



Title	組み合わせ衝撃荷重下における金属材料の高速非弾性変形に関する研究
Author(s)	谷本, 昇
Citation	大阪大学, 1977, 博士論文
Version Type	VoR
URL	https://hdl.handle.net/11094/236
rights	
Note	

The University of Osaka Institutional Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

The University of Osaka

組み合わせ衝撃荷重下における金属
材料の高速非弾性変形に関する研究

昭和52年5月

谷 本 昇

目 次

主要記号表

第 1 章 序 論

1

第 2 章 静的引張り前負荷を受けた薄肉アルミニウム円管のねじり衝撃

2・1	緒言	11
2・2	ねじり速度に依存しない伝播理論	12
2・2・1	基礎式	12
2・2・2	特性曲線に沿った増分関係	14
2・2・3	単純波解	15
2・2・4	数値積分	20
2・3	実験	23
2・3・1	ねじり衝撃負荷の方法	23
2・3・2	試験機	26
2・3・3	試験機の性能	30
2・3・4	実験手法	34
2・3・5	実験結果と理論の比較考察	37
2・4	結言	58

第 3 章 ねじりと引張り組み合わせ同衝撃を受けるアルミニウムの挙動

3・1	緒言	61
3・2	実験	63
3・2・1	試験機	63
3・2・2	実験手法	66
3・2・3	実験結果と考察	73

3 · 3	2 軸 応 力 を 受 け る 薄 肉 円 管 の 弾 粘 塑 性 波 の 伝 ば の 解 析	82
3 · 3 · 1	構 成 方 程 式	82
3 · 3 · 2	基 礎 式	86
3 · 3 · 3	特 性 曲 線 に 沿 っ た 増 分 関 係	87
3 · 3 · 4	数 値 計 算 例 お よ び 考 察	88
3 · 4	結 言	95
第 4 章	結 論	98
	謝 辞	102

主要記号表

- t : 時間
 x : 薄肉円管の軸方向のラグランジェ座標
 \bar{r} : 薄肉円管の平均半径
 σ : 軸応力
 τ : せん断応力
 u : 軸方向粒子速度
 v : 周方向粒子速度
 ε : 軸ひずみ
 γ : せん断ひずみ
 ε^e : 軸ひずみの弾性成分
 ε^p : 軸ひずみの塑性成分
 γ^e : せん断ひずみの弾性成分
 γ^p : せん断ひずみの塑性成分
 ρ : 密度
 E : 縦弾性係数
 μ : 横弾性係数
 K : 体積弾性係数
 f : 降伏函数
 λ : 正のスカラー函数
 k : 純粋せん断の静的降伏応力, 材料定数
 θ : ミーゼスの降伏条件のとき $\theta = \sqrt{3}$,
 トレスカの降伏条件のとき $\theta = 2$
 c : 特性速度
 c_0 : 縦弾性波速度 ($= (E/\rho)^{1/2}$)
 c_2 : 横弾性波速度 ($= (\mu/\rho)^{1/2}$)
 c_f : 早い塑性波の伝ば速度
 c_s : 遅い塑性波の伝ば速度
 F : 軸力

- T : トルク
 σ_p : 静的引張り前応力
 τ_p : 静的せん断前応力
 σ_c : 衝撃軸応力
 τ_c : 衝撃せん断応力
 $\Delta\varepsilon$: 軸ひずみ増分
 $\Delta\gamma$: せん断ひずみ増分
 $\hat{\sigma}$: 相当応力・相当塑性ひずみ曲線の傾きが横弾性係数 μ に等しいときの軸応力
 ε_r : 静的引張り降伏ひずみ
 σ_r : 静的引張り降伏応力
 ν : ポアソン比
 $d\varepsilon_{11}^p$: 塑性ひずみテンソル増分の軸方向成分
 $d\varepsilon_{12}^p$: 塑性ひずみテンソル増分のせん断成分
 σ'_{11} : 偏差応力テンソルの軸方向成分
 σ'_{12} : 偏差応力テンソルのせん断成分
 $\dot{\varepsilon}_{11}^p$: 塑性ひずみ速度テンソルの軸方向成分
 $\dot{\varepsilon}_{12}^p$: 塑性ひずみ速度テンソルのせん断成分
 $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$: 塑性ひずみ速度テンソル
 k', k : 材料定数
 $\bar{\sigma}_s$: 静的試験における相当応力 $(= (\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2})$
 $\bar{\sigma}$: 高速変形中の相当応力 $(= (\frac{3}{2} \dot{\sigma}'_{ij} \dot{\sigma}'_{ij})^{1/2})$
 σ_{ij} : 応力テンソル
 ε_{ij} : ひずみテンソル
 $\Phi, F, \Psi, \varphi, I_{ss}^{(2)}$: 函数
 $I_s^{(2)}$: 偏差応力テンソルの第2不変量
 $I_{\varepsilon^p}^{(2)}$: 塑性ひずみテンソルの第2不変量
 $\dot{\varepsilon}_{ij}$: 偏差ひずみ速度テンソル
 $I_{\dot{\varepsilon}^p}^{(2)}$: 塑性ひずみ速度テンソルの第2不変量

第1章 序 論

固体材料が、衝撃的に外力を受け、材料の変形が弾性限度を越えて、永久ひずみが生じるとき、そのような変形状態を現わす材料の性質を衝撃塑性という。

衝撃塑性の研究は、材料や構造物の衝撃塑性変形挙動、あるいは衝撃強度、衝撃による組織の変化そして弾塑性波伝播機構を知るために重要である。近年、宇宙航空分野での衝撃問題、金属やプラスチックの高速塑性加工の発展に伴って、それらの問題解決のためにも衝撃塑性の研究は重要な問題となってきた。

固体の研究は、注目する尺度によって異なる立場で進められてきているように思われる。それは、次のようなものである。1つは、材料を等質な連続体とみる巨視的な立場、第2は、材料は連続であるが、不等質であり異った性質をもつ有限寸法の要素から形づくられているとしてとりあつかう金属組織学的な立場、最後は、材料は不連続であり、原子ないし分子尺度の不連続粒子からなるものとしてとりあつかう物性論的な立場である。筆者は第1の立場で研究を進めてきた。

物質の力学的性質は、その内力と変形を関連づける式によって表現されるが、このような式を構成(方程式)式と呼んでいる。特に特定の形状の固体における力と運動の関係を知りたいことがある。このような問題は境界値問題と呼ばれる。衝撃塑性の問題は、材料の体積要素の衝撃特性を知ることと任意形

状の物体の衝撃変形挙動を知ること、すなわち構成方程式と弾塑性波伝ばとに分けて考えることができる。

ここで、先づ衝撃塑性研究の歴史的経過について、主として応力状態の相違による研究経過の概観を試みよう。衝撃塑性の研究における1軸問題は数学的とりあつかいが簡単であり、実験が比較的容易であるところから、多くの場合1軸問題が研究された。また、衝撃塑性は、弾塑性波伝ばを伴う力学的問題と、衝撃負荷時の強度や組織の変化などの材料学的問題とが同時にからみ合った複雑な挙動となるため、このような複雑な現象をより単純な形でとらえる必要から、1軸応力下の変形を取り扱う方が便利であった。その中でも特に、棒の引張りと圧縮が大部分であった。その後、棒の縦衝撃問題の研究と平行して、少数ではあるが薄肉円管のねじり衝撃問題の研究が行われた。薄肉円管のねじり衝撃問題が、縦衝撃問題と比較して、応力が偏差応力だけであるという利点、および縦衝撃でしばしば問題となる横方向慣性の影響がねじり衝撃では生じないという利点をもちながら、縦衝撃ほどに多く取り扱われなかったのは、実験的研究において、ねじり衝撃の負荷方法が、縦衝撃のそれと比較して困難であったためである。しかし固体の衝撃塑性の問題の解明には、構成式についてみると、一般的には多軸応力状態での構成式の解明が必要であり、弾塑性波伝ば問題については、多軸応力波の伝ば問題を解明する必要がある。そこで、それへの第1段階として、2軸応力状態の構成式の解明、そして2軸応力弾塑性波伝ば問題の解明が必要となってきている。

衝撃塑性の研究は、ほぼ100年から始められているように思われる。⁽¹⁾ Hopkinson, B.⁽¹⁾は鉄の衝撃降伏応力が静的降伏応力の2倍であることを観測した。以後、これらに類する実験的研究⁽²⁾が行われた。そして、材料の応力・ひずみ関係に及ぼす、ひずみ速度の影響が実証された。

弾塑性波伝ば問題は、Donnell⁽³⁾によって初めて理論的取り扱いがなされた。彼の研究は、ひずみ速度に依存しない2直線型の構成関係にもとづいて行った。その後、Kármán⁽⁴⁾、Taylor⁽⁵⁾などがこの研究を発展させた。彼らは共に、応力軸に凸の応力・ひずみ関係を用いて、半無限長棒について理論解析を行った(Rate-Indep. Theory)。ひずみ速度に依存する構成関係を用いた弾塑性波伝ば理論は、Malvern⁽⁶⁾らによって取り扱われた。この構成関係は、過応力の概念を導入したものであった(Rate-Dep. Theory)。以後、両構成関係の有効性をめぐって多くの研究⁽²⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾がなされた。そして、多くの研究結果は、ひずみ速度依存性を支持した。しかし、履歴の影響、⁽⁹⁾応力降下の存在⁽¹⁰⁾などはこの理論で説明できないことも明らかにされた。

一方、ねじり衝撃による研究は、縦衝撃による研究と比べて少数ではあるが、幾つかの実験的研究が行われた。BakerとYew⁽¹¹⁾は、ねじり塑性波の伝ばにおけるひずみ速度の影響を調べた。ねじり衝撃の負荷方法は、弾性除荷波を利用したものであり、純銅について行った結果、縦衝撃負荷によるものよりひずみ速度の影響が小さいことを報告した。ConveryとPugh⁽¹²⁾は、静的ねじり前負荷を塑性域まで受けた薄肉円管に、さらにねじり衝撃負荷を

与え、増分波の伝ば速度の測定を行った。このねじり衝撃の負荷方法は、円筒試験片と同心円筒のもろい材料とが静的負荷を与えられ、もろい材料の破断⁽¹³⁾によるものであった。CampbellとDowling⁽¹³⁾は、Bakerらと同じ方法でねじり増分実験を行い、増分波の伝ば速度を測定した。アルミニウムと軟鋼では、せん断応力増分波頭の伝ば速度は、弾性波のそれであること、銅のそれは、数%低い値であることを示した。Duffy⁽¹⁴⁾は、1100-0アルミニウムについて、ねじり衝撃実験を行い、ひずみ速度依存性を観測した。このねじり衝撃の負荷方法は、爆発によるねじりせん断波をさらに、パルススモーカーを通すことによつて、角の鋭いパルスのねじりせん断波を得るものであった。

組み合わせ応力下の衝撃変形に関する衝撃塑性の研究は、比較的新しくほぼ20年前からと思われる。それらの多くのもは理論的研究が主であった。Craggs⁽¹⁵⁾は、弾塑性材の応力の微小不連続の伝ばを研究し、膨張ひずみとせん断ひずみの両方を含む2つの型の平面波(早い塑性波と遅い塑性波)が存在することを初めて示した。それは伝ば速度について、不等式 $\lambda_1 \geq C_0 \geq \lambda_2 \geq C_2$ を満足することを証明した。 C_0 、 C_2 はそれぞれ縦弾性波、横弾性波伝ば速度であり、 λ_1 と λ_2 はそれぞれ早い塑性波、遅い塑性波伝ば速度である。Rakhatulin⁽¹⁶⁾は、組み合わせ応力の波が強不連続の波^{*}であるとき、それは普通の弾塑性波の伝ば速度より小さい速度をもつてゐることを報告した。Cristescu⁽¹⁷⁾は、ねじりと軸力の組み合わせ動的応力は材料によっては、せん断応力と軸応力を含んだ波によつてのみ塑性材に伝わ

* それを横切つて応力と粒子速度に不連続が生じる波

ることを示した。また、ステップ負荷の場合、異な
 った応力波（弾性波、強不連続波）のため、初期領
 域、弾性領域および2つの塑性領域なる4つの領域
 が存在することを述べている。Clifton⁽¹⁸⁾は、薄肉円
 管モデルを考えて、ねじりと軸力の組み合わせ弾塑
 性波の伝ばの理論解析を行った。彼は特性曲線法に
 よる単純波解を得た。Fukuo⁽¹⁹⁾は、運動方程式と構
 成方程式に不連続量の適合条件を適用すること
 によって、静的組み合わせ引張りとねじりの負荷を
 受けた薄肉円管での平面波の微小かく乱の伝ばにつ
 いて考察した。BleichとNelson⁽²⁰⁾、TingとNan⁽²¹⁾は
 圧縮とせん断の組み合わせ弾塑性波の伝ばについて
 調べている。またClifton⁽²²⁾はひずみ速度に依存し
 ない構成関係を用いて、単純波に追いつく除荷波の
 例を示した。Ting⁽²³⁾は、円管の一端から出発する、
 組み合わせ引張りとねじりの応力波伝ばの、弾塑性
 境界の初期の傾きの解析解を得て、弾塑性境界の前
 後での、応力の時間導関数の全ての可能な組み合わ
 せを研究し、GoeiとMalvern⁽²⁴⁾は、移動硬化と等
 方硬化の組み合わせ硬化を仮定して、引張りとねじ
 りの組み合わせ単純波について研究した。弾塑性波
 の干渉について、村上⁽²⁵⁾は、ひずみ速度に依存しな
 い構成関係を仮定して、薄肉円管の縦・ねじり組み
 合わせ弾塑性波の干渉に関する解析方法を研究した。
 それは、組み合わせ応力波においても、干渉の前
 後は単純波と見なせることと単純波領域で特性曲線
 に沿う微分関係式が簡単なことに着目し、応力面、
 応力・粒子速度面を用いた図式解法であった。

これまでの組み合わせ応力の理論的研究は、ひず
 み速度に依存しない構成関係を用いた伝ば問題に関

する研究であった。それは、組み合わせ応力における波の伝ばの様相に重点をおくとき、ひずみ速度に依存しない構成関係を用いることは興味深い結果が導かれる可能性が大きいためであると考えられる。

ひずみ速度に依存した構成関係を用いた組み合わせ伝ば問題に関する理論的研究はまだ少ない。Fu-
kuoka⁽²⁶⁾は、剛塑性材を仮定して、戸田⁽²⁷⁾は Perzyna
型の構成関係⁽²⁸⁾を用いて、ねじりと引張りの組み合わせ伝ば問題を解析している。

一方、実験的研究は、衝撃の負荷方法が困難なために、非常に数少ない。2軸組み合わせ応力下の衝撃問題を考える場合、前負荷の有無にかかわらず、衝撃負荷荷重が含む応力状態が1つの場合と衝撃負荷荷重が含む応力状態が2つの場合が考えられる。前者に関するものでは、Lipkin と Clifton⁽²⁹⁾、福岡と益居⁽³⁰⁾のものがあり、後者に関するものでは、Ger-
ard と Parpino⁽³¹⁾、Lindholm と Yeakley⁽³²⁾のものがあ
る。

Lipkin と Clifton は、静的ねじり前ひずみを塑性域まで受けたアルミニウム円管に縦衝撃負荷を与える実験を行い、ねじりせん断ひずみの一時的な減少を実験的に証明した。福岡と益居も、上述のせん断ひずみの一時的な減少を実験的に確認し、さらにねじりと引張りの静的組み合わせ負荷を受けたアルミニウム円管に引張り衝撃負荷あるいはねじり衝撃負荷の増分実験を行い、引張り衝撃負荷の場合にせん断ひずみの一時的な減少を実験的に確認した。

Gerard と Parpino は、衝撃波管を利用して、円形の薄膜の2軸等引張りの実験を行った。Lind-
holm と Yeakley は、圧縮ガスをを用いて、軟鋼につ

いて、薄肉円管の引張りとねじりの衝撃負荷実験を行い、この場合もひずみ速度依存性が認められること、上降伏点は Mises の降伏条件で整理できること、上降伏点に達する時間は milli-second の大きさであることなどを報告した。しかし、試験片の長さが 50 mm という長いものであったため、各応力波の伝ば速度が異なることを考慮すれば、試験片に 2 軸応力が同時に負荷されたかどうか疑問であり、実験結果に大きな誤差を含んでいるように思われる。

本論文の研究目的は、現在の組み合わせ弾塑性波の伝ば理論を実験的に検討すること、ねじりと引張り組み合わせ同時衝撃を受けたアルミニウムの動的挙動を実験的に調べること、その実験をもとに、ひずみ速度依存性構成方程式を考察すること、そしてその構成方程式を用いて、ねじりと引張り組み合わせ衝撃を受けた薄肉円管の弾粘塑性波の伝ばを解析することである。そのため、次のような研究を行い、その成果を本論文にまとめた。

- (1) 静的引張り前負荷を受けた薄肉アルミニウム円管のねじり衝撃（試験機の試作、理論と実験の比較・検討）。
- (2) ねじりと引張り組み合わせ同時衝撃を受けるアルミニウムの挙動（2軸試験機の試作、実験、構成方程式の考察、2軸の弾粘塑性応力波の伝ば解析）。

第2章では、組み合わせ衝撃試験機を試作し、アルミニウム円管に対して弾塑性波伝ば実験を行い、Cliftonにより単純波解で理論的に予測されていた軸方向ひずみの一時的な減少を実験的に証明した。また実験と理論との定量的な比較検討も行った。

試作した試験機は、静的引張り前負荷を塑性域まで与え、さらにねじり衝撃が加えられるようにしたものである。ねじり衝撃負荷の方法は、静的に貯えられたねじり弾性ひずみエネルギーの急速な解放によって行った。そして、ねじりせん断波は、ほぼ軸対称であることを確認した。理論において、用いた構成関係はひずみ速度に依存しないもの、すなわち、Prandtl-Reussの流氷法則とMisesの降伏条件である。数値解は、特性曲線法により、特性曲線上下の増分関係を求め、それを数値積分して求めた。理論値と実験値とを比較検討した結果、衝撃の初期段階では、ひずみ速度に依存しない理論を用いた解とよく一致したが、その後の変形では、定量的な面で不十分であることを明らかにした。

第3章では、ねじりと引張りの同時衝撃試験機を試作し、これを用いてアルミニウムの動的挙動を実験的に調べた。ねじりと引張りの同時衝撃の負荷方法は、ねじり衝撃の負荷方法からヒントを得たもので、丸棒に静的に引張りとねじりの弾性ひずみエネルギーを貯え、それを急速に解放して行うものである。実験の結果、アルミニウムはねじりと引張りの同時衝撃負荷を受けた場合にも、ひずみ速度依存性を有することがわかった。また、過応力を考慮した構成関係の実験式を得た。さらに、この実験結果をもとに、塑性ひずみ、(塑性)ひずみ速度依存性の一般的な構成方程式を考察した。これは、Malvernの用いた過応力の概念の一般化である。次に、この構成関係を用いて、ねじりと引張り組み合わせ衝撃を受けた薄肉円管の弾粘塑性波の伝播の解析を行った。数値解例として、静的引張り前負荷を塑性域まで

受けた薄肉円管にねじり衝撃を負荷した場合を示し、実験と比較検討した。

第1章の参考文献

- (1) Hopkinson, B., Proc. Roy. Soc. A 74 (1905), 498.
- (2) Cristescu, N., Dynamic Plasticity (North Holland Publ. Corp., Amsterdam).
- (3) Donnell, L.H., Trans. ASME., 52 (1930), 153.
- (4) Kármán, Th. and Duwez, P., J. Appl. Phys., 21 (1950), 153.
- (5) Taylor, G. I., J. Inst. Civil Engrs., 2 (1946), 486.
- (6) Malvern, L.E., J. Appl. Mech., 18 (1951), 203.
- (7) 永田・吉田・関野, 日本金属学会誌, 33-2 (1969), 271.
- (8) 西山・谷村, 日本機械学会論文集, 36-288 (昭45-8), 1247.
- (9) 作井・ほか3名, 日本金属学会誌, 30-5 (1966), 493.
- (10) 岸田・千田, 日本機械学会論文集, 37-297 (昭46-5), 875.
- (11) Baker, W.E. and Yew, C.H., J. Appl. Mech., 33 (1966), 917.
- (12) Convery, E. and Pugh, H.L., J. Mech. Engng. Sci., 10 (1968), 153.
- (13) Campbell, J.D. and Dowling, A.R., J. Mech. Phys. Solids, 18 (1970), 43.
- (14) Duffy, J., Campbell, J.D. and Hawley, R.H., J. Appl. Mech., 38 (1971), 83.
- (15) Craggs, J.W., J. Mech. Phys. Solids, 5 (1957), 115.

- (16) Rakhmatulin, Kh. A., *App1. Math. Mech.*, (PMM), 22 (1958), 1079.
- (17) Cristescue, N., *App1. Math. Mech.*, (PMM), 23 (1959), 1605.
- (18) Clifton, R. J., *Proc. 5th U.S. Nat. Congr. Appl. Mech.*, ASME (1966), 465.
- (19) Fukuoaka, H., *Proc. 16th Japan Nat. Congr. Appl. Mech.*, (1966), 109.
- (20) Bleich, H. H. and Nelson, I., *J. App1. Mech.*, 33 (1966), 149.
- (21) Ting, T. C. T. and Nan, N., *J. App1. Mech.*, 36 (1969), 189.
- (22) Clifton, R. J., *J. App1. Mech.*, 35 (1968), 783.
- (23) Ting, T. C. T., *J. App1. Mech.*, 36 (1969), 203.
- (24) Goe1, R. P. and Malvern, L. E., *J. App1. Mech.*, 37 (1970), 1101.
- (25) 村上-ほか2名, 日本機械学会論文集, 39-324 (昭48-8), 2365.
- (26) Fukuoaka, H. and Toda, H., *16th Japan Congr. on Materials Research*, (1973), 185.
- (27) 戸田-福岡, 日本機械学会講演論文集, 740-12 (昭49-11), 119.
- (28) Perzyna, P., *Quart. App1. Math.*, 20 (1963), 321.
- (29) Lipkin, J. and Clifton, R. J., *Trans, ASME., Ser. E*, 37-4 (1970), 1107, 1113.
- (30) 福岡-益居, 日本機械学会論文集, 40-334 (昭49-6), 1544.
- (31) Gerard, G. and Parpino, R., *Trans. Amer. Soc. Metals*, 49 (1957), 132.
- (32) Lindholm, U. S. and Yeakley, L. M., *Exper. Mech.*, I-I (1967), 1.

第2章 静的引張り前負荷を受けた薄肉 アルミニウム円管のねじり衝撃

2.1 緒言

多軸応力下の衝撃塑性の研究において、理論解析や実験手法が最も簡単なのは、薄肉円管での、引張りとなじり組み合わせ負荷時の動的挙動の研究である。Clifton⁽¹⁾は、薄肉円管を伝ばする組み合わせ引張り・ねじり弾塑性波の1次元伝ば問題を理論的に研究した。用いた理論は、ひずみ速度に依存しないもので、流れ法則は Prandtl-Reuss のそれであり、硬化法則として等方加工硬化を仮定し、降伏条件として Mises (あるいは Tresca) のそれを仮定して理論解析を行い、興味ある結果を導いた。一方、実験的には、Lipkin と Clifton⁽²⁾、福岡と益居⁽³⁾は、静的なねじり前負荷を、塑性域まで与えたアルミニウム円管に縦衝撃を与えた場合のひずみ・時間関係を測定し、理論解で予測されていた、せん断ひずみの一時的な減少を定性的に証明した。しかし、静的引張り前負荷を、塑性域まで負荷したうえに、ねじり衝撃負荷を行なった場合、軸ひずみが一時減少するという理論的な予測については、まだ実験的には証明されていなかった。

そこで筆者は、静的引張りとなじり衝撃負荷が可能な試験機を試作し、これを用いてアルミニウム円管に静的引張り前負荷を塑性域まで与え、さらにねじり衝撃負荷を与えた場合の変形の伝ば現象を観測し、Clifton によつて導出された単純波解の一つである、軸ひずみの一時的な減少を実験的に確認した。さらに、この実験の時、試験片端面に作用した衝

撃負荷の時間変化を実測し、この値を境界条件として、弾塑性波伝播の理論計算を行い、それと測定結果との定量的な比較検討も行った。

2. 2 ひずみ速度に依存しない伝播理論

2.2.1 基礎式⁽¹⁾

図 2.1 に示すように平均半径 r の長い円管を考える。半径方向の変化を無視し、軸対称性を仮定する。そうすると、独立変数は時間 t と円管の軸線方向の距離 x となる。変形は微小変形と仮定すると軸応力 σ とせん断応力 τ の応力成分だけを考えればよい。軸方向粒子速度、周方向粒子速度をそれぞれ u 、 v とすると、運動方程式は次式となる。

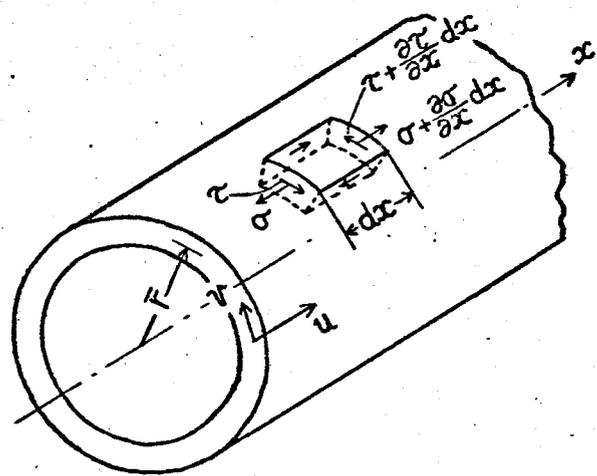


図 2.1 わじりと引張りを受ける薄肉円管

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \rho u_t \\ \tau_x &= \rho v_t \end{aligned} \right\} (2.1)$$

ここで、 ρ は材料の密度であり、右下の添字はそれによる偏微分を表わす。軸ひずみを ε 、せん断ひずみを γ とし、それぞれ第 2 階の導関数が存在すると仮定すると、連続の式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_t &= u_x \\ \gamma_t &= v_x \end{aligned} \right\} (2.2)$$

ひずみは弾性成分と塑性成分の和で表わせると仮定

すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_t &= \varepsilon_t^e + \varepsilon_t^p \\ \gamma_t &= \gamma_t^e + \gamma_t^p \end{aligned} \right\} (2.3)$$

ここで、右肩の添字 e、p はそれぞれ弾性、塑性成分を表わす。ひずみの弾性成分は Hooke の法則から

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_t^e &= \sigma_t / E \\ \gamma_t^e &= \tau_t / \mu \end{aligned} \right\} (2.4)$$

を得る。ここで、E、 μ はそれぞれ縦弾性係数、横弾性係数である。ひずみの塑性成分は、ひずみ速度に依存しない等方弾塑性硬化材を考えると

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_t^p &= \lambda f_\sigma \\ \gamma_t^p &= \lambda f_\tau \end{aligned} \right\} (2.5)$$

となる。ここで、 λ は正のスカラー函数で、 $\lambda = (k_t / 2k^2) (dw^p / dk)$ である。 w^p は塑性仕事、 k は純粋せん断の静的降伏応力である。 f は降伏函数で、 $f = (\sigma, \tau) = (\sigma / \theta)^2 + \tau^2 = k^2$ であり、 $\theta = \sqrt{3}$ のときミーゼスの降伏条件となる。

式 (2.3)、(2.4) および式 (2.5) から

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_t &= \sigma_t / E + \lambda f_\sigma \\ \gamma_t &= \tau_t / \mu + \lambda f_\tau \end{aligned} \right\} (2.6)$$

となる。式 (2.1)、(2.2) および式 (2.6) を整理すると、基礎式系は

$$\left. \begin{aligned} \rho u_t - \sigma_x &= 0 \\ \rho v_t - \tau_x &= 0 \\ \{1 / E + H (\sigma / \theta)^2\} \sigma_t + H \sigma \tau \tau_t - u_x &= 0 \\ H \sigma \tau \tau_t + (1 / \mu + H \theta^2 \tau^2) \tau_t - v_x &= 0 \end{aligned} \right\} (2.7)$$

となる。ここで、 $H(k) = 2\lambda / (\theta^2 k k_t)$ である。

式系 (2.7) は u 、 σ 、 v および τ を未知数とする準線形双曲連立一次方程式である。

2.2.2 特性曲線に沿った増分関係 ⁽¹⁾⁽⁴⁾

式系(2.7)をあらためて行列表示すると

$$L(W) = A W_t + B W_x = 0 \quad (2.8)$$

$$W = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ \tau \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/E + H(\sigma/\theta)^2 & 0 & H\sigma\tau \\ 0 & 0 & \rho & 0 \\ 0 & H\sigma\tau & 0 & 1/\mu + H\theta^2\tau^2 \end{pmatrix}$$

となる。式(2.8)の特性速度 C は $\det(cA - B) = 0$ から求められ、その解は

$$\left. \begin{aligned} C^2 &= [M + N \pm \{(M - N)^2 + 4H^2\sigma^2\tau^2\}^{1/2}] / (2\rho L) \\ L &= 1/(\mu E) + H(\sigma/\theta)^2/\mu + H\theta^2\tau^2/E \\ M &= 1/\mu + H\theta^2\tau^2 \\ N &= 1/E + H(\sigma/\theta)^2 \end{aligned} \right\} (2.9)$$

である。式(2.9)より C の根が4つ求まり、大きいものと小さいものをそれぞれ C_f 、 C_s とすると、4種の特曲線はそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} dx/dt &= \pm C_f \\ dx/dt &= \pm C_s \end{aligned} \right\} (2.10)$$

