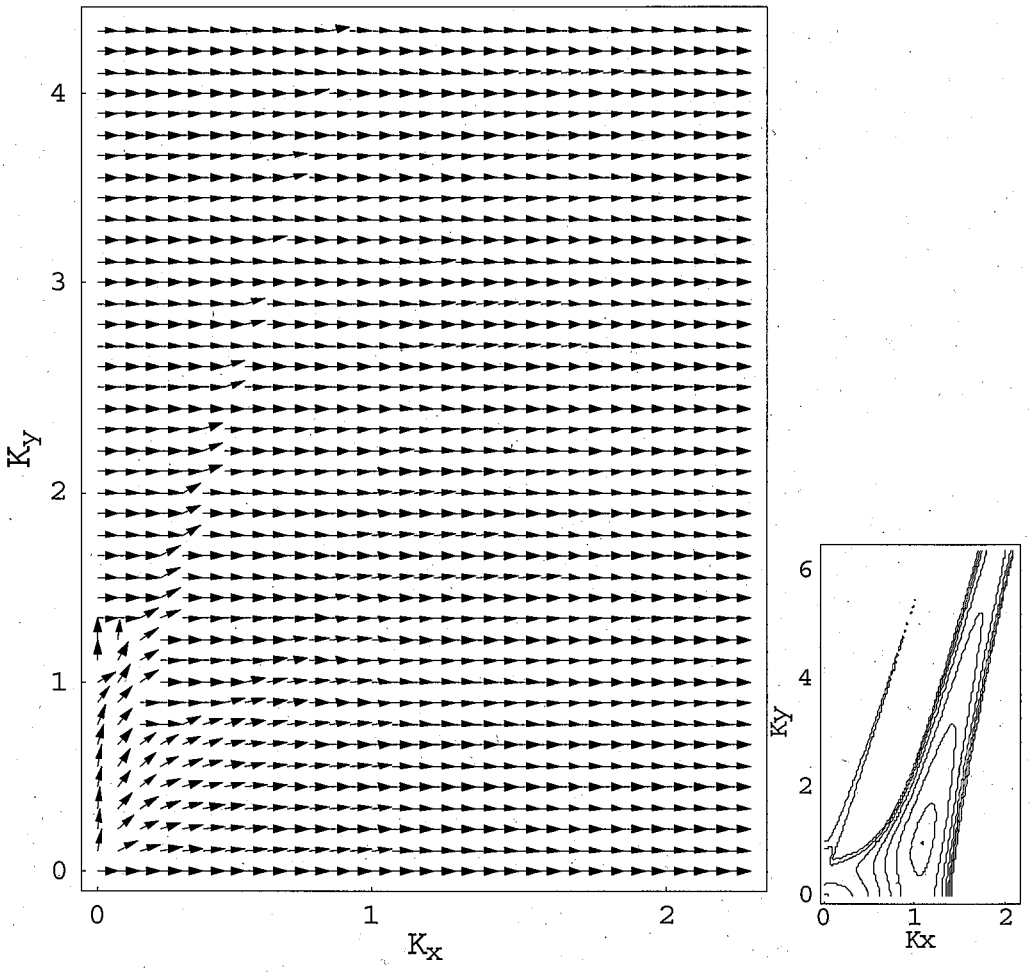


図4.6 不安定性の縦波成分と横波成分の波数空間分布．矢印は，電場ベクトル$\boldsymbol{E}$と波数ベクトル$\boldsymbol{k}$との角度を示す．矢印が水平になるとベクトル$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{k}$との角度は0であり，矢印が垂直になるとベクトル$\boldsymbol{E}$と$\boldsymbol{k}$との角度は90°であることを示す．計算に用いたパラメーターは，図4.5(a)と同じである．$K_{x,y}=k_{x,y}v_{bx0}/\omega_p, \sigma=\mathrm{Im}[\omega/\omega_p]$．

4.4 不安定性の電子ビーム速度と熱速度広がりの依存性

前述のように，不安定性成長率の波数依存性は，高エネルギー電子の速度パラメーターにより大きく変化する(図 4.3 と図 4.4)．また電子ビーム速度の熱速度広がりの相対論的効果を考慮した場合と考慮しない場合の結果も異なる(図 4.5)．ここでは不安定性の最大成長率とその最大成長率を与える波数ベクトル $\boldsymbol{k}$ の電子ビーム速度と熱速度広がりの依存性について述べる．

図 4.7 は，不安定性最大成長率の電子ビームの平均速度依存性を示す．この最大成長

率は，二流体不安定性に対応している．なお，計算に用いた熱速度広がりの大きさは図の説明文に記した．図の赤線と青線は，それぞれ熱速度広がりの相対論的効果を考慮した場合(式(4.9))と考慮しなかった場合(式(4.10))に対応している．熱速度広がりの相対論的効果を考慮した場合には，ビーム平均速度の増加と共に不安定性の最大成長率のピークが現れる．特にビーム速度の熱速度広がりの相対論的効果を考慮した場合では，(a), (c), (d)の最大成長率は，ビーム平均速度の増加により増加し，$u_{bx0}/c = 1$ のところを超えると減少してゆく．また(b)の場合には，ビーム平均速度が $u_{bx0}/c = 1$ のところを超えるまで最大成長率はあまり変わらない．図 4.7 の(a), (b), (c)では，ビームの熱速度広がりと平均速度の比が固定されているが，(d)ではビームの熱速度広がりの絶対値が固定されている．そのため，(d)ではビームの平均速度が下がると最大成長率が次第に 0 に近づいてゆく．一方(a), (b), (c)では，$u_{bx0}/c = 0$ の極限で成長率は 0 になるが，それ以外では，すなわちビームの平均速度が非常に小さくなっても二流体不安定性の最大成長率は相当大きい値を維持する．また，ビーム速度の熱速度広がりの相対論的効果を考慮した結果と考慮しない結果の差も明らかであり，考慮した場合は，考慮しない場合より最大成長率が常に大きい．その差はビーム平均速度により変動するが，$u_{bx0}/c = 1$ 前後で最大となる．これらの結果より，高エネルギー電子の相対論的な熱速度広がりを考慮することが重要であることが分かる．

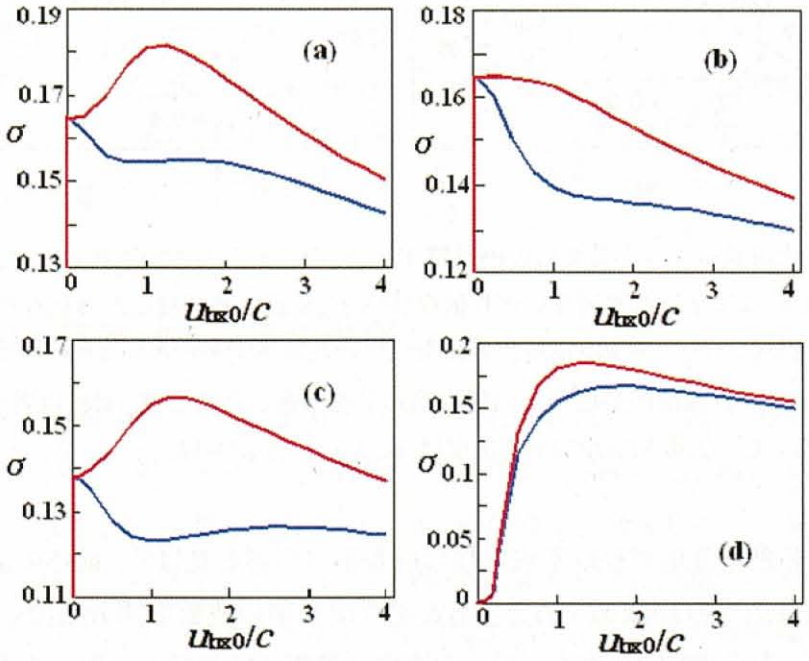


図 4.7　不安定性最大成長率のビーム平均速度依存性．赤線は電子ビーム熱速度広がりの相対論効果を考慮した結果で，青線は考慮しない結果である．パラメーターは，それぞれ(a) $v_{b\parallel}/v_{bx0} = 0.3$，$v_{b\perp}/v_{bx0} = 0.1$, (b) $v_{b\parallel}/v_{bx0} = 0.3$, (c) $v_{b\perp}/v_{bx0} = 0.2$，$v_{b\parallel}/v_{bx0} = 0.4$, $v_{b\perp}/v_{bx0} = 0.2$, (a, b, c) $v_{p\parallel,\perp}/v_{bx0} = 0.05$; (d) $v_{b\parallel} = 0.21c$，$v_{b\perp} = 0.07c$，$v_{p\parallel,\perp} = 0.05c$．規格された成長率は，$\sigma = \mathrm{Im}[\omega/\omega_p]$ である．

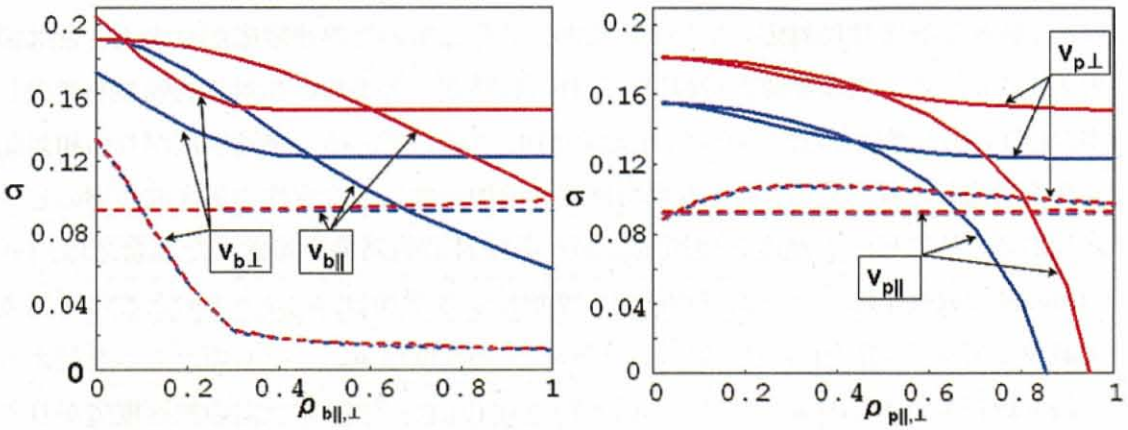


図 4.8　規格化した最大成長率(縦軸)のビーム熱速度広がり依存性(左)と，バックグランドプラズマの熱速度広がり依存性(右)．横軸は，$\rho_{i\parallel,\perp} = v_{i\parallel,\perp}/v_{bx0}$．ビームの相対論的平均速度 $u_{bx0}/c = 1$．赤線はビーム速度熱広がりの相対論効果を考慮した結果で，青線は考慮しない結果である．実線は二流体不安定性ブランチの最大成長率で，破線は Weibel ブランチの最大成長率である．

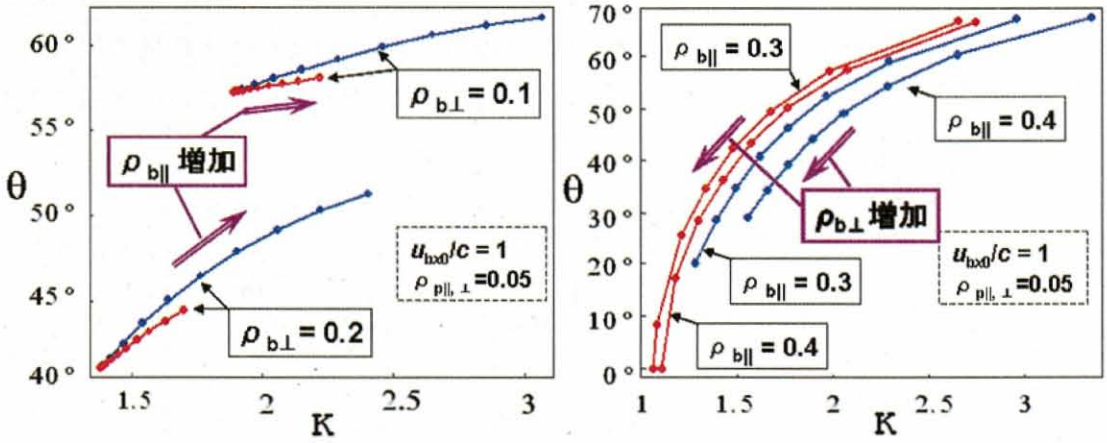


図 4.9　最大成長率を与える波数の絶対値 K と波のビームの平均速度方向に対する伝播角度のビームに平行な熱速度広がり依存性(左)と垂直な熱速度広がり依存性(右)．横軸は，$K = kv_{bx0}/\omega_p$．縦軸θは最大成長モードの波数ベクトルと x 方向の角度である．赤線は電子ビーム速度の熱広がりの相対論効果を考慮した結果で，青線は考慮しない結果である．ビームの相対論的平均速度は，$u_{bx0}/c = 1$，広がりは，$\rho_{i\parallel,\perp} = v_{i\parallel,\perp}/v_{bx0}$．

