OUKA
The University of Osaka
Institutional Knowledge Archive

Title	On the boundary of the moduli spaces of log Hodge structures : Triviality of the torsor
Author(s)	Hayama, Tatsuki
Citation	大阪大学, 2010, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/23485
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

The University of Osaka

【22】

氏名	巴山竜来（はやまたつき）
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学位記番号	第　23552　号
学位授与年月日	平成22年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 理学研究科数学専攻
学位論文名	On the boundary of the moduli spaces of log Hodge structures : Triviality of the torsor （対数的ホッジ構造のモジュライ空間の境界：トーザーの自明性）
論文審査委員	（主査） 教授　臼井　三平 （副査） 教授　今野　一宏　　教授　小木曽啓示　　准教授　高橋　篤史 准教授　川口　周

論文内容の要旨

この論文では対数的偏極混合ホッジ構造のモジュライ空間の幾何学的な性質、とくにこのモジュライ空間に幾何学的構造を導入するトーザーの性質についての結果を述べている。主要な結果は、純なホッジ構造の場合におけるこのトーザーの自明性、非自明性に関する結果である。さらに参考として、このトーザーの性質を使ったネロンモデルに関する結果を付け加える。

まず、主要結果の研究の背景を述べる。純なホッジ構造のモジュライ空間については、加藤和也・臼井三平による先行結果がある。彼らは対数的偏極ホッジ構造を定義し、そのモジュライ空間を構成した。これは周期領域の離散商の部分コンパクト化として構成される。さらに、このモジュライ空間に幾何学的な構造を導入するある写像について、そのトーザー性を示している。

著者はこのトーザーについて、まず周期領域が対称領域である場合、それが自明であることを示した。この証明には対称領域の古典的な理論、とくに有界対称領域の第三種 Siegel 領域としての実現が重要な役割を果たす。さらに周期領域が対称領域でないような特別な場合について、それが自明でないことを示した。この周期領域は五次鏡映族のある退化に対応している。周期領域が対称領域でない場合、それはコンパクト部分多様体を含むが、この部分多様体の存在が証明で重要な役割を果たす。

次に、参考結果に関する研究の背景を述べる。穴あき円盤上の偏極ホッジ構造の変形で、モノドロミー作用が冪単であるようなものを考える。これに対する中間ヤコビ多様体の族を構成することができるが、この族の円盤上へのある種の拡張がネロンモデルである。Green-Griffiths-Kerr は、切断が admissible normal function であり、ハウスドルフ空間を全空間として持つような族としてネロンモデルを構成した。

一方、中間ヤコビ多様体は、ホッジ構造の、混合ホッジ構造の圏における拡大として記述できることが知られており、その観点から admissible normal function は admissible な混合ホッジ構造の変形に対応している。加藤・中山・臼井は対数的混合ホッジ構造を定義し、そのモジュライ空間を構成した。混合版のモジュライ空間に対しても、純な場合と同様な幾何学的性質が成立

イ空間を構成した。混合版のモジュライ空間に対しても、純な場合と同様な幾何学的性質が成立することを彼らはアナウンスしている。その理論を使い、境界点として退化した混合ホッジ構造（対数的混合ホッジ構造）を付け加えることで、彼らはネロンモデルを構成した。

著者は両者の空間の位相同型写像を構成した。この写像の構成には、加藤・中山・臼井によって得られた純、および混合の場合におけるモジュライ空間のトーザーが重要な役割を果たす。Graded 商写像を取ることによって混合ホッジ構造から純なホッジ構造への写像ができるが、この写像とトーザーの局所自明化、混合ホッジ構造の変形の admissiblity を使うことで、二つのネロンモデルの間の同相写像を構成する。

論文審査の結果の要旨

学位申請論文： On the boundary of the moduli spaces of log Hodge structures: Triviality of the torsor
参考論文： Neron models of Green-Griffiths-Kerr and log Neron models

概要：

学位申請論文では、対数的偏極ホッジ構造のモジュライ空間の構成に出てくるトーザーが一般に非自明であることを例に則して示した。

先行研究。加藤和也・臼井三平は対数的偏極ホッジ構造という概念を導入し、そのモジュライ空間を構成した。これは周期領域の離散商の部分コンパクト化として構成される。さらに、このモジュライ空間に幾何学的な構造を導入するある写像について、そのトーザー性を示している。

本論文ではこのトーザーについて、まず周期領域が対称領域である場合、それが自明であることを示した。この証明には対称領域の古典的な理論、とくに有界対称領域の第三種 Siegel 領域としての実現が重要な役割を果たす。さらに周期領域が対称領域でないような特別な場合について、それが自明でないことを示した。この周期領域は五次鏡映族のある退化に対応している。周期領域が対称領域でない場合、それはコンパクト部分多様体を含むが、この部分多様体の存在が証明で重要な役割を果たす。

参考論文では、円盤上での、Green-Griffiths-Kerr が構成したネロンモデルと加藤・中山能力・臼井が構成した対数的ネロンモデルに対して、その間の同相写像を構成した。この同相写像の構成には、加藤・中山・臼井の純および混合の場合の対数的ホッジ構造のモジュライ空間の構成に出てくるトーザーと、臼井による Graded quotient による混合ホッジ構造から純なホッジ構造への写像の局所自明性、それに柏原正樹、斎藤盛彦による混合ホッジ構造の変形の admissibility を使う。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として十分価値あるものと認める。