また、それらの間には次の不等式が成立する。

$$C_s \leq C_2 \leq C_f \leq C_0 \quad (2.11)$$

ここで、 $C_0 = (E/\rho)^{1/2}$ 、 $C_2 = (\mu/\rho)^{1/2}$ である。

したがって、 $(cA - B)l = 0$ より4つの C に対して、それぞれ l_f^+ 、 l_f^- 、 l_s^+ 、 l_s^- なる固有ベクトルが求まり、線形結合 $lL(W) = 0$ より特性曲線式(2.10)に沿って次の関係式が成立する。

$$\left. \begin{aligned}
 & \{1 / (\rho C_f^2) - N\} (\rho C_f dv - d\tau) \\
 & \quad + H \sigma \tau (\rho C_f du - dv) = 0 \quad : \quad dx/dt = +C_f \\
 & \{1 / (\rho C_f^2) - N\} (-\rho C_f dv - d\tau) \\
 & \quad + H \sigma \tau (-\rho C_f du - dv) = 0 \quad : \quad dx/dt = -C_f \\
 & \{1 / (\rho C_s^2) - M\} (\rho C_s du - d\sigma) \\
 & \quad + H \sigma \tau (\rho C_s dv - d\tau) = 0 \quad : \quad dx/dt = +C_s \\
 & \{1 / (\rho C_s^2) - M\} (-\rho C_s du - d\sigma) \\
 & \quad + H \sigma \tau (-\rho C_s dv - d\tau) = 0 \quad : \quad dx/dt = -C_s
 \end{aligned} \right\} (2.12)$$

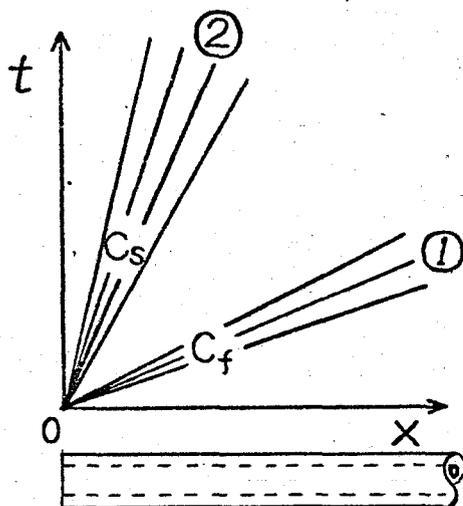
したがって、式(2.12)を積分することによって、解が求められる。

2.2.3 単純波解^{(1) (4)}

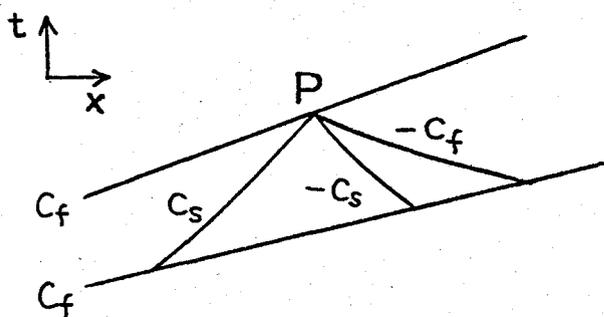
ここでは、半無限長薄肉円管の一端にステップ状の軸力とトルクが加えられる場合の単純波解について、ひずみ速度に依存しない弾塑性波伝播理論にもとずいて Clifton によって理論的に導出された単純波解および以後の実験を理解するための要点だけを述べることにする。

半無限長薄肉円管の一端にステップ状の軸力とトルクを加えた場合、図2.2(a)に示すように、端面($x=0$)から $+C_f$ と $+C_s$ の放射状の応力波が発生する。一組の特性曲線群が直線からなり、特性曲線に沿って、応力と粒子速度が一定のとき

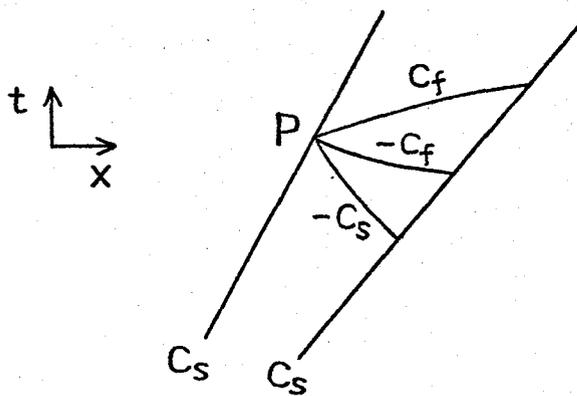
それは単純波と呼ばれる。したがって、図2・2(a)の領域①は $+C_f$ の単純波、②は $+C_s$ の単純波である。図2・2(b)に示すように、単純波 $+C_f$ 内を通る他の特性曲線 $-C_f$ 、 $+C_s$ および $-C_s$ を考慮し、それらの特性曲線に沿う増分関係式(2.1.2)を用いることにより、単純波 $+C_f$ 内の応力、粒子速度およびひずみの関係式が求まる。単純波 $+C_s$ 内(図2・2(c))の応力、粒子速度およびひずみの関係式も同様にして、増分関係式(2.1.2)を用いること



(a) $t-x$ 平面上の単純波



(b) 早い単純波



(c) 遅い単純波

図2・2 単純波の特性曲線

によって求められる。

図2-3、2-4は、半無限長薄肉円管の一端にステップ状の軸力とトルクを加えた場合の例⁽¹⁾である。図2-3の $\hat{\sigma}$ は、相当応力-相当塑性ひずみ曲線の勾配が横弾性係数 μ に等しい値となる⁽¹⁾ときの軸応力を示す。図2-4、2-6の2重線で示した特性曲線は強不連続波頭を示す。図2-3は軸応力とせん断応力の応力径路を示し、図2-4は図2-3に対応する $\tau-x$ 平面での単純波解である。この場合、(a)、(b)、(c)の3つの解がある⁽¹⁾。これは解が軸応力とせん断応力に依存するためである。これらの応力の挙動は次のとおりである。図2-4(a)の場合では、まず $x=C_0t$ の波頭を横切って軸応力 σ が初期降伏応力 σ_Y までジャンプし、さらに速い単純波を横切って σ が $\hat{\sigma}$ まで増加する。このとき、せん断応力 τ は $\tau=0$ である。次に遅い単純波を横切って σ と τ がそれぞれ衝撃負荷応力値 σ_c 、 τ_c まで増加する。その後 $\sigma=\sigma_c$ 、 $\tau=\tau_c$ の一定状態が続く(図2-3 case(a))。図2-4(b)の場合では、まず $x=C_0t$ の波頭を横切って軸応力 σ が σ_Y までジャンプし、さらに速い単純波を横切って σ が σ_α (図2-3において、case(b)の応力径路が σ 軸と交わる点の応力値)まで増加する。このとき、せん断応力 τ は $\tau=0$ である。その後 $\sigma=\sigma_\alpha$ 、 $\tau=0$ の一定状態が続く。次に遅い単純波を横切って σ と τ がそれぞれ σ_c 、 τ_c まで増加する。その後 $\sigma=\sigma_c$ 、 $\tau=\tau_c$ の一定状態が続く(図2-3 case(b))。図2-4(c)の場合では、まず $x=C_0t$ の波頭を横切って軸応力 σ が σ_β (図2-3において、case(a)の応力径路が σ 軸と交わる点の応力値)までジャンプする。このとき、せん断応力 τ は $\tau=0$ である。その後 $\sigma=\sigma_\beta$ 、 $\tau=0$ の一定状態が続く。次に $x=C_2t$ の波頭を横切って τ が τ_β までジャンプする。このとき σ は $\sigma=\sigma_\beta$ である。次に遅い単純波を横切って σ と τ がそれぞれ $\sigma=\sigma_c$ 、 $\tau=\tau_c$ まで増加する。その後 $\sigma=\sigma_c$ 、 $\tau=\tau_c$ の一定状態が続く

(図 2-3 case (c))。

図 2-5 は、静的ねじり前負荷 τ_p を与えたうえに、縦衝撃あるいは縦とねじり衝撃を加えた場合の例⁽¹⁾である。図 2-5 (a) はその応力経路を示し、図 2-5 (b) は $\tau-x$ 平面での単純波解である。この場合の応力の挙動は次のとおりである。まず、速い単純波を横切つて軸応力 σ は σ_1 まで増加する。このときせん断応力 τ は τ_1 まで減少する。その後 $\sigma = \sigma_1$ 、 $\tau = \tau_1$ の一定状態が続く。次に遅い単純波を横切つて σ と τ はそれぞれ σ_2 、 τ_2 まで増加する。その後 $\sigma = \sigma_2$ 、 $\tau = \tau_2$ の一定状態が続く (図 2-5)。

図 2-6 は、静的引張り前負荷 σ_p を与えたうえに、ねじり衝撃を加えた場合の例⁽¹⁾である。図 2-6 (a) は応力経路を示し、図 2-6 (b) は $\tau-x$ 平面での単純波解である。この場合の応力の挙動は次のとおりである。まず、 $x = c_0 t$ の波頭を横切つて軸応力 σ は σ_p から σ_1 まで低下する。このとき、せん断応力 τ は $\tau = 0$ である。その後 $\sigma = \sigma_1$ 、 $\tau = 0$ の一定状態が続く。次に $x = c_2 t$ の波頭を横切つて τ は τ_1 までジャンプする。このとき σ は $\sigma = \sigma_1$ である。その後 $\sigma = \sigma_1$ 、 $\tau = \tau_1$ の一定状態が続く。次に遅い単純波を横切つて σ と τ がそれぞれ σ_2 、 τ_2 まで増加する。その後 $\sigma = \sigma_2$ 、 $\tau = \tau_2$ の一定状態が続く (図 2-6)。

図 2-5、2-6 の場合、衝撃負荷後それぞれせん断応力の一時的除荷、軸応力の一時的除荷が生じ、最終的にせん断応力と軸応力が増加し、それらの最終値は衝撃負荷応力値になる。これは、式 (2-9) からわかるように、応力波の伝播速度が応力に依存するために興味ある応力の一時的減少が生じる⁽¹⁾のである。図 2-5 の場合は Lipkin と Clifton、福岡と益居によって実験的に裏づけされている。しかし、図 2-6 の場合はまだ実験的に証明されていない。本章で行う実験は図 2-6 の場合である。

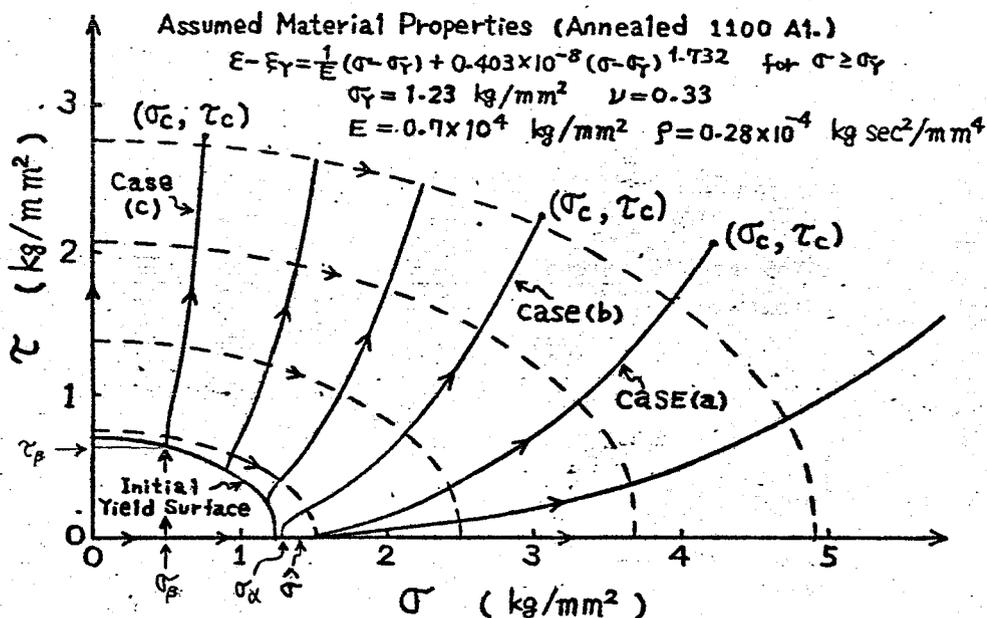


図 2.3 単純波の場合の応力経路⁽¹⁾

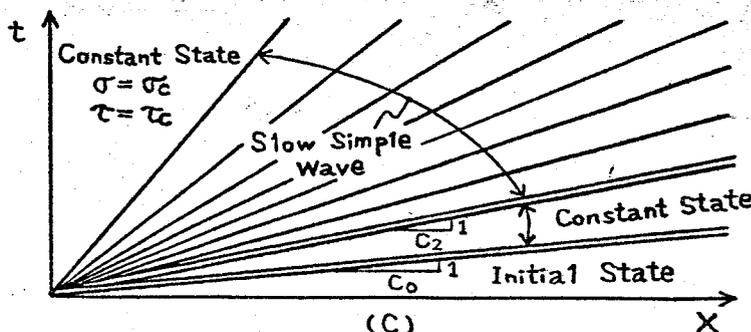
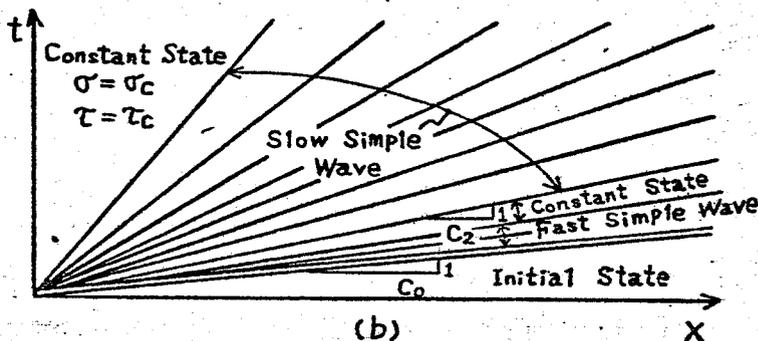
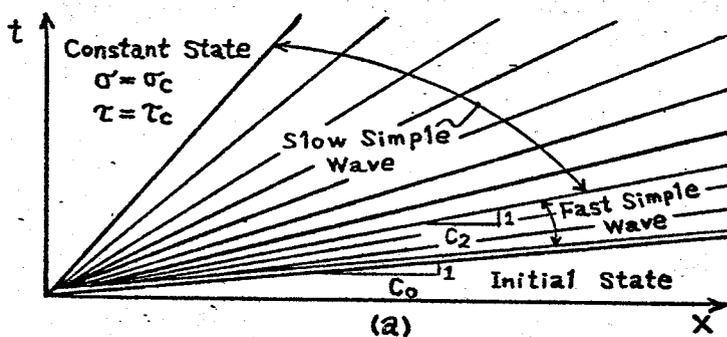
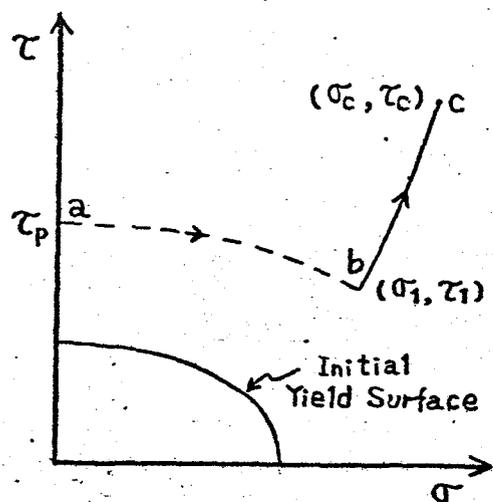
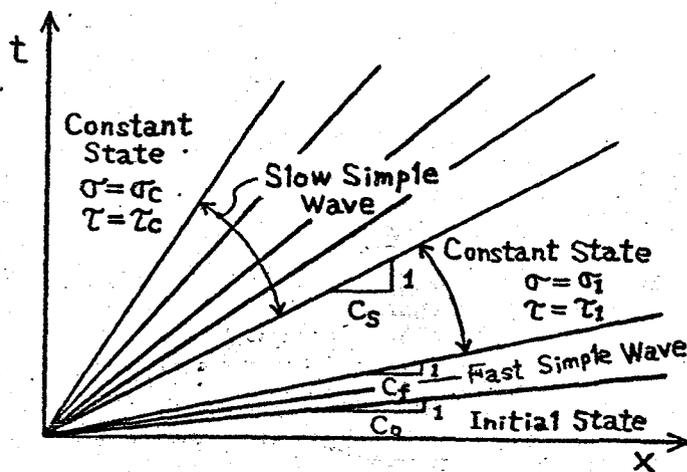


図 2.4 ステップ負荷の場合の特性曲線⁽¹⁾

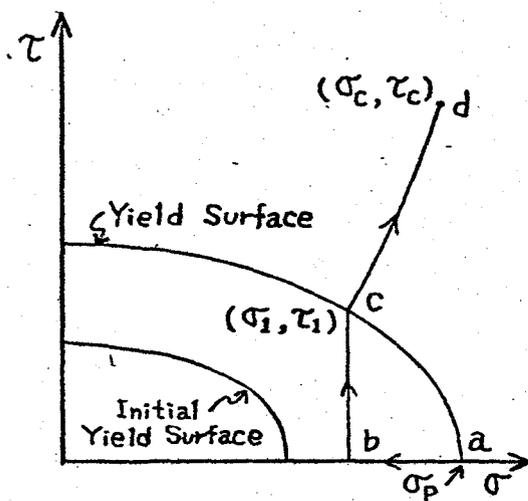


(a) 応力経路

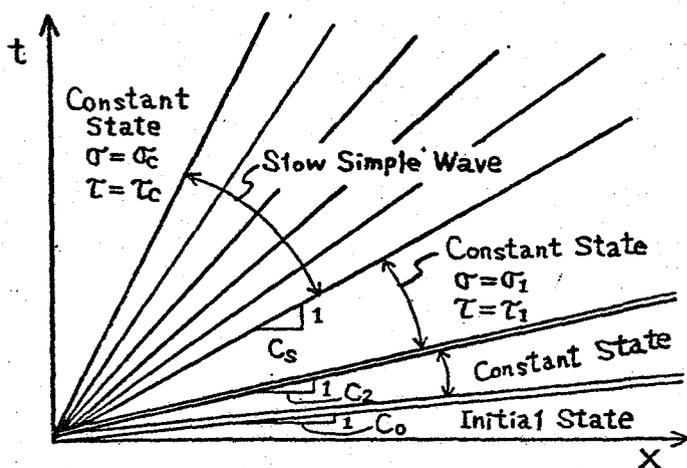


(b) t-x平面での解

図 2-5 静的前ねじりを受けた薄肉円管のステップ衝撃負荷に対する解⁽¹⁾



(a) 応力経路



(b) t-x平面での解

図 2-6 静的前引張りを受けた薄肉円管のステップ衝撃負荷に対する解⁽¹⁾

2-2-4 数値積分

実際の衝撃実験の場合、衝撃力は有限な立ち上がり時間を有するので、特性曲線はt-x平面の原点

からの放射状の曲線群とはならない。この場合、単純波解を実験結果との比較には用い得ない。このような場合の数値解は $t-x$ 平面上で、特性曲線の格子ごとに、増分関係式(2.12)を差分計算⁽⁴⁾⁽⁵⁾をして求めた。

境界内の格子点(図2.7)について、 $t-x$ 平面上で大きさ Δx 、 Δt の x 軸と t 軸に平行な格子を作り、その任意の格子点を $P(x, t+\Delta t)$ とし、座標値 $(x-\Delta x, t)$ 、 (x, t) および $(x+\Delta x, t)$ なる点をそれぞれ Q' 、 Q および Q'' とする。

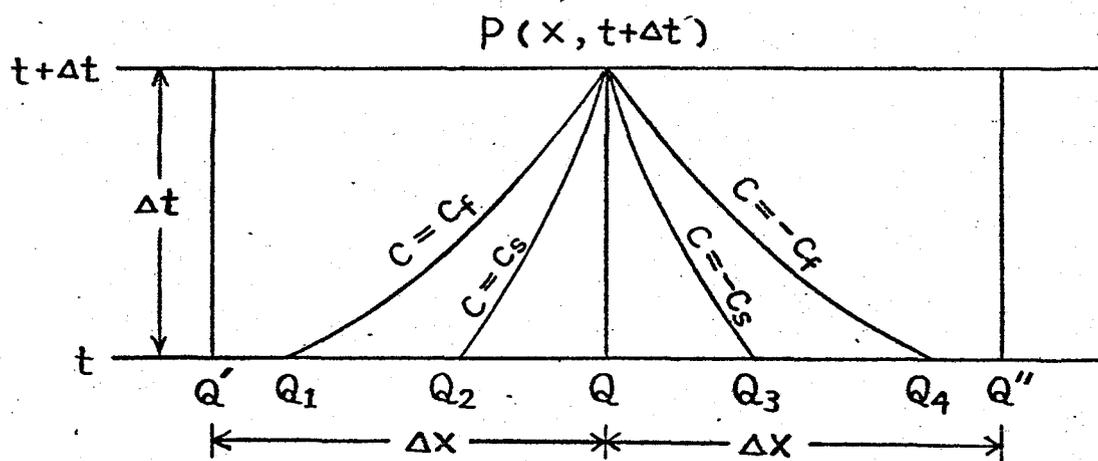


図 2.7 境界内部の格子点と特性曲線

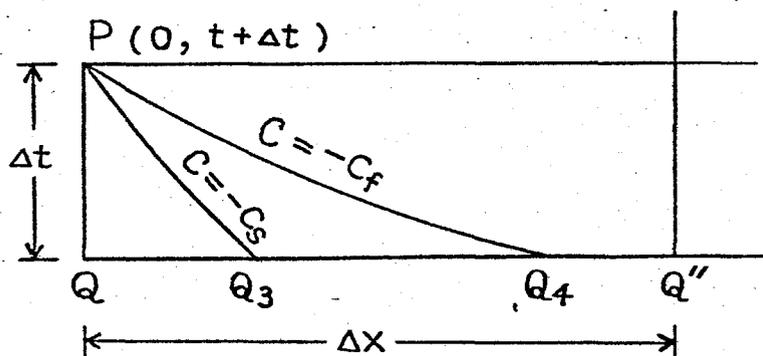


図 2.8 境界の格子点と特性曲線

この点Pを通る4つの特性曲線と時間 t を通る x 軸に平行な直線との交点をそれぞれ Q_1 、 Q_2 、 Q_3 および Q_4 とする。 $\Delta x / \Delta t = C_0$ とすると、不等式(2.11)から点 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 および Q_4 は $Q'Q''$ 間に含まれる。 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 および Q_4 での値が既知であるとき、点Pでの未知量が求まる。しかし、不等式(2.11)から点 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 および Q_4 は格子点を通るとは限らないので、内挿法⁽⁵⁾を用いて、点 Q_1 の値は点 Q' での値で、点 Q_2 の値は点 Q で、点 Q_3 は点 Q で、また点 Q_4 は点 Q'' での値を用いることができるようにした。この増分の誤差は高々 $(\Delta x)^2$ の程度⁽⁶⁾である。境界の格子点(図2.8)についても同様にして行う。

$AW_t + B W_x = 0$ の偏微分方程式の差分計算による近似解の収束については、 $\text{Max} |C_i| \leq \Delta x / \Delta t$ ⁽⁵⁾⁽⁷⁾となるように格子比を選べばよい。したがって、 $\Delta x / \Delta t = C_0$ と格子のきざみを選べば収束のための必要十分条件は満たされることになる⁽⁶⁾。本論文ではエネルギー保存則を検討することによって数値解誤差の評価とした。すなわち各計算段階(時間段階)で、衝撃端で外部からなされる仕事と円管に生じる運動エネルギー、変形ひずみエネルギーの全格子点についての総和との比較検討を行った。その結果、エネルギー誤差は1.5%以下であった。また、試験片の衝撃端で、ねじり衝撃負荷荷重 $\tau(t)$ の最大荷重 τ_c を入力として与える場合、式(2.15)の形で与えた。

$$\tau(t) = -\tau_c (t/t_R)^2 + 2\tau_c (t/t_R) \quad (2.15)$$

ここで、 t_R は立ち上がり時間である。このようにすることは、純粹な意味でのステップ負荷ではなくな

るが、実際の現象に近づくと考えられる。また、弾塑性境界は、 $\sigma - \epsilon$ 平面の各格子点で弾性、塑性のいずれの式を用いたかを計算機で打ち出させ、それを追跡してゆけば決定できるようにした。

2.3 実験

2.3.1 ねじり衝撃負荷の方法

ねじり衝撃負荷の方法には、図 2.9 に示すようなものがある。

(a) の方法では、試験片と直列に接合した弾性丸棒の一端を何らかの外力によって高速回転させる。たとえば火薬の爆発による打撃、ハンマによる打撃あるいは高速回転するフライホイールによる打撃などである。Duffy⁽⁸⁾ は火薬の爆発によりねじり衝撃を与え、それに含まれる大きな振巾の振動を除去するため、'パルススモウザー (pulse smoother)' を用い、鋭い矩形波を得た。福岡⁽³⁾ は、弾性丸棒につばを付け、そのつばをハンマで打撃してねじり衝撃を行なった。しかし、その著者も指摘しているように、丸棒の軸線に対して片側しか打撃していないため、曲げなどが生じる可能性が大きい。坪内⁽⁹⁾ は高速回転するフライホイールで試験片駆動軸を回転させることによってねじり衝撃を行なった。フライホイールと試験片駆動軸とは、電磁石を用いたクランプによって接続された。この方法は、構造が複雑であるが、概して、大きな負荷が得られるのが特長である。(b) の方法では、試験片円筒とも同じ材料の丸棒

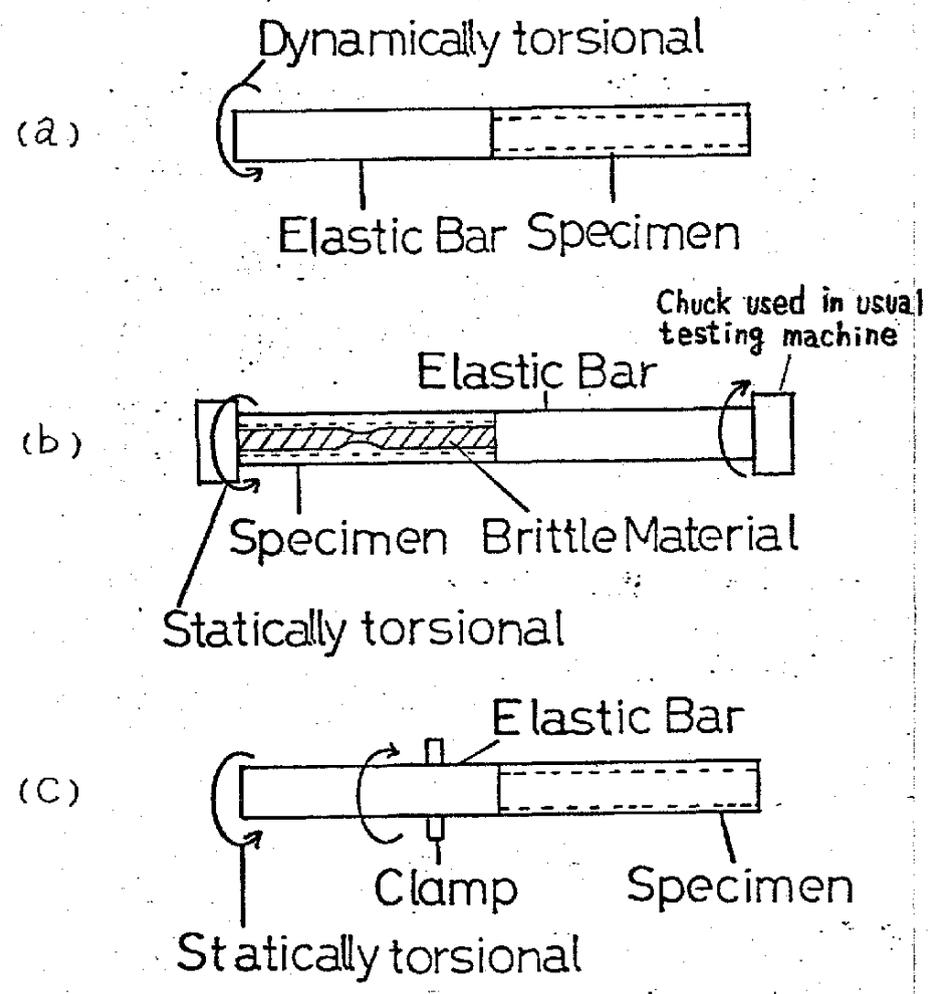


図 2-9 ねじり衝撃負荷の原理

とを、弾性丸棒に並列に、しかも同心に接合し、もろい材料のせり性破断によって、もろい材料が支持していたトルクを試験片に衝撃的に負荷させる。この方法では、増分衝撃負荷しか行うことができない。Convery⁽¹⁰⁾らは、ねじり増分波の伝播速度を測定するため、この方法を用いた。この方法では、せり性破断を正確に制御しにくい点がある。(c)の方法では、試験片と直列に接合した弾性丸棒に貯えた静的弾

性ひずみエネルギーの急速な解放によってねじり衝撃を与える。この方法では増分衝撃負荷も行うことができる。この方法は Baker⁽¹¹⁾、Campbell⁽¹²⁾ が用いた方法である。前者は試験片の動的応力・ひずみ関係の測定のために、後者は増分塑性波伝播速度の測定のためにこの方法を用いた。両者は共に静的弾性ひずみエネルギーの貯蔵のために、クランプと弾性丸棒の静的摩擦を利用して、弾性丸棒の回転を防止している。この方法では一般に大きな負荷が得にくい。しかし、構造が比較的簡単であるのが特長である。

本実験では、(C)の方法を採用して、ねじり衝撃負荷装置を試作し、⁽¹³⁾これに静的引張り前負荷を与えられるようにした。⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾

図2・10は、静的引張り前負荷を与えたうえに衝撃的にねじり負荷を行う方法の説明図である。まず、中実丸棒に長い円筒試験片を接着剤で接合する(図2・10(a))。両端A・Dに矢印の方向に静的引張りを与える。この状態では、AD間に軸力が負荷され、円筒試験片に任意の静的引張りが与えられたことになる(図2・10(b))。さらに、中実丸棒の中央部を回り止めのクランプ(クランプ機構の詳細は2・3・2項で述べる)でつかみ、中実丸棒の一端Aを静的にねじり、任意の回転角で一端Aを固定する。この状態では、ABとBDとの間にトルク差が生じていることになる(図2・10(c))。このとき、Aの回転角が小さいときは、Aの回転によるAB間の軸ひずみの変化は微小であるので無視できる。この状態でクランプを急速に解放すると、ねじりせん断の負荷波はBD間に、除荷波はBA間に伝播する。クランプ解放直後の試験片のトルクと軸力の分布を図2・10(d)に示す。このようにして、円筒試験片に静的引張り前負荷を与えておいて、さらにねじり衝撃負荷を与えることができる。