ビーム速度の熱速度広がりは不安定性の成長率に影響を及ぼす．前述のように，電子ビームの熱速度広がりが増加すると，不安定性成長率の波数空間分布での二つのブランチともに狭くなる(図 4.4)．また，ビーム速度の熱速度広がりを変化させると最大成長率の大きさ(図 4.8)も最大成長率を与える波数ベクトル $\boldsymbol{k}$ (図 4.9)も変化する．ここで，図 4.8 の横軸(熱速度広がり)は，ビームの平均速度で規格化してある，すなわち $\rho_{i\parallel,\perp} = v_{i\parallel,\perp}/v_{bx0}$，また図 4.9 の横軸(規格された波数の絶対値)と縦軸θは，それぞれ $K = kv_{bx0}/\omega_p$，と波数ベクトル $\boldsymbol{k}$ と x 方向(ビームの進行方向)との角度である．Weibel 不安定性ブランチ

の最大成長率は，ビーム熱速度の垂直広がり $v_{b\perp}$が増加すると急激に減少するが，ビーム熱速度の平行方向の広がり $v_{b\parallel}$及びバックグランドプラズマの熱速度広がり $v_{p\parallel,\perp}$ の変化に対してはあまり変化しない．ビーム熱速度広がりの相対論効果も Weibel 不安定性ブランチの最大値に殆ど影響しない．(図 4.8 破線)

二流体不安定性ブランチの最大値(最大成長率)のビーム熱速度広がりの相対論効果を考慮したと考慮しない場合の差は，小さくない．ビームとバックグランドプラズマの熱速度広がりの増加と共に二流体不安定性ブランチの最大値が減少するが，その変化する様子は異なる．ビームとバックグランドプラズマの平行方向の熱速度広がり $v_{b,p\parallel}$ の変化に対しては，約$\rho_{b,p\parallel}<0.4$ までは不安定性成長率の最大値の変化は小さく，$\rho_{b,p\parallel}$ が 0.4 を超えると不安定性の最大値は急激に減少する(図 4.8 実線)．ビームとバックグランドプラズマの垂直方向の熱速度広がり $v_{b,p\perp}$の変化に対しては，$\rho_{b,p\perp}<0.4$ の領域では不安定性の最大値の変化が大きいが，その後は殆ど変わらない(図 4.8 実線)．その理由は，分散関係を導出するとき相対論因子γを一次まで近似した式(4.9)の中にビーム速度の垂直成分が含まれないことに対応している．

ビーム速度の熱速度広がりの変化よる最大成長率を与える波数ベクトル $\boldsymbol{k}$ の変化を調べた(図 4.9)．ビーム熱速度の平行方向広がりが増加すると，最大成長率を与える波数ベクトル $\boldsymbol{k}$ の絶対値も伝搬角度($\boldsymbol{k}$ と x 方向の角度)も大きくなる．しかしビーム熱速度広がりの相対論効果を考慮するとその変化量は小さくなる(図 4.9 左)．一方ビーム熱速度の垂直方向広がりが増加すると，逆に最大成長率を与える波数ベクトル$\boldsymbol{k}$の絶対値も伝搬角度も減少する(図 4.9 右)．さらにビーム熱速度広がりの相対論効果を考慮すると伝播角度の垂直方向の熱速度依存性は大きくなり，熱速度の増加により 70° から 0° にまで変化し，つまり x 方向に向いてゆく．

4.5 衝突の不安定性成長率の影響

前節までは，無衝突プラズマを仮定してきた．しかしながら，高速点火核融合において，圧縮したプラズマターゲットの密度は非常に高く，高密度に圧縮されたバックグラウンドプラズマが比較的低温である場合には，衝突効果を無視することができない．そこで，ここではバックグラウンドプラズマの衝突効果を考慮した場合の不安定性の成長率について考察する．ただし高エネルギー電子はエネルギーが高く衝突は無視できると仮定する．

そのため，バックグランドプラズマに対して，Vlasov 方程式に代わり下記の Boltzmann 方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{u}}{\gamma}\cdot\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{r}}-\frac{e}{m_e}\left(\boldsymbol{E}+\frac{\boldsymbol{u}}{\gamma}\times\boldsymbol{B}\right)\cdot\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{u}}=\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c \tag{4.12}$$

を用いる．式(4.12)の右辺$\left(\partial f/\partial t\right)_c$は衝突による速度分布関数$f$の時間変化率である．ここで電子ビームに対しては，式(4.1)の分布関数を使用し，バックグランドプラズマに対して下記の熱速度広がり無しの分布関数を使用する．

$$f_{0\mathrm{p}} = n_{\mathrm{p}}\delta(v_x + v_{\mathrm{px0}})\delta(v_y)\delta(v_z) \tag{4.13}$$

ビームの熱速度広がりの相対論効果とバックグランドプラズマの衝突効果を考慮し，式(4.11)は

$$\begin{aligned}
\sum_{\mathrm{i}}\frac{\omega_{\mathrm{pi}}^2}{\omega^2}\varepsilon_{\mathrm{i}xx} &= \frac{-\alpha\omega_{\mathrm{p}}^2\left(\omega^2 + k_y^2 u_{\mathrm{bx0}}^2\right)}{\omega^2\gamma_0\left(\left(\omega\gamma_0 - k_x u_{\mathrm{bx0}}\right)^2 - k_y^2 v_{\mathrm{b}\perp}^2 - \left(k_x c - \omega\beta\right)^2 v_{\mathrm{b}\parallel}^2/c^2\right)} - \frac{\omega_{\mathrm{p}}^2\left(\omega(\omega+\mathrm{i}\nu)+k_y^2 v_{\mathrm{px0}}^2\right)}{\omega^2\left(\omega+\mathrm{i}\nu+k_x v_{\mathrm{px0}}\right)^2}, \\
\sum_{\mathrm{i}}\frac{\omega_{\mathrm{pi}}^2}{\omega^2}\varepsilon_{\mathrm{i}yy} &= \frac{-\alpha\omega_{\mathrm{p}}^2\left(\omega\gamma_0 - k_x u_{\mathrm{bx0}}\right)^2}{\omega^2\gamma_0\left(\left(\omega\gamma_0 - k_x u_{\mathrm{bx0}}\right)^2 - k_y^2 v_{\mathrm{b}\perp}^2 - \left(k_x c - \omega\beta\right)^2 v_{\mathrm{b}\parallel}^2/c^2\right)} - \frac{\omega_{\mathrm{p}}^2\left(\omega + k_x v_{\mathrm{px0}}\right)}{\omega^2\left(\omega+\mathrm{i}\nu+k_x v_{\mathrm{px0}}\right)}, \\
\sum_{\mathrm{i}}\frac{\omega_{\mathrm{pi}}^2}{\omega^2}\varepsilon_{\mathrm{i}xy} &= \frac{-\alpha\omega_{\mathrm{p}}^2 k_y u_{\mathrm{bx0}}\left(\omega\gamma_0 - k_x u_{\mathrm{bx0}}\right)}{\omega^2\gamma_0\left(\left(\omega\gamma_0 - k_x u_{\mathrm{bx0}}\right)^2 - k_y^2 v_{\mathrm{b}\perp}^2 - \left(k_x c - \omega\beta\right)^2 v_{\mathrm{b}\parallel}^2/c^2\right)} + \frac{\omega_{\mathrm{p}}^2 k_y v_{\mathrm{px0}}\left(\omega + k_x v_{\mathrm{px0}}\right)}{\omega^2\left(\omega+\mathrm{i}\nu+k_x v_{\mathrm{px0}}\right)^2}.
\end{aligned} \tag{4.14}$$

となる．そして式(4.14)を式(4.7)に代入すると分散関係を得る．

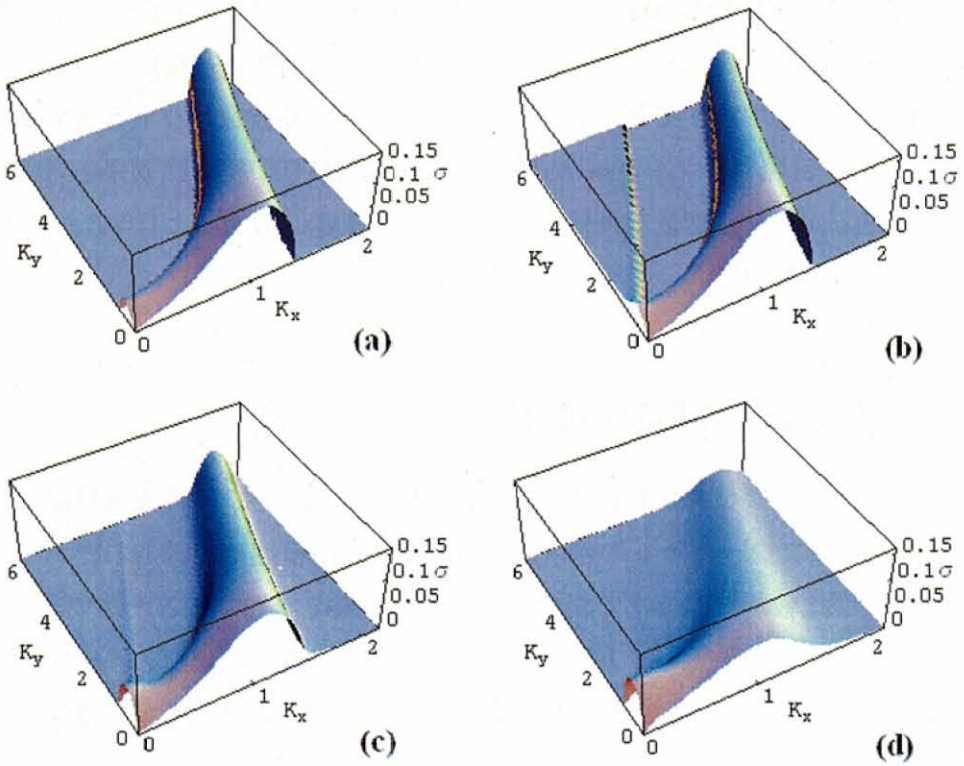


図 4.10　衝突効果の不安定性成長率への影響 1．図の横軸，縦軸は，$K_{x,y} = k_{x,y}v_{\mathrm{bx0}}/\omega_{\mathrm{p}}, \sigma = \mathrm{Im}[\omega/\omega_{\mathrm{p}}]$．パラメーターは u_{bx0}/c = 1, $v_{\mathrm{b}\parallel}/v_{bx0}$ = 0.3, $v_{\mathrm{b}\perp}/v_{bx0}$ = 0.2 (a, b, c, d は同じである). 規格化した衝突周波数ν/ω_{p} = 0 (a), 0.01 (b), 0.1 (c), 0.5 (d).

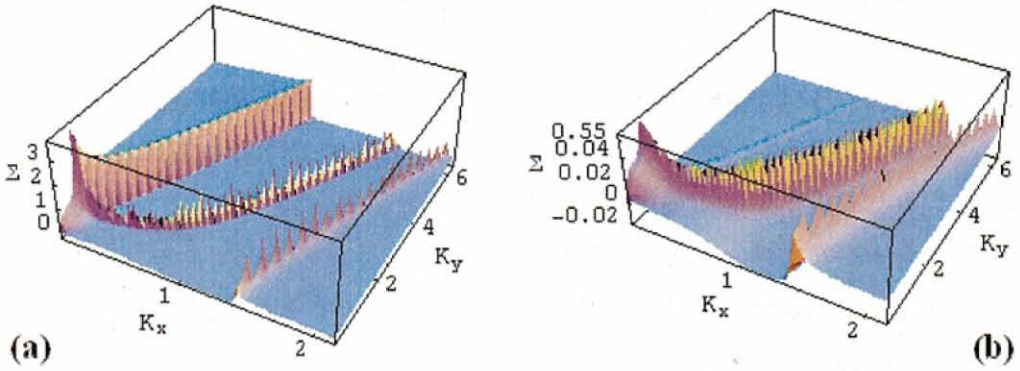


図 4.11　衝突効果の不安定性成長率への影響 2.　縦軸 $\Sigma = (\sigma_\nu - \sigma_{\nu=0})/\nu$は, 衝突を考慮した場合の成長率と考慮しない場合の成長率の差を衝突周波数で規格化した値である. 計算に用いたパラメーターは図 4.10 と同じ. $u_{bx0}/c = 1$, $v_{b\parallel}/v_{bx0} = 0.3$, $v_{b\perp}/v_{bx0} = 0.2$(a, b). 規格化した衝突周波数は, $\nu/\omega_p = 0.01$ (a), 0.1 (b).

