Osaka University Knowledge Archive

Title	Geometric Algorithms with Imprecise Input
Author(s)	永井, 孝幸
Citation	大阪大学, 2000, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://doi.org/10.11501/3169488
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

https://ir.library.osaka-u.ac.jp/

Osaka University

氏　　名	永　井　孝　幸（ながい たかゆき）
博士の専攻分野の名称	博　士（工　学）
学　位　記　番　号	第　15525　号
学位授与年月日	平成12年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 基礎工学研究科情報数理系専攻
学　位　論　文　名	Geometric Algorithms with Imprecise Input （入力数値の誤差を考慮した幾何アルゴリズムに関する研究）
論　文　審　査　委　員	（主査） 教　授　都倉　信樹 （副査） 教　授　柏原　敏伸　　教　授　萩原　兼一

論　文　内　容　の　要　旨

計算幾何学とは図形処理のための効率の良い技法を研究する計算機科学の一分野である。コンピュータグラフィックス・CAD・回路設計・ロボティクス・地理情報システムといった場面で現れる種々の幾何的な問題に対し、これまでに多くの効率の良いデータ構造・アルゴリズムが開発されてきている。

理論的な面から幾何アルゴリズムの研究が行われてきた一方で、実際の計算機上で幾何アルゴリズムを実行して得られる計算結果についても大きな関心が払われてきた。科学技術計算には浮動小数点演算が広く用いられているが、幾何計算に必要な演算を行うには精度が不十分であることが知られている。このため、浮動小数点演算を用いて幾何計算をできるだけ精度良く安定に行うための種々の技法が考案されている。しかしながら、近年では幾何計算のための効率の良い無誤差演算算法が開発されてきており、計算機の能力の増大とともに無誤差演算による幾何計算がアルゴリズムの実装の容易さ・計算結果の精度の点から合理的な選択肢になりつつある。

計算誤差が減少するにつれ、最終的な計算結果の精度は入力に含まれる誤差に大きく左右されるようになる。計算誤差は計算コストとひきかえに減らすことができるのに対し、入力誤差は現実世界のデータ（地形データ、実験データ等）につきものであり、幾何アルゴリズムの応用場面では入力データに誤差が混入することは避けられない。従って、最終的な計算結果の精度を保証するためには、単に演算精度を上げるだけでは不十分であり、入力誤差が出力に及ぼす影響を明らかにすることがより重要になってくると考えられる。

本研究では、出力の計量的な面（面積・距離・周囲長等）の精度保証を行うことを目標に、入力数値が全て精度保証されているという仮定のもとで幾何計算について考察を行った。出力の精度保証を行うという観点から既存の手法を見直した結果、既存の幾何問題の定式化では入力誤差の影響が過大に出力に反映されることがあり、出力の精度保証に不向きであることが分かった。そこで、精度保証に適した形に幾何問題を定式化し直し、新たな定式化のもとで効率の良い算法の開発を行った。計算幾何の代表的な問題である凸包・点集合の直径・ボロノイ図の三つの問題に対し精度保証された出力を求めるための算法を考案し、以下の結果を得た。

平面上の点集合に対する凸包問題とは、「与えられた点を全て含む最小の凸多角形を求めよ」という問題である。誤差を考慮した上で出力となり得る凸包全体を考え、これらの凸包の積集合（内部凸包）・和集合（外部凸包）を構成する問題として定式化を行った。内部凸包・外部凸包の性質を用いることにより、平面上の n 点に対して $O(n\log n)$ 時間で内部凸包・外部凸包を構成できることを示した。また、空でない初期内部凸包が与えられれば、最

適時 $O(n\log n)$ 時間・最悪時 $O(n^2)$ 時間で内部凸包を逐次添加構成できることを示した。

点集合の直径は、その集合内の二点間の距離の最大値として定義される。点集合の直径を求める問題を、誤差を考慮した上であり得る直径の最小値・最大値を求める問題として定式化し、平面上の n 点に対して直径の最小値を $O(n\log n)$ 時間で求められること、直径の最大値を平均 $O(n\log n \log^* n)$ 時間で求められることを示した。