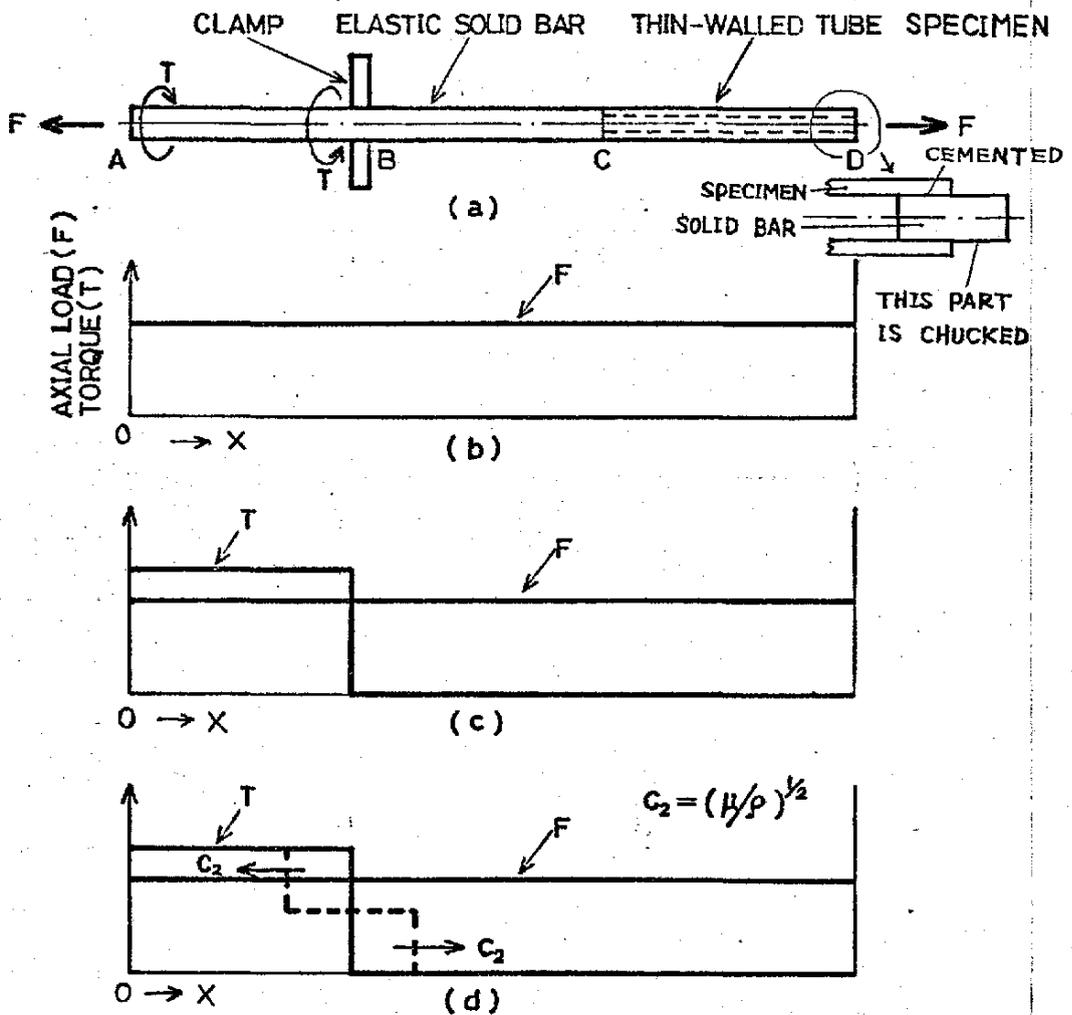
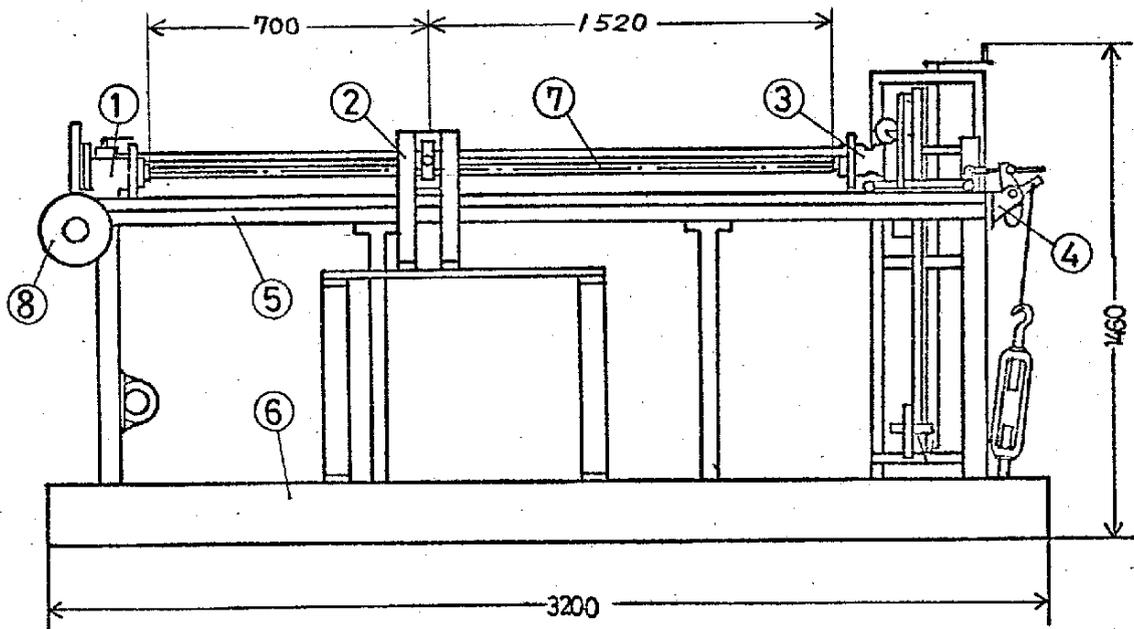


図 2.10 静的引張り前負荷とねじり衝撃負荷の方法

2.3.2 試験機

図 2.11 に、試作した試験機の概略図を示す。静的引張り負荷は、ベッド⑤の上で、試験片軸方向に自由に平行移動が可能なクック部③と静的引張り負荷装置部④によつて行う。衝撃ねじり負荷は、弾性棒⑦をクランプ部②で固定した後、静的ねじり負荷装置部①で静的ねじりを与え、急速にクランプを解

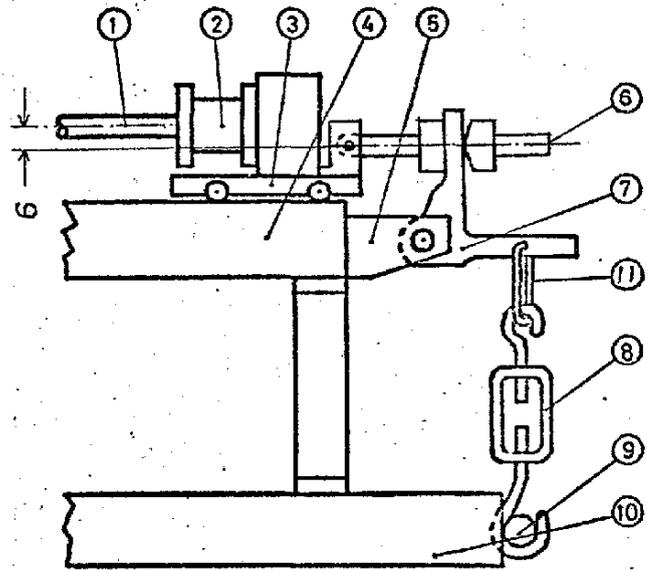


- 1 Static tension loading apparatus
- 2 Clamp
- 3 Chuck
- 4 Static torsion loading apparatus
- 5 Bed
- 6 Foudation frame
- 7 Specimen and elastic bar
- 8 Handle

圖 2·11 試驗機概略

方することによって行う。
試験片全体の両端をつかむ①と③のチヤックには6kg-mねじり衝撃試験機(東京衝機)のチヤックを用いた。

図2-12に静的引張り負荷装置の概略図を示す。ターンバックル⑧を回すことによって、ブロック⑩を介して、丸棒⑥を右方向に引張り、台車③は試験片軸方向に移動する。このとき、試験片①と丸棒⑥との軸線間の距離は6mmであり、この軸線の不一致のため、試験片①に曲げモーメントが加わる可能性があるが、台車③とベッド④が離れないようにしてあるので、この曲げモーメントが試験片①に加わることはない。このようにして、試験片①に静的引張りを与えることができる。

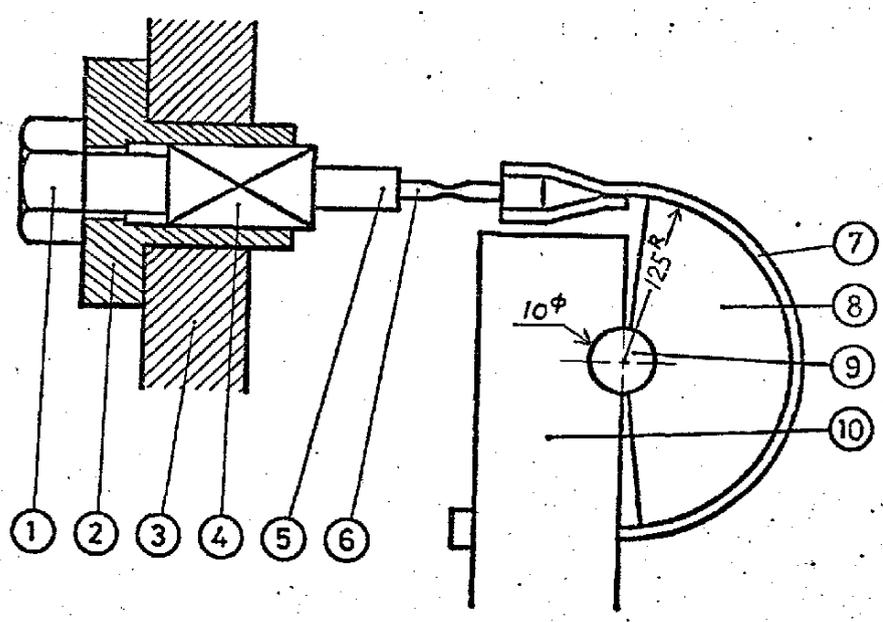


- 1 Specimen
- 2 Chuck
- 3 Bogie
- 4 Bed
- 5 Block fixed to 4
- 6 Bar pinned to 3
- 7 Block pinned to 5
- 8 Turn buckle
- 9 Block fixed to 10
- 10 Foundation frame
- 11 Wire rope

図2-12 静的引張り装置概略

クランプの概略を

図2-13に示す。クランプで中実丸棒をつかむ方法は以下のとおりである。ブロック③と⑩は固定してある。ボルト①を右回転させると、ブロック④がボルト軸に沿って左の方向へ



移動する。すると、引張り棒⑤、切断棒⑥を介して、押さえ帯⑩に引張り力が作用し、扇形押さえ板⑧は丸棒⑨をしめつけることになる。このしめつけ力によって、丸棒のトルクを支えることができる。クランプの解放は切断棒⑥の切欠部のホルドクリップによる切断、タガネによる切断あるいは切欠部のせい

- 1 Bolt
- 2 Rest stand
- 3 Rest stand
- 4 Rectangular block
- 5 Cylindrical block
- 6 Bar with notch
- 7 Metal band
- 8 Sector plate
- 9 Elastic bar
- 10 Rest stand

図 2-13 クランプ 概略

性破断によって行う。本実験では主にタガネによる切断を行った。また、引張り棒に接着したひずみゲージから引張り力を測定し、切断棒が破断しない限度内で十分なトルクが得られるように引張り力の調節をした。

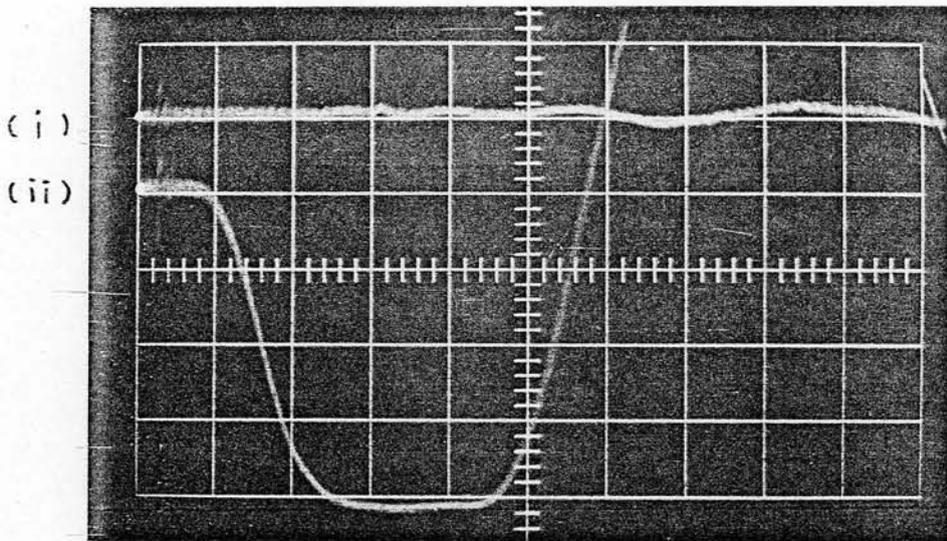
2.3.3 試験機の性能

試験機の性能、特に発生するねじりせん断波が、平面波であるかどうか、また曲げ波、その他の波が生じていないかどうかなどを調べる必要がある。

そこで、試験棒として、中炭素鋼 S45C の中実丸棒を用い、ねじり衝撃実験を行った。その実験では弾性範囲でねじり衝撃を行い、軸方向に貼ったひずみゲージと軸方向に対して 45° に貼ったひずみゲージからの出力波形の比較を行えばよい。すなわち、軸対称に貼った2枚の斜めゲージからそれぞれ別々に出力を取り出し、その両者の出力を比較することによって、せん断波が軸対称性であるかどうかかわかる。また、軸対称に貼った2枚の軸方向ゲージからそれぞれ別々に出力を取り出し、両者を比較することによって、曲げ波が生じているかどうか等かわかる。さらに、曲げ波などがいくらか生じている場合に、その大きさとせん断波の大きさを比較することによって、その曲げなど無視し得るかどうかかわかる。用いた試料棒 S45C の寸法は外径 10 mm、長さ 2100 mm である。使用したひずみゲージはゲージ長 1 mm の箔ゲージ KFC-1-C1-11 (共和電業) であり、接着剤は CC-15 (共和電業) である。

軸対称問題でのひずみは、軸対称な2点の平均ひずみを用いることが適当で考えられる。そこで、まず平均ひずみの挙動を調べた。

図 2.14 はねじり衝撃の弾性実験のオシロスコープ波形写真である。ビーム (i) は、軸方向に軸対称に貼った2枚のひずみゲージを直列に接続して取り出したものである。ビーム (ii) は、軸方向に対して 45° 方向に軸対称に貼った2枚のひずみゲージを直列に接続して取り出したものである。一見すると、軸対称に貼った2枚のひずみゲージを直列接続して取り出し



Horizontal scale : 100 μ s./div.

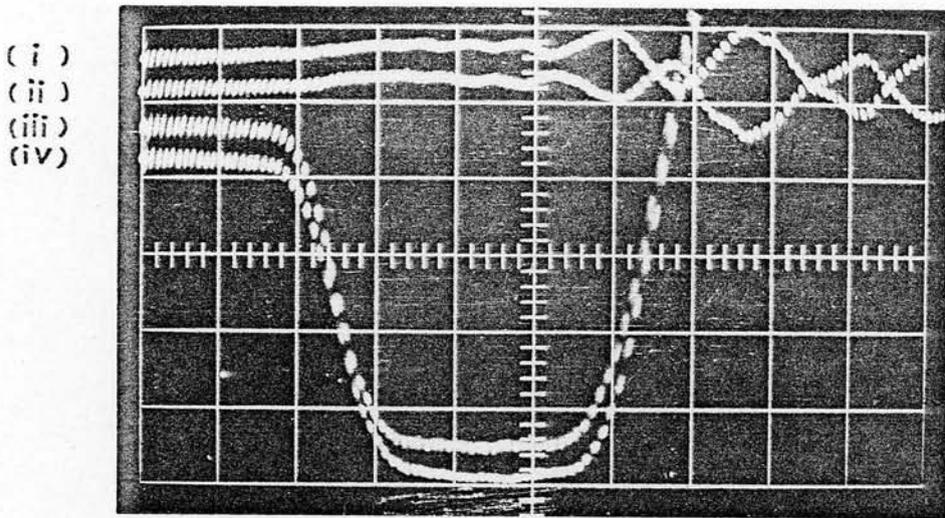
Vertical scale : 0.5 mv./div.

Beam (i) : Axial strain gage

(ii) : 45° strain gage

図 2-14 弾性範囲におけるねじり衝撃

て、軸方向ひずみゲージからの、ひずみ波形に変化がほとんど無いことから、軸方向の縦波はほとんど生じていないことがわかる。しかし、曲げ波が実際に生じていても、直列接続しているため、見かけ上打ち消されているかも知れない。図 2-15 はねじり衝撃の弾性実験のひずみ波形写真である。ビーム (i) と (ii) は、軸方向に軸対称に貼った 2 枚のひずみゲージから、それぞれ別々に、出力を取り出したひずみ波形である。ビーム (iii) と (iv) は斜めゲージからの出力である。ビーム (iii) と (iv) のひずみ波形は良く一致していることがわかる。ビーム (i) と (ii) を比較すると初期は両方とも、同じ側に小さく出ており、時間が経過すると、逆位相の非常に小さい振巾の振動が生じており、さらに、時間が経過して、ビーム (iii) と (iv) において除荷が生じ始める頃から、逆位相の



Horizontal scale : 100 μ s./div.

Vertical scale : 0.5 mv./div.

Beam (i), (ii) : Axial strain gage

(iii), (iv) : 45° strain gage

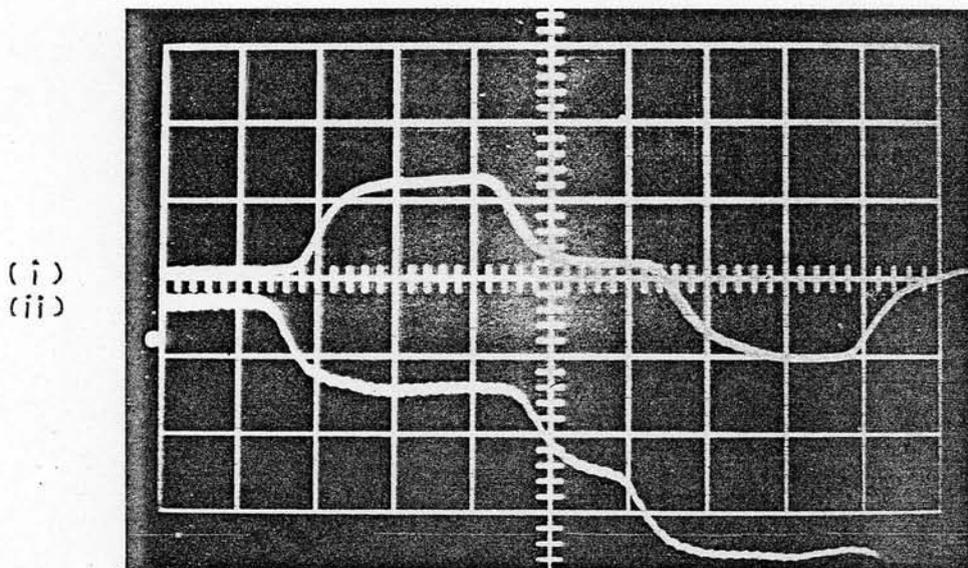
図 2.15 弾性範囲におけるねじり衝撃

大きな振巾の振動が観察される。同じ位相の振巾はクランプの扇形押さえ板による圧縮、膨張が生じていることを示し、逆位相の振巾は曲げが生じていることを示している。しかし、ねじりせん断波が除荷し始めるまでの間で、ビーム(i)と(ii)のいずれかとビーム(iii)と(iv)のいずれかとを比較すると、前者の大きさは約0.05 milli-voltであり、後者の大きさは約2.2 milli-voltである。せん断ひずみに関しては、それは後者の2倍であるので約4.4 milli-voltである。従って両者の比は約 10^{-2} の大きさであることがわかる。従って、試作したねじり衝撃試験機によって発生するねじりせん断波は、負荷過程中、ほとんど軸対称波であり、曲げなどを含まないと見なしてよいことがわかる。

パルスの立ち上がり時間は、図2.15の場合、ほぼ100 μ sec.である。この試験機の最大負荷トルクは、

2100 kg·mmであった。パルスの長さは、クランプの位置を試験片軸方向に平行移動することによって、入力棒の長さを l とすると、 $2l/C_2$ より約450 μsec まで変えることができた。また、たとえば図2-15のビーム(iii)から求めたトルクの値は、AB間(図2-10)に静的に与えたトルク値(図2-10のAB間に貼った静的用ひずみゲージからの出力)のほぼ半分であった。

図2-16はねじり衝撃弾性試験のひずみ波形である。ビーム(i)は負荷側(図2-10のAB間)に貼ったひずみゲージからのもので、ビーム(ii)は除荷側(図2-10のBD間)に貼ったひずみゲージからのものである。負荷側の丸棒の一端は自由端であり、除荷側のそれは固定端である。そのため自由端、固定端からの波の反射が生じている。端での反射の影響を受けない時間内で、それぞれ波形の大きさは、ほぼ等しいことがわかる。



Horizontal scale : 100 μs . / div.

Vertical scale : 0.5 mv. / div.

Beam (i) : Loading side

(ii) : Unloading side

図 2-16 負荷波と除荷波

2-3-4 実験手法

静的引張り前負荷を塑性域まで与えておいて、さらにねじり衝撃負荷を行う実験装置の様式図を図2-17に示す。

試験片全体は中炭素鋼 S45C の中実丸棒（直径 10 mm、長さ 1460 mm）とアルミニウム円管（外径 10 mm、肉厚 1 mm、長さ 760 mm）からなっており、それらを、1成分エポキシ接着剤 E39 Y6（小西商店）で突き合わせ接合した。接合力は接着剤の強度に依存する。したがって、その強度と試験片材アルミニウムの強度の大小関係が問題となる。すなわち、塑性域まで静的引張り前負荷を与え、さらにねじり衝撃を負荷している間は、中実丸棒と試験片は接着されたままではなれない。そのためには、少なくとも接着剤の強度がアルミニウムの降伏点より大であることが必要である。接着剤の強度は約 3.9 kg/mm^2 （せん断）であるので、市販の純アルミニウム（純度 99.7%）を焼なまし、軟化させることによって、この問題を解決した。その結果、アルミニウムの静的引張り降伏応力は 0.65 kg/mm^2 であった。アルミニウムの熱処理は、ほぼ 1 時間で室温から 400°C に加熱し、1 時間半保ち、その後徐冷（ほぼ 17 時間で室温）することによって焼鈍した。

静的引張り力は、てこを利用してアルミニウム円管の一端を引張り、試験片に負荷する。その詳細は 2-3-2 項で述べたとおりであるが、このときアルミニウム試験片のクリープ変形によつて、静的引張り荷重の除荷が起らないように、ねじり衝撃試験中に、軸荷重を負荷し続けた。

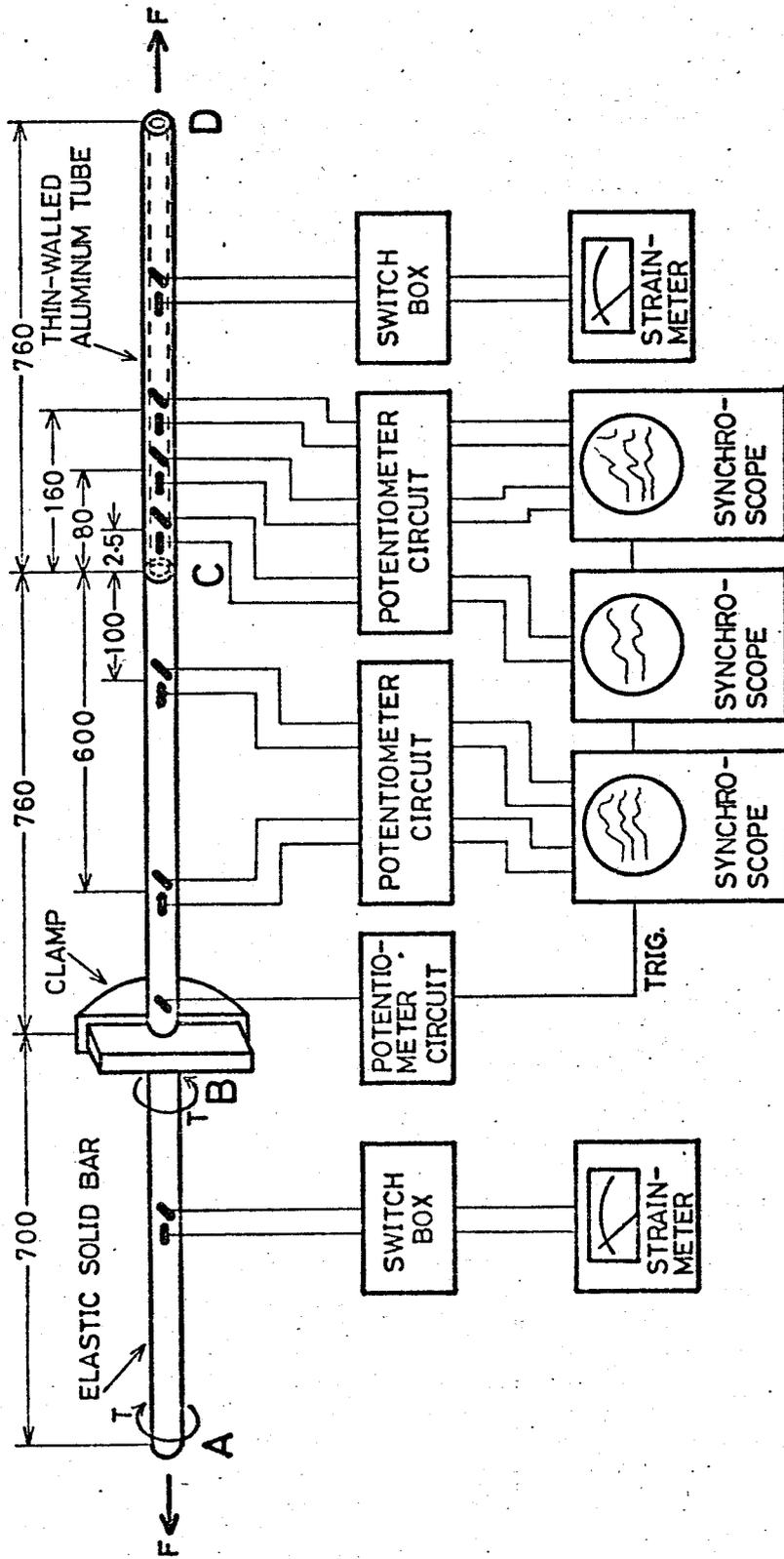
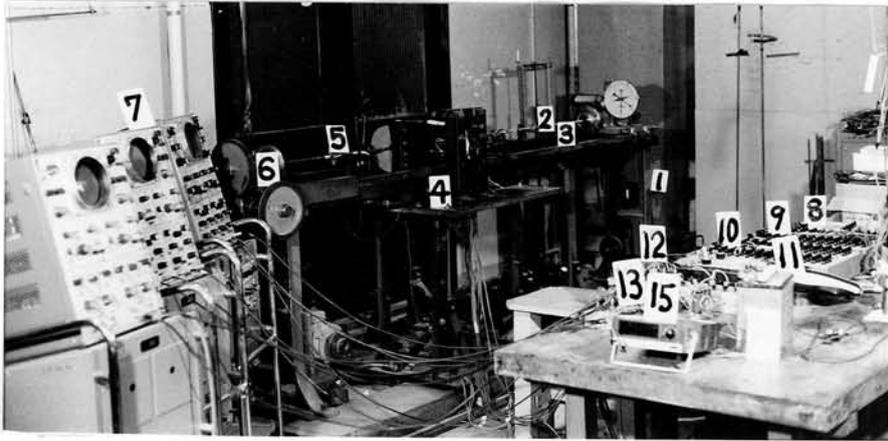


圖 2.17 實驗裝置



- 1 Static tension loading apparatus
- 2 Specimen
- 3 Bed
- 4 Clamp
- 5 Elastic bar
- 6 Static torsion loading apparatus
- 7 Dual-beam synchroscope
- 8 Strain meter
- 9 Switch box
- 10 Switch box
- 11 Strain meter
- 12 Circuit box
- 13 Circuit box
- 14 Battery
- 15 Digital multi-meter

图 2.18 实验装置全景

ひずみ波形状変化の測定は、試験片に貼ったひずみゲージで行った。中実(弾性)丸棒にはゲージ長さが1mmのKFC-1-C1-11(共和電業)、アルミニウム試験片にはゲージ長さが5mmのYL5(東京測器)を用いた。ひずみゲージは、各測定点でそれぞれ2枚を軸対称に貼り、直列接続してその出力を取り出した。せん断ひずみ測定用ひずみゲージは軸方向に対して45°方向に、軸ひずみ測定用ひずみゲージは軸方向に貼った。

ひずみゲージからの出力は、分割回路を通して、オシロスコープ(シンクロスコープDS5305B 岩崎通信)に描かせ、カメラで写真記録した。オシロスコープの掃引のトリガーには、中実丸棒に、クランプ近くに貼った半導体ひずみゲージKSPH-9-2000(共和電業)からの出力を用いた。

2.3.5 実験結果と理論の比較、考察

図2.19はアルミニウムの静的引張り応力・ひずみ曲線を示す。また、それを理論計算に用いるため、その実験曲線をベキ型の関数で近似し、それも図中に示してある。静的引張り試験片は、動的試験に用いる試験片と同じアルミニウム管から作成したもので、焼鈍熱処理も、動的試験の場合のそれと同じにした。静的引張り試験機は森試験製MU型小型万能試験機を使用した。