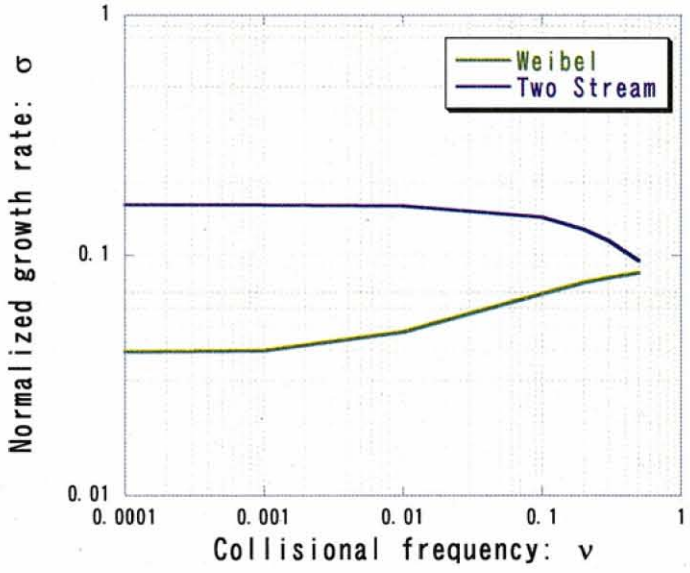


図 4.12　最大成長率の衝突周波数依存性. 緑線は, Weibel 不安定性, 青線は二流体不安定性. いずれもバックグラウンドプラズマの電子角周波数で規格化. パラメーターは, $u_{bx0}/c = 1$, $v_{b\parallel}/v_{bx0} = 0.3$, $v_{b\perp}/v_{bx0} = 0.2$.

衝突効果を考慮した場合の計算結果を図 4.10 から図 4.12 に示す. 計算に用いたパラメーターを図の説明文に示す. 衝突周波数はバックグラウンドプラズマの電子プラズマ周波数で規格化した. 図 4.10 に示すように, 規格化した衝突周波数を 0 から 0.5 まで大きく変化させても成長率の変化の割合は衝突周波数の変化ほどには変化しない. 図 4.10 のパラメーターで, 衝突周波数νの増加により不安定性の二つのブランチで変化の様子が異なる. すなわち, Weibel 不安定性のブランチの最大成長率は, 衝突周波数νの増加により増加するが, 二流体不安定性のブランチでは, 最大値は減少し, 一方不安定な波数

空間は大きくなり，成長率の波数空間での形状は扁平になってゆく．二流体不安定性の波数空間での広がりは次の図でより明らかになる．図 4.11 では衝突効果を考慮した場合と考慮しない場合($\nu = 0$)の不安定性成長率の差を衝突周波数で規格した値，$\Sigma = (\sigma_\nu - \sigma_{\nu=0})/\nu$, を示している．図から明らかなように，成長率の最大値は，衝突周波数の増加とともに減少しているが，衝突を考慮しなかった場合に成長率の小さい端の領域では，衝突を考慮すると成長率が逆に増加していることが分かる．図 4.12 は，衝突周波数の変化による二流体不安定性と Weibel 不安定性の最大成長率の変化である．衝突周波数νの増加により二流体不安定性の最大成長率はわずかに減少するが，一方 Weibel 不安定性の最大成長率はわずかに増加する．

4.6 まとめ

本章では，第 3 章の粒子シミュレーションで観測した高エネルギー電子のエネルギー輸送に伴う不安定性について，相対論的な電子ビームと高密度バックグラウンドプラズマとの相互作用に伴う不安定性を調べ，成長率の熱速度広がり依存性を明らかにした．本研究の特徴は，電子ビームの熱速度広がりの相対論的効果を初めて考慮した点である．得られた主な結果は，以下の通りである．

熱速度広がりの相対論的効果を考慮した場合には，考慮しない場合に比べ一般的に成長率は増加する．特に電子ビームの平均速度 $u_{bx0}/c \approx 1$ で違いが顕著であり，相対論効果を考慮した場合には，成長率が電子ビームの平均速度 $u_{bx0}/c \approx 1$ で最大となる．また，相対論的効果を考慮すると横波の Weibel 不安定性と縦波の二流体不安定性が，波数空間で連続的に移行する．この性質は，本論文で行ったように縦波と横波が混在した計算を行うことにより明らかになったことである．なお，電子ビーム系では一般的に二流体不安定性の成長率は Weibel 不安定性の成長率より大きく，高密度領域では二流体不安定性が重要となる．

不安定性の成長率に対する熱速度広がり依存性については，ビームの伝播方向に平行な成分と垂直な成分の大きさに依存するが，本研究で明らかにした重要な結論は，垂直な方向の熱速度の広がりによって，二流体不安定性の最大の成長率を与える波の伝播方向が 75 度から 0 度近くまで大きく変化することである．すなわち垂直な方向の熱速度の広がりの増加とともに，最大の成長率を与える波数が $kv_{bx0}/\omega_p \approx 1$ に漸近するだけでなく，伝播角度がビームの伝播方向に漸近することである．またビームの平行方向熱速度広がり $v_{b\parallel}$ が比較的に大きくても($v_{b\parallel}/v_{bx0} \leq 0.4$)二不安定性の成長率はあまり減少しない．

高速点火の実現には主燃料の密度は十分高くなくてはならない．高密度圧縮時には主燃料の温度も比較的高くなることが期待されるが，現在の実験のように主燃料の温度が

十分に高くない場合にはバックグランドプラズマの衝突効果は無視できない. そのため不安定性成長率の衝突依存性を調べた. その結果, 衝突周波数がバックグラウンドプラズマ周波数程度になっても不安定性の成長率はさほど減少しないことを示した. このことは二流体不安定性が負エネルギーの波に起因することからも十分に理解できることである.

参考文献

[1] R. A. Fonseca, L. O. Silva, J. W. Tonge, W. B. Mori, and J. M. Dawson, Phys. Plasmas 10, 1979 (2003).

[2] M. Honda, Phys. Rev. E 69, 016401 (2004).

[3] J. Fuchs, T. E. Cowan, P. Audebert, H. Ruhl, L. Gremillet, A. Kemp, M. Allen, A. Blazevic, J.-C. Gauthier, M. Geissel, M. Hegelich, S. Karsch, P. Parks, M. Roth, Y. Sentoku, R. Stephens, and E. M. Campbell, Phys. Rev. Lett. 91, 255002(2003).

[4] M. Tatarakis, F. N. Beg, E. L. Clark, A. E. Dangor, R. D. Edwards, R. G. Evans, T. J. Goldsack, K. W. D. Ledingham, P. A. Norreys, M. A. Sinclair, M.-S. Wei, M. Zepf, and K. Krushelnick, Phys. Rev. Lett. 90, 175001 (2003).

[5] Y. Sentoku, K. Mima, P. Kaw, and K. Nishikawa, Phys. Rev. Lett. 90, 155001 (2003).

[6] E. S. Dodd, R. G. Hemker, C.-K. Huang, S. Wang, C. Ren, W. B. Mori, S. Lee, and T. Katsouleas, Phys. Rev. Lett. 88, 125001 (2002).

[7] L. O. Silva, R. A. Fonseca, J. W. Tonge, W. B. Mori, and J. M. Dawson, Phys. Plasmas 9, 2458 (2003).

[8] A. Pukhov and J. Meyer-ter-Vehn, Phys. Rev. Lett. 79, 2686(1997).

[9] M. Honda, J. Meyer-ter-Vehn, and A. Pukhov, Phys. Rev. Lett. 85, 2128 (2000).

[10] H. Ruhl, A. Macchi, P. Mulser, F. Cornolti, and S. Hain, Phys. Rev. Lett. 82, 2095 (1999).

[11] E. S. Weibel, Phys. Rev. Lett. 2, 83 (1959).

[12] O. Buneman, Phys. Rev. 115, 503 (1959).

[13] A. Bret, M.-C. Firpo, and C. Deutsch, Phys. Rev. E 70, 046401 (2004).

[14] A. Bret, M.-C. Firpo, and C. Deutsch, Phys. Rev. E 72, 016403 (2005).

[15] P. Ye and K. Nishihara, Plasma Fusion Res. **2**, 049 (2007).

第5章 レーザー生成高温ドロップレット・プラズマの膨張に伴うイオン加速の研究

5.1 はじめに

レーザー粒子加速の概念が, 1979 年 T. Tajima と J. M. Dawson によって提案されて以来 [1], 理論・シミュレーション, 実験による研究が進められている. 特に近年では, 超短パルスレーザーによるイオン加速の研究が精力的に始まっている. 超短パルスレーザーとプラズマとの相互作用で生じるイオン加速メカニズムは, クーロン爆発(Coulomb explosion)[2,3], 電荷分離(charge separation)加速[4]と TNSA(target normal sheath acceleration)[5]などがある.ドロップレット・プラズマと超短パルスレーザーの相互作用においては, クーロン爆発が主な加速機構であり, 金属ターゲットのレーザー照射面においては電荷分離加速が, またターゲット裏面においては TNSA シース電場加速が主な加速機構と考えられている. クーロン爆発と TNSA 機構によって加速されたイオンの最大エネルギーは, 高エネルギー電子の最大エネルギーに依存し[6], 理論・シミュレーションと実験より価数の高いイオンがより高いエネルギーに加速されることなどが分かっている[7-9].

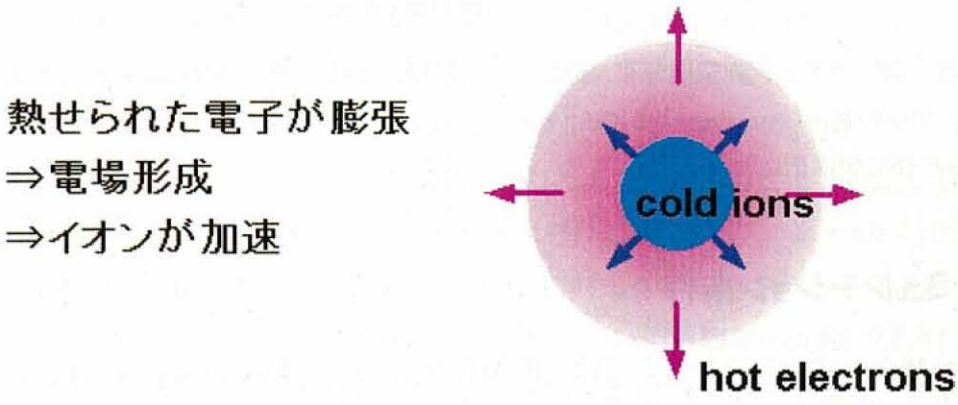


図5.1 レーザー生成高温ドロップレット・プラズマの膨張に伴うイオン加速

本章では, ドロップレットなどの有限質量ターゲットに超短パルスレーザーを照射した場合のイオン加速について, 3次元PICシミュレーションを行った結果について述べる. 図5.1はそのイメージであり, 超短パルスレーザーで加熱された電子が真空中に飛び出し, その結果ターゲット表面に生じる電場によりイオンが加速される. 本論文では,

加速されるイオンエネルギーのターゲットサイズ，電子温度・密度などの依存性を明らかにすることを目的とし，初期に一様な電子温度・密度を持つ球プラズマを考え，プラズマ膨張過程をシミュレーションする．図5.2は，初期電子温度$T_{e0} = 30$ keV，電子密度$n_0 = 4.0 \times 10^{22}$ cm^{-3}，イオン温度$T_{i0} = 0$，半径$R_0 = 0.4\mu$mの一様なプラズマが真空中に膨張する場合のある時刻での電子とイオンの空間プロファイルである．時間は，初期プラズマ密度から求めたイオンプラズマ周波数で規格化した時間$f_{pi0}t$ = 13.8である．図から明らかなように，膨張表面では電子が先行している．