ボロノイ図とは、平面上に与えられた点（母点）の集合に対し、平面を母点の勢力圏に分割して得られる図形であり、平面上の各点はその点から最も近い母点の勢力圏に含まれるようになっている。ボロノイ図の計算では、各母点に対し、誤差を考慮した上でその母点のボロノイ領域となり得る領域（弱ボロノイ領域）・常にその母点のボロノイ領域となる領域（強ボロノイ領域）を求める問題として定式化を行った。考案した算法では平面上の n 個の母点に対し、全ての母点に対する弱ボロノイ領域を最適時 $O(n^2\alpha(n))$ 時間・最悪時 $O(n^2\log n \log^* n)$ 時間、全ての母点に対するボロノイ領域を最適時 $O(n\log n \log^* n)$ 時間・最悪時 $O(n^2\log n \log^* n)$ 時間で求めることができる（$\alpha(n)$ は Ackermann 関数の逆関数）。また、全ての入力点の誤差が同じ場合については、全ての弱ボロノイ領域を最適時 $O(n\log n)$ 時間・最悪時 $O(n^2\log n \log^* n)$ 時間で構成する算法が作れることを示した。計算時間は入力点の配置に依存し、点が疎らに配置されている場合が最適時、密に配置されている場合が最悪時となる。

本研究では、精度保証された入力のもとで幾何計算について考察し、出力の計量的な性質の精度保証に適した形に問題の定式化を行い、精度保証された出力を効率良く求めるための算法を示した。

論文審査の結果の要旨

本論文は精度保証の観点から既存の幾何学問題の解法を見直し、問題の新たな定式化と解法についての研究をまとめたもので、次の結果を得ている。

(1) 精度保証された平面上の n 点に対し、凸包問題を「誤差を考慮した上で出力となり得る凸包全体を考え、これらの凸包の積集合（内部凸包）・和集合（外部凸包）を構成する問題」として定式化を行っている。内部凸包・外部凸包の図形的性質を用いることにより、$O(n\log n)$ 時間で内部凸包・外部凸包を求めるアルゴリズムを示している。

(2) 点集合の直径を求める問題を「誤差を考慮した上であり得る直径の最小値・最大値を求める問題」として定式化し、直径の最小値を $O(n\log n)$ 時間で求めるアルゴリズム、直径の最大値を平均 $O(N\log N \log^* N)$ 時間で求めるアルゴリズムを示している。

(3) ボロノイ図構成問題を「各母点に対し、誤差を考慮した上でその母点のボロノイ領域となり得る領域（弱ボロノイ領域）・常にその母点のボロノイ領域となる領域（強ボロノイ領域）を求める問題」として定式化し、全ての母点に対する弱ボロノイ領域を最適時 $O(n^2\alpha(n))$ 時間・最悪時 $O(n^2\log n \log^* n)$ 時間、全ての母点に対する強ボロノイ領域を最適時 $O(n\log n \log^* n)$ 時間・最悪時 $O(n^2\log n \log^* n)$ 時間で求めるアルゴリズムを示している（$\alpha(n)$ は Ackermann 関数の逆関数）。また、全ての入力点の誤差が同じ場合については、全ての弱ボロノイ領域を最適時 $O(n\log n)$ 時間・最悪時 $O(n^2\log n \log^* n)$ 時間で求めるアルゴリズムを示している。

以上のように、本論文は精度保証の観点から既存の幾何問題に対して新たな定式化を提案し、提案した定式化のもとで妥当な計算コストで精度保証された出力を求められることを示している。その成果は計算幾何学の現実場面への応用に貢献するものであり、博士（工学）の学位論文として価値あるものと認める。