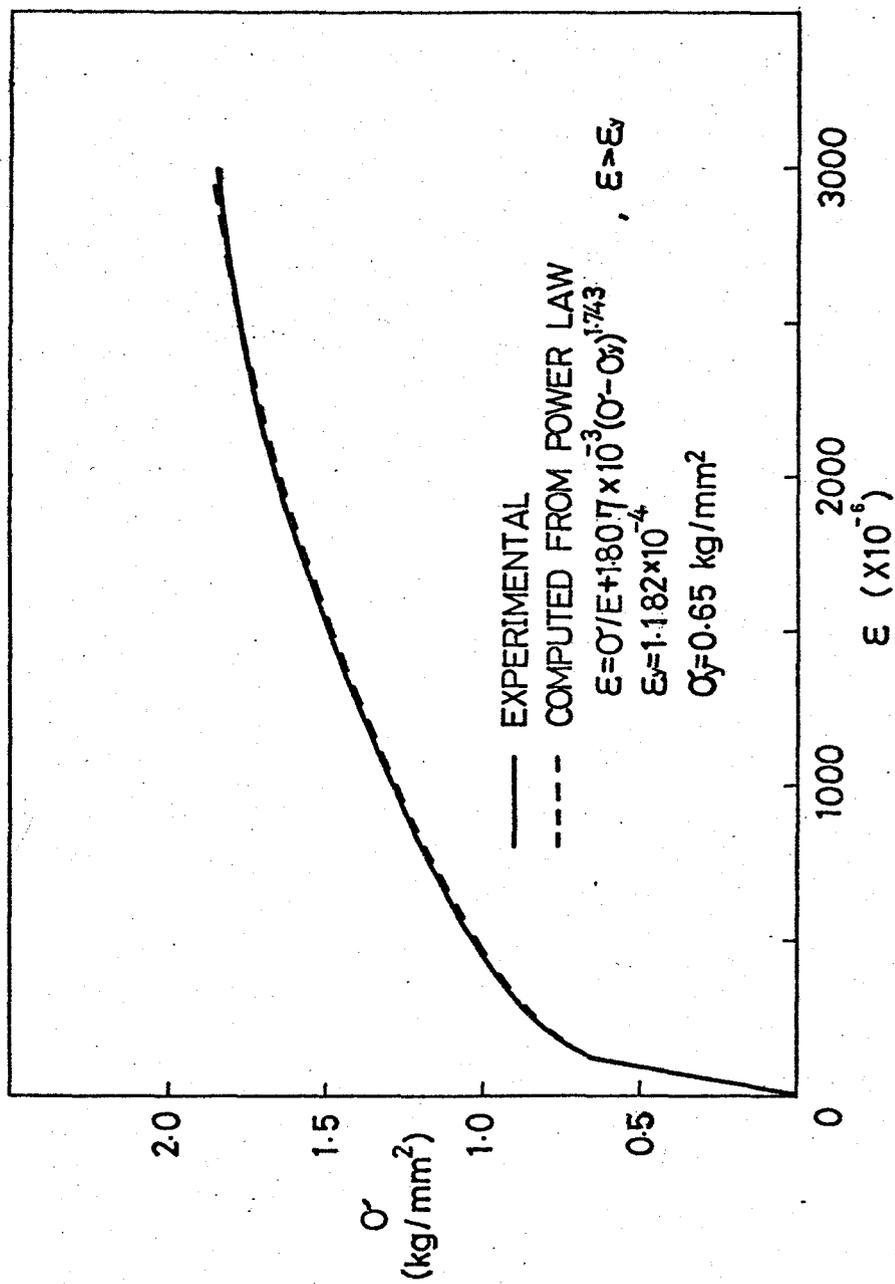
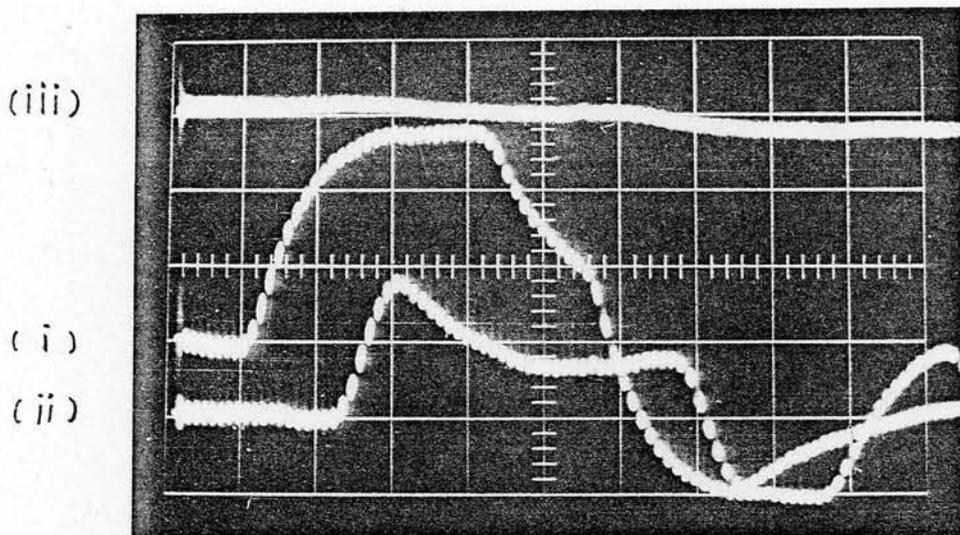


図 2.19 静的引張り応力・ひずみ曲線

図 2.20 ~ 2.22 は、静的引張り前負荷 $\sigma_p = 1.42 \text{ kg/mm}^2$ 、ねじり衝撃 $\tau_c = 0.84 \text{ kg/mm}^2$ のときのひずみ波形写真である。

図 2.20 は入力棒のひずみ・時間関係の波形写真である。ビーム (i) はねじりせん断波の入射波を、ビーム (ii) はねじりせん断波の入射波と反射波の合成波を示す。入力棒は、衝撃試験中弾性範囲にあるようにしてあるので、ビーム (i) と (ii) から、アルミニウム試験片の衝撃端面に負荷されたね

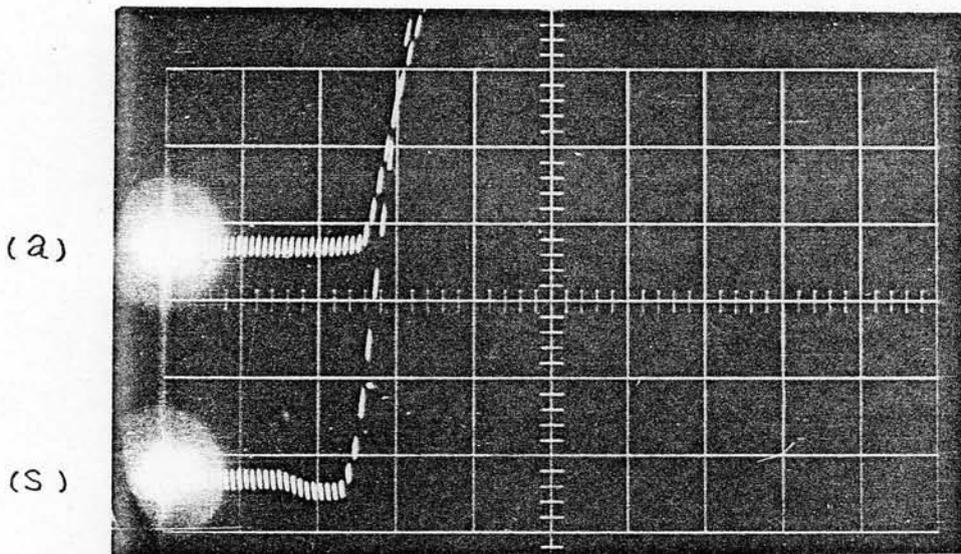


Pre-stress : $\sigma_p = 1.42 \text{ kg/mm}^2$
 Loading stress : $\tau_c = 0.84 \text{ kg/mm}^2$
 Horizontal scale : $100 \mu\text{s./div.}$
 Vertical scale : $77 \times 10^{-6} \text{ mm/mm/div.}$
 Beam (i) : 45° strain gage (1)
 (ii) : 45° strain gage (2)
 (iii) : Axial strain gage (3)

図 2.20 入力棒のひずみ・時間関係

じりせん断応力がわかる。ビーム (iii) は、アルミニウム試験片の除荷荷重を測定するために、軸方向に貼ったひずみゲージからの観測波形である。しかし、入力棒の弾性係数はアルミニウムのそれより大きく、さらにその断面積も、前者は後者より大きい。ため、アルミニウム試験片の小さい除荷荷重を、ビーム (iii) から精度良く求められなかった。

図 2・21、2・22 はアルミニウム試験片のひずみ・時間関係のオシロスコープ波形写真である。



Pre-stress : σ_P } same as in Fig. 2.20
 Loading stress : τ_c }

$x = 2.5 \text{ mm}$ from impact end

Horizontal scale : $100 \mu\text{s./div.}$

Vertical scale :

Beam (a) : Axial strain gage (4), $77 \times 10^{-6} \text{ mm/mm/div.}$

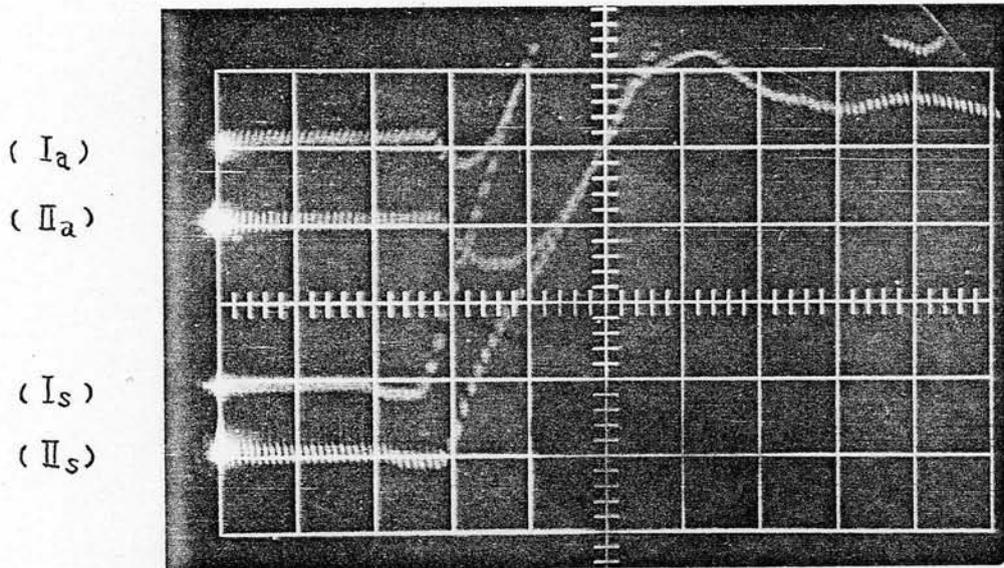
(s) : 45° strain gage (5), $38 \times 10^{-6} \text{ mm/mm/div.}$

図 2・21 試験片のひずみ・時間関係

この場合、軸ひずみとせん断ひずみの初期の挙動を十分観察するために、縦軸の増幅率を大きくとっている。そのために、ビームの掃引後 4.500 μsec 後ではスケールアウツしている。

図 2-21 は衝撃端から 2.5 mm での観測波形であり、ビーム (a)、(s) はそれぞれ軸ゲージ、斜めゲージからのひずみ波形である。

図 2-22 は衝撃端から 80 mm と 160 mm での観測波形である。ビーム (I) は衝撃端から 80 mm



Pre-stress : σ_p } same as in Fig. 2-20
 Loading stress : τ_c }

Horizontal scale : 100 $\mu\text{s}/\text{div.}$

Vertical scale : $77 \times 10^{-6} \text{ mm/mm/div.}$

Beam (Ia) : $x = 80 \text{ mm}$, Axial strain gage (6)

(IIa) : $x = 160 \text{ mm}$, Axial strain gage (7)

(Is) : $x = 80 \text{ mm}$, 45° strain gage (8)

(IIs) : $x = 160 \text{ mm}$, 45° strain gage (9)

x is distance from impact end

図 2-22 試験片のひずみ・時間関係

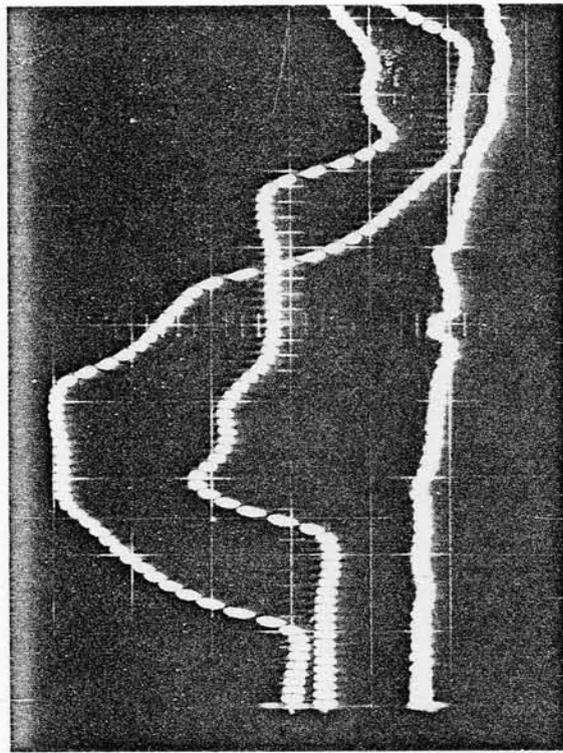
での、ビーム (ii) は 160 mm のひずみ波形である。添字 a 、 s はそれぞれ軸ゲージ、斜めゲージからのひずみ波形を表わす。

図 2.22 からわかるように、アルミニウムに、塑性域まで静的引張り前負荷を与え、さらにねじり衝撃を負荷した場合、軸ひずみが一時的に減少していることが認められる。

図 2.23 ~ 2.25、図 2.26 ~ 2.28 は、静的引張り前負荷とねじり衝撃の大きさを変えて行った実験のひずみのオシロスコープ波形写真である。前者は、静的引張り前負荷 $\sigma_p = 1.63 \text{ kg/mm}^2$ 、ねじり衝撃 $\tau_c = 0.91 \text{ kg/mm}^2$ であり、後者は $\sigma_p = 1.69 \text{ kg/mm}^2$ 、 $\tau_c = 0.87 \text{ kg/mm}^2$ である。

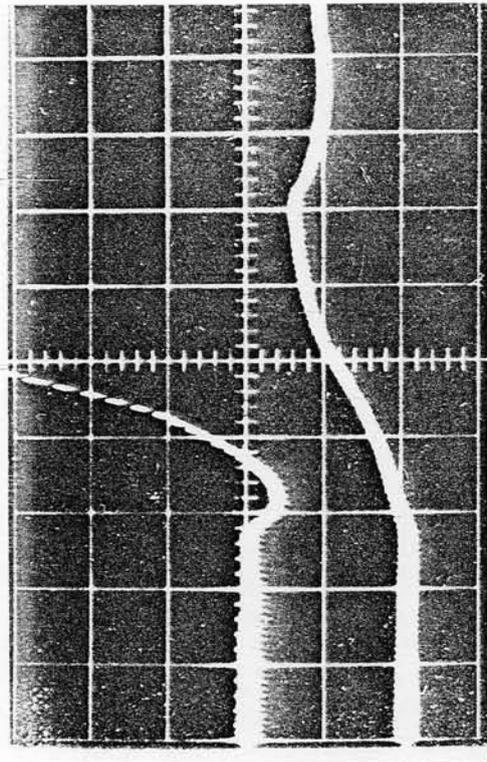
図 2.24、2.25 および 2.28 からわかるように、これらの場合にも、軸ひずみが一時的に減少している。

図 2.20 ~ 2.28 において、斜めゲージからのひずみ波形に関して、それらの最初の立ち上がり先行する約 7 、 $80 \mu\text{s}$ の間、ごくわずかな減少が見られる。これは、クランプを解放するとき、切断棒の破断時に、切断棒がわずかに曲がるため、衝撃トルクとは逆方向のトルクが生じるためである。この逆回転トルクの大きさは非常に小さいので、本実験の試験片の軸ひずみの減少への影響は無視できると考えられる。



(i)
(ii)
(iii)

Pre-stress : $\sigma_p = 1.63 \text{ kg/mm}^2$
 Loading stress : $\tau_c = 0.91 \text{ kg/mm}^2$
 Horizontal scale : $100 \mu\text{s./div.}$
 Vertical scale : $77 \times 10^{-6} \text{ mm/mm/div.}$
 Beam (i) : 45° strain gage (10)
 (ii) : 45° strain gage (11)
 (iii) : Axial strain gage (12)

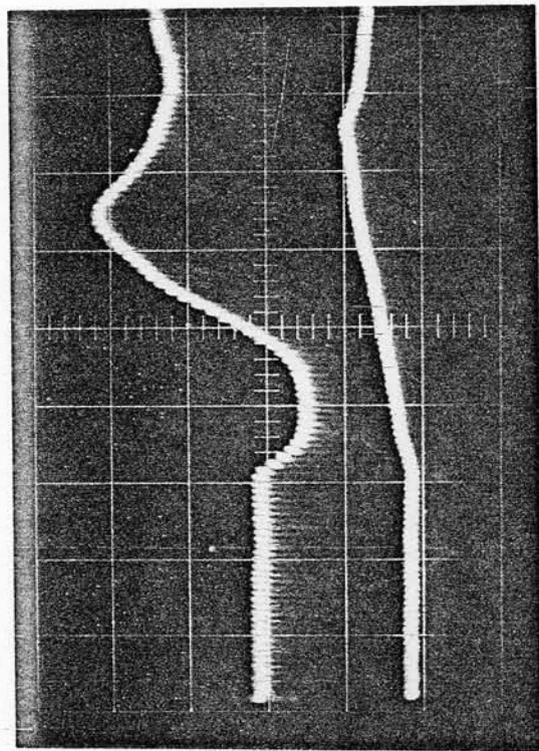


(Ia)
(Is)

Pre-stress : σ_p } same as in
 Loading stress : τ_c } Fig. 3-23
 Horizontal scale } same as in Fig. 3-23
 Vertical scale }
 Beam (Ia) : Axial strain gage (13)
 (Is) : 45° strain gage (14)
 $x = 85 \text{ mm}$ from impact end

図 2.23 入力棒のひずみ・時間関係

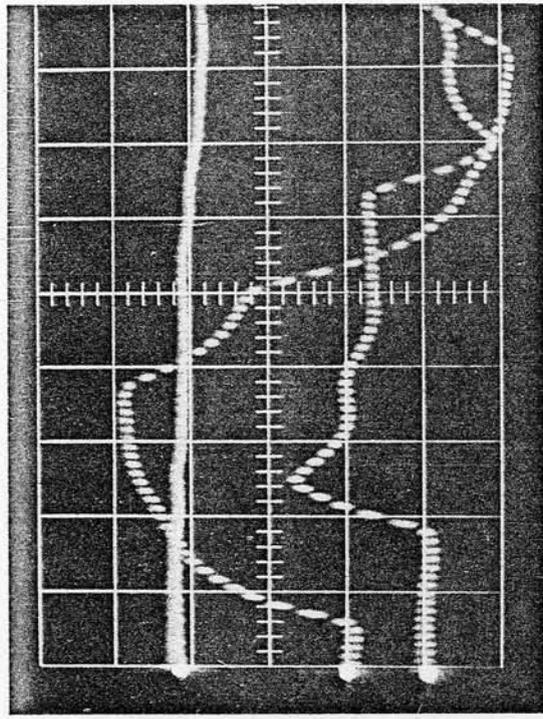
図 2.24 試験片のひずみ・時間関係



(IIa)

(IIs)

Pre-stress : σ_p } same as in
 Loading stress : τ_c } Fig. 2-23
 Horizontal scale } same as in Fig. 2-23
 Vertical scale }
 Beam (IIa) : Axial strain gage (15)
 (IIs) : 45° strain gage (16)
 $x = 160 \text{ mm}$ from impact end



(iii)

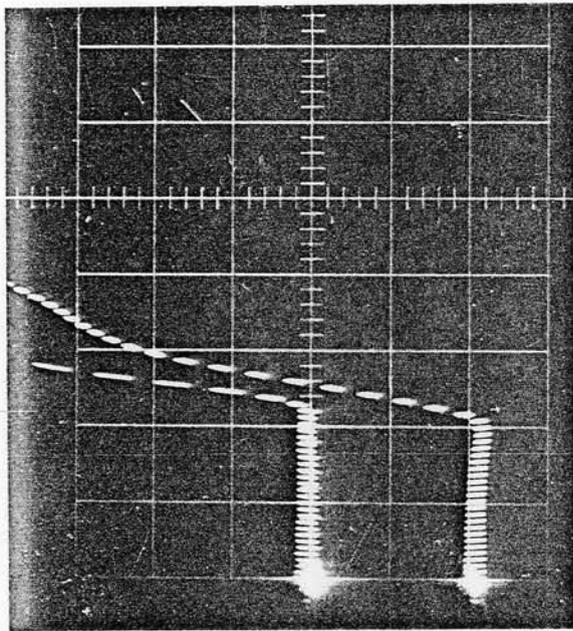
(i)

(ii)

Pre-stress : $\sigma_p = 1.69 \text{ kg/mm}^2$
 Loading stress : $\tau_c = 0.87 \text{ kg/mm}^2$
 Horizontal scale : $100 \text{ } \mu\text{s./div.}$
 Vertical scale : $77 \times 10^{-6} \text{ mm/mm/div.}$
 Beam (i) : 45° strain gage (17)
 (ii) : 45° strain gage (18)
 (iii) : Axial strain gage (19)

図 2.25 試験片のひずみ・時間関係

図 2.26 入力棒のひずみ・時間関係



(I_a)
(II_a)
(I_s)
(II_s)

Pre-stress : σ_p } same as in Fig. 2-26

Loading stress : τ_c

Horizontal scale : 100 μs /div.

Vertical scale :

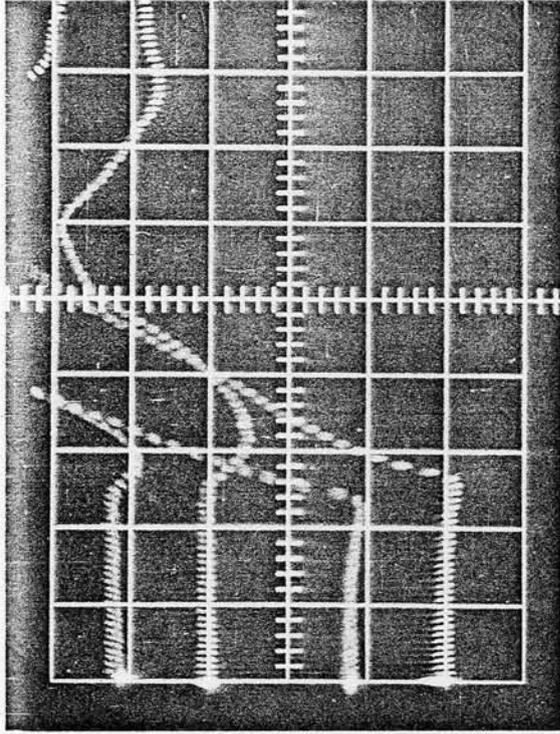
Beam (a) : Axial strain gage (20)

77×10^{-6} mm/mm/div. } $x = 2.5$ mm
from impact end

(s) : 45° strain gage (21)

38×10^{-6} mm/mm/div.

図 2-27 試験片のひずみ・時間関係



Pre-stress : σ_p } same as in Fig. 2-26

Loading stress : τ_c

Horizontal scale : 100 μs /div.

Vertical scale : 77×10^{-6} mm/mm/div.

Beam (I_a) : Axial strain gage (22), $x = 80$ mm

(II_a) : Axial strain gage (23), $x = 160$ mm

(I_s) : 45° strain gage (24), $x = 80$ mm

(II_s) : 45° strain gage (25), $x = 160$ mm

x is distance from impact end

図 2-28 試験片のひずみ・時間関係

図 2-29 ~ 2-34 は、図 2-20 ~ 2-22 から求めた実験値と理論計算値を整理した図である。

図 2-29 ~ 2-31 は、それぞれ衝撃端から、 $x = 2.5 \text{ mm}$ 、 80 mm および 160 mm でのひずみ・時間関係を示す。 $\Delta \varepsilon$ と $\Delta \delta$ は、それぞれ初期状態からの軸ひずみとせん断ひずみの増分を意味する。

図 2-32 ~ 2-34 は、それぞれ衝撃端から、 $x = 2.5 \text{ mm}$ 、 80 mm および 160 mm での軸ひずみ増分とせん断ひずみ増分の関係を示す。

図 2-35 は、理論計算による、入力波の立ち上がり時間を変えた場合の、 $x = 40 \text{ mm}$ での応力経路を示す。

図 2-36 は、理論計算による、立ち上がり時間が $100 \mu\text{s}$ のときの、衝撃端からの各位置での応力経路を示す。

図 2-29 ~ 2-31 から、衝撃端近傍 ($x = 2.5 \text{ mm}$) を除いて、軸ひずみが最小値をとるまで、数値解と実験値とはほぼ良一致をしている。この両者の一致は弾性挙動のためと考えられる。軸ひずみの最大減少量も両者はほぼ良一致している。その減少量は、衝撃端から遠ざかると大きくなっていく。これは、ステップ負荷でないため、衝撃端から離れるにしたがって、応力に依存した伝播速度の波の到達する時間差が大きくなって、立ち上がり時間による影響が相対的に小さくなって、ステップ負荷の場合の現象に近づくためであると考えられる (図 2-35、2-36 を参照)。また、軸ひずみの減少領域で、単純波解の一定領域に相当する部分が見られる。衝撃端 ($x = 2.5 \text{ mm}$) では、軸ひずみの一時的な

減少は見られない。これは、衝撃端から離れるにつれて、軸ひずみの減少量が大きくなる理由と同様に、衝撃力の立ち上がり時間に比較して、各種応力波の到達時間差が小さいためである。また、数値解と実験値は、定性的に一致しているが、ひずみの時間遅れが生じていて、定量的には実験値の方が小さい。

せん断ひずみについては、衝撃端 ($x=2.5\text{ mm}$) を除いて、初期の増加過程では、数値解と実験値はほぼ良い一致をしている。この両者の一致は弾性挙動のためと考えられる。その後の増加過程では、ひずみの時間に対する増加率が減少していて、この部分は単純波解の一定領域に相当する個所であるが、実験値は、数値解に相当する時刻では、一定でないが、時間的に遅れて、それに相当する部分が見られる。衝撃端 ($x=2.5\text{ mm}$) では、数値解と実験値は、定性的に一致しているが、ひずみの時間遅れが生じていて、定量的には実験値の方が小さい。また、この衝撃端では、衝撃端から、 $x=80$ 、 160 mm の位置で観測されるような、単純波解の一定領域に相当する個所は見られない。これは、衝撃端での軸ひずみ・時間関係の場合と同様に、衝撃力の立ち上がり時間に比較して、各種応力波の到達時間差が小さいためである。

衝撃端を除いて、軸ひずみの一時的な減少の後の増加過程と、せん断ひずみの初期の増加過程の後の増加過程では、上述のように、定量的には数値解とほぼ同様な傾向を示し、定量的には、ひずみの時間遅れが著しく、せん断ひずみの一定領域に相当する個所を除いて、実験値の方が小さい。これは、用い

た理論が、ひずみ速度に依存しない等方硬化理論であるためと考えられる。

図 2.33 ~ 2.34 から、ひずみ軌跡について、静的ねじり前負荷を与えたアルミニウム円管に、縦衝撃を⁽¹⁶⁾負荷した実験では、衝撃端から 47.5 mm と 140 mm の位置でのひずみ軌跡は同一であると報告されているが、それとは逆の、静的引張り前負荷を与えたアルミニウム円管に、ねじり衝撃を負荷した本実験では、衝撃端から 80 mm と 160 mm の位置でのひずみ軌跡は、それぞれ重なり合わず、両者の軌跡の大きさについては、後者は前者より大きくなっている。文献(16)の場合、立ち上がり時間が単純波解と比較し得る 10 数 μ s. であるが、本実験の場合、ほぼ 100 μ s. で大きいためである。