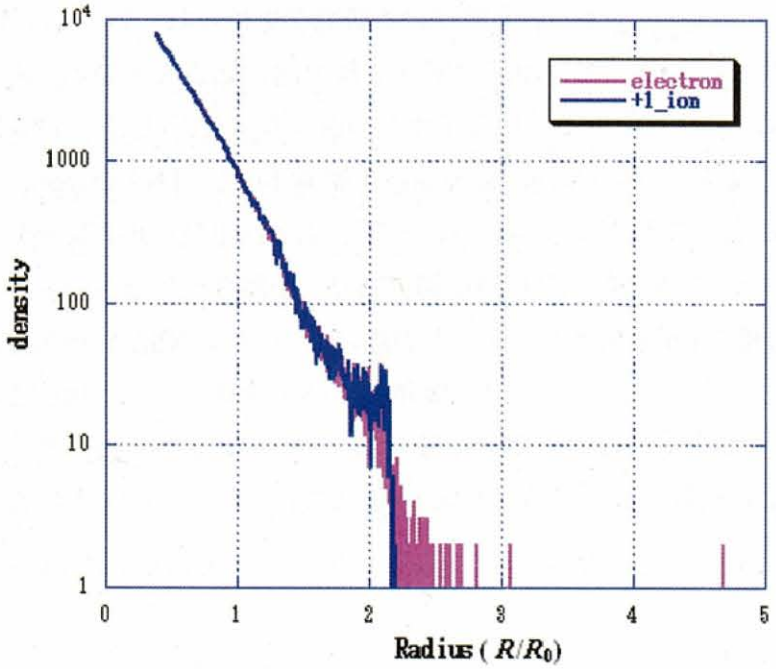


図5.2 電子とイオンの空間分布．初期の電子温度，半径，プラズマ密度は，それぞれ$T_{e0} = 30$keV, $R_0 = 0.4\mu$m, $n_0 = 4.0\times10^{22}$/cm^3，時刻f_{pi0}*t = 13.8である．距離は，初期ターゲット半径で規格化された．

5.2 シミュレーション条件

3 次元 PIC シミュレーションには，REMP(Relativistic ElectroMagnetic Particle-mesh code)コード[10]を用いた．計算時間を短くかくするために，イオンと電子の質量比はM_i/M_e = 100 とし，また一様な電子温度・密度を持つ球プラズマを考え，初期イオン温度は$T_{i0} = 0$ とする．空間メッシュのサイズは 0.04μm とした．このシミュレーションは大阪大学サイバーメディアセンターにある NEC SX-8 において 4CPU，メインメモリ 60GB を用いて実行した．

5.3 自己相似解と一種類イオンの加速

プラズマ膨張の自己相似解については，図 5.2 に示したような，膨張するターゲット表面で生じる電荷分離はこれまで考慮されてこなかった．しかし最近電荷中性を仮定することなくポワソン方程式を考慮した新しい自己相似解が求められた[11]．その自己相似解により，加速されたイオンの最大エネルギーは，近似的に下記の式

$$\frac{E_{\max}}{T_{e0}} = 2Z\ln\left(\frac{\Lambda^2}{2}\Big/\ln\frac{\Lambda^2}{2}\right) \tag{5.1}$$

で与えられる．ここで E_{max} はイオンの最大エネルギー，Z はイオンの価数，Λはプラズマのサイズパラメーター $\Lambda = R_0/\lambda_{De0}$ である．ただし λ_{De0} はドロップレット・プラズマの初期デバイ長である．つまり加速されたイオンの最大エネルギーは，電子の初期温度 T_{e0} とドロップレットの初期半径 R_0 と初期デバイ長 λ_{De0} との比から決まる．しかしながら，電荷非中性の自己相似解を求める理論モデルでは，次の仮定を課している．すなわち

$$R(t)T_e(t) = const.$$

$$R(t)/\lambda_{De}(t) = const.$$

を使用した．この過程は必ずしも自明ではなくシミュレーションによる検証が必要となる．また自己相似解では，その定義から解の相似性は時刻 $t = 0$ においても課されており，実際のターゲットのような一様なプラズマプロファイルではない．ここでは，電子と 1 価のイオンのみを初期に配置した球ターゲットのシミュレーションを行い，自己相似解から求まるイオンの最大エネルギー(5.1)式を検証した．

プラズマサイズパラメーターΛは，初期のターゲット半径，電子密度，電子温度で決まるが，これらの値を変化させ最大のイオンエネルギーを測定した．図 5.3 に示すように，最大エネルギーは自己相似解の理論値(実線)とよく一致することが確認された．図中の初期電子温度，電子密度，ターゲット半径は，それぞれ $T_{e0} = 30$ keV，$n_0 = 4.0 \times 10^{22}$ cm^{-3}，$R_0 = 0.4$μm に対する比である．図 5.4 は，図 5.3 に対応する加速されたイオンのエネルギーのスペクトルである．エネルギースペクトルについても膨張の先端を除き自己相似解から求めたスペクトルと比較的良い一致を見た．膨張の先端で理論値と相違が見られるのは，シミュレーションでは一様な初期密度プロファイルを仮定しているからである．

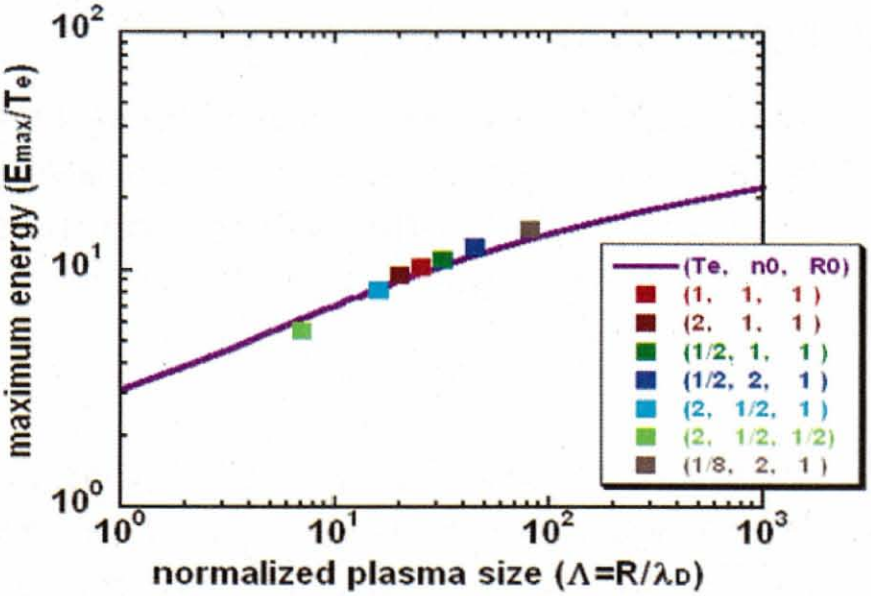


図 5.3 イオンの最大エネルギーのプラズマサイズパラメータ依存性，実線は自己相似解から求めた最大エネルギー(式(5.1))．図中の初期電子温度，電子密度，ターゲット半径は，それぞれ $T_{e0} = 30$ keV， $n_0 = 4.0 \times 10^{22}\,\mathrm{cm}^{-3}$， $R_0 = 0.4\mu$m に対する比である．

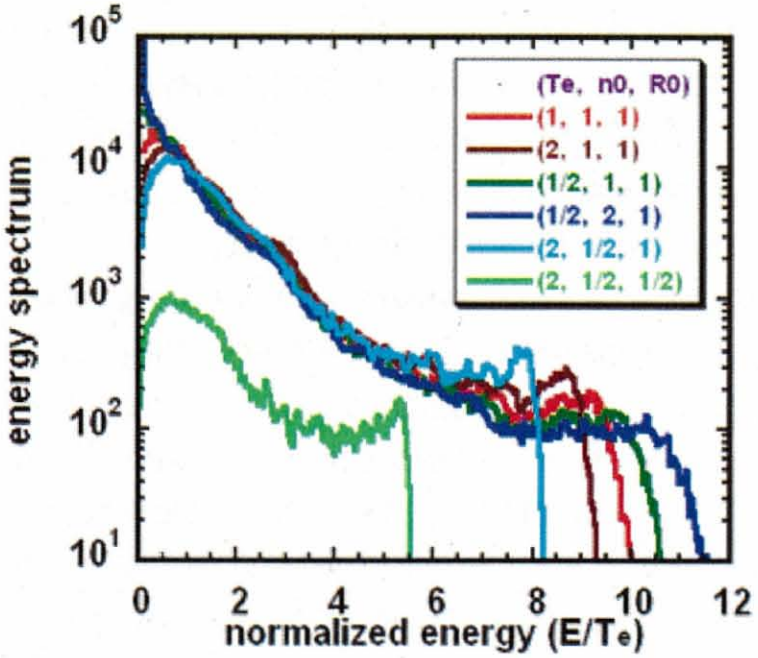


図 5.4 加速されたイオンエネルギースペクトル．一価のイオンのみ，T_{e0}, n_0, R_0 は異なる(図 5.3 と同じ)．エネルギーは初期電子温度で規格化された．

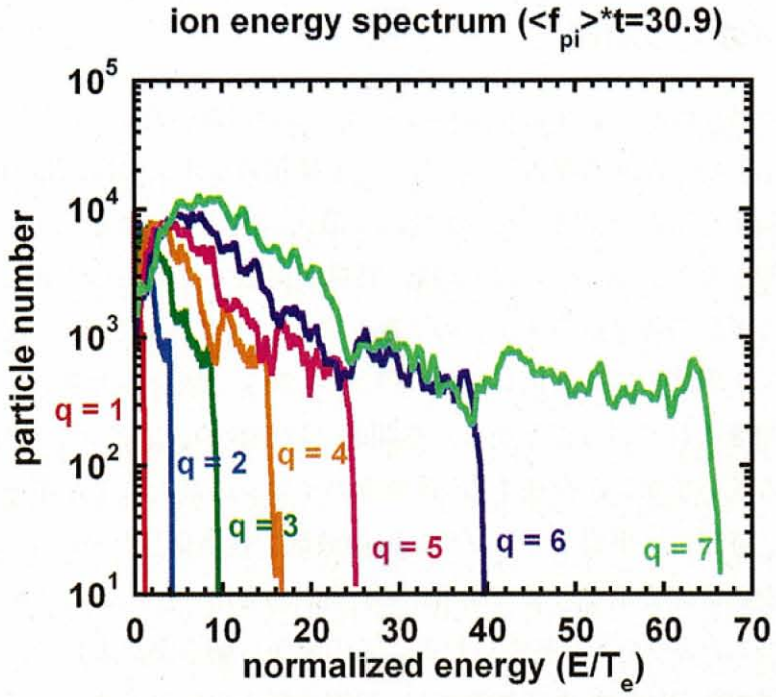


図 5.5 加速されたイオンのエネルギースペクトル. イオンが 1 価から 7 価まで全て含み, 各種類イオンの粒子数は同じに配置された.

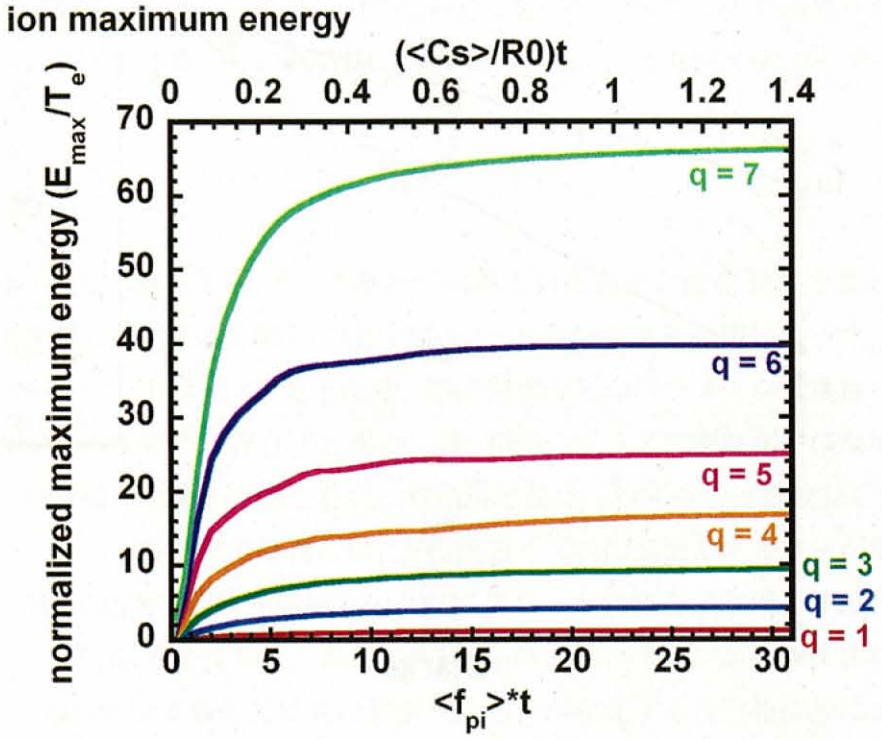


図 5.6 各価数イオンの規格化された最大エネルギーの時間変化. 時間は平均イオンプラズマ周波数で規格化した値(下), および初期半径を平均のイオン音速で割った値で規格化した値(上)である.