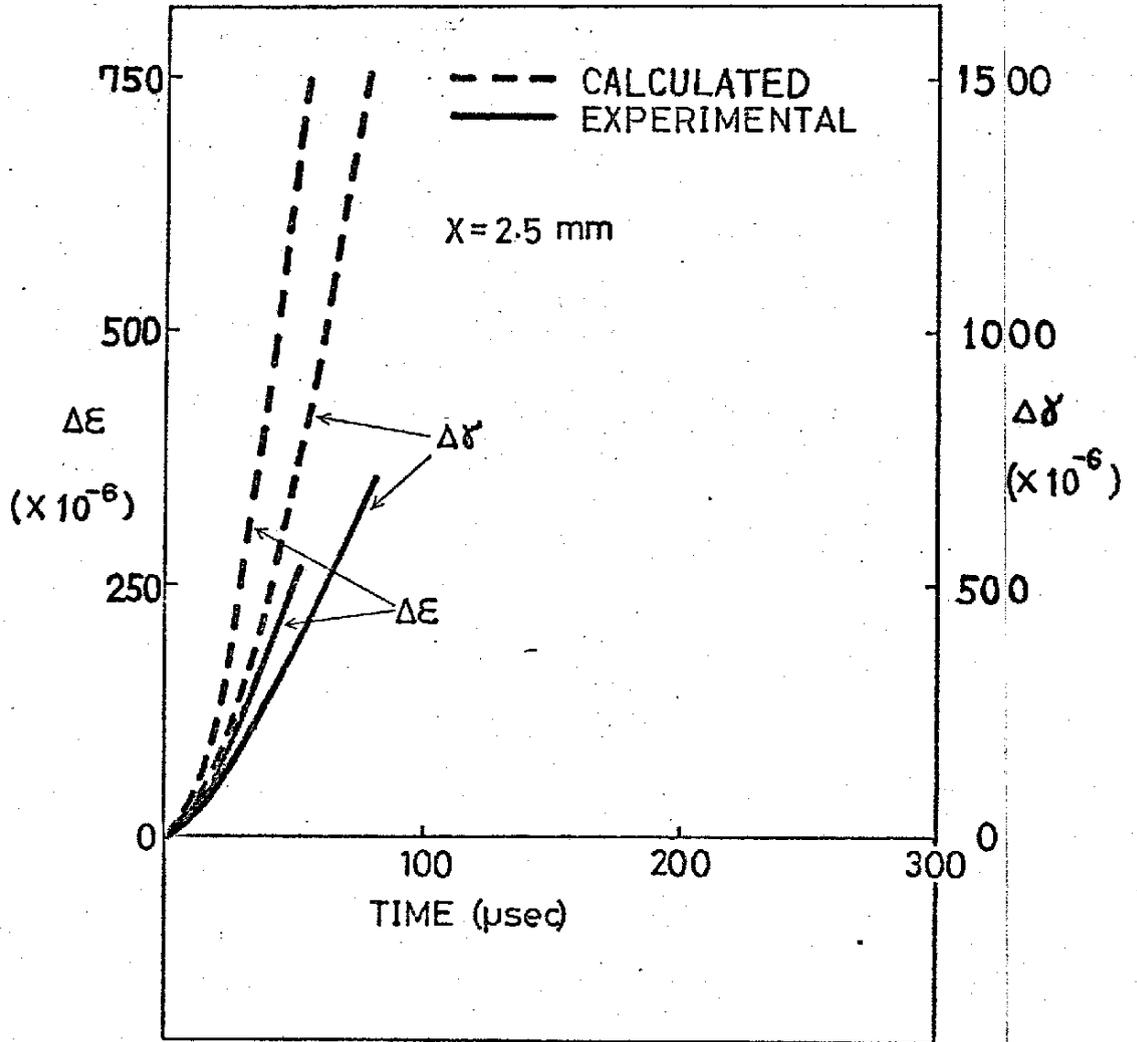


図 2-29 ひずみ増分・時間関係

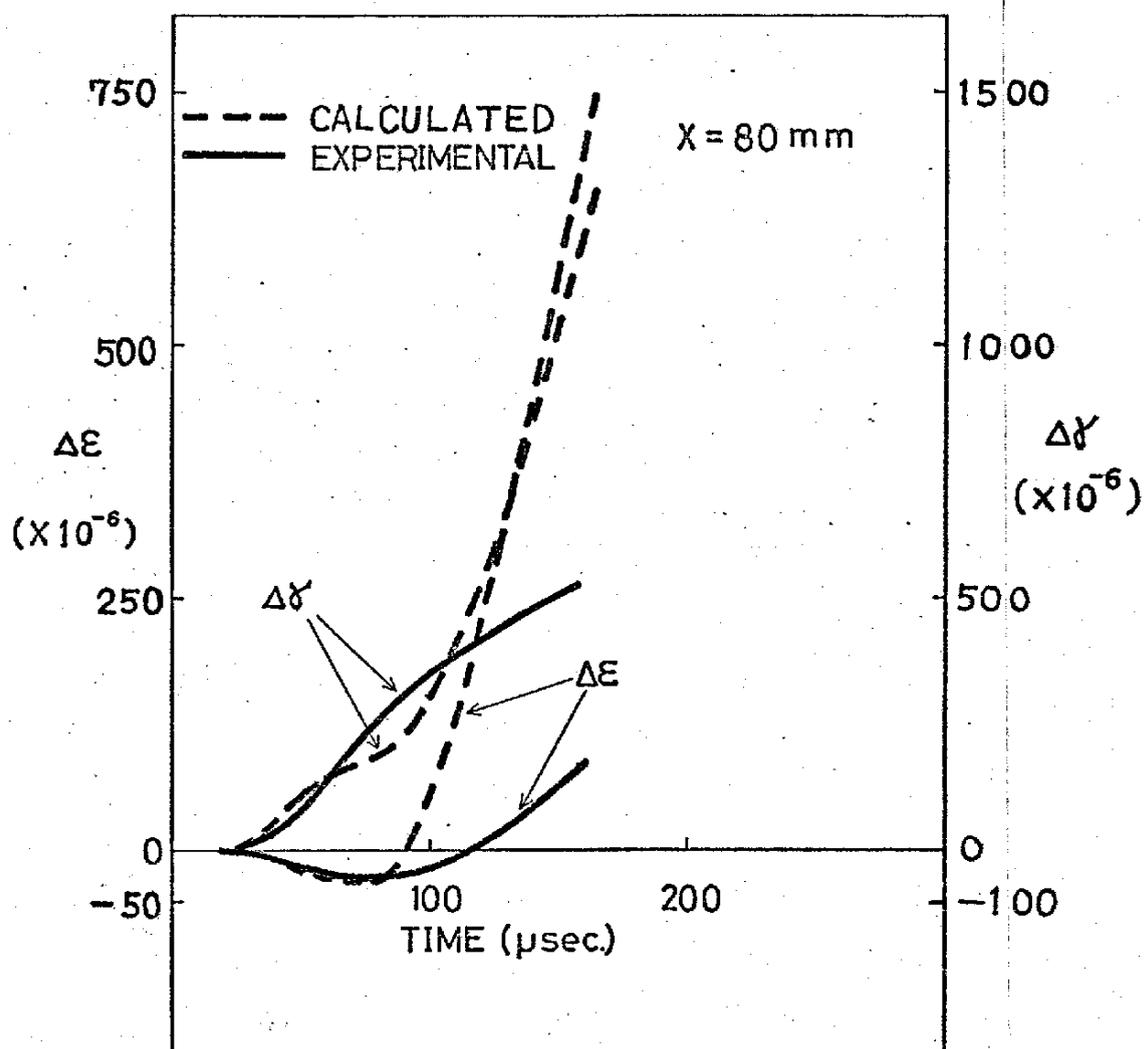


圖 2.30 以可升增分、時間關係

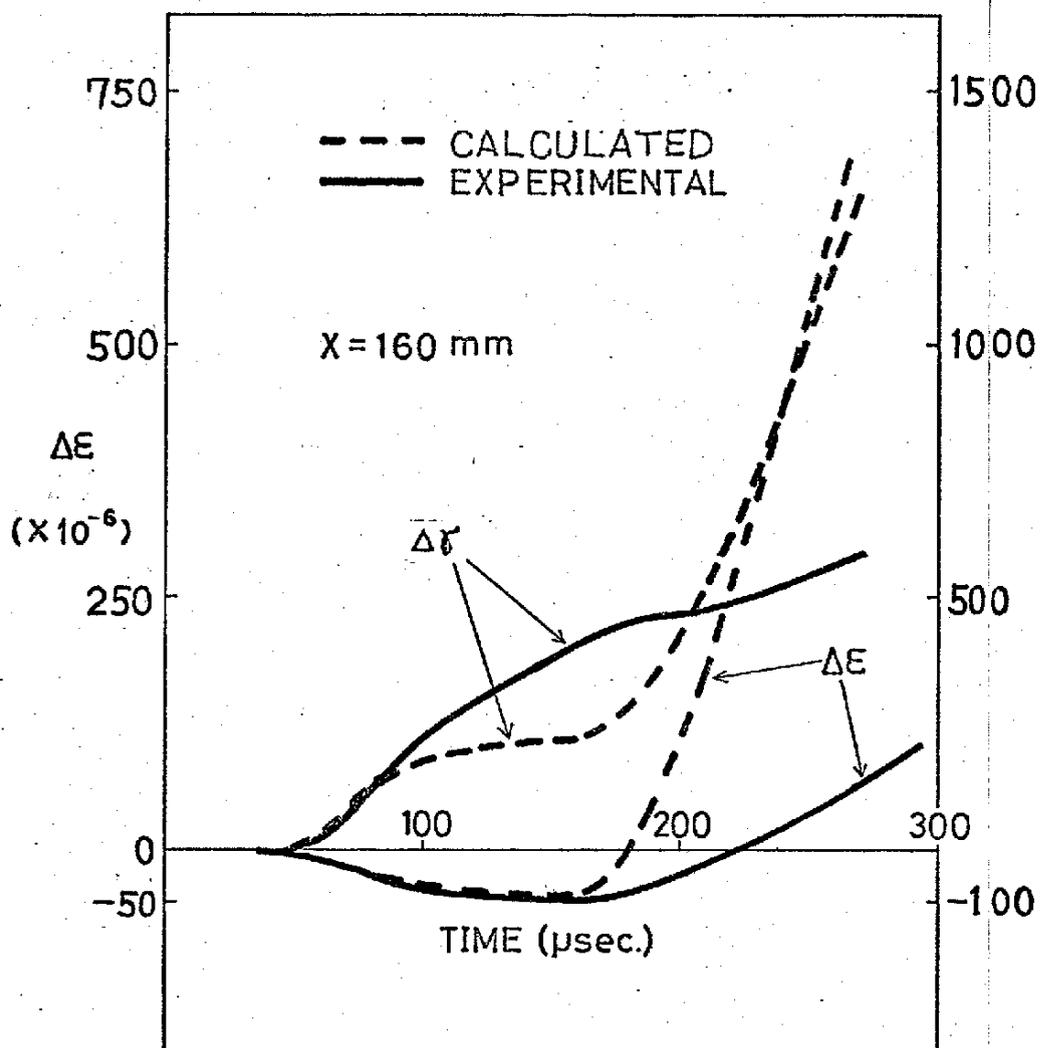


図 2-31 はずみ増分 - 時間関係

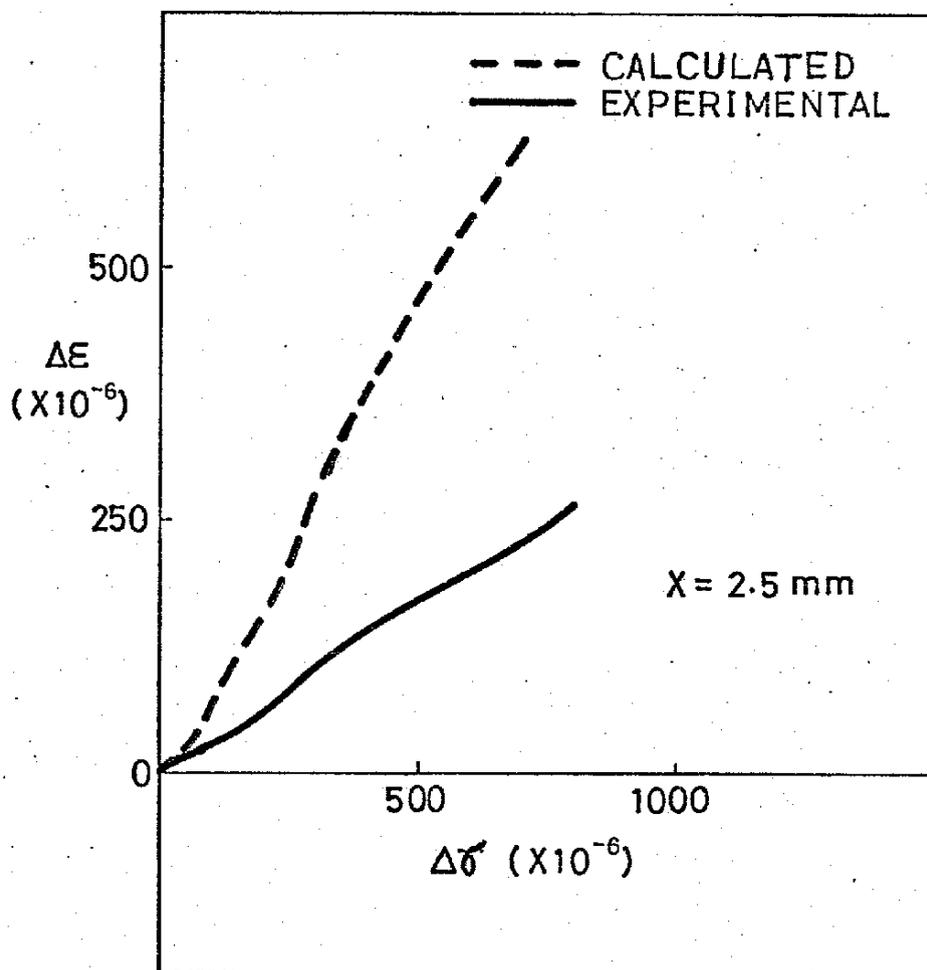


图 2-32 轴心可引增量 - せん断可引增量関係

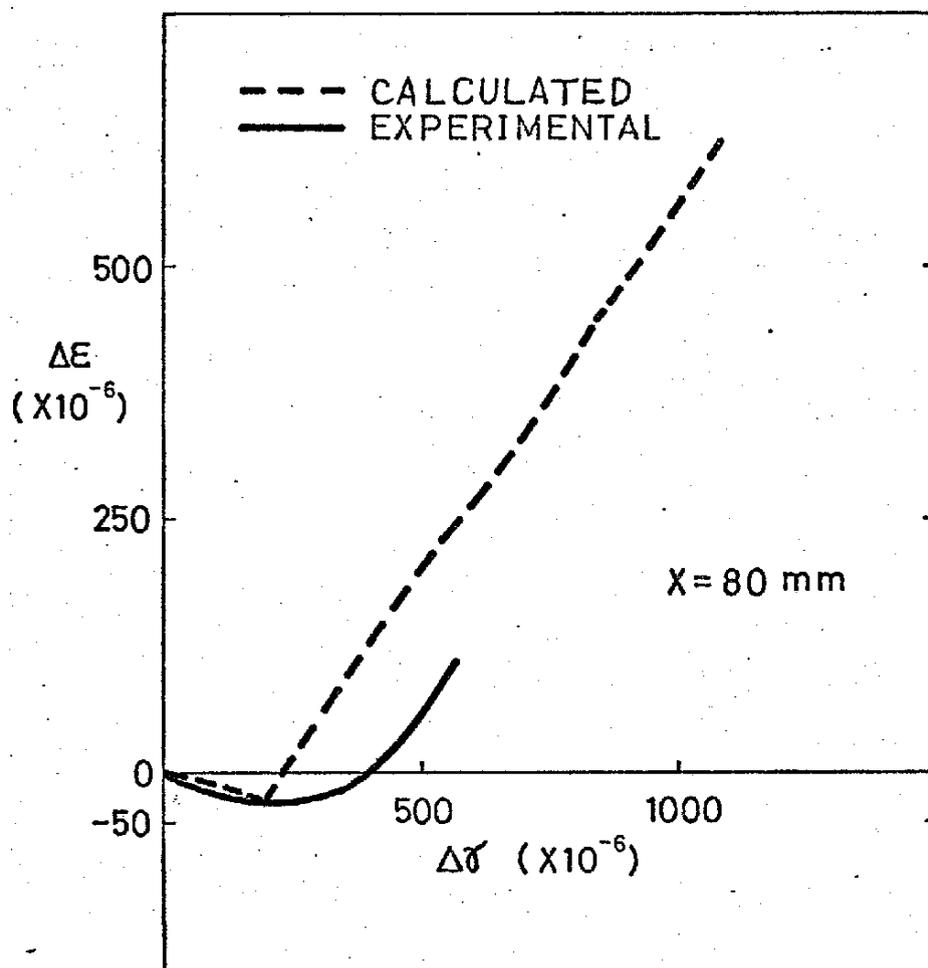


图 2.33 軸ひずみ増分 - せん断ひずみ増分関係

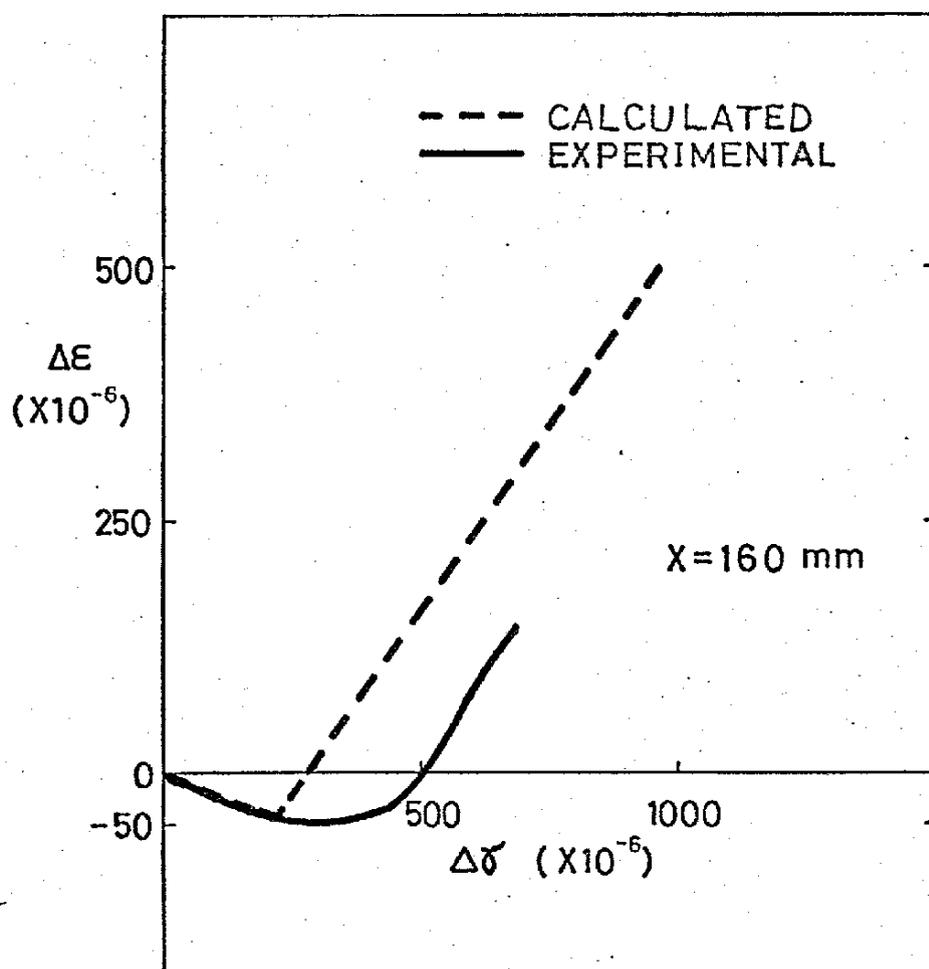


图 2.34

軸ひずみ増分・せん断ひずみ増分関係

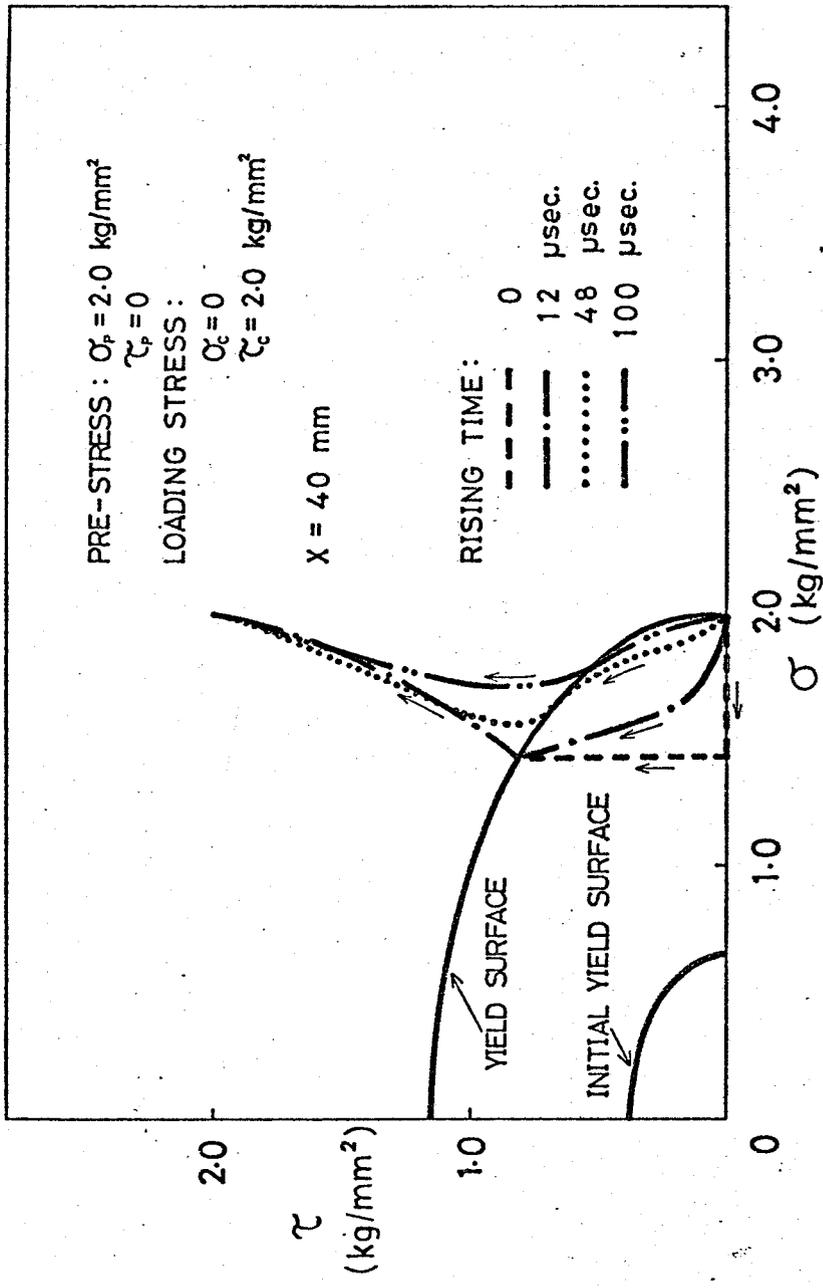


図 2.35 立ち上がり時間の相違による応力経路
 (理論計算)

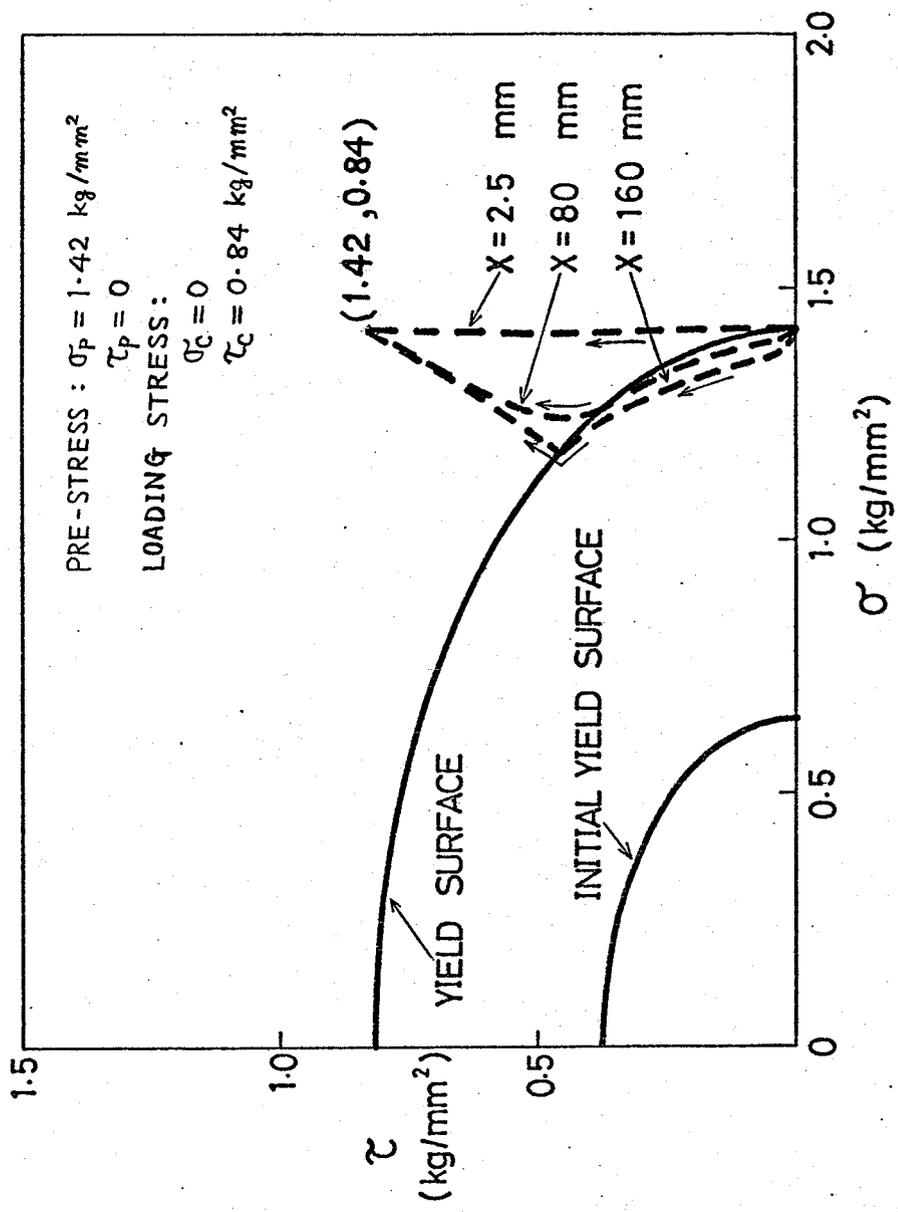
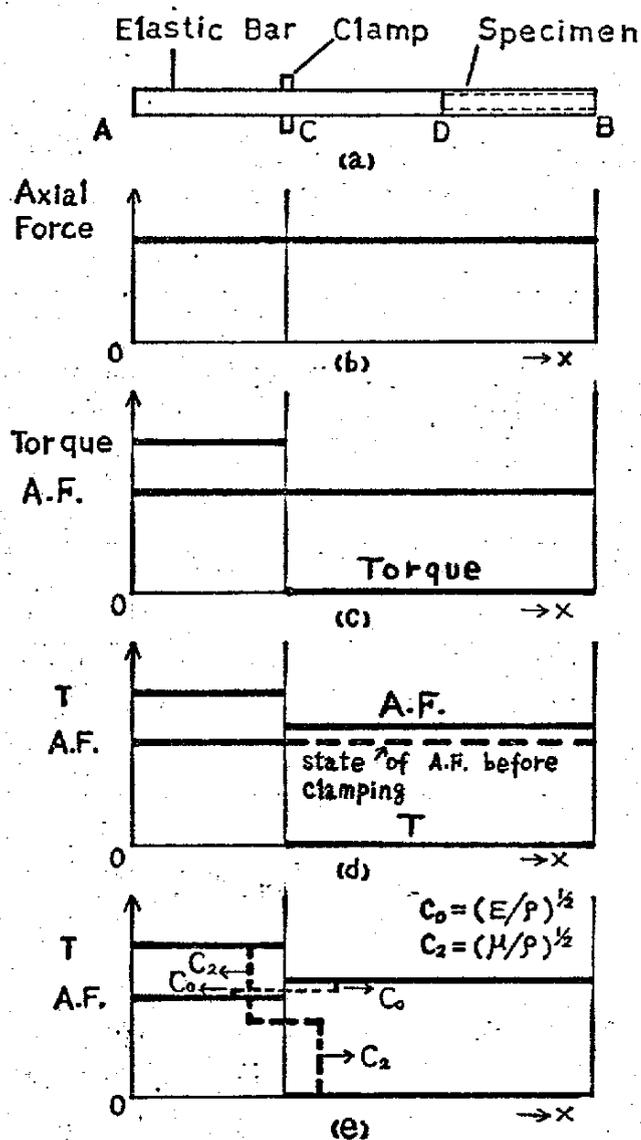


図 2.36 衝撃端からの位置の相違による応力経路 (理論計算)

実験の際に、
 ねじり衝撃試験
 中に、軸荷重を
 負荷し続けたた
 めに、図 2-37
 に示すように、
 AC間とCB間
 との間に、軸力
 差(図(d))
 が生じている可
 能性がある。
 この場合、所定
 の静的軸力を負
 荷した後、衝撃
 トルクを与える
 のに数10秒程
 度経過し、その
 間のCB間の軸
 力の増加はほぼ
 0.1kgであ
 るが、CA間とCB
 間との軸力差が
 生じ、クランプ
 の解放とともに、
 軸力の除荷波の
 振幅の大きさは
 0.05kgであり、
 除荷波は弾性的
 であると考えら



- (a) general arrangement for wave propagation tests.
- (b) axial force distribution just after static loading.
- (c) axial force and torque distribution respectively just after static loading.
- (d) axial force and torque distribution respectively just before releasing clamp.
- (e) axial force and torque distribution respectively just after releasing clamp.