5.4 多種類イオンの加速

異なる価数の多くのイオンを含んでいる場合について調べた．電荷・質量比 q/m が異なる不純物イオンが存在する場合については，1 種類のイオンの自己相似解で求めた電場を用いて評価することができ，その場合には最大エネルギーは電荷・質量比 q/m に比例することが知られている[11]． 図 5.5 は，質量が同じで 1 価から 7 価までの同数のイオンが存在する場合の各価数のイオンのエネルギースペクトルである．観測時間は平均のイオンプラズマ周波数で規格化した時間$\langle f_{pi}\rangle t$ = 30.9 ．価数の大きいイオンは高エネルギーにまで加速されていることから，空間的には価数の高いイオンが外側に存在し，内部には価数の低いイオンが存在する．各価数のイオンの最大エネルギーの時間変化を図 5.6 に示す．時間は，平均イオンプラズマ周波数で規格化した値(下)，および初期半径を平均のイオン音速で割った値で規格化した値(上)を用いた．ここで平均のイオン音速は $Cs = (\langle Z^2\rangle T_{e0}/\langle Z\rangle M_i)^{1/2}$ で与えられる．この図から明らかなように，イオンは，イオンプラズマ周波数の時間程度で加速され，初期半径を平均のイオン音速割った時間が 1 程度になると加速はほぼ終了し，一定のエネルギーに達する．

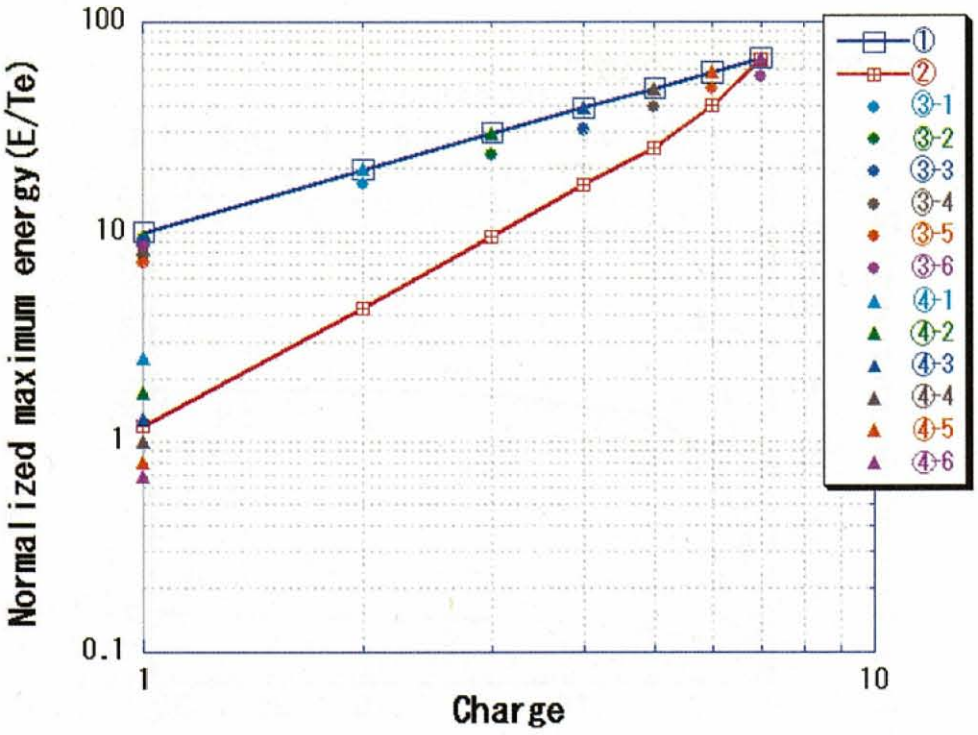


図 5.7 加速されたイオンの最大エネルギーの価数依存性．①1 種類のイオンのみが 1 メッシュあたり 10^3 個，②1 価から 7 価までのイオンが存在し，1 メッシュあたりの全ての価数のイオンが 5^3 個，③2 種類のイオンが存在し，1 価のイオン 10^3 個，他の価数のイオンは 2^3 個，④2 種類のイオンが存在し，1 価のイオン 3^3 個，他の価数のイオンは 10^3 個，他のイオンの価数の増加とともに 1 価の最大エネルギーは減少する．

初期の各価数のイオン数の割合を変化させ，最大エネルギーの価数依存性を調べた結果を図5.7に示す．一種類のイオンのみが存在する場合には(図5.6①)，式(5.1)からも明らかなように，最大エネルギーはイオン価数に比例する．また，2種類のイオンが存在する場合で，小さい価数のイオン(図5.7③では，1価のイオン)が多く，多価の少数イオンが存在する場合には，1価のイオンの最大エネルギーは他のイオンの価数にあまり依存しなく，少数の価数のイオンについては(図 5.7③)，その最大エネルギーは価数に比例する．これらの結果は理論的にも予測されていたことである．しかしながら各価数のイオンが同数の場合には(図5.7②)，最大エネルギーは価数の2乗に比例する．また，2種類のイオンが存在し多価のイオンが多い場合には(図 5.7④)，多価のイオンの最大エネルギーは価数に比例するが，1価のイオンのエネルギーと多価のイオンのエネルギーの比は価数の比の2乗に比例することが分かる．これらのことから，イオンの最大エネルギーは価数の2乗に比例することについて，クーロン爆発における簡単な例で解釈できる．電気量 $Z_p e$ を持つテスト電荷が最初半径 R と総電気量 Q のイオン球体に置かれる例を考えてみよう．イオン球体が多種類のイオンを同数に含み，それぞれの価数が1から Z_p までとすると，総電気量 Q は Z_p に比例することが分かる．テスト電荷は常にイオン球体の外層で加速されているとすると，十分に加速されたテスト電荷の運動エネルギーは最初のポテンシャルエネルギー $(QZ_p e/R)$ に近づいてゆく．その結果外部の高い価数のイオンの最大エネルギーは価数の2乗に比例することが明らかになった．

5.5 まとめ

本章では，超短パルスレーザーで電子が加熱された場合の膨張過程で生じるイオンの加速機構を明らかにするために，3次元PICシミュレーションを用いてイオンの最大エネルギーのターゲットサイズ，電子温度，電子密度などのパラメータ依存性を明らかにした．1種類のイオンのみが存在する場合には，初期のプラズマ密度が一様な場合でも，最近解明された電荷分離を考慮した自己相似解に良く一致することを検証した．また異なる価数のイオンが存在する場合には，各価数のイオンの最大エネルギーが価数に比例する場合と価数の2乗に比例する場合の非常に異なった性質を示す場合が存在することを明らかにした．前者の性質は，電荷質量比 q/m の大きいイオンが少数含まれている場合に現れ，この性質は本質的には先に膨張する電子が生成する自己相似解に近い電場によって，少数のイオンが加速される結果と一致する．一方後者の性質は，外部のイオンが内部に存在する(電荷質量比 q/m の小さい)イオンから受けるクーロン反発力が無視できない場合に生じることを明らかにした．

参考文献

[1] T. Tajima and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. 43, 267 (1979).

[2] K. Kushelnick, E. L. Clark, et al. Phys. Rev. Lett. 83, 737 (1999).

[3] E. L. Clark, K. Krushelnick, M. Zepf et al., Phys. Rev. Lett. 85, 1654 (2000).

[4] A. Maksimchuk, S. Gu, K. Flippo et al., Phys. Rev. Lett. 84, 4108 (2000).

[5] S. C. Wilks, A. B. Langdon, T. E. Cowan et al., Phys. Plasmas. 8, 542 (2001).

[6] Y. Kishimoto, K. Mima, T. Watanabe and K. Nishikawa, Pjys. Fluids 26, 2308(1983).

[7] R. A. Snavely, M. H. Key, S. P. Hatchett *et al.*, Phys. Rev. Lett. 85, 2945(2000).

[8] S. C. Wilks, A. B. Langdon *et al.*, Phys. Plasmas 8, 542(2001).

[9] S. Fujioka, H. Nishimura *et al.*, Appl. Phys. Lett. 87, 241503(2005).

[10] T. Zh. Esirkepov, Comput. Phys. Comm. 135, 144(2001).

[11] M. Murakami and M. M. Basko, Phys. Plasmas 13, 012105(2006).

第6章　結論

以上5章にわたり，高速点火レーザー核融合における三次元PICシミュレーションと理論解析の研究と超短パルスレーザー生成高温ドロップレット・プラズマの膨張の三次元PICシミュレーションの研究について述べた．研究成果の内容は三つのフィールドに大別できる．すなわち，高速点火レーザー核融合におけるレーザーとプラズマの相互作用により発生する高エネルギー電子のプラズマ内部での振舞いとエネルギー輸送(第3章)，その高エネルギー電子と高密度プラズマの相互作用で生じる電磁不安定性の理論解析(第4章)，ドロップレットターゲットに超短パルスレーザーを照射した場合のイオン加速機構(第5章)である．本章では以上の成果をまとめ，本論文を総括する．

第1章　序論

レーザー核融合，核融合における制御についてまとめた．また，本研究とレーザー核融合高速点火法とレーザーイオン加速との関係について述べ，研究目的を明らかにした．

第2章　レーザー・プラズマ粒子シミュレーション

PIC シミュレーション法のアルゴリズムについて詳細に述べた．PIC 法は Maxwell 方程式と Lagrange-Newton 方程式だけを解くシミュレーションである．そのため Maxwell 方程式から記述できるレーザー光などの電磁場，Lagrange-Newton 方程式により記述する粒子の運動の解析ができ，レーザー・プラズマ相互作用などの解析に非常に優れている．また本研究で用いた 3 次元 PIC シミュレーションである REMP についても述べた．

第3章　超高強度レーザー生成高エネルギー電子輸送の研究

相対論的強度のレーザーを，密度が臨界密度を越えるプラズマへ照射すると高エネルギー電子が発生する．この高エネルギー電子はプラズマ表面において電子の位相空間の非等方性から Weibel 不安定性の影響を受け，高エネルギー電子のエネルギー異常抵抗により急激に減少する．しかしながら，プラズマ内部では，高エネルギー電子は Weibel 不安定性より静電的な 2 流体不安定性の影響を強く受ける．相対論的電子のプラズマ内部にまでおけるエネルギーの輸送について三次元 PIC シミュレーションを用いて調べた．プラズマ内部へ伝搬する電子エネルギー束の強度はレーザー強度に依存し，レーザー強度の増加により増加した．電子エネルギー束先端部分においては，電子速度分布は相対論的中心速度と相対論的速度広がりを持つビーム状になっていた．相対論的電子のバルクプラズマでの輸送は不安定性により抑制されていることがわかった．

第4章 高エネルギー電子と高密度プラズマの相互作用で生じる電磁不安定性の理論解析

本章では，第3章の粒子シミュレーションで観測した高エネルギー電子のエネルギー輸送に伴う不安定性について，相対論的な電子ビームと高密度バックグラウンドプラズマとの相互作用に伴う不安定性を調べ，成長率の熱速度広がり依存性を明らかにした．本研究の特徴は，電子ビームの熱速度広がりの相対論的効果を初めて考慮した点である．得られた主な結果は，以下の通りである．

熱速度広がりの相対論的効果を考慮した場合には，考慮しない場合に比べ一般的に成長率は増加する．特に電子ビームの相対論的な平均速度 $u_{bx0}/c \approx 1$ で違いが顕著であり，相対論効果を考慮した場合には，成長率が電子ビームの平均速度 $u_{bx0}/c \approx 1$ で最大となる．また，相対論的効果を考慮すると横波の Weibel 不安定性と縦波の二流体不安定性が，波数空間で連続的に移行する．この性質は，本論文で行ったように縦波と横波が混在した計算を行うことにより明らかになったことである．なお，電子ビーム系では一般的に二流体不安定性の成長率は Weibel 不安定性の成長率より大きく，高密度領域では二流体不安定性が重要となる．

不安定性の成長率に対する熱速度広がり依存性については，ビームの伝播方向に平行な成分と垂直な成分の大きさに依存するが，本研究で明らかにした重要な結論は，垂直な方向の熱速度の広がりによって，二流体不安定性の最大の成長率を与える波の伝播方向が 75 度から 0 度近くまで大きく変化することである．すなわち垂直な方向の熱速度の広がりの増加とともに，最大の成長率を与える波数が $kv_{bx0}/\omega_p \approx 1$ に漸近するだけでなく，伝播角度がビームの伝播方向に漸近することである．またビームの平行方向熱速度広がり $v_{b\parallel}$ が比較的に大きくても($v_{b\parallel}/v_{bx0} \leq 0.4$)二不安定性の成長率はあまり減少しないことがわかった．