図 2-37 軸力差の説明

れるのでアルミニウム試験片へ伝ばする除荷波の振幅の大きさは 0.01 kg 、応力にして $3.89 \times 10^{-4} \text{ kg/mm}^2$ 、軸ひずみで 5.4×10^{-8} 程度となる。したがって、小さい軸力差は実験結果に影響してゐないと考えられる。

ひずみゲージの応答性については 3-2-3 項でのべるとおりである。

2・4 結言

本章では、まず静的な引張り前負荷と衝撃ねじり負荷とを与えることのできる試験機を試作した。この試験機は静的弾性ひずみエネルギーの急速な解放を利用するものであって、ねじり衝撃負荷を与える方法が興味深く、静的引張りを与える方法は通常静的試験で行われている方法であり、試験機の構造は非常に単純である。試験機は主に次の3つの部分で構成している。(1)細長い試験片全体の両端をつかむ2つのクランプ部(図2-11)。このクランプ部は市販の静的ねじり試験機のクランプ部を利用している。(2)試験片の一部をつかみ回転止めの働きをするクランプ部(図2-11, 2-13)。(3)静的引張りを与えることが可能な静的引張り部(図2-11, 2-12)。この部分ではこの原理を利用している。試験機の大きさは長さ3200 mm、高さ1460 mm、はば約1000 mmである。この試験機を用いて、静的引張り前負荷を与え、さらにねじり衝撃負荷を与える方法は次のとおりである。薄肉円管試験片と接着剤で突き合わせ接合した中実弾性丸棒を準備する。次にこの試験片全体の両端を静的に引張り、所定の軸力の値でこの両端を固定す

る。次に中実弾性丸棒の中央部を摩擦を利用した回
わり止めのクランプでつかみその後、中実弾性丸棒
の薄肉円管試験片と接合していないもう1つの端を
静的にねじり所定の回転角で止める。この状態では、
中実弾性丸棒の一部に静的弾性ひずみエネルギーが貯
えられている。そこで、クランプを急速に解放する
と貯えられていた弾性ひずみエネルギーがねじりのせ
ん断負荷波となって薄肉円管試験片へ伝播する。す
なわち薄肉円管試験片にねじり衝撃負荷を与えるこ
とになる。このようにして、静的引張り前負荷を与え、さらにねじ
り衝撃負荷を与えることができる。また、この試験機の性能を検
定した結果軸対称でほぼ純粋なせん断波を与え得る
ことがわかった。この衝撃ねじり試験機を用いて、
静的引張り前負荷を塑性域まで与えたアルミニウム
円筒にねじり衝撃負荷実験を行い、軸ひずみの一時
的な減少を確認し、ひずみ速度に依存しない等方硬
化弾塑性波伝播理論の単純波解の一つを、実験的、
定性的に証明した。また、衝撃的負荷が立ち上がり
時間を有する場合の理論計算を行い、実験値と比
較検討した結果、衝撃端近傍を除いて、軸ひずみ
に一時的な減少が生じ、その減少量は衝撃端から離
れるにつれて大きくなり、ひずみの減少過程では、
理論計算値と実験値は定量的にはほぼ良好一致を得た。
また、その後の過程でも衝撃端近傍も含めて、理論
計算値と実験値は定性的な一致を示したが、軸ひず
みの減少過程を終った後のひずみ増加過程と、せん断
ひずみの初期増加過程を終った後の第二段階のひず
み増加過程では、実験結果はひずみの時間遅れが著
しく、両者は定量的には一致しなかった。

第2章の参考文献

- (1) Clifton, R.J., Proc. 5th U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., ASME, (1966), 465.
- (2) Fukuoka, H., Proc. 16th Japan Nat. Congr. Appl. Mech., (1966), 109.
- (3) 福岡・益居, 日本機械学会論文集, 40-334 (昭49-6), 1544.
- (4) Jeffrey, A. and Taniuchi, T., Nonlinear Wave Propagation (Academic Press, New York-London), 65.
- (5) Courant, R., Issacson, E. and Rees, M., Comm. on Pure and Appl. Math. V (1952), 243.
- (6) 益居, 修論 (阪大), 1968.
- (7) Richtmyer, R.D. and Morton, K.W., Difference Methods for Initial-Value Problems, (1957, Interscience Pub.), 9.
- (8) Duffy, J., Campbell, J.D. and Hawley, R.H., J. Appl. Mech., 38 (1971), 83.
- (9) 坪内・工藤, 塑性と加工, 9-88 (昭43-5), 332.
- (10) Convery, E. and Pugh, H.L., J. Mech. Engng. Sci., 10 (1968), 153.
- (11) Baker, W.E. and Yew, C.H., J. Appl. Mech., 33 (1966), 917.
- (12) Campbell, J.D. and Dowling, A.R., J. Mech. Phys. Solids, 18 (1970), 43.
- (13) 谷本・岡林・福岡, 日本機械学会講演論文集, (昭47-3), 34.
- (14) 田中・谷本・林・福岡, 日本機械学会講演論文集, (昭48-6), 10.
- (15) 福岡・林・谷本・田中, 日本機械学会論文集, 43-367 (昭52-3), 883.
- (16) Lipkin, J. and Clifton, R.J., Trans. ASME, Ser. E, 37-4 (1970), 1107.

第3章 ねじりと引張り組み合わせ同時衝撃を受けるアルミニウムの挙動

3.1 緒言

前章で取り扱った問題は、静的引張り前負荷を与えたりえに、さらにねじり衝撃負荷を行ったもの、すなわち、組み合わせ増分実験とでも呼ぶべきものであった。本章では、ねじりと引張りの同時衝撃負荷による組み合わせ問題を研究する。この同時衝撃負荷による組み合わせ応力状態の研究は、材料の一般的な動的挙動の解明のために、さらに有効な情報を提供してくれるものと考えられる。

2軸同時衝撃負荷による組み合わせ問題の実験的研究は、非常に少なく、筆者の知る限りでは、GerardとParpino⁽¹⁾による研究とLindholmとYeakley⁽²⁾による研究とがあるに過ぎない。

GerardとParpinoは、衝撃波管を利用して、ガス圧波によって円形の薄膜を引張り、ひずみ速度 2 sec^{-1} 、2軸等引張りについて調べた。その結果、軟鋼はひずみ速度依存性を示したが、アルミニウム合金1100-0はそうでないと報告している。しかし、ガス圧の測定を、直径約305mmの衝撃波管の壁のそばで行ない、ひずみは、薄膜の中央部に貼ったひずみゲージから求めているため、応力とひずみの間に、時間的な不一致が生じている危険性が大きい。この実験は、2軸組み合わせ同時衝撃実験の端緒を開いた実験として、評価されてよいと思われる。

LindholmとYeakleyは、圧縮ガスを用いて、円筒試験片の端面に、ねじりと引張りの衝撃負荷を

与え、軟鋼の上降伏点が、静的な場合の上降伏点より大きくなることを示した。また、上降伏点に達する時間は、衝撃負荷後ほぼ7milli secondであった。しかし、この実験で用いられた試験片の長さは約50mmであったため、その試験片内の応力とひずみの分布の一樣性が満足されているかどうか大きな疑問が生じる。したがって、試験片の応力・ひずみの一樣性を満足させたねじりと引張りの組み合わせ同時衝撃負荷を受けた金属材料の動的挙動の実験的研究を行う必要がある。

本章では、前章で述べたねじり衝撃負荷方法からヒントを得て、静的に負荷された弾性ひずみエネルギーの急速な解放による、ねじりと引張り組み合わせ同時衝撃試験機を試作し、それを用いて、2軸同時衝撃負荷実験を行った。この方法によるねじりと引張りの組み合わせ同時衝撃試験機として、これは初めてのものと思われる。用いた試験片材は市販の純アルミニウムである。応力とひずみの測定法は、変形スプリットホプキンソンバー⁽³⁾法、あるいは変形直接⁽⁴⁾法とでも呼ぶべき方法である。その結果、ねじりと引張り2軸同時衝撃負荷の場合も、アルミニウムはひずみ速度依存性を有することなどが明らかとなった。また、その構成関係を実験的に求め、その一般化を考察した。それは、Malvernの過応力の概念を導入し、加工硬化も考慮した、(塑性)ひずみ速度依存性構成方程式である。さらにその構成方程式を用いて、薄肉円管のねじりと引張り組み合わせ弾粘塑性波の伝ばについて解析し、数値解例を示した。

3・2 実験⁽⁵⁾

3・2・1 試験機

ねじりと軸力の組み合わせ同時衝撃試験機としては、筆者の知る限りではLindholmとYeakleyによるものだけである。その衝撃負荷方法は、試験片と直列接続した部分を、圧縮空素ガスにより、引張りと同軸回転を与えるものである。ここでは、試験片と接触している部分が複雑であり、引張りと同軸回転を与えるための空素ガスの誘導、制御も複雑である。しかし、この負荷方法では、大きな衝撃荷重を負荷することが可能である。

本実験では、構造が簡単な、新しい組み合わせ同時衝撃試験機を用いた。この2軸同時衝撃負荷方法は、静的弾性ひずみエネルギーの急速な解放によるものである。図3-1はその負荷方法の説明図である。

丸棒ABを準備し、AB間の任意の点をクランプでしめつける(図(a))。次に、丸棒の一端Aを、静的に引張り、所定の軸力を負荷した後、さらに、静的にねじって、所定のトルクを負荷した後、丸棒の一端Aを固定する。この状態では、CA間に、所定の軸力とトルクが、弾性ひずみエネルギーとして貯えられていることになる(図(b))。そこでクランプを急速に解放すると、CA間の弾性ひずみエネルギーは解放され、トルクによる弾性ひずみエネルギーは横波として、軸力による弾性ひずみエネルギーは縦波として、それぞれCB間に、負荷波として伝播し、それと同時に、CA間に除荷波として伝播する。クランプ解放後、微小時間経過したときの、AB間での、軸力とトルクの状態は図(c)

C) のようになる。したがって、縦波と横波の伝播速度の関係、

$C_0 > C_2$ を考慮して、調べようとする試験片を、クランプに接するようにより、C B間に置けば、試験片にねじりと引張りを同時に衝撃的に負荷することができる。図(d)は、縦波と横波の弾性波伝播のt-x線図である。また、力のつり合いから、静的トルクと軸力をそれぞれ T_i 、 F_i とし、クランプ解放後の負

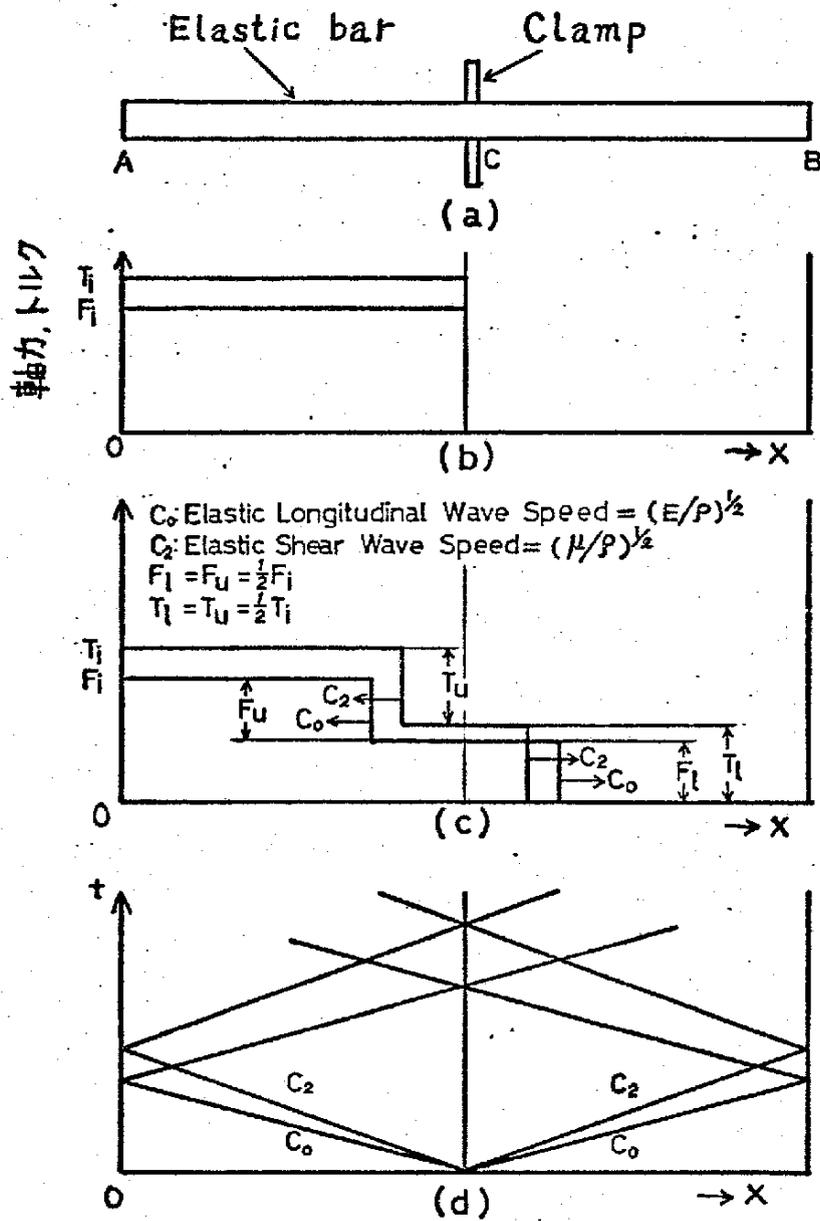


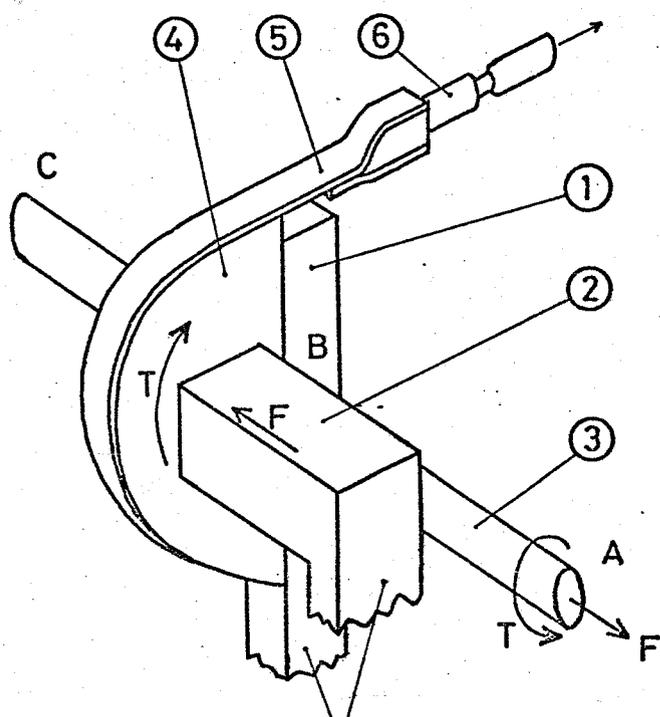
図 3.1 ねじりと引張り同時衝撃の負荷方法の説明

荷側のトルクと軸力を、それぞれ T_L 、 F_L として除荷側のそれらを、それぞれ T_U 、 F_U とすると、 $T_L / 2 = T_U = T_L$ 、 $F_L / 2 = F_U = F_U$ の関係が成立する。

以上のことから、このねじりと引張りの同時衝撃負荷試験は、前章のねじり衝撃試験機のクランプ機構に、丸棒（除荷側）の軸方向移動を阻止する機構を、つけ加えるだけでよい（図3-2の②）。すなわち、扇形押さえ板の軸方向移動を阻止するだけでよい。したがって、扇形押さえ板と丸棒との摩擦力は丸棒の回転と軸方向移動の阻止に働く。

図3-2はクランプ機構の概略図である。①は丸棒③と装置を支持する静止台である。図中の矢印の方向に、金属帯⑤を引張ると、扇形押さえ板④は、

摩擦によって、丸棒をつかみ、その回転は拘束される。扇形押さえ板の軸方向移動も、静止ブロック②によって阻止される。すなわち、丸棒に静的に負荷された軸力 F は、扇形押さえ板を介して、静止ブロック下支持される。クランプの解放は、切断棒⑥の切欠部を

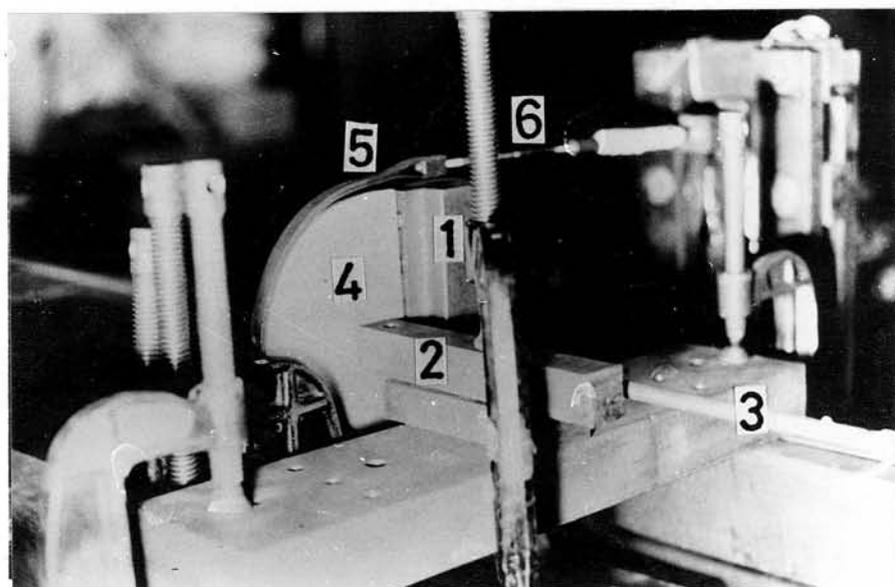


to foundation frame (Fig. 2-11 ⑥)

図3-2 クランプ概略

タカネで切断する様子で行った。

試験機のその他の部分は、前章の試験機とほぼ同様である。



- 1 Rest stand
- 2 Rest stand
- 3 Elastic bar
- 4 Sector plate
- 5 Metal band
- 6 Bar with notch

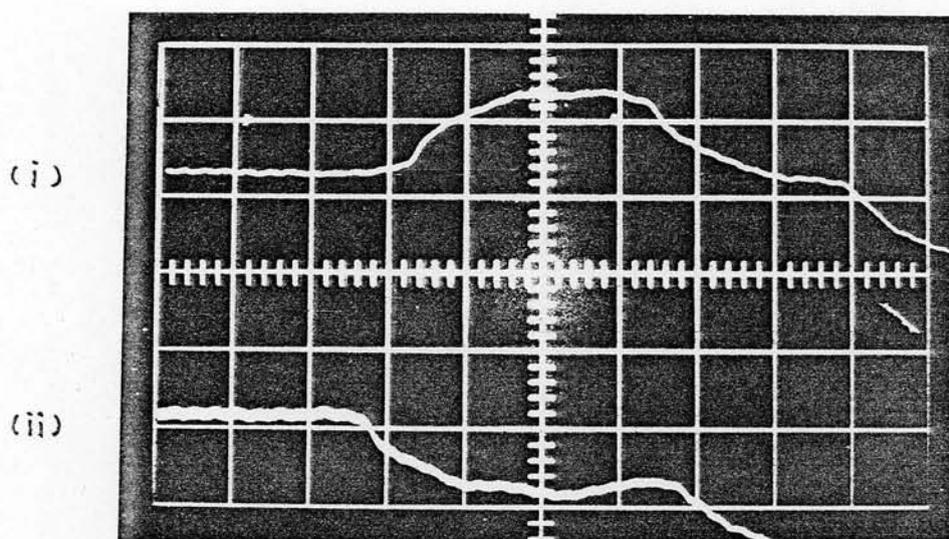
図 3-3 クランプ全景

3・2・2 実験手法

試作した試験機の性能、特に、ねじりと引張りを同時に、衝撃的に負荷できるかどうかを検討する必要がある。2-3-3 項で、このクランプ機構では

曲げなどがほとんど生じないことを示した。そこで、引張り衝撃が可能かどうかということと、ねじりと引張りを同時に、衝撃的に負荷できるかどうかということを確認する。そこで、試験棒全体は、中炭素鋼 S45C の中実丸棒を用いて、弾性範囲で、衝撃実験を行った。

図 3・4 は、弾性範囲で、引張りを衝撃的に負荷した時のオシロスコープひずみ波形写真である。ビーム (i) は、負荷側 (図 3-1 の CB 間) に軸方向に貼ったひずみゲージからの出力波であり、ビーム (ii) は除荷側 (図 3-1 の CA 間) のそれである。完全な矩形波ではないが、縦波の大きさが相等しい負荷波と除荷波が、棒に沿って、互いに反対方向に伝播することかわかる。



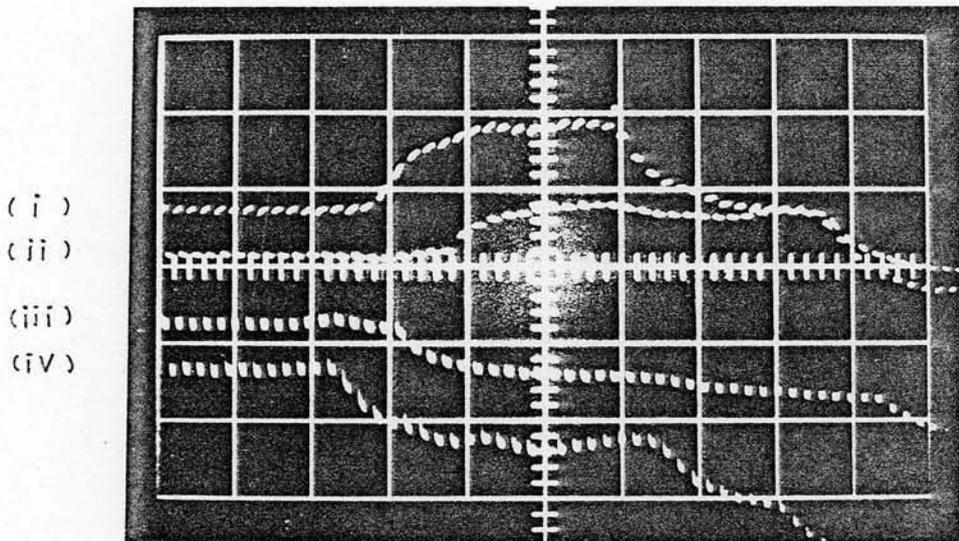
Horizontal scale : 100 μ s./div.

Vertical scale : 0.5 mV./div.

Beam (i): Loading side } Axial strain
 (ii): Unloading side } gage

図 3-4 弾性範囲における引張り衝撃試験機

図3-5は、弾性範囲において、ねじりと引張りを同時に、衝撃的に負荷した場合のオシロスコーフひずみ波形写真である。ビーム (i) と (ii) は、負荷側に貼ったひずみゲージから、ビーム (iii) と (iv) は、除荷側のそれからのひずみ波形である。ビーム (i) と (iv) は、軸方向に貼ったひずみゲージから、ビーム (ii) と (iii) は、軸方向に対して、 45° 方向に貼ったそれからのひずみ波形である。完全な矩形波ではないが、縦波と横波のそれぞれの大きさが相等しい負荷波と除荷波が、棒に沿って互いに反対方向に伝播することかわかる。



Horizontal scale : 100 μ s./div.

Vertical scale : 0.5 mV./div.

Beam (i) : Axial strain gage	} Loading side
(ii) : 45° strain gage	
(iii) : 45° strain gage	} Unloading side
(iv) : Axial strain gage	

図3-5 弾性範囲における引張りとねじりの同時衝撃試験

以上の弾性範囲での衝撃試験で、試作した衝撃試験機で、ねじりと引張りを同時に、衝撃的に負荷することが可能であることがわかった。そこで、試験片として、アルミニウムを用いて、2軸同時衝撃実験を行った。

図3-6は、ねじりと引張り同時衝撃実験装置の模式図を示す。

試験片全体は3つの部分から成っている。1つはトルクと軸力を静的弾性ひずみエネルギーとして貯える打撃棒である。2つ目は、アルミニウムの短い薄肉円筒の試験片である。最後は、試験片を通過する応力波を、測定するために用いる出力棒である。これらの3つの部分を、上述の順に、軸線を合わせて突き合わせ接合した。使用した接着剤はボンドネ39Y6である。打撃棒は、アルミニウム試験片より十分高い降伏応力を有する中炭素鋼S45Cで作った。その大きさは、長さ800mm、直径10mmの中実丸棒である。また、クランプの拘束力による塑性変形を避けるために、その棒の一端から、約10mmの範囲で、クランプでつかまれる部分を、高周波焼き入れ処理をほどこした。出力棒は、アルミニウム試験片より高い降伏応力を有し、さらに、ひずみの測定精度を良くするために、かなり大きなひずみ変化が得られるように、ヤング率の小さい銅の円管を用いた。その寸法は、長さ830mm、外径10mm、肉厚1mmである。

試験片は市販の純アルミニウム(純度99.7%)を使用した。アルミニウム試験片の形状と寸法を図3-8に示す。打撃棒あるいは出力棒と良く接合するように、両端に小さなハット状の部分(図3-8)をもうけた。また、アルミニウム試験片は、実験前に焼鈍

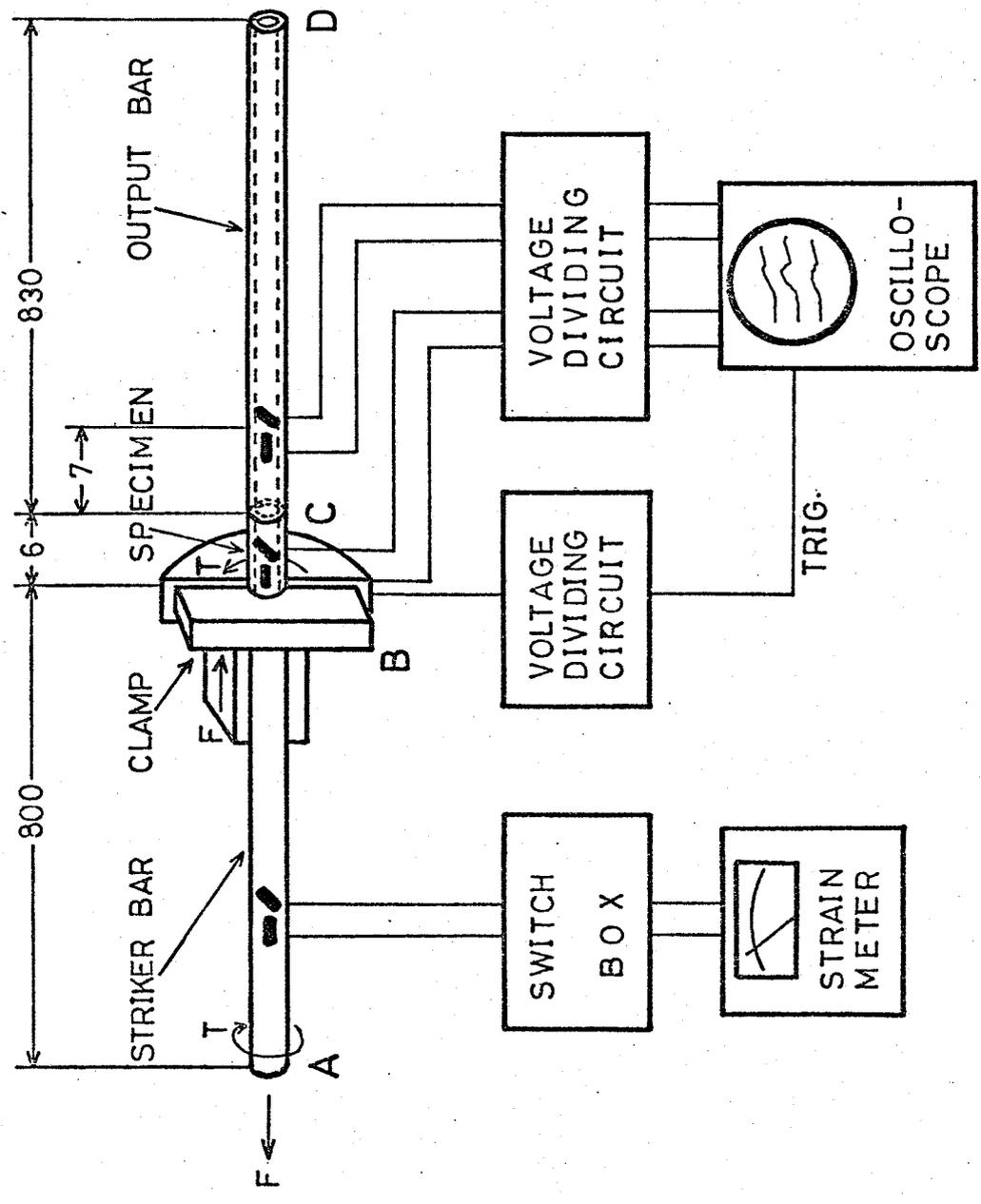
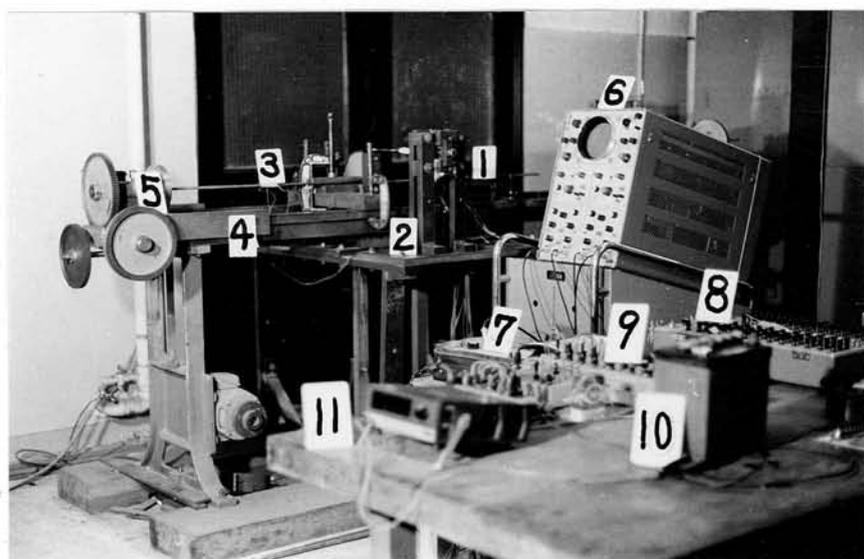


図 3.6 実験装置の模式図



- 1 Output bar
- 2 Clamp
- 3 Input bar
- 4 Bed
- 5 Static tension-torsion combined loading apparatus
- 6 Dual-beam oscilloscope
- 7 Strain meter
- 8 Switch box
- 9 Circuit box
- 10 Battery
- 11 Digital multi-meter

图 3-7 实验装置全景

熱処理（室温から約 $7^{\circ}\text{C}/\text{min.}$ で加熱し、 400°C で1時間半保持、その後、約 $0.37^{\circ}\text{C}/\text{min.}$ で室温まで徐冷）を行った。

アルミニウム試験片の応力は、短いアルミニウム試験片と直列に接合した出力棒上のひずみゲージから求めるのではあるが、このとき、負荷荷重が、出力棒の弾性限度を越えないうちに、負荷する力を調節した。アルミニウム円筒試験片を通過する負荷荷重は、出力棒のそれと同じ値をもつと仮定した。したがって、アルミニウム試験片の応力は、出力棒上に貼ったひずみゲージから求まる。試験片のひずみは、それに接着したひずみゲージから、直接求めた。使用したひずみゲージは、ゲージ長が1mmの箔ゲージ KFC-1-C1-11（共和電業）である。打撃棒、アルミニウム試験片および出力棒の軸ひずみの測定のために、図3-6に示すようにひずみゲージを軸方向に、またせん断ひずみの測定のために、 45° 方向に貼った。打撃棒、試験片および出力棒を突き合わせ接合するために使う接着剤 E39Y6 の強さとアルミニウム試験片の強さなどとの

関連については2・3・4項に書いたとおりである。

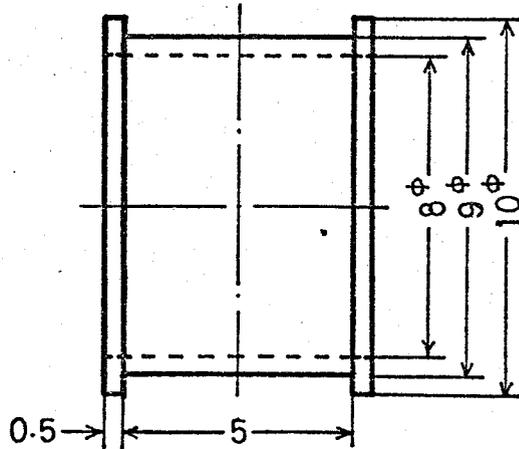
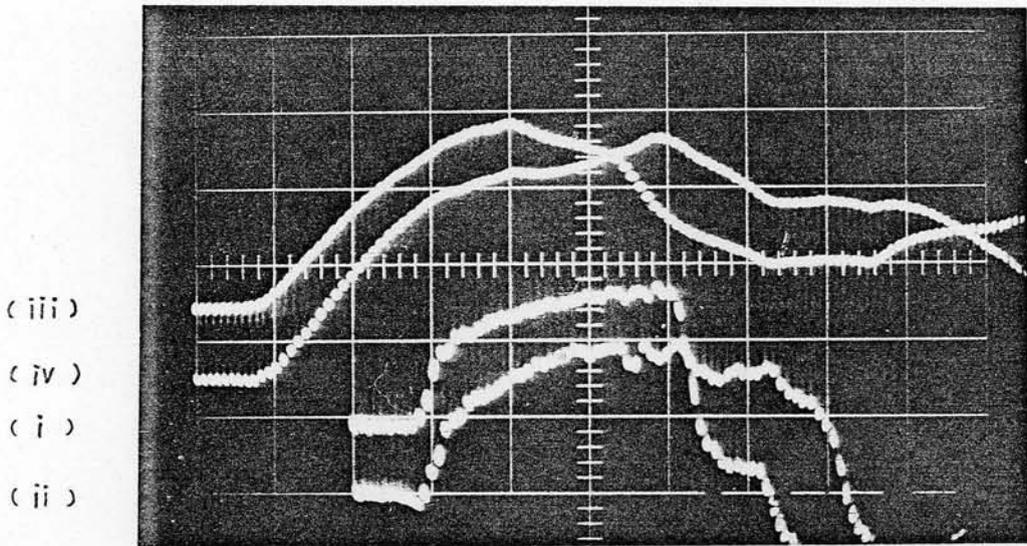


図 3.8 試験片

3・2・3 実験結果と考察

図3-9は、ねじりと引張り組み合わせ同時衝撃負荷を行ったときのオシロスコープで観測された、ひずみ波形の応答例である。ビーム(i)と(ii)は、出力棒に貼ったひずみゲージからの出力を示し、ビーム(iii)と(iv)は、アルミニウム試験片に貼ったひずみゲージからの応答を示す。ビーム(i)と(iii)は、軸方向に貼ったひずみゲージから、ビーム(ii)と(iv)は、軸方向に対して、45°方向に貼ったゲージからの出力を示す。出力棒に対して負荷荷重が弾性範囲にあるようにしてあるので、



Horizontal scale : 100 μ s./div.

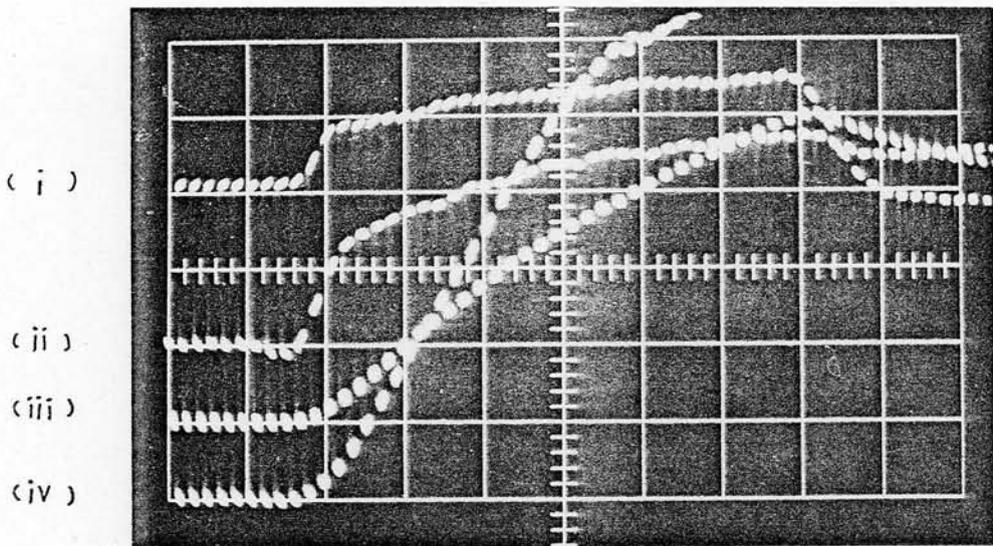
Vertical scale :

Beam (i) : Axial strain gage	} Output bar,	73×10^{-6} mm/mm/div.
(ii) : 45° strain gage		
(iii) : Axial strain gage	} Specimen,	2900×10^{-6} mm/mm/div.
(iv) : 45° strain gage		

図3-9 2軸動的実験の観測例

ビーム (i) と (ii) から出力棒の引張り応力とせん断応力がわかる。したがって、この出力棒と直列に接合してあるアルミニウム試験片の端面の応力がわかる。アルミニウム試験片の長さは 6 mm で非常に短いので、試験片の応力、ひずみは、その軸線に沿ってほぼ一様と見なせる。したがって、この端面応力をアルミニウム試験片の応力とした。ひずみはビーム (iii) と (iv) から直接求めた。ビームの掃引開始後約 400 μ s. 以降の波形変化は打撃棒と出力棒の端からの反射波の影響によるものである。

図 3-10 は、図 3-9 と同様にねじりと引張りを同時に衝撃負荷したときの観測波形例である。



Horizontal scale : 50 μ s./div.

Vertical scale :

Beam (i) : Axial strain gage	} Output bar
(ii) : 45° strain gage	
(iii) : Axial strain gage	} Specimen
(iv) : 45° strain gage	

図 3-10 2軸動的実験の観測例

図3・10の場合、時間軸が50 $\mu\text{s}/\text{div}$ のときのものである。これから試験片全体の両端からの反射波の影響がない範囲の詳細を知ることができる。

図3・11は、ねじりと引張りを同時衝撃したときの引張り応力とせん断応力の関係を示す。この引張り応力・せん断応力関係は、前頁でも述べたように、衝撃負荷試験中も弾性範囲にある出力棒上に貼ったひずみゲージから、引張り応力・時間関係とせん断応力・時間関係を求め、この2つの関係から時間を媒介として引張り応力・せん断応力関係を求めた。

図中のa~eは、トルクと軸力の衝撃負荷荷重の値を変えて実験を行った場合を示し、 T_0/T_c の値がそれぞれ2.31、1.04、0.80、0.44および0.25である。

図中の太実線はその応力径路を表わす。実験結果の応力径路について、初期の部分は、後述するように、応力の測定に関して大きな誤差が入る可能性が大きいため省略してある。

本実験の場合、得られた応力径路は直線からわずかにずれていて、せん断応力軸に対してごくわずかに凹の形をしているものの、ほぼ比例負荷していると見なしてよい。

図中の2つの×印はそれぞれ静的試験における引張りとねじりの初期降伏応力を示す。図中の一点鎖線は初期降伏応力点×印を結ぶ初期降伏楕円である。図中の破線は

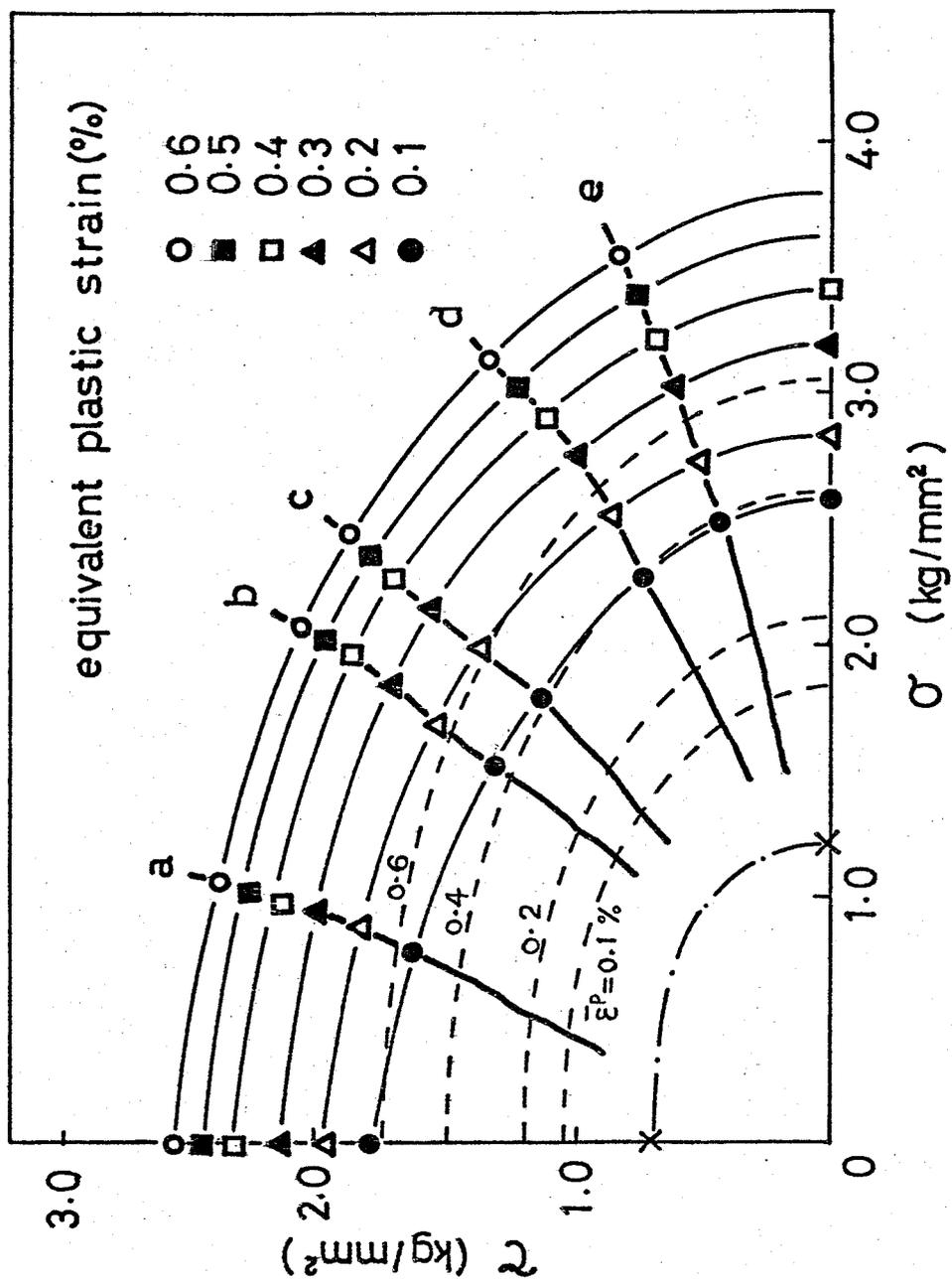


図 3.11 動的試験における降伏曲面

塑性ひずみ速度がほぼ $1.0 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ の静的引張り応力・ひずみ関係から、等方硬化を仮定して誘導した降伏曲線を示す。それぞれの曲線は、原点から外へ順に、それぞれ相当塑性ひずみが 0.1、0.2、0.4 および 0.6 % のときのものである。

静的負荷における金属材料の塑性変形の取扱かいでは、流れ法則として Prandtl-Reuss の法則が、しばしば仮定されている。それは、

$$d\varepsilon_{11}^p / \sigma_{11}' = d\varepsilon_{12}^p / \sigma_{12}' \quad (3-1)$$

であらわされる。ここで $d\varepsilon_{11}^p$ 、 σ_{11}' はそれぞれ軸方向塑性ひずみ増分および偏差応力であり、 $d\varepsilon_{12}^p$ 、 σ_{12}' は周方向のそれである。高速変形におけるこの法則の有効性を調べるために、実験から次の値 k を求めた。

$$\left(\dot{\varepsilon}_{11}^p / \sigma_{11}' \right) / \left(\dot{\varepsilon}_{12}^p / \sigma_{12}' \right) = k \quad (3-2)$$

表 1 は k の 25 μs . 毎の値を示す。表中の a ~ e は

表 1 k の値

time (μs)	a	b	c	d	e
50	1.33	0.81	(1.46)	0.76	1.02
75	1.15	1.09	1.37	0.76	0.84
100	1.10	1.02	1.25	0.76	0.89
125	1.20	0.85	1.23	0.85	1.26
150	1.35	0.87	1.20	0.83	1.10
175	(1.54)	—	1.33	0.80	0.94

σ_c/σ_t の値がそれぞれ 2.31、1.04、0.80、0.44 および 0.25 であり、トルクと軸力の衝撃負荷荷重の値を変えて実験を行った場合を示す。長軸の値はかなり 1 に近い。このことはこの法則が動的な比例負荷の場合にも、粗い近似で成り立つことを意味する。

図 3・11 の細実線は動的負荷の降伏曲面を表わし、それらは等しい相当塑性ひずみ点を通る輪郭曲線として定義した。本実験の相当塑性ひずみ速度は $d\bar{\epsilon}^p = \{d\epsilon^p{}^2 + (4/3)d\gamma^p{}^2\}^{1/2}$ を用いて、ほぼ 50 sec^{-1} であった。動的な降伏曲面と静的なそれとを比較すると、前者は後者より大きくなっている。このことは、2軸応力状態の動的試験の場合にも、アルミニウムはひずみ速度依存性を示すことを意味する。

2軸動的負荷の場合の降伏曲面の、長軸と短軸の比は、ほぼ 1.5 であり、Mises の降伏条件では、この値は 1.73 であるので、前者は、Mises の条件と比較して 14% 程度楕円が円に近づいている。このことは、ねじりせん断成分の方が軸方向成分よりひずみ速度依存性が大きいことを示している。ねじりと引張り組み合わせ同時衝撃を受けたアルミニウムの降伏曲面について、比較すべき研究は見あたらないが、多くの研究者達によって、アルミニウム 7100-0 の動的引張り、あるいは圧縮応力・ひずみ関係が求められている⁽⁶⁾。また、ねじり衝撃による、動的せん断応力・ひずみ関係の実験は、数少ないように思われるが、その一つに、Duffy⁽⁶⁾ の実験結果がある。Mises の規準が成り立つとき、 $\sigma = \sqrt{3}\tau$ と $\epsilon = \delta/\sqrt{3}$ の関係が適用でき、ねじり衝撃試験結果と縦衝撃の結果との比較が可能になる。図 3・12 はその比較図である。ねじり衝撃実験から得たひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 460 \text{ sec}^{-1}$ の曲線が縦衝撃実験から得たひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 800 \text{ sec}^{-1}$ の曲線より

やや小さ目であるが、その差は小さい。ねじり衝撃実験から得たひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ の曲線が縦衝撃実験から得たひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 3 \times 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ の曲線よりかなり大きい。また、縦衝撃実験から得たひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 4.5 \times 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ 、 $\dot{\epsilon} = 670 \sim 1100 \text{ sec}^{-1}$ の曲線がねじり衝撃実験から得たひずみ速度 $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ の曲線と $\dot{\epsilon} = 460 \text{ sec}^{-1}$ の曲線の間にある。これらのことは、見かけ上ねじり衝撃試験結果の方が、縦衝撃試験結果よりひずみ速度依存性が大きいことを暗示し、本論文の実験結果と定性的に一致している。

構成関係において、塑性ひずみ速度が過応力の関数であると考える Malvern の仮定を多軸応力下的高速変形の場合に拡張して、一般的に流れ法則を次式のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^p / \sigma'_{ij} &= \Phi \\ \Phi &= k' (1/\bar{\sigma}_s - 1/\bar{\sigma}) \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

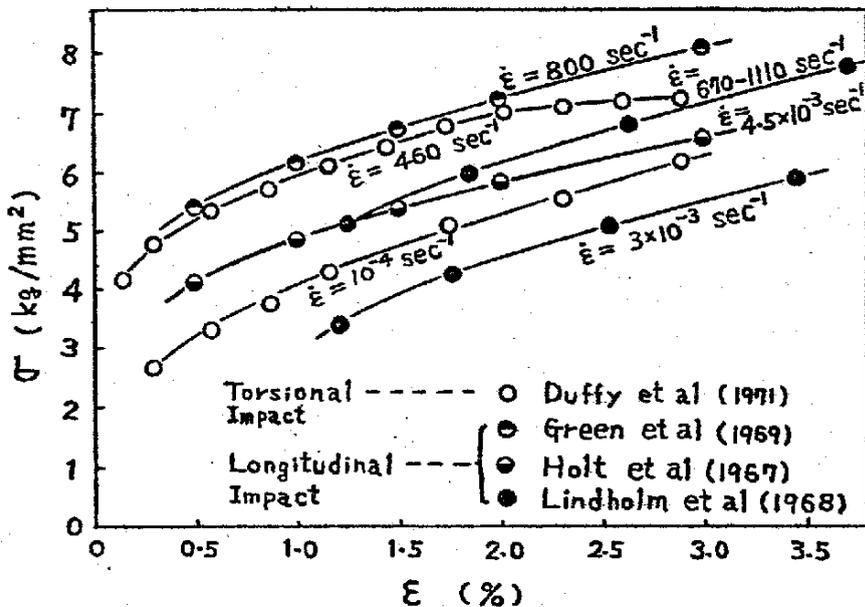


図 3 - 12 アルミニウム 1100-O を用いた縦衝撃試験結果とねじり衝撃試験結果の比較⁽⁶⁾
($\sigma = \sqrt{\sigma^2}$, $\epsilon = \sqrt{\epsilon^2}$ を用いて)

ここで、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 $\bar{\sigma}_s$ は静的な場合の相当応力であり、 k' は材料定数である。本実験の結果を式(3-3)の形で整理して、変形中の各25 μ s.ごとの k' の値を求めて表2に示す。表中のa~eはトルクと軸力の衝撃負荷荷重の値を変えて実験を行った場合を示し、その条件は表1のそれらと同じである。 k' の平均値は、それぞれの場合全てほぼ 175 sec^{-1} である。このことから、式(3-3)は動的組み合わせ比例負荷の場合に近似的に成り立つことがわかる。

次に、本実験で使用した応力-ひずみ測定法について考察する。本実験で用いた方法は、変形スプリットホプキンソンバー法、あるいは変形直接法とも言うべき方法である。接合面での、応力波の反射、それに伴う測定精度の問題は、標準形のスプリットホプキンソンバー法⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾について、既に幾つかの検討が行われている。また、直接法については、文献(4)に詳細に述べられている。単軸応力状態での理論解析の結果では、試験片中を応力波が数往復した後は、試験片内の応力分布は一様と考えてよい

表2 式(3-3)における材料定数 k' [sec^{-1}] の値

time (μ s.)	a	b	c	d	e
50	176	147	180	166	115
75	164	175	165	166	159
100	162	179	179	171	180
125	177	187	184	196	176
150	169	(217)	183	196	180
175	162	—	(104)	195	163

とされている⁽⁹⁾。また、実験的にも、衝撃負荷後約数10 μ s.以後は、試験片の両端面で測定した応力はよく一致し、出力棒で測定した応力を試験片の応力と考えるとよいという結果が知られている⁽¹⁰⁾。本実験で用いた方法は、上述の標準形と多少異なるが、入力棒側での試験片端面の応力を求める場合、アルミニウム試験片のインピーダンスPCが、入力棒のS45Cのインピーダンスより、非常に小さいため、入力荷重の大部分は除荷されることになる。このため、入力棒から、アルミニウム試験片の端面応力を求めるという方法では、精度が悪くなると考えられるので、出力棒からの応力を測定する方法をとった。

ひずみゲージの過渡応答性について、大井⁽¹¹⁾は丸棒の破断で鋭い階段波を発生させ、ひずみゲージの長さ8 mm、3 mmおよび1 mmのものを用いて、縦弾性波の立ち上がり時間を実測し、ひずみゲージの応答の過渡特性について調べている。その結果、接着型ひずみゲージの過渡特性は、安全側の数字として、立ち上がり時間 t_R に対して、 $t_R < 0.8 L/C + 0.5 \mu$ s. という結論を得ている。ここで、 L はひずみゲージの長さであり、 C は応力波の伝播速度である。また、測定系に要求される周波数帯域の上限周波数 f_c は、 $f_c \approx 0.35/t_R$ の関係⁽¹²⁾から求めることができる。河島⁽¹³⁾は、応力パルスを水晶と抵抗線ひずみゲージによって同時にとり出し、ひずみゲージ(紙ゲージ、ゲージ長2 mm、ゲージ幅3.5 mm、ゲージ抵抗120 Ω およびゲージファクタ1.65 ~ 1.85)は少くとも110 kHz程度まで応答することを確認した。

本研究で用いたひずみゲージは、ゲージ長1 mm

と5 mmであり、ひずみ波形の立ち上がり時間は100 μ s程度である。したがって、使用したひずみゲージの過渡特性は問題ないと考えられる。

3・3 ねじりと引張り2軸応力を受ける薄肉円管の弾粘塑性波の伝ばの解析⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾

前節で、2軸動的比比例負荷の場合、実験結果がおよそ式(3・3)で整理できることがわかった。そこでこの実験結果をもとに、加工硬化を考慮したひずみ速度依存性構成方程式の導出およびその考察をする。さらに、この構成方程式を用いて、ねじりと引張り2軸応力を受ける薄肉円管の弾粘塑性波の伝ばの解析を行う。

3・3・1 構成方程式

塑性ひずみ速度と応力が、次式のような関係を有すると仮定する。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = K \cdot \Phi \cdot \sigma_{ij} \quad (3-4)$$

ここで、 σ_{ij} 、 ϵ_{ij}^p はそれぞれ偏差応力テンソル、塑性ひずみテンソルである。Kは材料定数である。ドットは時間に関する微分を表わす。 Φ は、応力の函数であるFの函数である。ここでは、単純な次の函数⁽¹⁶⁾を考える。

$$\Phi(F) = F^m \quad (3-5)$$

ここで、mは材料定数である。Fは加工硬化を考慮して次式を考える。

$$F = F \left(\sqrt{I_S^{(2)}}, \sqrt{I_{SS}^{(2)}} \right) \quad (3-6)$$

ここで、 $I_S^{(2)}$ は、高速変形中の応力成分より求めた偏差応力テンソルの第2不変量であり、 $I_{SS}^{(2)}$ は、その時のひずみ成分に対応する静的相当応力で、次式で表わせる。

$$\sqrt{I_{SS}^{(2)}} = \varphi \left(\sqrt{I_{\varepsilon^P}^{(2)}} \right) \quad (3-7)$$

ここで、 $I_{\varepsilon^P}^{(2)}$ は塑性ひずみテンソルの第2不変量である。Fの具体的な形として、過応力の概念を導入して、次式のように書いておく。

$$F = 1 / \sqrt{I_{SS}^{(2)}} - 1 / \sqrt{I_S^{(2)}} \quad (3-8)$$

あるいは、式(3-7)を考慮して、次式となる。

$$F = 1 / \varphi \left(\sqrt{I_{\varepsilon^P}^{(2)}} \right) - 1 / \sqrt{I_S^{(2)}} \quad (3-9)$$

式(3-7)の φ の形は、以下のようにして求めることができる。まず、任意の静的試験の一つ、たとえば、単純な引張り試験より、次式を得る。

$$\sigma_{st} = \Psi \left(\varepsilon_{st}^P \right) \quad (3-10)$$

ここで、添字 st は、静的試験によることを表わす。式(3-10)から、 $I_S^{(2)} = \sigma_{ij}' \sigma_{ij}' / 2$ 、 $I_{\varepsilon^P}^{(2)} = \varepsilon_{ij}^P \varepsilon_{ij}^P / 2$ などを用いて、次式を得る。

$$\sqrt{I_{SS}^{(2)}} = \varphi \left(\sqrt{I_{\varepsilon^P}^{(2)} st} \right) \quad (3-11)$$

したがって、材料によって、すなわち函数形中によつて、 φ は異つた形をとり得る。

式(3-4)に、過応力の概念を導入したので、函数形には、次の条件が付加される。

$$\Phi(F) = \begin{cases} F^m & \text{for } F > 0 \\ 0 & \text{for } F \leq 0 \end{cases} \quad (3-12)$$

以上のことから、弾性変形を考慮すると、構成方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_{ij} &= \dot{\sigma}'_{ij} / (2\mu) + k \Phi \sigma'_{ij} & \text{for } F > 0 \\ \dot{e}_{ij} &= \dot{\sigma}'_{ij} / (2\mu) & \text{for } F \leq 0 \\ \dot{\varepsilon}_{ii} &= \dot{\sigma}'_{ii} / (3K) \end{aligned} \right\} \quad (3-13)$$

ここで、 μ 、 K は、それぞれ剛性率、体積弾性係数である。

e_{ij} は偏差ひずみテンソルである。

式(3-13)の非弾性部分、式(3-4)の両辺を二乗して次式を得る。

$$\sqrt{I_{\dot{e}P}^{(2)}} = k \cdot \Phi \cdot \sqrt{I_S^{(2)}} \quad (3-14)$$

ここで、 $\sqrt{I_{\dot{e}P}^{(2)}}$ は塑性ひずみ速度テンソルの第2不変量である。式(3-14)は、式(3-5) ~ (3-11)を考慮すると、不変量 $I_{\dot{e}P}^{(2)}$ 、 $I_S^{(2)}$ として $I_{\dot{e}P}^{(2)}$ の間の関係を示す。本構成方程式のように、非弾性部分が粘塑性の場合、塑性流れは $\dot{I}_S^{(2)} \geq 0$ に関係なく式(3-8)から $\sqrt{I_S^{(2)}} > \sqrt{I_{Ss}^{(2)}}$ のときに生ずる。

函数 φ の形は、静的試験から得られたものであるから次式を満足しなければならない。

$$\sqrt{I_{\bar{\epsilon}^P}^{(2)}} > 0 \quad (3-15)$$

また、 $I_{\bar{\epsilon}^P}^{(2)} \rightarrow 0$ のとき $I_S^{(2)} \rightarrow I_{SS}^{(2)}$ となる。

加工硬化材では、1軸の実験結果から、応力 σ_{At} と軸ひずみ ϵ_{At}^P との間には、大略次の関係が成立する。

$$\sigma_{At} = \Psi(\epsilon_{At}^P) = \sigma_{YAt} + (\epsilon_{At}^P / C)^{1/D} \quad (3-16)$$

ここで、 σ_{YAt} は静的引張り初期降伏応力である。C、D はそれぞれ材料定数である。式(3-16)から、式(3-10)、(3-11)を用いて、式(3-17c)を得る。すなわち $\bar{\sigma}_{At} = \sigma_{At}$ 、 $\bar{\epsilon}_{At}^P = \epsilon_{At}^P$ より

$$\bar{\sigma}_{At} = \Psi(\bar{\epsilon}_{At}^P) \quad (3-17 a)$$

また、 $\sqrt{I_{S At}^{(2)}} = \bar{\sigma}_{At} / \sqrt{3}$ 、 $\sqrt{I_{\bar{\epsilon}^P At}^{(2)}} = (\sqrt{3}/2) \bar{\epsilon}_{At}^P$ を用いて、

$$\sqrt{I_{S At}^{(2)}} = \Psi\left(\sqrt{(4/3) I_{\bar{\epsilon}^P At}^{(2)}}\right) / \sqrt{3} \quad (3-17 b)$$

したがって、過応力の概念を適用して、 $I_{S At}^{(2)}$ を $I_{SS}^{(2)}$ 、 $I_{\bar{\epsilon}^P At}^{(2)}$ を $I_{\bar{\epsilon}^P}^{(2)}$ とおくと、

$$\Psi\left(\sqrt{I_{\bar{\epsilon}^P}^{(2)}}\right) = \sigma_{YAt} / \sqrt{3} + \left\{ (2/\sqrt{3}C)^{1/D} / \sqrt{3} \right\} \left(\sqrt{I_{\bar{\epsilon}^P}^{(2)}} \right)^{1/D} \quad (3-17 c)$$

となる。

3.3.2 基礎式

平均半径 r の長い薄肉円管を考えると、前章と同様にして、応力、粒子速度としてひずみは、それぞれ軸方向、周方向の2成分を求めばよい。

応力成分は、軸応力 σ_t とせん断応力 τ_t だけを求めばよいから、構成方程式は式(3.12)、(3.13)から次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_t &= \sigma_t / E + \frac{2}{3} K \langle \Phi \rangle \sigma \\ \gamma_t &= \tau_t / \mu + 2 K \langle \Phi \rangle \tau \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

$$\langle \Phi \rangle = \begin{cases} \Phi & \text{for } \Phi > 0 \\ 0 & \text{for } \Phi \leq 0 \end{cases}$$

ここで、添字 t は時間に関する偏微分を表わし、 m は式(3.12)において最も単純な形をとるとき $m=1$ である。

運動方程式と連続の式は前章の式(2.1)、(2.2)と同様にそれぞれ次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \rho u_t &= 0 \\ \tau_x - \rho v_t &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_t - u_x &= 0 \\ \gamma_t - v_x &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

式(3.18) と式(3.20) から

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \sigma_t / E + \frac{2}{3} K \langle \Phi \rangle \sigma \\ v_x &= \tau_t / \mu + 2 K \langle \Phi \rangle \tau \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

となる。式(3.19) と式(3.21) を整理すると、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \rho u_t &= 0 \\ \tau_x - \rho v_t &= 0 \\ -u_x + \sigma_t / E + \frac{2}{3} K \langle \bar{\epsilon} \rangle \sigma &= 0 \\ -v_x + \tau_t / \mu + 2K \langle \bar{\epsilon} \rangle \tau &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-22)$$

式(3-22)は u 、 σ 、 v および τ を未知数とする、半線形双曲型連立一次偏微分方程式である。

3-3-3 特性曲線に沿った増分関係

式(3-22)をあらためて行列表示すると、

$$L(W) = A W_t + B W_x + C = 0 \quad (3-23)$$

$$W = \begin{bmatrix} u \\ \sigma \\ v \\ \tau \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\mu \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2}{3} K \langle \bar{\epsilon} \rangle \sigma \\ 0 \\ 2K \langle \bar{\epsilon} \rangle \tau \end{bmatrix}$$