高速点火の実現には主燃料の密度は十分高くなくてはならない．高密度圧縮時には主燃料の温度も比較的高くなることが期待されるが，現在の実験のように主燃料の温度が十分に高くない場合にはバックグランドプラズマの衝突効果は無視できない．そのため不安定性成長率の衝突依存性を調べた．その結果，衝突周波数がバックグラウンドプラズマ周波数程度になっても不安定性の成長率はさほど減少しないことを示した．このことは二流体不安定性が負エネルギーの波に起因することからも十分に理解できることである．

第5章 レーザー生成高温ドロップレット・プラズマの膨張に伴うイオン加速の研究

超短パルスレーザーで電子が加熱された場合の膨張過程で生じるイオンの加速機構を明らかにするために, 3次元PICシミュレーションを用いてイオンの最大エネルギーのターゲットサイズ，電子温度，電子密度などのパラメータ依存性を明らかにした．1種類のイオンのみが存在する場合には，初期のプラズマ密度が一様な場合でも，最近解明された電荷分離を考慮した自己相似解に良く一致することを検証した．また異なる価数のイオンが存在する場合には，各価数のイオンの最大エネルギーが価数に比例する場合と価数の2乗に比例する場合の非常に異なった性質を示す場合が存在することを明らかにした．前者の性質は，電荷質量比q/mの大きいイオンが少数含まれている場合に現れ，この性質は本質的には先に膨張する電子が生成する自己相似解に近い電場によって，少数のイオンが加速される結果と一致する．一方後者の性質は，外部のイオンが内部に存在する（電荷質量比q/mの小さい）イオンから受けるクーロン反発力が無視できない場合に生じることを明らかにした．

結論: 本研究で得られた最大の成果は次の２点である：(1) 超高強度レーザープラズマ相互作用で発生する高エネルギー電子が超高密度プラズマ中を伝播する過程でワイベル不安定性と二流体不安定性という二種類の不安定性によってそのエネルギー輸送が著しく抑制されていること，(2) 超高強度レーザー照射により発生する高エネルギーイオンの最大エネルギーやエネルギースペクトル構造を解明したこと．電子ビームおよびイオンビームの生成に関するこれら二点の新たな知見は，例えば，高速点火核融合においては超短波パルスレーザー／ターゲット設計に対して，また，将来の医療応用をターゲットにした MeV〜GeV 級の高エネルギーイオン粒子ビーム生成においてはイオンビームの最適設計に対して，それらの定量的な基本的理論設計に資するものである．

附録 Esirkepovが考案したバッファ配列によるPIC法(REMP)

A.1 連続の式を使用したPIC法(ローカルソルバー)

第2章ではPIC法の基本について説明した．しかし，大規模シミュレーションを行う場合，空間的領域分割法で並列化をするときに問題点が出てくる．それは，初期に一度満足しておけば理論上は解かなくてもよいと言われるポアソン方程式である．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{A.1}$$

初期値として，うまく電荷中性になるように粒子を配置すれば，大抵のプラズマの状態は電荷中性にあるので，ポアソン方程式を解かなくても問題はないはずである．しかし，シミュレーションを進めて行くうちに数値誤差が蓄積されていき，ポアソン方程式による電荷分布から計算される電場と実際のシミュレーションで用いる式(2.19)を解いて得られる電場の値に差が出てくる．このためにある一定のステップ毎にポアソン方程式を解き，電場を補正することが必要である．また，このポアソン方程式による補正の時間間隔には一致する意見がなく，レーザー強度が強いシミュレーションでは誤差が非常に小さいために補正することはないという意見もある．しかし，ポアソン方程式による補正の最大の問題点は，大規模シミュレーションによる並列化に不向きであることである．

なぜならば，ポアソン方程式を高速に高精度に解くためには高速フーリエ変換を行うことになるためである．高速フーリエ変換のためには全領域における電荷量が必要となり，大きな通信負荷を伴ってしまうために領域分割した並列実行効率が低下してしまう．また並列計算を行うほど並列実行効率は低下してしまう．そのためにポアソン方程式を解かずに電場計算の精度を保つことが重要になってくる．

そこで，連続の式(A.2)を使用する．この連続の式はポワソン方程式を時間微分された形であり，この式を完全に満足するように電流$\boldsymbol{J}$を計算して電場$\boldsymbol{E}$を求めれば，高精度かつローカルな計算，ポアソン方程式を解く必要はない．連続の式の意味するところは，積分形にすれば明らかなように，メッシュ内の電荷の時間変化がメッシュ境界から出入りする電流量に等しいということである．また，メッシュ境界に出入りする電流を求めればメッシュ内電荷の時間変化がわかるため，電荷に付随する効果は気にする必要はない．つまり，メッシュ境界から出入りする電流を計算することによりポワソン方程式を解かずに高精度に電場を計算する．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \boldsymbol{J} \tag{A.2}$$

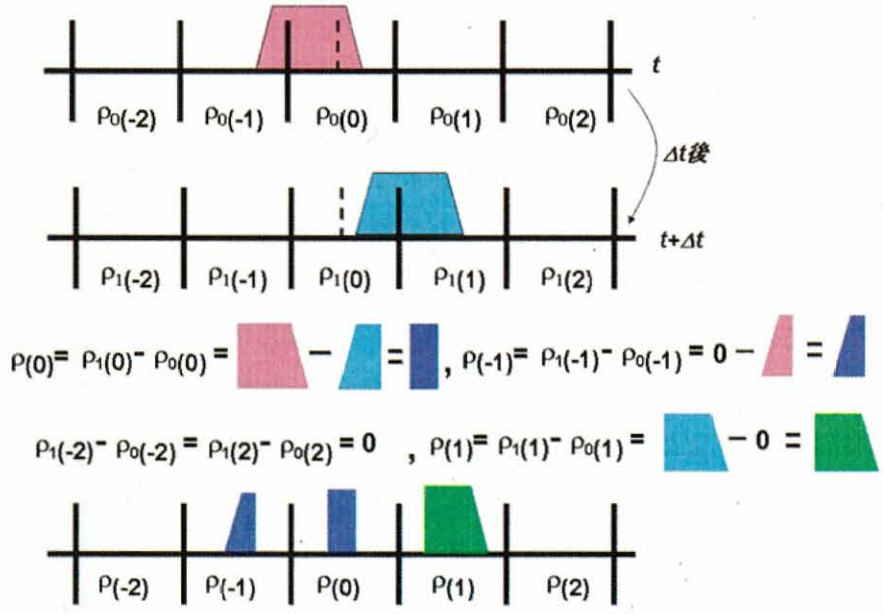
この方法を最初に提案したのは，VillasenorとBunemanである[1]．非常にシンプルであり，粒子のどれだけが境界面を横切ったかを計算して電流を計算する．しかし，これには欠点がある．メッシュサイズと同じ有限サイズの粒子だと，1ステップ当たり1次元の場合は粒子の両サイドの計4境界，2次元だと20境界，3次元だと膨大な数となりプログラムが複雑になる．また粒子が移動すれば*IF* 文で分岐させることになるため，ベクトル化ができない，またできたとしても非常に低能率なベクトル処理になってしまう．

そのようなとき,Timur Esirkepovが考案した方法,REMP(Relativistic Electro Magnetic Particle-mesh)により連続の式を利用した方法が現実的になった[2].

A.2 REMPの概略

この節では簡単にEsirkepovが考案した方法, REMPについて説明する.

まず，簡単にするため1次元で考え，粒子は1タイムステップ(Δt)で移動できる距離は(Δx)以下という制限を設け，一つの粒子ごとに近隣メッシュでの電荷の時間変化を考える．まず，現在の粒子が存在するメッシュを中心に考えると，粒子が移動後に電荷を与える可能性のあるメッシュは，中心メッシュに加えて左右両隣とさらにその隣のメッシュ計5メッシュである．そこで，バッファ配列$\rho_0(-2:2)$を用意して粒子が動く前の現在のメッシュをインデックス0とし，$\rho_0(0)$と$\rho_0(1)$または$\rho_0(-1)$の電荷密度を計算をすることになる(図A.1参照)．$\rho_0(1)$ または$\rho_0(-1)$の計算は，粒子の中心位置がインデックス0メッシュの中心より左にあるか右にあるかによる.



図A.1　電荷分布

その後粒子を移動させ，新しい位置情報で別のバッファ配列$\rho_1(-2:2)$を用いて同様に計算する．そうすれば，1タイムステップの電荷密度の時間変化はρ_1とρ_1の差分（式A.3）により求められる．

$$\rho = \rho_1 - \rho_0 \tag{A.3}$$

また，連続の式(A.2)より，

$$\frac{\boldsymbol{J}(k+1/2)-\boldsymbol{J}(k-1/2)}{dx} = -\frac{\rho_1-\rho_0}{dt} \tag{A.4}$$

と求められる．そして，$\boldsymbol{J}(k+1/2)$を求めるために式(A.4)を変形させて，

$$\boldsymbol{J}(k+1/2) = -dx\left(\frac{\rho_1-\rho_0}{dt}\right)+\boldsymbol{J}(k-1/2) \tag{A.5}$$

となり，$\boldsymbol{J}(i+1/2)$を求めるためには$\boldsymbol{J}(i-1/2)$が必要である．そこで，メッシュ$(-2-1/2)$の電流を考えると常に$\boldsymbol{J}(-5/2)=0$となる．なぜならば粒子は$(-2:2)$の範囲でしか移動しないように制限しているためである．つまり$\boldsymbol{J}$は，

$$\boldsymbol{J}(-5/2) = 0 \tag{A.6}$$

$$\boldsymbol{J}(-3/2) = -dx\left(\frac{\rho_1(-2)-\rho_0(-2)}{dt}\right)+\boldsymbol{J}(-5/2)$$

$$= -dx\left(\frac{\rho_1(-2)-\rho_0(-2)}{dt}\right) \tag{A.7}$$

$$\boldsymbol{J}(-1/2) = -dx\left(\frac{\rho_1(-1)-\rho_0(-1)}{dt}\right)+\boldsymbol{J}(-3/2) \tag{A.8}$$

$$\cdots\cdots\cdots \tag{A.9}$$

と求めていくことで一つの粒子が作り出す電流を計算することができ，後はグリッド上の電流へと積算することにより式(A.2)を満足させる電流密度となる．

まとめると，電場補正のためにしようするポワソン方程式を使用せず，連続の式を使用して電流密度を求める．さらに，電流密度を求める際にバッファ配列を使用することでプログラム文を組みやすくなる．そのために全電荷計算が必要なくなり，ローカルで計算をさせることができるためノード間通信等で発生するデッドタイムが軽減される．つまり，領域分割法による並列化実行効率が向上するため，大規模シミュレーションを向上させることができる．

A.3 3次元REMPのアルゴリズム

この節では，Esirkepovが考案した3次元REMPのアルゴリズムについて説明する．まず，式(A.10)~(A.13)の定義を行う．Δ^+は前進差分，Δ^-は後進差分を意味し，

$$\Delta^+ \cdot f_{k,l,m} = \left(\frac{f^1_{k+1,l,m} - f^1_{k,l,m}}{dx}, \frac{f^2_{k,l+1,m} - f^2_{k,l,m}}{dy}, \frac{f^3_{k,l,m+1} - f^3_{k,l,m}}{dz} \right)$$
$$\Delta^- \cdot f_{k,l,m} = \left(\frac{f^1_{k,l,m} - f^1_{k-1,l,m}}{dx}, \frac{f^2_{k,l,m} - f^2_{k,l-1,m}}{dy}, \frac{f^3_{k,l,m} - f^3_{k,l,m-1}}{dz} \right) \quad \text{(A.10)}$$

となる．また，Δ^+とΔ^-の積には以下のような性質を持つ．

$$\Delta^+ \cdot \Delta^- = \Delta^- \cdot \Delta^+ = 0 \quad \text{(A.11-1)}$$

$$\Delta^+ \cdot \Delta^- = \Delta^- \cdot \Delta^+ = 0 \quad \text{(A.11-2)}$$

$$\Delta f_{k,l,m} = \frac{f^1_{k-1,l,m} - 2f^1_{k,l,m} - f^1_{k+1,l,m}}{dx^2} + \frac{f^2_{k-1,l,m} - 2f^2_{k,l,m} - f^2_{k+1,l,m}}{dy^2} + \frac{f^3_{k-1,l,m} - 2f^3_{k,l,m} - f^3_{k+1,l,m}}{dz^2} \quad \text{(A.12)}$$