式(3-23)の特性速度 C は、 $\det(cA - B) = 0$ から求められ、次式のように、4つ求まる。

$$C^2 = \begin{cases} E / \rho \\ \mu / \rho \end{cases} \quad (3-24)$$

式(3-24)の根のうち、大きいものと小さいものを、それぞれ C_0 、 C_2 とすると、4種の特性曲線は、それぞれ次の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} dx/dt &= \pm C_0 \\ dx/dt &= \pm C_2 \end{aligned} \right\} \quad (3-25)$$

ここで、 $C_0 = (E/\rho)^{1/2}$ 、 $C_2 = (\mu/\rho)^{1/2}$ で、それぞれ縦弾性波、横弾性波伝播速度である。

したがって、固有ベクトルを \mathbf{l} とすると (CA-B) より、4つの C に対して、それぞれ固有ベクトルが求まり、線形結合 $\mathbf{l} \cdot \mathbf{W} = 0$ ⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾ より、特性曲線、式 (3-22) に沿って、次の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \rho C_0 du - d\sigma - \frac{2}{3} E \kappa \langle \mathbf{e} \rangle \cdot d\mathbf{x} &= 0 & : \frac{dx}{dt} = C_0 \\ \rho C_0 du + d\sigma + \frac{2}{3} E \kappa \langle \mathbf{e} \rangle \cdot d\mathbf{x} &= 0 & : \frac{dx}{dt} = -C_0 \\ \rho C_2 dv - d\tau - 2 \mu \kappa \langle \mathbf{e} \rangle \cdot d\mathbf{x} &= 0 & : \frac{dx}{dt} = C_2 \\ \rho C_2 dv + d\tau + 2 \mu \kappa \langle \mathbf{e} \rangle \cdot d\mathbf{x} &= 0 & : \frac{dx}{dt} = -C_2 \end{aligned} \right\} (3-26)$$

この式 (3-26) を積分することによって、解が求まる。

3-3-4 数値計算例および考察

本章における特性曲線は、前章のそれと違って、直線である。数値解は、 $t-x$ 平面上で、特性曲線の格子ごとに、増分関係式 (3-26) を差分計算して求めた。境界内の格子点 (図3-13) については、 $t-x$ 平面上で、大きさ Δx 、 Δt の、 x 軸と t 軸に平行な格子を作り、その任意の格子点を $P(x, t + \Delta t)$ とする。この点 P を通る4つの特性曲線と、時間 t を通る x 軸と平行な直線との交点を、それぞれ L 、 L' 、 R' および R とする。また、点 P を通り、時間軸に平行な直線との交点を Q とする。 $\Delta x / \Delta t = C_0$ とすると、特性速度の関係 $C_0 > C_2$ から、点 L 、 L' 、 R' をして R は、 L R 間に含まれる。したがって、点 L 、 L' 、 R' および R での値が既知であるとき、点 P での未知量が求まる。そして、点 L と R は、必ず格

子点を通るが、点 L' と R' は、格子点を通るとは限らない。これは内挿法⁽¹⁸⁾で求めることができる。それは、点 L' と R' の値を、それぞれ $W(L')$ 、 $W(R')$ とすると、それぞれ次式で求めることができる。

$$\begin{aligned} W(L') &= W(Q) - \lambda \{ W(Q) - W(L) \} \\ W(R') &= W(Q) + \lambda \{ W(R) - W(Q) \} \end{aligned} \quad (3-27)$$

ここで、 $\lambda = C_2/C_0$ である。境界の格子点(図3-14)についても同様である。

数値解の評価はエネルギーを検討することによって行った。すなわち各計算段階で衝撃端で外部からなされる仕事と円管に生じる運動エネルギー、変形ひずみエネルギーの全格子点についての総和との比較検討を行った。その結果誤差は0.1%以下であった。

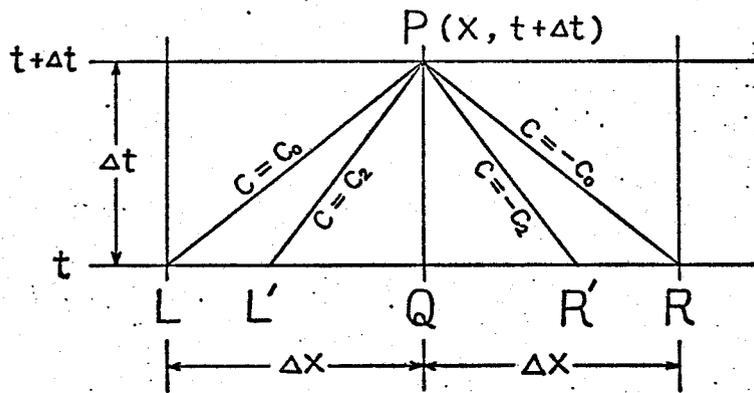


図 3-13 境界内部の格子点と特性曲線

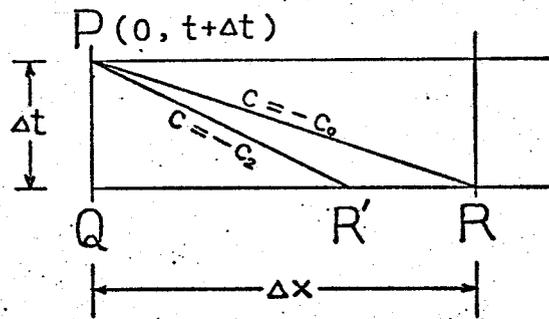


図 3-14 境界の格子点と特性曲線

数値計算例として、静的引張り前負荷 $\sigma_p = 1.42 \text{ kg/mm}^2$ を受けた薄肉円管に、ねじり衝撃 $\tau_c = 0.84 \text{ kg/mm}^2$ を負荷した場合を図 3-15 ～ 3-17 に示す。本章での構成方程式を用いた場合を一点鎖線で示す。また、比較のために、前章での実験結果とひずみ速度に依存しない理論を用いた場合の計算結果とをそれぞれ実線と破線で示してある。

ひずみ速度依存理論を用いた場合について、この理論は衝撃端近傍を除いて、実験の軸ひずみの一時的減少と定性的に一致する。しかし、その減少量は、ひずみ速度に依存しない理論を用いた場合や実験値より小さい。また、ひずみ速度依存理論は、実験において衝撃端から離れるにつれて軸ひずみの減少量が大きくなることと定性的に一致する。衝撃端近傍を含めて、全過程を通して、ひずみ速度依存理論は、定性的には実験と一致するが定量的には合わない。

衝撃端近傍について、ひずみ速度依存理論では軸ひずみの一時的な減少は無く、定性的には実験と合っている。定量的には、せん断ひずみに関して、ひずみ速度依存理論は、ひずみ速度に依存しない理論より実験に近づいており、軸ひずみに関しては、ひずみ速度依存理論は、実験と定性的には合っているが、計算値は実験値より小さくなっている。全過程を通して、衝撃端近傍では、ひずみ速度依存理論はひずみ速度に依存しない理論と逆で、ひずみの時間遅れが大きく、計算値は実験値より小さい。

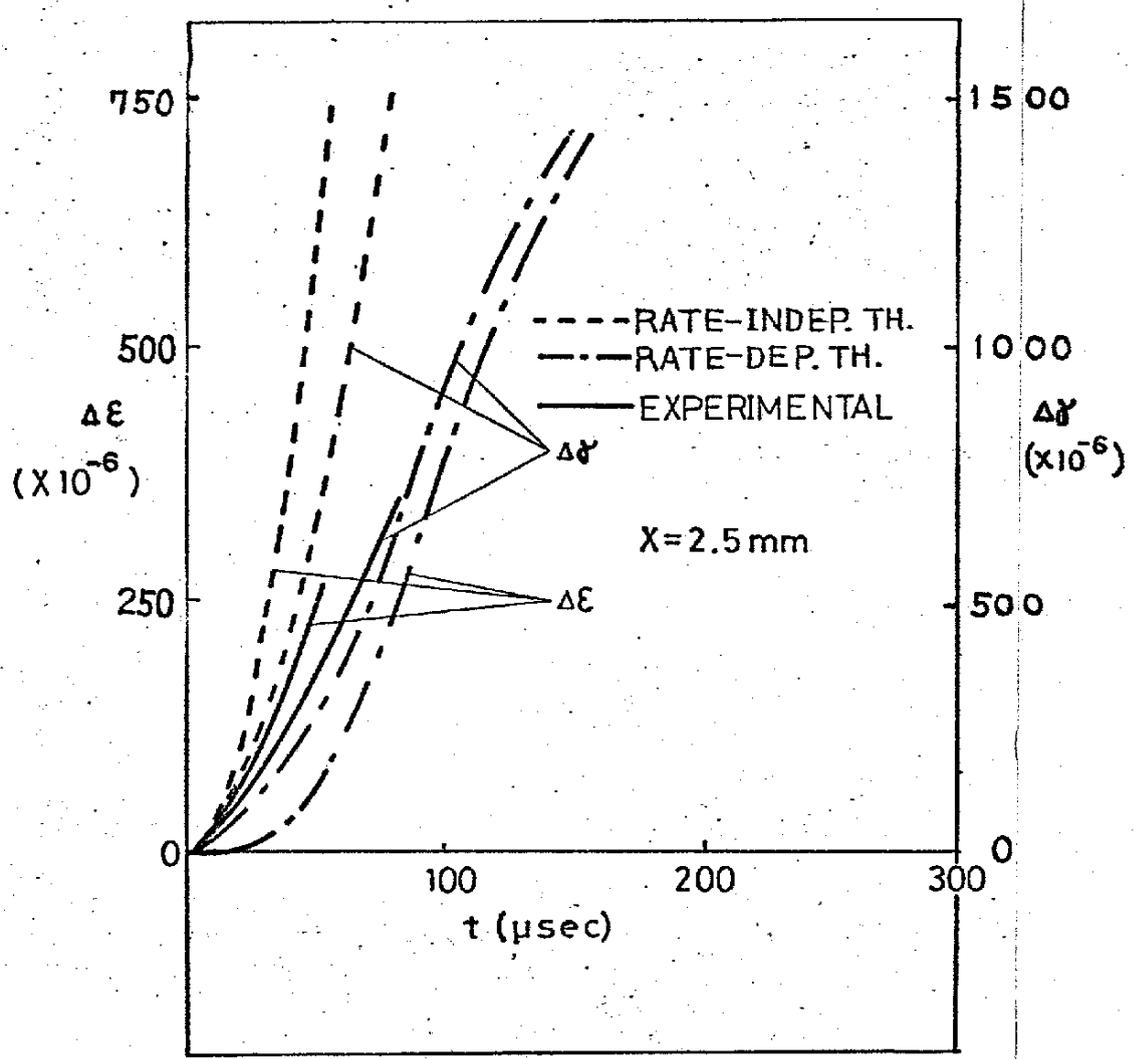
衝撃端から 160 mm において、せん断ひずみに関して、ひずみ速度依存理論は、初期過程では、比較的実験とよく合っている。その後続過程では、まだ実験との差が大きい。軸ひずみに関して、初期過程では、軸ひずみは一時的に減少しているものの、

その減少量は、ひずみ速度に依存しない理論や実験値より小さい。その後続過程では、ひずみ速度依存理論はひずみ速度に依存しない理論より実験値に近づいている。しかし、実験値とは、まだかなり定量的な相違がある。

衝撃端から 80 mm においても、160 mm における考察とほぼ同様であった。

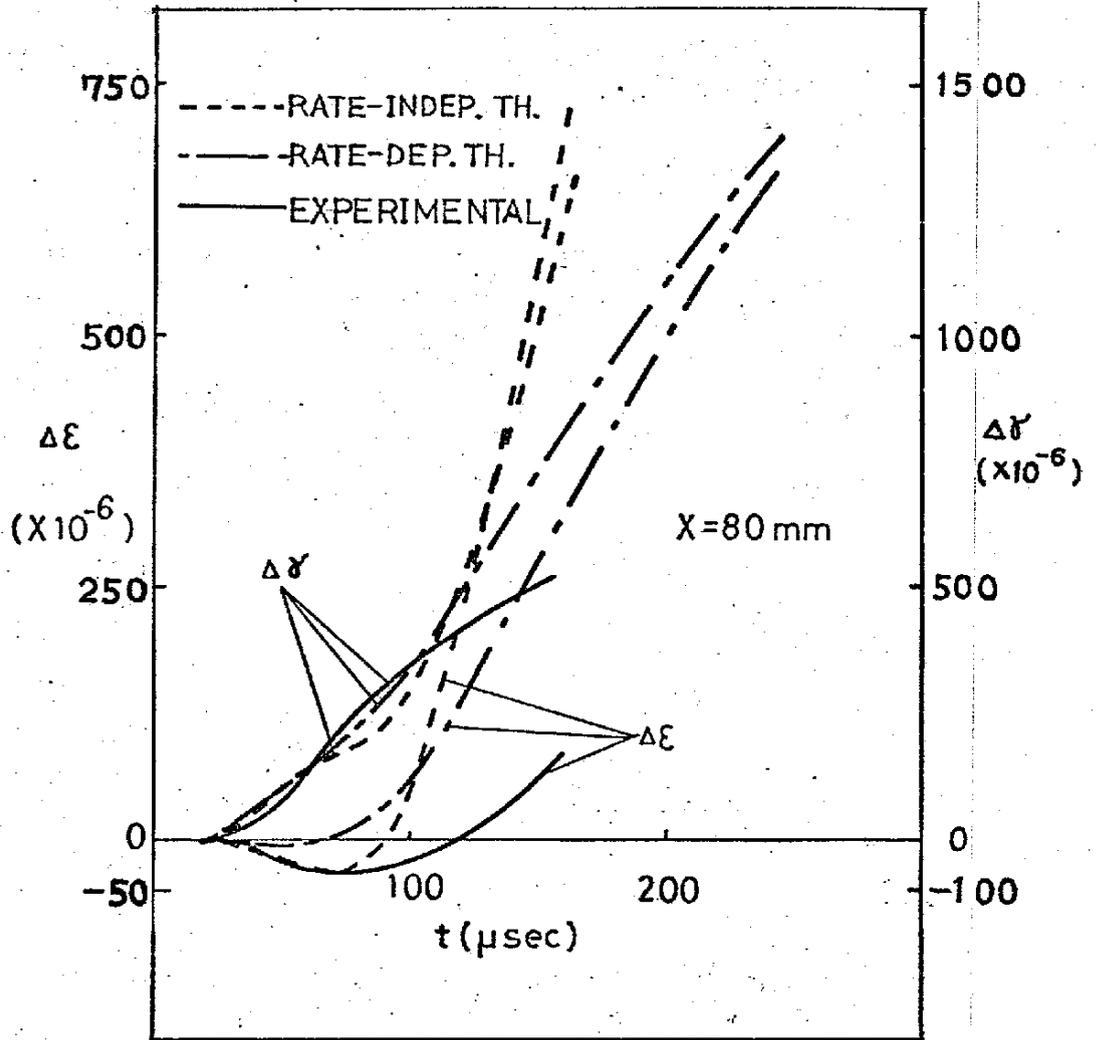
本章でのひずみ速度依存理論は、ひずみ速度に依存しない理論と比較して、せん断ひずみに関してはほぼ改良され、軸ひずみに関しては、初期過程では実験値との相違が大きくなるが、その後続過程では改良されていて、ひずみ速度に依存しない理論による計算値よりも実験結果に近くなっている。しかし、実験を完全に説明できるところまでには至っていない。

ひずみ速度依存理論と実験との相異の主な理由は、本章におけるひずみ速度と加工硬化を記述する構成方程式の形式化の基礎となった実験はほぼ比例負荷の実験であること、相当塑性ひずみがほぼ 50 sec^{-1} の実験であることおよび前負荷、前ひずみのないときの衝撃負荷実験であるが、ひずみ速度依存理論に基づいた数値解、それと比較した実験は前負荷を受けている場合であり、ひずみ径路が折れ曲がっている場合であるということにあると考えられる。ひずみ速度依存性の構成方程式の形式化の基礎となった実験の特長の一つはほぼ比例負荷の実験である。したがって本構成方程式には折れ曲がりひずみ径路の影響を表わす項を考慮していない。一方実験のひずみ径路は折れ曲がっている場合である。特にこのひずみ径路の影響がひずみ速度依存理論計算値と実験値との相異の大きな理由であると考えられる。



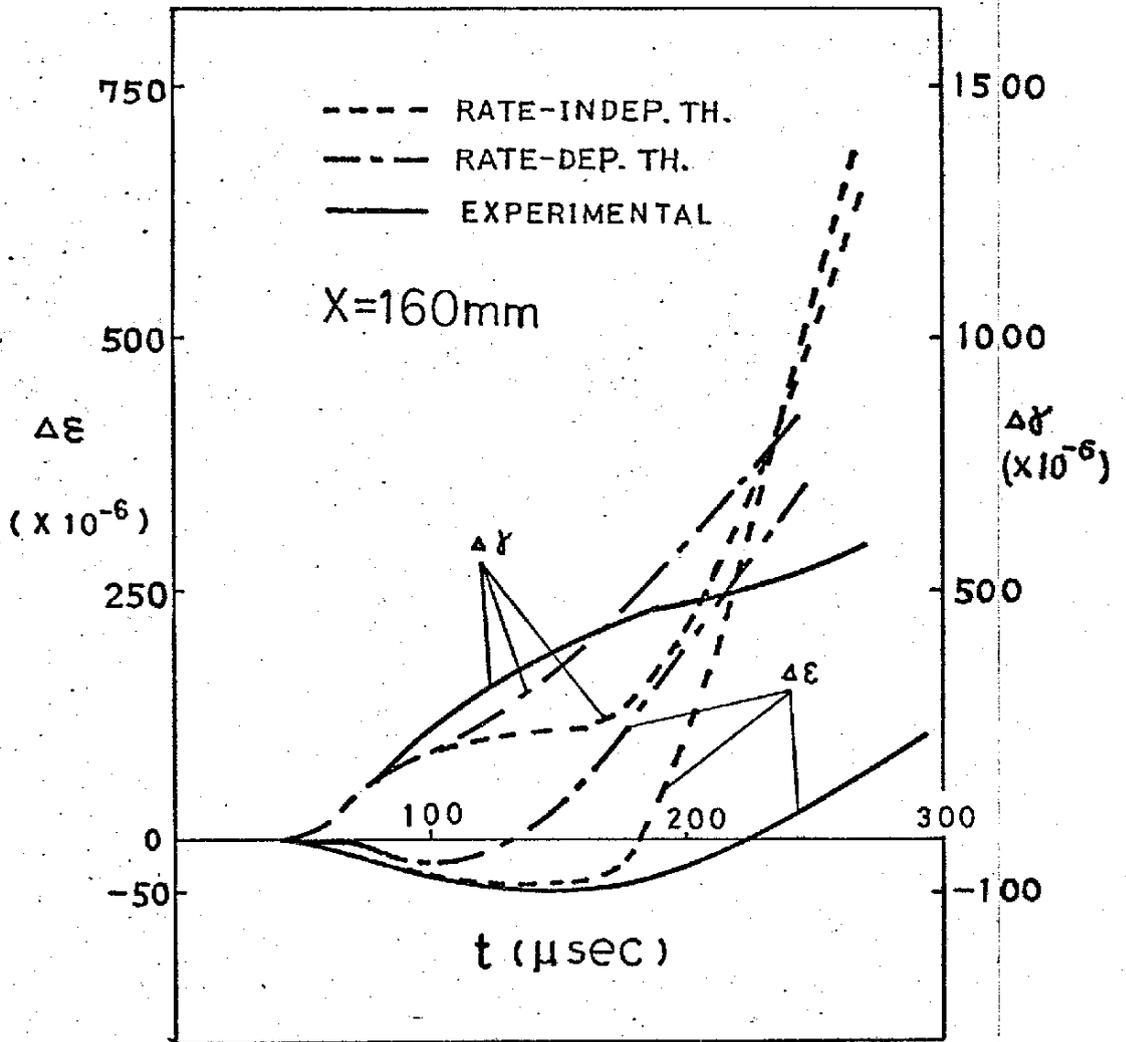
Pre-stress : $\sigma_p = 1.42 \text{ kg/mm}^2$
 $\tau_p = 0$
 Loading stress : $\sigma_c = 0$
 $\tau_c = 0.84 \text{ kg/mm}^2$

図 3.15 ひずみ増分・時間関係



Pre-stress : σ_p, τ_p } same as in
 Loading stress : σ_c, τ_c } Fig. 3-15

図 3-16 伸び増分時間関係



Pre-stress : σ_p, τ_p } same as in
 Loading stress : σ_c, τ_c } Fig. 3-15

図 3-17 ω 中の増分 - 時間関係

3.4 結言

本章では、衝撃的トルクと引張りを同時に試験片に負荷するために、静的弾性ひずみエネルギーの急速な除荷を利用した、ねじりと引張り同時衝撃試験機を試作し、塑性ひずみが小さい範囲で、アルミニウムの動的挙動の実験を行った。その結果、

試作したねじりと引張り同時衝撃試験機で、ほぼ比例的に動的負荷を行うことができた。

市販の純アルミニウムを用いて行った実験結果から、Prandtl-Reussの流則が、静的試験の場合と同様に、動的負荷の場合にも粗い近似で成り立つことが判った。

衝撃的2軸負荷を受けたアルミニウムは、単軸動的試験の場合と同様に、ひずみ速度依存性を有し、その降伏応力は、相当塑性ひずみ速度が約 50 sec^{-1} で、静的なそれの数10%大きくなった。

衝撃的2軸負荷を受けたアルミニウムの降伏曲面は、静的な降伏曲面と比較して、せん断応力軸方向に少し大きくなった。

また、その実験結果をもとにひずみ速度と加工硬化を考慮した一般的な構成方程式を求めた。さらに、この構成方程式を用いて、薄肉円管の弾粘塑性波伝ばを解析した。その結果、

過応力の概念を適用し、実験結果を整理すると、式(3-3)で近似的に整理できた。

実験結果をもとに、塑性ひずみ速度と加工硬化を考慮した構成方程式を導出した。それは、式(3-13)で表せる。

構成方程式(3-13)を用いて、薄肉円管のねじりと引張り組み合わせ弾粘塑性波の伝ばを解析し

数値計算例として、静的引張り前負荷を受けた薄肉アルミニウム円管に、ねじり衝撃を負荷した場合を示し、実験と比較した結果、

軸ひずみが一時的に減少すること、その減少量が衝撃端から離れるにつれて大きくなることなど、定性的に実験結果をよく説明し得た。しかし、定量的には実験値との間にはまだ大きな差があった。

また、ひずみ速度に依存しない理論と比較した結果、ひずみ速度に依存する理論によって求めた軸ひずみの減少量はひずみ速度に依存しない理論によったものよりも実験値との差が大きかった。しかし、その後続過程では、ひずみ速度依存理論の方がより実験に近づくことが判った。

第3章の参考文献

- (1) Gerard, G. and Parpino, R., Trans. Amer. Soc. Metals, 49 (1957), 132.
- (2) Lindholm, U.S. and Yeakley, L.M., Exper. Mech., 7-1 (1967), 1.
- (3) Hauser, H.E., Simmons, J. A. and Dorn, J. E., Response of Metals to High Velocity Deformation, 1960 (Inter-science Publ., New York-London), 93.
- (4) Kishida, K. and Senda, K., Exper. Mech., 8-12 (1968), 567.
- (5) Hayashi, T. and Tanimoto, N., 19th Japan Congr. on Materials Research, (1976), 53.

- (6) Duffy, J., Campbell, J. D. and Hawley, R. H., J. Appl. Mech., 38 (1971), 83.
- (7) Conn, A. H., J. Mech. Phys. Solids, 13 (1965), 311.
- (8) 山田・ほか2名, 塑性と加工, 9-84(昭43-1), 55.
- (9) 岸田・千田, 日本機械学会論文集, 37-297(昭46-5), 875.
- (10) 吉田・永田, 金属材料技術研究所報告, 8(昭40), 57.
- (11) 大井, 日本機械学会誌, 69-575(昭41-12), 1602.
- (12) 渡辺(理), ひずみゲージとその応用(日刊工業新聞社).
- (13) 河島・ほか2名, 九大工学集報, 37-3(昭39-11), 275.
- (14) 谷本・林, 日本機械学会講演論文集, 764-1(昭51-3), 56.
- (15) 谷本・林, 日本機械学会講演論文集, 764-8(昭51-6), 31.
- (16) Perzyna, P., Quart. Appl. Math., 20 (1963), 321.
- (17) Jeffry, A. and Taniuchi, T., Nonlinear Wave Propagation, 1964 (Academic Press, New York-London).
- (18) Courant, R., Issacson, E. and Ress M., Commu. on Pure and Appl. Math. V (1952), 243.

第4章 結 論

本論文は、組み合わせ衝撃荷重下における、金属材料の高速非弾性変形に関する研究である。従来この方面の研究は、理論的とり扱いの簡単さや、実験的な容易さのため、大部分が単軸応力状態に関する研究であった。しかし、金属材料の一般的動的挙動の解明には、多軸応力状態における動的挙動の研究が必要である。そこで、本研究では、それへの第1段階として、薄肉円管の引張りとねじりの組み合わせ応力状態を含む、動的挙動に関する研究を行った。

第2章では、組み合わせ増分衝撃負荷による動的挙動を知るために、静的引張り前負荷を受けた薄肉アルミニウム円管に、ねじり衝撃を負荷する実験を行い、さらにひずみ速度に依存しない弾塑性波伝播理論による数値解を求め、両者の比較、検討を行った。この章の研究では、先づ長い円筒試験片に、静的引張り前負荷を与えた試験片に、衝撃的にねじり荷重を加えることのできるねじり衝撃試験機を試作し、満足し得るものを得た。この試験機を用いて、塑性域まで静的に引張り前負荷を加えた試験片に衝撃ねじりを加えた場合、軸ひずみが一時的に減少することを実験的に観測し、このひずみ減少過程では、理論と実験のほぼ良い一致を得た。しかし、その後続くひずみの増加過程では、理論と実験は定性的には一致したが、実験ではひずみの時間遅れが著しく、定量的な差異があった。

第3章では、ねじりと引張り組み合わせ同時衝撃負荷が可能な試験機を試作し、それを用いて、短い

薄肉アルミニウム円管に、同時に衝撃負荷を加える実験を行った。この試験機によるねじりと引張りの同時衝撃負荷の方法は、ねじり衝撃負荷の方法からヒントを得たもので、静的弾性ひずみエネルギーの急速な解放によるものであった。この試験機を用いて、短い薄肉円筒試験片に、ねじりと引張りの同時衝撃負荷を加える試験を行った。その結果、塑性変形が小さい範囲ではあるけれども、ほぼ比例的な動的負荷を加えることができることがわかった。市販の純アルミニウムについて、塑性変形が小さい範囲で行った実験結果から、Prandtl-Reussの流れ法則が、静的負荷の場合と同様に動的な比例負荷の場合にも、粗い近似で成り立つこと、単軸衝撃負荷の場合と同様に2軸動的な比例負荷の場合にも、アルミニウムはひずみ速度依存性を示すこと、およびその降伏応力は、相当塑性ひずみ速度 50 sec^{-1} において、静的なそれより数10%大きいことがわかった。また、動的2軸比例負荷を受けたアルミニウムの降伏曲面は、静的なそれと比べて、全体として大きくなるとともに、降伏曲面の形はせん断応力軸方向に少し大きくなることがわかった。さらに、粘塑性成分に関して、過応力の概念を適用して実験結果を整理すると式(3-3)すなわち次式で近似的に整理できた。

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^p / \sigma'_{ij} &= \Phi \\ \Phi &= k' (1/\bar{\sigma}_s - 1/\bar{\sigma}) \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

以上の実験結果をもとに、過応力の概念を導入した一般的な構成方程式を導出した。それは式(3-13)すなわち次式で表すことができた。

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_{ij} &= \dot{\sigma}_{ij} / 2\mu + k \cdot \Phi \cdot \dot{\sigma}_{ij} & \text{for } F > 0 \\
 \dot{\epsilon}_{ij} &= \dot{\sigma}_{ij} / 2\mu & \text{for } F \leq 0 \\
 \dot{\epsilon}_{ii} &= \dot{\sigma}_{ii} / 3K \\
 \Phi &= F^m \\
 F &= 1 / \sqrt{I_{SS}^{(2)}} - 1 / \sqrt{I_S^{(2)}}
 \end{aligned} \right\} (4.2)$$

さらに、この構成式を用いて薄肉円管のねじりと引張り組み合わせ弾粘塑性波の伝播を解析し、数値計算例として、静的引張り前負荷を受けた薄肉アルミニウム円管に、ねじり衝撃を負荷した場合を示し、実験と比較、検討した。その結果、軸ひずみが一時的に減少すること、その減少量が衝撃端から離れるにつれて大きくなることなど定性的には実験結果を説明し得たが定量的な一致を得るまでには至らなかった。さらに、ひずみ速度に依存する理論と依存しない理論とを比較した結果、軸ひずみの減少量については、後者の方が実験値とよく一致したが、その後続過程では、ひずみ速度依存理論の方がより実験値に近い計算値を示した。これは、軸ひずみの減少過程は材料の弾性的挙動に相当するので、この領域ではひずみ速度に依存しない理論の方が適当であるが、後続のひずみ増加過程は、材料の粘塑性的挙動に相当するので、本研究で求めた構成式の方が適当であることを示すものである。一般の衝撃塑性問題では、応力やひずみがその最大値に達するまでの増加過程が重要である場合が多いので、このような問題に対しては、本研究で求めた構成式の方がひずみ速度不依存理論よりも現象をより正確に記述するものと思われる。本研究では、ひずみ速度に依存しない理論の固体

材料の動的挙動への適用性と限界性を示すと共に、ひずみ速度依存性構成式の形式化を行い、その適用例を示した。また、行った実験の一つの薄肉円管のねじりと引張りの同時衝撃負荷実験における衝撃負荷方法は、ねじりと引張りの同時衝撃負荷方法としては初めてのものと思われる。これらのことは固体材料の動的一般的挙動を解明するための一助となるものと思われる。

謝 辞

本研究は1972年4月から約5ヶ年にわたって、大阪大学基礎工学部機械力学研究室で行われたものである。その間、林卓夫教授からは終始懇切丁寧な御指導を賜った。ここに謹しんで深甚の謝意を表します。

本論文の作成に際し、御討論ならびに有益な御助言をいただいた佐賀二郎教授、福岡秀和教授をはじめ機械工学科の諸先生方に謹しんで感謝致します。

また、第2章の研究に際しては当時修士課程の田中俊光君(現神戸製鋼)に御協力いただきました。