次に，連続の式(A.2)を式(A.13)のように定義する．ここで使用するnは時間を示す．つまり，電荷密度ρの半ステップ$\Delta t/2$後に電流密度$\boldsymbol{J}$を求めと，

$$\frac{\rho^{n+1} - \rho^n}{dt} + \Delta^+ \cdot \boldsymbol{J}^{n+1/2} = 0 \quad \text{(A.13)}$$

であり，さらに3次元でメッシュ番号k, l, mを考えると，

$$\frac{\rho^{n+1}_{k,l,m} - \rho^n_{k,l,m}}{dt} + \frac{J^1_{k+1/2,l,m} - J^1_{k-1/2,l,m}}{dx} + \frac{J^2_{k,l+1/2,m} - J^2_{k,l-1/2,m}}{dy} + \frac{J^3_{k,l,m+1/2} - J^3_{k,l,m-1/2}}{dz} = 0 \quad \text{(A.14)}$$

となる．そして，電荷密度ρは擬似粒子の形状因子からなるため以下のように定める．

$$\rho_{k,l,m} = \sum_s Q_s S_{k,l,m}(x_s, y_s, z_s) \quad \text{(A.15)}$$

ここでのQ_sは擬似粒子の電荷量とし，sは擬似粒子の種類とする．また，電荷量が定義される格子点を(X_k, Y_l, Z_m)，粒子位置を(x_i, y_i, z_i)と定義し，擬似粒子の番号をiとすると，

$$S_{k,l,m}(x_s, y_s, z_s) = S(X_k - x_i, Y_l - y_i, Z_m - z_i) \quad \text{(A.16)}$$

であり，形状因子は一つの擬似粒子の電荷密度量として定義し，簡略化のためにこのように記述する．そして，擬似粒子の電荷量は変化しないため格子全体の和は，

$$\sum_{k,l,m} S_{k,l,m}(x_s, y_s, z_s) = 1 \quad \text{(A.17)}$$

となる．

次に重み関数$\boldsymbol{W}$について説明する．まず，一つの擬似粒子が動くことにより生成される電流密度を連続の式を使用して，

$$J^1_{k+1,l,m} - J^1_{k,l,m} = -q\frac{dx}{dt}W^1_{k,l,m}$$
$$J^2_{k,l+1,m} - J^2_{k,l,m} = -q\frac{dy}{dt}W^2_{k,l,m} \quad \text{(A.18)}$$
$$J^3_{k,l,m+1} - J^3_{k,l,m} = -q\frac{dz}{dt}W^3_{k,l,m}$$

と定義する．ここで使用している重み関数$\boldsymbol{W}$は，

$$W^1 + W^2 + W^3 = S(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z) - S(x, y, z) \quad \text{(A.19)}$$

と定義する．ここでの$(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ は，擬似粒子が1ステップ$(c\Delta t < dx)$で移動する距離である．また，この移動により8通りの形状因子Sを考えることができる．

$$\begin{aligned} &S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i), && S_{k,l,m}(x_i + \Delta x_i, y_i, z_i) \\ &S_{k,l,m}(x_i, y_i + \Delta y_i, z_i), && S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i + \Delta z_i) \\ &S_{k,l,m}(x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i, z_i), && S_{k,l,m}(x_i + \Delta x_i, y_i, z_i + \Delta z_i) \\ &S_{k,l,m}(x_i, y_i + \Delta y_i, z_i + \Delta z_i), && S_{k,l,m}(x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i, z_i + \Delta z_i) \end{aligned} \quad \text{(A.20)}$$

つまり電流密度は重み関数$\boldsymbol{W}$に対応し，また線形的にこれらの形状因子$S_{k,l,m}$に依存する．

ここで，これらの形状因子$S_{k,l,m}$についての考え方をまとめる．

1. 形状因子と電荷密度の関係

形状因子は擬似粒子の電荷密度と考え，形状因子が大きくなるほど比例して形状因子の移動も大きくなる．

2. 擬似粒子の軌跡

1ステップで移動する擬似粒子の軌跡は直線とする．

さらに，形状因子$S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i)$ の3次元移動は3つの1次元移動(x軸方向, y軸方向, z軸方向)に分解することができる．

$$\begin{aligned} &S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i) - S_{k,l,m}(x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i, z_i + \Delta z_i) \\ &= S_{k,l,m}(x_i + \Delta x_i, y_i, z_i) - S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i) \\ &+ S_{k,l,m}(x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i, z_i) - S_{k,l,m}(x_i + \Delta x_i, y_i, z_i) \\ &+ S_{k,l,m}(x_i + \Delta xi, y_i + \Delta y_i, z_i + \Delta z_i) - S_{k,l,m}(x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i, z_i) \end{aligned} \quad \text{(A.21)}$$

ここで，1次元移動に対応する重み関数$\boldsymbol{W}$の特性を示す．

1. 線形結合性

重み関数($W^1_{k,l,m}$, $W^2_{k,l,m}$, $W^3_{k,l,m}$)は，8通りの形状因子(式(A.20))の線形結合である．

2. 形状因子の差分

重み関数($W^1_{k,l,m}$, $W^2_{k,l,m}$, $W^3_{k,l,m}$)の和は，移動後と移動前の形状因子の差分(式(A.19))に等しい．

3. 擬似粒子の移動が無い場合

擬似粒子の移動$(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$が0ならば，同じ方向の重み関数$W$は0．

$$\begin{aligned} &\Delta x = 0 \Rightarrow W^1 = 0 \\ &\Delta y = 0 \Rightarrow W^2 = 0 \\ &\Delta z = 0 \Rightarrow W^3 = 0 \end{aligned} \quad \text{(A.22)}$$

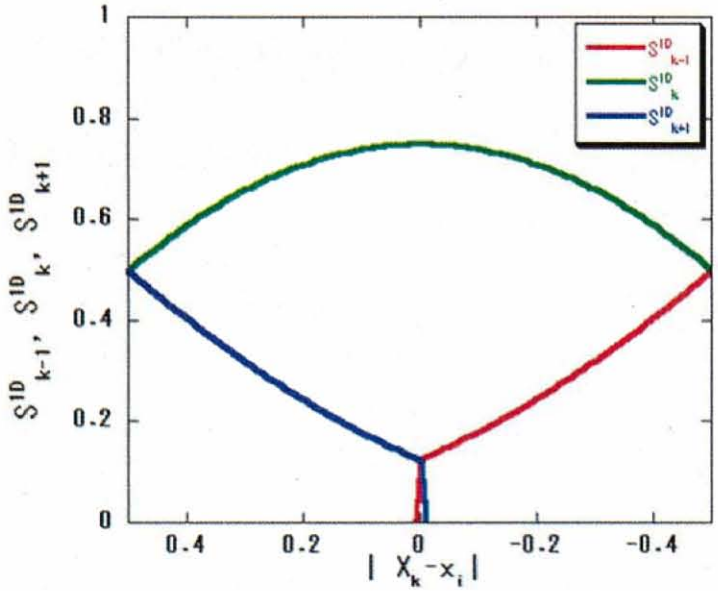
4. 対称性

格子点からの距離$(X_k - x_i, Y_l - y_i, Z_m - z_i)$において，$X_k - x_i = Y_l - y_i$, かつ，移動距離$\Delta x = \Delta y$の場合，重み関数は対称となる$W^1 = W^2$の特性を持つ．同様に，$X_k - x_i = Z_m - z_i$, かつ$\Delta x = \Delta z$の場合は$W^1 = W^3$, $Y_l - y_i = Z_m - z_i$, かつ$\Delta y = \Delta z$ の場合は$W^2 = W^3$となる．

ここで，重み関数Wと形状因子$S_{k,l,m}$の関係を明示する．

$$
\begin{aligned}
W^1 = &\frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i+\Delta y_i, z_i+\Delta z_i) - \frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i, y_i+\Delta y_i, z_i+\Delta z_i) \\
&+\frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i, z_i+\Delta z_i) - \frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i+\Delta z_i) \\
&+\frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i+\Delta y_i, z_i) - \frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i, y_i+\Delta y_i, z_i) \\
&+\frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i, z_i) - \frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i) \\
W^2 = &\frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i+\Delta y_i, z_i+\Delta z_i) - \frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i, z_i+\Delta z_i) \\
&+\frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i, y_i+\Delta y_i, z_i+\Delta z_i) - \frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i+\Delta z_i) \\
&+\frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i+\Delta y_i, z_i) - \frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i, y_i+\Delta y_i, z_i) \\
&+\frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i, y_i+\Delta y_i, z_i) - \frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i) \\
W^3 = &\frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i+\Delta y_i, z_i+\Delta z_i) - \frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i+\Delta y_i, z_i) \\
&+\frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i, y_i+\Delta y_i, z_i+\Delta z_i) - \frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i, y_i+\Delta y_i, z_i) \\
&+\frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i, z_i+\Delta z_i) - \frac{1}{6}S_{k,l,m}(x_i+\Delta x_i, y_i, z_i) \\
&+\frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i+\Delta z_i) - \frac{1}{3}S_{k,l,m}(x_i, y_i, z_i)
\end{aligned}
\tag{A.23}
$$

以上では，連続の式を使用する際の電荷密度の形状因子，及び電流密度の重み関数について定義してきた．ここからは，実際に使用するアルゴリズムについて具体的に記述する．



図A.2 一次元形状因子 S_k^{1D}．X_kは粒子が最も近い格子点であり，$S_{k-1}^{1D}+S_k^{1D}+S_{k+1}^{1D}=1$となっている．

まず，2次のspline補間を行った形状因子を使用して1次元の形状因子を考える．この1

次元の形状因子は，例えばx軸の場合$|X_k - x_i| < 1/2$の格子点X_kを中心とした式(A.24), (A.25)とする.

$$S_k^{1D}(x) = \frac{3}{4} - (X_k - x_i)^2, \qquad |X_k - x_i|^2 < 1/2 \tag{A.24}$$

$$S_{k\pm1}^{1D}(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} \mp (X_k - x_i)\right)^2 \tag{A.25}$$

このS^{1D}はx, y, z軸の3つの形状因子があり，これらの積をS^{3D}と定義する.

$$S_{k,l,m}^{3D}(x,y,z) = S_k^{1D}(x) S_l^{1D}(y) S_m^{1D}(z) \tag{A.26}$$

1. 擬似粒子の移動前の形状因子

ここで，擬似粒子が移動する前の時刻tの形状因子$S0$を定義する．また,(x_0, y_0, z_0)は擬似粒子が移動する前の位置であり,k_0は$|X_k - x_i| < 1/2$の格子点X_kを$k_0 \Rightarrow 0$としており，l_0, m_0においても同様である.

$$\begin{aligned}
&S0(k_0,1) = S_{k0}^{1D}(x_0), \quad k_0 = -2:2 \\
&S0(l_0,2) = S_{l0}^{1D}(y_0), \quad l_0 = -2:2 \\
&S0(m_0,3) = S_{m0}^{1D}(z_0), \quad z_0 = -2:2 \\
&|X_k - x_i| < 1/2 \Rightarrow k_0 = 0 \\
&|Y_l - y_i| < 1/2 \Rightarrow l_0 = 0 \\
&|Z_m - z_i| < 1/2 \Rightarrow m_0 = 0
\end{aligned} \tag{A.27}$$

式(A.26)と同様に3次元の形状因子$S0^{3D}$を定義する.

$$S0^{3D}(k_0, l_0, m_0) = S0(k_0, 1) S0(l_0, 2) S0(m_0, 3) \tag{A.28}$$

つまり，擬似粒子の大きさと擬似粒子の中心位置より，$k_0 = -1:1$に電荷が存在するため，$3\times3\times3 = 27$の配列要素が必要になる.

2. 擬似粒子の移動

ここで，擬似粒子の移動について考える．擬似粒子にかかる力を求める際に，先程電荷密度を求める際に使用した$S0$や$S0^{3D}$を電場$\boldsymbol{E}_i^n$や磁場$\boldsymbol{B}_i^n$の形状因子として使用して粒子を移動させる.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}_i^n(x_i) &= \sum_{k_0,l_0,m_0=-1}^{1} E_x^n(k+k_0, l+\frac{1}{2}+l_0, m+\frac{1}{2}+m_0) S_0^{3D}(k_0,l_0,m_0) \\
\boldsymbol{E}_i^n(y_i) &= \sum_{k_0,l_0,m_0=-1}^{1} E_y^n(k+\frac{1}{2}+k_0, l+l_0, m+\frac{1}{2}+m_0) S_0^{3D}(k_0,l_0,m_0) \\
\boldsymbol{E}_i^n(z_i) &= \sum_{k_0,l_0,m_0=-1}^{1} E_z^n(k+\frac{1}{2}+k_0, l+\frac{1}{2}+l_0, m+m_0) S_0^{3D}(k_0,l_0,m_0)
\end{aligned} \tag{A.29}$$

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{B}_i^n(x_i) &= \sum_{k_0,l_0,m_0=-1}^{1} B_x^n(k+k_0, l+\frac{1}{2}+l_0, m+m_0) S_0^{3D}(k_0,l_0,m_0) \\
\boldsymbol{B}_i^n(y_i) &= \sum_{k_0,l_0,m_0=-1}^{1} B_y^n(k+k_0, l+l_0, m+\frac{1}{2}+m_0) S_0^{3D}(k_0,l_0,m_0) \\
\boldsymbol{B}_i^n(z_i) &= \sum_{k_0,l_0,m_0=-1}^{1} B_z^n(k+k_0, l+l_0, m+\frac{1}{2}+m_0) S_0^{3D}(k_0,l_0,m_0)
\end{aligned} \tag{A.30}$$

また擬似粒子は定義により，メッシュサイズを越えて移動しない.

$$x_1 - x_0 \le dx\ ,\ y_1 - y_0 \le dy\ ,\ z_1 - z_0 \le dz \tag{A.31}$$

ここでの(x_1, y_1, z_1) は擬似粒子移動後の座標である.

3. 擬似粒子移動後の形状因子

擬似粒子を移動させた後$(t+\Delta t)$の形状因子$S1$を求める.

$$\begin{aligned} S1(k_0,1) &= S_{k0}^{1D}(x_1), \quad k_0 = -2:2 \\ S1(l_0,2) &= S_{l0}^{1D}(y_1), \quad l_0 = -2:2 \\ S1(m_0,3) &= S_{m0}^{1D}(z_1), \quad z_0 = -2:2 \end{aligned} \tag{A.32}$$

一般的に形状因子は$S1(-2, p), S1(2, p) \neq 0$ である. しかし, 式(A.31)を満たすことを考えると, 形状因子$S1(k_0, p)$ は$k_0 = -2, 2$ 以外で0でない要素を持たないとする. pは軸方向を示し, $p = 1$はx, $p = 2$はy, $p = 3$はzである.

4. 擬似粒子の移動前と移動後の形状因子の差

ここで, 移動前tと移動後$t+\Delta t$の形状因子の差によってできる補足的な配列を計算する.

$$\begin{aligned} DS(k_0,1) &= S1(k_0,1) - S0(k_0,1), \quad k_0 = -2:2 \\ DS(l_0,1) &= S1(l_0,1) - S0(l_0,1), \quad l_0 = -2:2 \\ DS(m_0,1) &= S1(m_0,1) - S0(m_0,1), \quad z_0 = -2:2 \end{aligned} \tag{A.33}$$

$S1$はこの後では使用しないため, この形状因子DSは$S1$のメモリに上書きする.

5. 形状因子による重み関数の計算

ここで形状因子$DS, S0$より, 重み関数$W(k_0, l_0, m_0, p)$を求める.

$$\begin{aligned} W(k_0,l_0,m_0,1) &= DS(k_0,1)\left(S0(l_0,2)S0(m_0,3) + \frac{1}{2}DS(l_0,2)S0(m_0,3)\right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}S0(l_0,2)DS(m_0,3) + \frac{1}{3}DS(l_0,2)DS(m_0,3)\right) \\ W(k_0,l_0,m_0,2) &= DS(k_0,2)\left(S0(l_0,1)S0(m_0,3) + \frac{1}{2}DS(l_0,1)S0(m_0,3)\right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}S0(l_0,1)DS(m_0,3) + \frac{1}{3}DS(l_0,1)DS(m_0,3)\right) \\ W(k_0,l_0,m_0,3) &= DS(k_0,3)\left(S0(l_0,1)S0(m_0,2) + \frac{1}{2}DS(l_0,1)S0(m_0,2)\right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}S0(l_0,1)DS(m_0,2) + \frac{1}{3}DS(l_0,1)DS(m_0,2)\right) \end{aligned} \tag{A.34}$$

つまり, $5^3 \times 3 = 125 \times 3$の重み関数$\boldsymbol{W}$を使用することになる. しかし, 擬似粒子の移動前の形状因子$S0$が$k_0, l_0, m_0 = -2, 2$のときは必ず$S0 = 0$となること, 粒子の移動距離はメッシュサイズよりも小さいこと, さらに移動方向を考慮することにより, 重み関数$\boldsymbol{W}$は最低$4^2 \times 3 \times 3 = 48 \times 3$の要素数があればよい.

6. 電流密度の算出

先程求めた重み関数$W(k_0, l_0, m_0, p)$と連続の式を使用して,1つの擬似粒子により生成される電荷密度J^1, J^2, J^3を求める. このとき, 擬似粒子から遠くはなれた境界面では擬似粒子により生成される電流はないという境界条件を使用する.

$$
\begin{aligned}
J^1_{k+1,l,m} - J^1_{k,l,m} &= -q\frac{dx}{dt}W^1_{k,l,m} \\
J^2_{k,l+1,m} - J^2_{k,l,m} &= -q\frac{dy}{dt}W^2_{k,l,m} \\
J^3_{k,l,m+1} - J^3_{k,l,m} &= -q\frac{dz}{dt}W^3_{k,l,m}
\end{aligned}
\tag{A.35}
$$

空間スケールに存在する擬似粒子のそれぞれの電荷密度を計算し，その後にそれぞれの格子点の電流密度を計算する.

参考文献

[1] J. W. Eastwood, R. W. Hockney, *Computer Simulation Using Particles*, (McGraw-Hill, 1980).

[2] T. Zh. Esirkepov, Computer Physics Communications, 135, 144 (2001).

謝辞

本研究の遂行に際し，終始一貫して諄諄なる御指導と御理解，御鞭撻を賜りました大阪大学名誉教授西原功修先生に深厚なる感謝の意を表します．

本研究，特にイオン加速に関する研究を行う為に基礎理論及び研究者としての姿勢や考え方を御教え戴きました，大阪大学レーザーエネルギー学研究センター村上匡且准教授に深く感謝至します．

本論文作成にあたり貴重な御指導と御助言を戴きましたレーザーエネルギー学研究センター三間圀興教授センター長，大阪大学大学院工学研究科田中和夫教授に深厚なる謝意を表します．

大学院在学中，御指導，御教示をいただきました，大阪大学大学院工学研究科飯田敏行教授，上田良夫教授，児玉了祐教授に深く謝意を表します．

また，本研究は主に同学レーザーエネルギー学研究センターで行われたものであり，素晴らしい研究環境を提供して戴きました，山中千代衛名誉教授，井澤靖和名誉教授に感謝致します．

本研究を通じて終始かわらぬ御指導，御教示を戴きました大阪大学西村博明教授，畦地宏教授，高部英明教授，長友英夫准教授に感謝します．

本研を推進するにあたり，御指導，御助言をいただきました，非線形プラズマ理論グループの沼波政倫研究員，姜永光研究員，Vasilii Zhakhovskii研究員，高エネルギー密度プラズマ計算物理グループの砂原淳研究員，城崎知至研究員，鄭君研究員，蔡洪波研究員，日本原子力研究開発機構のTimur Esirkepov博士にに深く感謝いたします．

本研究に必要不可欠な計算機環境を素晴らしい形で提供して戴きました計算機室の方々と同学サイバーメディアセンターの方々に感謝致します．特に計算機室の福田優子女史にはベクトルスーパーコンピューターを初歩から丁寧に教えていただき深く感謝致します．

本研究を推進するにあたり活発な議論，惜しみない御協力を戴きました，理論グループの堀越将司氏，周維民氏，勝本政夫氏，蒲田幸平氏，沼田博之氏，藪下英里奈氏，武田大輔氏，平尾俊幸氏，前原宏昭氏，楊井麻里子氏，矢倉照章氏，吉田雄矢氏，段野祐一郎氏，山内康弘氏，高田明氏，上田浩史氏，松本拓也氏に心から感謝します．また，研究室の卒業生として学生生活，研究について御助言を戴いた大久保諭氏に感謝します．

併せて，本研究に関し，多くの御助言，御協力を戴きました大阪大学レーザーエネルギー学研究センターの方々に感謝致します．

併せて，御協力を戴きました，大阪大学大学院工学研究科と電子情報エネルギー工学専攻の方々に感謝至します．

謝辞

大阪大学在学中，日本学生支援機構とナインティナイン・アジア留学生奨学金に経済的な援助を戴きました．ここに感謝至します．

最後に，日本に留学し大学院博士課程進学に対して寛大な理解ならびに精神的，経済的な支援を戴きました家族に心から感謝の意を表します．

業績目録

1. 主要論文

[1] P. Y. Ye and K. Nishihara, "Effects of Relativistic Beam Thermal Velocity Spread to Electromagnetic Instabilities in Fast Ignition", Plasma and Fusion Research **2**, 049 (2007).

[2] P. Y. Ye, Y. Danno, S. Ohkubo and K. Nishihara "High energy electron transport in dense plasma in fast ignition", Journal of Physics: Conference Series **112,** 022090 (2008).

[3] P. Y. Ye, A. Takata, M. Nunami, M. Murakami and K. Nishihara, "Multi-species Ion Acceleration in Expansion of Finite-size Plasma Targets", Plasma and Fusion Research **3**, 035 (2008).

2. その他の論文

[1] P. Y. Ye and K. Nishihara, "Electromagnetic and Electrostatic Instabilities Associated with High Energy Electron Transport in Fast Ignition", Annual Progress Report 2005, Institute of Laser Engineering, Osaka University, 2006.

[2] P. Y. Ye, Y. Danno and K. Nishihara, "Relativistic Effects of Beam Thermal Velocity Spread to Electromagnetic Instabilities in Fast Ignition", Annual Progress Report 2006, Institute of Laser Engineering, Osaka University, 2007.

[3] P. Y. Ye, Y. Danno, S. Ohkubo and K. Nishihara "High energy electron transport in dense plasma in fast ignition scenario", Annual Progress Report 2006, Institute of Laser Engineering, Osaka University, 2008.

[4] Y. Danno, P. Y. Ye, K. Nishihara and S. Ohkubo, "Simulations of High-Energy Electron Transport in High-Density Plasma in Fast Ignition", Annual Progress Report 2006, Institute of Laser Engineering, Osaka University, 2007.

3. 国際会議等発表

[1] P. Y. Ye and K. Nishihara, "Abnormal Resistance Associated with High Energy Electron Transport in Fast Ignition", Asian Summer School on Laser Plasma Acceleration and Radiation, Beijing, China, August 7-11, 2006.

[2] P. Y. Ye, Y. Danno, S. Ohkubo and K. Nishihara "High energy electron transport in dense plasma in fast ignition", The Fifth International Conference on Inertial Fusion Science and Application(IFSA2007), Kobe, Japan, September 9-14, 2007.

4. 国内会議発表

[1] 叶培勇, 西原功修, “高速点火核融合での電子輸送に伴う不安定性”, プラズマ・核融合学会第２２回年会, 02aA20P, 東京, ２００５年１２月２日.

[2] 叶培勇, 西原功修, “高速点火核融合での電子輸送に伴う不安定性”, 日本物理学会２００６年春季大会, 愛媛大学, 30aUC-6, ２００６年３月３０日.

[3] 叶培勇, 段野祐一郎, 西原功修, “高速点火レーザー核融合における高エネルギー電子異常抵抗-相対論的な非等方速度分布による不安定性”, 日本物理学会２００６年秋季大会, 23aQA-1, 千葉大学, ２００６年９月２３日.

[4] 段野祐一郎, 叶培勇, 西原功修, 大久保諭, “高速点火核融合における高エネルギー電子輸送と速度分布-３次元ＰＩＣシミュレーション-” 日本物理学会２００６年秋季大会, 23aQA-2, 千葉大学, ２００６年９月２３日.

[5] 叶培勇, 西原功修, “高速点火レーザー核融合での相対論的ビーム速度の広がりの不安定性成長率への影響”, 日本物理学会２００７年春季大会, 鹿児島大学, 18aQC-1, ２００７年３月１８日.

[6] 高田明, 沼波政倫, 叶培勇, 西原功修, 村上匡且, “異なる価数のイオンで 構成されたプラズマの強磁場中への膨張（ＰＩＣシミュレーション)”, 日本物理学会２００７年秋季大会, 北海道大学, ２００７年９月２１日.